#### Université Mouloud MAMMERI de Tizi Ouzou Faculté de Génie Électrique et d'Informatique Département d'Automatique

### THESE DE DOCTORAT

Spécialité : Automatique

Présentée et soutenue publiquement le 04 mai 2016 par :

### Zedjiga YACINE

#### Thème

# Observateurs pour l'Estimation de la Dynamique Latérale du véhicule et Application à la Détection de Situations Critiques.

#### ${\bf Composition\ du\ jury:}$

Professeur, Université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou	Président
Professeur, Université de Abou Bekr Belkaid de Tlemcen	Examinateur
Professeur, Ecole Polytechnique Nationale	Examinateur
MC-A, Université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou	Examinateur
Professeur, Université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou	Rapporteur
Professeur, Université d'Evry Val d'Essonne	Co-Rapporteur
	Professeur, Université de Abou Bekr Belkaid de Tlemcen Professeur, Ecole Polytechnique Nationale MC-A, Université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou Professeur, Université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou

#### Remerciements

Ce travail à été effectué en collaboration avec le laboratoire IBISC de l'université D'Évry Val d'Essonne et le LLCSP de l'UMMTO. Le sujet a été proposé par le Professeur Mammar.

Je remercie en premier lieu les jurés qui me font l'honneur d'examiner ce travail.

Je remercie Mr B. Cherki, professeur à l'université Abou Bekr Belkaid de Tlemcen et Mr D. Boukhetala, Professeur à l'École Polytechnique Nationale, pour avoir accepté d'être examinateurs de ma thèse.

Je remercie également Mr K. Hammouche, professeur à l'université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou, d'avoir accepté de faire partie de mon jury de thèse et de le présider.

Je remercie Mr R. Kara, maitre de conférences-A à l'université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou, pour avoir accepté d'examiner mes travaux de thèse et de faire partie de mon jury.

Je tiens à remercier mon directeur de thèse, Mr S. Djennoune, professeur à l'université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou, pour son encadrement.

Je tiens à remercier tout particulièrement Mr S. Mammar, mon co-directeur de thèse, pour m'avoir confié cette thèse.

Je saisie l'occasion pour exprimer ma profonde gratitude pour Mr S. Mammar, pour son encadrement, ses encouragements et la confiance qu'il a placé en moi. Ses qualités humaines et professionnelles sont exemplaires. C'est un honneur de travailler avec une personne de son envergure.

J'exprime également ma reconnaissance à Mr S. Djennoune, pour ses encouragements, son suivie, ses conseils et sa disponibilité. J'apprécie la confiance qu'il m'a témoigné.

Je remercie également D. Ichalal, maître de conférences à l'université d'Évry Val d'Essonne, pour son aide, ses conseils et son encadrement de mes travaux, sans les quels l'aboutissement de cette thèse n'aurait pas été vraiment possible. Qu'il trouve à travers ces quelques mots l'expression de ma reconnaissance et gratitude.

Je remercie particulièrement Mme N. Ait-Oufroukh, maître de conférences à l'université d'Évry Val d'Essonne. Au dela de son suivie de mes travaux de thèse, j'ai découvert en elle une amie exceptionnelle. Merci pour tout.

Merci à tous, j'ai eu beaucoup de chance de travailler avec des références comme vous.

On dit qu'une thèse c'est l'expérience d'une vie. Je suis tout à fait d'accord. Mon cas n'y déroge pas. Durant ces quatre années de thèse j'ai beaucoup appris tant sur le plan personnel que professionnel. Il m'a été donné de rencontrer des personnes incroyables. Certaines y étaient dans ma vie pour une saison d'autre y sont encore pour une raison. Toutes ont contribué d'une manière ou d'une autre à faire de cette thèse une expérience inoubliable.

Mon parcours de thèse a été également quelque peu parsemé d'embuches mais j'ai pu les dépasser. Car, quand on veut quelque chose vraiment, l'univers entier conspire en notre faveur.

J'ai également appris une chose qui m'a marqué, et sans doute pour toujours : la parole n'engage que la personne qui l'a reçoit, à bien des égards!

Merci aussi à mes amis qui ont fait partie de cette aventure, qui m'ont soutenu et supporté durant tout ce temps.

Un spécial merci à Élie, pour son amitié, sa présence malgré la distance et sa bonne humeur paradoxale et infaillible et pour tous les fous-rires.

Et pour finir, je remercie mes parents et ma soeur pour leur soutien, affection et encouragements inconditionnels sans lesquels je n'y serais pas arrivée.

À mon père, ma mère et ma soeur Aux amitiés sincères nouées

## Table des matières

Table	des figures	5
Notati	ons	9
Introd	uction générale	11
Chapit	re 1	
État d	e l'art	
1.1	Introduction	15
1.2	Contexte et motivation	15
1.3	Les systèmes de transport intelligents STI (ITS : Intelligent Transportation Systems)	20
	$1.3.1  \hbox{Historique de recherches dans le cadre des projets sur la sécurité routière}  . \ . \ . \ .$	20
	1.3.2 Acceptation des aides à la conduite et limites	30
1.4	Accidents par sorties de voie	33
1.5	Détection de situations critiques	35
1.6	Problématique et objectifs	36
Chapit	re 2	
Représ	entation des dynamiques du véhicule	
2.1	Introduction	40
2.2	Représentation du modèle bicyclette	40
	2.2.1 Introduction au véhicule	40
	2.2.2 Développement du modèle : repères, mouvements du véhicule et hypothèses sim-	
	plificatrices	41
	2.2.3 La dynamique du véhicule	45
	2.2.4 Représentation des efforts de contact roue-sol	48
	2.2.5 Différentes représentations des efforts de contact roue-sol $\dots \dots \dots$	51
	2.2.6 Les différents modèles du véhicule utilisés	55
	2.2.7 Le modèle bicyclette linéaire	55
	2.2.8 Le modèle bicyclette non linéaire	57
2.3	Problématique	58
2.4	Représentaion polytopique de la dynamique latérale du véhicule	59

	2.4.1 Motivation
2.5	Modèles polytopiques Takagui-Sugeno (TS)
2.6	Construction des modèles TS
2.7	Transformation polytopique du modèle du vehicule
	2.7.1 Transformation par secteurs non linéaires
	2.7.2 Transformation par secteurs non linéaires des efforts de contact $F_{yi}$
	2.7.3 Modèle polytopique TS obtenu à partir de la formulation de Pacejka
2.8	Résultats de simulations et validation
	2.8.1 Instrumentation du véhicule prototype
	2.8.2 Résultats de simulations
	2.8.3 Résultats de Validation
2.9	Conclusion
Chapit	ore 3
Généra	alités et outils
3.1	Introduction
3.2	La stabilité
3.3	Stabilités définies pour un système
	3.3.1 Stabilité externe
	3.3.2 Stabilité interne
3.4	Stabilité des systèmes Polytopiques TS
3.5	Observabilité et observateurs des systèmes dynamiques
0.0	3.5.1 Notion d'observabilité
	3.5.2 Observateurs des systèmes non linéaires
3.6	Observabilité des systèmes T-S
3.0	3.6.1 Variables de décision mesurables : VDM
	3.6.2 Variables de décision non mesurables :VDNM
3.7	Systèmes en cascade
3	3.7.1 Stabilité des systèmes en cascade
	3.7.2 Stabilité des systèmes TS en cascade
	3.7.3 Observateurs pour des systèmes en cascade
	3.7.4 Observateurs pour des systèmes TS en cascade
3.8	Discussion et position du problème
3.9	Conclusion
Chapit	ryo A
-	vateurs et stratégies d'estimation
4.1	Introduction
4.2	Observateurs par atténuation de perturbations
	4.2.1 Observateur $L_2$ pour l'estimation de la dynamique latérale du véhicule 120
	4.2.2 Discussion
4.3	Observateurs à entrées inconnues

	4.3.1 Observateur Proportionnel Integral PI	130
	4.3.2 Discussion	138
	4.3.3 Observateur Proportionnel Multi-Integral $PMI$	140
	4.3.4 Discussion	144
4.4	Observateurs en cascade	146
	4.4.1 Observateur en cascade 1	146
	4.4.2 Observateur en cascade 2	156
4.5	Conclusion	163
Chapit	re 5	
Détect	ion de situations critiques ou à risques : Assistance préventive	
5.1	Introduction	165
5.2	Situations limites et détection	165
5.3	Stratégies d'évaluation et de détection du risque	172
	5.3.1 Stratégie d'évaluation et de détection du risque 1	173
	5.3.2 Stratégie d'évaluation et de détection du risque 2	175
	5.3.3 Discussion	180
5.4	Conclusion	181
Conclu	sion générale 1	183
Annex	e A	
Notion	s générales	
A.1	Inégalités Matricielles Linéaires : LMIs	185
	A.1.1 Ensembles et fonctions convexes	185
	A.1.2 LMI: Linear Matrix Inequalities	187
A.2	Systèmes linéaires à paramètres variants : LPV	189
A.3	•	190
A.4	Éléments des principes de la dynamique	191
Biblios	craphie 1	193

# Table des figures

1.1	Accidentologie par rapport aux usagers de la route (France) [179]	16
1.2	Bilan de mortalité et accident de l'année 2015 en France	17
1.3	Evolution de la mortalité sur les routes en fonctions des mesures de sécurité considérées $$ .	17
1.4	Bilan des victimes de la route en fonction des systèmes d'aide à la conduite $\ \ldots \ \ldots$	19
2.1	Les mouvements du véhicule	42
2.2	Les repères	43
2.3	Loi de composition	45
2.4	Forces de contact sur la roue	51
2.5	Forces de contact et moments induits agissant sur la roue	51
2.6	Évolution de l'effort de contact en fonction du glissement $\alpha_i$	52
2.7	Le modèle bicyclette	55
2.8	Secteurs global $(a)$ et local $(b)$	62
2.9	Secteurs non linéaires pour $F_{yi}$	67
2.10	Comparaison entre les efforts non linéaires et polytopique TS $\dots \dots \dots \dots$	67
2.11	Entrée appliquée : angle de braquage des roues avant	72
2.12	Comparaison entre les états des modèles non linéaire, polytopique TS et linéaire	72
2.13	Angles de dérive $\alpha_f$ et $\alpha_r$	73
2.14	Fonctions de pondération $\mu_i(x(t))$	74
2.15	Variation de la vitesse longitudinale $v_x(t)$	74
2.16	Comparaison des états des modèles non linéaire et polytopiques TS avec vitesse variable	
	et constante. Les courbes en pointillets correspondent au modèle TS avec vitesse constante	
	$v_x(t) = 14m/s$	75
2.17	Trajectoire de la piste d'essaies	75
2.18	Mesures réelles de l'angle de braquage $\delta_f(t)$ et de la vitesse longitudinale $v_x(t)$ utiliséss	75
2.19	Comparaison entre les mesures réelles et les états du modèle TS	76
2.20	Comparaison entre les mesures réelles et les états des modèles TS avec vitesse longitudinale	
	constante (pointillets) et variable (discontinu)	76
3.1	Stabilités définies pour un système	79
3.2	Stabilités au sens de lyapunov et asymptotique, trajectoires dans le plan de phase d'un	
	système planaire (second ordre)	82
3.3	Système en cascade de deux sous systèmes	103

3.4	Système en cascade avec les équations de sorties	103
3.5	Le système véhicule mis sous forme cascade	104
4.1	Entrée en angle de braquage utilisée	123
4.2	Comparaison des états réels et estimés obtenus avec l'observateur $L_2$	124
4.3	Comparaison de la vitesse latérale et son estimée	124
4.4	Vitesse longitudinale $v_x(t)$ variable	125
4.5	Comparaison des états réels et estimés obtenus avec l'observateur $L_2$ avec une vitesse	
	longitudinale $v_x$ variable	125
4.6	Comparaison des états réels et estimés obtenus avec l'observateur $\mathcal{L}_2$ en présence de bruit	
	de mesure	126
4.7	Vitesse la térale et son estimée en présence de bruit de mesure. 	126
4.8	Vitesse longitudinale et angle de braquage utilisés	127
4.9	Comparaison des états réels et estimés avec l'observateur $L_2$	127
4.10	Comparaison entre la vitesse la térale réelle et estimée avec l'observateur $L_2$	128
4.11	Entrée en angle de braquage utilisée	135
4.12	Évolution de la borne d'erreur en fonction de $\sigma$	135
4.13	Comparaison des états réels et de leurs estimés obtenus avec le PI. Courbes en rouge :	
	estimées	136
4.14	Comparaison des vitesse latérale (a) et courbure de la route (b) et leurs estimées. Courbes	
	en rouge : estimées	136
4.15	Erreurs d'estimation d'état	137
4.16	Erreurs d'estimation de la vitesse latérale $v_y(t)$ et de la courbure de la route $\rho(t)$	137
4.17	Comparaison la courbure de la route $\rho(t)$ et ses estimées obtenues avec des gains du PI	
	différents : l'estimation $\rho_{e2}$ est obtenu avec un gain augmenté	138
4.18	Comparaison des estimations de la vitesse latérale $v_y(t)$ et de la courbure de la route $\rho(t)$	
	à vitesse longitudinale $v_x(t)$ variable	138
4.19	Comparaison des états réels et estimés avec l'observateur $PI$ . Les courbes en rouge sont	
	les estimations	139
4.20	Comparaison entre la vitesse latérale et la courbure de la route réelles et leurs estimées	
	avec l'observateur $PI$ . Les courbes en rouge sont les estimations	139
4.21	Comparaison de la vitesse latérale et de la courbure de la route et leurs estimées. Mesure :	
	noir, estimée $PMI$ : rouge, estimée $PI$ : bleu	143
4.22	Erreurs d'estimation de la vitesse latérale et de la courbure de la route. Erreur d'estimation	
	avec le $PI$ : bleu, avec le $PMI$ : rouge	144
4.23	Comparaison de la vitesse latérale et de la courbure de la route et leurs estimées. Mesures :	
	noir, estimée $PMI$ : rouge, estimée $PI$ : bleu	144
4.24	Erreurs d'estimation de la vitesse latérale et de la courbure de la route. Erreur d'estimation	
	avec le $PI$ : bleu, avec le $PMI$ : rouge	145
	Le modèle du véhicule mis sous forme cascade	147
4.26	Validation du modèle TS (Courbes bleues : mesures, vertes : modèle non linéaire sans	
	relaxation des force relaxations, rouges : modèle TS avec relaxation des forces) $\ \ldots \ \ldots$	155
4.27	Estimation de la dynamique latérale comparée aux mesures. Courbes rouges : estimées	155

4.28	Estimation de la courbure de la route	156
4.29	Observateur en cascade	158
4.30	Estimations de la vitesse latérale et de la courbure de la route (observateur 1)	163
4.31	Estimation des efforts (observateur 2)	163
4.32	Erreurs d'estimation de la vitesse latérale et de la courbure de la route	164
4.33	Erreurs des estimations des efforts	164
5.1	Situations de sous-virage et sur-virage	166
5.2	Force de contact la térale des roues. Région $1$ : évolution linéaire, région 2 : pseudo glisse-	
	ment, région $3$ : glissement	173
5.3	Stratégie de détection de situations critiques pour éviter les sorties de voie	174
5.4	Detection de situations critiques du mode latéral	175
5.5	Force latérale des roues. Région $1$ : évolution linéaire, région $2$ : pseudo glissement, situation	
	critique, région 3 : glissement	176
5.6	Détection de situations critiques : sous virage et sur virage	179
5.7	Détection de situations critiques : sous virage et sur virage	180
5.8	Détection de situations critiques : sous virage et sur virage	181
A.1	Ensemble convexe	185
A.2	Dérivée de $f(t)$ et son estimée par le Super Twisting	191

### **Notations**

#### **ACRONYMES**

- BMI : Bilinear Matrix Inequality (Inégalité Matricielle Bi-linéaire)
- LMI : Linear Matrix Inequality (Inégalité Matricielle Linéaire)
- LTV : Linear Time Variant (Linéaire à temps Variant)
- LTI: Linear Time Invariant (Linéaire à temps Invariant)
- TS: Takagi-Sugeno
- TS à VDNM : Takagi-Sugeno à Variables de Décision Non Mesurables
- TS à VDM : Takagi-Sugeno à Variables de Décision Mesurables
- UIO : Unknown Input Observer
- PI: Proportionnel Integral
- PMI: Proportionnel Multi-Integrals

#### **MATRICES**

- $-I_n(I)$ : Matrice identité
- P > 0 (P < 0): Matrice définie positive (resp. négative)
- $-P^T$ : Matrice transposée
- $-P^{-1}$ : Matrice inverse
- $-\lambda_{\max}(P)(\lambda_{\min}(P))$ : Valeur propre maximale (resp. minimale)

#### **ENSEMBLES**

- $-\Re$ : Ensemble des nombres réels
- $-\ \Re^+$  : Ensemble des nombres réels positifs
- $-PR(\lambda)$ : Partie réelle de  $\lambda$

#### VARIABLES LIÉES AU VÉHICULE

- -m: Masse du véhicule
- $-\ l_s$  : Distance de visée
- $-I_z$ : Moment de lacet
- $-\ a_f$ : Distance du centre de gravité à l'essieux avant
- $-a_r$ : Distance du centre de gravité à l'essieux arrière
- $-v_x(t)$ : Vitesse longitudinale
- $-v_{y}(t)$ : Vitesse latérale
- $-\psi(t)$ : Angle de lacet
- $-\dot{\psi}(t)$ : Vitesse de lacet
- $-\beta(t)$ : Angle de glissement au centre de gravité
- $-a_y(t)$ : Accéleration latérale

#### Notations

- $\rho(t)$  : Courbure de la route
- ${\cal F}_{yf}(t)$  : Effort de contact pneumatique-chaussée avant
- $-\ F_{yr}(t)$  : Effort de contact pneumatique-chaussée arrière
- $\delta_f(t)$  : Angle de braquage des roues avant
- $-Y_L(t)$ : Écart latéral
- $-\psi_L(t)$ : Angle de cap

## Introduction générale

Le véhicule est de nos jours un outil indispensable à la vie moderne. De plus en plus performant et intégrant des fonctionnalités diverses, les critères en matière de sécurité et de confort sont de plus en plus exigents.

Afin de satisfaire ces critères en termes de sécurité et de confort, des études et analyses sont nécessaires. Cela passe par une modélisation du système véhicule pour disposer d'un modèle mathèmatique représentatif du comportement de celui-ci. La modélisation linéaire du système véhicule est la plus adoptée essentiellement pour la simplicité de représentation obtenue et l'abondance d'outils d'analyse disponibles. En effet, le modèle linéaire du véhicule à été beaucoup utilisé et a fait l'objet de nombreux travaux dans le contexte du contrôle [176], [65], diagnostic et identification de paramètres [241], élaboration de système d'aide à la conduite [210] . . . etc.

