

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou
Faculté du Génie de la Construction
Département de Génie Civil



Mémoire de Master

En vue de l'obtention du diplôme Master en Génie Civil
Option : Constructions Hydrauliques & Aménagements

Thème

**Génération de la variabilité spatiale des
paramètres mécaniques du remblai
d'une digue**

Réalisé par:
Mme : CHABANE Kahina
Mlle : HARET Leticia

Encadré par:
Mme : BOUZELHA Karima

Promotion: 2019 - 2020

Remerciements

Ce travail est le fruit de la combinaison d'efforts de plusieurs personnes. Nos remerciements les plus chaleureux s'adressent en premier lieu à notre promotrice Mme BOUZELHA Karima, pour sa présence tout au long de notre travail, sa disponibilité, son encadrement irréprochable et son soutien surtout moral.

Nous tenons à témoigner toute notre reconnaissance à Mr HAMMOUM Hocine pour ses précieux conseils et son expertise qui sont pour beaucoup dans l'aboutissement de ce projet. Nos remerciements s'adressent à toutes celles et tous ceux qui ont participé de près, ou de loin à la réalisation de ce travail dont Mlle BELLAZOUZ Lynda et Mr ALICHE Amar.

Nos remerciements les plus respectueux vont également aux membres du jury qui nous feront l'honneur de prendre connaissance de ce travail et de l'examiner. Nos remerciements les plus sincères vont au personnel de l'ANBT pour l'accès qu'ils nous ont accordé.

Des remerciements tout particuliers que nous accordons aux ingénieurs de l'entreprise Nurol Construction Mr Bouzidi et Mr Tabou pour leur accueil, leur générosité, leur orientation et de l'aide si précieuse dont on a bénéficié en collaborant avec eux, ainsi qu'aux techniciens de leur laboratoire.

Enfin, à toutes les personnes qui ont contribué à l'accomplissement de ce travail, MERCI.

"Là où il y a une volonté, il y a un chemin"

-Lénine-

Nous dédions ce travail:

A la mémoire de CHABANE Rosa,

A tous ceux qui ont croisé nos chemins,

A tous ceux qui nous ont souri.

*Liticia,
Kahina.*

Liste des figures

Figure 1. 1 : Incertitudes reliées aux propriétés du sol.....	2
Figure 1. 2 : Graphe de densité de la loi normale.....	8
Figure 1. 3 : Graphe de la fonction de répartition de la loi normale.	8
Figure 1. 4 : Graphe de densité de la loi log normale.....	9
Figure 1. 5 : Graphe de densité de la loi Gumbel.	10
Figure 1. 6 : Graphe de la fonction de répartition de la loi Gumbel.....	10
Figure 2. 1 : Barrage en remblais homogène.....	15
Figure 2. 2 : Barrage zonés avec massif amont ou noyau central.	16
Figure 2. 3 : Barrage à masque amont.....	16
Figure 2. 4 : Forces agissantes sur une tranche.	20
Figure 2. 5 : Forces appliquées sur une tranche.	21
Figure 2. 6 : Représentation des forces sur une tranche selon Bishop.	21
Figure 2. 7 : Schéma descriptif de l'une digue en argile homogène.	22
Figure 2. 8 : Procédé général de résolution des problèmes en géotechnique selon FLAC2D®.....	24
Figure 2. 9 : Programme sous FLAC2D®.....	25
Figure 2. 10 : Programme sous FLAC2D®.....	25
Figure 2. 11 : Bureau de démarrage dans la configuration graphique de FLAC2D®.....	26
Figure 2. 12 Fenêtre de dialogue « Build » dans la configuration graphique de FLAC2D®.....	26
Figure 2. 13 : Fenêtre de dialogue « Define Material » dans la configuration graphique.	27
Figure 2. 14 : Fenêtre de dialogue « AssingGW » dans la configuration graphique de FLAC2D®.....	28
Figure 2. 15 : Fenêtre de dialogue « Gravity settings » dans la configuration.	28
Figure 2. 16 : Fenêtre de dialogue « Ground Water (Flow) Settings » dans la configuration graphique de FLAC 2D®.....	29
Figure 2. 17 : Fenêtre de dialogue « Apply » dans la configuration graphique de FLAC2D®.....	29
Figure 2. 18 Fenêtre de dialogue « Apply Value » dans la configuration.....	30
Figure 2. 19 : Géométrie et maillage de la digue.	30
Figure 2. 20 : Zone de contraintes maximales de cisaillements « situation de fin de construction »...	32
Figure 2. 21 : Zone de contraintes maximales de cisaillements « situation de niveau normale d'exploitation ».....	33
Figure 2. 22 : Ligne de saturation « situation normale d'exploitation ».....	33
Figure 2. 23 : Zone de contraintes maximales de cisaillements « situation d'exploitation niveau bas ».	34
Figure 2. 24 : Ligne de saturation « situation d'exploitation niveau bas».....	34
Figure 3. 1 : Organigramme de la génération d'un champ aléatoire spatial par la méthode de KL.....	38
Figure 3. 2 : Fonction de densité de la loi normale et la loi log normale ajustées à l'échantillon de la teneur en eau.....	41
Figure 3. 3 Fonction cumulative de la loi normale et la loi log normale ajustées à l'échantillon de la teneur en eau.....	41
Figure 3. 4 Représentation de l'auto-corrélogramme.....	44
Figure 3. 5 Modèles d'autocorrélation.....	45
Figure 3. 6 Maillage de la digue (longueur de la maille =2.00 m).	46
Figure 3. 7 Choix de l'élément de référence.	47
Figure 3. 8 Triangle de Pascal.....	47
Figure 3. 9 Elément quadrilatère à quatre nœuds et à quatre points de Gauss.	49
Figure 3. 10 Illustration de la forme de la matrice masse M.....	50
Figure 3. 11 Extrait de la matrice masse.	50
Figure 3. 12 Champ aléatoire spatial normal et log-normal de la cohésion.	52
Figure 3. 13 Champ aléatoire spatial gaussien et log-normal de l'angle de frottement.	53
Figure 3. 14 Influence de la variation de la distance d'autocorrélation sur le champ aléatoire champ spatial de la cohésion.....	54
Figure 3. 15 Influence de la variation de la distance d'autocorrélation sur le champ aléatoire champ spatial de l'angle de frottement.	54
Figure 3. 16 Influence de la variation du nombre de tirage sur le champ aléatoire spatial de la cohésion.....	55

Figure 3. 17 Influence de la variation du nombre de tirage sur le champ aléatoire spatial de l'angle de frottement.	56
Figure 3. 18 Influence de la variation du model d'auto-covariance sur le champ aléatoire spatial de la cohésion.....	57
Figure 3. 19 Influence de la variation du model d'auto-covariance sur le champ aléatoire spatial de l'angle de frottement.	57

Liste des tableaux

Tableau 1. 1 : Valeurs du coefficient de variation C_v (%) de la cohésion du sol.....	12
Tableau 1. 2 : Valeurs du coefficient de variation C_v (%) de l'angle de frottement du sol.	13
Tableau 1. 3 : Valeurs de distances d'autocorrélation horizontale et verticales.....	13
Tableau 2. 1 : Valeurs de k_n pour la valeur caractéristique à 5 %	22
Tableau 2. 2 : Valeurs critique des paramètres du sol.	23
Tableau 2. 3 : Propriétés mécaniques du sol introduite dans FLAC2D®.....	27
Tableau 2. 4 : Paramètres de calcul du coefficient de sécurité en situation	31
Tableau 2. 5 : Paramètres de calcul du coefficient de sécurité en situation de.....	31
Tableau 2. 6 : Valeurs des pressions hydrostatiques et interstitielles appliquées en situation d'exploitation normale.	32
Tableau 2. 7 : Valeurs des pressions hydrostatiques et interstitielles appliquées.....	32
Tableau 3. 1 Echantillon de données de la teneur en eau (W) en fonction de la profondeur (Z).....	39
Tableau 3. 2 Valeurs des paramètres de la loi normale.	40
Tableau 3. 3 Valeurs des paramètres de la loi log normale.	40
Tableau 3. 4 Test d'adéquation Khi-2.	42
Tableau 3. 5 Résultats du vecteur de covariance et le vecteur d'autocorrélation.....	43
Tableau 3. 6 Résultats de la fonction d'autocorrélation ajustée pour (W).	45
Tableau 3. 7 Nombre d'éléments et de nœuds générés en fonction de L_c	46
Tableau 3. 8 Exemple de 10 valeurs propres (λ).	50
Tableau 3. 9 Extrait de la matrice des vecteurs propres Φ	51
Tableau 3. 10 Paramètres de la cohésion pour les lois de distributions.	51
Tableau 3. 11 Paramètres du sol pour les lois de distribution normale et log-normal.....	53
Tableau 3. 12 Moyenne des champs aléatoires de la cohésion pour différents L_c	55
Tableau 3. 13 Moyenne des champs aléatoires de l'angle de frottement pour différents L_c	55
Tableau 3. 14 Moyenne des champs aléatoires de la cohésion pour différents nombres de tirage.	56
Tableau 3. 15 Moyenne des champs aléatoires de l'angle de frottement pour différents nombres de tirage.....	56
Tableau 3. 16 Moyenne des champs aléatoires de la cohésion pour les modèles de covariance.	58
Tableau 3. 17 Moyenne des champs aléatoires de l'angle de frottement les modèles de covariance. ..	58

Sommaire

Remerciements	
Dédicaces	
Liste des figures	
Liste des tableaux	

Introduction générale	1
------------------------------------	----------

Chapitre 01 : Synthèse bibliographique

Introduction	2
1.1 Origines de la variabilité spatiale des paramètres du sol.....	2
1.2 Quantification de la variabilité spatiale	3
1.3 Discrétisation des champs aléatoires	3
1.3.1 Discrétisation par valeurs ponctuelles	3
1.3.2 Discrétisation par valeurs moyennes	4
1.3.3 Discrétisation par développements en séries	4
1.4 Définition d'un champ aléatoire.....	5
1.5 Propriété d'un champ aléatoire spatiale (d'échantillon de mesure).....	6
1.6 Les paramètres statistiques d'un champ aléatoire	6
1.6.1 Esperance mathématique $E(\mathbf{x})$	6
1.6.2 Ecart type $\sigma(\mathbf{x})$	6
1.6.3 Coefficient de variation Cv	7
1.6.4 Distance d'autocorrélation.....	7
1.6.5 Les lois de distribution	7
1.6.5.1 Lois de distribution usuelles	7
1.6.6 Test d'hypothèses	10
1.6.6.1 Test d'adéquation de Kolmogorov- Smirnov	10
1.6.6.2 Test d'ajustement de Khi-2	11
1.7 Synthèse des travaux réalisés	12
Conclusion.....	13

Chapitre 02 : Etude déterministe de la stabilité d'une digue

Introduction	15
2.1. Définition des barrages en remblai.....	15
2.2. Types de barrages en remblai	15
2.3. Les risques et les digues	17
2.4. Stabilité des talus d'une digue vis-à-vis du glissement	18
2.5. Les actions.....	19
2.6. Définition du facteur de sécurité	19
2.7. Méthodes déterministes pour l'analyse de stabilité vis-à-vis du glissement circulaire des digues	19
2.7.1. Méthode des tranches	20
2.8. Cas d'étude.....	22
2.8.1. Présentation du logiciel FLAC2D®	23
2.8.2. Principe de résolution numérique dans du logiciel FLAC2D®	23
2.8.3. Modes de Travail du code FLAC2D®	24
2.8.4. Etape de modélisation sous FLAC2D®	26
2.8.5. Calcul du facteur de sécurité vis-à-vis du glissement.....	31
2.8.6. Résultats d'analyse pour les différentes situations de projet.....	32
Conclusion.....	35

Chapitre 03 : Génération de variabilité spatiale des paramètres du sol

Introduction	36
3.1 Exposé de la méthode de Karhunen-Loève (KL).....	36
3.1.1 Passage du champ gaussien au champ log-normal	37
3.2 Etapes de génération d'un champ aléatoire spatial par la méthode de Karhunen-Loève	38

3.3	Etude d'un cas pratique	39
3.3.1	Démarche de l'analyse	39
3.3.2	Présentation de l'échantillon d'étude	39
3.3.3	Ajustement des lois de probabilités à la teneur en eau	40
3.3.4	Test d'adéquation de Khi-2	41
3.3.5	Détermination la distance d'autocorrélation.....	42
3.3.5.1	Fonction de covariance.....	42
3.3.5.2	Fonction d'autocorrélation	43
3.3.5.3	Ajustement des modèles théoriques de covariance sur ACF.....	44
3.3.6	Génération aléatoire du champ spatial des propriétés du sol (C et ϕ)	45
3.3.6.1	Discretisation de la digue par éléments finis	45
3.3.6.2	Génération de la matrice covariance C.....	46
3.3.6.3	Génération de la matrice Masse M.....	47
3.3.7	Calcul des vecteurs Φ_i et valeurs propres λ_i	50
3.3.8	Génération du champ aléatoire spatial avec la méthode KL	51
3.3.9	Influence de la variation de la longueur d'autocorrélation L_c sur le champ aléatoire spatial.....	53
3.3.10	Influence de la variation de nombre de tirages N_t sur le champ aléatoire spatial	55
3.3.11	Influence de la variation du model d'auto-covariance sur le champ aléatoire spatial ...	57
	Conclusion.....	58
	Conclusion générale.....	59
	Annexe	
	Références bibliographiques	

Introduction générale

Les barrages en remblai sont des ouvrages de génie civil présentant un risque de rupture important, pouvant induire des conséquences catastrophiques sur la société et l'environnement : en termes de vies humaines et de dégâts matériels et environnementaux. Cette notion de risque a toujours été présente, ce qui a poussé l'homme à réguler les constructions afin d'évaluer leur fiabilité et amoindrir leur probabilité de défaillance.

Traditionnellement et en bureau d'études, l'analyse et le dimensionnement de ces ouvrages conduits par les ingénieurs sont basés sur des approches déterministes ; en considérant les valeurs caractéristiques des paramètres de calcul. Dans ces approches, les aléas et incertitudes des différents paramètres (caractéristiques du sol, chargement, etc...) sont pris en compte de manière simplifiée, en se basant sur des valeurs moyennes et en introduisant un facteur de sécurité global. Ce facteur est souvent surestimé, car on ignore les incertitudes qui sont rattachées à la variabilité aléatoire spatiale des paramètres mécaniques des matériaux dans le remblai du corps de la digue. Cette variabilité est rattachée à l'extraction du matériau dans différentes zones d'emprunts et à sa mise en œuvre par compactage en couches successives. C'est dans ce cadre que s'inscrit notre contribution qui consiste à développer une démarche pour la génération aléatoire de la variabilité spatiale des paramètres mécanique d'une digue en terre, à savoir la cohésion C et l'angle de frottement ϕ afin de pouvoir évaluer leur distribution dans le corps de l'ouvrage. Pour atteindre cet objectif, nous avons décomposé le travail en trois chapitres.

Dans le premier chapitre, une synthèse des connaissances permettant la compréhension de l'origine de la variabilité spatiale ainsi que des travaux réalisés est présentée.

Le deuxième chapitre est consacré à une étude déterministe de la stabilité d'une digue homogène en terre, en considérant trois situations de projets (situation de fin de construction, situation d'exploitation normale, situation de niveau bas d'exploitation). Pour la modélisation de l'état limite de glissement et le calcul du facteur de sécurité, nous utilisons le logiciel FLAC2D[®]. Le principe ainsi que la démarche de modélisation sont brièvement exposés.

Le troisième chapitre est dédié à la modélisation aléatoire de la variabilité spatiale des propriétés mécaniques de la digue à savoir la cohésion C et l'angle de frottement interne ϕ , qui interviennent dans le mécanisme de glissement. Dans notre démarche nous visons à mettre en évidence la distribution spatiale de ces paramètres à travers un cas d'étude, en utilisant la décomposition de Karhunen-Loève.

En conclusion générale, nous présentons les principaux résultats obtenus ainsi que les pistes ouvertes comme perspectives futures.

Chapitre 01 :

Synthèse bibliographique

Introduction

Ce premier chapitre est consacré à une synthèse de connaissances permettant la compréhension de l'origine de la variabilité spatiale des propriétés du sol. Les différents types d'incertitudes liées aux caractéristiques géotechniques sont brièvement rappelés ainsi que la modélisation mathématique de ces dernières sous forme de variable ou de champ aléatoire. Enfin, un bref aperçu sur les méthodes de discrétisation des champs spatiaux sera donné ainsi quelques travaux réalisés.

1.1 Origines de la variabilité spatiale des paramètres du sol

Les sols présentent une hétérogénéité à différentes échelles. Leurs propriétés dépendent de la position et de la profondeur. Pour cela, les analyses déterministes des réponses des sols se basant sur des valeurs moyennes et un facteur de sécurité global, peuvent être considérées comme irréalistes, car elles ne prennent pas en considération la variabilité spatiale des propriétés du sol, ni l'incertitude reliée à ces paramètres.

Les incertitudes reliées aux propriétés du sol peuvent être divisées en deux groupes comme le montre la Figure (1.1)

1. Incertitudes aléatoires : sont reliées à la variabilité naturelle du sol et aux erreurs de mesure.
2. Incertitudes épistémiques : résultent des procédures de mesures et des informations incomplètes (Salloum, 2015).

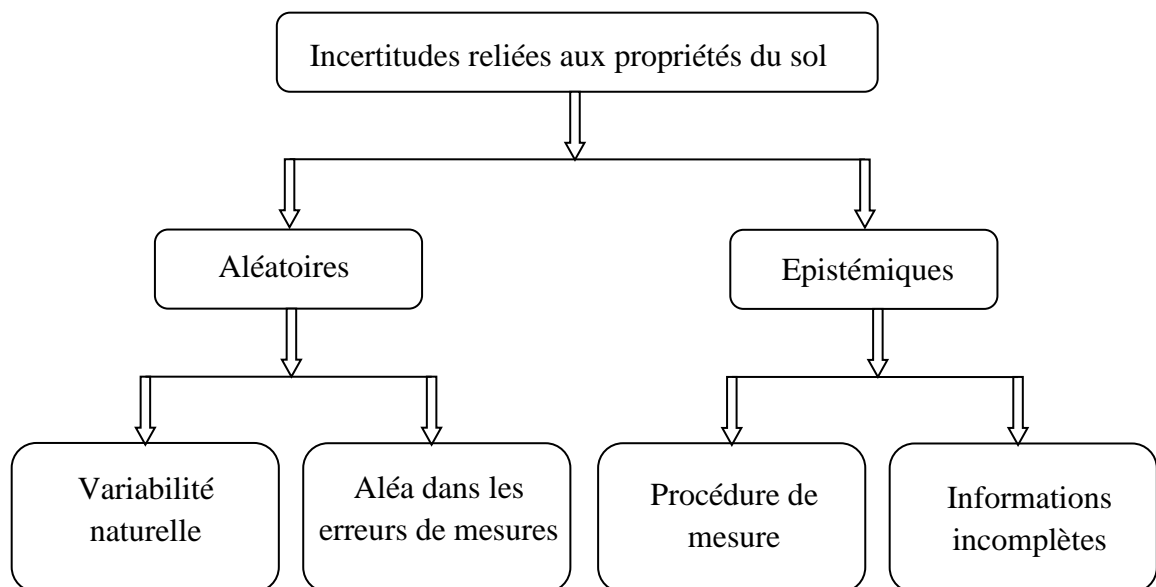


Figure 1. 1 : Incertainces reliées aux propriétés du sol.

La première étape d'une analyse probabiliste consiste à quantifier la variabilité reliée aux paramètres d'entrée avant de passer à la modélisation de ces paramètres par des variables ou champs aléatoires.

1.2 Quantification de la variabilité spatiale

La variabilité spatiale d'une propriété géotechnique donnée est caractérisée par trois (03) paramètres statistiques ; la moyenne, la variance (ou l'écart-type ou le coefficient de variation) et la distance d'auto corrélation (ou la fonction d'auto corrélation) (VanMarcke, 1977). Les deux premiers paramètres, appelés aussi premiers moments statistiques, permettent de représenter une propriété du sol par une variable aléatoire, qui suit une certaine distribution statistique. Si en plus, la distance d'autocorrélation est prise en compte, la propriété étudiée est alors modélisée par un champ aléatoire qui reflète la variabilité spatiale du sol (Hamrouni, 2018).

1.3 Discrétisation des champs aléatoires

Un champ aléatoire réel peut être représenté par un ensemble infini de variables aléatoires. Ce champ doit être discrétisé afin de produire un ensemble fini de variables aléatoires affectées à des positions discrètes (Salloum 2015).

Les méthodes de discrétisation de champs aléatoires peuvent être divisées en trois groupes principaux (Sudret et Der Kiureghian, 2000).

1. Discrétisation par valeurs ponctuelles ;
2. Discrétisation par valeurs moyennes ;
3. Discrétisation par développements en séries.

1.3.1 Discrétisation par valeurs ponctuelles

Le champ aléatoire d'un élément est décrit par une simple variable aléatoire représentant la valeur du champ en des points spécifiques de l'élément considéré. Les principales méthodes de cette approche sont :

- **Discrétisation au point moyen ("mid point method (MP)")**

Cette méthode a été introduite par Der Kiureghian et Ke (1998). Dans ce procédé, le champ aléatoire est discrétisé en supposant que la valeur du champ sur un élément est donnée par sa valeur au centre de gravité de l'élément. Le processus est remplacé par un vecteur aléatoire dont la dimension est le nombre d'éléments.

- **Discrétisation par fonction de forme ou méthode d'interpolation ("theshapefunctionmethod (SF)")**

Cette méthode a été présentée par Liu et al. (1986). Le champ aléatoire est discrétisé en associant une seule variable aléatoire pour chaque nœud de l'élément fini. Ainsi, la valeur du champ sur un élément "i" est représentée par l'interpolation des valeurs aux nœuds.

- **Méthode du point d'intégration**

Cette méthode est mentionnée par Matthies et al. (1997) faisant référence à Brenner et Bucher (1995). Le champ aléatoire est discrétisé en associant une seule variable aléatoire à chacun des points d'intégration qui apparaissent dans le schéma de résolution finie de l'élément.

- **Discrétisation linéaire optimale ("The optimal linear estimation method (OLE)**

Cette méthode est présentée par Li et Der Kiureghian (1993), elle se réfère à la méthode du Krigeage. La méthode OLE utilise des échantillons de données expérimentales pour estimer les valeurs d'une propriété du sol à des endroits non échantillonnés. La discrétisation consiste à approximer la fonction du champ aléatoire pour un élément par une fonction linéaire aux valeurs nodales.

1.3.2 Discrétisation par valeurs moyennes

Cette méthode a été proposée par Vanmarke et Grigoriu (1983). La discrétisation du champ le long d'un élément du maillage est calculé comme étant la moyenne du champ le long de cet élément. Cette méthode a été largement utilisée en géotechnique pour l'étude de l'effet de la variabilité spatiale du sol.

1.3.3 Discrétisation par développements en séries

Le champ aléatoire est approximé par la troncature d'une série de produits de variables et de fonctions déterministes. Les principales méthodes de cette approche sont :

- **Méthode d'expansion de Karhunen-Loève KL**

Cette méthode est présentée par Spanos and Ghanem (1989). Elle se base sur la décomposition spectrale de la fonction d'autocovariance. Elle consiste à résoudre un problème aux valeurs propres analytiquement seulement (dans le cas d'un champ homogène, d'un domaine rectangulaire et d'une fonction d'autocovariance exponentielle ou triangulaire) ou numériquement (c'est le cas général). Elle est largement utilisée dans le cadre des éléments finis stochastiques (Salloum, 2015).

- **Méthode d'expansion en séries orthogonales OSE**

Cette méthode est présentée par Zhang et Ellingwood (1994). La méthode OSE nous permet de choisir dès le début une série de fonctions orthogonales pour éviter la résolution du problème d'intégration aux valeurs propres (Salloum, 2015).

