

**REPUBLIQUE ALGERIENNE
DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**

**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

**UNIVERSITE MOULOU D MAMMERI - TIZI OUZOU
FACULTE DU GENIE DE LA CONSTRUCTION
DEPARTEMENT DE GENIE-CIVIL**



PROJET DE FIN D'ETUDES

**En vue de l'obtention du diplôme de MASTER II en génie civil
Option: Voies et Ouvrage d'Art**

**Etude d'un tablier de pont a poutres
multiples en béton précontraint**

Élaboré par :

- **TACHOUR MASSINISSA**
- **AMIRAT KARIMA**

Encadré par :

Mr : KACI

Promotion (V.O.A) 2014

SOMMAIRE

Chapitre I : généralités	1-9
Chapitre II : pré dimensionnement	10-16
Chapitre III : évaluation des charges et surcharges	17-31
Chapitre IV : répartition longitudinale des efforts	32-52
Chapitre V : répartition transversale des efforts	53-59
Chapitre VI : étude du platelage.....	60-65
Chapitre VII : étude de la torsion	66-84
Chapitre VIII : étude des entretoises d'about	85-96
Chapitre IX : étude de la précontrainte et les pertes de tension	97-135
Chapitre X : justifications des contraintes normales	136-149
Chapitre XI : justification des contraintes tangentielles	150-155
Chapitre XII : étude de la zone d'about	156-173
Chapitre XIII : calcul des déformations	174-178
Chapitre XIV : étude des équipements de pont.....	179-192
Conclusion générale	

1-Introduction générale:

Lors de la construction d'une voie de circulation, il arrive toujours un moment où l'on Rencontre un obstacle :

- Naturel (brèche, cours d'eau)
- Artificiel (route, voie ferrée, canal)

Pour assurer la continuité de l'ouvrage, 2 solutions :

1. Eliminer l'obstacle (remblayer une brèche détourner un cours d'eau)
2. Conserver l'obstacle mais:
 - Passer au travers ou au dessous (tunnel)
 - Au dessus (pont)
 - Contourner (déviation)

Dans notre cas le relief nous a imposé de choisir la solution numéro 2 qui est de franchir l'obstacle par un pont

Définition :

D'une façon générale, on appelle pont tout ouvrage permettant à une voie de circulation de franchir un obstacle naturel ou une autre voie de circulation. Selon le cas, on distingue : pont-route, pont-rail, pont-canal.

Cette définition est un peu imprécise dans la mesure où elle ne se réfère à aucune notion de dimension, de forme ou de nature d'ouvrage. Pour les petits ponts hydrauliques, on parle couramment de ponceaux ou de dalots. A l'inverse, on emploie de préférence le terme de viaduc lorsqu'il s'agit d'un ouvrage de grande longueur possédant de nombreuses travées et généralement situé en site terrestre. De même, une buse est un ouvrage de franchissement que l'on ne désigne jamais par le terme de pont, même si son ouverture est de dimension respectable. Enfin en résumé, on appellera pont tout ouvrage de franchissement construit in situ, ce qui exclut les buses totalement ou partiellement préfabriquées.

Même s'il existe une infinité de ponts, ils peuvent quand même être regroupés en quatre grandes catégories. Les ponts en arc, les ponts à poutres, les ponts suspendus et les ponts à haubans.

Historique :

La construction de ponts est une activité très ancienne, comme en témoignent les nombreuses passerelles découvertes dans des régions restées complètement ou presque complètement isolées du reste du monde. C'étaient principalement, des passerelles suspendues (lianes, bambous tressés) et les poutres (bois, pierres ...) . Les ponts furent d'abord en bois, et celui-ci, grâce à ses caractéristiques mécaniques, autorise des portées plus grandes que la pierre. Les Romains construisirent les premiers ponts en pierre et de très vieux subsistent encore (le pont St-Ange, 3 voûtes de 18,33 m, construit en 138 ; le pont Severan de 120 m de longueur, construit en 193) . Les premiers ponts métalliques ont été construits en fonte à partir du siècle dernier. Ensuite, à partir de 1850, la production industrielle de fer a permis à ce dernier de remplacer progressivement la fonte. Puis, à la fin du XIX^{ème} siècle, l'acier devint compétitif vis-à-vis du fer pour la construction des ponts

Suite a cela et face au souci économique et de grande portée, on a vu l'apparition des ponts en béton armé et surtout en béton précontraint, la technique de ce dernier fut mise au point par Eugène Freyssinet dès 1928, qui jeta les bases de ce nouveau matériau, et en définit les principes essentiels encore valable de nos jours. Quelques ouvrages modestes fut réalisés avant la seconde guerre mondiale, mais le premier grand pont en béton précontrainte fut le

pont de luzancy (seine et marne) en France conçu juste avant la dernière guerre mondiale et achevé en 1946.

Le béton précontraint est associé a diverses formes et divers modes de construction. Pour les petites portées, le formes courantes sont la dalle et la dalle nervurée, associé a une construction sur cintre. Dans la gamme des moyennes portées (30-50 mètres), les ponts a poutres préfabriqués précontraintes et les ponts poussés constituent des solution intéressantes dans la gamme des grandes portées.

II-présentation et description de l'ouvrage :

II-1-INTRODUCTION :

Ce projet de fin d'étude nous a été proposé par la direction des travaux publics de la wilaya de tizi-ouzou consiste en l'étude d'un pont routier à poutres multiples en béton précontraint, à 2 voies de circulation.

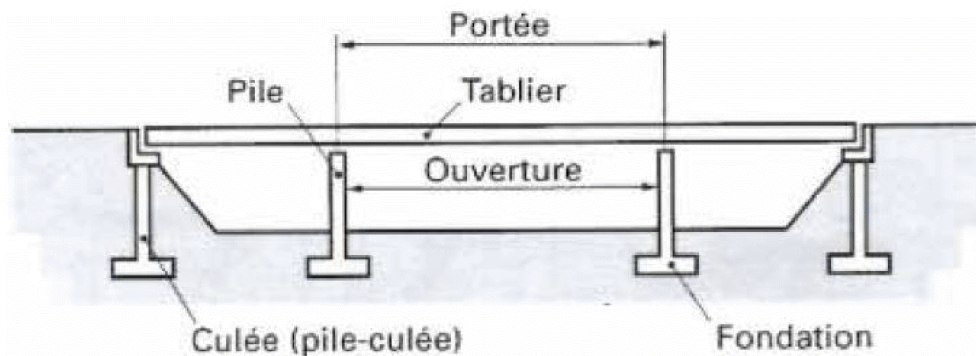
Viaduc de 200 mètres pour l'évitement de la ville de AZAZGA sur la RN 12.

II-2-DISCRPTION DE L'OUVRAGE :

Il s'agit d'un pont de 06 travées isostatiques, constitué de poutres en béton précontraint .

- Longueur total : 200,90 ml.
- Largeur total 10,80 m.
 - Chaussée : 10,50m.
 - Trottoirs : 2×1.15m.
- ❖ Portées de travées : (06) travées de 33.40 m.

III-STRUCTURE DU PONT :



III-1-SUPER STRUCTURE :

Les éléments constitutifs du tablier sont :

Le platelage :

Il est formé d'une dalle en béton armé coulée par-dessus les poutres, et crée ainsi un bon monolithisme d'ensemble ; une épaisseur de 20cm couvert d'un revêtement de 08cm d'épaisseur avec un ripage transversal de 2.5% pour faciliter le ruissellement de l'eau

La chaussée comporte deux trottoirs, et deux corniches de part et d'autres.

Les trottoirs :

Il existe deux et ont une largeur de 1.15m chacun, ils sont préfabriqués et montés sur place, ils seront munis de garde corps de 1 mètres de hauteur et d'une glissière de sécurité permettant de mener les véhicules qui s'écartent de leurs voie.

Les entretoises :

Les poutres sont solidarisées par des entretoises d'about qui sont nécessaires pour soulever le tablier en cas de changement des appareils d'appuis, ainsi assurent l'encastrement des poutres a la torsion, elles sont coulées après la mise en place des poutres.

La poutraison :

Elle constitue le support de platelage, composé de (07) poutres préfabriquées en béton précontraint pour les (06) travées de 33,40 mètres , et (07) poutres préfabriquées en béton armé.

L'entraxe entre les poutres précontraintes et armées, est le même et de l'ordre de 1.75m.

Les appareils d'appuis :

Ce sont des éléments qui ont pour but d'assurer la liaison entre la structure et son support, tout en permettant l'absorption des déplacements, des efforts horizontaux et permettent la rotation.

Dans notre cas, ils sont constitués d'élastomère fretté, fixés sur les appuis (en général du néoprène et de tôle d'acier jouant le rôle de frettes).

III-2-Infrastructure :

❖ **Les appuis :** la superstructure est supportée par (02) culés et (05) piles.

➤ **Culée :** c'est un support réalisé a chaque extrémité du pont, elle doit assurer une bonne transmission des efforts au sol de fondation, et la limitation des déplacements horizontaux de façon à ne pas entraver le bon fonctionnement des appareils d'appuis, et la limitation des déplacements verticaux (tassements). Elle est constituée d'un mur de front surmonté d'un mur de grade grève, et de deux murs de retours, ainsi qu'une dalle de transition.

➤ **Piles :** c'est un appui intermédiaire entre deux travées voisines, elle est constituée par un chevêtre sur lequel repose les poutres, et supporté par les fûts, elle reprend les différentes sollicitations du tablier

❖ **Les fondations :** le type de fondation est déterminé à partir des caractéristiques mécaniques du sol, dans notre cas les fondations sont profondes sur pieux forés de 1.20 m de diamètre et d'une profondeur variable (allant jusqu'à 30m), surmontées d'une semelle de liaison rigide de 1.50m de hauteur, le nombre de pieux est de (08) pour les culées et les piles.

IV-Données naturelles et géotechniques :

Les données naturelles qui rassemblent les éléments techniques de l'environnement du pont influent directement sur sa conception. Elles se constituent de :

❖ **Topographie :** il convient de disposer d'un relevé topographique et une vue en plan du

site indiquant les possibilités d'accès ainsi que les aires disponibles pour les installations du chantier, stockage, etc.

❖ **Hydrologie** : dans le cas de franchissement d'un cours d'eau, il est indispensable d'en connaître le régime : fréquence et importance de crues, débits solides, charriages éventuels de corps flottants susceptibles de heurter les piles. Mise à part les chocs, le plus grand danger réside dans les affouillements. Il convient d'évaluer la hauteur d'affouillement potentiel au voisinage des appuis et de limiter autant que possible le nombre des appuis en site aquatique.

❖ **Données géotechniques** : ces données, qui concernent la nature du sol et du sous sol, sans oublier la connaissance du niveau de la nappe phréatique, sont très importantes. Leur recueil constitue une étape décisive pour le choix du type de fondations. Une étude suffisante peut entraîner des modifications du projet ou des renforcements des structures déjà exécutées, très onéreux si le sous sol est de nature différente de celle attendue. Les essais géotechniques sont en général assez coûteux et le projeteur doit organiser la reconnaissance en fonction de la taille et de l'importance de l'ouvrage. Il doit d'abord les faire aux emplacements probables des appuis et recueillir les sondages qui auraient déjà été fait dans le voisinage.

❖ **Action naturelles susceptible de solliciter un pont** : outre l'action d'un cours d'eau mentionné plus haut, les autres actions naturelles susceptibles de solliciter un pont sont des actions directes comme celle du vent, dont la force peut être accrue dans le cas d'une vallée encaissée, de la neige et de la glace, des séismes, de la houle dans le cas de franchissement d'un estuaire ou d'un bras de mer, et des actions indirectes comme celle des embruns, et de façon générale les actions physico-chimiques du milieu environnant. Vis-à-vis de ces dernières des dispositions constructives appropriées (enrobage des aciers passifs, choix d'un béton à haute performance) doivent être examinées en détail.

V-Données fonctionnelles :

Les données fonctionnelles constituent l'ensemble des caractéristiques permettant au pont d'assurer ses fonctions de franchissement. Elles sont décomposées en deux tel que :

- Données relatives à la portée : le profil en travers, le profil en long, et le tracé en plan
- Données relatives à l'obstacle franchi : les gabarits à respecter et les ouvertures.

Elle nous donne comme objectifs :

- Réaliser des appuis résistants.
- Donner suffisamment de liberté de mouvement au tablier.
- Prévenir des joints suffisamment ouverts.
- Réaliser une assise d'appuis suffisamment longue.
- Dimensionner les piles pour résister aux efforts sismiques longitudinaux et transversaux.

VI-Caractéristiques des matériaux utilisés :

1- Le béton :

Dans les cas courants, pour l'établissement des projets, le béton est défini par une valeur de sa résistance à la compression à 28 jours, appelée valeur caractéristique requise, notée " f_{c28} ". Cette valeur est choisie a priori compte tenu du dosage et de la qualité du ciment et des règles de contrôle qui permettront ultérieurement de vérifier sur le chantier qu'elle a bien été atteinte.

Le béton est dosé à **400 kg/m³** de ciment **CPJ 32,5**

Densité : la masse volumique du béton armé $\gamma = 2,5 \text{ t/m}^3$.

➤ La résistance caractéristique à la compression :

Pour un béton âgé de j jours, on a :

$$f_{c28} = \begin{cases} 35 \text{ MPa} \\ 27 \text{ MPa} \end{cases} \text{ si } j \geq 28 \text{ j.}$$

$$f_{cj} = \frac{j}{4,76 + 0,83 j} f_{c28} \text{ si } j \leq 28 \text{ j. pour } f_{c28} \leq 40 \text{ MPa}$$

Avec :

$$f_{c28} = \begin{cases} 35 \text{ MPa.} & \text{Pour le béton de la superstructure.} \\ 27 \text{ MPa.} & \text{Pour le béton d'appuis et la fondation.} \end{cases}$$

➤ La résistance caractéristique à la traction :

La résistance à la traction est liée à la résistance à la compression :

$$f_{t28} = \begin{cases} 0,6 + 0,06 f_{c28} = 0,6 + 0,06(35) = 2,7 \text{ MPa. (Pour } f_{c28} = 35 \text{ MPa).} \\ 0,6 + 0,06 f_{c28} = 0,6 + 0,06(27) = 2,2 \text{ MPa. (Pour } f_{c28} = 27 \text{ MPa).} \end{cases}$$

➤ Contrainte admissible de compression de béton :

à l'E.L.U:

$$f_{bu} = 0,85 f_{c28} / \theta \cdot \gamma_b$$

Le coefficient θ est fixé à **1** lorsque la durée probable d'application de la combinaison d'action considérée est supérieure à **24h**, à **0.9** lorsque cette durée est comprise entre **1h** et **24h**, et à **0.85** lorsqu'elle est inférieure à **1h**.

$$\gamma_b = \begin{cases} 1,5 & \text{en situations durables ou transitoires.} \\ 1,15 & \text{en situations accidentelles.} \end{cases}$$

5

A l'E.L.S:

$$\bar{\sigma}_b = \begin{cases} 0,5 f_{c28} & \text{En service.} \\ 0,6 f_{c28} & \text{En construction.} \end{cases}$$

➤ **Coefficient de poisson :**

Le coefficient de poisson ν représente la variation relative de dimension transversale d'une pièce soumise à une variation relative de dimension longitudinale.

Le coefficient ν du béton pour un chargement instantané est de l'ordre de **0,3** mais il diminue avec le temps pour se rapprocher de la valeur **0,2**. Quand au cas d'un béton fissuré, ν devient **nul**. On prend pour les calculs de béton précontraint la valeur. $\nu = 0,2$ pour un béton non fissuré (ELS) et $\nu = 0$ pour un béton fissuré (ELU).

➤ **Module de déformation longitudinale du béton E :**

Module de déformation **instantanée (courte durée <24 heures)** :

$$E_{ij} = 11000 \sqrt[3]{f_{cj}} \quad (\text{MPa}).$$

Module de déformation **différée (longue durée)** :

$$E_{vj} = 3700 \sqrt[3]{f_{cj}} \quad (\text{MPa}).$$

➤ **Module de déformation transversale :**

$$G = \frac{E_{ij}}{2(1 + \nu)}$$

-Qualités attendues d'un béton pour les ouvrages :

- Une très bonne résistance à la compression à court terme (quelque jours) et à la long terme (28 jours et plus)
- Une très bonne résistance aux agents agressifs, aux intempéries à l'eau de mer, éventuellement aux eaux séléniteuses.
- Une bonne déformabilité instantanée, et différée la plus faible possible.
- Une maniabilité pour mise en œuvre aussi bonne que possible.

2-Armatures

2-1 Aciers passifs :

Les armatures passives sont des armatures comparables à celle du béton Armé. (Les armatures passives sont tendues que sous des sollicitations extérieures).

➤ La limite élastique :

Les aciers utilisés sont des aciers courants à haute adhérence de classe **F_eE400 type 2**, sa limite élastique égale à **400 MPa**.

➤ Module d'élasticité longitudinale de l'acier :

$$E_s = 2.10^5 \text{ MPa.}$$

➤ Contrainte limite de traction :

-A l'ELU :

Dans les calculs relatifs à l'ELU on introduit un coefficient γ_s tel que :

$$\bar{\sigma}_s \leq f_e / \gamma_s.$$

$\gamma_s = 1.00$ —————> Situation accidentelle.

$\gamma_s = 1.15$ —————> Situation durable ou transitoire.

-A l'ELS :

En fissuration peu nuisible : pas de vérification.

En fissuration préjudiciable : $\bar{\sigma}_s = \min (2/3 f_e, 110 (n f_{tj})^{1/2})$.

En fissuration très préjudiciable : $\bar{\sigma}_s = \min (1/2 f_e, 90 (n f_{tj})^{1/2})$.

Avec : $n = 1$ —————> Treillis soudés et ronds lisses.

$n = 1,6$ —————> Aciers à haute adhérence.

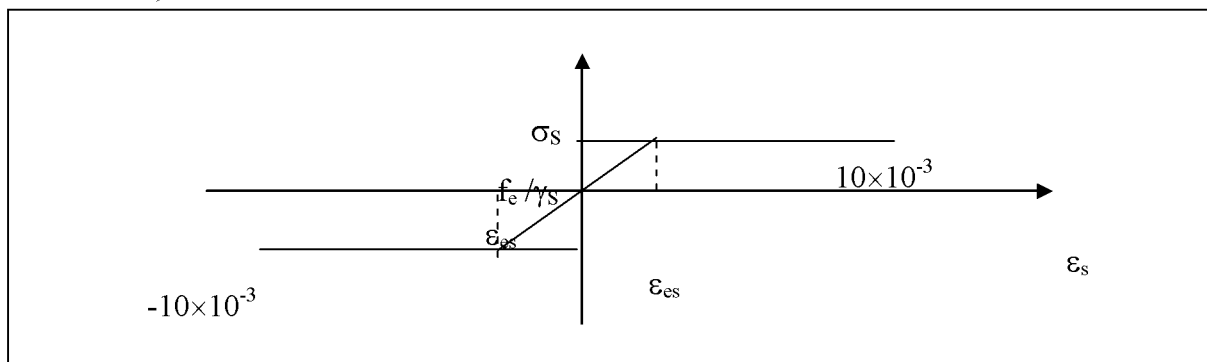


Figure 01 : diagramme déformation contrainte pour des aciers passifs

2-2 Aciers actifs :

Les armatures actives sont des armatures en acier à haute résistance qu'on utilise pour les constructions en béton précontraint. Les armatures actives de précontrainte sont sous tension même sans aucune sollicitation extérieure. Ils sont classés par catégories : fils, barres, torons.

La précontrainte initiale à prendre en compte dans les calculs est donnée par la formule suivante :

$$P_0 = (0,8 f_{prg}, 0,9 f_{peg}).$$

f_{prg} : la limite de rupture garantie de l'acier de précontrainte = 1800 t/m².

f_{peg} : la limite d'élasticité de l'acier de précontrainte = 1600 t/m².

Ses limites sont garanties par **ALGA**.

➤ La limite élastique :

Comme ces aciers n'ont pas de palier de plasticité, on définira la limite élastique conventionnelle comme étant un allongement résiduel de **0,1%**. La limite élastique conventionnelle des aciers représente 89% de la résistance garantie à la rupture.

➤ Module de Young :

Le module d'élasticité longitudinal " E_p " des aciers de précontrainte est pris égal à :

$E_p = 200\,000$ MPa pour les barres.

$E_p = 190\,000$ MPa pour les torons.

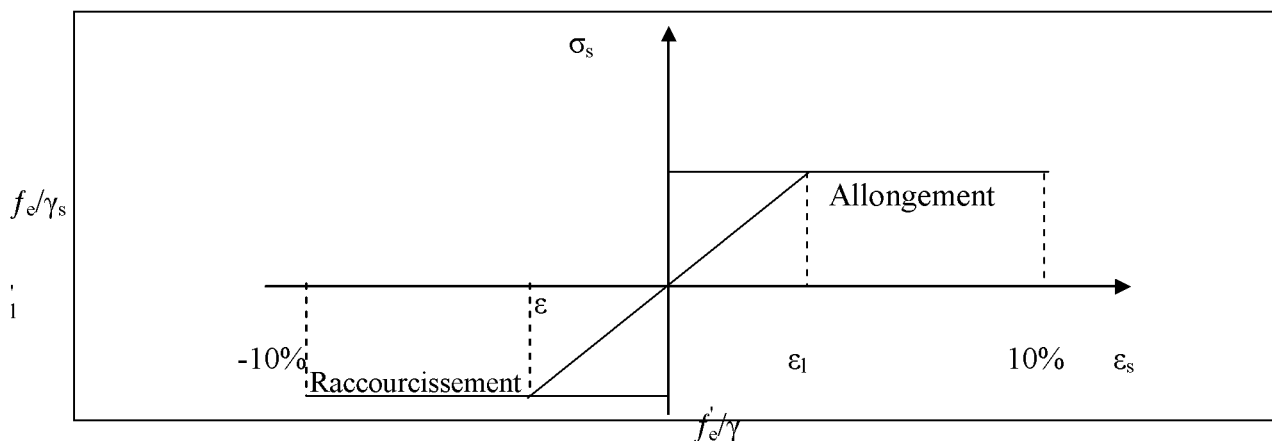


Figure 02 : diagramme contrainte déformation pour des aciers actifs

CARACTERISTIQUE

MECANIQUES : Contrainte de rupture de la gaine : $f_{prg} = 1770 \text{ MPa}$

Contrainte limite élastique garantie : $f_{peg} = 1570 \text{ MPa}$

Coefficient de frottement angulaire : $f = 0.18 \text{ rd}^{-1}$

Recul d'ancrage : $g = 6 \text{ mm}$

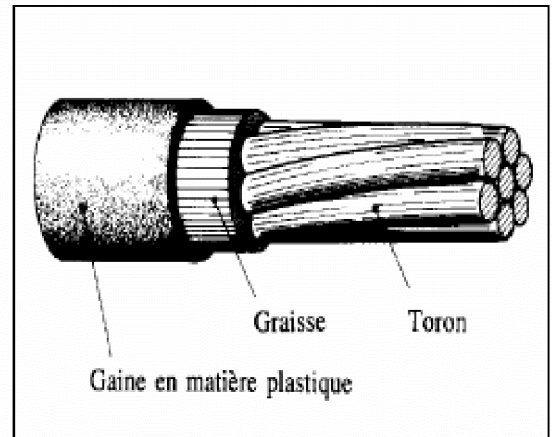
Relaxation à 1000h : $\rho_{1000} = 2.5\%$ TBR

Module d'élasticité de l'acier : $E_p = 190000 \text{ MPa}$

Diamètre extérieur de la gaine = 6,6mm

Diamètre intérieur de la gaine = 6mm

Coefficient de frottement (gaine-câble) = $0,002 \text{ m}^{-1}$



Introduction :

Dans ce présent chapitre nous établirons pré dimensionnement de la superstructure, tout ce qui concerne les caractéristiques de tablier ainsi que ses équipements (poutres, hourdis).

II.1) Pré dimensionnement des éléments du tablier :

II.1.1) Les poutres:

Les poutres en béton précontraint sont utilisées pour construire des ouvrages dont la portée est au moins de 30 ou 40 m.

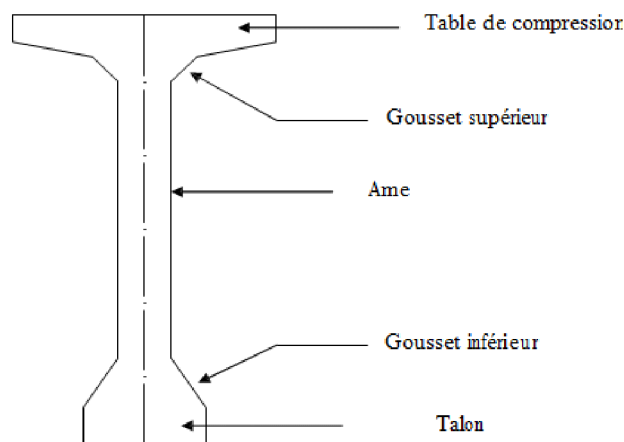


Fig. II.1 : Coupe transversale d'une poutre

1) Hauteur de la poutre « h_t »:

La hauteur d'une poutre de pont dont la portée dépasse ou égale à 20 m ($L \geq 20m$) est donnée par la condition suivante G.DREUX :

$$L/20-0,2 \leq H_t \leq L/20+0,5$$

Où :

L : distance entre axe des appuis de la travée

Pour $L = 33,40m$, on a : $1,47 \leq H_t \leq 2,17$

On prend : $H_t = 1,75m$.

2) Epaisseur de l'âme « b_0 » :

➤ Section médiane :

L'âme doit assurer la résistance à l'effort tranchant et permettre la bonne mise en place du béton.

Son épaisseur est calculée par la

$$b_0 \geq \frac{H_t}{36} + 6 + \varnothing_{\text{ext. Gaine}} \quad \text{Avec : } (\varnothing_{\text{ext. Gaine}} = 6,7cm, H_t = 1,75 m)$$

On aura : $b_0 \geq 17,46 cm$

On prend: $b_0 = 20\text{cm}$.

➤ **Section d'about :**

L'épaisseur de l'âme (b_0) est imposée par les plaques de répartition sur lesquelles s'appuie le socle du vérin, lors de la mise en tension des câbles.

3) Membrane supérieure (table de compression) « b » :

La largeur « b » de la table de compression doit être suffisante pour empêcher le déversement latéral. Elle est calculée comme suit :

$$0,6 H_t \leq b \leq 0,7 H_t \quad \text{avec : } H_t = 1,75 \text{ m.}$$

$$\text{Donc } 1,05 \leq b \leq 1,225$$

On prend $b = 1,10\text{m}$.

Remarque :

Des prés dalles sont nécessaires pour le coffrage du hourdis.

On prévoit des goussets de (10 cm x 10 cm) qui jouent un rôle important :

- Faciliter la mise en œuvre du béton.
- Assurer l'encastrement physique de la table à l'âme.
- Permettre de loger les ancrages des câbles.

4) Le talon :

Il constitue la partie inférieure de la poutre, il permet de loger les câbles de précontraintes en section médiane, il est dimensionné de façon à ce que le béton ne risque pas d'éclater sous la poussée au vide des armatures.

Sa largeur « b_t » est comprise entre 40 et 70 cm, on prend $b_t = 50 \text{ cm}$.

Sa hauteur « h_t » est comprise entre 10 et 20 cm, afin de permettre un bon bétonnage et contenir les armatures passives, on prend $h_t = 15 \text{ cm}$.

Le gousset de jonction entre le talon et l'âme doit avoir une pente suffisante pour assurer un bon bétonnage du talon, cette pente doit satisfaire l'expression :

$$1 \leq \tan \varphi = \frac{2-h_g}{b_t-b_0} \leq \frac{3}{2}$$

h_g : hauteur du gousset.

Pour la poutre médiane on aura :

$$\text{On aura alors : } \frac{b_t-b_0}{2} \leq h_g \leq \frac{3}{2} \left(\frac{b_t-b_0}{2} \right)$$

$$b_t = 50\text{cm} \text{ et } b_0 = 20\text{cm}$$

$$\Rightarrow \frac{50-20}{2} \leq h_g \leq \frac{3}{2} \left(\frac{50-20}{2} \right). \text{ Donc : } 15 \leq h_g \leq 22,5$$

On prend : $h_g = 20 \text{ cm}$ en section médiane.

Pour la poutre d'about on aura :

$$\frac{b_t - b_0}{2} \leq h_g \leq \frac{3}{2} \left(\frac{b_t - b_0}{2} \right)$$

$$b_t = 50\text{cm} \text{ et } b_0 = 35\text{cm}$$

$$\frac{50-35}{2} \leq h_g \leq \frac{3}{2} \left(\frac{50-35}{2} \right)$$

$$7,5 \leq h_g \leq 11,25$$

On prend : $h_g = 10 \text{ cm}$ en section d'about.

5) Epaisseur du hourdis :

L'épaisseur du hourdis dépend des trois paramètres suivants :

- Portée transversale du hourdis lié à l'espacement entre axe des poutres.
- Existence ou non d'entretoises intermédiaires.
- Fonctionnement transversal du tablier.

Dans notre cas, le hourdis est en béton armé, sans entretoises intermédiaires, il jouera donc un rôle d'entretoisement transversal et va servir comme une dalle de couverture dont l'épaisseur est :

$$h \geq \lambda/15$$

λ : Distance entre axe des poutres et égale à 1,75 m.

Donc : $h \geq \lambda/15$

$$h \geq 175/15 \quad h \geq 11,66 \text{ cm,}$$

On prend: $h = 20 \text{ cm}$. Justification au poinçonnement par charge concentré.

II.2) Caractéristiques géométriques des poutres :

Notation :

(Δ) : axe : coïncide avec la fibre inférieure extrême

Z : bras de levier : ordonnée du centre de gravité de la section considérée par rapport à l'axe (Δ).

B : Section totale de la poutre.

I_{Δ} : moment d'inertie de la section considérée par rapport à Δ . $I_{\Delta} = I_0 + BxZ^2$

I_G : Moment d'inertie de la section par rapport à son centre de gravité.

$$I_G = I_{\Delta} - \frac{S_{\Delta}^2}{B}$$

I_0 : Moment d'inertie par rapport au centre de gravité

Pour une section triangulaire : $I_0 = bh^3/36$

Pour une section rectangulaire : $I_0 = bh^3/12$

V, V' : Distance de l'axe neutre aux deux extrémités de la poutre.

$$V = h_t - V' ; \quad V' = S_{\Delta} / B$$

R : Rayon de giration $r^2 = \frac{I_G}{B}$

B : Section transversale totale de la poutre.

ρ : Rendement géométrique de la section.

$$\rho = \frac{I_g}{B \cdot V \cdot V'} = \frac{r^2}{V \cdot V'}$$

h : hauteur du rectangle ou du triangle considérée.

S_{Δ} : Moment statique de la section considérée par rapport à l'axe (Δ)

$$S_{\Delta} = B \times Z$$

$$ZI' = Zi \left(1 + \frac{h^2}{12 \times Zi^2} \right) \quad \text{Pour une section rectangulaire.}$$

$$ZI' = Zi \left(1 + \frac{h^2}{18 \times Zi^2} \right) \quad \text{Pour une section triangulaire.}$$

Remarque : le calcul des sections médianes et d'about des poutres se fait avec et sans hourdis.

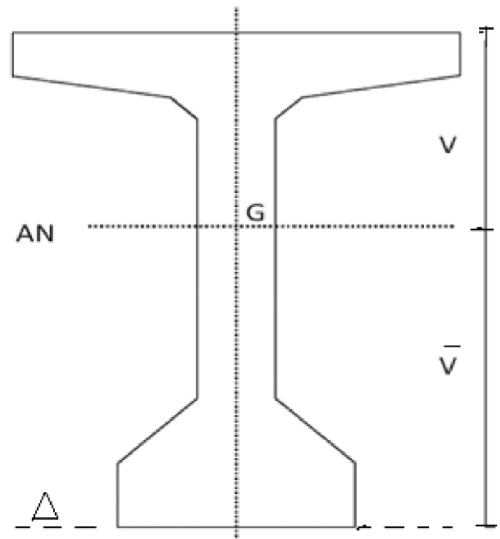
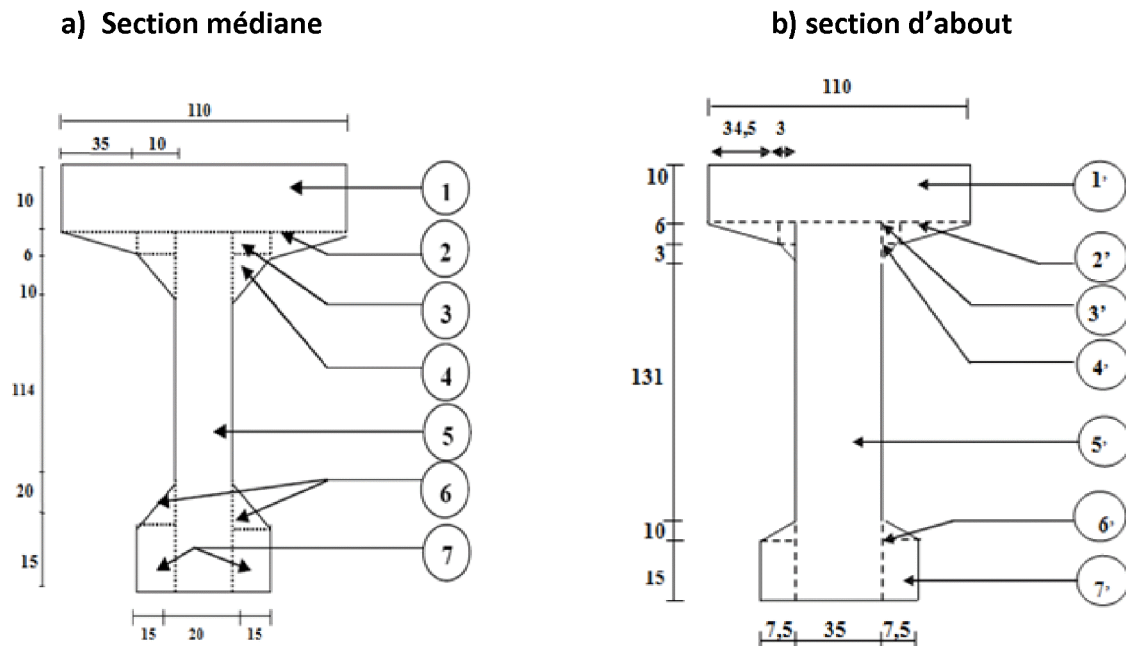


Fig.III.2 : Notation utilisées



Figl. 3 : Caractéristiques géométriques de la poutre

II.2.1) Caractéristiques géométriques des sections brutes :

II.2.1.1) Poutre de rives et poutre intermédiaire sans hourdis :

a) Section médiane :

Désignation	Dimension	B (cm ²)	Z (cm)	$S_A = B \times Z$ (cm ³)	Z' (cm)	I_0 (cm ³ xcm)	$I_A = I_0 + B \times Z^2$
1	110x10	1100	170	187000	170,05	9166,66	31799166,66
2	2(35x6)/2	210	163	34230	163,01	420	5579910
3	2x10x6	120	162	19440	162,02	360	3149640
4	2x(10x10)/2	100	155,66	15566	155,69	555,55	2423559,11
5	165x20	3300	82,5	272250	110	7486875	29947500
6	2x(20x15)/2	300	21,66	6498	22,68	6666,66	147413,34
7	2x15x15	450	7,5	3375	10	8437,5	33750
Total		5580		538359		7512481,37	73080939,11

I_G (cm ³ xcm)	V' (cm)	V (cm)	r^2	ρ (%)
21140004,9	96,480	78,52	3788,53	50

Tableau II-1 : Calcul de l'inertie de la section médiane

b) Section d'about :

Désignation	Dimension (cm)	B (cm ²)	Z (cm)	S _Δ (cm ³)	Z' (cm)	I ₀ (cm 3xcm)	I _Δ (cm ⁴)
1	110 x 10	1100	170	187000	170,05	9166,66	31799166,66
2	2 x (6 x 34,5/2)	207	163	33741	163,01	414	5500197
3	2 x (6 x 3)	36	162	5832	162,02	108	944892
4	2 x (3 x 3/2)	9	158	1422	158,003	4,5	224680,5
5	165 x 35	5775	82,5	476437,5	110	13102031,25	52408125
6	2 x (10 x 7,5/2)	75	18,33	1374,75	18,63	416,66	25615,83
7	2 x (7,5 x 15)	225	7,5	1687,5	10	4218,75	16875
Total		7427		707494,75		13116359,82	90919551,99

IG (cm ⁴)	V' (cm)	V (cm)	r ² (cm ²)	ρ
23523723,08	95,26	79,74	3167,32	41

Tableau II.2 : Calcul de l'inertie de la section d'about

II.2.1.2) Poutre de rives et poutre intermédiaire avec hourdis :

a) poutre intermédiaire et poutre de rive :

	désignation	dimension	B (cm ²)	Z (cm)	S _Δ (cm ³)	I ₀ (cm 3xcm)	I _Δ (cm ⁴)
Section médiane	Poutre		5580		538359	7512481,37	73080939,11
	Hourdis	20 x 175	3500	185	647500	116666,66	119904166,7
	Poutre + hourdis		9080		1185859	7629148,03	192985105,8
Section d'about	Poutre		7427		707494,75	13116359,82	90919551,99
	Hourdis	20 x 175	3500	185	647500	116666,66	119904166,7
	Poutre + hourdis		10927		1354994,75		210823718,7

	I _G (cm ³ xcm)	V' (cm)	V (cm)	r ²	ρ (%)
Section médiane	38110483,79	130,60	64,40	4197,19	49
Section d'about	42798572,50	124,00	71,00	3916,77	44

Tableau II.3 : Inertie des poutres intermédiaires et de rives avec hourdis.

II.2.3) Caractéristiques géométriques de la section nette :

La section nette s'obtient en déduisant la section des câbles de la section brute, elle est calculée forfaitairement en déduisant les valeurs suivantes :

- $B \text{ (nette)} = B \text{ (brute)} - 5\% B \text{ (brute)} = 95\% B \text{ (brute)}$
- $S_{\Delta} \text{ (nette)} = S_{\Delta} \text{ (brute)} - 8\% S_{\Delta} \text{ (brute)} = 92\% S_{\Delta} \text{ (brute)}$
- $I_{\Delta} \text{ (nette)} = I_{\Delta} \text{ (brute)} - 10\% I_{\Delta} \text{ (brute)} = 90\% I_{\Delta} \text{ (brute)}$

	Poutre seule		Poutre + hourdis	
	Rive et intermédiaire		Rive et intermédiaire	
	médiane	D'about	médiane	D'about
$B \text{ (cm}^3\text{)}$	5301	7055,65	8626	10380,65
S_{Δ}	495290,28	650895,17	1090990,28	1246595,17
$I_{\Delta} \text{ (cm}^4\text{)}$	65772845,20	81827596,79	173686595,20	189741346,80
$I_G \text{ (cm}^4\text{)}$	19496206,55	21781460,38	35701458,28	40039784,96
$V' \text{ (cm)}$	93,43	92,25	126,48	120,08
$V \text{ (cm)}$	81,57	82,75	68,52	74,92
r^2	3677,83	3087,09	4138,81	3857,15
$\rho \text{ (%)}$	48	40	47	42

Tableau II.4 : Tableau récapitulatif des caractéristiques géométriques.

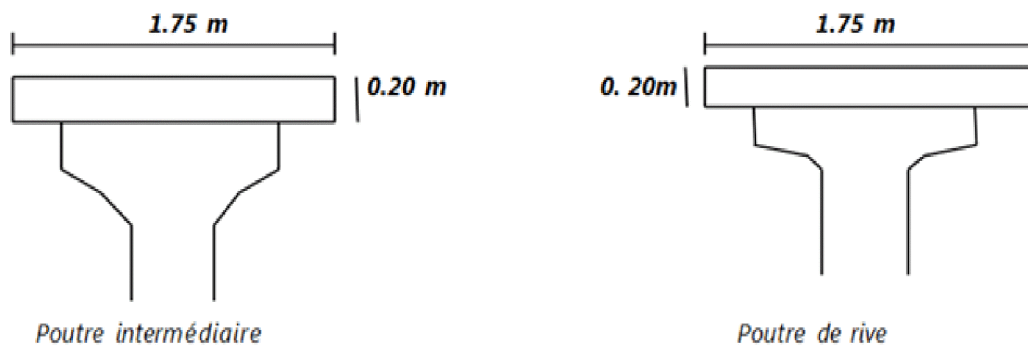
Introduction :

Dans ce chapitre on va calculer les charges et les surcharges que le pont doit supporter, car il a une fonction porteuse. Les actions appliquées à un ouvrage peuvent être permanentes ou variables.

III.1) Les charges permanentes:

Elles concernent toute les charges qui restent invariables durant toute la vie de l'ouvrage, elles sont constituées de :

- Des éléments porteurs : poids propre de tablier (poutres, entretoises, amorces, hourdis).
- Des éléments non porteurs: la superstructure qui est constituer à son tour de (trottoirs, corniche, garde-corps, glissières, revêtement, étanchéité).

III.1.1) les éléments porteurs :**III.1.1.1) La dalle (hourdis):**

FigIII.1: dimension de hourdis revenant aux poutres

Épaisseur de la dalle est de 20cm

Le poids de la dalle qui revient à la poutre intermédiaire et la poutre de rive est :

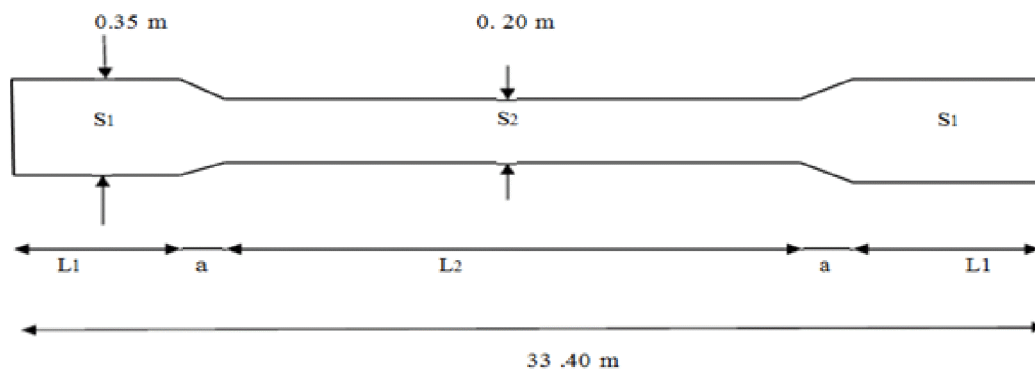
$$P_i = 0,20 \times 1,75 \times 2,5 \times 1 = 0,875 \text{ t/ml}$$

$$P_r = 0,20 \times 1,75 \times 2,5 \times 1 = 0,875 \text{ t/ml}$$

➤ **Le poids propre de la dalle :**

$$P_d = 7 \times 0,875 = 6,125 \text{ t/ml}$$

$$P_d = 6,125 \text{ t/ml}$$

III.1.1.2) les poutres:

FigIII.2: Coupe longitudinales d'une poutre

L'inclinaison du gousset doit avoir 45° :

S1: Section d'about $S1 = 5580 \text{ cm}^2$.

S2: Section médiane $S2 = 7427 \text{ cm}^2$.

L1 : longueur de la section d'about :

avec $L1 = L/4$

L2 : longueur de la section médiane :

avec $L2 = L - (2L1 + 2a)$

$$a = \frac{35-20}{2} = 7,5 \text{ cm}$$

$L1 = L/4 = 8,35 \text{ m}$

$L2 = L - (2L1 + 2a) = 33,40 - (2 \times 8,35 + 2 \times 0,07) = 16,55 \text{ m}$

Section équivalente de la poutre :

$$S_{eq} = \frac{1}{L} \left(2 \cdot \left(L1 \cdot S1 + \frac{S1+S2}{2} \cdot a \right) + L2 \cdot S2 \right)$$

$$S_{eq} = \frac{1}{33,4} \left[2 \cdot \left(8,35 \times 0,558 + \frac{0,5580+0,7421}{2} \times 0,075 \right) + 16,55 \times 0,7421 \right]$$

$$S_{eq} = 0,65 \text{ m}^2$$

Poids propre de la poutre :

$$Pp = \rho b \cdot S_{eq} = 2,5 \cdot 0,65 = 1,625 \text{ t/ml}$$

$Pp = 1,625 \text{ t/ml}$ d'une seul poutre

Poids de l'ensemble des poutres :

$$Pp = 1,625 \times 7 = 11,375 \text{ t/ml}$$

Poids de l'ensemble des poutres par ml

$$p_p = 11,375 \text{ t/ml}$$

III.1.1.3) Les entretoises et les amorces:

a) les entretoises:

Poids de l'entretoise : $P_{entretoises} = S \times e \times \rho b$

$$S = \frac{(125+75)}{2} \times 150 = 15\,000 \text{ cm}^2$$

$$S = 1,5 \text{ m}^2$$

$$P_{entretoises} = 1,5 \times 0,30 \times 2,5 = 1,125 \text{ t}$$

- **Poids de l'entretoise revenant à une poutre de rive.**

$$P_{entretoises} = \frac{1,125 \times 1}{33,4} = 0,033 \text{ t/ml}$$

- **Poids de l'entretoise revenant à une poutre intermédiaire.**

$$P_{entretoises} = \frac{1,125 \times 2}{33,4} = 0,067 \text{ t/ml}$$

$$P_t = 2 \times 0,033 + 5 \times 0,067 = 0,401 \text{ t/ml}$$

$$P_t = 0,401 \text{ t/ml}$$

b) Les amorces :

Poids de l'amorce = $S \times e \times \rho_b$

$$S = 45 \times 150 - \left[\left(\frac{35 \times 6}{2} \right) + \left(\frac{6+16}{2} \right) \times 10 + \frac{15 \times 20}{2} + \frac{150 \times 30}{2} \right] = 4135 \text{ cm}^2$$

$$P_{\text{amorce}} = 0,4135 \times 0,25 \times 2,5 = 0,258 \text{ t}$$

- **Poids de l'amorce revenant à une poutre de rive.**

$$P_{\text{amorce}} = \frac{0,258 \times 1}{33,4} = 0,0077 \text{ t/ml}$$

- **Poids de l'amorce revenant à une poutre intermédiaire :**

$$P_{\text{amorce}} = \frac{0,258 \times 2}{33,4} = 0,0154 \text{ t/ml}$$

$$P_T = 0,0077 \times 2 + 0,0154 \times 5 = 0,09244 \text{ t/ml}$$

$$P_T = 0,077 \text{ t/ml}$$

Donc : Les Charges Permanentes CP total:

$$CP = P_{\text{poutre}} + P_{\text{dalle}} + P_{\text{entretoise}} + P_{\text{amorce}} = 11,375 + 6,125 + 0,401 + 0,092 = 17.993 \text{ t/ml.}$$

$$CP = 17.993 \text{ t/ml}$$

III.1.2) les éléments non porteurs :

a) Poids de la chaussée :

Elle est constituée d'une couche de revêtement bitumineux de 7cm d'épaisseur de densité $2,2 \text{ t/m}^3$, et de couche d'étanchéité d'épaisseur 3 cm et de densité $2,2 \text{ t/m}^3$.

-Poutres intermédiaires :

$$\text{Revêtement bitumineux : } 2,2 \times 0,07 \times 1,75 = 0,2695 \text{ t/ml}$$

$$\text{Chape d'étanchéité : } 2,2 \times 0,03 \times 1,75 = 0,1155 \text{ t/ml}$$

$$\text{Donc : } P_c = 0,2695 + 0,1155 = 0,385 \text{ t/ml}$$

- Poutres de rive :

$$\text{Revêtement bitumineux : } 2,2 \times 0,07 \times 0,25 = 0,0385 \text{ t/ml}$$

$$\text{Chape d'étanchéité : } 2,2 \times 0,03 \times 0,25 = 0,0165 \text{ t/ml}$$

$$\text{Donc : } P_c = 0,0385 + 0,0165 = 0,055 \text{ t/ml}$$

$$P_{\text{chaussée}} = 5 \times 0,385 + 2 \times 0,055 = 2,04 \text{ t/ml}$$

$$P_{\text{chaussée}} = 2,04 \text{ t/ml}$$

$$P_{\text{chaussée}} = 2,04 \text{ t/ml}$$

b) Poids de trottoir :

$$P_t = A_{\text{trottoir}} \times \gamma_b$$

$$A_{\text{trottoir}} = \left[\left[(0,26 + 0,20)/2 \right] \times 1,15 - 2 \times (\pi \times 0,1^2)/4 \right] \times 2,5 = 0,622 \text{ t/ml}$$

$$P_t = 0,622 \text{ t/ml}$$

c) Poids de la corniche :

$$P_c = \left[(0,35 \times 0,26) + \left[(0,19 + 0,14)/2 \right] \times 0,15 + \left[(0,19 + 0,11)/2 \right] \times 0,53 \right] \times 2,5 = 0,488 \text{ t/ml}$$

$$P_c = 0,488 \text{ t/ml}$$

d) poids de Gard de corps :

$$P_{\text{Gard}} = 0,1 \text{ t/ml}$$

e) poids de glissières :

$$P_{\text{glissières}} = 0,06 \text{ t/ml}$$

Donc le poids total:

CCP=poids de la chaussée +2 x (poids de trottoir + Corniche + Glissière de sécurité + Garde corps).

$$CCP = 2,04 + 2 \times (0,622 + 0,488 + 0,06 + 0,10) = 4,58 \text{ t/ml.}$$

$$CCP = 4.58 \text{ t/ml}$$

Poids total propre du tablier :

$$G/\text{ml} = CP + CCP = 19.99 + 4.58 = 22.58 \text{ t/ml.}$$

$$G = G/\text{ml} \times L = 22.58 \times 33.4 = 753.84.$$

$$G = 753.84 \text{ t}$$

III.2) calcul des surcharges :

Une bonne conception d'un pont se base essentiellement sur une bonne estimation des surcharges.

- La surcharge de type A (L).
- Système B.
- La surcharge militaire M c 120.
- La surcharge exceptionnelle convois D 240 t.
- Les surcharges sur trottoirs

Caractéristiques du pont :**a). La largeur roulable (L_r):**

La largeur roulable est définie comme la largeur comprise entre dispositifs de retenue ou bordures.

b). La largeur chargeable (L_c):

Se déduit de la largeur roulable, en enlevant une bande de 0,50m le long de chaque Dispositif de retenue (glissière ou barrière) lorsqu'il existe.

c). Dans notre projet on a :

La travée a une portée de : 33,4m

Largueur totale : $L_t = 12,88\text{m}$

Largeur roulable : $L_r = 10,50\text{ m}$.

Largeur chargeable (Art 2-1 CPC) $L_c = 10,50\text{m}$.

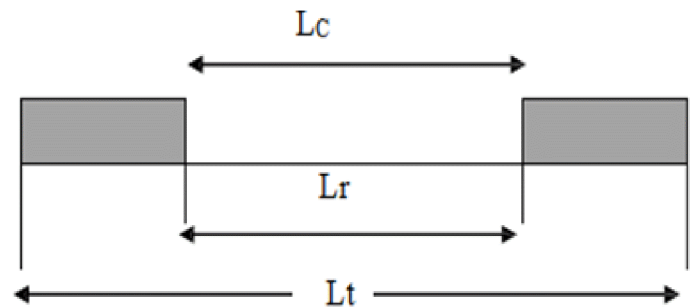


Fig. III.3: représentation de la largeur roulable

Le biais géométrique est de : 116grd

d). Le nombre de voie :

Les chaussées comportent un nombre de voies de circulation égal à la partie entière du quotient par 3 de leur largeur chargeable. $n = \frac{L_c}{3}$

$$\text{Donc } n = \frac{10,5}{3} = 3,50$$

D'où :

$$n = 3 \text{ voies}$$

e). Classe de ponts routes :

On distingue trois classe de ponts, on fonction de leur largeur roulable qui sont les suivantes

La classe	La largeur roulable
1	$L_r \geq 7\text{ m}$
2	$5,5\text{m} < L_r < 7\text{m}$
3	$L_r \leq 5,5\text{m}$

Tableau III.1 : Classe de pont

On a: $L_r > 7\text{ m}$ donc notre pont est classé dans la 1ere classe.

f). largeur réelle de voies :

Les voies de circulation d'une même chaussée ont des largeurs égales Au quotient de la largeur chargeable par les nombres de voie.

$$V = L_c/N = 10,50 / 3 = 3,50 \text{ m}$$

V_0 : en fonction de classe de pont

1ere classe	2eme classe	3eme classe
3,5 m	3 m	2,75 m

Tableau III.2 : valeur de V_0

$V_0=3,5\text{m}$ (pont 1ere classe).

III.2.1) Système de charges A (L) :

Le système A se compose d'une charge uniformément répartie dont l'intensité dépend de la longueur L chargée est donné par la formule suivante :

$$A (L) = a_1 \times a_2 A (L)$$

avec :

$$A (L) = 230 + \frac{36000}{L+12}$$

L : portée de travée.

On a: $L = 33.4 \text{ m}$

$$A (L) = 230 + \frac{36000}{33.4+12} = 1022.95 \text{ kg/m}^2$$

$A (L) = 1,0229 \text{ t/m}^2$

Calcul des coefficients a_1 , a_2 :

a_1 : coefficient de dégressivité transversale de la charge, est donné par le tableau suivant :

Classe de pont	Nombre de voies				
	1	2	3	4	≥ 5
1	1	1	0.90	0.75	0.70
2	1	0.90	-	-	-
3	0.90	0.80	-	-	-

TableauIII.3 : Coefficient de dégressivité transversale de la charge

Pour notre cas $a_1=0,9$

$$a_2 = \frac{V_0}{V} = \frac{3.5}{3.5} = 1$$

$$a_2 = 1$$

$$A(L) = 1 \times 0,9 \times 1022.95 = 920,65 \text{ kg/m}^2$$

$$A(L) = 0,9206 \text{ t/m}^2$$

Dans notre projet on a :

Voie chargée	a_1	a_2	$A(L) \text{ (t/m}^2\text{)}$	La largeur de voies	$q_A \text{ (t/ml)}$
1 voie	0.9	1	0,9206	3,5	3,222
2 voies	0.9	1	0,9206	7,0	7,444
3 voies	0.9	1	0.9206	10.5	9.666

TableauIII.4 : calcul de q_A

III.2.2) Système de charges B :

Le système de charges B comprend les surcharges civiles qui peuvent sollicitées et qui se composent en trois (3) types de systèmes distincts :

- Le système B_c qui se compose de camions types (30 t).

- Le système B_t se compose de groupes de 2 essieux dits « essieux tandems » (32 t).
- Le système B_r se compose d'une roue isolée (10 t).

III.2.2.1- Surcharge B_c :

Un camion type du système B_c comporte trois essieux, et répond aux caractéristiques suivantes :

Désignation	Valeurs	Unité
Masse totale	30	t
Masse portée par chacun des essieux arrière	12	t
Masse portée par l'essieu avant	6	t
Longueur d'encombrement	10,5	m
Largeur d'encombrement	2,5	m
Distance des essieux arrière	1,5	m
Distance de l'essieu avant au premier essieu arrière	4,5	m
Distance d'axe en axe des deux roues d'un essieu	2	m
Surface d'impact d'une roue arrière	carré de 0,25 m de côté	m
Surface d'impact d'une roue avant	carré de 0,20 m de côté	m

On dispose sur la chaussée au autant de files ou convois de camions que la chaussée le permet, et on place toujours ces files dans la situation la plus défavorable pour l'élément considéré.

- **Disposition dans le sens transversal :** nombre maximale de files que l'on peut disposer égale au nombre de voies de circulation, il ne faut pas en mettre plus, même si cela est géométriquement possible, les files peuvent être accolées ou non.

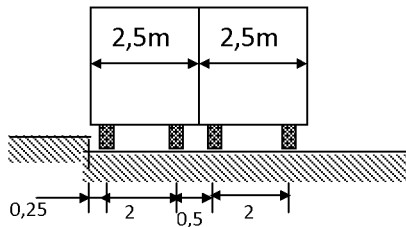


Fig. III.4 : disposition transversalement

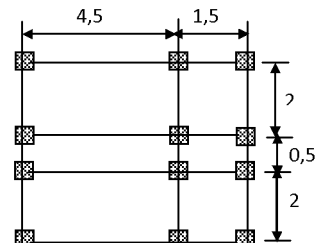


Fig. III.5 : En plan

- **Disposition dans le sens longitudinal :** nombre de camions est limité à deux, la distance des deux camions d'une même file est déterminée pour produire l'effet le plus défavorable

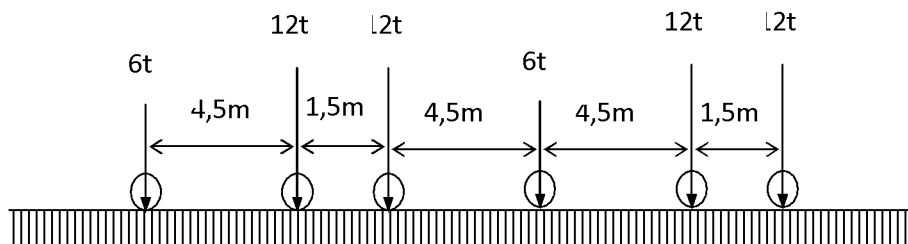


Fig. III.6 : Longitudinalement

Le sens de circulation peut être dans un sens ou dans l'autre à condition que les deux camions circulent dans le même sens.

En fonction de la classe du pont et du nombre de files considérées, la valeur des charges du système B_c prise en compte est multipliée par le coefficient b_c , donné dans le tableau suivant :

	Nombre de fils considéré	1	2	3	4	>5
Classe du pont	1ere	1,20	1,1	0,95	0,8	0,7
	2eme	1,00	1,00	/	/	/
	3eme	1,00	0,8	/	/	/

Tableau III .5 : Coefficient b_c

Notre pont est de la 1^{ère} classe avec 03 voies

Alors : $b_c = 0.95$

• **Calcul de S** : Surcharge B_c maximale multipliée au préalable par b_c .

$$S = 30 \times 2 \times 3 \times 0.95 = 171 \text{ t.}$$

• **Calcul des coefficients dynamiques :**

Les surcharges du système B_C sont multipliées par des coefficients de majoration dynamique.

Ce coefficient est déterminé par la formule :

$$\delta = 1 + \beta + \alpha = 1 + \frac{0,6}{1 + 4 \times \frac{G}{S}} + \frac{0,4}{1 + 0,2 \times L}$$

$L = 33,4 \text{ m}$: portée de travée.

G : La charge permanente.

$$G = 753.84 \text{ t/ml}$$

$$\delta = 1 + \alpha + \beta = 1 + \frac{0,4}{1 + 0,2 \times 33,4} + \frac{0,6}{1 + 4 \times 753.84 / 171}$$

$$\delta = 1,084$$

Nombre de voies	b_c	Charge par essieu (t)		
1 voie	1,2	E.AV	1x6 x 1, 20 x 1,084	7,804
		E.AR	2x6 x 1, 20 x 1,084	15,609
2 voies	1,1	E.AV	12 x 1,10 x 1,084	14,308
		E.AR	24 x 1,1 0 x 1, 084	28,616
3 voies	0.95	E.AV	18 x0.95 x1.084	31.646
		E.AR	36 x0.95 x1.084	62.928

Tableau. III .6 : Récapitulatif charge b_c par voie

III.2.2.2) Surcharge B_t :

Ce système est appliqué seulement pour des ponts du 1ere et 2eme classe, constitué d'un tandem qui comporte deux essieux (2×16 t), tous deux à roues simples munies de pneumatiques, répondant aux caractéristiques suivantes :

Classe du pont	
Première classe	1,0
Deuxième classe	0,95

Tableau. III .7 : caractéristique du système B_t

Pour les ponts à une voie un seul tandem est supposé disposer sur la chaussée ; pour les ponts supportant au moins deux voies, deux tandems pas plus sont disposés de front sur la chaussée, les deux bandes longitudinales qu'ils occupent pouvant être séparées de façon à obtenir la situation la plus défavorable pour l'élément considéré.

Alors : $S_{BT} = 32 \times 3 = 96t$

En fonction de la classe du pont, la valeur de la charge du système B_t est multipliée par un coefficient b_t déduit de tableau suivant :

Désignation	Valeur	Unité
Masse porté par chaque essieu	16	T
Distance des essieux	1,35	M
Distance d'axe en axe des deux roues d'un essieu	2	M

Tableau. III .8 : des indices de système B_t

Donc : $S_{BT} = 96 \times 1,0 = 96t$

$$\delta = 1 + \frac{0,4}{1 + 0,2 \times 33,4} + \frac{0,6}{1 + 4 \times 753,84 / 96} = 1,070$$

$$\delta = 1,070$$

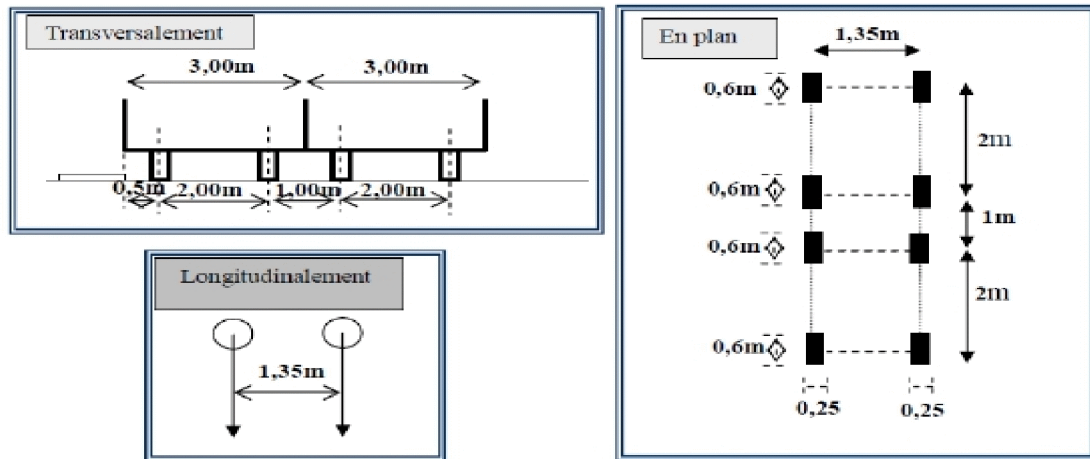


Fig. III .7: caractéristique de système Bt

• **Calcul des coefficients dynamiques :**

Les surcharges du système **B_t** sont multipliées par des coefficients de majoration dynamique.

Désignation	b _t	S	δ	Charge par essieu (t)	
Une file	1	32	1,059	16 x 1 x 1,059	16,94
Deux files	1	64	1,066	16 x 2 x 1 x 1,066	34,11
Trois files	1	96	1.070	16 x 3 x 1 x 1.070	51.36

Tableau. III .9: Charge (b_t) par essieu

III.2.2.3- Surcharge B_r:

Le système **B_r** se compose d'une roue isolée transmettant un effort de 10t à travers une surface d'impact rectangulaire de (0,6 x 0,3m), qui peut être placée n'importe où sur la largeur roulable pour avoir le cas le plus défavorable

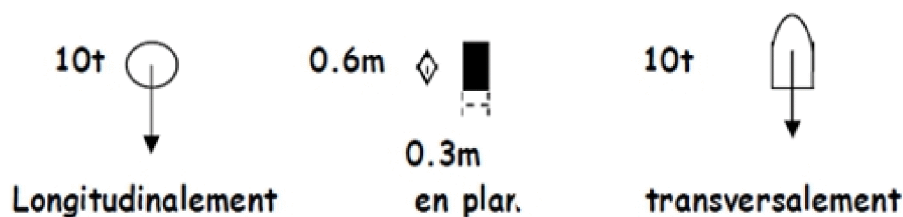


Fig. III .8: caractéristique de système Br

La charge de système Br est multipliée par un coefficient de majoration dynamique δ

$$\delta = 1 + \frac{0,4}{1 + 0,2 \times 33,4} + \frac{0,6}{1 + 4 \times 753,4/10} = 1,054$$

$$\delta = 1,054$$

III.2.3) Surcharge militaire Mc120 :

Les ponts doivent être calculés pour supporter les véhicules de type Mc120, les véhicules Mc 120 peuvent circuler en convois :

Dans le sens transversal : un seul convoi.