Cependant, cette représentation linéaire d'un système initialement non linéaire et complexe qu'est le véhicule n'est qu'une approximation valide au tour d'un point de fonctionnement donné. Les résultats obtenus sur la base de tels modèles dans le contexte du contrôle, diagnostics, . . ., sont de ce fait dégradés dés lors qu'on s'éloigne du point de fonctionnement.

Afin de mieux représenter les systèmes réels tel que le véhicule, le formalisme non linéaire est plus approprié. Cela permeterait de prendre en considération les non linéarités durant l'étape de modélisation reflétant ainsi un comportement plus réaliste. Cependant, l'inconvénient en adoptant ce formalisme est la complexité des modèles obtenus d'un point de vue mathématique. De plus, le manque d'approches d'analyse systèmatique rend l'exploitation des systèmes non linéaires difficile.

L'analyse, le contrôle et l'élaboration de systèmes d'aide à la conduite nécessitent la disponibilité de certaines informations liées à l'état interne du véhicule. En pratique cela n'est pas toujours le cas, soit pour des raisons économiques ou/et techniques.

Pour y remédier, l'estimation de ces variables non disponibles à la mesure s'avère être une alternative intéressante. Dès lors, la conception d'observateurs emèrge et devient une étape indispensable avant toute procédure de contrôle, de sysnthèse de systèmes d'aide à la conduite, . . . .

La conception d'observateurs pour des systèmes linéaires béneficie d'une abondante littérature. Initiés par les travaux de Luenberger [151], beaucoup de travaux y ont été dédiés [202], [89]. Néanmoins, les modèles sur les quels se basent ces observateurs sont linéaires constituant ainsi une restriction conséquente qui se repercute sur la qualité des estimations obtenues. Afin d'étendre la conception des observateurs au cas des systèmes non linéaires, la première initiative était d'appliquer les méthodes developpées dans le cas linéaire directement aux systèmes non linéaires pour exploiter les résultats obtenus. Cette façon de procéder se révèle toutefois restrictive et délicate. Dela, plusieurs techniques et approches d'estimation ont été proposées dans le cadre des systèmes non linéaires [8], [215], [133], [19], [131], [71], [39]. Cependant, l'in-

convénient majeur est le manque d'approches systèmatiques vu que chaque approche est spécifique à une classe de systèmes non linéaires donnée. Par ailleurs, ces approches imposent la vérification d'hypothèses et de conditions contraignantes.

Nous proposons dans ce mémoire de thèse d'estimer les variables liées à la dynamique du véhicule d'un point de vue non linéaire à travers une modélisation qui tient compte des non linéarités du système véhicule tout en étant mathématiquement exploitable. Cela est réalisé via le formalisme des multi-modèles Takagisugeno (TS) [229], [234]. Cette modélisation TS dite également 'polytopique' se base sur l'utilisation d'un ensemble de sous-modèles linéaires où chaqu'un d'eux représente le comportement du système dans une zone de fonctionnement donnée. La représentation globale est assurée par l'interpolation de l'ensemble des sous modèles via des fonctions d'activation non linéaires (fonctions de pondération) traduisant la contribution de chaque sous modèle.

Prouvés comme étant des approximateurs universels, les modèles TS trouvent application dans de nombreux domaines (estimation, contrôle, identification, diagnostique, . . .) et sont largement utilisés pour décrire la dynamique de systèmes non linéaires complexes. En effet, ils offrent l'avantage d'être facilement exploitables d'un point de vue mathématique ce qui permet d'étendre les résultats des systèmes linéaires au cas des systèmes non linéaires sans pour autant perdre la qualité de représentation.

De nombreuses méthodes existent pour l'obtention d'un modèle TS. Le choix d'une méthode par rapport à une autre influence grandement le degré de précision du modèle TS représentant le système non linéaire initial.

Il existe deux catégories de modèles TS selon la nature des variables intervenant dans les fonctions de pondération de ces derniers. Ces variables, dites variables de prémisse ou de décision peuvent être mesurables (entrées, sorties, ...) ou non meusurables (état du système). Les modèles TS à variables de décision mesurables (VDM) sont les plus utilisés et font l'objet de nombreux travaux dans différents domaines [127], [234]. Les modèles TS à variables de décision non mesurables (VDNM) sont quant à eux peu exploités bien qu'ils permettent de représenter une classe plus générale de systèmes non linéaires et d'avoir une représentation exacte de ces derniers. Seuls quelques travaux ont considéré cette catégorie de modèles TS [105].

L'objectif du présent mémoire de thèse est dans un premier temps de représenter la dynamique latérale du véhicule d'un point de vue non linéaire en tenant compte des non linéarités la caractérisant et cela via le formalisme Takagi-Sugeno. Dans un second temps, le modèle TS à VDNM obtenu est exploité pour la synthèse d'observateurs d'état et à entrées inconnues non linéaires.

Les sorties de voie constituent une des causes majeures des accidents de la route [201]. L'assistance à la conduite est une solution qui a été très envisagée et l'est toujours, qui permettrait de réduire le nombre d'accidents causés par les sorties de voie en détectant le danger et prévenir le conducteur suffisament à temps pour corriger sa trajectoire.

Ces systèmes d'aide à la conduite nécessitent pour leur élaboration la disponibilité de certaines variables liées à l'état interne du véhicule et à son environnement mais qui ne sont pas toujours disponibles à la mesure. Dans ce sens, les estimations issues des observateurs TS synthétisés sont exploitées pour établir une stratégie de détéction de situations limites en l'occurence les sorties de voie. Cette procédure constitue le troisième objectif visé par les travaux entrepris dans le cadre de cette thèse.

Afin de mener à bien les objectifs visés, nous avons organisé la thèse comme suit :

Le chapitre 1 constitue une étude de l'accidentologie routière (pricipalement sur les routes françaises) ainsi qu'un état de l'art portant sur les systèmes de transport intelligents et les projets menés dans ce

contexte.

Le chapitre 2 traite de la représentation de la dynamique latérale du véhicule. Le modèle tel qu'il est souvent utilisé dans la littérature est linéaire et représente une restriction par rapport à la précision et la qualité de représentation du comportement réel. Pour pallier cela, le formalisme TS est utilisé afin de décrire la dynamique latérale du véhicule de manière précise reflétant le plus fidélement possible le comportement réel du véhicule. Des tests expérimentaux de validation réalisés sur un véhicule prototype sont effectués pour valider le modèle TS à VDNM du véhicule proposé.

Au chapitre 3, les outils nécessaires à l'analyse de la stabilité des systèmes de façon générale et de façon particuilère pour les TS sont abordés. Quelques notions sur la stabilité des systèmes linéaires, non linéaires et TS sont traitées et qui seront utiles pour la suite du mémoire.

Au chapitre 4, des stratégies sont proposées pour l'estimation de la dynamique latérale du véhicule et des entrées inconnues l'affectant. Différents observateurs sont proposés. L'analyse de la convergence des estimations est effectuée au moyen de fonctions de Lyapunov, formalisée moyennant l'outil des inégalités linéaires matricielles (LMIs). Des résultats de simulations et de validation avec des données réelles sont établis pour valider les approches d'estimation proposées.

Au chapitre 5, la détection de situations limites est élaborée. Se basant sur des données estimées au chapire 4, des stratégies sont proposées pour détecter les sorties de voie ainsi que des situations de survirages et de sousvirages.

Enfin, nous terminons par une conclusion générale et des perspectives par rapport à la suite des travaux présentés dans ce mémoire.

## Chapitre 1

## État de l'art

Sommaire	,	
1.1	Introduction	15
1.2	Contexte et motivation	15
1.3	Les systèmes de transport intelligents STI (ITS : Intelligent Transporta-	
	tion Systems)	20
	$1.3.1  \hbox{Historique de recherches dans le cadre des projets sur la sécurité routière}  . \ . \ .$	20
	1.3.2 Acceptation des aides à la conduite et limites	30
1.4	Accidents par sorties de voie	33
1.5	Détection de situations critiques	35
1.6	Problématique et objectifs	36

#### 1.1 Introduction

À travers ce chapitre, nous nous proposons de positionner les motivations, objectifs et problèmatiques de la présente étude ainsi que les solutions proposées, dans le contexte du véhicule et de la sécurité routière.

Pour cela, dans un premier temps, afin de de rendre compte du nombre de recherches entreprises dans le domaine, nous présentons un état de l'art des programmes de recherche dans le cadre des aides à la conduite, sans prétendre à l'exaustivité de notre démarche.

Les accidents par sorties de voie sont ensuite abordés mettant en avant les causes et les facteurs de ce type d'accidents avant d'introduire la détection de situations dangereuses pouvant mener à de tels accidents.

#### 1.2 Contexte et motivation

Le véhicule de nos jours occupe une place primordiale dans la vie quotidienne. Si le véhicule est utile et indispensable, il est aussi l'une des causes premières de mortalité. La sécurité des véhicules est donc d'une importance particulière. La sécurité au volant passe par la maîtrise du véhicule et cela à travers le contrôle, l'assistance (active ou passive) à la conduite, la détection de défauts et de situations limites, ...

Les accidents et la gravité de leurs conséquences s'expliquent bien souvent par une combinaison de facteurs liés au conducteur, au véhicule, à la route et aux conditions de circulation. Le facteur humain en particulier apparait dans plus de 90 % des cas [180]. Certains facteurs sont déterminés systématiquement après qu'un accident ait eu lieu, tels que l'alcoolémie, le choc contre un obstacle fixe, les conditions météorologiques, . . . etc. Néanmoins, d'autres facteurs, mais pas les moindres, ne sont pas systématiquement identifiés car ils sont très difficiles à déterminer avec précision, comme la vitesse, la somnolence, la fatigue, la distraction, le téléphone au volant, le non respect des distances de sécurité, . . . etc. D'autres facteurs entrent également en jeu, qu'ils soient liés au comportement du conducteur, à l'état du véhicule ou à celui de l'infrastructure.

Malgré des efforts très importants en matière de sécurité des véhicules, les automobilistes constituent encore 50% des tués sur la route et 43% des blessés [179].

D'après le rapport établi par le ministère de l'intérieur <sup>1</sup> sur l'accidentalité routière en 2013, une baisse historique de 11% est notée [181]. C'est le taux le plus bas enregistré depuis les années 1950, année des premières statistiques. Cette baisse de mortalité concerne tous les usagers de la route et s'accompagne d'une baisse du nombre d'accidents et de blessés.

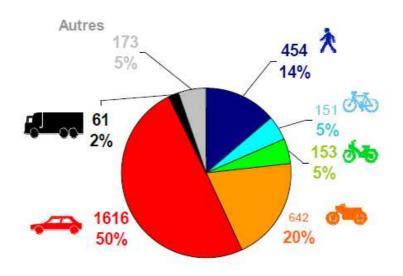


FIGURE 1.1 – Accidentologie par rapport aux usagers de la route (France) [179]

Le nombre de victimes de la route a connu une augmentation de 3,5% en 2014 par rapport à 2013. En 2015, ce nombre connaît une baisse considérable de 17.4% par rapport 2014 où les nombres d'accidents corporels et de blessés affichent une baisse plus modérée (respectivement de 5% et 4.5%).

La vitesse est toujours la cause principale de plus de 25% des accidents et 20% sont dus à l'alcool. Sans pour autant négliger les autres facteurs tels que le manque de vigilance, la fatigue, le non respect des consignes de sécurité et de priorité, . . .

<sup>1.</sup> Ministère de l'intérieur français

Bilan depuis début 2015	Accidents corporels	Tués à 30 jours	Blessés	dont hospitalisés
8 mois 2015 provisoires	36 219	2 253	45 629	17 177
8 mois 2014 définitifs	37 436	2 154	47 206	17 451
Différence 2015 / 2014	-1 217	99	-1 577	-274
Evolution 2015 / 2014	-3.3%	4.6%	-3.3%	-1.6%

FIGURE 1.2 – Bilan de mortalité et accident de l'année 2015 en France

Le bilan accidentologique de ces denières années est certes encourageant mais pas satisfaisant. En effet, même si des vies ont pu être épargnées, le nombre de victimes par jour sur les routes <sup>2</sup> montre combien il est encore nécessaire de se mobiliser.

Pour changer les comportements sur le long terme, aussi bien que le court terme, il est indispensable de prendre des mesures de sécurité : faire comprendre le risque, instaurer des régles et s'assurer qu'elles soient respectées.

L'action peut s'effectuer sur plusieurs niveaux : communication, prévention, contrôle du respect des consignes, sanctions, . . . .

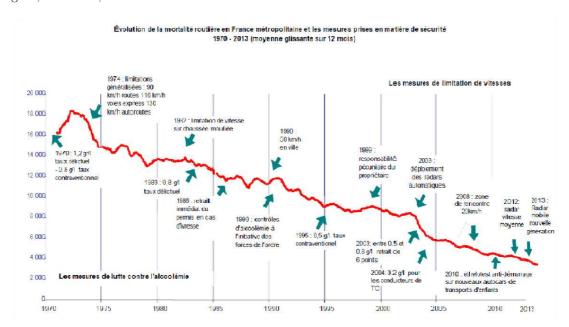


FIGURE 1.3 – Evolution de la mortalité sur les routes en fonctions des mesures de sécurité considérées

Afin de réduire les accidents et leurs conséquences, les systèmes d'aide à la conduite ont émergé à la fin des années 1960. Cependant, ce n'est que dans les années 1990 que les travaux sur les systèmes d'aide à la conduite ont pris de l'envergure, notamment dans le cadre du projet PROMETHEUS $^3$ .

Les rapports d'analyse [14] montrent souvent, que les conséquences graves d'un accident auraient pu être évitées si le conducteur avait effectué une manœuvre adéquate ou s'il avait disposé de moins d'une seconde de temps supplémentaire. En effet, le caractère essentiellement dynamique de la conduite impose

<sup>2.</sup> Statistiques concernant les routes Françaises

 $<sup>3. \,\,</sup>$  www.prometheus.iee.eu

des contraintes très fortes sur les actions à entreprendre. Par ailleurs, pour gérer une situation, même complexe, un conducteur ne disposera au mieux que de quelques secondes durant les quelles il devra recueillir l'information pertinente, l'analyser de manière appropriée, opter pour la meilleure décision et mettre en œuvre des actions adaptées. Le besoin d'une aide à la conduite apparait donc et a pour objectif de mettre en évidence des besoins en assistance et de spécifier les circonstances dans les quelles ces besoins apparaissent.

Les évolutions technologiques de ces dernières décennies ont rendu possible l'élaboration de dispositifs sophistiqués, susceptibles d'aider le conducteur en cherchant à compenser certaines de ses déficiences dans certaines situations, par la transmission d'informations ajoutées ou la prise en charge plus ou moins automatisée de sous tâches critiques : les systèmes d'aide à la conduite emèrgent.

#### Systèmes d'aide à la conduite

Un système d'aide à la conduite (ADAS : Advanced Driver Assistance System), est un système qui permet au conducteur d'être assisté dans sa tâche de conduite en :

- Le libérant d'un certain nombre de tâches qui risquent de diminuer sa vigilance.
- L'assistant dans sa perception de l'environnement (véhicules, infrastructure,...).
- Prévenant les situations dangereuses pouvant mener à l'accident.

Un système d'aide à la conduite peut prodiguer une aide passive ou active. Les dispositifs de sécurité active sont des équipements qui influencent la dynamique du véhicule avant l'apparition de la situation dangereuse pouvant mener jusqu'à l'accident. Pour n'en citer que quelques-uns, l'ABS <sup>4</sup> qui permet d'optimiser la distance de freinage et préserver la contrôlabilité du vehicule, ou encore les systèmes ESP <sup>5</sup> et ESC <sup>6</sup> qui contrôlent le mouvement de rotation de lacet du vehicule grâce au freinage différentiel des roues permettant de stabiliser la trajectoire du véhicule. Également, les limiteurs de vitesse qui ont pour fonction de maintenir la vitesse du véhicule à une valeur réglementaire et limiter la consommation de carburant (voir le projet LAVIA [139]). Aussi, les systèmes d'aide au freinage qui amplifient la pression de freinage pour réduire la distance d'arrêt (système de surveillance de la pression des pneus) et les systèmes anti-collision.

Un système d'aide à la conduite passive est un dispositif qui permet de prévenir de l'occurence imminente d'un accident en alertant le conducteur ou de minimiser ses conséquences une fois qu'il a eu lieu.

Ces aides à la conduite se multiplient dans une optique d'amélioration de la sécurité des personnes, de confort des usagers et de diminution des émissions de polluants. Les systèmes d'assistance active combinés aux systèmes d'aide passive à la conduite aident les conducteurs à éviter un accident ou permettent d'en minimiser les conséquences en évaluant la nature et l'imminence du danger et agissent en :

- Alertant le plus tôt possible le conducteur du danger potentiel
- Avertissant de façon plus directe le conducteur lorsque celui-ci n'a pas réagi à la première alerte
- Aidant le conducteur de façon active ou bien en intervenant directement de manière à prévenir l'accident ou à en minimiser ses conséquences

Ces systèmes de sécurité préventive aident aussi les conducteurs à :

- $4.\$  Anti-Lock Braking System : aide électronique au freinage
- 5. Electronic Stability Program
- 6. Electronic Stability Control

- Maintenir une vitesse sure
- Conserver les distances de sécurité
- Rester sur leur voie
- Éviter les dépassements en situation critique
- Appréhender les croisements
- Éviter les collisions avec les usagers vulnérables

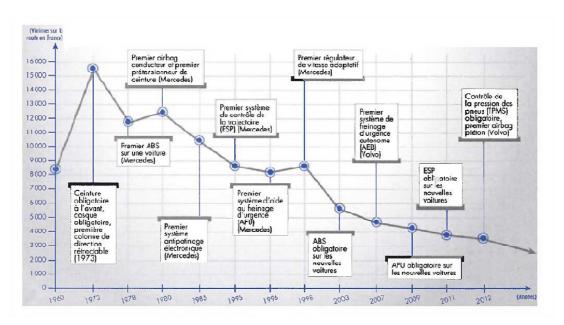


FIGURE 1.4 – Bilan des victimes de la route en fonction des systèmes d'aide à la conduite

Les systèmes d'aide à la conduite sont un secteur en évolution continue. La plupart des systèmes actuels présents en série dans les véhicules ont pour objectif de pallier aux défaillances du conducteur. Ces systèmes d'aide à la conduite agissent sur la sécurité soit en aidant le conducteur à éviter un accident ou une situation à risque, soit en cherchant à en minimiser les conséquences, mais le challenge est d'ajouter l'intégration d'objectifs de confort ou d'efficacité énergétique.

