

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI, TIZI-OUZOU



FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET DE L'INFORMATIQUE
DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

Mémoire de fin d'études

En vue de l'obtention

du **Diplôme Master en Electronique**

Option Télécommunications et Réseaux

Thème

APPLICATION DE FILTRE GABOR POUR IMAGES MEDICALES

Proposé et encadré par:

M^r: ATTAF.Y

Réalisé et présenté par :

M^r : HADDAD Mohamed

M^r: ELBOUR Saidi

Promotion: 2013-2014

Remerciement

Nous remercions dieu de nous avoir donné la force et la volonté pour mener à bien en notre travail.

Nous tenons à remercier notre promoteur et encadreur Monsieur ATTAF. Youcef pour son aide, conseils, orientation et sa confiance qui nous ont été d'une grande importante.

Nous tenons à remercier, tous ceux qui nous ont enseigné durant toutes nos études.

Nous tenons à remercier tous ce qui ont contribué de près ou de loin pour la réalisation de ce travail



Table des matières

sommaire

INTRODUCTION GENERALE.....	1
----------------------------	---

Chapitre I : Généralité sur les signaux

Introduction :	3
I. Les signaux :	3
1. Definition du signal :	3
2. Signaux deterministes :	3
2.1. Signaux analogiques.....	3
2.2. Signaux a temps discret.....	3
2.3. Liens entre les deux types de signaux	4
3. Principaux signaux	4
3.1. Valeur moyenne de $f(t)$	4
3.2. Puissance moyenne de $f(t)$	5
4. Signaux aleatoires	5
4.1. Definition	5
5. La stationnarite et la non stationnarite	5
5.1. Definition de la stationnarite :	5
5.2. Definition d'un signal du second ordre :	5
5.3. Defiition de la stationnarite a l'ordre	6
5.4. Definition de la non-stationnarite.....	6
5.4.1. Puissance du signal.....	6
6. Serie de fourier	7
6.1. Definitions.....	7
6.3. Symetrie et changement de l'origine des temps	8
A) fonction paire	8
B) fonction impaire	8
6.4.1. Signaux non periodiques ou a $T \rightarrow +\infty$:	9
6.4.2. Definition de la transformee de fourier	9
6.4.3. Proprietes.....	10
7.1. Definition	10
7.2. Proprietes.....	10
7.3. Convolution de fonctions t_0 -periodiques.....	11
7.4. Theoreme de plancherel	11
7.5. Fonction d'auto correlation temporelle	12
8. Le bruit	12
8.1. Les deferents types de bruit.....	12
8.1.1. Bruit thermique	12
8.1.2. Bruit blanc	13
8.1.3. Bruit rose	13
8.1.4. Bruit de grenaille	13
8.2. Proprietes et traitement de bruit	14
Ii. Les images	15
1. Definition de l'image :	15

sommaire

2. Image numerique :	15
3. Le pixel.....	16
3.1. Images matricielles.....	16
3.2. Images vectorielles.....	16
4. Resolution d'une image :	17
5. Taille d'une image :	17
6. Image en noir et blanc :	17
7. Couleur de l'image :	18
Conclusion.....	18

Chapitre II : filtre de Gabor

Introduction :	19
1. Filtre de gabor	19
2. Cas monodimensionnel :	19
3. Cas deux dimension :	21
4. Banques de filtres de gabor :	25
4.1. Banque de filtres de gabor à fréquence centrale nulle:	25
4.2. Banque de filtres de gabor à q variable:	26
4.3. Banque de filtres de gabor à q constant :	27
4.3.1. Famille de gaussienne isotrope :	27
5. Famille de gaussienne non isotrope à arrangement radial :	28
6. Famille de gaussienne non isotrope à arrangement tangentiel	28
7. Application de la banque de filtres de gabor (étape 1) :	29
8. Extraction des régions texturées (etape 2):.....	32
9. Réponse énergétique d'un filtre de gabor 2d :	36
10. Estimation de vitesse avec une triade :	38
11. Cas bidimensionnel.....	40
12. Réponse énergétique d'un filtre de gabor 3d :	40
13. Estimation de vitesse 1d avec une triade orientée à $\phi=0$:	40
14. Estimations 1d pour des triades orientées à $\phi=\frac{\pi}{2}$, $\phi=\frac{\pi}{4}$ et $\phi=\frac{3\pi}{4}$	41
Conclusion.....	42

Chapitre III : Développement logiciel et images médicales

Introduction	43
1. Prise en main de logiciel MATLAB.....	44
1.1. Lancement.....	44
1.2. Création de programme dans un fichier.....	45
1.3. Toolboxes.....	47
1.4. L'image sous MATLAB	48
2. Imagerie médicale.....	49
2.1. Le principe de l'imagerie médicale	49

sommaire

3. Œil humain	50
3.1. La rétine	50
3.2. Angiographie rétinienne.....	51
4. Cerveau.....	52
Conclusion.....	53

Chapitre IV : Teste et résultat

Introduction	54
1. Le filtrage des images médicales par le filtre de Gabor	54
2. Banc de filtre de Gabor utilisé.....	55
2.1. Application d'un filtre non-linéaire	58
2.2. Visualisation des images énergies.....	61
INTERPRETATION DES RESULTATS ET CONCLUSION	64
Conclusion générale	65
Annexe	65
Bibliographie.....	65

Liste des figures

liste des figures

Fig (I.1): signaux non-stationnaires : mdf et une gaussienne	7
Fig(II.1): (a) une sequence d'images 1d d'un bruit blanc en mouvement de translation	20
Fig. (II.2) : reponse impulsionnelle d'un filtre de gabor 1d.....	20
Fig (II.3) : transformee de fourier d'un filtre de gabor id.....	21
Fig (II.4). : exemple d'un filtre de gabor 2d de taille 256x256 dans le domaine spatial.	22
Fig (II.5): exemple des orientations differentes de la gaussienne et de la sinusoïde.....	23
Fig (II.6). : le filtre de gabor dans le domaine spatial (a) et son spectre de fourier (b).....	24
Fig (II.7). : exemple de la meme orientation de la sinusoïde et de la gaussienne.	25
Fig. (II.8) : la banque de filtres de gabor a frequence centrale nulle dans le domaine frequentiel.....	26
Fig (II.9) : la banque de filtres de gabor a q variable dans le domaine frequentiel. f_0	26
Fig. (II.10) : banque de filtres de gabor isotrope a q constant dans le domaine frequentiel. ..	28
Fig. (II.11) : banque de filtres de gabor a q constant non isotrope a arrangement radial dans le domaine frequentiel.....	29
Fig. (II.12) : banque de filtres de gabor a q constant non isotrope a arrangement tangentiel dans le domaine frequentiel.....	29
Fig (II.13) : banque de 40 filtres de gabor non isotrope a arrangement tangentiel.	32
Fig (II.14) : representation de la fonction non lineaire <i>tangh(at)</i>	33
Fig (II.15) : image filtree et son histogramme.	34
Fig (II.17) : images filtreees.	36
Fig (III.1) : icone matlab	44
Fig(III.2) : fenetre de commande.....	45
Fig (III.3): creation de programme dans un fichier	45
Fig (III.4) : fenetre " editor "	46
Fig (III.5): enregistrement de fichier sous matlab	47
Fig (III.6): coupe de l'œil humain.	50
Fig (III.7) : la retine	51
Fig (III.8) : l'image (a) est realisee en 1990, l'image (b) en 1994 et l'image(c) en 1998.....	52
Fig (III.9) : une image d'irm d'une tete humaine.	52
Fig (IV.1): images initiales 1	54
Fig (IV.2): image initiales 2.....	55
Fig (IV.3) : images apres gabor de l'image iv.1 (a).....	56
Fig (IV.4): images apres gabor de l'image iv.1 (b)	56
Fig (IV.5) : images apres gabor de l'image iv.2 (c).....	57
Fig (IV.6): images apres gabor de l'image iv.2 (b)	57
Fig (IV.7) : images apres gabor+than de l'image iv.1 (a).....	58
Fig (IV.8) : images apres gabor+than de l'image iv.1 (b)	59
Fig (IV.9) : images apres gabor+than de l'image iv.2 (a).....	59
Fig (IV.10) : images apres gabor+than de l'image iv.2 (b)	60
Fig (IV.11): images apres gabor+than de l'image iv.2 (c).....	60

Liste des figures

Fig (IV.12): images apres gabor+than + fenetre de l'image iv.1 (a)	61
Fig (IV.13): images apres gabor+than + fenetre de l'image iv.1 (b)	61
Fig (IV.14): images apres gabor+than + fenetre de l'image iv.2 (a)	62
Fig (IV.15): images apres gabor+than + fenetre de l'image iv.2 (b)	63
Fig (IV.16): images apres gabor+than + fenetre de l'image iv.2 (c)	63

Liste des tableaux

TABLEAU I.1. : QUELQUES SIGNAUX DETERMINISTES.	4
TABLEAU I.2. : LES PROPRIETES DE LA TRANSFORMER DE FOURIER	10

Introduction générale

Introduction générale :

Depuis toujours, l'homme essaie d'améliorer son sort. Il s'est interrogé d'où il venait, où il allait, pourquoi il existe,...etc. la science et la technologie font partie de son outillage de base. L'événement de l'informatique a permis d'accroître sa capacité de calcul à des limites qui osaient à peine imaginer. Les sons et les images sont les moyens essentiels qui permirent à l'homme de communiquer avec ses semblables. Grâce aux systèmes informatiques et aux techniques avancées d'analyse et de traitement, les images sont devenues notre source d'information privilégiées. De très importants travaux de recherche sont consacrés à l'étude des signaux représentant les sons et les images par des moyens modernes qu'offre la technologie électrique et informatique.

La description des éléments composant une scène est une tâche énorme. Pour simplement identifier un objet pouvant s'y trouver, il y a une infinité d'approches possibles.

Chacune de ses approches aura ses avantages et ses inconvénients. Le traitement consiste à améliorer l'aspect visuel de l'image et d'en extraire des informations permanentes; en éliminant le bruit et renforçant le contraste entre les régions adjacentes par application de filtre de Gabor. Ce filtre permet de mettre en évidence des textures ainsi que des zones homogènes d'une image. Il peut être impliqué dans l'évaluation des surfaces, dans la segmentation de scène

Plus concrètement, le filtre de Gabor est utilisé dans de nombreuses applications comme l'identification rétinienne, la reconnaissance d'empreintes digitales. Il trouve aussi beaucoup d'applications dans le domaine médical...

Nous allons utiliser dans ce travail le filtre de Gabor pour segmenter des images médicales, c'est-à-dire les rendre plus net.

La rédaction de ce mémoire a été organisée en quatre chapitres :

Le premier chapitre représentera des généralités sur les signaux.

Le deuxième chapitre sera consacré à des généralités et le principe de fonctionnement de filtre de Gabor.

Dans Le troisième chapitre nous présenterons le développement du logiciel MATLAB, à la fin nous allons présentés quelque images médicales.

Les résultats expérimentaux sont présentés dans le quatrième chapitre.

Nous terminerons ce travail par une conclusion générale et une bibliographie.

Chapitre I :
*Généralités sur les signaux et
les images*

Introduction :

Le traitement du signal est une discipline indispensable de nos jours. Il a pour objet l'élaboration ou l'interprétation des signaux porteurs d'informations. Son but est donc de réussir à extraire un maximum d'information utile sur un signal perturbé par du bruit en s'appuyant sur les ressources de l'électronique et de l'informatique.

I. les signaux :**1. Définition du signal :**

On appelle signal toute grandeur physique tensorielle qui varie soit continument (signaux analogiques) soit discrètement (signaux numériques) au cours du temps. L'évolution dans le temps de la grandeur considérée est régie par la dynamique spécifique du signal. Quelque fois la loi temporelle régissant le phénomène est bien connue (signaux déterministes) et d'autre fois il est difficile, voir impossible de le décrire (signaux aléatoire).

2. Signaux déterministes :

Les signaux déterministes sont des signaux dont l'évolution temporelle peut être prédite par une fonction mathématique appropriée. Un signal peut donc être caractérisé par une fonction $S(t)$ qui permet, à tout moment (passé, présent ou futur), de déduire l'amplitude de ce signal.

2.1. Signaux analogiques :

Ce sont des signaux à temps continu, c'est à dire définis pour toute valeur de t . On s'appuie sur les modèles mathématiques pour les décrire. L'allure de la fonction peut présenter des sauts.

2.2. Signaux à temps discret :

La variable de la fonction considérée ne peut prendre que des valeurs entières $k \in \mathbb{Z}$.

Pour la variable temps, k représente le coefficient multiplicateur d'une durée t_0 qui permet d'échantillonner le signal.

2.3. Liens entre les deux types de signaux :

Il existe une correspondance étroite entre signal analogique et signal discrète :

Signal analogique \rightarrow Echantillonnage \rightarrow Signal discret.

L'échantillonnage consiste à mesurer (à découper) à intervalle de temps régulier un signal analogique. C'est un des outils souvent utilisés en traitement du signal.

L'objet du traitement du signal est donc d'analyser avec soin, de coder, de transmettre intégralement ou une partie spécifique du signal ou de reconstruire à sa réception toutes ses propriétés afin d'en tirer les maximum d'infos qu'il contient.

3. Principaux signaux :

le tableau suivant nous donne quelques exemples sur les signaux déterministes

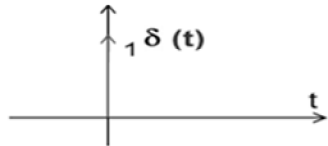
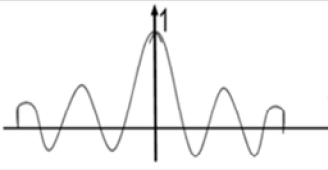
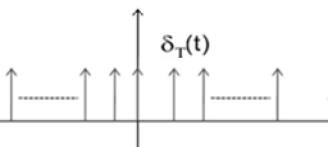
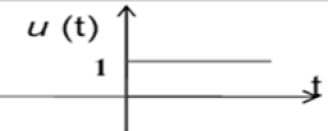
Nom de la fonction	Relation entrée/sortie	Allure
Impulsion de Dirac	$\lim_{T \rightarrow 0} \pi_T(t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } t \neq 0 \\ \infty & \text{pour } t = 0 \end{cases}$	
Fonction Sinus Cardinal	$\text{sinc}(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t} \forall t \in \mathbb{R}$	
Fonction Peigne de Dirac	$\Psi_T = \sum_{-\infty}^{+\infty} \delta(t - nt)$	
Fonction échelon	$U(t) = \begin{cases} 1 & \text{pour } t \geq 0 \\ 0 & \text{pour } t < 0 \end{cases}$	

Tableau I.1. : quelques signaux déterministes.

3.1. Valeur moyenne de $f(t)$:

La valeur moyenne de la fonction $f(t)$ est donnée par l'équation suivante :

$$\bar{f}(t) = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt \quad (\text{I.1})$$

3.2. Puissance Moyenne de $f(t)$:

on peut écrire la puissance moyenne de la fonction $f(t)$ par l'équation ci-dessus :

$$P = \overline{f^2(t)} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f^2(t) dt \quad (I.2)$$

4. Signaux aléatoires :

4.1. Définition :

Un signal est dit aléatoire lorsqu'on est incapable de le décrire par une loi mathématique simple.

Exemple : le bruit, l'éclair, certains écoulements...

Un signal aléatoire peut être de type transitoire ou permanent.

Dans le cas permanent : on peut le décrire par les lois de probabilités.

5. La stationnarité et la non stationnarité :

5.1. Définition de la stationnarité :

Un signal aléatoire est défini à chaque instant t par la loi de probabilité de son amplitude $X(t)$. Cette loi de probabilité peut s'exprimer par une densité de probabilité $p_X(x, t)$, définie de la manière suivante :

$$p_X(x, t) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\text{prob}[x \leq X(t) \leq x + \Delta x]}{\Delta x} \quad (I.3)$$

Le signal est stationnaire si ses propriétés statistiques sont indépendantes du temps, c'est à dire, si sa densité de probabilité est indépendante du temps :

$$P_X(x, t) = P_X(x) \quad (I.4)$$

5.2. Définition d'un signal du second ordre :

Le signal sera dit du second ordre s'il possède un moment d'ordre 1 appelé valeur moyenne, qui est l'espérance mathématique de $X(t)$, notée $E[X(t)]$ et définie par :

$$m_1(t) = E[X(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot p_X(x, t) dx \quad (I.5)$$

et un moment d'ordre 2, appelé fonction de covariance :

$$m_2(t_1, t_2) = E[X(t_1), X(t_2)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 P_X(x_1, x_2, t_1, t_2) dx_1 dx_2$$

Où $P_X(x_1, x_2, t_1, t_2)$ est la densité de probabilité du couple de variables aléatoires. $[X(t_1), X(t_2)]$

5.3. Définition de la stationnarité à l'ordre 2 :

Le caractère de stationnarité peut être limité aux moments du premier et du second ordre, on dit alors que le signal est stationnaire à l'ordre 2. On a alors :

$$m_1 = E[X(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot p_X(x) dx \quad (I.6)$$

m_1 constante indépendante du temps

Pour l'ordre 2, l'indépendance du temps s'écrit :

$$p_X(x_1, x_2, t_1, t_2) = p_X(x_1, x_2; 0, t_2 - t_1) = p_X(x_1, x_2; \tau) \text{ avec } \tau = t_2 - t_1$$

Seul intervient l'écart entre les deux instants d'observation. On introduit alors la fonction d'autocorrélation $r_{XX}(\tau)$ du signal aléatoire :

$$r_{XX}(\tau) = E[X(t)X(t-\tau)] \quad (I.7)$$

La réalisation $x(t)$ du signal aléatoire $X(t)$ possède aussi une moyenne temporelle

$$m_T \text{ définie par : } m_T = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(t) dt \quad (I.8)$$

5.4. Définition de la non-stationnarité :

Un signal non-stationnaire se définit par opposition à un signal stationnaire pour lequel toutes ses propriétés statistiques sont invariantes au cours de temps. Dans le contexte déterministe, on appelle signal non-stationnaire un signal dont le contenu fréquentiel change dans le temps. Or, en pratique, la grande majorité des signaux rencontrés sont non-stationnaires.

La classe des signaux non stationnaires comprend une grande variété de signaux.

Le paragraphe suivant vous en présente quelques exemples.

- **Les signaux transitoires**, lorsqu'on n'est pas encore parvenu à un régime permanent (par ex. dans une voiture, phase d'accélération avant d'atteindre une vitesse stable),

- **Les signaux de rupture**, les modifications brutales et intempestives d'amplitude (par ex. : dans une voiture, panne de moteur, coup de frein brutal).

Par ailleurs, toutes les modulations d'un signal représentent des signaux non-stationnaires, car, dans ce cas, un des paramètres est variable au cours du temps. La figure suivante illustre l'exemple d'une modulation discrète en fréquence (MDF) et d'un "bump" gaussien.

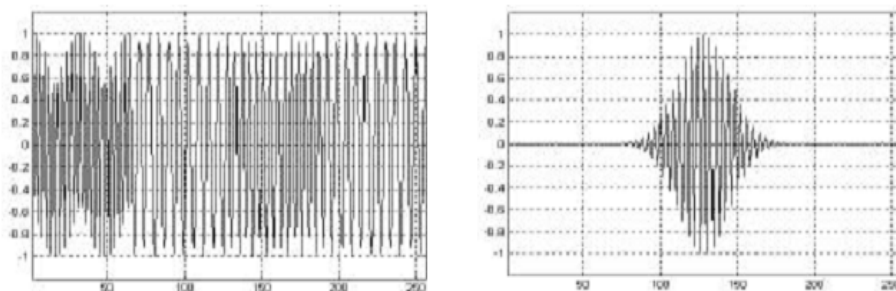


Figure (I.8): Signaux non-stationnaires : MDF et une gaussienne

5.4.1. Puissance du signal :

$$P_x = \overline{x^2(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x^2(t) dt = \langle x^2(t) \rangle \quad (\text{I.9})$$

6. Série de Fourier :

6.1. Définitions :

Soit un signal $x(t)$ périodique de période T admettant un nombre n_i de discontinuités ; on a :

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} [a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)] \quad (\text{I.10})$$

avec

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \cdot \cos(n\omega t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \cdot \sin(n\omega t) dt$$

6.2. Représentation Complexe :

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n e^{jn\omega t} = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n \frac{e^{jn\omega t} + e^{-jn\omega t}}{2} + \sum_{n=0}^{+\infty} b_n \frac{e^{jn\omega t} - e^{-jn\omega t}}{2j} \quad (\text{I.11})$$

soit,

$$x(t) = a_0 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{+\infty} \left[(a_n - jb_n) e^{jn\omega t} + (a_n + jb_n) e^{-jn\omega t} \right]$$

Les coefficients C_n sont calculés par l'intégrale :

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \cdot e^{-jn\omega t} dt = C_{-n}^* = \frac{1}{2} (a_n - jb_n)$$

6.3. Symétrie et Changement de l'origine des temps :

a) Fonction paire :

$$a_n = \frac{4}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \cos(n\omega t) dt, \quad b_n=0, \text{ on en déduit que :}$$

$$c_n = c_{-n} = \frac{a_n}{2} \quad (\text{I.12})$$

b) Fonction Impaire :

$$b_n = \frac{4}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \sin(n\omega t) dt, \quad a_n=0, \text{ on déduit que :}$$

$$c_n = c_{-n} = \frac{b_n}{2j} \quad (\text{I.13})$$

6.4. Intégrale et Transformée de Fourier :

6.4.1. Signaux non périodiques ou à $T \rightarrow +\infty$:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n e^{jn\omega_0 t} \quad \text{avec} \quad C_n = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t).e^{-jn\omega_0 t} dt \quad (\text{I.14})$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu_0 \left[t_0, t_0 + T \right] \left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2} \right]$$

Il est plus commode d'écrire :

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \left[\frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x(t).e^{-jn\omega_0 t} dt \right] e^{jn\omega_0 t} \quad (\text{I.15})$$

si $T \rightarrow \infty$ alors $\nu \rightarrow 0 \rightarrow$ spectre continue.

En posant $\nu = n\nu_0$ abscisse de la raie de rang n (fréquence courante), alors \sum_n sera

remplacée par $\int_{\nu_0} dn = \frac{1}{\nu_0} \int d\nu$ avec $\nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{T}$ et par conséquent :

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} x(t).e^{-j2\pi\nu t} dt \right] e^{j2\pi\nu t} d\nu \quad (\text{I.16})$$

6.4.2. Définition de la Transformée de Fourier :

On appelle Transformée de Fourier de la fonction $f(t)$ la fonction $F(\nu)$ définie par :

$$X(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t).e^{-j2\pi\nu t} dt \quad \text{et} \quad x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(\nu).e^{j2\pi\nu t} d\nu \quad (\text{I.17})$$

La réciprocité s'écrit : $x(t) \xleftrightarrow{TF} X(\nu)$.