Dans le sens longitudinal : la distance entre deux convois est environ de **36,6m**

Poids total : **110 t**

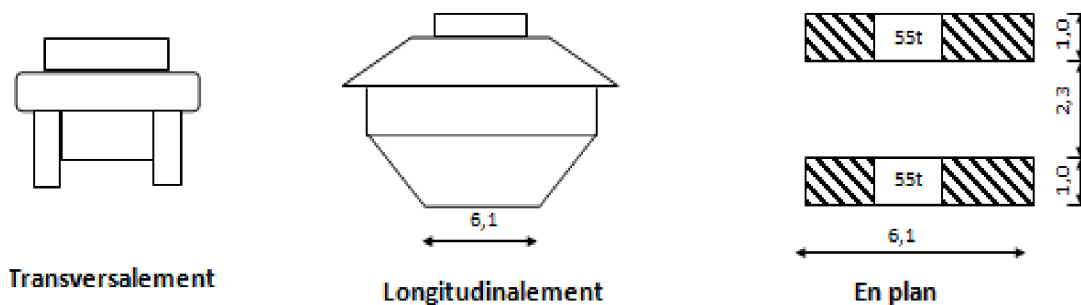


Fig. III.9: caractéristique de système Mc120

•Calcul des coefficients dynamiques :

Les surcharges militaires sont multipliées d'un coefficient de majoration dynamique.

$$\delta = 1 + \beta + \alpha = 1 + \frac{0,6}{1 + 4 \times \frac{G}{S}} + \frac{0,4}{1 + 0,2 \times L}$$

$L = 33,4m$, $G = 654,64 t$, $S = 110 t$.

$$\delta = 1 + \frac{0,6}{1 + 4 \times \frac{753,84}{110}} + \frac{0,4}{1 + 0,2 \times 33,4} = 1,073$$

$$\delta = 1,073$$

$$P = 110 \times 1,073 = 118,03 t.$$

$$P/ml = 118,03/6,10 = 19,35 t/ml$$

$$M_{C120} = 19,35 \text{ t/ml}$$

III.2.4) Charges exceptionnelle :

III.2.4.1) Convoi D₂₄₀ :

C'est une charge de 240t répartie uniformément sur un rectangle (18,60 x 3,20) m² cette surcharge n'est pas multipliée par un coefficient de majoration dynamique.

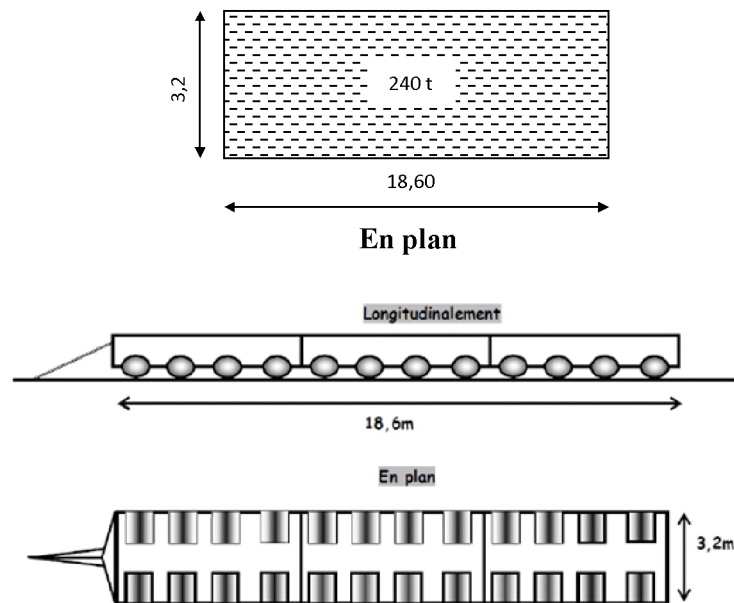


FIG. système D240



Fig. III.10: caractéristique de système Bt

$$P = 240 \text{ t soit } P = \frac{p}{l} = \frac{240}{18,6} = 12,90 \text{ t / ml}$$

Largeur de 18,6 m

$$D_{240} = 12,90 \text{ t/ml}$$

III.2.5) Surcharge sur trottoir :

Elles s'appellent aussi charge générale, nous appliquons sur les trottoirs une charge uniforme de 150 Kg/m² (selon le fascicule 61-titre II).

150 kg/m² pour la flexion longitudinale.

450 kg/m² pour la flexion locale.

Largeur du trottoir est 1,15 m

Les deux trottoirs peuvent ne pas être chargés simultanément

- **Trottoir chargé : P1** = 0,150 x 1,15 = 0,1725 t/ml
- **Deux Trottoir chargé : P2** = 2 x 0,1725 = 0,345 t/ml

III.3) Coefficient de majoration dynamique :

Les systèmes de charges sont majorés par un coefficient dynamique δ . Il est calculé comme suit :

$$\delta = 1 + \frac{0,4}{1+0,2L} + \frac{0,6}{1+\frac{4P}{S}}$$

Avec :

L : Longueur de l'élément en mètre.

P : Poids ou charge permanente.

S : Surcharge ou charge du système.

Calcul de δ pour la poutre :

$$L = 33.4\text{m}$$

$$G = 753.84\text{t/ml}$$

$$\delta = 1 + \frac{0,4}{1+0,2 \times 33.4} + \frac{0,6}{1+\frac{4 \times 753.84}{171}} = 1.084$$

Calcul de δ pour la dalle : on calcul « L₁ » telle que :

$$L_1 = \max (L_r ; e \text{ (entre axes des poutres de rives)}).$$

$$L_1 = \max (10.5 ; 10.5) = 10.5 \text{ m}$$

$$L' = \min (L_1 ; \text{portée de la travée}) = (10.5 ; 33.40) = 10.5 \text{ m}$$

Donc, le poids total du tablier (P), (amorces, entretoises et chaussée uniquement) est :

$$P = \{0.334 + 0.077 + 5.25\} \times 10.5 = 59.44\text{t}$$

$$P = 59.44\text{t}.$$

Les valeurs du coefficient dynamique sont résumées dans le tableau ci-dessous :

		"P" (t)	"S" (t)	"L" (m)	δ
Système B	Poutre	753.84t	B max = Bc = 171	33.40	1,080
	Dalle	59.44	B max = Bc = 64	10.50	1,179
Système M	Poutre	753.84t	Mc 120 = 110	33.40	1,073
	Dalle	59.44	Mc 120 = 110	10.50	1,242

Tableau III .10 : Valeurs du coefficient dynamiques δ

Introduction: Le calcul se fait en utilisant la méthode de BARRE, qui consiste à déterminer les efforts internes dans les différentes sections des poutres et cela en considérant le tablier comme une seule poutre reposant sur deux appuis simples. Les efforts ainsi obtenus seront divisés par le nombre de poutres.

Les charges et surcharges à prendre en considération sont calculées dans le chapitre précédent.

IV.1) Calcul des moments fléchissant longitudinaux:

IV.1.1) moment engendré par les charge permanentes :

Poids total de tablier : $G = 753,84t$

Poids total de tablier /ml : $gt = \frac{753,84}{33,4} = 22,57 \text{ t/ml}$

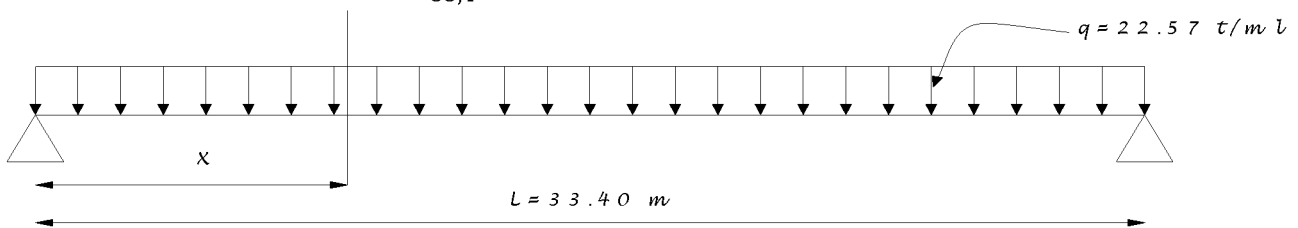


Fig. IV.1: Répartition longitudinale de la charge permanente G

La valeur du moment fléchissant d'une section située à une distance(x) de l'appui est donnée par la formule suivante : $M(x) = q \cdot x \cdot (L - x)/2 \dots\dots\dots (V-1)$

Les valeurs des moments fléchissant dans différentes sections sont données dans le tableau suivant :

Section	0,00 L	0.10L	0.20L	0.30L	0.40L	0.50L
Abscisses X(m)	0	3,34	6,68	10,02	13,36	16,7
M (t. m)	0	1133.018	2014.255	2643.709	3021.382	3147.273

Tableau. IV.1 : Valeurs des moments dans les différentes sections sous les charges permanentes

IV.1.2) moment engendre par la surcharge A(l) :

$$A(L) = 920.65 \text{ kg/m}^2 = 0.9206 \text{ t/m}^2$$

$$q_A = n \times L_v \times A(L)$$

$n = 3$ Avec n : nombre de voies

$L_v = 3,5m$ largeur d'une voie

q_A : la surcharge A par mètre linéaire

- Pour trois voies chargées : $q_A = 3 \times 3,5 \times 0,9206 = 9.666 \text{ t/ml}$
- Pour deux voies chargées : $q_A = 2 \times 3,5 \times 0,9206 = 6.444 \text{ t/ml}$
- Pour une voie chargée : $q_{A1} = 1 \times 3,5 \times 0,9206 = 3,222 \text{ t/ml}$

En tenant compte de la pente qui égale à 2,5%, soit un angle $\alpha = 1,432^\circ$. en multipliant la charge q_A par $\cos \alpha$ nous aurons :

- Pour trois voies chargées : $q_{A3} = 9.663 \text{ t/ml}$
- Pour deux voies chargées : $q_{A2} = 6,442 \text{ t/ml}$
- Pour une voie chargée : $q_{A1} = 3,221 \text{ t/ml}$

NB : On remarque que $q_A = 9,666 \text{ t/ml} \approx 9,663 \text{ t/ml}$ soit une différence de 0,003 alors la pente est négligeable dans notre calcul.

On prend : $q_A = 9.666 \text{ t/ml}$

Par la formule (V-1) précédente, on peut calculer la valeur du moment fléchissant dans les différentes sections, présentées dans le tableau suivant :

Section		0,00 L	0.10L	0.20L	0.30L	0.40L	0.50L
Abscisses X(m)		0	3.34	6.68	10.02	13.36	16.7
Moment Mt (t.m)	1 voie chargée	0	161.74	287.54	377.40	431.32	449.29
	2voies chargée	0	323.48	575.08	754..80	862.64	898.58
	3voies chargée	0	485.22	862.62	1132.20	1293.96	1347.87

Tableau. IV.2: Valeurs des moments dans les différentes sections sous la surcharge « A(L) »

IV.1.3) Moment engendrés par les surcharges sur le trottoir :

1 seul trottoir : 0,1725 t

2 trottoirs : 0,345 t

Par la formule (V.1) précédente, on peut calculer les valeurs du moment fléchissant dans les différentes sections qui sont présentées dans le tableau suivant :

Section		0,00 L	0.10L	0.20L	0.30L	0.40L	0.50L
Abscisses X(m)		0	3.34	6.68	10.02	13.36	16.7
Moment Mt (t.m)	1seul trottoir	0	8,66	15,39	20,20	23,09	24,05
	2 trottoirs	0	17,32	30,78	40,41	46,18	48,10

Tableau. IV.3: Valeurs des moments dans les différentes sections sous la surcharge sur trottoir

IV.1.4) Moments engendrés par les surcharges « Bc » :

On utilise le théorème de **BARRE** pour déterminer la section dangereuse.

Le moment fléchissant est maximum au droit d'un essieu lorsque cet essieu et la résultante générale des charges du convoi occupent des positions symétriques par rapport au milieu de la poutre.

Généralement, le maximum absolu a lieu au droit de l'un des essieux les plus voisins de la résultante générale

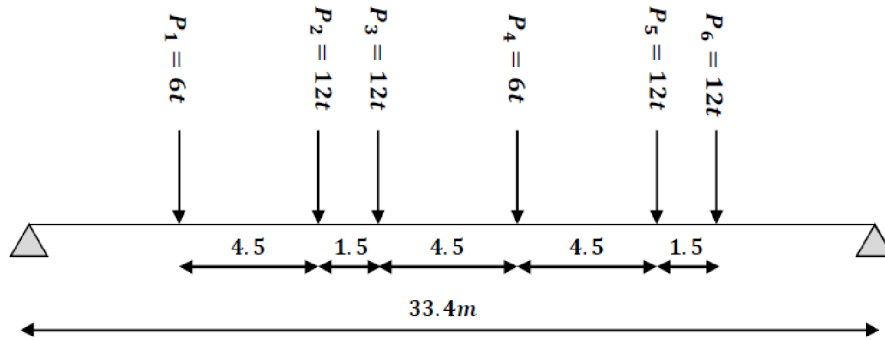


Fig. IV.2: système « Bc » disposition de deux camions sur la chaussée (sens longitudinal)

➤ Application de la Méthode de BARRE

• Section dangereuse :

La charge au droit de la section doit vérifier l'inégalité suivante :

$$\sum_{i=1}^{K-1} P_i \leq R/2 \leq \sum_{i=1}^K P_i \quad \dots\dots\dots (V.2)$$

Avec : R : La résultante du système de charge.

P : Charge d'un essieu du camion.

$$R = 6 \times 2 + 12 \times 4 = 60t$$

Charges	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
valeurs (t)	6	12	12	6	12	12
L'inégalité	$0 \leq 30 \leq 6$	$6 \leq 30 \leq 18$	$18 \leq 30 \leq 30$	$30 \leq 30 \leq 36$	$36 \leq 30 \leq 48$	$48 \leq 30 \leq 60$
Vérification	Non	Non	Oui	Oui	Non	Non

Tableau. IV.4: vérification de l'inégalité (V.2)

Résultat: la section dangereuse sera donnée soit par P₃ ou P₄.

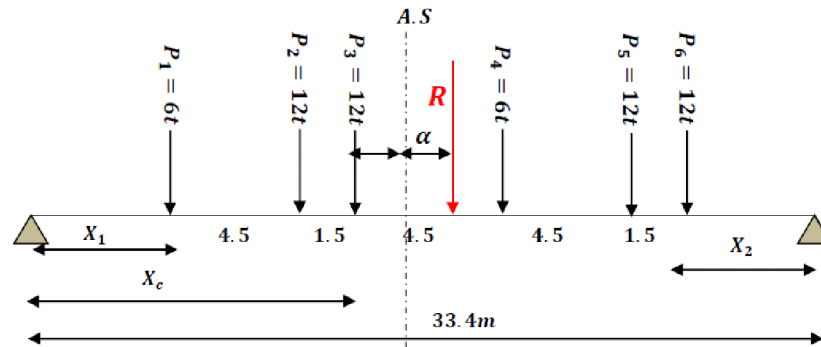


Fig. IV.3 : recherche du moment maximal

-
- **Calcul de la distance α :**

$$\Sigma M/R = P_1 x (6 + 2\alpha) + P_2 (1,5 + 2\alpha) + P_3 x 2\alpha - P_4 (4,5 - 2\alpha) - P_5 (9 - 2\alpha) - P_6 (10,5 - 2\alpha) = 0$$

$$36 + 12\alpha + 18 + 24\alpha + 24\alpha - 27 + 12\alpha - 108 + 24\alpha - 126 + 24\alpha = 0$$

$$\alpha = 1,725 \text{ m}$$

$$X_1 = 16,7 - (1,725 + 1,5 + 4,5) = 8,975 \text{ m}$$

$$X_2 = 33,4 - (8,975 + 4,5 - 1,5 - 4,5 - 4,5 - 1,5) = 7,925 \text{ m}$$

- **Le moment sous P_3 :**

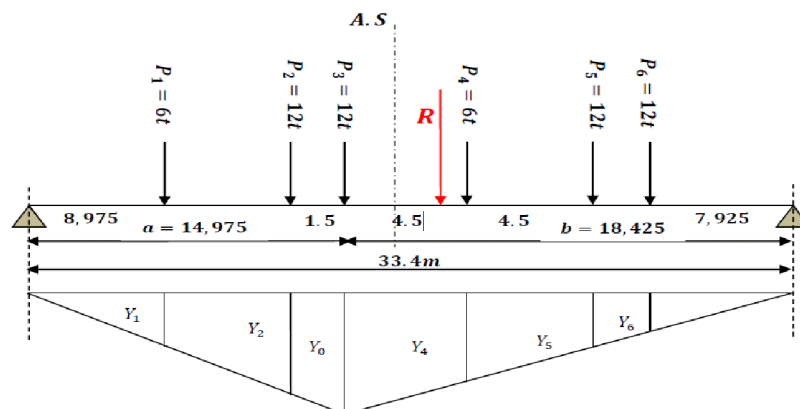


Fig. IV.4: ligne d'influence du moment sous P_3

D'après la similitude des triangles semblables :

La valeur de Y_0 est donnée par la formule suivante :

$$Y_0 = \left(\frac{L-X}{L} \right) X$$

$$Y_0 = \left(\frac{33,4 - 14,975}{33,4} \right) \times 14,975 = 8,26 \text{ m}$$

$$0 \leq X \leq 14,975 \text{ m}$$

$$Y_i = \frac{Y_o}{a} X_i = \frac{8,26}{14,975} X_i$$

$$14,975m \leq X \leq 33,40m$$

$$Y_i = \frac{Y_o}{b} X_i = \frac{8,26}{18,425} X_i$$

Y _i	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅	Y ₆
Valeur(m)	4,95	7,43	8,26	6,24	4,22	3,55

Tableau. IV.5 : lignes d'influence du moment sous P₃

Le moment max sous P₃ est donné par la formule suivante :

$$M_{\max} = \sum_{i=1}^6 P_i y_i \quad \dots\dots\dots (V.3)$$

$$M_{\max} = [6(4,95 + 6,24) + 12 (7,43 + 8,26 + 4,22 + 3,55)] = 348,66 \text{ t.m}$$

$$M_{\max} = 348,66 \text{ t.m}$$

• **Le moment sous P₄ :**

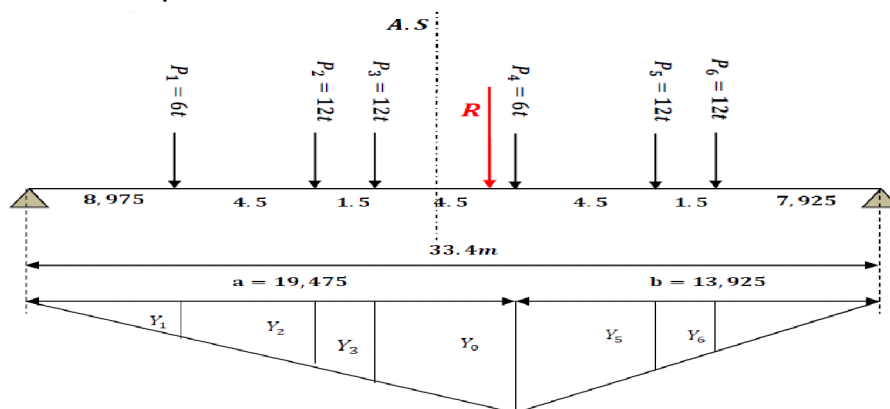


Fig. IIV.5: lignes d'influences sous P₄

La valeur de Y₀ est donnée par la formule suivante :

$$Y_o = \left(\frac{L-X}{L} \right) X$$

$$Y_o = \left(\frac{33,4-19,475}{33,4} \right) \times 19,475 = 8,12m$$

$$0 \leq X \leq 19,475m \quad Y_i = \frac{Y_o}{a} X_i = \frac{8,12}{19,475} X_i$$

$$19,975m \leq X \leq 33,40m \quad Y_i = \frac{Y_o}{b} X_i = \frac{8,12}{13,925} X_i$$

Y _i	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅	Y ₆
Valeur(m)	3,74	5,62	6,24	8,12	5,49	4,62

Tableau. IV.6 : .lignes d'influence du moment sous P4

Le moment max sous P4 est donné par la formule (V.3) :

$$M_{\max} = [6(3,74 + 8,12) + 12(5,62 + 6,24 + 5,49 + 4,62)]$$

$$M_{\max} = 334,8 \text{ t.m}$$

Conclusion :

Le moment max $M_{\max} = 348,66 \text{ t.m}$ se produit sous $P_3 = 12T$ au droit de la section (c) avec :

$$X_c = 14,975\text{m}$$

Remarque :

ce calcul est fait pour une seule voie, alors pour deux voies $M_{\max} = 697,32 \text{ t.m}$

• **Détermination des moments fléchissant dans les différentes sections :**

Pour déterminer la section critique (C) qui correspond à la charge critique P qui engendre le moment fléchissant au niveau de (C), cette charge doit vérifier les 'intégralités suivantes :

$$\frac{\sum_{i=1}^j P_i}{a} \geq \frac{\sum_{i=j+1}^n P_i}{b} \quad ; \quad \frac{\sum_{i=1}^{j-1} P_i}{a} \leq \frac{\sum_{i=j}^n P_i}{b}$$

Exemple de calcul :

a) **X = 0,1L** : a = 3,34m

$$B = 30,06\text{m}$$

P	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
Condition 1	$\frac{6}{3,34} \geq \frac{54}{30,06}$	$\frac{18}{3,34} \geq \frac{42}{30,06}$	$\frac{30}{3,34} \geq \frac{30}{30,06}$	$\frac{36}{3,34} \geq \frac{24}{30,06}$	$\frac{48}{3,34} \geq \frac{12}{30,06}$	$\frac{60}{3,34} \geq \frac{0}{30,06}$
Condition 2	$\frac{0}{3,34} \leq \frac{60}{30,06}$	$\frac{6}{3,34} \geq \frac{54}{30,06}$	$\frac{18}{3,34} \geq \frac{42}{30,06}$	$\frac{30}{3,34} \geq \frac{30}{30,06}$	$\frac{36}{3,34} \geq \frac{24}{30,06}$	$\frac{48}{3,34} \geq \frac{12}{30,06}$
Résultat	Oui	Oui	Non	Non	Non	Non

Tableau. IV.7: recherche de la section dangereuse S

D'après ce tableau, constate que c'est les charges P₁ et P₂ qui engendrent le moment maximale au droit de cette section (0,1L).

• **Calcul du moment sous P₁ à (x = 0.1L) :**

$$Y_0 = \left(\frac{L_c - X_c}{L_c} \right) X_c = \left(\frac{33,4 - 3,34}{33,4} \right) 3,34 = 3,006\text{m}$$

Appliquant la même méthode des triangles semblables, on trouve :

$$\begin{cases} 0 \leq X \leq 3,34 & Y_i = \frac{Y_0}{a} X_i = 0,9X_i \\ 3,34 \leq X \leq 33,4 & Y_i = \frac{Y_0}{b} X_i = 0,1X_i \end{cases}$$

y	y ₀	y ₂	y ₃	y ₄	y ₅	y ₆
Valeur	3,006	2,556	2,406	1,956	1,506	1,356

Tableau. IV.8 : Lignes d'influences du moment sous P₁

Le moment Max est de : $M_{\max} = \sum_{i=1}^6 P_i y_i$

$$M_{\max}(P_1) = 6(3,006 + 1,956) + 12(2,556 + 2,406 + 1,506 + 1,356) = 123,66 \text{ t.m}$$

- **Calcul du moment sous P₂ à (x = 0.1L) :**

$$Y_0 = \left(\frac{L_c - X_c}{L_c} \right) X_c = \left(\frac{33,4 - 3,34}{33,4} \right) 3,34 = 3,006 \text{ m}$$

Appliquant la même méthode des triangles semblables, on trouve :

$$\begin{cases} 0 \leq X \leq 3,34 & Y_i = \frac{Y_0}{a} X_i = 0,9X_i \\ 3,34 \leq X \leq 33,4 & Y_i = \frac{Y_0}{b} X_i = 0,1X_i \end{cases}$$

Appliquant la même méthode des triangles semblables, on trouve :

y	y ₀	y ₂	y ₃	y ₄	y ₅	y ₆
Valeur	0,000	3,006	2,856	2,406	1,956	1,806

Tableau. IV.9: Lignes d'influences du moment sous P₂

Le moment max est de : $M_{\max} = \sum_{i=1}^6 P_i y_i$

$$M_{\max}(P_2) = 6(0 + 2,406) + 12(3,006 + 2,856 + 1,956 + 1,806) = 129,924 \text{ t.m}$$

$$\text{Donc: } M_{\max} = \max(123,66, 129,924) = 129,924 \text{ t.m}$$

b) X = 0,2L : a = 6,68m B = 26,72m

P	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
Condition 1	$\frac{6}{6,68} \geq \frac{54}{26,72}$	$\frac{18}{6,68} \geq \frac{42}{26,72}$	$\frac{30}{6,68} \geq \frac{30}{26,72}$	$\frac{36}{6,68} \geq \frac{24}{26,72}$	$\frac{48}{6,68} \geq \frac{12}{26,72}$	$\frac{60}{6,68} \geq \frac{0}{26,72}$
Condition 2	$\frac{0}{6,68} \leq \frac{60}{26,72}$	$\frac{6}{6,68} \geq \frac{54}{26,72}$	$\frac{18}{6,68} \geq \frac{42}{26,72}$	$\frac{30}{6,68} \geq \frac{30}{26,72}$	$\frac{36}{6,68} \geq \frac{24}{26,72}$	$\frac{48}{6,68} \geq \frac{12}{26,72}$
Résultat	Non	Oui	Non	Non	Non	Non

Tableau. IV.10: recherche de la section dangereuse S

D'après ce tableau, constate que c'est la charge P₂ qui engendre le moment maximale au droit de cette section (0,2L).

- Calcul du moment sous P₂ à (x = 0.2L) :

$$Y_0 = \left(\frac{L_c - X_c}{L_c} \right) X_c = \left(\frac{33,4 - 6,68}{33,4} \right) 6,68 = 5,344\text{m}$$

Appliquant la même méthode des triangles semblables, on trouve :

$$0 \leq X \leq 6,68 \quad Y_i = \frac{Y_0}{a} X_i = 0,8X_i$$

$$6,68 \leq X \leq 33,4 \quad Y_i = \frac{Y_0}{b} X_i = 0,2X_i$$

y	y ₀	y ₂	y ₃	y ₄	y ₅	y ₆
Valeur	1,744	5,344	5,044	4,144	3,244	2,944

Tableau. IV.11: Lignes d'influences du moment sous P₂

Le moment Max est de : $M_{\max} = \sum_{i=1}^6 P_i y_i$

$$M_{\max}(P_1) = 6(1,744 + 4,144) + 12(5,344 + 5,044 + 4,144 + 2,944) = 234,24\text{t.m}$$

c) **X = 0,3L**: a = 10,02m B = 23,38m

P	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
Condition 1	$\frac{6}{10,02} \geq \frac{54}{23,38}$	$\frac{18}{10,02} \geq \frac{42}{23,38}$	$\frac{30}{10,02} \geq \frac{30}{23,38}$	$\frac{36}{10,02} \geq \frac{24}{23,38}$	$\frac{48}{10,02} \geq \frac{12}{23,38}$	$\frac{60}{10,02} \geq \frac{0}{23,38}$
Condition 2	$\frac{0}{10,02} \leq \frac{60}{23,38}$	$\frac{6}{10,02} \geq \frac{54}{23,38}$	$\frac{18}{10,02} \geq \frac{42}{23,38}$	$\frac{30}{10,02} \geq \frac{30}{23,38}$	$\frac{36}{10,02} \geq \frac{24}{23,38}$	$\frac{48}{10,02} \geq \frac{12}{23,38}$
Résultat	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non

Tableau. IV.12: recherche de la section dangereuse S

D'après ce tableau, constate que c'est les charges P₂ et P₃ qui engendrent le moment maximale au droit de cette section (0, 3L).

- Calcul du moment sous P_2 à ($x = 0.3L$) :

$$Y_0 = \left(\frac{L_c - X_c}{L_c} \right) X_c = \left(\frac{33,4 - 10,02}{33,4} \right) 10,02 = 7,014m$$

Appliquant la même méthode des triangles semblables, on trouve :

y	y ₀	y ₂	y ₃	y ₄	y ₅	y ₆
Valeur	3,864	7,014	6,564	5,214	3,864	3,414

Tableau. IV.13: Lignes d'influences du moment sous P_2

Le moment max est de : $M_{\max} = \sum_{i=1}^6 P_i y_i$

$$M_{\max}(P_2) = 6(3,864 + 5,214) + 12(7,014 + 6,564 + 3,864 + 3,414)$$

$$M_{\max}(P_2) = 304.74 \text{ t.m}$$

- Calcul du moment sous P_3 à ($x = 0.3L$) :

$$Y_0 = \left(\frac{L_c - X_c}{L_c} \right) X_c = \left(\frac{33,4 - 10,02}{33,4} \right) 10,02 = 7,014m$$

Appliquant la même méthode des triangles semblables, on trouve :

y	y ₀	y ₂	y ₃	y ₄	y ₅	y ₆
Valeur	2,814	5,964	7,014	5,664	4,314	3,864

Tableau. IV.14: Lignes d'influences du moment sous P_3

Le moment max est de : $M_{\max} = \sum_{i=1}^6 P_i y_i$

$$M_{\max}(P_3) = 6(2,814 + 5,664) + 12(5,964 + 7,014 + 4,314 + 3,864) = 304.74 \text{ t.m}$$

$$\text{Donc: } M_{\max} = \max(304.74, 304.74) = 304,74 \text{ t.m}$$

d) $X = 0,4L$: $a = 13,36m$ $B = 20,04m$

P	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
Condition 1	$\frac{6}{13,36} \geq \frac{54}{20,04}$	$\frac{18}{13,36} \geq \frac{42}{20,04}$	$\frac{30}{13,36} \geq \frac{30}{20,04}$	$\frac{36}{13,36} \geq \frac{24}{20,04}$	$\frac{48}{13,36} \geq \frac{12}{20,04}$	$\frac{60}{13,36} \geq \frac{0}{20,04}$
Condition 2	$\frac{0}{13,36} \leq \frac{60}{20,04}$	$\frac{6}{13,36} \geq \frac{54}{20,04}$	$\frac{18}{13,36} \geq \frac{42}{20,04}$	$\frac{30}{13,36} \geq \frac{30}{20,04}$	$\frac{36}{13,36} \geq \frac{24}{20,04}$	$\frac{48}{13,36} \geq \frac{12}{20,04}$
Résultat	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non

Tableau. IV.15: recherche de la section dangereuse S

D'après ce tableau, constate que c'est la charge P_3 qui engendre le moment maximale au droit de cette section (0, 4L).

- **Calcul du moment sous P_3 à ($x = 0.4L$) :**

$$Y_0 = \left(\frac{L_c - X_c}{L_c} \right) X_c = \left(\frac{33,4 - 13,36}{33,4} \right) 13,36 = 8,016m$$

Appliquant la même méthode des triangles semblables, on trouve :

y	y ₀	y ₂	y ₃	y ₄	y ₅	y ₆
Valeur	4,416	7,116	8,016	6,216	4,416	3,816

Tableau. IV.16: Lignes d'influences du moment sous P_3

Le moment max est de : $M_{\max} = \sum_{i=1}^6 P_i y_i$

$$M_{\max}(P_3) = 6(4,416 + 6,216) + 12(7,116 + 8,016 + 4,416 + 3,816) = 344,16 \text{ t.m}$$

d) X = 0,5L: a = 16,7m B = 16,7m

P	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
Condition 1	$\frac{6}{16,7} \geq \frac{54}{16,7}$	$\frac{18}{16,7} \geq \frac{42}{16,7}$	$\frac{30}{16,7} \geq \frac{30}{16,7}$	$\frac{36}{16,7} \geq \frac{24}{16,7}$	$\frac{48}{16,7} \geq \frac{12}{16,7}$	$\frac{60}{16,7} \geq \frac{0}{16,7}$
Condition 2	$\frac{0}{16,7} \leq \frac{60}{16,7}$	$\frac{6}{16,7} \geq \frac{54}{16,7}$	$\frac{18}{16,7} \geq \frac{42}{16,7}$	$\frac{30}{16,7} \geq \frac{30}{16,7}$	$\frac{36}{16,7} \geq \frac{24}{16,7}$	$\frac{48}{16,7} \geq \frac{12}{16,7}$
Résultat	Non	Oui	Oui	Oui	Non	Non

Tableau. IV.17: recherche de la section dangereuse S

D'après ce tableau, constate que c'est les charges P_3 et P_4 qui engendrent le moment maximale au droit de cette section (0, 4L).

- **Calcul du moment sous P_3 à ($x = 0.5L$) :**

$$Y_0 = \left(\frac{L_c - X_c}{L_c} \right) X_c = \left(\frac{33,4 - 16,7}{33,4} \right) 16,7 = 8,35m$$

Appliquant la même méthode des triangles semblables, on trouve :

y	y ₀	y ₂	y ₃	y ₄	y ₅	y ₆
Valeur	5,35	7,60	8,35	6,10	3,85	3,10

Tableau. IV.18: Lignes d'influences du moment sous P_3

Le moment max est de : $M_{\max} = \sum_{i=1}^6 P_i y_i$

$$M_{\max}(P_3) = 6(5,35 + 6,10) + 12(7,60 + 8,35 + 3,85 + 3,1)$$

$$M_{\max}(P_3) = 343.5 \text{ t.m}$$

- Calcul du moment sous P_4 à ($x = 0.5L$) :

$$Y_0 = \left(\frac{L_c - X_c}{L_c} \right) X_c = \left(\frac{33,4 - 16,7}{33,4} \right) 16,7 = 8,35 \text{ m}$$

Appliquant la même méthode des triangles semblables, on trouve :

y	y ₀	y ₂	y ₃	y ₄	y ₅	y ₆
Valeur	3,1	5,35	6,1	8,35	6,1	5,35

Tableau. IV.19: Lignes d'influences du moment sous P_4

Le moment max est de : $M_{\max} = \sum_{i=1}^6 P_i y_i$

$$M_{\max}(P_4) = 6(3,1 + 8,35) + 12(5,35 + 6,10 + 6,10 + 5,35) = 343.5 \text{ t.m}$$

Donc: $M_{\max} = \max(343.5, 343.5) = 343.5 \text{ t.m}$

➤ **Le moment fléchissant après majoration est donné comme suit :**

$$M = \delta_p \times b_c \times M_{\max}$$

$b_c = 0.95$ coefficient de pondération pour les trois convois

δ : coefficient dynamique de la poutre.

$$\delta = 1 + \frac{0,6}{1 + 4 \times \frac{P}{S}} + \frac{0,4}{1 + 0,2 \times L}$$

Avec : $P = 753.84$; $S = 171$; $L = 33,4 \text{ m}$ $\delta = 1,084$

Les résultats des moments sous différentes sections :

	Section	0,0L	0,1L	0,2L	0,3L	0,4L	0,5L
M(t.m)	Non corrigé	0	129,924	234,24	304,74	344,16	343,50
	b_c	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95
	δ	1,084	1,084	1,084	1,084	1,084	1,084
	1 convoi	0,00	133,795	241,220	313,821	354,415	353,736
	2 convois	0,00	267,591	482,440	627,642	708,831	707,472
	3 convois	0,00	401,387	723,66	941,463	1063,247	1061,208

Tableau. IV.20: Moments de la surcharge B_c dans les différentes sections

IV.1.5) Les moments engendrés par les surcharges« Bt » :

Pour les ponts supportant au moins deux types deux voies, deux tandems au plus sont disposés de front sur la chaussée. Soit 4 files de 8t. La section dangereuse peut être obtenue sous P_1 ou P_2 .

$$P_1 = P_2 = 8t \Rightarrow R = \sum_{i=1}^2 P_i = 16t$$

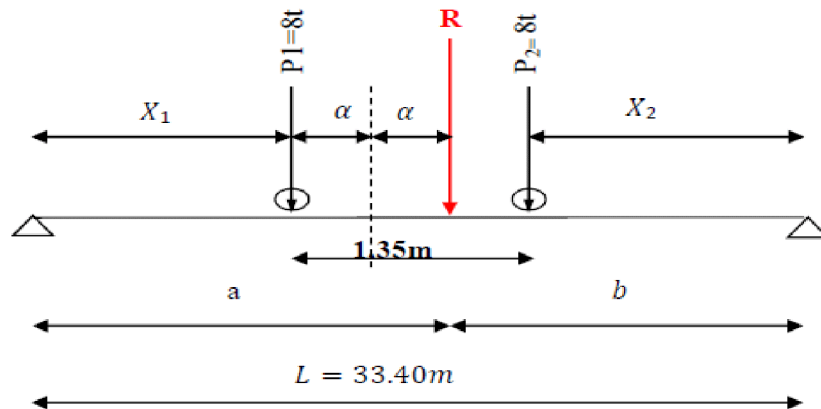


Fig. IV.6: Chargement type sous un tandem (système Bt)

$$\Sigma M/R = 0$$

$$8(2\alpha) - 8(1,35 - 2\alpha) = 0$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{10,80}{32} = 0,3375m$$

Calcul de X_1 et X_2 :

$$X_1 = \frac{33,4}{2} - \alpha = 16,3625m$$

$$X_2 = \frac{33,4}{2} - (1,35 - 0,3375) = 15,6875$$

$$a = 33,4/2 + \alpha = 17,0375 m.$$

$$b = 33,4/2 - \alpha = 16,3625 m$$

- Calcul du moment max. sous P_1 :

$$Y_0 = \left(\frac{L-X}{L} \right) X$$

$$Y_0 = \left(\frac{33,4-16,3625}{33,4} \right) \times 16,3625 = 8,347m$$

$$Y_i = \frac{Y_0}{b} X_i = \frac{8,347}{17,0375} \times 15,6875 = 7,685m.$$

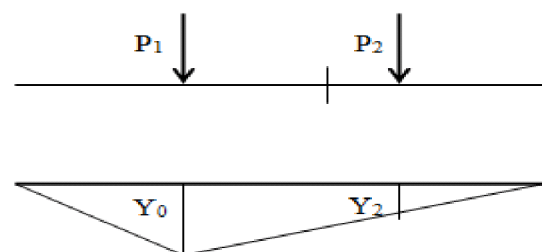


Fig. V.7: moment max. sous P_1

Y _i	Y ₀	Y ₂
Valeur(m)	8,347	7,685

Tableau. IV21: lignes d'influence du moment sous P₁

$$M_{\max} = n \sum_{i=1}^2 P_i y_i$$

$$M_{\max} = 2 \times 8 (8,347 + 7,685) = 256,512 \text{ t.m}$$

- **Calcul du moment max. sous P₂:**

$$Y_0 = \left(\frac{L-X}{L} \right) X$$

$$Y_0 = \left(\frac{33,4-17,7125}{33,4} \right) \times 17,7125 = 8,319 \text{ m}$$

$$Y_i = \frac{Y_0}{b} X_i = \frac{8,319}{17,7125} \times 16,3625 = 7,685 \text{ m.}$$

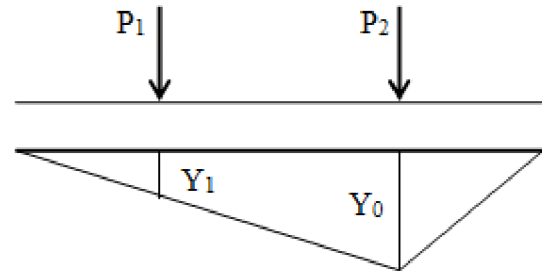


Fig. V.8: moment max. sous P₂

Y _i	Y ₁	Y ₀
Valeur(m)	7,685	8,319

Tableau. IV22: lignes d'influence du moment sous P₂

$$M_{\max} = n \sum_{i=1}^2 P_i y_i$$

$$M_{\max} = 2 \times 8 (8,319 + 7,685) = 256,064 \text{ t.m}$$

$$M_{\max} = 256,064 \text{ t.m}$$

$$\mathbf{M_{\max} = \max (256,512, 256,064) = 256,512 \text{ t. m}}$$

Le moment max. est engendré sous la charge P₁ avec une valeur de 256,512 t. m

Pour un tandem, M_{max} = 256,512 t. m

Pour deux tandem, M_{max} = 2 x 256,512 = 513,024 t. m

Cette valeur sera en suite multiplié par un coefficient correcteur bt et le coefficient dynamique δ
δ = 1,069

Notre pont est de 1ere classe => bt = 1,0.

Pour un tandem, M_{max} = 256,512 x 1 x 1,069 = 274,111 t. m

Pour deux tandem, M_{max} = 513,024 x 1 x 1,069 = 548,423 t. m

De la même façon, on procède pour les autres sections de la travée. Les valeurs du moment dans chacune sont :

Les résultats des moments sous différents sections :

	Section	0,0L	0,1L	0,2L	0,3L	0,4L	0,5L
M (t. m)	Non corrigé	0	94,032	166,69	217,968	247,872	256,40
	B _t	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
	δ	1,070	1,070	1,070	1,070	1,070	1,070
	1 tandem	0,00	100,61	178,36	233,22	265,22	274,35
	2 tandems	0,00	201,22	356,72	466,44	530,44	548,70

Tableau. IV.23 : Moments des surcharges B_t dans les différentes sections

IV.1.6) Moment engendré par les surcharges Mc 120 :

Les véhicules du système Mc peuvent circuler en convoi. Dans le sens transversal, un seul convoi est supposé circuler quelque soit la largeur de la chaussée. Dans le sens longitudinal, le nombre n'est pas limité sauf que la distance libre entre les points de contacts des chenilles de deux véhicules consécutifs doit avoir au moins 30,50 m.

De ce fait, un seul véhicule est considéré pour le calcul du moment.

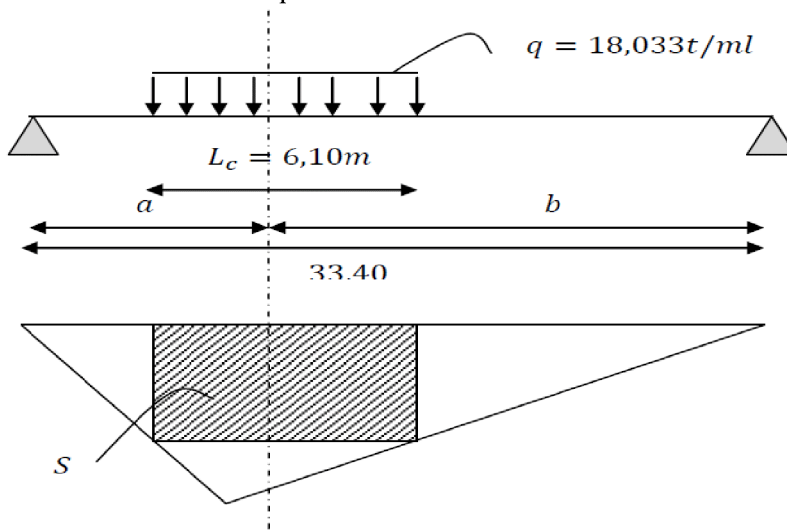


Fig. IV.9: Position de Mc120

Le convoi Mc 120 comporte 2 chenilles et représente une charge totale de 1100 KN

$$\text{Alors : } q = \frac{110}{6,10} = 18,033 \text{ t/ml}$$

$$\text{Exemple pour } X = 0,1L : a = 3,34\text{m} \quad b = 30,06\text{m}$$

$$M_{\max} = q \times S$$

$$\text{Avec : } S = \frac{a \times b}{L} \cdot L_c \cdot \left(1 - \frac{L_c}{2L}\right) = 16,66 \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow M_{\max} = 300,47 \text{ t.m}$$

- **Calcul du coefficient de majoration dynamique :**

$$\delta = 1 + \frac{0,6}{1 + 4 \times \frac{P}{S}} + \frac{0,4}{1 + 0,2 \times L}$$

L : longueur de l'élément => L = 33,4m

P : poids de l'élément concerné par la flexion longitudinal, P = 753,84 t

S : la charge du système considéré => S = 110 t

$$\delta = 1 + \frac{0,6}{1 + 4 \times \frac{753,84}{110}} + \frac{0,4}{1 + 0,2 \times 33,40} = 1,073$$

De la même méthode, on calcul le moment max pour les autres sections :

	Section	0,0L	0,1L	0,2L	0,3L	0,4L	0,5L
M (t. m)	δ	1,073	1,073	1,073	1,073	1,073	1,073
	Non corrigé	0	300,47	534,47	701,09	801,24	834,63
	corrigé	0	322,4	573,49	752,27	859,73	895,56

Tableau. IV.24 : Moments des surcharges Mc 120 dans les différentes sections

IV.1.7). Moment engendré par les surcharges D 240 :

$$q = \frac{240}{18,6} = 12,903 \text{ t/ml}$$

$$M_{\max} = q \times S$$

$$\text{Avec : } S = \frac{a \times b}{L} \cdot L_c \cdot \left(1 - \frac{L_c}{2L}\right)$$

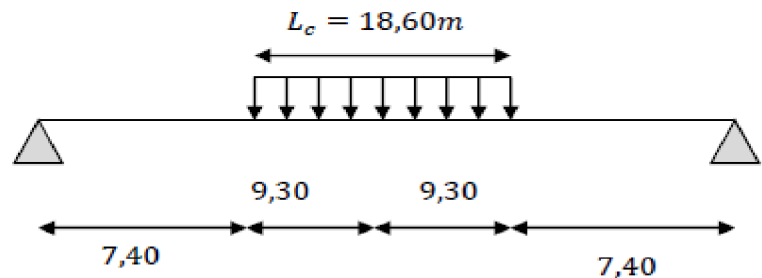


Fig. IV.10 : position de D240 sur la travée

On procède de la même manière que la surcharge Mc 120 pour déterminer les moments dans les différentes sections.

Section	0,0 L	0,1 L	0,2 L	0,3 L	0,4 L	0,5 L
Abscisse	0	3,34	6,68	10,02	13,36	16,70
M(t.m)	0	520,55	925,42	1214,62	1388,14	1446,00

Tableau. IV.25 : Moment des surcharges D240 dans les différentes sections

IV.2) calcul des efforts tranchants :

IV.2.1) efforts tranchants engendrés par les charges permanentes :

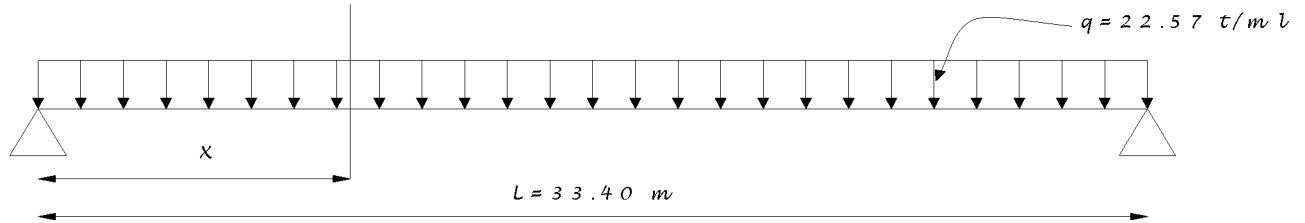


Fig. IV.11 : Schéma statique d'une poutre

La valeur de l'effort tranchant d'une section située à une distance X de l'appui gauche est donnée par l'expression suivante :

$$T(x) = q \cdot \left(\frac{L}{2} - x\right)$$

Avec : $q = 19,60 \text{ t/ml}$

$$T(x) = 19,6 (16,7 - x)$$

Les valeurs de l'effort tranchant aux différentes sections sont données dans le tableau ci après :

Section	0,0 L	0,1 L	0,2 L	0,3 L	0,4 L	0,5 L
X (m)	0	3,34	6,68	10,02	13,36	16,7
T(t)	376,92	301,535	226,151	150,767	75,384	0

Tableau. IV.26: effort tranchant dans les différentes sections sous G

IV.2.2) Les efforts tranchants engendrés par les surcharges A(l) :

Nous utilisons les lignes d'influences, sachant que l'effort tranchant maximal est obtenu en chargeant la partie de la poutre située entre le point C et l'appui le plus éloigné.

$$T = q \cdot \Omega = q \cdot \frac{b^2}{2L}$$

Exemple de calcul $x = 0,0L$:

$$a = 0.0\text{m} \quad b = 33.4\text{m}$$

$$A(L) = 1 \cdot 0.9 \cdot \left(230 + \frac{36000}{33,4+12}\right) \cdot 10^{-3}$$

$$= 0,9206 \text{ t/m}^2$$

$$q = A \times V$$

$$q = 0,9206 \times 3,5 = 3,222 \text{ t/m}$$

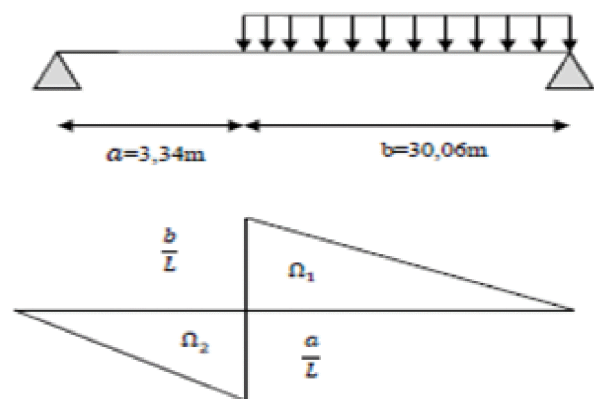


Fig. IV.12: Ligne d'influence de l'effort tranchant à 0,1L

$$T_{\max} = 3,759 \times (33,4)^2 / 2 \times 33,40 = 59,77t$$

Pour deux voies chargées :

$$T_{\max} = 107,6t$$

Pour trois voies chargées :

$$T_{\max} = 161,4$$

On procédera de la même manière pour le calcul de l'effort tranchant aux différentes sections et les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

	Section	0,0 L	0,1 L	0,2 L	0,3 L	0,4 L	0,5 L
T (t)	X (m)	0,00	3,34	6,68	10,02	13,68	16,7
	q (t/ml)	3,222	3,222	3,222	3,222	3,222	3,222
	01 voie	53,80	43,58	34,44	26,36	18,74	13,45
	02 voies	119,54	102,80	86,74	71,43	56,94	43,36
	03 voies	161,40	130,74	103,74	79,08	56,22	40,35

Tableau. IV.27: effort tranchant dans les différentes sections sous la surcharge A (L)

IV.2.3)) efforts tranchants engendrés par la surcharge sur les trottoirs :

En suivant le même cheminement que la surcharge A(l), en appliquant la méthode des lignes d'influence

- 1 trottoir chargé q = 0,1725 t/ml
- 2 trottoirs chargés q = 0,345 t/ml

$$T = \frac{q}{2.L} (b)^2$$

Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

	Section	0,0 L	0,1 L	0,2 L	0,3 L	0,4 L	0,5 L
T (t)	X (m)	0,00	3,34	6,68	10,02	13,68	16,7
	1 trottoir chargé	2,88	2,33	1,84	1,41	1,04	0,72
	2 trottoirs chargés	5,76	4,66	3,68	2,82	2,08	1,44

Tableau. IV.28: effort tranchant dans les différentes sections sous la surcharge trottoirs

IV.2.4) .Les efforts tranchants engendré par Bc :

On utilise la méthode des lignes d'influence et on calcule, comme exemple, l'effort tranchant à la section X = 0.0L

$$T = \sum_{i=1}^6 (P_i \times I_i) \quad \text{Avec : } I_i = I_6 \cdot X_i / L$$

$$I_6 = \frac{b}{L}$$

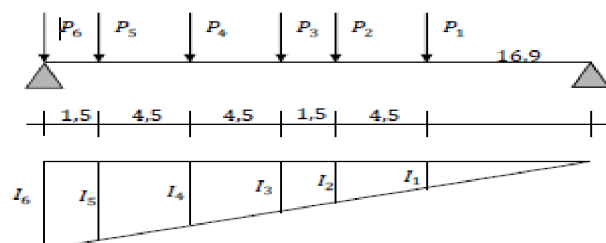


Fig. IV.13: Position du système Bc donnant T max à 0 ,0L

Exemple de calcul :

Section 0,0L :

$$a = 0,00\text{m}$$

$$b = 33,4\text{m}$$

$$I_6 = \frac{b}{L} = \frac{33,4}{33,4} = 1$$

I_i	I_6	I_5	I_4	I_3	I_2	I_1
Valeurs (m)	1	0,95	0,82	0,68	0,64	0,50

Tableau. IV.29: lignes d'influence due à la surcharge BC à 0,0 L

section	0,0L	0,1L	0,2L	0,3L	0,4L	0,5L
Abscisses	0,00	3,34	6,68	10,02	13,36	16,7
T (t) 1 convoi	47,16	41,16	35,16	29,16	23,16	17,16
T (t) 2 convois	94,32	82,32	70,32	58,32	46,32	34,32
T (t) 3 convois	141,48	123,48	105,48	87,48	69,48	51,48

Tableau. IV.30: efforts tranchants dus à la surcharge BC dans les différentes sections

IV.2.5) effort tranchants engendré par la surcharge Bt :

De la même façon nous utilisons la méthode des lignes d'influences, pour calculer l'effort tranchant par la formule suivante :

$$T = \sum_{i=1}^6 (P_i \times I_i)$$

Exemple de calcul :

X = 0,1L:

$$a = 3,34\text{m} \quad b = 30,06\text{m}$$

$$I_1 = b/l = 0,9$$

$$I_2 = 0,859$$

$$T_{\max} = 16 (0,9 + 0,859) = 28,15\text{t}$$

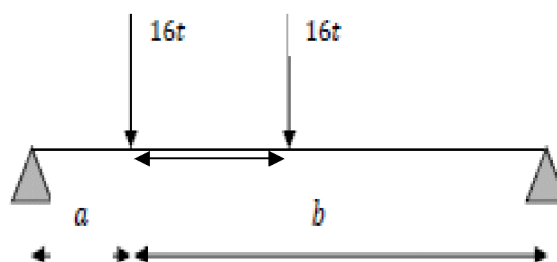


Fig. IV.14: surcharge Bt

section	0,0L	0,1L	0,2L	0,3L	0,4L	0,5L
Abscisses	0,00	3,34	6,68	10,02	13,36	16,7
T (t) 1 tandem	31,35	28,15	24,95	21,75	18,55	15,35
T (t) 2 tandems	62,70	56,30	49,90	43,50	37,10	30,70

Tableau. IV.31: Effort tranchants engendré par la surcharge Bt

1.6) efforts tranchants engendrés par la surcharge Mc 120:

En utilisant la méthode RDM :

Exemple $X = 0,0L$

$a = 0,0m$ $b = 33,4m$

$q = 110/6,1 = 18,033t/ml$

$$\sum M/B = R_A.L - q \times 6,1(b - 6,1/2) = 0$$

$$R_A = T_{\max} = 99,95t$$

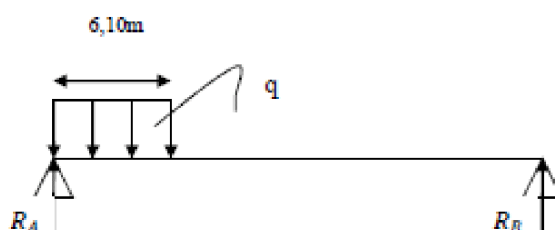


Fig. IV.15: surcharge Mc120

Les résultats des différentes sections sont données dans le ci-dessous :

section	0,0L	0,1L	0,2L	0,3L	0,4L	0,5L
a	0,00	3,34	6,68	10,02	13,36	16,7
T (t)	99,95	88,95	77,95	66,95	55,95	44,95

Tableau. IV.32: Efforts tranchants engendrés par la surcharge Mc 120 :

1.6) Efforts tranchants engendrés par la surcharge D240:

Avec la méthode utilisée précédemment on calcule l'effort tranchant dû à la surcharge D240 :

Exemple de calcul :

$X = 0,0L$:

$$\sum M/B = R_A.L - q \times 18,6(b - 18,6/2) = 0$$

$$R_A = T_{\max} = 173,17t$$

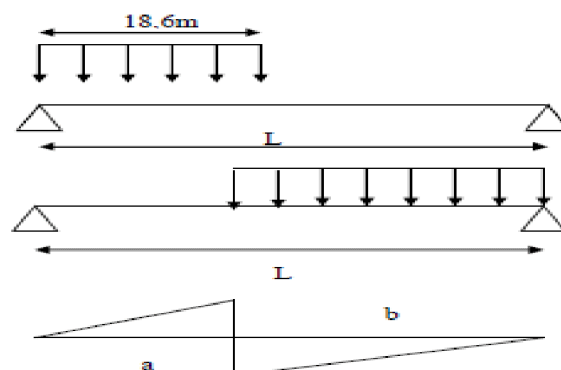


Fig. IV.15: surcharge Mc120

Les résultats des différentes sections sont données dans le ci-dessous :

section	0,0L	0,1L	0,2L	0,3L	0,4L	0,5L
a	0,00	3, 34	6,68	10,02	13,36	16,7
T (t)	173,17	149,17	125,17	101,17	77,17	53,17

Tableau. IV.33: Efforts tranchants engendrés par la surcharge D240 :

Les résultats des moments et efforts tranchant dans les différentes sections sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Type de charge	N ^{bre} de voies chargées	Section effort	0,0L	0,1L	0,2L	0,3L	0,4L	0,5L
G		M (t. m)	0	1133.018	2014.255	2643.709	3021.382	3147.273
		T(t)	376,92	301,535	226,151	150,767	75,384	0
A(l)	1 voie chargée	M (t. m)	0	161.74	287.54	377.40	431.32	449.29
		T(t)	53,80	43,58	34,44	26,36	18,74	13,45
	2 voies chargées	M (t. m)	0	323.48	575.08	754..80	862.64	898.58
		T(t)	119,54	102,80	86,74	71,43	56,94	43,36
	3 voies chargées	0	485.22	862.62	1132.20	1293.96	1347.87	0
		161,40	130,74	103,74	79,08	56,22	40,35	161,40
Trottoirs	1 seul trottoir	M (t. m)	0	8,66	15,39	20,20	23,09	24,05
		T(t)	2,88	2,33	1,84	1,41	1,04	0,72
	2 trottoirs	M (t. m)	0	17,32	30,78	40,41	46,18	48,10
		T(t)	5,76	4,66	3,68	2,82	2,08	1,44
Bc	01 convoi	M (t. m)	0,00	133,795	241,220	313,821	354,415	353,736
		T(t)	47,16	41,16	35,16	29,16	23,16	17,16
	2 convois	M (t. m)	0,00	267,591	482,440	627,642	708,831	707,472
		T(t)	94,32	82,32	70,32	58,32	46,32	34,32
	3 convois	M (t. m)	0,00	401,387	723,66	941,463	1063,247	1061,208
		T(t)	141,48	123,48	105,48	87,48	69,48	51,48
Bt	1 Tandem	M (t. m)	0,00	100,52	178,19	233,01	264,975	274,092
		T(t)	31,35	28,15	24,95	21,75	18,55	15,35

	2 tandem	M (t. m)	0,00	201,04	356,38	466,02	529,95	548,184
		T(t)	62,70	56,30	49,90	43,50	37,10	30,70
Mc 120		M (t. m)	0	322,4	573,49	752,27	859,73	895,56
		T(t)	99,95	88,95	77,95	66,95	55,95	44,95
D 240		M (t. m)	0	520,55	925,42	1214,62	1388,14	1446,00
		T(t)	173,17	149,17	125,17	101,17	77,17	53,17

Tableau. IV.34: récapitulatif des efforts internes longitudinaux le long de la poutre

La répartition transversale se fait de deux méthodes qui sont :

V. 1: LA METHODE DE GUYON-MASSONNET.

Elle consiste à remplacer la structure réelle discontinue par une structure fictive continue, ayant pour rigidité en flexion et en torsion, les valeurs moyennes des rigidités dans la structure réelles. La structure fictive ainsi constituée se présente comme une dalle orthotrope, car elle présente des rigidités différentes dans les deux sens (ox, oy), et possède deux bords libres dans le sens transversal et deux bords simplement appuyés dans le sens longitudinal.

On peut analyser, d'une manière approchée, les effets de la répartition transversale des charges, en admettant que cette dernière est la même que si la distribution des charges, selon l'axe du pont, était sinusoïdale est de forme :

$$P(x) = P_1 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{L}\right) \quad ; \quad P_1 : \text{Valeur constante du chargement.}$$

Cette méthode consiste à tracer, pour chaque effort interne, les lignes d'influences de son coefficient de répartition transversale, et cela pour les différentes excentricités de la charge, et pour 06 sections de la largeur du pont.

$$e = \left\{ \pm b ; \pm \frac{3b}{4} ; \pm \frac{b}{2} ; \pm \frac{b}{4} ; 0 \right\}. \quad y = \left\{ + b ; + \frac{3b}{4} ; + \frac{b}{2} ; + \frac{b}{4} ; 0 \right\}.$$

On calcule les lignes d'influences pour les différentes excentricités et on retient les plus grandes valeurs des coefficients correspondants.

Ainsi on pourra déterminer les facteurs de répartition transversales ($\kappa_\alpha, \varepsilon_\alpha, \mu_\alpha$) et les sollicitations (moments fléchissant, efforts tranchants) avec exactitude dans n'importe quelle partie du tablier.

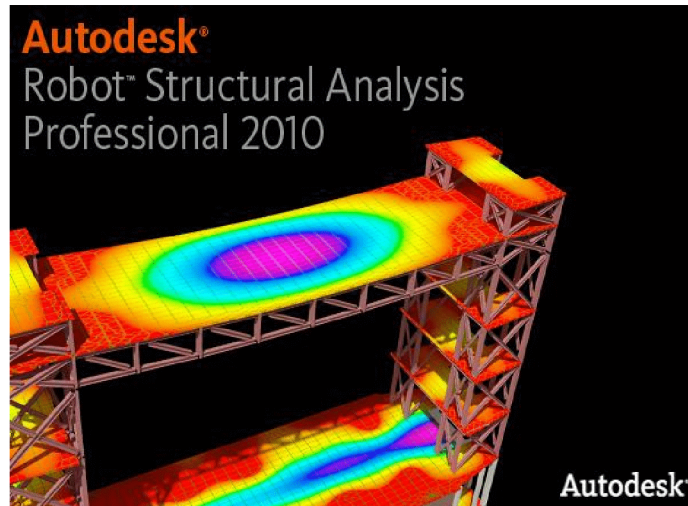
Dans le cas des ponts à poutres multiples la section d'étude sera imposée par la position de

la poutre, ce qui nous amène à tracer les lignes d'influences pour les différentes excentricités

de charge et on retiendra la section qui donne les plus grandes valeurs des coefficients.

V.2) La méthode numérique (Robot Millenium).

1-Présentation du logiciel :



-Robot Millenium est un logiciel de calcul et d'optimisation des structures, Il utilise la méthode d'analyse par éléments finis pour étudier les structures planes et spatiales de type : Treillis, Portiques, Structures mixtes, Grillage de poutres, Plaques, Coques, Contraintes planes, Déformation planes, Eléments axisymétriques, Eléments Volumiques.



-Les utilisateurs de Robot Millenium pour les études d'ouvrage d'art ou de Génie Civil bénéficient de toute la puissance de modélisation de Robot afin de réaliser des modèles mixtes, composées de barres et/ou coques Ils peuvent également disposer des éléments volumiques. Des modèles spécifiques comme les charges roulantes....