Le véhicule a beaucoup évolué. C'est aujourd'hui un système mécatronique complexe rassemblant des composants mécaniques, électriques, électroniques et informatiques. Les systèmes électroniques embarqués ont révolutionné les vehicules d'aujourd'hui et ont permis de développer des fonctions actives, intégrées progressivement dans les vehicules afin d'assister le conducteur en situation de besoin d'aide. Tous ces progrés ont permis de réduire le nombre de tués sur la route (tous usagers confondus), figure 1.1<sup>7</sup>.

L'enjeu actuel de la recherche est de rendre les dispositifs de sécurité suffisamment surs et performants pour renforcer leur déploiement et utilisation. En effet, si ces systèmes apportent une efficacité à la conduite normale, ils peuvent aussi être source de risques et contraires à la sécurité si :

- Leur interface est mal conçue et sollicite trop l'attention du conducteur,
- Leur fiabilité n'est pas suffisante,
- Ou encore, si leur usage est détourné par le conducteur tenté d'augmenter sa prise de risques au volant

<sup>7.</sup> Données relatives à l'accidentologie sur les routes françaises

D'autres perspectives d'assistance visent une communication généralisée entre le conducteur, son véhicule et son infrastructure, ce qui défini un environnement intelligent. Un environnement intelligent est constitué d'une infrastructure capable de communiquer avec le véhicule, d'interpréter et de transmettre des informations. Cela est rendu possible grâce aux avancées technologiques de l'électronique embarquée.

# 1.3 Les systèmes de transport intelligents STI (ITS : Intelligent Transportation Systems)

Les STI interviennent dans un contexte mondial de congestion du trafic routier et de développement de nouvelles technologies de l'information pour rendre la conduite plus sure. L'objectif est de pourvoir le véhicule en systèmes qui informent et assistent le conducteur dans sa tâche de conduite.

Le monde de la recherche a commencé à se mobiliser autour des années 1960 pour lutter contre les effets néfastes des congestions et l'insécurité routière. En effet, la congestion globale des infrastructures de transport représente un coût socio-économique important en termes de pollution de l'air, de consommation de carburant et donc d'émissions de gaz à effet de serre (GES) ainsi que de victimes et de temps perdu par les usagers dans les transports. Ces phénomènes étaient en constante augmentation dans le monde, résultat de l'accroissement de l'urbanisation, de la croissance démographique et surtout du nombre d'automobiles qui a permis le phénomène dit de rurbanisation, principalement dans les pays développés.

On peut distinguer quatre grandes périodes dans le développement des STI :

- Années 1960 1970: les prémices
- Années 1980 1995 : investissement dans l'information routière embarquée
- Années 1995 2000 : autoroute automatisée et inter-opérabilité
- Années 2000-présent : mobilité durable et sécurité routière

Le but de la gestion du trafic est de fluidifier les axes routiers, de favoriser la circulation des transports publics au détriment des usagers de la voiture particulière et d'encourager le report modal de la voiture particulière vers les transports en commun.

Les technologies utilisées dans les systèmes de transport intelligents varient, allant de systèmes de gestion basiques comme les systèmes de gestion des carrefours à feux, les panneaux à messages variables, les radars automatiques ou la vidéo-surveillance, aux applications les plus avancées qui intègrent des données en temps-réel avec retours d'informations de nombreuses sources, comme les informations météorologiques, les systèmes de dégivrage des ponts, les systèmes de navigation embarqués informant des temps de parcours en temps réel ... etc. De plus, les techniques prédictives sont développées pour permettre une modélisation avancée et une comparaison avec une base regroupant des données historiques de référence.

### 1.3.1 Historique de recherches dans le cadre des projets sur la sécurité routière

Le tout premier concept novateur de la 'voiture sans conducteur' remonte à plus de 50 ans, lorsque General Motors (GM) a présenté une vision de 'voiture sans conducteur' conceptualisée sous contrôle automatisé, à la foire mondiale de New York en 1939. L'idée présentait les voitures électriques alimentées

par des circuits intégrés dans la chaussée et contrôlés par radio. Dés lors, l'exploration de cette idée n'a cessé de s'élargir.

La décennie 60-70: Représente le période de prémisse des travaux et recherches menés dans le but de démontrer la capacité des systèmes à accroitre les performances du transport routier. Après l'apparition des premiers ordinateurs dans les années 1960, les chercheurs ont commencé à envisager les utilisations potentielles des ordinateurs pour fournir un contrôle latéral et longitudinal à la gestion de trafic. Bien que certains de ces projets aient débouché sur des applications pratiques [119], la plupart d'entre eux sont restés au stade du concept, car nécessitant des applications inexistantes à cette époque [136].

La période des années 80-95: Représente l'ère de forts budgets d'investissement dans l'information routière embarquée. Les besoins d'information du trafic routier ont augmenté en raison du développement rapide du transport routier et la préoccupation croissante pour plus d'informations. En même temps, les progrès technologiques ont amélioré les performances et réduit les coûts de dispositifs d'information et ont permis le développement de nouveaux systèmes. De nombreux projets ambitieux ont été entrepris, visant essentiellement les systèmes avancés de gestion de trafic et d'information aux voyageurs et conducteurs, tel que le projet PROMETHEUS (1986-1995) en Europe, PATH (lancé en 1986) aux USA, RACS (lancé en 1987) et ASV (lancé en 1991) au Japon et le projet CyberCar (lancé en 1991) en Europe.

Les années 1995-2000 : Ont vu les recherches mettre l'accent sur une vision à long terme, l'autoroute automatisée. Cette idée a séduit par l'aspect 'automatisé ' de la relation entre le véhicule et l'infrastructure. Néanmoins, cette perspective s'avère un tant soit peu 'utopique' à l'époque, car en effet comportant des obstacles importants aussi bien scientifiques et technologiques (mise au point de systèmes de contrôle efficaces et sûrs de fonctionnement quel que soit le trafic) que sociétaux (acceptabilité par les usagers) et budgétaires. Des projets importants tel que AHS (lancé en 1997) aux USA et LaRA (lancé en 1998) en France ont été menés dans le cadre de cette vision.

Les années 2000-présent : Ont vu les projets de recherche s'orienter vers la mobilité durable et sécurité routière, moyennant le court terme, visant plutôt à améliorer la sécurité des conducteurs en introduisant des systèmes d'aide active et passive, mettant l'accent sur le conducteur qu'on ne cherche plus à remplacer, mais plutôt à assister. Le concept du 'copilote' émerge. De nombreux projets ont été entrepris ou sont en cours, tel que le projet ARCOS (2001-2004) en France, CarSens (2000-2001), IVHW (2001-2002), LAVIA( 2001), PREVENT-IP (2004-2007) et CVIS (lancé en 2008) en Europe et AKTIV (2006-2010) en Allemagne.

La recherche et développements dans le domaine des ITS ont suivi approximativement le même parcours dans le monde entier et ont connu plusieurs ré-orientations au cours de ces dernières décennies. Comme cité ci-dessus, plusieurs projets ont émergé au fil des années et ont été menés suivant la tendance de la recherche et les besoins mis en avant, allant des projets de grande envergure pour une autoroute intelligente et automatisée vers des projets pas moins ambitieux mais se focalisant sur le véhicule et son conducteur à plus ou moins court terme.

L'étude du véhicule par rapport à differents aspects de sa maîtrise a fait l'objet de beaucoup de travaux comme en témoigne la multitude de projets menés dans ce contexte, tous ont pour objectif la quête d'une

meilleure expérience de conduite assurant à la fois sécurité et ergonomie. Dans ce qui suit, nous passons en revue de façon brève certains des projets menés dans le cadre des STI pour l'assistance à la conduite, qui ont marqué le domaine et façonné l'évolution du véhicule et révolutionné la conduite.

**PROMETHEUS** Le projet EUREKA-PROMETHEUS <sup>8</sup> lancé par Daimler-Benz, a probablement été le plus grand projet de recherche et de développement dans le cadre des STI. Projet précurseur, c'est aussi l'un des plus ambitieux jamais entrepris. Mené entre 1986 et 1995, il a bénéficié d'un financement d'un milliard d'euros financé par la commission européenne. De nombreuses universités et centres de recherche y ont participé ainsi que plusieurs constructeurs automobiles et équipementiers [69].

L'objectif visé par le projet était d'assurer un haut niveau de sécurité à l'aide de systèmes de gestion avancés garantissant un trafic routier plus efficace avec impact réduit sur l'environnement [119]. Les travaux de recherches du projet PROMETHEUS ont aboutit à la construction de plusieurs véhicules prototypes. Le projet a atteint sont premier point de visée en 1994 avec les tests effectués sur les deux véhicules-robots VAMP et VITA-2 [65]. Ces vehicules prototypes intégraient des dispositifs de détection d'environnement par vision, le suivie automatique de voie, la détection d'obstacles, l'analyse du trafic et la reconnaissance des panneaux de circulation assurant ainsi une conduite autonome sans risque (prouvée lors du test de 1994) [204].

Bien que les résultats obtenus dans le cadre des recherches de PROMETHEUS soient exceptionnels, ils n'ont pas aboutit à des applications pratiques. Essentiellement à cause des faibles avancées technologiques des approches embarquées ainsi que les coûts élevés des composants capteurs. Néanmoins, ces travaux se sont traduits dans de nombreuses technologies avec de grands avantages que Mercedes-Benz à concrétisé en produits techniques, parmi eux, le système DISTRONIC PLUS (système intelligent de régulation de vitesse) et les freins automatiques (Pre-Safe) [46]. Ce projet a eu un impact à long terme et continue d'influencer le développement des STI à ce jour.

PATH (California-) Lancé en 1986, California-PATH <sup>9</sup> est un projet américain à l'instar de PROME-THEUS par son envergure. Il est géré par l'ITS (Institute of Transportation Studies) à l'université de Californie-Berkeley en collaboration avec CalTrans (California departement of Transportation). PATH est un programme pluridisciplinaire financé par CalTrans en partie et par le ministère américain des transports ainsi que par d'autres organismes d'état privés, qui a pour mission de développer des solutions aux problèmes de transport de surface de la Californie grâce à la technologie de pointe, privilégiant les directions de recherches qui offrent des améliorations significatives dans le fonctionnement du système de transport, abordant des solutions relativement à long terme aussi bien que les étapes évolutives nécessaires pour y arriver [32]. Trois axes de recherches y ont été établis :

- La recherche sur la sécurité dans les transports (Research Transportation Safety).
- La recherche sur la gestion du trafic (Research trafic Operations).
- La recherche sur les politiques et le comportement (Policy and Behavioral Research).

Ces domaines abordent différents volets de la modélisation et contrôle des véhicules et du conducteur [65], incluant la modélisation des vehicules légers, lourds et des bus [189], la modélisation du conducteur [55], l'équipement du véhicule pour le contrôle latéral et longitudinal, le contrôle autonome latéral et longitudinal du véhicule ainsi que d'un groupe de véhicules [189], [192], [227].

<sup>8.</sup> PROgramme for European Traffic with Highest Efficiency and Unprecedented Safety

<sup>9.</sup> Partners for Advanced Transit and Highways

Les résultats obtenus ou travaux en cours dans le cadre de ce projet sont résumés dans [32] et sont consultables sur le site du programme <sup>10</sup>.

RACS Également dans l'ère de l'information routière embarquée, au Japon, le PWRI (Public Works Research Institute) du ministère de la construction a lancé le développement d'un système de communication route-automobile RACS <sup>11</sup> dans un projet de recherche des STI réunissant conjointement 25 entreprises privées. Le sujet du projet de développement était d'établir ce système de communication en utilisant les balises de transmission de bord de route composé d'un système de navigation, d'un système d'information et d'un système de communication individuelle. Les progrès technologiques considérables ont amélioré les performances et réduit le coût des dispositifs d'information et ont permis le développement de nouveaux systèmes [161]. Le projet a étudié un nouveau système d'information en utilisant une communication route/automobile pour accroître la commodité des usagers de la route.

A l'issue de cette étude, le système proposé se compose d'un système de navigation, d'un système d'information dynamique et d'un système de communication individuelle. Cela a commencé avec les appareils de navigation embarqués et les balises de signalisation pour le positionnement et évolua graduellement vers un système global. La première expérimentation sur terrain réalisée par les agences gouvernementales et les entreprises privées a eu lieu début 1987. Grace à ces expériences, RACS a été confirmé entièrement praticable comme système d'information et de navigation. L'amélioration du système est maintenant en cours [242].

CyberCars La route complètement automatisée semble être une perspective irréaliste, pourtant, des petits véhicules automatiques (dans des sites particuliers, zones urbaines, parcs de stationnement ou de loisirs) sont un défi déjà engagé par les chercheurs. C'est grâce aux connaissances scientifiques accumulées en matière de contrôle automatique de systèmes complexes, au développement technologique de divers capteurs performants 'embarquables' pour la perception de l'environnement et aux avancées continues des connaissances et des savoir-faires en vision artificielle que les chercheurs ont pu s'engager dans cette voie.

En Europe, les projets CyberCars et CyberMove ont conduit à des avancées significatives dans ce domaine, accréditant ce concept de véhicules autonomes mais laissant encore un certain nombre de problèmes ouverts, comme l'insertion effective de tels véhicules dans des zones urbaines. En France, l'un des pionniers dans le domaine est Michel Parent (INRIA-Sophia Antipolis), qui mène depuis de nombreuses années des recherches sur des véhicules électriques, aujourd'hui construits et commercialisés par la société française ROBOSOFT et acquis par plusieurs laboratoires de recherche.

AHS Le programme AHS  $^{12}$  est un projet américain de grande ampleur, dont l'idée ambitieuse visait la réalisation d'une infrastructure automatisée pour garantir la sécurité des usagers de la route. Le projet AHS était prévu sur trois grandes phases : L'analyse (1993 – 1996), la définition du système (1994 – 2001) et les tests opérationnels d'évaluation (à partir de 2001) [98] géré par l'organisme NAHSC (National Automated Highway System Consortium). Le projet est en partenariat entre le gouvernement, les industries automobiles, l'industrie routière, les organismes d'état et locaux des transports ainsi que les industries de l'électronique et des communications [42].

 $<sup>10.\ \</sup>mathrm{http://www.path.berkeley.edu/}$ 

<sup>11.</sup> Road Automobile Communication System

<sup>12.</sup> Automated Highway System

L'objectif visé est de mettre l'accent sur les technologies existantes et des concepts qui peuvent être intégrés rapidement pour fournir une preuve solide de faisabilité d'une infrastructure automatisée. Développer une autoroute automatisée et un prototype de véhicule à partir du quel l'avenir entièrement automatisé du système véhicule-route intelligente peut être développé à travers une vision de technologie qui rendrait la route et la conduite efficaces, sures et prévisibles.

Le concept de AHS consiste en un système automatisé de l'autoroute, la voiture sera guidée par la route plutôt que par le conducteur. Des capteurs et des dispositifs de communication permettront de relier la route et le véhicule afin de maximiser les performances de conduite. Les erreurs du conducteur seront réduites et, finalement, avec la mise en oeuvre complète, éliminées.

En août 1997, le NAHSC a effectué une démonstration de la faisabilité technique du projet AHS. Son but était de montrer au monde entier que l'aboutissement à une autoroute automatisée était possible et que le concept fournissait la sécurité et l'efficacité escomptées [31]. Néanmoins, malgré le succès et les résultats obtenus de la démonstration, le projet AHS a vu ces objectifs s'orienter vers d'autres objectifs pouvant déboucher sur le court terme. Car même si les résultats jusque là obtenus sont concluants, la mise en pratique de tels systèmes automatisés manque de déploiement suffisant, et se heurte aux mêmes obstacles que rencontrent les projets visant la réalisation d'une infrastructure automatisée.

LaRA Le projet LaRA <sup>13</sup> est un projet français, qui a été lancé en 1998 en partenariat avec quatre grands laboratoires de recherche : ENPC (École Nationale des Ponts et des Chaussées), ENSMP (École Nationale Supérieure des Mines de Paris), INRETS (Institut National de Recherche sur les Transports et leur Sécurité) et LCPC (Laboratoire Central des Ponts et Chaussées). L'objectif principal de ce projet était d'étudier, développer et tester un ensemble de fonctions technologiques pour l'assistance et l'automatisation des fonctions de conduite des véhicules routiers. Le but étant de déboucher sur des progrès significatifs à la fois au niveau sécuritaire et au niveau de la qualité de service, tant pour des véhicules traditionnels (véhicules privés ou poids lourds) que pour de nouveaux types de véhicules adaptés à des transports spécifiques. De nombreux sous projets en ont émergé parmi les quels, l'assistance en intersection et la sécurité des piétons et cyclistes [65].

L'objectif principal de l'Assistance en intersection est de réduire le nombre d'accidents aux intersections en soutenant le conducteur en abordant et en traversant une intersection, en utilisant les systèmes embarqués de détection, de communication coopérative et l'analyse complète de la situation qui sont une base pour l'aide en intersection. Une sélection appropriée des informations et des stratégies de mise en garde à l'intervention autonome sera d'assurer le soutien adéquat du conducteur.

Le sous-projet de sécurité des piétons et cyclistes vise à développer et à tester des mesures actives pour améliorer la sécurité des usagers vulnérables de la route en utilisant des systèmes de détection et d'anticipation capables de détecter un accident imminent en avance afin d'éviter les collisions ou au moins de réduire leurs conséquences de manière significative.

Dans cette action seront aussi conduites des études sur les systèmes intégrant ces technologies pour évaluer leur impact et leur pertinence. En ce qui concerne les véhicules routiers traditionnels, l'approche sera plus progressive de façon à ce que l'objectif à long terme (de 15 à 30 ans) soit bien l'automatisation totale du véhicule, au moins sur une partie de son trajet.

LaRA a aboutit à un contrat industriel avec Renault sur la conduite assistée. Dans ce programme, il était question de mettre au point l'algorithme d'accélération et de freinage en fonction d'informations de

<sup>13.</sup> La Route Automatisée

distance avec le véhicule précédent obtenues par un radar. Aussi, l'action LaRA a été impliquée dans deux projets de recherche françaises financés par le PREDIT sur La route automatisée. L'un sur l'évaluation des systèmes de transport intelligents et un autre sur l'optimisation de la recharge des flottes de véhicules électriques [65].

Sur le plan international, l'action LaRA a continué ses collaborations sur la route automatisée avec l'Université de Berkeley aux USA et la Nanyang Technical University de Singapour. Le projet LaRA regroupait tous les objectifs et ambitions du concept de 'l'autoroute automatisée'. Cette idée continue toujours de faire rêver et d'attirer les chercheurs, néanmoins, le déploiement nécessaire et les moyens de mise en pratique sont autant de barrières qui ont fait que les recherches s'orientent plus vers le court terme et se recentrer sur l'objectif initial de toutes ces actions entreprises dans le cadre des projets, qui est la sécurité du conducteur.