6.4.3. Propriétés :

Le tableau suivant nous donne quelques propriétés de la transformée de Fourier

	$s(t)$	$S(f)$
Linéarité	$\alpha.s(t) + \beta.r(t)$	$\alpha.S(f) + \beta.R(f)$
Translation	$s(t - t_0)$	$e^{-j2\pi f t_0} S(f)$
	$e^{j2\pi f_0 t} s(t)$	$S(f - f_0)$
Conjugaison	$s^*(t)$	$S^*(-f)$
Dérivation	$\frac{d^n s(t)}{dt^n}$	$(j2\pi f)^n S(f)$
Dilatation	$s(at)$ avec $a \neq 0$	$\frac{1}{ a } S\left(\frac{f}{a}\right)$
Convolution	$s(t) * r(t)$	$S(f) \cdot R(f)$
	$s(t) \cdot r(t)$	$S(f) * R(f)$

Tableau I.2. : les propriétés de la transformée de Fourier

7. Convolution :**7.1. Définition :**

$$z(t) = x(t) * y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) y(t - \tau) d\tau \quad (\text{I.18})$$

La convolution exprime généralement la réponse à un signal quelconque à partir de celle d'un signal type (impulsionnelle) caractérisé par $y(t)$. τ exprime le retard temporel entre les deux signaux.

Les filtres définis comme STLCS (Système de Transmission Linéaire Continue et Stationnaire) sont des systèmes de convolution.

7.2. Propriétés :

$$x * y = y * x, x * (y + z) = x * y + x * z, x * \delta = \delta * x = x \quad (\text{I.19})$$

7.3. Convolution de fonctions T0-périodiques :

$$z(t) = \frac{1}{T} \int_0^{T_0} x(\tau)y(t-\tau)d\tau \quad (\text{I.20})$$

7.4. Théorème de Plancherel :

La TF du produit d'une convolution est un produit simple et réciproquement.

$$x(t) * y(t) \xleftrightarrow{TF} X(v) \cdot Y(v) \text{ et réciproquement } x(t) \cdot y(t) \xleftrightarrow{TF} X(v) * Y(v)$$

Démonstration :

$$x(t) \xleftrightarrow{TF} X(v) \quad \text{et} \quad y(t) \xleftrightarrow{TF} Y(v)$$

$$\text{Soit } z(t) \text{ le signal tel que : } z(t) = x(t) * y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)y(t-\tau)d\tau$$

Calculons $Z(v) = TF\{z(t)\}$:

$$\begin{aligned} Z(v) &= \int_{-\infty}^{+\infty} z(t) \cdot e^{-j2\pi vt} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} [x(t) * y(t)] \cdot e^{-j2\pi vt} dt \\ Z(v) &= \int_{-\infty}^{+\infty} z(t) \cdot e^{-j2\pi vt} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} [x(t) * y(t)] \cdot e^{-j2\pi vt} dt \end{aligned}$$

$$\text{soit, } Z(v) = \int_{-\infty}^{+\infty} [x(\tau)y(t-\tau)] \cdot e^{-j2\pi vt} dt$$

ou encore :

$$Z(v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)y(t-\tau) \cdot e^{-j2\pi vt} d\tau \right] \cdot dt$$

En écrivant $e^{-j2\pi vt} = e^{-j2\pi v\tau} \cdot e^{-j2\pi v(t-\tau)}$, il vient :

$$Z(v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot e^{-j2\pi v\tau} d\tau \right] \cdot \left[y(t-\tau) \cdot e^{-j2\pi v(t-\tau)} \right] \cdot dt \quad \text{et en séparant les deux}$$

intégrales alors :

$$Z(v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[x(\tau) \cdot e^{-j2\pi v\tau} \right] \cdot \left[\int_{-\infty}^{+\infty} y(t-\tau) \cdot e^{-j2\pi v(t-\tau)} \cdot dt \right] \cdot d\tau \quad \text{Posons } \theta = t - \tau, \text{ on } d\theta = dt$$

(τ est considéré comme paramètre constant si on raisonne par rapport à la variable t). On a :

$$Z(v) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot e^{-j2\pi v\tau} \cdot \left[\int_{-\infty}^{+\infty} y(\theta) \cdot e^{-j2\pi v\theta} \cdot d\theta \right] \cdot d\tau$$

Puisque la deuxième intégrale est indépendante de τ ; on peut écrire $Z(\nu)$ sous la forme :

$$Z(\nu) = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot e^{-j2\pi\nu\tau} d\tau \right] \cdot \left[\int_{-\infty}^{+\infty} y(\theta) \cdot e^{-j2\pi\nu\theta} d\theta \right]$$

Soit, le résultat attendu :

$$TF \{ x(t) * y(t) \} = X(\nu)Y(\nu) \quad (\text{I.21})$$

7.5. Fonction d'auto corrélation temporelle :

$$C_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x(t)x(t - \tau) dt \quad (\text{I.22})$$

8. Le Bruit :

On appelle bruit tout signal indésirable, limitant l'intelligibilité d'un signal utile.

Le bruit peut avoir plusieurs sources :

- sources externe (indépendant du signal propre) localisé à l'extérieur du système
- source internes (perturbation impulsionnelle, bruit de fond) lié à l'électronique du système.

8.1. Les différents types de bruit :

8.1.1. Bruit thermique :

On démontre que la tension de bruit thermique apparaissant aux bornes d'une résistance R s'écrit :

$$\text{Effet Johnson} \quad b_{eff}^2 = 4.k.T.R.\Delta\nu \quad (\text{I.23})$$

Avec

- k la const de Boltzmann
- T température (en K)
- R résistance (en Ω)
- $\Delta\nu$ bande passante du système (en Hz)

La puissance totale du bruit thermique (dans résistance constante) est :

$$P_{th} = k.T.\Delta\nu \text{ exprimée en W} \quad (\text{I.24})$$

8.1.2. Bruit blanc :

Le bruit blanc est un signal de valeur moyenne nulle. Son spectre en amplitude est constant.

La densité spectrale du bruit blanc est constante dans la bande de fréquence $\Delta\nu$ considérée.

$$B(\nu) = B_0 = \frac{1}{2}kT.$$

La fonction d'auto corrélation temporelle du bruit blanc est une impulsion de Dirac :

$$C_{bb}(\tau) = B_0 \cdot \delta(\tau) \quad (I.25)$$

Pratiquement, un tel bruit n'existe pas, mais parlera du bruit blanc à chaque fois que le spectre de densité de puissance est constante à l'intérieur de la bande passante.

8.1.3. Bruit rose :

Un bruit rose est un bruit dont le spectre en amplitude est inversement proportionnel à la fréquence (le spectre en amplitude varie en $\frac{1}{\nu}$).

En réalité, il s'agit d'un bruit blanc dont la densité spectrale de puissance est modélisée par une fonction porte de largeur $2\nu_b$; ν_b est la fréquence maximale du bruit rose.

La fonction d'auto corrélation impulsionnelle du bruit rose est très étroite et centrée sur $\tau=0$ (fonction Sinc dans le cas réel) $B(\nu) = B_0 \cdot \Pi_{2\nu_b}(\nu)$

Sa fonction d'auto corrélation est :

$$C_{bb}(\tau) = B_0 \cdot (2\nu_b) \cdot \frac{\sin(2\pi\nu_b\tau)}{2\pi\nu_b\tau} \quad (I.26)$$

Dans le cas où ν_b très grand, la fonction d'auto corrélation du bruit du bruit rose est nulle pour $(\tau > \tau_{lim})$.

8.1.4. Bruit de Grenaille :

Fluctuations statistiques du nombre de porteurs de charges traversant la barrière de potentiel, qui participe à la réaction de courant (jonction PN d'un semi-conducteur).

8.1.5. Autres bruits :

Bruit dit gaussien (caractérisé valeur moyenne et un écart-type)

Bruit dit périodique (somme de signaux sinusoidaux sans référence de base)

Bruit brownien (le spectre en amplitude varie en $\frac{1}{\nu^2}$)

8.2. Propriétés et Traitement de Bruit :

Rapport S/B (signal/bruit) :

Ce rapport caractérise la qualité du signal. On compare le S/B d'entrée et le S/B à la sortie.

Soit un signal $x(t)$ de puissance moyenne P_x , mélangé avec du bruit blanc $b(t)$.

Sa puissance moyenne résultante est :

$$P_s = P_{x+b} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [x(t) + b(t)]^2 dt \quad (\text{I.27})$$

Comme ce bruit est indépendant du signal, on a :

$$P_s = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [x(t)]^2 dt + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [b(t)]^2 dt = P_x + P_b \quad (\text{I.28})$$

Pour un bruit blanc stationnaire, ergodique et centré, on a:

$$P_s = P_x + \sigma_b^2 \quad (\text{I.29})$$

Le rapport signal/bruit se définit sous la forme :

$$\eta = \frac{P_x}{\sigma_b^2} \quad (\text{I.30})$$

Si on prend un signal informatif de type cosinusoidal $x(t) = A \cos(\omega t)$, le rapport signal/bruit se définit sous la forme :

$$\eta = \frac{1}{2} \cdot \frac{A^2}{\sigma_b^2} \quad (\text{I.31})$$

Exemples de signaux bruités

- signal peu prédictible
- signal "lent" assez prédictible
- signal "rapide" peu prédictible

- signal présentant une bande de fréquences dominante
- signal sinusoïdal perturbé par un bruit à large bande

II. Les images :

1. Définition de l'image :

L'image n'est qu'une représentation spatiale d'un objet, d'une scène ou d'une autre image par différentes formes comme la peinture, la photographie etc.

En analyse d'image on travaille généralement sur des images digitales obtenues à partir du modèle réel. On peut alors représenter par une fonction de brillance analogique continue $I(X,Y)$ représente l'information observée qu'elle soit une fonction d'intensité lumineuse (niveaux de gris) ou bien couleur. Sous cet aspect, l'image est inexploitable par la machine, il faut alors la numériser.

Une image peut avoir d'autres définitions, en traitement du signal, on définit une image comme étant un signal bidimensionnel. Mathématiquement parlant, une image est une application d'un sous ensemble $M \times N$ de $R \times R$ vers l'ensemble des réels R , qui à chaque couple de réels (x,y) associe le réel $f(x,y)$.

$$\begin{cases} F(M, N) \rightarrow R \\ (x, y) \rightarrow f(x, y) \end{cases} \quad (I.32)$$

2. Image numérique :

L'image numérique C est une matrice de $X \times Y$ pixels (Picture élément) correspondant à l'échantillonnage et la quantification d'un signal acquis avec une caméra.

Chaque pixel est associé à un niveau de gris N ou des niveaux de composante couleur codé sur N bits et qui représentent respectivement le niveau de luminosité ou de couleur de la zone correspondante dans la scène observée. Chaque pixel est localisé par ses coordonnées x et y dans l'image.

3. Le pixel :

Le pixel (Picture élément) est la taille du plus petit élément de l'image. Il désigne aussi un point de la matrice image. Le pixel peut avoir une dimension. C'est particulièrement vrai dans le cas des images médicales 3D où des mesures de volumes, par exemple, peuvent être effectuées. La taille d'un pixel est liée au pas d'échantillonnage et au champ de vue.

Un pixel possède une valeur qui peut être un scalaire et représenter un niveau de gris ou un vecteur représentant une couleur, ou tout autre chose.

Les images dites en "noir et blanc" sont composées de pixels binaires noirs ou blancs (deux 6valeurs possibles). Les images en niveaux de gris sont composées de pixels de valeurs scalaires représentant la luminosité. Pour donner un ordre de grandeur, si un pixel est codé sur 8bits (1 octet), on dispose de $2^8 = 256$ couleurs ou niveaux de gris. Sous Matlab, le pixel (1,1) est situé en haut à gauche de l'image.

Une image est définie par : le nombre de pixels qui la compose en largeur et en hauteur, l'étendu des teintes de gris ou des couleurs que peut prendre chacune de ses pixels (on parle de dynamique de l'image).

En général on utilise plutôt le pixel physique (liée à l'écran). Ainsi, un pixel physique peut représenter plusieurs points sur l'image réelle ou inversement.

Dans la suite de ce cours on utilisera le pixel logique c'est-à-dire un élément identifié par un couple (i,j), où i et j représentent les pas d'échantillonnage suivant x et y respectivement, et caractérisé par toutes les grandeurs physiques quantifiées sur l'image.

3.1. Images matricielles :

Les images matricielles : une image numérique est en fait une matrice (un tableau) de pixels.

Chaque pixel a donc de composantes spatiales dans le plan réel.

3.2. Images vectorielles :

Le principe est de représenter, autant que cela est possible de le faire, les données de l'image par des formes géométriques qui vont pouvoir être décrites d'un point de vue mathématique.

Ceci est commode pour les dilatations de l'image en conservant sa qualité.

4. Résolution d'une image :

La résolution d'une image est définie par le nombre de pixels par unité de longueur de la structure à numériser (classiquement en dpi (dots per inches) ou ppp (points par pouce)). Plus

le nombre de pixels est élevé par unité de longueur de la structure à numériser, plus la quantité d'information qui décrit cette structure est importante et plus la résolution est élevée.

La résolution d'une image numérique définit le degré de détail qui va être représenté sur celle-ci. Les phénomènes de numérisation dépendent des 2 équations suivantes :

$$(X * \text{résolution}) = x \text{ pixels}$$

$$(Y * \text{résolution}) = y \text{ pixels}$$

où X et Y représente la taille géométrique (en pouces ou centimètres) de la structure à numériser, résolution représente la résolution de numérisation, puis x et y représente la taille (en pixels) de l'image.

5. Taille d'une image :

Une image de 1 pouce * 1 pouce scannée à 100 dpi aura une taille (x, y) de 100 pixels sur 100 pixels c'est à dire $(1 * 100) * (1 * 100) = 100 \text{ pixels sur } 100 \text{ pixels} = 10.000 \text{ pixels}^2$ ou simplement 10.000 pixels .

Remarque :

$$1 \text{ pouce} = 2,54 \text{ cm}$$

$$1 \text{ pouce} = 25,4 \text{ mm} = 100 \text{ pixels (dans le cas de l'exemple actuel choisi)}$$

$$1 \text{ inch} = 2,54 \text{ cm} = 1 \text{ pouce}$$

$$1 \text{ ft} = 12 \text{ inch}$$

6. Image en noir et blanc :

On passe en niveaux de gris on considérant comme seule composante la luminosité. Il existe plusieurs manières de convertir une image RVB en niveaux de gris.

La plus simple est de faire : $\text{gris} = \frac{\text{rouge} + \text{vert} + \text{bleu}}{3}$

C'est aussi équivalent d'affecter la couleur gris à chacune des trois composantes RVB.

L'idéal est de faire ressortir la luminosité d'un pixel. Celle-ci vient principalement de la présence de la couleur verte. On emploie généralement les coefficients suivant :

$\text{gris} = 0,299 \cdot \text{rouge} + 0,587 \cdot \text{vert} + 0,114 \cdot \text{bleu}$

7. Couleur de l'image :

La couleur est un phénomène qui fait à la fois intervenir la physique de la matière, notamment les interactions des ondes électromagnétiques avec la matière, et l'interprétation de ce phénomène physique par le système visuel constitué principalement de l'œil et du cerveau.

On connaît le spectre de la lumière blanche mis en évidence par Isaac Newton en 1666 à partir de la dispersion de la lumière blanche par un prisme. Ce sont également les couleurs présentes dans l'arc-en-ciel, phénomène résultant de la dispersion de la lumière du soleil dans les gouttelettes d'eau (des nuages). Ces longueurs d'onde se trouvent dans le visible (0,4 – 0,8 μm). Il existe aussi des systèmes optiques plus sensibles aux infrarouges, qu'aux longueurs d'onde du visible.

Conclusion :

Ce chapitre a eu comme but de définir les notions mathématiques les plus utilisées en traitement du signal et, les opérations associées aux ceux-ci, en passant par la stationnarité et la non stationnarité. Ensuite, une présentation des différents types de signaux, en passant par les signaux bruités et les différentes types de bruit.

En fin nous avons présenté d'une manière générale quelques notions essentielles sur l'image et ses caractéristiques.

Chapitre II :
Filtre de Gabor

II. Introduction :

Dans ce chapitre nous allons décrire une méthode directe d'estimation du mouvement, plausible du point de vue biologique. Il s'agit d'une technique qui combine les réponses énergétiques de trois filtres de Gabor (que nous appellerons *une triade*) pour calculer de façon analytique la vitesse du stimulus qui a excité les filtres. Nous verrons que cette nouvelle méthode d'estimation offre de nombreuses possibilités, comme par exemple d'être utilisable dans le cas d'un mouvement 1D (séquences d'images monodimensionnelles) que dans le cas d'un mouvement 2D (séquence d'images "classique").

1. Filtre de Gabor

Un filtre de Gabor est le produit d'une fonction gaussienne et d'une fonction sinusoïdale (ou plus généralement, une exponentielle complexe).

2. Cas monodimensionnel :

Un mouvement 1D est représenté par un segment en déplacement sur une droite. Une "image" est représentée par un segment qui sert de fond sur lequel plusieurs segments se trouvent en mouvement. La "séquence d'images 1D" est donc une image 2D dans laquelle chaque ligne correspond à la scène 1D à un moment donné. Dans la (**figure II.1 (a)**) nous observons un cas particulier de mouvement 1D, avec un fond mobile et sans aucun objet dans l'image. L'énergie spectrale d'un mouvement 1D est concentrée sur une droite qui passe par l'origine et qui présente une pente proportionnelle à la vitesse (**figure II.1 (b)**). Nous allons montrer qu'il est possible de déterminer de façon analytique (sans étape de minimisation) la pente de la droite de vitesse en utilisant les réponses d'un ensemble de trois filtres de Gabor, la triade (**figure (II.1) (c)**).

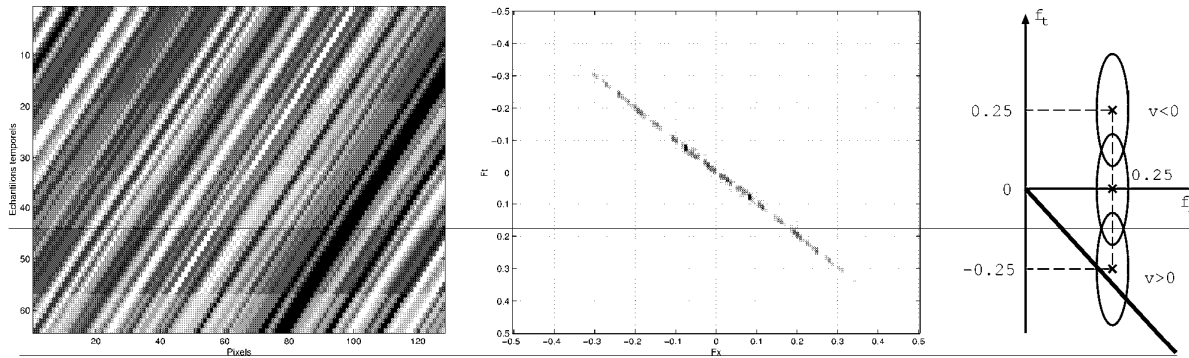


Figure (II.1): (a) Une séquence d'images 1D d'un bruit blanc en mouvement de translation à vitesse $v = 1$ pixels/image et (b) son spectre associé. (c) Une façon de positionner trois filtres spatio-temporels pour estimer la vitesse.

Et sa réponse impulsionnelle est le produit d'une gaussienne et d'une exponentielle complexe.

En ID, l'expression d'un filtre de Gabor dans le domaine spatial ou temporel est donnée par :

$$g(x) = \left[\frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right) \right] \exp(2\pi j f_{x0} x) \quad (\text{II.1})$$

Où σ_x est l'écart-type de la gaussienne et f_{x0} la fréquence centrale du filtre. L'expression précédente est décomposable en deux termes, réel (à phase cosinus) et imaginaire (à phase sinus).

Dans le domaine de Fourier, le produit simple entre la gaussienne et l'exponentielle complexe devient un produit de convolution qui nous amène à l'expression finale de la transformée de Fourier de $g(x)$, donnée comme suit:

$$G(f_x) = \exp(-2\pi^2 \sigma_x^2 (f_x - f_{x0})^2) \quad (\text{II.2})$$

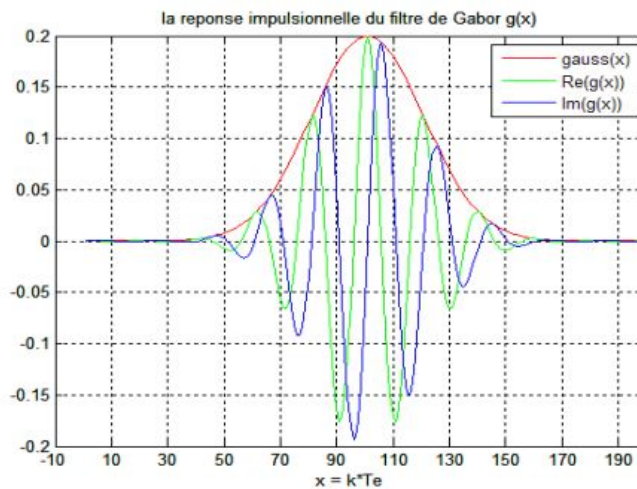


Figure. (II.2) : Réponse impulsionnelle d'un filtre de Gabor 1D avec $\sigma_x = 2$ et $f_{x0} = 0.5$.

Graphiquement, la transformée de Fourier d'un filtre de Gabor ID est constituée d'une gaussienne centrée sur f_{x0} (**Figure (II.3)**).

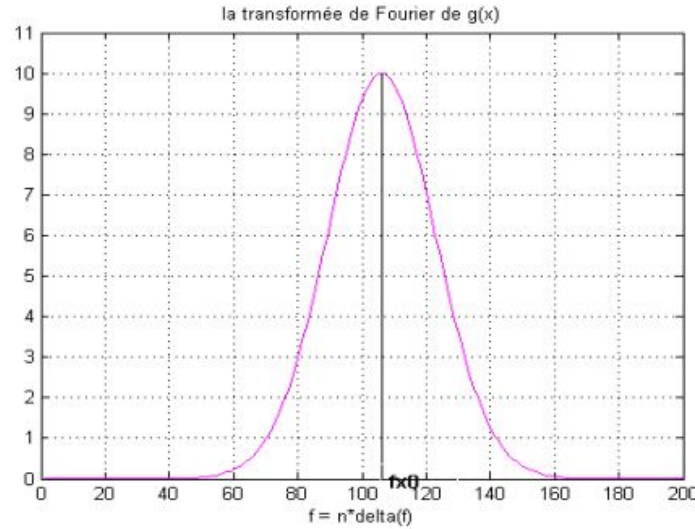


Figure. (II.3) : Transformée de Fourier d'un filtre de Gabor ID avec $\sigma_x = 2$ et $f_{x0} = 0.5\text{Hz}$.

Selon le principe d'incertitude d'Heisenberg ($\Delta t \Delta f \geq \frac{1}{4\pi}$) aucun signal ne peut être parfaitement localisé en temps et en fréquence de manière simultanée. Le filtre de Gabor minimise néanmoins cette incertitude en transformant l'inégalité en égalité. Ainsi, on dit que ce filtre propose un compromis temps-fréquence optimale.