- **Discrétisation par estimation linéaire optimale (EOLE) ("Expansion Optimal Linear Estimation")**

La méthode EOLE a été proposée par Li et Der Kiureghian (1993); c'est une extension à la méthode OLE (optimal linear estimation), elle se réfère à la méthode du Krigeage. La discrétisation consiste à approximer la fonction du champ aléatoire pour un élément par une fonction linéaire aux valeurs nodales. Elle est basée sur la régression ponctuelle du champ aléatoire gaussien par rapport aux valeurs sélectionnées du champ (Salloum, 2015).

Les deux premières catégories donnent des solutions non optimales pour la discrétisation des champs aléatoires, étant donné qu'elles nécessitent un grand nombre de variables aléatoires qui est fonction de la taille du modèle déterministe. Les développements en séries quant à eux, résolvent ce problème vu qu'ils se contentent d'un nombre optimal de variables aléatoires. Spanos et Ghanem (1989) ont montré que la décomposition de Karhunen-Loève est l'outil le plus performant pour parvenir à la discrétisation d'un champ aléatoire, elle sera présentée dans le troisième chapitre.

1.4 Définition d'un champ aléatoire

Un champ aléatoire est décrit comme une famille de variables aléatoires définies dans le temps ou dans l'espace. Il est caractérisé par sa densité de probabilité et sa fonction d'autocorrélation qui montre le degré de dépendance de deux valeurs du champ en deux endroits différents (si le champ est donné dans le domaine spatial) ou à deux instants différents (s'il est défini dans le domaine temporel). Il s'agit d'une variable continue, définie dans un espace de 2 ou 3 dimensions dans la plupart des applications géotechniques. Une bonne représentation d'un champ aléatoire modélisant les paramètres du sol est reliée à une bonne quantification de ses paramètres et particulièrement la distance d'auto corrélation. Ceci nécessite la connaissance des valeurs des paramètres à des endroits très proches dans l'espace (Salloum, 2015).

1.5 Propriété d'un champ aléatoire spatiale (d'échantillon de mesure)

a- Notion d'homogénéité

Un champ aléatoire défini dans le domaine spatial est homogène si sa moyenne et son écart-type sont constants à n'importe quelle position de l'espace et si sa fonction d'autocorrélation ne dépend que de la distance entre deux positions (Salloum, 2015).

b- Notion d'isotropie

Un champ aléatoire est dit isotrope et homogène si sa fonction d'autocorrélation ne dépend pas de la direction c'est-à-dire : la rotation dans l'espace (Salloum, 2015 ; Vanmarcke, 1983).

c- Stationnarité

La modélisation statistique de la variabilité spatiale des sols repose en grande partie sur l'hypothèse de stationnarité des données. Si l'ensemble de données n'est pas stationnaire, les résultats de l'analyse statistique peuvent être faux (Jaksa, 1995). La stationnarité désigne l'invariance d'une donnée statistique établie à la localisation spatiale. Vanmarcke (1983) suggère qu'un processus de stationnarité faible a les propriétés suivantes :

- une moyenne constante (pas de tendance dans les données) ;
- une variance constante ;
- une corrélation entre les valeurs du champ dans deux endroits différents dépend seulement de la distance qui les sépare (Salloum, 2015).

1.6 Les paramètres statistiques d'un champ aléatoire

1.6.1 Esperance mathématique $E(x)$

En théorie des probabilités, l'espérance mathématique est l'indicateur numérique de tendance centrale attaché à une variable aléatoire réelle, elle se note $E(x)$. Sa signification concrète est celle d'une moyenne des valeurs prises.

1.6.2 Ecart type $\sigma(x)$

L'écart type est une mesure de la dispersion ou l'étalement des valeurs d'un échantillon statique ou d'une probabilité autour de sa moyenne. Il est défini comme la racine carrée de la variance ou de manière équivalente comme la moyenne quadratique des écarts par rapport à la moyenne.

$$\sigma(x) = \sqrt{\text{var}(x)} \quad (1.1)$$

1.6.3 Coefficient de variation C_v

Le coefficient de variation d'une variable est défini comme étant le rapport entre l'écart type et l'espérance mathématique. C'est un coefficient adimensionnel qui représente la dispersion relative de la variable aléatoire.

$$C_v = \frac{\sigma(x)}{E(x)} \quad (1.2)$$

1.6.4 Distance d'autocorrélation

La distance d'autocorrélation est un paramètre qui représente la variabilité spatiale naturelle d'une propriété du sol, ainsi que l'étendue spatiale au sein de laquelle les valeurs montrent une forte corrélation entre elles. Une petite distance d'autocorrélation implique que les valeurs d'une certaine propriété varient rapidement et considérablement d'un point à l'autre du massif, alors qu'une grande distance indique des valeurs plutôt homogènes qui varient d'une manière moins brusque. Une grande valeur de la distance d'autocorrélation implique une faible variation des propriétés du sol dans l'espace, pourtant une petite valeur dessine un espace fortement disséqué.

1.6.5 Les lois de distribution

En statistique, une loi de distribution décrit le comportement aléatoire d'un phénomène dépendant du hasard. C'est un modèle représentant "au mieux" une distribution de fréquences d'une variable aléatoire.

1.6.5.1 Lois de distribution usuelles

En probabilité, il existe plusieurs lois pour définir au mieux le comportement d'une variable aléatoire ; nous présenterons dans ce qui suit les lois de probabilités les plus usuelles :

a- Loi normale

La loi normale est l'une des lois de probabilité les plus adaptées pour modéliser le phénomène naturel issu de plusieurs événements aléatoires. Également appelée loi gaussienne, loi de Gauss ou loi de Laplace-Gauss. C'est une loi de probabilité continue qui dépend de deux paramètres :

Esperance $E(x)$

$$E(x) = \mu = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \quad (1.3)$$

Où :

x_i : Valeur de l'échantillon ;

N: Longueur de l'échantillon.

Ecart type $\bar{\sigma}$:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\sigma^2} \quad (1.4)$$

D'où :

$$\sigma = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N} \quad (1.5)$$

La fonction la densité de probabilité de la loi normale est donnée par l'équation (1.6) :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (1.6)$$

Le graphe de densité est illustré par la figure (1.2):

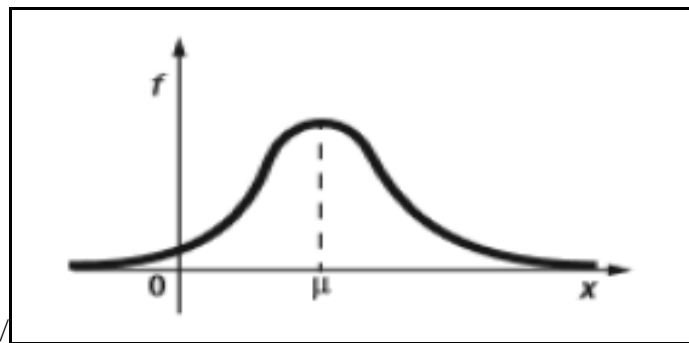


Figure 1. 2 : Graphe de densité de la loi normale.

Sa fonction de répartition est donnée par l'équation (1.7) suivante :

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt \quad (1.7)$$

Le graphe de répartition est illustré sur la figure (1.3) :

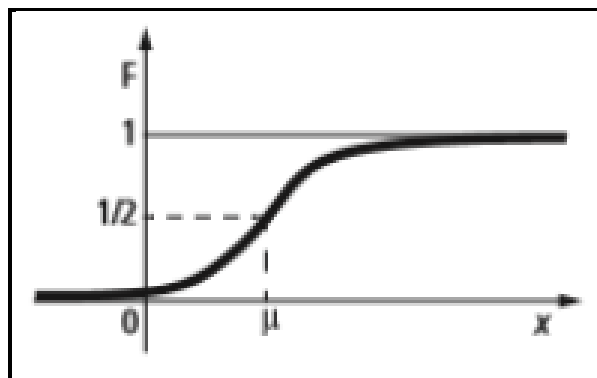


Figure 1. 3 : Graphe de la fonction de répartition de la loi normale.

b- Loi log-normale

Loi d'une variable aléatoire continue dont le logarithme suit une distribution suivant la loi normale. Elle a comme valeurs caractéristiques :

$$\text{Esperance:} \quad E(x) = e^{\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right)} \quad (1.8)$$

$$\text{Variance:} \quad \text{Var}(x) = e^{(2\mu + \sigma^2)} e^{(\sigma^2 - 1)} \quad (1.9)$$

$$\text{Ecart type :} \quad \sigma(x) = e^{\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right)} \sqrt{e^{(\sigma^2 - 1)}} \quad (1.10)$$

La fonction la densité de probabilité de la loi log normale est donnée par l'équation (1.11) :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{(\ln(x)-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)} \quad (1.11)$$

Le graphe de densité est illustré par la figure (1.4) :

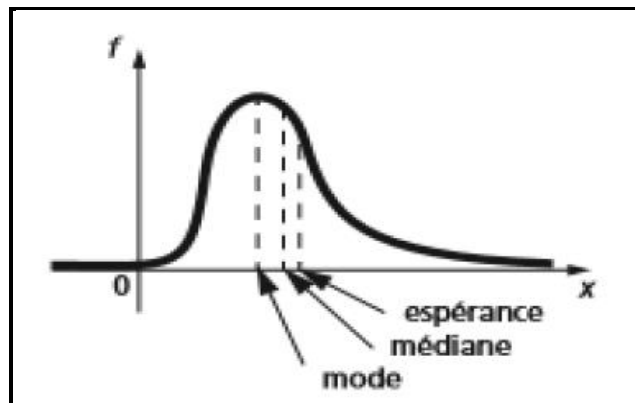


Figure 1. 4 : Graphe de densité de la loi log normale.

c. Loi de Gumbel

C'est une loi de probabilité continue, utilisée pour la distribution des valeurs extrêmes. Ses valeurs caractéristiques sont comme suit :

$$\text{Esperance:} \quad E(x) = \alpha + \beta\gamma \quad (1.12)$$

$$\text{Dont : } \alpha = \sqrt{2 \text{Ln } x}$$

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{2 \text{Ln } x}}$$

$$\gamma = 0.5772 \quad (\text{Constante d'Euler})$$

$$\text{Variance :} \quad \text{Var}(x) = \frac{\pi^2}{6} \beta^2 \quad (1.13)$$

$$\text{Ecart type :} \quad \sigma(x) = \frac{\pi^2}{6} \quad (1.14)$$

La fonction de la densité de probabilité de la loi log normale est donnée par l'équation (1.15) :

$$f(x) = e^{-x} \exp(-e^{-x}) \quad (1.15)$$

Le graphe de densité est illustré par la figure (1.5):

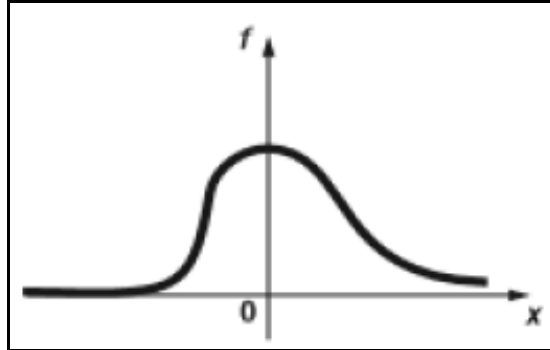


Figure 1. 5 : Graphe de densité de la loi Gumbel.

Sa fonction de répartition est donnée par l'équation (1.16) suivante :

$$F(x) = \exp(-e^{-x}) \quad (1.16)$$

Le graphe de répartition est illustré sur la figure 1.6 :

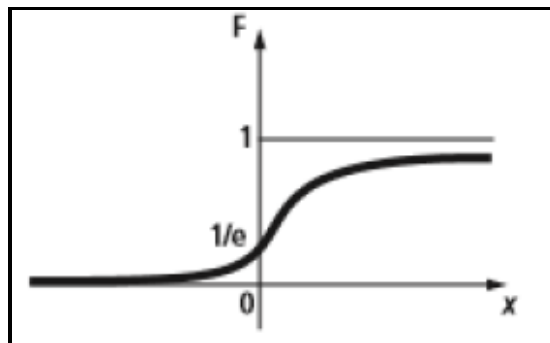


Figure 1. 6 : Graphe de la fonction de répartition de la loi Gumbel.

1.6.6 Test d'hypothèses

C'est une procédure, basée sur l'analyse statistique de résultats expérimentaux, qui permet de décider (avec un risque d'erreur) entre deux hypothèses. L'objectif principal de l'utilisation de ce test est de comparer l'adéquation d'une loi de probabilité avec un échantillon de données. Les tests d'hypothèses les plus usuels sont : test d'adéquation de khi2 et le test d'adéquation de Kolmogorov- Smirnov.

1.6.6.1 Test d'adéquation de Kolmogorov- Smirnov

C'est un test d'hypothèse utilisé pour déterminer si un échantillon suit bien une loi donnée connue par sa fonction de répartition, ou bien si deux échantillons suivent la même loi

Les hypothèses H0 et H1 correspondant à ce cas d'étude sont les suivantes :

-H₀: la distribution observée est identique à la distribution théorique (X suit la loi F) ;

-H₁: la distribution observée est différente de la distribution théorique (X suit une autre loi).

1.6.6.2 Test d'ajustement de Khi-2

Il consiste à évaluer si une distribution observée peut être estimée ou non par une loi de probabilité. Il vérifie donc un ajustement, une adéquation. Le principe consiste à mesurer la distance entre les valeurs observées et les valeurs théoriques. Ceci consiste à comparer l'histogramme des fréquences et la distribution de la loi de probabilité servant de modèle théorique. Pour cela, après avoir découpé l'intervalle d'observation en k classes, on construit un indice χ^2 mesurant l'écart constaté entre les effectifs réels et les effectifs théoriques donnés par l'équation (1.11).

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad (1.11)$$

D'où :

θ_i : effectif observé dans la classe i ;

E_i : effectif théorique dans la classe i : $E_i = N \cdot P_i$;

N : effectif total observé ;

p_i : probabilité d'obtenir une observation de la loi de probabilité théorique dans la classe i.

Hypothèses

H₀ : la distribution observée n'est pas significativement différente de la distribution théorique, (X) : la variable aléatoire, suit la loi de la fonction de répartition.

H₁ : la distribution observée est différente de la distribution théorique, (X): la variable aléatoire, suit une autre loi.

En se basant sur l'indicateur Khi-2, nous tenons à décider si les écarts entre les effectifs théoriques E_i et observés θ_i sont significatifs d'une différence de distribution ou s'ils sont dus aux fluctuations d'échantillonnages. Pour ce faire nous procédons comme suit :

- Formuler H₀ ;
- Répartir les données en classes ;
- Déterminer le nombre de degrés de liberté à partir du nombre de classes ;
- Fixer un risque de se tromper (la valeur 5 % est souvent choisie par défaut) ;
- Calculer algébriquement la distance entre les ensembles d'informations à comparer ;
- Déterminer Khi-2 théorique (déduire la distance critique à l'aide d'une table de χ^2) ;
- Conclure si cette distance est supérieure à la distance critique.

Détermination du seuil critique

La table de khi-deux fournit le seuil critique qui dépend du degré de liberté ($ddl = k-1$) et du seuil de signification $\alpha = 5\%$.

Règle de décision

Pour le test d'ajustement, la lecture des résultats d'un test de Khi-2 est donnée comme suit :

- Si la valeur statistique du test Khi-2 est inférieure à la valeur critique tirée de la table de Khi-2 (annexe 1) alors on conserve l'hypothèse nulle,
- Si la valeur statistique du test Khi-2 est supérieure à la valeur critique tirée de la table de Khi-deux alors on rejette l'hypothèse nulle et on accepte l'hypothèse alternative (H_1) (Aliche, 2016).

1.7 Synthèse des travaux réalisés

Phoon et Kulhawy (1999) ont mené une série d'essais in-situ et au laboratoire et ont montré que le coefficient de variation de la cohésion non drainée, dû à la variabilité naturelle seulement, varie entre 10% et 55%. Cherubini *et al.* (1993) ont trouvé que la variabilité diminue avec l'augmentation de la cohésion du sol et ont recommandé un intervalle de 12% à 45% pour des argiles raides. Quant aux argiles molles, elles présentent une plus grande variabilité avec un coefficient de variation pouvant atteindre 80% (Hamrouni, 2018).

Tableau 1. 1 Valeurs du coefficient de variation Cv (%) de la cohésion du sol.

Auteurs	Cv de C (%)
Lumb 1972	30 - 50 (test UC) 60 - 85 (Argile extrêmement variable)
Morse 1972	30 - 50 (test UC)
Fredlund et Dahlman 1972	30 - 50 (test UC)
Lee et al (1983)	20 - 50 (Argile) 25 - 30 (Sables)
Ejezei et Harrop-Williams (1984)	28 - 96
Gherubini et al. (1993)	12 - 45 (Argile moyenne à forte)
Lacasse et Nadim (1996)	5-20 (Argile-essai triaxial) 25 - 30 (limon argileux)
Phoon et Kulhawy	10 - 55
Duncan	13 - 40

Phoon et Kulhawy (1999) ont montré que l'intervalle du coefficient de variation est plus restreint pour les angles de frottement interne du sol que celui de la cohésion. Pour des sols ayant un angle de frottement entre 20° et 40° , le coefficient de variation est compris entre 5% à 15% (Hamrouni, 2018).

Tableau 1. 2 Valeurs du coefficient de variation Cv (%) de l'angle de frottement du sol.

Auteurs	Cv de ϕ (%)	Type de sol
Lumb 1966	9	Différents type de sols
Harr 1987	7 – 12	Gravier, Sable
Wolff 1996	16	Argile
Lacasse and Nadim (1996)	2 - 5	Alluvial
Phoon and kulhawy	5 - 11 4 -12	Sable

Les distances d'autocorrélation horizontale sont généralement comprises entre 5 et 40 m tandis que les distances dans la direction verticale sont nettement plus petites et varient entre 1 et 6 m (Hamrouni, 2018).

Tableau 1. 3 Valeurs de distances d'autocorrélation horizontale et verticales.

Auteurs	Distance d'autocorrélation verticale (m)	Distance d'autocorrélation horizontale (m)
Chiasson et al. 1995	2	-
Soulie et al. 1990	3	7 - 30 (sol argileux)
Popescu 1995		12 (sable) 5 (sol argileux)
Lacasse et Nadim 1996	3 – 1	5 - 38
Phoon et Kulhawy 1999	0,5 - 6 (la majorité entre 1-2)	40 - 60

Abdel Massih (2010) a mené une étude de variabilité spatiale de la cohésion et l'angle de frottement pour un sol sous fondation profonde, modélisée à l'aide de champ aléatoire.

Les variables aléatoires C (cohésion) et ϕ (angle de frottement) sont générés suivant la loi de distribution normale et Beta respectivement. Le même auteur a montré que la cohésion varie entre 9 et 42 KPa, pour une distance d'autocorrélation égale à 2.00 m, une moyenne de 20 KPa et un coefficient de variation 20 %. Par ailleurs, l'angle de frottement interne varie entre 18 et 39 °, pour une la distance d'autocorrélation qui vaut 2.00 m, une moyenne de 30 ° et un coefficient de variation de 10 %.

Conclusion

En ingénierie l'étude de stabilité de la digue et le calcul du coefficient de sécurité par les méthodes déterministes a pour objectif de couvrir les incertitudes liées aux paramètres du sol. Ces incertitudes sont reliées à la nature des matériaux des différentes zones d'emprunt et à la mise en œuvre des couches successives de remblai de la digue. Pour cela et d'une manière complémentaire aux précédents travaux réalisés sur la variabilité spatiale des paramètres du sol, nous proposons l'étude de la variabilité aléatoire spatiale de ces deux propriétés (cohésion

et angle de frottement) et la description de l'effet de l'autocorrélation sur le champ aléatoire de la digue. On procédera à la discrétisation de la variable aléatoire spatiale par la méthode de Karhunen-Loève qui fera l'objet du troisième chapitre.

Chapitre 02 :

*Etude déterministe de la stabilité
d'une digue.*

Introduction

Le calcul de stabilité d'une digue est conduit par les ingénieurs en bureau d'étude par la méthode déterministe des tranches (Fellinus ou Bishop). A base de ces dernières, des logiciels ont été développés nous citons : TALREN[®], GEO-SLOPE[®] et FLAC[®] qui est un logiciel de recherche.

Dans le cadre de ce chapitre, nous présentons un calcul de stabilité d'une digue homogène en utilisant le logiciel FLAC2D[®] pour différentes situations de projets, à savoir la situation de fin de construction, la situation d'exploitation normale et la situation de niveau bas d'exploitation. Les valeurs caractéristiques des paramètres mécaniques du sol sont considérées.

2.1. Définition des barrages en remblai

Les barrages en remblai peuvent être constitués de matériaux très divers et mis en place suivant des configurations différentes. Ils sont souvent destinés au soutien d'étiage, à l'irrigation, à l'écrêtement des crues ou encore à l'alimentation en eau potable. Les ouvrages en remblai sont rarement destinés à l'hydroélectricité, contrairement aux barrages en béton de hauteur plus importante.

2.2. Types de barrages en remblai

Trois principaux types de barrages peuvent être distingués (Moyeaux, 2017) :

- **Barrage en terre homogène**

Il est constitué d'un massif de matériau imperméable compacté, pouvant parfois comporter un dispositif de drainage, tel que présenté en figure 2.1.

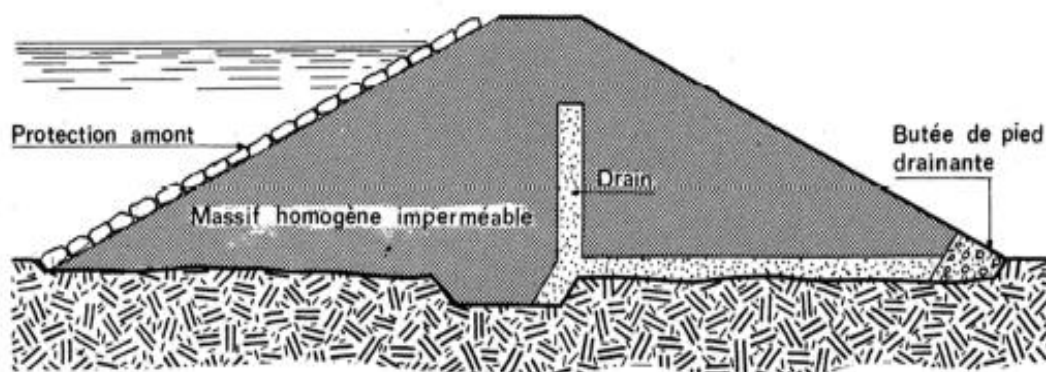


Figure 2. 1 : Barrage en remblais homogène.

- **Barrages zonés avec massif amont ou noyau central**

La fonction d'étanchéité est assurée grâce à une zone spécifique réalisée en matériau argileux disposée soit à l'amont soit au centre de l'ouvrage. Cette zone est appuyée sur une ou des recharges constituées de matériaux plus grossiers et plus perméables, assurant la fonction de stabilité. Une couche filtrante est interposée entre les deux matériaux si la discontinuité de perméabilité est trop importante (figure 2.2).

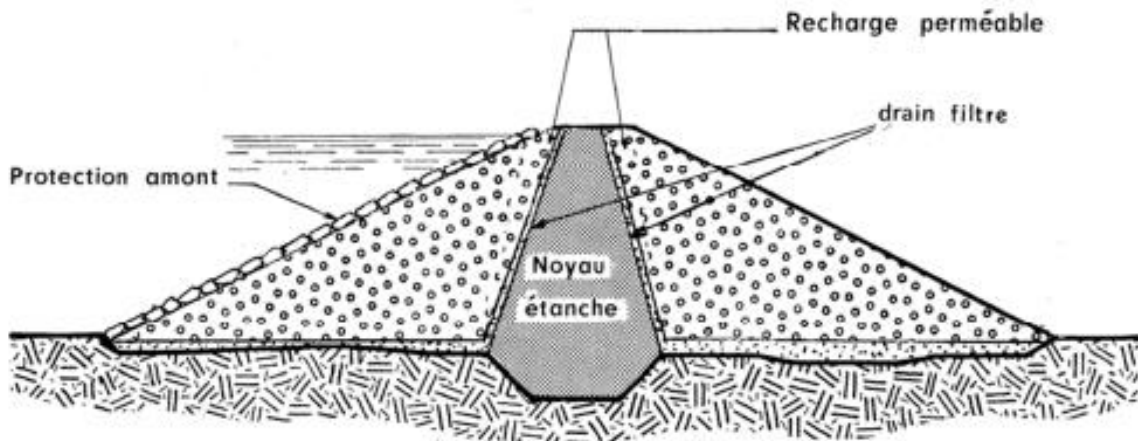


Figure 2. 2 : Barrage zoné avec massif amont ou noyau central.