CarSens Le projet CarSens, était financé par la commission européenne durant les années 2000 – 2002. L'objectif du projet était la perception par un véhicule de son environnement, à basse vitesse en developpant un ensemble complet de capteurs pouvant être embarqués sur des véhicules legers, tels que les radars à courte et longue portée, le télémètre laser, la vision et la stéréovision [73].

L'enregistreur de données embarquait la première version de la technologie Maps, dont le succès du projet a entrainé l'industrialisation du logiciel Maps par la société Intempora.

LAVIA Que ce soit en France où à l'étranger, les spécialistes de l'accidentologie s'accordent sur le fait que la vitesse est à la fois un facteur déclenchant des accidents et aggravant de leurs conséquences. Alors que se généralise aux Etats-Unis le régulateur de vitesse, les premiers limiteurs de vitesse manuels proposés par les constructeurs français sont sous forme d'équipements optionnels. Delà à imaginer un système qui fixe automatiquement la vitesse limite à la hauteur de la vitesse réglementaire, il n'y avait qu'un pas qu'il est désormais possible de franchir grâce aux progrès techniques : c'est le limiteur s'adaptant à la vitesse autorisée ou LAVIA <sup>14</sup>. C'est le projet français d'expérimentation et d'évaluation du limiteur de vitesse s'adaptant à la vitesse autorisée qui a été réalisé dans le département des Yvelines. C'est un dispositif d'aide à la conduite qui peut fonctionner selon plusieurs modes :

- Le mode informatif : le conducteur est informé à tout instant par affichage sur le tableau de bord de la vitesse autorisée à l'endroit où il se trouve en cas de franchissement, l'affichage clignote et un voyant s'allume sur le tableau de bord.
- Le mode actif débrayable : le conducteur ne peut dépasser la vitesse réglementaire en vigueur à l'endroit où il se trouve. Pratiquement, cela se traduit par le fait qu'au delà de cette vitesse limite, la pédale d'accélérateur est sans effet car un dispositif électronique limite automatiquement l'injection de carburant. Le conducteur a cependant la possibilité de désactiver le limiteur grâce à un bouton marche/arrêt.
- Le mode actif non débrayable : mode proche du précédent, la seule différence c'est que le conducteur ne peut pas désactiver le limiteur.

Selon les conducteurs qui ont accepté le 'mode actif débrayable' (45% des personnes qui l'ont testé [199]), le LAVIA permet d'éviter les excès de vitesse d'inattention et les contraventions ou pertes de points qui vont avec. De plus, dès 30 km/h, le LAVIA, offre des gains significatifs en termes de respect des vitesses. Enfin et surtout, il est efficace en matière de sécurité routière. L'initiative française dans

<sup>14.</sup> Limiteur s'Adaptant à la VItesse Autorisée

le cadre de la limitation de vitesse n'est pas isolée. En Europe, et plus précisément au Pays-Bas, en Grande-Bretagne et en Suède ont été engagées depuis quelques années des expériences comparables.

PReVENT-IP PReVENT-IP <sup>15</sup> est un projet européen qui a réuni pendant quatre ans un grand nombre de partenaires entre 2004 et 2007, pour une vision qui portait sur la création d'une région de sécurité électronique autour du véhicule grâce à l'utilisation des systèmes embarqués qui détectent la nature et l'importance du danger. Cette région de sécurité est considérée comme une enveloppe dont le but de l'assistance est d'y maintenir à l'intérieur au maximum le conducteur. L'objectif visionnaire de PReVENT est de développer, de démontrer, de tester et d'évaluer des applications de sécurité préventives en utilisant des capteurs et des technologies de communication et de positionnement, intégrées dans des systèmes embarqués, le tout, pour une assistance à la conduite efficace. Le projet PReVENT [204] regroupe dans son ensemble beaucoup des aspects de l'assistance à la conduite, nécessaires à une sécurité optimale du conducteur. Le conducteur qui est d'ailleurs pris en considération et intégré dans la phase de conception et d'évaluations des fonctions d'assistances [65].

De nombreuses fonctions y ont été élaborées dans le cadre de PReVENT-IP, telles que [204] :

- La fonction d'assistance au contrôle longitudinal.
- La fonction d'assistance au contrôle latéral.
- La fonction pour la sécurité en intersection.
- La fonction de protection des usagers vulnérables et mitigation des collisions.
- Les actions pour faciliter l'intégration de ces fonctions de sécurité et évaluation de l'impact.

Les systèmes intelligents développés dans PReVENT sont organisés en un plan fonctionnel qui est la compréhension, planification et action, afin de mieux assister le conducteur. Les résultats sont consultables sur le site du projet : http://www.prevent-ip.org.

CVIS Projet européen qui a débuté en Février 2008 pour une durée de 4 ans, CVIS <sup>16</sup> avait pour objectif ambitieux de développer la coopération véhicule-infrastructure pour améliorer la sécurité routière, optimiser le trafic et réduire les impacts environnementaux des transports. Le projet comporte 60 partenaires dont ASF (Autoroutes du Sud de la France), la communauté urbaine de Lyon, l'INRIA (Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique), l'IFSTTAR (Institut Français des Sciences et Technologies des Transports, de l'Aménagement et des Réseaux) et Renault. CVIS a pour buts de développer :

- Un terminal réseau standardisé permettant la communication véhicule-véhicule et véhicule-infrastructure.
- Des techniques pour améliorer la connaissance de la position des véhicules, et la visualisation sur carte, en utilisant notamment Galileo.
- De nouveaux systèmes coopératifs pour la gestion du trafic et la détection automatique des incidents.
- De nouvelles applications innovantes coopératives pour l'assistance à la conduite.
- Des outils pour identifier les enjeux de déploiement non techniques.

CVIS développe du matériel et des logiciels qui sont basés sur des standards ouverts et qui peuvent être facilement mis à jour, et donc, contrairement à beaucoup de systèmes d'aujourd'hui, l'architecture mise en oeuvre dans CVIS ne deviendra pas obsolète quand de nouvelles technologies arrivent.

<sup>15.</sup> Preventive and Active Safety Applications Integrated Project

<sup>16.</sup> Cooperative Vehicle-Infrastructure Systems

Afin de valider les résultats du projet, les technologies CVIS sont testées sur des sites dédiés tels qu'en France, Allemagne, Italie, Suède, ... dont les résultats sont concluants. Plus de détails sur la validation peuvent être trouvés sur www.cvisproject.org.

**AKTIV** Lancé fin 2006, le projet AKTIV <sup>17</sup> est un projet Allemand qui avait pour but la gestion du trafic à travers des assistances à la conduite.

Afin d'améliorer la sécurité routière et le flux du trafic à l'avenir, les partenaires du projet AKTIV travaillent ensemble pour concevoir, développer et évaluer de nouveaux systèmes d'assistance au conducteur, des technologies de la connaissance et de l'information, des solutions pour la gestion efficace du trafic et de la communication C2C (car to car) et C2I (car to infrastructure) pour les futures applications coopératives de véhicules.

L'objectif de AKTIV est de développer des systèmes d'aide à la conduite pour renforcer la sécurité, aussi bien sur route qu'en ville de tous les usagers, et cela à l'aide de systèmes qui :

- Améliorent la sécurité avec de l'aide active des véhicules et des systèmes de circulation.
- Soulagent le conducteur des tâches de conduite, de façon à atteindre sa destination en sécurité.
- Offrent une utilisation efficace des infrastructures de transport existantes pour moins d'embouteillages.

En 2010, les 28 partenaires de l'initiative de recherche (constructeurs automobiles, fournisseurs, entreprises du secteur de l'électronique et télécommunications, instituts de recherche et l'administration du trafic) ont présenté les résultats de leur projet de recherche de quatre ans, qui a été traité à travers les thèmes suivant :

- Le freinage automatique pour éviter les collisions.
- L'assistance latérale intégrée.
- L'assistance aux intersections (avertissement et intervention active).
- Stratégie de prévention de collisions.
- Étude de l'attention du conducteur.

AKTIV a débouché sur plusieurs applications et plusieurs constructeurs automobiles commercialisent les dispositifs mis en place et développés lors du projet AkTIV, pour plus d'informations, voir : www.aktivonline.org.

SARTRE Le projet SARTRE (SAfe Road Trains for the Environement) est un projet de l'union européenne lancé en septembre 2009 pour une durée de trois ans, qui a pour objectif de mettre au point et de tester des véhicules autonomes pour améliorer le flux du trafic, diminuer le temps des trajets, réduire le nombre d'accidents et consommation de carburant et l'émission de CO2. Ces objectifs sont envisagés à travers des véhicules autonomes qui se conduisent seuls, avec le principe de convoie routier et de véhicule meneur. Les tests sur prototypes sont effectués courant 2011 et les rapports des résultats sont consultables sur www.sartre-project.eu.

CoVel Lancé en janvier 2010 pour une durée de deux ans. L'objectif du projet CoVel (Cooperative Vehicle Localization for Efficient Urban Mobility) est d'expérimenter et de mettre au point un système

<sup>17.</sup> Adaptive und Kooperative Technologien für den Intelligenten Verkehr : Technologies adaptatives et coopératives pour le trafic intelligent

de navigation coopérative basée sur le positionnement en temps réel du véhicule dans la voie. Les ambitions du système CoVel sont multiples : améliorer la gestion du trafic et la sécurité routière, améliorer les systèmes d'aide à la navigation et contribuer à l'élaboration de normes pour l'utilisation du signal EGNOS <sup>18</sup>. Le système était prêt pour la commercialisation à l'issue du projet <sup>19</sup>.

COROLA Le projet COROLA (COncrete mixer ROLlover Avoidance), lancé en mars 2009 pour une durée de trois ans, porte sur la conception d'un dispositif d'informations embarqué à destination des conducteurs de camions-toupie (destinés au transport de béton), afin de les prémunir des risques de renversement en virage. Face à cet enjeu, le projet COROLA a pour objectif de mettre en place une étude de faisabilité avec développement d'un démonstrateur opérationnel et évaluation finale d'un prototype en condition réelle d'usage en vue de préparer la conception d'un futur dispositif industriel destiné à limiter les renversements de poids lourds en virage, et basé sur l'anticipation de la route à l'aide de la localisation GPS (ou GALILEO).

Dans un souci de déploiement ultérieur rapide, le dispositif final se doit d'être à faible coût, et compatible avec la plupart des véhicules existants.

EuroFOT Lancé en 2009, le projet européen EuroFot (European Field Operational Test on Active Safety Systems), est le premier test opérationnel de grande échelle réalisé en Europe. Il a réuni 28 organisations qui ont pris part à la mise en place de tests opérationnels sur route destinés à évaluer scientifiquement l'impact de huit systèmes avancés d'assistance au conducteur sur la sécurité, l'efficacité et le confort du conducteur. Des systèmes de contrôle tant latéraux que longitudinaux seront testés ainsi que des systèmes qui avertissent le conducteur du risque d'une collision latérale et/ou d'un choc par l'arrière. Depuis Avril 2010, plus de 500 véhicules de différentes marques européennes équipés de ces systèmes intelligents parcourent l'Europe pour une période d'un an. Ces véhicules intelligents collecteront des données qui devraient fournir des réponses quant aux impacts de tels systèmes sur la sécurité, l'efficacité et le confort du conducteur. EuroFOT est une occasion unique pour l'IFSTTAR de contribuer à améliorer les véhicules et la sécurité sur les routes. Les données recueillies apporteront en effet une connaissance inédite sur l'usage réel des véhicules et de leurs équipements. Ceci permettra aux chercheurs de mieux comprendre les causes des accidents et d'évaluer le bénéfice apporté par chaque innovation.

Dans le développement et utilisation des ITS, quatre paramètres sont considérés, à savoir : le conducteur, le véhicule, l'environnement et les pouvoirs publics. Les ITS ont vu leurs objectifs et priorités varier pour enfin se stabiliser sur le conducteur, le paramètre pour le quel tout est initialement mis en place.

Ce que nous venons de citer est une liste non exhaustive des projets entrepris. De nombreux autres projets ont été entrepris et d'autres sont en cours, un peu partout dans le monde.

Le centre d'intérêt des STI s'est vu évoluer des applications visant le long terme avec une infrastructure intelligente communicant avec le véhicule pour se recentrer sur le court terme en se focalisant sur le conducteur et le véhicule. Le véhicule totalement automatisé à la fin des années 90 est devenu moins prioritaire face aux besoins du conducteur faisant émerger les assistances à la conduite. Ce développement dans le sens où les visions à long terme ont cédé la place aux perspectives à court terme, sont plus

<sup>18.</sup> European Geostationary Navigation Overlay Service

<sup>19.</sup> http://www.covel-project.eu/

faciles à réaliser à l'échelle du véhicule contrairement à l'infrastructure, tendance confirmée par la pléiade d'équipements commercialisés visant à améliorer la sécurité des conducteurs [65].

Cependant, la disponibilité de plus en plus de systèmes embarqués et d'avancées technologiques rendant le véhicule plus sophistiqué et la multiplication des aides à la conduite laissent présager une conduite automatisée (sans conducteur) à moyen terme, comme en témoignent la multitude des projets recents entrepris dans le cadre des aides à la conduite <sup>20</sup>. En effet, l'année 2010 a été l'occasion d'assister à plusieurs tests-démonstrations sur routes de véhicules automatiques, notamment dans le cadre des projets Google-Car, SARTRE, Cybercars . . . .

#### Équipements issus des projets

Actuellement les aides électroniques à la conduite s'emparent de nos automobiles. Même s'ils engendrent certaines confusions, les systèmes électroniques aident tous les jours des milliers de personnes à survivre à leurs trajets automobiles. Ils sont efficaces et ne sont plus à remettre en question. Certains des équipements des assistances à la conduite ont rencontré un grand succès et sont devenus des dispositifs très largement utilisés. Nous citons à titre d'exemple quelques uns :

LKA: Lane Keeping Assistance Le LKA est un système automatique qui permet désormais de surveiller et maintenir la position du véhicule sur la route. Ce système émet un signal sonore lorsque le véhicule s'approche trop de l'accotement ou de la ligne médiane. La fonction d'assistance au maintien de la trajectoire LKA aide le conducteur lorsque sa concentration décline. Il s'agit d'un système d'assistance qui alerte le conducteur lorsque le véhicule dévie par inadvertance de sa trajectoire. Il s'adresse principalement aux activités de transport longues distances, lorsque le véhicule est conduit à une vitesse de croisière constante dans des conditions de circulation monotones.

ABS : anti-lock Braking System Le système de freinage ABS empêche le blocage des roues en modulant automatiquement la pression de freinage lorsque le conducteur freine brusquement. Dans des conditions de faibles adhérences avec un faible frottement entre la surface de la route et le pneu, les roues sont facilement verrouillées, ce qui rend impossible le contrôle du véhicule. En empêchant le blocage des roues, le système permet au conducteur de garder le contrôle de direction et de s'arrêter dans la distance la plus courte possible dans la plupart des conditions. Le système détecte les décélérations brusques dans la rotation de chaque roue, et réduit la pression sur ce frein jusqu'à ce qu'il détecte à nouveau une accélération. Il peut le faire très rapidement, avant que le pneu ne puisse effectivement modifier considérablement la vitesse. Le résultat est que le pneu ralentit à la même vitesse que le véhicule. Cela donne la puissance maximale au système de freinage. L'ABS a d'abord été utilisé dans les voitures en 1970. En 2006, 91 véhicules neufs ont été équipés, et le taux de déploiement était de 66% dans le parc de véhicules en Europe. C'est le système d'aide active qui a été le plus intégré et le plus accepté par les conducteurs.

ESP: Electronic Stability Program (ou ESC Electronic Stability Control) L'ESC est un composant de sécurité active qui détecte et prévient (ou rétabli le véhicule) des sorties de voie. L'ESC aide le conducteur à maintenir son véhicule dans la voie et ne pas perdre le contrôle lors de manœuvres délicates ou de conduite sur une chaussée glissante.

<sup>20.</sup> http://www.transport-intelligent.net

ACC: Adaptive Cruise Control L'ACC est une technologie qui améliore la fonction de contrôle de vitesse standard du véhicule, en ajustant automatiquement sa vitesse et la distance par rapport au véhicule qui précède. Ceci est réalisé à l'aide d'un capteur radar à longue portée, un processeur de signal et de contrôle longitudinal du véhicule. Si le véhicule précèdant ralentit, ou si un autre objet est détecté, l'ACC adapte la vitesse du véhicule et progrèsse en conséquence, sans aucune action de la part du conducteur. Une fois que la voie est libre, le système re-accélérera le véhicule à la vitesse fixée. Comme avec le régulateur de vitesse, le conducteur peut passer outre le système à tout moment.

Régulateur ou Limiteur de vitesse (adaptatif) Le régulateur de vitesse est un système destiné à stabiliser automatiquement la vitesse des véhicules automobiles et/ou à fixer une vitesse maximale limite (limiteur de vitesse). Le conducteur fixe la vitesse à laquelle il veut rouler puis l'automatisme prend le relais et maintient la vitesse définie.

Ce système est pratique sur de longues distances et permet généralement un usage optimal de la consommation de carburant, en particulier lorsqu'il s'agit de régulateur de vitesse adaptatif. Il permet aussi d'éviter les excès de vitesses par inadvertance.

Sans oublier les autres systèmes d'aide à la conduite comme l'anti patinage, la vision de nuit, les alarmes de recul et de stationnement automatique ... etc. Tous ces dispositifs, élaborés lors des différents projets portés sur la sécurité routière sous tous ses aspects, sont devenus des équipements, pour la plupart, dont le conducteur ne peut plus se passer.

#### 1.3.2 Acceptation des aides à la conduite et limites

#### Aspects juridiques et résponsabilités

De nombreux obstacles freinent, voire empêchent, le déploiement des assistances à la conduite : ils sont essentiellement d'ordre technique, économique et juridique.

Sur le plan juridique, le problème essentiel est celui de la responsabilité en cas d'accident. Dans la situation actuelle, sauf si la défaillance du véhicule est avérée (cas rare), c'est en principe le conducteur qui est le premier responsable car la tâche de conduite est intégralement de son ressort.

L'introduction des assistances à la conduite modifie la donne. Le conducteur n'est plus le seul acteur de la conduite puisque celle-ci est partagée avec des dispositifs technologiques embarqués. Une défaillance technique peut donc engager la responsabilité des constructeurs ou des équipementiers.