On contrôle la sélectivité de ce filtre passe-bande à travers σ_x . En effet, plus σ_x est élevé et plus le filtre est sélectif. Ce filtre est ainsi couramment utilisé en traitement de signal. Son application au traitement d'images nécessite sa transposition en 2D.

3. Cas deux Dimension :

En 2D, le filtre de Gabor est défini par une gaussienne bidimensionnelle modulée par une fonction sinusoidale plane (**Figure (2.4)**). L'expression du filtre de Gabor 2D est donnée par :

$$g(x, y) = \left[\frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \right] \exp(2\pi j(f_{x0}x + f_{y0}y)) \quad (\text{II.3})$$

Où σ_x et σ_y sont les écart-types respectivement le long des axes x et y , f_{x0} et f_{y0} les fréquences centrales respectivement suivant x et y .

On peut modifier l'écriture de l'expression (II.3) en passant du repère cartésien au repère polaire

où $f_0 = \sqrt{f_{x0}^2 + f_{y0}^2}$ est la fréquence centrale du filtre et $\theta = \arctang(\frac{f_{y0}}{f_{x0}})$ l'angle entre l'axe des

abscisses et le module de f_0 . Ainsi, on peut réécrire l'expression (II.3) sous cette forme :

$$g(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \exp(2\pi j f_0 (x \cos \theta + y \sin \theta)) \quad (\text{II.4})$$

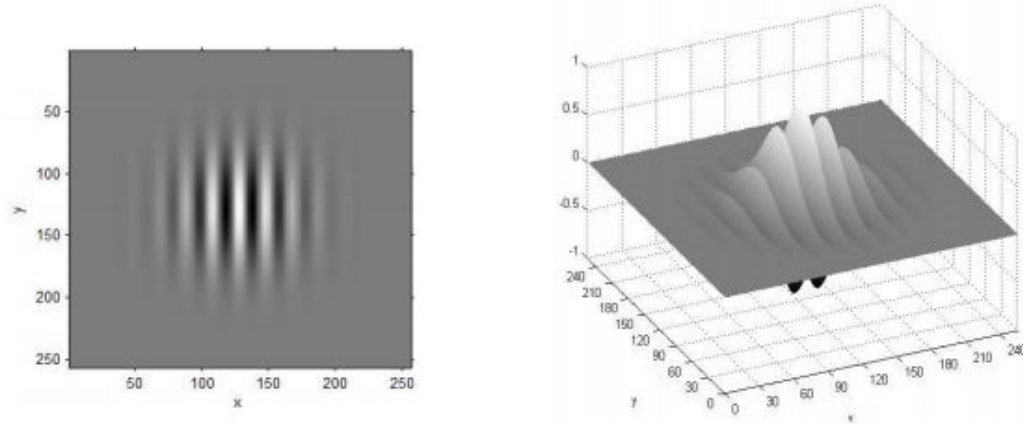


Figure (II.4). : Exemple d'un filtre de Gabor 2D de taille 256x256 dans le domaine spatial.

Jusqu'à maintenant, l'orientation de la gaussienne à l'aide σ_x et σ_y et l'orientation de la sinusoïde via θ sont indépendantes, c'est-à-dire elles peuvent prendre des orientations différentes (**Figure (II.5).**), ce qui constitue un problème.

Pour corriger le problème d'orientation (l'orientation de la gaussienne et de la sinusoïde), on doit opérer via l'angle θ . En effet, cela nous semble logique, ainsi on obtient une nouvelle expression du Filtre de Gabor 2D, donnée par l'expression suivante:

$$g(x, y) = \exp\left(-\frac{x'^2}{2\sigma_x'^2} - \frac{y'^2}{2\sigma_y'^2}\right) \cos(2\pi f_0 x') \quad (\text{II.5})$$

Où l'équation (II.6) qui exprime soit la partie réelle ou imaginaire de l'expression (II.4) tout dépend de la phase φ .

$$g(x, y) = \exp\left(-\frac{x'^2}{2\sigma_x'^2} - \frac{y'^2}{2\sigma_y'^2}\right) \cos(2\pi f_0 x' + \varphi) \quad (\text{II.6})$$

$$\begin{cases} x' = x \cdot \cos \theta + y \cdot \sin \theta \\ y' = -x \cdot \sin \theta + y \cdot \cos \theta \end{cases}$$

Si $\varphi = 0$ on aura la transformée de Fourier (**Figure (2.6)**) de l'équation (II.6) donnée par :

$$G(f_x, f_y) = A \left\{ \exp \left(-\frac{(f_x - f_0)^2}{2\sigma_{f_x}^2} - \frac{f_y^2}{2\sigma_{f_y}^2} \right) + \exp \left(-\frac{(f_x - f_0)^2}{2\sigma_{f_x}^2} - \frac{f_y^2}{2\sigma_{f_y}^2} \right) \right\} \quad (\text{II.7})$$

Où

$$\sigma_{f_x} = \frac{1}{2\pi\sigma_x}, \quad \sigma_{f_y} = \frac{1}{2\pi\sigma_y}, \quad \text{et } A = 2\pi\sigma_x\sigma_y$$

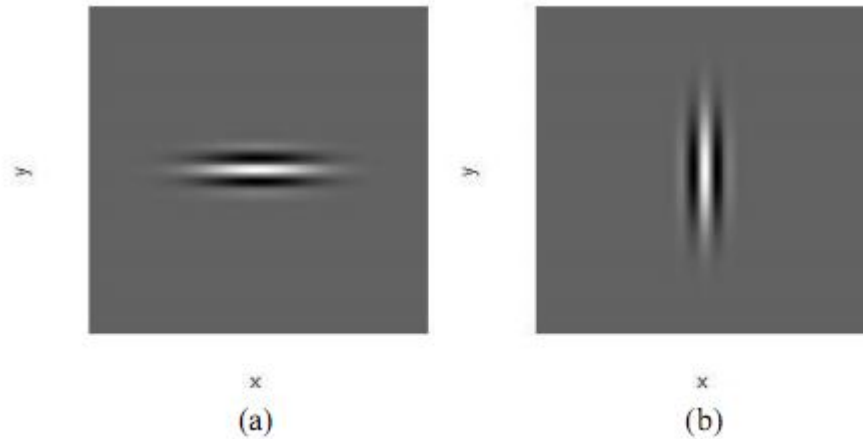


Figure (II.5): Exemple des orientations différentes de la gaussienne et de la sinusoïde (a): $\sigma_x = 30, \sigma_y = 10, \theta = 90^\circ$. (b): $\sigma_x = 10, \sigma_y = 30, \theta = 0^\circ$.

A partir des expressions précédentes, une autre expression plus simple et plus pratique a été élaborée en introduisant de nouveaux paramètres afin d'intégrer l'aspect d'analyse multi-résolution (AMR). Ces paramètres sont utilisés dans l'expression finale suivante :

$$g(x, y) = \exp\left(-\frac{x'^2 + y'^2}{2\sigma^2}\right) \cos\left(2\pi \frac{x'}{\lambda} + \varphi\right) \quad (\text{II.8})$$

$$\begin{cases} x' = x \cdot \cos \theta + y \cdot \sin \theta \\ y' = -x \cdot \sin \theta + y \cdot \cos \theta \end{cases} \quad (\text{II.9})$$

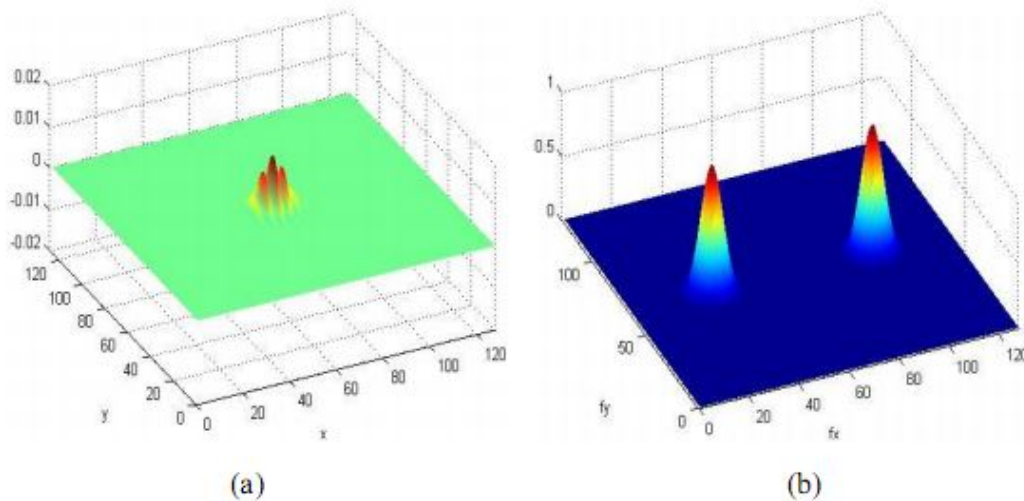


Figure (II.6). : Le filtre de Gabor dans le domaine spatial (a) et son spectre de Fourier (b).

Avec :

- $y = \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$: (en anglais : spatial aspect ratio) qui est l'allongement spatial du filtre, nous

permet de contrôler la forme elliptique du filtre de Gabor suivant l'axe des x ou des y .
 $y=1$ ($\sigma_x = \sigma_y$) : le filtre est isotrope c'est-à-dire est sous forme d'un disque.

$y > 1$ ($\sigma_x > \sigma_y$) : le filtre est non isotrope c'est-à-dire est elliptique suivant l'axe des y dans le domaine fréquentiel.

$y < 1$ ($\sigma_x < \sigma_y$) : le filtre est aussi non isotrope mais cette fois ci elliptique suivant l'axe des x dans le domaine fréquentiel.

- $\lambda = \frac{1}{f}$ (ou $\lambda_0 = \frac{1}{f_0}$) : qui est la longueur d'onde spatiale (souvent en pixel) de la sinusoïde plane.

- $\sigma = a \times \lambda$: qui est la diviation standard de la fenêtre de gauss à partir de son centre jusqu'à la valeur qui correspond à la mi-hauteur de la fenêtre. Elle nous permet de contrôler la sélectivité du filtre de Gabor dans le domaine fréquentiel.

Avec : $\alpha = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\ln 2}{2} \frac{2^b + 1}{2^b - 1}}$, b est la largeur de la bande de fréquences du filtre en octave (souvent égale 1 octave).

- θ : qui représente l'orientation de la sinusoïde et de la fenêtre de gauss donc de filtre de Gabor.

- φ : qui est la phase de la sinusoïde plane, tel que si $\varphi = 0$ alors le filtre de Gabor est réel c'est-à-dire on prend la partie réelle du filtre sinon si $\varphi = 90^\circ$ alors le filtre de Gabor est imaginaire c'est-à-dire on prend la partie imaginaire du filtre.

On se rend compte de l'allure de ce nouveau filtre sur la figure (**Figure (II.7).**), qu'on peut voir cette fois-ci que la gaussienne est orientée suivant θ tout comme la composante sinusoïdale.

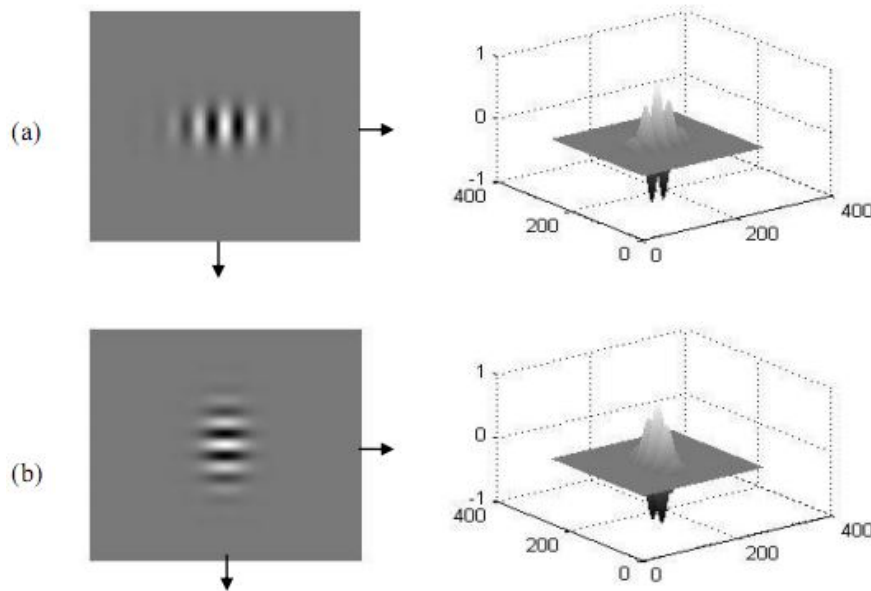


Figure (II.7). : Exemple de la même orientation de la sinusoïde et de la gaussienne.
a : $y = 2$, $\theta = 0^\circ$. (b) : $y = 2$, $\theta = 90^\circ$.

4. Banques de filtres de Gabor :

Une banque de filtres de Gabor est un ensemble de filtres de Gabor de caractéristiques surtout fréquentielles différentes. Les plus intéressantes seront définies ci-dessous.

On définit le coefficient $Q = \frac{\Delta f}{f_0}$, quotient de la largeur fréquentielle sur la fréquence centrale.

C'est un indicateur intéressant lorsqu'on fait de l'analyse multifréquences puisqu'il définit la précision relative du filtre utilisé.

4.1. Banque de filtres de Gabor à fréquence centrale nulle:

Pour construire cette banque de filtres, on fixe la fréquence centrale $f_0 = 0$ pour chaque filtre orienté selon l'angle $\theta \in \{0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ\}$. La figure (**Figure (II.8).**) illustre cette banque de filtres.

Cette première banque s'avère être très sélective en orientation mais pas en fréquence.

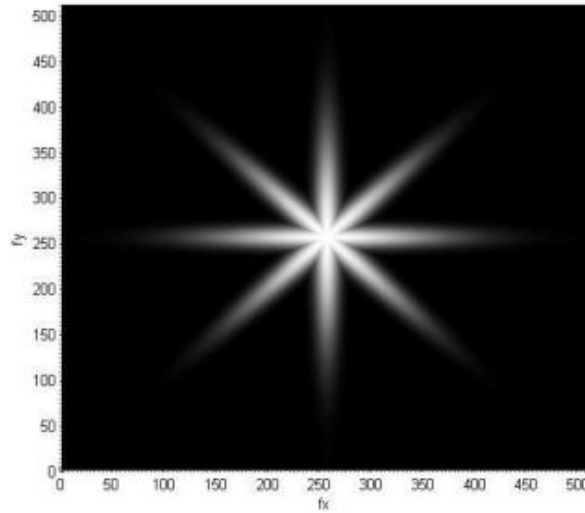


Figure. (II.8) : La banque de filtres de Gabor à fréquence centrale nulle dans le domaine fréquentiel. $f_0 = 0$, $\sigma_x = 1$, $\sigma_y = 10$, $\theta = (0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ)$.

4.2. Banque de filtres de Gabor à Q variable:

Dans ce cas, on garde les quatre valeurs de θ et on choisit cette fois-ci quatre valeurs pour la fréquence f_0 . Les écart-types seront choisis égaux pour avoir des filtres isotropes (**Figure (II.9).**).

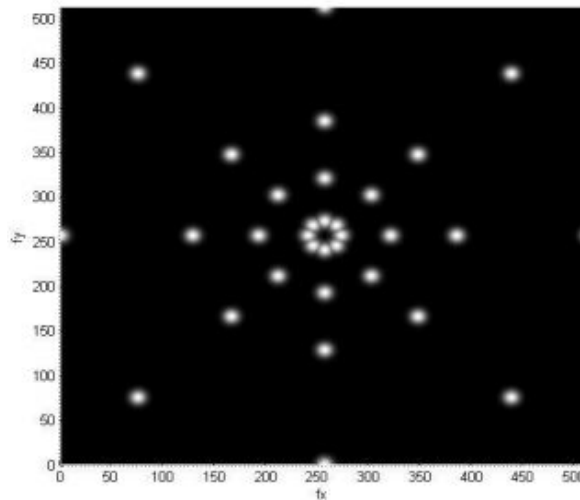


Figure (II.9) : La banque de filtres de Gabor à Q variable dans le domaine fréquentiel. $f_0 = [0.03125, 0.125, 0.25, 0.5]$, $\sigma_x = 15$, $\sigma_y = 15$, $\theta = (0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ)$.

On remarque bien que le coefficient Q est variable et diminue lorsque f_0 croît, en d'autres termes f_0 varie et g constant, tel que g est la largeur fréquentielle du filtre.

Les figures (**Figure (II.8)**, **Figure (II.9).**) ont été obtenues en utilisant l'expression du filtre de Gabor (équation (II.6)) avec $\phi = 0$, les filtres qui sont à base de cette expression ont les mêmes largeurs spatiales et fréquentielles quelque soit la fréquence centrale f_0 , ce n'est alors pas

très pertinent de choisir plusieurs filtres à partir de cette expression. En effet, une sélectivité de l'ordre de 10Hz a bien plus d'intérêt pour une fréquence centrale de 100Hz que pour une fréquence centrale de 1MHz.

A partir de cette remarque, on voit bien la nécessité d'une analyse multi-résolution (AMR). En fonction de la fréquence centrale du filtre, on choisit une résolution différente. D'où la nécessité du choix de l'équation (II.8) dont la déviation standard a est en fonction de λ .

Les figures des trois banques restantes sont à base de l'équation (II.8). On remarque que la largeur fréquentielle du filtre g varie proportionnellement avec la fréquence centrale $f_o = z_o$, ce qui nous donne Q constant.

4.3. Banque de filtres de Gabor à Q constant :

Dans ce cas, l'équation (II.8) nous permet de réaliser des banques de filtres où le quotient Q est constant, c'est-à-dire que lorsque f_o augmente, Δf augmente aussi. Ainsi, la précision relative reste la même.

En respectant ce principe, on distingue trois familles qui respectent l'aspect d'analyse multi-résolution (AMR) qui sont :

4.3.1. Famille de gaussienne isotrope :

Pour cette famille, on choisit cinq valeurs pour la fréquence centrale f_o et quatre pour θ , puis on fixe $y = 1$ ($\sigma_x = \sigma_y$) afin d'avoir des filtres isotropes dans un premier temps (**Figure (II.10)**).

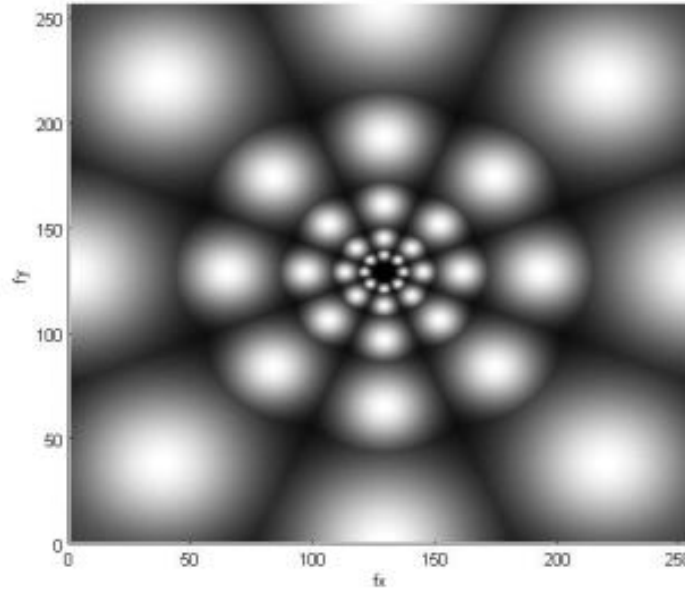


Figure. (II.10) : Banque de filtres de Gabor isotrope à Q constant dans le domaine fréquentiel. $f_0 = (0.3125, 0.0625, 0.125, 0.25, 0.5)$, $\theta = \{0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ\}$, $y = 1$, $b = 1$, $\phi = 0^\circ$

Dans cette figure, on constate bien l'importance de l'équation (II.8) par rapport aux autres expressions du filtre de Gabor. L'aspect multi-résolution apparaît très claire, tel que la fréquence centrale augmente, elle entrainera l'augmentation de la largeur de la bande de fréquences du filtre c'est-à-dire a diminué dans le domaine spatial, donc la résolution du filtre change et Q devient constant.

5. Famille de Gaussienne non isotrope à arrangement radial :

Pour construire cette famille, on conserve exactement les mêmes valeurs des paramètres de la famille précédente à la différence de y qui passe de 1 à 0.5 (**Figure (II.11).**).

6. Famille de Gaussienne non isotrope à arrangement tangentiel

C'est cette dernière famille de 20 filtres de Gabor qui nous intéresse, car si on les applique séparément bien sûr sur un spectre de Fourier d'une image texturée, on voit bien que presque toutes les fréquences seront touchées et on aura donc peu de perte d'informations par rapport aux autres banques de filtres. Les résultats qu'on a trouvés prouvent cette minimisation de perte d'informations.

Les paramètres qu'on a utilisés pour construire cette famille sont quasi identiques à ceux de la famille précédente, on a changé seulement y qui devient 2 (**Figure (II.12).**).

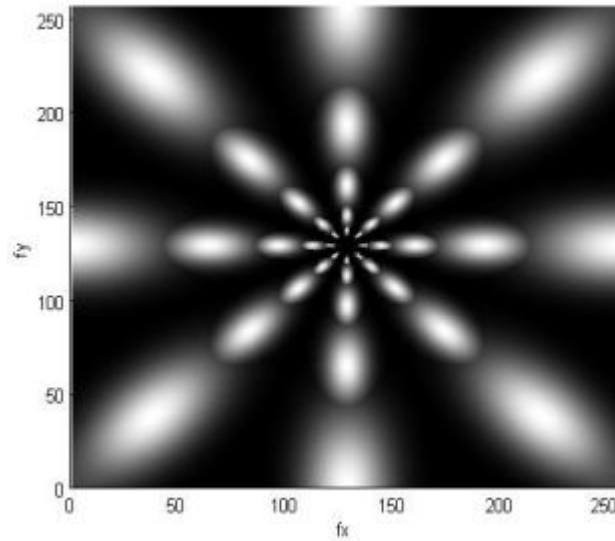


Fig. (II.11) : Banque de filtres de Gabor à Q constant non isotrope à arrangement radial dans le domaine fréquentiel.

$$f_o = \{0.3125, 0.0625, 0.125, 0.25, 0.5\}, \theta = \{0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ\}, y = 0.5, b = 1, \varphi = 0.$$

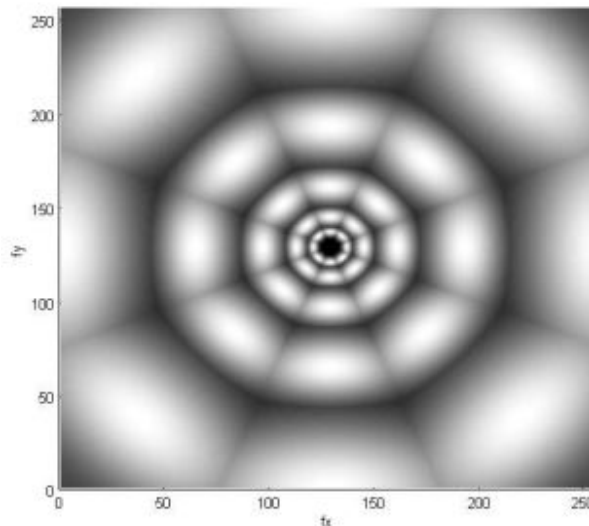


Figure. (II.12) : Banque de filtres de Gabor à Q constant non isotrope à arrangement tangential dans le domaine fréquentiel.

$$f_o = (0.3125, 0.0625, 0.125, 0.25, 0.5), \theta = \{0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ\}, y = 2, b = 1, \varphi = 0$$

7. Application de la banque de filtres de Gabor (étape 1) :

C'est cette étape est la plus délicate et la plus importante, car la configuration des quatre paramètres (f_o, y, b, θ) (φ est toujours nulle dans notre méthode) des filtres se fait à ce niveau.