- **Barrages en matériaux perméables avec dispositif d'étanchéité artificiel.**

Si la réalisation d'un noyau étanche présente des difficultés à cause du manque de matériau par exemple, la fonction d'étanchéité peut être assurée par un masque amont. Le masque amont est appliqué sur le talus amont de l'ouvrage et est ancré à son pied. Il peut être constitué par un masque en béton, une membrane bitumineuse, une géo-membrane, ou encore de chapes préfabriquées.

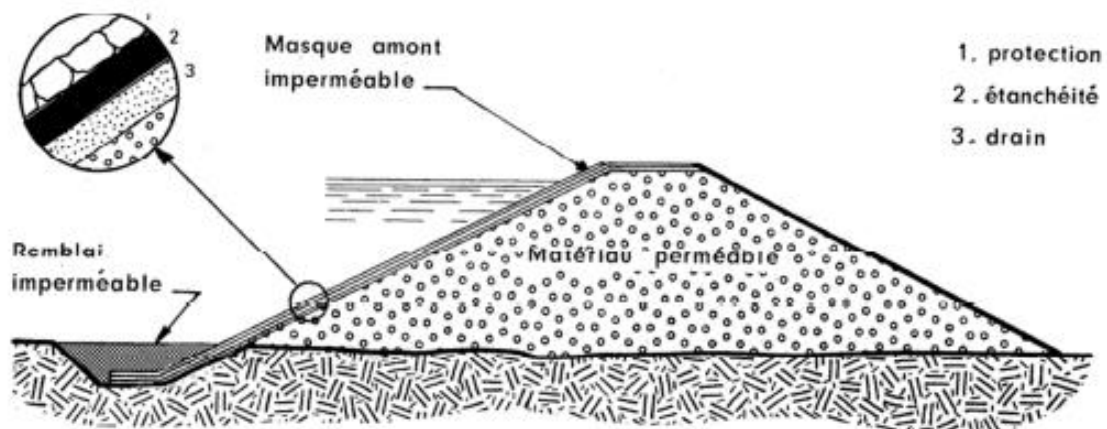


Figure 2. 3 : Barrage à masque amont.

Le type de barrage en remblai à mettre en place sur un site donné dépend essentiellement de la qualité et de la quantité des matériaux présents sur le site. La mise en place d'un barrage homogène n'est pas possible lorsqu'on constate l'hétérogénéité des matériaux en place et/ou lorsque le volume de matériau étanche est trop faible pour constituer tout le corps de l'ouvrage. En fonction des matériaux disponibles, la structure de l'ouvrage est choisie afin que le barrage en remblai soit stable, étanche, bien drainé et protégé des agents extérieurs.

2.3. Les risques et les digues

Les digues sont soumises tout au long de leur vie à différents risques. Nous distinguons (Aissiouane et Khimeche, 2016) :

- **Tassement**

Le tassement est la composante verticale du déplacement du sol en surface, sous l'effet du poids de la digue et des charges qui lui sont appliquées.

- **Renversement**

Les forces verticales, qui ne sont rien d'autres que les poussées de l'eau appliquées sur toute la surface du parement amont qui tendent à renverser le corps de la digue.

- **Glissements**

C'est le mouvement de roches, de débris ou de sol, le long d'une pente. Le glissement se produit généralement dans des matériaux faiblement cohérents. Le phénomène de glissements est une menace majeure pour la stabilité des digues en terre. La forme de la surface de glissement dépend de la géométrie et des caractéristiques matérielles. Nous distinguons plusieurs types de glissements.

- **Glissements plans** : Il se produit suivant en plan, au niveau d'une surface de discontinuité géologique : entre deux matériaux de nature différente. La ligne de rupture suit une couche mince de mauvaises caractéristiques sur laquelle s'exerce souvent l'action de l'eau. Les glissements plans peuvent être parfois assimilés à un écroulement, car ils font intervenir des masses rocheuses qui glissent sur leurs joints de stratification en provoquant, par leur soudaineté, une impression d'écroulement. Les discontinuités qui favorisent le glissement le long d'un versant sont inclinées dans le sens de la pente et constituent des surfaces de glissements potentiels. En plan, la taille de tels glissements est très variable et l'épaisseur des masses en mouvement atteint fréquemment plusieurs dizaines de mètres
- **Glissements circulaires** : Le terrain glisse le long d'une surface creuse ayant la forme d'une cuillère. Ce type de rupture est rencontré lorsque le massif est homogène.

2.4. Stabilité des talus d'une digue vis-à-vis du glissement

L'étude de la stabilité d'une digue en terre est celle de la stabilité de son talus amont et aval sur sa fondation. Elle est déterminée par sa capacité à résister, le long des surfaces de glissement potentielles, aux efforts de cisaillement dérivant de l'application des surcharges hydrostatiques, des charges accidentelles (séisme) et des charges permanentes (poids du remblai de la digue). Durant sa vie, un barrage en remblai est confronté à différentes situations pour lesquelles sa stabilité doit toujours être assurée. Une situation correspond à un ensemble de conditions physiques réelles pendant lequel les actions et les résistances sont considérées constantes au cours d'une certaine durée. On distingue les classes de situations suivantes (CFBR, 2015) :

- **Situations normales d'exploitation**

Ce sont les situations dans lesquelles se trouvent généralement les ouvrages (probabilité d'occurrence très forte). Il est nécessaire de considérer les paramètres de résistance effectifs des matériaux, représentant le comportement à long terme.

- **Situations transitoires**

Elles correspondent aux situations dans lesquelles va forcément se trouver le barrage pendant une durée relativement courte par rapport à sa vie (fin de construction, remplissage, maintenance). Il est nécessaire de considérer les paramètres non drainés des matériaux, représentant le comportement à court terme.

- **Situations rares**

Ce sont des conditions particulières pouvant survenir sur un barrage en remblai avec des probabilités d'occurrence est assez élevé sur la durée de vie de l'ouvrage (vidange rapide de la retenue ou lors d'un séisme). Il est nécessaire de considérer les paramètres de résistance effectifs des matériaux, représentant le comportement à long terme.

- **Situations de crue**

Les situations de crue se divisent en situation rare, exceptionnelle ou extrême en fonction de la probabilité d'occurrence de la crue, du fonctionnement du dispositif d'évacuation, et du type de l'ouvrage.

- **Situations extrêmes**

Elles se réfèrent à des conditions extrêmes ayant une probabilité d'occurrence très faible sur la durée de vie de l'ouvrage (glissement dans la retenue, dysfonctionnement d'un composant de l'ouvrage, etc.).

2.5. Les actions

Les actions auxquelles sont soumis les barrages se divisent en trois classes (Degoutte, 2002) et (CFBR, 2015) :

- **Les actions permanentes**

Ce sont les actions continues, dont les points d'application et l'intensité sont très peu variables dans le temps. Il s'agit essentiellement du poids propre de l'ouvrage et des charges d'exploitation.

- **Les actions variables**

Elles s'opposent aux premières par la variabilité de leur intensité et de leurs points d'application. En ce qui concerne les barrages en remblai, il s'agit principalement des sollicitations dues aux conditions hydrauliques dans l'ouvrage, qui sont liées au niveau de l'eau dans la retenue (poussée hydrostatique, pressions interstitielles).

- **Les actions accidentelles**

Pour les barrages en remblai, seule l'action sismique est considérée comme accidentelle.

2.6. Définition du facteur de sécurité

Le principe de l'analyse de la stabilité des digues repose sur le calcul du facteur de sécurité F_s , qui est défini comme le rapport entre les moments résistants et les moments moteurs.

$$F_s = \frac{\sum \text{moments stabilisants}}{\sum \text{moments moteurs}} \quad (2.1)$$

L'étude de stabilité consiste à comparer le facteur de sécurité calculé avec un coefficient de sécurité que l'ingénieur s'est fixé en fonction de la situation considérée. Ce coefficient de sécurité est généralement pris égal à 1,5 pour la situation normale d'exploitation, et à 1,3 pour la fin de construction et vidange rapide (Masekanya, 2008).

2.7. Méthodes déterministes pour l'analyse de stabilité vis-à-vis du glissement circulaire des digues

Le calcul est effectué le long d'un cercle de glissement. Les principales forces agissant sont la pesanteur, l'écoulement de l'eau et la résistance au cisaillement (Aissiouane et Khimeche, 2016).

2.7.1. Méthode des tranches

Le principe de base de toutes ces méthodes est de découper le volume de sol étudié en un certain nombre de tranches et d'appliquer les différentes forces comme le montre à titre indicatif la figure 2.4. Toutes ces méthodes ont en commun la même difficulté qui est de trouver à la fois : la surface critique, les contraintes normales et tangentielles le long de cette surface, et le facteur de sécurité.

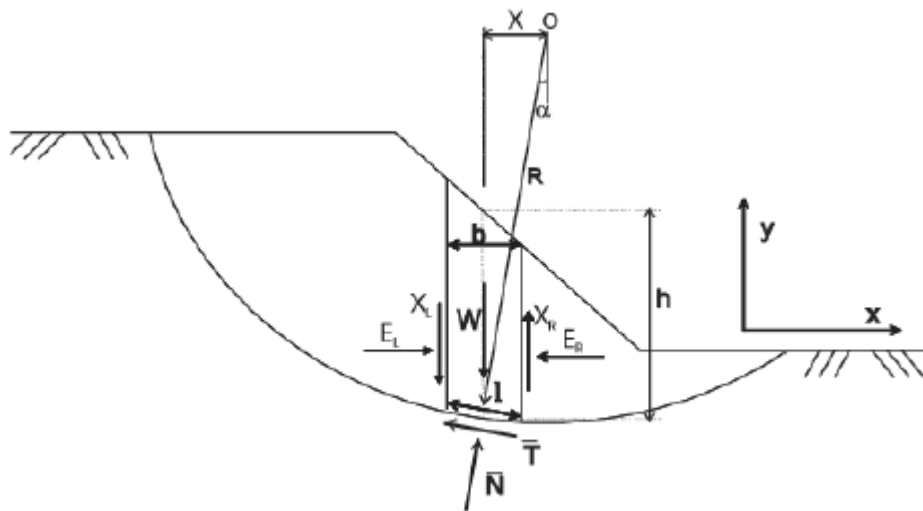


Figure 2. 4 : Forces agissantes sur une tranche.

W : poids de la tranche,

N , T : composantes normale et tangentielle de la force agissant à la base de la tranche,

X , E : composantes verticale et horizontale des forces inter-tranches,

b : épaisseur de la tranche ($b = l \cdot \cos \alpha$),

α : angle que fait la base de la tranche avec l'horizontale,

R : rayon du cercle de rupture de centre O ,

l : longueur du plan de glissement de la tranche,

x : bras de levier du poids des terres.

- **Méthode de Fellenius (1927)**

La méthode suppose une surface de glissement circulaire et divise le talus en tranches. Elle néglige les forces entre les tranches verticales et horizontales figure 2.7.

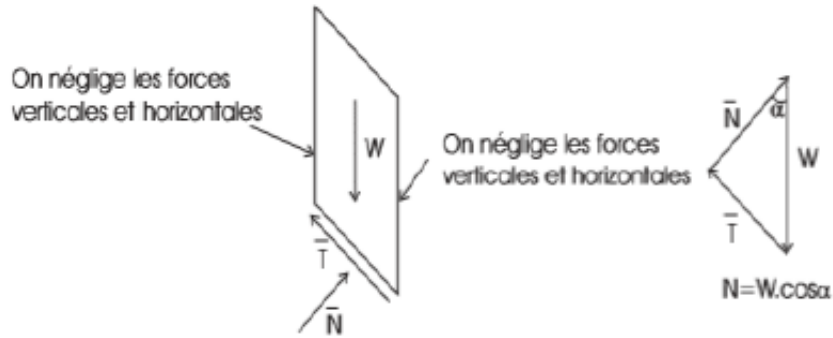


Figure 2. 5 : Forces appliquées sur une tranche.

La méthode de Fellenius vérifie l'équilibre global des moments tout en négligeant les forces entre tranches avec la formule suivante

$$F_S = \frac{\sum(C.l + (w \cdot \cos \alpha - \mu l) \cdot \tan \varphi)}{\sum w \cdot \sin \alpha} \quad (2.2)$$

C et φ sont les paramètres mécaniques du sol.

- **Méthode de Bishop (1955)**

La méthode suppose une surface de glissement circulaire. Elle néglige les forces verticales entre les tranches figure 2.8.

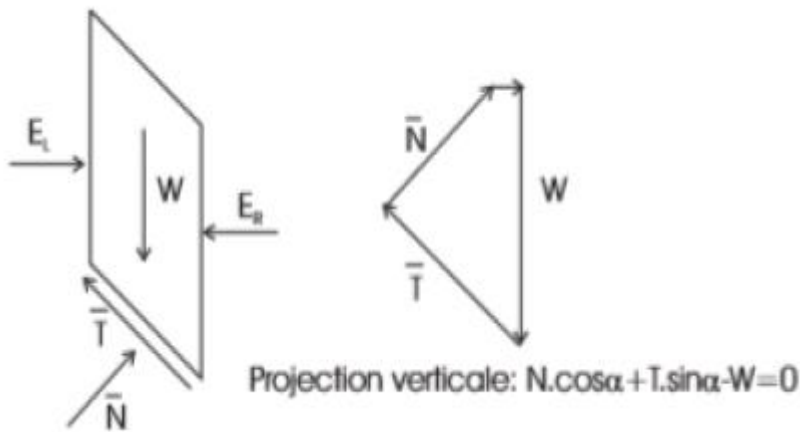


Figure 2. 6 : Représentation des forces sur une tranche selon Bishop.

La méthode de Bishop vérifie l'équilibre des moments ainsi que l'équilibre vertical pour chaque tranche, mais elle néglige l'équilibre horizontal des forces.

2.8. Cas d'étude

La digue faisant l'objet de notre étude est de type homogène constituée avec une argile compactée. Elle est dotée d'un drain horizontal d'une longueur de 20m sur le pied du parement aval. Ses caractéristiques géométriques et mécaniques sont représentées par la figure (2.7) et dans le tableau (2.2) :

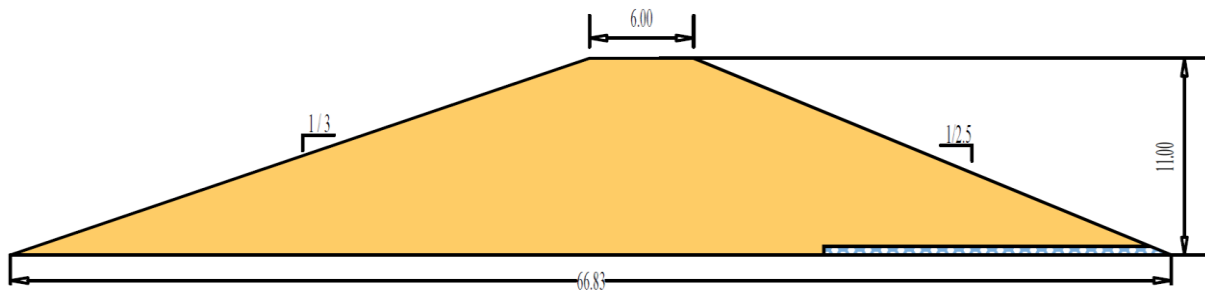


Figure 2. 7 : Schéma descriptif de l'une digue en argile homogène.

Pour l'analyse déterministe de la stabilité de la digue en question ; nous calculons les valeurs caractéristiques des paramètres mécaniques du sol selon la norme européenne NF EN 1990.

- **Valeur caractéristique**

D'une manière générale, on définit la valeur caractéristique d'un paramètre comme la valeur pour laquelle il y a 5% de probabilité que la valeur réelle soit plus défavorable (inférieure ou supérieure selon le cas) elle est déterminée par analyse statistique. Selon la Norme Européenne NF EN 1990, nous déterminons la valeur caractéristique d'une propriété à partir l'équation (3.3) :

$$X_K = m_y - k_n \cdot \sigma \quad (2.3)$$

D'où X_K : valeur caractéristique;

m_y : valeur moyenne ;

σ : écart type ;

k_n : coefficient d'incertitude statique en fonction de la grandeur de l'échantillon N pour des valeurs caractéristiques à 5% donne par le tableau (2.1)

Tableau 2. 1 : Valeurs de k_n pour la valeur caractéristique à 5 % .

N	1	2	3	4	5	6	8	10	20	30	∞
k_n	2,31	2,01	1,89	1,83	1,80	1,77	1,74	1,72	1,68	1,67	1,64

Tableau 2. 2 : Valeurs critique des paramètres du sol.

Symbole	Désignation du paramètre	Valeur moyenne	Ecart type	Valeur caractéristique	unité
γ_h	Masse volumique humide	19.00	2.28	1530.60	kg/m ³
γ_{sat}	Masse volumique saturée	21.00	2.52	16917.14	kg/m ³
C'	Cohésion effective du sol	20.36	2.44	16401.57	N/m ²
ϕ'	Angle effective du sol	26.55	3.19	21.39	°
C _u	Cohésion non drainée du sol	97.63	11.72	78648.60	N/m ²
ϕ_u	Angle non drainée du sol	9.48	1.14	7.64	°

2.8.1. Présentation du logiciel FLAC2D[®]

FLAC2D[®] (Fast Lagrangian Analysis of Continua), est développé par la société américaine ITASCA Consulting group, est spécialement conçu pour les problèmes de géo mécanique en général, et pour les problèmes de mécanique des sols en particulier.

FLAC2D[®] est basé sur la méthode des différences finies. Les concepteurs de ce code ont utilisé un concept appelé « méthode des éléments lagrangiens ». Il consiste en une application non traditionnelle de la méthode des différences finies explicites.

2.8.2. Principe de résolution numérique dans du logiciel FLAC2D[®]

Contrairement à la plupart des autres codes basés sur la méthode des éléments finis, FLAC2D[®] utilise une formulation explicite en différences finies, nécessitant une faible puissance de calcul, peu de ressources mémoires ; mais un grand nombre d'itérations.

La méthode des différences finies est l'une des plus anciennes méthodes de résolutions numériques d'un système d'équations différentielles avec conditions initiales et conditions aux limites. La plupart des méthodes utilisant cette technique adoptent une discrétisation du milieu en mailles rectangulaires exclusivement.

Le logiciel FLAC2D[®] a été conçu pour opérer dans un espace bidimensionnel. L'utilisation de modèles bidimensionnels permet bien sûr de réduire considérablement les temps de calcul, mais rend surtout possible le raffinement géométrique des systèmes étudiés. La figure 2.6 ci-dessous présente le procédé général de résolution adopté dans FLAC2D[®].

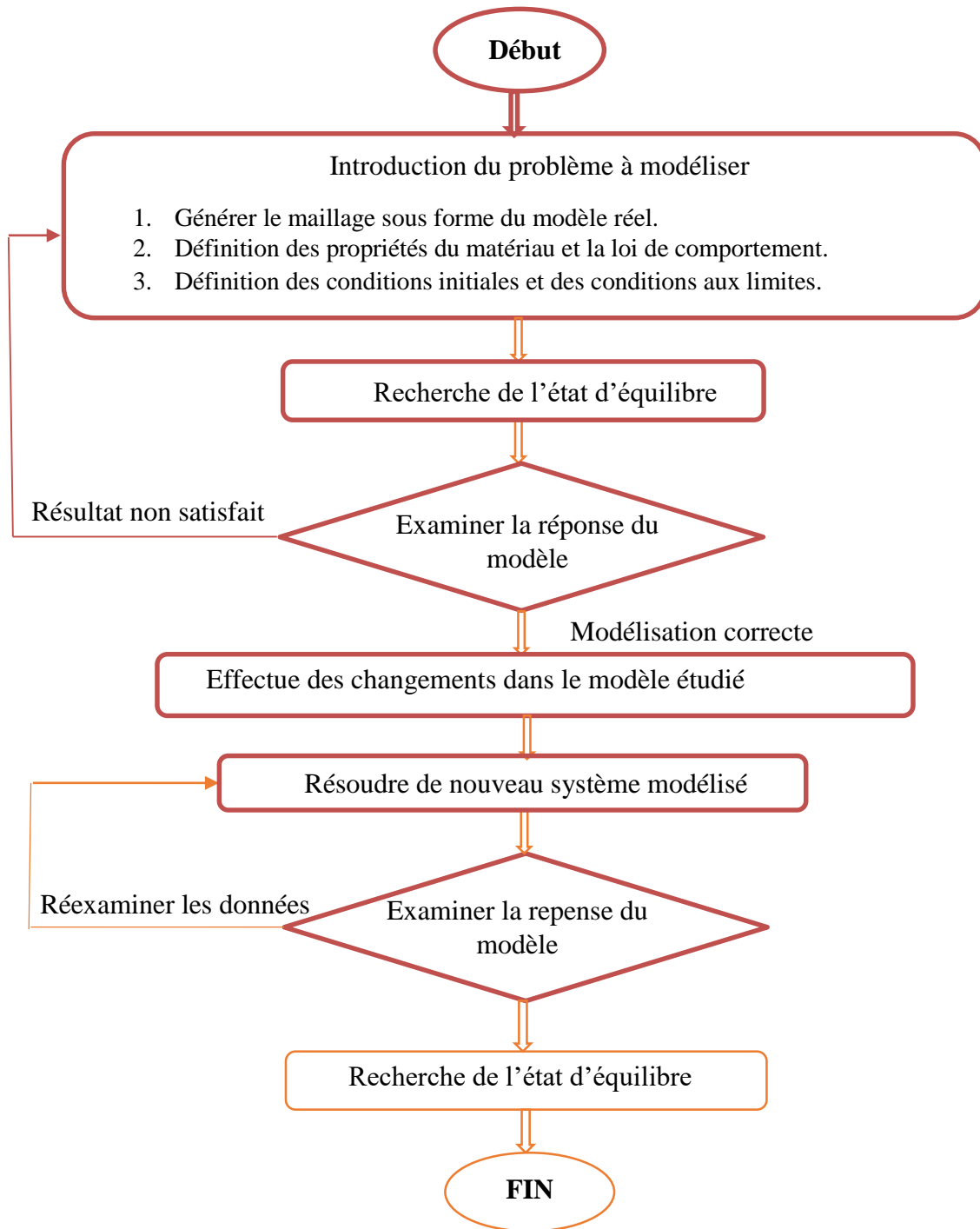


Figure 2. 8 : Procédé général de résolution des problèmes en géotechnique selon FLAC2D®.

2.8.3. Modes de Travail du code FLAC2D®

Il existe deux interfaces dans FLAC2D®, la première qui se base sur l'introduction des données par commande ligne en utilisant le langage FISH, donc la modélisation et l'analyse sont réalisées grâce à un programme qu'il faut confectionner tel qu'illustré sur la figure 2.7

```

; Grid file: MESGNORMAL.grd
config gwflow
grid 67,11
gen 0.0,0.0 33.33,11.0 39.33,11.0 66.83,0.0 i=1,68 j=1,12
model elastic i=1,67 j=1,11
; Fixed boundary conditions
fix x y i=1,68 j=1
group 'User:new1' region 32 5
model mohr notnull group 'User:new1'
prop density=1530.6 bulk=5.19E6 shear=9.93E5 cohesion=16401.57 friction=21.39 dilation=0.0 tension=41877.48
prop por=0.4 perm=1.02E-11 region 49 6
set gravity=9.81
water bulk=9810.0
water density=1000.0
set funsat=on
fix pp i 48 68 j 1
apply pp 0.0 from 68,1 to 48,1
apply pp 88290.0 var 0.0 -88290.0 from 1,1 to 1,10
apply pressure 88290.0 var 0.0 -88290.0 from 1,1 to 1,10

```

Figure 2. 9 Programme sous FLAC2D®.

