

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mouloud MAMMERRI, Tizi-Ouzou



Faculté de Génie Electrique et d'Informatique
Département d'Automatique

Mémoire de Fin d'Etudes

En vue de l'obtention du diplôme

D'Ingénieur d'Etat en Automatique

Thème

*Réglage par mode de glissement
d'un stand Amira DTS200*

Proposé par : A.KOUADRI

Présenté par :

Dirigé par : A. MAIDI

Mr. A.AIT MEDJBER

Mr. B.NAMANE

Mr. A.DJANI

Soutenu le : /07/2010

Promotion 2010

Introduction générale

Introduction générale

La linéarisation entrée-sortie a été très utilisée en automatique non linéaire pour trouver une relation directe entre la sortie du système et son entrée afin de mettre en œuvre une loi de Commande. Cependant, la complexité et la présence de fortes non linéarités, dans certains cas, ne permettent pas d'avoir une compensation exacte de ces non linéarités et ainsi obtenir les performances de poursuite désirées. De plus, la connaissance du modèle est indispensable ce qui est généralement très difficile à assurer.

Lorsque la partie commandée du processus est faiblement perturbée et/ou ses paramètres sont constants, les commandes classiques, par exemple à action proportionnelle intégrale dérivée, peuvent s'avérer suffisantes si les exigences en précision et en performance du système ne sont pas trop sévères. Dans le cas contraire, il faut concevoir des algorithmes de commande assurant une robustesse vis-à-vis des incertitudes sur les paramètres et leurs variations.

Dans notre travail, nous avons choisi la technique des modes glissants connue par sa grande robustesse en stabilité, en performance et par sa simplicité de mise en œuvre. Le mode glissant a été largement utilisé pour commander une large classe de systèmes non linéaires. Il s'agit de définir une surface dite de glissement en fonction des états du système de façon qu'elle soit attractive. La commande globale synthétisée se compose de deux termes : le premier terme l'approche jusqu'à cette surface et le second fait le maintien et le glissement le long de celle-ci vers l'origine du plan de phase. La commande globale ainsi construite permet d'assurer en plus des bonnes performances de poursuite, une dynamique rapide et un temps de réponse court.

Cependant, cette loi de commande présente quelques inconvénients qui peuvent être résumés en deux points : le premier réside dans la nécessité d'avoir des informations précises sur l'évolution du système dans l'espace d'état et les bornes supérieures des incertitudes et des perturbations. Or, la nature incertaine des systèmes non linéaires rend difficile si ce n'est impossible de disposer d'une description analytique de la dynamique du système. Le second inconvénient réside dans l'utilisation de la fonction signe dans la loi de commande pour assurer le passage de la phase d'approche à celle du glissement qui donne lieu au phénomène de broutement qui consiste en des variations brusques et rapides du signal de commande, ce qui peut exciter les hautes fréquences du processus et l'endommager.

Introduction générale

Pour remédier à ces problèmes, plusieurs approches ont été présentées dans la littérature. En effet, pour le premier inconvénient plusieurs travaux ont été focalisés sur la combinaison des modes glissants avec la commande adaptative. Pour le second inconvénient, l'introduction d'une bande de transition autour de la surface de glissement pour transformer la fonction signe en saturation, peut être une solution, Néanmoins, une erreur statique subsiste et un compromis entre la largeur de la bande (sert à l'encadrement de la surface de glissement pour diminuer les chatterings) et les variations de la commande s'impose.

L'objectif de ce travail est de présenter la théorie du réglage par mode de glissement, la conception de ce type de régulateur, et son application sur un stand expérimental DTS200 (système à trois réservoirs) pour démontrer son aptitude à rejeter les perturbations et à cerner le problème de variation des paramètres.

Le mémoire est organisé comme suit :

Le premier chapitre porte sur des généralités, les relations mathématiques et les méthodes de synthèse de deux types de commande classique, en l'occurrence la commande PID, et la commande par modèle interne, et leurs limites dans le cas des systèmes non linéaires et à paramètres variant.

Dans le deuxième chapitre on présente les éléments théoriques nécessaires à la compréhension de la notion du mode de glissement, à la vérification de quelques propriétés apportées par cette théorie de réglage et la description de la méthode permettant la conception de la commande par mode de glissement.

Le troisième chapitre est consacré à la description du système hydraulique à trois réservoirs, au développement et à l'application de la commande pour le réglage des niveaux. Ainsi, on s'intéresse à l'interprétation des résultats obtenus par simulation, en utilisant le logiciel MATLAB 6.5, et on montre l'influence du choix de la surface de glissement.

Le mémoire se termine par une conclusion générale.

REMERCIEMENTS

Nous tenons à adresser nos vifs remerciements à Mr. A. MAIDI pour tous les conseils, les encouragements et l'aide qu'il nous a prodigués à chaque instant.

Nous tenons compte, aussi à remercier Mr.A.KOUADRI pour ses aides et conseils.

Nous remercions les membres de jury qui nous feront l'honneur d'évaluer ce travail, ainsi que les enseignants qui ont contribué à notre formation.

Enfin, nous ne saurions oublier toute personne ayant contribué de près ou de loin à la

Dédicaces

Je dédie ce travail

A toute ma famille surtout à ma mère et à mon père

A mes amis, mes proches et mes collègues

En leur disant que ma réussite est aussi la leur

Merci.

Ali

Dédicace

A mes chers parents pour leurs soutiens et leurs encouragements

A mes chers frères et mes chères sœurs

A mon aimable grande mère

A toute ma famille

A mes amis

Je dédie ce modeste travail

Amar

Dédicaces

Je tiens à dédier ce modeste travail a ma mère et mon père

A mon frère et mes sœurs ;

A mes amis et à toute la famille.

Pour toute la promo d'automatique 2009/2010

Bon courage a tous.

Boussad.

Sommaire

Introduction général	1
Chapitre I : généralités sur commandes par PID et par modèle interne.....	3
I.1 Introduction	3
I.2 Les systèmes de commande en automatique.....	3
I.2.1 Système de Commande en boucle ouverte	4
I.2.2 Système de Commande en boucle fermée	4
I.3 Commande PID.....	6
I.3.1 Définition	6
I.3.2 Principe de la commande PID.....	6
I.3.3 Paramètres de régulateur PID.....	7
I.3.4 Forme de régulateur PID.....	7
I.3.4.1 Forme standard	7
I.3.4.1.1 Forme standard avec action dérivée sur la mesure	9
I.3.4.1.2 Forme standard avec action P et D sur la mesure	9
I.3.4.2 Forme série.....	10
I.3.4.3 Forme parallèle.....	11
I.4. méthodes de réglage des régulateurs PID.....	12
I.4.1 réglage par essai-erreur	12
I.4.2 réglage par méthode Ziegler Nicols.....	12
I.4.3 Réglage en fonction de la ‘ Réglabilité ’	15
I.5 dimensionnement des régulateurs.....	16
I.6 Commande par modèle interne	17
I.6.1 définition	17
I.6.2 forme de commande par modèle interne.....	17
I.6.3 Synthèse du régulateur	18
I.6.3.1 détermination de $Q(S)$	18
I.6.3.2 Le choix de filtre	20
I.6.3.3 Calcul de $U(s)$	21
I.7 Conclusion.....	21

Sommaire

Chapitre II : généralité sur la commande à structure variable par mode glissant.....	23
II.1 Introduction	23
II.2 Configuration de base pour les systèmes à structure variable	24
II.2.1 Configuration avec changement de la structure par commutation d'une contre réaction d'état variable	24
II.2.2 Configuration avec changement de structure par commutation au niveau de l'organe de commande.....	26
II.3 La forme canonique des VSS et l'invariance du M.G vis-à-vis des paramètres du système et des perturbations	28
II.3.1 Forme canonique des systèmes à structure variable.....	28
II.3.2 L'invariance du M.G vis-à-vis les paramètres du système et les perturbations.....	28
II.4 La forme normale des systèmes à structure variable	30
II.4.1 L'invariance vis-à-vis les perturbations extérieurs.....	30
II.4.2 L'invariance vis-à-vis les variations paramétriques	33
II.5 explication du phénomène de mode de glissement	35
II.6 Modes glissants	37
II.6.1 Modes glissants idéaux	37
II.6.2 Modes glissants réels	38
II.7 conception de la commande par mode du glissement	40
II.7.1 Choix de la surface du glissement	40
II.7.2 Condition d'existence du mode de glissement.....	42
II.7.2.1 La fonction de Lyapunov	42
II.7.2.2 La fonction directe de la commutation	44
II.8 détermination de la commande.....	45
II.8.1 grandeur de Commande équivalente	46
II.8.2 Grandeur de commande discontinue	49
II.9 solutions pour suppression du phénomène de réticence.....	50
II.9.1 Commande avec un seuil	52
II.9.2 commande adoucie à deux seuils	52
II.9.3 Commande continue avec composante intégral	54
II.9.4 Solution de couche limite	55
II.10 Conclusion.....	57

Sommaire

Chapitre III : Application de la commande sur le stand DTS 200	58
III.1 Introduction.....	58
III.2 Description de la station hydraulique « système à trois réservoirs DTS 200 ».....	58
III.3 Modèle de la station hydraulique	62
III.4 Linéarisation	63
III.5 Calcul des commandes.....	65
III.5.1 Choix de la surface	66
III.5.2 Commande équivalente.....	66
III.5.3 Commande discontinue	67
III.5.4 Commande totale	67
III.6 Application de la commande au système non linéaire	68
III.7 Résultats de simulation	69
III.7.1 Logiciel de simulation	69
III.7.2 Résultats de simulation	70
III.7.3 Test de poursuite	73
III.8 Rejet de perturbation	76
III.8.1 Perturbation par bouchage	76
III.8.2 Perturbation par fuite	80
III.9 Suppression de chatterings	84
III.10 Conclusion	88
Conclusion générale	89

Chapitre I :

Généralités sur commandes par PID et par modèle interne

I.1. Introduction :

Les régulateurs classiques sont exprimés par des relations paramétriques relativement simples. Leurs mises en pratique s'avèrent très faciles pour une très large classe de processus industriels et leurs utilisations se spécifient dans le domaine de réglages analogiques depuis de longues années, et par la suite, leurs évolutions aux réglages discrets ont amélioré la qualité des résultats.

Parmi les algorithmes de commandes classiques, on s'intéresse à la commande par modèle interne et aux régulateurs PID qui sont les plus largement employés dans l'industrie et ils peuvent aussi s'appliquer d'une façon avantageuse aux régulations hydrauliques ou pneumatiques.

Ceci s'explique par la grande facilité de synthèse de ce type de régulateurs ainsi par l'obtention de performances satisfaisantes dans la plupart des applications courantes comme ils sont bien adaptés lorsque le procédé commandé est soumis à des perturbations et à des variations de paramètres relativement faibles.

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à l'apport des propriétés de robustesse de la commande PID et par modèle interne quant au réglage des niveaux d'un stand expérimental par apport à la commande par mode de glissement.

I.2 Systèmes de commande en automatique : [1]

L'objectif de la commande est d'agir sur les entrées du système de façon que les sorties suivent au mieux les consignes ou références en dépit de diverses perturbations venant contrarier l'évolution du système commandé. A cet effet, on dispose de deux systèmes de commande pour l'élaboration de la loi de commande.

I.2.1. Système de Commande en boucle ouverte :

Le calcul de la grandeur de commande à appliquer aux entrées peut être réalisé en boucle ouverte qu'est élaboré uniquement à partir des grandeurs désirées $r(t)$. Une telle structure de commande ne permet pas de lutter contre les perturbations du fait de l'absence de retour d'information concernant l'évolution réelle du système.

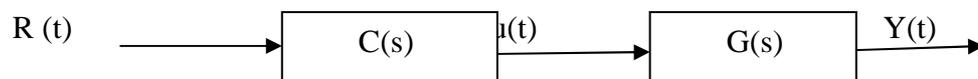


Figure I.1 structure de système de commande en boucle ouverte.

Dans la Figure (I.1), on a :

$R(t)$: consigne.

$U(t)$: commande en boucle ouverte

$Y(t)$: sortie mesurée de procédé

La fonction de transfert du système commandé en boucle ouverte est :

$$H_{BO} = C(s) G(s). \quad (I.1)$$

$C(s)$: fonction de transfert de régulateur.

$G(s)$: fonction de transfert de procédé.

I.2.2. Système de Commande en boucle fermée :

Le calcul de la grandeur de commande à appliquer aux entrées, dans le cas d'un système en boucle fermée, est réalisé à partir de grandeurs désirées $r(t)$ et de grandeurs mesurées $y(t)$.

Chapitre I : Généralités sur commande par PID et par modèle interne

On a ainsi un retour d'information sur l'évolution réelle du système permettant la modification de la grandeur de commande.

Une telle structure bouclée peut lutter contre les perturbations et permet de réduire la sensibilité des erreurs de modèle.

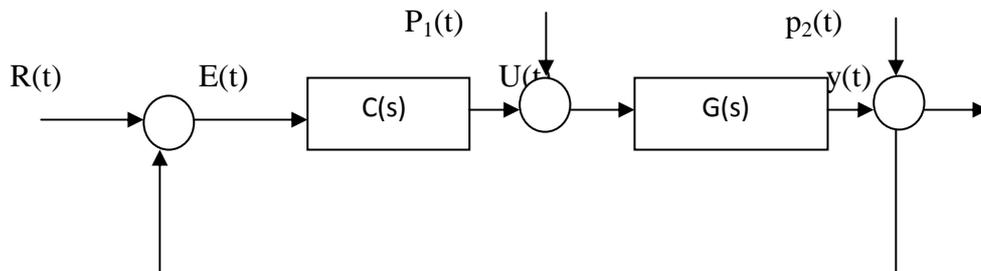


Figure. I.2. structure de système de commande en boucle fermée

La fonction de transfert en boucle fermée est :

$$H_{BF}(S) = \frac{H(S)}{1+H(S)} \quad (I.2)$$

Le signal d'erreur est défini par :

$$E(S) = R(S) - Y(S) \quad (I.3)$$

La sortie du procédé est donnée par :

$$Y(S) = \frac{C(S)G(S)}{1+C(S)G(S)} R(S) + \frac{C(S)G(S)}{1+C(S)G(S)} P1(S) + \frac{G(S)}{1+C(S)G(S)} P2(S) \quad (I.4)$$

Avec :

$E(t)$: erreur.

$U(t)$: commande en boucle fermée.

$P_1(t), P_2(t)$: perturbations à l'entrée et à la sortie

$Y(t)$: sortie mesurée du procédé.

$C(s)$: fonction de transfert de régulateur.

$G(s)$: fonction de transfert du procédé.

I.3. Commande PID :

I.3.1. Définition : [2]

La commande PID est une régulation classique qui se caractérise par sa grande facilité de mise en œuvre et par une combinaison de trois actions de base.

La forme classique de la commande PID est exprimée par :

$$U = K_C \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (I.5)$$

K_c est le gain proportionnel. On le trouve fréquemment sous la dénomination «**Bande proportionnelle**» égale à $100/K_c$.

T_i est la constante de temps de l'action intégrale, **l'intégrale**, en seconde ou en minute. T_i peut être réglé par son inverse (répétition par seconde ou par minute).

T_d est la constante de temps de la partie dérivée, **la dérivée**, et N permet de filtrer cette dérivée

I.3.2. Principe de la commande PID : [2]

L'idée de base de ce régulateur est de générer une commande $u(t)$ qui soit :

- Proportionnelle à l'erreur.
- Calculée en intégrant l'erreur, c'est-à-dire que la commande augmente en permanence si l'erreur est constante : on espère ainsi que l'erreur finit par décroître.
- Proportionnelle à la dérivée de l'erreur : une accélération de la correction est ainsi créée dans le cas où l'erreur s'accroît brutalement.

I.3.3. Paramètres de régulateur PID : [1] [3]

Le régulateur PID comporte trois actions de base qui sont :

Action proportionnelle 'P' est celle qui délivre une commande proportionnelle à l'écart consigne-sortie. Elle accélère la réponse de procédé et ne permet pas d'annuler l'erreur au régime permanent sauf pour des systèmes qui possèdent un intégrateur. Elle s'exprime soit par le gain proportionnel K_C , soit par la bande proportionnelle B_P . Cette dernière est définie comme la variation, en pourcentage, de l'entrée de régulateur $e(t)$ nécessaire pour que la sortie $y(t)$ varie de 100%. La relation entre le gain K_C et la bande proportionnelle B_P s'exprime par $B_P\% = 100/K_C$.

Action intégrale 'I' délivre une commande proportionnelle à l'intégrale de l'écart consigne-sortie. Elle permet d'annuler la saturation de la commande, à la différence des autres actions, l'intégrateur continue de fournir la grandeur de commande conduisant à une erreur nulle donc c'est une mémoire analogique. Elle s'exprime soit par T_i qui représente le temps nécessaire pour que la variation de la sortie $y(t)$ soit égale à celle de l'entrée $e(t)$, soit par l'inverse du temps, qui exprime le nombre de fois que la sortie $y(t)$ répète l'entrée $e(t)$, dans l'unité du temps (mn, sec). $T_i = 1/N$.

Action dérivée 'D' délivrant une commande proportionnelle à la dérivée de l'écart consigne-sortie. Elle permet d'améliorer la stabilité et les performances dynamiques du système bouclé, elle est toujours filtrée afin de limiter l'influence du bruit sur le signal de commande et l'action filtrée s'écrit : $T_d S / (1 + \tau S)$ ou τ est la constante du temps du filtre du premier ordre destinée à atténuer le bruit de haute fréquence.

I.3.4 Forme de régulateur PID :

I.3.4.1 Forme standard :

L'action dérivée est toujours filtrée avec un filtre du premier ordre afin de limiter ou d'atténuer l'influence de bruit de haute fréquence sur le signal de la commande PID.

Chapitre I : Généralités sur commande par PID et par modèle interne

Dans ce cas, notre régulateur introduit deux zéros lents qui peuvent être complexes, ce qui peut entraîner parfois des dépassements importants de la réponse en boucle fermée

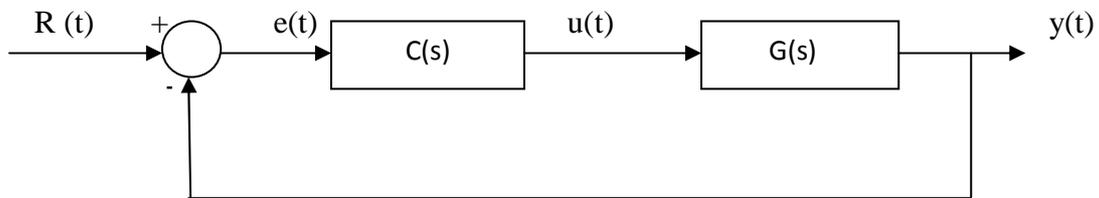


Figure I.3. Structure classique du PID avec action PID sur l'erreur $e(t)$.

Sa fonction de transfert est :

$$C(S) = K_C \left(1 + \frac{1}{T_i S} + \frac{T_d S}{1 + \frac{T_d}{N} S} \right)$$

L'action filtrée est donnée par $\frac{T_d S}{1 + \tau S}$;

Où $\tau = \frac{T_d}{N}$ est la constante de temps de filtre.

La commande $U(s)$ est donnée comme suit :

$$U(S) = K_C \left(1 + \frac{1}{T_i S} + \frac{T_d S}{1 + \frac{T_d}{N} S} \right) E(S) \quad (I.6)$$

Pour atténuer les effets des zéros du régulateur PID, on dispose de deux types de structure :

I.3.4.1.1 Forme standard avec action dérivée sur la mesure :

La fonction de transfert en boucle fermée se libère d'un zéro, donc à l'application de cette forme, le dépassement de la réponse indicielle sera diminué. Par contre, le temps du monté sera plus long (figure I.4).

$$U(S) = K_C \left[E(S) + \frac{1}{T_i S} + \frac{T_d S}{1 + \frac{T_d}{N} S} (-Y(S)) \right] \quad (I.7)$$

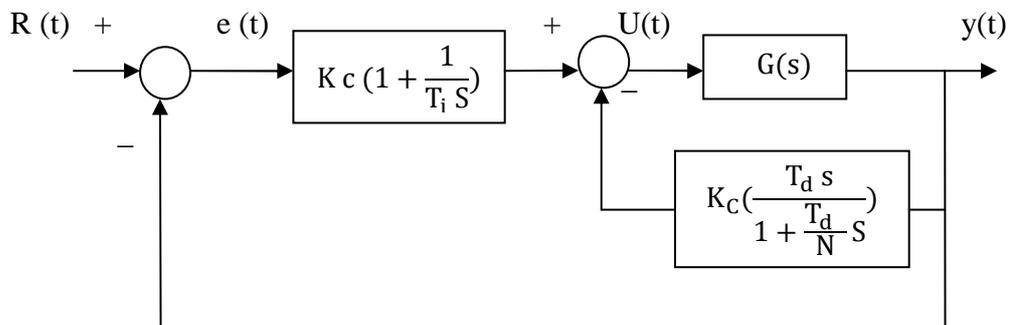


Figure I.4 Structure du PID avec action D sur la mesure.

I.3.4.1.2 Forme standard avec action P et D sur la mesure :

La fonction de transfert en boucle fermée se libère de deux zéros lents du régulateur, ce qui mène à la diminution du dépassement de la réponse indicielle en boucle fermée et à un temps de montée augmenté (par apport aux deux structures précédentes) (Figure I.5).