Plusieurs autres auteurs l'ont utilisée sur des images aussi bien en niveau de gris que couleur. Les différents résultats sont très satisfaisants. C'est ce qui a motivé notre choix.

La conception de la banque de filtres de Gabor qu'on utilise dépend du choix optimal des paramètres suivants :

- **Fréquences centrales f_0 :**

Les différentes fréquences centrales de la banque de filtres de Gabor sont déterminées à partir de la taille

de l'image qu'on veut traiter. La plus haute fréquence permise est $\left(\frac{N_c}{4}\right)\sqrt{2} \frac{\text{cycle}}{\text{largeur d'image}}$.

N_c est la largeur en pixels de l'image à traiter et il faut qu'elle soit une puissance de 2 c'est-à-dire $N_c \in \{32, 64, 128, 256, 512, \dots\}$. Cela revient à la rapidité de l'algorithme car on utilise l'algorithme

FFT2 qui fait la transformée de Fourier rapide quand le nombre de lignes (M) et le nombre de colonnes (N) sont des puissances de 2.

Les autres fréquences possibles inférieures à $\left(\frac{N_c}{4}\right)\sqrt{2}$ sont :

$$1\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 4\sqrt{2}, 8\sqrt{2}, \dots, \left(\frac{N_c}{4}\right)\sqrt{2} \frac{\text{cycle}}{\text{largeur d'image}} \quad (\text{II.10})$$

$\frac{\text{cycle}}{\text{largeur d'image}}$, est ce qu'on les utilise pour générer les filtres de Gabor dans le domaine

fréquentiel ou dans le domaine spatial.

En effet les fréquences en haut représentent le nombre de cycles ou de périodes de la sinusoïde dans le domaine spatial, donc à l'aide de ces fréquences qu'on calcule les longueurs d'ondes correspondantes aux fréquences centrales f_0 des filtres de Gabor ou des sinusoïdes qu'on doit entrer dans notre algorithme.

Concernant notre application, la fréquence centrale $f_0 = \frac{1}{\lambda_0}$, λ_0 est la longueur d'onde qui

représente dans ce cas le nombre de pixels qui contient un seul cycle ou une seule période de la sinusoïde, donc son unité est en *pixel* ce qui fait que l'unité de la fréquence centrale est en pixel^{-1} .

Soit par exemple N_o d'une image égale à 256 pixels, le nombre de fréquences possibles est de 7

dont la plus haute fréquence est $\frac{256}{4}\sqrt{2} \approx 90.51 \frac{\text{cycle}}{\text{largeur d'image}}$ ce qui correspond à 0.3535

pixel^{-1} (non 0.5 pixel^{-1}). Les deux fréquences basses ($1\sqrt{2}, 2\sqrt{2}$) sont ignorées car les fréquences qui correspondent aux textures sont souvent au delà de ces deux basses fréquences.

Les fréquences qu'on peut trouver avec $N_o = 256$ en négligeant les deux premières fréquences sont:

(II.11)

$$f_o = (0.0220, 0.0442, 0.0884, 0.1768, 0.3535)$$

En tenant compte de cet inconvénient, les fréquences centrales qu'on utilise dans notre application:

$$\begin{cases} f_l(i) = 0.25 - \frac{2^{i-0.5}}{N_c} \\ f_h(i) = 0.25 + \frac{2^{i-0.5}}{N_c} \end{cases} \quad (\text{II.12})$$

$$\text{Dont } \begin{cases} 0 < f_l(i) < 0.25 \\ 0.25 < f_h(i) < 0.5 \end{cases}$$

$$\text{Avec } i = 1, 2, 3, \dots, \log_2\left(\frac{N_c}{8}\right)$$

Maintenant pour une image de $N_c = 256$, on aura 10 fréquences au lieu de 5, elles sont :

$$\begin{cases} f_l(i) = \{0.1616, 0.2058, 0.2279, 0.2390, 0.2445\} \\ f_h(i) = \{0.2555, 0.2610, 0.2721, 0.2942, 0.3384\} \end{cases} \quad (\text{II.13})$$

$$\text{Avec } i = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

On remarque ainsi, que ces fréquences sont hautes et appartiennent pratiquement toutes à l'intervalle des deux dernières hautes fréquences trouvées. Cela nous prouve que cette méthode de calcul des fréquences centrales se focalise seulement sur les hautes fréquences, et selon les résultats qu'on a trouvés, on constate que cette technique de calcul des fréquences est adéquate pour notre application.

Orientations θ :

On a choisit les orientations pour deux raisons qui sont :

- Diminution du nombre de filtres de Gabor, ce qui entrainera un temps de réponse plus petit et une classification de pixels plus exacte.
- Résultats obtenus en utilisant les images tests avec ces orientations sont pratiquement identiques par rapport aux résultats obtenus avec les orientations recommandées par.

$$\theta = \{0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ\} \quad (\text{II.14})$$

b, y :

La valeur de la largeur b de la bande de fréquences de chaque filtre est souvent 1 octave

(1 octave = $\log_2 \frac{f_2}{f_1}$, f_1 et f_2 sont successives), cela revient aux expériences qui ont été

faites sur l'oeil humain.

On aura avec $b = 1$, $\sigma = 0.56 \times \lambda$.

On choisit souvent la valeur de l'allongement spatial y , 2, pour construire une banque de filtres de Gabor à arrangement tangentiel car ce type de banque nous donne des résultats satisfaisants.

En résumé, dans cette étape on fait la conception de la banque de filtres de Gabor présentée dans la figure (**Figure (II.13).**)

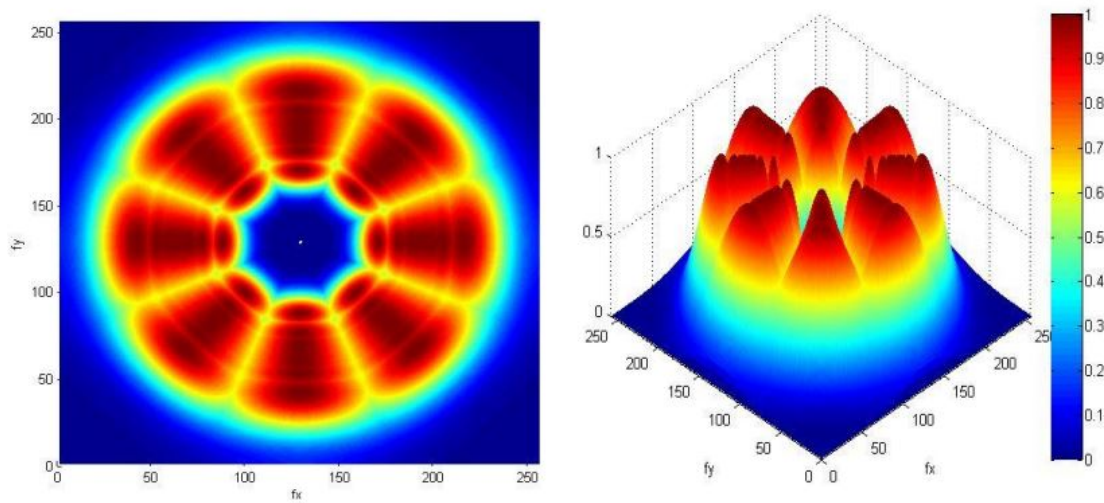


Figure. (II.13) : Banque de 40 filtres de Gabor non isotrope à arrangement tangentiel.
 $f_o = \{0.1616, 0.2058, 0.2279, 0.2390, 0.2445, 0.2555, 0.2610, 0.2721, 0.2942, 0.3384\}$
 $\theta = \{0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ\}$, $y = 2$, $b = 1$, $\varphi = 0^\circ$.

8. Extraction des régions texturées (Etape 2):

L'extraction des régions texturées se fait après la transformation non linéaire à l'aide de la fonction non linéaire $\tanh(ax)$, est donnée par :

$$\psi(\alpha x) = \tanh(\alpha x) = \frac{1 - e^{-2\alpha x}}{1 + e^{-2\alpha x}} \quad (\text{II.15})$$

Avec a , une constante.

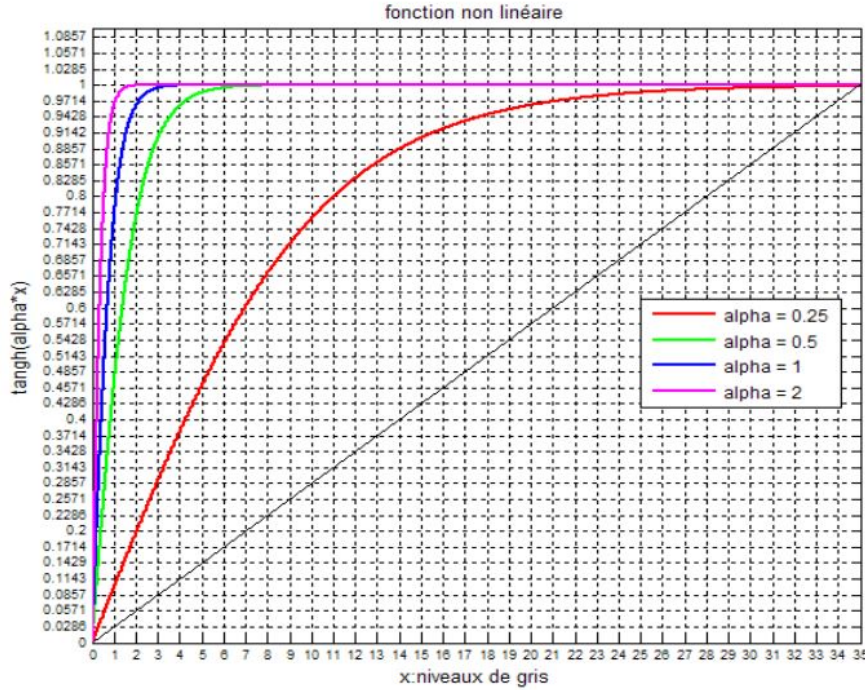


Figure. (II.14) : Représentation de la fonction non linéaire $\tanh(\alpha t)$.

La transformée non linéaire est appliquée pour saturer l'intensité des pixels et pour transformer les modulations sinusoïdales aux modulations carrées de chaque image filtrée.

En effet, cette transformation nous permet d'obtenir une image lissée optimale en utilisant $\alpha=0.25$ dans le traitement suivant. On voit bien dans la figure (**Figure** (II.14).) que cette transformation non linéaire ressemble à la technique de seuillage à la différence qu'ici nous n'aurons pas un résultat binaire comme dans le seuillage. Selon la valeur de α qu'on peut contrôler la saturation de l'intensité des pixels, Tant que la valeur de α augmente, la saturation est rapide et la transformation se rapproche à une technique de seuillage (**Figure** (II.15), **Figure** (II.16)) et le lissage devient négatif (l'image plus floue).

Après la transformation non linéaire, on passe au lissage en utilisant une fenêtre de gaussie pour apparaître très claire (en blanc) la zone détectée par les filtres de Gabor qui correspond à la texture contenue dans l'image (**Figure** (II.17)). La fenêtre de gaussie est utilisée en raison de sa réputation dans le processus de lissage dont son expression est la suivante:

$$g(x, y) = \exp \left\{ -\frac{x^2 + y^2}{2\sigma_s^2} \right\} \quad (\text{II.16})$$

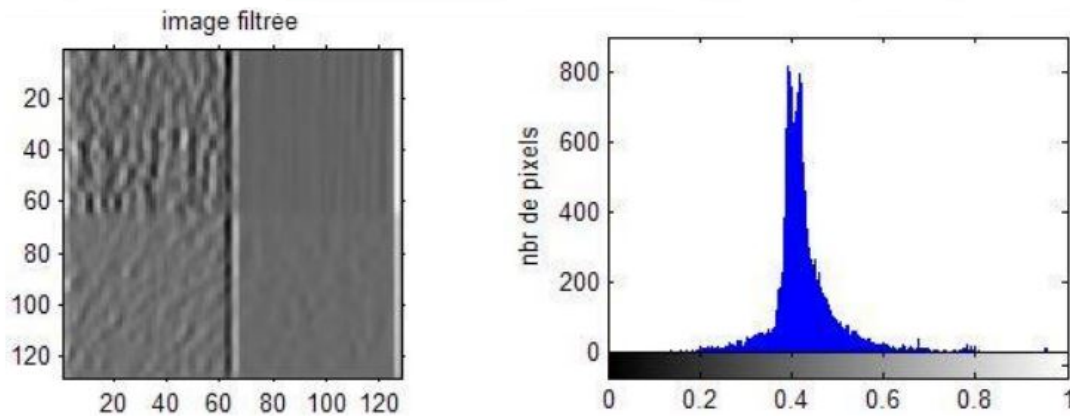


Figure. (II.15) : Image filtrée et son histogramme.

Où σ_s est la déviation standard de la fenêtre et il est en fonction de la déviation standard de la gaussienne qui est utilisée dans les filtres de Gabor, dont on le choisit égale à 3σ non à 2σ , avec σ est la déviation standard qui est utilisée dans les filtres de Gabor.

Avec $b = 1$ on aura donc $\sigma_s = 1.68 \times \lambda$, d'où pour une image de taille 256×256 on aura 10 fenêtres de gauss de taille différentes qui correspondent aux 10 fréquences qu'on a calculées précédemment. Dans la **figure** (II.17) on représente ces fenêtres dans le domaine spatial car le lissage est effectué dans le domaine spatial (par la convolution), ainsi qu'on remarque bien que la taille de la fenêtre de gauss change avec la longueur d'onde tel que la longueur d'onde augmente (la fréquence diminue), la taille de la fenêtre augmente. Même dans cette étape l'aspect d'analyse multi-résolution (AMR) est respecté.

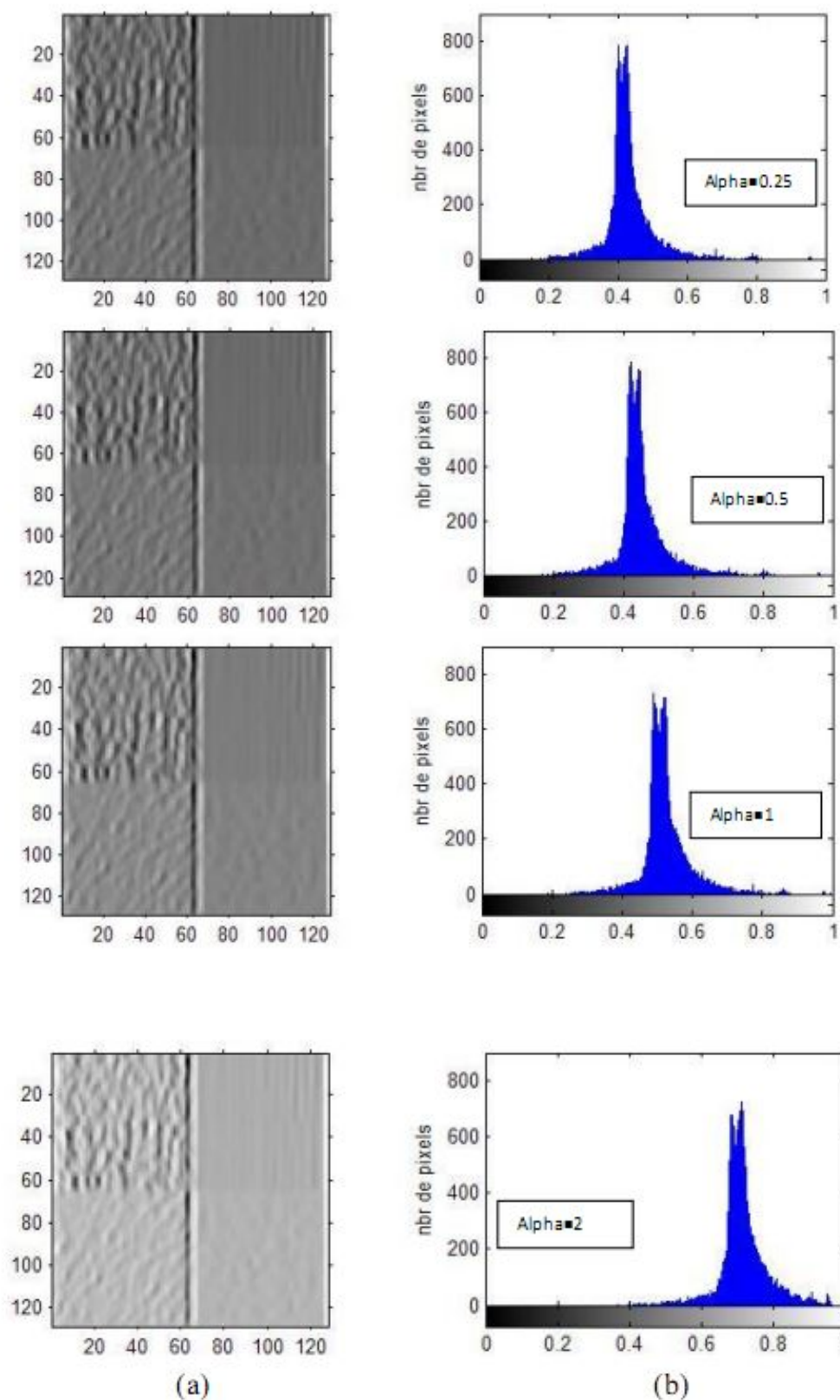


Figure.(II.16) : Images transformées (a) de l'image filtrée en (**Figure. (II.15)**), et leurs histogrammes (b).

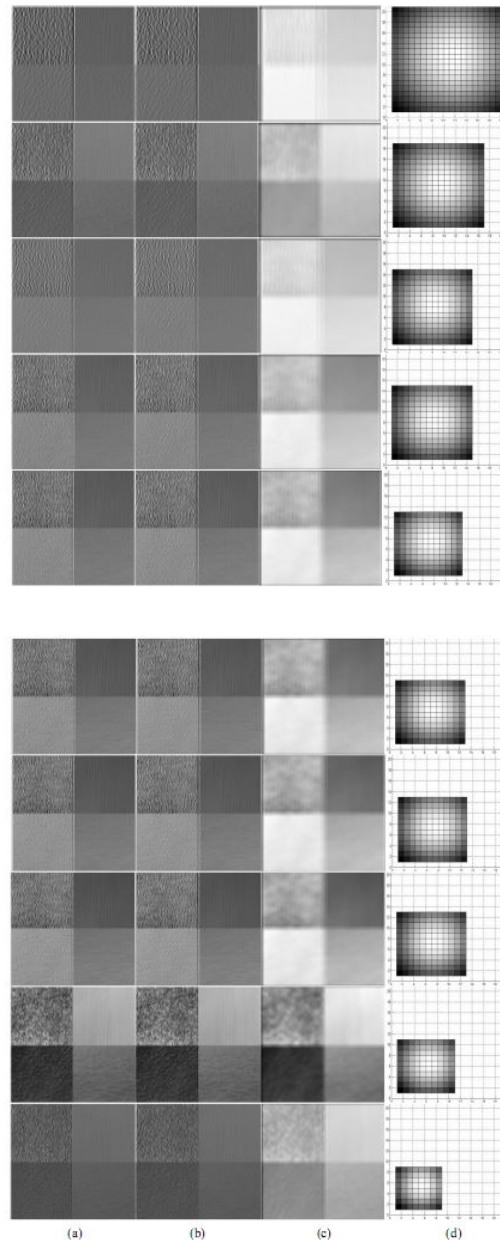


Figure. (II.17) : Images filtrées (a), leurs transformées non linéaires (b) et leurs images lissées (c) avec la fenêtre de gaussie correspondante (d).

9. Réponse énergétique d'un filtre de Gabor 2D :

Avant de décrire la technique d'estimation de vitesse, il est nécessaire de calculer la réponse d'un filtre de Gabor spatio-temporel 2D excité avec un stimulus en mouvement de translation uniforme à la vitesse v . La droite en mouvement est constituée d'une texture de type bruit blanc, avec un spectre uniforme d'amplitude K (qu'on peut assimiler à un contraste dans l'image).