-Robot Millenium permet de définir des charges roulantes, c'est-à-dire la charge d'un convoi modélisé par une combinaison de forces quelconques (forces

concentrées, charges linéaires et charges surfaciques). Le convoi est déplacé d'une position vers la suivante.

-Le cas de charge roulante est ainsi considéré comme un ensemble de plusieurs cas de charges statiques (un cas de charge pour chaque position du convoi)

-Robot Millenium peut calculer les structures à un nombre de barres et à un nombre de nœuds illimités. Les seules limitations découlent des paramètres de l'ordinateur sur lesquels les calculs sont effectués (mémoire vive (RAM) et espace de disques disponibles).

-Robot Millenium permet d'effectuer des analyses statiques et dynamiques, ainsi que des analyses linéaires ou non linéaires.

-Robot Millenium est un logiciel orienté, Métier adapté aux constructions en acier, en bois, en béton armé ou mixte. Il comprend des modules d'assemblage, de ferrailage, de vérification et de dimensionnement suivant les différentes normes existantes y compris le RPA 99(2003).

-Robot Millenium a été conçu spécialement pour l'environnement Windows

2000 /NT/XP... Lors de la création de Robot Millenium, ses concepteurs ont utilisé les techniques modernes de l'étude des structures et de la programmation orientée objet profitant des outils performants de la société Microsoft. Tous ces facteurs garantissent une très haute fiabilité du code généré et la facilité d'ajouter à Robot Millenium de nouvelles fonctionnalités et de nouveaux modules.

2-a-Modélisation :

Le tablier est modélisé par des poutres et une dalle supporté par sept appuis, les poutres sont modélisées par des éléments (barre) et la dalle est modélisée par des élément panneau à 4 nœuds.

Les surcharges sont disposées suivant le règlement Fascicule 61 titre II, de façon à obtenir des sollicitations maximales.

a-1-Modélisation de la poutre :

Les poutres constituant le tablier sont modélisées de la manière illustrée dans la figure:

Nouvelle section

Général

Nom : poutre bp

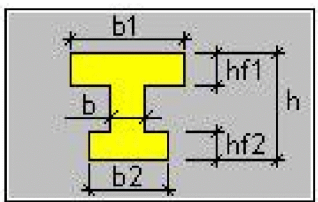
Couleur : Auto

☐ Réduction du moment d'inertie
☐ Appliquer section variable

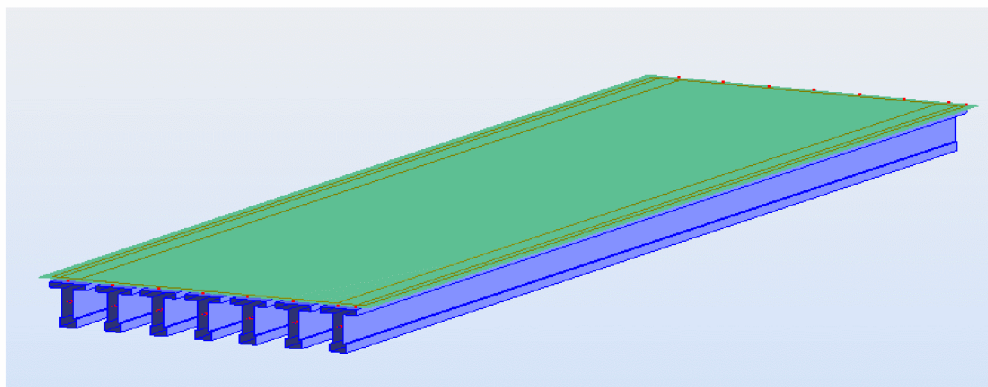
Dimensions (cm)
 b : 20,0 h : 175,0
 b1 : 110,0 hf1 : 26,0
 b2 : 50,0 hf2 : 35,0

Angle gamma : 0 (Deg) Type de profilé : Poutre BA

Ajouter Fermer Aide BETON



Modélisation du tablier



VALEURS DES MOMENTS FLECHISSANTS REELS :

Pour la détermination des sollicitations maximum (M.T.N) on prend en considération les combinaisons d'actions selon BPEL (Tableau 1).

Actions	ELU	ELS
Poids propre ($C_p + C_{cp}$)	1,35	1
Surcharge A (L)	1,6	1.2
Système B _C	1,6	1.2
M _{C120}	1,35	1
D ₂₄₀	1,35	1
Trottoirs	1,6	1.2

Tableau V 1 .les coefficients de combinaisons.

L' ETAT LIMITE DE SERVICE (E.L.S) :

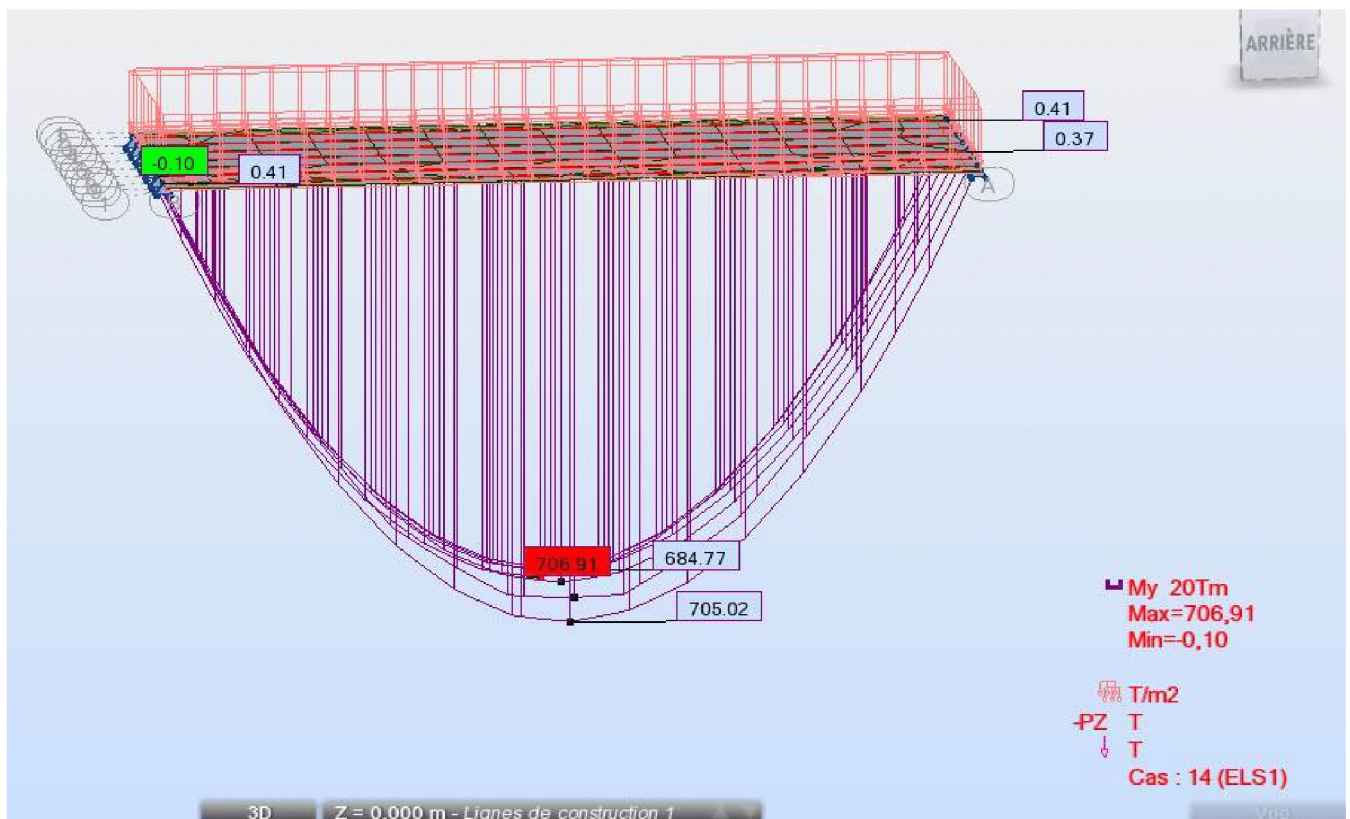
- a- $C_p + C_{cp} + 1, 2 (A(l) + St)$
- b- $C_p + C_{cp} + 1, 2 (B c + St)$
- c- $C_p + C_{cp} + M c_{120} + 1, 2 St$
- d- $C_p + C_{cp} + D_{240}$

L' ETAT LIMITE ULTIME (E.L.U) :

- a- $1, 35 (C_p + C_{cp}) + 1, 6 (A (l) + St)$
- b- $1, 35 (C_p + C_{cp}) + 1, 35 M c_{120} + 1, 6 St$
- d- $1, 35(C_p + C_{cp}) + 1, 35 D_{240}.$



-Diagramme de moment fléchissant sous l'effet de combinaison défavorable (ELU) :



-Diagramme des moments fléchissants sous l'effet de combinaison défavorable (ELS) :

Designation	Moments En Travée	Effort Tranchant
ELS		
$C_p + C_{cp} + 1, 2 (A(l) + St)$	608.89	730.81
$C_p + C_{cp} + 1, 2 (B_c + St)$	576.31	69.85
$C_p + C_{cp} + M_{c120} + 1, 2 St$	617.88	75.52
$C_p + C_{cp} + D_{240}$	706.91	121.21
ELU		
$1, 35 (C_p + C_{cp}) + 1, 6 (A(l) + St)$	821.48	99.57
$1,35 (C_p + C_{cp}) + 1,35 M_{c120} + 1,6 St$	838.27	101.63
$1, 35(C_p + C_{cp}) + 1, 35 D_{240}$	950.17	112.31

Tableau. V 2. Elément de réduction

Après avoir déterminé les éléments de réduction, le moment maximum est donné par la

combinaison suivante (la poutre la plus sollicitée) : $C_p + C_{cp} + D_{240}$

➤ Tel que **$M_{max} = 706.91 \text{ t.m}$**

➤ L'effort tranchant sur l'appui intermédiaire est **$T_{max} = 121.21 \text{ t}$**

VI-1-Introduction :

Le platelage est constitué d'une dalle en béton armé coulée sur place, cette dernière assure deux rôles essentiels :

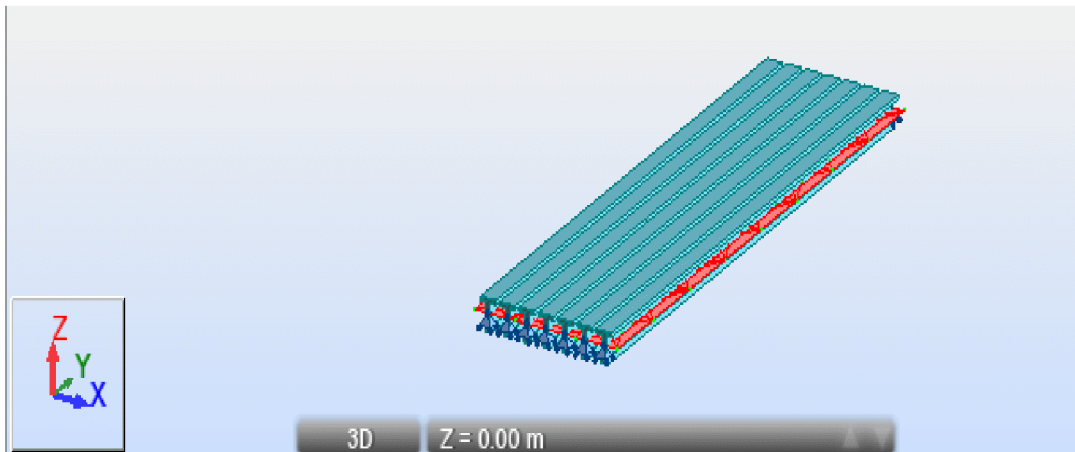
- L'entretoisement des poutres en l'absence d'entretoises intermédiaires ainsi que la répartition transversale des efforts.
- La réception des charges permanentes engendrées par les différentes couches de roulement ainsi que les surcharges appliquées et la transmission des efforts résultants aux poutres.

L'étude du platelage nécessite l'étude des deux flexions suivantes :

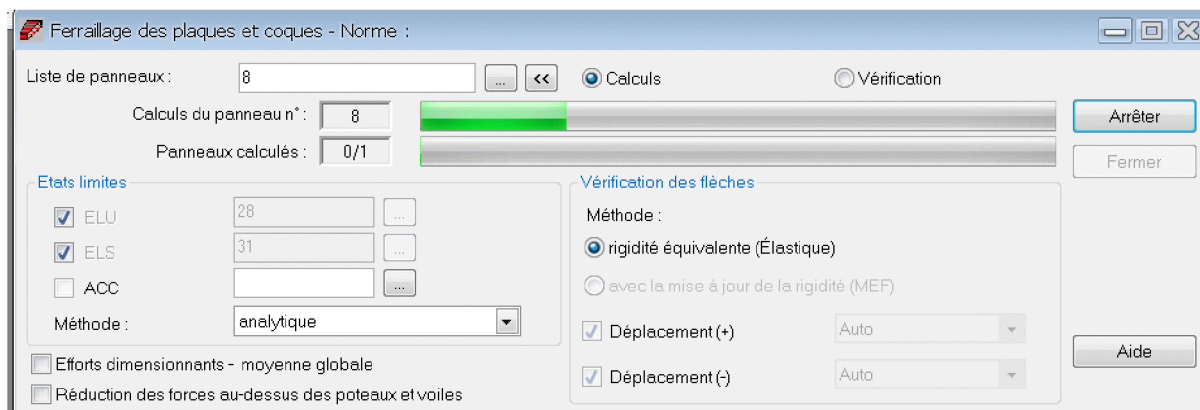
- Flexion transversale.
- Flexion longitudinale.

Le calcul du platelage se fait avec le logiciel **robot millenium**, après avoir effectué les étapes citées dans le chapitre précédent : modélisation, chargement et combinaison, on lance le calcul pour le ferrailage du platelage avec la manière suivante.

1. sélection du tablier à étudier :



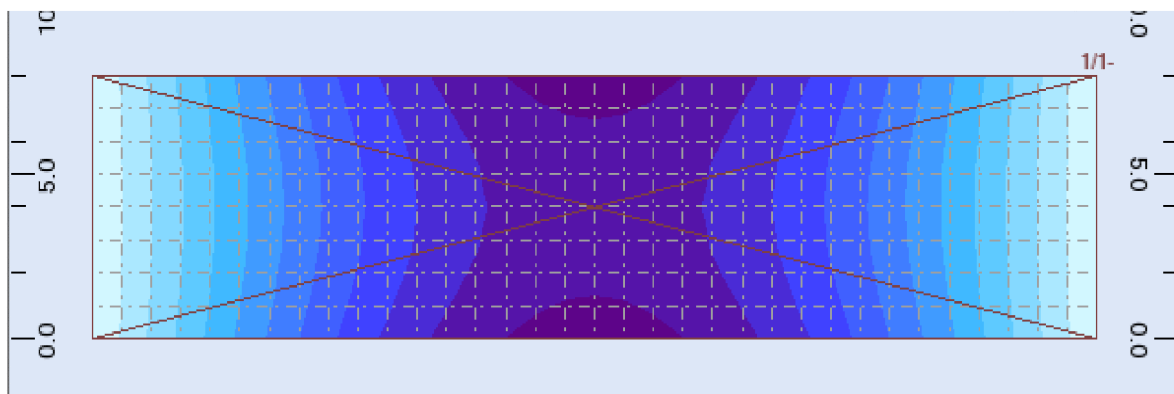
2. on lance le calcul de l'élément panneau (Dalle en béton armé) :



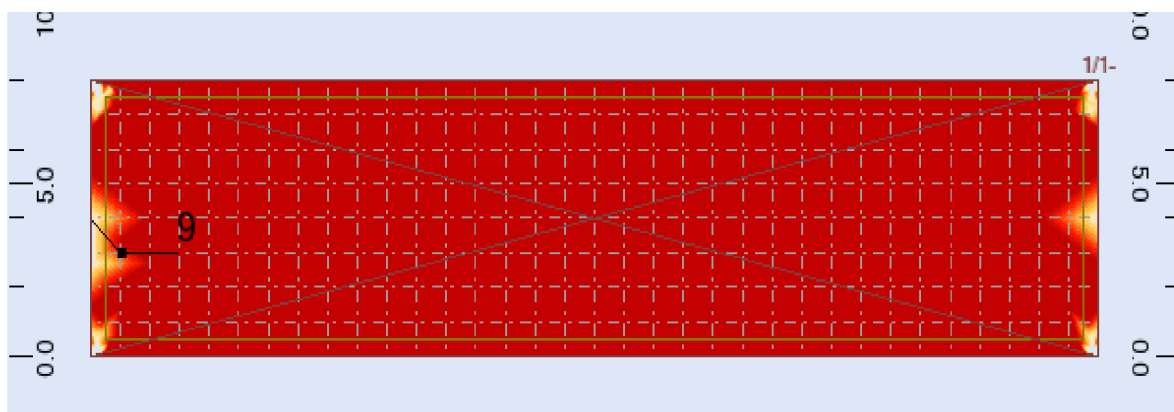
VI-2-Les résultats obtenus avec le logiciel robot millenium :

VI-2-1-Les résultats cartographie :

Flexion longitudinale :



Flexion transversale :



VI-2-2-Résultats du moment fléchissant maximal :

A L'ELS

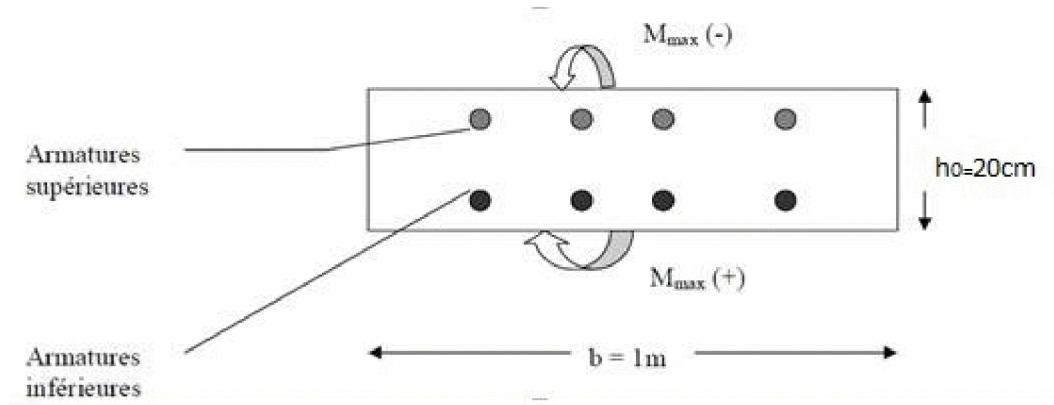
	MXX [Tm/m]	MYY [Tm/m]	MYX [Tm/m]
MAX	0.33	1.84	0.72
Panneau	9	9	9
Noeud	28	22	28
Cas	ELS/2	ELS/2	ELS/2
MIN	-1.52	-0.50	-0.68
Panneau	9	9	9
Noeud	572	11	815
Cas	ELS/2	ELS/2	ELS/2

A L'ELU

	MXX [Tm/m]	MYY [Tm/m]	MYX [Tm/m]
MAX	0.47	2.55	1.00
Panneau	9	9	9
Noeud	28	22	28
Cas	ELU/5	ELU/5	ELU/5
MIN	-2.07	-0.70	-0.94
Panneau	9	9	9
Noeud	572	11	815
Cas	ELU/5	ELU/7	ELU/5

VI-2-3-Les résultats de ferrailage :

Le ferrailage de notre dalle en béton armé se fait de la manière suivante :



FigVI-1 : sollicitation de flexion de la dalle.

VI-2-3-1-Le ferrailage de lit supérieur :

Dans le sens longitudinal :

➤ Le moment négatif dans le sens longitudinal $M_{\max} (X-)$:

X-	Nom de la zone	Zone de base	ϕ	E	Densification de la zone		Ferrailage [cm ² /m]		
				[cm]		+n	At	Ar	As
3	1/1-	---	20	25.0			4.52	12.57	+8.04

$$A_s = 8.04 \text{ cm}^2$$

Dans le sens transversal :

➤ Le moment négatif max dans le sens transversal (Y-) :

Y-	Nom de la zone	Zone de base	ϕ	E	Densification de la zone		Ferrailage [cm ² /m]		
				[cm]		+n	At	Ar	As
4	1/2-	---	16	25.0			4.52	8.04	+3.52

$$A_s = 3.52 \text{ cm}^2$$

VI-2-3-2-Le ferrailage de lit inferieur :

Dans le sens longitudinal :

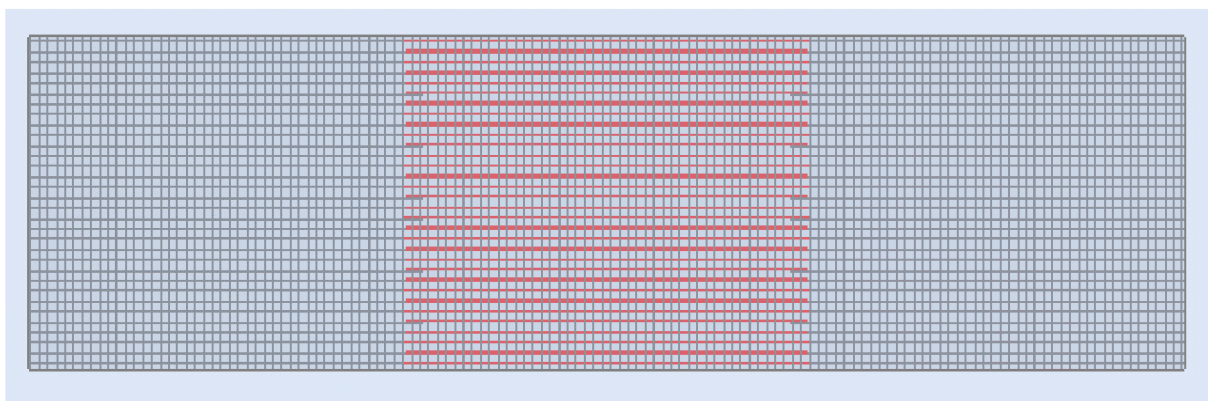
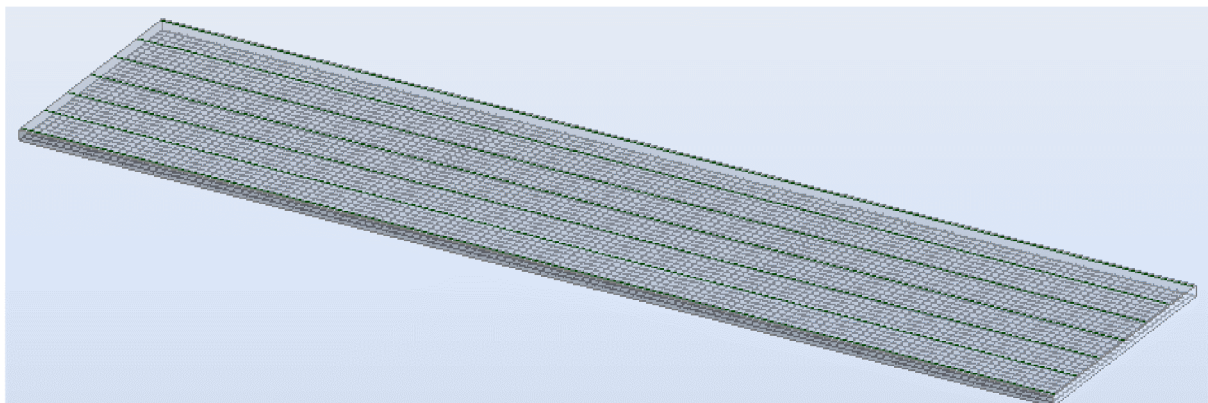
➤ Le moment positif dans le sens longitudinal :(X+) :

X+	Nom de la zone	Zone de base	ϕ	E	Densification de la zone		Ferrailage [cm2/m]		
				[cm]		+n	At	Ar	As
1	1/1+	---	20	25.0			4.52	12.57	+8.04

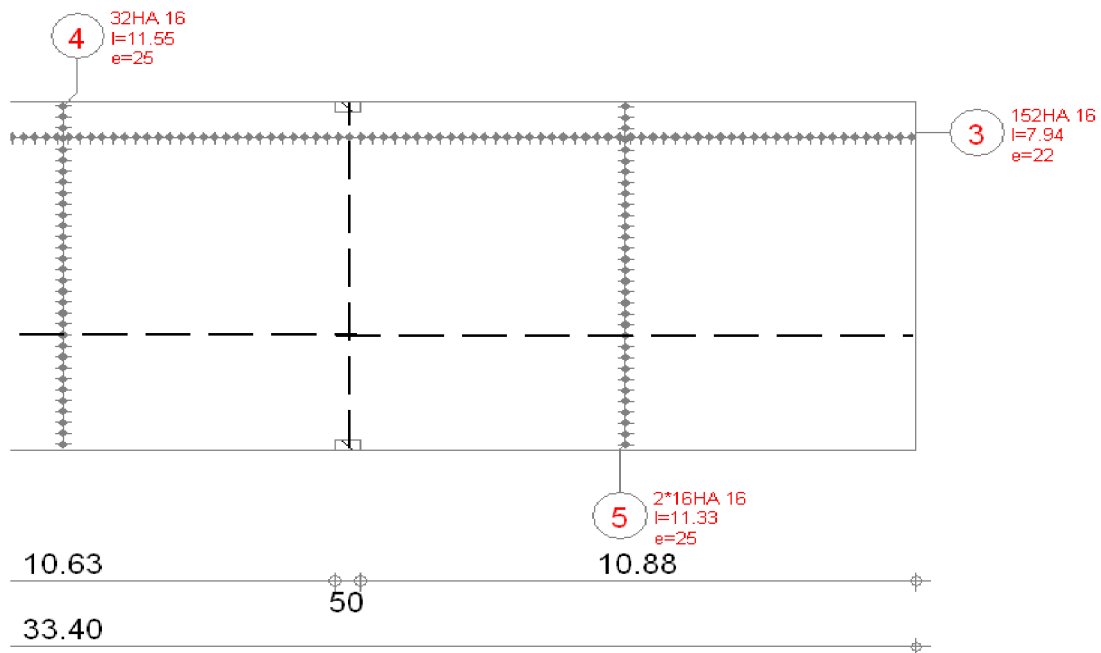
➤ Le moment transversal dans le sens (Y+)

Y+	Nom de la zone	Zone de base	ϕ	E	Densification de la zone		Ferrailage [cm2/m]		
				[cm]		+n	At	Ar	As
2	1/2+	---	16	22.0			4.82	9.14	+4.32

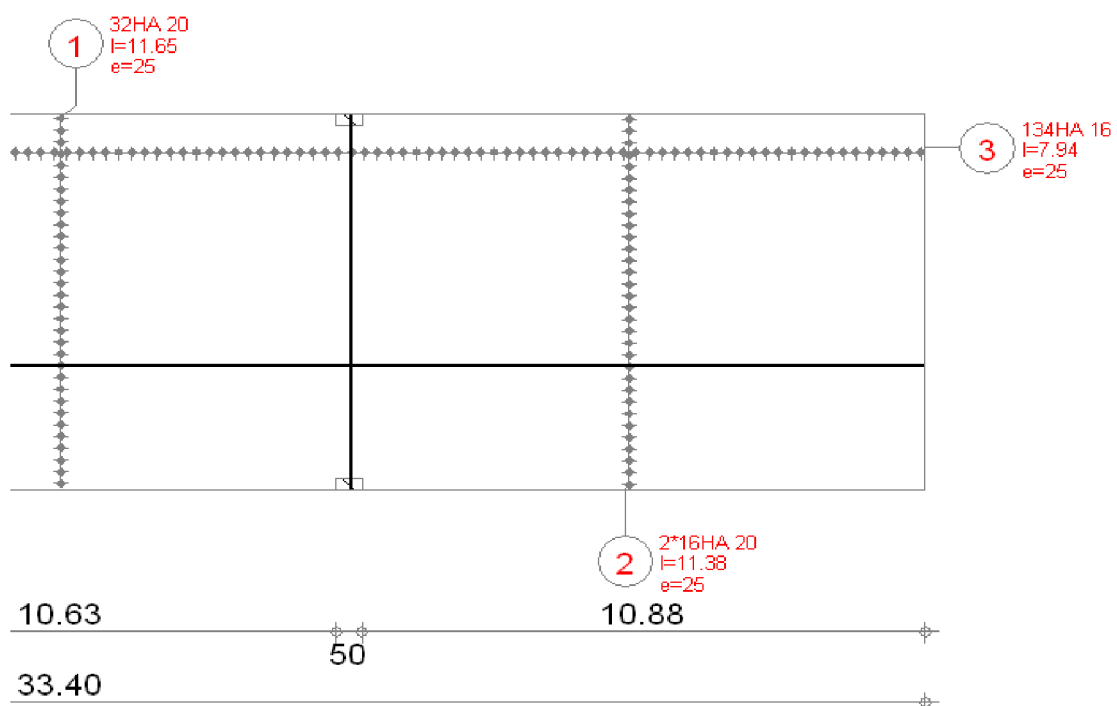
VI-2-3-3-Le ferrailage général de platelage (donné par le logiciel robot millenium) :



Plan de Ferrailage de lit supérieur :



Plan de Ferrailage de lit inférieur :



VII.1) Etude de la torsion due a l'excentrement :

D'après la méthode de GUYON-MASSONNET, les moments de torsion unitaires dans les poutres et les entretoises sont donnés respectivement par les expressions suivantes :

$$M_{xy} = \gamma_p \cdot \frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial x \cdot \partial y} \quad (\text{VII.1})$$

$$M_{yx} = -\gamma_e \cdot \frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial x \cdot \partial y} \rightarrow (\text{VII.2})$$

De ces deux formules, nous pouvons écrire :

$$M_{xy} - M_{yx} = (\gamma_p + \gamma_e) \cdot \frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial x \cdot \partial y} \rightarrow (\text{VII.3})$$

Pour l'emploi pratique de la méthode de GUYON-MASSONNET, il est avantageux d'exprimer la différence entre M_{xy} et M_{yx} par la relation suivante :

$$M_{xy} - M_{yx} = 2 \tau \alpha b P_1 \cos \frac{\pi x}{L} \rightarrow (\text{VII.3}')$$

Avec τ coefficient de répartition des efforts de torsion.

Puisque les moments de torsion agissent transversalement au tablier, notre pont sera d'une largeur « $2b$ » et d'une longueur « L »

Dans la formule précédente, P_1 dépend du type de chargement, $\tau \alpha$ est un coefficient de répartition de torsion :

→ **Cas d'une charge uniformément répartie sur toute la longueur « L »**

$$P_1 = \frac{4P}{\pi} \rightarrow (\text{VII}_4)$$

→ **Cas d'une charge uniformément répartie sur une longueur $2c$.**

$$P_1 = \frac{4P}{\pi} \sin \frac{\pi d}{L} \sin \frac{\pi c}{L} \rightarrow (\text{VII.4}')$$

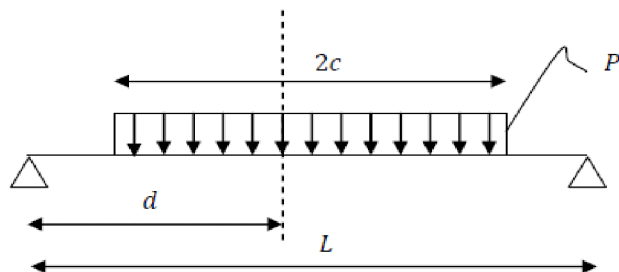


Fig. VII .1: charge uniformément répartie

→ **Cas de charges concentrées :**

$$P_1 = \frac{2}{L} \times \sum_{i=1}^K P_i \times \sin \frac{\pi \cdot X_i}{L} \rightarrow (\text{VII.5})$$

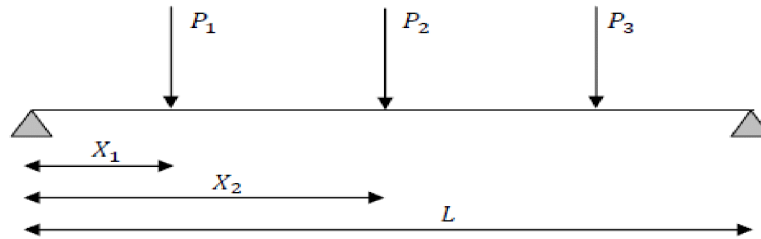


Fig. VII.2: charges ponctuelles

Pi et xi sont respectivement l'intensité et l'abscisse de la charge considérée.

Le coefficient de répartition $\tau\alpha$ dépend :

- Du paramètre de torsion « α ».
- De l'excentricité de la charge « e ».
- De la position active de la poutre.
- Du paramètre d'entretoisement « θ ».

La variation de $\tau\alpha$, en fonction de α , peut être représentée approximativement par la loi simple ci-après :

$$\tau\alpha = \tau_1 \times \sqrt{\alpha}$$

Avec τ_1 : La valeur de τ pour $\alpha = 1$ (tirée des tables de MASSONNET).

Pour le calcul de coefficient $\tau\alpha$ des poutres, on interpolera de la même manière que lors de calcul de « $K\alpha$ ».

- **Si ($r \geq 0,3$) :** On utilise la méthode de **GUYON-MASSONNET** qui prend en compte l'effet de la résistance à la torsion du tablier.

$$r = \frac{n}{2} \times \frac{b_1}{L} \times \sqrt[4]{\frac{I_p}{I_E}}$$

Avec :

n : Nombres de poutres principales

b_1 : entre axes des poutres principales.

L : portée des poutres principales.

I_p : moment d'inertie d'une poutre principale

I_E : moment d'inertie d'une entretoise.

Dans notre cas, il n'y a pas d'entretoises intermédiaires, donc c'est le hourdis qui joue leur rôle.

Calcul de (r) :

$n = 7$ poutres.

$b_1 = 1,75$ m.

$L = 33,4$ m

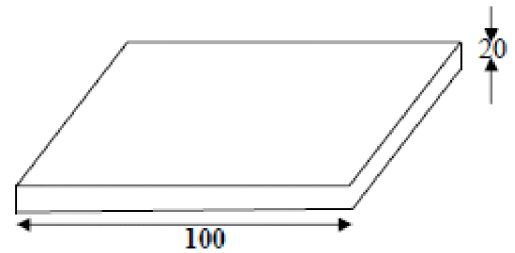


Fig.VII.2 :hourdis (bande de 1mètre)

Moment d'inertie d'entretoise :

Dans notre cas, c'est le hourdis qui joue le rôle de l'entretoise. Pour une bande de 1mètre :

$$I_E = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{100 \cdot 20^3}{12} = 66\,666,67 \text{ cm}^4$$

Moment d'inertie équivalente d'une poutre :

Nos poutres ont des sections variables le long de leurs portées. On calcule leur inertie moyenne avec la relation suivante :

$$I_m = I_0 + (I_M - I_0) \cdot \frac{8}{3 \cdot \pi}$$

I_0 : Moment d'inertie net de la section d'about + dalle.

I_M : Moment d'inertie net de la section médiane + dalle.

a) Poutre de rive :

$$I_0 = 40039784.96 \text{ cm}^4.$$

$$I_M = 35701458.28 \text{ cm}^4.$$

$$I_{m1} = 40039784.96 + (35701458.28 - 40039784.96) \times \frac{8}{3 \cdot \pi} = 36355431,09 \text{ cm}^4$$

b) Poutre intermédiaire :

$$I_0 = 40039784.96 \text{ cm}^4.$$

$$I_M = 34299435.41 \text{ cm}^4.$$

$$I_{m2} = 40039784.96 + (35701458.28 - 40039784.96) \times \frac{8}{3 \cdot \pi} = 36355431,09 \text{ cm}^4$$

Donc, l'inertie moyenne d'une poutre est :

$$I_p = \frac{2 \cdot I_{m1} + 5 \cdot I_{m2}}{7} = 36355431,09 \text{ cm}^4$$

Finalement : $r = \frac{7}{2} \times \frac{1,75}{33,4} \times \sqrt[4]{\frac{36355431,09}{66\,666,67}} = 0,885$

$r = 0,885 > 0,3 \Rightarrow$ on utilise la méthode de **GUYON-MASSONNET**.

VII.2 : Présentation de la méthode de GUYON-MASSONNET.

Elle consiste à remplacer la structure réelle discontinue par une structure fictive continue, ayant pour rigidité en flexion et en torsion, les valeurs moyennes des rigidités dans la structure réelles. La structure fictive ainsi constituée se présente comme une dalle orthotrope, car elle présente des rigidités différentes dans les deux sens (ox, oy), et possède deux bords libres dans le sens transversal et deux bords simplement appuyés dans le sens longitudinal.

On peut analyser, d'une manière approchée, les effets de la répartition transversale des charges, en admettant que cette dernière est la même que si la distribution des charges, selon l'axe du pont, était sinusoïdale est de forme :

$$P(x) = P_1 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{L}\right) \quad ; \quad P_1 : \text{Valeur constante du chargement.}$$

Cette méthode consiste à tracer, pour chaque effort interne, les lignes d'influences de son coefficient de répartition transversale, et cela pour les différentes excentricités de la charge, et pour 05 sections de la largeur du pont.

$$e = \left\{ \pm b \ ; \ \pm \frac{3b}{4} \ ; \ \pm \frac{b}{2} \ ; \ \pm \frac{b}{4} \ ; \ 0 \right\}. \quad y = \left\{ + b \ ; \ + \frac{3b}{4} \ ; \ + \frac{b}{2} \ ; \ + \frac{b}{4} \ ; \ 0 \right\}.$$

On calcule les lignes d'influences pour les différentes excentricités et on retient les plus grandes valeurs des coefficients correspondants.

VII.2.1 : Calcul des paramètres de torsion et d'entretoisement :

$$P_{(x,y)} = \rho_P \cdot \frac{\delta^4 \cdot w_{(x,y)}}{\delta x^4} + (\gamma_P + \gamma_E) \cdot \frac{\delta^4 \cdot w_{(x,y)}}{\delta x^2 \cdot \delta y^2} + \rho_E \cdot \frac{\delta^4 \cdot w_{(x,y)}}{\delta y^4}$$

L'équation de la déformée du pont est la suivante :

$$P_{(x,y)} = \rho_P \cdot \frac{\delta^4 \cdot w_{(x,y)}}{\delta x^4} + 2 \alpha \sqrt{\rho_P \cdot \rho_E} \cdot \left(\frac{\delta^4 \cdot w_{(x,y)}}{\delta x^2 \cdot \delta y^2} \right) + \rho_E \cdot \frac{\delta^4 \cdot w_{(x,y)}}{\delta y^4}$$

On déduit l'équation suivante :

$$2 \alpha \sqrt{\rho_P \cdot \rho_E} = (\gamma_P + \gamma_E) \Rightarrow \alpha = \frac{(\gamma_P + \gamma_E)}{2 \cdot \sqrt{\rho_P \cdot \rho_E}} \quad ; \quad \alpha : \text{paramètre de torsion.}$$

- Calcul du paramètre d'entretoisement :

$$\theta = \frac{b}{L} \cdot \sqrt[4]{\frac{\rho_P}{\rho_E}} \quad \text{Avec : } b = \frac{n \cdot b_1}{2} \quad \text{et } b_1 = 1,75 \text{ m. (entre axe des poutres)}$$

θ : détermine la souplesse de l'entretoisement (plus θ est grand, plus l'entretoisement est souple).

Utilisation pratique de la méthode :

Elle est applicable lorsque le tablier ne présente pas d'entretoises intermédiaires, les poutres ne sont pas infiniment rigides et la rigidité transversale est assurée par la dalle. Le but de la méthode est la détermination du facteur de la répartition transversal K qui est une fonction de la rigidité optionnelle et le coefficient d'entretoisement. Le tablier est constitué de n poutres espacées d'entre-axe de ($Kn1$) et d'entretoises espacées de ($Km1$)

Quelques définitions :

$$\Rightarrow \rho_P = \frac{E \cdot I_P}{b_1} : \text{Rigidité flexionnelle de la poutre par mètre linéaire.}$$

$$\Rightarrow \rho_E = \frac{E \cdot I_E}{L_1} : \text{Rigidité flexionnelle de l'entretoise par mètre linéaire.}$$

$$\Rightarrow \gamma_P = \frac{C_P}{b_1} : \text{Rigidité torsionnelle de la poutre par mètre linéaire.}$$

$$\text{Avec : } C_P = \frac{1}{3} \cdot G \cdot (\sum (b_i \cdot e_i^3) + 0,5 \cdot b_1 \cdot h^3) ;$$

b_i, e_i : dimensions des éléments de la section fictive

h : épaisseur du hourdis ($e = 20 \text{ cm}$).

$$\Rightarrow \gamma_E = \frac{C_E}{L_1} : \text{Rigidité torsionnelle de l'entretoise par mètre linéaire.}$$

$$\text{Avec : } C_E = \frac{G}{6} \cdot d \cdot h^3 \text{ (dans le cas d'une dalle).}$$

$$G = E / (2(1 + \nu))$$

G : Module de déformation transversale, donné dans le chapitre II. Avec ($\nu = 0$ à L'ELU et $\nu = 0,2$ à L'ELS)

$$C_E = \frac{E}{12 \cdot (1 + 0,2)} \cdot 100 \cdot 20^3 = 55\,555,56 \, E$$

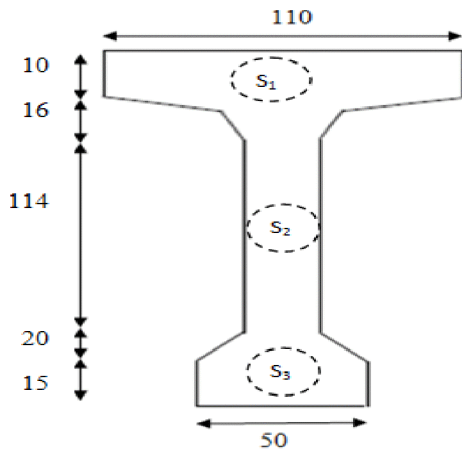
$$\gamma_E = \frac{55\,555,56}{100} = 555,56 \, E. \quad (L_1 = 1 \text{ mètre linéaire}).$$

$$\rho_P = \frac{E \cdot I_P}{b_1} = \frac{36355431,09 \cdot E}{175} = 207745,32 \, E$$

$$\rho_E = \frac{66\,666,67 \cdot E}{100} = 666,67 E$$

Pour le calcul de « C_P » et pour faciliter les calculs, on utilise la poutre équivalente pour la section médiane.

Section réelle de la poutre médiane



Section médiane équivalente

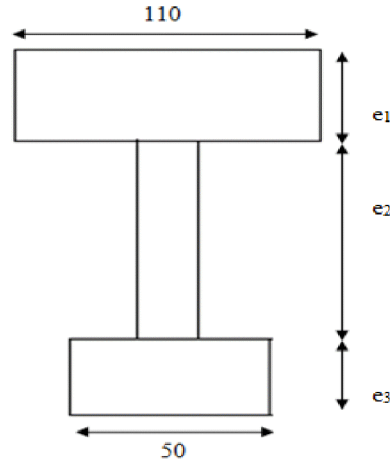


Fig. VII.3: Section équivalente

$$S_1 = (110 \times 10) + 2x \left(\frac{6 \times 35}{2} \right) + 2x(6 \times 10) + 2x \left(\frac{10 \times 10}{2} \right) + (16 \times 20) = 1850 \text{ cm}^2$$

$$e_1 = \frac{1850}{110} = 16.82 \text{ cm}$$

$$S_3 = (50 \times 15) + 2x \left(\frac{20 \times 15}{2} \right) + (20 \times 20) = 1450 \text{ cm}^2$$

$$e_3 = \frac{1450}{50} = 29 \text{ cm}$$

$$e_2 = 175 - (16.82 + 29) = 129.18 \text{ cm}$$

$$C_p = \frac{1}{3} \cdot G \cdot (3428748.60)$$

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + 0.2)} = \frac{E}{2.4} \Rightarrow C_p = 476215E$$

$$\text{Donc: } \gamma_P = \frac{C_P}{b_1} = \frac{476215 \cdot E}{175} = 2721 E.$$

$$\text{Ce qui fait que : } \alpha = \frac{(\gamma_P + \gamma_E)}{2 \cdot \sqrt{\rho_P \cdot \rho_E}} = \frac{E \cdot (2721 + 555.56)}{2 \cdot E \cdot \sqrt{207745.32 \times 666.67}} = 0.139.$$

Calcul du paramètre d'entretoisement θ :

Dans le cas des ponts biais, la méthode GYON MASSONNET reste globalement valable pour des biais modérés.

Dans notre cas le pont est droit.

$$b = \frac{nb1}{2} = \frac{7 \times 1,75}{2} = 6,125\text{m}$$

$$b' = \frac{b}{\sin \phi} = \frac{5,25}{\sin 84} = 5,42\text{m}$$

$$L' = \frac{L}{\sin \phi} = \frac{33,4}{\sin 84} = 34,48\text{m}$$

Cas longitudinal:

$$\theta = \frac{b}{L'} \cdot \sqrt[4]{\frac{\rho_P}{\rho_E}} = \frac{6,125}{34,48} \cdot \sqrt[4]{\frac{207745,32}{666,67}} = 0,775.$$

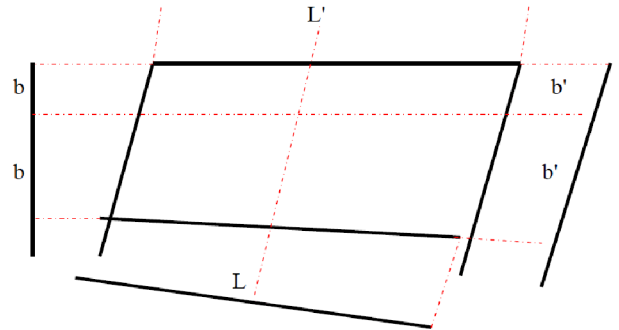


Fig. VII.4: dimensions du pont

INTERPOLATION

Pour $0 < \alpha \leq 1$, on utilisera l'une des formules d'interpolation suivantes (formules de SATTLER) suivant la valeur de θ :

$$0,0 < \theta \leq 0,1 \longrightarrow \tau\alpha = \tau_0 + (\tau_1 - \tau_0) \cdot \alpha^{0,05}$$

$$0,1 < \theta \leq 1 \longrightarrow \tau\alpha = \tau_0 + (\tau_1 - \tau_0) \cdot \alpha^{(1 - (e^{(0,065 - \theta / 0,663)}))}$$

$$\theta > 1,0 \longrightarrow \tau\alpha = \tau_0 + (\tau_1 - \tau_0) \cdot \alpha^{0,5}$$

Si $\theta_0 < \theta < \theta_1$:

avec :

$$\tau_0 = \tau_{00} + (\tau_{01} - \tau_{00}) \cdot \frac{\theta - \theta_0}{\theta_1 - \theta_0}$$

$$\frac{\theta - \theta_0}{\theta_1 - \theta_0}$$

avec

$$\tau_{00} \longrightarrow \theta_0 \longrightarrow \alpha = 0$$

$$\tau_{01} \longrightarrow \theta_1 \longrightarrow \alpha = 1$$

$$\tau_1 = \tau_{10} + (\tau_{11} - \tau_{10}) \cdot \frac{\theta - \theta_0}{\theta_1 - \theta_0}$$

$$\frac{\theta - \theta_0}{\theta_1 - \theta_0}$$

avec:

$$\tau_{10} \longrightarrow \theta_0 \longrightarrow \alpha = 1$$

$$\tau_{11} \longrightarrow \theta_1 \longrightarrow \alpha = 1$$

VII.2. calcul du coefficient de répartition $\tau\alpha$ des poutres :

$\frac{E}{y}$	-b	-3b /4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
0	-0.1147	-0.1174	-0.1155	-0.0907	0.0000	0.0907	0.1155	0.1174	0.1147
b/4	-0.0753	-0.0830	-0.0911	-0.0931	-0.0699	0.0225	0.1183	0.1521	0.1672
b/2	-0.0477	-0.0551	-0.0642	-0.0732	-0.0739	-0.0459	0.0563	0.1693	0.2314
3b/4	-0.0305	-0.0360	-0.0433	-0.0519	-0.0578	-0.0508	-0.0067	0.1263	0.2970
B	-0.0241	-0.0286	-0.0346	-0.0418	-0.0475	-0.0438	-0.0126	0.0854	0.3325

Tab. VII.2 valeurs de τ_1 pour $\theta = 0.70$

$\frac{e}{y}$	-b	-3b /4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
0	-0.0931	-0.1016	-0.1079	-0.0925	0.0000	0.0925	0.1079	0.1016	0.0931
b/4	-0.0572	-0.0674	-0.0804	-0.0905	-0.0764	0.0176	0.1151	0.1392	0.1448
b/2	-0.0337	-0.0417	-0.0530	-0.0667	-0.0755	-0.0569	0.0468	0.1613	0.2134
3b/4	-0.0197	-0.0251	-0.0329	-0.0437	-0.0546	-0.0563	-0.0220	0.1130	0.2891
B	-0.0147	-0.0188	-0.0248	-0.0332	-0.0424	-0.0458	-0.0250	0.0656	0.3330

Tab. VII.2 valeurs de τ_1 pour $\theta = 0.80$

$\frac{e}{y}$	-b	-3b /4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
0	-0.0985	-0.1055	-0.1098	-0.0920	0.0000	0.0920	0.1098	0.1055	0.0985
b/4	-0.0617	-0.0713	-0.0831	-0.0911	-0.0748	0.0188	0.1159	0.1424	0.1504
b/2	-0.0372	-0.0451	-0.0558	-0.0683	-0.0751	-0.0541	0.0492	0.1633	0.2179
3b/4	-0.0224	-0.0279	-0.0355	-0.0457	-0.0554	-0.0549	-0.0182	0.1163	0.2911
B	-0.0170	-0.0212	-0.0273	-0.0354	-0.0437	-0.0453	-0.0219	0.0706	0.3329

Tab. VII.3 valeurs de τ_1 pour $\theta = 0.775$

$\frac{E}{v}$	-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
0	-0.0394	-0.0422	-0.0439	-0.0368	0.0000	0.0368	0.0439	0.0422	0.0394
b/4	-0.0247	-0.0285	-0.0332	-0.0364	-0.0299	0.0075	0.0464	0.0570	0.0602
b/2	-0.0149	-0.0180	-0.0223	-0.0273	-0.0300	-0.0216	0.0197	0.0653	0.0871
3b/4	-0.0090	-0.0111	-0.0142	-0.0183	-0.0222	-0.0220	-0.0073	0.0465	0.1164
B	-0.0068	-0.0085	-0.0109	-0.0142	-0.0175	-0.0181	-0.0088	0.0282	0.1331

Tab. VII.3 valeurs de $\tau\alpha$ pour $\theta = 0.775$.

$\frac{e}{y}$	-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
P1	-0.0394	-0.0422	-0.0439	-0.0368	0.0000	0.0368	0.0439	0.0422	0.0394
P2	-0.0235	-0.0273	-0.0319	-0.0354	-0.0299	0.0040	0.0432	0.0580	0.0634
P3	-0.0135	-0.0164	-0.0204	-0.0252	-0.0282	-0.0217	0.0132	0.0608	0.0942
P4	-0.0082	-0.0102	-0.0130	-0.0168	-0.0205	-0.0206	-0.0078	0.0399	0.1225

Tab. VII.3 valeurs de $\tau\alpha$ pour les poutres P1,P2,P3,P4

On représente les valeurs du tableau ci-dessus sous forme de graphe, les valeurs de $\tau\alpha$ calculés forment les lignes d'influences.

VII.3 : calcul des moments de torsion

Connaissant la différence des moments de torsion dans les poutres et les entretoises, nous pouvons calculer des moments par la formule suivante :

$$M_{xy} = \frac{\gamma_P}{\gamma_E + \gamma_P} (M_{xy} - M_{yx}) \rightarrow \text{(VII.6)}$$

$$M_{xy} = \frac{\gamma_E}{\gamma_E + \gamma_P} (M_{xy} - M_{yx}) \rightarrow \text{(VII.7)}$$

Nous remarquons que les moments de torsion dans les poutres et les entretoises sont maximaux lorsque $\cos \frac{\pi x}{L} = 1 \rightarrow x = 0$, c'est-à-dire au niveau des poutres de rives.

Les expressions (VII.6) et (VII.7) deviennent :

$$M_{xy} = 2 \times \tau_{\alpha} \times b \times P_1 \times \frac{\gamma_P}{\gamma_E + \gamma_P} \rightarrow \text{(VII.6')}$$

$$M_{yx} = -2 \times \tau_{\alpha} \times b \times P_1 \times \frac{\gamma_E}{\gamma_E + \gamma_P} \rightarrow \text{(VII.7')}$$

$$M_{xy} - M_{yx} = 2 \cdot \tau_{\alpha} \cdot b \cdot P_1$$

Sachant que :

$$\gamma_E = 555,56 \text{ E}$$

$$\gamma_P = 2721 \text{ E}$$

$$b = \frac{nb1}{2} = \frac{7 \times 1,75}{2} = 6,125 \text{ m}$$

$$\rightarrow \begin{cases} M_{xy} = 12,06 \cdot \tau_{\alpha} \cdot P_1 \\ M_{yx} = -0,185 \tau_{\alpha} \cdot P_1 \end{cases}$$

Determination de P_1 :

- **Charge permanent G :**

$$P = 22.57 \text{ t/ml}$$

$$P_1 = \frac{4P}{\pi} = \frac{4 \times 22.57}{3.14} = 28.72 \text{ t/ml}$$

- **Surcharge A(l) :**

❖ **Une voie chargée:**

$$P = 4 \times A(l) = 4 \times 0.9206 = 3.682 \text{ t/ml}$$

$$P_1 = \frac{4P}{\pi} = \frac{4 \times 3.682}{3.14} = 4.69 \text{ t/ml}$$

❖ **Deux voies chargées:**

$$P_1 = 2 \times 4.69 = 9.38 \text{ t/ml}$$

❖ **Troisvoies chargées:**

$$P_1 = 3 \times 4.69 = 14.07 \text{ t/ml}$$

- **Surcharge sur les trottoirs:**

❖ **Un trottoir chargé:**

$$P = 1.15 \times 0.150 = 0.1725 \text{ t/ml}$$

$$P_1 = \frac{4P}{\pi} = \frac{4 \times 0.1725}{3.14} = 0.220 \text{ t/ml}$$

❖ Deux trottoirs chargés:

$$P1 = 2 \times 2.220 = 0.440 \text{ t/ml}$$

- **Surcharge Bc :**

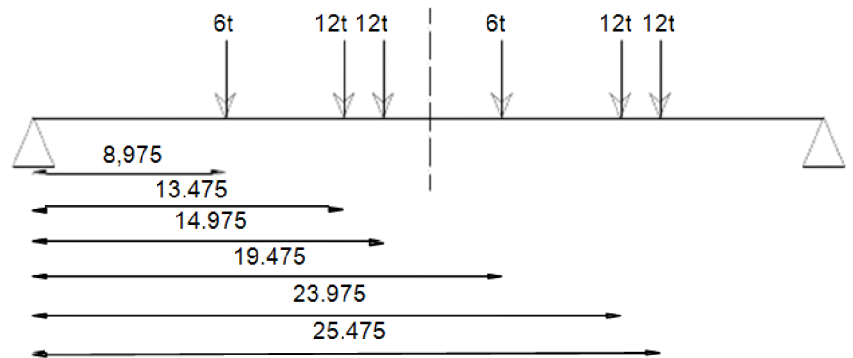


Fig. VII.3: Surcharge Bc

❖ Une voie chargée :

$$P1 = \frac{2}{L} \times \sum_{i=1}^K P_i \times \sin \frac{\pi \cdot X_i}{L}$$

$$P1 = \frac{2}{33.4} \times \left[6 \times \sin \frac{\pi \times 8.975}{33.4} + 12 \times \sin \frac{\pi \times 13.475}{33.4} + 12 \times \sin \frac{\pi \times 14.975}{33.4} + 6 \times \sin \frac{\pi \times 19.475}{33.4} + 12 \times \sin \frac{\pi \times 23.975}{33.4} + 12 \times \sin \frac{\pi \times 25.475}{33.4} \right]$$

$$P1 = 3.056 \text{ t/ml}$$

❖ Deux voies chargées:

$$P1 = 2 \times 3.056 = 6.112 \text{ t/ml}$$

❖ Troisvoies chargées:

$$P1 = 3 \times 3.056 = 9.168 \text{ t/ml}$$

- **Surcharge Bt :**

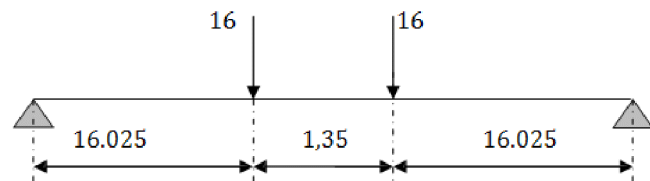


Fig. VII.4: Surcharge Bc

❖ Un tandem:

$$P1 = \frac{2}{L} \times \sum_{i=1}^K P_i \times \sin \frac{\pi \cdot X_i}{L}$$

$$P1 = \frac{2}{33.4} \times \left[16 \times \sin \left(\frac{\pi \cdot 16.025}{33.4} \right) + 16 \times \sin \left(\frac{\pi \cdot 17.375}{33.4} \right) \right]$$

$$P1 = 1.91 \text{ t/ml}$$

❖ Deux tandems:

$$P_1 = 2 \times 1.91 = 3.82 \text{ t/ml}$$

- **Surcharge MC120**

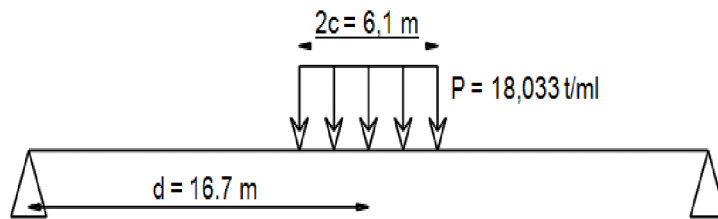


Fig. VII.5: Surcharge MC120

$$P_1 = \frac{4P}{\pi} \sin\left(\frac{\pi x d}{L}\right) \sin\left(\frac{\pi x c}{L}\right)$$

$$P_1 = \frac{4 \times 18.033}{3.14} x \sin\left(\frac{3.14 \times 16.7}{33.4}\right) x \sin\left(\frac{3.14 \times 3.05}{33.4}\right) = 6.50 \text{ t/ml}$$

- **Surcharge D240**

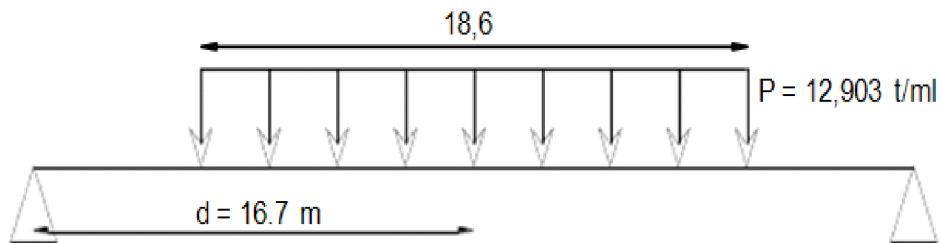


Fig. VII.6: Surcharge D240

$$P_1 = \frac{4P}{\pi} \sin\left(\frac{\pi x d}{L}\right) \sin\left(\frac{\pi x c}{L}\right)$$

$$P_1 = \frac{4 \times 12.903}{3.14} \sin\left(\frac{3.14 \times 16.7}{33.4}\right) \sin\left(\frac{3.14 \times 9.3}{33.4}\right)$$

$$p_1 = 16.61 \text{ t/ml}$$

Calcul du coefficient τ_α :

τ_α sera calculé comme K_α ou μ_α en excentrant les charge une fois vers (- b) et l'autre vers (+b)

Typede	nde	Poutre1		Poutre2		Poutre3		Poutre4		lcharge
surcharge	voies	(-b)	(+ b)	(-b)	(+ b)	(-b)	(+ b)	(-b)	(+ b)	P1
G		0.0089	0.0089	-0.0041	-0.0041	0.0000	0.0000	0.0018	0.0018	28.7200
A(L)	1voie	-0.0841	0.0843	-0.0041	0.0690	-0.0365	0.0227	-0.0320	0.0126	4.6900
	2voies	-0.0535	0.0307	-0.0568	0.0047	-0.0448	-0.0152	-0.0400	-0.0177	9.3800
	3voies	0.0076	0.0076	-0.0165	-0.0165	0.0223	0.0223	-0.0228	-0.0228	14.0700
trottoirs	1trott	-0.0800	0.0839	-0.0482	0.1220	-0.0278	0.0839	-0.0170	0.1582	0.2200
	2trott	0.0430	0.0430	0.0793	0.0793	0.0560	0.0560	0.1144	0.1144	0.4400
Bc	1convoi	-0.0419	0.0433	-0.0288	0.0379	-0.0177	0.0172	-0.0111	0.0007	3.0560
	2convois	-0.0363	0.0285	-0.0314	0.0122	-0.0211	-0.0035	-0.0095	-0.0097	6.1120
	3convois	-0.0184	0.0080	-0.0243	-0.0032	-0.0217	-0.0103	-0.0130	-0.0012	9.1680
Bt	1tandem	0.1000	0.0031	-0.0288	-0.0213	-0.0177	-0.0263	-0.0111	-0.0199	1.9100
	2tandems	0.0500	0.0232	-0.0309	0.0083	-0.0217	-0.0046	-0.0144	-0.0096	3.8200
Mc12		-0.0756	0.0488	-0.0614	0.0261	-0.0419	0.0021	-0.0274	-0.0158	6.5830
D24		-0.0843	0.0815	-0.0608	0.0550	-0.0384	0.0035	-0.0244	-0.0214	16.6100

Tab. VII.6: Valeurs de τ_α pour chaque poutre.

Remarque : les moments de torsion des tableaux suivant sont pondérerais en tenant compte de l'effort dynamique du coefficient b_c et b_t .