La deuxième interface est le GIIC « Graphical Interface for Itasca Codes » figure 2.9, cette dernière est pilotée par des menus déroulants, des boîtes de dialogues et des barres d'outils développées pour aider les utilisateurs de FLAC2D®.

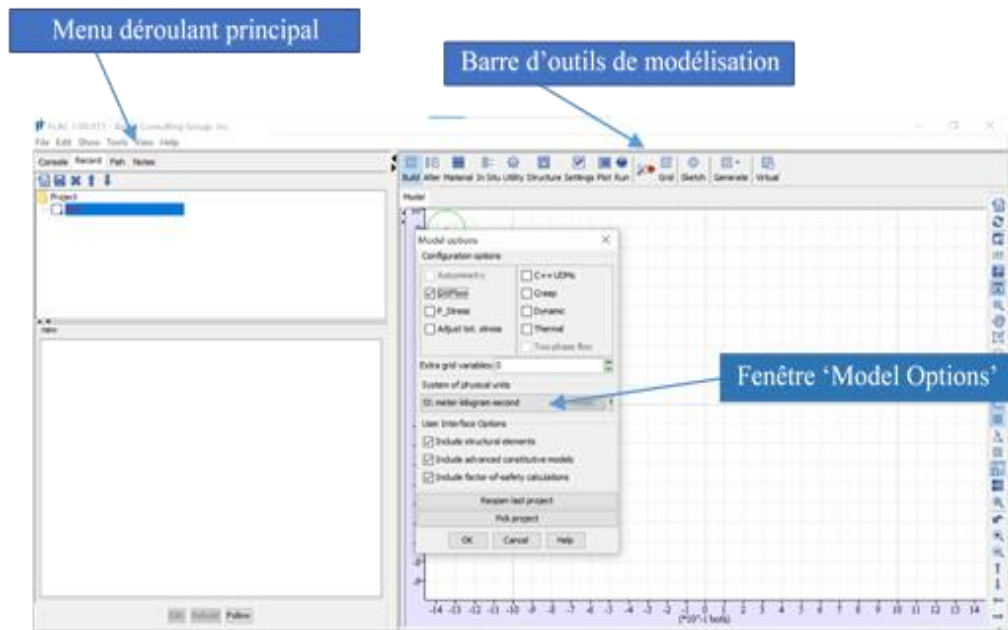


Figure 2. 10 : Programme sous FLAC2D®.

2.8.4. Etape de modélisation sous FLAC2D®

Etape 01 : lancement du programme FLAC2D et choix du mode et du type d'analyse ainsi que le système d'unité à utiliser tout au long de l'analyse.

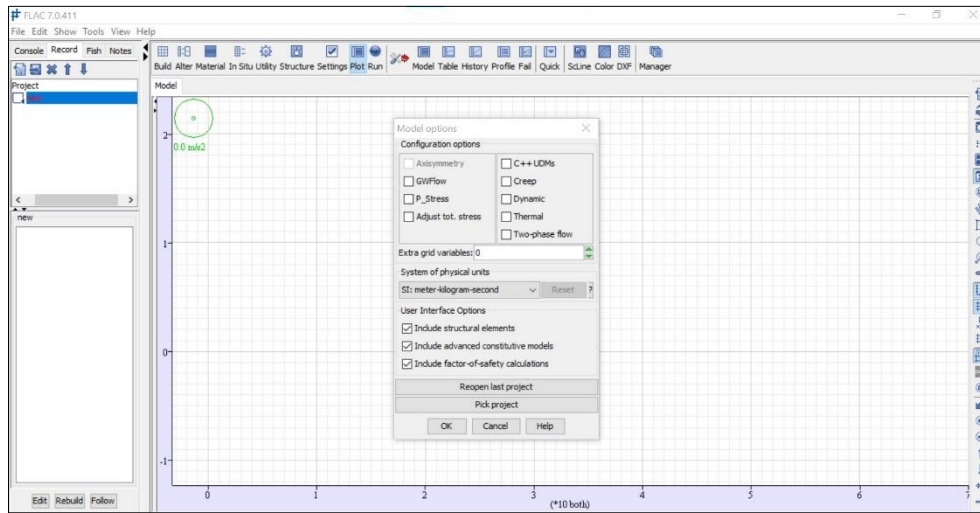


Figure 2. 11 : Bureau de démarrage dans la configuration graphique de FLAC2D®.

Etape 02 : Définition et discrétisation de la géométrie de la digue ainsi que la fixation des conditions aux limites à l'aide de l'outil : **Build** → **Virtual** → **simple** → **Edit**.

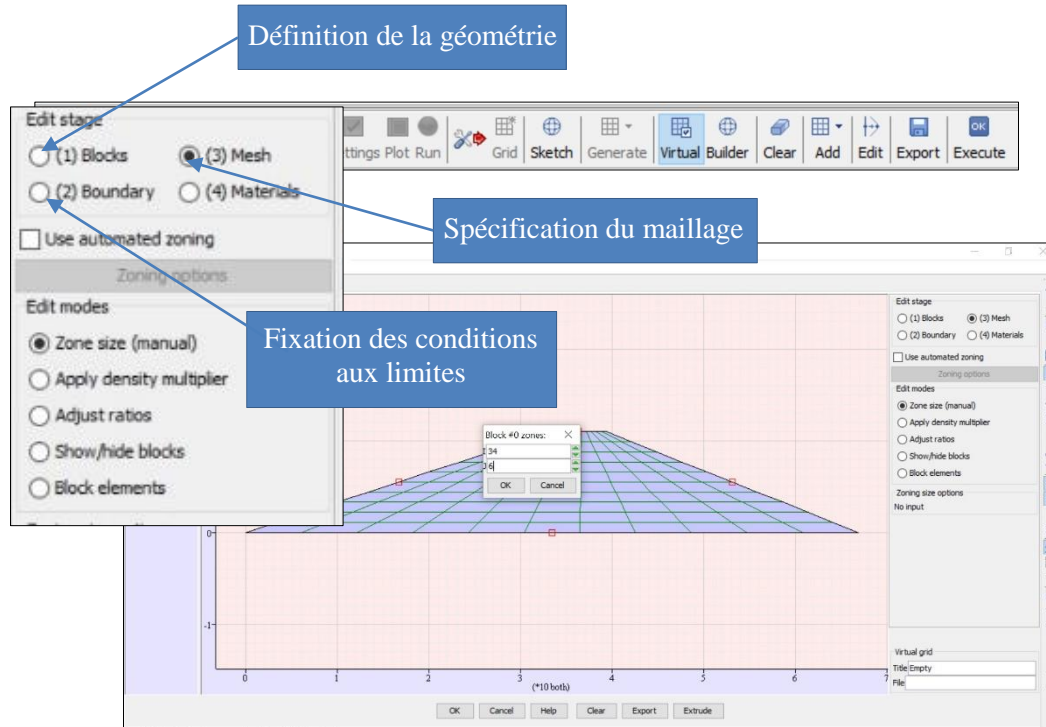


Figure 2. 12 Fenêtre de dialogue « Build » dans la configuration graphique de FLAC2D®.

Etape 03 : Définition du model de comportement, ses propriétés mécaniques ainsi que les propriétés de l'écoulement des eaux dans le matériau : Menu Material.

- Propriétés du model plastique : **Material**→ **Assign**→ **Region**→ **Create**.

Les propriétés utilisées par le model Mohr-Coulomb sont représentées dans le tableau (2.3).

Tableau 2. 3 : Propriétés mécaniques du sol introduites dans FLAC2D®.

Symbole	Désignation du paramètre	unité
γ_h	Masse volumique humide	kg/m ³
C	Cohésion du sol	KN/m ²
ϕ	Angle de frottement du sol	°
ψ	Angle de dilatation	°
E	Module de Young	N/m ²
ν	Coefficient de Poisson	-
K	Module volumique	N/m ²
G	Module de cisaillement	N/m ²

Le module volumique et le module de cisaillement sont calculés à l'aide des formules suivantes :

$$\psi = \frac{C}{\tan \phi} \quad (2.4)$$

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (2.5)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.6)$$

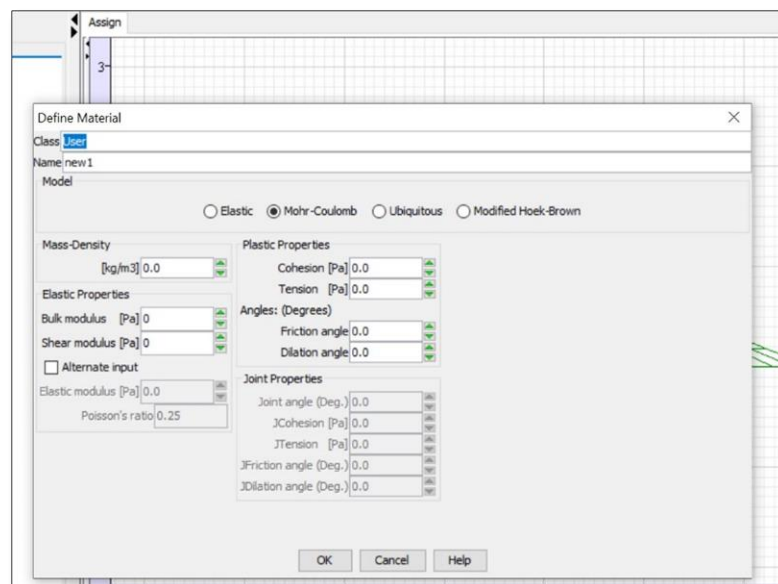


Figure 2. 13 : Fenêtre de dialogue « Define Material » dans la configuration graphique.

- Propriété de l'écoulement des eaux (perméabilité) : **Material**→ **GW Prop**

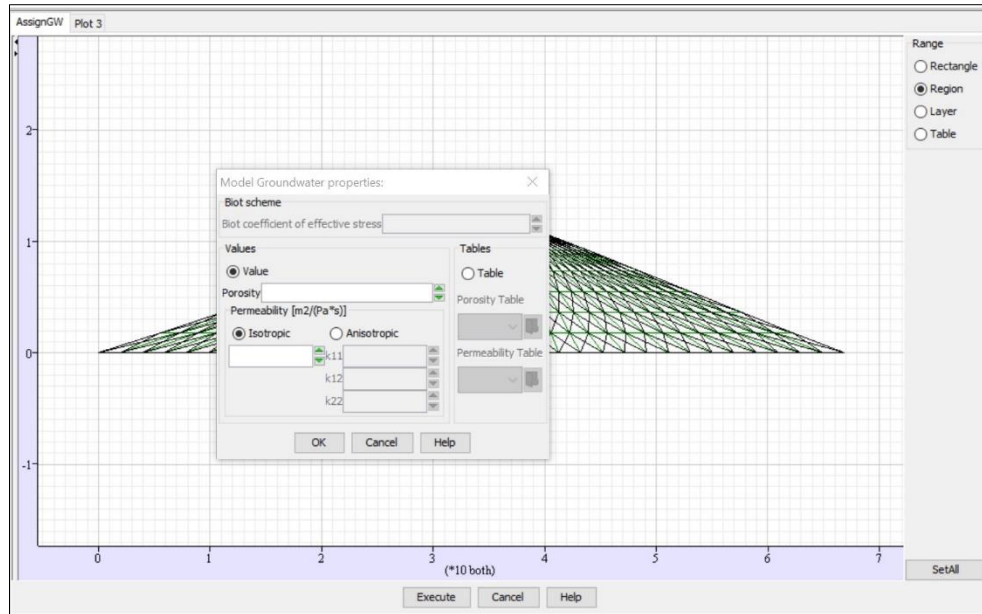


Figure 2. 14 : Fenêtre de dialogue « AssignGW » dans la configuration graphique de FLAC2D®.

Etape 05 : Définition des paramètres de calcul : Menu Settings

-Gravité : **Setting**→ **Gravity**.

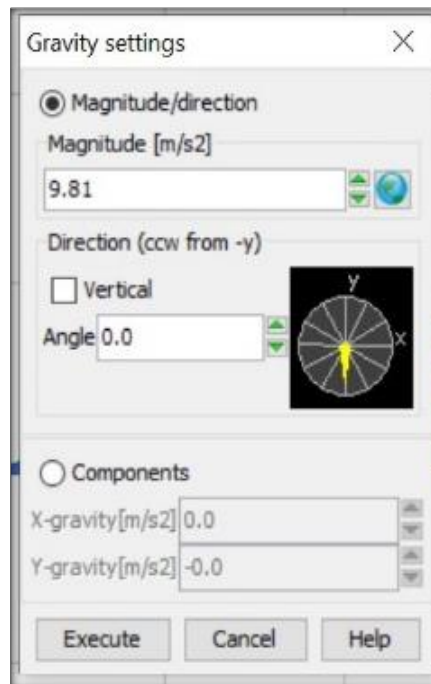


Figure 2. 15 : Fenêtre de dialogue « Gravity settings » dans la configuration.

- Paramètres de calcul de la ligne de saturation : **Setting**→ **Gravity**

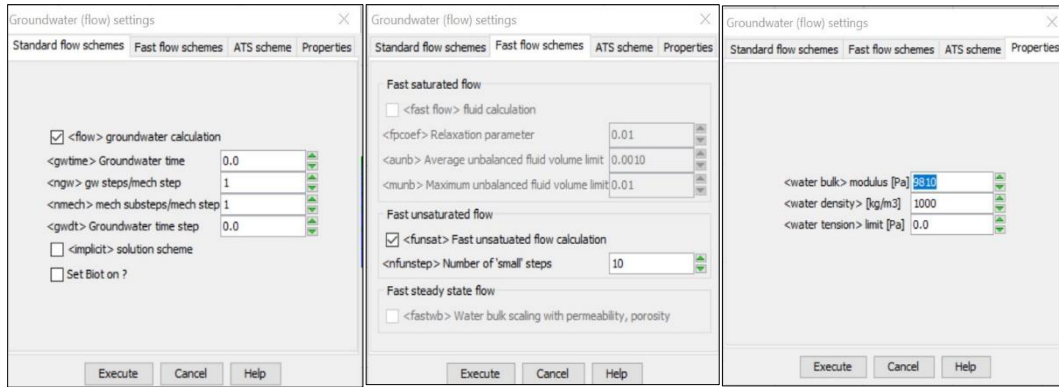


Figure 2. 16 : Fenêtre de dialogue « Ground Water (Flow) Settings » dans la configuration graphique de FLAC 2D®.

Etape 06 : Application des pressions hydrostatiques et des pressions inertielles : In Situ → Apply.

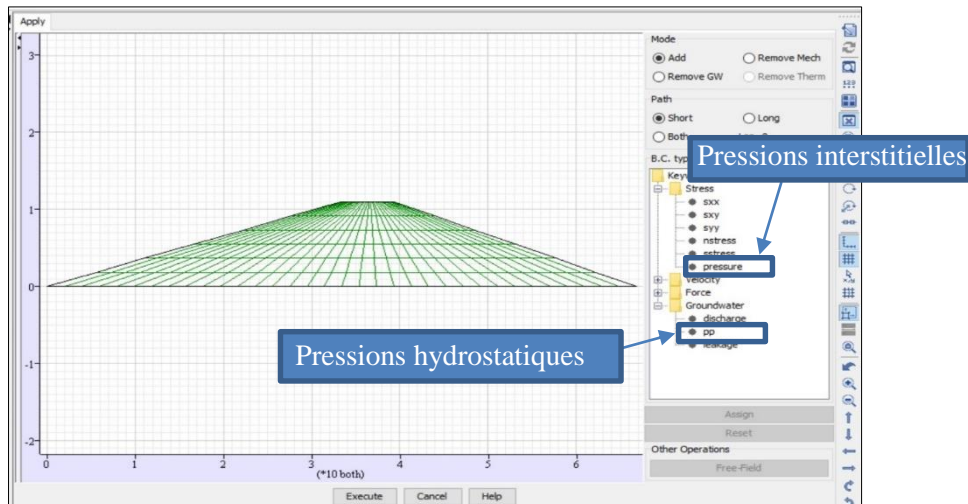


Figure 2. 17 : Fenêtre de dialogue « Apply » dans la configuration graphique de FLAC2D®.

Sélectionner le type de pression → spécifier la zone d'application sur la géométrie → Assign → saisir la valeur → spécifier la direction de variation de la pression → OK.

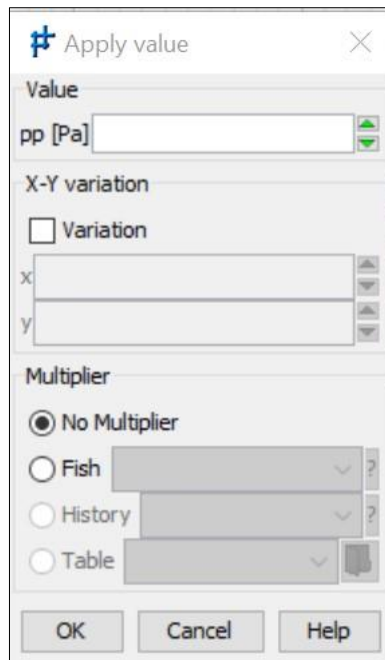


Figure 2. 18 Fenêtre de dialogue « Apply Value » dans la configuration.

Après l'exécution de ces étapes, l'interface du logiciel FLAC2D® nous permet de visualiser la géométrie de la digue modélisée, son maillage, les conditions aux limites appliquées ainsi que les pressions assignées comme l'illustre la figure (2.19) :

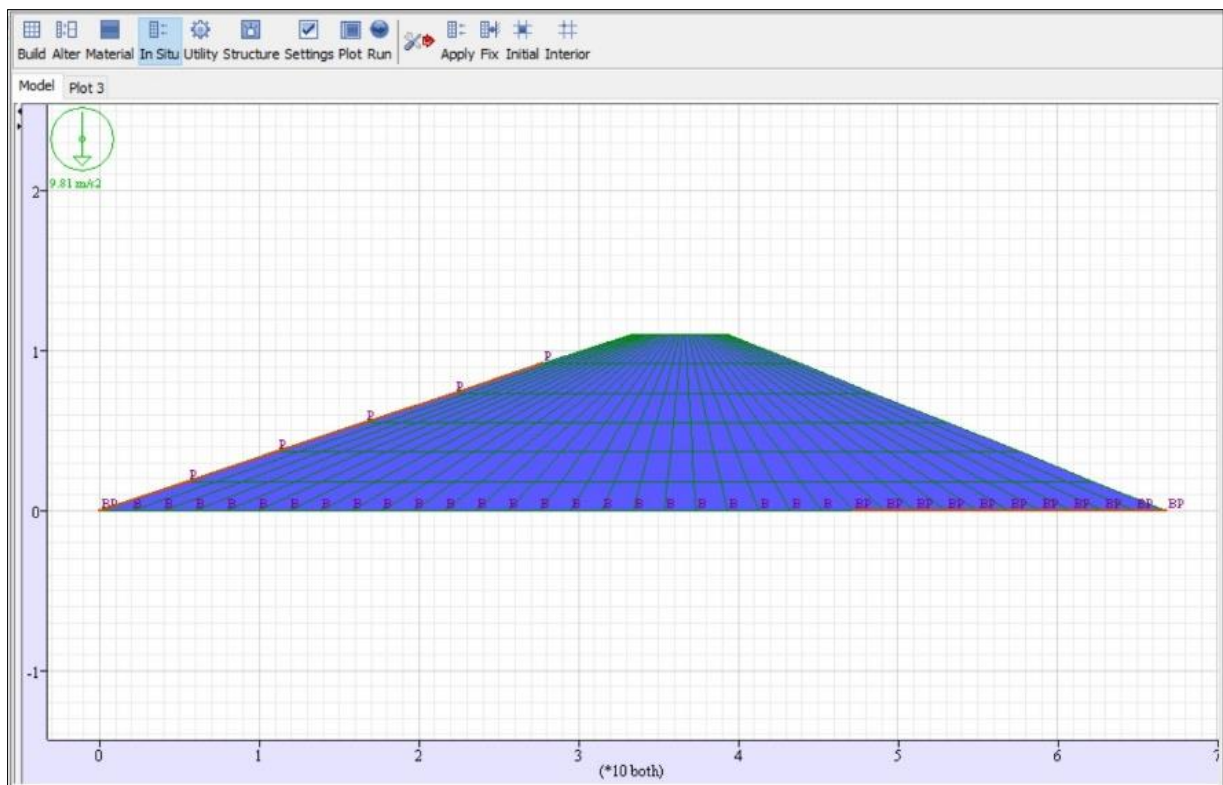


Figure 2. 19 : Géométrie et maillage de la digue.

2.8.5. Calcul du facteur de sécurité vis-à-vis du glissement

Le calcul du coefficient de sécurité est effectué pour trois situations de projet ; à savoir la situation de fin de construction, situation niveau normale et bas d'exploitation.

- **Situation de fin de construction**

Nous considérons les propriétés illustrées dans le tableau 2.4 :

Tableau 2.4 : Paramètres de calcul du coefficient de sécurité en situation de fin de construction.

Symbole	Désignation du paramètre	Valeur	unité
γ_h	Masse volumique humide	1530.60	kg/m ³
C_u	Cohésion non drainée du sol	78648.60	KN/m ²
ϕ_u	Angle non drainée du sol	7.64	°
σ_t	Tension	586563.45	N/m ²
E	Module de Young	2.80E+06	N/m ²
ν	Coefficient de Poisson	0.41	-
K	Module volumique	5.19E+06	N/m ²
G	Module de cisaillement	9.93E+05	N/m ²
g	Gravité	9.81	N/m ²
γ_w	Masse volumique de l'eau	1000.00	kg/m ³

- **Situation niveau normale et bas d'exploitation**

Nous considérons les paramètres illustrés dans le tableau 2.5 et les valeurs des pressions hydrostatiques et interstitielles présentées dans les tableaux 2.6 et 2.7 en situation de niveau normal et de niveau bas d'exploitation.

Tableau 2.5 : Paramètres de calcul du coefficient de sécurité en situation de niveau normal et bas d'exploitation.

Symbole	Désignation du paramètre	Valeur	unité
γ_h	Masse volumique humide	1530.60	kg/m ³
C'	Cohésion non drainée du sol	16401.57	KN/m ²
ϕ'	Angle non drainée du sol	21.39	°
σ_t	Tension	41877.48	N/m ²
E	Module de Young	2.80E+06	N/m ²
ν	Coefficient de Poisson	0.41	-
K	Module volumique	5.19E+06	N/m ²
G	Module de cisaillement	9.93E+05	N/m ²
g	Gravité	9.81	N/m ²
γ_w	Masse volumique de l'eau	1000.00	kg/m ³

Tableau 2. 6 : Valeurs des pressions hydrostatiques et interstitielles appliquées en situation d'exploitation normale.

Symbole	Désignation du paramètre	Valeur	unité
h	niveau normal du barrage	9.00	m
P	pression hydrostatique	88290.00	N/m ²
pp	pression interstitielle	88290.00	N/m ²

Tableau 2. 7 : Valeurs des pressions hydrostatiques et interstitielles appliquées en situation de niveau bas d'exploitation.

Symbole	Désignation du paramètre	Valeur	unité
h	niveau normale du barrage	2.00	m
P	pression hydrostatique	19620.00	N/m ²
pp	pression interstitielle	19620.00	N/m ²

2.8.6. Résultats d'analyse pour les différentes situations de projet

Le calcul du coefficient de sécurité est lancé par le bouton de la barre d'outils FLAC2D® « Run » puis « SolveFoS ». Les résultats sont présentés par les figures ci-après.

- **Situation de fin de construction** : le coefficient de sécurité obtenu est de 4.94 (figure 2.20). Cette valeur est supérieure à 1.5 valeur admissible fixée par le PNUD (1987). Le plan de rupture potentiels est illustré dans le champ de contraintes maximales de cisaillement au niveau du parement aval qui est le plus défavorable pour cette situation.