La réponse d'un filtre d'énergie est :

$$E(f_x, f_t) = \frac{K^2}{4} (\exp[-4\pi^2 (\sigma_x^2 [f_x - f_{x0}]^2 + \sigma_x^2 [f_t - f_{t0}]^2)] + \exp[-4\pi^2 (\sigma_x^2 [f_x + f_{x0}]^2 + \sigma_x^2 [f_t + f_{t0}]^2)]) \quad (\text{II.17})$$

La réponse impulsionnelle du filtre et la distribution spectrale du stimulus réel sont symétriques par rapport à l'origine, donc :

$$E(f_{x0}, f_{t0}, \nu) = \frac{K^2}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-4\pi^2 (\sigma_x^2 [f_x - f_{x0}]^2 + \sigma_x^2 [f_t - f_{t0}]^2)] df_x df_y \quad (\text{II.18})$$

L'énergie du filtre est l'intégrale de la réponse sur tout le domaine fréquentiel :

$$E(f_{x0}, f_{t0}, \nu) = \frac{K^2}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-4\pi^2 (\sigma_x^2 [f_x - f_{x0}]^2 + \sigma_x^2 [f_t - f_{t0}]^2)] df_x df_y \quad (\text{II.19})$$

En remplaçant f_t conformément à l'équation du plan de mouvement $\nu f_x + f_t = 0$, on obtient une intégrale simple :

$$E(f_{x0}, f_{t0}, \nu) = \frac{K^2}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-4\pi^2 (\sigma_x^2 [f_x + f_{x0}]^2 + \sigma_x^2 [f_t + f_{t0}]^2)] df_x$$

On introduit les notations simplificatrices $\alpha = \sigma_x^2 + \nu \sigma_x^2$, $\beta = \sigma_x^2 f_{x0} - \nu \sigma_x^2 f_{t0}$ la constante $\gamma = \sigma_x^2 f_{x0}^2 + \sigma_t^2 f_{t0}^2$

$$R(f_{x0}, f_{t0}, \nu) = \frac{K^2}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-4\pi^2 (f_x^2 \alpha - 2f_x \beta + \gamma)] df_x$$

On va grouper f, dans un terme quadratique, pour arriver à la fonction d'erreur erf :

$$R(f_{x0}, f_{t0}, \nu) = \frac{K^2}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-4\pi^2 \left(f_x^2 \sqrt{\alpha} - \frac{\beta}{\sqrt{\alpha}}\right)^2 + \gamma - \frac{\beta^2}{\alpha}\right] df_x$$

On effectue le changement de variable $f_x \rightarrow \frac{f_x}{\sqrt{\alpha}}$ d'où :

$$R(f_{x0}, f_{t0}, \nu) = \frac{K^2}{2} \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \exp\left[-4\pi^2 \left(\gamma - \frac{\beta^2}{\alpha}\right)\right] \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-4\pi^2 \left(f_x - \frac{\beta}{\sqrt{\alpha}}\right)^2\right] df_x$$

Puis, avec le changement de variable $f_x \rightarrow 2\pi f_x$:

$$R(f_{x0}, f_{t0}, \nu) = \frac{K^2}{8\pi} \frac{2\sqrt{\pi}}{\sqrt{\alpha}} \exp \left[-4\pi^2 \left(\gamma - \frac{\beta^2}{\alpha} \right)^2 \right] \text{er} \quad f(\infty)$$

C'est à dire :

$$R(f_{x0}, f_{t0}, \nu) = \frac{K^2}{4\sqrt{\pi(\sigma_x^2 + \nu\sigma_t^2)}} \exp \left[-4\pi^2 \sigma_x^2 \frac{(f_{t0} + \nu f_{x0})^2}{\nu^2 + \left(\frac{\sigma_x}{\sigma_t} \right)^2} \right] \quad (\text{II.20})$$

10. Estimation de vitesse avec une triade :

On introduit maintenant les notations

$$C = \frac{K^2}{4\sqrt{\pi(\sigma_x^2 + \nu\sigma_t^2)}}, \quad D = \frac{\pi^2 \sigma_s^4 \sigma_t^2}{4}, \quad R_{f_{t0}} = R(0.25, f_{t0}, \nu).$$

Les réponses des trois filtres de Gabor qui composent une triade sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{-0.25} = C \exp \left[-D \frac{(1+\nu)^2}{\nu^2 + \left(\frac{\sigma_x}{\sigma_t} \right)^2} \right] \\ R_0 = C \exp \left[-D \frac{\nu^2}{\nu^2 + \left(\frac{\sigma_x}{\sigma_t} \right)^2} \right] \\ R_{0.25} = C \exp \left[-D \frac{(1-\nu)^2}{\nu^2 + \left(\frac{\sigma_x}{\sigma_t} \right)^2} \right] \end{array} \right. \quad (\text{II.21})$$

On élimine la non-linéarité exponentielle par un logarithme appliqué sur les trois égalités, d'où un système de trois équations plus simples :

$$\left\{ \begin{array}{l} \ln(R_{-0.25}) = \ln(C) - D \frac{(1+v)^2}{v^2 + \left(\frac{\sigma_x}{\sigma_t}\right)^2} \\ \ln(R_0) = \ln(C) - D \frac{v^2}{v^2 + \left(\frac{\sigma_x}{\sigma_t}\right)^2} \\ \ln(R_{0.25}) = \ln(C) - D \frac{(1-v)^2}{v^2 + \left(\frac{\sigma_x}{\sigma_t}\right)^2} \end{array} \right. \quad (\text{II.22})$$

On remarque que la somme des trois termes de gauche est égale à :

$$\sum_{i=-0.25}^{0.25} \ln(R_i) = 3\ln(C) - D \frac{2+3v^2}{v^2 + \left(\frac{\sigma_x}{\sigma_t}\right)^2}$$

ce qui va permettre d'éliminer la constante C et le dénominateur $v^2 + \left(\frac{\sigma_x}{\sigma_t}\right)^2$. dans ce but, on

utilise la notation $\left(L_i = \ln(R_i) - \frac{\sum_{i=-0.25}^{0.25} \ln(R_i)}{3} \right)$, d'où le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{-0.25} = -D \frac{\frac{1}{3} + 2v}{v^2 + \left(\frac{\sigma_x}{\sigma_t}\right)^2} \\ L_0 = -D \frac{-\frac{2}{3}}{v^2 + \left(\frac{\sigma_x}{\sigma_t}\right)^2} \\ L_{0.25} = \ln(C) - D \frac{\frac{1}{3} - 2v}{v^2 + \left(\frac{\sigma_x}{\sigma_t}\right)^2} \end{array} \right. \quad (\text{II.23})$$

On en déduit enfin la formule permettant de calculer directement la vitesse à partir des réponses énergétiques d'une triade de filtres de Gabor :

$$v = \frac{1}{6} \cdot \frac{L_{-0.25} - L_{0.25}}{L_0}$$

L'estimation 1D nous a permis d'envisager une implantation en robotique, en utilisant une caméra linéaire (voir l'annexe C).

11. Cas bidimensionnel

Dans le cas d'un mouvement 2D, deux composantes par exemple orthogonales suffisent pour décrire un vecteur vitesse. Il faudrait donc au moins deux triades orthogonales de filtres spatio-temporels de Gabor (3D) pour estimer deux composantes de la vitesse.

12. Réponse énergétique d'un filtre de Gabor 3D :

Nous avons utilisé la formule de la réponse énergétique d'un filtre de Gabor 3D soit :

$$R(f_{x0}, f_{y0}, f_{t0}, v_x, v_y) = \frac{1}{8\pi \sqrt{(v_x \sigma_x \sigma_t)^2 + (v_y \sigma_y \sigma_t)^2 + (\sigma_x \sigma_y)^2}} \cdot \left[-4\pi^2 \sigma_x^2 \sigma_y^2 \sigma_t^2 \frac{(v_x f_{x0} + v_y f_{y0} + f_{t0})}{(v_x \sigma_x \sigma_t)^2 + (v_y \sigma_y \sigma_t)^2 + (\sigma_x \sigma_y)^2} \right] \quad (\text{II.24})$$

Par la suite, nous allons considérer $\sigma_x = \sigma_y$ (les filtres sont symétriques du point de vue du filtrage spatial) et nous utiliserons σ_s comme notation pour la valeur de la largeur de bande spatiale.

13. Estimation de vitesse 1D avec une triade orientée à $\phi=0$:

La triade à l'orientation $\phi=0$ est utilisée pour estimer la composante v_x , de la vitesse. Ceci est possible grâce au fait que les termes qui contiennent v_y vont disparaître suite à un calcul similaire à celui effectué dans le cas du mouvement 1D. Soit les notations

simplificatrices $\alpha = (v_x \sigma_s \sigma_t)^2 + (v_y \sigma_s \sigma_t)^2 + (\sigma_s)^4$, $C = \frac{K^2}{8\pi\sqrt{\alpha}}$, $D = \frac{\pi^2 \sigma_s^4 \sigma_t^2}{4}$ $R_{f_{t0}} = R(0.25, 0, f_{t0}, v_x, v_y)$

$$\begin{cases} R_{-0.25} = C \exp \left[-D \frac{(1 - v_x)^2}{\alpha} \right] \\ R_0 = C \exp \left[-D \frac{v_x^2}{\alpha} \right] \\ R_{0.25} = C \exp \left[-D \frac{(1 + v_x)^2}{\alpha} \right] \end{cases} \quad (\text{II.25})$$

En utilisant la même notation que dans le cas 1D ($L_i = \ln(R_i) - \frac{\sum_{i=-0.25}^{0.25} \ln(R_i)}{3}$)

calculs s'enchainent de la même manière. Finalement, la formule qui permet d'estimer v , à partir des trois réponses énergétiques des filtres d'une triade à $\phi = 0$

$$\text{est : } v_0 = v_x = \frac{1}{6} \bullet \frac{L_{-0.25} - L_{0.25}}{L_0}$$

14. Estimations 1D pour des triades orientées

$$\text{à } \phi = \frac{\pi}{2}, \quad \phi = \frac{\pi}{4} \quad \text{et} \quad \phi = \frac{3\pi}{4}$$

La triade à $\phi = \frac{\pi}{2}$ conduira à l'estimation de v_y , de la même façon que ci-dessus. Les formules sont tout à fait similaires, il suffit de remplacer v_x , par v_y et d'utiliser la notation $R_{f_0} = R(0.025, f_{t_0}, v_x, v_y)$. La formule de calcul est de nouveau :

$$v_{\frac{\pi}{2}} = v_y = \frac{1}{6} \bullet \frac{L_{-0.25} - L_{0.25}}{L_0} \quad (\text{II.26})$$

Nous montrerons par la suite qu'il est utile d'exploiter plusieurs estimations de composantes de vitesse, pour une meilleure robustesse de résultats. Pour cela, les triades orientées dans les directions $\phi = \frac{\pi}{4}$ et $\phi = \frac{3\pi}{4}$ admettent une approche similaire et la composante de vitesse calculée sera

$$v_{\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_x + v_y) \quad \text{et} \quad v_{\frac{3\pi}{4}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_y - v_x), \text{ en utilisant la même équation (II.26)}$$

III. Conclusion

Dans ce chapitre Nous avons présenté le filtre de Gabor et une technique qui utilise les réponses énergétiques de trois filtres de Gabor (*une triade*) pour calculer de façon analytique la vitesse. L'utilisation de cette nouvelle méthode d'estimation a de multiples conséquences. L'algorithme devient ainsi plus flexible : il est utilisable dans le cas d'un mouvement 1D (séquences d'images monodimensionnelles) que dans le cas d'un mouvement 2D. La simplicité et la rapidité de l'estimation directe a rendu possible une implantation logicielle qui fonctionne à une vitesse de plusieurs images par seconde, ainsi qu'une implantation sur un processeur de signal (DSP) très prometteuse, qui sera présentée dans le chapitre suivant. De plus, cette méthode a ouvert la voie vers l'analyse des mouvements complexes comme le mouvement de transparence.

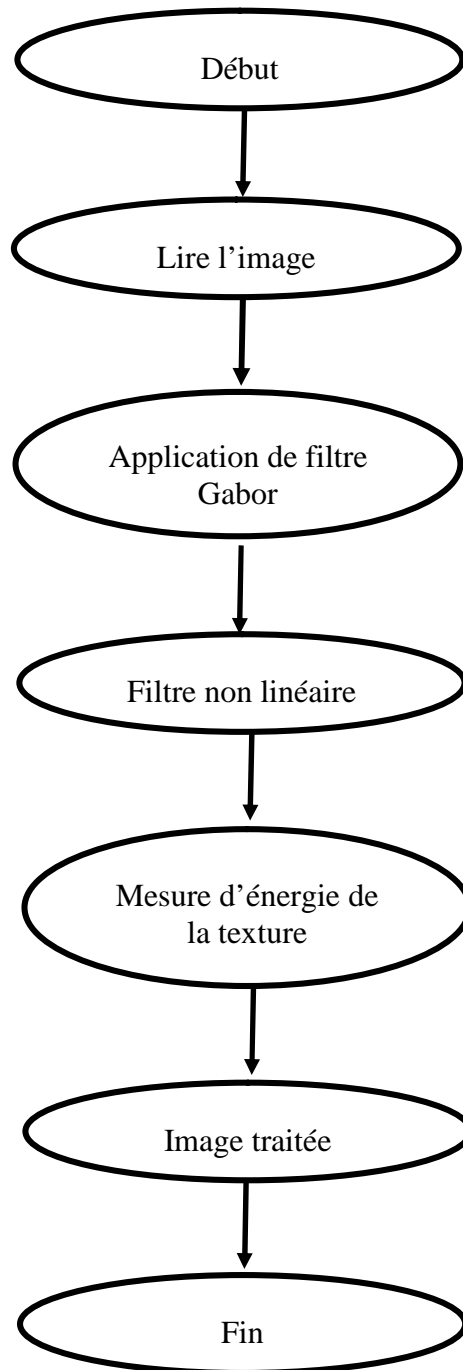
II.	Introduction :	19
1.	Filtre de Gabor :	19
2.	Cas monodimensionnel :	19
3.	Cas deux Dimension :	21
4.	Banques de filtres de Gabor :	25
4.1.	Banque de filtres de Gabor à fréquence centrale nulle:	25
4.2.	Banque de filtres de Gabor à Q variable:	26
4.3.	Banque de filtres de Gabor à Q constant :	27
4.3.1.	Famille de gaussienne isotrope :	27
5.	Famille de Gaussienne non isotrope à arrangement radial :	28
6.	Famille de Gaussienne non isotrope à arrangement tangentiel.....	28
7.	Application de la banque de filtres de Gabor (étape 1) :	29
8.	Extraction des régions texturées (Etape 2):	32
9.	Réponse énergétique d'un filtre de Gabor 2D :	36
10.	Estimation de vitesse avec une triade :	38
11.	Cas bidimensionnel	40
12.	Réponse énergétique d'un filtre de Gabor 3D :	40
13.	Estimation de vitesse 1D avec une triade orientée à $\phi=0$:	40
14.	Estimations 1D pour des triades orientées à $\phi=\frac{\pi}{2}$, $\phi=\frac{\pi}{4}$ et $\phi=\frac{3\pi}{4}$	41
III.	Conclusion	42

Figure (II.1): (a) Une séquence d'images 1D d'un bruit blanc en mouvement de translation..	20
Figure. (II.2) : Réponse impulsionnelle d'un filtre de Gabor 1D.	20
Figure (II.3) : Transformée de Fourier d'un filtre de Gabor ID	21
Figure (II.4). : Exemple d'un filtre de Gabor 2D de taille 256x256 dans le domaine spatial..	22
Figure (II.5): Exemple des orientations différentes de la gaussienne et de la sinusoïde.....	23
Figure (II.6). : Le filtre de Gabor dans le domaine spatial (a) et son spectre de Fourier (b)...	24
Figure (II.7). : Exemple de la même orientation de la sinusoïde et de la gaussienne.	25
Figure. (II.8) : La banque de filtres de Gabor à fréquence centrale nulle dans le domaine fréquentiel.....	26
Figure (II.9) : La banque de filtres de Gabor à Q variable dans le domaine fréquentiel. f_0 . .	26
Figure. (II.10) : Banque de filtres de Gabor isotrope à Q constant dans le domaine fréquentiel.	28
Fig. (II.11) : Banque de filtres de Gabor à Q constant non isotrope à arrangement radial dans le domaine fréquentiel.....	29
Figure. (II.12) : Banque de filtres de Gabor à Q constant non isotrope à arrangement tangentiel dans le domaine fréquentiel.....	29
Figure. (II.13) : Banque de 40 filtres de Gabor non isotrope à arrangement tangentiel.	32
Figure. (II.14) : Représentation de la fonction non linéaire $tangh(at)$	33
Figure. (II.15) : Image filtrée et son histogramme.	34
Figure. (II.17) : Images filtrées.	36

Chapitre III :
Développement logiciel et
images médicales

Introduction:

Les algorithmes de calcul



MATLAB est un langage de calcul numérique constitué d'un noyau de routines graphiques et d'algorithmes de calculs préprogrammés auxquels viennent se greffer des modules optionnels spécialisés.

Il est particulièrement performant pour le calcul matriciel, car sa structure de données est basée sur les matrices, et il dispose de possibilités d'affichage très riches

MATLAB est un langage interprété qui permet de développer des algorithmes rapidement, de visualiser des données (sous la forme de graphiques 2D ou 3D et d'images, et de réaliser des interfaces graphiques conviviales.

Il est disponible sur plusieurs plateformes.

Les quelques renseignements et explications que l'on trouvera ci-dessous, n'ont pas la

prétention de se substituer à ceux que l'on ne manquera pas de trouver (chercher?) dans le manuel (ou le help) fournit avec le logiciel, mais ils répondent aux questions et problèmes que l'on est amené à se poser lors d'un premier contact avec MATLAB.

1. Prise en main de logiciel MATLAB :

1.1. Lancement :

Pour démarrer MATLAB, il suffit de cliquer dans l'icône "MATLAB" si vous êtes sous Windows, ou de taper la commande MATLAB si vous êtes sous Unix.



Figure III.1 : Icône MATLAB

Ou bien, on clique sur dans le menu (démarrer).

❖ Fenêtre de commande (« Command Window »):

L'espace de travail de MATLAB se présente alors sous la forme d'une fenêtre affichant un prompt ">>" à la suite duquel vous pouvez taper une commande qui sera exécutée après avoir tapé sur la touche "return".

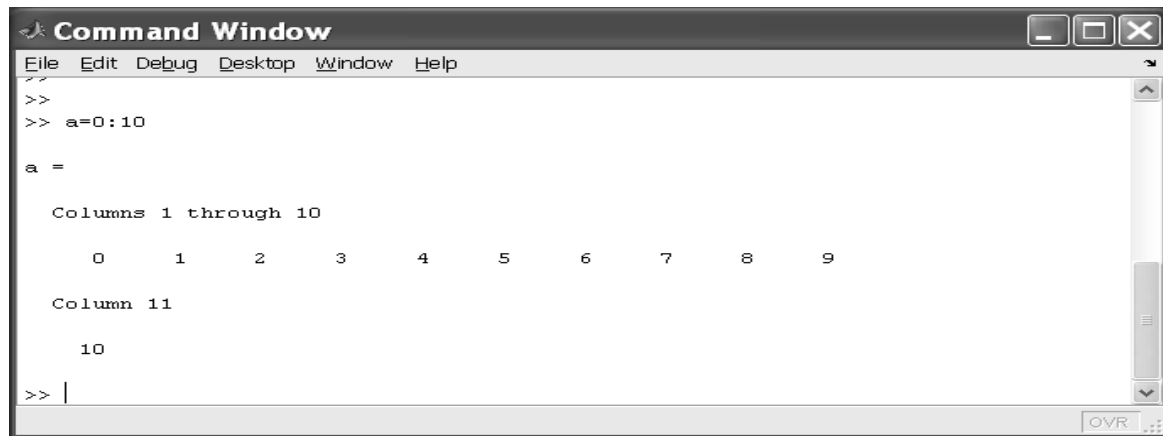


Figure III.2 : Fenêtre de commande

En haut de cette fenêtre se trouve une barre de menu qui vous permet d'ouvrir un fichier texte, de définir certaines variables de travail et surtout d'accéder à l'ensemble des fichiers d'aides.

1.2. Création de programme dans un fichier :

On se rend compte que la frappe directe d'instructions permet difficilement de générer sans erreur des séquences d'opérations très complexes ; pour y arriver il faut enregistrer les programmes dans un fichier dont on lancera l'exécution quand il sera prêt.



Figure III.3 : création de programme dans un fichier

On clique sur « **File** » et (en gardant l'index appuyé, click gauche) dans le menu déroulant « **New** » ➡ « **M-File** ». Ceci fait apparaître une nouvelle fenêtre (« **Editor** ») dans laquelle on éditera le texte du programme.

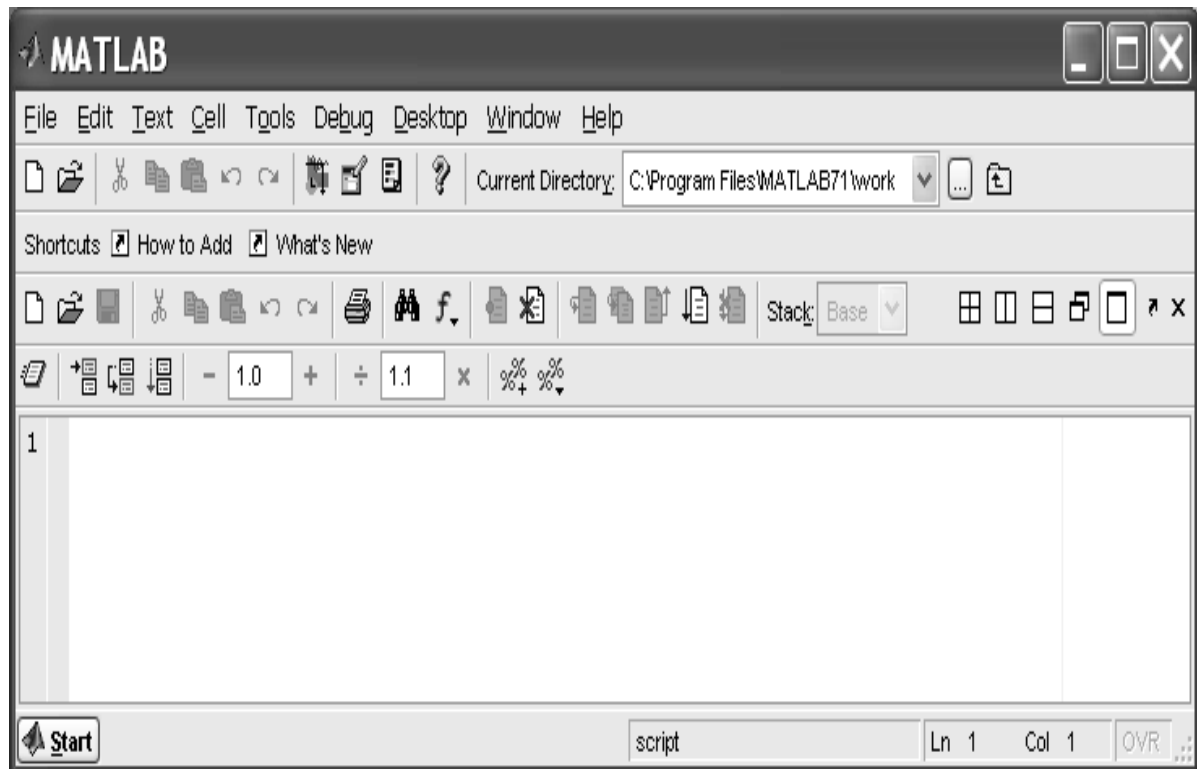


Figure III.4 : fenêtre " Editor "

Il est important de s'habituer à la gestion des fichiers : il faut savoir dans quel dossier on range les fichiers pour pouvoir les retrouver, les modifier éventuellement et les exécuter par la suite.