Type de surcharge	nde voies	Poutre1		Poutre2		Poutre3		Poutre4	
		Mxy	Myx	Mxy	Myx	Mxy	Myx	Mxy	Myx
G		2.3905	-0.5336	-1.1058	0.2468	-0.0107	0.0024	0.4921	-0.1098
A (L)	1voie	3.5336	-0.7888	2.8906	-0.6452	0.9524	-0.2126	0.5298	-0.1183
	2voies	2.5695	-0.5736	0.3907	-0.0872	-1.2734	0.2843	-1.4839	0.3312
	3 voies	0.9545	-0.2131	-2.0711	0.4623	2.8043	-0.6260	-2.8709	0.6408
trottoirs	1 trott	0.1616	-0.0361	0.2349	-0.0524	0.1616	-0.0361	0.3046	-0.0680
	2 trott	0.1654	-0.0369	0.3054	-0.0682	0.2156	-0.0481	0.4406	-0.0984
Bc	1convoi	1.4854	-0.3316	1.3000	-0.2902	0.5890	-0.1315	0.0240	-0.0054
	2convois	1.9594	-0.4374	0.8401	-0.1875	-0.2404	0.0537	-0.6663	0.1487
	3 convois	0.8263	-0.1845	-0.3297	0.0736	-1.0644	0.2376	-0.1219	0.0272
Bt	1tandem	0.0653	-0.0146	-0.4558	0.1017	-0.5627	0.1256	-0.4258	0.0950
	2tandems	0.9907	-0.2211	0.3541	-0.0790	-0.1958	0.0437	-0.4108	0.0917
Mc120		3.5431	-0.7909	1.8968	-0.4234	0.1534	-0.0342	-1.1490	0.2565
D240		10.5143	-2.3470	7.1042	-1.5858	0.4575	-0.1021	-2.7655	0.6173

Tab. VII.7: Moments de torsion pondérés pour l'excentrement " - b " (t.m)

Type de surcharge	nde voies	Poutre1		Poutre2		Poutre3		Poutre4	
		Mxy	Myx	Mxy	Myx	Mxy	Myx	Mxy	Myx
G		2.3905	0.5336	-1.1058	0.2468	-0.0107	0.0024	0.4921	-0.1098
A (L)	1voie	-3.5246	0.7867	-0.1719	0.0384	-1.5308	0.3417	-1.3422	0.2996
	2voies	-4.4857	1.0013	-4.7585	1.0622	-3.7558	0.8384	-3.3567	0.7493
	03voies	0.9545	-0.213	-2.0711	0.4623	2.8043	-0.6260	-2.8709	0.6408
trottoirs	1 trott	-0.1540	0.0344	-0.0929	0.0207	-0.0536	0.0120	-0.0327	0.0073
	2 trott	0.1654	-0.0369	0.3054	-0.0682	0.2156	-0.0481	0.4406	-0.0984
Bc	1convoi	-1.4391	0.3212	-0.9891	0.2208	-0.6079	0.1357	-0.3812	0.0851
	2convois	-2.4952	0.5570	-2.1586	0.4818	-1.4476	0.3231	-0.6544	0.1461
	3 convois	-1.8989	0.4239	-2.5069	0.5596	-2.2338	0.4986	-1.3415	0.2995
Bt	1tandem	2.1397	-0.4776	-0.6162	0.1376	-0.3787	0.0845	-0.2375	0.0530
	2tandems	2.1397	-0.4776	-1.3234	0.2954	-0.9276	0.2070	-0.6162	0.1376
Mc120		-5.4881	1.2250	-4.4562	0.9947	-3.0431	0.6793	-1.9894	0.4441
D240		-10.8762	2.4278	-7.8503	1.7523	-4.9622	1.1077	-3.1525	0.7037

Tab. VII.8: Moments de torsion pondérés pour l'excentrement " + b " (t.m)

Combinaison	E.L.U	E.L.S
I	1.35G+1.605 [max (A, B) + tr]	G + 1.2 [max (A, B) + tr]
II	1.35G + 1.35 max (Mc120, D240)	G + (Mc120, D240)

Tab. VII.9: Combinaisons d'actions des moments de torsion

		Poutre1		Poutre2		Poutre3		Poutre4	
		Mxy	Myx	Mxy	Myx	Mxy	Myx	Mxy	Myx
E.L.U	(I)	9.1642	-2.0456	3.6368	-0.8118	4.8326	-1.0787	2.2219	-0.4960
	(II)	17.4216	-3.8888	8.0979	-1.8076	0.6032	-0.1346	-0.8868	0.1979
E.L.S	(I)	6.8294	-1.5245	2.7294	-0.6093	3.6132	-0.8065	1.6566	-0.3698
	(II)	12.9049	-2.8806	5.9984	-1.3390	0.4468	-0.0997	-0.6569	0.1466

Tab. VII.10: Moment de torsion pour l'excentrement " + b ", après combinaison (t.m).

		Poutre1		Poutre2		Poutre3		Poutre4	
		Mxy	Myx	Mxy	Myx	Mxy	Myx	Mxy	Myx
E.L.U	(I)	6.9269	-1.5462	-1.2785	0.2854	4.8326	-1.0787	0.9903	-0.2211
	(II)	-4.1817	0.9334	-7.5086	1.6761	-4.1225	0.9202	-2.0213	0.4512
E.L.S	(I)	5.1567	-1.1511	-0.9456	0.2111	3.6132	-0.8065	0.7358	-0.1643
	(II)	-3.0976	0.6914	-5.5620	1.2415	-3.0537	0.6817	-1.4973	0.3342

Tab. VII.11: Moment de torsion pour l'excentrement " - b ", après combinaison (t.m).

VII.4 : Effet De Torsion :

Le moment de torsion sera réparti sur l'âme et les semelles des poutres, suivant leurs inertie de torsion τ qui est donnée, pour une section rectangulaire de dimension a et b avec ($b > a$), par la formule suivante :

$$\tau = k \cdot b \cdot a^3$$

La valeur de k dépend du rapport $R = \frac{b}{a}$ et est donnée par la formule empirique suivantes :

$$K = \frac{1}{3} - \left(0.051 + \frac{0.168}{R} \right) \cdot e^{-0.13 \cdot R}$$

Remarque : la partie de l'ourdis associée à la poutre est prise en compte dans le calcul de l'inertie de torsion τ .

Pour des raisons de simplification, deux corrections sont apportées :

- L'âme de la outre est calculé pour une hauteur double de la hauteur réelle ;
- Pour le hourdis, la valeur à retenir ne représente que la moitié de celle donnée par la formule précédente.

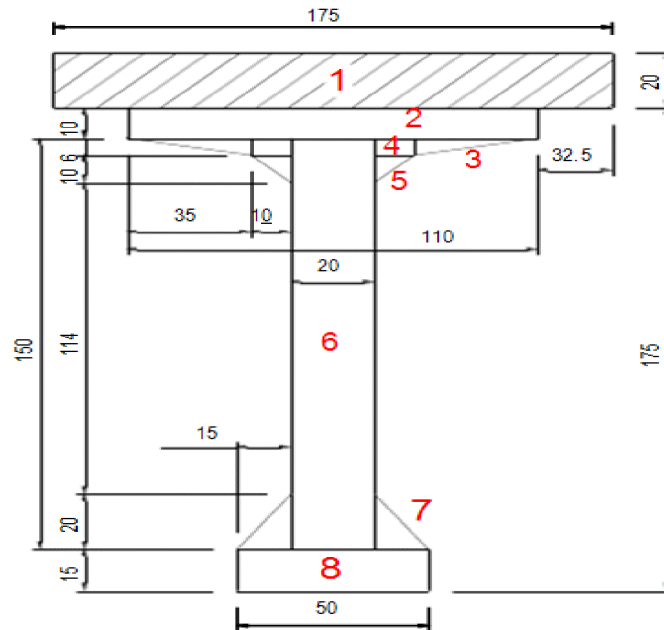


Fig. VII.3: Section de torsion (poutre + l'hourdis)

VII.5 : Calcul de l'inertie de torsion :

Élément N°	a (m)	b(m)	R	K	$\tau \times 10^{-4} (m^4)$
1	0.20	1.75	8.75	0.3108	43.51
2	0.10	1.10	11.00	0.3175	3.49
3 x 2	0.06	0.35	5.83	0.2959	0.22
4 x 2	0.06	0.10	1.67	0.2113	0.0046
5 x 2	0.10	0.10	1.00	0.1410	0.141
6	0.20	3.00	15	0.3149	324.48
7x2	0.15	0.20	1.33	0.1842	1.24
8	0.15	0.50	3.33	0.2675	4.51
				$\Sigma \tau_i$	377.60

Tab. VII.12: Calcul de τ

$$\tau_{\text{âme}} = 324.48 \times 10^{-4} m^4$$

$$\tau_{\text{total}} = 377.60 \times 10^{-4} m^4$$

$$\frac{\tau_{\text{âme}}}{\tau_{\text{total}}} = \frac{324.48}{377.60} = 0.8593$$

Donc l'âme reprend 85.93% du moment de torsion appliqué sur la poutre.

ETAT	M.poutre(t.m)	M.âme(t.m)
E.L.U	21.0289	18.0701
E.L.S	15.577	13.3853

Tableau VII -13 : Moment de torsion max dans la poutre et la part revenant à l'âme.

VII.6 : calcul des contraintes tangentielles de torsion :

La contrainte tangentielle de torsion dans une section rectangulaire de coté a et b ($a < b$) est maximal au milieu du grand coté b, sa valeur est donné par :

$$\tau_{\text{âme}} = \frac{M_t}{a^3} \cdot \frac{1}{R} \cdot \left[4.48 - 1.81 \cdot \frac{R-1}{\sqrt{2+R^2}} \right]$$

$$a = a_{\text{net}} - \frac{\Phi}{2}$$

Avec : $\Phi = 6.7$ cm diamètre extérieur des gains

$$a = 20 - \frac{6.7}{2} = 16.65 \text{ cm}$$

On a: b = 175 cm

$$R = \frac{b}{a} = \frac{175}{16.65} = 10.51$$

$$\tau_{\text{âme}} = \frac{M_t}{(0.1665)^3} \cdot \frac{1}{10.51} \cdot \left[4.48 - 1.81 \cdot \frac{10.51 - 1}{\sqrt{2+(10.51)^2}} \right]$$

$$\rightarrow \tau_{\text{âme}} = 0.0588 M_t$$

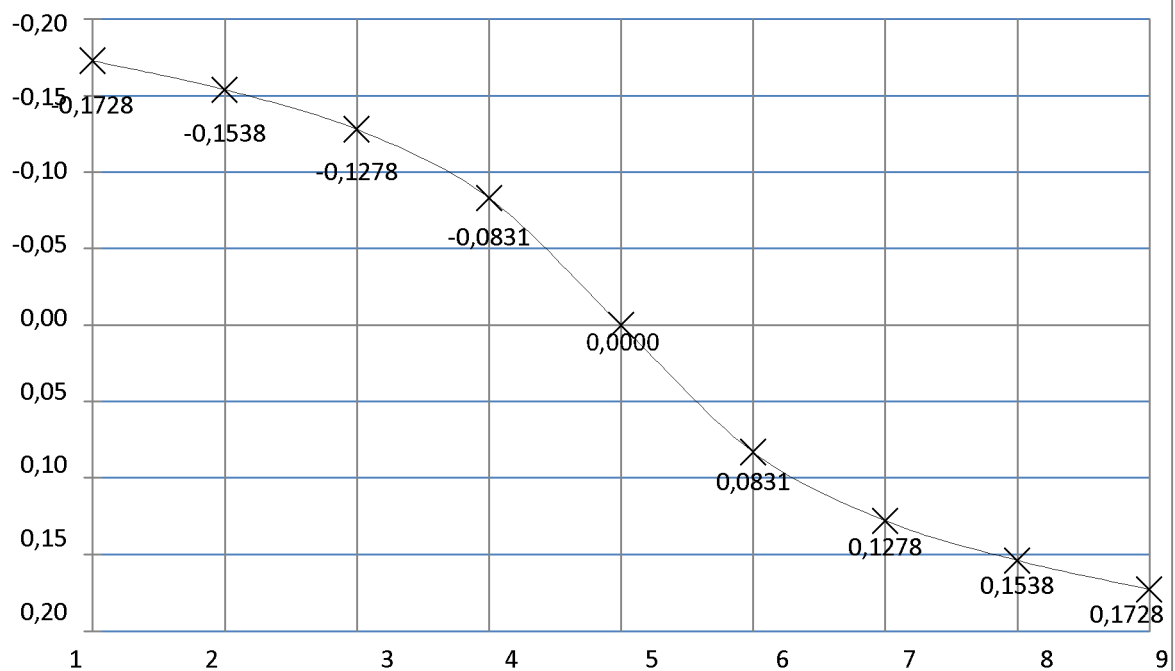
Donc :

$$\text{E.L.U} \rightarrow \tau_{\text{âme}} = 0.0588 \times 18.0701 = 1.062 \text{ MPa}$$

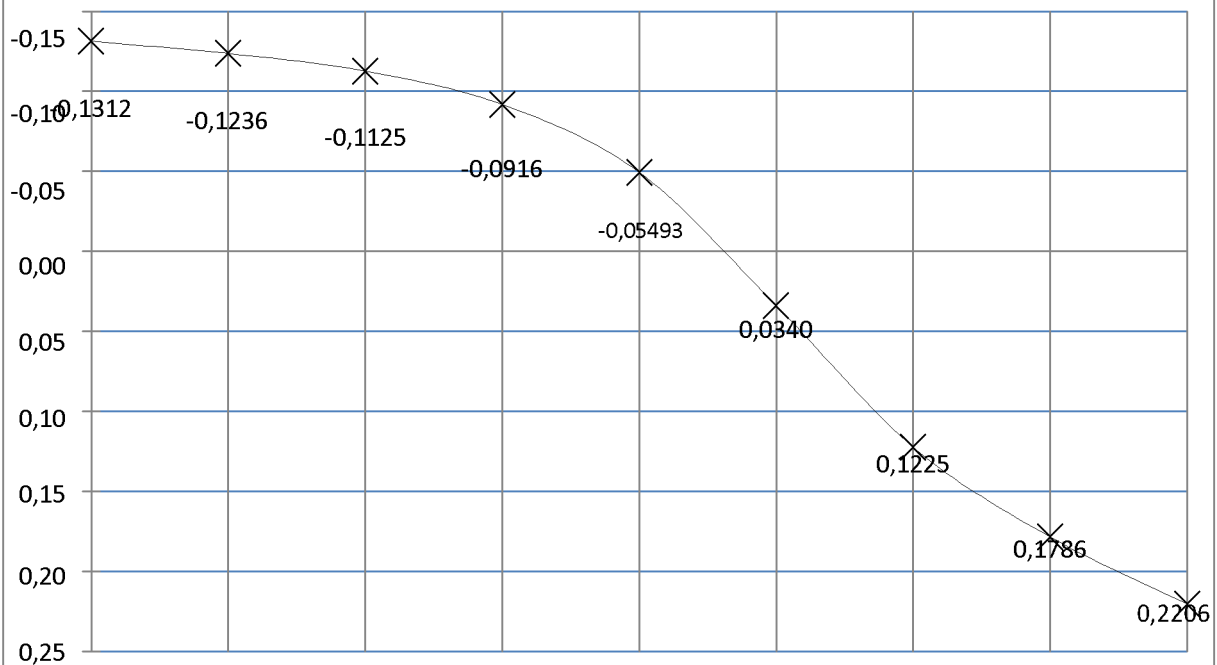
$$\text{E.L.S} \rightarrow \tau_{\text{âme}} = 0.0588 \times 13.3853 = 0.788 \text{ MPa}$$

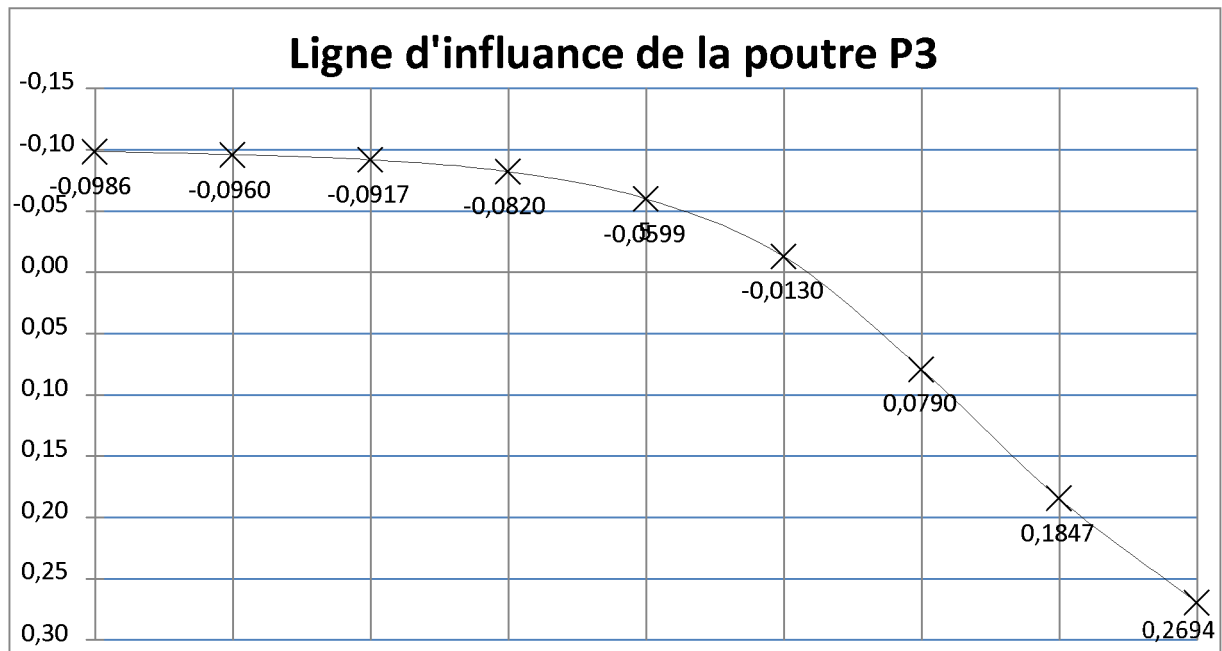
NB : les contraintes tangentielles revenant aux membrures supérieur et inférieur sont négligées par rapport à celle de l'âme.

Ligne d'influence de la poutre P1



Ligne d'influence de la poutre P2





VIII.1 : Définition et rôle de l'entretoise d'about :

Notre pont comporte des entretoises d'about en béton armé coulées sur place. Elles ont pour but d'assurer un encastrement à la torsion des poutres. La suppression de ces entretoises rend nécessaire la prévision de dispositifs spéciaux pour la mise sur vérin de l'ouvrage en vue d'un éventuel changement des appareils d'appuis. Des amorces d'entretoises sont prévues, elles sont coulées en même temps que les poutres. Ces amorces permettent d'accrocher le coffrage sans difficulté et facilitent le bétonnage.

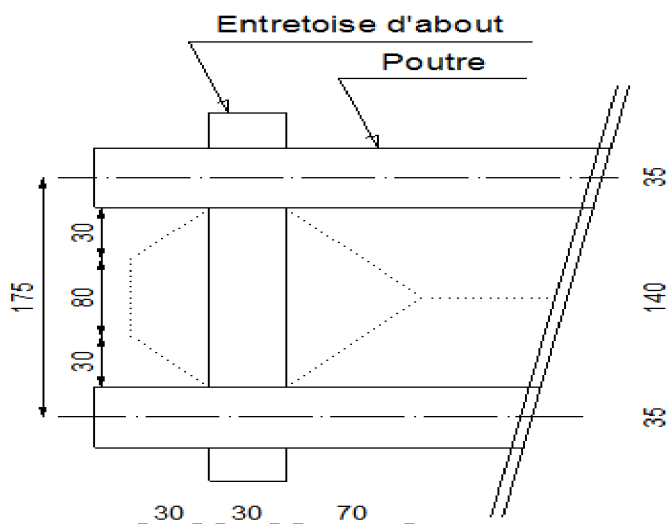


Fig. VIII.1: Surface d'influence de l'entretoise

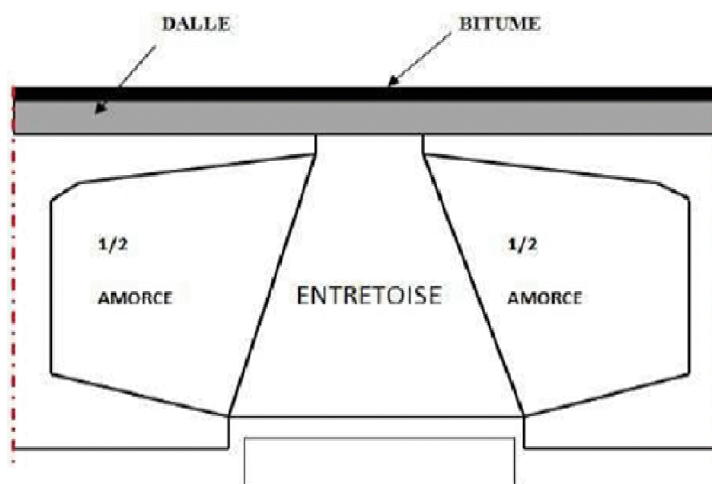


Fig. VIII.2: Surface d'influence de l'entretoise

VIII -2 : Calcul des efforts internes (M et T) dans l'entretoise :

- **Charge permanente** : l'entretoise d'about est soumise à :
 - Son poids propre.
 - Le poids de l'hourdis.

-Le poids de revêtement bitumineux et de l'étanchéité.

- **Poids de propre (entretoise + Amorce) :**

$$P = 2 \times 0.258 + 1.125 = 1.641 \text{ t}$$

$$P = \frac{1.641}{1.40} = 1.172 \text{ t/ml}$$

2- Poids de l'hourdis :

Surface impacte :

$$S = (0.30 \times 0.30) + (0.80 \times 0.30) + (1.40 \times 0.30) + \left(0.70 \times \frac{1.40}{2}\right) = 1.240 \text{ m}^2$$

$$p = \frac{1.240 \times 2.5 \times 0.20}{1.4} = 0.44 \text{ t/ml}$$

3- Poids du coffrage perdus : on prend la valeur de 10Kg/m²

$$p = \frac{1.24 \times 0.01}{1.40} = 0.0088 \text{ t/ml}$$

4- Poids de revêtement bitumineux :

$$p = \frac{1.24 \times 2.2 \times 0.08}{1.4} = 0.1558 \text{ t/ml}$$

5- Poids de la chape d'étanchéité :

$$p = \frac{1.24 \times 2.2 \times 0.014}{1.4} = 0.027 \text{ t/ml}$$

La charge permanente revenant à l'entretoise est :

$$P = 1.172 + 0.44 + 0.0088 + 0.1558 + 0.027 = 1.8 \text{ t/ml}$$

$$P = 1.8 \text{ t/ml}$$

- **Moment fléchissant :**

$$M_0 = \frac{ql^2}{8} = \frac{1.8 \times 1.40^2}{8} = 0.441 \text{ t/ml}$$

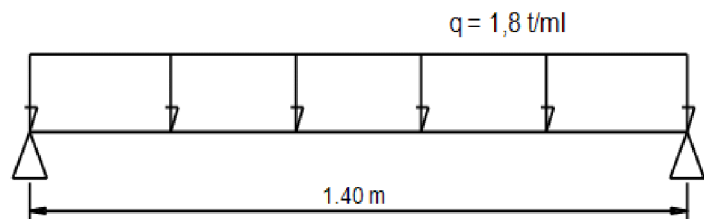


Fig. VIII.3: calcul de Moment fléchissant

Les entretoises sont supposé semi-encastées dans les poutres du pont, donc on aura :

$$\begin{cases} M_t = 0.8 M_0 = 0.8 \times 0.441 = 0.3528 \text{ t/ml} \\ M_t = -0.5 M_0 = -0.5 \times 0.441 = -0.2205 \text{ t/ml} \end{cases}$$

- **Effort tranchant :**

$$T = \frac{q \times l}{2} = \frac{1.8 \times 1.4}{2} = 1.26 \text{ t}$$

• **Charge Bc :**

Deux roues de 6 tonnes de deux camions roulant cote à cote sur l'entretoise nous donnent la position la plus défavorable.

- **Moment fléchissant :** (théorème de BARRES)

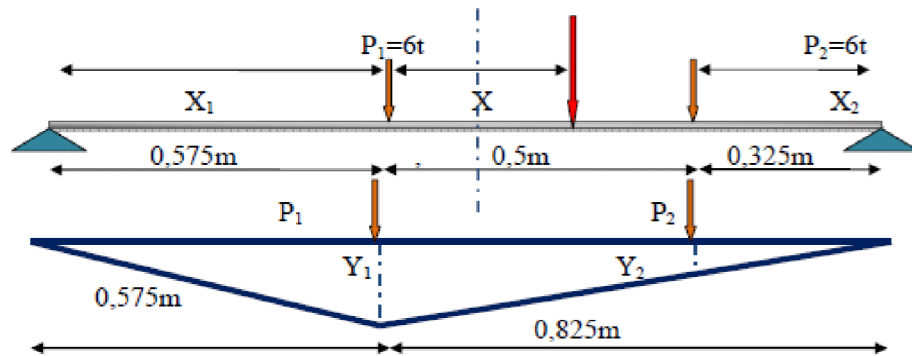


Fig. VIII.4: ligne d'influence de moment

$$\sum M/P_1 = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0.5 p_2 + X R = 0 \\ R = P_1 + P_2 = 12 \end{array} \right\} \rightarrow X = \frac{-0.5 P_2}{R} = 0.25 \text{ m}$$

$$X_1 = \frac{1.40}{2} - \frac{0.25}{2} = 0.575 \text{ m}$$

$$X_2 = 1.40 - (0.575 + 0.5) = 0.325 \text{ m}$$

$$Y_1 = \frac{a \cdot b}{L} - \frac{0.575 \times 0.825}{1.40} = 0.338 \text{ m}$$

$$Y_2 = \frac{0.338 \times 0.825}{1.40} = 0.199 \text{ m}$$

$$M_{\max} = \sum P_i Y_i \rightarrow M_{\max} = 6 (0.199 + 0.338) = 3.223 \text{ t/ml}$$

Donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} M_t = 0.8 \times M_{\max} \rightarrow M_t = 0.8 \times 3.223 = 2.578 \text{ t.m} \\ M_t = -0.5 \times M_{\max} \rightarrow M_t = -0.5 \times 3.223 = -1.611 \text{ t.m} \end{array} \right\}$$

- effort tranchant :

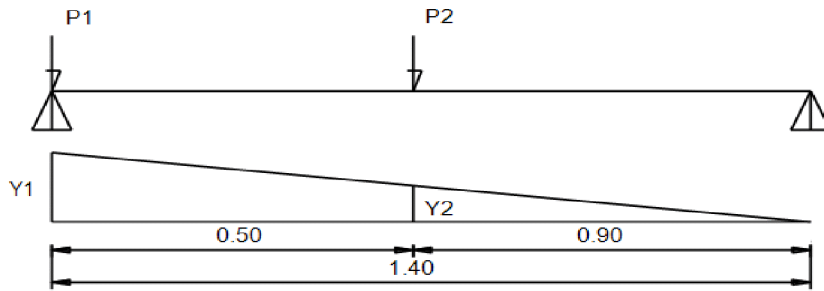


Fig. VIII.5: ligne d'influence de T.

$$Y_1 = 1$$

$$Y_2 = \frac{1 \times 0.9}{1.40} = 0.643$$

$$T_{\max} = \sum P_i Y_i \rightarrow T_{\max} = 6 (1 + 0.643) = 9.858 \text{ t}$$

• Charge Bt

a) moment fléchissant

On est en présence de deux roues de 8t chacune

$$\sum M_G = \sum M_R$$

$$8(2\delta) = 8(1 - 2\delta) \rightarrow \delta = 0.25$$

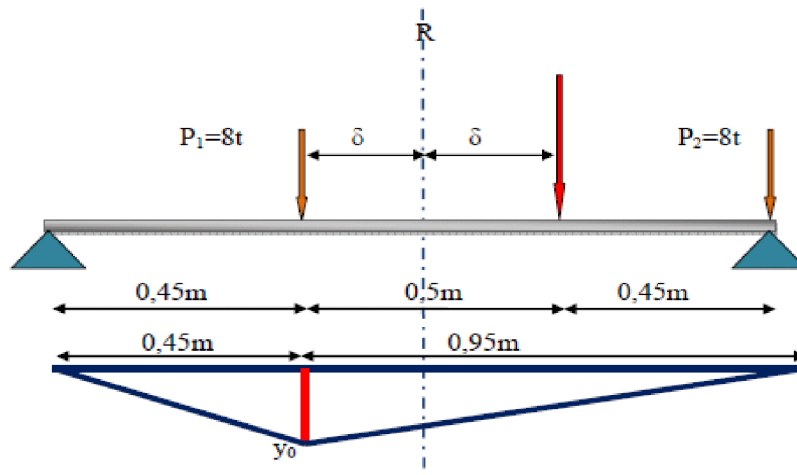


Fig. VIII.6: ligne d'influence de M

$$P_1 = P_2 = 8\text{t}$$

$$X_1 = \frac{1.4}{2} - 0.25 = 0.45 \text{ m}$$

$$Y_0 = \frac{a \times b}{l} = \frac{0.45 \times 0.95}{1.40} = 0.305 \text{ m}$$

$$M_{\max} = \sum P_i Y_i \rightarrow M_{\max} = 8 (0.305) = 2.440 \text{ t/ml}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Mt = 0.8 \times M_{\max} \rightarrow Mt = 0.8 \times 2.440 = 1.952 \text{ t.m} \\ Mt = -0.5 \times M_{\max} \rightarrow Mt = -0.5 \times 2.440 = -1.22 \text{ t.m} \end{array} \right\}$$

b) effort tranchant :

$$Y_1 = 1\text{m}$$

$$Y_2 = \frac{1 \times 0.4}{1.4} = 0.2857$$

$$T_{\max} = 8 (1 + 0.2857) = 10.28 \text{ t}$$

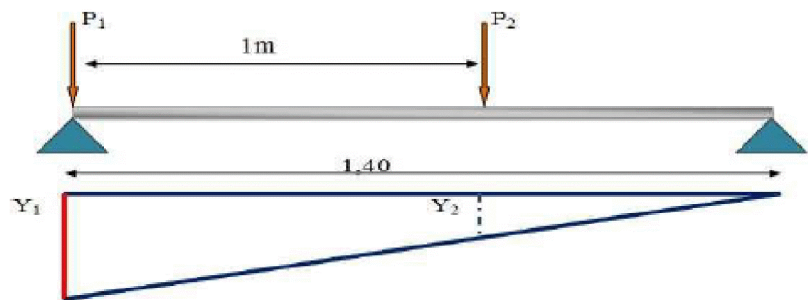


Fig. VIII.7: ligne d'influence de T

• **Système Mc 120:**

a) Moment fléchissant :

La règle du fascicule 61 titre II, 9.31 n'est pas vérifiée alors on déduit qu'on ne peut placer qu'une seule chenille entre deux poutre principales

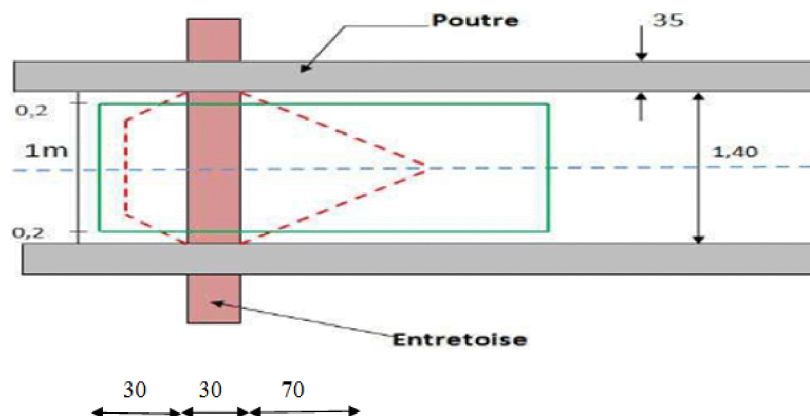


Fig. VIII.8: surface d'influence d'une chenille sur l'entretoise d'about.

Surface d'influence :

$$S = (1 \times 1.30) - [(0.5 \times 0.70) + (0.3)^2] = 0.86 \text{ m}^2$$

La charge d'une seule chenille par mètre carré est :

$$p = \frac{55}{6 \times 1} = 9.0164 \text{ t/m}^2$$

Donc la charge qui revient à l'entretoise est :

$$P = 9.0164 \times 0.86 = 7.75 \text{ t/ml}$$

$$l_c = \frac{0.7^2}{1.40} = 0.35 \text{ m}$$

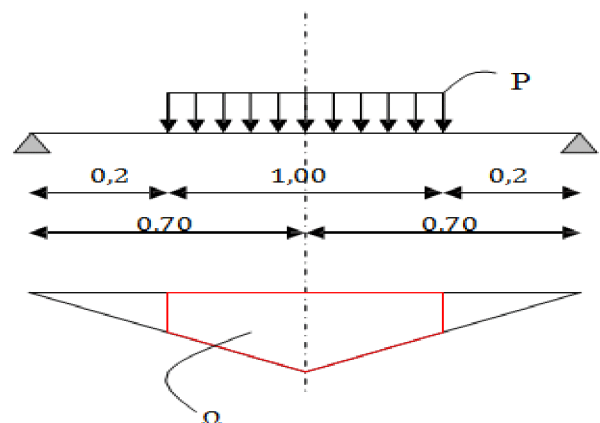


Fig. VIII.9: Ligne d'influence de M (Mc120)

$$I_1 = I_2 = \frac{I_c \times 0.2}{1.40} = \frac{0.35 \times 0.2}{0.70} = 0.10 \text{ m}$$

$$\Omega = 2 \times (I_c + I_1) \times \frac{0.5}{2} = 2 \times (0.35 + 0.1) \times \frac{0.5}{2} \Rightarrow \Omega = 0.225 \text{ m}$$

$$M_0 = 7.75 \times 0.225 = 1.743 \text{ t.m}$$

$$\begin{cases} M_t = 0.8 \times 1.743 = 1.39 \text{ t.m} \\ M_a = -0.5 \times 1.743 = -0.87 \text{ t.m} \end{cases}$$

b) effort tranchant :

$$\Omega = \frac{b}{L} \times L_c \times \left(1 - \frac{L_c}{2L}\right)$$

$$\rightarrow \Omega = \frac{1.30}{1.40} \times 1 \times \left(1 - \frac{1}{2 \times 1.40}\right) = 0.596 \text{ m}^2$$

$$\Omega = 0.596 \text{ m}^2$$

D'où :

$$T_{\max} = 0.596 \times 7.75 = 4.619 \text{ t}$$

Surcharge D240 :

a) Moment fléchissant :

$$\sigma = \frac{240}{18.6 \times 3.2} = 4.705 \text{ t/m}^2$$

Donc la charge qui revient à l'entretoises est :

$$P = 4.705 \times 1.24 = 5.83 \text{ t/ml}$$

$$\Omega = \frac{0.7^2}{1.40} \times 1.40 \times \left(1 - \frac{1.40}{2 \times 1.40}\right) = 0.245 \text{ m}^2$$

D'où:

$$M_0 = 5.83 \times 0.245 = 1.428 \text{ t.m}$$

$$\text{Donc : } \begin{cases} M_t = 0.8 \times 1.428 = 1.142 \text{ t.m} \\ M_a = -0.5 \times 1.428 = -0.714 \text{ t.m} \end{cases}$$

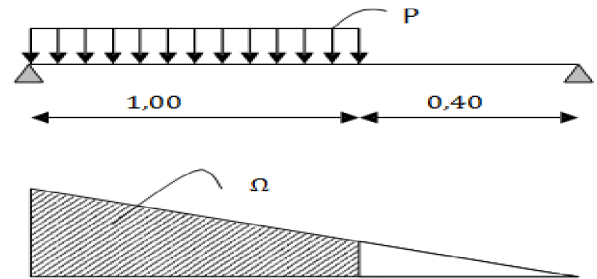


Fig. VIII.10: Ligne d'influence de T(Mc120)

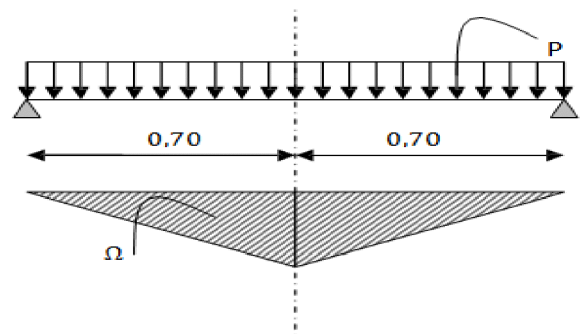


Fig. VIII.11: Ligne d'influence de M (D240)

b) effort tranchant :

$$T = \frac{ql}{2} = \frac{5.83 \times 1.40}{2} = 4.081 \text{ t/m}^2$$

charge	Coefficients		Mt (t.m)	Ma (t.m)	T (t)
	δ	bc, bt			
G		1	0.3528	- 0.2205	1.26
Bc	1.084	0.95	2.654	- 1.658	10.15
Bt	1.070	1	2.088	- 1.305	11.00
Mc 120	1.073	1	1.490	- 0.933	4.96
D240		1	1.142	- 0.714	4.081

Tab. VIII.1: Moment et effort tranchant

Combinaison	E.L.U	E.L.S
(I)	1.35G + 1.605 Max [Bt, Bc]	G + 1.2 Max [Bt, Bc]
(II)	1.35G + 1.35 Max [Mc120,D240]	G + Max [Mc120,D240]

Tab. VIII.2: Combinaison des efforts internes :

Etat		Mt (t.m)	Ma (t.m)	T (t)
E.L.U	I	4.259	2.958	19.356
	II	2.488	1.557	8.397
E.L.S	I	3.537	2.210	14.460
	II	1.843	1.153	6.220

Tab. VIII.3: Moment et effort tranchant après combinaison

VIII -3 : Ferrailage de l'entretoise :

- Ferrailage longitudinale :

Soit à calculé une section rectangulaire de 0.3 m de largeur et de 1.40m de longueur, soumis à la flexion simple.

Acier FeE400

Béton $f_{c28} = 35 \text{ MPa}$

$c = 4 \text{ cm}$

$\gamma_b = 1.5$ (situation durable).

$f_{c28} = 35 \text{ MPa}$

$$\sigma_{bc} = \frac{0.85 \times f_{c28}}{1.5} = 19.83 \text{ MPa}$$

- E.L.U :

$$M_t = 4.259 \text{ t.m} = 42.59 \text{ KN.m}$$

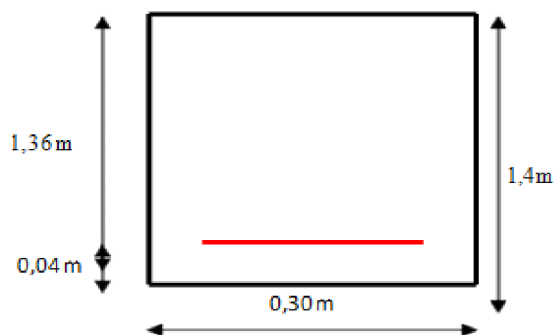


Fig. VIII.12: Ferrailage longitudinale

$$\mu_b = \frac{M_t}{\beta \cdot d^2 \cdot \sigma_{bc}} = \frac{42.59 \times 10^3}{30 \times 136^2 \times 19.83} = 0.00386$$

$$\mu_b = 0.00386 < \mu_R = 0.392 \quad \Longrightarrow \quad \text{Donc la section est simplement armée.}$$

$$\mu_b = 0.00386 \quad \Longrightarrow \quad \beta = 0.9985$$

$$A_U = \frac{M_{tu}}{\beta \cdot d \cdot \sigma_s} = \frac{42.59 \times 10^3}{0.9985 \times 136 \times 348} = 0.901 \text{ cm}^2$$

- **E.L.S :**

Les fissurations sont préjudiciables (éléments exposés aux intempéries,...), alors on doit vérifier :

$$\sigma_b \leq 0.6 f_{c28} = 21 \text{ MPa}$$

$$\bar{\sigma}_s = \min \left\{ \frac{2 f_e}{3} ; 110 \sqrt{\eta \times f_{t28}} \right\} \rightarrow \text{Avec : } \eta = 1.6 \text{ pour H.A}$$

$$\bar{\sigma}_{st} = 228.63 \text{ MPa}$$

$$M_{t(ser)} = 3.537 \text{ t.m} = 35.37 \text{ KN.m}$$

$$\rho_1 = \frac{100 \cdot A_U}{b \cdot d} = \frac{100 \times 0.901}{30 \times 136} = 0.022 \quad \longrightarrow \quad \begin{cases} \beta_1 = 0.974 \\ K = 177.3 \end{cases}$$

$$\sigma_{st} = \frac{M_{t(ser)}}{\beta_1 \cdot d \cdot A_U} = \frac{35.37 \times 10^3}{0.974 \times 136 \times 0.901} = 296.35 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{st} \geq \bar{\sigma}_{st} \quad \longrightarrow \quad \text{Il faudra referailler la section à L'E.L.S.}$$

$$\mu_1 = \frac{M_{t(ser)}}{b \cdot d^2 \cdot \bar{\sigma}_{st}} = \frac{35.37 \times 10^3}{30 \times 136^2 \times 228.63} = 0.00028$$

$$\mu_1 = 0.00028 \quad \longrightarrow \quad \begin{cases} \beta_1 = 0.970 \\ K = 154.55 \end{cases}$$

$$A_{ser} = \frac{M_{t(ser)}}{\beta_1 \cdot d \cdot \bar{\sigma}_{st}} = \frac{35.37 \times 10^3}{0.970 \times 136 \times 228.63} = 1.17 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_b = K^{-1} \cdot \bar{\sigma}_{st} = \frac{1}{154.55} \cdot 228.63 = 1.479 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = 1.479 \text{ MPa} \leq \sigma_{bc} = 21 \text{ MPa}$$

$$A_{final} = A_{ser} = 1.17 \text{ cm}^2$$

On adoptera une section supérieur à A_{min} :

Vérification de la condition de non fragilité de béton :

$$A_{min} = 0.23 \times \frac{f_{tj}}{f_e} \times b \times d = 0.23 \times \frac{2.7}{400} \times 30 \times 136 = 6.33 \text{ cm}^2$$

Soit : $A = 6.33 \text{ cm}^2$

On va adopter une section d'armature de 6.78 cm^2 soit 6T12

Effort tranchant :

1) Contrainte tangentielle :

$$\tau_u = \frac{V_u}{b.d} = \frac{193.56 \times 10^3}{300 \times 1360} = 0.474 \text{ MPa}$$

$$\bar{\tau}_u = \min \left\{ 0.15 \cdot \frac{f_{c28}}{\gamma_b} ; 4 \text{ MPa} \right\} = 3.5 \text{ MPa}$$

$\tau_u < \bar{\tau}_u \implies$ (Condition vérifié), donc le cisaillement est négligeable

1) Vérification de la contrainte d'adhérence : avec $\Psi_s = 1.5$

$$\bar{\tau}_{ser} = 2 \cdot \Psi_s \cdot f_{t28} = 8.10 \text{ MPa}$$

$$\tau_{ser} = \frac{V_u \times A_i}{0.9 \times d \times U_i \times A}$$

Avec :

$$U_i = \pi \cdot \phi = \pi \cdot 1.4 = 4.396 \text{ cm} \rightarrow \text{périmètre utile.}$$

$$A_i = 1.13 \text{ cm}^2 \rightarrow \text{section d'une barre}$$

$$A = 6.78 \text{ cm}^2 \rightarrow \text{section totale}$$

$$\tau_{ser} = \frac{193.56 \times 10^3 \times 1.13}{0.9 \times 136 \times 4.396 \times 6.78 \times 10^2} = 0.599 \text{ MPa}$$

$$\tau_{ser} = 0.599 \text{ MPa} \leq \bar{\tau}_{ser} = 8.1 \text{ MPa} \implies \text{la condition est vérifiée}$$

- **Ferraillage transversales :**

$$\phi_t \leq \min \left\{ \frac{h}{35} ; \phi_l ; \frac{b_0}{10} \right\}$$

Avec :

h : Hauteur de l'entretoise $h = 140 \text{ cm}$;

b_0 : Largeur de l'âme $b_0 = 30 \text{ cm}$;

ϕ_l : Diamètre des armatures tangentielles $\phi_l = 1.17 \text{ cm}$

$$\phi_t \leq \min \{ 4 ; 1.17 ; 3 \} = 1.17 \text{ cm}$$

On choisira $\phi_t = 1 \text{ cm}$

Soit un cadre de T10 pour assurer la bonne liaison des (6) barre longitudinales

$$A_t = 4H10 = 3.14 \text{ cm}^2$$

Espacement minimal :

$$S_{t1} \leq \min\{0.9d ; 40 \text{ cm}\} = 40 \text{ cm}$$

$$S_{t1} = \frac{0.8 \cdot A_t \cdot f_e}{b \cdot \tau} = \frac{0.8 \times 3.14 \times 400}{30 \times 0.474} = 70.66 \text{ cm}$$

Remarque : entre l'amorce et l'entretoise, il y aura reprise de bétonnage.

$$S_{t2} \leq \frac{A_t \cdot f_e}{0.4b} = \frac{3.14 \times 400}{0.4 \times 30} = 104.66 \text{ cm}$$

$$S_t \leq \min\{40 ; 70.65 ; 104.66\} = 40 \text{ cm}$$

On prendra $S_t = 35 \text{ cm}$

Armature de peau :

D'après le B.A.E.L, les armatures de peau sont reparties et disposés parallèlement a la fibre moyenne et ce dans le cas des poutres de grande hauteur, mais le B.A.E.L ne définissent pas a partir de quelle hauteur on peut considère une poutre « pour de grande hauteur » on admet que cela est vérifier si :

D'après Pierre CHARON :

$$H_{\text{ame-poutre}} \geq 2 \times \left(80 - \frac{f_e}{10} \right)$$

$$H_{\text{ame-poutre}} \geq 2 \times \left(80 - \frac{400}{10} \right) = 80 \text{ cm}$$

Dans ce cas il sera préférable d'ajouter des armatures supplémentaires sur les parois de la poutre appelée **armature de peau**, en raison d'un risque d'apparition de fissures dans la zone du béton tendu.

D'après le BEAL 91 (Art B-6-6-2), les armatures de peau des parements exposés aux intempéries et ou condensation pour le cas de fissuration préjudiciable sont au moins égales à 1 cm^2 par mètre de paroi.

$$A \geq 3 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

Pour éviter ce genre de problème, on recommandera de placer 1HA10 tous les 25cm.

Ferrailage de l'entretoise d'about

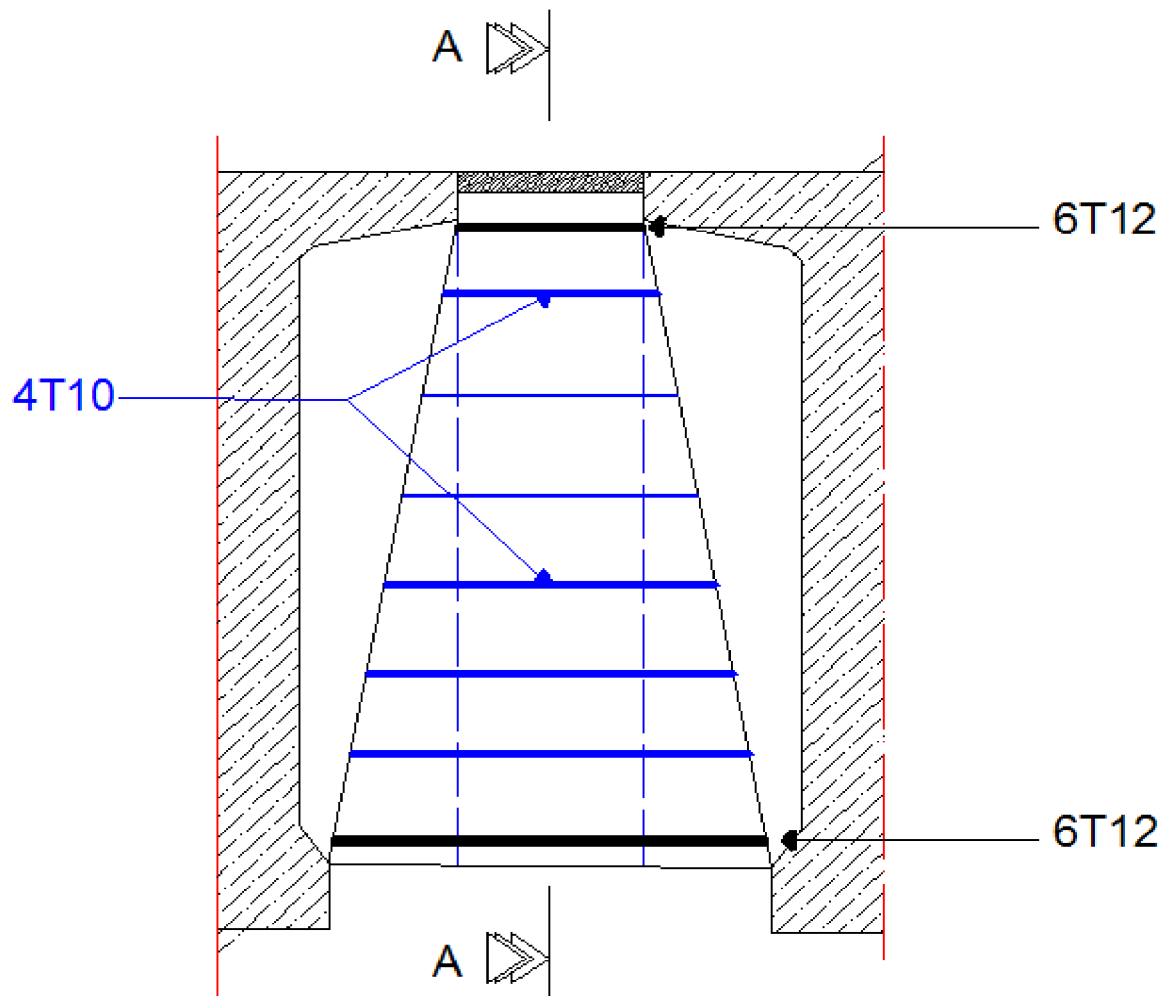


Fig. VIII.13: Coupe de ferrailage de l'entretoise d'about

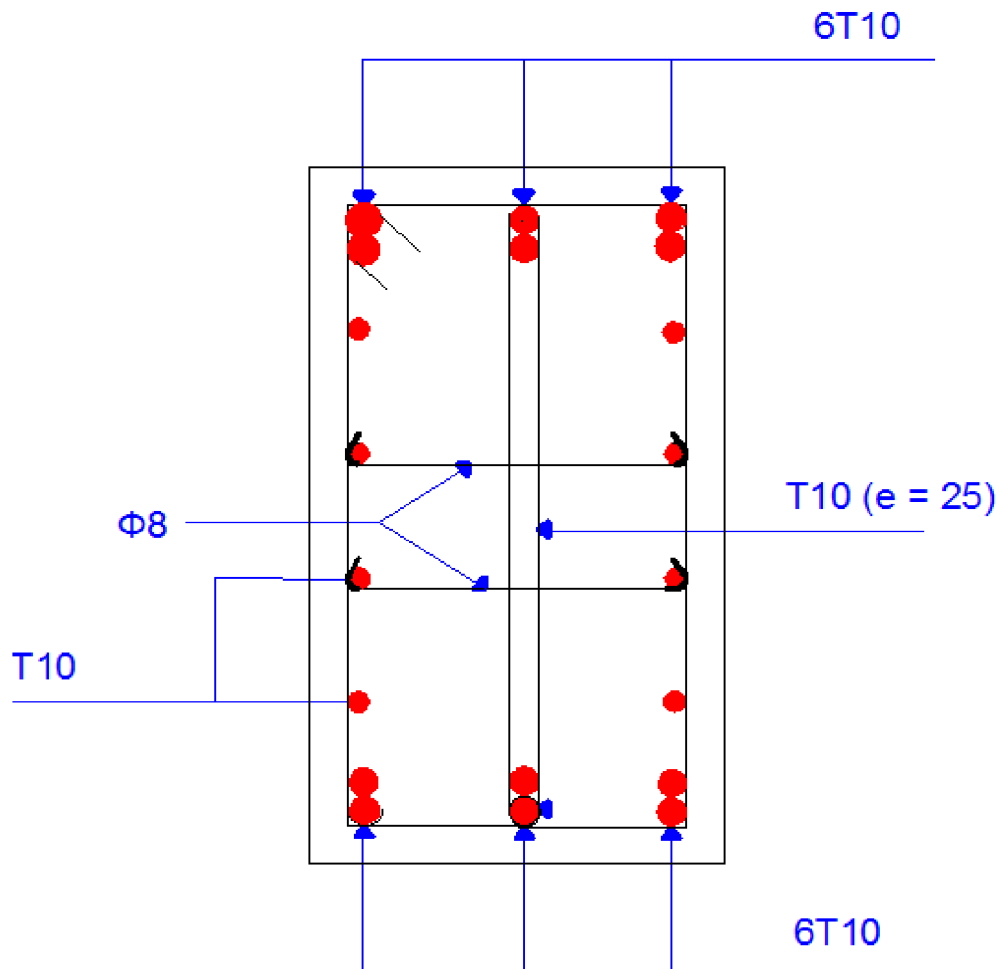


Fig. VIII.14: Plan de ferrailage de l'entretoise d'about

Qu'est ce que c'est << La précontrainte>> ?

La précontrainte est un traitement mécanique qui consiste à produire dans un matériau, avant sa mise en service, des contraintes contraire à celles qui seront produites par les charges extérieures. Une pièce ou construction précontrainte est donc soumise à un système permanent d'effort intérieur créés artificiellement dans le but de contrebalancer ceux produits par les charges extérieures.

Dans le cas du béton, qui résiste bien à la compression et mal à la traction, la précontrainte consiste à créer des contraintes de compressions permanentes de sorte que les charges extérieures qui, dans le cas du béton armé font naître des tractions, dans le cas du béton précontraint ne provoquent qu'une décompression du béton (ou à la limite, des contraintes de traction faibles, jugées admissibles).

Le béton précontraint est une invention française de l'ingénieur français **Eugène FREYSSINET** (1928), c'est donc un matériau jeune. Il n'est employé couramment que depuis une cinquantaine d'années environ (avec l'apparition des aciers de haute limite élastique) bien que l'idée de précontrainte soit très ancienne et est utilisée sous des formes diverses.

Pour assurer l'intégrité du béton, c'est-à-dire, éviter l'ouverture des fissures, ce que peut entraîner la corrosion des armatures de précontraintes, le règlement a élaboré des recommandations introduisant la notion de classe de précontraintes, qui sont : Classe I, Classe II et Classe III.

Définition des classes de vérification :

Selon l'ouvrage de : La précontrainte (chapitre 09 §9-4.1.1.), qui a résumé grossièrement l'article 1.3 des règles BPEL ; on peut donc diviser les pièces de construction en béton précontraint en trois classes :

1- Classe I : Le béton est toujours comprimé.

Cette classe est réservée à des cas particuliers, tels ceux des tirants et des pièces en contact avec des milieux agressifs, nécessitant une étanchéité parfaite :

Parois de réservoirs circulaires ou autres enceinte étanche.

2- Classe II : On admet les contraintes de traction dans le béton, mais pas la formation de fissures.

Cette classe est destinée aux ouvrages normalement exposés aux intempéries.

3- Classe III : On admet une ouverture limitée des fissures sous les sollicitations extrêmes, sans admettre que ces fissures restent ouvertes sous les chargements de longue durée d'application.

Cette classe est plus adaptée pour les ouvrages en atmosphère peu agressive exemple des planchers de bâtiment.

Notre ouvrage de pont n'est pas soumis à une atmosphère agressive, uniquement aux intempéries (neige, pluie et humidité dues : à la végétation de la forêt de YAKOURENE alors calculons l'ouvrage en classe II.)

Contraintes limites réglementaires pour la classe II :

Selon l'ouvrage de : La précontrainte (chapitre 09 §9-4.1.2.), elles sont modulées selon :

-La situation examinée : Temporaire (ex: d'exécution), ou durable (d'exploitation).

- La combinaison envisagée : Rares, fréquentes ou quasi permanentes.

-La valeur de calcul de la précontrainte.

-La proximité des armatures de précontrainte

Notre ouvrage sera calculé en situation d'exploitation, sous combinaisons rares (en section d'enrobage

IX.1) Dimensionnement de la précontrainte :

L'étude de la précontrainte se fera pour la poutre la plus sollicitée (P_4 chapitre V) dans la section la plus dangereuse est à 0,5l.

IX.1.1) : Précontrainte minimale :

On se proposera de dimensionner la précontrainte, et ceci dans la section la plus sollicitée, qui pourrait être sous critique ou sur critique.

Il faudra trouver une valeur de la précontrainte dite précontrainte minimale « P_{min} » qui doit être respectée à tout instant de la vie de l'ouvrage, elle est donnée par la formule :

$$P_{min} = \sup (P_I, P_{II})$$

Avec :

P_I : Précontrainte calculée dans le cas où la section est supposée sous critique.

P_{II} : Précontrainte calculée dans le cas où la section est supposée sur critique.

L'étude de précontrainte se fera pour la poutre « P_2 », et dans la section médiane (poutre et section la plus sollicitée).

- Les moments développés dans la section médiane à l'E.L.S sont :**

$M_{max} = 706.91 \text{ t.m}$ (calculé sous la combinaison II de l'E. L. S.)

$M_{min} = 410.48 \text{ t.m}$ (calculé sous G uniquement)

$\Delta M = M_{max} - M_{min} = 706.91 - 410.48 = 296.43 \text{ t.m}$

$\Delta M = 296.43 \text{ t.m}$

	B (cm²)	I_g (cm⁴)	V (cm)	V' (cm)	ρ (%)	h (cm)	r² (cm²)
Poutre seule	5301	19496206,55	81,57	93,43	48	175	3677,83
Poutre + hourdis	8626	35701458,28	68,52	126,48	47	195	4138,81

TAB. IX .1 : Caractéristiques de la section nette (intermédiaire).

- **Les contraintes limites :**

La contrainte de traction du béton est :

$$\overline{\sigma}_{ti} = -f_{t28} = 0.6 + 0.06f_{c28} = -2,7 \text{ MPa} \quad (\text{dans la section d'enrobage}).$$

$$\overline{\sigma}_{ti} = -1,5f_{t28} = -4,05 \text{ MPa} \quad (\text{hors de la section d'enrobage}).$$

- **En section sous critique :**

$$P_I = \frac{\Delta M}{\rho \cdot h} + \frac{B}{h} \cdot (v \cdot \overline{\sigma}_{ti} + v' \cdot \overline{\sigma}_{ts})$$

Avec :

$$e_0 = \rho \cdot V - \frac{M_{\max} + \rho \cdot V \cdot B \cdot \overline{\sigma}_{ti}}{P}$$

- **En section sur critique :**

$$P_{II} = \frac{M_{\max} + \rho \cdot B \cdot V \cdot \overline{\sigma}_{ti}}{\rho \cdot v + v' - d'}$$

$$e_0 = -(V' - d') ; \text{ on admet } d' = 11 \text{ cm (enrobage)}$$

- **Application :**

$$P_I = \frac{\Delta M}{\rho \cdot h} + \frac{B}{h} \cdot (v \cdot \overline{\sigma}_{ti} + v' \cdot \overline{\sigma}_{ts})$$

$$\overline{\sigma}_{ti} = \overline{\sigma}_{ts} \text{ et } (v + v') = h$$

$$P_I = \frac{296.43 \times 10^3}{0.48 \times 175} + \frac{5301}{175} \times 175 \times (-2.7 \times 10^{-1}) = 2097.66 \text{ KN}$$

$$P_I = 2097.66 \text{ KN}$$

$$P_{II} = \frac{M_{\max} + \rho \cdot B \cdot V \cdot \overline{\sigma}_{ti}}{\rho \cdot v + v' - d'} = \frac{706.95 \times 10^3 + 0.48 \times 5301 \times 81.57 \cdot (-2.7 \cdot 10^{-1})}{0.48 \times 81.57 + 93.43 - 11} = 5723.72 \text{ KN}$$

$$P_{II} = 5723.72 \text{ KN}$$

$P_I = 2097.66 \text{ KN} < P_{II} = 5723.72 \text{ KN} \Rightarrow$ la section est **sur critique**, le fuseau de passage du câble à une de ses frontières qui coupe la zone d'enrobage, donc l'effort de précontrainte économique P_I n'est plus suffisant.

Donc :

$$P_{\min} = P_{\min} = \sup (P_I, P_{II}) = \sup (2097.66 \text{ KN}, 5723.72 \text{ KN}) = 5723.72 \text{ KN}$$

$$P_{\min} = 5723.72 \text{ KN}$$

Alors l'excentricité e_0 :

$$e_0 = -(V' - d') = -(93.43 - 11) = -82.43 \text{ cm}.$$

IX.1.2 : Calcul du nombre de câbles :

Les câbles d'about doivent être tirés à 100% de P_0 avant le coulage de la dalle. On a estimé les pertes de précontrainte à 32% :

$$P_{\min} = 0,68 \times P_0 \Rightarrow P_0 = \frac{P_{\min}}{0,68} = \frac{5723,72}{0,68} = 8417,23 \text{ KN}$$

Le nombre de câble est déterminé comme suit:

$$n = \frac{P_0}{P_{01}}$$

On choisit comme armatures de précontrainte, les câbles 7T15 de type FREYSSINET (classe 1770):

- Diamètre normal du câble = 15,7 cm.
- Diamètre extérieur de la gaine = 6,7 cm.
- Section nominal du câble = $139 \times 7 = 973 \text{ mm}^2$.
- $f_{\text{prg}} = 1770 \text{ MPa}$.
- $f_{\text{peg}} = 1583 \text{ MPa}$.
- $E = 1,9 \times 10^5 \text{ MPa}$ (Module d'élasticité de l'acier).

$$\sigma_{P_0} = \min \begin{cases} 0,8f_{\text{prg}} = 0,8 \times 1770 = 1426 \text{ MPa} \\ 0,9f_{\text{peg}} = 0,9 \times 1583 = 1424,7 \text{ MPa} \end{cases} \Rightarrow \sigma_{P_0} = 1424,7 \text{ MPa}$$

$$P_{01} = \sigma_{P_0} \cdot A = 1424,7 \times 973 \times 10^{-3} = 1386,23 \text{ KN}$$

$$\text{Le nombre de câbles est : } n = \frac{P_0}{P_{01}} = \frac{8417,23}{1386,23} = 6,07 \text{ soit } n = 6 \text{ câbles de 7T15.}$$

$$\Rightarrow P_{\min} = 6 \times 1386,23 = 8317,38 \text{ KN}$$

IX.1.3 : Vérification des sections :

$$\begin{cases} \frac{P}{S} + \frac{P \cdot e_0 \cdot V}{I} + \frac{M_{\min} \cdot V}{I} \geq \bar{\sigma}_{\text{ts}} \\ \frac{P}{S} - \frac{P \cdot e_0 \cdot V}{I} - \frac{M_{\min} \cdot V}{I} \leq \bar{\sigma}_{\text{ci}} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{P}{S} + \frac{P \cdot e_0 \cdot V}{I} + \frac{M_{\max} \cdot V}{I} \leq \bar{\sigma}_{\text{cs}} \\ \frac{P}{S} - \frac{P \cdot e_0 \cdot V}{I} - \frac{M_{\max} \cdot V}{I} \geq \bar{\sigma}_{\text{ti}} \end{cases}$$

$\bar{\sigma}_{\text{ci}}$; $\bar{\sigma}_{\text{cs}}$: Contraintes admissibles de compression respectivement sur la fibre inf. et sup.

$\bar{\sigma}_{\text{ts}}$; $\bar{\sigma}_{\text{ti}}$: Contraintes admissible de traction respectivement sur la fibre sup. et inf.

- Vérification des contraintes à la mise en tension :

En construction, la mise en tension se fait au 14^{ème} jour (50%).