La commande $U(s)$ correspond à :

$$U(S) = K_C \left[-Y(S) + \frac{1}{T_i S} E(S) + \frac{T_d}{1 + \frac{T_d}{N} S} S (-Y(S)) \right] \quad (I.7)$$

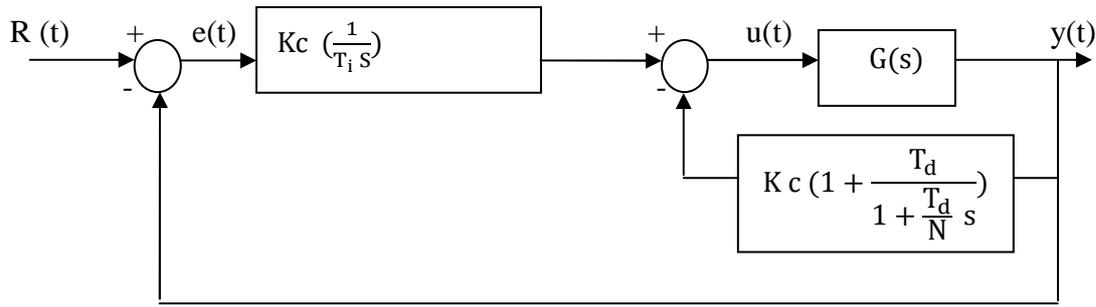


Figure I.5 Structure classique du PID avec action P et D sur L'erreur e(t).

I.3.4.2 Forme série :

Les paramètres du régulateur sont exprimés facilement avec les paramètres du procédé. Le régulateur sous cette forme contient deux zéros réelles (figure I.6) dans sa fonction de transfert est donnée par :

$$C(s) = \frac{(1 + T_i S) (1 + T_d S)}{T_i S \left(1 + \frac{T_d}{N} S\right)} \quad (\text{I.8})$$

Avec : $T_i = \tau_1$

$T_d = \tau_2$

$\frac{T_d}{N} = \tau_N$

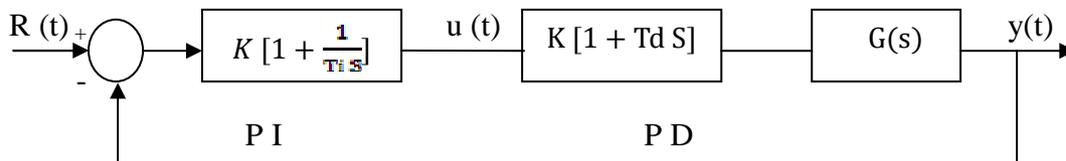


Figure I.6 structure de PID de type série.

La commande $u(s)$ correspond à :

$$U(S) = K_C [E(S) + \frac{1}{T_i} E(S)] [E(S) + T_d S] \quad (I.9)$$

I.3.4.3. Forme parallèle :

La forme ci-dessous est équivalente à la forme classique, on peut déduire des relations entre les paramètres de la forme parallèle et celle de la forme classique. A cet effet, l'action proportionnelle, intégrale ou dérivée pure peut être obtenue à partir des paramètres finis de régulateur classique et on a ainsi que les paramètres de la forme parallèle n'ont pas une signification physique (**Figure I.7**).

La fonction de transfert de ce régulateur est donnée comme suit :

$$C(S) = K_C + \frac{K_i}{S} + \frac{K_d S}{1 + \frac{K_d}{K_c} S} \quad (I.10)$$

Avec : K_C K_i K_d des constantes

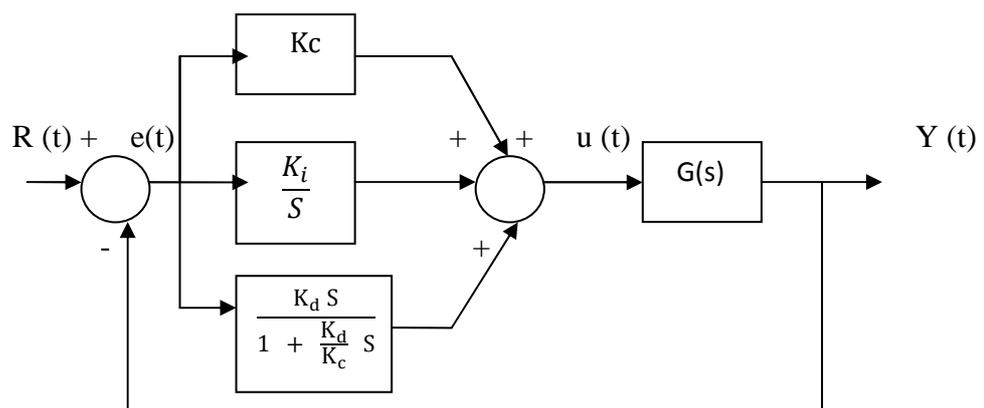


Figure I.7 structure de PID type parallèle

La commande $u(s)$ est donnée par :

$$U(s) = K_c + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d s}{1 + \frac{K_d}{K_c} s} E(s) \quad (\text{I.11})$$

I.4 Méthodes de réglage des régulateurs PID : [1]

Une très large classe de systèmes industriels a la particularité de présenter une réponse indicielle apériodique, comme celle de la figure (I.8), que l'on peut caractériser à l'aide des paramètres a , t_0 , τ . Nous présentons dans la suite quelques méthodes de réglage d'un PID fondées sur les paramètres caractéristiques cités précédemment.

I.4.1. Réglage par essai-erreur :

Le système à asservir étant bouclé à l'aide d'un régulateur PID, on règle au préalable, le gain K à une valeur très faible, T_i est réglée à sa valeur maximum et T_d est ajusté à zéro.

Le mode opératoire présenté ci-dessous repose sur la réponse à un échelon du système bouclé.

On augmente le gain K par petits incréments jusqu'à obtenir une oscillation entretenue. On réduit alors le gain K d'un facteur de deux.

On diminue T_i par petits incréments jusqu'à obtenir, à nouveau, une oscillation entretenue. On règle alors T_i à trois cette valeur.

On augmente T_d jusqu'à obtenir un premier dépassement jugé correct.

I-4-2- Réglage par méthode Ziegler Nicols :

La méthode Ziegler-Nicols consiste en deux types de réglage du PID ; le premier est basé sur les deux paramètres (t_0 , a) de la réponse indicielle résultante d'un essai en boucle ouverte et le deuxième se base sur les paramètres du pompage (K_0 , T_0) résultants d'un essai en boucle fermée.

Chapitre I : Généralités sur commande par PID et par modèle interne

Les tableaux suivants fournissent les paramètres de réglage du PID en fonction des paramètres caractéristiques relevés sur le processus dans le cas d'un essai en boucle ouverte ou fermée

Fonction de transfert de régulateur	K	T _i	T _d
$C(S) = K$	$\frac{1}{at_0}$	--	--
$C(S) = K \left(1 + \frac{1}{T_i S}\right)$	$\frac{0.9}{at_0}$	3.3 t ₀	--
$C(S) = K \left(1 + \frac{1}{T_i S} + T_d S\right)$	$\frac{0.2}{at_0}$	2t ₀	0.5t ₀

Tableau I.1 Réglage de Ziegler-Nicols pour essai en boucle ouverte (t₀, a).

Fonction de transfert de régulateur	K	T _i	T _d
$C(S) = K$	0.5K ₀	--	--
$C(S) = K \left(1 + \frac{1}{T_i S}\right)$	0.45K ₀	0.83 T ₀	--
$C(S) = K \left(1 + \frac{1}{T_i S} + T_d S\right)$	0.6K ₀	0.5T ₀	0.125T ₀

Tableau I.2 Réglage de Ziegler et Nicols pour essai en boucle fermée (K₀, T₀).

Chapitre I : Généralités sur commande par PID et par modèle interne

Les paramètres qui permettent de caractériser la réponse indicielle de système en boucle ouverte peuvent être utilisés pour paramétrer un modèle de Broïda (figure I.8).

$$G(S) = \frac{K e^{-t_0 S}}{1 + \tau S} \quad (\text{I.12})$$

Avec :

$a = \frac{K}{\tau}$: Coefficient de pente.

τ : est la constante de temps du procédé.

K : Gain statique.

t_0 : Retard du procédé.

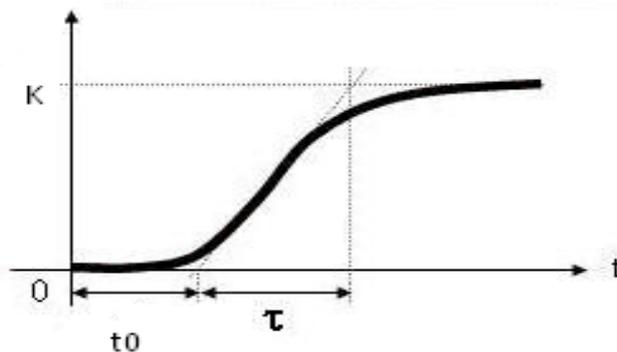


Figure I.8 Réponse d'un procédé stable et aperiodique à une entrée unitaire.

Cependant, elle a aussi quelques inconvénients si le modèle subit des incertitudes paramétriques et/ou dynamiques, en particulier dans le cas où d'autres phénomènes interviennent sur le procédé comme les perturbations.

Chapitre I : Généralités sur commande par PID et par modèle interne

Il suffit par la suite d'appliquer les relations de tableau **I.3**. Selon que l'on utilise une régulation P, PI ou PID. Ces relations ont été élaborées empiriquement pour donner une

réponse oscillante en boucle fermée, avec un dépassement initiale de l'ordre de 40% et avec un rapport d'amplitude des oscillations de $\frac{1}{4}$ (rapport de dépassement de deux pics de même signe). Cette méthode est intéressante du moment que, à partir d'une simple réponse indicielle et en passant par un simple calcul, on obtiendra des résultats satisfaisantes.

A cet effet, le réglage donne de mauvaises performances dynamiques et/ou statiques. En fin ce type de réglage est limité aux systèmes non oscillants.

I.4.3. Réglage en fonction de la « Réglabilité » :

Ci-dessous on présente une version adoucie de réglage précédent pour la détermination des paramètres du PID en fonction de la réponse en boucle ouverte du procédé. On accède ainsi aux valeurs de K, Ti, Td en fonction du coefficient de réglabilité

$$r = \frac{t_0}{\tau} \quad (\text{I.13})$$

Avec :

τ : est la constante de temps dominante du procédé en BO

t_0 : est le retard pur du procédé.

Le tableau **I.3** fournit les relations pour calculer les coefficients du régulateur et déterminer son type.

R	K	Ti	Td
0 à 0.1	$\frac{5}{K}$	τ	0
0.1 à 0.2	$\frac{0.5}{K r}$	τ	0
0.2 à 0.5	$\frac{0.5(1 + 0.5 r)}{K r}$	$(1 + 0.5 r) \tau$	$\frac{0.5 r}{1 + 0.5 r} \tau$
Au delà	Impossible à régler avec un PID		

Tableau I.3 Réglage PID en fonction de la Réglabilité.

I-5- Dimensionnement des régulateurs:

Pour des systèmes multivariables(MIMO), on doit procéder à la synthèse d'un plusieurs régulateur PID selon le nombre de commandes qui agissent sur un tel système. Cependant, dans notre cas, un stand expérimental DTS200 est un système de type MIMO avec deux commandes et de deux sorties à réguler, donc, il nous faut une synthèse de deux régulateurs à paramètres probablement différents. Les paramètres de nos régulateurs sont calculés à partir des relations donnés par le tableau **I.3** qui sont en fonction des paramètres de notre système qu'ils doivent être connus.

Le premier régulateur :

$$\begin{cases} k_{c1} \\ T_{i1} \\ T_{d1} \end{cases}$$

Le deuxième régulateur :

$$\begin{cases} k_{c2} \\ T_{i2} \\ T_{d2} \end{cases}$$

I-6-Commande par modèle interne : [1]

I-6-1 Définition :

La commande par modèle interne est équivalente à une structure classique de régulation, elle consiste à faire intervenir dans la boucle de régulation un modèle explicite du processus à réguler.

I-6-2- Forme de commande par modèle interne :

La structure de base d'une commande par modèle interne est donnée par la figure (I.9)

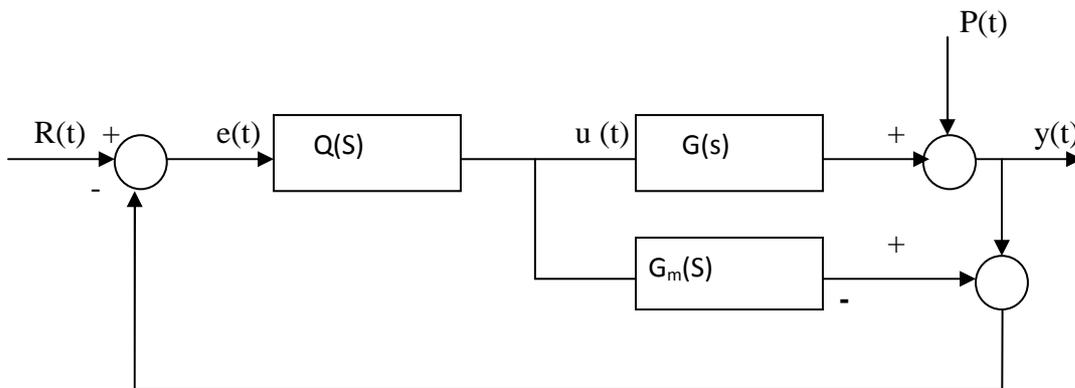


Figure I.9 Structure de commande par modèle interne.

La structure équivalente est représentée à la figure (I.10).

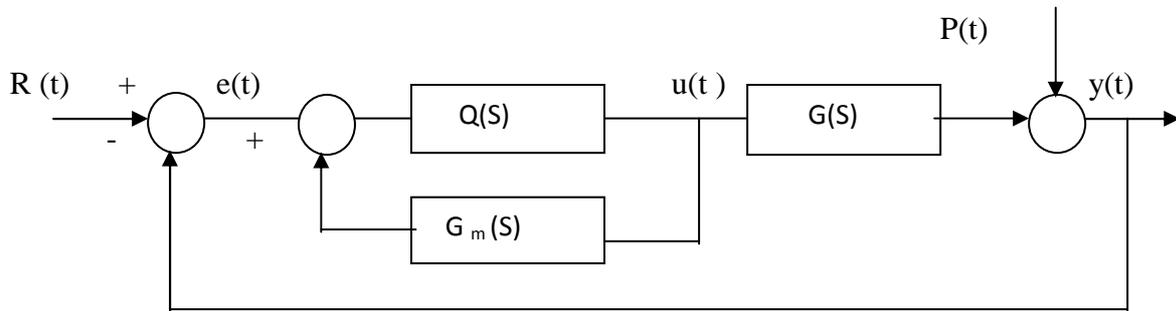


Figure I.10 Structure de commande équivalente.

La fonction de transfert du régulateur est donnée par :

$$G(s) = \frac{Q(S)}{1 - G_m(S)Q(S)} \quad (\text{I.14})$$

Avec :

$G(S)$: La fonction de transfert du système réel.

$G_m(S)$: Le modèle du système.

$Q(S)$: La fonction de transfert à déterminer en fonction des performances désirées.

I-6-3- Synthèse du régulateur :

I-6-3-1- détermination de $Q(S)$:

On détermine la fonction de transfert $Q(S)$ de façon que la sortie du système reproduise la consigne, c'est-à-dire

$$Y(S) = R(S) \quad (\text{I.15})$$

Chapitre I : Généralités sur commande par PID et par modèle interne

A partir du schéma bloc de la figure (I.9), on obtient facilement les expressions de $U(S)$ et de $Y(S)$

$$U(S) = \frac{Q(S)}{1 - G_m(S)Q(S)} R(S) - \frac{Q(S)}{1 - G_m(S)Q(S)} Y(S) \quad (I.16)$$

$$Y(S) = \frac{G(S)Q(S)}{1 + (G(S) - G_m(S))Q(S)} R(S) + \frac{1 - G_m(S)Q(S)}{1 + (G(S) - G_m(S))Q(S)} P(S) \quad (I.17)$$

Dans le cas d'un modèle parfait : $G_m(S) = G(S)$

On a :

$$Y(S) = G(S)Q(S)R(S) + (1 - G(S)Q(S))P(S) \quad (I.18)$$

La stabilité du système bouclé nécessite que le procédé soit stable en boucle ouverte et que $Q(S)$ soit stable.

D'après les équations (I-17) et (I.15), ceci le cas si :

$$\frac{G(S)Q(S)}{1 + (G(S) - G_m(S))Q(S)} = 1 \quad (I.19)$$

$$\frac{1 - G_m(S)Q(S)}{1 + (G(S) - G_m(S))Q(S)} = 0 \quad (I.20)$$

Si notre modèle n'est pas à déphasage minimale, il n'est pas possible de prendre pour $Q(S)$ l'inverse du modèle, dans ce cas on peut factoriser le modèle sous la forme :

$$G_m(S) = G_m^+(S) G_m^-(S) \quad (I.21)$$

$$Q(S) = \frac{1}{G_m(S)} \quad (I.22)$$

Avec :

$G_m^+(S)$: Fonction de transfert, de gain unité, comporte des retards et des zéros mal ou à partie réelle strictement positive.

$G_m^-(S)$: Fonction de transfert qui comporte des retards et/ou possède des zéros stables ou à partie réelle négative.

$\frac{1}{G_m^-(S)}$: Fonction de transfert qui n'est pas nécessairement strictement propre.

Afin de rendre $Q(S)$ strictement propre, on peut multiplier $\frac{1}{G_m^-(S)}$ par un filtre $F(S)$ de degré suffisant.

$$Q(S) = \frac{F(S)}{G_m^-(S)} \quad (I.23)$$

I-6-3-2- Choix de filtre :

La forme courante de filtre est donnée par :

$$F(s) = \frac{1}{(1+T_f S)^{n_f}} \quad (I.24)$$

n_f : Le degré de filtre tel que $Q(S)$ soit propre.

T_f : Constante de temps qui permet d'ajuster la rapidité de la réponse du système bouclé.

I-6-3-3- Calcul de U(s):

Chapitre I : Généralités sur commande par PID et par modèle interne

La grandeur de commande est décrite par la relation (I.26) en introduisant la fonction de transfert donnée par (I.25) :

$$G(S) = \frac{Q(S)}{1 - G_m(S)Q(S)} \quad (I. 25)$$

$$U(S) = \left(\frac{Q(S)}{1 - G_m(S)Q(S)} \right) E(S) \quad (I. 26)$$

I-7- Conclusion :

Consacré aux commandes classiques de type PID et par modèle interne, ce premier chapitre comprend des généralités, des notions de base et des relations mathématiques qui permettent l'étude et la mise en œuvre de ces deux types de commandes.

La commande PID présente certains avantages tels qu'elles sont faciles à synthétiser et à réaliser, en outre, elle conduit à un comportement performant. Egalement pour la commande par modèle interne, on a constaté l'effet stabilisant d'une valeur croissante de la constante de temps du filtre $F(S)$ d'où la dénomination, parfois, de filtre de robustesse et lors de son application sur notre système on obtiendra probablement des résultats satisfaisants en performance en compte tenue de la simplicité de la synthèse du régulateur et d'une différence notable entre le procédé et son modèle.

Ces deux lois de commande s'avèrent utiles dans le cas des systèmes linéaires, à paramètres invariants et à faibles incertitudes sur le modèle. Dans le cas contraire où, le système est à structure variable présentant des variations paramétriques, des perturbations et de différentes incertitudes, on signale une dégradation des performances qui reviennent au non robustesse de ces deux lois de commande vis-à-vis les caractéristiques citées précédemment. A cet effet, on doit recourir à une commande robuste telle que commande à structure variable par mode glissant.

Au prochain chapitre, on s'intéressera à étudier un cas particulier d'une commande à structure variable, commande par mode glissant, apparue apte à lutter contre les variations

Chapitre I : Généralités sur commande par PID et par modèle interne

paramétriques, à rejeter les perturbations et aussi à s'adapter au non linéarités de notre système.

Chapitre II :

Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

II-1-Introduction :

Ce chapitre est consacré à introduire les éléments théoriques et les principes nécessaires à la compréhension du fonctionnement des systèmes à structure variables (SSV), et à vérifier quelques propriétés de base, en particulier, les modes glissants associés (MG).

En général, les systèmes dynamiques présentent en plus des perturbations extérieures, des non linéarités et des perturbations paramétriques (par exemple le bouchage, la fuite). Cependant, l'utilisation des algorithmes robustes vis-à-vis de ces non linéarités et de ces perturbations est donc souhaitable aussi bien en régulation et en suivi de trajectoire. Une solution réside dans la commande à structure variable à régime glissant et à composante discontinue.

Cette commande qui n'est autre qu'un cas particulier de la commande des systèmes à structure variable et multifonctions, encore, peu utilisée dans l'automatisation industrielle, et permet de placer le système commandé au voisinage du fonctionnement imposé par le cahier des charges et de l'y maintenir sans modifier les paramètres de réglage c'est-à-dire les gains du correcteur comparativement aux commandes classiques.

Et comme elle présente d'autres avantages tels que la réduction de l'ordre du système, rejet de perturbation, insensibilité des systèmes aux variations des paramètres, simplicité de la programmation, minimisation de l'énergie par la discontinuité de la commande et leur adaptation pour les différentes natures des systèmes.