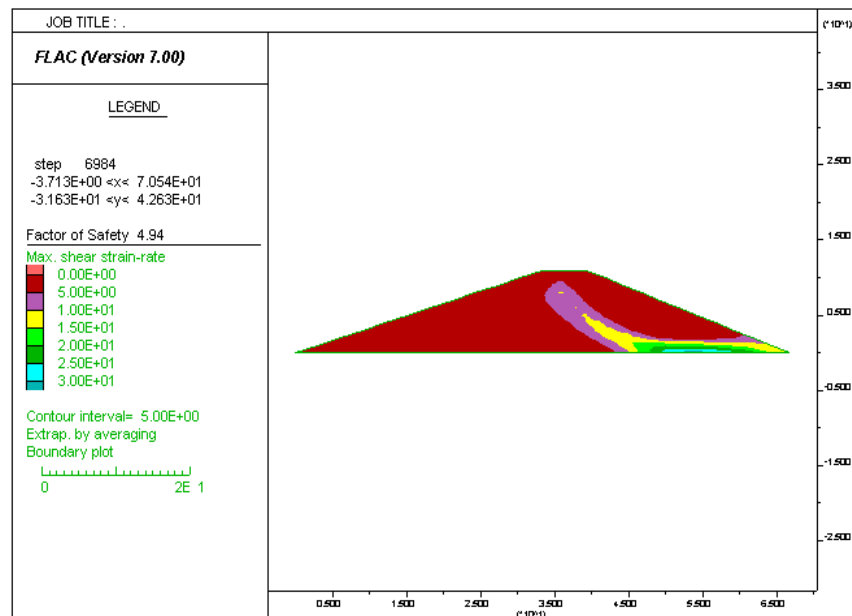


Figure 2. 20 : Zone de contraintes maximales de cisaillements « situation de fin de construction ».

- Situation d'exploitation normale** : le coefficient de sécurité F_s obtenu est égale à 2.12, supérieur à la valeur admissible $F_s=1.3$; fixée par le PNUD (1987). Le plan de rupture potentiels est illustré dans le champ de contraintes maximales de cisaillement au niveau du parement aval qui est le plus défavorable pour cette situation et la ligne de saturation dans le modèle FLAC2D[®] sont illustrées par la figure 2.21 et la figure 2.22 respectivement.

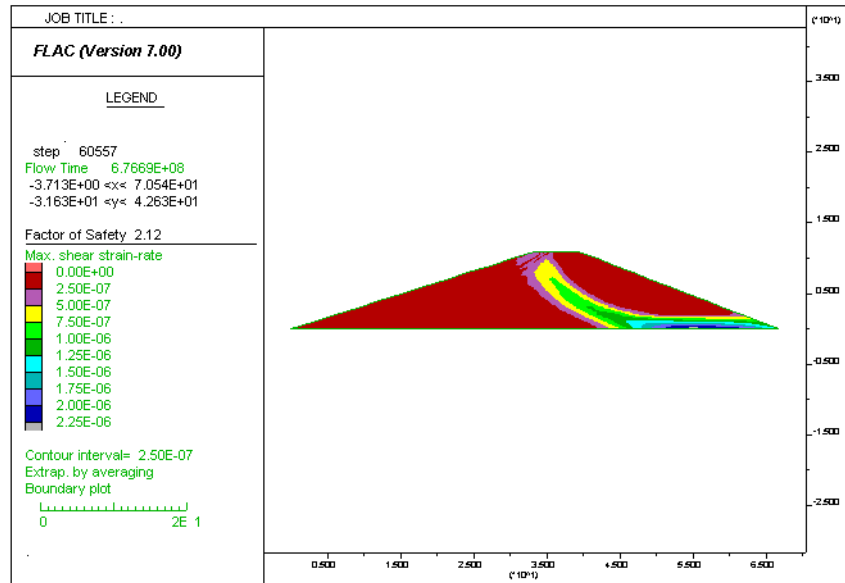


Figure 2. 21 : Zone de contraintes maximales de cisaillements « situation de niveau normale d'exploitation ».

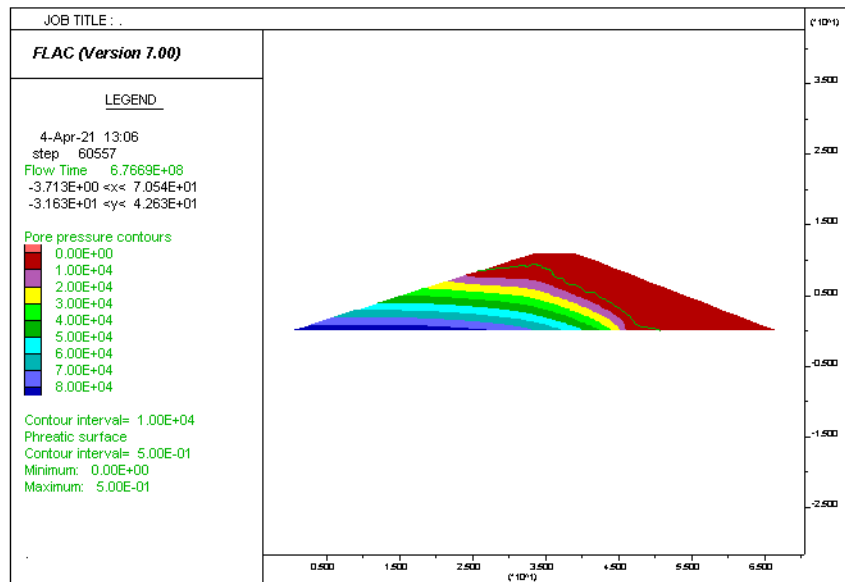


Figure 2. 22 : Ligne de saturation « situation normale d'exploitation ».

- Situation d'exploitation niveau bas** : Le coefficient de sécurité F_s obtenu est de 2.22. Sa valeur est supérieure au coefficient admissible qui est de 1.3. Le plan de rupture potentiels est illustré dans le champ de contraintes maximales de cisaillement au niveau du parement aval qui est le plus défavorable pour cette situation et la ligne de saturation dans le modèle Flac 2D[®] sont illustrées par la figure 2.23 et la figure 2.24 respectivement

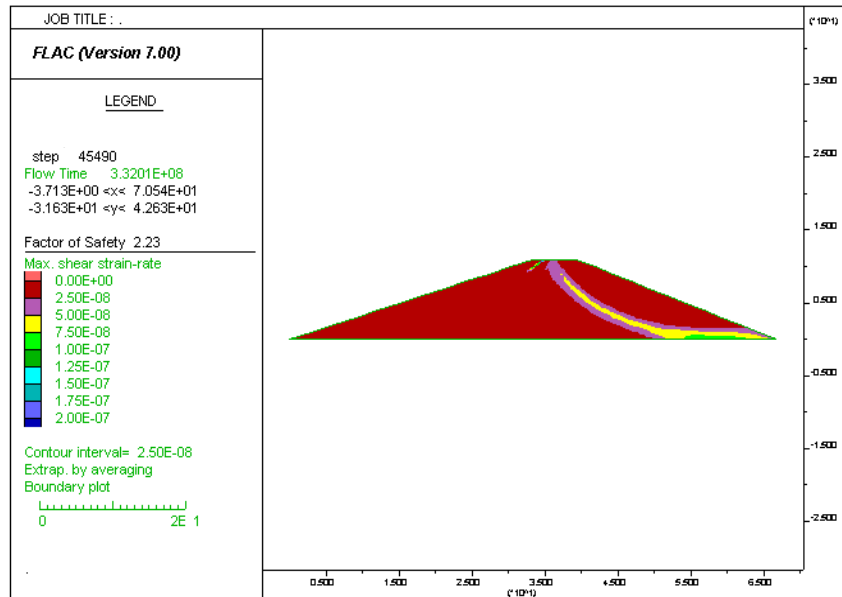


Figure 2.23 : Zone de contraintes maximales de cisaillements « situation d'exploitation niveau bas ».

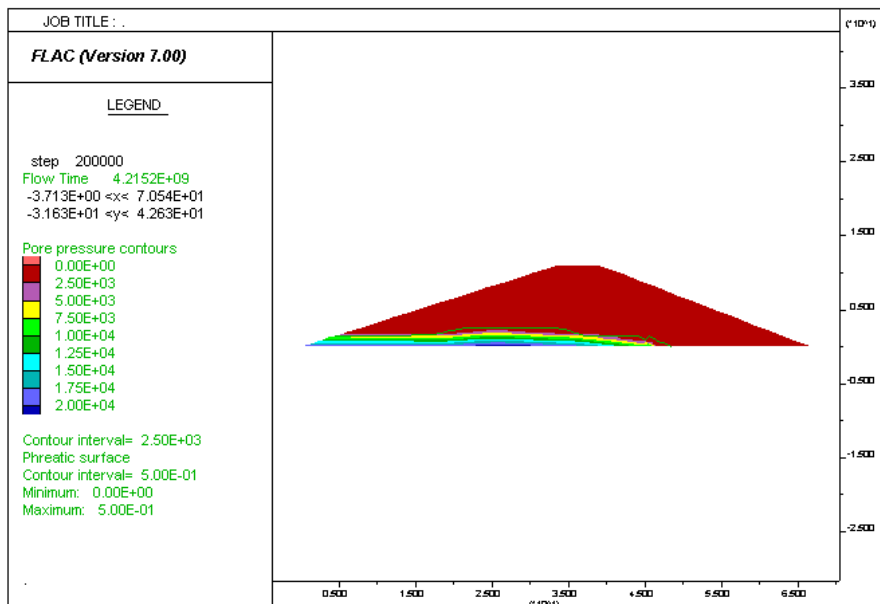


Figure 2. 23 : Ligne de saturation « situation d'exploitation niveau bas».

Conclusion

Les résultats de l'analyse de la stabilité de la digue par FLAC2D[®] a montré que la digue ayant fait l'objet de notre étude est stable quel que soit la situation considérée et malgré que des contraintes de cisaillement sont présentes au niveau du parement aval. Toutefois, les paramètres mécaniques du sol sont affectés d'incertitudes rendant ainsi les valeurs des coefficients de sécurité F_s éloignées de la réalité. Ceci est montré à travers les résultats obtenus par notre calcul déterministe ; les valeurs de F_s sont largement supérieures aux valeurs admissibles fixées par le PNUD. Nous savons aussi que ces paramètres sont variables spatialement dans le corps de la digue et ce à cause de la manière de mise en œuvre du matériau lié au compactage ainsi qu'à l'hétérogénéité des terres prélevées dans les zones d'emprunt. Ceci soulève la question de la génération spatiale de ces paramètres en partant de leurs valeurs moyennes. Cette question fait appel à des outils mathématique tels que les lois de probabilités, les tests d'adéquation ainsi que les méthodes de génération spatiale que nous verrons dans le prochain chapitre.

Chapitre 03 :

*Génération de la variabilité spatiale
des paramètres du sol.*

Introduction

La variabilité spatiale des paramètres du sol (cohésion C et angle de frottement interne φ) d'une digue homogène en argile fait l'objet de ce chapitre. La méthode de discrétisation Karhunen-Loève est utilisée à cet effet. Cette méthode est illustrée sur le cas d'une digue homogène en argile. Le modèle d'auto-covariance ainsi que les lois de distribution adaptées à nos paramètres C et φ sont déterminés à partir d'un échantillon de la teneur en eau, pris à partir des essais de contrôle effectués lors de la réalisation de la digue de col du barrage de Souq Tleta, situé dans la wilaya de Tizi-Ouzou. L'influence de la longueur d'autocorrélation, du nombre de tirage et des modèles d'auto-covariance sur la génération du champ aléatoire sont analysés dans ce chapitre.

3.1 Exposé de la méthode de Karhunen-Loève (KL)

La méthode de Karhunen-Loève permet la discrétisation d'un champ aléatoire sous forme d'une série tronquée par un nombre K de terme, comportant des variables aléatoires et des fonctions déterministes. Le champ gaussien $W(\vec{x}, \theta)$ généré par la méthode Karhunen-Loève est alors décomposé en une partie déterministe présentée par la moyenne du champ aléatoire μ et une partie aléatoire qui est en fonction des valeurs propres λ_i et des vecteurs propres Φ_i de la fonction de covariance. Ce champ est exprimé par l'équation (3.1) :

$$W(\vec{X}, \theta) = \mu + \sum_{i=0}^K \sqrt{\lambda_i} \cdot \Phi_i(\vec{X}) \cdot \xi_i(\theta) \quad (3.1)$$

Avec :

\vec{X} : Valeurs des coordonnées des points de domaine 2D ;

θ : Variable de tirage aléatoire ;

$\xi_i(\theta) \sim N(0,1)$: Variables aléatoires centrées réduites ;

λ_i et Φ_i : Valeurs et vecteurs propres qui gouvernent la dépendance spatiale du champ. Elles sont obtenues en résolvant le problème aux valeurs propres généralisées (équation 3.2), qui découle de la discrétisation spatiale de type éléments finis de l'espace.

$$MCM \vec{\Phi} = \lambda M \vec{\Phi} \quad (3.2)$$

M étant la matrice masse, dite de Gram, c'est l'équivalent d'une matrice masse standard mais à masse volumique unitaire, donnée par l'équation (3.3)

$$M = \int_D NN^T \quad (3.3)$$

N est le vecteur des fonctions de formes.

La matrice M est creuse et contient uniquement les caractères géométriques du maillage. Elle contient les informations du champ aléatoire. Elle dépend de la variance, des distances entre les nœuds et de la longueur d'autocorrélation (Issadi, 2015).

3.1.1 Passage du champ gaussien au champ log-normal

La méthode de Karhunen-Loève est très utile pour générer des champs aléatoires gaussiens. Or, ces champs gaussiens, pourraient contenir des valeurs négatives de la propriété étudiée. Dans un tel cas, le scénario gaussien n'est pas valable d'un point de vue physique. Larrard *et al.* (2010), ont développé une méthode pour déduire des champs aléatoires log-normal à partir de données de mesure obtenues par la décomposition de Karhunen-Loève des champs aléatoires gaussiens, donnée par l'équation (3.4) :

$$K(\vec{X}, \theta) = \exp(W(\vec{X}, \theta)) \quad (3.4)$$

D'où $W(\vec{X}, \theta)$ est le champ gaussien généré par la décomposition de Karhunen-Loève et $K(\vec{X}, \theta)$ est le champ log-normal déduit (Issadi, 2015).

Aussi, il est nécessaire de connaître les transformations permettant d'exprimer les propriétés statistiques (espérance, variance, longueur de corrélation) pour la génération du champ gaussien, compte tenu que celles-ci sont déterminées pour le champ log-normal. Elles s'obtiennent par l'intermédiaire des équations (3.5), (3.6) et (3.7) (Salloum, 2015) :

Espérance du champ gaussien :

$$\mu = \ln\left(\frac{\bar{\mu}}{\sqrt{1 + \frac{\bar{\sigma}^2}{\bar{\mu}^2}}}\right) \quad (3.5)$$

Variance du champ gaussien σ^2 :

$$\sigma^2 = \ln\left(1 + \frac{\bar{\sigma}^2}{\bar{\mu}^2}\right) \quad (3.6)$$

Distance d'autocorrélation du champ gaussien L_c :

$$L_c = \left(-\ln\left(\frac{1}{\bar{\sigma}^2} \ln\left(1 + \frac{\bar{\sigma}^2}{\bar{\mu}^2} \exp\left(\frac{1}{l_c^2}\right)\right)\right)\right)^{-\frac{1}{2}} \quad (3.7)$$

Avec :

$\bar{\mu}$: Espérance du champ log-normal ;

$\bar{\sigma}$: Ecart type du champ log-normal ;

l_c : Distance d'autocorrélation du champ log-normal, dépend de la fonction de modèle covariance.

3.2 Étapes de génération d'un champ aléatoire spatial par la méthode de Karhunen-Loève

L'organigramme présenté sur la figure (3.1) résume les étapes de génération d'un champ aléatoire spatiale par la méthode de Karhunen-Loève. Le détail de la méthode sera illustré plus loin par un cas d'étude.

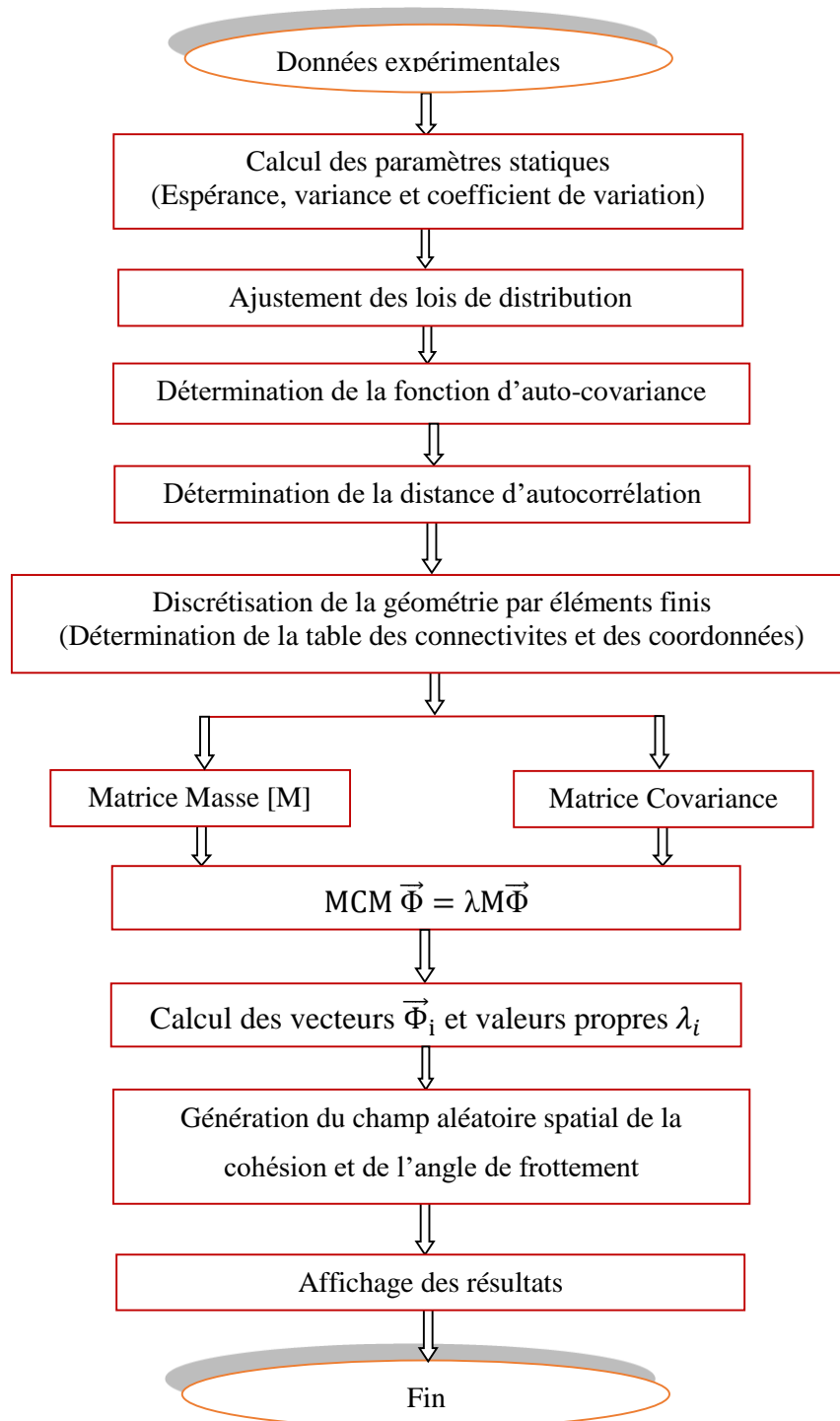


Figure 3. 1 Organigramme de la génération d'un champ aléatoire spatial par la méthode de KL.

3.3 Etude d'un cas pratique

Soit à générer un champ aléatoire spatial de la cohésion C et de l'angle de frottement interne φ sur un cas pratique d'une digue homogène en argile compactée présentée dans le chapitre 02.

3.3.1 Démarche de l'analyse

Notre démarche se divise en deux parties principales :

- Détermination de la longueur d'autocorrélation ;
- Génération du champ aléatoire spatial.

Afin de déterminer la distance d'autocorrélation ainsi que la loi à laquelle obéissent les paramètres mécaniques ; la cohésion et l'angle de frottement ; du matériau mis en place (extrait, étalé, arrosé et compacté) sur le corps de la digue, nous nous basons sur un échantillon de teneur en eau obtenu à partir des essais de contrôle lors de la réalisation de la digue de col du barrage de Souq Tleta ; sur lequel on a effectué une analyse statistique, ajusté des lois de distribution validées par le test d'adéquation du Khi-2, déterminé la fonction de covariance ainsi que son modèle. Ensuite la méthode de Karhunen-Loève est choisie pour la génération spatiale basée sur la discrétisation de la digue en éléments finis et la détermination des matrices covariance et masse.

3.3.2 Présentation de l'échantillon d'étude

Les essais in-situ sont réalisés successivement sur des couches d'argile d'une épaisseur de 0.30 m, allant de la côte 110.30 m à la côte 125.00 m comme présenté dans le tableau (3.1).

Tableau 3. 1 Echantillon de données de la teneur en eau (W) en fonction de la profondeur (Z).

Z (m)	W (%)	Z (m)	W (%)	Z (m)	W (%)
110,30	19,75	115,40	20,10	120,50	20,00
110,60	14,69	115,70	16,77	120,80	21,37
110,90	22,67	116,00	20,50	121,10	18,15
111,20	22,73	116,30	21,87	121,40	18,67
111,50	19,20	116,60	15,97	121,70	86,60
111,80	19,63	116,90	18,38	122,00	22,00
112,10	18,57	117,20	18,83	122,30	16,62
112,40	19,60	117,50	18,37	122,60	17,98
112,70	18,37	117,80	20,73	122,90	15,30
113,00	20,58	118,10	18,47	123,20	17,48
113,30	17,69	118,40	20,23	123,50	18,14
113,60	21,18	118,70	19,98	123,80	17,12
113,90	17,90	119,00	19,73	124,10	15,37
114,20	21,57	119,30	23,23	124,40	18,50
114,50	20,38	119,60	20,40	124,70	18,40
114,80	19,53	119,90	20,33	125,00	15,15
115,10	18,13	120,20	22,97		

3.3.3 Ajustement des lois de probabilités à la teneur en eau

A cet effet, et en se référant à la littérature, nous avons testé deux lois ; à savoir la loi normale et la loi log-normale.

- **Loi normale**

La loi normale est définie par trois paramètres : l'espérance $\bar{\mu}$ (%), l'écart type σ et le coefficient de variation C_v . Le tableau (3.2) illustre les résultats de calcul de ces paramètres pour notre échantillon de teneur en eau.

Tableau 3. 2 Valeurs des paramètres de la loi normale.

Paramètres	Symboles	Valeurs
Esperance (%)	$\bar{\mu}$	19.038
Ecart-type	σ	2.257
Variance	σ^2	5.094
Coefficient de variation	C_v	0.119

- **Loi log normale**

On dit qu'une variable aléatoire X suit une loi log normale de paramètre $\bar{\mu}$ (%) et de variance σ^2 si la variable $Y=\ln(X)$ suit une loi normale d'espérance $\bar{\mu}$ et de variance σ^2 .

Les paramètres de la loi log-normale sont illustrés dans le tableau (3.3).

Tableau 3. 3 Valeurs des paramètres de la loi log normale.

Paramètres	Symboles	Valeurs
Esperance (%)	$\bar{\mu}$	2.939
Ecart-type	σ	0.124
Variance	σ^2	0.015
Coefficient de variation	C_v	0.042

Les fonctions de densité ainsi que les fonctions cumulatives des deux lois de probabilité sont illustrées par les figures (3.2), (3.3) respectivement.