- **Contrainte limite :**

- **En compression :**

$$\bar{\sigma}_{ci} = \bar{\sigma}_{cs} = 0,6f_{c14} = 0,6 f_{cj} = \frac{j}{4,76+0,83 j} \times f_{c28} ; \quad f_{c28} = 35 \text{ MPa}$$

$$\bar{\sigma}_{ci} = \bar{\sigma}_{cs} = 17,948 \text{ MPa}$$

- **En traction :**

$$\bar{\sigma}_t = \begin{cases} \bar{\sigma}_{ts} = -1,5f_{t14} = -1,5 \times 2,292 = -3,438 \text{ MPa} & \text{hors de la section d'enrobage} \\ \bar{\sigma}_{ti} = -f_{t14} = -2,292 \text{ MPa} & \text{dans la section d'enrobage} \end{cases}$$

$$\text{Avec : } f_{c14} = f_{cj} = \frac{14}{4,76+0,83 \cdot 14} \times 35 = 29,91 \text{ MPa}$$

$$f_{t14} = 0,6 + 0,06f_{c14} = 2,395 \text{ MPa}$$

$$P = 0,94P_{\min} = 0,94 \times 8317,38 = 7818,33 \text{ KN.}$$

- **Vérification des contraintes en fibre supérieure :**

$$\sigma_{ts} = \frac{P}{S} + \frac{P \cdot e_0 \cdot V}{I} + \frac{M_{\min} \cdot V}{I} \geq \bar{\sigma}_{ts} = -3,438 \text{ MPa} \rightarrow \text{À la fibre supérieure}$$

$$e_0 = -(V' - d') = -(93,43 - 11) = -82,43 \text{ cm}$$

A la mise en tension la poutre n'est soumise qu'à son poids propre $q_G = 1,625 \text{ t/ml}$ (Chapitre IV)

$$M_{\min} = M_G = \frac{q \cdot L^2}{8} = \frac{1,625 \times 33,4^2}{8} = 226,556 \text{ t.m} = 2265,56 \text{ KN.m}$$

$$\sigma_{ts} = \frac{7818,33}{5301} + 7818,33 \frac{(-82,43) \times 81,57}{19496206,55} + 2265,56 \frac{81,57 \times 10^2}{19496206,55} = -0,273 \frac{\text{KN}}{\text{cm}^2} = -2,73 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{ts} = -2,73 \text{ MPa} \geq \bar{\sigma}_t = -3,438 \text{ MPa} \Rightarrow \text{Condition vérifiée.}$$

- **Vérification des contraintes en fibre inférieure :**

$$\sigma_{ci} = \frac{P}{S} - \frac{P \cdot e_0 \cdot V'}{I} - \frac{M_{\min} \cdot V'}{I} \leq \bar{\sigma}_{ci} = 16,92 \text{ MPa.} \rightarrow \text{À la fibre inférieure}$$

$$\sigma_{ci} = \frac{7818,33}{5301} - 7818,33 \frac{(-82,43) \times 93,43}{19496206,55} - 2265,56 \frac{93,43 \times 10^2}{19496206,55} = 3,477 \frac{\text{KN}}{\text{cm}^2} = 34,77 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{ci} = 34,77 \text{ MPa} < \bar{\sigma}_{ci} = 16,92 \text{ MPa} \Rightarrow \text{Condition non vérifiée.}$$

On ne peut pas disposer tous les câbles à l'about, la mise en tension se fera donc en deux familles.

IX.1.4 : Détermination du nombre de câbles à l'about :

$$\sigma_{ts} = \frac{P}{S} + \frac{P \cdot e_0 \cdot V}{I} + \frac{M_{\min} \cdot V}{I} \geq \bar{\sigma}_{ts} = -3,43 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{ci} = \frac{P}{S} - \frac{P \cdot e_0 \cdot V_I}{I} - \frac{M_{\min} \cdot V_I}{I} \leq \bar{\sigma}_{ci} = 16,92 \text{ MPa.}$$

$$P = 0,94P_{\min} = 0,94 \times 1386,23 \text{ n} \quad (\text{n: nombre de câbles}).$$

$$\sigma_{ts} = \frac{0,94 \times 1386,23 \text{ n}}{5301} + \frac{0,94 \times 1386,23 \text{ n} \cdot (-82,43) \cdot (81,57)}{19496206,55} + 2265,56 \frac{81,57 \cdot 10^2}{19496206,55} \geq -3,438 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{ts} = (0,245 \cdot n - 0,449n + 0,947) \cdot 10 \geq -3,438 \text{ MPa} \Rightarrow n \leq 6,32 \quad \text{--- (1)}$$

$$\sigma_{ts} = \frac{0,94 \times 1386,23 \text{ n}}{5301} - \frac{0,94 \times 1386,23 \text{ n} \cdot (-82,43) \cdot (93,43)}{19496206,55} - 2265,56 \frac{93,43 \cdot 10^2}{19496206,55}$$

$$\sigma_{ci} = (0,245 \cdot n + 0,514 \cdot n - 1,085) \cdot 10 \leq 16,92 \text{ MPa} \Rightarrow n \leq 3,66 \quad \text{--- (2)}$$

D'après (2), on constate que l'on ne peut disposer que de trois câbles à l'about.

Conclusion :

La mise en tension se fera en deux familles de câbles, trois câbles à l'about et trois câbles à l'extrados.

IX.2 : Tracé des câbles :

IX.2.1 : Positionnement :

On dispose de trois câbles à l'about et trois câbles à l'extrados.

IX.2.2 : Principe :

On introduit une force de précontrainte « N » avec une certaine excentricité « e » en vue de créer un équilibre entre le moment dû à la précontrainte et les moments extérieurs, ces derniers sont maximums et positifs au droit de la section médiane de la poutre et vont en s'annulant vers les appuis. La meilleure solution pour contrebalancer les moments extérieurs est de faire en sorte que le moment dû à la précontrainte soit maximum et négatif dans la section médiane et, diminue en allant vers les appuis.

- Les câbles de la 1^{ère} famille sont régulièrement espacés sur la section d'about, de manière à réaliser une précontrainte aussi centrée que possible, et à réduire les efforts de diffusion de la précontrainte. L'angle de relevage des câbles de la 1^{ère} famille est compris entre 2° et 20°.
- Les câbles de la 2^{ème} famille sont ancrés dans des encoches situées en fibre supérieure des poutres. L'angle de relevage est important (25° environ), ce qui assure une bonne réduction d'effort tranchant tout en limitant la dimension longitudinale des encoches. Ces câbles sont ancrés entre l'about et le quart ou le tiers de la portée de la poutre.

- Câble d'about :

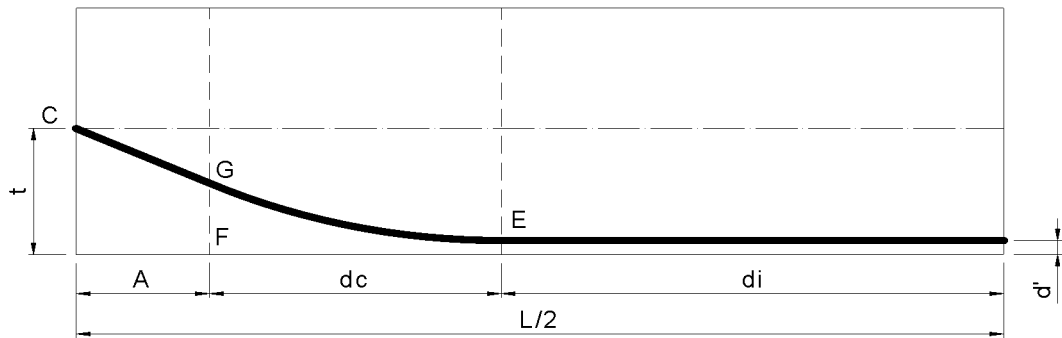


Fig. IX .1 : Tracé d'un câble

E : point du début de relevage.

t : Hauteur du point C par rapport à la fibre inférieure.

EG : tronçon parabolique d'équation $y = a \cdot x^2$

GC : tronçon rectiligne pour permettre une transmission convenable d'effort entre l'appareil d'ancrage et le câble.

La pente du tronçon rectiligne GC doit être égale à la dérivée de $y = a \cdot x^2$ pour $x = dc$

$$\text{Donc : } y'(dc) = 2 \cdot a \cdot dc = \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow a = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2 \cdot dc}$$

$$GC = a \cdot dc^2 = t - d' - GC \cdot \sin \alpha$$

$$A = GC \cdot \cos \alpha \Rightarrow GC = \frac{A}{\cos \alpha} \Rightarrow GC \cdot \sin \alpha = A \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

$$\Rightarrow a \cdot dc^2 = t - d' - A \cdot \operatorname{tg} \alpha \Leftrightarrow \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2 \cdot dc} \cdot dc^2 = t - d' - A \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

$$\Rightarrow dc = \frac{2}{\operatorname{tg} \alpha} (t - d' - A \cdot \operatorname{tg} \alpha)$$

A: est choisi de manière à limiter la courbure de la gaine, soit = 1m.

$$dc = \frac{2}{\operatorname{tg} \alpha} (t - \operatorname{tg} \alpha - d')$$

- Câble émergeant (extrados) :

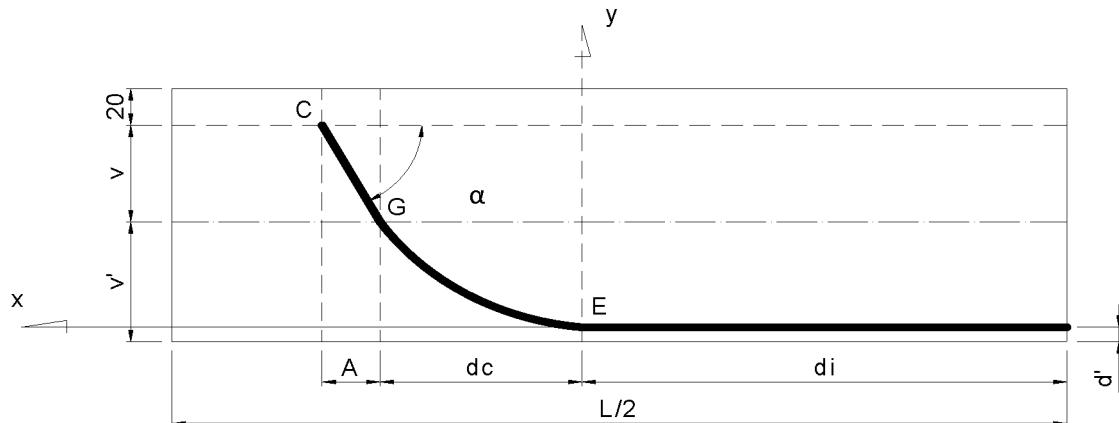


Fig. IX.2 : Tracé du câble émergeant

EG : tronçon parabolique d'équation $y = a \cdot x^2$

$$\text{Pour : } x = dc \rightarrow \begin{cases} Y = a \cdot dc^2 & \text{--- (1)} \\ Y = V' - d' & \text{--- (2)} \end{cases}$$

$$y(dc) = 2 \cdot a \cdot dc = \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow a = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2 \cdot dc} \quad \text{----- (3)}$$

On remplace (3) dans (1) :

$$y = \frac{\operatorname{tg} \alpha \cdot dc^2}{2 \cdot dc} \Rightarrow dc = \frac{2 \cdot y}{\operatorname{tg} \alpha} \quad \text{----- (4)}$$

$$\text{On remplace (2) dans (4) : } dc = \frac{2 \cdot (v' - d')}{\operatorname{tg} \alpha} \quad \text{----- (5)}$$

IX.2.3 : Application au projet :

- Câbles d'about (aux appuis) :

Les câbles seront disposés de façon à faire coïncider la résultante des forces de la précontrainte avec le centre de gravité de la section d'about.

Nous avons une seule file d'ancrage à l'about : trois câbles disposés verticalement.

La force à l'ancrage lors de la mise en tension vaut 1486,4 KN.

L'enrobage minimal est pris égale : $c = 10$ cm.

Compte tenu de la disposition :

$$P_1 + P_2 + P_3 = R \quad P_1 = P_2 = P_3 = P$$

$$\sum M_{\text{fibre inf.}} = R \cdot v' = P_1 \cdot d + P_2 \cdot (a' + d) + P_3 \cdot (2a' + d)$$

$$v' = a' + d$$

$$a' = v' - d = 93,43 - 25 = 68,43 \text{ cm.}$$

$$v - a' = 81,57 - 68,43 = 13,13 \text{ cm} > c = 10 \text{ cm.}$$

La disposition à adopter est donnée comme suit :

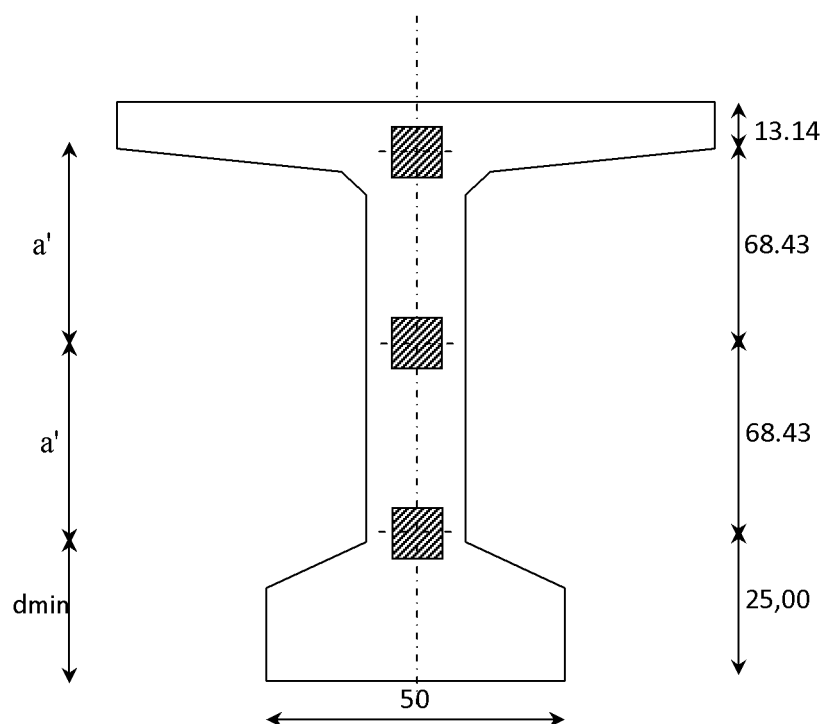


Fig. IX.3 : disposition des câbles

On prend comme angle de relevage : $\alpha_1 = 4^\circ$; $\alpha_2 = 12^\circ$; $\alpha_3 = 15^\circ$

Exemple de calcul :

Câble d'about

$$d_c = \frac{2}{\tan \alpha} (t - \tan \alpha \cdot d') = d_c = \frac{2}{\tan 4} (0.25 - \tan 4 \cdot 0.11) = 2.004 \text{ m}$$

$$a = \frac{\tan \alpha}{2 \cdot d_c} = \frac{\tan 4}{2 \times 2.004} = 0.017$$

Câble émergeant (extrados) :

$$d_c = \frac{2}{\tan \alpha} (v' - d') = d_c = \frac{2}{\tan 25} (93.43 - 17.7) = 324.80 \text{ cm} = 3.248 \text{ m}$$

$$a = \frac{\tan \alpha}{2 \cdot d_c} = \frac{\tan 25}{2 \times 3.248} = 0.072$$

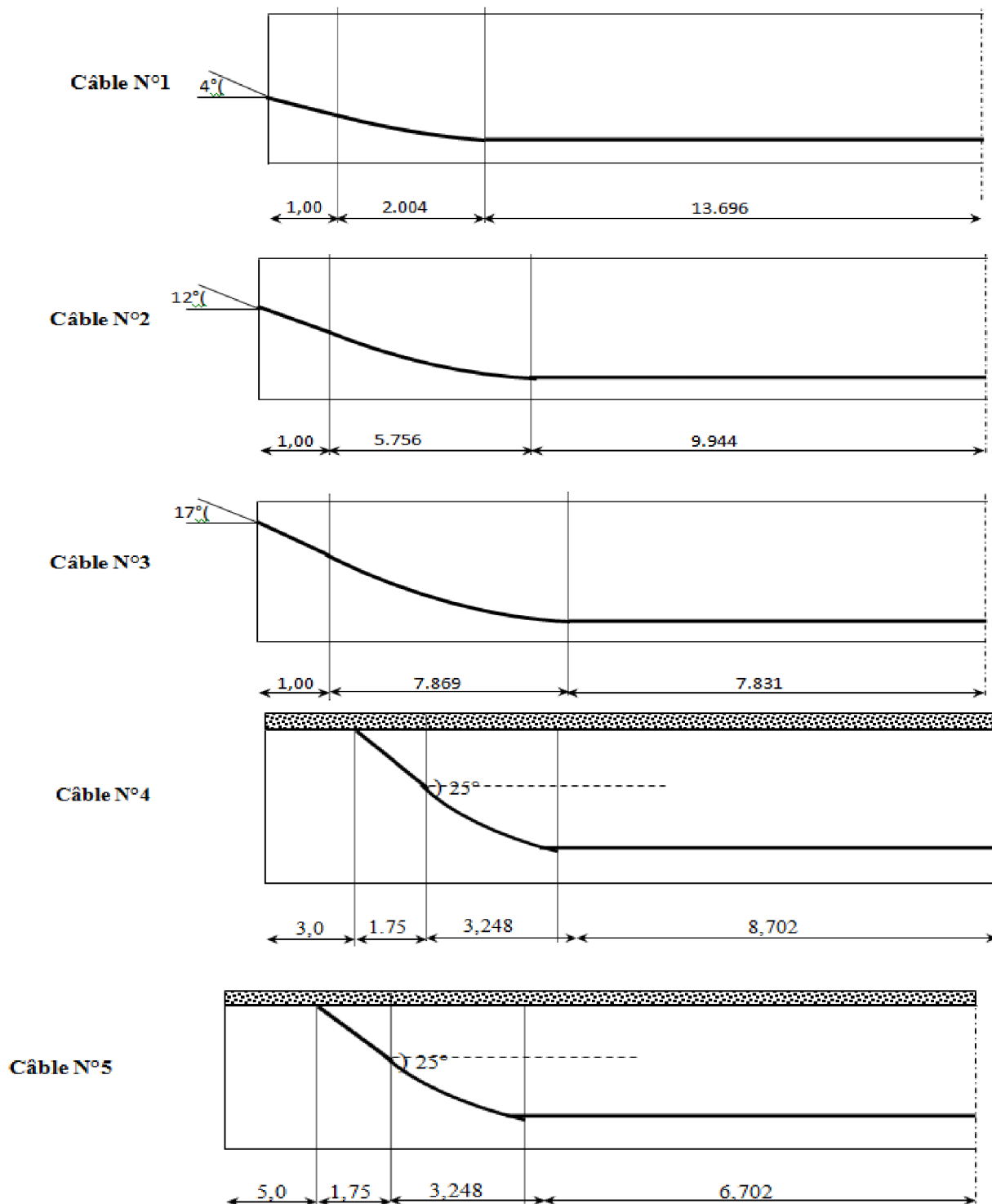
La disposition des câbles est illustrée dans le tableau suivant :

	N° câble	α (°)	$\tan \alpha$	t(m)	d' (m)	d _c (m)	a
1ère famille	1	4	0.0699	0.2500	0.11	2.004	0.017
	2	12	0.2125	0.9343	0.11	5.756	0.018
	3	17	0.3057	1.6186	0.11	7.869	0.019
2ème famille	4	25	0.4663	1.75	0.177	3.248	0.072
	2	25	0.4663	1.75	0.177	3.248	0.072
	6	25	0.4663	1.75	0.177	3.248	0.072

TAB. IX.2: Paramètres de calcul de la 1ère et 2ème famille de câbles

Pour la 2^{ème} famille : $b = \frac{V}{\text{tg}\alpha} = \frac{81.57}{\text{tg}25} = 175\text{cm} = 1.75\text{m}$

IX.2.4 : Tracé des câbles :



Câble N°6

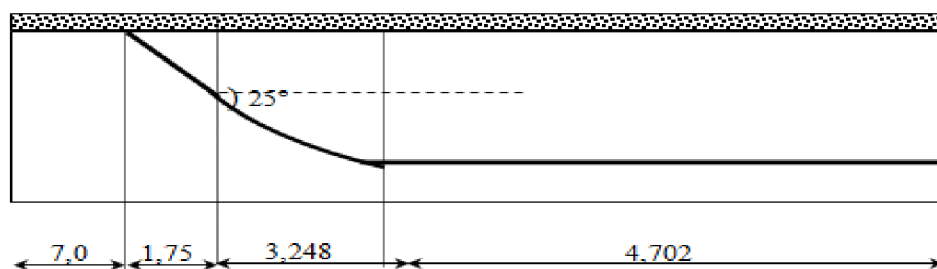


Fig. IX.3 : Tracé des câbles

- Longueur totale du câble :

$$L_t = L_r + L_c + L_d$$

Avec :

L_r : Longueur du tronçon rectiligne.

L_c : Longueur du tronçon parabolique.

L_d : Longueur du tronçon droit.

$$L_c = \frac{1}{4a} \left[\ln(2 \cdot a \cdot d_c + \sqrt{1 + (2 \cdot a \cdot d_c)^2}) + 2 \cdot a \cdot d_c \sqrt{1 + (2 \cdot a \cdot d_c)^2} \right]$$

$$L_r = \begin{cases} \frac{0,5+A}{\cos\alpha} & \text{pour les câbles de 1}^{\text{ère}} \text{ famille} \\ \frac{A}{\cos\alpha} & \text{pour les câbles de 2}^{\text{ème}} \text{ famille} \end{cases}$$

$$L_d = d_i$$

Exemple de calcul :

$$L_r = \begin{cases} \frac{0,5+A}{\cos\alpha} = \frac{0,5+1}{\cos 4} = 1.504 & \text{pour les câbles de 1}^{\text{ère}} \text{ famille} \\ \frac{A}{\cos\alpha} = \frac{1.75}{\cos 25} = 1.931 & \text{pour les câbles de 2}^{\text{ème}} \text{ famille} \end{cases}$$

$$L_c = \frac{1}{4 \times 0.017} \left[\ln(2 \times 0.017 \times 2.004 + \sqrt{1 + (2 \times 0.017 \times 2.004)^2}) + 2 \cdot a \cdot d_c \sqrt{1 + (2 \times 0.017 \times 2.004)^2} \right] = 2.01$$

N° Câbles	Lr (m)	Lc (m)	Ld (m)	Lt	Lt x 2
1	1.504	2.01	13.696	17.21	34.42
2	1.533	5.79	9.944	17.27	34.54
3	1.568	7.98	7.831	17.38	34.76
4	1.931	3.36	8.702	13.99	27.98
5	1.931	3.36	6.702	11.99	23.98
6	1.931	3.36	4.702	9.99	19.98

Tab. IX.3: Récapitulatif des longueurs des câbles

IX.2.5 : Câble moyen fictif :

Dans tout élément en BP, traversé par plusieurs câbles et dans toute section de ce dernier, on peut remplacer, d'une manière fictive, l'ensemble des câbles traversant ses sections par un seul, passant par le point d'application de la résultante des forces de précontraintes. Les points de passage

du câble équivalent sont déterminés, dans chaque section, par le calcul de la distance e du centre de gravité des câbles à la fibre inférieure.

La position du câble moyen sera déterminée dans les différentes sections par les formules :

- **Section d'about :** $t_{\text{moy}} = \frac{\sum t_i}{n}$
- **Section à X_m de l'appui :** $t_i = d' + a_i \cdot x_i^2$ avec : $x_i = d_c + 1 - (x)$

Remarque : à la section médiane $t_i = d'$

Les résultats sont résumés dans les tableaux suivants :

Exemple de calcul :

- **Section d'appui : 3 câbles**

Câble n° (1) : $t_1 = 0.250\text{m}$

Câble n° (2) : $t_2 = 0.9343\text{m}$

Câble n° (3) : $t_3 = 1.6186\text{m}$

Position du câble moyen à l'about :

$$t_{\text{moy}} = \frac{\sum t_i}{n} = \frac{0.25 + 0.9343 + 1.6186}{3} = 0.9343\text{m}$$

- **Section à 1m de l'appui :**

$$t_i = d' + a_i \cdot x_i^2 \quad \text{avec : } x_i = d_c + 1 - (x)$$

Câble n° (1) : $t_1 = 0.1783\text{m}$

Câble n° (2) : $t_2 = 0.6696\text{m}$

Câble n° (3) : $t_3 = 1.2865\text{m}$

$$t_{\text{moy}} = \frac{\sum t_i}{n} = \frac{0.1783 + 0.6696 + 1.2865}{3} = 0.7116\text{m}$$

Section d'about			Section à 1 m de l'about			Section à 3 m de l'about					
câble	t_i	t_{moy}	câble	t_i	t_{moy}	sans câbles émergeant			avec câbles émergeant		
						câble	t_i	t_{moy}	câble	t_i	t_{moy}
1	0.250	0.934	1	0.178	0.711	1	0.110	0.413	1	0.110	0.747
2	0.934		2	0.669		2	0.364		2	0.364	
3	1.619		3	1.286		3	0.764		3	0.764	
									4	1.75	

Section à 5 m de l'about						Section à 7 m de l'about					
sans câbles émergeant			avec câbles émergeant			sans câbles émergeant			avec câbles émergeant		
câble	t _i	t _{moy}	câble	t _i	t _{moy}	câble	t _i	t _{moy}	câble	t _i	t _{moy}
1	0.178	0.246	1	0.178	0.606	1	0.381	0.223	1	0.381	0.523
2	0.165		2	0.165		2	0.111		2	0.111	
3	0.394		3	0.394		3	0.176		3	0.176	
			4	0.541					4	0.181	
			5	1.75					5	0.541	
									6	1.75	

section du câble équivalent à la section 0,5 L de l'about					
sans câble émergeant			avec câble émergeant		
câble	t _i	t _{moy}	câble	t _i	t _{moy}
1	0.11	0.11	1	0.11	0.143
2	0.11		2	0.11	
3	0.11		3	0.11	
			4	0.177	
			5	0.177	
			6	0.177	

Tab. IX.4 : Câble moyen fictif

IX.3 : Caractéristiques géométriques des sections nettes :

Ayant déterminé le tracé des câbles, il nous reste à vérifier que le tracé est adéquat.

Pour cela il faut que les contraintes dans toutes les sections soient respectées. d'où on détermine les caractéristiques géométriques des sections particulières pour pouvoir tracer les fuseaux limites.

- Composante de la précontrainte à la section d'appui :

Soit P la force de la précontrainte d'un câble :

$$\begin{cases} V = \sum P_i \cdot \sin \alpha_i = P \cdot \sum \sin \alpha_i \\ N = \sum P_i \cdot \cos \alpha_i = P \cdot \sum \cos \alpha_i \end{cases}$$

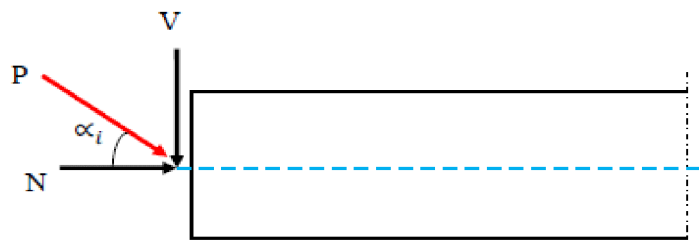


Fig. IX.4: composantes de la force de précontrainte

Z : la distance du point d'application de la composante N par rapport au centre de gravité de la poutre.

Z_i : la distance du point d'application de la résultante N par rapport à la fibre inférieure de la section (Z_i = t_i).

$$P \cdot \sum Z_i \cdot \cos \alpha_i = N \cdot Z \quad \Rightarrow \quad Z = \frac{\sum Z_i \cdot \cos \alpha_i}{\sum \cos \alpha_i}$$

Avec : $N = P \sum \cos \alpha_i$

• **Section d'about (poutre seule) :**

n° du câble	$\alpha(^{\circ})$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	Z_i (m)	$Z_i \times \cos \alpha$	Z_i^2 (m ²)
1	4	0.06976	0.9976	0.2500	0.2494	0.0625
2	12	0.2079	0.9781	0.9343	0.9139	0.8729
3	17	0.2924	0.9563	1.6186	1.5479	2.6198
Σ	/	/	2.9320	2.8029	2.7112	3.5552

Tab IX.5: Composantes de la précontrainte à l'about (poutre seule)

$$Z = \frac{\sum Z_i \cdot \cos \alpha_i}{\sum \cos \alpha_i} = \frac{2.7112}{2.9320} = 0.9247 \text{ m}$$

Pour tracer les fuseaux limites, il faut déterminer les caractéristiques géométriques de quelques sections particulières de la poutre, ceci en retranchant celles des gaines aux caractéristiques brutes.

$$B_{\text{gaine}} = n \cdot \frac{\pi \cdot \phi_{\text{gaine}}^2}{4} \quad \text{Avec : } \phi_{\text{gaine}} = 6.7 \text{ cm}$$

Le moment d'inertie de la gaine par rapport à l'axe (Δ) passant par la fibre inférieure de la poutre est donnée par :

$$I_g^{(\Delta)} = \frac{n \cdot \pi \cdot \phi_g^4}{64} + \frac{\pi \cdot \phi_g^2}{4} \cdot \sum Z_i^2 \quad n : \text{Nombre de câbles}$$

$$I_g^{(\Delta)} = \frac{3 \cdot \pi \cdot 0.067^4}{64} + \frac{\pi \cdot 0.067^2}{4} \cdot 3.5552 = 1253101.084 \text{ cm}^4$$

$$\text{Section des gaines : } B_{\text{gaine}} = \frac{\pi \cdot \phi_{\text{gaine}}^2}{4} = \frac{\pi \cdot 6.7^2}{4} = 35.24 \text{ cm}^2$$

$$\text{Dans notre cas : } B_{\text{gaine}} = n \cdot 35.24 = 3 \times 35.24 = 105.72 \text{ cm}^2$$

$$S_{\Delta} = Z \times B = 92.47 \times 105.72 = 9775.9284 \text{ cm}^3$$

Désignation	B (cm ²)	Z (cm)	S _Δ (cm ³)	I _Δ (cm ⁴)
Section brute	7427	92.47	707494.75	90919551.99
Gaines	105.72		9775.9284	1253101.084
Section nette	7321.28		697718.82	89666450.91

V' (cm)	V (cm)	I _G (cm ⁴)	ρ (%)	e _p (cm)
95,30	79,70	23173767.69	41,67 %.	-2.83

Tab IX.6: Caractéristiques de la section d'about sans hourdis

$$V' = \frac{S_{\Delta}}{B} = \frac{697718.82}{7321.28} = 95.30 \text{ cm.}$$

$$V = h - V' = 175 - 95.30 = 79.70 \text{ cm.}$$

$$I_G = I_{\Delta} - \frac{S_{\Delta}^2}{B} = 89666450.91 - \frac{(697718.82)^2}{7321.28} = 23173767.69 \text{ cm}^4$$

$$\rho = \frac{I_G}{B \cdot V \cdot V'} = \frac{23173767.69}{7321.28 \times 95.30 \times 79.70} \times 100 = 41.67 \text{ \%}.$$

$$e_p = Z - V' = 92.47 - 95.30 = -2.83 \text{ cm.}$$

- Section d'about (poutre + hourdis) :

On procède de la même manière que précédemment, les tableaux ci-dessous résument les valeurs calculés.

Désignation	B (cm ²)	Z (cm)	S _A (cm ³)	I _A (cm ⁴)
Section brute	10927	92.47	1354994,75	210823718,7
Gaines	105.72		9775.9284	1253101.084
Section nette	10821.28		1345218.822	209570617.6

V'	V	I _G	ρ (%)	e _p
124.31	70.69	42343295.23	44.52	-31.84

Tab IX.7 : Caractéristiques de la section d'about + hourdis

$$V' = \frac{S_A}{B} = \frac{1345218.822}{10821.28} = 124.31 \text{ cm.}$$

$$V = h - V' = 195 - 124.31 = 70.69 \text{ cm.}$$

$$I_G = I_A - \frac{S_A^2}{B} = 209570617.6 - \frac{(1345218.822)^2}{10821.28} = 42343295.23 \text{ cm}^4$$

$$\rho = \frac{I_G}{B \cdot V \cdot V'} = \frac{42343295.23}{10821.28 \times 124.31 \times 70.69} \times 100 = 44.52\%.$$

$$e_p = Z - V' = 92.47 - 124.31 = -31.84 \text{ cm.}$$

Pour les différentes sections leurs caractéristiques sont illustrées dans les tableaux ci-dessous.

Section	Section d'about		Section à 1m de l'about	
	Poutre seule	Poutre + hourdis	Poutre seule	Poutre + hourdis
B (cm ²)	7321.28	10821.28	7321.28	10821.28
v' (cm)	95,30	124.31	95.62	124.53
v (cm)	79,70	70.69	79.38	70.47
I _G (cm ⁴)	23173767.69	42343295.23	23227843.65	42261737.99
ρ (%)	41,67 %.	44.52	41.79	44.50
e _p (cm)	-2.83	-31.84	-25.30	-54.21

Section à 3m de l'about				
Section	Sans câble de l'extrados		Avec câble de l'extrados	
	Poutre seule	Poutre + hourdis	Poutre seule	Poutre + hourdis
B (cm ²)	7321.28	10927	7286.04	10786.04
v' (cm)	96.05	124.82	95.70	124.68
v (cm)	79.38	70.18	79.30	70.32
I _G (cm ⁴)	23124689.32	41978573.72	22851578.95	41821968.02
ρ	41.43	44.28	41.33	44.22
e _p (cm)	-55.25	-84.02	-23.21	-52.19
Section à 5m de l'about				
Section	Sans câble de l'extrados		Avec câble de l'extrados	
	Poutre seule	Poutre + hourdis	Poutre seule	Poutre + hourdis
B (cm ²)	7321.28	10821.28	7250.8	10750.8
v' (cm)	96.28	124.98	96.14	125.07
v (cm)	78.72	70.02	78.86	69.93
I _G (cm ⁴)	22474778.17	41726939.36	22636432.72	41390300.31
ρ	40.50	44.06	41.18	44.02
e _p (cm)	-71.87	-100.57	-37.29	-66.22
Section à 7m de l'about				
Section	Sans câble de l'extrados		Avec câble de l'extrados	
	Poutre seule	Poutre + hourdis	Poutre seule	Poutre + hourdis
B (cm ²)	7321.28	10821.28	7215.56	10715.56
v' (cm)	96.32	125.00	96.89	125.67
v (cm)	78.68	70.00	78.11	69.33
I _G (cm ⁴)	22940758.84	41682876.88	21922058.83	40335595.62
ρ	41.35	44.02	40.14	43.20
e _p (cm)	-73.92	-102.6	-57.25	-86.03
Section	Section à 0,25 m de l'about		Section à 0,5L	
	Poutre seule	Poutre + hourdis	Poutre seule	Poutre + hourdis
B (cm ²)	5368.56	8868.56	5368.56	8868.56
v' (cm)	99.72	133.37	99.72	133.37
v (cm)	75.28	61.63	75.28	61.63
I _G (cm ⁴)	19649147.67	35174586.87	19649147.67	35174586.87
ρ	48.75	48.25	48.75	48.25
e _p (cm)	-85,50	-119.15	-85,50	-119.15

Tab IX.8: Récapitulatif des caractéristiques des différentes sections

IX.3 : Fuseaux limites :

Les fuseaux limites sont les zones où doit se situer le centre de pression des forces agissantes dans la section. Chacun est limité par deux courbes. Il faut vérifier que le câble équivalent est à l'intérieur des courbes limitant les zones ou fuseaux limites.

- 1^{er} fuseau limite :

C'est le fuseau à l'intérieur duquel doit se trouver le tracé du câble équivalent pour qu'il n'ait pas de traction (quelque soit le cas de charge). Pour cela il faut que :

$$-c' \leq e_0 \leq c$$

Avec :

$$C' = \rho \cdot v'$$

$$c = \rho \cdot v \quad ;$$

$$e_0 = e_p + \frac{M}{N}$$

c, c' : Limite du noyau central.

e_p : Excentricité du câble moyen.

e_0 : Centre de pression.

$M_{\min}$: Moment du aux charges permanentes.

$M_{\max}$: Moment du aux charges permanentes et aux surcharges.

P : Tension finale dans le câble après perte (estimées à 32%)

$$\text{Donc : } P = 0.68P_0 = 0.68 \times 1386.23 = 942.65 \text{ KN} = 94.265 \text{ t.}$$

$$P = \sum p_i \cos \alpha_i$$

Remarque :

Le tracé du fuseau limite se fera par rapport à la ligne des centres de gravité. Le long de la poutre. Pour le tracé, on prendra en considération les trois points suivants (section à l'appui, section à $L/4$ de l'appui ($0,25L$), et la section médiane).

La vérification des sections est résumée dans le tableau suivant :

Section	0,00 L	0,25 L	0,5 L
Mmax (t.m)	0	563.96	751,95
Mmin (t.m)	0	341.64	455.52
P (t)	276.38	532.68	532.68
ρ	0.445	0.482	0.482
c (cm)	31.47	29.73	29.73
c' (cm)	55.34	64.35	64.35
Mmax/P (cm)	0.000	105.87	141.16
Mmin/P (cm)	0.000	64.14	85.51
- c' - (Mmin/P) (cm)(I)	-55.34	-128.49	-149.86
c - (Mmax/P)(cm) (II)	31.47	-76.14	-111.43
ep	-31.84	-119.15	-119.15
I ≤ ep ≤ II	-55.34 ≤ -31.84 ≤ 31.47	-128.49 ≤ -119.15 ≤ -76.14	-149.86 ≤ -119.15 ≤ -111.43
Observation	vérifié	vérifié	vérifié

Tab IX.9: Caractéristiques du fuseau limite de traction (poutre + hourdis)

- 2^{ème} fuseau limite :

C'est le fuseau à l'intérieur duquel doit passer le câble équivalent pour que les contraintes extrêmes restent inférieures à leurs valeurs limites en compression.

$$-a' - \frac{M_{\min}}{P} \leq e_p \leq a - \frac{M_{\max}}{P}$$

Avec :

$$a = \min (e_1 ; e_2).$$

$$a' = \min (e'_1 ; e'_2).$$

$$-e'_1 = \rho \cdot v \cdot \left(1 - \bar{\sigma}_c \cdot \frac{B}{P}\right)$$

$$-e'_2 = \rho \cdot v' \cdot \left(-1 + \bar{\sigma}_t \cdot \frac{B}{P}\right)$$

$$e_1 = \rho \cdot v \cdot \left(1 - \bar{\sigma}_t \cdot \frac{B}{P}\right)$$

$$e_2 = \rho \cdot v' \cdot \left(-1 + \bar{\sigma}_c \cdot \frac{B}{P}\right)$$

La vérification des sections est résumée dans le tableau suivant :

$\sigma_{cs} = \sigma_{ci}$	21	21	21
σ_t	2.7	2.7	2.7
Mmax (t.m)	0	563.96	751,95
Mmin (t.m)	0	341.64	455.52
P (t)	276.38	532.68	532.68
- e'₁	-227.29	-74.23	-74.23
- e'₂	3.16	-35.42	-35.42
a'	-227.29	-74.23	-74.23
e₁	-1.79	16.37	16.37
e₂	399.70	160.64	160.64
a	-1.79	16.37	16.37
- a' - Mmin/P (I)	-227.29	-138.36	-138.36
a - Mmax/P (II)	-1.79	-89.50	-89.50
ep	-31.84	-119.15	-119.15
I ≤ ep ≤ II	-227.29 ≤ -31.84 ≤ -1.79	-138.36 ≤ -119.15 ≤ -89.50	-138.36 ≤ -119.15 ≤ -89.50
Observation	Vérifié	Vérifié	Vérifié

Tab IX.10: Caractéristiques du fuseau limite de compression

IX.4 : Les pertes de tension :

Introduction : Dans les calculs de précontraintes, on ne peut déterminer, de façon précise, le taux de travail des aciers de précontraintes, les raisons s'expliquent par un certain nombre de phénomènes qui se manifestent lors de la mise en tension des câbles. Ces phénomènes engendrent des pertes dans l'effort de traction des câbles appelées « perte de tension ».

Cette perte désigne la différence entre la force exercée, en un point donnée des câbles, par le vérin lors de la mise en tension, et la force qui s'exerce, sur le même point du câble, après une durée d'exploitation déterminée.

Ces pertes sont :

- **Les pertes instantanées :** Elles se produisent lors de la mise en tension. Elles sont dues aux :
 - Frottements.
 - Recul des encrages.
 - Raccourcissement instantané du béton (non-simultanéité des différents câbles).
- **Les pertes différées :** Elles se produisent durant l'exploitation de l'ouvrage, elles sont dues aux :
 - Retrait de béton.
 - Relaxation des aciers.
 - Fluage du béton.

IX.4.1 : Les pertes instantanées :

4.1.1 : Perte par frottement :

Au moment de la mise en tension du câble, se dernier se met en contact avec la gaine, il en résulte un frottement qui réduit la tension du câble.

La tension à n'importe quel point d'abscisse x, après la mise en tension est :

$$\sigma_p(x) = \sigma_{p_0} \cdot e^{(-f\alpha - \varphi x)}$$

Avec:

σ_{p_0} : Tension à l'origine $\sigma_{p_0} = 1424,7$ MPa.

f : Coefficient de frottement angulaire. $f = 0,18 \text{ rd}^{-1}$.

α : Somme des angles du point étudié d'abscisse (x) à l'ancrage.

φ : Coefficient de frottement linéaire $\varphi = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$.

Donc, la perte par frottement est :

$$\Delta\sigma_\varphi(x) = \sigma_{p_0} - \sigma_p(x) = \sigma_{p_0} \cdot e^{(-f\alpha - \varphi x)}$$

section	α	σ_{p_0}	X=0.00L		X=1m		X=0.25L		X=0.5L	
		MPa	X	$\Delta\sigma_\varphi(x)$	X	$\Delta\sigma_\varphi(x)$	X	$\Delta\sigma_\varphi(x)$	X	$\Delta\sigma_\varphi(x)$
Câble 1	4	1 424,7	0.00	0.00	1	2.84	8.35	41.09	16.7	64.00
Câble 2	12	1 424,7	0.00	0.00	1	2.84	8.35	75.43	16.7	97.77
Câble 3	17	1 424,7	0.00	0.00	1	2.84	8.35	96.46	16.7	118.46
Câble 4	25	1 424,7	/	/	/	/	5.35	121.63	13.7	143.21
Câble 5	25	1 424,7	/	/	/	/	3.35	116.41	11.7	138.07
Câble 6	25	1 424,7	/	/	/	/	1.35	111.16	9.7	132.92
Valeur moy de 3 câbles	/	/	/	0.00	/	2.84	/	70.99	/	93.41
Valeur moy de 6 câbles	/	/	/	/	/	/	/	93.69	/	115.74

Tab IX.11: Perte par frottement

IX.4.1.2 : Perte par recul d'ancrage :

Ces pertes correspondent à un glissement des torons dans les clavettes et celles-ci dans les plaques d'ancrages lors de la détension du vérin et du blocage des clavettes. L'effort de traction exercé par le câble bloque, par effet de coin, les clavettes dans les ancrages. Ce glissement (tassement) prend des valeurs de 1 à 12 mm, suivant la puissance de l'ancrage et le procédé de précontrainte utilisé.

Le tassement des câbles provoque un raccourcissement du câble, c'est-à-dire une perte de tension. Cette perte ne prend effet que sur une distance « x » appelée longueur d'influence, au-delà de cette distance, le raccourcissement est empêché par les frottements des câbles au gaine.

Câble N°1 :

La tension à l'origine $\sigma_{p_0} = \sigma_A = 1424,7$ MPa

$$\sigma_i = \sigma_{p_0} (1 - f\alpha - \varphi x) \quad \text{avec } \alpha = 0 \text{ (tronçon rectiligne)}$$

$$\sigma_B = 1424,7 (1 - 0,18 \times 0 - 2 \times 10^{-3} \times 1) = 1421,85 \text{ MPa}$$

$$\sigma_C = 1424.7 (1 - 0.18 \times 0.0698 - 2 \times 10^{-3} \times 3.004) = 1398.24 \text{ MPa}$$

$$\sigma_D = 1424.7 (1 - 0.18 \times 0.0698 - 2 \times 10^{-3} \times 16.7) = 1359.2 \text{ MPa}$$

$$g.E_p = 6 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^5 = 12 \times 10 = 1200 \text{ Mpa.m}$$

• **Calcul des aires**

$$S_1 = (1424.7 - 1421.85) \times 1/2 = 1.425 \text{ Mpa.m}$$

$$S_2 = (1421.85 - 1398.24) \times 1 = 23.61 \text{ Mpa.m}$$

$$S_3 = (1421.85 - 1398.24) \times 2.004/2 = 23.65 \text{ Mpa.m}$$

$$S_4 = (1398.24 - 1359.20) \times 3.004 = 117.27 \text{ Mpa.m}$$

$$S_5 = (1398.24 - 1359.20) \times 13.696/2 = 267.34 \text{ Mpa.m}$$

$$S = 2 \sum S_i = 2 \times 433.295 = 866.59 \text{ Mpa.m}$$

$g.E_p > S \Rightarrow$ il se produit une chute de tension $\Delta\sigma_m$

$$g.E_p = S + \Delta\sigma_m \times AD$$

$$\Delta\sigma_m = (1200 - 866.59) / 16.7 = 19.96 \text{ MPa}$$

On voit ci-après :

le diagramme de chute de tension avant et après blocage d'ancrage dans le câble n°1

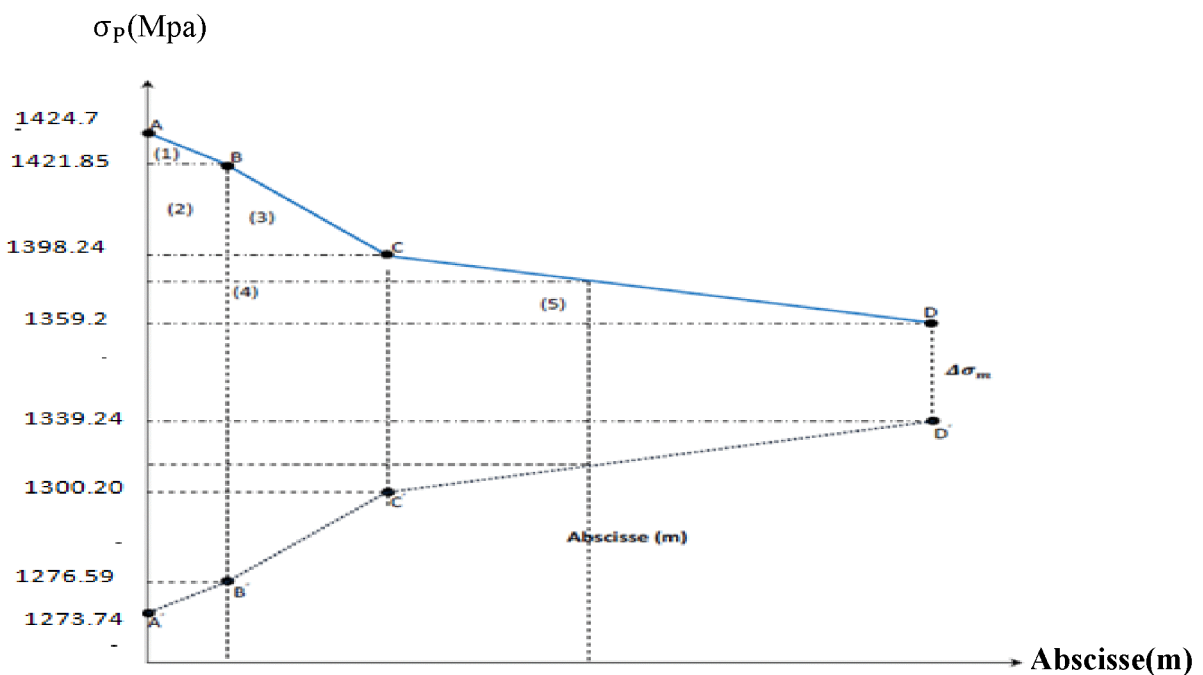


Fig. IX.5 : diagramme de chute de tension avant et après blocages dans le câble N °1

Câble N°2 :

La tension à l'origine $\sigma_{p0} = \sigma_A = 1424,7 \text{ MPa}$

$$\sigma_i = \sigma_{p0}(1 - f\alpha - \varphi x) \quad \text{Avec } \alpha = 0 \text{ (tronçon rectiligne)}$$

$$\sigma_B = 1424,7(1 - 0,18 \times 0 - 2 \times 10^{-3} \times 1) = 1421,85 \text{ MPa}$$

$$\sigma_C = 1424,7(1 - 0,18 \times 0,2094 - 2 \times 10^{-3} \times 6,756) = 1351,75 \text{ MPa}$$

$$\sigma_D = 1424,7(1 - 0,18 \times 0,2094 - 2 \times 10^{-3} \times 16,7) = 1323,41 \text{ MPa}$$

- Calcul des aires**

$$S_1 = (1424,7 - 1421,85) \times 1/2 = 1,425 \text{ Mpa.m}$$

$$S_2 = (1421,85 - 1351,75) \times 1 = 70,11 \text{ MPa.m}$$

$$S_3 = (1421,85 - 1351,75) \times 5,756/2 = 201,75 \text{ MPa.m}$$

$$S_4 = (1351,75 - 1323,41) \times 6,756 = 191,47 \text{ MPa.m}$$

$$S_5 = (1351,75 - 1323,41) \times 9,944/2 = 140,91 \text{ MPa.m}$$

$$S = 2 \sum S_i = 2 \times 605,38 = 1210,76 \text{ MPa.m}$$

$S > g.E_p \Rightarrow$ le point (M) n'appartient pas à BC $\Rightarrow$ Le point (M) appartient à CD.

Détermination de x (longueur d'influence).

$$g.E_p = S_{\text{Air}}(\text{ABCMC'B'A'})$$

$$S_1 = 1,425 \text{ Mpa.m}$$

$$S_2 = 70,11 \text{ MPa.m}$$

$$S_3 = 201,75 \text{ MPa.m}$$

$$S_4 = ((1351,75 - \sigma_M) \times 6,756) = 191,47 \text{ MPa.m}$$

$$S_5 = (1351,75 - \sigma_M) \frac{(x - 6,756)}{2}$$

$$\frac{1}{2}S = 273,285 + (1351,75 - \sigma_M) \left(6,756 + \frac{(x - 6,756)}{2} \right)$$

$$S = 546,57 + (1351,75 - \sigma_M)(6,756 + x)$$

$$\sigma_M = \sigma_{p0}(1 - f\alpha - \varphi x) = 1424,7 \times [1 - 0,18 \times 0,2094 - 0,002 \times x] \Rightarrow \sigma_M = 1371,00 - 2,8494 \times x$$

Donc :

$$S = 546,57 + [1351,75 - (1371,00 - 2,8494 \times x)](6,756 + x)$$

$$S = 546.57 + 9132.432 + 1351.75.x - 9262.47 - 1371.x + 19.25.x + 2.8494.x^2$$

$$2.8494.x^2 + 416.523 - 1200 = 0 \Rightarrow X = 16.58\text{m}$$

$$\sigma_M = 1371.00 - 2.8494 \times 16.58 \Rightarrow \sigma_M = 1323.75\text{MPa}$$

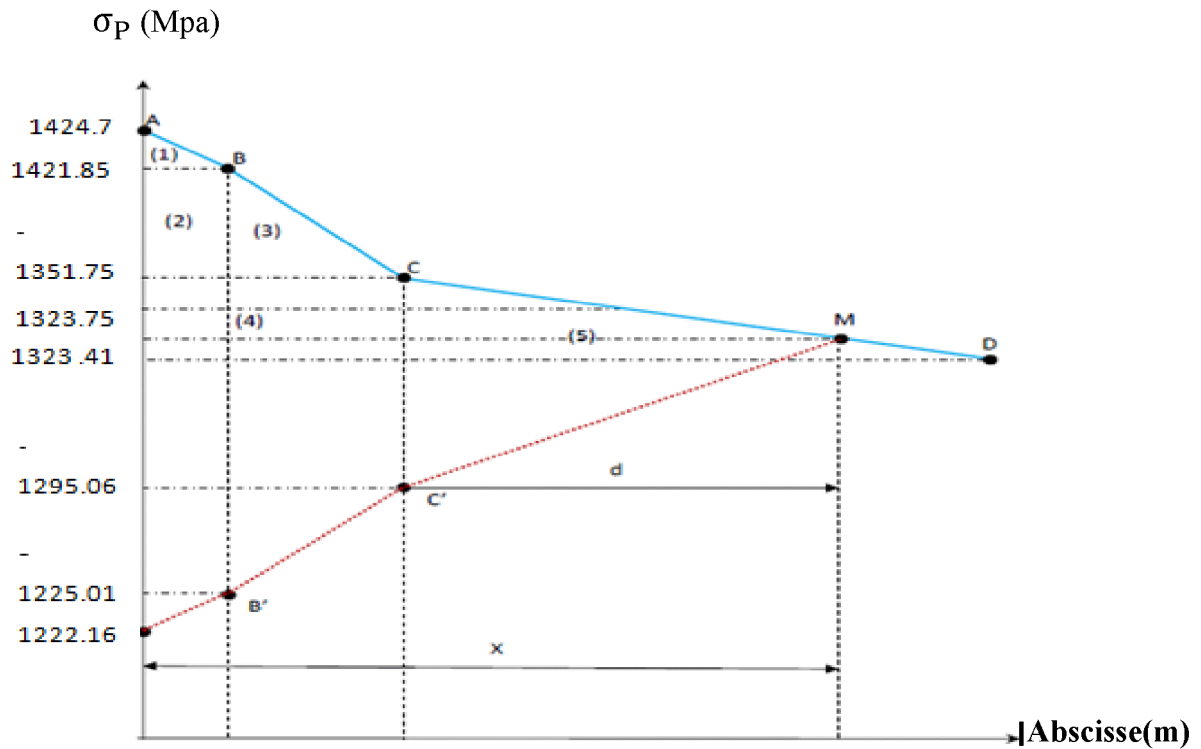


Fig. IX.6: diagramme de chute de tension avant et après blocages dans le câble N°2

Câble N°3 :

La tension à l'origine $\sigma_{p0} = \sigma_A = 1424,7\text{MPa}$

$$\sigma_i = \sigma_{p0}(1 - f\alpha - \varphi x) \quad \text{Avec } \alpha = 0 \text{ (tronçon rectiligne)}$$

$$\sigma_B = 1424.7(1 - 0.18 \times 0 - 2 \times 10^{-3} \times 1) = 1421.85 \text{ MPa}$$

$$\sigma_C = 1424.7(1 - 0.18 \times 0.2967 - 2 \times 10^{-3} \times 7.869) = 1326.19 \text{ MPa}$$

$$\sigma_D = 1424.7(1 - 0.18 \times 0.2967 - 2 \times 10^{-3} \times 16.7) = 1301.03\text{MPa}$$

- Calcul des aires

$$S_1 = (1424.7 - 1421.85) \times 1/2 = 1.425 \text{ Mpa.m}$$

$$S_2 = (1421.85 - 1326.19) \times 1 = 95.66 \text{ MPa.m}$$

$$S_3 = (1421.85 - 1326.19) \times 7.869/2 = 376.37 \text{ MPa.m}$$

$$S_4 = (1326.19 - 1301.03) \times 8.869 = 223.14 \text{ MPa.m}$$

$$S_5 = (1326.19 - 1301.03) \times 7.831/2 = 98.51 \text{ MPa.m}$$

$$S = 2 \sum S_i = 2 \times 795.105 = 1590.21 \text{ MPa.m}$$

$S > g.E_p \Rightarrow$ le point (M) n'appartient pas à BC.

Le point (M) n'appartient pas à BC.

Le point (M) appartient à CD.

Détermination de x (longueur d'influence).

$$g.E_p = S_{\text{Air}}(ABCMC'B'A')$$

$$S_1 = 1.425 \text{ Mpa.m}$$

$$S_2 = 95.66 \text{ MPa.m}$$

$$S_3 = 376.37 \text{ MPa.m}$$

$$S_4 = (1326.19 - \sigma_M) \times 8.869$$

$$S_5 = (1326.19 - \sigma_M) \frac{(x - 8.869)}{2}$$

$$\frac{1}{2}S = 473.455 + (1326.19 - \sigma_M) \left(8.869 + \frac{(x - 8.869)}{2} \right)$$

$$S = 946.91 + (1326.19 - \sigma_M)(8.869 + x)$$

$$\sigma_M = \sigma_{p0}(1 - f\alpha - \varphi x) = 1424.7 \times [1 - 0.18 \times 0.2697 - 0.002 \cdot x]$$

$$\sigma_M = 1355.53 - 2.8494 \cdot x$$

Donc :

$$S = 946.91 + (1326.19 - [1355.53 - 2.8494 \cdot x])(8.869 + x)$$

$$S = 946.91 - 260.21 - 29.43 \cdot x - 25.27x + 2.8494 \cdot x^2$$

$$2.8494 \cdot x^2 + 4.16 \cdot x - 513.3 = 0$$

$$\Delta = (4.16)^2 - 4(2.8494)(513.3) = 76.60$$

$$X = 14.17 \text{ m}$$

$$\sigma_M = 1355.53 - 2.8494 \times 14.17$$

$$\sigma_M = 1315.15 \text{ MPa}$$

On voit çï-après :

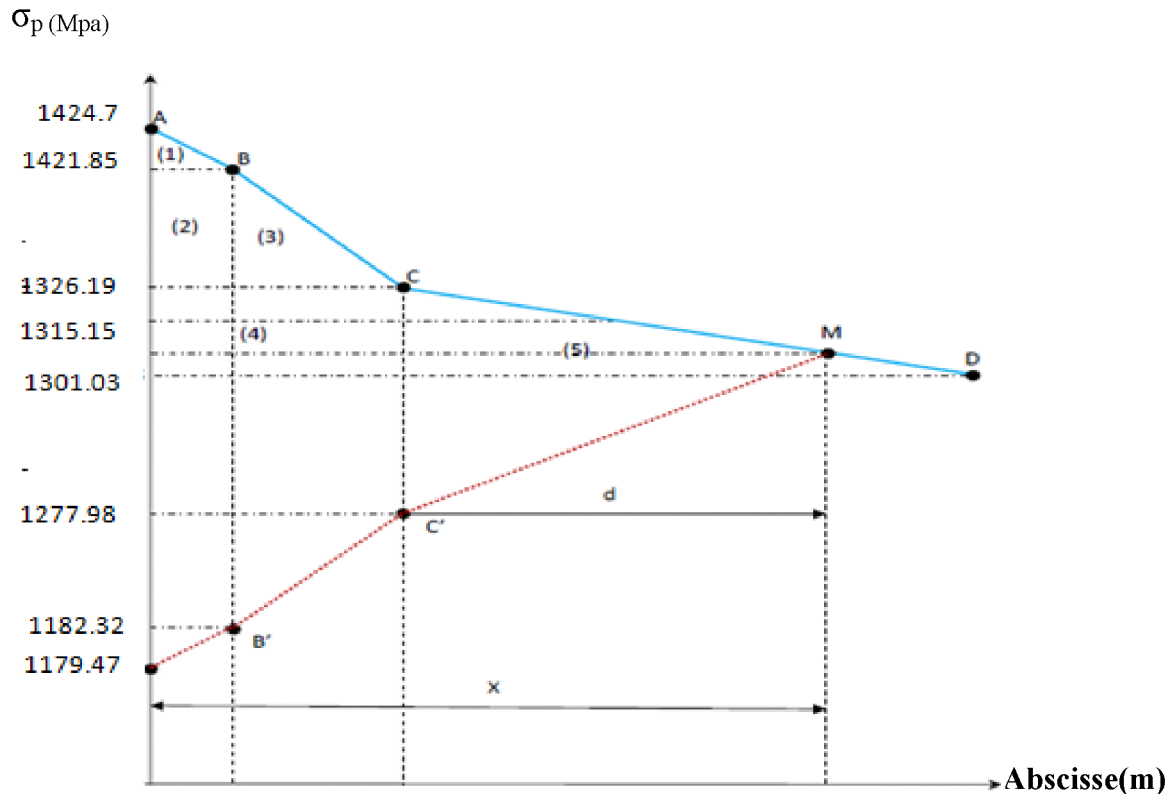


Fig. IX.7: diagramme de chute de tension avant et après blocages dans le câble N°3

Câble N°4:

La tension à l'origine $\sigma_{p0} = \sigma_A = 1424,7 \text{ MPa}$

$$\sigma_i = \sigma_{p0}(1 - f\alpha - \varphi x) \quad \text{Avec } \alpha = 0 \text{ (tronçon rectiligne)}$$

$$\sigma_B = 1424.7 (1 - 0.18 \times 0 - 2 \times 10^{-3} \times 1.75) = 1419.71 \text{ MPa}$$

$$\sigma_C = 1424.7 (1 - 0.18 \times 0.4363 - 2 \times 10^{-3} \times 4.998) = 1298.57 \text{ MPa}$$

$$\sigma_D = 1424.7 (1 - 0.18 \times 0.4363 - 2 \times 10^{-3} \times 13.7) = 1273.77 \text{ MPa}$$

- Calcul des aires

$$S_1 = (1424.7 - 1419.71) \times 1.75 / 2 = 4.37 \text{ MPa.m}$$

$$S_2 = (1419.71 - 1298.57) \times 1.75 = 211.99 \text{ MPa.m}$$

$$S_3 = (1419.71 - 1298.57) \times 3.248 / 2 = 196.73 \text{ MPa.m}$$

$$S_4 = (1298.57 - 1273.77) \times 4.998 = 123.95 \text{ MPa.m}$$

$$S_5 = (1298.57 - 1273.77) \times 8.702/2 = 107.90 \text{ MPa.m}$$

$$S = 2 \sum S_i = 2 \times 644.94 = 1289.89 \text{ MPa.m}$$

$S > g.E_p \Rightarrow$ le point (M) n'appartient pas à BC.

Le point (M) n'appartient pas à BC.

Le point (M) appartient à CD.