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

L'objectif de ce chapitre est de présenter la théorie et les principes nécessaires à la synthèse de ce type de commande.

II.2 Configuration de base pour les systèmes à structure variable : [4]

Dans les systèmes de réglage à structure variable, on peut distinguer deux configurations de base différentes qui seront présentées en mentionnant leurs propriétés essentielles.

II.2.1 Configuration avec changement de la structure par commutation d'une contre réaction d'état variable :

On dispose d'un système à régler possédant une grandeur de commande $u(t)$, une grandeur de sortie $y(t)$ et un vecteur d'état $x(t)$ qui décrit son comportement dynamique. Ce dernier est mis en contre-réaction par l'un des vecteurs lignes $-K_1^t$ ou $-K_2^t$ selon la position de commutateur, par suite, la tension de commande U_{cm} est amenée à l'organe de commande (oc) qui fournit la grandeur de commande u .

Le choix de la contre réaction d'état $-K_1^t$ et $-K_2^t$ se fait à l'aide de la loi de commutation $S(x)$ également en fonction de vecteur d'état $x(t)$.

$$U_{cm} = \begin{cases} -K_1^t & \text{pour } s(x) > 0 \\ -K_2^t & \text{pour } s(x) < 0 \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

On procède à une stratégie de commande adéquate (propriété de commutation), on peut obtenir un phénomène transitoire stable et bien amorti même si les deux réactions d'état donnent un comportement instable ou à la limite de stabilité.

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

Sous certaines conditions, la commutation se fait à une fréquence très élevée (théoriquement infiniment grande). Notre système travaille, ainsi, en mode de glissement avec un comportement dynamique déterminé par la condition suivante.

$$S(x) = 0 \quad (\text{II-2})$$

Dans ce cas, l'organe de commande reçoit une tension de commande U_{cm} qui commute rapidement entre les valeurs variables U_{cm1} et U_{cm2} , ce qui peut provoquer de fortes sollicitations de l'organe de commande, cet inconvénient empêche très souvent une réalisation pratique de cette configuration.

U : Grandeur de commande.

Y : Grandeur de sortie.

$X(t)$: vecteur d'état.

U_{cm} : tension de commande.

$-K_1^t, -K_2^t$: vecteurs lignes de la contre-réaction d'état.

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

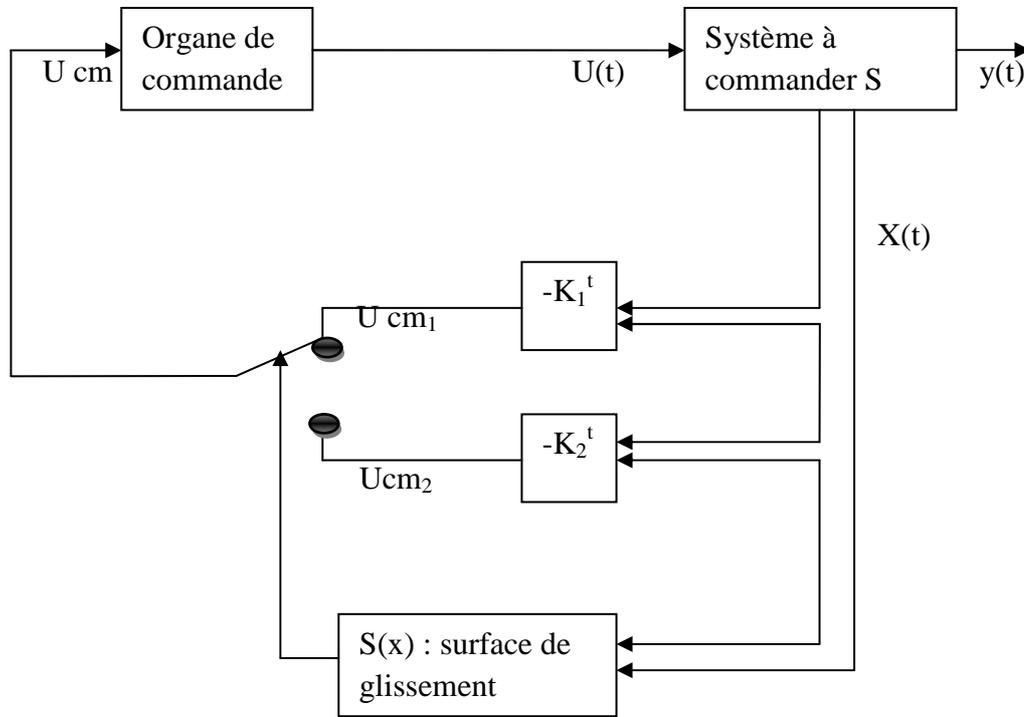


Figure II.1 Système de réglage à structure variable avec changement de la structure Par commutation d'une contre réaction d'état variable.

II.2.2 Configuration avec changement de structure par commutation au niveau de l'organe de commande :

Le changement de la structure se fait par commutation au niveau de l'organe de commande OC qui doit être conçu d'une façon que la grandeur de commande $u(t)$ ne prenne que les deux valeurs constantes u_{\max} et u_{\min} ou la commutation entre ces deux valeurs est imposée par la loi de commutation $s(x)$ selon les conditions suivantes.

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

$$U(t) = \begin{cases} U_{\max} & \text{pour } s(X) > 0 \\ U_{\min} & \text{pour } s(X) < 0 \end{cases} \quad (\text{II.3})$$

Pour que le système de réglage travaille en mode de glissement, il est possible que la commutation se déroule à une fréquence très élevée (théoriquement infiniment grande) et pour l'existence de son comportement dynamique il nous faut la condition suivante.

$$S(X) = 0$$

Donc, on déduit que pour les deux configurations le comportement dynamique d'un système à structure variable est déterminé par l'équation :

$$S(X) = 0 \quad \text{avec} \quad X = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

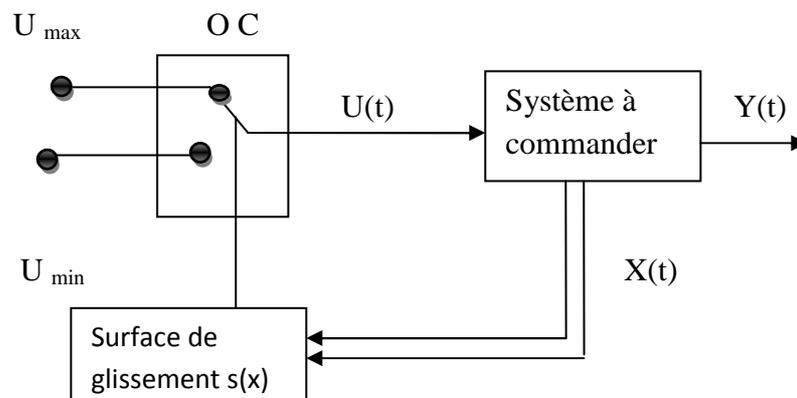


Figure II.2. Système de réglage à structure variable avec changement de structure par commutation au niveau de l'organe de l'organe de commande.

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

II.3 La forme canonique des VSS et l'invariance du MG vis-à-vis des paramètres du système et des perturbations :

II.3.1 Forme canonique des systèmes à structure variable :

Soit la forme canonique suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1} \\ \dot{x}_n = -\sum_{i=1}^n a_i x_i + f(t) + U \end{cases} \quad (\text{II.4})$$

Avec $i=1,2,\dots, n-1$

Où

U : la commande discontinue.

$f(t)$: les perturbations.

a_i : sont les paramètres du système.

II.3.2 Invariance du MG vis-à-vis les paramètres du système et les perturbations :

Soit S une surface de commutation définie comme suit :

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

$$S = \sum_{i=1}^n M_i x_i \quad (\text{II.5})$$

Avec $M_i = \text{const}$ et $M_n = 1$

En mode de glissement, la surface $S=0$:

$$\begin{aligned} s = 0 &\Leftrightarrow s = \sum_{i=1}^n M_i x_i = 0 \\ &\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n-1} M_i x_i + M_n x_n = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.7})$$

On a alors :

$$x_n = - \sum_{i=1}^{n-1} M_i x_i \quad (\text{II.8})$$

D'après (II.4)

$$\begin{cases} \dot{x}_{n-1} = x_n = - \sum_{i=1}^{n-1} M_i x_i \\ \dot{x}_1 = x_{i+1} \end{cases} \quad (\text{II.9})$$

Avec $i=1, \dots, n-2$

La relation (II-9) représente les équations d'états en mode de glissement. Elles ne sont en fonction ni du terme $f(t)$ ni des a_i . Alors, on peut parler de l'invariance du système vis-à-vis de ses paramètres et les perturbations.

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

Remarque :

On remarque qu'une autre propriété est assurée, celle de la réduction de l'ordre du système, et cela en passant de n à $n-1$.

Note :

Toutes ces propriétés sont dépendantes des paramètres M_i , le bon choix de ces derniers est important.

Le principe du mode de glissement désiré peut être rédigé en trois points essentiels :
Le mode de glissement désiré est basé sur le choix des paramètres M_i .

La commande discontinue est calculée pour garantir l'existence du mode de glissement en tout point de la surface $S=0$.

La commande doit amener la trajectoire d'état vers la surface de glissement.

II.4 Forme normale des systèmes à structure variable :

II.4.1 Invariance vis-à-vis les perturbations extérieurs :

La représentation d'état d'un système continu avec perturbation s'écrit comme suit :

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

$$\dot{X} = A x + B u + D p \quad (\text{II.10})$$

Où : D est un vecteur colonne.

En mode de glissement idéal on a :

$$s(x) = M^T x = 0 \quad (\text{II.11})$$

$$\dot{s}(x) = M^T \dot{x} = 0 \quad (\text{II.12})$$

La relation (II-12) conduit à :

$$M^T [A x + B u + D p] = 0 \quad (\text{II.13})$$

$$U = -(M^T B)^{-1} M^T A x - (M^T B)^{-1} M^T D p \quad (\text{II.14})$$

Avec : $M^T B \neq 0$

D' où :

$$\dot{x} = A x + B[-(M^T B)^{-1} M^T A x - (M^T B)^{-1} M^T D p] + D p$$

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

$$= [I - B(M^T B)^{-1} M^T] A x + [I - B(M^T B)^{-1} M^T] D p \quad (\text{II.15})$$

Pour que le système soit insensible aux perturbations, il faut que la relation suivante soit satisfaite :

$$[I - B(M^T B)^{-1} M^T] D p = 0 \quad (\text{II.16})$$

Pour que la relation (II-16) soit vérifiée pour toute perturbation p , il faut que :

Le vecteur D soit linéairement dépendant avec le vecteur B , c'est-à-dire

$$D = K B$$

Avec : K est un vecteur arbitraire.

Ce qui conduit à la relation suivante :

$$\text{Rang}[B: D] = \text{Rang}[B] \quad (\text{II.17})$$

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

II-4-2- Invariance vis-à-vis les variations paramétriques :

Soit la représentation générale d'un système linéaire continu, sans perturbation, suivant:

$$\dot{X} = A X + B U \quad (\text{II.18})$$

Les conditions (II-11) et (II-12) conduisent à :

$$M^T A X + M^T B U = 0 \quad (\text{II.19})$$

Cette relation implique :

$$M^T B U = -M^T A X \quad (\text{II.20})$$

Alors, on aura :

$$U = -(M^T B)^{-1} M^T A X \quad (\text{II.21})$$

Avec : $M^T B \neq 0$

En remplaçant U par sa valeur dans le système (II-18), on obtient :

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

$$\dot{X} = AX - B(M^T B)^{-1} M^T A X$$

$$\dot{X} = [I - B(M^T B)^{-1} M^T] A X \quad (\text{II.22})$$

Si : $A = A_V + A_C$ (II.23)

Avec :

A_V : est la matrice d'évolution du système à coefficients constants.

A_C : est la matrice d'évolution du système à coefficients variables.

En remplaçant (II-23) dans (II-22) on aura :

$$\begin{aligned} \dot{X} &= [I - B(M^T B)^{-1} M^T] (A_V + A_C) X \\ &= [I - B(M^T B)^{-1} M^T] A_V X + [I - B(M^T B)^{-1} M^T] A_C X \end{aligned} \quad (\text{II.24})$$

D' où la condition d'invariance suivante :

$$[I - B(M^T B)^{-1} M^T] A_V X = 0 \quad (\text{II.25})$$

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

Note :

Si la condition (II-25) est satisfaite, alors les variations paramétriques seront compensées.

Il en résulte la relation suivante :

$$\text{Rang} = [BM^T : A_V] = \text{Rang}[BM^T] \quad (\text{II-26})$$

II.5 Explication du phénomène de mode de glissement : [4]

On suppose que l'état du système est X_0 et $U=U_{\max}$ à un instant t_0 , pour une hystérèse infiniment petite, sous l'influence de cette grandeur de commande, le vecteur d'état varie dans un laps du temps infiniment petit dt de dx' .

Si $S(X_0 + dx') < 0$, il y a immédiatement une commutation de l'organe de commande U sur U_{\min} , avec cette grandeur de commande, il s'établit une variation du vecteur d'état de dx''

Si $S(X_0 + dx' + dx'') > 0$, il y a de nouveau une commutation sur $U = U_{\max}$, et ainsi de suite.

Donc, le mode de glissement existe lorsque les commutations aura lieu continument entre U_{\max} et U_{\min} sur les droites décalées $\pm \Delta h$ tel que une trajectoire avec $U=U_{\max}$ touche au point (a) le seuil de basculement inférieur et avec $U=U_{\min}$ touche au point (b) le seuil de basculement supérieur où a lieu une commutation sur $U=U_{\max}$, et ainsi de suite.

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

Et par conséquent, il y a, donc, un mouvement continu à l'intérieur de la zone de l'hystérèse qui s'approche du régime stationnaire dans une certaine zone où la fréquence de la commutation est finie (Figure II.3).

On peut, par la suite, supposer une hystérèse infiniment petite pour faciliter l'étude théorique.

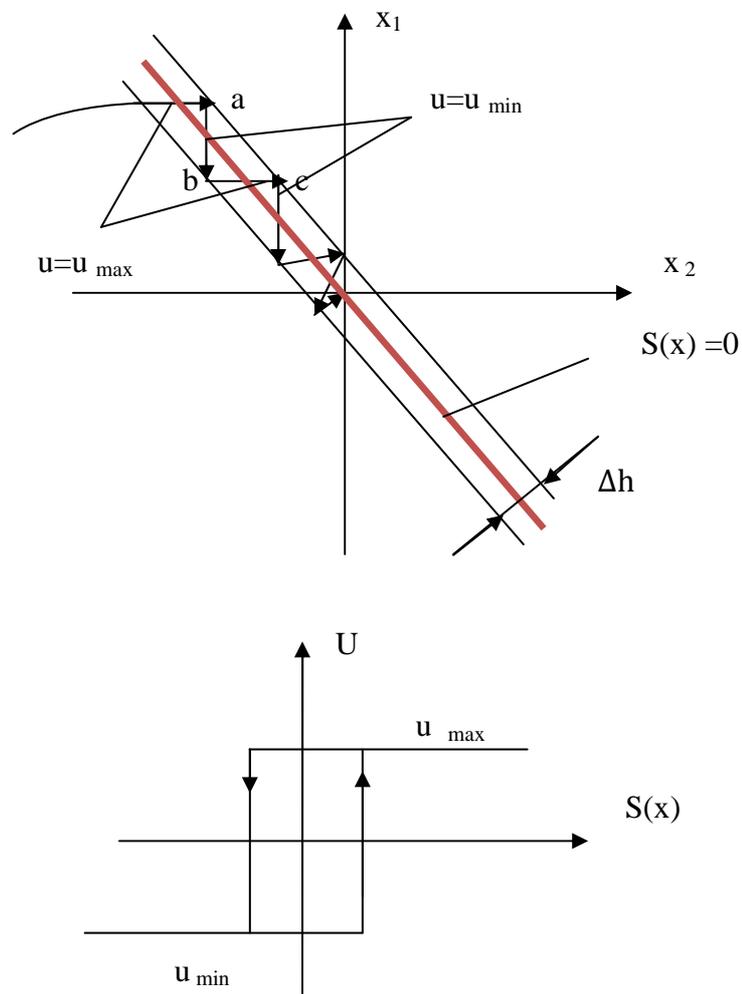


Figure I.3 démonstration de mode de glissement

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

II.6 Modes glissants :

Le principe de la commande par modes glissants d'ordre supérieur, consiste à contraindre le système à évoluer sur une surface de glissement déterminée par

$s = \dot{s} = \dots = s^{(r-1)} = 0$, r étant l'ordre de la commande, avec $s^{(i)}$ la i ème dérivée de la fonction s par rapport au temps. Outre la conservation des propriétés de robustesse, cette approche permet de réduire le phénomène de réticence et d'obtenir de meilleures performances. En d'autres termes, si nous avons une période d'échantillonnage δ , la précision sera de l'ordre de $O(\delta^2)$, alors qu'elle ne serait que de l'ordre de $O(\delta)$ pour le premier ordre. Dans la littérature nous trouvons deux types de modes glissants d'ordre (r) idéaux et réels.

II.6.1 Modes glissants idéaux :

La trajectoire $(t, x(t))$ ayant pour condition initiale $(0, X_0)$ est une trajectoire à modes glissants idéaux d'ordre r par rapport à la surfaces $s = 0$, s'il existe $t_1 > 0$ tel que $\forall t > t_1$, les égalités suivantes soient vérifiées :

$$S(t, x(t)) = \dot{s}(t, x(t)) = \dots s^{(r-1)}(t, x(t)) = 0. \quad (\text{II.27})$$

La notion de modes glissants idéaux n'a pour but que d'exprimer une solution théorique, mathématiquement possible mais irréalisable pratiquement (à cause des imperfections et limitations physiques des organes de commutation). Elle permet d'atteindre de façon plus lisse la surface de contrainte. Ceci est généralement lié au phénomène d'intégration des discontinuités de la commande (Figure II.4).

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

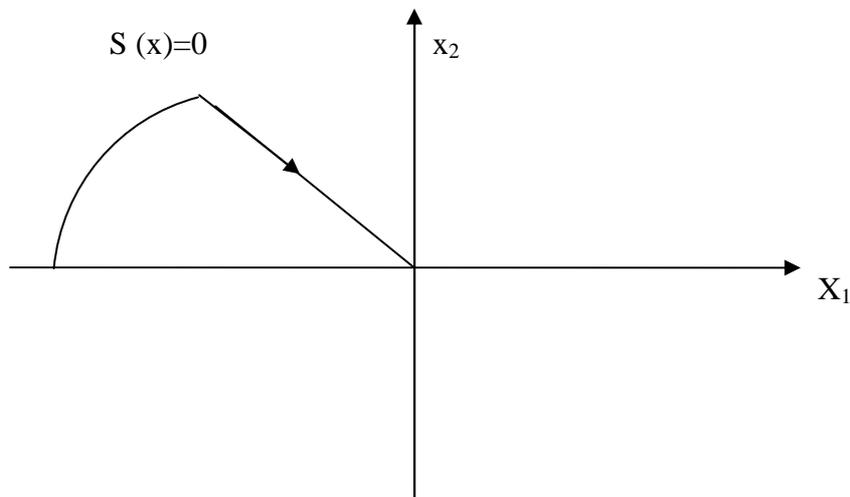


Figure II.4 Mode glissant idéal

II.6.2 Modes glissants réels :

Une commande par modes glissants réels sur $s = 0$ est dite d'ordre $r > 0$ par rapport à une fonction à valeur réelle $\gamma(\varepsilon)$, tels que $\varepsilon \rightarrow 0 \Leftrightarrow \gamma(\varepsilon) \rightarrow 0$, si pour n'importe quel ensemble compact appartenant au domaine de définition, il existe $t_1 > 0$ et une constante $C > 0$ telle que $\forall t > t_1$ l'inégalité suivante soit vérifiée :

$$|s(t, x(t, \varepsilon))| \leq C |\gamma(\varepsilon)|^r . \quad (\text{II.28})$$

La notion de modes glissants réels permet d'exprimer la dépendance de l'algorithme à modes glissants par rapport aux imperfections physiques du système réel (retard d'un actionneur, échantillonnage de la mesure, gain non infini de la fonction signe en zéro, etc....)

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

Cet aspect est très important pour les systèmes à structure variable quand il s'agit de passer à une application réelle (Figure II.5).

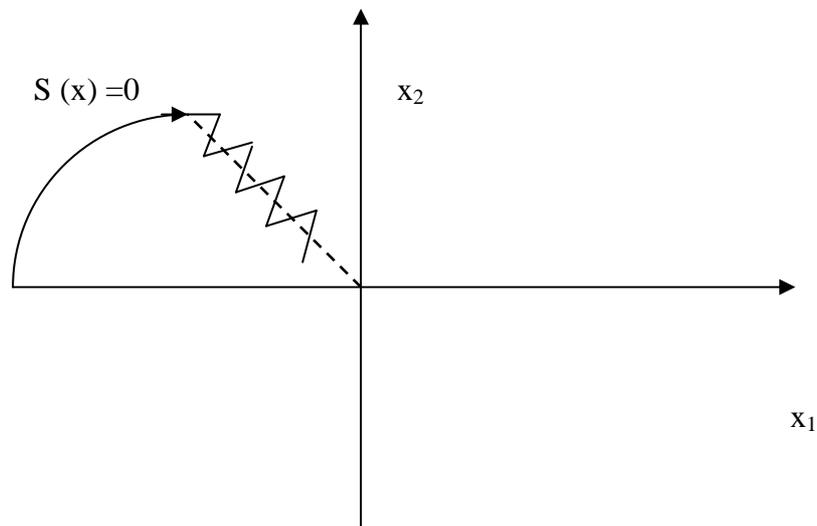


Figure II.5 Mode glissant réel

$\gamma = \frac{1}{\varepsilon}$, γ_{\min} : Niveau de tolérance admissible.