Une fois qu'on a écrit un programme il faut le sauvegarder. On choisit par exemple :

« **Save as** » et le nom du fichier qui doit nécessairement avoir l'extension « **.m** » :

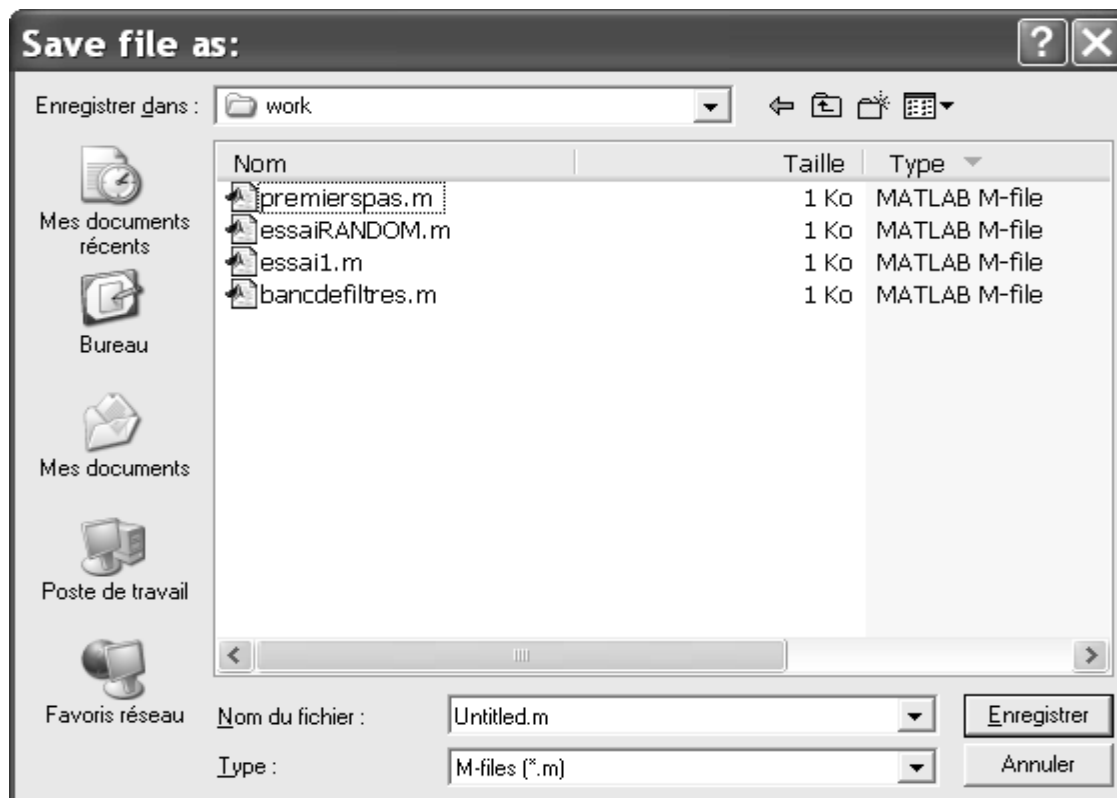


Figure III.5 : enregistrement de fichier sous MATLAB

MATLAB reconnaitra par la suite cette extension lorsqu'on lui demandera l'exécution dans la fenêtre de commande.

- Par exemple pour exécuter le programme enregistré dans le fichier « premierpas.m » il faudra frapper dans la fenêtre « Command Window » `>> premierpas.`
- Ou d'une autre manière, en utilisant le menu " **Debug** " qui permet d'enregistrer et d'exécuter les programmes.m écrits sous l'éditeur. **Debug** ➡ **Run**

1.3. Toolboxes :

On peut enrichir MATLAB en ajoutant des “**boîtes à outils**” (toolbox) qui sont des ensembles de fonctions supplémentaires, profilées pour des applications particulières.

Il existe trois Toolbox MATLAB spécifiques liées à l'acquisition, à l'analyse et au traitement des images :

➤ **Image Acquisition Toolbox** : acquisition d'images et de vidéos à partir de matériel industriel

➤ **Image Processing Toolbox** : analyse et traitement d'images

➤ **Mapping Toolbox** : analyse et visualisation de données géographiques

1.4. L'image sous MATLAB :

MATLAB en tant qu'outil optimisé pour le calcul matriciel, il convient parfaitement pour le développement rapide d'algorithmes et de programmes pour la manipulation d'images numériques.

Une image MATLAB est une matrice bidimensionnelle de valeurs entières ou réelles.

Les principales fonctions de traitement d'images sous MATLAB se trouvent dans la boîte à outils (toolbox) image processing (traitement d'images).

➤ **représentation spatiale d'une image :**

Les images en niveau de gris sont représentées par des matrices 2D, les images couleurs représentés par 3 composantes (Rouge, Vert, Bleu) sont représentées par des matrices 3D. On accède à un pixel grâce à son indice de ligne et son indice de colonne. Le premier pixel d'une image est le pixel en haut à gauche. Cette représentation est appelé représentation spatiale de l'image.

➤ **Lecture, écriture et affichage d'une image :**

MATLAB peut lire des images codées sur 8, 16, 24 ou 32 bits.

Pour la lecture d'une image, on utilise la fonction **imread**, pour l'écriture fonction **imwrite** et pour l'affichage la fonction **imshow**.

➤ **Les images tests :**

De nombreuses images tests sont disponibles avec ou sans les toolbox spécifiques au traitement d'images. Chaque image est enregistrée dans un fichier **.mat** et chacun de ces fichiers comporte deux variables :

Le chargement de ces images s'effectue avec la fonction **load** .

L'objectif de traitement d'image sous MATLAB est de présenter la notion d'image et d'effectuer des opérations simples d'analyse telles que la détection de contour, le changement d'espace de couleur etc.

2. Imagerie médicale :

L'imagerie médicale regroupe l'ensemble des techniques utilisées par la médecine pour le diagnostic mais aussi le traitement d'un grand nombre de pathologies. Elle a révolutionné la médecine en donnant un accès immédiat et fiable à des informations jusqu'alors « invisibles » au diagnostic clinique, comme par exemple aux caractéristiques anatomiques, voire même à certains aspects du métabolisme (imagerie fonctionnelle) des organes.

2.1. Le principe de l'imagerie médicale :

Le but de l'imagerie médicale est de créer une représentation visuelle intelligible d'une information à caractère médical. Cette problématique s'inscrit plus globalement dans le cadre de l'image scientifique et technique : l'objectif est en effet de pouvoir représenter sous un format relativement simple une grande quantité d'informations issues d'une multitude de mesures acquises.

Dans un sens plus large, le domaine de l'imagerie médicale englobe toutes les techniques permettant de stocker et de manipuler ces informations.

L'image obtenue peut être traitée informatiquement pour obtenir plus d'informations.

Dans ce chapitre, nous allons présenter un aperçu général sur la rétine et le cerveau, avant de tester leurs images agiographiques par filtre du Gabor et afficher les résultats obtenus en dernier chapitre.

3. Œil humain :

L'œil est l'organe de base de la vision, elle comporte un ensemble d'éléments recevant et transformant les vibrations électromagnétiques de la lumière en influx nerveux qui sont à leur tour transmis au cerveau.

Les principaux éléments qui composent un œil humain sont représentés sur la **figure 3.5**.

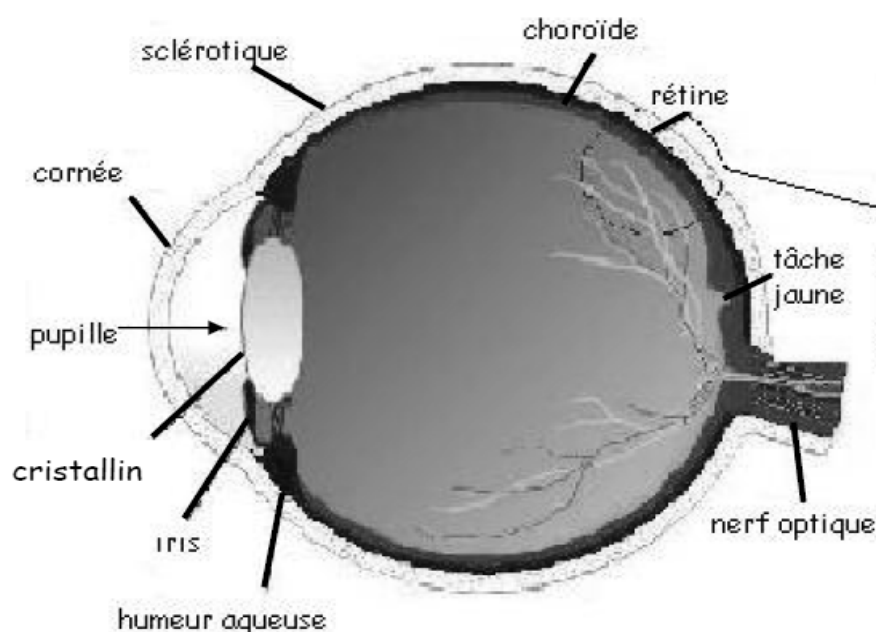


Figure III.6 : Coupe de l'œil humain.

3.1. La rétine :

La rétine est une membrane très mince et transparente qui est en contact par sa face arrière avec la choroïde. La face antérieure de la rétine est en contact direct avec le corps vitré, qui est le gel remplissant la chambre postérieure de l'œil c'est-à-dire la partie la plus volumineuse du globe oculaire.

La rétine correspond au film d'une caméra; dans l'œil, c'est elle qui capte les images à transmettre au cerveau. Sa partie la plus sensible, celle qui nous permet une vision de précision

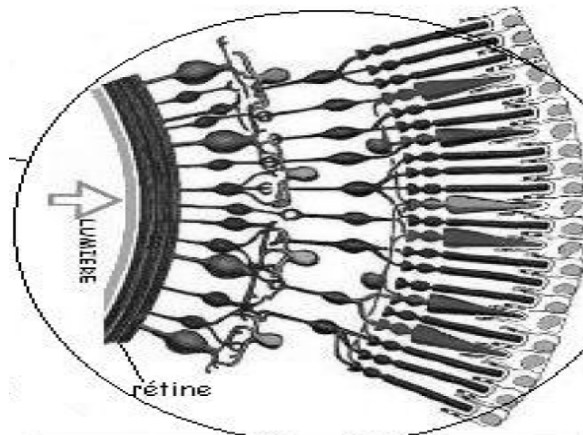


Figure III.7 : La rétine

3.2. Angiographie rétinienne :

L'examen agiographique rétinien constitue l'élément de diagnostic positif des maladies, puisqu'il permet de dépister, aux temps précoces, les déformations de l'arbre vasculaire rétinien. Elle permet de visualiser les vaisseaux de la rétine et de la choroïde.

Les médecins instillent quelques gouttes dans les yeux pour dilater la pupille, ce qui lui permet de mieux voir la rétine, puis ils injectent le produit opaque (il s'agit d'un produit appelé fluorescéine) par voie intraveineuse pour opacifier les vaisseaux avant de prendre des clichés

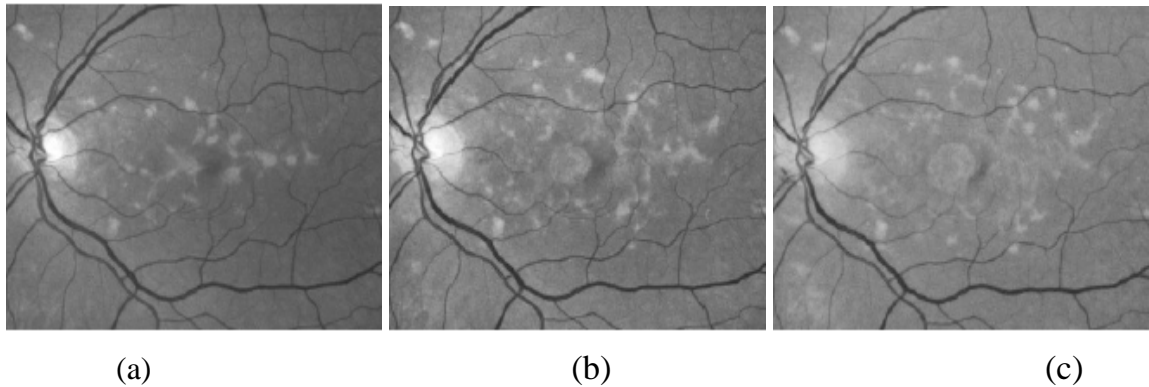


Figure III.8 : L'image (a) est réalisée en 1990, l'image (b) en 1994 et l'image (c) en 1998.

4. Cerveau :

Le cerveau est l'une des trois parties composant l'encéphale, la plus volumineuse, la plus complexe, siège des facultés intellectuelles.

L'étude structurelle et fonctionnelle du cerveau a connu un développement fulgurant ces dernières années grâce aux méthodes d'imagerie, dont notamment l'imagerie par résonance magnétique (IRM).

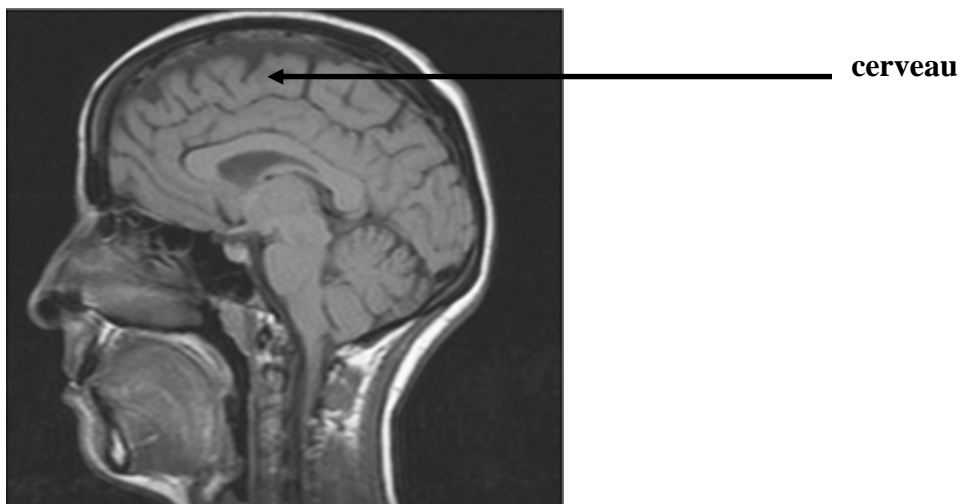


Figure III.9 : une image d'IRM d'une tête humaine.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté d'une manière générale le fonctionnement de logiciel MATLAB qu'on a utilisé dans notre travail pour le filtrage des images médicales, en suite on a présenté quelques images médicales et on a donné quelques exemples de l'IRIM.

Chapitre IV :
Teste et résultat

Introduction:

Dans ce chapitre, nous allons présenter quelques résultats obtenus à savoir les représentations spectrales des filtres de Gabor utilisés, les images filtrées en passant par le filtrage non linéaire et nous terminerons par les images énergies.

1. Le filtrage des images médicales par le filtre de Gabor :

Dans un premier temps, les tests sont effectués sur des images angiographiques rétiniennes d'un œil gauche d'un patient

La **Figure IV.1** représente Angiographie fluorescéinique du fond d'œil : remplissage progressif des vaisseaux rétiniens artériels **(a)** puis veineux **(b)**.

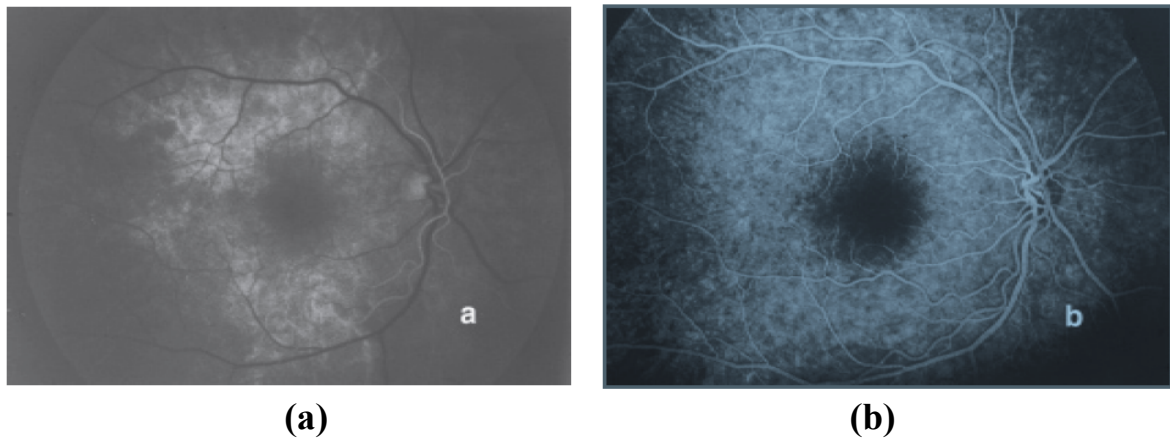


Figure IV.1 : images initiales 1

Dans un seconds temps les tests sont effectués sur des images (IRM) de cerveau **(Figure IV.2)**.

Le cerveau peut être examiné selon les trois plans de l'espace:

L'image **(a)** est une coupe IRM axiales du cerveau, **(b)** coupe IRM sagittales du cerveau et **(c)** coupe IRM coronales du cerveau.

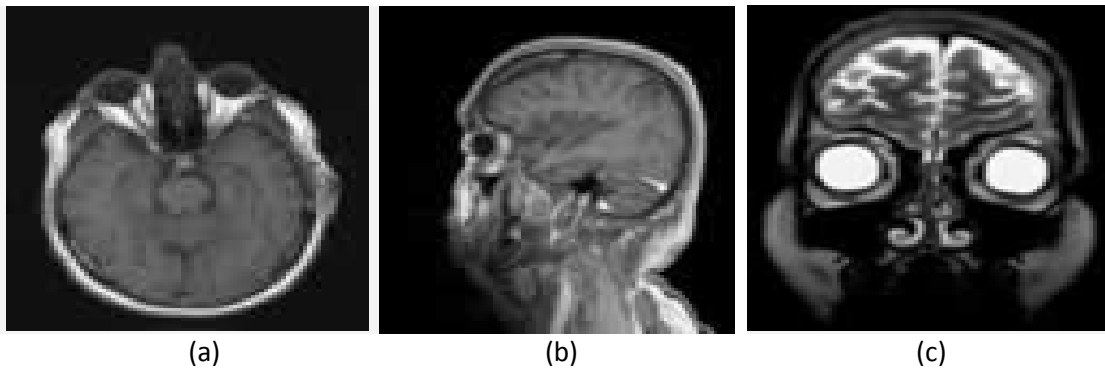


Figure IV.2 : Image initiales 2

2. Banc de filtre de Gabor utilisé :

Les filtres de Gabor ont été appliqués sur les images tests initiales en donnant différentes valeurs à la fréquence centrale à savoir :

0, 0.125, 0.25 et 0.5 conformément à la largeur des bandes passantes du cortex visuel. Pour balayer toute l'image, on donne différentes valeurs à l'orientation ϕ de 0 à $\frac{3\pi}{4}$.

Selon la qualité des résultats jugés visuellement, nous nous retenons un banc de filtre composé de **4** filtres à orientations **0, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{3\pi}{4}$** .

Rappel :

Le filtrage dans le domaine spatio-fréquentiel s'effectue en faisant le produit de chaque image initiale avec les quatre spectres du filtre de Gabor.

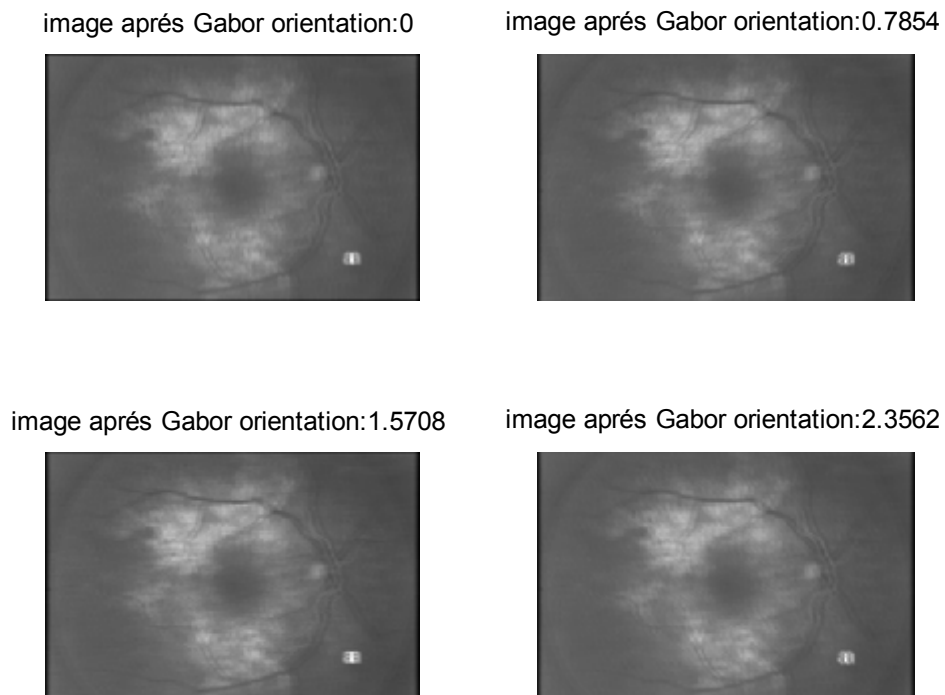


Figure IV.3 : images après Gabor de l'image IV.1 (a)

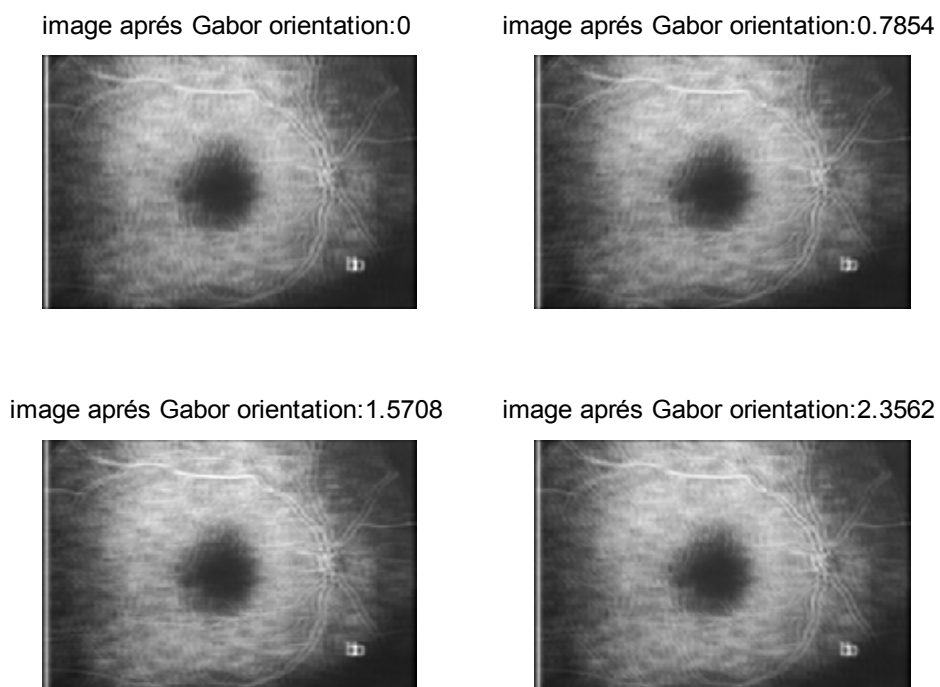


Figure IV.4 : images après Gabor de l'image IV.1 (b)