Détermination de x (longueur d'influence).

$$g.E_p = S_{\text{Air}} (ABCMC'B'A')$$

$$S_1 = 4.37 \text{ Mpa.m}$$

$$S_2 = 211.99 \text{ MPa.m}$$

$$S_3 = 196.73 \text{ MPa.m}$$

$$S_4 = (1298.57 - \sigma_M) \times 4.998$$

$$S_5 = (1298.57 - \sigma_M) \frac{(x - 4.998)}{2}$$

$$\frac{1}{2} S = 413.09 + (1298.57 - \sigma_M) \left(4.998 + \frac{(x - 4.998)}{2} \right)$$

$$S = 826.18 + (1298.57 - \sigma_M)(4.998 + x)$$

$$\sigma_M = \sigma_{p0}(1 - f\alpha - \varphi x) = 1424.7 \times [1 - 0.18 \times 0.4363 - 0.002 \times x]$$

$$\sigma_M = 1312.81 - 2.8494 \times x$$

Donc :

$$S = 826.18 + (1298.57 - [1312.81 - 2.8494 \times x])(4.998 + x)$$

$$S = 826.18 + 6490.252 + 1298.57x - 6561.42 - 1312.81x + 14.24x + 2.8494 \times x^2$$

$$S = 2.8494 \times x^2 + 755.01$$

$$2.8494 \times x^2 - 444.99 = 0$$

$$X = 12.49 \text{ m}$$

$$\sigma_M = 1312.81 - 2.8494 \times 12.49$$

$$\sigma_M = 1277.22 \text{ MPa}$$

On voit çà-après :

le diagramme de chute de tension avant et après blocage d'ancrage dans le cable n° 4

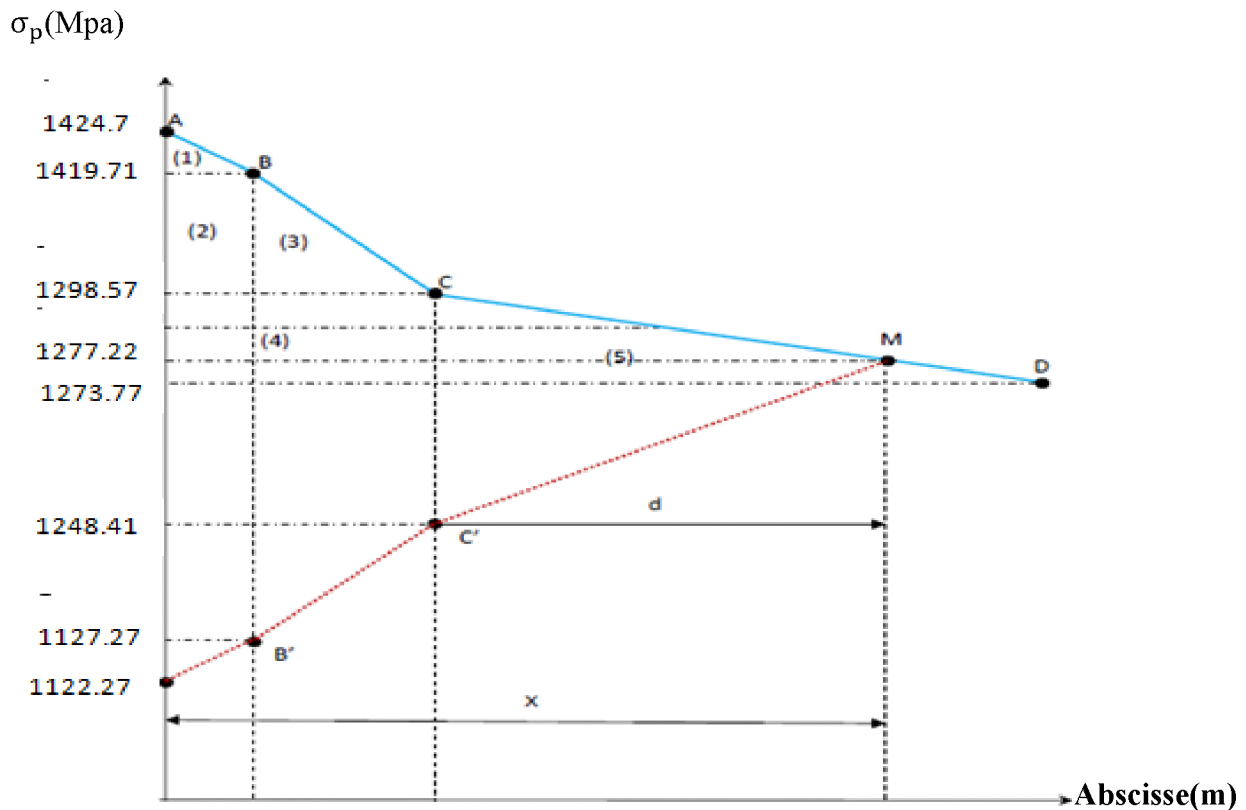


Fig. IX. 8: diagramme de chute de tension avant et après blocages dans le câble N°4

Câble N°5:

La tension à l'origine $\sigma_{p0} = \sigma_A = 1424,7 \text{ MPa}$

$$\sigma_i = \sigma_{p0}(1 - f\alpha - \varphi x) \quad \text{Avec } \alpha = 0 \text{ (tronçon rectiligne)}$$

$$\sigma_B = 1424.7 (1 - 0.18 \times 0 - 2 \times 10^{-3} \times 1.75) = 1419.71 \text{ MPa}$$

$$\sigma_C = 1424.7 (1 - 0.18 \times 0.4363 - 2 \times 10^{-3} \times 4.998) = 1298.57 \text{ MPa}$$

$$\sigma_D = 1424.7 (1 - 0.18 \times 0.4363 - 2 \times 10^{-3} \times 11.7) = 1279.47 \text{ MPa}$$

- Calcul des aires

$$S_1 = (1424.7 - 1419.71) \times 1.75 / 2 = 4.37 \text{ MPa.m}$$

$$S_2 = (1419.71 - 1298.57) \times 1.75 = 211.99 \text{ MPa.m}$$

$$S_3 = (1419.71 - 1298.57) \times 3.248 / 2 = 196.73 \text{ MPa.m}$$

$$S_4 = (1298.57 - 1279.47) \times 4.998 = 95.46 \text{ MPa.m}$$

$$S_5 = (1298.57 - 1279.47) \times 6.702 / 2 = 64.00 \text{ MPa.m}$$

$$S = 2 \sum S_i = 2 \times 572.55 = 1145.10 \text{ MPa.m}$$

$g.E_p > S \Rightarrow$ il se produit une chute de tension $\Delta\sigma_m$

$$g.E_p = S + \Delta\sigma_m \times AD$$

$$\Delta\sigma_m = (1200 - 1145.10) / 11.7 = 4.69 \text{ MPa}$$

le diagramme de chute de tension avant et après blocage d'ancrage dans le câble n°5

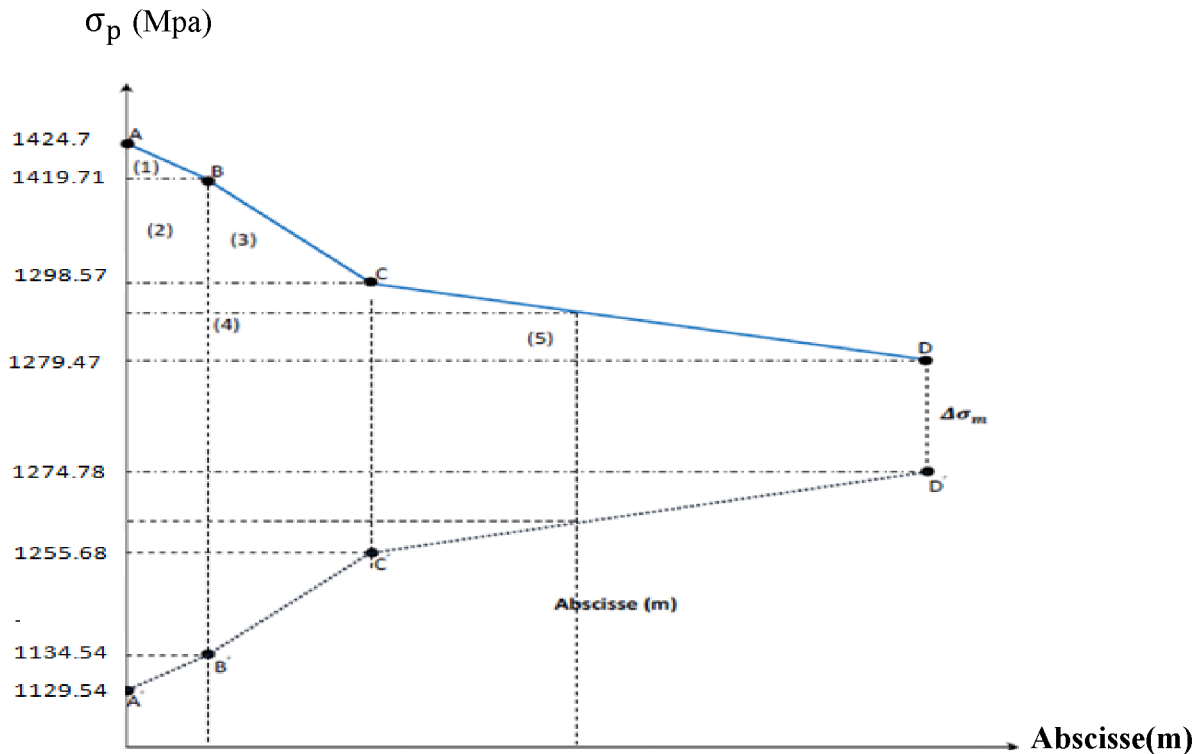


Fig. IX.9: diagramme de chute de tension avant et après blocages dans le câble N°5

Câble N°6:

La tension à l'origine $\sigma_{p0} = \sigma_A = 1424,7 \text{ MPa}$

$$\sigma_i = \sigma_{p0} (1 - f\alpha - \varphi x) \quad \text{Avec } \alpha = 0 \text{ (tronçon rectiligne)}$$

$$\sigma_B = 1424.7 (1 - 0.18 \times 0 - 2 \times 10^{-3} \times 1.75) = 1419.71 \text{ MPa}$$

$$\sigma_C = 1424.7 (1 - 0.18 \times 0.4363 - 2 \times 10^{-3} \times 4.998) = 1298.57 \text{ MPa}$$

$$\sigma_D = 1424.7 (1 - 0.18 \times 0.4363 - 2 \times 10^{-3} \times 9.7) = 1285.17 \text{ MPa}$$

- **Calcul des aires**

$$S_1 = (1424.7 - 1419.71) \times 1.75 / 2 = 4.37 \text{ MPa.m}$$

$$S_2 = (1419.71 - 1298.57) \times 1.75 = 211.99 \text{ MPa.m}$$

$$S_3 = (1419.71 - 1298.57) \times 3.248/2 = 196.73 \text{ MPa.m}$$

$$S_4 = (1298.57 - 1285.17) \times 4.998 = 66.97 \text{ MPa.m}$$

$$S_5 = (1298.57 - 1285.17) \times 4.702/2 = 31.50 \text{ MPa.m}$$

$$S = 2 \sum S_i = 2 \times 511.56 = 1023.12 \text{ MPa.m}$$

$g.E_p > S \Rightarrow$ il se produit une chute de tension $\Delta\sigma_m$

$$g.E_p = S + \Delta\sigma_m \times AD$$

$$\Delta\sigma_m = (1200 - 1023.12) / 9.7 = 18.23 \text{ MPa}$$

le diagramme de chute de tension avant et après blocage d'ancrage dans le câble n°5

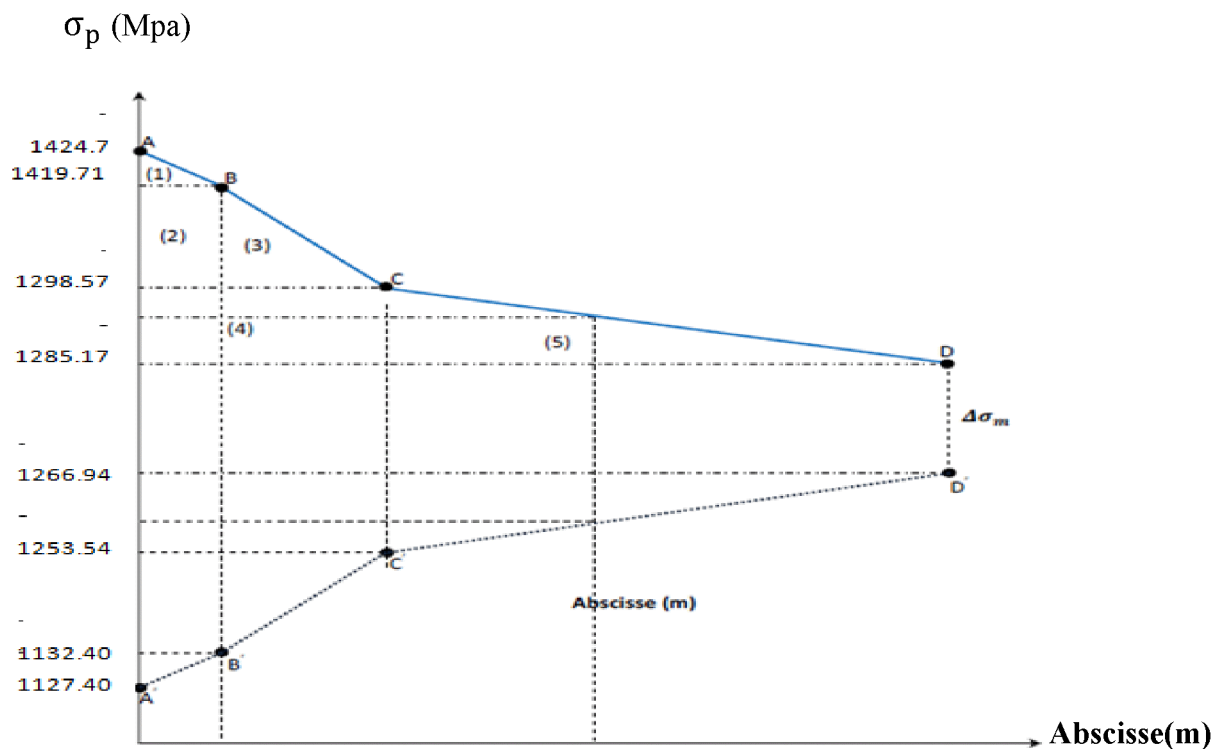


Fig. IX.10: diagramme de chute de tension avant et après blocages dans le câble N°6

Les pertes par recul d'ancrage :

Câble 1 :

$$\Delta\sigma(x = 16.70\text{m}) = 19.96 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma(x = 8.35\text{m}) = (1383 - 1359.2) \times 2 + 19.96 = 67.56 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma(x = 1.00\text{m}) = (1421.85 - 1276.59) = 145.26 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma(x = 0.00\text{m}) = (1424.7 - 1273.74) = 150.96 \text{ MPa}$$

Câble 2 :

$$\Delta\sigma(x = 16.70\text{m}) = 0.00\text{MPa}$$

$$\Delta\sigma(x = 8.35\text{m}) = (1347.19 - 1323.75) \times 2 + 0.00 = 46.88\text{MPa}$$

$$\Delta\sigma(x = 1.00\text{m}) = (1421.85 - 1225.01) = 196.84\text{MPa}$$

$$\Delta\sigma(x = 0.00\text{m}) = (1424.7 - 1222.16) = 202.54\text{MPa}$$

Câble 3 :

$$\Delta\sigma(x = 16.70\text{m}) = 0.00\text{MPa}$$

$$\Delta\sigma(x = 8.35\text{m}) = (1324.82 - 1315.15) \times 2 + 0.00 = 19.34\text{MPa}$$

$$\Delta\sigma(x = 1.00\text{m}) = (1421.85 - 1182.32) = 239.53\text{MPa}$$

$$\Delta\sigma(x = 0.00\text{m}) = (1424.7 - 1179.47) = 245.23\text{MPa}$$

Câble 4 :

$$\Delta\sigma(x = 16.70\text{m}) = 0.00\text{MPa}$$

$$\Delta\sigma(x = 8.35\text{m}) = (1289.01 - 1277.22) \times 2 + 0.00 = 23.58\text{MPa}$$

Câble 5 :

$$\Delta\sigma(x = 16.70\text{m}) = 4.69\text{MPa}$$

$$\Delta\sigma(x = 8.35\text{m}) = (1289.01 - 1279.47) \times 2 + 4.69 = 23.77\text{MPa}$$

Câble 6 :

$$\Delta\sigma(x = 16.70\text{m}) = 18.23\text{MPa}$$

$$\Delta\sigma(x = 8.35\text{m}) = (1289.01 - 1285.17) \times 2 + 18.23 = 25.91\text{MPa}$$

Section	0.00L	0.0299L	0.25L	0.5L
Abscisse (m)	0.00	1.00	8.35	16.70
Câble 1	150.96	145.26	67.56	19.96
Câble 2	202.54	196.84	46.88	0.00
Câble 3	245.23	239.53	19.34	0.00
Câble 4	/	/	23.58	0.00
Câble 5	/	/	23.77	4.69
Câble 6	/	/	25.91	18.23
valeur moyenne des 3 câbles	199.57	193.87	44.59	6.65
valeur moyenne des 6 câbles	/	/	34.51	7.14

Tab. IX.11 : Récapitulatif des pertes par recul d'ancrage.

IX.4.1.3 : Les pertes par raccourcissement instantané du béton :

L'application d'une contrainte sur le béton entraîne une déformation instantanée de celui-ci, en conséquence, les armatures de précontraintes vont aussi subir une déformation, donc une perte de tension.

La mise en tension des câbles se fera en deux phases :

- La première famille sera tendue au 14^{ème} jour (n = 3 câbles).
- La deuxième famille sera tendue au 28^{ème} jour (n = 3 câbles).

La 1^{ère} famille de câbles :

Chaque câble de la première famille subit une perte moyenne due au non simultanée de la mise en tension. La perte est donnée par la formule suivante :

$$\Delta\sigma_{Pi}(x) = \frac{n-1}{2n} \cdot \sigma_{bn}(x) \cdot \frac{E_p}{E_{bij}}$$

Avec :

$\Delta\sigma_{Pi}(x)$: Perte de tension moyenne de n câbles.

E_{bij} : Module instantané de déformation du béton

$$E_{bij} = 11\,000 \sqrt[3]{f_{cj}}$$

$$\sigma_{bn}(x) = \frac{M_g \cdot e_p}{I_G} + n \cdot A_p \cdot \frac{\sigma_{Pi}(x)}{B} \cdot \left(1 + \frac{B \cdot (e_p)^2}{I_G}\right)$$

e_p : Excentricité du câble équivalent à la section considérée.

$\sigma_{Pi}(x)$: Contrainte normale dans le câble après toute pertes.

n : Nombre de câble par familles.

E_p : Module d'élasticité longitudinale de câble.

I_G : Inertie de la poutre seule

$M_g(x)$: Moment dû au poids propre de la poutre seule+amorce à l'abscisse (x).

$\sigma_{Pi}(x)$: Contrainte normale dans le câble après toutes les pertes déjà déterminées.

Après développement, la formule précédente s'écrit sous la forme :

$$\Delta\sigma_{Pi}(x) = \frac{E_p}{3E_{bi}} \cdot \frac{M_g \cdot e_p}{I_G} + \frac{E_p}{3 \cdot E_{bij}} \cdot \frac{n \cdot A_p \cdot (\sigma_{P0} - \Delta\sigma_{\varphi}(x) - \Delta\sigma_g(x))}{B} \cdot \left(1 + \frac{B \cdot (e_p)^2}{I_G}\right)$$

- Exemple de calcul : Section d'about :

$$B = 7321.28 \text{ cm}^2.$$

$$f_{c(14)} = 29,915$$

$$E_{bi(14)} = 11000 \cdot \sqrt[3]{f_{c_j}} = 11000 \cdot \sqrt[3]{29,915} = 34147.246 \text{ MPa}$$

$$A_p = 973 \text{ mm}^2.$$

$$e_p = -2.83 \text{ cm}.$$

$$I_G = 23173767.69 \text{ cm}^4.$$

$$E_p = 2 \times 10^5 \text{ MPa}.$$

$$q = 1.6247 + 0.0154 = 1.6401 \text{ t/ml}$$

$$M_G = \frac{q \cdot l}{2} \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} \quad ; \quad \text{pour } x = 0 \Rightarrow M_G = 0 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\Delta\sigma_{pi}(0) = 0 + \frac{2 \cdot 10^5}{3 \times 34147.246} \cdot \frac{3 \cdot 973 \cdot (1424.7 - 0 - 199.57)}{7321.28 \cdot 10^2} \cdot \left(1 + \frac{7321.28 \cdot (-2.83)^2}{23173767.69}\right) = 9.56 \text{ MPa}.$$

Pour les différentes sections, les pertes par raccourcissement instantané du béton sont récapitulées dans le tableau suivant :

Câbles de la 1ère famille	Section	0.00L	0.25L	0.5L
	$\Delta\sigma_{pi}(x)$ (MPa)	9.56	27.08	22.72

Tab. IX.12: Pertes par raccourcissement instantané du béton (1ère famille).

La 2^{ème} famille de câbles :

La mise en tension de la 2^{ème} famille des câbles se fera après la mise en place des poutres et le coulage de l'hourdis, donc la section résistante est celle de la poutre + hourdis.

Perte subie par la 1^{ère} famille lors de la mise en tension de la 2^{ème}.

La perte subie par chaque câble de la 1^{ère} famille est donnée par la formule suivante :

$$\Delta\sigma_{pi}(x) = \sigma_{bn2}(x) \cdot \frac{E_p}{E_{bij}}$$

Avec :

$\Delta\sigma_{pi}(x)$: Variation de contrainte dans le béton due aux câbles de la 2^{ème} famille.

$$\sigma_{bn2}(x) = \frac{M_g \cdot e_p}{I_G} + n \cdot A_p \cdot \frac{\sigma_{pi}(x)}{B} \cdot \left(1 + \frac{B \cdot (e_p)^2}{I_G}\right)$$

$$E_{bi(28)} = 11\,000 \sqrt[3]{35} = 35981,729 \text{ MPa}.$$

$M_g(x)$: Moment dû au poids (hourdis+entretoises).

Après transformation, la relation précédente devient :

$$\Delta\sigma_{Pi}(x) = \frac{E_p}{E_{bi(28)}} \cdot \frac{M_g \cdot e_p}{I_G} + \frac{E_p}{E_{bi(28)}} \cdot \frac{n \cdot A_p \cdot (\sigma_{Po} - \Delta\sigma_\phi(x) - \Delta\sigma_g(x))}{B} \cdot \left(1 + \frac{B \cdot (e_p)^2}{I_G}\right)$$

Exemple de calcul : Section à x = 0,5L (x = 16.7 m) :

Caractéristiques géométriques de la section nette :

$$B = 8868.56 \text{ cm}^2.$$

$$I_G = 35174586.87 \text{ cm}^4.$$

$$e_p = -119.15 \text{ cm}.$$

$$E_p = 2 \times 10^5 \text{ MPa}.$$

$$q_G = 1,6247 + 0,875 + 0,067 = 2.567 \text{ t/ml}$$

$$E_{bi(28)} = 11\,000 \sqrt[3]{35} = 35981,729 \text{ MPa}.$$

$$M_G = \frac{q \cdot x}{2} \cdot (L - x) = \frac{2.567 \times 16.7}{2} \cdot (33.4 - 16.7) = 357.95 \text{ t.m}$$

$$\Delta\sigma_{Pi}(0,5L) = \frac{2 \cdot 10^5}{35981,729} \cdot \left[\frac{357.95 \cdot (-119.15) \cdot 10^4}{35174586.87} + \frac{6 \cdot 973 \cdot (1424.7 - 115.74 - 7.14)}{8868.56 \cdot 10^2} \cdot \left(1 + \frac{8868.56 \cdot (-119.15)^2}{35174586.87}\right) \right]$$

$$\Delta\sigma_{Pi}(0,5L) = 150.78 \text{ MPa}.$$

Les valeurs des pertes pour les autres sections sont résumées dans le tableau suivant :

Câbles de la 2ème famille	Section	0.00L	0.25L	0.5L
	$\Delta\sigma_{Pi}(x)$ (MPa)	0.00	166.69	150.78

Tab. IX.13: Pertes subies par la 1ère famille lors de la mise en tension de la 2^{ème} famille.

Pertes instantanées totales « $\Delta\sigma_i(x)$ » :

$$\Delta\sigma_i(x) = \Delta\sigma_\phi(x) + \Delta\sigma_g(x) + \Delta\sigma_{Pi}(x)$$

Les résultats sont résumés dans le tableau suivant :

Section	0.00L	0.25L	0.5L
Abscisse (m)	0.00	8.35	16.7
Câble 1	160.52	135.73	106.68
Câble 2	212.10	149.39	120.49
Câble 3	254.79	142.88	141.18
Câble 4	/	311.90	293.98
Câble 5	/	306.87	293.54
Câble 6	/	303.76	301.93
Valeur moyenne de 03 câbles	209.14	142.66	122.78
Valeur moyenne de 06 câbles	/	225.10	209.63

TAB. IX.14 : Pertes instantanées totales à différentes sections (Mpa)

Donc, les tensions initiales probables pour chaque câble et aux différents sections, sont représentés dans le tableau ci-dessus :

Section	0.00L	0.25L	0.5L
Abscisse (m)	0.00	8.35	16.7
Câble 1	1264.18	1288.97	1318.02
Câble 2	1212.60	1275.31	1304.21
Câble 3	1169.91	1281.82	1283.52
Câble 4	/	1112.80	1130.72
Câble 5	/	1117.83	1131.16
Câble 6	/	1120.94	1122.77
Valeur moyenne de 03 câbles	1215.56	1282.03	1301.91
Valeur moyenne de 06 câbles	/	1199.61	1215.07

Tab. IX.15: Tensions initiales probables « σ_{pi} (Mpa) »,

IX.4.2 : Les pertes différées :

Elles sont dues à l'évolution, dans le temps, de l'état de déformation et de contraintes des matériaux, ceci en présence du retrait et fluage du béton ainsi que la relaxation des aciers.

4.2.1) Perte due au retrait du béton : « B.P.E.L 91 Art.3.3.21 »

Indépendamment de tout chargement et par l'évaporation des eaux excédentaires contenues dans le béton, celui-ci subit, par retrait, un raccourcissement qui a pour conséquence de détendre les câbles de précontraintes et de fait, une perte de tension qui se mesure par la relation suivante :

$$\Delta\sigma_r = \varepsilon_r \cdot [1 - r(t_0)] \cdot E_p$$

Avec :

$$r(t_0) = \frac{t}{t+9r_m} : \text{Loi d'évolution du retrait}$$

$$r_m = \frac{B}{U} : \text{Rayon de la section } r_m = \frac{\text{aire de la section}}{\text{périmètre de la section}}$$

t : Age du béton à la mise en tension des câbles.

ε_r : Le retrait final du béton tel que $\varepsilon_r(t) = \varepsilon_r \times r(t) = 3 \times 10^{-4}$ (nord Algérien). « B.P.E.L 91 Art.2.1.51 »

Section d'about :

$$r_m = \frac{7321.28}{575.48} = 12,72 \text{ cm}$$

Section médiane :

$$r_m = \frac{5368.56}{587.30} = 9.14 \text{ cm}$$

➤ Perte dans les câbles de la 1^{ère} famille :

Section d'about :

$$r(14j) = \frac{14}{14+9 \cdot 12,72} = 0,109$$

$$\text{Donc : } \Delta\sigma_r^1 = 3 \cdot 10^{-4} \cdot [1 - 0,109] \cdot 2 \cdot 10^5 = 53.46 \text{ MPa}$$

Section médiane :

$$r(14j) = \frac{14}{14+9 \cdot 9,14} = 0,145$$

$$\text{Donc : } \Delta\sigma_r^1 = 3 \cdot 10^{-4} \cdot [1 - 0,145] \cdot 2 \cdot 10^5 = 51.30 \text{ MPa}$$

➤ Perte dans les câbles de la 2^{ème} famille :

$$r(28j) = \frac{28}{28+9 \cdot 9,14} = 0,254$$

$$\text{Donc : } \Delta\sigma_r^2 = 3 \cdot 10^{-4} \cdot [1 - 0,254] \cdot 1,9 \cdot 10^5 = 44.76 \text{ MPa}$$

	$\Delta\sigma_r$ (Mpa)	0.00L	0.25L	0.50L
la 1 ^{ère} famille	14 ^{ème} jour	53.46	51.30	51.30
la 2 ^{ème} famille	28 ^{ème} jour	/	44.76	44.76

Tab. IX.16 : Valeurs des pertes dues au retrait de béton

La perte totale moyenne due au retrait de béton, pour l'ensemble des câbles à (x = 0.5L) est égale à :

$$\Delta\sigma_r^{\text{moy}} = \frac{3 \times 51.30 + 3 \times 44.76}{6} = 48.03 \text{ MPa.}$$

IX.4.2.2) Perte due à la relaxation des aciers : « B.P.E.L 91 Art.3.3.23 »

La relaxation de l'acier est un relâchement de tension à longueur constante, elle n'apparaît, pour les aciers à haute limite élastiques utilisés en béton précontraint, que pour les contraintes supérieures à 30 ou 40 % de leur contrainte de rupture garantie. Elle dépend de la nature l'acier, de son traitement et l'on distingue des aciers :

- à relaxation normale, RN ;
- à très basse relaxation, TBR.

Compte tenu de la faible différence de coût existant entre ces aciers, l'économie réalisée sur les aciers par une perte par relaxation plus faible, on choisit en général les aciers TBR. La perte de tension finale due à la relaxation est donnée par la formule simplifiée suivante :

$$\Delta\sigma_P = \frac{6}{100} \cdot \rho_{1000} \cdot \left(\frac{\sigma_{Pi}(x)}{f_{prg}} - \mu_0 \right) \cdot \sigma_{Pi}(x)$$

Avec:

ρ_{1000} : Relaxation des aciers à 1000 heure en %.

($\rho_{1000} = 2,5 \text{ ‰}$)

$\mu_0 = 0,43$ Pour les aciers T.B.R (très basse relaxation).

$\sigma_{pi}(x)$: Tension initiale probable après toutes les pertes instantanées.

$f_{prg} = 1770$ Mpa.

$\sigma_{p0} = 1424,7$ Mpa.

- Perte dans les câbles de la 1^{ère} famille :

Exemple de calcul :

$$\Delta\sigma_P = \frac{6}{100} \cdot \rho_{1000} \cdot \left(\frac{\sigma_{pi}(x)}{f_{prg}} - \mu_0 \right) \cdot \sigma_{pi}(x)$$

Exemple de calcul :

$$\Delta\sigma_P = \frac{6}{100} \cdot 2,5 \left(\frac{1215,56}{1770} - 0,43 \right) 1215,56 = 46,81 \text{ MPa}$$

câbles de la 1 ^{ère} famille	section	0.00L	0.25L	0.5L
	Abscisse (m)	0.00	8.35	16.7
	$\sigma_{pi}(x)$ (Mpa)	1215.56	1282.03	1301.91
	$\Delta\sigma_{pi}(x)$ (Mpa)	46.81	56.59	59.66

Tab. IX.17: Pertes dans les câbles de la 1^{ère} famille

câbles de la 2 ^{ème} famille	section	0.00L	0.25L	0.5L
	Abscisse (m)	0.00	8.35	16.7
	$\sigma_{pi}(x)$ (Mpa)	/	1199.61	1215.07
	$\Delta\sigma_{pi}(x)$ (Mpa)	/	44.58	46.74

Tab. IX.18: Pertes dans les câbles de la 2^{ème} famille

IX.4.2.3 : Perte dues au fluage : « B.P.E.L 91 Art.3.3.22 »

Le béton subit un raccourcissement progressif « fluage » lorsqu'il est soumis à une contrainte de compression permanente, les câbles étant ancrés dans le béton et vont subir raccourcissement, donc une diminution de leur tension.

Le BPEL 91 propose la formule suivante pour le calcul de ces pertes :

$$\Delta\sigma_{fl} = (\sigma_b + \sigma_M) \cdot \frac{E_P}{E_{bij}} \quad \text{---} \quad (*)$$

Avec σ_b : Contrainte finale dans le béton au niveau du câble moyen.

σ_M : Contrainte maximale de compression du béton au niveau du câble moyen.

- Perte dans les câbles de la 1^{ère} famille :

Soit, comme exemple de calcul, la perte à la section médiane ($x = 0.5 L$) :

$$\sigma_M(0,5L) = \frac{M_g \cdot e_p}{I_G} + n \cdot A_p \cdot \frac{\sigma_{Pi}}{B} \cdot \left(1 + \frac{B \cdot (e_p)^2}{I_G}\right)$$

On considère, à ce niveau, que le pont reçoit la totalité des charges qui lui sont revenues, donc :

$$q_G = 1,6247 \text{ t/ml (poutre seule)}$$

$$M_g = \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{1,624 \cdot (33,4)^2}{8} = 226,56 \text{ t.m}$$

$$B = 5368,56 \text{ cm}^2.$$

$$I_G = 19649147,67 \text{ cm}^4.$$

$$e_p = -85,50 \text{ cm.}$$

$$E_p = 2 \times 10^5 \text{ MPa.} \quad A_p = 973 \text{ mm}^2.$$

$$\sigma_{Pi} = 1301,91 \text{ MPa.}$$

Donc :

$$\sigma_M(0,5L) = \frac{226,56 \times (-85,50) \cdot 10^4}{19649147,67} + 3 \cdot 973 \cdot \frac{1301,91}{5368,56 \cdot 10^2} \cdot \left(1 + \frac{5368,56 \cdot (-85,50)^2}{19649147,67}\right)$$

$$\sigma_M(0,5L) = 11,36 \text{ MPa}$$

D'après le BPEL 91, [art3.3.24)] la perte différée totale « $\Delta\sigma_d$ » est égale à :

$$\Delta\sigma_d = \Delta\sigma_r + \Delta\sigma_{fl} + \frac{5}{6} \Delta\sigma_p$$

$$\Delta\sigma_d = 51,30 + \Delta\sigma_{fl} + \frac{5}{6} (59,67) \Rightarrow \Delta\sigma_d = 101,025 + \Delta\sigma_{fl}.$$

La contrainte dans le béton est obtenue, lorsque toutes les pertes sont produites, donc :

$$\sigma_b(0,5L) = \frac{M_g \cdot e_p}{I_G} + n \cdot A_p \cdot \frac{(\sigma_{Pi} - \Delta\sigma_d)}{B} \cdot \left(1 + \frac{B \cdot (e_p)^2}{I_G}\right)$$

Avec : $\sigma_{Pi} - \Delta\sigma_d = \sigma_{p\infty}$: Tension finale probable à la section médiane.

La formule (*) devient alors :

$$\Delta\sigma_{fl}(0,5L) = \left[2\sigma_M - n \cdot A_p \cdot \frac{\Delta\sigma_d}{B} \cdot \left(1 + \frac{B \cdot (e_p)^2}{I_G}\right)\right] \cdot \frac{E_p}{E_{bij}}$$

$$\Delta\sigma_{fl}(0,5L) = \left[2 \times 11,36 - 3 \times 973 \times \frac{(101,025 + \Delta\sigma_{fl})}{5368,56 \cdot 10^2} \times \left(1 + \frac{5368,56 \cdot (-85,5)^2}{19649147,67}\right)\right] \times \frac{2 \cdot 10^5}{34147,246}$$

$$\Delta\sigma_{fl}(0,5L) = 112,72 \text{ MPa}$$

On procédera de la même manière pour les autres sections

Câbles de la 1 ^{ère} famille	section	0.00L	0.25L	0.5L
	Abscisse	0.00	8.35	16.7
	$\Delta\sigma_d(x)$ (Mpa)	$92.47 + \Delta\sigma_{fl}$	$98.46 + \Delta\sigma_{fl}$	$101.025 + \Delta\sigma_{fl}$
	Mg (t.m)	0.00	169.92	226.56
	$\sigma_{Pi}(x)$ (Mpa)	1215.56	1282.03	1301.91
	$\sigma_M(x)$ (Mpa)	4.85	13.50	11.36
	$\Delta\sigma_{fl}(x)$ (Mpa)	53.39	135.28	112.60

Tab. IX.19: Pertes par fluage " $\Delta\sigma_{fl}$ " dans les câbles de la 1^{ère} famille.

- Perte dans les câbles de la 2^{ème} famille :

De la même façon on calculera les pertes dans le câble de la 2^{ème} famille.

Câbles de la 1 ^{ère} famille	section	0.00L	0.25L	0.5L
	Abscisse	0.00	8.35	16.7
	$\Delta\sigma_d(x)$ (Mpa)	/	$81.91 + \Delta\sigma_{fl}$	$83.71 + \Delta\sigma_{fl}$
	Mg (t.m)	0.00	261.46	348.61
	$\sigma_{Pi}(x)$ (Mpa)	/	1199.61	1215.07
	$\sigma_M(x)$ (Mpa)	/	27.29	24.82
	$\Delta\sigma_{fl}(x)$ (Mpa)	/	215.59	193.99

Tab. IX.20: Pertes par fluage " $\Delta\sigma_{fl}$ " dans les câbles de la 2^{ème} famille.

IX.5) Pertes différées totales et tension finale probable :

Les pertes différées totales sont données par la formule suivante :

$$\Delta\sigma_d = \Delta\sigma_r + \Delta\sigma_{fl} + \frac{5}{6} \Delta\sigma_p$$

Remarque : Pour calculer la perte à un temps « t » intermédiaire, on peut utiliser la formule suivante : $\Delta\sigma_d(x, t) = i(x) \cdot \Delta\sigma_d(x)$

	section	0.00L	0.25L	0.5L
	Abscisse	0.00	8.35	16.7
Câbles de la 1 ^{ère} famille	$\Delta\sigma_r(x)$ (Mpa)	53.46	51.30	51.30
	$\Delta\sigma_p(x)$ (Mpa)	46.81	56.60	59.67
	$\Delta\sigma_{fl}(x)$ (Mpa)	53.39	135.28	112.60
	$\Delta\sigma_d(x)$ (Mpa)	145.85	233.74	213.62
câble de la 2 ^{ème} famille	$\Delta\sigma_r(x)$ (Mpa)	/	44.76	44.76
	$\Delta\sigma_p(x)$ (Mpa)	/	44.58	46.74
	$\Delta\sigma_{fl}(x)$ (Mpa)	/	215.59	193.99
	$\Delta\sigma_d(x)$ (Mpa)	/	297.50	277.7

Tab. IX .21: Pertes différées totales " $\Delta\sigma_d$ ".

Pour l'ensemble des câbles :

$$\Delta\sigma_{\text{diff}} = \frac{n_1 \cdot \Delta\sigma_{\text{diff}1} + n_2 \cdot \Delta\sigma_{\text{diff}2}}{n_1 + n_2}$$

Avec :

n_1 : Nombre de câble de la première famille.

n_2 : Nombre de câble de la deuxième famille

$\Delta\sigma_{\text{diff}}$: Moyenne de pertes différées dans les différentes sections.

section	0.00L	0.25L	0.5L
$\Delta\sigma_{\text{diff}}$ (Mpa)	145.98	265.61	245.66

Tab. IX .22 : Moyenne de pertes différées dans les différentes sections

Avec:

$$\sigma_{P\infty} = \sigma_{Pi}(x) - \Delta\sigma_{\text{diff}}(x)$$

$$\% \text{ de perte} = \frac{\sigma_{P0} - \sigma_{P\infty}}{\sigma_{P0}}$$

section	0.00L	0.25L	0.5L
Abscisse	0.00	8.35	16.7
σ_{Pi} moy(Mpa)	1215.56	1240.82	1258.49
$\Delta\sigma_{\text{diff}}$ (Mpa)	145.98	265.62	245.66
$\sigma_{P\infty}$ (Mpa)	1069.58	975.20	1012.83
% de perte	24.92	31.55	28.90
Vérification	vérifié	vérifié	vérifié

Tab. IX .23 : pourcentage des pertes

Conclusion:

Nous remarquons que les pertes totales varient entre 24.92 % et 31.55 % de σ_{P0} , et qu'elles sont inférieures à la valeur prise en considération lors du calcul de P_0 qui est 32 % de σ_{P0} .

X.1 : Généralité :

La vérification d'un élément d'une structure vis-à-vis d'un effort quelconque, doit obligatoirement comprendre :

- Une vérification à l'E.L.U : pour s'assurer de la résistance de la structure (équilibre statique, résistance des matériaux et stabilité de forme).
- Une vérification à l'E.L.S : pour vérifier la convenance vis-à-vis des conditions d'exploitation et de durabilités.

Ses vérifications doivent être menées en différentes situation (phase de construction et phase d'exploitation), ainsi qu'aux différentes combinaisons d'action que subit l'ouvrage.

La contrainte normale s'exerçant dans une section droite est exprimée par :

$$\sigma_y = P \left(\frac{1}{B} + \frac{Y}{I} e_p \right) + M \frac{Y}{I}$$

Avec :

$$\bar{\sigma}_{\min} < \sigma_y < \bar{\sigma}_{\max}$$

X.2 : Justification à l'E.L.S :

On fait une vérification pour la classe II (admet une traction modérée). Les valeurs limites des contraintes dans le béton sont :

$\bar{\sigma}_c$: La contrainte admissible de compression dans le béton.

$\bar{\sigma}_t$: La contrainte admissible de traction dans le béton.

	Contraintes	Situation	Exploitation			Construction
		Combinaison	Rare	Fréquente	Quasi permanente	Rare
		Zone				
Classe II	$\bar{\sigma}_t$	Dans la section d'enrobage	$-f_{tj}$	0	\	$-f_{tj}$
		Hors de la section d'enrobage	$-1,5f_{tj}$	\	\	$-1,5f_{tj}$
	$\bar{\sigma}_c$	Toute la section	$-0,5f_{c28}$	$0,6f_{c28}$	$0,5f_{c28}$	$0,6f_{c28}$

Tab. X.1: Valeur limites des contraintes dans le béton

X.2.1 : Distance des armatures de précontrainte aux parements :

Dans le cas de la précontrainte en poste tension, le B.P.E.L Art 10.2, 23) recommande ce qui suit :

$$c \geq \sup \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{4} \times a \rightarrow (a: \text{largeur de paquet}) \\ \phi : \text{Diametre de la gaine} \\ d = 5 \text{ cm} \rightarrow (\text{Ouvrage courants}) \end{array} \right\}$$

Avec :

$$a = \phi = 6.7 \text{ cm}$$

$$\rightarrow c = \sup \left\{ \begin{array}{l} 5.025 \text{ cm} \\ 6.7 \text{ cm} \\ 5 \text{ cm} \end{array} \right\}$$

$$\rightarrow c = 6.7 \text{ cm}$$

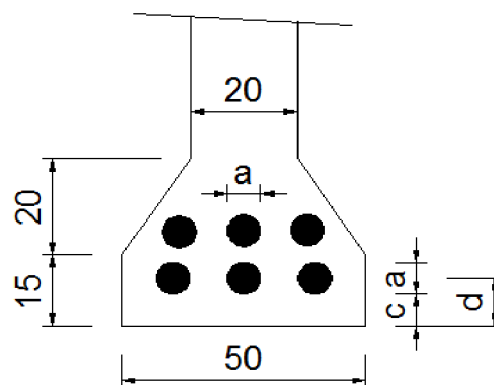


Fig. IX.1 : Détail du talon (section médiane)

Les matériaux :

σ \ Jours	7	14	21	28
f_{cj} (MPa)	23.18	29.91	33.12	35
f_{tj} (MPa)	1.99	2.395	2.59	2.7

Tab. X.2 : valeur de f_{cj} et f_{tj}

X.2.2 : Armatures de précontrainte (actives) :

$$\sigma_{p0} = 1424.7 \text{ MPa}$$

$$A_p = 973 \text{ mm}^2$$

• **Tension de calcul en B.P.E.L :**

La valeur caractéristique de la précontrainte, **(B.P.E.L 91 Art.1.3)**

La précontrainte de calcul est égale à la plus défavorable des deux valeurs suivantes

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{p1} = 1.02\sigma_{p0} - 0.8\Delta\sigma_j \\ \sigma_{p2} = 0.98\sigma_{p0} - 1.2\Delta\sigma_j \end{array} \right\}$$

Avec : σ_{p0} : Tension initial

$\Delta\sigma_j$: Somme de toutes les pertes à l'âge considéré.

	B (cm ²)	v' (cm)	v (cm)	I _G (cm ⁴)	ρ	e _p (cm)	r ² = I/B
Poutre seule	5 368.56	99.72	75.28	19 649 147.67	48.75	- 85.50	3660.04
Poutre+hourdis	8 868.56	133.37	61.63	35 174 586.87	48.25	- 119.15	3966.21

Tab.X.3 : les caractéristiques géométriques de section nette

• phase de construction :

Phase N°	Date (jours)	Opération	Caractéristiques
0	0	Coulage de la poutre préfabriquée	/
I	14	Mise en tension des 03 câbles de la 1 ^{ère} famille à 50%	· Section résistante : poutre · Poids de la poutre · Précontrainte des câbles
II	28	Mise en tension des 03 câbles de la 1 ^{ère} famille à 100%	· Section résistante : poutre · Poids de la poutre · Précontrainte des câbles
III	50	Coulages de hourdis et des entretoises d'about	· Section résistante : poutre · Poids de la poutre + amorces · Poids du hourdis + entretoises · Précontrainte des câbles
IV	64	Mise en tension des câbles de la 2 ^{ème} famille	· Section résistante : poutre+hourdis · Poids de la poutre + amorces · Poids du hourdis + entretoises · Précontrainte des câbles
V	84	Mise en place de la superstructure (revêtement, trottoirs, corniches...)	· Section résistante : poutre+hourdis · Poids propre du tablier · Précontrainte des câbles
VI	> 90	Mise en service de l'ouvrage	· Section résistante : poutre+hourdis · Poids propre du tablier · Surcharges appliquées · Précontrainte des câbles

Tab. X.4 : Les différentes phases de construction

Vérification des contraintes :

Pour les quatre premières phases, la force de précontrainte qui donne l'effet le plus est **P₁** mais pour la phase d'exploitation (**phase V**) c'est la force **P₂**.

a) Phase de construction :

$$\begin{cases} \sigma_s = \frac{P_1}{B} \left(1 - e_p \frac{v}{r^2} \right) + \frac{M_{min.v}}{I_G} \geq \bar{\sigma}_{ts} \\ \sigma_i = \frac{P_1}{B} \left(1 + e_p \frac{v'}{r^2} \right) - \frac{M_{min.v'}}{I_G} \leq \bar{\sigma}_{ci} \end{cases}$$

b) Phase d'exploitation:

$$\begin{cases} \sigma_s = \frac{P_2}{B} \left(1 - e_p \frac{v}{r^2} \right) + \frac{M_{min.v}}{I_G} \leq \bar{\sigma}_{ts} \\ \sigma_i = \frac{P_2}{B} \left(1 + e_p \frac{v'}{r^2} \right) - \frac{M_{min.v'}}{I_G} \geq \bar{\sigma}_{ci} \end{cases}$$

Avec :

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_{ts} = -1.5 \cdot f_{tj} \\ \bar{\sigma}_{ci} = 0.6 \cdot f_{cj} \end{cases} \quad (\text{En construction})$$

$$\bar{\sigma}_{cs} = 0.6 \cdot f_{c28}$$

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_{ti} = -1.5 \cdot f_{t28} & : \text{hors de la section d'ancrage} \\ \bar{\sigma}_{ti} = -f_{t28} & : \text{dans la section d'enrobage} \end{cases}$$

• **Application :**

Phase I :

$$\sigma_{p0} = 0.5 \times 1424.7 = 712.35 \text{ MPa.}$$

$$g = 1.6247 \text{ t/ml} \quad \Rightarrow \quad M_g = 226.556 \text{ t.m} = 2265.56 \text{ KN.m}$$

$$\Delta\sigma_j = 0.5 \times \Delta\sigma_i = 0.5 \times 122.78 = 61.39 \text{ MPa.}$$

$$\sigma_{p1} = 1.02\sigma_{p0} - 0.8\Delta\sigma_j = (1.02 \times 712.13) - (0.8 \times 61.39) = 677.26 \text{ MPa.}$$

$$P_1 = n \cdot A_p \cdot \sigma_{p1} = 3 \times 973 \times 677.26 \times 10^{-3} = 1977.57 \text{ KN}$$

$$\begin{cases} \sigma_s = \frac{P_1}{B} \left(1 - e_p \frac{v}{r^2} \right) + \frac{M_{min} \cdot v}{I_G} \geq \bar{\sigma}_{ts} \\ \sigma_i = \frac{P_1}{B} \left(1 + e_p \frac{v'}{r^2} \right) - \frac{M_{min} \cdot v'}{I_G} \leq \bar{\sigma}_{ci} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_s = \frac{1977.57 \times 10}{5368.56} \left(1 - \frac{85.50 \times 75.28}{3660.04} \right) + 2265.56 \times 10^3 \frac{75.28}{19\,649\,147.67} = 5.886 \text{ MPa} \\ \sigma_i = \frac{1977.57 \times 10}{5368.56} \left(1 + \frac{85.50 \times 99.72}{3660.04} \right) - 2265.56 \times 10^3 \frac{99.72}{19\,649\,147.67} = 0.767 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_s = 4.626 \text{ MPa} > \bar{\sigma}_t = -1.5f_{t14} = -3.1951 \text{ MPa} \\ \sigma_i = 4.841 \text{ MPa} \leq \bar{\sigma}_c = 0.6f_{c14} = 17.946 \text{ MPa} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \text{Conditions vérifiées}$$

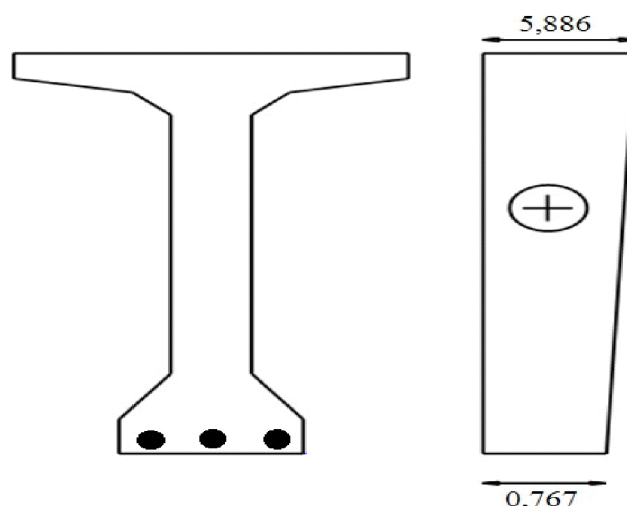


Fig. X.2 : Diagramme des contraintes à la section Médiane au 14^{ème} jour.

X.2.3. Vérification des contraintes pour les différentes phases à mi-travée :

Nous procédons de la même façon pour les autres phases et les résultats sont donnés le tableau ci-après :

Phases	$P_i (KN)$	$M (KN.m)$	$\sigma_s (MPa)$	$\sigma_i (MPa)$	$\bar{\sigma}_s (MPa)$	$\bar{\sigma}_i (MPa)$	Observation
I	1977.57	2265.56	5.886	0.767	- 3.6	17.94	Vérifiées
II	3955.157	2265.56	3.091	13.031	- 4.05	21	Vérifiées
III	3753.489	3600.61	2.74	7.297	- 4.05	21	Vérifiées
IV	5273.543	3600.61	1.29	16.118	- 4.05	21	Vérifiées
V	5149.560	4137.75	2.34	13.38	- 4.05	21	Vérifiées
VI	4905.08	7756.63	8.85	- 1.71	- 4.05	21	Vérifiées

Tab. X.5 : Contraintes dans les différentes phases

Conclusion : les contraintes limites sont respectées dans tous les cas de charges, que se soit en construction ou en service.

X.3 : ferrailage passif longitudinal :

Le ferrailage nécessite deux sortes d'armatures dans les ouvrages précontraints :

- Les armatures de peau.
- Les armatures dans les zones tendues.

X.3.1 : Armatures de peau.

Elles limitent les fissurations prématurées, susceptibles de se produire avant la mise en tension des câbles de précontraintes.

La section minimale est :

$$A_{Lmin} = \max \begin{cases} 3 \text{ cm}^2/\text{ml} & \text{de parement perpendiculaire à leur direction} \\ 0.1 \cdot B\% & \text{(section brute de béton)} \end{cases}$$

$$0.1\%B = 0.001 \times 5\,368.56 = 5.36856 \text{ cm}^2$$

On utilise des armatures HA10 tous les 20 cm. (**G. Dreux**)

X.3.2 : Armatures longitudinal dans la zone tendue :

Dans les parties où le béton est tendu (Classe II et III) et sous réserve que la zone de traction présente une hauteur supérieure à 5 cm, le BPEL prévoit une section d'armature longitudinales au moins égale à :

$$A_s \geq \frac{B_t}{1000} + \left(\frac{N_{Bt}}{f_e} \times \frac{f_{tj}}{\sigma_{Bt}} \right) \quad (\text{Ferrailage minimal de non fragilité}).$$

B_t : Section de béton tendu

σ_{Bt} : Valeur absolue de la contrainte maximale de traction

N_{Bt} : Résultante des contraintes de traction correspondante.

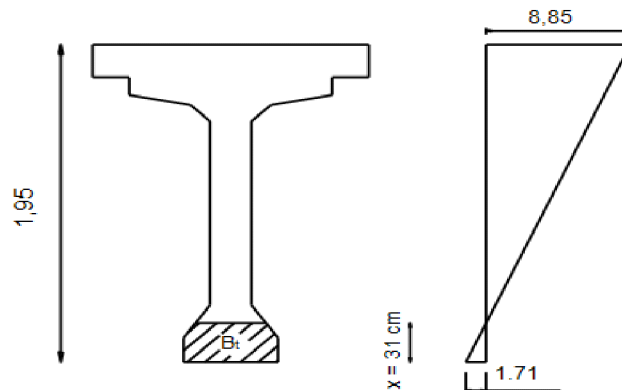


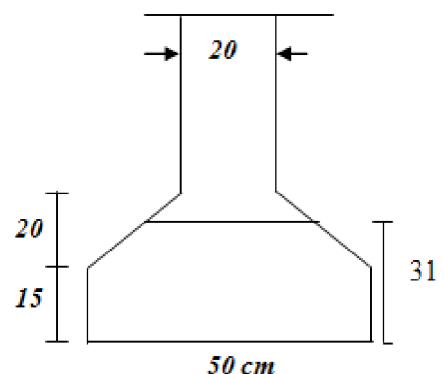
Fig. X.3 : Diagrammes des contraintes normales, phase VI (exploitation)

$$\frac{8,85}{y} = \frac{1,72}{x} \quad ; \quad y = h - x \implies 8,85 \cdot x = 1,72 (h - x)$$

$$\implies x = \frac{1,72 \times 1,95}{8,85 + 1,72} = 0,31 \text{ m} = 31 \text{ cm}$$

$$B_t = 50 \times 15 + \frac{(3 + 15) \times 16}{2} + 20 \times 16 = 1214 \text{ cm}^2$$

$$N_{Bt} = \frac{B_t \times \sigma_t}{2} = \frac{1214 \times 1,72 \times 10^{-1}}{2} = 104,404 \text{ KN}$$



$$A_s = \left(\frac{1214 \cdot 10^2}{1000} + \left(\frac{104,404 \cdot 10^3}{400} \times \frac{2,7}{1,72} \right) \right) \cdot 10^{-2} = 5,31 \text{ cm}^2$$

Fig. X.4 : Détail du talon

Pour des raisons constructives, nous adoptons comme section : $5T12 = 5,65 \text{ cm}^2$

Remarque :

- Pour la partie supérieure les armatures de traction ne sont pas nécessaires puisqu' elle n'est pas tendue.
- Les armatures de peau ne sont pas cumulables avec celle de la zone tendues.

X.3.3 : Ferrailage passif transversal (Armature de talon) :

On prévoit des cadres pour l'encadrement des armatures de précontrainte localisées dans le talon, et aussi pour assurer la continuité avec les armatures transversales de l'âme.

$$\begin{cases} A_c \times f_e \geq C \times t \times f_{t28} & \rightarrow \text{si : } \phi_{ext} \text{ gaine} < C < 1.3\phi_{ext} \text{ gaine} \\ A_c \times f_e \geq 1.3C \times t \times f_{t28} \times \phi_{ext} \text{ gaine} & \rightarrow \text{si : } C > \phi_{ext} \text{ gaine} \end{cases}$$

Avec :

t : Espacement des armatures.

$C = 10 \text{ cm}$ (Enrobage des câbles).

$\phi_{ext} \text{ gaine} = 6.7 \text{ cm}$

$C > 1.3\phi_{ext} (\text{gaine}) = 8.71 \text{ cm}$

$$\Rightarrow \frac{A_c}{t} \geq \frac{1.3C \times \phi_{ext} (\text{gaine}) \times f_{t28}}{f_e} \rightarrow A_c \geq 0.588 \text{ cm}^2$$

Pour des raisons de sécurité, on adopte comme section, un cadre **HA12** = 2.26 cm².

$t \leq 38.44 \text{ cm}$, soit $t = 20 \text{ cm}$.

X.4 : Justification à l'E.L.U :

Les justifications vis-à-vis des E.L.U complémentaires des E.L.S s'avèrent indispensables, car un dépassement des charges caractéristique (prise en compte à l'E.L.S) est toujours possible, même s'il est peu probable.

Les justifications à la résistance vis-à-vis des sollicitations normales (M.N) sont données par les règles B.P.E.L 91 Art 63.

X.4.1 : Hypothèses de calculs :

- La résistance de béton tendu est négligée.
- Les sections droites avant déformation restent planes après déformations.
- L'adhérence est parfaite entre le béton et l'acier.

- Le diagramme de déformation respecte la règle des trois pivots.

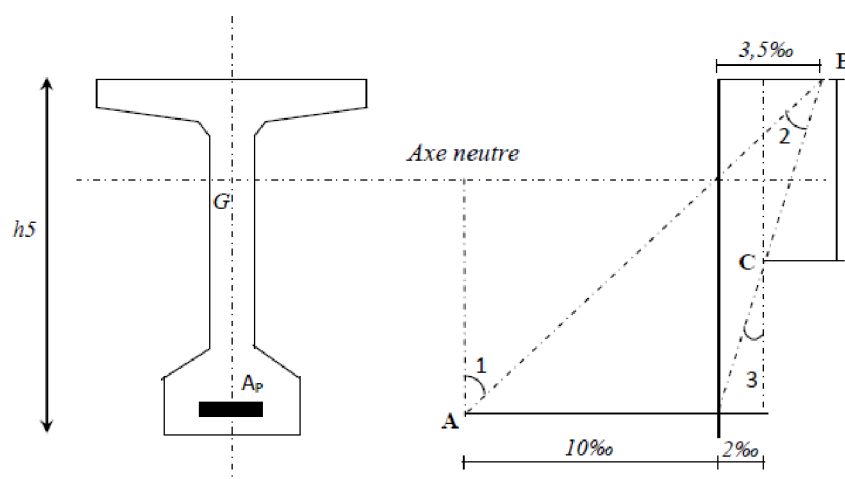


Fig. X.5 : Règle des trois pivots

X.4.2: Passage du diagramme de déformations à celui des contraintes :

Considérons une section droite d'une poutre sollicitée en flexion composée, pour laquelle l'E.L.U est atteinte.

Le problème qui se pose, est de déduire du diagramme de déformations, les valeurs des contraintes sur toute la hauteur de la section et pour l'ensemble des matériaux.

On détermine d'abord l'évolution des contraintes dans la zone comprimée du béton, puis on détermine la section dans les aciers de précontrainte.

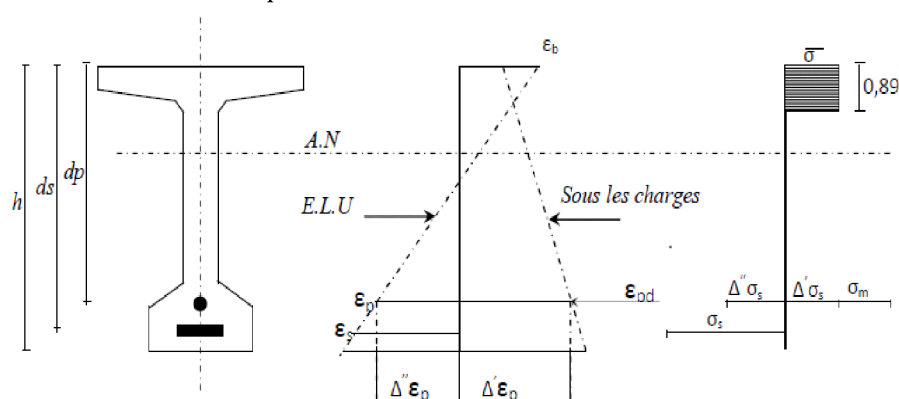


Fig. X.6 : Diagramme des déformations et des contraintes à E.L.U dans le cas d'une section partiellement comprimée

a) Contrainte dans le Béton :

La contrainte maximale dans le béton vaut :

$$\bar{\sigma}_{bc} = \frac{0,85 \cdot f_{cj}}{\theta \cdot \gamma_b}$$

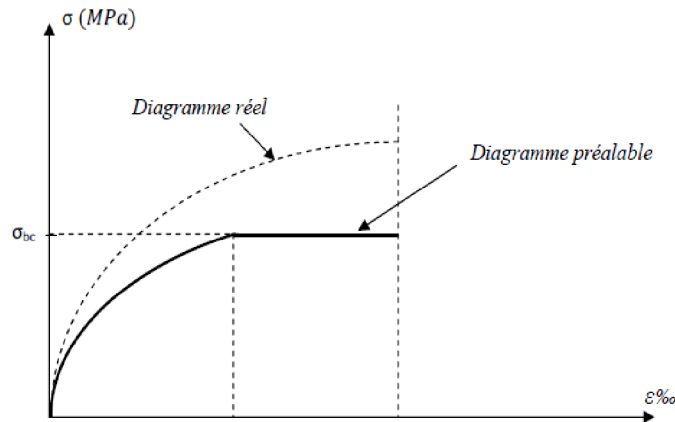


Fig. X.7: Modèle de comportement du béton dans le cas ELU.

b) Contrainte dans l'acier :

Elle est obtenue à partir des déformations. La déformation à l'ELU pour les armatures de précontraintes et la somme des tris :

- Allongement préalable : $\varepsilon_{pm} = \frac{\sigma_{pm}}{E_p}$
- Accroissement d'allongement $\Delta' \varepsilon_p$ accompagnant le retour à zéro de la déformation du béton adjacent $\Delta' \varepsilon_p = 5 \frac{\sigma_{bpm}}{E_p}$
- Un deuxième accroissement $\Delta'' \varepsilon_p$ accompagnant la déformation du béton au-delà de la valeur nulle.

Avec :

σ_{pm} : Contrainte probable (à vide) existant dans les armatures à l'âge où l'on effectue la vérification

σ_{bpm} : Contrainte dans le béton au niveau du câble moyen sous l'effet des actions permanentes et la précontraintes.

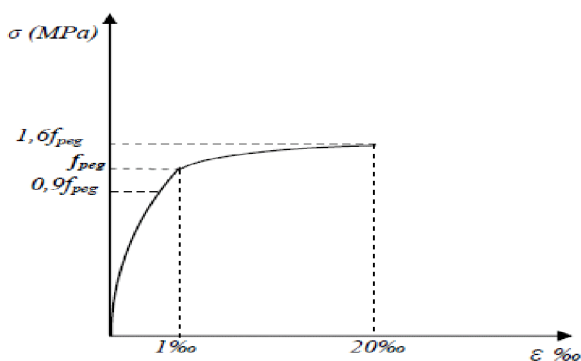


Fig. X.8: Diagramme contraintes – déformation des torons

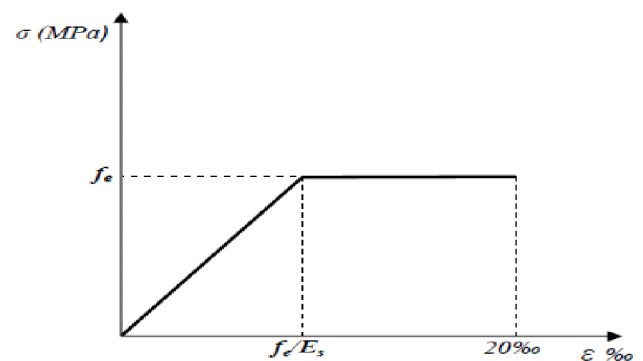


Figure. X.9 : Diagramme contrainte-déformation des aciers passifs

X.5 : Principe de la méthode de justification :

Pour que l'élément ne cesse pas de remplir sa fonction, il faut s'assurer que les sollicitations de calcul que nous désignons par « S_u » n'atteignent pas le domaine résistant dont la frontière est $(S_{um_u})(N_u; M_u)$.

Le domaine résistant convexe est limité par une courbe (ou une surface en cas de flexion déviée) dite d'interaction moment fléchissant-effort normal.

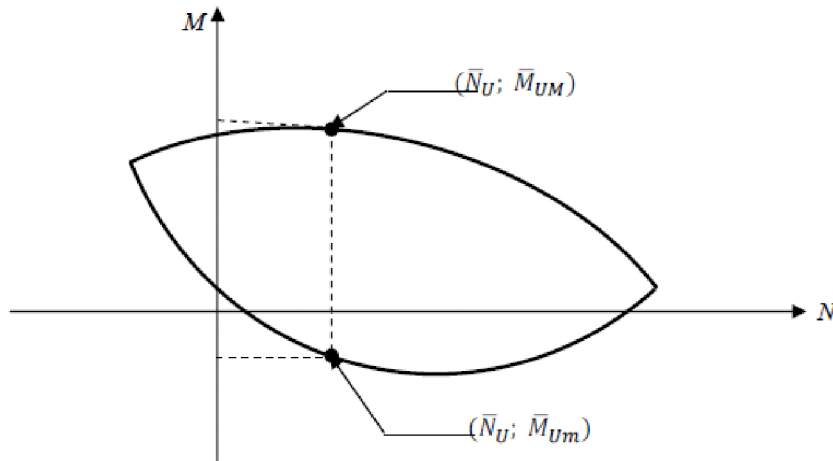


Fig. X.10: Courbe d'interaction moment fléchissant-effort normal.