ε , (ε_{\max}) : Marge de stabilité (maximale).

r : Degré relatif du système.

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

II.7 Conception de la commande par mode du glissement :

Le principe de cette commande consiste à ramener la trajectoire d'état du système vers la surface du glissement et de la faire osciller à l'aide d'une logique de la commutation appropriée jusqu'au point d'équilibre (II.2). Cette trajectoire est constituée de trois parties distinctes.

La conception des régulateurs par les modes glissants prend en charge les problèmes de stabilité et de performances désirées d'une façon systématique.

La mise en œuvre de cette méthode de commande nécessite principalement trois étapes :

- Le choix de la surface.
- L'établissement des conditions de la convergence.
- La détermination de la commande.

II.7.1 Choix de la surface du glissement :

La surface de la commutation $s(x)$ représente le comportement dynamique désiré du système. Slotine [8] propose une forme d'équation générale pour déterminer la surface du glissement qui assure la convergence d'une variable vers sa valeur désirée (II.29) :

$$s(x) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda \right)^{r-1} e(x) \quad (\text{II.29})$$

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

Avec

x : variable à régler.

$e(x)$: écart de la variable à régler : $e(x) = x - x_d$.

λ : constante positive représentant le régime souhaité.

r : degré relatif du système tel que $\frac{\partial s^{(r)}(x)}{\partial u} \neq 0$

Pour :

$$r=1 \quad s(x) = e(x) \tag{II.30}$$

$$r=2 \quad s(x) = \lambda e(x) + \dot{e}(x)$$

$$r=3 \quad s(x) = \lambda^2 e(x) + 2\lambda \dot{e}(x) + \ddot{e}(x)$$

$S(x)$ est une équation différentielle linéaire autonome dont la réponse $e(x)$ tend vers zéro pour un choix convenable de coefficient λ .

La surface du glissement peut être construite d'une autre manière de telle sorte que notre système obtient des dynamiques désirées selon deux facteurs :

m : le nombre de surface du glissement qui représente la dimension du vecteur de la commande.

r : représente le degré relatif du système.

Ainsi, on obtient la forme du $s(x)$:

$$s(x) = \sum_{i=1}^n M_i X_i, \tag{II.31}$$

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

M_i : coefficients de la surface.

En général : $M_n = 1$

Pour : $n = 2$ $s(x) = M_1 X_1 + M_2 X_2$ alors $M_2 = 1$

Avec : $S\dot{S} < 0$ on calcule M_1

II.7.2 Condition d'existence du mode de glissement :

L'étude de l'existence du mode de glissement, comme l'étude de la stabilité d'un point d'équilibre, est basée sur la méthode de Lyapunov. Afin de garantir l'attractivité de la surface $s(x, t)=0$, on considère une fonction de Lyapunov $V(x)$ définie positive dont la dérivé par rapport au temps, le long des trajectoires du système en boucle fermée, sera définie négative.

II.7.2.1 Fonction de Lyapunov : [11]

Il s'agit de formuler une fonction scalaire positive ($v(x)>0$) pour les variables d'état du système et de choisir la loi de commande qui fera décroître cette fonction ($\dot{v}(x)<0$). Cette notion est utilisée pour estimer les performances de la commande, l'étude de la robustesse et garantir la stabilité du système non linéaire.

La fonction de Lyapunov est définie comme suit :

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

$$v(x) = \frac{1}{2} s^2 \quad (\text{II.31})$$

$$v(x) > 0 \quad \text{Et} \quad \dot{v}(x) < 0$$

La dérivée de cette fonction est donnée par :

$$\dot{v}(x) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2(x) = s(x) \dot{s}(x) \quad (\text{II.32})$$

La relation (II.32) est la condition nécessaire et suffisante pour l'existence du mode de glissement :

$$\dot{v}(x) = s(x) \dot{s}(x) < 0 \quad (\text{II.33})$$

Cette équation explique que le carré de distance vers la surface mesurée $s^2(x)$, diminue tout le temps, contraignant les trajectoires du système à se diriger vers la surface des deux cotés.

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

II.7.2.2 Fonction directe de la commutation :

Emelanov et Utkin [9] [10] ont utilisé la fonction directe de la commutation comme condition de convergence dans les premier temps, qu'est conditionnée par :

$$\dot{s}(x) > 0 \quad \text{Quand} \quad s(x) < 0 \quad (\text{II.34})$$

$$\dot{s}(x) < 0 \quad \text{Quand} \quad s(x) > 0 \quad (\text{II.35})$$

Donc on peut déduire :

$$s(x) \dot{s}(x) < 0 \quad (\text{II.36})$$

C'est la condition qui assure que la surface de commutation $s(x)=0$ est attractive, c'est-à-dire que toutes les trajectoires des états du système sont orientées vers le voisinage de la surface du glissement ce qui implique l'existence de mode du glissement.

On peut exprimer mathématiquement :

$$\lim_{s(x) \rightarrow 0^+} \dot{s}(x) < 0 \quad (\text{II.37})$$

et

$$\lim_{s(x) \rightarrow 0^-} -\dot{s}(x) > 0 \quad (\text{II.38})$$

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

II.8 Détermination de la commande :

Une fois la surface de commutation est choisie, les propriétés d'existence et de convergence sont vérifiées, on peut procéder à la synthèse et au calcul de ce type de commande en vue d'assurer l'attraction des trajectoires des grandeurs à contrôler vers l'origine du plan du phase.

Une des hypothèses importantes dans la conception des commandes à structure variable est qu'elle doit commuter entre U_{\min} et U_{\max} instantanément en fonction du signe de la surface du glissement. A cet effet des oscillations appelées chattering ou broutement se produisent au voisinage de la surface de glissement. [4]

En régime glissant, la dynamique du système est indépendante de la loi de commande qui n'a pour seul but que de maintenir les conditions de glissement, c'est pour cela que la surface de glissement est déterminée indépendamment de la commande sur la base du système et les performances désirées.

La structure d'un contrôleur (par mode glissant) comporte deux composantes, une première concernant la linéarisation exacte et une deuxième stabilisante.

$$U = U_{\text{eqt}} + U_n \quad (\text{II.39})$$

$U_{\text{eqt}}(t)$: correspond à la composante équivalente.

$U_n(t)$: Correspond à la composante non linéaire.

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

II.8.1 Grandeur de Commande équivalente : [4]

Elle est calculée en considérant que le comportement du système durant le mode du glissement est décrit par $\dot{s}(x) = 0$ et on peut l'interpréter comme la valeur moyenne que prend la grandeur de commande entre U_{\min} et U_{\max} , comme est représenté schématiquement à la (figure **II.6**).

Cette interprétation permet immédiatement de formuler une condition pour l'existence de mode de glissement (II.40).

$$U_{\min} \leq U_{eqt} \leq U_{\max} \quad (\text{II.40})$$

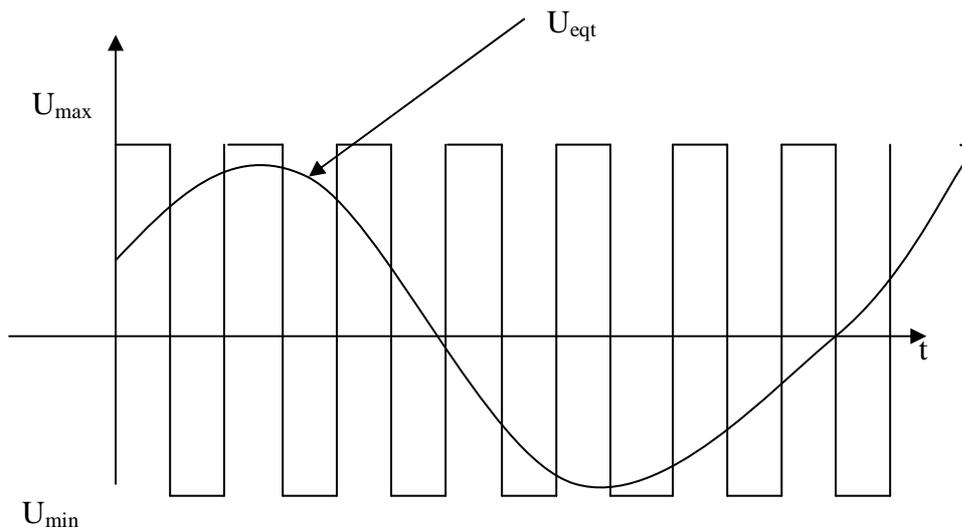


Figure II.6 Grandeur de commande équivalente U_{eqt} (commande réelle)

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

On considère un système dynamique décrit par :

$$\dot{X} = A(x, t) + B(x, t)U(t) \quad (\text{II.41})$$

On suppose que la trajectoire d'état atteint la surface de glissement à l'instant t_0 et qu'un mode de glissement existe pour $t > t_0$.

Alors la loi de commutation respecte la condition (II.2) et par conséquent sa dérivée.

$$s(x) = 0$$

et

$$\dot{s}(x) = 0$$

Compte tenu des équations (II.2) et (II.41)

On peut écrire :

$$\frac{\partial s}{\partial x} \dot{x} = \frac{\partial s}{\partial x} [A(x, t) + B(x, t)U_{eq}] = 0 \quad (\text{II.42})$$

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

Où $U_{eq}(t)$ la commande équivalente qui résout l'équation (II.42). Cette commande étant supposée connue et introduite dans le modèle, on obtient alors le modèle du comportement de système sur la surface de glissement en supposant que la condition initiale $x(t_0)$ vérifie $s(x(t_0))=0$.

Pour que U_{eq} prenne une valeur finie, il est indispensable que $\left[\frac{\partial s}{\partial x}\right]B(x,t) \neq 0$, ceci représente une condition intrinsèque pour l'apparition du mode de glissement.

$$U_{eq} = - \left[\left[\frac{\partial S}{\partial x} \right] B(x,t) \right]^{-1} \frac{\partial S}{\partial x} A(x,t) \quad (\text{II.43})$$

Ainsi, pour $s(x(t_0))=0$ donné, le modèle du système sur la surface de glissement est :

$$\begin{cases} \dot{x} = \left[I - B(x,t) \left[\left[\frac{\partial S}{\partial x} \right] B(x,t) \right]^{-1} \right] A(x,t) \\ S(x) = 0 \end{cases} \quad (\text{II.44})$$

Il est remarquable de confirmer que les dynamiques du système en mode glissant sont d'ordre inférieur au système original. Cette réduction d'ordre est aisément explicable par le nombre de variables d'état contraint par relation $s(x)=0$

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

II.8.2 Grandeur de commande discontinue : [11]

La commande discontinue est très importante dans la technique de commande par mode de glissement, car elle est utilisée pour éliminer les effets d'imprécision du modèle et de rejeter les perturbations extérieures.

U_n est déterminé pour garantir l'attraction de la variable à contrôler et satisfaire la condition de convergence $s(x) \dot{s}(x) < 0$.

U_n s'exprime par :

$$U_n = -k \operatorname{sign}(s(x, t)) \quad (\text{II.45})$$

Où k est un gain positif.

$$\operatorname{sign}(s(x, t)) = \begin{cases} +1 & \text{si } s(x, t) > 0 \\ -1 & \text{si } s(x, t) < 0 \end{cases} \quad (\text{II.46})$$

Si k est très petit, le temps de réponse sera très long et s'il est grand on aura des oscillations indésirables. Celles-ci nuisent au fonctionnement et dégradent les performances de système.

U_n est peut être illustré par la figure(II.7) :

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

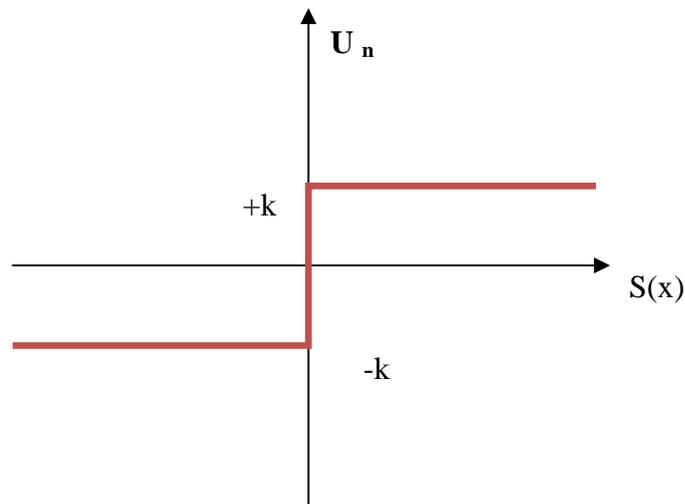


Figure II.7 Définition de la fonction signe.

II.9 Solutions pour suppression du phénomène de réticence :

Le phénomène de réticence constitue un inconvénient majeur non négligeable, car même s'il est possible de le filtrer à la sortie du processus, il est susceptible d'exciter des modes de hautes fréquences qui n'ont pas été pris en compte lors de la modélisation du système. Ceci peut dégrader les performances et même conduire au problème d'instabilité [12]. La réticence implique également d'importantes oscillations mécaniques au niveau des actionneurs, pouvant provoquer leurs usures rapides, ainsi que des pertes énergétiques non négligeables au niveau des circuits de puissance électrique.

Dans le but de réduire ou d'éliminer ce phénomène, de nombreuses solutions ont été proposées [13], [14], qui repose sur la variation de la grandeur de commande U_n en fonction de la distance entre la variable d'état et la surface de glissement sont proposées prochainement. Celles-ci consistent à encadrer, la surface par une bande avec un ou deux

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

seuils de façon à diminuer ou à éliminer l'effet de la fonction $U_n(t) = k \text{sign}(s(x, t))$ origine de chattering.

II-9-1 Commande avec un seuil : [3]

Cette commande est caractérisée par un seuil (ε) (figure **II.8**), la surface de glissement $s(x)$ est entourée d'une bande représentant la composante continue (U_{eq}) qui agit sur le système, par contre, la partie discontinue (U_n) étant égale à zéro, par conséquent, les oscillations sur les réponses sont fortement atténuées. Cependant lorsque (ε) augmente, il apparaît un écart statique sur la réponse en régulation.

La commande discontinue est exprimée comme suit :

$$U_n = \begin{cases} 0 & \text{si } |s(x)| < \varepsilon \\ k \text{sign}(s(x)) & \text{si } |s(x)| > \varepsilon \end{cases} \quad (\text{II.47})$$

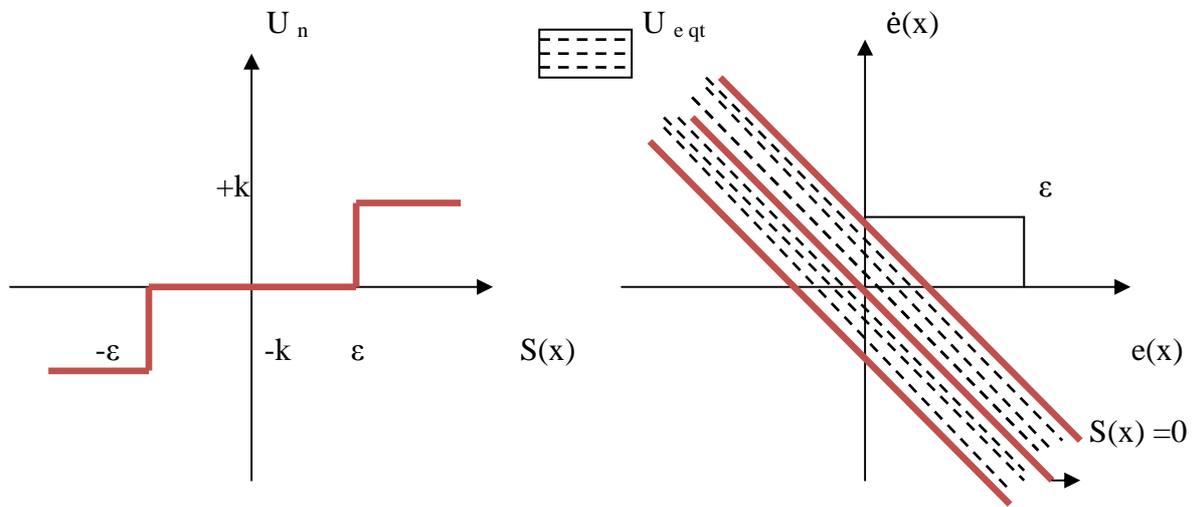


Figure II.8 : Fonction signe, traduction de la bande qui entoure la surface dans le plan de phase.

Un adoucissement de la commande U_n est donc nécessaire car en plus de problème d'erreur statique, en présence d'une perturbation, U_n intervient avec toute sa valeur et ainsi des oscillations peuvent persister en régime permanent.

II.9.2 Commande adoucie à deux seuils : [3]

Cette commande est caractérisée par deux seuils (ϵ_1, ϵ_2) pour diminuer progressivement la valeur de la commande U_n . On peut illustrer ce type de commande par les schémas de la figure (II.9) en caractérisant trois zones qui dépendent de la distance du point à la surface de glissement qui sont :

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

Soit la distance est supérieur au seuil ε_2 alors la fonction signe est effective.

Soit la distance est inférieur au seuil ε_1 alors U_n est nulle (zone morte).

Soit le point est donne la zone $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ alors U_n est une fonction linéaire de la distance de

pente $\frac{k}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}$

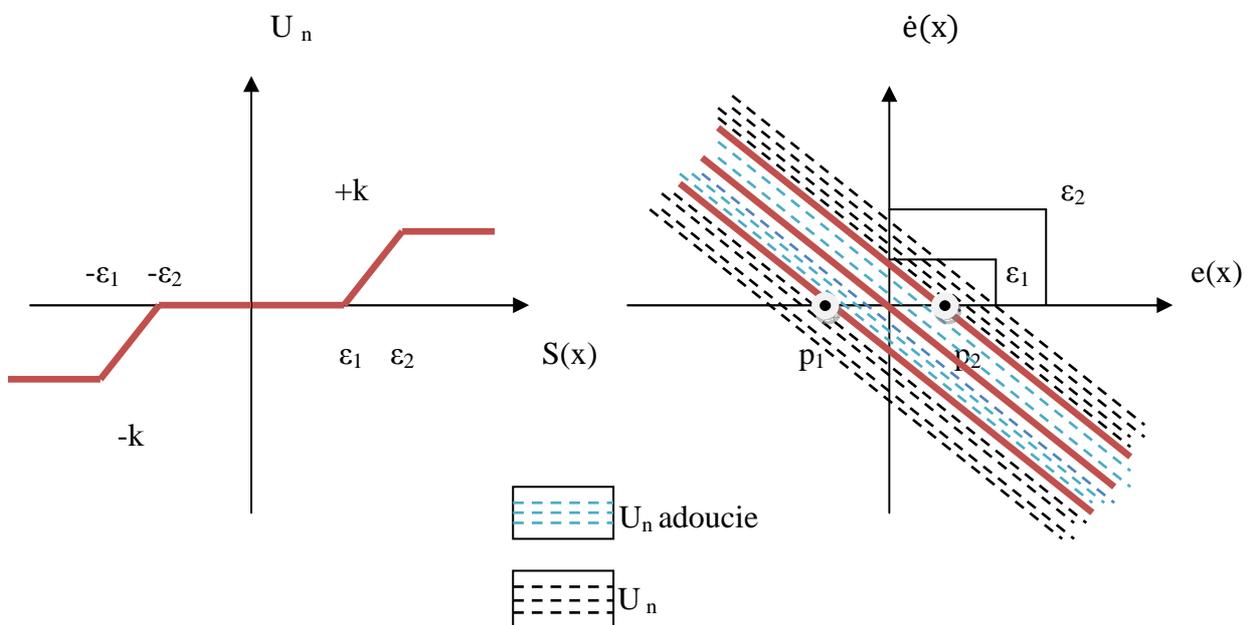


Figure II.9 fonction signe de la commande adoucie, traduction des bandes qui entoure la surface dans le plan de phase.

A travers différentes méthode d'adoucissement employées pour supprimer les oscillations on a constaté que de plus en plus le seuil est grand, on signale l'atténuation des commutations. Néanmoins s'il est trop important, il y a problème de précision, et alors, le système va évoluer dans la bande et risque de ne jamais atteindre le point désiré (origine de

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

plan de phase) et comme il a deux d'équilibre (p_1 et p_2), et par conséquent, en régime permanent un écart statique apparait et dépend de seuil utilisé.

II-9-3-Commande continue avec composante intégral : [3]

La commande continue (II.10) peut atténuer les oscillations de hautes fréquences qui apparaissent sur les réponses en régime de commutation en la substituant par la commande discontinue U_n (II.48).