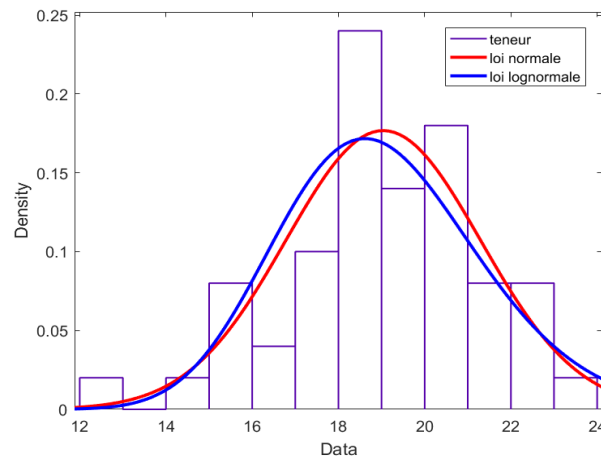


Figure 3. 2 Fonction de densité de la loi normale et la loi log normale ajustées à l'échantillon de la teneur en eau.

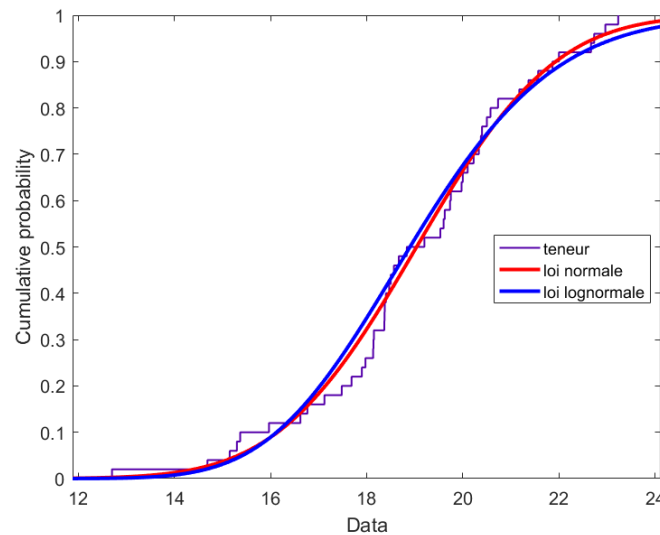


Figure 3. 3 : Fonction cumulative de la loi normale et la loi log normale ajustées à l'échantillon de la teneur en eau.

Pour définir la loi qui s'ajuste le mieux à notre échantillon, nous effectuons un test d'adéquation ; à savoir le test de Khi-2.

3.3.4 Test d'adéquation de Khi-2

Le test de Khi-2 consiste à évaluer si une distribution observée peut être estimée ou non par une loi de probabilité. Il vérifie donc un ajustement et une adéquation. Le principe consiste à mesurer la distance entre les valeurs observées et les valeurs théoriques. Il permet de comparer l'histogramme des fréquences et la distribution de la loi de probabilité servant de modèle théorique. Pour cela, après avoir découpé l'intervalle d'observation en k classes, on construit un indice χ^2 mesurant l'écart constaté entre les effectifs réels et les effectifs théoriques.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad (3.8)$$

Avec :

θ_i : Effectif observé dans la classe i ;

E_i : Effectif théorique dans la classe i ;

$$E_i = N * p_i \quad (3.9)$$

N : Effectif total observé ;

p_i : Probabilité d'obtenir une observation de la loi de probabilité théorique dans la classe i .

🚦 Règle de décision

Pour le test d'ajustement, la lecture des résultats d'un test de Khi-2 est donnée comme suit :

-Si la valeur de la statistique du test Khi-2 est inférieure à la valeur critique tirée de la table de Khi-2 (annexe 1) alors on conserve l'hypothèse nulle H_0 , selon laquelle la distribution observée n'est pas significativement différente de la distribution théorique (la variable aléatoire suit la loi en question).

-Si la valeur de la statistique du test Khi-2 est supérieure à la valeur critique tirée de la table de Khi-2 alors on rejette l'hypothèse nulle et on accepte l'hypothèse alternative H_1 , selon laquelle la distribution observée est différente de la distribution théorique (la variable suit une autre loi).

Les résultats du test de Khi-2 obtenus, tels qu'illustrés dans le tableau (3.4), montrent que la loi normale et la loi log-normale sont adaptées pour modéliser la distribution de la teneur en eau.

Tableau 3.4 : Test d'adéquation Khi-2.

Loi de probabilité	H	P value	Khi-2stat	Khi-2	test
loi normal	0	0.3236	3.4781	7,8147	accepté
loi log normal	0	0.2358	4.2493		accepté

3.3.5 Détermination la distance d'autocorrélation

3.3.5.1 Fonction de covariance

La fonction de covariance de l'échantillon de la teneur en eau (w) est obtenue à partir de l'estimateur du premier moment (moyenne $\bar{\mu}$), est obtenue par l'équation (3.10) :

$$(\tau_j) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [(W_i - \bar{\mu}) - (W_{i+j} - \bar{\mu})] \quad (3.10)$$

Avec :

τ_j : Lag $\tau_j = j \cdot \Delta z$;

j : Nombre de pas qui varie entre 0 et $N - 1$;

Δz : Pas $\Delta z = 0.30m$;

W_i et W_{i+j} : Les valeurs des mesures de la teneur, prises en 2 points considérés distant de Δz ;
 $\bar{\mu}$: Moyenne estimée.

3.3.5.2 Fonction d'autocorrélation

La fonction d'autocorrélation est obtenue à partir de la relation (3.11) :

$$\rho(\tau_j) = \frac{\gamma(\tau_j)}{v} \quad (3.11)$$

v : La variance de l'échantillon qui est égale au carré de l'écart type (σ^2).

Les résultats de la fonction de covariance $\gamma(\tau_j)$ et de la fonction d'autocorrélation $\rho(\tau_j)$ sont illustrés dans le tableau (3.5) ci-dessous :

Tableau 3. 5 Résultats du vecteur de covariance et le vecteur d'autocorrélation.

$\gamma(\tau_j)$	$\rho(\tau_j)$	$\gamma(\tau_j)$	$\rho(\tau_j)$
0,3718	1,0000	-0,0107	-0,0287
0,0152	0,0409	-0,0549	-0,1476
-0,0284	-0,0764	-0,0197	-0,0530
0,0104	0,0281	0,0090	0,0242
-0,0083	-0,0223	0,0297	0,0798
-0,0146	-0,0392	-0,0238	-0,0640
-0,0598	-0,1608	-0,0098	-0,0263
0,0144	0,0388	0,0031	0,0084
0,0737	0,1983	-0,0358	-0,0963
-0,0056	-0,0150	-0,0674	-0,1814
0,0093	0,0251	-0,0030	-0,0081
0,0248	0,0668	0,0304	0,0819
0,0133	0,0358	0,0602	0,1618
-0,0215	-0,0579	-0,0178	-0,0479
-0,0614	-0,1651	0,0100	0,0270
-0,0494	-0,1328	0,0070	0,0187
-0,0131	-0,0352	0,0076	0,0205
0,0271	0,0730	-0,0267	-0,0717
0,0294	0,0790	0,0099	0,0267
0,0605	0,1628	0,0071	0,0192
0,0101	0,0272	-0,0125	-0,0337
-0,0183	-0,0493	-0,0129	-0,0347
-0,0085	-0,0229	0,0093	0,0250
-0,0727	-0,1957	0,0267	0,0718
-0,0188	-0,0506		

Les résultats de la fonction d'autocorrélation ρ obtenus pour différentes distances (*lag*) sont représentés par un diagramme expérimental d'autocorrélation, appelé auto-corrélogramme, tel qu'illustré par la figure (3.4).

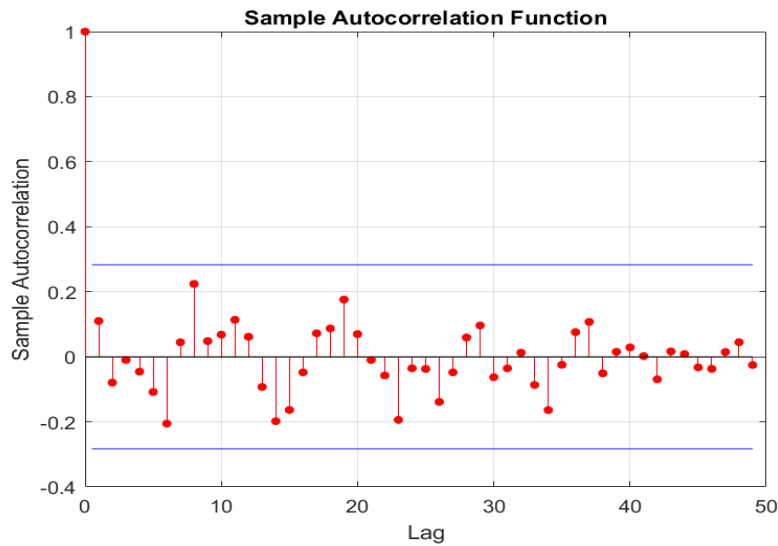


Figure 3. 4 : Représentation de l'auto-corrélogramme.

3.3.5.3 Ajustement des modèles théoriques de covariance sur ACF

L'auto-corrélogramme expérimental présenté par la figure (3.4) est ajusté selon des modèles théoriques d'auto-covariance qui mettent en vigueur la décroissance de la fonction d'autocorrélation de l'unité, au voisinage de l'origine jusqu'à zéro. Ces modèles d'auto-covariance sont présentés ci-dessous par les relations (3.12) et (3.13), (3.14), (3.15), (Salloum, 2015) :

Modèle exponentiel du premier ordre L_{c1} :

$$\rho(\tau) = \exp\left(-\frac{|\Delta\tau|}{L_{c1}}\right) \quad (3.12)$$

Modèle exponentiel linéaire L_{c2} :

$$\rho(\tau) = \left(1 + \left|\frac{\Delta\tau}{L_{c2}}\right|\right) \cdot \exp\left(-\frac{|\Delta\tau|}{L_{c2}}\right) \quad (3.13)$$

Modèle cosinus exponentiel L_{c3} :

$$\rho(\tau) = \left[\exp\left(-\frac{|\Delta\tau|}{L_{c3}}\right)\right] \cdot \left[\cos\left(\frac{\Delta\tau}{L_{c3}}\right)\right] \quad (3.14)$$

Modèle cosinus exponentiel linéaire L_{c4} :

$$\rho(\tau) = \left(1 + \left|\frac{\Delta\tau}{L_{c4}}\right|\right) \cdot \left[\exp\left(-\frac{|\Delta\tau|}{L_{c4}}\right)\right] \cdot \left[\cos\left(\frac{\Delta\tau}{L_{c4}}\right)\right] \quad (3.15)$$

Avec : (L_{c1}), (L_{c2}), (L_{c3}), et (L_{c4}) sont les longueurs d'autocorrélation des quatre modèles théoriques à déterminer après les avoir ajustés sur la fonction d'autocorrélation (ACF).

Les résultats de l'ajustement des modèles de covariance sur l'ACF sont illustrés sur la figure (3.5) ci-dessous.

Les coefficients de corrélation (coefficients de déterminations) ainsi que les distances d'autocorrélation obtenues, après l'ajustement, sont présentés dans le tableau (3.6).

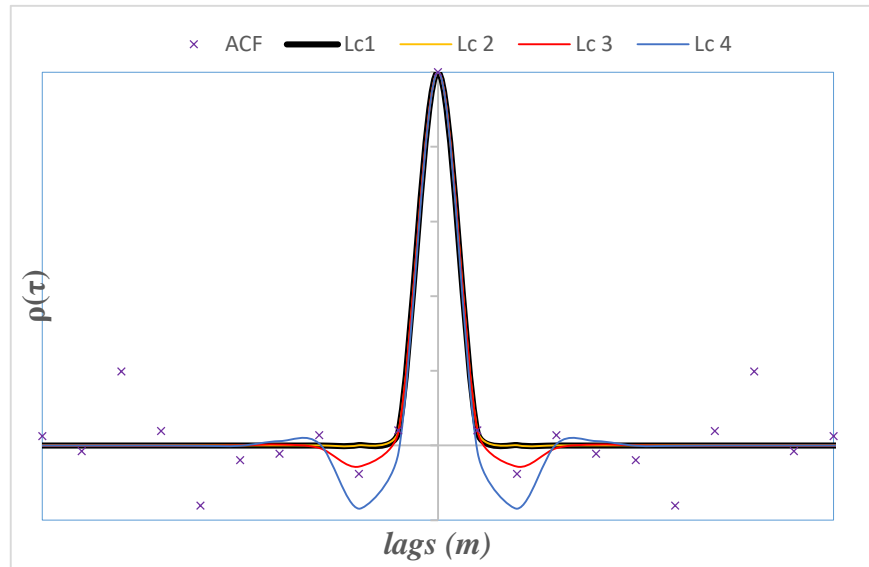


Figure 3. 5 : Modèles d'autocorrélation.

Tableau 3. 6 : Résultats de la fonction d'autocorrélation ajustée pour (W).

Modèles	R ²	Lc
Exponentiel du premier ordre	0.7426	0.2999
Exponentiel linéaire	0.7427	0.1982
Cosinus exponentiel	0.7464	0.707
Cosinus exponentiel linéaire	0.7415	0.0975

Les résultats montrent que le modèle cosinus exponentiel est le mieux ajusté à notre ACF avec un coefficient de corrélation $R^2 = 0.7464$ et une distance d'autocorrélation de $L_c = 0.707\text{m}$.

3.3.6 Génération aléatoire du champ spatial des propriétés du sol (C et ϕ)

La génération aléatoire du champ spatiale des propriétés du sol est effectuée par la méthode de Karhunen-Loève (équation 3.1), en considérant comme variables aléatoires la cohésion C et l'angle de frottement interne ϕ . Les variables sont générées suivant la loi normale et log-normale.

3.3.6.1 Discrétisation de la digue par éléments finis

La génération du maillage prédéfini est effectuée avec le logiciel Ls-Prepost comme illustré en figure (3.6), en utilisant la méthode des éléments finis et en considérant des éléments

quadrilatères à quatre nœuds présenté en figure (3.7). Le nombre d'éléments, de nœuds et les longueurs de mailles correspondant à chaque longueur d'autocorrélation sont représentés dans le tableau (3.7).

Dans ce qui va suivre, nous analysons l'influence de longueurs d'autocorrélation. Pour des raisons pratiques liées à la capacité mémoire de notre machine, nous adoptons des longueurs d'autocorrélation données dans le tableau (3.7) conformément aux plages définies dans la littérature présentée précédemment au chapitre 01.

Tableau 3. 7 Nombre d'éléments et de nœuds générés en fonction de L_c .

Longueur d'autocorrélation (m)	L_{c1}	L_{c2}	L_{c3}
	2.00	3.00	4.00
Longueur de la maille (m)	1.00	1.5	2.00
Nombre d'éléments	2310	1012	561
Nombre de nœuds	2412	1080	612

La discrétisation de la digue selon les différents maillages sous le logiciel Ls-Prepost est présentée par la figure (3.6), le maillage adopté est $l = \frac{L_c}{2}$.

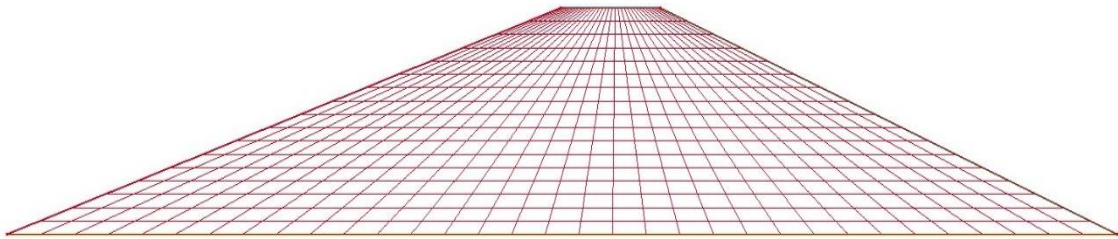


Figure 3. 6 : Maillage de la digue (longueur de la maille =2.00 m).

Le programme Ls-prepost permet de construire la table des coordonnées listant les coordonnées en X et Y de l'ensemble des points du maillage, ainsi que la table de connectivité listant les numéros des points de chaque élément. Ces tables sont utilisées pour la génération de la matrice covariance et le calcul de la matrice masse nécessaire pour la génération des champs aléatoires.

3.3.6.2 Génération de la matrice covariance C

La matrice de covariance est générée en utilisant le modèle d'autocorrélation « cosinus exponentiel », lequel s'adapte à notre ACF.

$$C = v * \left[\exp \left(-\frac{d_{i,j}}{lc} \right) \right] * \cos \left(\frac{d_{i,j}}{lc} \right) \quad (3.16)$$

Avec : $d_{i,j} = (|x_i - x_j|)^2$

x_i et x_j sont les coordonnées de deux points successifs.

La dimension de la matrice de covariance est de (612 x 612) pour $l=2.00$ m ; (1080 x 1080) pour $l=1.50$ m et (2412 x 2412) pour $l=1.00$ m.

3.3.6.3 Génération de la matrice Masse M

La matrice masse M est déterminée par l'équation (3.17). Elle est calculée en utilisant la méthode d'intégration de Gauss-Legendre qui dépend du type de maillage et du nombre de points de Gauss choisis.

$$M = \int N.N^T \tag{3.17}$$

N représentent les fonctions d'interpolations ou fonctions de formes, construites dans notre cas sur un élément de référence.

✚ Construction des fonctions d'interpolations N

- Choix de l'élément de référence

L'élément de référence choisi est un carré bilinéaire à quatre nœuds (figure 3.7)

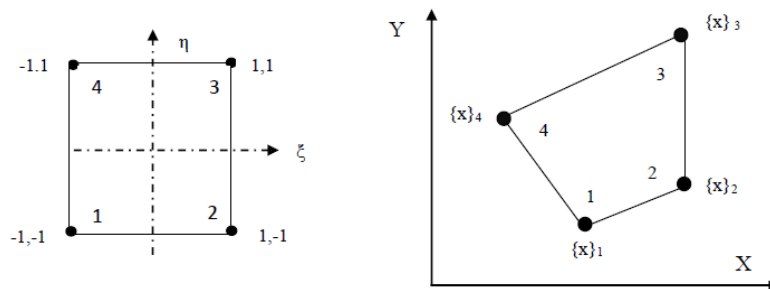


Figure 3. 7 : Choix de l'élément de référence.

- Choix de la base polynomiale $P(\xi, \eta)$

Puisque l'élément est un carré à quatre nœuds, le polynôme doit comprendre quatre monômes indépendants en ξ et η . En utilisant le triangle de Pascal (figure 3.8) et la base polynomiale $P(\xi, \eta)$ est donnée par l'équation (3.18).

$$\langle P(\xi, \eta) \rangle = \langle 1 \ \xi \ \eta \ \xi\eta \rangle = \langle P_1, P_2, P_3, P_4 \rangle \tag{3.18}$$

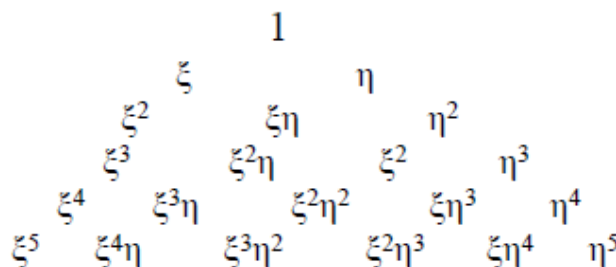


Figure 3. 8 : Triangle de Pascal.

- **Evaluation de la matrice $[P_n]$**

Elle est déterminée par l'évaluation de la base polynomiale $\langle P(\xi, \eta) \rangle$ en chacun des quatre nœuds de coordonnées ξ_i, η_i tel que présenté par le système (3.19)

$$[P_n] = \begin{bmatrix} P_1(\xi_1, \eta_1) & P_2(\xi_1, \eta_1) & P_3(\xi_1, \eta_1) & P_4(\xi_1, \eta_1) \\ P_1(\xi_2, \eta_2) & P_2(\xi_2, \eta_2) & P_3(\xi_2, \eta_2) & P_4(\xi_2, \eta_2) \\ P_1(\xi_3, \eta_3) & P_2(\xi_3, \eta_3) & P_3(\xi_3, \eta_3) & P_4(\xi_3, \eta_3) \\ P_1(\xi_4, \eta_4) & P_2(\xi_4, \eta_4) & P_3(\xi_4, \eta_4) & P_4(\xi_4, \eta_4) \end{bmatrix}$$

$$[P_n] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

- **Inversion de la matrice $[P_n]^{-1}$**

Dans ce cas la matrice $[P_n]$ est orthogonale puisque les produits scalaires de ses vecteurs colonnes sont nuls. De plus, chaque vecteur colonne est de norme égale à 04. Ceci nous permet de l'inverser facilement et nous obtiendrons le système (3.20).

$$[P_n]^{-1} = \frac{1}{4} [P_n]^T = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

- **Expression de $\langle N \rangle$**

Les expressions de N_1, N_2, N_3, N_4 correspondant aux quatre nœuds sont donnés par les formules (3.21), (3.22), (3.23) et (3.24) citées ci-dessous :

$$\langle N \rangle = \langle N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4 \rangle = \langle P(\xi) \rangle [P_n]^{-1}$$

$$= \langle 1 \ \xi \ \eta \ \xi\eta \rangle [P_n]^{-1}$$

$$\langle N \rangle = \left\langle \frac{1-\xi-\eta+\xi\eta}{4}; \frac{1+\xi-\eta-\xi\eta}{4}; \frac{1+\xi+\eta+\xi\eta}{4}; \frac{1-\xi+\eta-\xi\eta}{4} \right\rangle$$

$$N_1 = \frac{1}{4} (1 - \xi)(1 - \eta) \quad (3.21)$$

$$N_2 = \frac{1}{4} (1 + \xi)(1 - \eta) \quad (3.22)$$

$$N_3 = \frac{1}{4} (1 + \xi)(1 + \eta) \quad (3.23)$$

$$N_4 = \frac{1}{4} (1 - \xi)(1 + \eta) \quad (3.24)$$

Cette intégrale est facilement calculable en utilisant la méthode d'intégration de Gauss-Legendre équation (3.25) qui dépend du type de maillage et du nombre de points de Gauss choisi.

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(\xi, \eta) d\xi d\eta = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i \cdot \omega_j f(\xi_i, \eta_j) \cdot \det J(\xi_i, \eta_j) \quad (3.25)$$

Les poids et les coordonnées des points de gauss sont donnés comme suit :

$$\text{Point 1 : } \xi = -\frac{1}{\sqrt{3}}, \eta = -\frac{1}{\sqrt{3}}, w = 1 \quad (3.26)$$

$$\text{Point 2 : } \xi = \frac{1}{\sqrt{3}}, \eta = -\frac{1}{\sqrt{3}}, w = 1 \quad (3.27)$$

$$\text{Point 3 : } \xi = \frac{1}{\sqrt{3}}, \eta = \frac{1}{\sqrt{3}}, w = 1 \quad (3.28)$$

$$\text{Point 4 : } \xi = -\frac{1}{\sqrt{3}}, \eta = \frac{1}{\sqrt{3}}, w = 1 \quad (3.29)$$

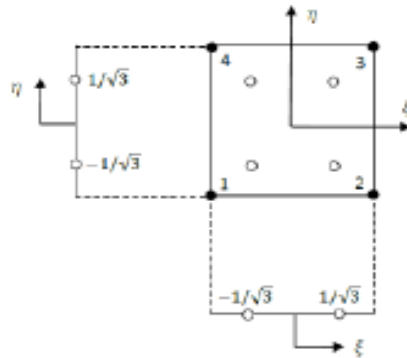


Figure 3. 9 : Élément quadrilatère à quatre nœuds et à quatre points de Gauss.

Après génération des fonctions de formes, on calcule le jacobien suivant la formule (3.30) ci-dessus :

$$[J^e] = \begin{bmatrix} \frac{\delta x}{\delta \xi} & \frac{\delta y}{\delta \xi} \\ \frac{\delta x}{\delta \eta} & \frac{\delta y}{\delta \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\delta N_1}{\delta \xi} & \frac{\delta N_2}{\delta \xi} & \frac{\delta N_3}{\delta \xi} & \frac{\delta N_4}{\delta \xi} \\ \frac{\delta N_1}{\delta \eta} & \frac{\delta N_2}{\delta \eta} & \frac{\delta N_3}{\delta \eta} & \frac{\delta N_4}{\delta \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^e & y_1^e \\ x_2^e & y_2^e \\ x_3^e & y_3^e \\ x_4^e & y_4^e \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

On déduit alors la matrice M en utilisant l'équation (3.17) définie précédemment. La figure (3.10) est un exemple de la matrice masse (612 x 612).