Pour faciliter la tâche en pratique, on propose la justification suivante :

- On fixe un des deux paramètres, généralement $\bar{N}_u$, en prenant ce dernier égal à N_u qui est celui développé par la sollicitation de calcul « S_u ».
- On détermine les deux moments résistants ultimes $\bar{M}_{um}$ et $\bar{M}_{UM}$ correspondant à N_u , et on doit avoir :

$$\bar{M}_{um} \leq M_u \leq \bar{M}_{UM}$$

En général, pour nos sollicitations de calcul donné, il suffit de vérifier l'une des inégalités :

- Equation d'équilibre :

Il faut que : $M_u \leq M_{u \max}$

Avec :

M_u : Moment en point de passage de l'armature moyenne de précontrainte.

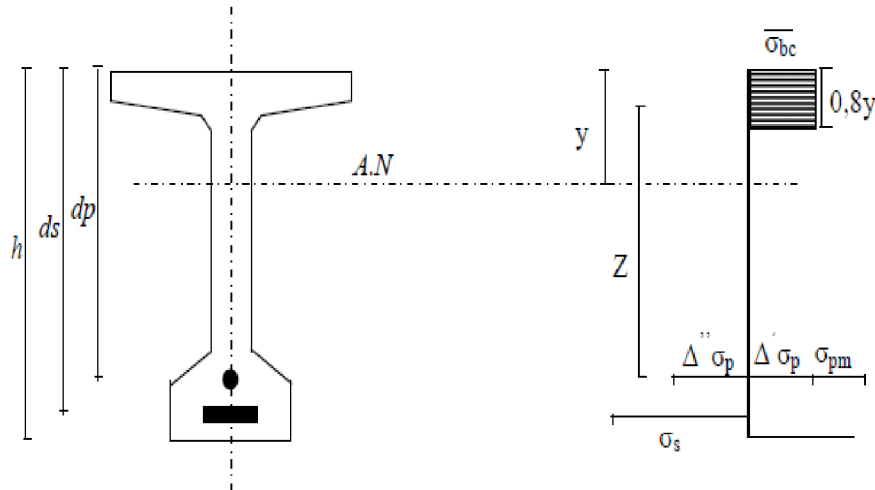


Fig. X.11 : Diagramme des contraintes à l'ELU.

L'équilibre est donné par :

$$N_u = \beta_c \frac{0.85 f_{c28}}{\theta \gamma_b} - A_p \times \Delta \sigma_p - A_s \times \sigma_s \dots \dots \dots (1)$$

Le moment résistant ultime est définie alors par :

$$\overline{M}_{uM} = \beta_c \frac{0.85 f_{c28}}{\theta \gamma_b} \times z + A_s (d_s - d_p) \times \sigma_s \dots \dots \dots (2)$$

X.5.1. Équations liées à l'hypothèse des sections planes :

$$\frac{\Delta' \varepsilon_p}{\varepsilon_b} = \frac{d_p - y}{y} \dots \dots \dots (3)$$

$$\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_b} = \frac{d_p - y}{y} \dots \dots \dots (4)$$

X.5.2. Équations donnant le comportement de l'acier :

a) pour les armatures passives :

$$\sigma_s = g \times \varepsilon_s \dots \dots \dots (5)$$

b) pour les armatures de précontrainte :

$$\Delta \sigma_p = f(\varepsilon_{pm} + \Delta' \varepsilon_p + \Delta'' \varepsilon_p) - f(\varepsilon_{pm}) \dots \dots \dots (6)$$

- Equations donnant l'atteinte d'un ELU :

Cet état peut être atteint sur le béton ou sur l'acier. Nous avons équations, par conséquent 7 inconnus $\Delta \sigma_p, \sigma_s, y, \Delta'' \varepsilon_p, \varepsilon_b, \varepsilon_s, \overline{M}_{uM}$

La résolution sera faite par tâtonnement, en considérant le diagramme de déformation passant par les pivots A et B, ce qui nous donne :

$$\begin{cases} \varepsilon_s = 10\text{‰} \\ \varepsilon_b = 3,5\text{‰} \end{cases}$$

A partir de ces valeurs, l'équation (4) donne « y » ;

$$\left. \begin{array}{l} (5) \longrightarrow \sigma_s \\ (3) \longrightarrow \Delta''\varepsilon_p \\ (6) \longrightarrow \Delta\sigma_p \end{array} \right\} \text{ et on calcul } N_u \text{ par l'équation (1).}$$

- ✓ Si $\rightarrow \bar{N}_u > N_u$: la section de béton comprimé est trop grande, le diagramme de déformation pivote autour de A.
- ✓ Si $\rightarrow \bar{N}_u < N_u$: le diagramme de déformation pivot autour de B.

Une fois le diagramme d'équilibre trouvé, on détermine $\bar{M}_{UM}$, et on vérifie que : $M_u \leq \bar{M}_{uM}$

• **Application à notre projet :**

$$dp = 183.3 \text{ cm.} \quad Ap = 52,5 \text{ cm}^2$$

$$ds = 190 \text{ cm.} \quad As = 5,65 \text{ cm}^2$$

$$H = 195 \text{ cm}$$

$$Nu = (\sigma_{p0} - \Delta\sigma_\infty) \cdot n \cdot Ap = 1012,83 \times 6 \times 10,5 \times 10^{-1} = 6380,83 \text{ KN.}$$

$$\rightarrow Nu = 6380,83 \text{ KN}$$

$$(1) \rightarrow \bar{N}_u = \beta \cdot \sigma_{bc} - A_p \cdot \Delta\sigma_p - A_s \cdot \sigma_s$$

$$6380,83 \cdot 10^3 = 19,83 \cdot 10^{-1} \cdot \beta_c - 63 \Delta\sigma_p - 5,65 \sigma_s$$

$$(2) \rightarrow \bar{M}_{U \max} = \beta_c \cdot \frac{0,85 f_{c28}}{\theta \gamma_b} \times Z + A_s (d_s - d_p) \times \sigma_s$$

$$\bar{M}_{U \max} = 19,83 \cdot \beta_c \cdot Z + 5,65 (190 - 183,3) \cdot 10^3 \times \sigma_s$$

$$\bar{M}_{U \max} = 19,83 \cdot \beta_c \cdot Z + 37,855 \cdot 10^3 \times \sigma_s$$

- Equations traduisant le comportement des aciers :

La surtension des armatures de précontraintes est :

$$(6) \rightarrow \Delta\sigma_p = f(\varepsilon_{pm} + \Delta'\varepsilon_p + \Delta''\varepsilon_p) - f(\varepsilon_{pm})$$

$$\sigma_{pm} = \frac{P_m}{A_p} = \frac{6380,83}{63} = 101,283 \text{ KN/cm}^2 = 1012,83 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{bpm} = \frac{P_m}{A_p} + (P_m e_p + M_{min}) e_p / I$$

$$\sigma_{bpm} = \frac{6380,83 \cdot 10}{8\,868,56} + [6380,83 \cdot 10^3 (-119,15) \times 10 + 4555,2 \times 10^6] \frac{(-119,15)}{35\,174\,586,87 \times 10^4}$$

$$\sigma_{bpm} = 8,2272 \text{ MPa}$$

$$\text{D'où : } \varepsilon_{pm} = \frac{\sigma_{pm}}{E_p} = \frac{1012,83}{1,9 \times 10^5} = 5,331 \times 10^{-3}$$

$$\Delta' \varepsilon_{pm} = 5 \cdot \frac{\sigma_{bpm}}{E_p} = 5 \cdot \frac{8,2272}{190000} = 2,165 \cdot 10^{-4}$$

- **Atteinte de l'ELU :**

$$\begin{cases} \varepsilon_s = 10 \text{ ‰} \\ \varepsilon_b = 3,5 \text{ ‰} \end{cases}$$

$$\text{De (4) : } \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_b} = \frac{d_p - y}{y} \implies y = \frac{d_s}{1 + \left(\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_b}\right)} = \frac{190}{1 + \left(\frac{10}{3,5}\right)} = 49,26 \text{ cm} = 0,4926 \text{ m}$$

$$\text{De (3) : } \Delta'' \varepsilon_p = \frac{\varepsilon_b \cdot (d_p - y)}{y} = \frac{3,5 \times (1,833 - 0,4926)}{0,4926} \cdot 10^{-3} = 9,5237 \times 10^{-3}$$

$$\text{De (5) : } \sigma_s = 348 \text{ MPa} \quad (\varepsilon_s = 10 \text{ ‰}).$$

$$\text{De (6) : } \Delta \sigma_p = f(\varepsilon_{pm} + \Delta' \varepsilon_p + \Delta'' \varepsilon_p) - f(\varepsilon_{pm})$$

$$\Delta \sigma_p = \sigma_p \times (5,331 \times 10^{-3} + 2,165 \times 10^{-4} + 9,5237 \times 10^{-3}) - \sigma_p (5,331 \times 10^{-3})$$

$$\Delta \sigma_p = 9,7402 \cdot \sigma_p$$

$$\text{Pour : } \sigma_p = \frac{0,9 f_{peg}}{1,15} = \frac{0,9 \times 1583}{1,15} = 1238,87 \text{ MPa} \quad \text{on a : } \varepsilon_p = \frac{\sigma_p}{E_p} = \frac{1238,87}{190000} = 6,52 \cdot 10^{-3} \text{ MPa}$$

$$\begin{cases} \varepsilon_p < 6,52 \cdot 10^{-3} & \rightarrow \sigma_p = E_p \cdot \varepsilon_p \\ \varepsilon_p > 6,52 \cdot 10^{-3} & \rightarrow \sigma_p \text{ sera calculé par approximation successive} \end{cases}$$

$$\varepsilon_{pm} = 5,331 \times 10^{-3} \rightarrow \sigma_p = 5,331 \cdot 10^{-3} \times 190000 = 1012,89 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_p = 15,0712 \times 10^{-3} \rightarrow \sigma_p = 15,0712 \cdot 10^{-3} \times 190000 = 2863,528 \text{ MPa}$$

$$\text{D'où : } \Delta \sigma_p = 2863,528 - 1012,89 = 1850,638 \text{ MPa}$$

$$\text{De (1) : } \beta_c = 0,8 \times y \times b_{moy}$$

$$\text{Avec : } y = 0,4926 \text{ m ;}$$

$$b_{moy} : \text{Largeur moyenne (hourdis + table de poutre) ; } b_{moy} = \frac{1,75 + 1,10}{2} = 1,425 \text{ m}$$

$$\beta_c = 0,8 \times 0,4926 \times 1,425 = 0,5616 \text{ m}^2$$

$$\text{Donc : } \bar{N}_u = \beta \cdot \sigma_{bc} - A_p \cdot \Delta \sigma_p - A_s \times \sigma_s$$

$$\bar{N}_u = (0,5616 \cdot 10^6 \cdot 19,83) - (63 \cdot 10^2 \times 1850,638) - (5,65 \cdot 10^2 \times 348) = -719,11 \text{ t}$$

On déduira que :

$$\bar{N}_u \leq Nu$$

Le diagramme d'équilibre est atteint ainsi que le diagramme de déformation ultime.

$$\varepsilon_s = 0,9539 \text{ ‰} \quad ; \quad \varepsilon_b = 3,5 \text{ ‰}$$

Donc : le diagramme d'équilibre est atteint ainsi que le diagramme de déformation ultime

On calcul alors :

$$\bar{M}_{uM} = \beta_c \frac{0,85 f_{c28}}{\theta \gamma_b} \times Z + A_s (d_s - d_p) \times \sigma_s$$

$$M_{umax} = 19,83 \times \beta_c \times Z + 37,855 \times \sigma_s$$

$$\text{Avec : } Z = d_p - 0,4 y = 183,3 - (0,4 \times 0,4926 \cdot 10^2) = 163,596 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \bar{M}_{UM} = 19,83 \times 10^3 \times 0,5616 \times 1,63596 + 37,855 \times 348 \cdot 10^{-3}$$

$$M_{Umax} = 18232,09 \text{ KN.m}$$

$$M_{max} = 1015,13 < M_{limUmax} = 18232,09 \text{ KN.m} \quad \Rightarrow \quad \text{La résistance à l'ELU est assurée.}$$

Conclusion :

Les contraintes normales n'excèdent pas les contraintes admissibles de compression

Introduction :

La partie résistante d'une poutre à l'effort tranchant est représentée par l'âme, celle-ci sera donc dimensionnée de façon à :

- Résister à l'effort de cisaillement.
- Permettre un bon bétonnage.
- Permettre une bonne mise en place des gaines.

Selon le BPEL 91, on procède :

- En E.L.U à une vérification de la section d'acier transversal.
- En E.L.S à une vérification des contraintes tangentielles (de cisaillement).

XI.1: Justification des contraintes à l'ELS :

Cette justification a pour but de montrer que les effets d'un effort tranchant cumulés aux effets du moment fléchissant et de l'effort normal, ne compromettent pas la sécurité de l'ouvrage.

La vérification doit porter sur trois paramètres caractéristiques de l'état de contraintes en un point de la section.

σ_x : Contrainte normale longitudinale.

τ : Contrainte tangentielle (de cisaillement).

σ_t : Contrainte normale transversale dont l'existence est liée à une précontrainte transversale éventuelle (celle-ci n'existe que lorsque une précontrainte transversale est présentée).

Les contraintes σ_x, σ_t, τ calculées sous l'effet des sollicitations de service, doivent satisfaire les conditions suivantes :

$$\begin{cases} \tau^2 - \sigma_x \cdot \sigma_t \leq 0,4 \cdot f_{tj} \left[f_{tj} + \frac{2}{3} (\sigma_x + \sigma_t) \right] \\ \tau^2 - \sigma_x \cdot \sigma_t \leq 2 \cdot \frac{f_{tj}}{f_{cj}} [0,6 f_{cj} - \sigma_x - \sigma_t] \cdot \left[f_{tj} + \frac{2}{3} (\sigma_x + \sigma_t) \right] \end{cases} \quad \text{Article B.P.E.L.7.2, 2} \quad \dots (1)$$

Si $\sigma_x < 0$, alors les deux conditions (1) sont remplacées par :

$$\tau^2 \leq 0,4 \cdot f_{tj} \cdot \left(f_{tj} + \frac{2}{3} \cdot \sigma_t \right) \quad \dots (2)$$

Dans notre cas, $\sigma_t = 0$, alors (1) et (2) peuvent s'écrire comme suit :

$$\begin{cases} \tau^2 \leq 0,4 \cdot f_{tj} \cdot \left[f_{tj} + \frac{2}{3} \sigma_x \right] \\ \tau^2 \leq 2 \cdot \frac{f_{tj}}{f_{cj}} [0,6 f_{cj} - \sigma_x] \cdot \left[f_{tj} + \frac{2}{3} \sigma_x \right] \end{cases} \quad \dots (1')$$

$$\tau^2 \leq 0,4 \cdot f_{tj} \cdot f_{tj} \quad \dots (2')$$

XI.1.1: Contrainte de cisaillement due à l'effort tranchant :

Cette contrainte est calculée comme suit :

$$\tau_V(y) = \frac{V_{\text{red}} \cdot S}{I_n \cdot b_n}$$

Avec :

V_{red} : Effort tranchant réduit, $V_{\text{red}} = V - \sum_{i=1}^n (P_i \cdot \sin \alpha_i)$

S : Moment statique par rapport à l'axe « Z » passant par « Δ ».

b_n : Largeur nette de l'âme de la poutre, $b_n = b_0 - m \cdot k \cdot \emptyset$

m : Nombre câbles par lit

$K = 1/2$ Dans le cas des câbles injectés au coulis de ciment.

I_n : Moment d'inertie net par rapport à l'axe « Z » passant par « Δ ».

Remarque :

- $\tau = \tau_v$ pour les phases I, II, III, IV et VI (phases de construction).
- $\tau = \tau_v + \tau_T$ pour la phase V (phase d'exploitation)

Avec : τ_T : Contrainte de cisaillement due à la torsion.

XI-1-2 : Application au projet :

La section la plus sollicitée vis-à-vis de l'effort tranchant est la section d'appui, celle-ci comprend trois câbles de précontrainte.

La vérification de la contrainte tangentielle se fera par phases de construction.

- Caractéristiques géométriques de la section nette à $x = 0,00$ L :

Section	Section d'about	
	Poutre seule	Poutre + hourdis
B (cm²)	7321.28	10821.28
v' (cm)	95,30	124.31
v (cm)	79,70	70.69
I_G (cm⁴)	23173767.69	42343295.23
ρ (%)	41,67 %.	44.52
e_p (cm)	-2.83	-31.84
r² = I/B	3165.26	3912.96

Tab. XI.1: Caractéristiques géométriques de la section nette à $x = 0,00$ L

- **Phase 1** : Mise en tension des câbles de la 1^{ère} famille au 14^{ème} jour à 50 %

$$\sigma_{p0} = 0,5 \times 1424,7 = 712,35 \text{ MPa.}$$

$$q = \frac{1,6247t}{ml} \Rightarrow V_q = \frac{gL}{2} = \frac{1,6247 \cdot 33,4}{2} = 27,132t = 271,32 \text{ KN}$$

$$\Delta\sigma_j = 0,5 \times \Delta\sigma_i = 0,5 \times 209,14 = 104,57 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{p1} = 1,02\sigma_{p0} - 0,8\Delta\sigma_j = 1,02(712,35) - 0,8(104,57) = 642,94 \text{ MPa}$$

$$P_1 = n \times A_p \times \sigma_{pi} = 3 \times 973 \times 642,94 \times 10^{-3} = 1876,74 \text{ KN}$$

$$V_{red} = 271,32 - \frac{1876,74}{3} \times 0,57 = -85,26 \text{ KN}$$

Remarque : $\sum_{i=1}^3 \sin \alpha_i = 0,57$

- **Contrainte de cisaillement τ** :

Approximativement : $S = \frac{I_G}{0,8 \cdot h}$

$$\Rightarrow \tau(y) = \frac{V_{red}}{b_n \times 0,8h} ; \text{ avec : } b_n = b_0 - \frac{\phi}{2} = 35 - \frac{6,7}{2} = 31,65 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \tau(y) = \frac{-85,26 \times 10}{31,65 \times 0,8 \times 175} = -0,192 \text{ MPa}$$

- Contrainte normale σ_G au niveau du centre de gravité :

$$N_1 = \frac{P_1}{n} \sum_{i=1}^3 \cos \alpha_i = \frac{1876,74}{3} (2,932) = 1834,20 \text{ KN}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_s = \frac{N_1}{B} \left(1 - \frac{e_p \cdot v}{r^2} \right) = \frac{1834,20 \cdot 10}{7321,28} \left(1 - \frac{2,83 \cdot 79,70}{3912,96} \right) = 2,36 \text{ MPa} \\ \sigma_i = \frac{N_1}{B} \left(1 + \frac{e_p \cdot v'}{r^2} \right) = \frac{1834,20 \cdot 10}{7321,28} \left(1 + \frac{2,83 \cdot 95,30}{3912,96} \right) = 2,68 \text{ MPa} \end{cases}$$

Au niveau du centre de gravité :

$$\sigma_x = \sigma_G = \sigma_s + \frac{\sigma_i - \sigma_s}{h} \times V = 2,36 + \frac{2,68 - 2,36}{175} \times 79,70 = 2,50 \text{ MPa}$$

Vérification des deux inégalités (1') :

$$\begin{cases} \tau^2 = 0,037 \leq 0,4 \times 2,395 \times \left(2,395 + \frac{2}{3} (2,50) \right) \\ \tau^2 = 0,037 \leq 2 \times \frac{2,395}{29,91} \times (0,6 \times 29,91 - 2,50) \times \left(2,395 + \frac{2}{3} (2,50) \right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0,037 \leq 3,83 \text{ MPa} \\ 0,037 \leq 10,04 \text{ MPa} \end{cases} \text{ vérifiée}$$

Nous procédons de la même manière pour les autres phases.

phase	V (KN)	N (KN)	V _{red} (KN)	τ_y (Mpa)	Contraintes normales			Vérifications	
					σ_s	σ_i	σ_G	inégalité 1	inégalité 2
I	271.32	1834.20	-85.26	-0,192	2,33	2.72	2.50	$0,037 \leq 3.83$	$0,037 \leq 10,04$
II	271.32	3668.41	-441.84	-0.997	4.65	5.43	5.00	$0.994 \leq 5.48$	$0.994 \leq 11.80$
III	424.24	3668.41	-288.92	-0.585	1.44	6.82	3.39	$0.342 \leq 4.46$	$0.342 \leq 10.85$
IV	424.24	3668.41	-288.92	-0.585	1.44	6.82	3.39	$0.342 \leq 4.46$	$0.342 \leq 10.85$
V	645.52	3668.41	-67.64	-0.137	1.44	6.82	3.39	$0.018 \leq 4.46$	$0.018 \leq 10.85$
VI	928.85	3335.54	645.52	645.52	645.	645	65	$0,037 \leq 3.83$	$0,037 \leq 3.83$

Tab. XI.2 : Vérifications des contraintes de cisaillement.

Conclusion : les contraintes de cisaillements sont vérifiées pour toutes les phases, en construction et en exploitation.

XI.2: Justification à l'ELU (BPEL 91 Art. 7-3) :

XI.2.1 : Armatures transversales minimales :

Elles sont caractérisées par leur section A_c et leur espacement S_t :

$$S_t \leq \min\{1\text{m} ; 0,8h ; 3b_0\} = \min\{1\text{m} ; 0,8(1,75) ; 3(0,35)\} = \min\{1\text{m} ; 1,4\text{m} ; 1,05\text{m}\}$$

$$\Rightarrow S_t \leq 1\text{m}.$$

Pour éviter une rupture due à l'effort tranchant, on disposera d'un minimum d'armatures transversales de façon à satisfaire la condition suivante :

$$\frac{A_t}{s_t} \geq \frac{0,6 \cdot b_n \cdot \gamma_s}{f_e} \Rightarrow \frac{A_t}{b_n \cdot s_t} \cdot \frac{f_e}{\gamma_s} \geq 0,6 \text{ MPa}$$

Ce minimum est notamment à respecter dans la zone centrale où l'effet tranchant est faible, et ces dispositions ont pour but d'éviter une grande fragilité du béton de l'âme de la poutre.

$$\frac{A_{t\min}}{s_t} \geq \frac{0,6 \cdot \gamma_s \cdot b_n}{f_e} = \frac{0,6 \times 1,15 \times 31,65 \times 100}{400} = 5,4596 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

On choisit des cadres **HA12**, $A_t = 2,26 \text{ cm}^2$, soit : **2HA12**.

$$S_t \leq \frac{A_t \cdot f_e}{0,6 \cdot \gamma_s \cdot b_n} \Rightarrow S_t \leq \frac{2,26 \times 400 \times 10^{-4}}{0,6 \times 0,3165 \times 1,15} = 0,4139 \text{ m}$$

On adopte **2HA12** : $S_t = 15 \text{ cm}$ aux appuis et 25 cm en travée.

XI.2.2: Justification des armatures transversales :

Le but de cette justification est de montrer que les armatures transversales sont suffisantes pour assurer la résistance des parties tendues du treillis, constituées par les bielles du béton et les armatures :

$$\frac{A_t \cdot f_e}{b_n \cdot S_t \cdot \gamma_s} \geq \left(\tau_{\text{red}} - \frac{f_{tj}}{3} \right) \cdot \tan \beta_u + \frac{f_{tj}}{3} \quad (\text{B. P. E. L Art: 7.3,22})$$

$$\Rightarrow \tau_{\text{red}} \leq \frac{A_t \cdot f_e}{b_n \cdot S_t \cdot \gamma_s} \cdot \cotg \beta_u + \frac{f_{tj}}{3}$$

L'inclinaison des bielles est donnée par :

$$\tan 2\beta = \frac{2\tau_{\text{red}}^u}{\sigma_x^u - \sigma_t^u}$$

Avec :

$$\tau_{\text{red}}^u = \tau_v^u + \tau_t^u$$

$$\tau_v^u = \frac{V_{\text{red}}^u}{0,8 \cdot h \cdot b_n} \quad \text{et} \quad V_{\text{red}}^u = V_u^{\text{max}} - \frac{P_u}{n} \cdot \sum_{i=1}^3 \sin \alpha_i$$

$$P_u = n(\sigma_{p_0} - \Delta \sigma_j) \cdot A_p$$

$$\Delta \sigma_j = \Delta \sigma_i(1\text{famille}) + \Delta \sigma_{\text{diff}}(1\text{famille}) = 209.14 + 145.85 = 354.99 \text{ MPa}$$

$$P_u = 3 \times (1424,7 - 354.99) \times 973 \times 10^{-3} = 3122.50 \text{ KN}$$

$$V_{\text{red}}^u = 1215.60 - \frac{3122.50}{3} \times 0,57 = 622.28 \text{ KN} \quad \text{avec} \quad V_u^{\text{max}} = 1215.60 \text{ KN}$$

$$\tau_v^u = \frac{V_{\text{red}}^u}{0,8 \cdot h \cdot b_n} = \frac{622.28 \times 10}{0,8 \cdot 31,65 \cdot 195} = 1,25 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\text{red}}^u = 1,25 + 1.062 = 2.312 \text{ MPa} \quad (\tau_t^u : \text{Contrainte due à l'effort de torsion}).$$

- **Angle d'inclinaison β_u :**

$$N_u = \frac{P_u}{n} \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i = \frac{3122.50}{3} \cdot 2,932 = 3051.74 \text{ KN}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_s = \frac{3051.74 \times 10}{10821.28} \left[1 - \frac{31,84 \times 70.69}{3912.96} \right] = 1,20 \text{ MPa} \\ \sigma_i = \frac{3051.74 \times 10}{10821.28} \left[1 + \frac{31,84 \times 124.31}{3912.96} \right] = 5.70 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\sigma_G = \sigma_x = \sigma_s + \frac{\sigma_i - \sigma_s}{h} \times V = 1,20 + \frac{(5.70 - 1,20) \cdot 70.69}{195} = 2.84 \text{ MPa}$$

$$\text{D'où : } \tan 2\beta = \frac{2 \times 2.312}{2.84 - 0} = 1,628 \Rightarrow \beta = 29.21^\circ$$

- **Détermination des armatures verticales:**

$$\frac{A_s}{S_t} \geq \left(\tau_{\text{red}}^u - \frac{f_{tj}}{3} \right) \cdot \frac{1,15 \times b_n}{f_e} \times \tg \beta$$

$$\frac{A_s}{S_t} \geq \left(2.321 - \frac{2,7}{3} \right) \cdot \frac{1,15 \times 31,65 \times 100}{400} \times \tg(29.21^\circ)$$

$$\frac{A_s}{S_t} \geq 7.23 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

$$\Rightarrow \frac{A_s}{S_t} \geq \max(7.23 ; 5.46) = 7.23 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

Soit des cadres supplémentaires en plus de ceux destinés à reprendre l'effort tranchant.

On choisit donc comme ferrailage transversal **4HA12**, soit $A_t = 4.52 \text{ cm}^2$.

$$\Rightarrow S_t \leq \frac{4.52}{7.23} = 0.62 \text{ m}$$

On prendra $S_t = 20 \text{ cm}$ (pour la section médiane)

- **Armatures transversales supérieures :**

Elles doivent être au moins égales à $2 \text{ cm}^2/\text{ml}$, soit un cadre de **HA12** tous les 20cm.

XI.2.3 : Justification des bielles de compression du béton :

La condition à respecter est la suivante :

$$\tau_{vu}^2 + \tau_{Tu}^2 \leq \left(\frac{f_{cj}}{4 \cdot \gamma_b} \right)^2 \Rightarrow (1.25)^2 + (1.062)^2 = 2.69 \leq \left(\frac{35}{4 \times 1.5} \right)^2 = 34.028 \text{ MPa}$$

$$\Rightarrow 2.69 \text{ MPa} \leq 34.028 \text{ MPa} \text{ (vérifiée)}$$

XI.2.4 : Justification des armatures longitudinales (BPEL 91 Art 7.6, 55) :

La sollicitation de torsion dans une poutre engendre des tractions longitudinales, et cette traction doit être équilibrée soit :

- Par la compression développée par la flexion et la précontrainte longitudinale.
- Par le recours des armatures longitudinales passives.

L'intensité de l'effort de traction longitudinal due à la torsion le long de l'axe neutre vaut :

$$F_t = \tau_T^u \cdot b_n \cdot \cotg \beta_u \quad \sigma_t = \frac{F_t}{B_{\text{âme nette}}}$$

$$\text{Avec : } B_{\text{âme nette}} = B_{\text{brute}} - B_{\text{gaine}} = 1.75 \times 0.35 - 3 \cdot \frac{\pi \cdot 0.067^2}{4} = 0.602 \text{ m}^2$$

$$\sigma_t = \frac{1.062 \times 0.3165 \times 1.788}{0.602} = 0.7708 \text{ MPa}$$

$$\sigma_t = 0.7708 \text{ MPa} < \sigma_G = 2.84 \text{ MPa} \text{ (condition vérifiée)}$$

Conclusion :

Les contraintes tangentielles n'excèdent pas les contraintes limites de traction et de cisaillement.

Introduction :

Lorsque les armatures de précontraintes sont ancrées dans une section qu'on peut appeler section « S_A » d'une pièce prismatique, la distribution des contraintes ne peut être obtenue par les règles usuelles de la RDM, car les conditions du principe de Saint-Venant ne sont pas remplies au voisinage de S_A .

A cet effet, il y a lieu de procéder, dans cette zone :

- A des vérifications permettant d'éviter l'apparition des fissures et l'écrasement du béton.
- A la détermination d'armatures passives destinées à limiter l'ouverture des fissures éventuelles.

XII.1 : Zone d'appui simple d'about :

Dans cette zone, on doit nécessairement procéder à :

- La justification de la bielle d'about. (**Art.7.5, 1 B.P.E.L**)
- La justification de l'équilibre du coin inférieur. (**Art.7.5, 2 B.P.E.L**)
- Des justifications relatives à l'introduction des forces de précontrainte. (**Art.8 B.P.E.L**)

XII.1.1 : Justification de la bielle d'about :

Le modèle schématique proposé par les règlements du BPEL, admet que le mécanisme de rupture résulte de la formation d'une fissure inclinée émanant du nu intérieur de l'appui, séparant ainsi un bloc d'about du reste de la pièce.

1) Principe de calcul :

On admet que la transmission des charges appliquées à la poutre, au niveau de l'appui, s'effectue par une bielle unique inclinée, par rapport à l'axe longitudinal de la poutre, d'un angle β_u tel que :

$$\tan 2\beta_u = \frac{2\tau_u}{\sigma_{xu} - \sigma_{tu}} \quad (\beta \leq 30^\circ) \quad (\text{Art.3,2 B.P.E.L})$$

On dispose de plusieurs câbles susceptibles d'équilibrer la bielle unique. Donc on cherche le niveau (r) du câble qui donne une résultante de la réaction d'appui et des efforts F_i inclinée d'au moins β_u sur l'horizontale.

On définit les angles d'inclinaisons θ_k par :

$$\tan \theta_k = \frac{R_u - \sum_{i=1}^k F_i \sin \alpha_i}{\sum_{i=1}^k (F_i \cos \alpha_i) - H_u}$$

Avec :

α_i : Inclinaison du câble.

R_u : Composante verticale de la réaction d'appui.

H_u : Composante horizontale éventuelle de la réaction d'appui.

F_i : forces limites dans chaque câble.

La ligne de pression est inclinée à moins de β_u pour le rang r du câbles si l'on a :

$$\begin{cases} \text{tg}\theta_r \leq \text{tg}\beta_u \\ \text{tg}\theta_{r-1} > \text{tg}\beta_u \end{cases}$$

Pour que ce niveau existe, il faut que :

$$\sum F_i \cdot \cos \alpha_i - H_u \geq (R_u - \sum F_i \cdot \sin \alpha_i) \cdot \cotg \beta_u$$

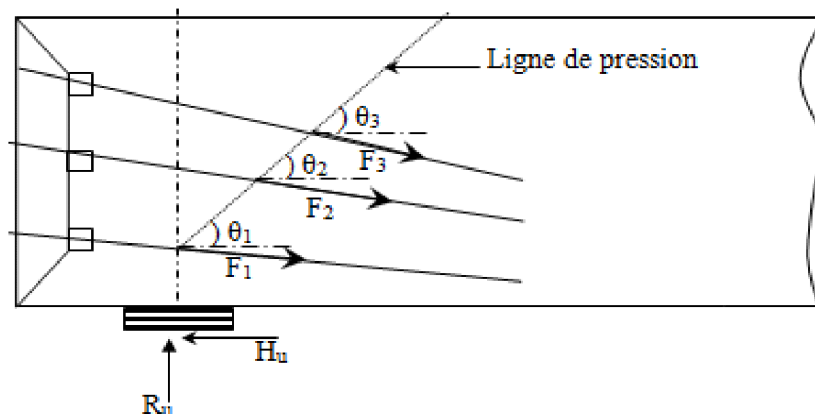


Fig. XII.1: Inclinaison de la bielle unique du béton

Pour schématiser ce phénomène, on considère que le flux de compression intéresse le niveau « r », défini par les inégalités précédentes, situé à la distance « d_r » de la fibre supérieure.

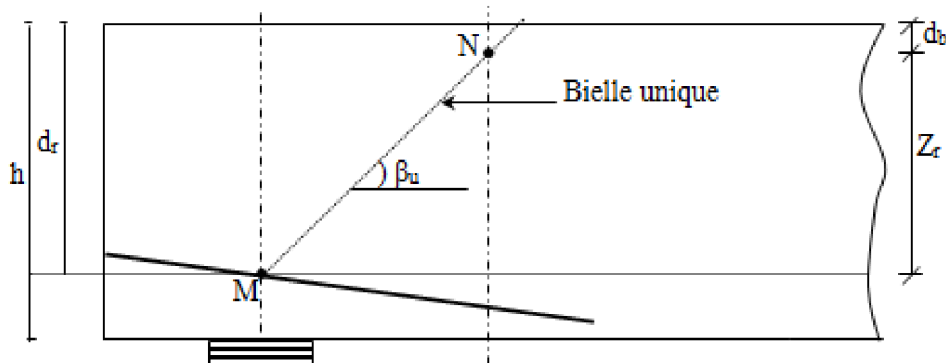


Fig. XII.2: La bielle d'about

Avec :

MN : axe de la bielle.

Z_r : hauteur de la bielle.

$d_b = 0,1h$: Distance à l'extrados de la résultante de compression du béton.

d_r : Distance à l'extrados du câble de rang « r » au droit de l'axe de l'appui.

L'équilibre du bloc d'about s'écrit en composante verticale comme suit :

$$W = R_u - \sum F_i \cdot \sin \alpha_i - \frac{Z_r}{S_t} \cdot A_t \cdot \frac{f_e}{\gamma_s} \cdot \frac{\sin(\alpha + \beta_u)}{\sin \beta_u} - \frac{Z_r}{S'_t} \cdot F_{tu} \cdot \frac{\sin(\alpha' + \beta_u)}{\sin \beta_u}$$

Avec :

α : Inclinaison des étriers passifs sur l'horizontale ($45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$).

α' : Inclinaison des étriers actifs sur l'horizontale ($45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$).

α_i : Inclinaison du câble de précontrainte.

S_t : Espacement des armatures passives transversales.

S'_t : Espacement des armatures actives.

A_t : Somme des aires des sections des aciers passifs transversaux.

F_{tu} : Effort de précontrainte après toutes les pertes.

W : Effort vertical repris par le béton au droit du point « N ».

2) Vérification des armatures transversales :

- Si $Z_r \geq Z$: la section d'armatures à prendre en compte est celle obtenue pour la vérification à l'effort tranchant.
- Si $Z_r < Z$: la section d'armatures trouvée sera majorée dans le rapport « $\frac{Z}{Z_r}$ » et la répartir sur la longueur $Z_r \cdot \cot \beta_u$ à partir de l'axe de l'appui.

Avec :

$$Z = \frac{I_G}{S} \quad (\text{Bras de levier du couple des forces élastiques}), \text{ et : } S \approx \frac{I_G}{0,8 \cdot h}$$

3) Application au projet :

$$V_u = 121.56 \text{ t} = 1215.60 \text{ KN}$$

$$V_{red} = V_u - \sum_{i=1}^n P_{lim} \cdot \sin \alpha_i \quad ; \quad P_{im} : \text{Effort de précontrainte après toutes les pertes.}$$

$$P_{lim} = \min \left\{ \begin{array}{l} 1,2 \cdot \sigma_{pm} = 1,2 \cdot (\sigma_{p0} - \Delta \sigma_{pt}) = 1,2(1424.7 - (209.14 + 145.85)) \\ \frac{f_{prg}}{\gamma_p} = \frac{1770}{1,15} = 1539,13 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow P_{im} = \min \left\{ \begin{array}{l} 1283.65 \text{ MPa} \\ 1539,13 \text{ MPa} \end{array} \right. \Rightarrow P_{im} = 1283.65 \text{ MPa}$$

$$F_{lim} = A_p \cdot \left[\min \left(1,2 \sigma_{p0} \quad ; \quad \frac{f_{prg}}{\gamma_b} \right) \right] = 973 \cdot \left[\min \left(1,2(1424.7) \quad ; \quad \frac{1770}{1,15} \right) \right] \cdot 10^{-3}$$

$$F_{lim} = 973 \cdot [\min(1709.64; 1539.13)] \cdot 10^{-3}$$

$$F_{lim} = 973 \times 1539,13 \times 10^{-3} = 1497.57 \text{ KN}$$

$$\beta_u = 29.21^\circ \text{ (chapitre XII)}$$

• **Recherche du rang « r » :**

On doit vérifier la condition suivante :

$$\sum F_i \cdot \cos \alpha_i - H_u \geq (R_u - \sum F_i \cdot \sin \alpha_i) \cdot \cot \beta_u \quad ; i = 1-3.$$

Avec : $H_u = 0,1 \cdot G_{\text{tablier}} = 0,1 \times 753.84 \text{ t} = 753.84 \text{ KN}$

$$\sum F_i \cdot \cos \alpha_i - H_u = 1497.57 \times (\cos 4 + \cos 12 + \cos 17) - 753.84 = 3634.75 \text{ KN}$$

$$(R_u - \sum F_i \cdot \sin \alpha_i) \cdot \cot \beta_u = (1215.6 - 1497.57 \times 0.605) \times \cot(29.18)$$

$$(R_u - \sum F_i \cdot \sin \alpha_i) \cdot \cot \beta_u = 554.36 \text{ KN}$$

$$3733.95 \text{ KN} \geq 554.36 \text{ KN} \text{ vérifiée} \Rightarrow \text{Le rang « r » existe.}$$

- **Angle d'inclinaison :**

$$\text{tg} \theta_k = \frac{R_u - \sum_{i=1}^k F_i \cdot \sin \alpha_i}{\sum_{i=1}^k (F_i \cdot \cos \alpha_i) - H_u}$$

Indice K	Ru (KN)	$\sum_{i=1}^k (F_i \cdot \sin \alpha_i)$ (KN)	$\sum_{i=1}^k (F_i \cdot \cos \alpha_i)$ (KN)	Hu (KN)	tg θ_k	θ_k (°)
1	1215.60	104.465	1493.92	753.84	1.3239	52.93
2		415.827	2958.766		0.347	19.14
3		853.674	4390.900		0.0968	5.53

Tab. XII.1 : Valeurs de θ_k

$$\theta_{k1} = 52.93^\circ > \beta_u = 19.18^\circ$$

$$\theta_{k2} = 19.14^\circ < \beta_u = 19.18^\circ$$

On constate que l'équilibre est atteint au niveau du 2^{ème} câble, donc $r = 2$.

$$d_b = \frac{h}{10} = \frac{175}{10} = 17,5 \text{ cm}$$

$$d_r = H - h' = 175 - h'$$

$$h' = 0.9343 - 0.5 \text{tg} 12 = 0.8280 \text{ m}$$

$$d_r = 175 - 82.80 = 92.20 \text{ cm}$$

$$\text{Donc : } Z_r = d_r - d_b = 92.20 - 17.5 = 74.7 \text{ cm} = 0.747 \text{ m}$$

$$Z = 0,8 \times H = 0,8 \times 1,75 = 1,4 \text{ m}$$

$Z_r < Z \Rightarrow$ la section d'armatures transversales déterminée lors de l'étude de l'effort tranchant est majorée de $\frac{Z}{Z_r}$

Cette section est répartie sur une longueur L , ($L = Z_r \cdot \cotg\beta_u$) à partir de l'axe de l'appui.

Soit $\frac{140}{74.70} \cdot A_s = 1.874 \cdot 4.52 = 8.47 \text{ cm}^2$.

Soit une nouvelle section d'armatures transversales égale à **8HA12** soit 9.05 cm^2 , qui sera répartie sur une longueur $L = Z_r \cdot \cotg\beta_u = 74.70 \cdot \cotg(29.18) = 133.769 \text{ cm} \cong 134 \text{ cm}$.

XII.1.2 : Justification de l'équilibre du coin inférieur :

Lorsque la réaction d'appui « R » d'une poutre est appliqués au voisinage d'une arête, il y a lieu de vérifier qu'il n'y a pas de risque de fendage d'un coin de béton, entraînant l'arête. Le plan de rupture passe par le nu intérieur de l'appui.

Pour éviter toute rupture par fendage, on doit vérifier que les armatures traversant le plan de rupture sont suffisantes, et ceci quelque soit l'orientation du plan. On doit alors vérifier que la section d'acier passif traversant le plan de rupture, satisfait l'inégalité suivante :

$$\frac{A_t \cdot f_e}{\gamma_s} \geq \lambda \cdot (R_u + F_{vlim}) + H_u - F_{Hlim}$$

Avec :

A_t : Section des armatures de coutures.

R_u : Composante verticale de la réaction appui.

F_{Hlim} : Composante horizontale de la force de précontrainte (force prise avec sa valeur limite).

F_{vlim} : Composante verticale de la même force.

$$\lambda = \frac{1.5 - \tan \theta}{1 + 1.5 \tan \theta}$$

- Section d'armature minimale :

Lorsque la vérification précédente aboutit à $A_t = 0$, il y a lieu de mettre en place une section d'armature minimale d'acier passif de couture, donnée par :

$$A_{tmin} = \frac{0,04 \cdot R_u \cdot \gamma_s}{f_e} \cdot (5 - 4K) \quad \text{Avec : } 0 < K < 1$$

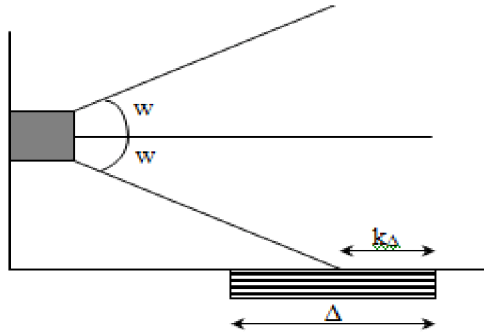


Fig. XII.3: Equilibre du coin inférieur ($a = \theta$)

- Application à notre projet :

$$F_{\text{lim}} = 1497.57 \text{ KN}$$

$$\begin{cases} F_{hlim} = F_{lim} \cdot \cos\alpha \\ F_{vlim} = F_{lim} \cdot \sin\alpha \end{cases}$$

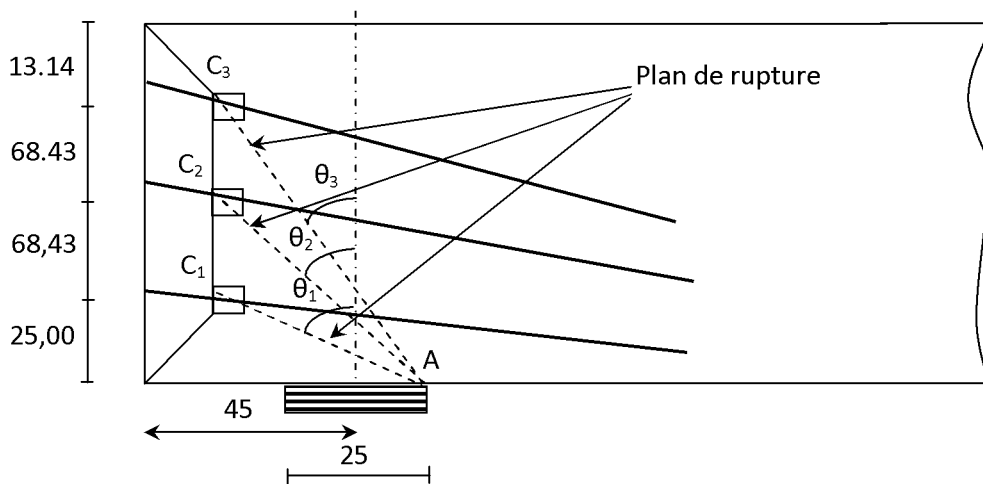


Fig. XII.4: Equilibre du coin inférieur.

Plan de rupture	F_{Vlim} (KN)	F_{Hlim} (KN)	$tg\theta$	λ	R_u (KN)	H_u (KN)	$\frac{A_t \cdot f_e}{\gamma_s}$ (N)	$\lambda \cdot (R_u + F_{Vlim}) + H_u - F_{Hlim}$	vérification
AC1	104.465	1493.922	2.3	-0.18	1215.6	753.84	31478,26	≥ -1076.893	vérifié
AC2	311.362	1464.844	0.615	0.46				≥ -107.801	vérifié
AC3	437.847	1432.133	0.355	0.747				≥ 457.632	non vérifié

Tab. XII.2: Vérification de la section d'armature de couture

Nous prendrons une nouvelle section **9HA14** ($A_s=13.85 \text{ cm}^2$),

Le tableau montre que la section d'acier passif traversant le plan de rupture satisfait l'inégalité précédente, donc les armatures de coutures sont négligeables. Toute fois, le BPEL propose une section minimale en vu de reprendre les efforts locaux de l'appareil d'appui.

$$A_{tmin} = \frac{0,04 \cdot R_u \cdot \gamma_s}{f_e} \cdot (5 - 4K)$$

Avec :

K : compris entre 0 et 1.

Δ : dimension de l'appareil d'appui

K_{Δ} :Longueur de l'appareil d'appui directement par le flux de (2φ) , (dans notre cas, $K = 1$).

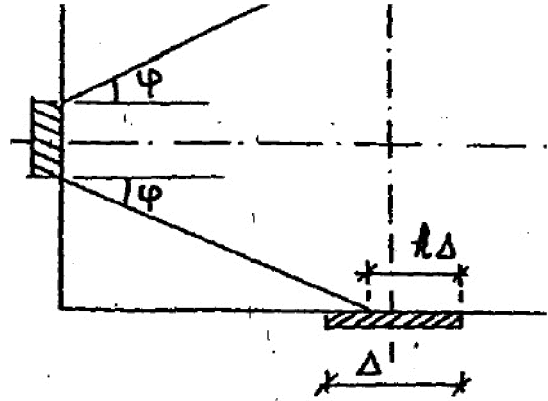


Fig. XII.5: Interaction ancrage - appui

$$A_{tmin} = \frac{0,04 \cdot 1215 \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 1,15}{400} \cdot (5 - 4 \cdot 1) = 1,39 \text{ cm}^2$$

Soit à prendre une section de 1,57 cm² (2HA10).

XII.1.3 : Justification relative à l'introduction des forces de précontrainte :

Des études expérimentales ont mis en évidence l'existence de trois zones à l'aval des points d'application des forces de précontrainte :

- Zone de surface soumise à des tractions.
- Zone intermédiaire comprimée.
- Zone d'éclatement soumise aussi à des tractions.

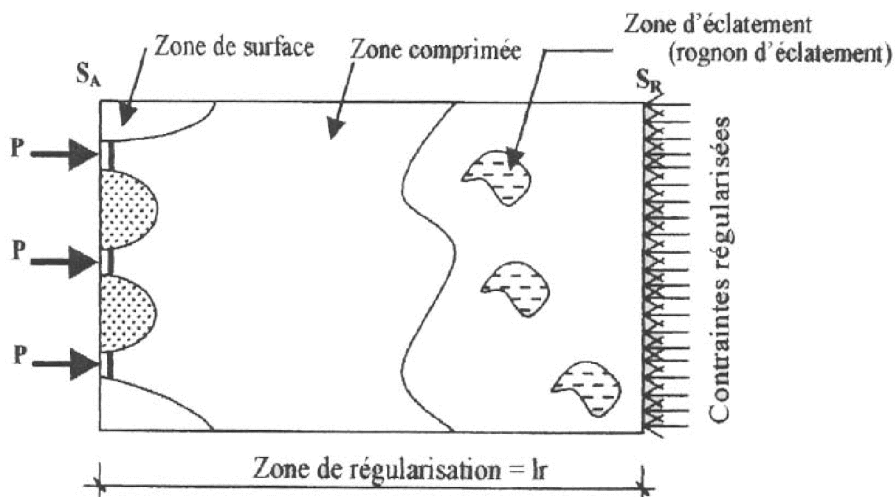


Fig. XII.6: Les trois zones d'aval d'application de la précontraintes et la zone de régularisation

On définit une zone de régularisation des contraintes, celle où les contraintes normales passent d'une variation discontinue à une variation continue. Pour des raisons de simplification, la longueur de cette zone est prise égale à la hauteur de la pièce.

D'autre part, on admet que la force de précontrainte subit une première régularisation à l'intérieur d'un prisme symétrique, de dimensions ($d \times d$), et dans lequel les isostatiques créent :

- Des efforts de tractions transversaux (effort de surface).
- Des efforts de tractions de surface (effort de surface).

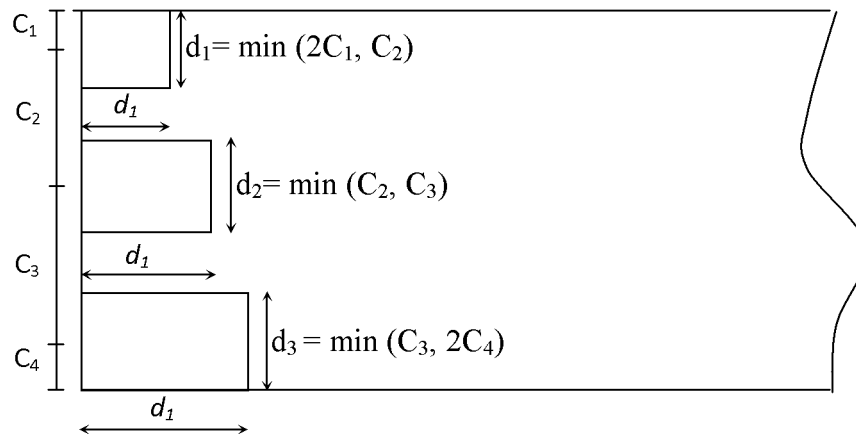


Fig. XII.7: Prisme symétrique.

XII.1.4- Equilibre de la zone de 1^{ère} régularisation :

Les efforts d'éclatement et de surface qui se manifestent dans cette zone seront soumis à des vérifications de contrainte dans le béton, et à la disposition d'une section d'armatures passives.

- Effets de surface :

La section d'armature à disposer au voisinage de la section S_A est :

$$A_s = 0,04 \cdot \frac{\max(F_{j0})}{\sigma_{slim}}$$

Avec :

F_{j0} : force à l'origine du câble ancré au niveau « j ».

$$\sigma_{slim} = \frac{2}{3} f_e$$

- Effets d'éclatement : La justification concerne :

- La vérification des contraintes du béton (traction & compression).
- Le ferrailage d'éclatement.

- Contraintes dans le béton :

A l'intérieur du prisme symétrique associé à chaque niveau d'ancrage « j », il y a lieu de vérifier que la contrainte moyenne de compression « σ_{cj} » à l'extrémité de la zone de 1^{ère} régularisation est :

$$\sigma_{cj} = \frac{F_{j0}}{b \cdot d_j} \leq \frac{2}{3} \cdot F_{cj}$$

Et que la contrainte maximale de traction « σ_{tj} » dans l'axe des armatures, susceptibles de provoquer l'éclatement du prisme doit être :

$$\sigma_{tj} = 0,5 \cdot \left(1 - \frac{a_j}{d_j}\right) \cdot \frac{F_{j0}}{b \cdot d_j} \leq 1,25 \cdot F_{tj}$$

Avec :

d_j : Hauteur du prisme symétrique associé au niveau « j ».

a_j : Dimension moyenne dans le plan d'éclatement des organes d'ancrages au niveau « j ».

b : Épaisseur de la pièce dans la direction perpendiculaire au plan d'éclatement considéré.

F_{j0} : force à l'origine du câble ancré au niveau j.

- Ferrailage d'éclatement :

Pour les règles de cumul, les armatures déterminées selon les règles exposées ci-après ne doivent pas être ajoutées directement à celles qui résultent des justifications des pièces vis-à-vis des sollicitations tangentes.

En aval de la section « S_A », sur une zone égale au max de « d_j », il faut disposer une section d'acier transversale, tel que :

$$A_t = \sup \left\{ \begin{array}{ll} \max A_{ej} = \frac{R_j}{K_j \cdot \sigma_{s \lim}} & \text{avec : } R_j = 0,25 \cdot \left(1 - \frac{a_j}{d_j}\right) \cdot F_{j0} \\ 0,15 \cdot \frac{\max F_{j0}}{\sigma_{s \lim}} & \text{avec : } \sigma_{s \lim} = \frac{2}{3} \cdot f_e \end{array} \right.$$

Avec :

$K_j = 1$: Pour un ancrage d'extrémité.

$K_j = 2$: Pour un ancrage intermédiaire.

1- Etude de l'équilibre général de la zone de régularisation :

La zone de régularisation des contraintes, peut être considérée comme une poutre de répartition comprise entre les plans « S_A » et « S_R ».

- Sur la section (S_A), des forces concentrées F_j (F_{jx} , F_{jt}).
- Entre (S_A) et (S_R), des efforts répartis (courbure et frottement).
- Sur (S_R), des contraintes normales σ (F'_j) et tangentielles τ (F'_j), réparties selon le principe de NAVIER (F'_j : effort isostatique de précontraintes appliqués sur S_R).

-

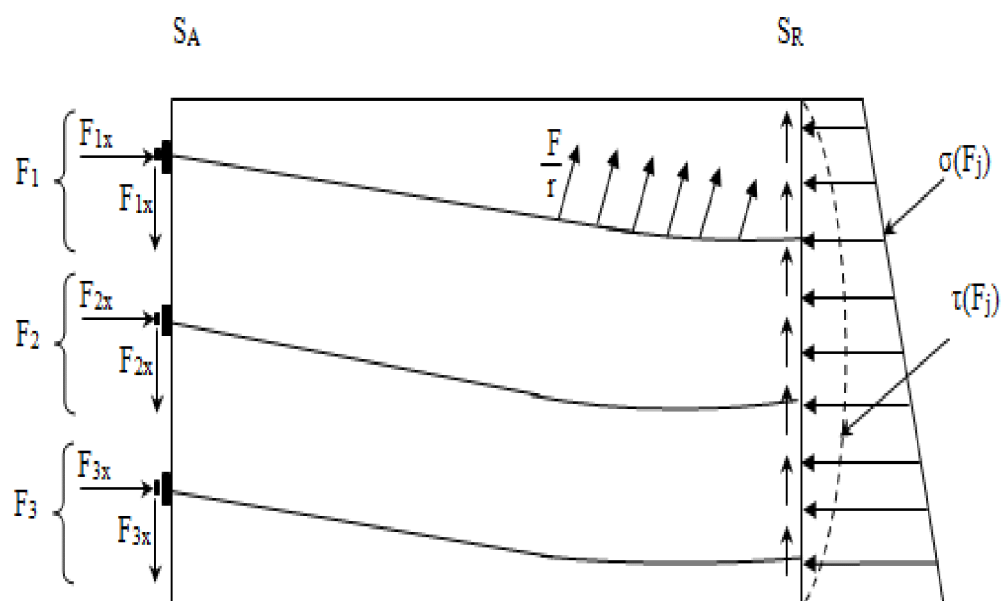


Fig. XII.8: Transmission des forces dans la zone de régularisation

Pour simplifier les calculs, les règles BPEL admettent que l'équilibre général s'obtient en superposant deux états d'équilibre :

- Equilibre selon la RDM.
- Equilibre de diffusion réelle des contraintes (équilibre générale de diffusion pure).

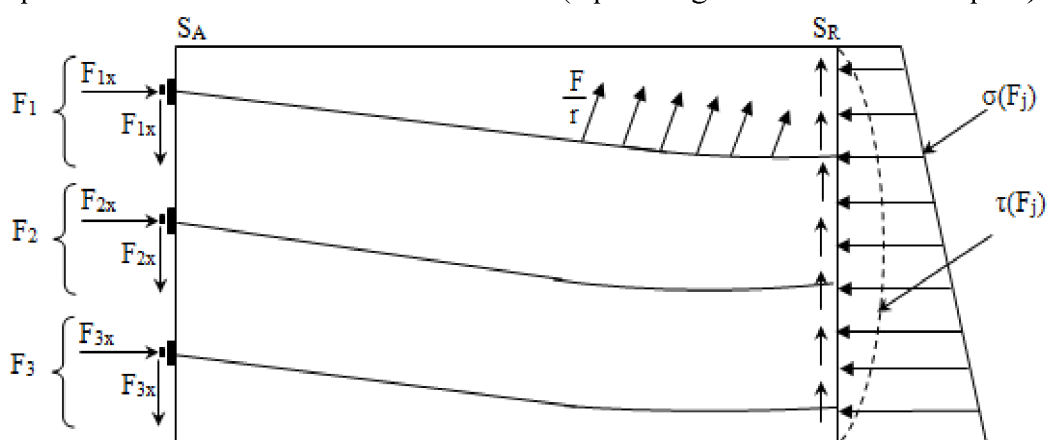


Fig. XII.9 : Equilibre général

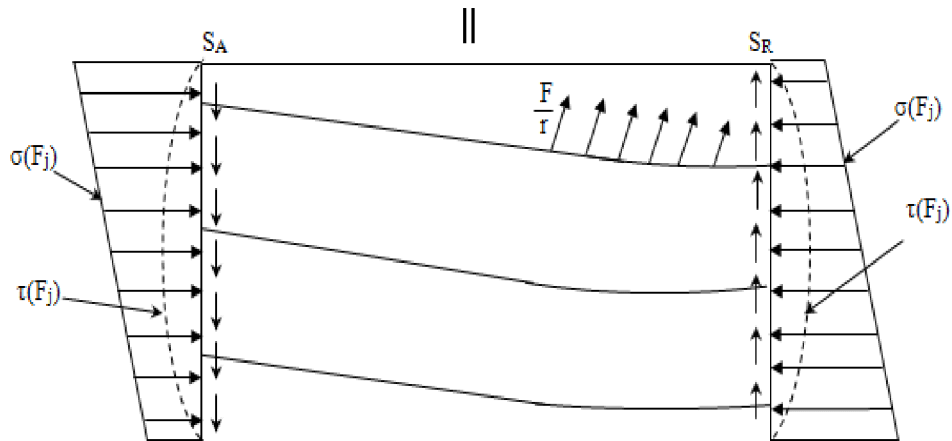


Fig. XII.10 : Equilibre selon la RDM

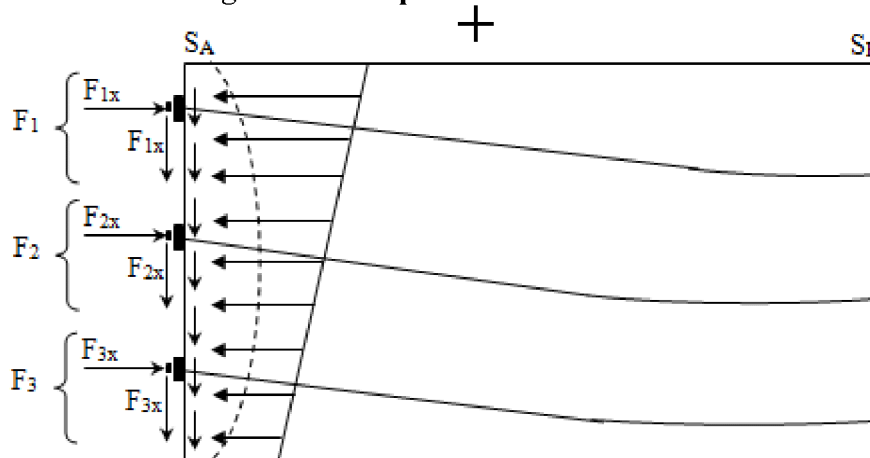


Fig. XII.11 : Equilibre général de diffusion pure

Sur un plan de coupe horizontal quelconque « BC » distant de « t » par rapport à la fibre supérieure, on obtient les éléments de réductions selon la RDM : effort tranchant $V(x)$, moment fléchissant M_t et effort normal N_t .

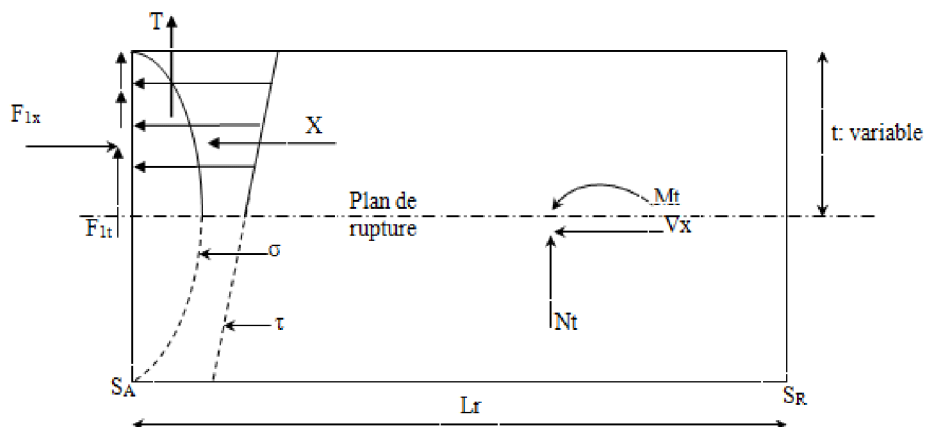


Fig. XII.12: Sollicitations dans l'état d'équilibre général de diffusion pure

2- Justification vis-à-vis de l'équilibre général de diffusion pure :

- Justification des contraintes :

Sur chaque plan de coupure d'ordonnée « t », la contrainte de cisaillement est conventionnelle prise égale à :

$$\tau_d = \frac{V_x}{b \cdot I_r}$$

Cette contrainte est cumulée algébriquement avec la contrainte « τ » la plus défavorable qui résulte (au niveau même niveau « t ») de l'équilibre selon la RDM de l'ensemble des sollicitations.

Soit τ_{gmax} la contrainte globale maximale de cisaillement.

$$\tau_{gmax} = \max[(\tau_d + \tau)_t]$$

Cette contrainte doit vérifier la condition suivante :

$$\tau_{gmax} \leq 1,5 \cdot f_{tj}$$

- Armatures d'équilibre général :

Les armatures transversales régnant dans la zone de régulation des contraintes entre « S_A » et « S_R » doivent satisfaire globalement à la règle des coutures. L'effort tranchant écrêté pour lequel les règles BPEL proposent :

$$V_{xe} = V_x \cdot \left[1 - \left(\frac{f_{tj}}{3 \cdot \tau_d} \right)^2 \right]$$

Si N_{tc} est l'effort normal au niveau ou $V_x = V_x \max$, cette règle de couture conduit dans les cas fréquents où les aciers sont perpendiculaires à la fibre moyenne de la poutre, à dimensionner leur section totale par :

$$A_c = \frac{|V_{xe}|_{\max} - N_{tc}}{\frac{2}{3} f_e}$$

Avec :

V_{xe} : effort tranchant réduit pour lequel les règles BPEL proposent la valeur suivante :

- Si : $A_c < A_s + A_e$: aucun renforcement n'est à prévoir.
- Si : $A_c > A_s + A_e$: il faut prévoir des armatures complémentaires aux sections A_s et A_e et de même façonnage qu'entre S_A et S_R , la section totale des aciers soit au moins égale à A_c . Ces armatures complémentaires éventuelles sont à répartir uniformément à partir de la section S_A sur une longueur au plus égale à $\frac{2}{3} \cdot l_r$.