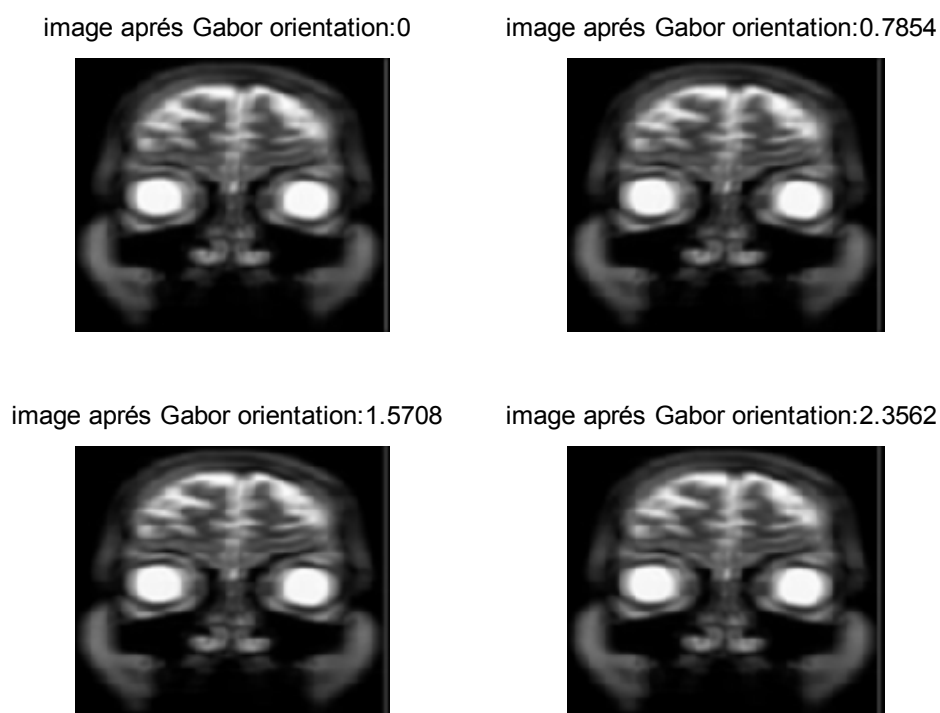


Figure IV.5 : images après Gabor de l'image IV.2 (c)

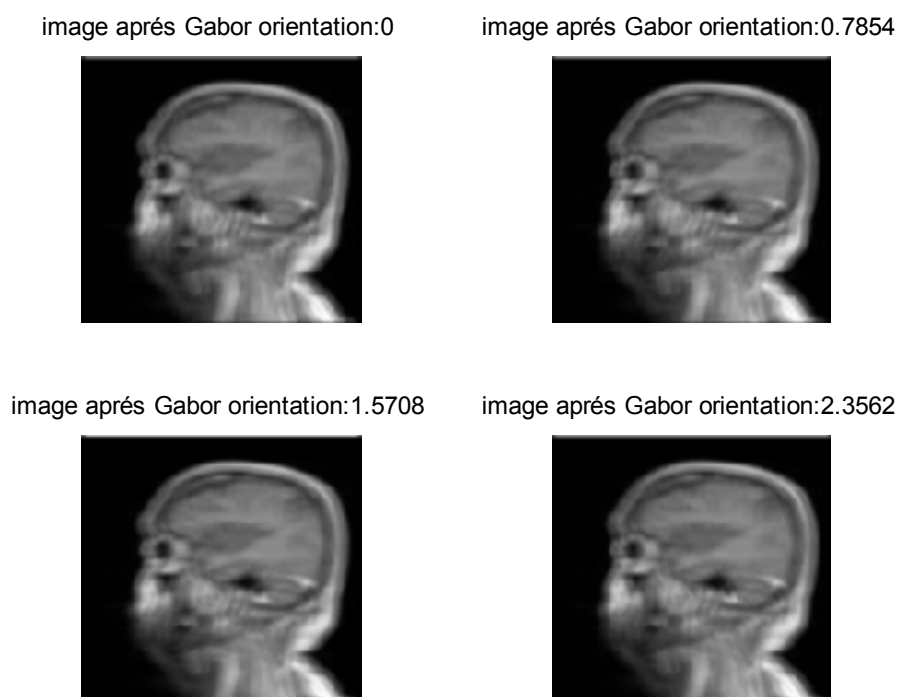


Figure IV.6 : images après Gabor de l'image IV.2 (b)

2.1. Application d'un filtre non-linéaire :

Transformation non-linéaire permettent de simuler la réponse du système visuel humain, cette transformation non-linéaire a pour expression :

$$\Psi(t) = \tanh(\alpha t) = \frac{1 - e^{-\alpha t}}{1 + e^{-\alpha t}} \quad (\text{IV.1})$$

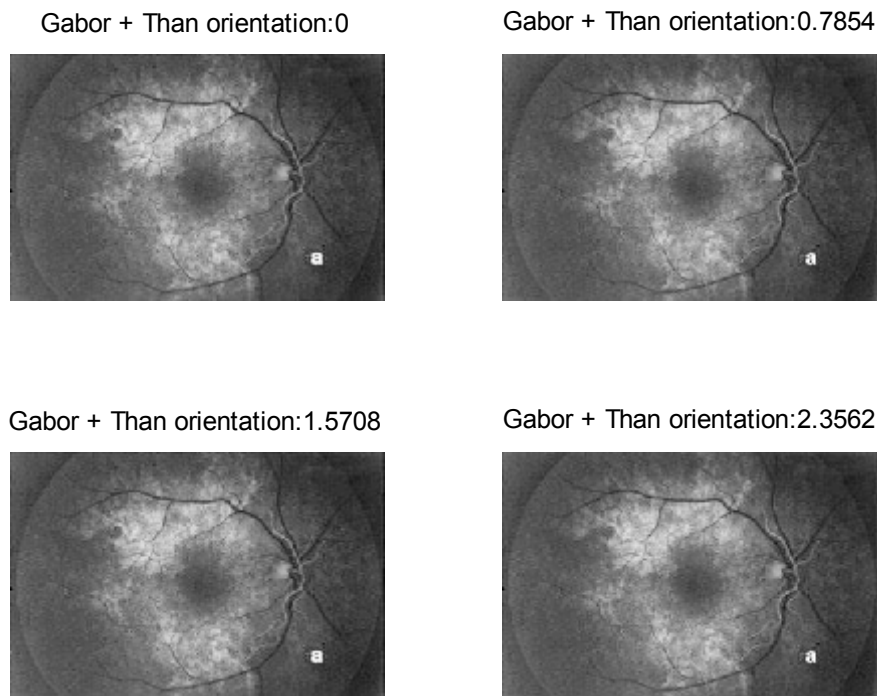


Figure IV.7 : images après Gabor+than de l'image IV.1 (a)

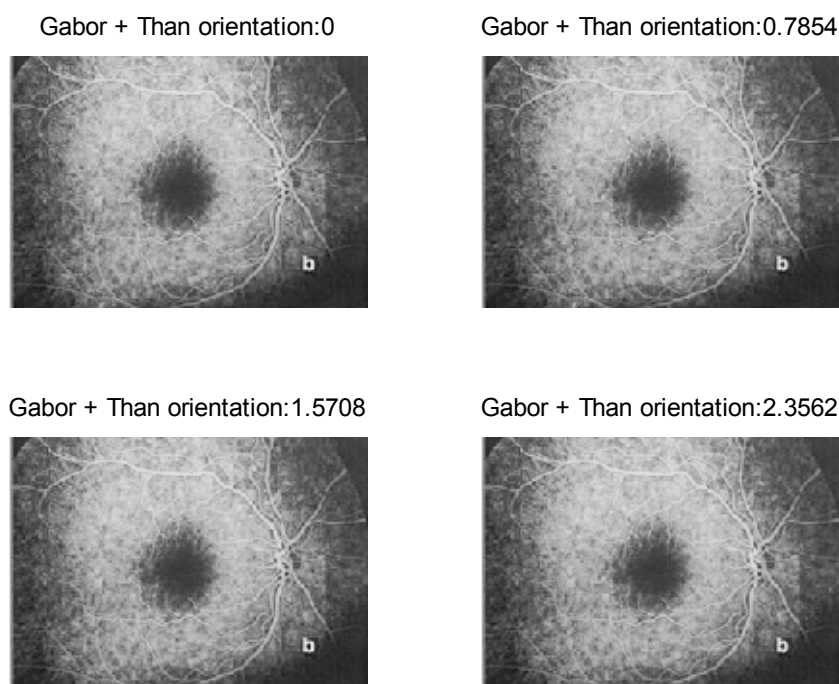


Figure IV.8 : images après Gabor+than de l'image IV.1 (b)

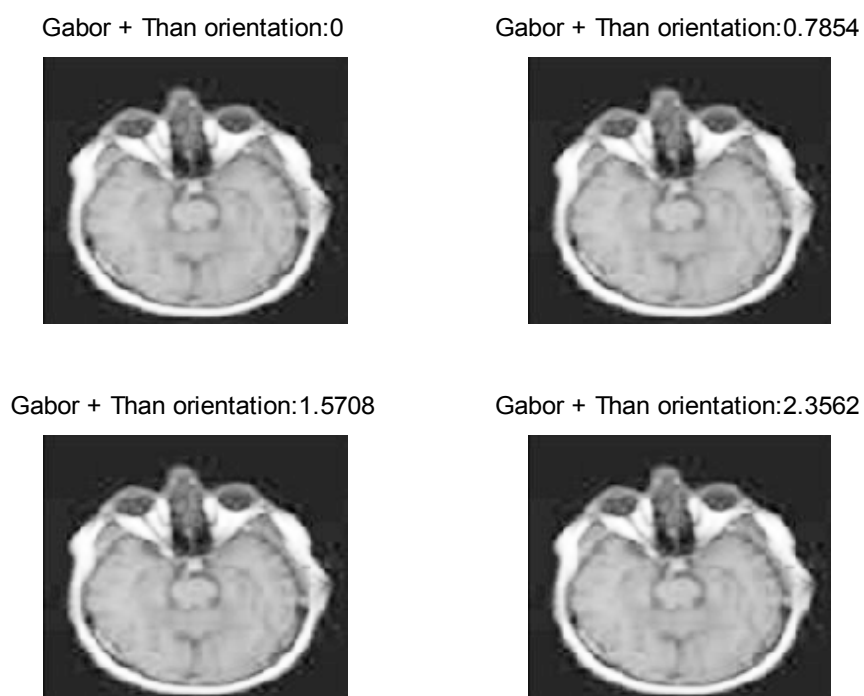


Figure IV.9 : images après Gabor+than de l'image IV.2 (a)

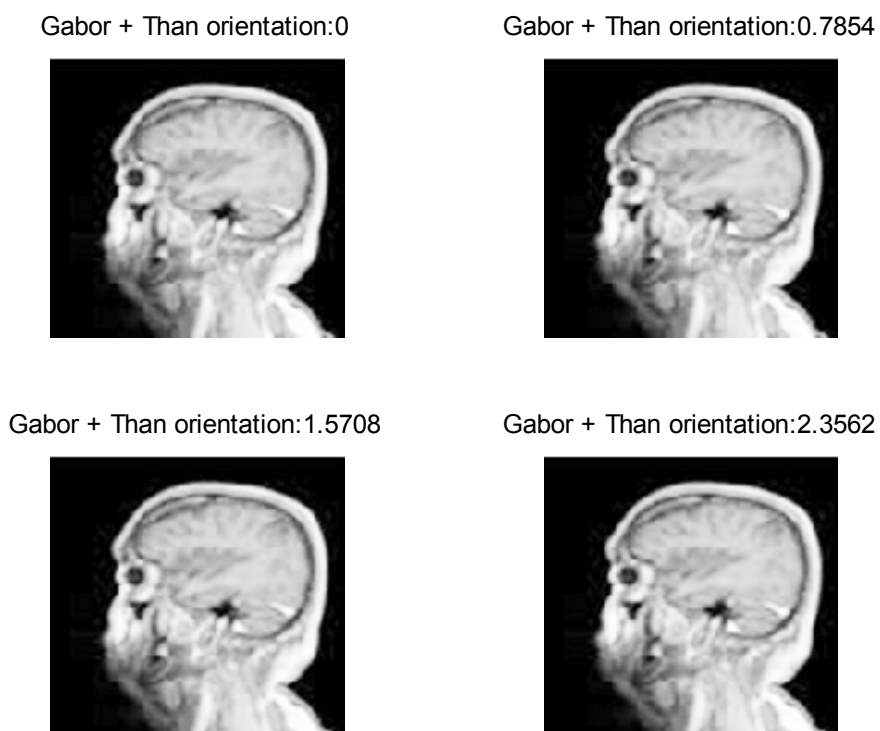


Figure IV.10 : images après Gabor+than de l'image IV.2 (b)

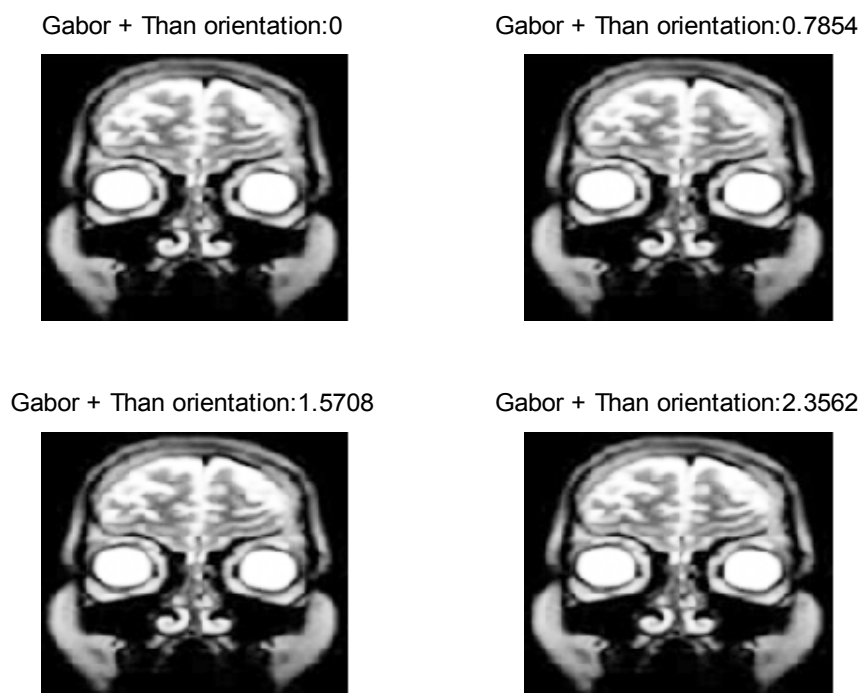


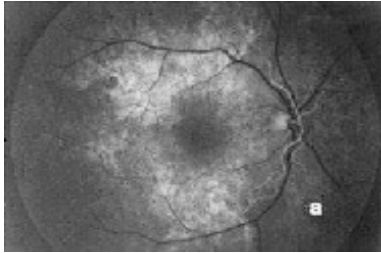
Figure IV.11 : images après Gabor+than de l'image IV.2 (c)

2.2. Visualisation des images énergies :

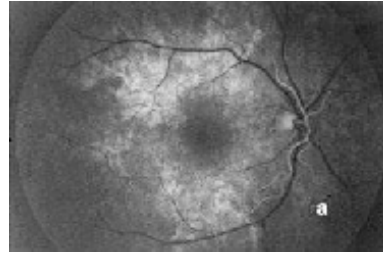
Nous obtiendrons les images énergies en utilisant la formule suivante :

$$e(x, y) = \frac{1}{M} \sum_{(a,b) \in w_{xy}} |\Psi(r_{k(a,b)})| \quad (4.2)$$

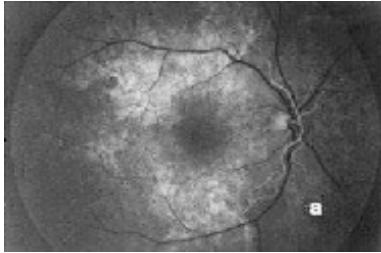
Gabor + Than + fenetre orientation:0



Gabor + Than + fenetre orientation:0.7854



Gabor + Than + fenetre orientation:1.5708



Gabor + Than + fenetre orientation:2.3562

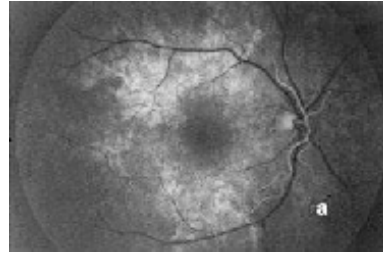
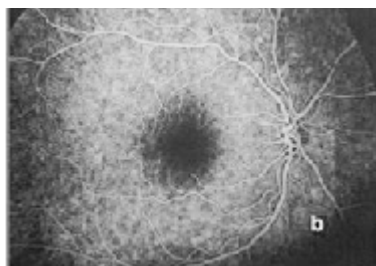
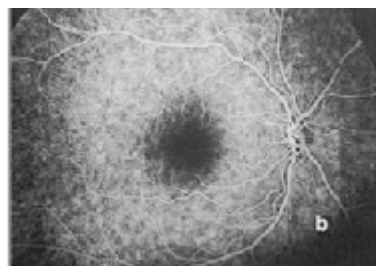


Figure IV.12 : images après Gabor+than + fenêtre de l'image IV.1 (a)

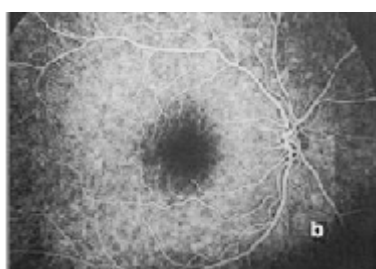
Gabor + Than + fenetre orientation:0



Gabor + Than + fenetre orientation:0.7854



Gabor + Than + fenetre orientation:1.5708



Gabor + Than + fenetre orientation:2.3562

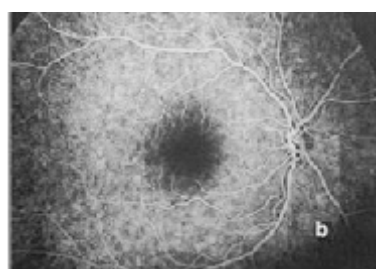


Figure IV.13 : images après Gabor+than + fenêtre de l'image IV.1 (b)

Gabor + Than + fenetre orientation:0



Gabor + Than + fenetre orientation:0.7854



Gabor + Than + fenetre orientation:1.5708

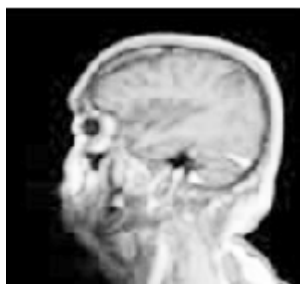


Gabor + Than + fenetre orientation:2.3562

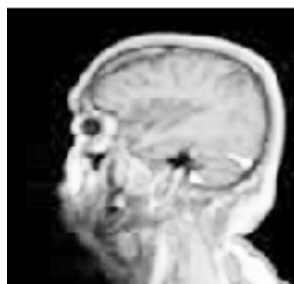


Figure IV.14 : images après Gabor+than + fenêtre de l'image IV.2 (a)

Gabor + Than + fenetre orientation:0



Gabor + Than + fenetre orientation:0.7854



Gabor + Than + fenetre orientation:1.5708



Gabor + Than + fenetre orientation:2.3562

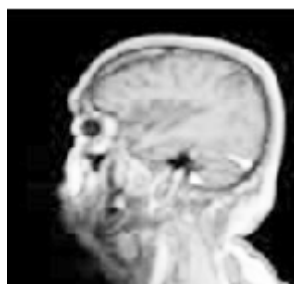
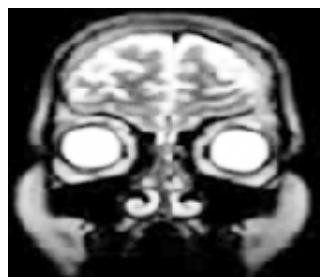
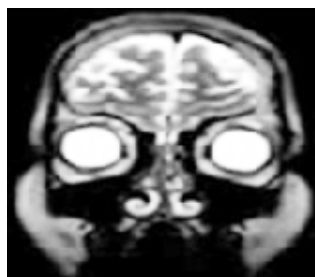


Figure IV.15 : images après Gabor+than + fenêtre de l'image IV.2 (b)

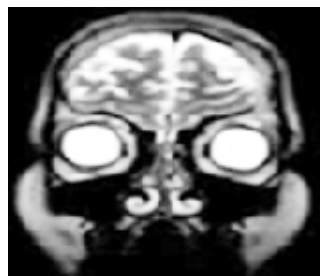
Gabor + Than + fenetre orientation:0



Gabor + Than + fenetre orientation:0.7854



Gabor + Than + fenetre orientation:1.5708



Gabor + Than + fenetre orientation:2.3562

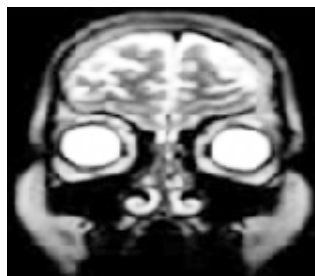


Figure IV.16 : images après Gabor+than + fenêtre de l'image IV.2 (c)

Interprétation des résultats et conclusion :

D'après les résultats obtenus, les images filtrées par le filtre de Gabor sont plus nettes que les images initiales.

La combinaison de ces filtres avec la transformation non linéaire permet de saturer l'image et le calcul de certaines propriétés statistiques telles que l'énergie, conduit à l'obtention des résultats intéressants où on constate que les vaisseaux ou l'arbre vasculaire de la rétine ressort nettement en comparaison avec les images initiales.

Afin de montrer la grande utilité du filtre de Gabor sur l'imagerie médicale on a pensé de filtrer aussi une autre image médicale qui est celle du cerveau, dont elles mènent les spécialistes de domaine de la médecine à bien définir la physiologie ou le métabolisme de ses organes.

En effet ces paramètres nous fournissent une bonne puissance discriminante de la texture.

Pour cela, on peut dire que le filtre du Gabor est bien placé pour l'identification rétinienne et de visualiser le cerveau en ses zones corticales avec une précision remarquable, qui est l'objet cibler dans notre application.

L'inconvénient se pose au réajustement des paramètres à savoir le choix des fréquences ainsi que les orientations.

Dans notre cas, les meilleurs résultats sont obtenus lorsqu'on a choisi un banc de filtres composé de quatre filtres selon les orientations : 0 , $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{3\pi}{4}$.

Conclusion générale

Conclusion générale

Ce travail a consisté d'une part à effectuer une recherche dans le domaine de traitement d'image en générale et d'une autre part à exploiter la méthode de filtre Gabor dans le but de segmenter des images médicale.

Notre travail porte sur la technique de traitement et l'analyse d'images en utilisant la filtre de Gabor, qui est une thématique récente en traitement d'images, l'objectif principale de ce dernier nous a permis d'obtenir des résultats acceptable de point de vue de qualité de l'image , mais pour en fin la validité en doit encore testé cette méthode sur d'autre types d'images.

Au terme de notre travail nous avons constaté que le traitement d'images est un domaine vaste qui est encore loin d'être entièrement exploré. Nous espérons que ce travail même modeste servira de support et une référence pour tous ceux qui veulent travailler sur le traitement d'image.

Références Bibliographiques

BIBLIOGRAPHIE

Dragana Carevic et Terry Caelli

Application of partial modeling techniques for texture segmentation.
J. Opt. Soc. Am.A, vol.14, No.11, novembre 1997.