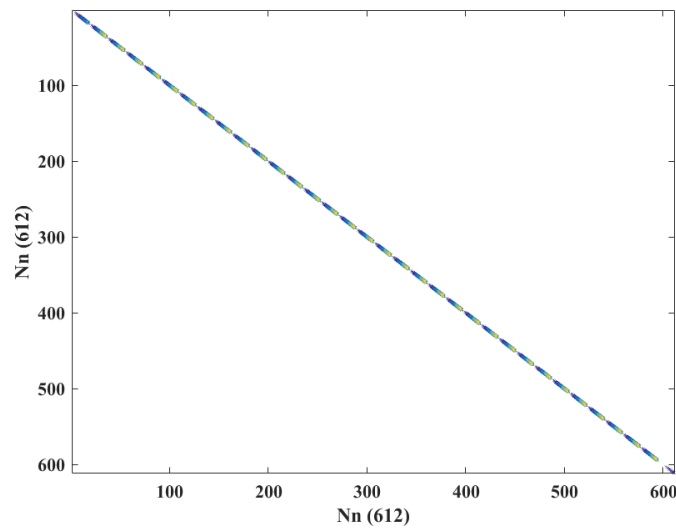


Figure 3. 10 : Illustration de la forme de la matrice masse M.

Un extrait des résultats de la matrice masse de (10 x 10) éléments est illustré ci-après (figure 3.11) :

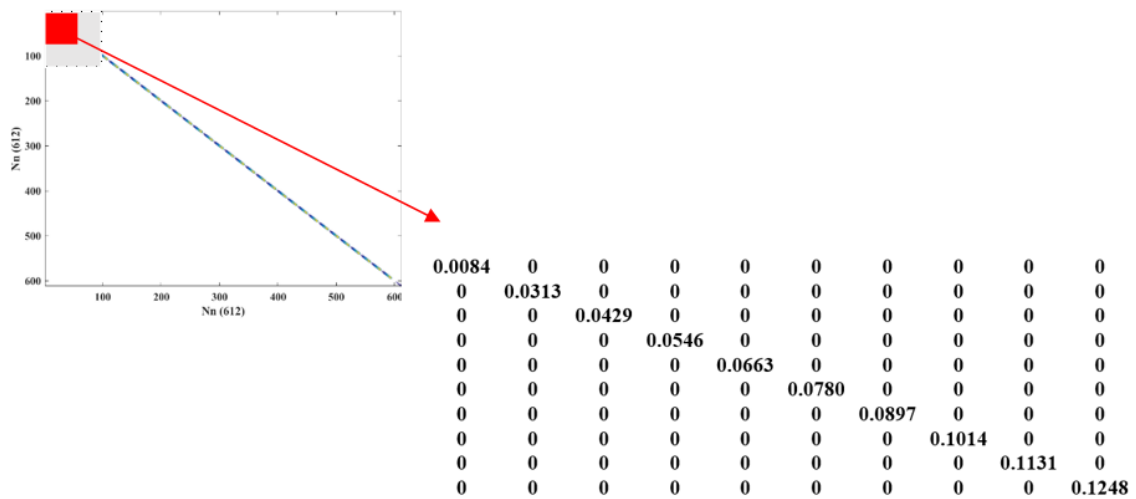


Figure 3. 11 : Extrait de la matrice masse.

3.3.7 Calcul des vecteurs $\vec{\Phi}_i$ et valeurs propres λ_i

Après la détermination de la matrice masse, on résout le problème équivalent de valeurs propres généralisées à l'aide de l'équation (3.2) définie dans la section 3.1 en utilisant la fonction de calcul des valeurs propres de Matlab.

Un exemple de 10 valeurs propres et un extrait de (10x10) de la matrice des vecteurs propres obtenus, sont illustrés dans les tableaux (3.8) et (3.9).

Tableau 3. 8 : Exemple de 10 valeurs propres (λ).

Valeurs propres (λ)	4.645	4.645	4.151	4.151	3.710	3.709	3.440	3.438	3.282	3.284	3.087	3.073	2.938
-------------------------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Tableau 3. 9 : Extrait de la matrice des vecteurs propres Φ .

1.457	-0.412	-0.286	0.308	-0.073	-0.069	0.065	-0.012	-0.016	0.013
-0.412	1.457	-0.412	-0.286	0.308	-0.073	-0.069	0.065	-0.012	-0.016
-0.286	-0.412	1.457	-0.412	-0.286	0.308	-0.073	-0.069	0.065	-0.012
0.308	-0.286	-0.412	1.457	-0.412	-0.286	0.308	-0.073	-0.069	0.065
-0.073	0.308	-0.286	-0.412	1.457	-0.412	-0.286	0.308	-0.073	-0.069
-0.069	-0.073	0.308	-0.286	-0.412	1.457	-0.412	-0.286	0.308	-0.073
0.065	-0.069	-0.073	0.308	-0.286	-0.412	1.457	-0.412	-0.286	0.308
-0.012	0.065	-0.069	-0.073	0.308	-0.286	-0.412	1.457	-0.412	-0.286
-0.016	-0.012	0.065	-0.069	-0.073	0.308	-0.286	-0.412	1.457	-0.412
0.013	-0.016	-0.012	0.065	-0.069	-0.073	0.308	-0.286	-0.412	1.457

3.3.8 Génération du champ aléatoire spatial avec la méthode KL

Une fois que les fonctions propres de la décomposition sont calculées, nous procédons à la réalisation du champ aléatoire de la cohésion C et de l'angle de frottement φ à partir de la relation (3.1), suivant la loi normale et la loi log normale. Le modèle d'auto-covariance considéré est le modèle cosinus exponentiel.

- **Cohésion**

Le champ aléatoire spatial de la cohésion est généré en utilisant les caractéristiques données dans le tableau (3.10). Le nombre de génération est fixé à 10 000 pour une largeur de la maille de 2.00 m. Les résultats du champ spatial obtenu sont illustrés par la figure (3.12) pour un tirage aléatoire donné :

Tableau 3. 10 : Paramètres de la cohésion pour les lois de distributions.

Distribution	Moyenne μ (KPa)	Coefficient de variation C_v (%)	Longueur d'autocorrélation L_c (m)
Normale	20.36	11.90	4.00
Log normale	1.31	4.22	4.00

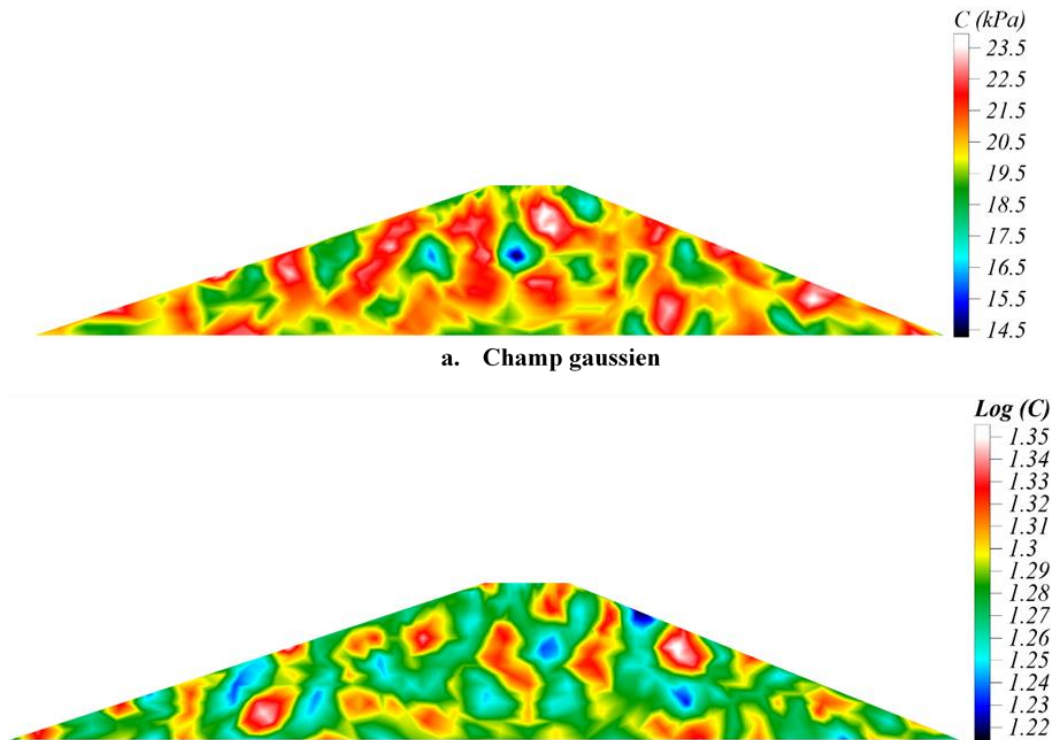


Figure 3. 12 :Champ aléatoire spatial normal et log-normal de la cohésion.

Les résultats montrent que les valeurs de la cohésion varient entre 14.5 KPa et 23.5 KPa pour la loi normale et entre 1.22 KPa et 1.35 KPa pour la loi log-normale. Ce graphique met en évidence la distribution du paramètres mécanique (la cohésion C). La couleur rouge représente les zones de forte cohésion et la couleur bleu celles de faible cohésion. La ligne de rupture préférentielle de la digue pourrait en toute logique suivre les zones de couleur bleu. Il y a lieu de constater aussi que la majorité du champ spatial est de couleur jaune et/ou vert tendant vers la valeur moyenne de la cohésion. Ce résultat peut être traduit par l'homogénéité du matériau constituant le corps de la digue.

- **L'angle de frottement**

Le champ aléatoire spatial de l'angle de frottement est généré en utilisant les caractéristiques données dans le tableau (3.11). Le nombre de génération est fixé à 10 000 pour une largeur de la maille de 2.00 m. Les résultats du champ spatial obtenu sont illustrés par la figure (3.13) pour un tirage aléatoire donné :

Tableau 3. 11 : Paramètres du sol pour les lois de distribution normale et log-normale.

Distribution	Moyenne μ (°)	Coefficient de variation Cv (%)	Longueur d'autocorrélation L_c (m)
Normale	26.55	11.90	4.00
Log normale	1.42	4.22	4.00

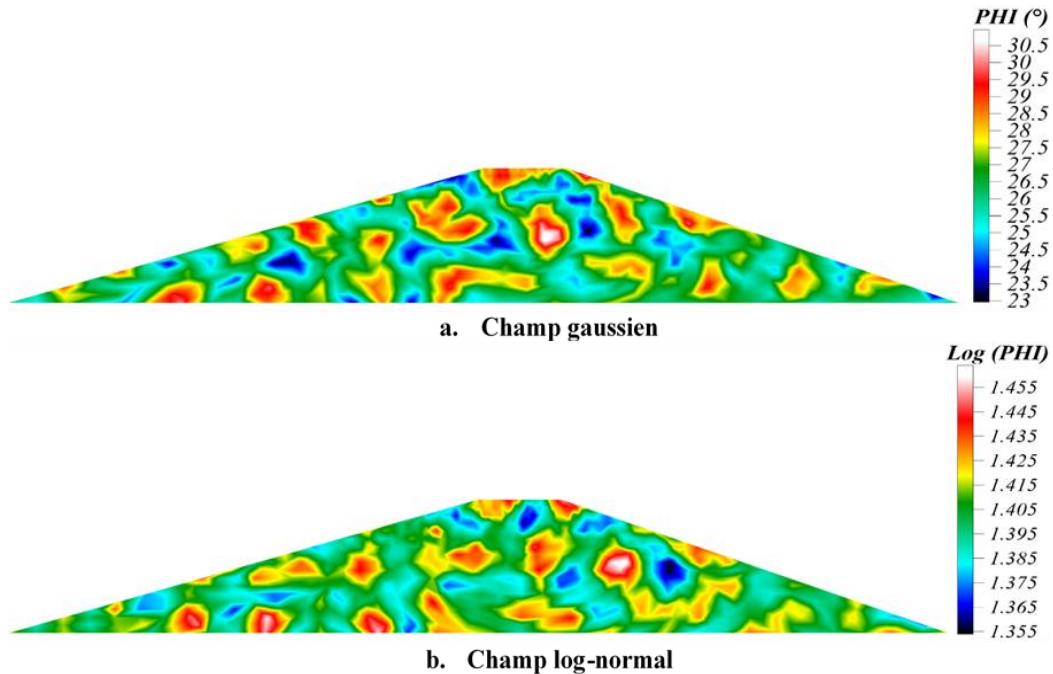


Figure 3. 13 : Champ aléatoire spatial gaussien et log-normal de l'angle de frottement.

Les figures montrent que les valeurs de l'angle de frottement varient entre 23.00° et 30.50° suivant la loi normale et entre 1.33° et 1.45° suivant la loi log-normale. Le champ spatial a mis en évidence la localisation des zones de faible angle de frottement. Ces zones correspondent aux zones de forte cohésion, tel que l'illustre la figure 3.12. Il en découle une corrélation négative entre ces deux propriétés. Autrement dit, si l'on retient une valeur plus faible pour l'angle de frottement cela conduit à une valeur plus forte pour la cohésion (Saber et al, 2010).

3.3.9 Influence de la variation de la longueur d'autocorrélation L_c sur le champ aléatoire spatial

L'influence de la variation de la longueur d'autocorrélation L_c sur le champ aléatoire spatial gaussien de la cohésion C et de l'angle de frottement φ est étudiée dans ce paragraphe, en considérant le modèle d'auto-covariance cosinus exponentiel. Les résultats sont illustrés par

les figure (3.14) et (3.15) pour trois longueurs d'autocorrélations ; à savoir : $L_c = 2.00$ m, $L_c = 3.00$ m et $L_c = 4.00$ m.

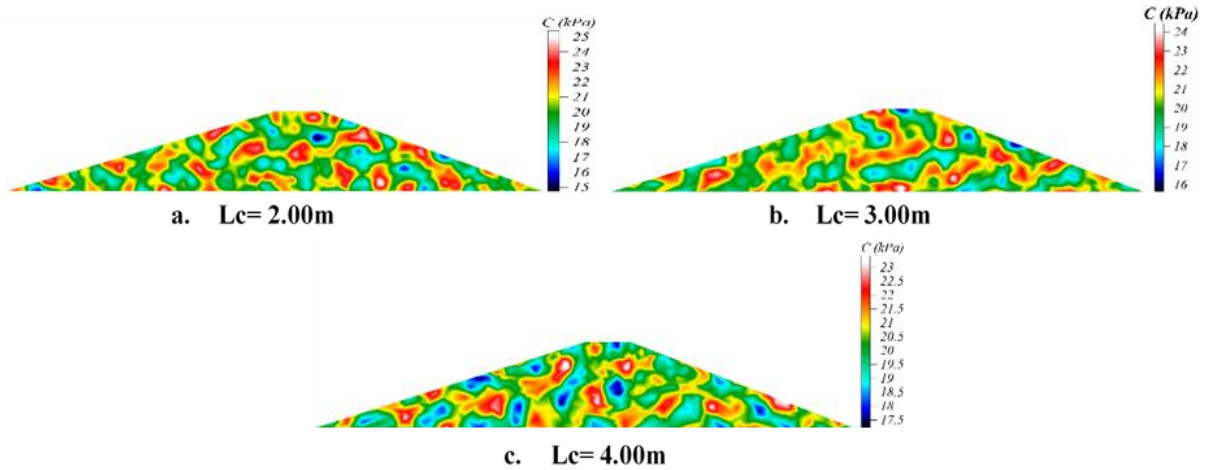


Figure 3. 14 : Influence de la variation de la distance d'autocorrélation sur le champ aléatoire champ spatial de la cohésion.

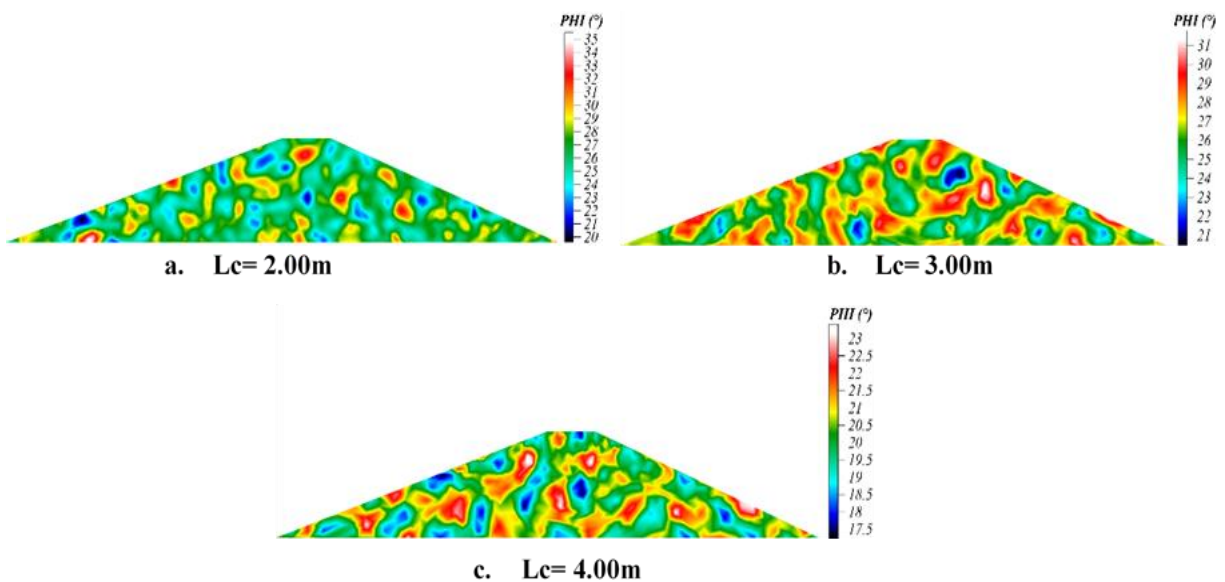


Figure 3. 15 : Influence de la variation de la distance d'autocorrélation sur le champ aléatoire champ spatial de l'angle de frottement.

Nous représentons dans les tableaux (3.12) et (3.13) la comparaison des résultats des moyennes des champs aléatoires (cohésion et l'angle de frottement) par rapport aux valeurs de calcul (moyennes de génération) pour chaque longueur d'autocorrélation considérée. Ces résultats montrent que les moyennes des champs aléatoires sont très proches de ces valeurs de calcul et que la précision augmente avec la diminution de la longueur d'autocorrélation, autrement dit la dimension de la maille.

Tableau 3. 12 : Moyenne des champs aléatoires de la cohésion pour différents L_c .

la distance d'autocorrélation L_c (m)	moyenne du champ (KPa)	Moyenne de calcul (KPa)	erreur (%)
4,00	20,358	20,36	0,010
3,00	20,358		0,010
2,00	20,359		0,005

Tableau 3. 13 : Moyenne des champs aléatoires de l'angle de frottement pour différents L_c .

la distance d'autocorrélation L_c (m)	Moyenne du champ (°)	Moyenne de calcul (°)	erreur (%)
4,00	26,553	26,55	0,011
3,00	26,551		0,004
2,00	26,549		0,004

3.3.10 Influence de la variation de nombre de tirages N_t sur le champ aléatoire spatial

L'influence du nombre de tirages sur le champ aléatoire spatial gaussien de la cohésion C et de l'angle de frottement φ illustré sur les figures (3.16) et (3.17) pour le modèle d'autocovariance cosinus exponentiel et une longueur d'autocorrélation et $L_c = 4.00$ m.

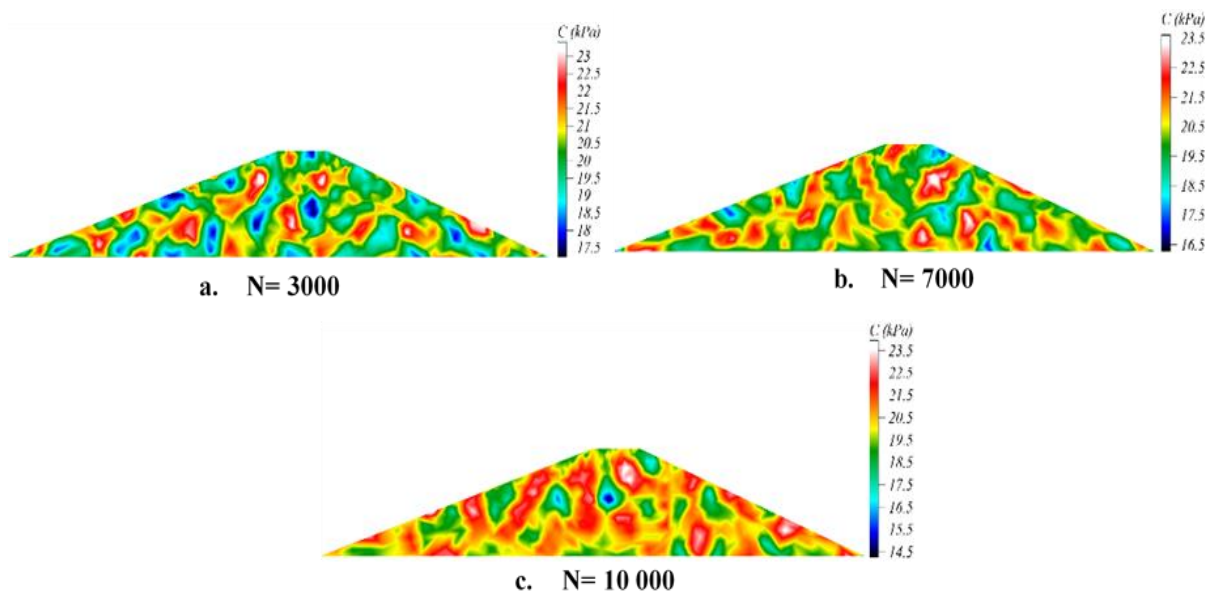


Figure 3. 16 : Influence de la variation du nombre de tirage sur le champ aléatoire spatial de la cohésion.

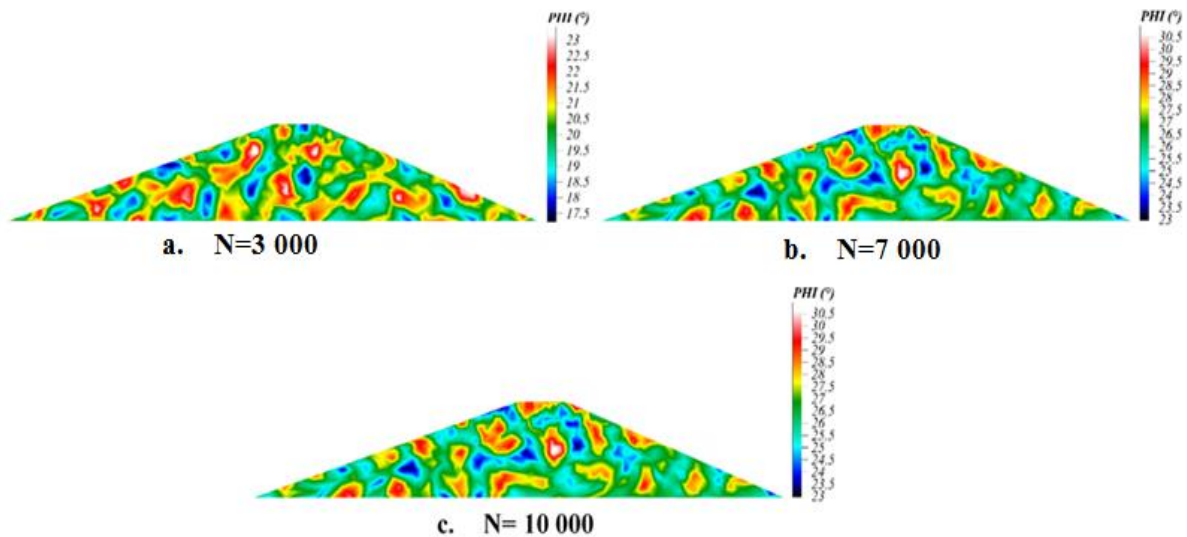


Figure 3. 17 : Influence de la variation du nombre de tirage sur le champ aléatoire spatial de l'angle de frottement.