Les choses se compliquent avec l'émergence des systèmes coopératifs qui introduisent les télécommunications entre les véhicules et l'infrastructure et les systèmes GPS. Une défaillance du système peut être liée à une mauvaise information transmise par l'infrastructure, par les véhicules voisins ou une information erronée dans une carte numérique. Par conséquent, la recherche des responsabilités devient complexe, elle peut aussi impliquer le gestionnaire de l'infrastructure ou le fournisseur du contenu d'une carte.

Ce sujet a notamment été abordé dans le projet européen RESPONSE3 <sup>21</sup> où une étude a été menée en France à l'INRETS dans les projets AJAR (Aspects juridiques des aides à la conduite automobile) et AJAAC (Aspects juridiques des aides à l'activité de conduite) [205]. Une approche intéressante est également proposée par Michèle Guilbot dans [94]. Il y est fait la distinction entre les systèmes de la

<sup>21.</sup> www.coastalwight.gov.uk.RESPONSE/fr

dernière seconde et les autres. La première catégorie de systèmes intervient au plus tard dans le processus d'accident quand il est établi que le conducteur ne peut plus agir pour rattraper la situation. Par conséquent, en cas de défaillance du système, il est difficile de transférer la responsabilité au constructeur.

Le problème est plus complexe pour la seconde catégorie de systèmes, où les responsabilités du conducteur et/ou du constructeur peuvent être engagées. Dans l'étude susmentionnée [205], Michèle Guilbot s'est intéressée au cas du LAVIA. Ce limiteur de vitesse s'adapte automatiquement à la vitesse autorisée à partir d'informations sur les vitesses réglementaires résidant dans une base de données embarquée ou transmises par des moyens de communication. En cas d'accident, plusieurs cas de figure sont examinés :

- Le conducteur n'avait pas activé son LAVIA, se privant volontairement d'une assistance qui aurait pu être utile pour éviter l'accident.
- Le conducteur avait activé son LAVIA en mode informatif et n'a pas respecté les informations qui lui avaient été données.
- Le conducteur avait activé son LAVIA en mode informatif et a respecté les informations qui lui avaient été données, mais celles ci se sont révélées fausses.
- Le conducteur avait activé son LAVIA en mode actif et de ce fait a automatiquement respecté les informations qui lui avaient été données, mais celles ci se sont révélées fausses ou bien le système s'est révélé défaillant.

Dans les deux derniers cas, les personnes physiques et morales impliquées dans le fonctionnement du système pourraient être mises en cause (du fait du produit défectueux) particulièrement si le conducteur peut plaider qu'il n'avait aucune possibilité de reprendre la main sur le système.

On se trouve alors confronté à une nouvelle difficulté, qui est de déterminer la part de responsabilité des différents intervenants dans le système au moment de l'accident. Du fait de la complexité des interactions, à l'instar de l'aéronautique, les boîtes noires ou EDR (Event Data Record) qui enregistreraient toutes les actions du conducteur et les paramètres des véhicules pourraient apporter les preuves requises.

#### Acceptation des assistances à la conduite par les conducteurs

L'acceptation des assistances par les conducteurs passe par la notion de référentiel commun. En effet, une assistance est d'autant mieux acceptée si son mode d'action est proche de celui du conducteur. Il est donc nécessaire que le conducteur et l'assistance aient des références communes, notamment dans la perception de la scène routière. Cela permet de déclencher l'assistance au moment opportun, ni trop tôt, ce qui la rendrait inacceptable, ni trop tard, ce qui la rendrait inefficace.

Par ailleurs, la prospective dans le domaine des assistances à la conduite est particulièrement difficile à établir. Parmi les inconnues, il y a notamment la volonté des conducteurs de payer le prix de systèmes reposant sur des technologies de plus en plus complexes et coûteuses. Si cette volonté est souvent perceptible, dès lors que les services apportés concernent le confort ou la mobilité, elle n'est en revanche pas acquise pour des prestations touchant à la sécurité, celle ci étant souvent considérée par les conducteurs comme un dû, et par conséquent devant être offerte.

#### Déploiement du véhicule autonome : conduite sans conducteur

L'acceptation des aides à la conduite bien qu'elle rencontre certains inconvénients, des solutions sont envisagées ou sont déjà proposées. Quant à la voiture autonome plusieures questions sont soulevées.

Les avantages présentés et escomptés par une conduite sans conducteur via un véhicule autonome sont nombreux. Entre autre, les accélerations et freinages sont moins brutaux lorsque le programme pilote conduit, comparé au conducteur. Le véhicule autonome respecte mieux les distances entre véhicules. Autre point à noter est que lorsqu'un accident a lieu, la voiture autonome fournit plus d'informations et de précision pour dégager les résponsabilités. Les promesses d'une route plus sure, moins de bouchons et plus d'économie d'énergie sont souvent mis en avant et validés par des tests d'essais.

Plusieurs études sont menées pour examiner et mettre en avant les avantages liés aux véhicules autonomes. l'IIHS $^{22}$  à recemment pubilé un rapport montrant que les véhicules partiellement autonomes contribuent déjà à réduire les accidents.

D'après les tests de *BMW* et de Google-car (entre autres), les voitures sans chauffeurs sont beaucoup plus avancées qu'on ne le pense. Ces voitures sont capables de contrôler la direction, de freiner et d'accélerer, de détecter l'environnement, . . . . Au vu de tous ces points avantageux et les avancées technologiques des dernières décennies, on se demanderait pourquoi la voiture autonome n'est pas déjà la?

Concrétement, passer d'un prototype à une production en série (grand public) n'est pas si simple. D'une part, les capteurs utilisés (caméras, lasers, lidar, capteurs à ultrasons, radars adaptatifs ...) sont trop onéreux pour être déployés, car ces instruments devraient être miniaturisés, reconceptualisés et plus avancés. D'autre part, la question du rôle du conducteur (son attention, ses reflexes, reprise du contrôle, ...) n'est pas totalement résolue. Sans compter les aspects juridiques où des lois sont à re-définir à cet effet.

Cependant, d'autres questions apparaissent :

- À quel pourcentage s'évalue la réduction des accidents?
- Quelle quantité d'énergie va être économisée?
- Face à des situations complexes impliquant l'éthique, le véhicule autonome saurat-il agir adéquatement ?
- L'acceptation du conducteur.

- ...

Le nombre de projets de recherches rend compte des perspectives de la conduite. La recherche semble s'orienter (de nouveau) de plus en plus vers l'automatisation des véhicules et donc de la conduite.

Le véhicule autonome bien qu'il présente des atouts certains par rapport à l'amélioration de la sécurité routière, son déploiement nécessite encore un certains temps pour régler toutes les questions liées à cela. Cela n'empêche pas l'avancée et le developpemnt des systèmes d'assistance, qui sont d'ailleurs de plus en plus performants.

Jusque la, nous avons abordé le véhicule et l'accidentologie d'un point de vue global, considérant tous les types d'accidents qui peuvent survenir.

Dans cette étude, nous nous intéressons à une catégorie spécifique d'accidents : les sorties de voie.

<sup>22.</sup> Insurance Institute for Highway Safety

Ce choix est motivé par les résultats d'études et d'analyses qui montrent que les accidents de sortie de voies involontaires représentent une part très importante de l'accidentologie. D'après les statistiques présentées dans [32], un pourcentage élevé est une conséquence d'erreurs de guidage latéral. Ceci, est le plus souvent dû aux conducteurs inattentifs, occupés à converser ou à manger, pris de fatigue ou de malaise, l'alcoolisme ou encore dû à l'âge.

# 1.4 Accidents par sorties de voie

Si l'on se réfère aux statistiques nationales ou internationales disponibles <sup>23</sup>, la prévention des accidents de sorties de voie involontaires représentent un enjeu énorme en termes d'accidents et de victimes de la route (près de 40% des accidents et 70% des tués en France) <sup>24</sup>.

Mettre en évidence les situations qui mènent à une sortie de voie permet d'analyser l'occurence de ce type d'accidents et détecter ce qui fait basculer le conducteur d'une situation de conduite normale vers une situation de conduite à risque.

Ces analyses ont permis de répertorier ces accidents en deux catégories pouvant survenir en ligne droite comme en virage [166], [85] :

- Les accidents de guidage, qui sont généralement liés à une baisse d'attention conduisant à une absence d'action sur le volant ou un mauvais cap, qui représentent 35% des cas et se produisent le plus souvent dans des virages (de grand rayon) où le conducteur est le premier responsable de ce genre de perte de contrôle.
- Les accidents de perte de contrôle, en rapport avec un problème de dynamique du véhicule. Ils sont davantage liés à une vitesse inadaptée et/ou à une action correctrice inappropriée (non respect des consignes de sécurité, notamment concernant la limite des vitesses autorisées) [180]. Ils surviennent principalement en virage mais peuvent aussi se produire en ligne droite à la suite d'une réaction inadaptée du conducteur suite à un mauvais guidage. Ils représentent 65% des cas.

Face à ces situations, des mesures de prévention correspondant à différents niveaux d'anticipation sont possibles :

- De façon préventive, détecter une baisse de vigilance du conducteur et l'alerter.
- A l'approche d'un virage, détecter une vitesse d'approche excessive pouvant conduire à une perte de contrôle.
- Peu avant l'accident, détecter au plus tôt une possible perte de guidage en ligne droite ou en virage, et alerter le conducteur.
- Dans les dernières secondes avant l'accident, engager une action corrective sur le volant ou les freins, venant se substituer aux actions du conducteur, confuses ou trop amplifiées, dans le contexte d'une aide active.

#### Indicateurs du risque de sortie de voie

Une situation critique ou limite peut être qualifiée de moment à partir du quel la conduite peut basculer d'une situation normale à une situation dangereuse.

 $<sup>23.\ \, {\</sup>rm www.prevention routiere. asso. fr}$ 

<sup>24.</sup> www.securite-routiere.gouv.fr

Plusieurs variables peuvent caractériser une situation limite. Ces variables peuvent être utilisées comme des indicateurs pour quantifier le risque et évaluer la dangerosité de la situation, tels que les indicateurs liés au mode longitudinal et ceux liés au mode latéral.

Indicateurs de risque du mode longitudinal Les sorties de voie par pertes de contrôle en virage peuvent être causées par différents facteurs liés à la dynamique longitudinale du véhicule, principalement la vitesse [210]. En effet, la vitesse est un facteur déclencheur et aggravant d'un accident. Elle représente de ce fait un indicateur de risque de sortie de voie.

La vitesse peut donc être exploitée pour génerer un profil de vitesses à respecter pour éviter les sorties de voie. Dans le cas du non respect, une situation dangereuse peut être prévue ou détectée. Une étude détaillée à été entreprise dans [210] et [85].

La distance de réserve pour négocier un virage représente également un indicateur de risque de sortie de voie. Il quantifie la distance de freinage dont le conducteur dispose avant d'amorcer un virage avec une vitesse autorisée.

D'autres paramètres sont également utilisés tels que la distance de sécurité (DTC : Distance To Collision) ou le TTC (Time To Collision).

Indicateurs de risque du mode latéral Pour le cas des sorties de voie par perte de contrôle lié à un problème de dynamique latérale du véhicule plusieurs indicateurs peuvent être considérés. Nous distinguons les indicateurs intrinsèques à la dynamique du véhicule, tels que :

- La vitesse de lacet, qui permet de déceler une perte d'adhérence ou un début de sous/sur virage.
- Le caractère sous ou sur vireur, qui permet d'analyser la stabilité du véhicule.

Les sorties de voies dues à un problème de guidage sont évaluées par des indicateurs extéroceptifs par rapport à la trajectoire du véhicule, tels que [157] :

- Le temps de sortie de voie (TLC : Time to Lane Crossing), qui fait référence au temps restant à un véhicule pour sortir de la voie.
- Le positionnement latéral du véhicule par rapport à la voie de circulation évalué par l'écart latéral et l'angle de cap qui renseigne sur l'erreur de cap du véhicule comparé à celui de la route.

#### Principe de fonctionnement d'une assistance à la sortie de voie

Les assistances de prévention contre les sorties de voie ont un principe global. Dans un premier temps, il faut détecter avec suffisamment d'anticipation la sortie de voie. Les techniques de traitement d'image basées sur une caméra qui observe les marquages au sol permettent de mesurer l'écart latéral du véhicule par rapport à une ligne médiane sur la voie ainsi que son cap. Cela permet ensuite de prédire un temps ou une distance avant la sortie de voie.

Il est alors possible d'intervenir, selon différents modes d'interaction, entre un automate correcteur de trajectoire et le conducteur :

- Le mode alerte consiste à déclencher une vibration du volant dès que l'écart latéral dépasse un certain seuil.
- Le mode suggestion d'action est une vibration dissymétrique qui indique au conducteur dans quelle direction il doit agir sur la direction pour ramener le véhicule au centre de la voie.
- Le mode limite se traduit par un durcissement de la direction imposant au conducteur de fournir un couple volant élevé du côté qui engendrerait un écart latéral dépassant un certain seuil.

 Le mode correctif agit sur la colonne de direction pour ramener automatiquement le véhicule sur la voie.

Tous ces modes doivent inclure une stratégie d'enclenchement ou de débrayage de l'assistance car l'action volontaire du conducteur est toujours considérée comme prioritaire sur celle de l'automate [67]. Par exemple, si le conducteur exerce un couple volant supérieur à une certaine valeur, l'automate est neutralisé.

Afin d'améliorer la sécurité des conducteurs et des usagers de la route en général, les systèmes d'aide à la conduite sont élaborés. Certes, les systèmes d'aide active à la conduite ont plus d'impact sur le plan préventif, néanmoins leur action dépend fortement de l'analyse et de la quantification du risque avant d'entamer une quelconque action.

# 1.5 Détection de situations critiques

La détection de situations potentiellement dangereuses est cruciale dans la démarche de prévention. En effet, la détection et l'alerte du conducteur sont les actions premières d'une assistance à la conduite et constituent une aide passive. Une aide à l'issue de la quelle si le conducteur ne réagit pas, le système actif est déclenché prenant ainsi le relais.

En ce sens, une des étapes importantes dans l'élaboration d'une aide préventive à la conduite (notamment contre les sorties de voie) est la détection de l'instant critique à partir duquel le véhicule est dans une situation limite potentiellement dangereuse pouvant mener à l'accident.

Une évaluation erronée du risque peut mener soit à de fausses alarmes, soit à des alertes inappropriées par rapport à l'imminence du danger. Dans quels cas, l'action active serait inadaptée et de ce fait le système serait non fiable.

Afin de détecter des situations limites, la plupart des procédures élaborées sont des approches statistiques qui s'appuyent sur le recueil de données issues de l'analyse d'accidents par sortie de voie [239], [166]. Dela, des critères et des indicateurs sont identifiés pour détecter des scénarios dangereux permettant de ce fait de structurer des régles de sécurité.

Bien que ces procédures ne permettent évidement pas de relever tous les détails nécessaires pour tout expliquer, elles présentent néanmoins l'avantage de se focaliser sur les erreurs qui posent réellement un problème de sécurité.

Les études réalisées au LCPC et l'INRETS avaient pour but de comprendre le mécanisme des accidents par sortie de voie et l'impact de l'infrastructure et déterminer les facteurs accidentogènes. Mettre en évidence tous ces aspects d'un accident permet de l'éviter.

Il est également montré que agir sur l'infrastructure était un moyen efficace pour pour réduire les accidents par sortie de voie [210]. Cependant, cette solution vise plutôt le long terme.

D'autres stratégies de détection de situations critques sont élaborées se basant sur les mesures de variables extéroceptives du véhicule, liées à son environnement et infrastructure.

# 1.6 Problématique et objectifs

Dans la quête de la maîttrise du véhicule, l'aide à la conduite est un aspect très étudié et exploré qui passe par le contrôle, le diagnostique, la reconstruction de variables non disponibles à la mesure .... Pour réaliser cela, une représentation mathématique est nécessaire. Pour assurer une déscription fidèle du système réel, une modélisation non linéaire est fortement recommandée. Cependant, cela pose problème quant aux outils d'analyse à utiliser. En effet, le manque d'approches systématiques rend la tâche délicate.

La modélisation des véhicules légers se révèle particulièrement délicate et complexe. Afin de reproduire de manière réaliste le comportement dynamique du véhicule, la prise en compte des différentes composantes, des différents mouvements est nécessaire ce qui rend la tâche de modélisation compliquée. Un modèle mathématique simplifié, décrivant les mouvements du véhicule, n'est pas en mesure de contribuer de façon notable à la compréhension de certains phénomènes et d'aider à la détermination et la validation de lois de commande. Cet aspect constitue la première problèmatique abordée par la présente étude.

Pour remédier à cela, nous avons proposé de reformuler le modèle non linéaire décrivant le système véhicule à l'aide du formalise polytopique de Takagi-Sugeno (représentation d'état) pour nous assurer d'une part une forme mathématique exploitable, et d'autre part une déscription fidèle et réaliste du comportement du système réel.

Souvent et pour de nombreuses raisons, l'état x(t) du système véhicule ne peut être entièrement connu. Il arrive également que pour des raisons pratiques ou économiques on ne puissent pas installer suffisament de capteurs, notamment pour une conception en série, pour collecter toutes les mesures nécessaires. Cependant, les variables décrivant l'état du véhicule sont indispensables pour son analyse et étude.

Une altérnative est dans ce cas la envisagée qui est de reconstruire l'état x(t) en utilisant un processus virtuel appelé observateur. Ce processus virtuel utilise des données connues du système comme l'entrée et la sortie et délivre en sortie  $\hat{x}(t)$ , l'estimée de x(t).

L'observateur est construit sur la base d'un modèle dont la précision affecte grandement celle des estimations. À cet effet, un observateur pour un système linéaire est certes plus facile à concevoir néanmoins la qualité des estimations est dégradée. La seconde problématique de notre travail a été donc de proposer des observateurs pour des systèmes non linéaires. Cela est effectué en adoptant entre autre le formalisme TS.

Les systèmes d'aide à la conduite assistent le conducteur dans les situations délicates de la conduite en le prévenant d'un danger imminent voire agir si aucune action n'est entreprise par le conducteur pour y remdier. Leur élaboration est liée à la disponibilité de certaines variables caractéristiques du véhicule, nécéssaires pour évaluer et quantifier le risque potentiel d'une situation dangereuse, telles que les variables de la dynamique latérale et les attributs de la route.

Nous nous intéressons aux accidents par sortie de voie qui sont un cas d'accident où la dynamique du véhicule joue un rôle prépondérant dans son accurence et plus particulièrement la dynamique latérale.

L'objectif est de trouver des indicateurs de risque qui permetteraient de renseigner sur l'état du véhicule concernant sa dynamique de façon à être exploitée pour prévenir une sortie de voie en alertant le conducteur suffisament à temps. Ce qui en d'autres termes constitue une assitance passive (préventive).