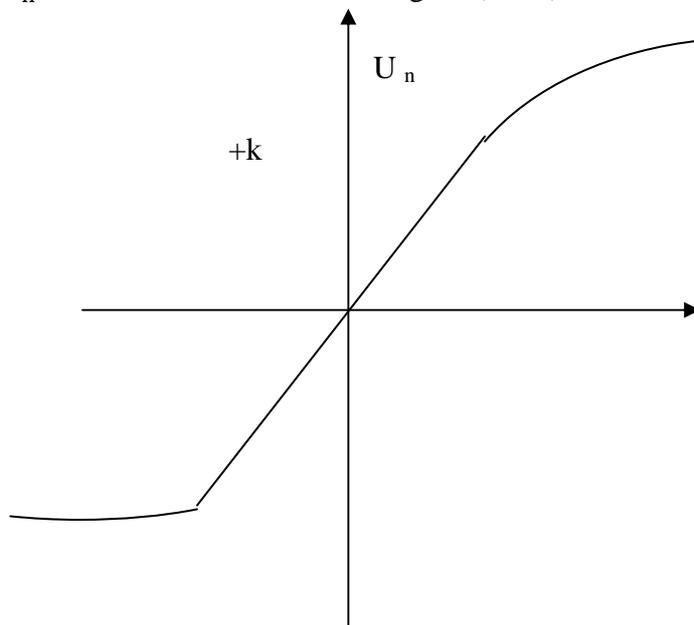
La fonction continue qui remplace la fonction signe s'exprime par :

$$U_n = B^{-1}K \frac{s(x)}{|s(x)| + \rho} \quad (\text{II.48})$$

Où ρ est un paramètre définissant le degré d'atténuation des oscillations.

Pour $\rho = 0$, on obtient la commande discontinue donnée par (II.45)

La fonction U_n continue est illustrée sur la figure (II.10)



Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

Figure II.10 Commande discontinue rendue continue

II.9.4 solution de couche limite :

Cette solution (figure **II.11**) connue aussi par le nom “ boundary layer solution”, a été proposée par Slotine et Sastry en 1983 **[8]**. Elle consiste à effectuer une approximation continue des discontinuités présentées dans la loi de commande au voisinage de la surface de glissement. Supposons que la commande discontinue qui provoque le phénomène de réticence s’écrit sous la forme :

$$U(t) = -B^{-1}K \text{sign}(s(t))$$

K : Constante positive

La fonction $\text{sign}(s(t))$ est remplacée (continûment approximée), par une fonction plus lisse dans la couche limite de $s(t) = 0$. Parmi ces fonctions utilisées nous citerons la fonction de saturation (II.49):

$$\text{sat}(s) = \begin{cases} \frac{s}{\varepsilon} & \text{si } \left| \frac{s}{\varepsilon} \right| \leq 1 \\ \text{sign}(s) & \text{si } \left| \frac{s}{\varepsilon} \right| > 1 \end{cases} \quad (\text{II.49})$$

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

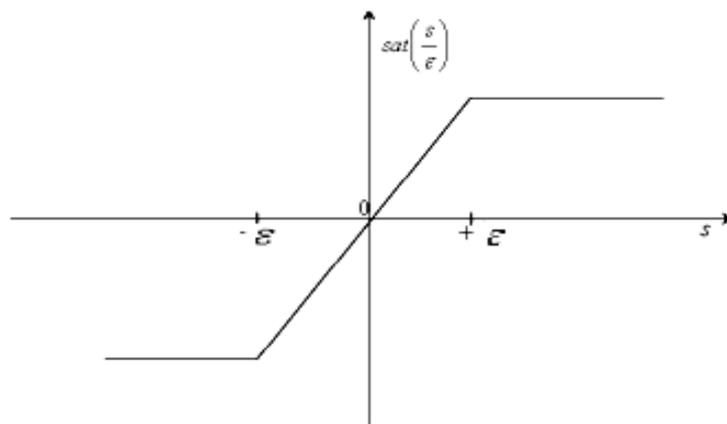


Figure II.11 Fonction de saturation.

Le système ne converge plus vers la valeur désirée, mais vers un voisinage de cette dernière. Ainsi, la mise en place d'une commande continue dans une bande de la surface nécessite un compromis entre la robustesse et les performances. D'autres fonctions d'adoucissement existent telles que les fonctions

$$\frac{2}{\pi} \arctang(s/\epsilon), \quad \frac{s}{|s| + \epsilon}, \quad \tanh(s/\epsilon) \dots \dots$$

Chapitre II : Généralités sur la commande à structure variable par mode glissant

II.10 Conclusion :

Dans ce chapitre, on a montré l'invariance des SSV vis-à-vis les variations paramétriques et les perturbations extérieures. On a présenté les principaux concepts qui permettent l'étude et la mise en œuvre de la commande à structure variable par mode glissant d'ordre un, les conditions d'existence et de convergence, et le choix de la surface de glissement.

On a présenté une commande robuste par mode glissant selon l'aspect classique, en interprétant, le rôle de chaque composante de la commande pour le maintien des conditions de glissement et aussi l'importance de la surface de glissement pour la détermination de performance dynamique du système.

A la fin du chapitre, on a abordé l'inconvénient majeur des modes glissants est l'apparition du phénomène de réticence qui se manifeste dans les grandeurs asservies. Pour palier ce problème des fonctions d'adoucissement ont été introduites pour réduire ce phénomène. Cependant ces fonctions font apparaître un compromis entre la robustesse de la commande et les performances du système.

Dans le chapitre suivant, on présentera une application de la loi de commande par mode glissant pour la commande des niveaux d'un système hydraulique.

Chapitre III :

Application de la commande sur le stand

DTS 200

III.1 Introduction :

L'objectif de ce chapitre est l'élaboration de la commande robuste par mode glissant d'ordre un et leur application à la commande d'un système multivariable (stand expérimental DTS200). Pour cela, les principes et les notions théoriques exposées précédemment seront utilisés à l'élaboration de cette commande. Cependant, on fixera comme but le réglage des deux niveaux L_1 et L_2 à des valeurs désirées.

Des tests de robustesse vis-à-vis des perturbations (bouchages et de fuites) seront réalisés sur le système pour évaluer l'apport du correcteur et sa robustesse par simulation.

III.2 Description de la station hydraulique « système à trois réservoirs DTS 200 »:

La station hydraulique étudiée est composée de trois réservoirs cylindriques, de hauteur maximale L_{\max} , de section S , couplées par des vannes de transfert et qui peuvent être vidangées dans une cuve de rétention par des vannes de fuites. Ces vannes de fuite et de transfert ont des sections identiques S_p . Les deux réservoirs 1 et 2 sont alimentés par deux pompes P_1 et P_2 de débit maximale respectivement $Q_{1\max}$ et $Q_{2\max}$. Pour mesurer les trois niveaux L_1 , L_2 , L_3 , trois capteurs péso-résistives sont placés sur les trois réservoirs (figure III.1).

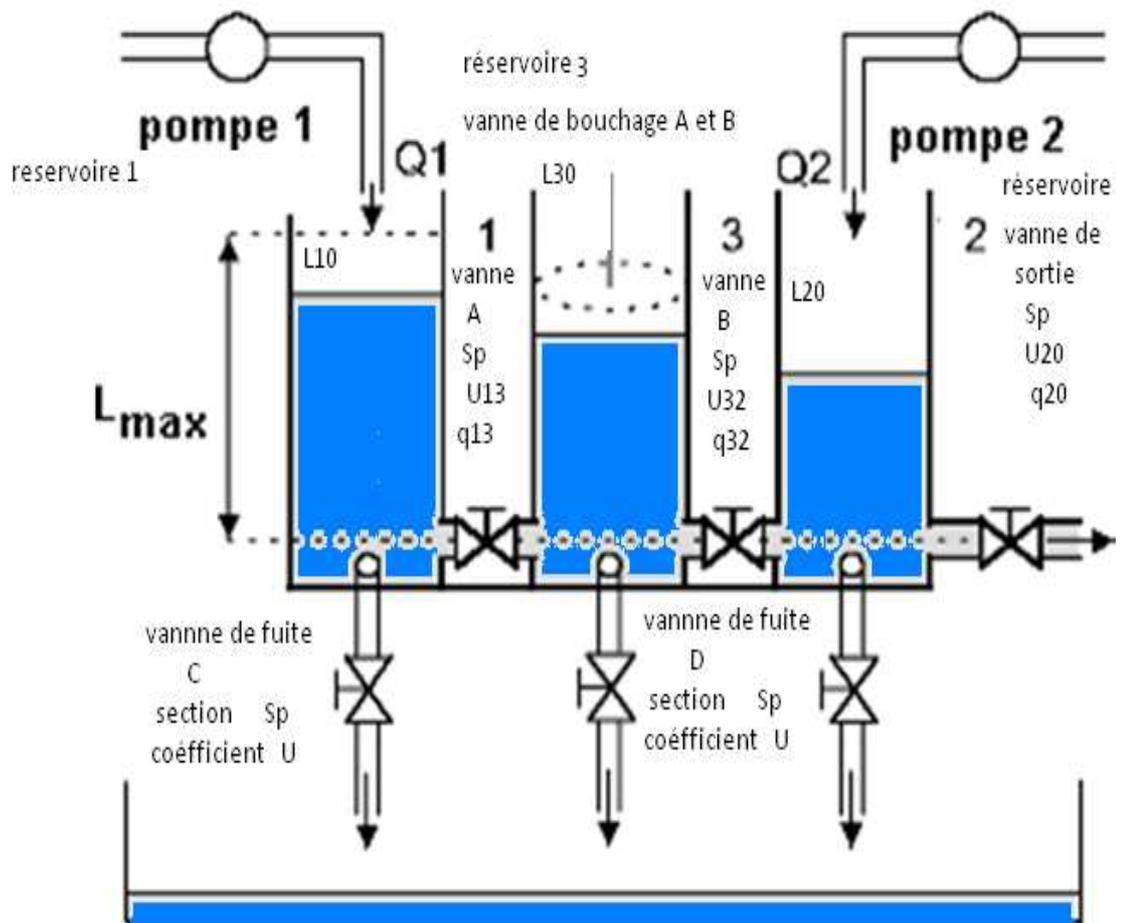


Figure III.1 schéma simplifié du système

Chapitre III : Application de la commande sur le stand DTS 200

Les différents paramètres considérés dans cette étude sont résumés dans le tableau ci-dessous :

A	La section des trois réservoirs	0.0154 (m ²)
μ_{13}	Le coefficient de perte de charge entre le 1 ^{er} et 3 ^{ieme} réservoir	0.4063
μ_{32}	Le coefficient de perte de charge entre le 3 ^{ieme} et 2 ^{ieme} réservoir	0.4063
μ_{20}	Le coefficient de perte de charge du 2 ^{ieme} réservoir	0.9029
L ₁₀	Niveau nominal de 1 ^{er} réservoir	0.30 (m)
L ₂₀	Niveau nominal de 2 ^{eme} réservoir	0.15 (m)
L ₃₀	Niveau nominal de 3 ^{er} réservoir	0.225 (m)
Q _{1max}	Débit maximal de la pompe 1	7.2079 10 ⁻⁵ (m ³ /s)
Q _{2max}	Débit maximal de la pompe 2	7.2738 10 ⁻⁵ (m ³ /s)
Q ₁₀	Débit nominal de la pompe 1	6.1582 10 ⁻⁵ (m ³ /s)
Q ₂₀	Débit nominal de la pompe 2	5.2830 10 ⁻⁵ (m ³ /s)



Figure III.2 « The three tank system »
Amira DTS200

III.3 Modèle de la station hydraulique :

Les équations régissant le fonctionnement de système de la figure (III.1) sont :

$$\begin{cases} A \frac{dL_1(t)}{dt} = Q_1(t) - q_{13}(t) \\ A \frac{dL_3(t)}{dt} = q_{13}(t) - q_{32}(t) \\ A \frac{dL_2(t)}{dt} = Q_2(t) + q_{32}(t) + q_{20}(t) \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

Où q_{ij} représente le débit de liquide de la cuve i vers la cuve j ($i, j=1,2,3 \forall i \neq j$) qui peut être exprimé en utilisant la loi de Torricelli par :

$$q_{ij}(t) = \mu_{ij} S_p \text{sign}(L_i(t) - L_j(t)) \sqrt{2g|L_i(t) - L_j(t)|} \quad (\text{III.2})$$

Et $q_{20}(t)$ représente le débit de sortie, avec :

$$q_{20}(t) = \mu_{20} S_p \sqrt{2gL_2(t)} \quad (\text{III.3})$$

Lorsqu'aucune fuite ou bouchage n'est considérée, le modèle mathématique peut être décrit par les trois équations non linéaires suivantes:

$$\begin{cases} A \frac{dL_1(t)}{dt} = Q_1(t) - \mu_{13} S_p \text{sign}(L_1(t) - L_3(t)) \sqrt{2g|L_1(t) - L_3(t)|} \\ A \frac{dL_3(t)}{dt} = \mu_{13} S_p \text{sign}(L_1(t) - L_3(t)) \sqrt{2g|L_1(t) - L_3(t)|} - \mu_{32} S_p \text{sign}(L_3(t) - L_2(t)) \sqrt{2g|L_3(t) - L_2(t)|} \\ A \frac{dL_2(t)}{dt} = Q_2 + \mu_{32} S_p \text{sign}(L_3(t) - L_2(t)) \sqrt{2g|L_3(t) - L_2(t)|} - \mu_{20} S_p \sqrt{2gL_2(t)} \end{cases} \quad (\text{III.4})$$

On considère le cas où les niveaux dans les réservoirs vérifient les inégalités suivantes :

$$L_1(t) > L_3(t) > L_2(t) \quad (\text{III.5})$$

Ainsi, le système d'équations (III.1) devient :

$$\begin{cases} A \frac{dL_1(t)}{dt} = Q_1(t) - \mu_{13} S_p \sqrt{2g[L_1(t) - L_3(t)]} \\ A \frac{dL_3(t)}{dt} = \mu_{13} S_p \sqrt{2g[L_1(t) - L_3(t)]} - \mu_{32} S_p \sqrt{2g[L_3(t) - L_2(t)]} \\ A \frac{dL_2(t)}{dt} = Q_2 + \mu_{32} S_p \sqrt{2g[L_3(t) - L_2(t)]} - \mu_{20} S_p \sqrt{2gL_2(t)} \end{cases} \quad (\text{III. 6})$$

En posant :

$$C_{13} = \mu_{13} S_p \sqrt{2g} = 0.9 \cdot 10^{-4}$$

$$C_{32} = \mu_{32} S_p \sqrt{2g} = 0.9 \cdot 10^{-4}$$

$$C_{20} = \mu_{20} S_p \sqrt{2g} = 2 \cdot 10^{-4}$$

On obtient le modèle simplifié suivant :

$$\begin{cases} \dot{L}_1 = \frac{Q_1}{S} - \frac{C_{13}}{S} \sqrt{L_1 - L_3} \\ \dot{L}_2 = \frac{Q_2}{S} + \frac{C_{32}}{S} \sqrt{L_3 - L_2} - \frac{C_{20}}{S} \sqrt{L_2} \\ \dot{L}_3 = \frac{C_{13}}{S} \sqrt{L_1 - L_3} - \frac{C_{32}}{S} \sqrt{L_3 - L_2} \end{cases} \quad (\text{III. 7})$$

III.4 Linéarisation :

En procédant à la linéarisation par la méthode de Taylor de système non linéaire (III.7) autour de point de fonctionnement suivant :

$$\begin{cases} L_{10} = 0.30 & (\text{m}) \\ L_{20} = 0.15 & (\text{m}) \\ L_{30} = 0.225 & (\text{m}) \\ Q_{10} = 6.1582 \cdot 10^{-5} & (\text{m}^3/\text{s}) \\ Q_{20} = 5.2830 \cdot 10^{-5} & (\text{m}^3/\text{s}) \end{cases} \quad (\text{III.8})$$

Et en posant :

$$F1 = \dot{L}_1 = \frac{Q_1}{S} - \frac{C_{13}}{S} \sqrt{L_1 - L_3}$$

$$F2 = \dot{L}_2 = \frac{Q_2}{S} + \frac{C_{32}}{S} \sqrt{L_3 - L_2} - \frac{C_{20}}{S} \sqrt{L_2}$$

$$F3 = \dot{L}_3 = \frac{C_{13}}{S} \sqrt{L_1 - L_3} - \frac{C_{32}}{S}$$

On obtient le modèle linéarisé suivant :

$$\begin{bmatrix} \tilde{L}_1 \\ \tilde{L}_2 \\ \tilde{L}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dF_1}{dL_1} & \frac{dF_1}{dL_2} & \frac{dF_1}{dL_3} \\ \frac{dF_2}{dL_1} & \frac{dF_2}{dL_2} & \frac{dF_2}{dL_3} \\ \frac{dF_3}{dL_1} & \frac{dF_3}{dL_2} & \frac{dF_3}{dL_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{L}_1 \\ \tilde{L}_2 \\ \tilde{L}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{dF_1}{dQ_1} & \frac{dF_1}{dQ_2} \\ \frac{dF_2}{dQ_1} & \frac{dF_2}{dQ_2} \\ \frac{dF_3}{dQ_1} & \frac{dF_3}{dQ_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{Q}_1 \\ \tilde{Q}_2 \end{bmatrix} \quad (\text{III.10})$$

Et sous forme matricielle :

$$\dot{L} = A L + B Q \quad (\text{III.11})$$

$$y = C L$$

$$\begin{bmatrix} \dot{L}_1 \\ \dot{L}_2 \\ \dot{L}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0106 & 0 & 0.0106 \\ 0 & -0.0273 & 0.0106 \\ 0.0106 & 0.0106 & -0.0212 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 64.9350 & 0 \\ 0 & 64.9350 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} \quad (\text{III. 12})$$

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix} \quad (\text{III.13})$$

Les équations d'états sont :

$$\begin{cases} \dot{L}_1 = -0,0106 \cdot L_1 + 0,0106 \cdot L_3 + 64,9350 \cdot Q_1 \dots \dots (1) \\ \dot{L}_2 = -0,0273 \cdot L_2 + 0,0106 \cdot L_3 + 64,9350 \cdot Q_2 \dots \dots (2) \\ \dot{L}_3 = 0,0106 \cdot L_1 + 0,0106 \cdot L_2 - 0,0212 \cdot L_3 \dots \dots (3) \end{cases} \quad (\text{III.14})$$

$$\begin{cases} Y_1 = L_1 \\ Y_2 = L_2 \end{cases} \quad (\text{III.15})$$

Q_1 et Q_2 : sont les entrées du système.

L_1 et L_2 : sont les sorties du système.

L_1, L_2, L_3 : sont les variables d'état du système.

III.5 Calcul des commandes :

Le stand expérimental DTS 200 ayant deux entrées de commande, il est possible de contrôler deux sorties indépendantes, le premier niveau de réservoir « L_1 » d'une part et le deuxième niveau de réservoir « L_2 » d'une autre part, donc on peut choisir deux surfaces de glissement, une pour L_1 , et l'autre pour L_2 . Les surfaces de glissement déduites de l'équation générale de Slotine. Le degré relatif des deux sorties égal à un ($r = 1$)

III.5.1 Choix de la surface :

De l'équation (II.29), et pour $r = 1$, la surface de glissement sera :

$$S_i(L) = e_{L_i} \quad (\text{III.16})$$

Avec : $e_{L_i} = L_i - L_{id}$ (III.17)

Alors :

$$S_i(L) = L_i - L_{id} \quad (\text{III.18})$$

Pour que L_i converge vers sa référence il faut que $S = 0$.

La dérivée de la surface donnée (III.19) par rapport au temps est :

$$\dot{S}_i(L) = \dot{L}_i - \dot{L}_{id} \quad (\text{III.19})$$

- Pour $i = 1$ on a L_{1d} est une constante donc :

$$\dot{S}_1(L) = \dot{L}_1 = -0.0106L_1 + 0.0106L_3 + 64.935Q_1 \quad (\text{III.20})$$

- Pour $i = 2$ on a L_{2d} est une constante donc :

$$\dot{S}_2(L) = \dot{L}_2 = -0.0273L_2 + 0.0106L_3 + 64.935Q_2 \quad (\text{III.21})$$

III.5.2 Commande équivalente :

La commande équivalente est déduite en considérant que la dérivée de la surface égale à zéro.