La comparaison des valeurs moyennes des champs aléatoires aux valeurs moyennes de calcul sont présentées dans les tableaux (3.14) et (3.15), respectivement pour la cohésion et l'angle de frottement. Cette comparaison permet de conclure que plus le nombre de tirage est important plus la précision de la moyenne du champ est meilleure pour le cas de la cohésion. Concernant l'angle de frottement, le nombre de tirage n'a pas une influence considérable. On conclut que l'erreur devient stable à partir de 3000 tirages.

Tableau 3. 14 : Moyenne des champs aléatoires de la cohésion pour différents nombres de tirage.

la distance d'autocorrélation L_c (m)	moyenne du champ (KPa)	Moyenne de calcul (KPa)	Erreur (%)
3000	20,359	20.36	0,004
7000	20,359		0,004
10000	20,361		0,003

Tableau 3. 15 : Moyenne des champs aléatoires de l'angle de frottement pour différents nombres de tirage.

la distance d'autocorrélation L_c (m)	moyenne du champ (°)	Moyenne de calcul (°)	Erreur (%)
3000	26,550	26.55	0,000
7000	26,550		0,000
10000	26.550		0,000

3.3.11 Influence de la variation du model d'auto-covariance sur le champ aléatoire spatial

L'influence du modèle d'auto-covariance sur le champ aléatoire spatial gaussien de la cohésion C et de l'angle de frottement ϕ illustré sur les figures (3.18) et (3.19), pour une longueur d'autocorrélation $L_c = 4.00$ m.

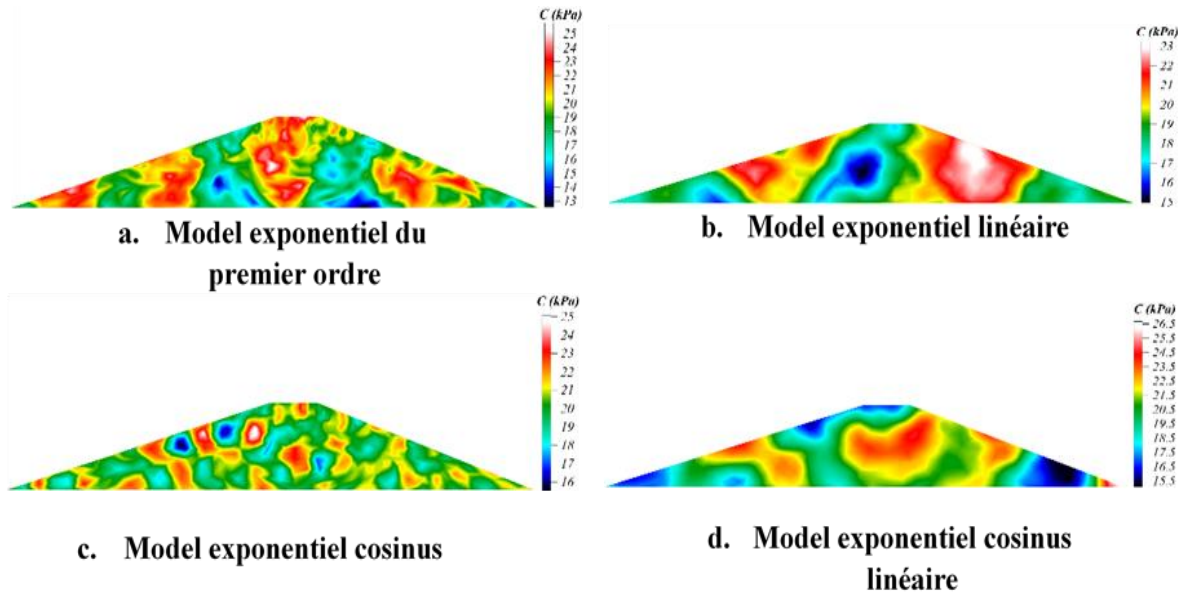


Figure 3. 18 : Influence de la variation du model d'auto-covariance sur le champ aléatoire spatial de la cohésion.

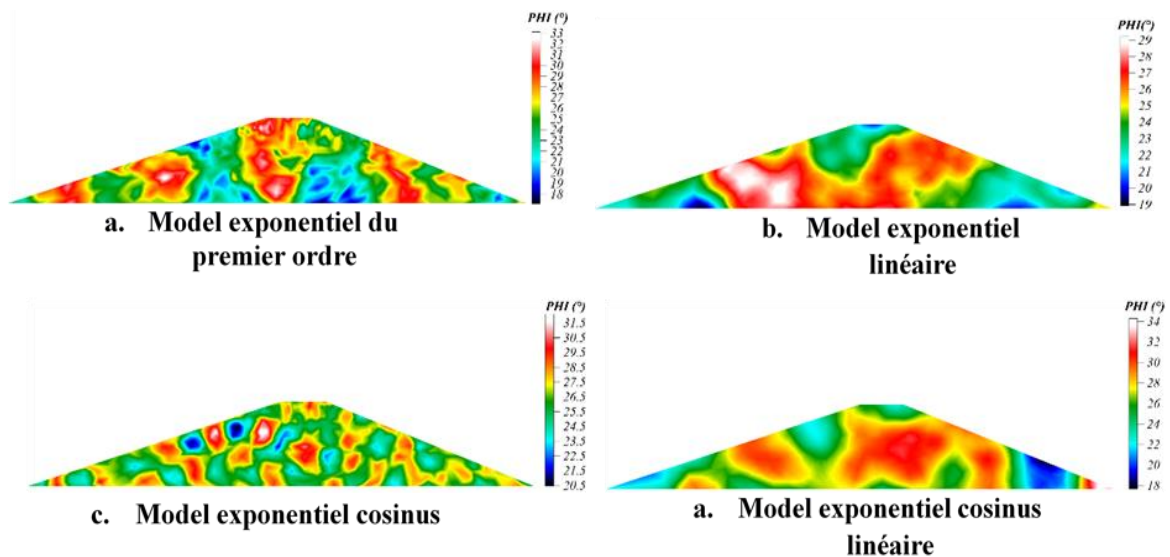


Figure 3. 19 : Influence de la variation du model d'auto-covariance sur le champ aléatoire spatial de l'angle de frottement.

La comparaison des valeurs moyennes des champs aléatoires aux valeurs de calcul pour les différents modèles d'auto-covariance, tels qu'illustrés par les tableaux (3.16) et (3.17) permet de conclure que le modèle cosinus exponentiel s'adapte le mieux à la génération spatiale de nos paramètres du sol, l'erreur enregistrée dans la moyenne est de 0.2 % pour la cohésion et 0.4 % pour l'angle de frottement.

Tableau 3. 16 : Moyenne des champs aléatoires de la cohésion pour les modèles de covariance.

Modèle d'auto-covariance	Moyenne du champ (KPa)	Moyenne de calcul (KPa)	Erreur (%)
Exponentiel du premier ordre	20,377	20.36	0,085
Exponentiel linéaire	20,364		0,020
Cosinus exponentiel	20,359		0,002
Cosinus exponentiel linéaire	20,365		0,027

Tableau 3. 17 : Moyenne des champs aléatoires de l'angle de frottement les modèles de covariance.

Modèle d'auto-covariance	moyenne du champ (°)	Moyenne de calcul (°)	Erreur (%)
Exponentiel du premier ordre	26,571	26.55	0,079
Exponentiel linéaire	26,546		0,015
Cosinus exponentiel	26,549		0,004
Cosinus exponentiel linéaire	26,553		0,011

Conclusion

La génération spatiale des paramètres mécaniques du sol (C et φ) par la méthode de Karhunen-Loève a mis en évidence leur distribution dans le corps de la digue ainsi que la ligne de rupture préférentielle, que pourrait en toute logique suivre les zones de faibles cohésions. Le modèle de covariance « cosinus exponentiel » est adopté pour décrire au mieux le comportement des paramètres mécaniques de notre argile. Par ailleurs ; il découle des résultats une corrélation négative entre la cohésion et l'angle de frottement interne ; une valeur plus faible pour l'angle de frottement conduit à une valeur plus forte pour la cohésion. Pour la stabilité des résultats ; nous retenons que plus le nombre de tirage augmente plus on se rapproche de la valeur moyenne de la génération pour les deux paramètres étudiés (C et φ). Cette stabilité est atteinte pour 3000 tirages. Enfin, le maillage influence sur la précision de la génération spatiale ; cette dernière augmente avec l'augmentation du nombre de mailles, lié à la valeur de la distance d'autocorrélation.

Conclusion générale

La génération aléatoire spatiale des paramètres mécaniques C (cohésion) et φ (angle de frottement) du matériau local composant une digue homogène a fait l'objet de ce travail de recherche. A travers cette contribution, nous avons pu mettre en partition toute la démarche scientifique qui régit cette génération spatiale, en présentant toutes les relations mathématiques.

La décomposition de Karhunen-Loève est utilisée pour la génération du champs spatial C et φ . Les lois de distribution ajustées pour la génération de ces paramètres (loi normale et log-normal) sont définies sur un échantillon de teneur en eau, obtenu à partir des essais de contrôle effectués lors de la réalisation de la digue de col du barrage Souk Tlata, et validées par le test d'adéquation de Khi-2. La longueur d'autocorrélation nécessaire pour la génération spatiale est obtenue après ajustement du modèle théorique de covariance cosinus exponentiel, à l'échantillon de la teneur. Toutefois, pour des raisons pratiques liées à la capacité mémoire de notre machine, nous avons adopté des longueurs d'autocorrélation conformément aux plages définies dans la littérature, en fonction de la nature du remblai constituant la digue. La stabilité des résultats est obtenue pour 3000 tirages aléatoires.

Les résultats de la génération spatiale des paramètres mécaniques du sol (C et φ) par la méthode de Karhunen-Loève a mis en évidence leur distribution dans le corps de la digue ainsi que la ligne de rupture préférentielle, que pourrait en toute logique suivre les zones de faibles cohésions. Ces résultats ont montré une corrélation négative entre la cohésion et l'angle de frottement interne ; une valeur plus faible pour l'angle de frottement conduit à une valeur plus forte pour la cohésion. L'influence de la longueur d'autocorrélation L_c a montré que la précision des résultats des moyennes des champs aléatoires (C et φ) augmente avec l'augmentation du nombre de mailles, lié à la diminution de la distance d'autocorrélation.

Comme perspective future à ce travail de recherche, il y a lieu de combiner Flac2D[®] et la génération spatiale sous Matlab[®] pour propager la variable aléatoire des paramètres mécaniques du remblai et évaluer la probabilité de défaillance par rapport au mécanisme de glissement.

Annexe

Tableau 1: Table de Khi -2

p	0,999	0,995	0,99	0,98	0,95	0,9	0,8	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	0,005	0,001
ddl														
1	0,0000	0,0000	0,0002	0,0006	0,0039	0,0158	0,0642	1,6424	2,7055	3,8415	5,4119	6,6349	7,8794	10,8276
2	0,0020	0,0100	0,0201	0,0404	0,1026	0,2107	0,4463	3,2189	4,6052	5,9915	7,8240	9,2103	10,5966	13,8155
3	0,0243	0,0717	0,1148	0,1848	0,3518	0,5844	1,0052	4,6416	6,2514	7,8147	9,8374	11,3449	12,8382	16,2662
4	0,0908	0,2070	0,2971	0,4294	0,7107	1,0636	1,6488	5,9886	7,7794	9,4877	11,6678	13,2767	14,8603	18,4668
5	0,2102	0,4117	0,5543	0,7519	1,1455	1,6103	2,3425	7,2893	9,2364	11,0705	13,3882	15,0863	16,7496	20,5150
6	0,3811	0,6757	0,8721	1,1344	1,6354	2,2041	3,0701	8,5581	10,6446	12,5916	15,0332	16,8119	18,5476	22,4577
7	0,5985	0,9893	1,2390	1,5643	2,1673	2,8331	3,8223	9,8032	12,0170	14,0671	16,6224	18,4753	20,2777	24,3219
8	0,8571	1,3444	1,6465	2,0325	2,7326	3,4895	4,5936	11,0301	13,3616	15,5073	18,1682	20,0902	21,9550	26,1245
9	1,1519	1,7349	2,0879	2,5324	3,3251	4,1682	5,3801	12,2421	14,6837	16,9190	19,6790	21,6660	23,5894	27,8772
10	1,4787	2,1559	2,5582	3,0591	3,9403	4,8652	6,1791	13,4420	15,9872	18,3070	21,1608	23,2093	25,1882	29,5883
11	1,8339	2,6032	3,0535	3,6087	4,5748	5,5778	6,9887	14,6314	17,2750	19,6751	22,6179	24,7250	26,7568	31,2641
12	2,2142	3,0738	3,5706	4,1783	5,2260	6,3038	7,8073	15,8120	18,5493	21,0261	24,0540	26,2170	28,2995	32,9095
13	2,6172	3,5650	4,1069	4,7654	5,8919	7,0415	8,6339	16,9848	19,8119	22,3620	25,4715	27,6882	29,8195	34,5282
14	3,0407	4,0747	4,6604	5,3682	6,5706	7,7895	9,4673	18,1508	21,0641	23,6848	26,8728	29,1412	31,3193	36,1233
15	3,4827	4,6009	5,2293	5,9849	7,2609	8,5468	10,3070	19,3107	22,3071	24,9958	28,2595	30,5779	32,8013	37,6973
16	3,9416	5,1422	5,8122	6,6142	7,9616	9,3122	11,1521	20,4651	23,5418	26,2962	29,6332	31,9999	34,2672	39,2524
17	4,4161	5,6972	6,4078	7,2550	8,6718	10,0852	12,0023	21,6146	24,7690	27,5871	30,9950	33,4087	35,7185	40,7902
18	4,9048	6,2648	7,0149	7,9062	9,3905	10,8649	12,8570	22,7595	25,9894	28,8693	32,3462	34,8053	37,1565	42,3124
19	5,4068	6,8440	7,6327	8,5670	10,1170	11,6509	13,7158	23,9004	27,2036	30,1435	33,6874	36,1909	38,5823	43,8202
20	5,9210	7,4338	8,2604	9,2367	10,8508	12,4426	14,5784	25,0375	28,4120	31,4104	35,0196	37,5662	39,9968	45,3147
21	6,4467	8,0337	8,8972	9,9146	11,5913	13,2396	15,4446	26,1711	29,6151	32,6706	36,3434	38,9322	41,4011	46,7970
22	6,9830	8,6427	9,5425	10,6000	12,3380	14,0415	16,3140	27,3015	30,8133	33,9244	37,6595	40,2894	42,7957	48,2679
23	7,5292	9,2604	10,1957	11,2926	13,0905	14,8480	17,1865	28,4288	32,0069	35,1725	38,9683	41,6384	44,1813	49,7282
24	8,0849	9,8862	10,8564	11,9918	13,8484	15,6587	18,0618	29,5533	33,1962	36,4150	40,2704	42,9798	45,5585	51,1786
25	8,6493	10,5197	11,5240	12,6973	14,6114	16,4734	18,9398	30,6752	34,3816	37,6525	41,5661	44,3141	46,9279	52,6197
26	9,2221	11,1602	12,1981	13,4086	15,3792	17,2919	19,8202	31,7946	35,5632	38,8851	42,8558	45,6417	48,2899	54,0520
27	9,8028	11,8076	12,8785	14,1254	16,1514	18,1139	20,7030	32,9117	36,7412	40,1133	44,1400	46,9629	49,6449	55,4760
28	10,3909	12,4613	13,5647	14,8475	16,9279	18,9392	21,5880	34,0266	37,9159	41,3371	45,4188	48,2782	50,9934	56,8923
29	10,9861	13,1211	14,2565	15,5745	17,7084	19,7677	22,4751	35,1394	39,0875	42,5570	46,6927	49,5879	52,3356	58,3012
30	11,5880	13,7867	14,9535	16,3062	18,4927	20,5992	23,3641	36,2502	40,2560	43,7730	47,9618	50,8922	53,6720	59,7031
40	17,9164	20,7065	22,1643	23,8376	26,5093	29,0505	32,3450	47,2685	51,8051	55,7585	60,4361	63,6907	66,7660	73,4020
50	24,6739	27,9907	29,7067	31,6639	34,7643	37,6886	41,4492	58,1638	63,1671	67,5048	72,6133	76,1539	79,4900	86,6608
60	31,7383	35,5345	37,4849	39,6994	43,1880	46,4589	50,6406	68,9721	74,3970	79,0819	84,5799	88,3794	91,9517	99,6072
70	39,0364	43,2752	45,4417	47,8934	51,7393	55,3289	59,8978	79,7146	85,5270	90,5312	96,3875	100,4252	104,2149	112,3169
80	46,5199	51,1719	53,5401	56,2128	60,3915	64,2778	69,2069	90,4053	96,5782	101,8795	108,0693	112,3288	116,3211	124,8392
90	54,1552	59,1963	61,7541	64,6347	69,1260	73,2911	78,5584	101,0537	107,5650	113,1453	119,6485	124,1163	128,2989	137,2084
100	61,9179	67,3276	70,0649	73,1422	77,9295	82,3581	87,9453	111,6667	118,4980	124,3421	131,1417	135,8067	140,1695	149,4493
120	77,7551	83,8516	86,9233	90,3667	95,7046	100,6236	106,8056	132,8063	140,2326	146,5674	153,9182	158,9502	163,6482	173,6174
140	93,9256	100,6548	104,0344	107,8149	113,6593	119,0293	125,7581	153,8537	161,8270	168,6130	176,4709	181,8403	186,8468	197,4508
160	110,3603	117,6793	121,3456	125,4400	131,7561	137,5457	144,7834	174,8283	183,3106	190,5165	198,8464	204,5301	209,8239	221,0190
180	127,0111	134,8844	138,8204	143,2096	149,9688	156,1526	163,8682	195,7434	204,7037	212,3039	221,0772	227,0561	232,6198	244,3705
200	143,8428	152,2410	156,4320	161,1003	168,2786	174,8353	183,0028	216,6088	226,0210	233,9943	243,1869	249,4451	255,2642	267,5405
250	186,5541	196,1606	200,9386	206,2490	214,3916	221,8059	231,0128	268,5986	279,0504	287,8815	298,0388	304,9396	311,3462	324,8324
300	229,9634	240,6634	245,9725	251,8637	260,8781	269,0679	279,2143	320,3971	331,7885	341,3951	352,4246	359,9064	366,8444	381,4252
400	318,2596	330,9028	337,1553	344,0781	354,6410	364,2074	376,0218	423,5895	436,6490	447,6325	460,2108	468,7245	476,6064	493,1318
500	407,9470	422,3034	429,3875	437,2194	449,1468	459,9261	473,2099	526,4014	540,9303	553,1268	567,0698	576,4928	585,2066	603,4460
600	498,6229	514,5289	522,3651	531,0191	544,1801	556,0560	570,6680	628,9433	644,8004	658,0936	673,2703	683,5156	692,9816	712,7712
700	590,0480	607,3795	615,9075	625,3175	639,6130	652,4973	668,3308	731,2805	748,3591	762,6607	778,9721	789,9735	800,1314	821,3468
800	682,0665	700,7250	709,8969	720,0107	735,3623	749,1852	766,1555	833,4557	851,6712	866,9114	884,2789	895,9843	906,7862	929,3289
900	774,5698	794,4750	804,2517	815,0267	831,3702	846,0746	864,1125	935,4987	954,7819	970,9036	989,2631	1001,6296	1013,0364	1036,8260

Références bibliographiques

Anthony M., 2017. Analyse par éléments finis stochastiques de la fiabilité des barrages en remblai vis-à-vis du risque de glissement, soutenance doctorat, Université Clermont Auvergne.

Aliche A., 2016. Contribution à l'analyse de l'évolution de la vulnérabilité des réservoirs en béton dans leur cycle de vie, thèse de doctorat, université Mouloud Mammeri Tizi Ouzou.

Abdel Massih Y., 2010. Effet de la variabilité spatiale du sol dans l'étude du comportement des fondations superficielles filantes, revue française de géotechnique N°130

Aissiouane S et Khimeche I., 2016. Analyse mécano-fiabiliste de la stabilité au glissement d'une digue de type zone, mémoire de master, université Mouloud Mammeri Tizi Ouzou.

Benamara R., 2019. Impact de la variabilité spatiale des isothermes de sorption sur les transferts de chlorures, Stage de Master Recherche, Ecole centrale de NANTES.

CFBR., 2015. "Recommandations pour la justification des barrages et des digues en remblai".

Cheikhaoui Y., 2016. Etude numérique de la stabilité des gradins par un model continu (cas de la carrière de Chouf Ammar M'Sila, mémoire de master, Université de Annaba.

Der Kiureghian, A, et Ke, J B., 1988. The stochastic finite element method in structural reliability. Probabilistic Engineering Mechanics, 3 (2), 83-91

Haddad L et Sellam Y., 2017. Analyse mécano-fiabiliste d'un réservoir surélevé soumis à l'action du vent, mémoire de master, université Mouloud Mammeri Tizi Ouzou.

Hamrouni A., 2018. Etude de l'influence de la variabilité spatiale sur la réponse d'ouvrages géotechniques', thèse de doctorat, université de Skikda.

Houmadi Y., 2011. Prise en compte de la variabilité spatiale des paramètre géotechnique, thèse de doctorat, université Aboubeker belkaid Tlemcen.

Issaadi N., 2015. Effets de la variabilité des propriétés de matériaux cimentaires sur les transferts hygrothermiques : développement d'une approche probabiliste, thèse de doctorat, université de la ROCHELLE.

Jaksa M., 1995. The Influence of Spatial Variability on the Geotechnical Design Properties of a Stiff Overconsolidated Clay. University of Adelaide

Liu, W. K., Belytschko, T., & Mani, A., 1986a. Probabilistic finite elements for nonlinear structural dynamics. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 56 (1), 61- 81.

Liu, W. K., Belytschko, T., & Mani, A., 1986b. Random field finite elements. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 23 (10), 1831- 1845.

Masekanya J.P., 2008. "Stabilité des pentes et saturation partielle - Etude expérimentale et modélisation numérique." Thèse de doctorat, Université de Liège.

Matthies, H G., Brenner, C. E., Bucher, C G., & Guedes Soares, C., 1997. Uncertainties in probabilistic numerical analysis of structures and solids stochastic finite elements. Structural safety, 19 (3), 283-336

NF EN 1990., 2003. Norme européenne, Euro codes structuraux. Bases de calcul des structures.

Phoon, K.-K., and Kulhawy, F. H., 1999. “Evaluation of geotechnical property variability”. *Can. Geotech. J.*, 36, 625–639

PNUD., 1987. Guide Maghrébin l'exécution pour des études et travaux des de l'exécution des études retenues collinaires.

Salloum N., 2015. Evaluation de la variabilité spatiale des paramètres géotechniques du sol à partir de mesures géophysiques : application à la plaine alluviale de Nahr-Beyrouth (Liban), l'Université Et Grenoble Alpes l'université libanaise.

Saber I ; Breysse D ; Baroth J ; Dias D ; Piegay N., 2015. Effets de la corrélation entre la cohésion et l'angle de frottement sur la capacité portante d'une semelle de fondation superficielle, rencontre universitaire de génie civil, Bayonne, France mai 2015

Sudret, B., & Der Kiureghian, A., 2000. Stochastic finite element methods and reliability: a state-of-the-art report. Department of Civil and Environmental Engineering, University of California.

Spanos, P. D., & Ghanem, R., 1989. Stochastic finite element expansion for random media. *Journal of engineering mechanics*, ASCE, 115 (5), 1035-1053.

T. De Larrard., 2010. Variabilité des propriétés du béton : caractérisation expérimentale et modélisation probabiliste de la lixiviation, ENS Cachan.

Vanmarcke, E., & Grigoriu, M., 1983. Stochastic finite element analysis of simple beams. *Journal of Engineering Mechanics*, 109 (5), 1203-1214.

Zhang, J., & Ellingwood, B., 1994. Orthogonal series expansions of random fields in reliability analysis. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 120 (12), 2660-2677