Anil K. Jain et Sushil Bhattacharjee

Text Segmentation Using Gabor Filters for Automatic Document Processing.
Machine Vision and Applications, vol. 5, pp. 169-184, 1992.

Z.-Q. Liu, R.M. Rangayyan et C.B. Frank

Analysis directional features in images using Gabor filters.
Third Annual IEEE Symposium on Computer-Based Medical Systems, pp. 68-74, 1990.

Guodong Guo, Stan Z. Li, Kap Luk Chan et Hong Pan

Texture Image Segmentation using Reduced Gabor Filter Set and Mean Shift Clustering

Javier R. Movellan

Tutorial on 2-D Gabor Wavelets, hiver 1996.

Anil K. Jain , Nalini K. Ratha et Sridhar Lakshmanan

Object Detection Using Gabor Filters
Pattern Recognition, vol. 30, No. 2, pp. 295-309, 1995.

Gavin. J. Earnshaw

Investigation of texture based segmentation using Gabors filters, 16 octobre 1993.

M. Tuceryan et al 2009:"medical volume segmentation using bank of Gabor, filters",
article, USA.

A. MARION 2008: "synthèse de banc de filtres de Gabor", cours.

V.Manian et Marcel J.Castro [2000]: "color image classification using Gabor filters",
article, Laboratory for Applied Remote Sensing and Image Processing, Electrical and
Computer, Engineering Department, University of Puerto Rico, Mayagüez, PR 00681.

C.Adrian Basca et R.Brad: "texture segmentation. Gabor filter bank optimization using
genetic algorithms", article, Digital Enterprise Research Institute, Galway, Ireland
"Lucian Blaga" University of Sibiu / Faculty of Engineering / Computer Science, Sibiu,
Romania.

Analyse de Fourier des signaux determinists, IRMAR, Université Rennes I, Campus
de Beaulieu.

ENSIETA, Janvier 2002 : Centre de Recherche "Extraction et Exploitation de
l'Information en Environnements Incertains.

A. Renaux : "traitement numérique des signaux", Cours, IFIPS/Université Paris Sud Orsay, France.

Khaled Hammouda : "texture segmentation using Gabor filters", article, université de Waterloo, Canada.

A.O. Boudraa, C. Pollet, J.C. Cexus, et Z. Saidi Caractérisation des Fonds Marins par Décomposition Modale Empirique. 20e colloque GRETSI sur le traitement du signal et des images, (GRETSI 2005), pp. 559-562, Septembre 2005, Louvain Le Neuve, Belgique.

A. David 1999 : "le traitement du signal: un modèle de base pour la perception humaine des couleurs", These de doctorat, université de Grenoble (Joseph Fourier), France.

« **ANTRIEN Marion** », synthese de banque de filtre de Gabor, 21 octobre 2008, www.yopdf.fr.

BELLANGER M.(1989) 'Analyse des signaux et filtrage numérique adaptatif' Masson, Paris.

BELLANGER M.(1987) 'Traitement numérique du signal'. Masson, Paris.

BENDAT J.S., PIERSOL A.G. (1986) 'Random Data, Analysis and Measurement Procedures' J. Wiley and sons, New York.

COMBES J.M., GROSSSMANN A., TCHAMITCHIAN Ph. Eds (1989) 'Wavelets, Time Frequency, Methods and Phase Space' Springer-Verlag, Berlin

HUSH D.R., HORNE B.G. 'Progress in Supervised Neural Networks' IEEE Signal Processing Mag., Jan 1993, pp 8-39.

REGIS MARCHIANO,« Bases du traitement numérique du signal » Université Pierre et Marie Curie - Paris 6 Institut Jean Le Rond d'Alembert - UMR CNRS 7190, Octobre 2012 - v1.2.

G. WATSON et K. GILHOLM.Signal and image feature extraction from local maxima of generalized correlation. *Pattern Recognition*

S. QIAN et D. CHEN. Signal representation using adaptive normalized gaussian functions. *Signal Process.*

A. PAPOULIS. *The fourier integral and its applications.* Mcgraw-Hill Publisher, 1987. 80, 163

Denis Arzelier, « traitement de signal ». Chargé de recherche au LAAS-CNRS INSA

G. BAUDOIN et J.-F. BERCHER: « éléments de traitement du signal», école Supérieure d'Ingénieurs en Électrotechnique et Électronique Septembre 1998 — version 0.89

André QUINQUIS, Cornel IOANA. « Représentation Temps-fréquence et Temps-échelle », centre de recherche "extraction et exploitation de l'information en environnements incertains, ensieta, brest France

Annexes

Théorie des probabilités

Variables aléatoires

Fonction de répartition-densité de probabilité :

Supposons qu'on mesure l'amplitude de N signaux au cours N processus identiques; si on trouve $\langle x_a = n \rangle$ pour les N mesures avec $x_a < x$, on écrit :

$$F(x) = p(x_a < x) = \frac{n}{N}$$

F(x) est la fonction de répartition de la variable aléatoire x_a

La densité de probabilité relative pour que $x_a \in [x_1, x_2]$ est :

$$f(x) = \lim_{x_2 \rightarrow x_1} \frac{p(x_1 < x_a < x_2)}{x_2 - x_1} = \frac{p(x < x_a < x + dx)}{dx}$$

f(x) est la dérivée de la fonction $F(x) = \int_{-\infty}^x f(u) du$

Axiome : $F(\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$

Valeur moyenne d'un signal aléatoire discret

$$x_{moy} = \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_i n_i x_i \quad \text{avec} \quad \sum_i n_i = N$$

(on suppose ici que chaque événement $X = x_a$ se réalise n_i fois), ou dans le cas continue, la valeur moyenne s'écrit :

$\bar{x} = \langle x \rangle = \int x f(x) dx$ et est encore appelé l'espérance mathématique de x ou moment d'ordre 1 de x.

Espérance mathématique

$$E(x) = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \dots + p_n x_n = \bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x dF(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x p(x) dx$$

Moment d'ordre n :

$$E(x^n) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^n \cdot p(x) dx.$$

Moment d'ordre 2 ou moment quadratique :

Elle mesure la dispersion d'une variable aléatoire autour de sa valeur moyenne. $E(x^2) = R \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot p(x) dx$

est lié à l'énergie transportée par le signal.

Moyenne quadratique d'un signal centré :

$$Var(x) = \sigma_x^2 = E(x - \bar{x})^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^2 \cdot p(x) dx = E(x^2) - [E(x)]^2$$

Ecart type : $\sigma_x = \sqrt{Var(x)}$.

Distribution de Gauss

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\bar{x}}{\sigma}\right)^2}$$

Distribution de Poisson

$$f(x) = \frac{\sigma^x}{x!} e^{-\sigma} \quad \sigma = \bar{x}$$

Cas de 2 variables aléatoires

On définit la covariance et la corrélation de la façon suivante :

$$\sigma_{x_i x_j}^2 = \langle (x_i - \bar{x}_i)(x_j - \bar{x}_j) \rangle \quad \text{et} \quad \rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}^2}{\sigma_x \sigma_y}$$

Principales lois de probabilité

- Loi exponentielle : $f(x) = \alpha e^{-\alpha x}$ avec $\alpha \in [0, +\infty]$

- Loi de Rayleigh : $f(x) = \frac{x}{\alpha^2} e^{-\frac{x^2}{2\alpha}}$ avec $\alpha \in [0, +\infty]$

- Loi de poisson : $p(x = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$

- Loi de Gauss : $f(x) = p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}}$

Filtre de Gabor

Un filtre de Gabor est le produit d'une fonction gaussienne et d'une fonction sinusoïdale (ou plus généralement, une exponentielle complexe).

L'expression d'un filtre de Gabor est donc :

$$g(x) = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right)}_{\text{enveloppe gaussienne}} \underbrace{\exp(2\pi j f_{x0} x)}_{\text{onde de modulation}}$$

Où σ_x est l'écart-type de la fonction gaussienne et f_{x0} est la fréquence centrale du filtre.

On peut distinguer les deux termes du filtre : réel et imaginaire (à phase cosinus ou à phase sinus). Pour une implantation pratique, ils seront calculés séparément, mais il est intéressant de remarquer dans ce contexte que la seule différence entre les deux termes est un déphasage de $\frac{\pi}{2}$, donc leurs spectres d'amplitude sont identiques.

$$g(x) = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right) \cos(2\pi j f_{x0} x)}_{\text{partie réelle}} + j \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right) \sin(2\pi j f_{x0} x)}_{\text{partie imaginaire}}$$

avec la notation :

$$g(x) = g_c(x) + g_s(x)$$

La transformée de Fourier d'un filtre de Gabor 1D est :

$$G(f_x) = \exp\left[-2\pi^2 (f_{x0} - f_x)^2 \sigma_x^2\right]$$

Dans la figure A.1 nous avons représenté la partie réelle d'un filtre de Gabor (à phase cosinus) et son spectre d'amplitude. On observe que, suite à la modulation, le spectre d'un filtre de Gabor a l'allure d'une gaussienne centrée sur la fréquence f_{x0} . Ce

filtre de type passe-bande possède des caractéristiques remarquables de minimisation de l'incertitude espace-fréquence [MAC 91]. Sa sélectivité est parfaitement contrôlable par l'intermédiaire de σ_x (plus σ_x est grand, plus le filtre est sélectif).

Pour toutes ces propriétés, le filtre de Gabor est couramment utilisé en traitement du signal.

Les filtres de Gabor 2D sont utilisés en analyse d'images. En deux dimensions un filtre de Gabor est défini comme la modulation d'une fonction gaussienne bidimensionnelle par

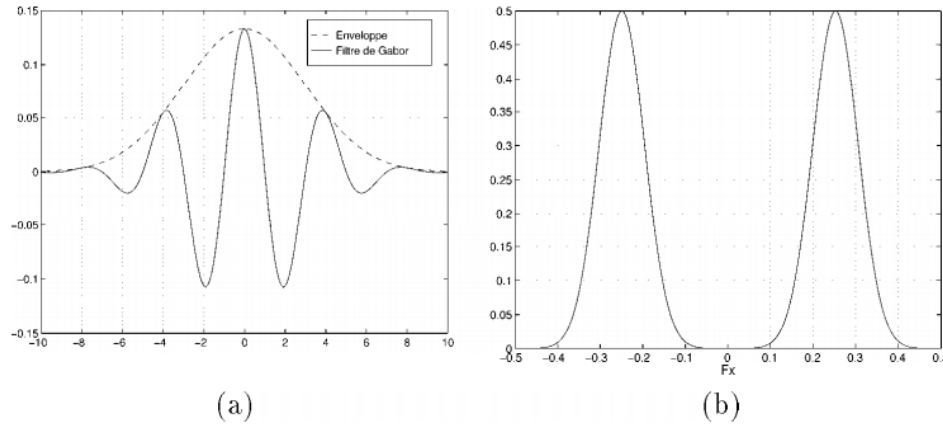


Figure A.1: Un exemple de filtre de Gabor 1D phase cosinus pour $a = 3$ et $f_{x0} = 0.25$. (a)

Réponse impulsionnelle et (b) spectre d'amplitude.

Une onde sinusoïdale plane. L'équation décrivant le filtre dans le domaine spatial est :

$$g(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \exp\left[2\pi j\left(f_{x0}x + f_{y0}y\right)\right]$$

Avec σ_x et σ_y les écarts-types de l'enveloppe gaussienne, f_{x0} et f_{y0} les fréquences centrales suivant les 2 axes. Un exemple est donné dans la figure A.2.

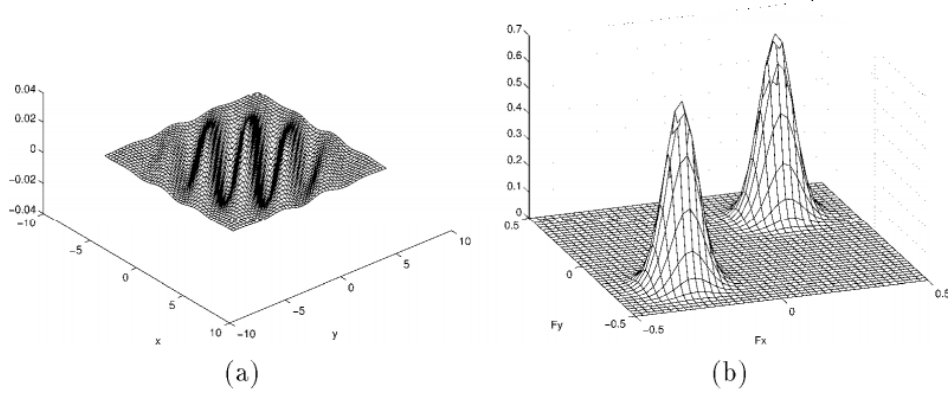


Figure A.2: Exemple de filtre de Gabor 2D à phase cosinus avec $\sigma_x = \sigma_y = 3$ et $f_{x0} = f_{y0} = 0.25$, (a) Réponse impulsionnelle et (b) spectre d'amplitude

La transformée de Fourier d'un tel filtre est :

$$G(f_x, f_y) = \iint_{\mathbb{R}^2} g(x, y) \exp[-2\pi j(f_x x + f_y y)] dx dy = I_x I_y$$

Elle est séparable suivant les deux axes.

$$\text{Sur } 0x : I_x = \int_{\mathbb{R}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right) \exp\left[2\pi j(f_{x0} - f_x)x\right] dx$$

$$\text{Donc : } I_x = \exp\left[-2\pi^2(f_{x0} - f_x)^2 \sigma_x^2\right]$$

Finalement :

$$G(f_x, f_y) = \exp\left\{-2\pi^2\left[(f_{x0} - f_x)^2 \sigma_x^2 + (f_{y0} - f_y)^2 \sigma_y^2\right]\right\}$$

Avec ce filtre simple on peut construire une famille de filtres de Gabor qui permet de paver régulièrement le domaine des fréquences utiles (figure A.3).

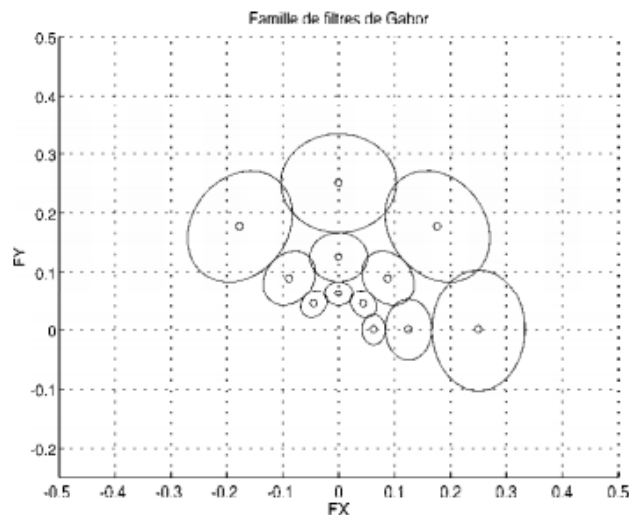


Figure A.3: Exemple d'une famille de filtres de Gabor 2D avec 4 orientations

$\left(\theta = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right)$ et 3 modules de fréquences centrales ($F_0 = 0.25, 0.125, 0.0625$).

Les filtres de Gabor 2D possèdent une bonne sélectivité et sont employés dans des applications telles que l'analyse des textures, la classification ou la reconnaissance de scènes, l'étude de formes 3D.

Algorithme 1:

```
%On représente l'enveloppe gaussienne modulée par une sinusoïde
%(u0,v0): fréquences spatiales de la porteuse sinusoidale
%P est la phase de la sinusoïde par rapport à l'axe des x

u0 = 5;
v0 = 10;
P = 0;
sigmax = 0.0997;
sigmay = 0.0399;

x0 = 0;
y0 = 0;

dx = 0.005;
dy = 0.005;

tetha = pi/4;
A = 20;
x = -0.3:dx:0.3;
y = -0.3:dy:0.3;

[X,Y] = meshgrid(x,y);

re = cos(2*pi*(u0*X + v0*Y)+P);
W = A*exp(-0.5*([(X-x0)*cos(tetha) + (Y-y0)*sin(tetha)]/(sigmax)).^2 +
[(-X+x0)*sin(tetha) + (Y-y0)*cos(tetha)]/(sigmay)].^2));
Z = re.*W;

figure(1)
imagesc(x,y,Z);

figure(2)
imagesc(x,y,Z);
surf(X,Y,Z);
```

Algorithme 2:

```

%On crée la fonction de Gabor qui a pour argument de retour la TF

function [f]=fftgabor(B,l,m,N);

%On utilisera 1 image de largeur: N

%K est le nombre d'orientations
K = 4;

%deltaAngle est l'intervalle entre 2 orientations successives
deltaAngle = pi/4;

%ul est le fréquence radiale la plus basse
ul = (2^0*sqrt(2));

%uh est la fréquence radiale la plus grande
uh = sqrt(2)*N/4;

%S est le nombre de fréquences
S = (log(N/4))/log(2)+1;
S = round(S);

%On définit a
a =(uh/ul)^(1/(S-1));

u = -N/2+1: N/2;
v = -N/2+1: N/2;

%On crée deux matrices U et V à partir de u et v
[U,V] = meshgrid(u,v);

W=(a^l)*ul;

angle=m*deltaAngle;

sigmau = ((a-1)*W)/((a+1)*sqrt(2*log(2)));
sigmav = tan(pi/(2*K))*(W-
((2*log(2)*sigmau^2)/W))*1/sqrt((2*log(2)-((2*log(2))^2*sigmau^2)/W^2));

Up=U*cos(angle)+V*sin(angle);
Vp=-U*sin(angle)+V*cos(angle);

%On transforme u et v en deux matrices U et V
G = exp( -0.5*( (Up-W).^2/sigmau^2 + Vp.^2/sigmav^2) );
G=flipdim(G,2);

%On multiplie les 2 TF
F = fftshift(fft2(B)).*G;

%On prend la valeur absolue de l'inverse de la transformée de Fourier
f = abs(ifft2(F));

```


Algorithme 3:

```
%On commence par lire l'image
B = imread('lena.bmp');
figure(1)
imshow(B);
B = double(B);

%On fait passer l'image par le filtre non linéaire

alpha = 0.25;

phi = tanh(alpha*B);

figure(2)
imshow(mat2gray(phi));
```

Algorithme 4:

```
% Pour faire la mesure de l'énergie de la texture, on a
% 2 méthodes:
% soit celle de faire passer sur l'image une fenêtre carrée
% soit celle de faire passer sur l'image une fenêtre gaussienne
%Voici le code pour la fenêtre gaussienne (sachant que la fenêtre
%gaussienne donne de meilleurs résultats que la fenêtre carrée)

function [L] = gaussienne (N,phi,u0);

M = floor( (1.25*N)/u0 )+2;
sigma = M/5;
h = fspecial('gaussian' , M ,sigma);
L = filter2(h,phi);
```

Algorithme 5:

```
%On commence par lire l'image
B = imread('lena.bmp');
figure(1)
imshow(B);
title('image origine');
%On rentre les paramètres qui serviront à la fonction 'fftgabor'

N = 256;
l = 5;
m = 1;

%appel de la fonction
[f] = fftgabor(B,l,m,N);
figure(2)
imshow(f);
title('image après Gabor');

%On fait passer l'image filtrée par Gabor dans 1 filtre non linéaire
```

```

alpha = 0.25;

phi = tanh(alpha*f);
figure(3)
imshow(phi);
title('image après Gabor et 'tanh' ');

%appel de la fonction qui déplace une fenêtre sur l'image
%et qui moyenne l'énergie autour de chaque pixel
%on définit les paramètres utiles

u0 = 2^1*sqrt(2);

[L] = gaussienne (N,phi,u0);

figure(4)
imshow(L);
title('image après Gabor,tanh et fenêtre ');

```

Algorithme 6:

```

close all;
clear all;

% On entre les variables qui serviront dans l'appel des fonctions qui vont
suivre
variables;

numim = 1 ;

for l = 5:S-1;
    for m = 0:K-1;

        % On passe l'image dans Gabor
        f = fftgabor(B,l,m,N);

        % On passe l'image dans la fonction non-linéaire
        phi = tanh(alpha*f);

        % On fait une moyenne d'énergie autour de chaque
        % pixel de chaque image filtrée
        u0 = 2^1*sqrt(2);
        L = moyenne(N,phi,u0);

        tableau_image(:, :, numim) = L(:, :);

        numim= numim+1;

    end;
end;

% On obtient un tableau à 3D de base N*N et de hauteur
%le nombre d'images filtrées par Gabor
save tableau_image.mat tableau_image;

```

```
close all;
clear all;

variables;
load tableau_image;
%classification
%On appelle la fonction qui permet de déterminer quel pixel
%appartient à quelle classe (segmentation)

cmap = kmeans(tableau_image,5, 0.01)

save cmap.mat cmap;
display('uuu');

% Affichage de la classification, soit de la segmentation
imshow(mat2gray(cmap));
```

Algorithme 7:

```
%normalisation des vecteurs attributs
max_image = 8;
taille     = 256;

%data_image(:, :, 1:max_image) = tableau_image(:, :, (20-max_image+1):20);
data_image(:, :, :) = tableau_image(:, :, :);

%ajout des coordonnees pixels
indice = 1:1:taille;

for num=1:taille;
    indice_ligne(num,:) = indice;
    indice_colog(:,num) = indice';
end;
data_image(:, :, max_image+1) = indice_ligne;
data_image(:, :, max_image+2) = indice_colog;

[taille_x, taille_y, taille_z] = size(data_image);

%normalisation par image entre 0 & 1
for num=1:taille_z;
    min_pixel = min(min((data_image(:, :, num))));
    max_pixel = max(max((data_image(:, :, num))));
    for x_pixel=1:taille_x;
        for y_pixel=1:taille_y;
            old_pixel = data_image(x_pixel, y_pixel, num);
            new_image(x_pixel, y_pixel, num) = (old_pixel -
min_pixel) / (max_pixel - min_pixel);
        end;
    end;
end;

save new_image.mat new_image;
display('sauve new_pixel');

load new_pixel;
%normalisation par feature
for x_pixel=1:taille_x;
    for y_pixel=1:taille_y;
```

```
for num=1:taille_z;
    p(num) = new_image(x_pixel, y_pixel, num);
end;
feature_std = std(p);
feature_mean = mean(p);

for num=1:taille_z;
    old_pixel = new_image(x_pixel, y_pixel, num);

    %methodes de normalisation
    %new_data(x_pixel, y_pixel, num) = abs(old_pixel-
feature_mean)/feature_std;
    %new_data(x_pixel, y_pixel, num) = old_pixel/feature_std;
    new_data(x_pixel, y_pixel, num) = (old_pixel-
feature_mean)/feature_std;
    end;
end;
end;

save new_data.mat new_data;
display('sauve new_data');
```

Mot clé :

- Filtre de Gabor
- Images médicales
- Séries de Fourier
- Type des signaux
- Repense énergétique de Gabor
- Filtre non-linaire
- La rétine
- Le cerveau
- IRM
- Transformer de Fourier