- Calcul de Q_{1eqt} :

Pour $\dot{S}_1(L) = 0$, on déduit Q_{1eqt} :

$$Q_{1eqt} = 0.0154[+0.0106L_1 - 0.0106L_3] \quad (III.22)$$

- Calcul de Q_{2eqt} :

Pour $\dot{S}_2(L) = 0$, on déduit Q_{2eqt} :

$$Q_{2eqt} = 0.0154[+0.0273L_1 - 0.0106L_3] \quad (III.23)$$

III.5.3 Commande discontinue :

La commande discontinue Q_{in} est donnée par la relation (II.45) pour vérifier la condition de convergence.

$$Q_{in} = K_i \text{sign}(S_i(L)) \quad (III.24)$$

- Pour $i=1$, on a:

$$Q_{1n} = K_1 \text{sign}(S_1(L)) \quad (III.25)$$

- Pour $i=2$, on a:

$$Q_{2n} = K_2 \text{sign}(S_2(L)) \quad (III.26)$$

III.5.4 Commande totale :

La commande totale par mode glissement est donnée par la formule suivante :

$$Q_i = Q_{ieqt} + Q_{in} \quad (\text{III.27})$$

On a la première commande totale est donnée par les formules (III.22) et (III.25)

Donc :

$$Q_1 = 0.0154[+0.0106L_1 - 0.0106L_3] + K_1 \text{sign}(S_1(L)) \quad (\text{III.28})$$

La deuxième commande totale est donnée par les formules (III.23) et (III.26)

Donc :

$$Q_2 = 0.0154[+0.0273L_2 - 0.0106L_3] + K_2 \text{sign}(S_2(L)) \quad (\text{III.29})$$

III.6 Application de la commande au système non linéaire :

La figure (III.2) représente le schéma bloc de simulation du système hydraulique en précisant les différents blocs de commande et la surface de glissement :

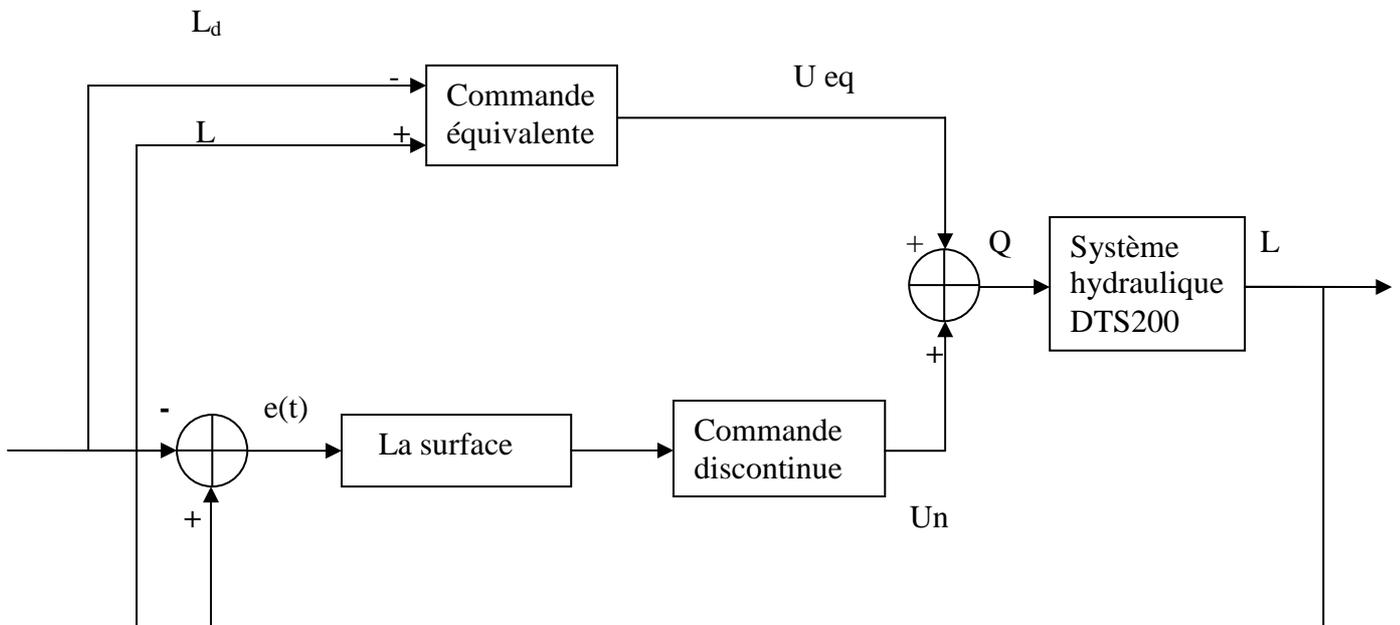


Figure III.3 Schéma bloc de commande proposé

III.7 Résultats de simulation :

III.7.1 Logiciel de simulation :

Dans notre expérimentation on a opté d'explorer l'environnement logiciel MATLAB 6.5 qui est un outil de calcul très répandu adapté pour les problèmes scientifiques. L'extension graphique de MATLAB, s'appelle SIMULINK, permet de travailler avec des diagrammes et d'utiliser des fonctions prêtes ou personnalisées en blocs. Cependant, pour analyser les performances et la robustesse apportées par la commande par mode glissement on simule le schéma de commande présenté à la figure (III.3).

III.7.2 Résultats de simulation :

Dans cette section, on va évaluer les performances de la commande par mode de glissement. On illustrera l'influence du choix des paramètres k_1 et k_2 qui interviennent dans la commande synthétisée. Ces derniers sont fixés en fonction de la dynamique désirée.

Les résultats de simulation sont donnés par les figures (III.4, III.5, et III.6).

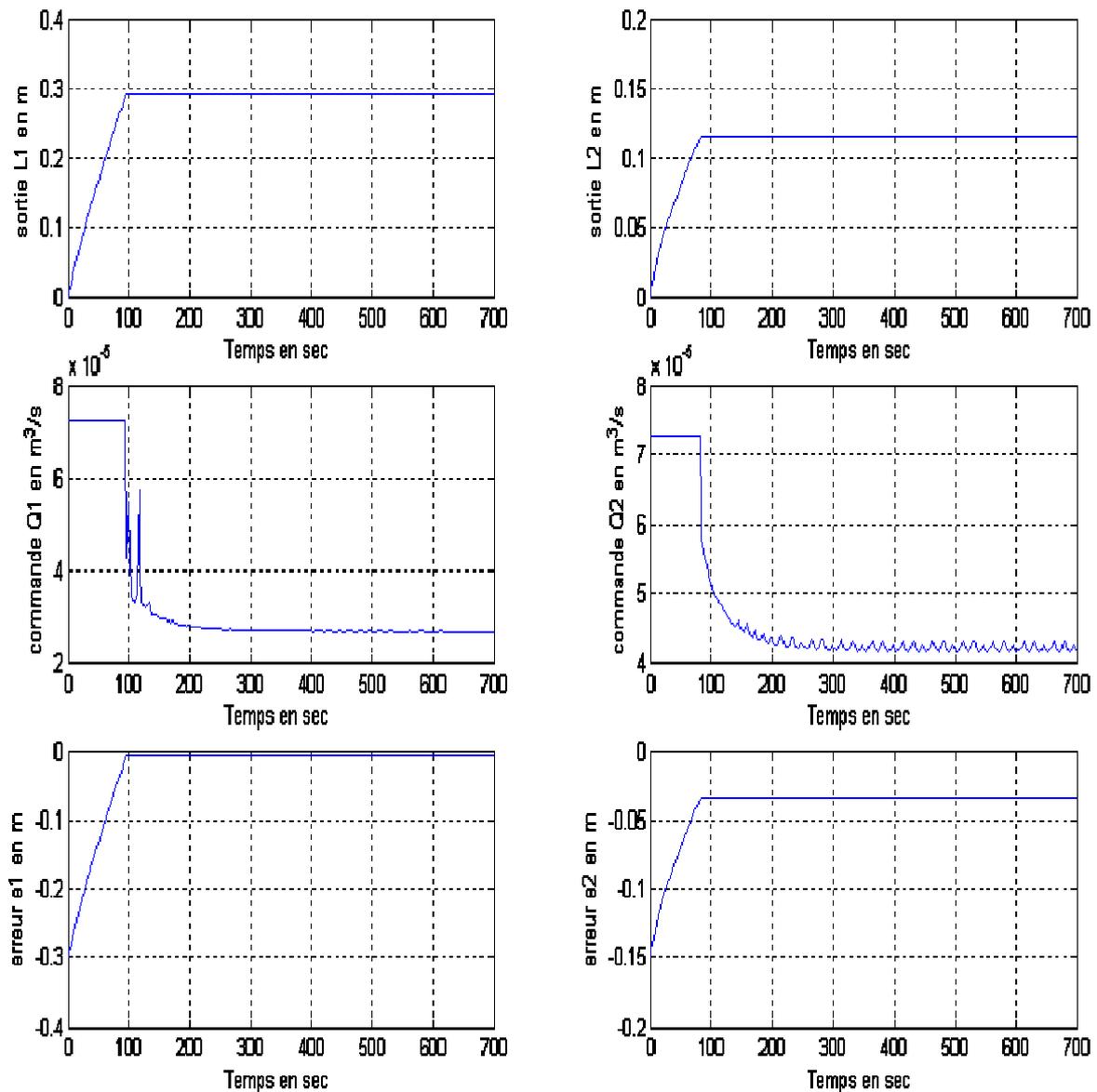


Figure III.4 Réponses de système et grandeurs de commande pour

$$K_1 = 10^{-4}, \quad k_2 = 5 \cdot 10^{-4}$$

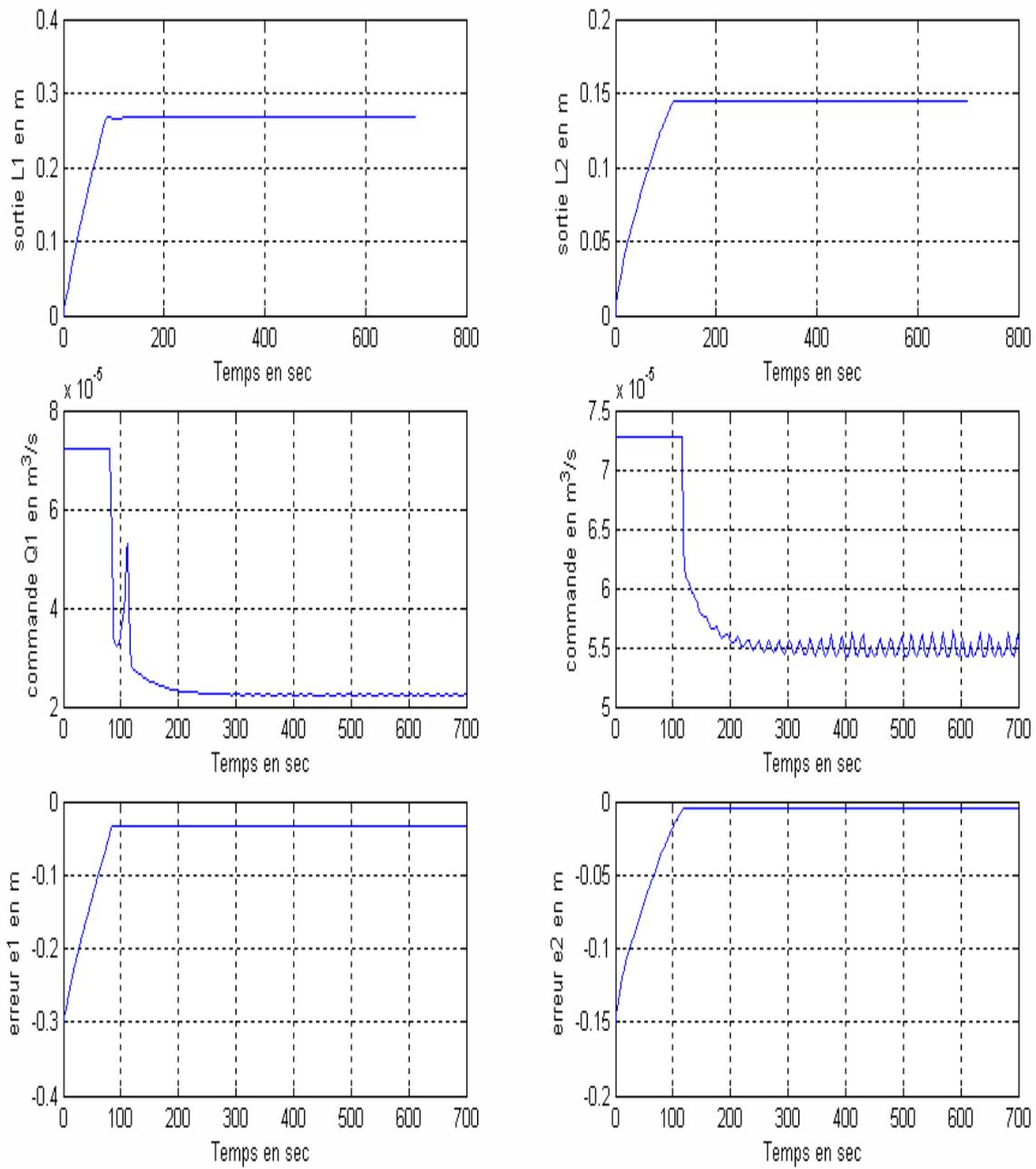


Figure III.5 Réponses de système et grandeurs de commande pour

$$K_1=5.10^{-4} \quad , \quad K_2=5.10^{-5}$$

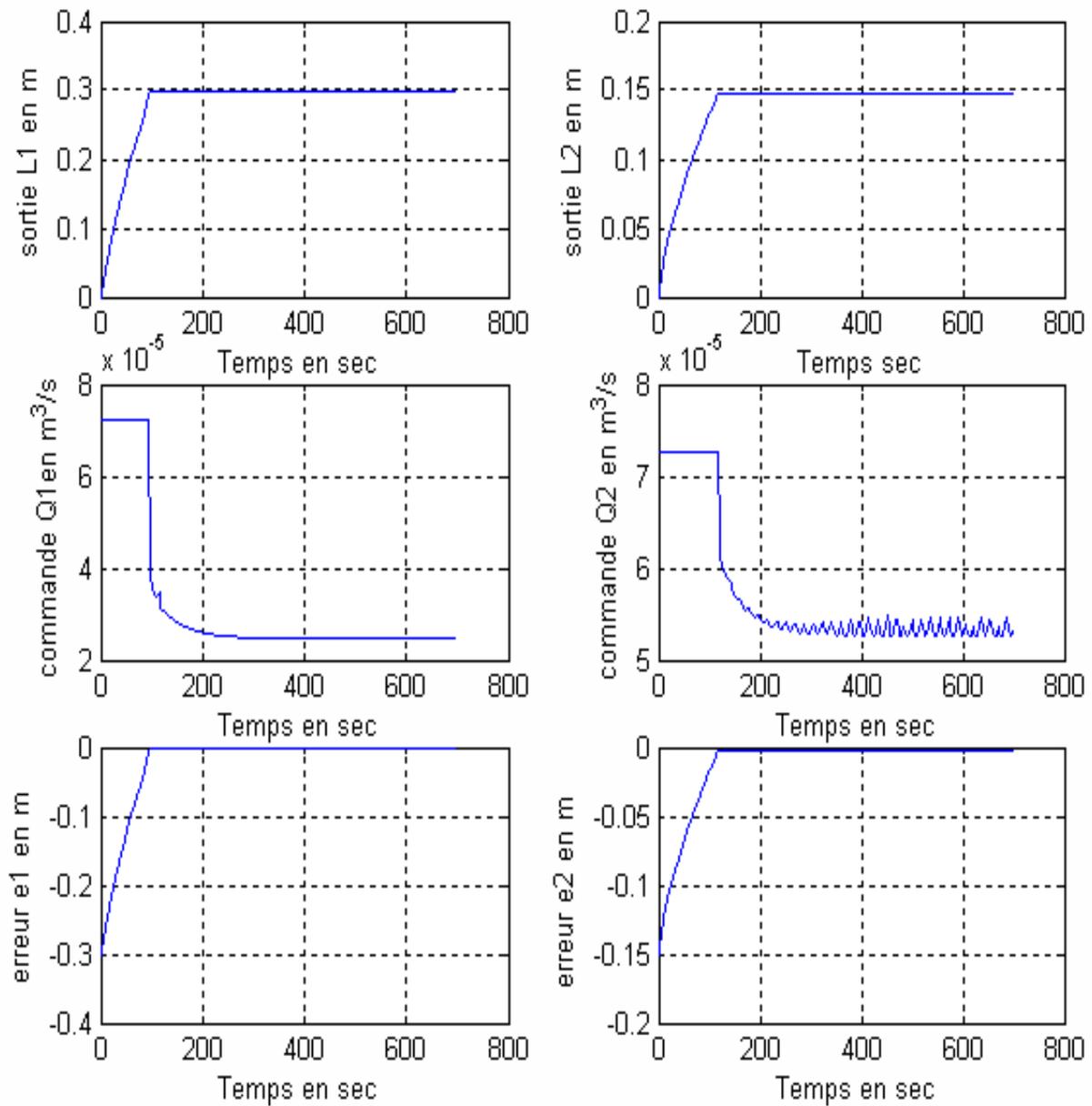


Figure III.6 Réponses de système et grandeurs de commande pour

$$K_1 = 5 \cdot 10^{-7} \quad , \quad K_2 = 5 \cdot 10^{-8}$$

Interprétation des résultats

D'après les résultats, pour la première sortie on remarque que plus k_1 est petit ($< 5 \cdot 10^{-5}$) le temps de réponse sera long, l'écart statique converge vers zéro et atténuation des oscillations appelées chatterings et vice versa. Ces résultats sont invariant ($k_1 > 5 \cdot 10^{-7}$) (pour le temps de réponse et l'erreur) ; pour la deuxième sortie, que plus k_2 est petit ($< 5 \cdot 10^{-5}$) le temps de réponse est grand, l'écart statique tend vers zéro et apparition de faibles oscillations (chattering) sur la commande et la réponse. Ces résultats sont aussi invariant ($k_2 > 5 \cdot 10^{-8}$) (pour le temps de réponse et l'erreur).

Pour $K_1 = 5 \cdot 10^{-7}$ et $K_2 = 5 \cdot 10^{-8}$; les conditions d'existence de mode de glissement sont vérifiées, c'est-à-dire $s \dot{s} < 0$ la surface de glissement est bien maintenue à zéro, on atteint la sortie désirée après un temps minimal et l'erreur s'annule. On déduit qu'il y a une interaction entre les deux régulateurs concernant l'influence de gain k_1 sur les performances de la réponse L_2 et k_2 sur les performances de la réponse L_1 .

III.7.3 Test de poursuite :

Afin d'illustrer le problème de poursuite on considère des consignes variables d'ordre $\pm 10\%$ autour de la grandeur désirée. Les résultats de simulations sont donnés par **les figures III.7 et III.8** respectivement pour les deux sorties.

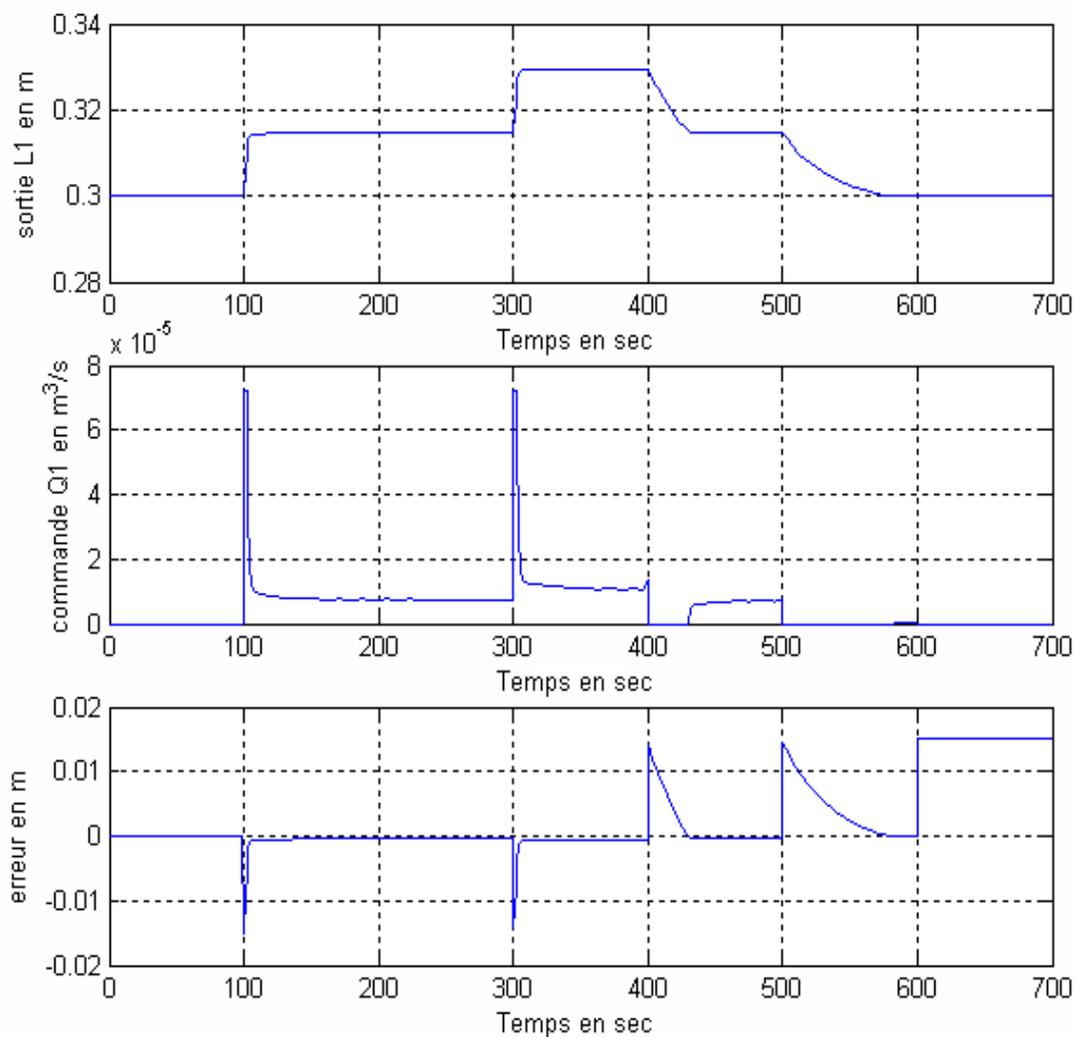


Figure III.7 Réponse L1 de système pour une variation de $\pm 10\%$ de la consigne