XII.2 : Application au projet :

1) Effet de surface :

- Plan vertical :

$$\text{Max } F_{j0} = 1424.7 \text{ MPa.} \quad \Rightarrow \quad A_s = \frac{0,04 \times 1424.7 \times 973}{\frac{2}{3} \times 400} = 2,08 \text{ cm}^2$$

Soit : 2HA12 ($A = 2,26 \text{ cm}^2$)

- Plan horizontal :

Pour le plan de diffusion horizontal, on considère l'effort appliqué par les trois câbles.

$$A_s = 0,04 \times \frac{3 \times 1424.7 \times 10^3}{\frac{2}{3} \times 400} = 6,41 \text{ cm}^2$$

Soit un cadre HA12 autour de chaque ancrage ($A = 3 \times 2.26 = 6.78 \text{ cm}^2$).

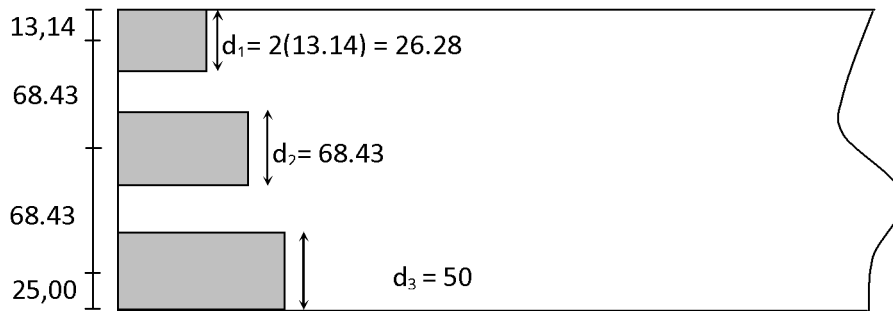


Fig. XII.13: Zone de 1^{ère} régularisation (prismes symétriques)

2) Effet d'éclatement :

2 – a) Vérification des contraintes du béton :

• Contrainte de compression :

$$\sigma_{c1} = \frac{1424.7 \times 973}{262.8 \times 350} = 15.07 \text{ MPa} < \frac{2}{3} \cdot f_{c28} = 23,33 \text{ MPa.}$$

$$\sigma_{c2} = \frac{1424.7 \times 973}{684.3 \times 350} = 5.79 \text{ MPa} < \frac{2}{3} \cdot f_{c28} = 23,33 \text{ MPa.}$$

$$\sigma_{c3} = \frac{1424.7 \times 973}{500 \times 350} = 7.92 \text{ MPa} < \frac{2}{3} \cdot f_{c28} = 23,33 \text{ MPa.}$$

Les contraintes sont vérifiées

• Contrainte de traction :

✓ Plan vertical :

$$\sigma_{tc1} = 0,5 \times \left(1 - \frac{26,5}{26,28}\right) \times 15.07 = -0.063 \text{ MPa} < 1,25 f_{t28} = 3,375 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{tc2} = 0,5 \times \left(1 - \frac{26,5}{68,43}\right) \times 5,79 = 1,77 \text{ MPa} < 1,25f_{t28} = 3,375 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{tc3} = 0,5 \times \left(1 - \frac{26,5}{50}\right) \times 7,92 = 1,86 \text{ MPa} < 1,25f_{t28} = 3,375 \text{ MPa}$$

Les contraintes sont vérifiées

2 – b) Ferrailage d'éclatement :

✓ **Plan vertical :**

$$A_t = \max \begin{cases} A_{e1} = 0,25 \left(1 - \frac{26,5}{26,28}\right) \cdot \left(\frac{1424,7 \times 9,73}{\frac{2}{3} \cdot 400}\right) = -0,108 = 0,0 \text{ cm}^2 \\ A_{e2} = 0,25 \left(1 - \frac{26,5}{68,43}\right) \cdot \left(\frac{1424,7 \times 9,73}{\frac{2}{3} \cdot 400}\right) = 7,96 \text{ cm}^2 \\ A_{e3} = 0,25 \left(1 - \frac{26,5}{50}\right) \cdot \left(\frac{1424,7 \times 9,73}{\frac{2}{3} \cdot 400}\right) = 6,11 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

$$A_{e1} = 0,15 \left(\frac{1424,7 \times 9,73}{\frac{2}{3} \cdot 400}\right) = 7,79 \text{ cm}^2$$

$A_{te} = 7,96 \text{ cm}^2$, soit à prendre 3x2 cadre **HA12** ($A = 3 \times 2 \times 2,26 = 13,56 \text{ cm}^2$), sur une profondeur de 68,43cm.

✓ **Plan horizontal :**

$$A_t = \max \begin{cases} 0,15 \times \frac{1424,7 \times 973 \times 3}{\frac{2}{3} \times 400 \times 100} = 23,39 \text{ cm}^2 \\ 0,25 \times \left(1 - \frac{26,5}{35}\right) \times \frac{1424,7 \times 973 \times 3}{\frac{2}{3} \times 400 \times 100} = 9,47 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

$A_e = 23,39 \text{ cm}^2$, soit à disposer 3 cadres **HA14** autour de chaque ancrage.

Effet d'équilibre général :

$$\sigma_{pi} = \sigma_{p0} + \Delta \sigma_{pi}$$

$$\text{cable}(1) : \sigma_{pi} = 1424,7 - 160,52 = 1264,18 \text{ MPa}$$

$$\text{cable}(2) : \sigma_{pi} = 1424,7 - 212,10 = 1212,60 \text{ MPa}$$

$$\text{cable}(3) : \sigma_{pi} = 1424,7 - 254,79 = 1169,91 \text{ MPa}$$

$$\begin{cases} F_1 = 1169,91 \times 973 \times 10^{-3} = 1138,32 \text{ KN} \\ F_2 = 1212,60 \times 973 \times 10^{-3} = 1179,86 \text{ KN} \\ F_3 = 1264,18 \times 973 \times 10^{-3} = 1230,05 \text{ KN} \end{cases}$$

$$F_{xj} = F_j \cdot \cos \alpha_j$$

$$F_{ij} = F_j \cdot \sin \alpha_j$$

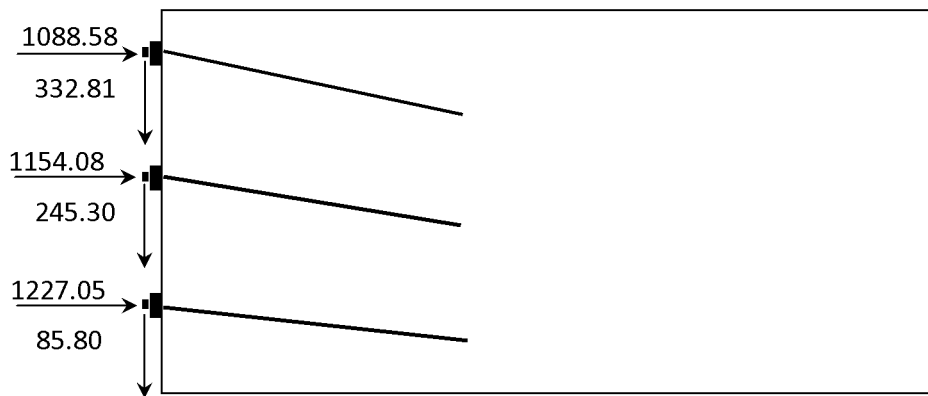


Fig. XII.14 : Composante des efforts de précontrainte

a- Calcul des contraintes normales à l'about :

$$\sigma_s = \frac{\sum(P_i \cdot \cos\alpha_i)}{B_{nette}} + \frac{\sum(P_i \cdot \cos\alpha_i \cdot e_{pi}) \cdot y}{I_{net}} ; \quad e_{pi} = Z - V'$$

- Fibre supérieur :

$$\sigma_s = \frac{(1227.05 + 1154.08 + 1088.58) \times 10}{7321.28} + \frac{(1227.05(-70.3) + 1154.08(-1.87) + 1088.58(66.56)) \times 79.70 \times 10}{38927931.12}$$

$$\sigma_s = 4.41 \text{ MPa}$$

- Fibre inférieur :

$$\sigma_t = \frac{(1227.05 + 1154.08 + 1088.58) \times 10}{7321.28} - \frac{(1227.05(-70.3) + 1154.08(-1.87) + 1088.58(66.56)) \times 79.70 \times 10}{38927931.12}$$

$$\sigma_t = 5.06 \text{ MPa}$$

b- Contraintes tangentielles à l'about :

$$\tau(t) = \frac{V_{red}}{b_n \cdot 0.8h} ; \quad V_{red} = V - \sum F_i \cdot \sin\alpha_i$$

$$V_{red} = 1215.60 - 1497.57(\sin 4 + \sin 12 + \sin 17) = 361.92 \text{ KN}$$

$$\text{D'où : } \tau(t) = \frac{361.92 \times 10}{31.65 \times 0.8 \times 175} = 0.81 \text{ MPa} > -1.5f_{tj} = -4.05 \text{ MPa}$$

➤ Calcul des sollicitations :

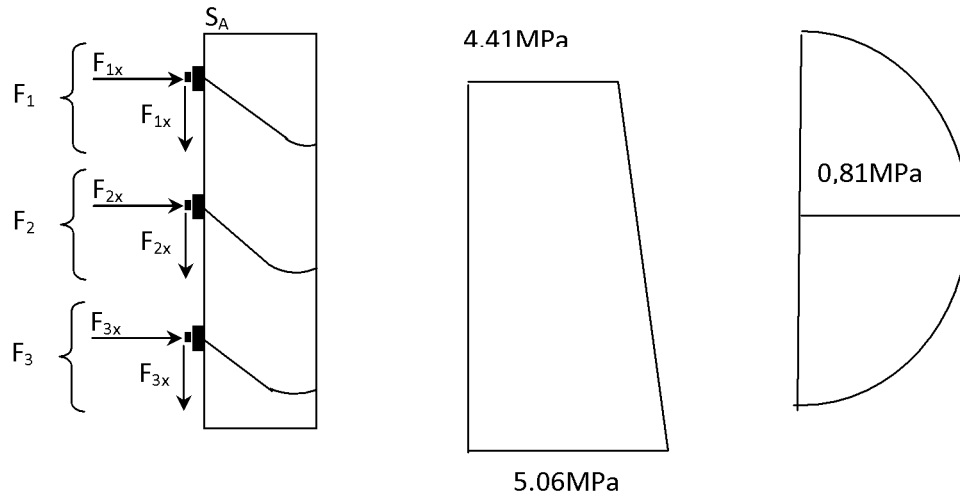


Fig. XII.15 : Contraintes normales et tangentielles

$$\sigma(F_j) = 4.41 + \frac{5.06 - 4.41}{1.75} \times t = 4.41 + 0.37t$$

$$x(t) = \int_0^t \sigma(F_j) \cdot b \cdot dt \quad ; \quad b = 35 \text{ cm}$$

$$X(t) = 1.5435 t + 0.0647 t^2 \text{ (MN)}$$

$$\tau(F_j) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$$

$$\tau(t = 0) = 0 \Rightarrow c = 0$$

$$\tau\left(t = \frac{h}{2}\right) = \tau_{\max} = 0.81 \text{ MPa} \Rightarrow \frac{d\tau}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow 2at + b = 0 \Rightarrow t = -\frac{b}{2a} = \frac{h}{2} \Rightarrow -\frac{b}{a} = h = 1.75 \text{ m} \quad \text{--- (1)}$$

$$\tau\left(t = \frac{h}{2}\right) = \tau(t = 0.875) = a(0.875)^2 + b(0.875) = 0.81$$

$$\Rightarrow 0.7656 a + 0.875 b = 0.81 \quad \text{--- (2)}$$

$$\text{De (1) et (2)} \Rightarrow \begin{cases} a = -1.05 \\ b = 1.85 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \tau(F_j) = -1.05 t^2 + 1.85 t$$

$$\Rightarrow T(t) = \int_0^t \tau(F_j) \cdot e \cdot dt = -0.12 t^3 + 0.32 t^2$$

➤ Calcul des efforts tranchants :

$$V(t) = \sum F_i \cdot \cos \alpha_i - x(t)$$

$$X(t) = 1.5435 t + 0.0647 t^2 \text{ (MN)}$$

Câble	α (°)	F_i (KN)	F_{ix} (KN)	F_{it} (KN)
1	4	1230.05	1227.05	85.80
2	12	1179.86	1154.08	245.30
3	17	1138.32	1088.58	332.81

Tab. XII.3 : Décomposition de l'effort F_i

$$\begin{cases} \text{au dessus de } F_1 : 0 \leq t \leq 13.14 \text{ cm, } X(t) = 0.20 \text{ MN} \Rightarrow V_x(t) = -0.20 \text{ MN} \\ \text{au dessus de } F_1 : V_x = -0.20 + 1.08858 = 0.88 \text{ MN} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{au dessus de } F_2 : 20 \leq t \leq 81.57 \text{ cm, } X(t) = 1.10 \text{ MN} \Rightarrow V_x(t) = -0.22 \text{ MN} \\ \text{au dessus de } F_2 : V_x = -0.22 + 1.15408 = 0.93 \text{ MN} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{au dessus de } F_3 : 81.57 \leq t \leq 150 \text{ cm, } X(t) = 1.16 \text{ MN} \Rightarrow V_x(t) = -0.23 \text{ MN} \\ \text{au dessus de } F_3 : V_x(t) = -0.23 + 1.22705 = 0.99 \text{ MN} \end{cases}$$

➤ Efforts normaux :

$$T(t) = -0.12 t^3 + 0.32 t^2$$

$$N(t) = \sum F_i \cdot \sin \alpha_i - T(t)$$

$$\begin{cases} \text{au dessus de } F_1 : 0 \leq t \leq 13.14 \text{ cm, } T(t) = 0.005 \text{ MN} \Rightarrow N_x(t) = -0.005 \text{ MN} \\ \text{au dessus de } F_1 : V_x = -0.005 + 0.33281 = 0.33 \text{ MN} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{au dessus de } F_2 : 20 \leq t \leq 81.57 \text{ cm, } T(t) = 0.143 \text{ MN} \Rightarrow N_x(t) = 0.33 - 0.143 = 0.187 \text{ MN} \\ \text{au dessus de } F_2 : N_x(t) = 0.187 + 0.2453 = 0.43 \text{ MN} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{au dessus de } F_3 : 81.57 \leq t \leq 150 \text{ cm, } T(t) = 0.167 \text{ MN} \Rightarrow N_x(t) = 0.43 - 0.167 = 0.263 \text{ MN} \\ \text{au dessus de } F_3 : V_x = 0.263 + 0.0858 = 0.35 \text{ MN} \end{cases}$$

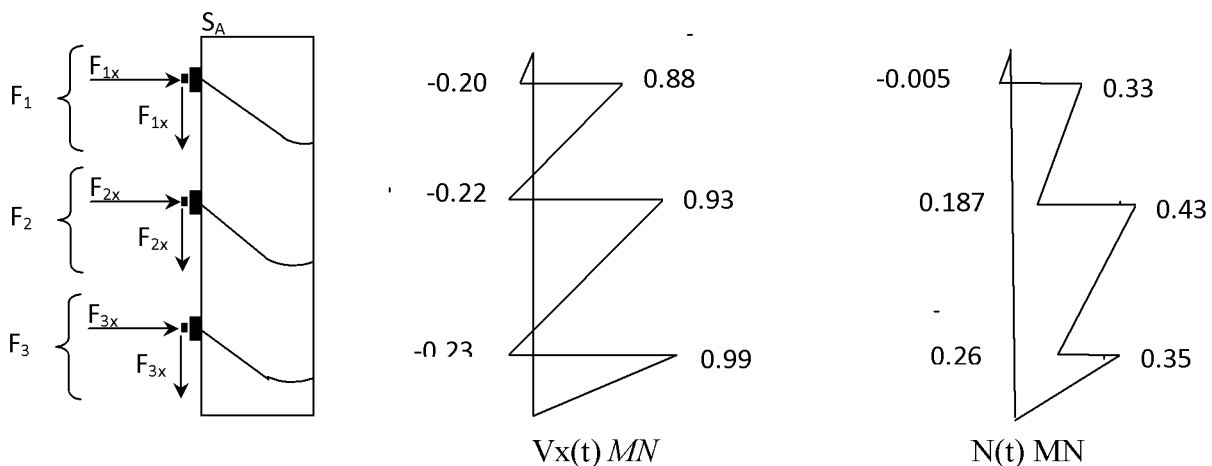


Fig. XII.16: Diagramme des efforts tranchants et efforts normaux

3) Armatures d'équilibre général :

$$\tau_d = \frac{2 \cdot V_x}{b \cdot h} = \frac{2 \times 0.99}{0.35 \times 1.75} = 3.23 \text{ MPa}$$

$$V_x = V_{x\max} \left[1 - \left(\frac{f_{t28}}{3 \cdot \tau_d} \right)^2 \right] = 0.99 \left[1 - \left(\frac{2.7}{3 \times 3.23} \right)^2 \right] = 0.91 \text{ MN}$$

$$A_c = \frac{(0.91 - 0.35) \cdot 10^4}{\frac{2}{3} \cdot 400} = 21.00 \text{ cm}^2$$

Section d'armature répartie sur une longueur de $\frac{2}{3} 175 = 1,17 \text{ m}$

$$A_s + A_e = 6.41 + 23.39 = 29.80 \text{ cm}^2 > A_c = 21.00 \text{ cm}^2$$

Condition vérifié => aucun renforcement n'est à prévoir.

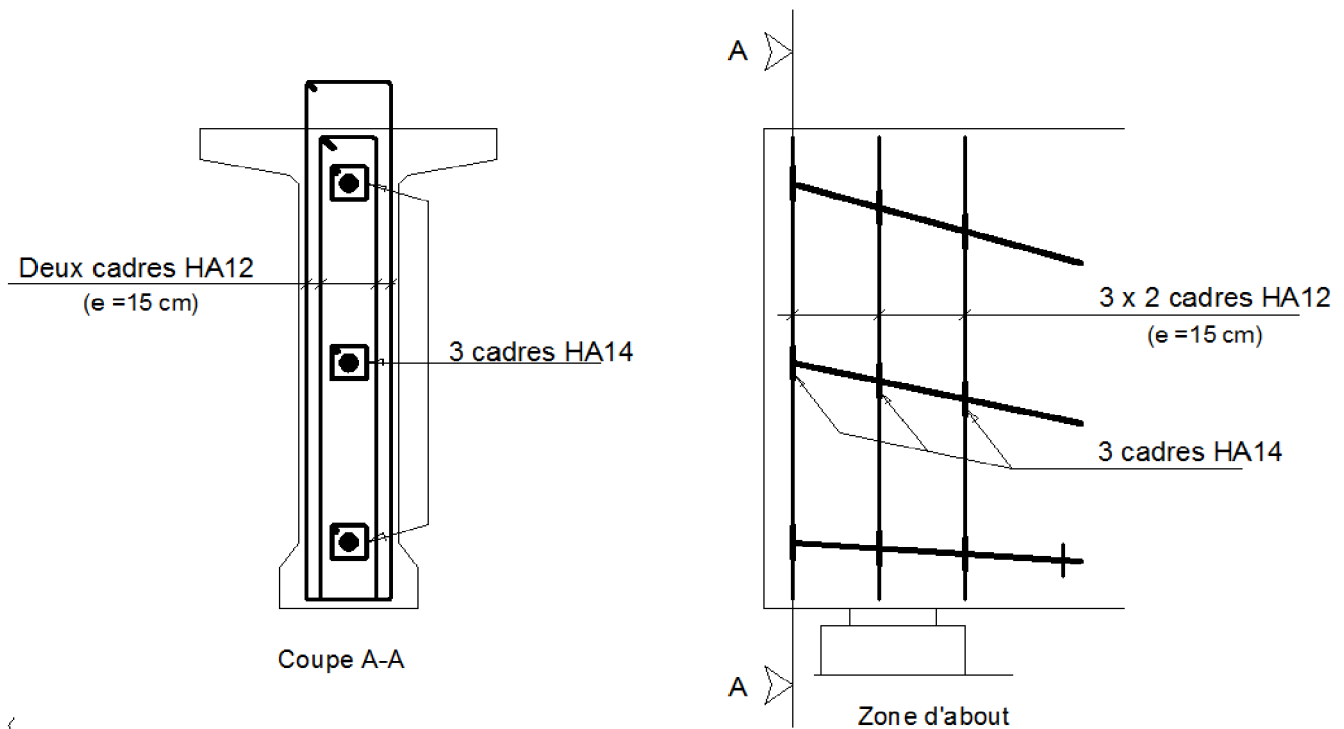


Fig. XII.17: Ferrailage de la zone d'about coupe

Introduction :

La précontrainte d'une pièce en béton engendre des déformations : flèches, rotations d'appuis, raccourcissement...

Il est nécessaire que ces déformations puissent se produire librement pour qu'elles ne puissent pas modifier les effets de la précontrainte, sinon, des fissurations peuvent apparaître sur certaines sections.

XIII.1: Calcul des flèches :

XIII.1.1 : Flèche due au poids propre de la structure :

L'étude se fera à la section médiane. On supposera que la rigidité flexionnelle de la poutre est constante en prenant la moyenne des inerties entre la section d'about et la section médiane.

La flèche à mi-travée est donnée par l'expression suivante :

$$F_G = \frac{5 \cdot q_G \cdot L^4}{348 \cdot E_v \cdot I_G} = \frac{5 \cdot M_G \cdot L^2}{48 \cdot E_v \cdot I_G}$$

Avec :

E_v : Module de déformation longitudinale différée,

$$E_v = 3700 \cdot \sqrt[3]{35} = 12102,945 \text{ MPa.}$$

I_G : Moment d'inertie (Poutre + Hourdis) ;

$$I_G = 35174586.87 \text{ cm}^4$$

$$M_G = 455.52 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$f_G = \frac{5 \times 455.52 \times 33.4^2 \times 10^8}{48 \times 12102,945 \times 35174586.87} = 12.43 \text{ cm}$$

XIII.1.2 : Flèche due aux surcharges :

Pour simplifier les calculs, on considère que les surcharges sont uniformément réparties :

$$M_s = M_T - M_G = 751.95 - 455.52 = 296.43 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$f_s = \frac{5 \times 296.43 \times 33.4 \times 10^8}{48 \times 12102,945 \times 35174586.87} = 8.09 \text{ cm}$$

XIII.1.3 : Contre flèche :

Pour une poutre de portée (L), soumise à un moment dont le diagramme est symétrique par rapport à l'axe de la poutre, la flèche à mi-portée par :

$$f = \int_0^L \frac{M_x}{EI_G} \cdot dx$$

Avec :

$M_x d_x$: Le moment statique par rapport à l'appui de gauche de l'aire limitée par le diagramme des moments de précontraintes dans chaque section et l'axe horizontal de référence sur la demi-largeur.

Pour une poutre précontrainte, le diagramme des moments est de la forme suivante :

Dans une section donnée, on a :

$$M_i = N_i \times e_i$$

Avec : $N_i = P \cdot \sum \cos \alpha_i$

Pour le calcul de (N) dans chaque section, on prendra comme contrainte, la moyenne entre la tension initiale et la tension finale en service.

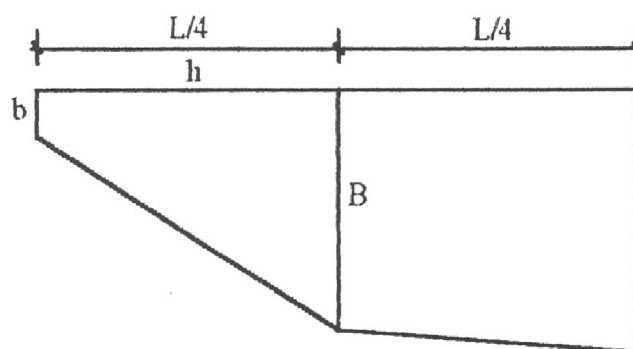


Fig.XIII.1: Diagramme des moments dans une poutre.

Donc : $P = \sigma_{pm} \cdot A_p = \frac{\sigma_{pi} + \sigma_{ps}}{2} \times A_p$

σ_{pi} : Contrainte initiale.

σ_{ps} : Contrainte finale en service.

Dans un trapèze (h, b, B), la distance (x) de son centre de gravité à la plus petite base est :

$$X_i = \frac{h \cdot (2B + b)}{3(B + b)}$$

Section	σ_{pi} (MPa)	σ_{ps} (MPa)	σ_{pm} (MPa)
0,00 L	1215.56	1069.58	1142.57
0,25 L	1199.61	975.20	1087.40
0,50 L	1215.07	1012.83	1113.95

Tab. XIII.1: Valeurs de σ_{pm} à différentes sections.

L'effort normal aux différentes sections :

$$N = N_x = N_{pi} \cdot \sum \cos \alpha_i = (\sigma_{pm} \cdot A_s) \cdot \sum \cos \alpha_i$$

Sections	$\sum \cos \alpha_i$	σ_{pm} (Mpa)	P (KN)	Ni (KN)	e_{pi} (cm)	$M_{pi} = N_i \times e_{pi}$ (KN.m)
0,00 L	2.932	1142.57	1111.72	3259.56	-31.84	-1037.84
0,25 L	5.651	1087.40	1058.04	5978.98	-119.15	-7123.95
0,50 L	5.651	1113.95	1083.87	6124.95	-119.15	-7297.88

Tab. XIII.2: Valeurs du moment à différentes sections.

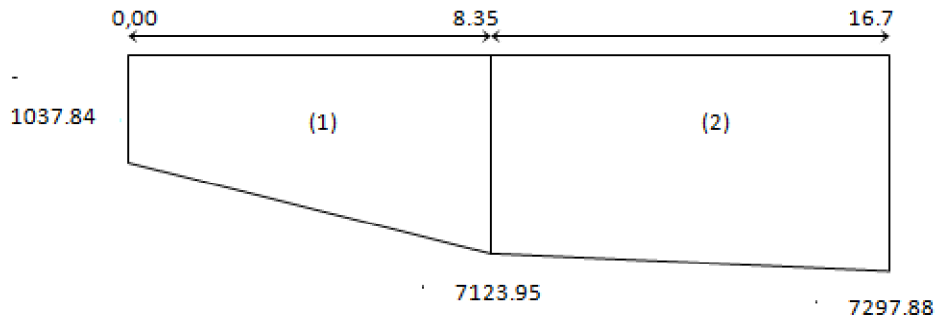


Fig.XIII.2 : Diagramme des moments sous la précontrainte [Mpa]

Trapèze (1) :

$$X_1 = \frac{8.35 \times (2 \times 7123.95 + 1037.84)}{3 \times (7123.95 + 1037.84)} = 5.21 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{EI} \int_0^{L/2} M_x \cdot dx = \frac{X_1 \cdot A_1}{EI} = 5.21 \times \frac{(7123.95 + 1037.84) \cdot 8.35}{2 \cdot EI} = \frac{177533.21}{EI}$$

Trapèze (2) :

$$X_2 = \frac{8.35 \times (2 \times 7297.88 + 7123.95)}{3 \times (7297.88 + 7123.95)} + 8.35 = 12.54 \text{ m}$$

$$\frac{1}{EI} \int_0^{L/2} M_x \cdot dx = \frac{X_2 \cdot A_2}{EI} = 12.54 \times \frac{(7297.88 + 7123.95) \cdot 8.35}{2 \cdot EI} = \frac{755047.69}{EI}$$

$$f_p = - \frac{(177533.21 + 755047.69) 10^{12}}{12102,945 \times 35174586.87 \cdot 10^4} = -219.06 \text{ mm} = -21.90 \text{ cm}$$

Remarque: Le signe (-) indique que la flèche est vers le haut.

➤ **flèche totale:**

En service à vide :

$$f = f_G + f_p = 12.43 - 21.90 = -9.47 \text{ cm}$$

En service en charge :

$$f = f_G + f_p + f_s = 12.43 - 21.90 + 8,09 = -1.38 \text{ cm.}$$

Conclusion :

La flèche calculée due au poids propre, précontraint et aux surcharges : $f = -1.38 \text{ cm}$

La flèche admissible : ($L/500 = 6.68 \text{ cm}$) doit être supérieure à la flèche calculée $f = -1.38 \text{ cm}$

Donc: la condition est vérifiée

XIII.2 : Calcul des rotations :

XIII.2.1: Sous le poids propre :

$$\omega_G = \frac{q_G \cdot L^3}{E_V \cdot I_G} = \frac{M_G \cdot L}{3 \cdot E_V \cdot I_G}$$

$$\omega_G = \frac{455.52 \times 33.4 \times 10^6}{3 \times 12102,945 \times 35174586.87} = 1.19 \times 10^{-2} \text{ rd}$$

XIII.2.2: Sous les surcharges :

$$\omega_S = \frac{q_S \cdot L^3}{E_V \cdot I_G} = \frac{M_S \cdot L}{3 \cdot E_V \cdot I_G}$$

$$\omega_S = \frac{296.43 \times 33.4 \times 10^6}{3 \cdot 12102,945 \times 35174586.87} = 0.77 \times 10^{-2} \text{ rd}$$

XIII.2.3: Sous la précontrainte :

$$\omega_p = \frac{1}{EI} \int M_X \cdot dx = - \frac{\sum A_i}{EI} ; A_i : \text{aire des trapèzes sur toute la longueur de la poutre.}$$

$$\omega_p = - \frac{2 \cdot \left(\frac{1037.84 + 7123.95}{2} + \frac{7123.95 + 7297.88}{2} \right)}{12102,945 \times 35174586.87} \cdot 8.35 \cdot 10^5 = -4.43 \cdot 10^{-2} \text{ rd.}$$

$$\omega_p = -4.43 \cdot 10^{-2} \text{ rd}$$

XIII.2.4: Rotation résultante :

- **A vide :**

$$\omega = \omega_G + \omega_p = (1.19 - 4.43) \cdot 10^{-2} = -3.24 \cdot 10^{-2} \text{ rd}$$

- **En charge :**

$$\omega = \omega_G + \omega_p + \omega_s = (1.19 - 4.43 + 0.77) \cdot 10^{-2} = -2.47 \cdot 10^{-2} \text{ rd}$$

XIII.3: Calcul des déplacements d'appuis :

XIII.3.1: Déplacement dû à la rotation :

$$\Delta\omega = \frac{\omega \times h}{2} = \frac{-2.47 \times 10^{-2}}{2} \times 175 = -2.16 \text{ cm}$$

XIII.3.2: Déplacement dû au retrait :

La valeur moyenne du retrait étant : $\varepsilon_r = 3 \cdot 10^{-4}$

$$\Delta_r = \varepsilon_r \times \frac{L}{2} = \frac{3 \cdot 10^{-4} \cdot 3340}{2} = 0.501 \text{ cm}$$

XIII.3.3: Déplacement dû au fluage :

$$\Delta f_{\text{flu}} = \varepsilon_{\text{flu}} \times \frac{L}{2}$$

Avec : $\varepsilon_{\text{flu}} = \frac{2 \cdot \sigma_b}{E_i}$;

$$E_i = 11\,000 \sqrt[3]{35} = 35981,729 \text{ MPa.}$$

σ_b : Contrainte finale dans le béton au niveau du CDG du câble moyen.

$$\sigma_b = \frac{\sigma_m(1^{\text{ère}} \text{ famille}) + \sigma_m(2^{\text{ème}} \text{ famille})}{2} = \frac{11.36 + 24.82}{2} = 18.09 \text{ MPa}$$

Alors : $\varepsilon_{\text{flu}} = \left(\frac{2 \times 18.09}{35981.73} \right) = 10.05 \cdot 10^{-4}$

$$\Delta f_{\text{flu}} = \frac{10.05 \times 10^{-4} \times 3340}{2} = 1.679 \text{ cm}$$

XIII.3.4: Déplacement dû à la variation de la température :

$$\Delta_t = \frac{L}{10000} = \frac{3340}{10000} = 0,334 \text{ cm}$$

XIII.3.5: Déplacement total :

$$\Delta_{\text{max}}^+ = \Delta\omega + \Delta r + \Delta f_{\text{flu}} + \Delta t = -2.16 + 0.501 + 1.679 + 0.334 = \mathbf{0,354 \text{ cm}}$$

$$\Delta_{\text{max}}^- = \Delta\omega + \Delta r + \Delta f_{\text{flu}} + \Delta t = -2.16 + 0.501 + 1.679 - 0.334 = \mathbf{-0,314 \text{ cm}}$$

Conclusion:

Toutes les valeurs trouvées dans les différentes déformations sont d'ordres négligeables, donc elles ne compromettent pas la pérennité de l'ouvrage.

Introduction :

Les équipements du pont jouent un rôle important dans la conception, le calcul et la vie de l'ouvrage. Ce sont eux qui permettent à un pont d'assurer sa fonction vis-à-vis des usagers.

XIV.1) Appareils d'appui :

XIV.1.1) Définition :

Les appareils d'appui interviennent directement dans le fonctionnement de la structure. Placés entre le tablier et les appuis leur rôle est de transmettre les actions verticales dues aux charges permanentes et aux charges d'exploitation et permettre le mouvement de rotation,

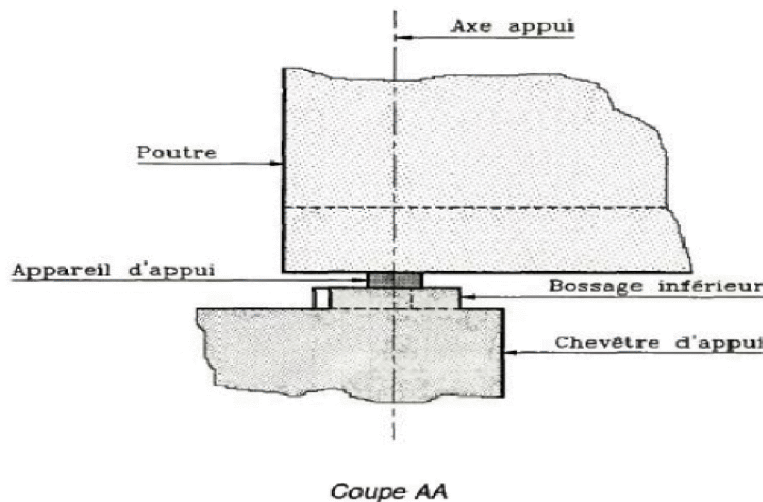


Fig. XIV.1 : disposition des appareils d'appuis

Il existe quatre types d'appareils d'appuis qui sont :

- Les articulations en béton.
- Les appareils d'appuis en élastomère fretté.
- Les appareils d'appuis spéciaux.
- Les appareils d'appuis métalliques.

XIV.1.2) Le type d'appareil d'appui choisit pour notre ouvrage :

On constate que l'appareil d'appuis en élastomère fretté est le type le plus compatible à notre ouvrage pour les raisons qui viendra si dessous :

Ils sont constitués de feuillets d'élastomère (en général de néoprène) empilés avec interposition de tôles d'acier jouant le rôle de frettes (appui semi fixe). Ils ne sont donc ni parfaitement fixes ni parfaitement mobiles. Ce type d'appareils d'appuis est plus couramment employé pour tous les ouvrages en béton à cause des avantages qu'ils présentent :

- Facilité de mise en œuvre.
- Facilité de réglage et de contrôle.
- Ils permettent de répartir les efforts horizontaux entre plusieurs appuis.
- Ils n'exigent aucun entretien.

- Leur coût est relativement modéré.

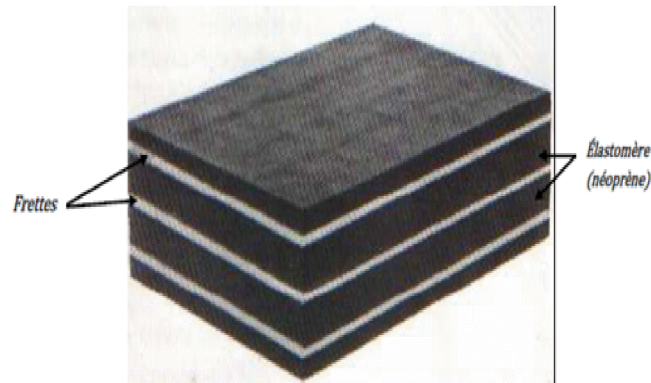


Fig. XIV.2: Appareil d'appui en élastomère frette

XIV.1.3) Dimensionnement des appareils d'appuis :

Le dimensionnement des appareils est essentiellement basé sur la limitation des contraintes de cisaillement qui se développent dans le néoprène au niveau des plans de frettage et qui sont dues aux efforts appliqués ou aux déformations imposées à l'appareil. On suppose l'incompressibilité de néoprène.

Notre travail persiste à mettre en œuvre les différentes étapes de calcul et en fin les appliquées sur notre cas de projet.

a) Efforts normales de compression : sous un effort normal, des contraintes de cisaillement apparaissent au niveau du plan de frettage.

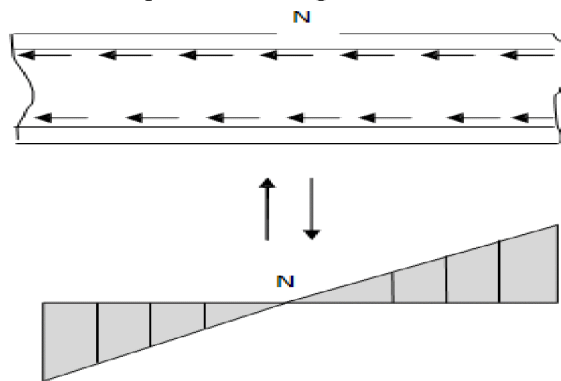


Fig. XIV.3: effet de l'effort normal

Donc l'appareil d'appui doit vérifier l'intégralité suivante :

$$2 \text{ MPa} \leq \sigma_m = \frac{N_{\max}}{a \times b} \leq 15 \text{ MPa}$$

Avec :

σ_m : La contrainte moyenne de compression due à l'effort $N_{\max}$.

$N_{\max}$: Réaction d'appui.

2 MPa : Condition de non cheminement.

15 Mpa : Condition de non écrasement.

$a \times b$: Dimension en plan de l'appareil tel que: $a < b$, avec $a \rightarrow$ dans le sens longitudinal de l'ouvrage.

b) Contrainte maximal de cisaillement :

$$\tau_{\max} = \frac{1.5 \sigma_m}{\beta}$$

$$\beta = \frac{a \times b}{2t(a+b)}$$

β : Coefficient de forme

t : Épaisseur normale d'une feuille de néoprène

Au début de la mise en charge sous $\sigma_{m \max} = 3\text{MPa}$, il subit un écrasement d'adaptation de 1mm.

Cette valeur supplémentaire de l'écrasement est calculée avec la formule :

$$\Delta e_t = K_1 \times n \times \frac{t^3}{a^2} \times \frac{\sigma_m}{G}$$

n : Nombre de feuillet.

K_1 : Coefficient en fonction de a/b

G : Module de déformation transversale, avec $G = 0.8 \text{ MPa}$ pour les ponts route

L'écrasement sera :

$$e_t = 1\text{mm} + \Delta e_t$$

c) Distorsion :

Elle est due aux déplacements horizontaux, la distribution des contraintes au niveau du plan de frettage est uniforme. Alors deux cas se présentent :

1. la déformation U de l'appareil st lent (dilatation, retrait et fluage), ainsi elle nous permet de déterminer l'angle de torsion, la contrainte et l'effort correspondant

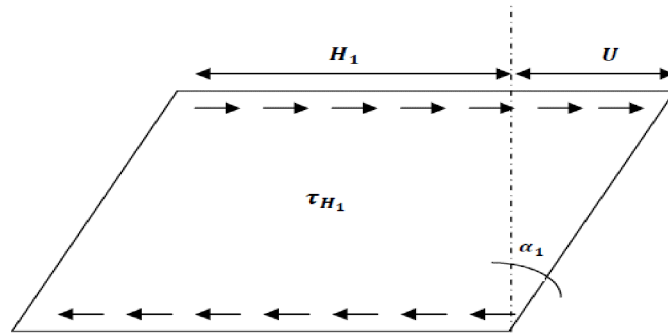


Fig. XIV.4: 1^{er} cas de torsion

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{U_1}{T} \text{ Avec } T = \sum t_i$$

$$\text{On a : } t_{H1} = G \times \operatorname{tg} \alpha_1 = G \frac{U_1}{T}$$

$$\text{Et : } H_1 = a \cdot b \cdot t_{H1} = G \times a \times b \times \frac{U_1}{T}$$

2. l'appareil d'appui est soumis à un effort dynamique H_2 (freinage, vent, force centrifuge). Dans un cas d'un effort dynamique, le module d'élasticité transversal vaut deux (02) fois la valeur de G correspondant à l'effort statique.

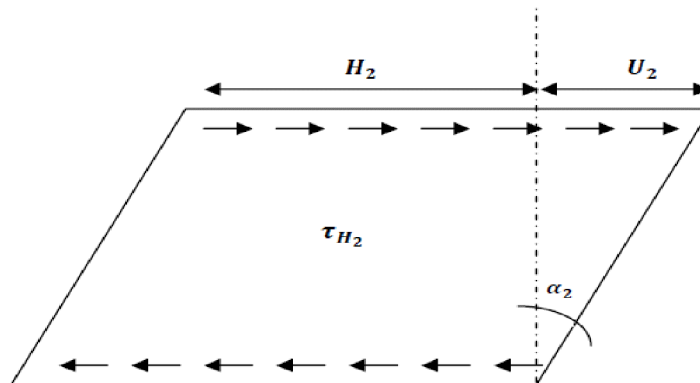


Fig. XIV.5: 2^{ème} cas de torsion

$$t_{H2} = \frac{H}{a \times b}$$

On a :

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{t_{H2}}{2 \times G}$$

D'où :

$$\frac{U_2}{T} = \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{H_2}{2 \times G \times a \times b}$$

$$U_2 = \frac{H_2 \times T}{2 \times G \times a \times b}$$

On introduit une contrainte conventionnelle de calcul, qui sous l'effort statique seul correspondant

à la même déformation totale

$$U = U_1 + U_2$$

Cette contrainte conventionnelle vaut :

$$\tau_H = G \times \tan \alpha = \tau_{H1} + \frac{\tau_{H2}}{2}$$

$$\tau_H = G \times \frac{U_1}{T} + \frac{U_2}{2 \times a \times b}$$

d) Rotation :

g La rotation peut provenir de la déformation due au fonctionnement de la structure, la valeur du moment du rappel M crée par une rotation est :

$$M = G \times \frac{\Theta_T}{n} \times \frac{a^5 \times b}{t^3} \times \frac{1}{K_2}$$

K_2 : Coefficient de forme en fonction de b/a

Θ_T : Rotation d'appui sous l'effet des charges permanentes et des surcharges.

$$\Theta_T = \frac{\Theta_t}{x} : (\Theta_t \text{ Angle de rotation d'un seul feuillet (rd)})$$

Lorsque une frette solidaire de même feuillet, la réparation des contraintes de cisaillement s'établit comme suit :

$$\tau_\alpha = \frac{G}{2} \times \left(\frac{a}{t}\right)^2 \times \Theta_t$$

Lors de la rotation les contraintes τ_a et τ_b s'additionnent vectoriellement selon deux direction parallèles aux cotes a et b.

$$\tau_{\alpha,a} = \frac{G}{2} \times \left(\frac{a}{t}\right)^2 \times \alpha_{t,a}$$

$$\tau_{\alpha,b} = \frac{G}{2} \times \left(\frac{b}{t}\right)^2 \times \alpha_{t,b}$$

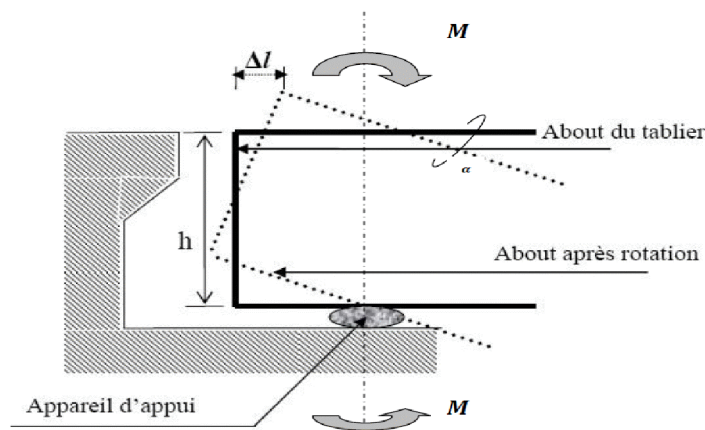


Fig. XIV.6: Rotation de l'about du tablier

XIV.2) Prescription réglementaire :

XIV.2.1) Limitation de la contrainte de cisaillement :

$$\begin{cases} \tau = \tau_N + \tau_h + \tau_{\alpha,t} \\ \tau_{h1} \leq 0.5G \\ \tau_h \leq 0.7G \end{cases}$$

XIV.2.2) Limitation des contraintes moyennes de compression :

$$\sigma_{m \max} = \frac{N_{\max}}{a \times b} \geq 15 \text{ MP}$$

XIV.2.3) Vérification de condition de non soulèvement :

$$\Theta_t \leq \frac{3}{\beta} \times \frac{t^2}{a^2} \times \frac{\sigma_m}{G}$$

XIV.2.4) Condition de non cheminement :

D'après le bulletin technique n°04 de SETRA page 21 les deux conditions suivantes doivent être remplies, pour la combinaison la plus défavorable :

On doit vérifier :

$$\sigma_{m \min} = \frac{N_{\max}}{a \times b} \geq 2 \text{ MPa} = 20 \text{ Kg/cm}^2$$

Tel que :

$N_{\max}$: Est la réaction engendrée par le poids propre

XIV.2.5) Condition de non glissement :

$$H < f \times N$$

Tel que :

N : Valeur de l'effort normal

f : Coefficient de frottement, avec : $f = 0.12 + \frac{0.2}{\sigma_m}$

Remarque :

Si la condition n'est pas vérifiée, il convient d'éviter le déplacement de l'appareil, en l'équilibre des dispositifs appropriés on prévoit des appareils spéciaux capables de transmettre des réactions d'appuis négatives.

En fonction de leurs directions, les appareils d'appuis peuvent se déformer par l'instabilité élastique. La stabilité élastique des appareils en néoprène frette impose une limitation de la contrainte moyenne de compression.

$$\sigma_m \leq K \times G \times \frac{a^2}{T^2}$$

Avec :

K : Coefficient de frottement.

XIV.2.6) Condition de non flambement :

Les valeurs de K ne sont pas suffisamment connues, il convient donc de respecter les règles courantes qui consistent à limiter la hauteur nette de néoprène en fonction de la plus petite dimension en plan d'appareil.

$$\frac{a}{10} \leq T \leq \frac{a}{5}$$

XIV.2.7) Dimensionnement des frettes :

L'épaisseur des frettes devra respecter les deux conditions suivantes :

$$\begin{cases} t_s \geq \frac{a}{\beta} \times \frac{\sigma_m}{\sigma_e} \\ t_s \geq 2\text{mm} \end{cases}$$

Avec :

$$\sigma_e = 215 \text{ Mpa} \rightarrow \text{Pour l'acier E24} - 1$$

XIV.3) Application à notre projet :

Pour chaque appui, on disposera un appareil d'appui.

XIV.3.1) Calcul des efforts horizontaux :

a) Efforts de freinage dus à la surcharge A(l) :

$$F_{A(l)} = \frac{A(l) \times S}{20 + (0.0035 \times S)}$$

$$S = 10.50 \times 33.4 = 350.70 \text{ m}^2$$

S : surface surchargée

$$A(l) = 954.40 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^2} = 0.9544 \text{ t/m}^2$$

$$F_{A(l)} = \frac{0.9544 \times 250.50}{20 + (0.0035 \times 350.70)} = 11.45 \text{ t} = 114.50 \text{ KN}$$

$$F_{A(l)} = 114.50 \text{ KN}$$

b) Efforts de freinage dus à la surcharge B_c :

Chaque essieu d'un camion de système B_c peut développer un effort de freinage égal à son poids.

Parmi les camions qu'on peut placer sur le pont un seul est supposé freiner

$$F_{Bc} = 30 \text{ t} = 300 \text{ KN}$$

XIV.3.2) Dimensionnement de l'appareil d'appui :

a) Hauteur de néoprène :

Avec α : angle de distorsion

Les conditions générales prépondérantes

$$\tau_{H1} = G \times \text{tg}\alpha_1 = G \times \frac{U_1}{T} \leq 0.5G$$

$$\text{tg}\alpha_1 < 0.5$$

$$\text{tg}\alpha_1 = \frac{U_1}{T} \leq 0.5 \rightarrow T < 2U_1$$

$$U_1 = D_{\max} = 20 \text{ mm (Déformation dues aux fluages, retrait dilatation).}$$

$$T \geq 40 \text{ mm}$$

$$T_{\max} = n \times (t + t_s)$$

Avec :

$$t = 12 \text{ mm}$$

$$t_s = 3 \text{ mm}$$

$$T_{\max} = 4 \times (12 + 3) = 60 \text{ mm}$$

b) Air de l'appareil :

$$\sigma_{m \max} = \frac{N_{\max}}{a \times b} \leq 15 \text{ MPa}$$

$$a \times b \geq \frac{N_{\max}}{15}$$

$N_{\max}$: Efforts tranchant normal repris par chaque poutre.

$$a \times b \geq \frac{1215.6}{15 \times 1000} = 0.0814 \text{ m}^2 = 810.4 \text{ cm}^2$$

On choisir un appareil d'appui qui convient et satisfait les conditions suivantes :

→ Condition de non flambement :

$$\frac{a}{10} \leq T \leq \frac{a}{5} \rightarrow 5 \times T \leq a \leq 10 \times T$$

$$5 \times 60 \leq a \leq 10 \times 60 \implies 300 \leq a \leq 600$$

Avec $a < b$ on prend $a = 300 \text{ mm}$ et $b = 400 \text{ mm}$

XIV.4) Vérification :

XIV.4.1) Limitation des contraintes de cisaillement dans l'élastomère :

$$\tau = \tau_N + \tau_H + \tau_\alpha \leq 5G = 5 \times 0.8 = 4\text{MPa} \quad \text{Avec : } G = 0.8$$

$$\tau_N = 1.5 \frac{\sigma_m}{\beta}$$

Avec :

$$\beta = \frac{a \times b}{2t(a+b)} = \frac{300 \times 400}{2 \times 12 (300+400)} = 7.14$$

XIV.4.2) Distorsion :

$$\sigma_m = \frac{N_{\max}}{a \times b} = \frac{121.56 \times 100}{30 \times 40} = 10.13 \text{ MPa} < 15\text{MPa}$$

$$\tau_N = 1.5 \frac{\sigma_m}{\beta} = 1.5 \times \frac{10.13}{7.81} = 2.12 \text{ MPa} < 3\text{Mpa} \quad \text{Vérifiée}$$

$$\tau_N = 2.12 \text{ MPa} < 5 (G) = 5 \times 0.8 = 4 \text{ MPa} \rightarrow \text{Vérifiée}$$

a) Due à déplacement vertical lent de l'appui :

$$\tau_{H1} = G \times \text{tg}\alpha_1 = G \times \frac{U_1}{T}$$

$$T_{\max} = 60 \text{ mm} \quad , U_1 = 20 \text{ mm}$$

$$\tau_{H1} = 0.8 \times \frac{20}{60} = 0.266 \text{ Mpa}$$

$$\tau_{H1} = 0.266 < 0.5G = 0.4\text{MPa} \rightarrow \text{Vérifiée}$$

b) Due à un déplacement horizontal de l'appui :

$$\tau_{H2} = \frac{H_2}{a \times b}$$

Avec :

$$H_2 : \text{Effort de freinage développé par Bc} \quad H_2 = \frac{30}{2} = 15\text{t (on a 2appareils d'appuis)}$$

$$\tau_{H2} = \frac{15 \times 10}{30 \times 40} = 0.125 \text{ MPa}$$

$$\tau_{H2} = 0.125 < 0.7G = 0.56 \text{ MPa} \rightarrow \text{Vérifiée}$$

c) La contrainte conventionnelle vaut :

$$\tau_H = \tau_{H1} + 0.5\tau_{H2} = 0.266 + \frac{0.125}{2} = 0.328 \text{ MPa}$$

$$\tau_H = 0.328 < 0.7G = 0.56 \text{ MPa} \rightarrow \text{Vérifiée}$$

XIV.4.3) Rotation :

$$\tau_\alpha = \frac{G}{2} \left(\frac{a^2}{t^2} \right) \alpha_t < 1.5G$$

$$\alpha_t = \frac{\alpha_0 + \alpha}{n}, \quad \alpha_0 = 3 \cdot 10^{-3} \text{rd}, \quad \alpha = 1.12 \cdot 10^{-2} \text{rd}$$

n : nombre de feuillets

$$\alpha_t = \frac{3 \times 10^{-3} + 1.12 \cdot 10^{-2}}{4} = 3.55 \times 10^{-3} \text{rd}$$

Donc :

$$\tau_\alpha = \frac{0.8}{2} \times \left(\frac{0.30^2}{0.012^2} \right) \times 3.55 \times 10^{-3} = 0.88 \text{ MPa}$$

Finalement :

$$\tau = \tau_N + \tau_H + \tau_\alpha \leq 5G = 5 \times 0.8 = 4 \text{ MPa}$$

$$\tau = 2.12 + 0.328 + 0.88 = 3.33 \text{ MPa}$$

$$\tau = 3.33 \text{ MPa} < 4 \text{ MPa} \rightarrow \text{Vérifiée}$$

Donc la condition est vérifiée

XV.4.4) Condition de non cheminement :

$$\sigma_{m_{\min}} = \frac{N_{\min}}{a \times b} \geq 2 \text{ MPa} = 20 \text{ Kg/cm}^2$$

$$N_{\max} = 54.55 \text{ t}$$

$$\sigma_{m_{\min}} = \frac{54.55 \times 10^{-2}}{0.30 \times 0.40} = 4.54 \text{ MPa} \geq 2 \text{ MPa} \Rightarrow \text{Vérifiée}$$

XIV.4.5) Condition de non glissement :

$$H < f \times N$$

Tel que :

$$f = 0.12 + \frac{0.2}{\sigma_m} = 0.12 + \frac{0.2}{4.54} = 0.164$$

$$N = 54.55 \text{ t}$$

$$H < f \times N = 0.164 \times 54.55 = 8.94 \text{ t}$$

- **H due à la déformation lente :**

$$H = \frac{54.55}{2 \times 4} = 5.45 \text{ t}$$

$$H < f \times N \Rightarrow 6.81t < 8.94t \Rightarrow \text{Vérifiée}$$

XV.4.6) Dimensionnement des frettes :

$$\begin{cases} t_s \geq \frac{a}{\beta} \times \frac{\sigma_m}{\sigma_e} \\ t_s \geq 2mm \end{cases}$$

Avec :

$$\sigma_e = 215 \text{ Mpa}$$

$$\begin{cases} t_s \geq \frac{a}{\beta} \times \frac{\sigma_m}{\sigma_e} = \frac{30}{7.14} \times \frac{45.4}{2150} = 0.088\text{cm} = 0.88\text{mm} \\ t_s \geq 2mm \end{cases}$$

On prend: $t_s = 3\text{mm}$

Conclusion :

Nous choisirons des appareils d'appuis de dimensions 300 x 400 x 60

XIV.5) Calcul de joint de chaussée :

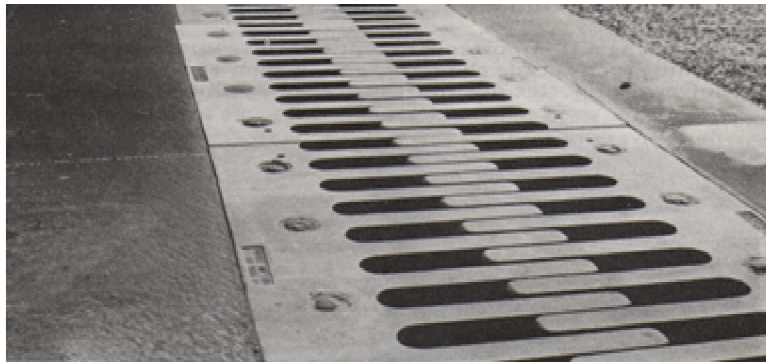


Fig. XV.7: Joint de chaussée

XIV.5.1) Définition :

Les joints sont conçus et réalisés pour assurer la continuité de circulation entre deux éléments d'ouvrage, en dépit de leurs déplacements relatifs dus à l'effet des écarts de température aux retraits différés, aux glissements ou aux rotations.

Les différents types de joints existants se distinguent les uns des autres en fonction de deux critères fondamentaux :

- L'ouverture de joint, c'est-à-dire le jeu maximum que le joint doit permettre (le souffle).
- L'intensité du trafic qu'il doit subir, c'est-à-dire le débit du véhicule que leur tonnage.

Le choix d'un type de joint de chaussée fait référence à une classification basée sur la notion de robustesse. On distingue ainsi :

- Les joints lourds, pour les chaussées supportant un trafic journalier supérieur à 3000 véhicules (ou de volume inférieur, mais à fort pourcentage de poids lourds).
- Les joints légers, pour un trafic inférieur à 1000v/jours.
- Les joints semi lourds, pour un trafic compris entre 1000 et 3000v/jours.

Tout en satisfaisant un certain nombre d'autres exigences non moins essentielles :

- **Confort et esthétique :**

Souple, il assure la continuité de la surface de roulement quelle que soit l'importance de l'hiatus. Absence de bruits de vibrations.

- **Resistance :**

Le choix des matériaux constitutifs (nature et qualité), est garant de bon comportement sous une circulation sans cesse croissante.

- **Etanche :**

En assurant la continuité de l'étanchéité, il participe activement à la protection de l'ouvrage équipé et aussi une bonne évacuation des eaux.

- **Fiable :**

La pureté de sa conception et la simplicité de ces principes de fonctionnement lui confèrent son efficacité à long terme.

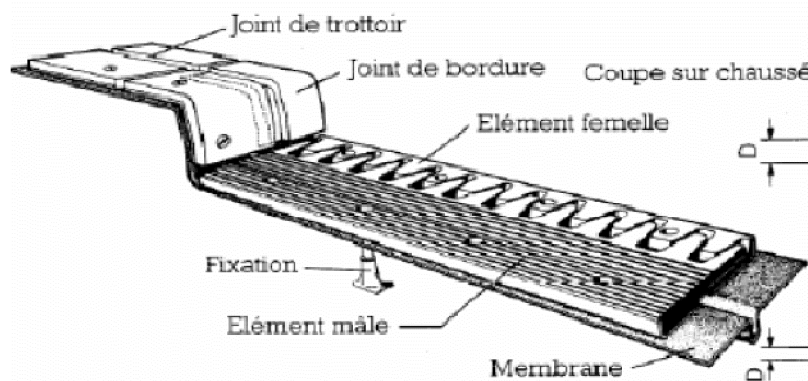


Fig. XIV.8: Joint de chaussée type FT150 (Freyssinet).

XIV.5.2) Calcul du souffle des joints :

Ils se calculent selon deux conditions :

- Le déplacement dû à la variation linéaire (retrait, fluage et température) et au freinage doit être inférieure à W.
- Le déplacement dû à la variation linéaire et au séisme doit être inférieur à 1.3W.

$$\Delta h \max = \frac{2}{3} (\Delta rot + \Delta ret + \Delta fl + ht) = 20 \text{ mm}$$

Le souffle est la variation maximale d'ouverture que peut tolérer un joint. Les variations maximales de la longueur Δl des tabliers définissant donc le souffle du tablier.

Elles sont la somme algébrique de plusieurs facteurs : les rotations d'extrémités des poutres, la température, le retrait de fluage.

a) Rotation d'extrémité sous chargement :

La rotation d'extrémité d'une poutre sous charge crée, au niveau du joint de chaussée, un déplacement horizontal, $\Delta l = h \times \text{tg}\alpha$.

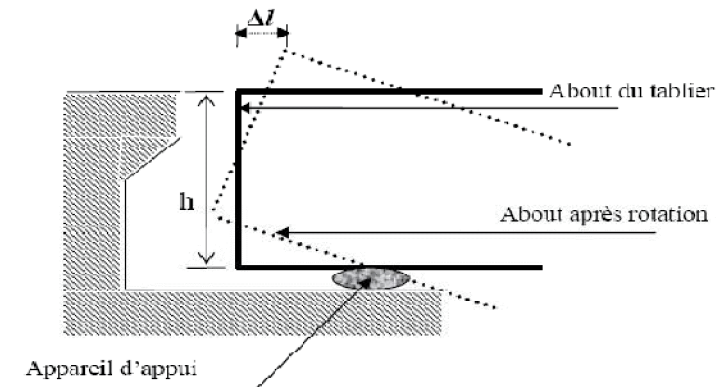


Fig. XIV.9: Rotation d'extrémité du tablier sous chargement

b) Dilatation thermique :

La température étant considérée comme action durée. On prend dans le cas généralement un raccourcissement relatif

$$\frac{\Delta l}{l} = 3 \times 10^{-4}$$

Pour notre cas : $L = 33.4 \text{ m}$

$$\Delta l = 1.002 \text{ cm}$$

c) Retrait :

$$\frac{\Delta l}{l} = 4 \times 10^{-4}$$

Pour notre cas : $L = 33.4 \text{ m}$

$$\Delta l = 1.336 \text{ cm}$$

d) fluage :

Les raccourcissements dus au fluage sont fonction des contraintes normales appliquées. On pourra prendre en première approximation

$$\frac{\Delta l}{l} = K_{fl} \times 10^{-4}$$

K_{fl} : Coefficient du fluage à $t = 0$ au moment où il subit la contrainte σ_b est de 2 à 3.

$$\begin{cases} \frac{\Delta l}{l} = 3 \times 10^{-4} \rightarrow \Delta l = 0.501 \text{ cm} \\ \frac{l}{2} = 16.7 \text{ m} \end{cases}$$

Conclusion :

Suivant Δl et la rotation de α la rotation d'extrémité, on choisit le joint de FT150 (Freyssinet).

Les souffles admissibles pour ce genre de joint, permettent des déplacements longitudinaux de 20 à 170 mm (± 10 mm)

Ce joint peut absorber des rotations de leurs appuis jusqu'à 0.03 rad.

Conclusion générale

Ce projet de fin d'étude, nous a permis de bien visualiser et de concrétiser toutes les connaissances théoriques du cycle de formation de l'ingénieur et surtout d'apprendre les différentes méthodes de calcul ainsi les concepts et les règlements régissant le domaine étudié .

Notons qu'enfin ce projet constitue pour nous une expérience qui nous mettra dans peu de temps dans le monde professionnel avec beaucoup de confiance. Cet apprentissage et cette confiance ne sont que le fruit des connaissances théoriques et pratique acquises tout notre cursus de formation d'ingénieur.

BIBLIOGRAPHIE

➤ Ouvrage :

- conception des ponts. *J. A. Calgaro – A. bernard Gely*
- Le béton précontraint aux états limites: Henry THONIER
- Cahier des prescriptions communes (Fascicule 61 titre II).
- Catalogue Freyssinet.
- BAEL 91
- Thèses ENTP et UMMTO
- Pont à poutres préfabriquées précontraintes par poste-tension (SETRA)

➤ Cours :

- Cours béton précontraint, 4^{ème} et 5^{ème} année
- Cours de pont, 4^{ème} année

➤ Logiciels :

- Microsoft Word2007, pour ce qui est traitement de texte.
- Microsoft Excel2007, pour tout ce qui est calcul répétitif.
- Robot millénium, pour l'analyse et calcul.
- AutoCAD2009, pour les dessins.
- Photoshop, pour le traitement des photos.