La plus part des travaux entrepris dans le contexte de la détection de situations à risques utilisent des mesures liées à l'environnement où évolue le véhicule pour évaluer les indicateurs de risque. Une des

limites connue au développement des systèmes d'aide à la conduite (passives ou actives d'ailleurs) est liée à la fiabilité de la collecte des données de l'environnement du véhicule. En effet, la plupart des systèmes utilisent des capteurs (radar, lidar, camera, ...) dont la fiabilité et précision des mesures sont directement corrélées aux conditions metéorologiques et aux conditions de la chaussée.

D'un autre coté, la mise en œuvre de dispositifs de prévention nécessite la disponibilité à la mesure de certaines variables liées à la dynamique du véhicule (états du système véhicule, ...) ainsi qu'aux attributs de la route (les entrées inconnues : adhérence, courbure de la voie, raffales de vents, ...).

La troisième problématique du travail de cette thèse est de proposer des stratégies qui permettent de détecter les sorties de voie dues à un problème de dynamique du véhicule tout en tenant compte du caractère préventif des indicateurs. Pour cela, dans un premier temps, les données nécessaires pour évaluer le risque sont estimées via les observateurs non linéaires proposés. Cela a pour avantage de ne pas conditionner la collecte des mesures aux aléas de l'environnement du véhicule. Dans un second temps, les indicateurs utilisés sont à caractère proprioceptifs, rendant compte de l'état dynamique du véhicule en tenant compte de nombreaux paramètres, de façon implicite.

L'objectif principal du travail entrepris dans ce mémoire de thèse est la conception d'observateurs non linéaires pour la dynamique latérale du vahicule. Pour cela, des observateurs pour des systèmes nonlinéaires représentés par le formalisme Takagi-Sugéno sont élaborés. Via ce formalisme, le modèle non linéaire initial est repésenté par une somme pondérée de modèles linéaires à l'aide de fonctions de pondération. Cela a pour avantage d'une part, d'assurer la précision de la représentation et d'autre part de pouvoir utiliser la multitude d'outils d'analyse developpés pour les systèmes linéaires.

À partir de là, des observateurs basés sur cette repésentation sont developpés pour reconstruire l'état ainsi que les entrées inconnues qui affectent le véhicule.

Dans cette optique la, nous proposons d'utiliser des indicateurs de risque issus d'estimations obtenues avec des observateurs basés sur le formalisme TS. Cela permet de s'affranchir du conditionnement par rapport aux conditions de la chaussée et conditions metéorologiques.

Les contributions rapportées dans cette thèse portent essentiellement sur la conception d'observateurs pour l'estimation des états et entrées inconnues qui agissent sur le véhicule. Dans ce contexte, notre contribution porte sur plusieurs points, à savoir :

- Nouvelle représentation exacte des dynamiques latérales du véhicule par le formalisme polytopique Takagui-Sugeno.
- Synthèse d'observateurs permettant de reconstruire les états et estimer les entrées inconnues qui affectent le système véhicule en assurant une convergence au sens entrée-état (ISS), exponentielle ou en temps fini de l'erreur d'estimation.
- Á partir de ces estimations obtenues, la détection de situations critiques est effectuée, en évaluant la situation potentiellement dangereuse, avant d'alerter le conducteur suffisamment à temps.
- Une validation au moyen de données experimentales est effectuée pour valider le modèle TS obtenu et les approches d'estimation proposées.

Ces contributions ont donné lieu à plusieurs travaux publiés dont les suivants :

1. New Nonlinear Takagi-Sugeno Vehicle Model for State and road curvature Estimation via Nonlinear PMI Observer. Journal of Intelligent Systems (JISYS), Vol. 23. Issue 2. April 2014.

- 2. Takagi-Sugeno Observers: Experimental application for Vehicle Lateral Dynamics Estimation. IEEE Transactions on Control Systems and Technology (IEEE-TCST), issu 99, June 2014.
- 3. New nonlinear Takagi-Sugeno vehicle model for state and road curvature estimation via nonlinear PMI observer Yacine Z., Ichalal D., Ait Oufroukh N., Mammar S., Djennoune S. 10th IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control (ICNSC), Evry, France (2013)
- 4. Unknown input observer for vehicle lateral dynamics based on a Takagi-Sugeno model with unmeasurable premise variables Yacine Z., Ichalal D., Ait Oufroukh N., Mammar S., Djennoune S. In Proc. of the 51st IEEE Conference on Decision and Control (CDC 2012) 51st IEEE Conference on Decision and Control (CDC 2012), États-Unis (2012)
- 5. Nonlinear vehicle lateral dynamics estimation with unmeasurable premise variable Takagi-Sugeno approach Yacine Z., Ichalal D., Ait Oufroukh N., Mammar S., Djennoune S. Dans Proc. of the 20th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED 2012) 20th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED 2012), Espagne (2012)

# Chapitre 2

# Représentation des dynamiques du véhicule

Somm	aire	9		
	2.1	Intr	oduction	40
	2.2	Rep	résentation du modèle bicyclette	40
		2.2.1	Introduction au véhicule	40
		2.2.2	Développement du modèle : repères, mouvements du véhicule et hypothèses	
			simplificatrices	41
		2.2.3	La dynamique du véhicule	45
		2.2.4	Représentation des efforts de contact roue-sol	48
		2.2.5	Différentes représentations des efforts de contact roue-sol $\dots \dots \dots$	51
		2.2.6	Les différents modèles du véhicule utilisés	55
		2.2.7	Le modèle bicyclette linéaire	55
		2.2.8	Le modèle bicyclette non linéaire	57
	2.3	Pro	blématique	58
	2.4	$\mathbf{Rep}$	résentaion polytopique de la dynamique latérale du véhicule	<b>59</b>
		2.4.1	Motivation	59
	2.5	Mod	dèles polytopiques Takagui-Sugeno (TS)	60
	2.6	Con	struction des modèles TS	62
	2.7	Trai	nsformation polytopique du modèle du vehicule	63
		2.7.1	Transformation par secteurs non linéaires	63
		2.7.2	Transformation par secteurs non linéaires des efforts de contact $F_{yi}$	65
		2.7.3	Modèle polytopique TS obtenu à partir de la formulation de Pacejka	68
	2.8	Rés	ultats de simulations et validation	<b>70</b>
		2.8.1	Instrumentation du véhicule prototype	70
		2.8.2	Résultats de simulations	71
		2.8.3	Résultats de Validation	73
	20	<b>G</b>	-1	70

#### 2.1 Introduction

Le but de ce mémoire est de présenter quelques travaux portant sur la synthèse d'observateurs pour une catégorie de systèmes non linéaires pour l'estimation de la dynamique latérale du véhicule. Pour cela, nous avons besoin dans un premier temps d'établir le modèle mathématique du véhicule décrivant sa dynamique, notamment la dynamique latérale.

Le modèle décrivant les dynamiques du véhicule est très complexe et fortement non linéaire. Il fait intervenir un grand nombre de paramètres variables, d'entrées et de perturbations l'affectant qui sont difficiles à caractériser ainsi que différents mouvements interagissant ensemble. Malgré cela, pour des raisons de sécurité, les performances du système véhicule doivent être garanties. À cet effet, la phase de modélisation est une étape importante visant à obtenir une représentation la plus fidèle possible du comportement du véhicule.

Dans un souci de cheminement des idées, ce chapitre regroupe deux thématiques :

- La première présente les étapes nécessaires pour établir le modèle mathématique du véhicule.
- La seconde, présente le formalisme polytopique Takagui Sugeno (TS) pour la transformation exacte du modèle du véhicule.

# 2.2 Représentation du modèle bicyclette

Après un bref positionnement du problème de modélisation du véhicule, une démarche physique est suivie pour aboutir au modèle mathématique qui décrit la dynamique latérale du véhicule. Le formalisme polytopique Takagi-Sugeno est ensuite présenté avec application à la transformation du modèle du véhicule pour obtenir une représentation précise et exploitable.

#### 2.2.1 Introduction au véhicule

Pour élaborer une assistance à la conduite active ou passive, il faut au préalable disposer d'un modèle mathématique qui décrit les dynamiques du véhicule. Le but est de proposer un modèle permettant de faciliter la mise au point d'algorithmes pour les procédures d'estimation des variables non disponibles à la mesure et les stratégies de détection ou de commande, nécessaires à la conception d'une assistance à la conduite.

Le véhicule demeure un système très complexe dont la modélisation du comportement dynamique est rendue délicate par la variation de certains paramètres (vitesse, forces de contact, masse) ainsi que les liaisons entre la masse suspendue et les essieux qui sont une des origines du caractère fortement non linéaire du système véhicule.

Une littérature abondante fuse sur ce thème où plusieurs critères ont été retenus pour rendre au mieux du comportement du véhicule, avec différents niveaux de précision selon l'objectif à atteindre et des performances escomptées.

Une modélisation rigoureuse a été au départ privilégiée. Notamment dans [149], une représentation détaillée à 80 degrés de liberté est proposée où chacun des élements composant le véhicule est modélisé. Une représentation moins complète et complexe à 15 degrés de liberté est élaboré dans [96] considérant des expressions simplifiées de certains élements, tels que les suspensions. Ces modèles s'avèrent particulierement difficiles à exploiter que ce soit en coût de calculs et temps de simulation ou en moyens d'analyse

(estimation, contrôle, diagnostic). Cependant, il a été prouvé qu'un modèle à 6 degrés de liberté est suffisement précis pour représenter le comportement dynamique du véhicule [237]. Un autre modèle simplifié est proposé dans [84] de type bicyclette à 4 degrés de liberté. Ce dernier modèle est le plus souvent utilisé.

Au dela du fait que le véhicule soit un système composé de plusieurs éléments, c'est un système très complexe, notamment par son comportement fortement non linéaire. Cet aspect non linéaire intervient sur plusieurs points tel que le contact pneumatique-chaussée, le mouvement des amortisseurs et le couplage des efforts . . . etc.

Le modèle de la dynamique du véhicule est fonction de beaucoup de phénomènes variés qui y interviennent. Principalement, cette déscription est basée sur la représentation des efforts de contact pneumatique-chaussée. Par ailleurs, la modélisation peut être simplifiée, afin de cibler une application bien définie. En effet, c'est durant la phase de modélisation qu'il convient d'établir la liste des phénomènes importants à prendre en considération et par de la même choisir le niveau de précision notamment concernant l'aspect linéaire ou non linéaire de la représentation. C'est à partir de là, que des hypothèses simplificatrices sont établies. Par exemple, pour des objectifs de régulation des inter-distances entre les véhicules, seul la dynamique longitudinale est considérée. Aussi, à des fins de suivie de trajectoire et de guidage, le mode latéral est privilégié pour étudier le mouvement de dérive du véhicule.

Les simplifications considérées mènent souvent à des modèles linéaires. Cela est généralement appréhendé en négligeant certaines dynamiques et en considérant des forces de contact linéaires. Dans le context du véhicule, beaucoup de travaux considèrent des modèles linéaires [65], [44], [210], [182], [206] et [176]. Cependant, une représentation linéaire d'un modèle initialement fortement non linéaire et complexe ne traduirait pas au mieux le comportement réel du véhicule. Par ailleurs, pour des besoins de contrôle, un modèle linéaire peut être envisagé. La commande synthétisée peut compenser cela par un critère de robustesse par rapport aux incertitudes et paramètres de modélisation. Cependant, dans le cadre de la synthèse d'estimateurs cela est plus délicat vu que la qualité des estimations (vitesse latérale, efforts de contacte, adhérence, courbure de la routes, ...) depends du modèle sur le quel est basé l'observateur élaboré. La précision est donc requise, notamment dans le domaine de la sécurité routière.

Ce constat fait émerger le compromis complexité-précision. Une modélisation non linéaire et donc complexe est précise mais offre peu de moyens d'exploitation en terme d'outils de synthèse et d'analyse. D'un autre coté, une représentation linéaire est certes peu fidèle mais possède une abondance d'outils d'étude.

Dans le cas de notre étude, l'objectif étant de concevoir des observateurs pour la dynamique latérale du véhicule pour afin de détecter les situations limites (sorties de voie), seul le mode latéral exprimé par les mouvements de lacet et de dérive est concerné. Le modèle bicyclette considéré est non linéaire pour mieux traduire le comportement réel du véhicule.

# 2.2.2 Développement du modèle : repères, mouvements du véhicule et hypothèses simplificatrices

Cette section est dédiée à la présentation du modèle du véhicule utilisé pour la synthèse des observateurs necéssaires à l'élaboration du système d'alerte. En utilisant les lois fondamentales de la dynamique sur le véhicule supposé être un corps rigide et une fois tous les efforts extérieurs (force de contact pneumatique-chaussée, moments extérieurs,...) identifiés, quelques simplifications au moyens d'hypothèses simplificatrices permettent d'aboutir aux équations du modèle bicyclette qui traduit les seuls mouvements

de lacet et de dérive du véhicule. Les approches d'estimation développées dans cette thèse seront élaborées sur la base de ce modèle bicyclette.

Le véhicule assimilé à un corps rigide qui ne subit pas de déformations est en mouvement dans un repère à trois dimensions, figure 2.1. Il présente six degrés de liberté liés à trois rotations et trois translations au tour de trois axes. Ces axes sont définis comme suit :

- Un axe longitudinal parallel à l'axe de symetrie de la caisse, l'axe OX.
- Un axe transversal perpendiculaire à l'axe de symetrie de la caisse, l'axe OY.
- Un axe orthogonal aux deux axes précédents, l'axe OZ.

Le mouvement des translations se fait selon ces trois axes. Les rotations s'effectuent au tour de ces mêmes axes et sont définis comme suit :

- Rotation autour de l'axe longitudinal OX avec un angle  $\phi$ : mouvement de roulis, ressenti lors de la prise de viragesR
- Rotation autour de l'axe transversal OY avec un angle  $\theta$ : mouvement de tangage, mouvement induit par les actions de freinage et d'acceleration.
- Rotation autour de l'axe vertical OZ avec un angle  $\psi$ : mouvement de lacet, traduisant l'angle de cap.

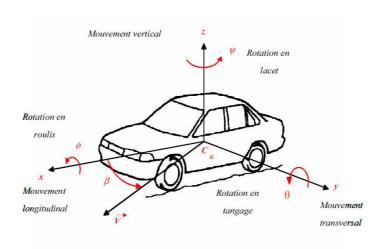


FIGURE 2.1 – Les mouvements du véhicule

Repères utilisés Plusieurs repères sont utilisées pour décrire le mouvement du véhicule. Des translations et rotations autour des différents axes cités ci-dessus traduisent le passage d'un repère à un autre au moyen de matrices de transformation, figure 2.2.

- Un repère absolu  $\mathbb{R}^a$  supposé galiléen.
- Un repère véhicule R<sup>v</sup> lié au véhicule, son origine est la projection du centre de masse du véhicule.
   Il traduit les mouvements de lacet lié au cap et des translations engendrées par les devers et pentes de la route.
- Un repère intermédiaire  $R^i$  lié au véhicule.
- Un repère lié à la caisse du véhicule  $R^c$ , exprime les mouvements de roulis et de tangage.

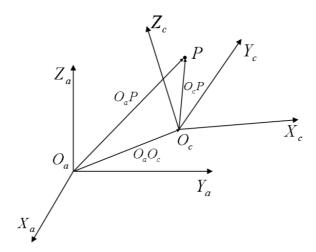


FIGURE 2.2 – Les repères

Le passage d'un repère à un autre se fait par des translations et rotations. Le fait d'introduire des repères intermediaires est une façon de simplifier et de faciliter la comprehension du mouvement du repère caisse (véhicule) par rapport au repère absolu. Le passage entre ces repères peut être résumé comme suit, voir figure 2.2 :

- Le repère  $R^v$  effectue une translation  $O_aO_v$  ainsi qu'une rotation de lacet au tour de  $O_aZ_a$  par rapport au repère absolu  $R^a$ .
- Le repère  $R^i$  effectue une rotation de tangage  $\theta$  au tour de  $O_vY_v$  par rapport au repère  $R^v$ .
- Le repère  $R^c$  effectue une rotation de roulis  $\phi$  au tour de  $O_iX_i$  par rapport au repère  $R^i$ .

Pour décrire l'orientation et le positionnement du véhicule par rapport à ces repères, il est nécessaire de tenir compte des translations et rotations effectuées. Pour cela, nous considérons un point dans l'espace dont nous calculons les coordonnées du repère absolu notées  $((x_p)^a, (y_p)^a, (z_p)^a)^T$  vers les autres repères  $R^v$ ,  $R^i$  et  $R^c$ . En d'autres termes, le vecteur  $(O_aP)^a$  sera projeté dans chacun des repères considérés, dont le principe consiste à ecrire les coordonnées du points dans le repère d'arrivée en fonction de celles du repère initial. À noter que les coordonnées dans ces repères seront notés  $(O_aP)^v$ ,  $(O_aP)^i$  et  $(O_aP)^c$ . Dans ce qui suit, nous allons détailler les mouvements effectués à travers des matrices de passage.

– Le passage de  $R^a$  vers  $R^v$ 

Composé d'une translation  $(O_aO_v)^v$  et d'une rotation au tour de  $O_aZ_a$ 

$$\begin{cases} (x_p)^v = (x_p)^a \cos \psi + (y_p)^a \sin \psi \\ (y_p)^v = -(x_p)^a \sin \psi + (y_p)^a \cos \psi \\ (z_p)^v = (z_p)^a \end{cases}$$
(2.1)

Ce qui peut être réecrit sous la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix}^v = R^{\psi} \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix}^a \tag{2.2}$$

avec

$$R^{\psi} = \begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
 (2.3)

L'ensemble des mouvements constitué d'une translation et d'une rotation du repère  $R^v$  par rapport au repère  $R^a$  peut être exprimé comme suit :

$$(O_a P)^v = (O_a O_v)^v + R^{\psi} (O_a P)^a$$
(2.4)

#### - Le passage de $R^v$ vers $R^i$

Composé d'une rotation au tour de  $O_vY_v$  avec un angle  $\theta$ 

$$\begin{cases} (x_p)^i = (x_p)^v \cos \theta - (z_p)^v \sin \theta \\ (y_p)^i = (y_p)^v \\ (z_p)^i = -(x_p)^v \sin \theta + (z_p)^v \cos \theta \end{cases}$$
(2.5)

Ce qui peut être réecrit sous la forme suivante

$$\begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix}^i = R^{\theta} \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix}^v, \ R^{\theta} = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix}$$
 (2.6)

et, le vecteur  $(O_a P)$  est décrit dans  $R^i$  par :

$$(O_a P)^i = R^\theta \left(O_a P\right)^v \tag{2.7}$$

#### – Le passage de $R^i$ vers $R^c$

Composé d'une rotation au tour de  $O_iX_i$  avec un angle  $\phi$ 

$$\begin{cases} (x_p)^c = (x_p)^i \\ (y_p)^c = (y_p)^i \cos \phi + (z_p)^i \sin \phi \\ (z_p)^c = -(y_p)^i \sin \phi + (z_p)^i \cos \phi \end{cases}$$
(2.8)

Ce qui est equivalent à :

$$\begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix}^c = R^{\phi} \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix}^i, \ R^{\phi} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix}$$
 (2.9)

Où, le vecteur  $(O_a P)$  est décrit par :

$$(O_a P)^c = R^\phi \left(O_a P\right)^i \tag{2.10}$$

Jusque là, nous avons les outils nécessaires pour formuler le passage d'un repère à un autre pour la position d'un point de l'espace donné. Maintenant, il faut faire de même pour les formules de passage de la vitesse au point  $O_c$ .