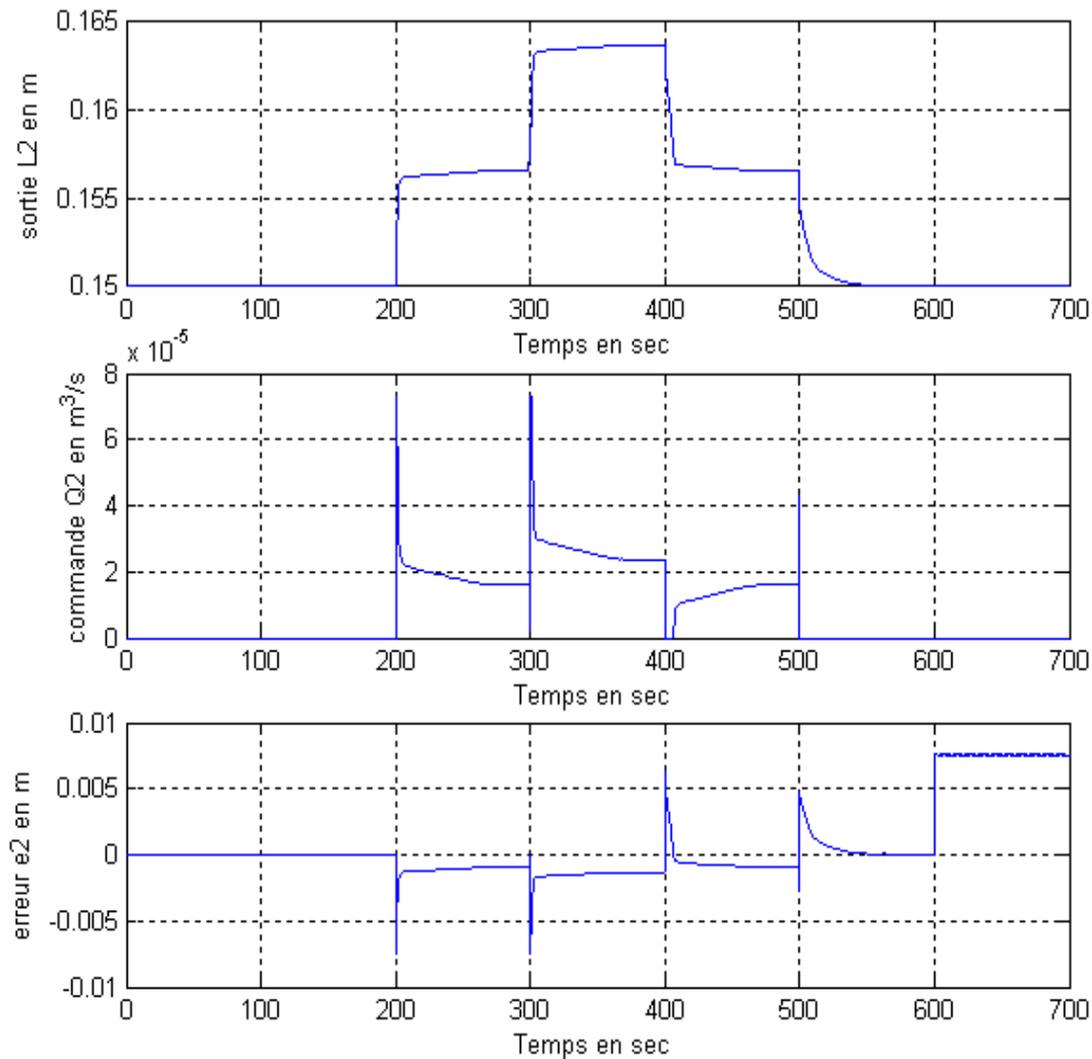


Figure III.8 Réponse L2 de système pour une variation de consigne de $\pm 10\%$

Interprétation :

Les figures (III.7 et III.8) montrent une bonne poursuite de consignes et les bonnes performances obtenues en appliquant la commande par mode de glissant. On remarque que la surface reste maintenue à zéro ($s=e=0$).

Mais pour une variation de la consigne de -5% la réponse de système ne suit pas la consigne désirée ceci est dû à l'inertie du système.

III.8 Rejet de perturbation :

Afin de montrer la robustesse des correcteurs on a appliqué pour le système (le stand expérimental) deux types de perturbations paramétriques par bouchage et par fuite en agissant sur les vannes entre les réservoirs A et B, et les vannes d'évacuation C et D.

III.8.1 Perturbation par bouchage :

La fermeture de la vanne A, B et A et B à 90 % conduisent aux résultats de simulation illustrés respectivement par figures (III.9, III.10 et III.11).

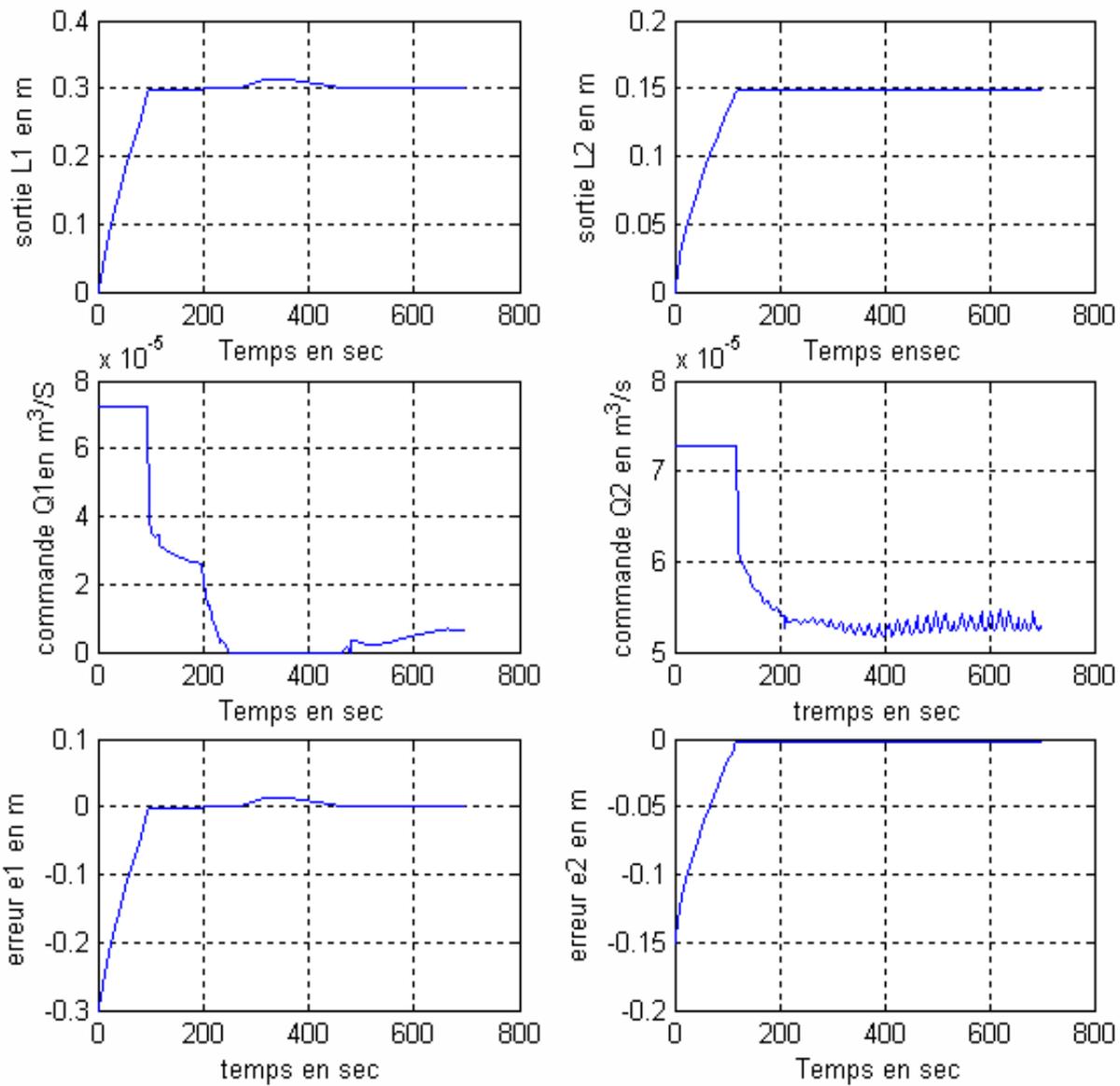


Figure III.9 Application de perturbation par bouchage avec la vanne A de 90%

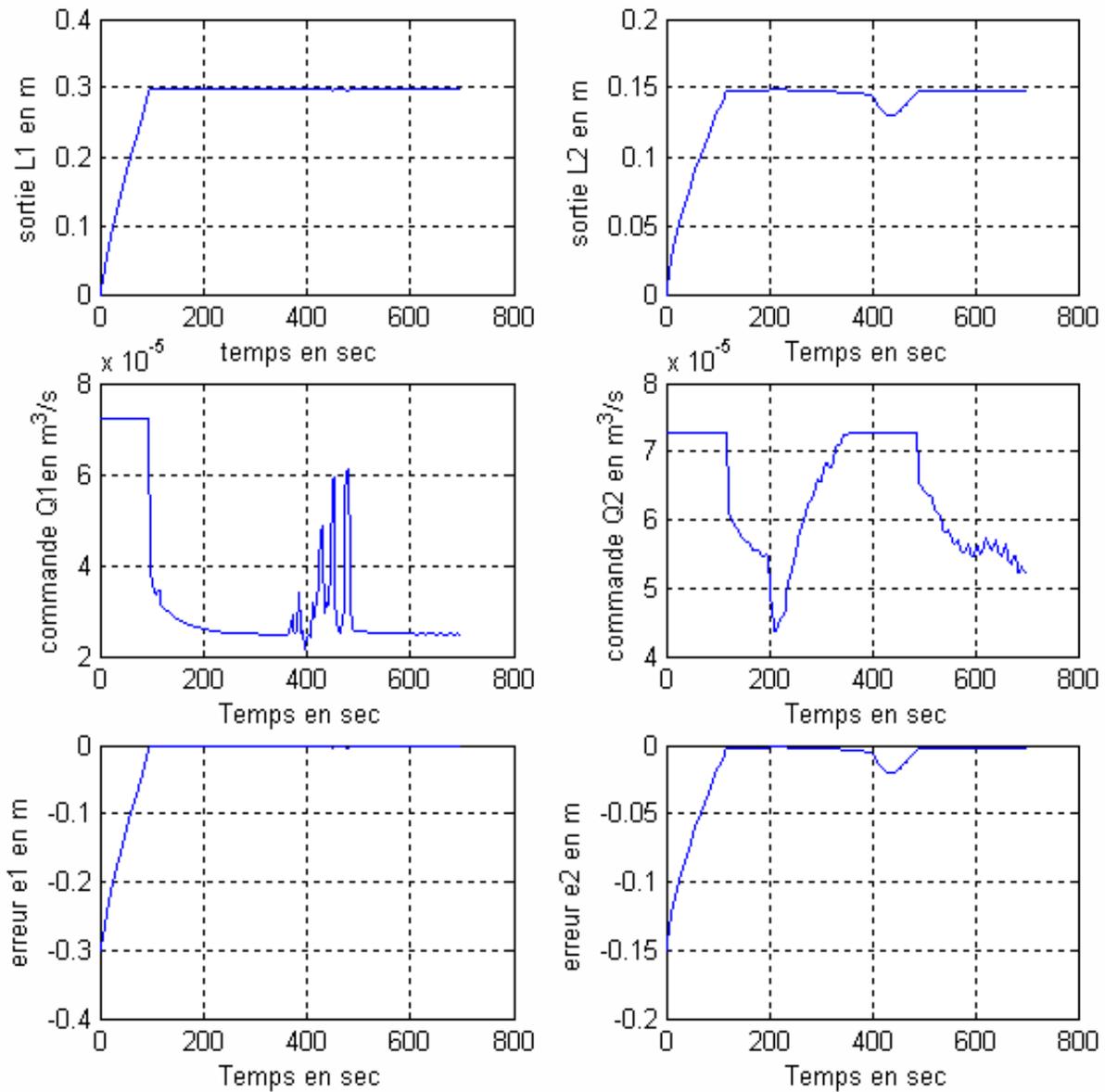


Figure III.10 Application de perturbation par bouchage avec la vanne B de 90%

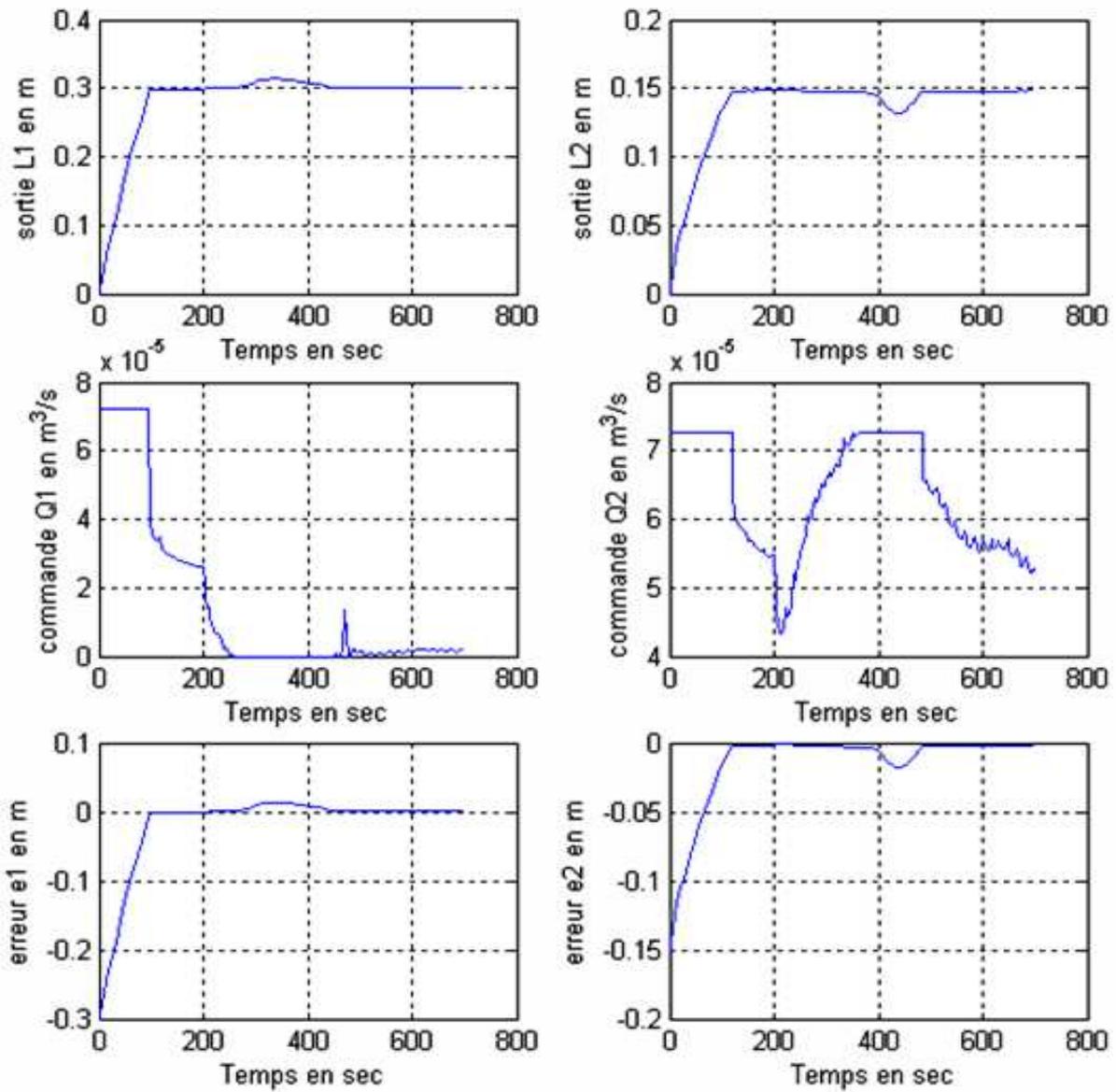


Figure III.11 Application des perturbations par bouchage de 90% sur les deux vannes A et B

Interprétation :

D'après la figure (III.9) le bouchage de la vanne A augmente le niveau L_1 . Par conséquent, la commande Q_1 intervient pour faire diminuer cette augmentation en arrêtant le pompage (débit nul) jusqu'à la compensation quasi-total de régime permanent. Pour le niveau L_2 , on constate une chute négligeable due à ce bouchage

A la figure (III.10) le bouchage à la vanne B entraîne une baisse de niveau L_2 au dessous de la valeur de régime permanent ce qui excite la commande Q_2 à réagir par une augmentation de débit à sa valeur maximale jusqu'à la compensation de cette baisse. Et comme, dans ce cas, on a signalé une baisse petite sur le niveau L_1 qui est indiquée par la commande

Lorsqu'on agit sur les deux vannes A et B (figure III.11) par fermeture à 90% (bouchage), le niveau L_1 s'élève contrairement à la commande Q_1 qui va agir contre cette augmentation avec un arrêt de pompage (débit nul) jusqu'à la compensation quasi-total de niveau désiré. On peut aussi interpréter ce rejet de perturbations paramétriques par le signal de commande appliqué sur l'organe de commande (pompe) qui agit avec la même allure que Q_1 .

Enfin pour le niveau L_2 on remarque une chute de niveau qu'est due à la fermeture des deux vannes à 90%, dans ce cas la commande Q_2 va augmenter proportionnellement à cette chute jusqu'à sa valeur maximale Q_{\max} (débit maximale) qui perdure pendant une centaine de seconde jusqu'à la récupération de la différence de niveau.

III.8.2 Perturbation par fuite :

Dans le cas de perturbation par fuite, on agit par l'ouverture de vannes A, B et A et B à 90%. Les résultats de simulation sont illustrés respectivement par les figures (III.12, III.13 et III.14).

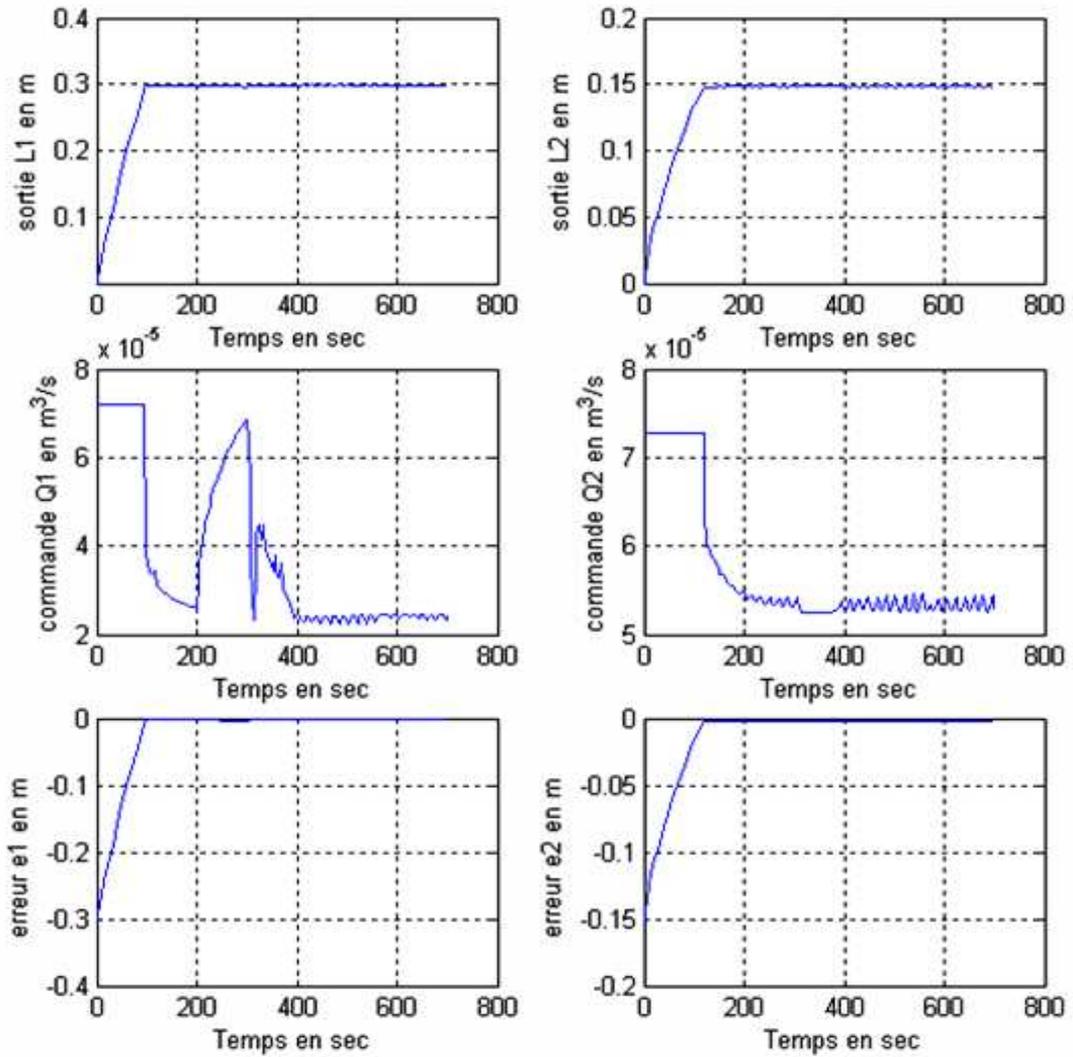


Figure III.12 Réponses du système pour des perturbations par fuite de 95% de la vanne C entre 200sec et 300sec

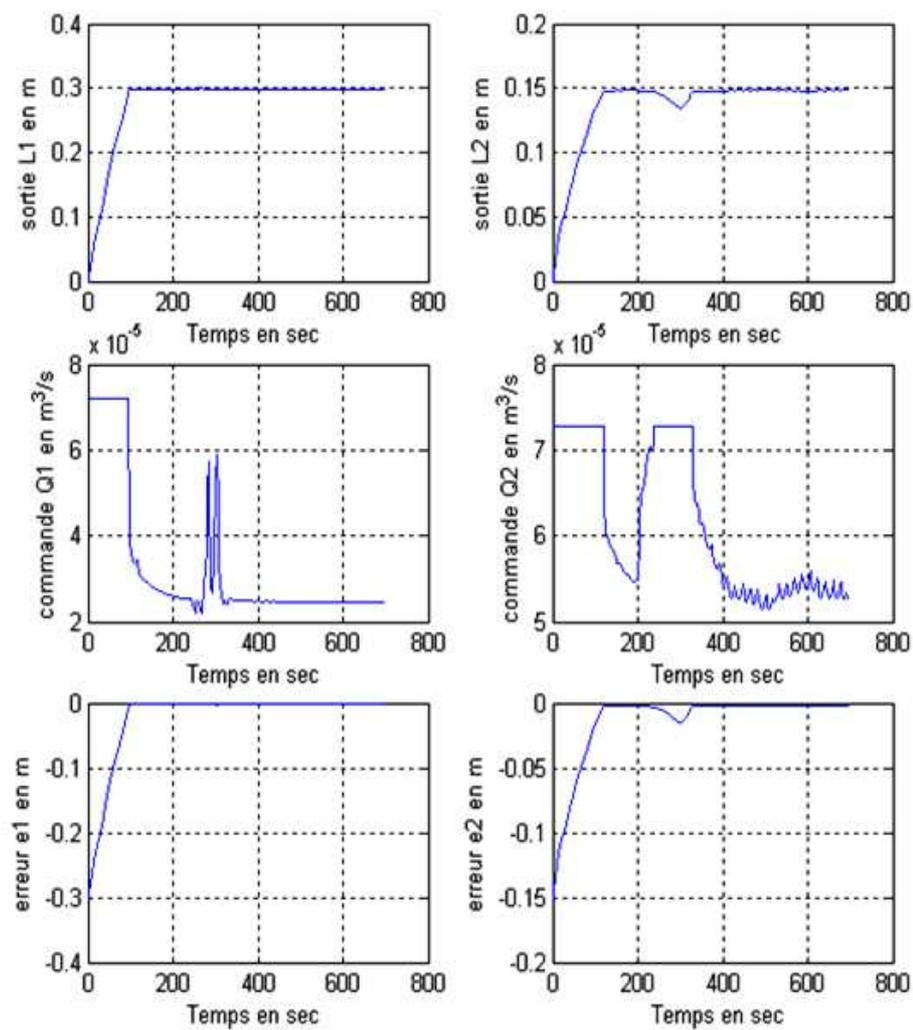


Figure III.13 Réponses du système pour une perturbation par fuite de 90% à la vanne D, entre 200 secs et 300 secs

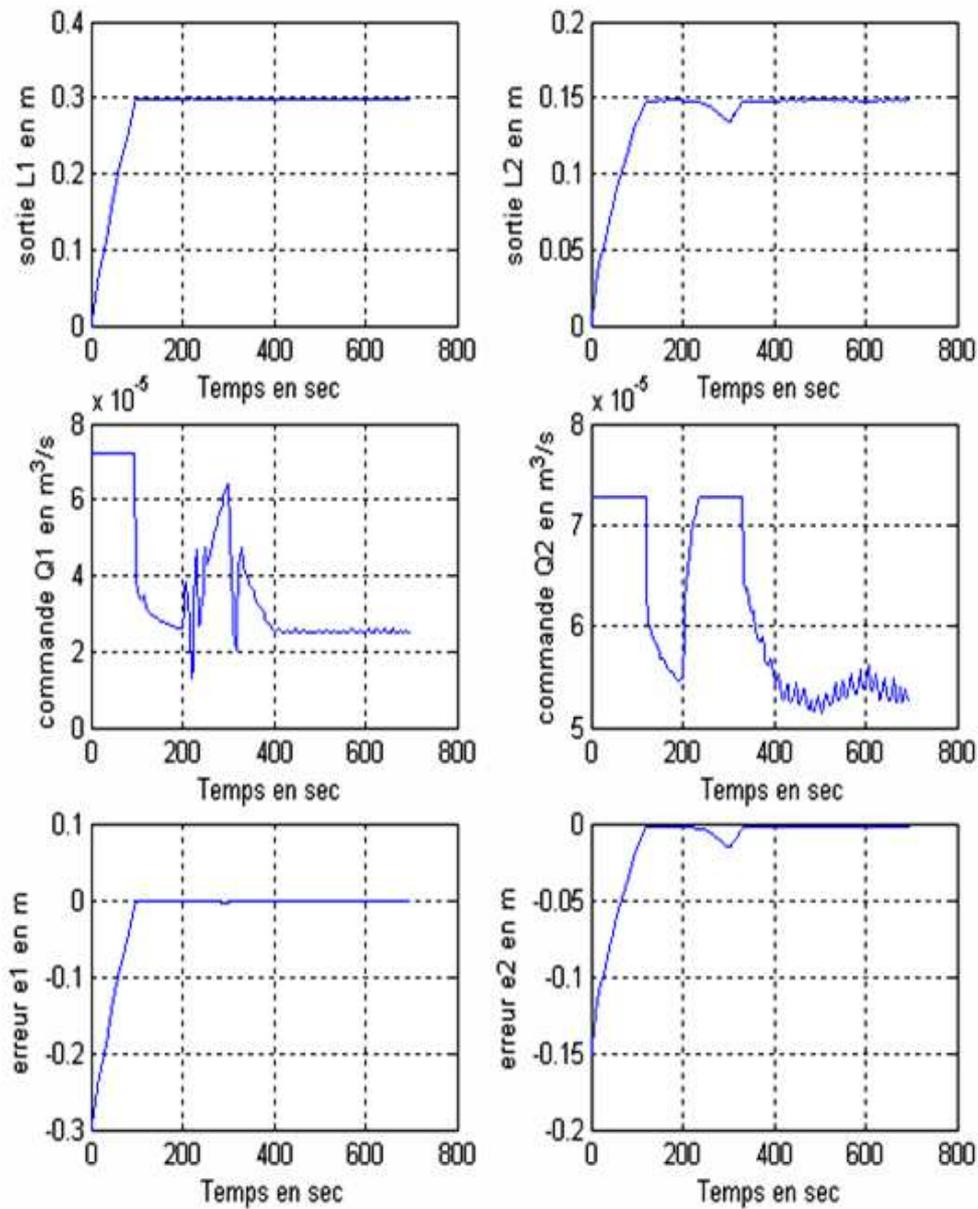


Figure III.14 Réponses du système pour des perturbations par fuite de 90% sur les vannes C et D, entre 200 sec et 300 sec.

Interprétation :

A l'ouverture de vannes C, D et C D (fuites) il y a automatiquement une chute de niveaux L_1 , L_2 et $L_1 L_2$ respectivement visualisée sur les figures (III.12, III.13 et III.14) donc pour faire face à cette dernière, les commandes Q_1 et Q_2 (débits) croient et agissent soigneusement jusqu'au rattrapage de niveaux désirés.

Après l'atteinte de ces deux niveaux, les commandes Q_1 et Q_2 (débits) prend des valeurs constantes oscillatoires dû au glissement de deux points de fonctionnements au voisinage de deux surfaces de glissement ce qui fait apparaître le phénomène de chatterings qu'est faible pour la commande Q_1 et est moyen pour la commande Q_2 . Ce phénomène a longtemps limité l'utilisation de cette commande

III.9 Suppression de chatterings :

En effet, l'inconvénient des commandes par modes glissants est le phénomène de réticence, pour pallier ce problème nous avons remplacé la fonction signe par la fonction de saturation schématisée par la figure (II.11).

A cet effet, pour l'adoucissement de la commande Q_1 on remplace les fonctions $\text{sgn}(s_1)$ et $\text{sgn}(s_2)$ par les fonctions $\text{sat}(s_1)$ et $\text{sat}(s_2)$ dans le schéma bloc de la figure (III.3). Les résultats de simulation sont donnés par la figure (III.15):

La fonction sat est définie comme suit :

$$\varepsilon_1 = 10^{-3} \quad \text{et} \quad \varepsilon_2 = 10^{-6}$$
$$\text{sat}(s) = \begin{cases} \frac{s}{\varepsilon} & \text{si } \left| \frac{s}{\varepsilon} \right| \leq 1 \\ \text{sign}(s) & \text{si } \left| \frac{s}{\varepsilon} \right| > 1 \end{cases}$$

Chapitre III : Application de la commande sur le stand DTS 200

La même chose, pour l'adoucissement de la commande Q_2 , on remplace les fonctions $\text{sgn}(s_1)$ et $\text{sgn}(s_2)$ par les fonctions $\text{sat}(s_1)$ et $\text{sat}(s_2)$ dans le schéma bloc de la figure **(III.3)** et les résultats de simulation sont donnés par la figure **(III.16)** :

$$\varepsilon_1 = 10^{-7} \quad \text{et} \quad \varepsilon_2 = 0.0102$$

$$\text{sat}(s) = \begin{cases} \frac{s}{\varepsilon} & \text{si } \left| \frac{s}{\varepsilon} \right| \leq 1 \\ \text{sign}(s) & \text{si } \left| \frac{s}{\varepsilon} \right| > 1 \end{cases}$$

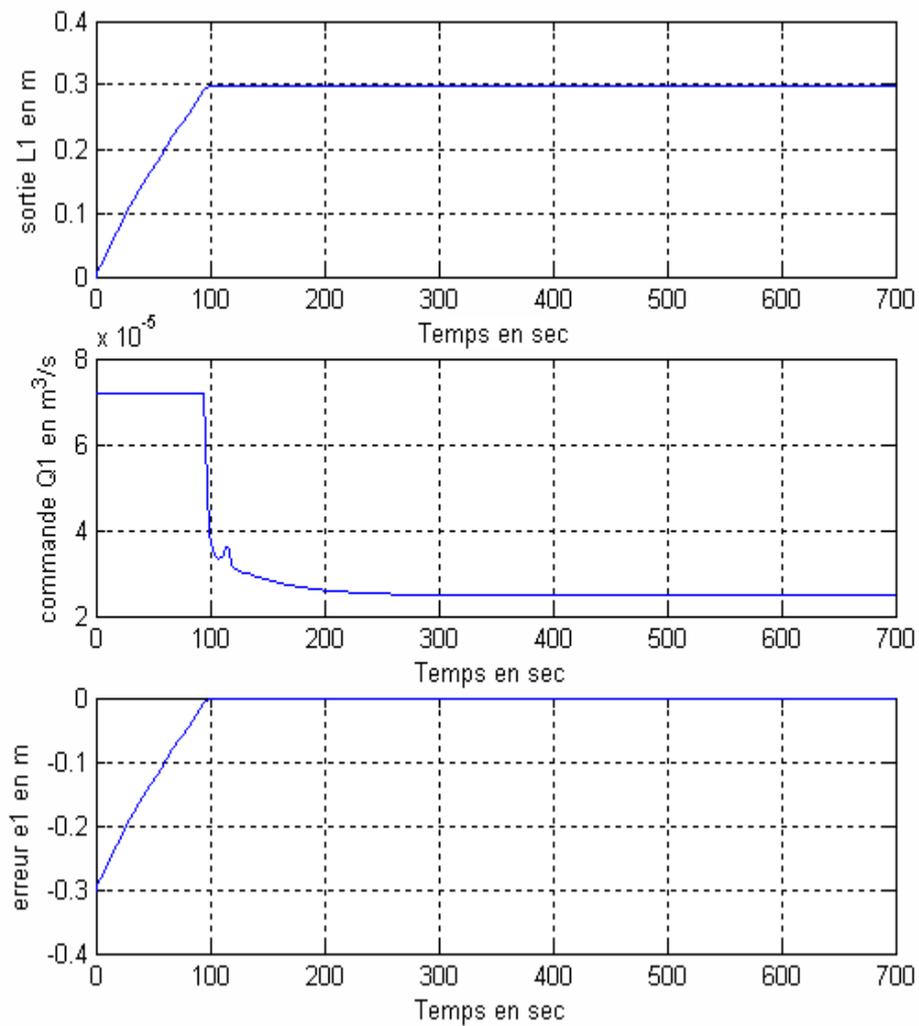


Figure III.15 Réponses L_1 sans chatterings pour $\varepsilon_1=10^{-3}$ et $\varepsilon_2=10^{-6}$

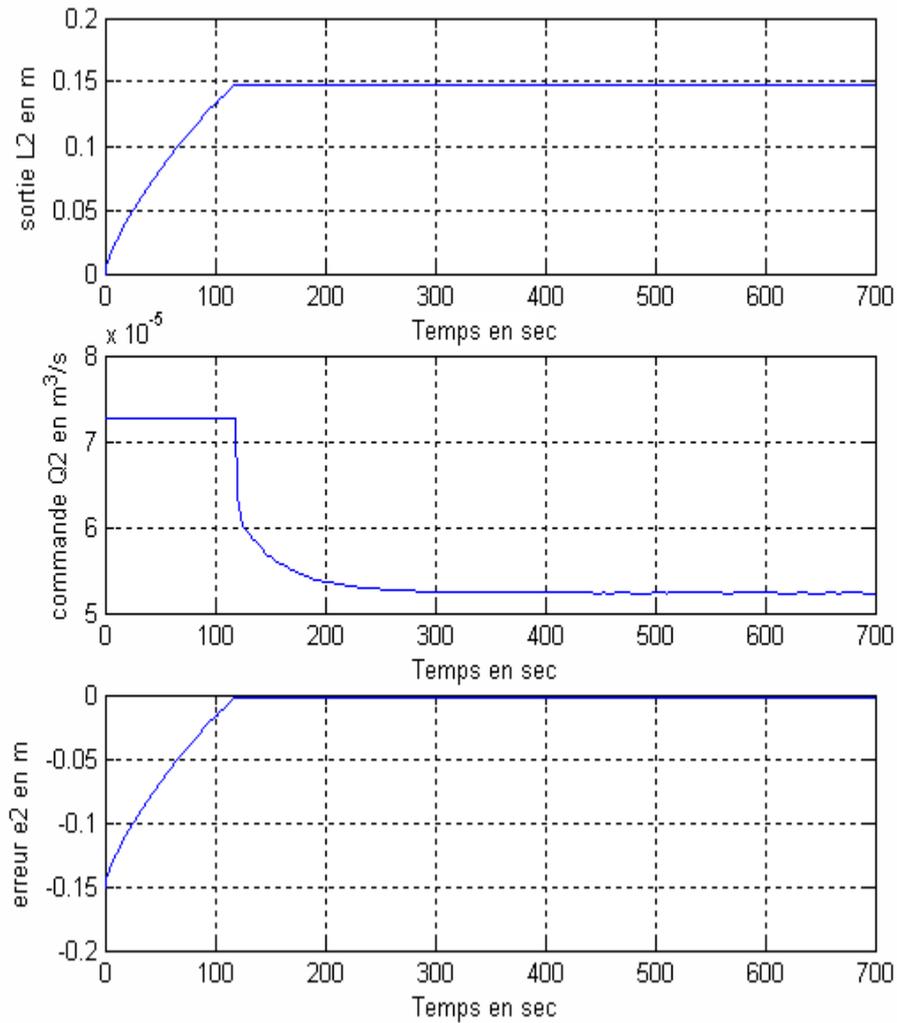


Figure III.16 Réponses L_2 sans chatterings pour $\varepsilon_1=10^{-7}$ et $\varepsilon_2=0.0102$

Interprétation :

D'après les figures (III.13 et III.14), le remplacement de la fonction $\text{sgn}(s)$ par $\text{sat}(s)$ a supprimé le phénomène de chattering pour la commande Q_1 . Pour la commande Q_2 le chattering est négligeable.

Chapitre III : Application de la commande sur le stand DTS 200

Dans ce cas les commandes deviennent lisses mais une chute des performances du système sont observées.

On déduit qu'il y a une interaction entre les deux régulateurs. On constate l'influence de la fonction sat (s_1) sur l'apparition et la suppression de chattering sur la deuxième commande Q_2 et aussi la fonction sat(s_2) sur la première commande Q_1 .

III.10 Conclusion :

Dans ce chapitre, on a présenté une application de la méthodologie de calcul de la commande par mode de glissement classique d'ordre un et leur mise en œuvre sur la station hydraulique.

Les premiers résultats de simulation montrent de meilleurs résultats traduits par une erreur statique presque nulle, rapidité de système, présence de faibles oscillations (chatterings) et de bons résultats de poursuite dans le cas d'une consigne variable.

Signalons aussi la robustesse et l'efficacité de la commande par mode glissant vis-à-vis des rejets de différents types de perturbations paramétriques et son adaptation aux non linéarités de système comparativement aux commandes classiques qui s'avèrent inopportunes à ce type de système (système à structure variable).

L'inconvénient majeur des modes glissants est l'apparition du phénomène de réticence qui se manifeste dans les grandeurs asservies. Les fonctions d'adoucissement permettent sa réduction, cependant elles font apparaître un compromis entre la robustesse de la commande et les performances du système.

Conclusion générale

Conclusion générale

Conclusion générale :

Dans ce travail, on s'est intéressé aux problèmes de commande robuste par mode glissant appliquée pour un système multi variable hydraulique (stand expérimental) en insistant à l'apport sur le plan robustesse vis-à-vis les perturbations paramétriques. Le concept de la commande par mode glissant fait partie des stratégies de commande non linéaire. Elle est aussi une phase particulière de la commande des systèmes à structure variable.

En se référant aux commandes classiques (par PID et par modèle interne) qui sont facile à synthétiser et à mettre en œuvre mais elles sont inadéquates pour des systèmes non linéaires présentant de larges variations paramétriques et de perturbations. On a ainsi procédé à une commande robuste par mode glissant.

A cet effet, on a présenté une méthodologie à suivre pour la synthèse et l'application de ce type de commande sur le stand expérimental. On a aussi présenté des résultats de simulations obtenus qui montrent de bonnes performances (rapidité, écart statique) et rejet de perturbation paramétriques.

On a constaté, d'après les résultats obtenus, que le problème majeur de la commande par mode glissant est l'apparition d'oscillations appelé chattering. Pour palier ce problème on a remplacé la fonction signe par la fonction saturation, dans ce cas la commande devient lisse mais une dégradation de performances est observée.

Notons que si les broutements persistent, des améliorations peuvent être apportées à cette commande en utilisant la technique de commande par mode glissant d'ordre supérieur ou d'autres commandes hybrides .

Bibliographie

- [1] **TOSCANO, Rosario**, <<commande et diagnostic des systèmes dynamiques>>, Ellipse Edition Marking, ENI Saint-Etienne
- [2] <<introduction à l'automatique>> <http://cerig.efpg.fr/1996/2007>
- [3] **FLAUS, J. M.**, <<Régulation industrielle>>Edition Hermès, 1994
- [4] **BUHLER, H.**, << Réglage par mode de glissement>>Press polytechniques romandes, Lausanne Switzerland 1988.
- [5] **S.V. Emelyanov, S.K. Korovin, and L.V. Levantovsky.** << Drift algorithm in Control of uncertain processes. Problems of Control and Information Theory>>, 15(6):425.438, 1986.
- [6] **Fridman and A. Levant.** <<Sliding modes of higher order as a natural Phenomenon in control theory>>. **In Garofalo, F. Glielmo, L.** (Eds.) << Robust Control via Variable Structure and Lyapunov Techniques, Lecture Notes in Control and Information Sciences 217>>, Springer Verlag, p: 107-133, 1996
- [7] **SALGADOJIMINEZ**, <<Contribution à la commande d'un robot sous-marin autonome de type torpille>>, thèse doctorat, UNIVERSITE MONTPELLIER II
- [8] **J.J.E, SLOTINE**, <<applied control>>, prentice-Hall international, INC,USA,1991
- [9] **S.V, Emelyanov**, << Variable structure control systems>>. Moscow Nauka, 1967.
- [10] **V. I, Utkin**, << Sliding mode and their application in variable structure systems>>. Mir, Moscou, 1978.
- [11] **THEODORA. Zahariva**, <<Etude comparative de la csv et la commande PI pour l'asservissement en vitesse du moteur synchrone>>, LESIA /INSA.
- [12] **V. I. Utkin**, << Sliding modes in control optimization>>. Springer-Verlag, 1992
- [13] **J.J.E, Slotine**, << Sliding controller design for nonlinear systems>>. Int.Jour. of Cont., 40(2): 421.434,

- [14] **A. G. Bondarev, S. A. Bondarev, N. E. Kosteleva and V. I. Utkin**, <<*Sliding modes in systems with asymptotic state observers. Automation and remote Control*>>. 46(6):49-64. 1985.