L'étape suivante est donc de représenter l'évolution du point  $O_c$  en fonction des vitesses et vitesses angulaires dans le repère lié à la caisse  $R^c$ . Autrement dit, exprimer les formulations de passage du

repère  $R^a$  au repère  $R^c$  pour les vitesses du point  $O_c$ . Pour cela, il est considéré qu'à l'origine du temps,  $O_a \equiv O_v \equiv O_i \equiv O_c$ .

Nous considérons à cet effet, un point P sur la caisse du véhicule. Le point P forme des vecteurs avec l'origine du repère absolu  $R^a$  et l'origine du repère  $R^c$  notés  $(O_aP)$  et  $(O_aO_c)$  respectivement, figure 2.3. Les coordonnées du point P dans le repère  $R^c$  par rapport au repère absolu  $R^a$  obeit à la loi de composition suivante :

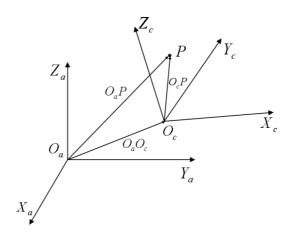


FIGURE 2.3 – Loi de composition

$$(O_a P)^c = (O_a O_c)^c + (O_c P)^c (2.11)$$

Dans la suite de l'exposé, le point P est assimilé au centre de gravité du véhicule.

#### Remarque 2.1

Dans la suite du developpement, il est fait usage de deux types de dérivations. La dérivation effectuée dans le repère absolu (fixe) notée (•) et celle effectuée dans le repère mobile lié à la caisse, notée (°). De plus, il existe la relation suivante entre ces deux dérivations :

$$\overset{\bullet}{X} = \overset{\circ}{X} + \Omega \times X \tag{2.12}$$

 $\Omega$  est le vecteur vitesse de rotation entre le repère absolu et le repère mobile.  $\overset{\bullet}{\Omega} = \overset{\circ}{\Omega}$  et  $\times$  est le produit vectoriel.

#### 2.2.3 La dynamique du véhicule

Cette section est dédiée au developpement des équations du mouvement du véhicule en utilisant les principes fondamentaux de la dynamique dans le repère lié à la caisse  $R^c$ . Des hypothèses simplificatrices seront formulées afin de réduire la compléxité de la représentation et de pouvoir exploiter le modèle. Le lecteur interessé par une étude plus détaillée peut se référer aux travaux reportés dans [155].

Comme mentionné précédement, le véhicule est considéré comme étant un corps rigide, qui ne subit pas de déformations, en mouvement dans un repère à trois dimensions.

Calcul de l'accéleration d'un point situé sur la caisse du véhicule Pour exploiter les principes de la dynamique, il faut disposer de l'expression de l'accélération d'un point lié au repère caisse. Pour exprimer l'accélération du point G (le centre de gravité) par rapport à  $R^a$ , il faut au préalable disposer de l'expression de la vitesse absolue au point G. Pour cela, il suffit de dériver l'expression (2.11) :

$$\left(O_a^{\bullet}G\right)^c = \left(O_a^{\bullet}O_c\right)^c + \left(O_c^{\bullet}G\right)^c \tag{2.13}$$

D'après la remarque 2.1, on obtient :

$$\left(O_a^{\bullet}G\right)^c = \left(O_a^{\bullet}O_c\right)^c + \left(O_c^{\circ}G\right)^c + \Omega \times (O_cG)^c \tag{2.14}$$

L'accélération du point G est obtenue en dérivant une seconde fois l'expression de la vitesse (2.14):

$$\left(O_a^{\bullet\bullet}G\right)^c = \left(O_a^{\bullet\bullet}O_c\right)^c + \left(O_c^{\bullet}G\right)^c + \stackrel{\circ}{\Omega} \times \left(O_cG\right)^c + \Omega \times \left(O_c^{\circ}G\right)^c$$
(2.15)

$$\left(O_a^{\bullet \bullet} G\right)^c = \left(O_a^{\bullet} O_c\right)^c + \Omega \times \left(O_a^{\bullet} O_c\right)^c + \left(O_c^{\circ \circ} G\right)^c + \Omega \times \left(O_c^{\circ} P\right)^c + \Omega \times \left(O_c^{\circ} G\right)^c + \Omega$$

$$\left(\overrightarrow{O_a G}\right)^c = \left(\overrightarrow{O_a O_c}\right)^c + \Omega \times \left(\overrightarrow{O_a O_c}\right)^c + \left(\overrightarrow{O_c G}\right)^c + \Omega \times \left(\overrightarrow{O_c G}$$

$$(\Gamma_G)^c = \left(\overset{\circ}{O_c}\overset{\circ}{G}\right)^c + 2\Omega \times \left(\overset{\circ}{O_c}\overset{\circ}{G}\right)^c + \left(\overset{\circ}{O_a}\overset{\circ}{O_c}\right)^c + \Omega \times \left(\overset{\bullet}{O_a}\overset{\bullet}{O_c}\right)^c + \Omega \times \left(\overset{\bullet}{O_a}\overset{\bullet}{O_c}\right)^c + \Omega \times \left(\overset{\bullet}{O_c}\overset{\bullet}{O_c}\overset{\bullet}{O_c}\right)^c$$

$$(2.18)$$

avec  $(\Gamma_G)^c = \left(O_a G\right)^c$ .

L'expression de l'accélération au point G déterminée dans un repère mobile  $R^c$  par rapport à un repère fixe  $R^a$ , permet de retrouver les expressions de ces composantes connues des accelerations d'entrainement, de Coriolis et relative comme suit :

- accélération d'entrainement :  $\left(O_a \overset{\circ}{O}_c\right)^c + \Omega \times \left(O_a O_c\right)^c + \Omega \times \left(O_c G\right)^c + \Omega \times \Omega \times \left(O_c G\right)^c$
- acceleration de Coriolis :  $2\Omega \times \left( \overset{\circ}{O_c G} \overset{\circ}{G} \right)^c$
- acceleration relative :  $\left(\overset{\circ}{O_c}G\right)^{\circ}$

Jusque là, nous avons toutes les expressions necéssaires pour exploiter les principes de la dynamique.

Équations de la dynamique du véhicule : Principes fondamentaux de la dynamique Dans cette partie, les principes nous permettant de décrire les équations de la dynamique du véhicule sont developpés (en translation et rotation).

Le principe fondamental de la dynamique se traduit par deux équations. La première est appelée équation de la résultante dynamique traduit le fait que la somme des forces extérieures appliquées au véhicule est égale à sa masse, supposée constante, multipliée par son accélération :

$$m\Gamma_G = \sum F_{ext} \tag{2.19}$$

Avec  $\sum F_{ext}$  la résultate des forces extérieures appliquées au véhicule.

La seconde, est appelée équation du moment. Elle exprime similairement l'équilibre des moments appliqués :

$$H_o = \sum M_{ext} \tag{2.20}$$

 $\sum M_{ext}$  est la résultante des moments et  $H_o$  au point G est le moment dynamique qui représente l'effet de rotation au tour de ce point dû aux forces agissant sur ce corps rigide. Après calculs, nous obtenons l'expression du moment dynamique suivante :

$$H_o = I \stackrel{\circ}{\Omega} + \Omega \times (I\Omega) + m \left(O_c G\right)^c \times \left[ \left(O_a \stackrel{\circ}{O_c}\right)^c + \Omega \times \left(O_a \stackrel{\bullet}{O_c}\right)^c \right]$$
 (2.21)

La quantité I représente la matrice d'inertie, supposée constante dans le repère  $\mathbb{R}^c$ , symétrique et définie positive :

$$I = \begin{pmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{pmatrix}$$
 (2.22)

Équations globales des forces d'inertie et du moment dynamique Maintenant que les expressions de l'accélération d'un point appartenant à la caisse du véhicule (centre de gravité G) et du moment dynamique du véhicule par rapport à l'origine du repère  $R^c$  sont établies, les équations de mouvement au point G, peuvent être exprimées comme suit, en utilisant les formules du principe de la dynamique cité ci dessus en remplacant les formules (2.21) et (2.18) par leurs expressions :

$$\left\{ m \left( \left( \overset{\circ}{O_{c}G} \overset{\circ}{O} \right)^{c} + \left[ 2\Omega \times \left( \overset{\circ}{O_{c}G} \overset{\circ}{O} \right)^{c} + \left( \overset{\circ}{O_{c}G} \overset{\bullet}{O} \right)^{c} + \Omega \times \left( O_{a}O_{c} \right)^{c} \right] \right) = \sum F_{ext}|^{c} \\
+ \overset{\bullet}{\Omega} \times (O_{c}G)^{c} + \Omega \times \Omega \times (O_{c}G)^{c} \\
I_{0} \overset{\circ}{\Omega} + \Omega \times (I_{0}\Omega) + m (O_{c}G)^{c} \times \left[ \left( \overset{\circ}{O_{a}O_{c}} \right)^{c} + \Omega \times \left( O_{a}O_{c} \right)^{c} \right] = \sum M_{ext}|^{c}$$
(2.23)

Ces expressions vont se simplifier au vu des hypothèses qui seront émises dans ce qui suit.

#### Hypothèses simplificatrices

#### - Hypothèse 1 :

Le véhicule est supposé être un corps rigide. C'est à dire que l'ensemble masse suspendue (caisse) et non suspendue forme un seul corps rigide. Cela consiste en le fait de négliger les déformations et

les mouvements liés à la caisse, engendrés par les suspensions. La vitesse ainsi que l'accélération du centre de gravité G par rapport à  $O_c$  sont donc nulles

$$\left(\overrightarrow{O_c}\overrightarrow{G}\right)^c = \left(\overrightarrow{O_c}\overrightarrow{G}\right)^c \equiv 0 \tag{2.24}$$

#### - Hypothèse 2:

L'origine du repère caisse  $R^c$  est le centre de gravité G,  $O_c \equiv G$ . Cela veut dire que  $O_cG$  va être nul. De plus, si l'on note la vitesse du point  $O_c$  par  $V = \begin{pmatrix} v_x & v_y & v_z \end{pmatrix}^T$  et sa vitesse de rotation  $\Omega = \begin{pmatrix} w_x & w_y & w_z \end{pmatrix}^T$ , et prenant en considération la première hypothèse, nous obtenons le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} m \left[ \begin{pmatrix} \circ \\ V \end{pmatrix}^{c} + \Omega \times V \right] = \sum_{i} F_{ext} |^{c} \\ I \stackrel{\circ}{\Omega} + \Omega \times (I\Omega) = \sum_{i} M_{ext} |^{c} \end{cases}$$
(2.25)

#### - Hypothèse 3:

Les mouvements de tangage, de roulis et de pompage sont considérés comme étant nuls. Cela veut dire que seules les translations dans le plan  $O_aX_aY_a$  et rotations au tour de l'axe  $O_aZ_a$  sont considérées. Ceci, dans le but d'étudier le mouvement latéral du véhicule. En d'autres termes, le repère  $R^c$  coı̈ncide avec le repère  $R^v$ . La vitesse de translation aura pour composantes  $V = \begin{pmatrix} v_x & v_y & 0 \end{pmatrix}^T$  et la vitesse de rotation  $\Omega = \begin{pmatrix} 0 & 0 & w_z \end{pmatrix}^T$ . L'expression de (2.25) devient alors :

$$\begin{cases}
 m\left(\overset{\circ}{v_x} - w_z v_y\right) = \sum_{x} F_{ext}|_x^c \\
 m\left(\overset{\circ}{v_y} + w_z v_x\right) = \sum_{x} F_{ext}|_y^c \\
 I_z \overset{\circ}{w} = \sum_{x} M_{ext}|_x^c
\end{cases} \tag{2.26}$$

#### - Hypothèse 4:

La vitesse longitudinale  $v_x$  est supposée constante dans le repère  $R^c$  suivant l'axe  $O_c X_c$ . La conséquence directe en est que  $v_x$  est nulle. À partir delà, la vitesse latérale  $v_y$  peut être exprimée en fonction de la vitesse longitudinale  $v_x$  et de l'angle de dérive au centre de gravité  $\beta$  par l'approximation  $v_y = v_x \sin(\beta)$ . Cependant, pour des situations de conduite normales, traduisant un faible angle de dérive, la vitesse latérale peut être approximée par  $v_y = v_x \beta$  [65].

En tenant compte de toutes ces hypothèses émises, le modèle "lacet-dérive" est établi :

$$\begin{cases}
mv_x \left( \stackrel{\circ}{v_y} + w_z \right) = \sum_z F_{ext} |_y^c \\
I_z \stackrel{\circ}{w}_z = \sum_z M_{ext} |_z^c
\end{cases}$$
(2.27)

## 2.2.4 Représentation des efforts de contact roue-sol

Le véhicule soumis à tout un ensemble de forces extérieurs, intéragit avec son environnement principalement à travers sa surface de contact entre les roues et la chaussée via les efforts de contact roue-chaussée. La liaison entre le véhicule et la route est assurée par les pneus, à travers les quels passe la majeure partie des efforts appliqués au véhicule, transmettant les actions d'accélération et de freinage ainsi que les changements de trajectoires. Ces efforts agissant sur le véhicule au niveau du contact pneu-chaussée se décomposent en force latérale, force longitudinale et normales [210].

#### Origine des efforts de contact roue-sol

Le mouvement du véhicule depend des forces de traction, de retenue, de freinage et de guidage, sans les quelles il n'y aurait ni variation de vitesse ni de trajectoire. Autrement dit, le véhicule resterait immobile ou serait incontrôlable. Les forces prennent origine au contact du sol et s'exercent à la périphérie des pneumatiques, pour ensuite être transmises aux roues ainsi qu'au reste des éléments qui composent le véhicule [155].

Les forces de contact pneumatique-chaussée sont le résultat de phénomènes de friction possédant des propriétés très complexes où beaucoup de phénomènes entrent en jeu. Cette compléxité est notamment dûe aux caractéristiques diverses du pneumatique ainsi qu'à la diversité des revêtements et aux conditions de la route.

Les forces de contact sont des forces tangentielles, opposées au sens du mouvement, conformément au principe des lois de frottements de Coulomb, décrivant le comportement des forces de contact entre deux solides [44]. Le coefficient de frottement est défini par le rapport entre la force solicitant la roue et la force normale.

#### Cinétique et dynamique du pneumatique

Les définitions suivantes seront utiles pour introduire la cinétique et la dynamique de la roue :

#### - Le taux de glissement :

Le glissement se définit comme étant la différence entre la vitesse de la roue et la vitesse de translation de la voiture. Grandeur sans dimension qui s'exprime indifféremment par un pourcentage ou un coefficient. Le coefficient de glissement est toujours compris entre 0 (0% de glissement, ce qui signifie qu'il n'y a pas de différence entre la rotation de la roue et la translation de la voiture) et 1 (100% de glissement, ce qui signifie que, soit la roue est totalement bloquée au freinage, soit elle tourne alors que la voiture reste parfaitement immobile au démarrage). Une des formulations les plus utilisée dans la litterature est donnée comme suit :

$$\lambda = \begin{cases} \frac{Rw - v_x}{v_x} & si \ v_x > Rw \ (freinage) \\ \frac{v_x - Rw}{v_x} & si \ v_x > Rw \ (acceleration) \end{cases}$$
 (2.28)

#### - l'adhérence :

L'adhérence se définit comme la qualité du contact entre le sol et la bande de roulement des pneumatiques. Grandeur sans dimension, l'adhérence dépend de la force normale, par la quelle le contact roue-sol est possible ( le poids du véhicule) et la force de freinage ou de guidage.

#### - L'angle de dérive latéral :

La dérive désigne le glissement transversal des pneumatiques lorsque la force de guidage devient insuffisante. La dérive est détectée en comparant l'angle de rotation du volant avec la vitesse de

lacet de la voiture. Une vitesse de lacet insuffisante correspond à un sous-virage, (la voiture tire tout droit), une vitesse de lacet excessive correspond à un survirage (la voiture part en tête-à-queue). L'angle de dérive depend donc de la vitesse de rotation en lacet et de l'angle de braquage en ce qui concerne les roues directrices, autrement dit, c'est l'angle entre la direction de cap de la roue et la direction d'avance de la roue.

Les expressions des angles dérive sont données par :

$$\alpha_{1} = \delta_{f} - \arctan\left(\frac{v_{x}\beta + \dot{\psi}l_{f}}{v_{x} - \frac{\alpha}{2}\dot{\psi}}\right)$$

$$\alpha_{2} = \delta_{f} - \arctan\left(\frac{v_{x}\beta + \dot{\psi}l_{f}}{v_{x} + \frac{\alpha}{2}\dot{\psi}}\right)$$

$$\alpha_{3} = -\arctan\left(\frac{v_{x}\beta - \dot{\psi}l_{r}}{v_{x} + \frac{\alpha}{2}\dot{\psi}}\right)$$

$$\alpha_{4} = -\arctan\left(\frac{v_{x}\beta - \dot{\psi}l_{r}}{v_{x} - \frac{\alpha}{2}\dot{\psi}}\right)$$
(2.29)

Avec  $\dot{\psi}$  étant la vitesse de lacet, notée  $\dot{w}_z$  précédement et  $\delta_f$  l'angle de braquage des roues avant. Les formulations ci-dessus se simplifient si l'on considère les rapports  $\left(\frac{v_x \beta \pm \dot{\psi} l_r}{v_x \mp \frac{a}{2} \dot{\psi}}\right)$  faibles et que  $\left|\frac{a}{2} \dot{\psi}\right| << v_x$ . Les expressions mathématiques des angles de dérive usuelles sont alors données par :

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \delta_f - \beta - \frac{\dot{\psi}l_f}{v_x}$$

$$\alpha_3 = \alpha_4 = -\beta + \frac{\dot{\psi}l_r}{v_x}$$
(2.30)

Les indices 1,2 correspondent aux roues avant et 3,4 aux roues arrières.

Les forces latérales  $F_y$ , sont dues essentiellement aux actions du conducteur sur le volant, représentant les efforts de réaction du pneumatique. Elles sont fonction de la dérive des pneumatiques. Les forces longitudinales  $F_x$  sont liées à la traction et au freinage et sont fonction du glissement. Les forces verticales  $F_n$  quant à elles, sont dues aux efforts de liaisons internes notamment les amortisseurs et les suspensions.

Le caractère dynamique du pneumatique via son enveloppe se traduit par un comportement fortement non linéaire. En effet, le pneumatique se déforme durant le roulement en une bande de contact, notamment sous l'effet de l'effort normal. Quand les roues tournent pour faire avancer le véhicule, les pneus se déforment pour maintenir le contact avec la route. La section du pneu en contact avec la route est appelée zone de contact pneu-chaussée. Toutes les forces requises pour l'accélération, le freinage et la prise d'un virage sont transmises par l'intermédiaire de cette zone de contact.

C'est la déformation de cette enveloppe qui est à l'origine de la création des moments qui s'exercent sur la roue. Sur la figure 2.5 sont portées les forces s'exercant sur la roue. Les moments qui s'exércent et induits par ces forces sur la roue y sont ègalement portés.

Le moment d'auto-alignement  $M_z$ , au tour de l'axe  $O_rO_z$ , qui est un des principaux moments concernant le ressenti de la situation dynamique du véhicule, il tend à ramener la roue dans l'axe de l'avance du véhicule, une fois que la roue ait subi une dérive dûe à la déformation de l'enveloppe.

Le moment de résistance au roulement  $M_y$ , au tour de  $O_rO_y$  est généré par la capacité des pneus à se déformer afin d'assurer l'adhérence et le confort. La quantité d'énergie requise pour déformer un pneu est définie par la résistance au roulement. Ce moment est induit par une force qui s'oppose à la rotation du pneu résultant de la déformation du pneu dans la zone de contact pneu-chaussée.

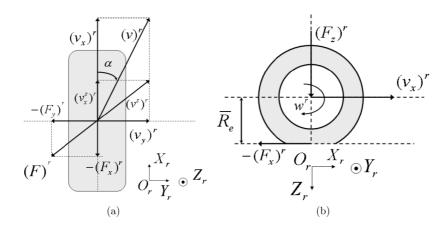


FIGURE 2.4 – Forces de contact sur la roue

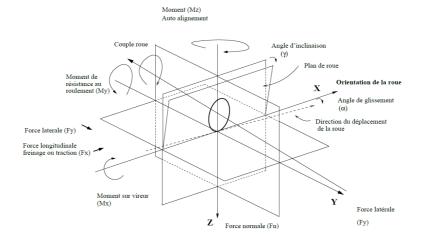


Figure 2.5 – Forces de contact et moments induits agissant sur la roue

Le moment de résistance  $M_x$ , au tour de  $O_rO_x$ , ou encore appelé moment de renversement, est une conséquence entre autre du devers de la chaussée.

Pour plus de détails, le lecteur pourra se référer aux travaux de Rajamani cités dans [196]. Dans ce qui suit, nous exposerons sunccintement et de maniere non exaustive quelques modèles des efforts du pneumatique les plus utilisés avant d'intégrer cela dans le modèle lacet-dérive du véhicule.

#### 2.2.5 Différentes représentations des efforts de contact roue-sol

L'interaction entre le pneu et la route est très complexe et vient du fait que le pneumatique subit des déformations durant le roulement ce qui influence hautement les efforts de contact [61]. D'autres effets tels que les dynamiques internes du pneumatique liés aux mouvements relatifs des patins influencent également les efforts de contact, sans compter les phénomènes de saturation dûs aux frottements. Delà, un modèle de l'effort de contact rendant simplement des frottements mis en jeu n'est pas trés représentatif [44]. D'un autre coté, un modèle englobant de façon exaustive tous les phénomènes liés au pneumatique

serait très complexe et difficilement exploitable.

Différentes et nombreuses sont les représentations de l'effort de liaison entre le pneumatique et la route, mettant en avant tel ou tel autre phénomène. La modélisation du pneumatique et des efforts associés consiste à developper une relation mathématique qui traduirait les effets de déformation et de frottements. Une modélisation globale serait d'autant plus complexe que le nombre de phénomènes pris en compte est élevé. Pour cette raison la, les modèles spécifiques traitant d'un effet en particulier sont trés utilisés, et semblent constituer un assez bon compromis, comme pour toute démarche de modélisation des systèmes complexes.

En se basant sur les résultats expérimentaux , il est montré que l'effort de contact pneumatique-chaussée évolue selon trois différentes zones comme il est montré dans la figure 2.6 à savoir :

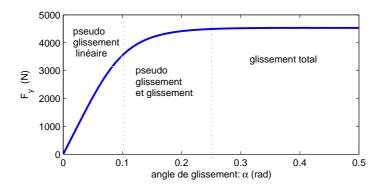


FIGURE 2.6 – Évolution de l'effort de contact en fonction du glissement  $\alpha_i$ 

- La zone de pseudo-glissement linéaire : Caractérise les conditions de la conduite normale où l'effort évolue de manière pseudo-linéaire et est assimilé à la tangente à l'origine. Pour de faibles valeurs de  $\alpha$ , l'effort est pseudo linéaire. Dans ce cas là, l'effort latéral  $F_y$  peut être approché par la tangente à l'origine :

$$F_y = \left(\frac{\partial F_y}{\partial \alpha}\right)_{\alpha=0} \cdot \alpha = C_y \alpha \tag{2.31}$$

Où  $C_y$  est le coefficient de raideur du pneumatique. C'est cette approximation pseudo linéaire qui est prise en considération la plus part du temps.

- La zone de glissement et pseudo-glissement : Le pneumatique est sollicité à la limite de l'adhérence.
   L'effort est non linéaire avec une tendance à la saturation, cependant le véhicule reste contrôlable.
- La zone de glissement total : Au delà de la limite de l'adhérence, l'effort est saturé et le véhicule perds de sa manœuvrabilité.

À partir de là, différentes représentations ont été élaborées et proposées afin d'approcher au mieux l'évolution de l'effort de contact [44], [226]. On distingue :

#### 1. Les modèles paramètriques :

Lorsque le pneumatique est sollicité de façon modérée, traduisant un état de conduite dans des conditions normales, une représentation simplifiée est possible. Ce sont les modèles les plus utilisées pour représenter l'effort de contact pneumatique-chaussée. Ils se basent sur l'identification des paramètres correspondants aux caractéristiques physiques de l'effort de contact tel que la rigidité longitudinale et transversale du pneumatique, le coefficient de frottement, propriétés de la chaussée ... L'inconvénient majeur connu à ce type de modèles est lié à la méconnaissance des paramètres ainsi que leurs variations qui dépendent grandement des conditions de roulement [208].

#### - Les modèles statiques :

Ces modèles sont basés sur l'interpretation du phénomène de glissement et d'adhérence. Le principe est de considérer la zone de contact pneumatique-chaussée de façon à faire apparaître une zone de glissement et une zone d'adhérence. L'effort de contact est alors la somme des efforts lié à ces deux paramètres [45], [83].

#### - Les modèles empiriques :

L'effort de contact est représenté à un instant donné à partir de relevés expérimentaux en fonction de l'adhérence, de l'angle de dérive et de la force normale. Les paramètres du modèle sont estimés en utilisant des données expérimentales obtenues avec une instrumentation spécifique [43]. Une littérature abondante est disponible à ce sujet dont les travaux instigateurs sont developpés dans [11]. Une des approches les plus utilisée par la communauté scientifique et industrielle est l'approche empirique Pacejka [185], [125].

#### 2. Modèles physiques

Sous cette appellation sont regroupés les modèles décrivant l'effort de contact pneumatique-chaussée de manière physique. Cependant, il n'y a pas un modèle général qui permetterait de décrire tous les phénomènes mis en jeu lors du contact pneumatique-chaussée. Le principe étant de représenter un phénomène particulier en détails. Des études comparatives entre différentes approches de modélisation du pneumatique et de l'effort de contact sont effectuées dans [193] et [45].

#### - Les modèles analytiques :

Cette catégorie de modèles tente de représenter l'effort de contact par une formulation analytique des frottements mis en jeu en fonction du glissement longitudinal et de la dérive latérale, tels que les modèles de Dugoff [62], [228].

#### Les modèles dynamiques :

Le modèle de l'effort de contact formulé d'un point de vue dynamique permet de tenir compte des déformations que le pneumatique subit durant le roulement, ce que les modèles statiques ne prennent pas en considération. La dynamique est représentative du regime transitoire traduisant la relaxation du pneumatique. Cela peut être effectué en associant à un modèle statique des efforts de contact des équations différentielles comme suit [45], [240] :

$$\tau_y \dot{F}_y + F_y = F_y^S \tag{2.32}$$

Avec  $F_y$  étant l'effort latéral,  $\tau_y$  et  $F_y^S$  sont des paramètres qui seront définis par la suite. Plusieurs approches intéressantes sont disponibles et ont été élaborées comme le modèle 'brosse', voir [44] et ses références.

#### 3. Modèles à éléments finis

L'augmentation de la puissance de calcul a permis le developpement d'approches basées sur les éléments finis pour résoudre des équations aux dérivées partielles complexes décrivant le comportement du pneumatique. Le principe, en somme, consiste à diviser la structure du pneu en petits éléments. À chaque élément est associé un ensemble d'équations differentielles décrivant son comportement physique [226], [65].

Dans la suite, pour représenter l'effort de contact pneumatique chaussée, afin d'établir le modèle bicyclette dans l'objectif de synthèse d'approches d'estimation de la dynamique latérale, nous avons porté notre choix sur l'approche empirique de Pacejka ainsi que la formulation de Rajamani tout en considérant le régime transitoire du pneumatique à travers des équations differentielles.

#### Modèle empirique de Pacejka

Le modèle de Bakker-Pacejka initialement connu sous l'appellation de 'formule magique' [185] est une référence pour la modélisation du comportement du pneumatique et des efforts de contact associés [185]. C'est de loin l'un des modèles les plus utilisés par la communauté scientifique et industrielle. La formulation des efforts de Bakker-Pacejka est un modèle paramètrique-empirique quasi-statique, qui permet le calcul des forces latérales, longitudinales et le couple d'auto-alignement ainsi que le couplage entre les forces longitudinales et latérales. Ce modèle identifie des paramètres qui correspondent à des caractéristiques physiques du couple pneumatique-chaussée, ce qui permet d'approcher au mieux le comportement longitudinal et latéral pour une vitesse et des conditions de chaussée données. Le modèle est donnée par la formule générale suivante :

$$Y(x) = D\sin\left(C\tan^{-1}\left(B(1-E)x + E\tan^{-1}(Bx)\right)\right)$$
 (2.33)

Où Y(x) et x peuvent prendre les expressions suivantes :

$$Y(x): \begin{bmatrix} Force\ longitudinale\ F_x \\ Force\ laterale\ F_y \\ Moment\ d'auto-alignement\ M_z \end{bmatrix},\ x: \begin{bmatrix} Glissement\ \lambda \\ angle\ de\ derive\ \alpha \end{bmatrix}$$
(2.34)

Les coefficients de cette formulation sont définis comme suit :

$$B: Raideur \ de \ derive \quad E: Facteur \ de \ courbure \ D: Facteur \ de \ pic \quad C: Facteur \ de \ forme$$
 (2.35)

#### 2.2.6 Les différents modèles du véhicule utilisés

Le modèle bicyclette est le modèle le plus utilisé par la communauté scientifique et automobile pour l'étude du mode latéral du véhicule. Dans cette partie, différents modèles décrivant la dynamique latérale du véhicule sont établis. Partant du modèle bicyclette, plusieures variantes sont proposées [155]. Pour commencer, le modèle bicyclette linéaire est introduit, faisant apparaître des efforts linéaires. Ensuite, le cas non linéaire est abordé.

## 2.2.7 Le modèle bicyclette linéaire

L'objectif étant d'élaborer des stratégies d'estimation de la dynamique latérale du véhicule routier léger, seul le mode latéral est considéré. Le modèle bicyclette décrit la dynamique du véhicule restreinte aux seuls mouvements de lacet et de dérive. À partir des hypothèses formulées ci-dessus, le modèle est formulé dans le repère caisse, puisque ce dernier coincide avec le repère véhicule. Le fait qu'il n'y est plus de mouvements relatifs du repère  $R^c$  par rapport au repère  $R^v$  cela permet d'écrire les équations d'équilibre dynamique comme suit, figure 2.7 :

$$\begin{cases}
 mv_x \left( \dot{\beta} + \dot{\psi} \right) = \sum F_{ext}|_y^v \\
 I_z \ddot{\psi} = \sum M_{ext}|_y^v
\end{cases}$$
(2.36)

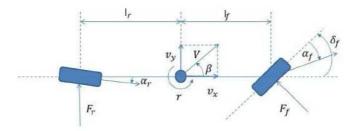


FIGURE 2.7 – Le modèle bicyclette

Le modèle bicyclette représente le véhicule par une seule roue à l'avant correspondant aux deux roues avant du véhicule et une roue à l'arrière pour les deux arrière placées au milieu de chaque essieu, specifiées par les indices f et r respectivement pour f ront et r ear. Ce modèle décrit les mouvements de lacet et de dérive du véhicule. En utilisant l'expression linéaire des forces latérales avant et arrière (2.31) notées  $F_{yf}$  et  $F_{yr}$  et les formulations des angles de dérive (2.30), les forces latérales avant et arrière sont alors exprimées par :

$$F_{yf} = 2C_{yf}\alpha_f$$

$$F_{yr} = 2C_{yr}\alpha_r$$
(2.37)

En remplaçant les angles de dérive par leurs expressions, les forces latérales sont :

$$F_{yf} = 2C_{yf} \left( \delta_f - \beta - \frac{l_f}{v_x} \dot{\psi} \right)$$

$$F_{yr} = 2C_{yr} \left( -\beta + \frac{l_r}{v_x} \dot{\psi} \right)$$
(2.38)

Une fois les expressions des efforts latéraux obtenues (2.38) remplacées dans (2.36), et sous l'hypothèse d'un faible angle de braquage, nous obtenons le modèle bicyclette suivant :

$$\begin{cases}
mv_x \left( \dot{\beta} + \dot{\psi} \right) = F_{yf} + F_{yr} \\
I_z \ddot{\psi} = I_f F_{yf} - I_r F_{yr}
\end{cases}$$
(2.39)

Après developpement, nous obtenons le modèle bicyclette :

$$\begin{cases}
\dot{\beta} = -\frac{2(C_{yf} + C_{yr})}{mv_x} \beta + \left( \frac{2(C_{yr}l_r - C_{yf}l_f)}{mv_x^2} - 1 \right) \dot{\psi} + \frac{2C_{yf}}{mv_x} \delta_f \\
\ddot{\psi} = \frac{2(C_{yr}l_r - C_{yf}l_f)}{I_z} \beta - \left( \frac{2(C_{yf}l_f^2 + C_{yr}l_r^2)}{v_x I_z} - 1 \right) \dot{\psi} + \frac{2C_{yf}l_f}{I_z} \delta_f
\end{cases}$$
(2.40)

dont la représentation d'état est sous la forme  $\dot{x}(t) = Ax(t) + B\delta_f(t)$ :

$$\begin{pmatrix} \dot{\beta} \\ \ddot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2(C_{yf} + C_{yr})}{mv_x} & \frac{2(C_{yr}l_r - C_{yf}l_f)}{mv_x^2} - 1 \\ \frac{2(C_{yr}l_r - C_{yf}l_f)}{I_z} & -\left(\frac{2(C_{yf}l_f^2 + C_{yr}l_r^2)}{v_x I_z} - 1\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{2C_{yf}}{mv_x} \\ \frac{2C_{yf}l_f}{I_z} \end{pmatrix} \delta_f$$
 (2.41)

Avec  $x = \left(\beta \ \dot{\psi}\right)^T$  et  $\delta_f$  l'entrée qui est l'angle de braquage des roues avant.

#### Avec positionnement sur la voie

Pour contrôler la direction du véhicule afin de suivre la trajectoire désirée ou se repérer sur la voie de circulation, le conducteur se réfère à la route. Pour traduire cela, il faut disposer de variables qui permettraient d'établir la comparaison ou référence par rapport à la position désirée. Le positionnement du véhicule est donc important. Ce positionnement est déterminé par deux variables, l'écart latéral  $Y_L$  mesuré à une distance de visée  $l_s$  du centre de gravité, et l'angle de cap  $\psi_L$  de l'axe de symétrie du véhicule par rapport à la tangente à la voie, qui repésente l'ecart entre l'angle de lacet et l'angle de lacet désiré (le cap).

La position du véhicule sur la voie de circulation est exprimée par les équations différentielles de l'écart latéral et de l'angle de cap, comme suit :

$$\begin{cases}
\dot{Y}_L = v_x \left(\beta + \psi_L\right) + l_s \left(\dot{\psi} - v_x \rho\right) \\
\dot{\psi}_L = \dot{\psi} - v_x \rho
\end{cases}$$
(2.42)

 $\rho$  est la courbure de la route. Ces équations, étant linéaires, elles sont simplement ajoutées au modèle linéaire (2.40) pour établir le positionnement sur la voie. La représentation d'état du modèle bicyclette avec positionnement sur la voie est sous la forme :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + B_{\rho}\rho(t) \tag{2.43}$$

où u(t) est l'entrée en angle de braquage  $\delta_f$ . Après developpement, la formulation est la suivante :

$$\begin{pmatrix} \dot{\beta} \\ \ddot{\psi} \\ \dot{\psi}_L \\ \dot{Y}_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2(C_{yf} + C_{yr})}{mv_x} & \frac{2(C_{yr}l_r - C_{yf}l_f)}{mv_x^2} - 1 & 0 & 0 \\ \frac{2(C_{yr}l_r - C_{yf}l_f)}{I_z} & \left(\frac{2(-C_{yf}l_f^2 - C_{yr}l_r^2)}{v_x I_z} - 1\right) & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ v_x & l_s & v_x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \\ \psi_L \\ Y_L \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{2C_{yf}}{mv_x} \\ \frac{2C_{yf}l_f}{I_z} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \delta_f + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -v_x \\ -v_x l_s \end{pmatrix} \rho$$

$$(2.44)$$

#### Remarque 2.2

Les variables  $\delta_f$  et  $\rho$  sont variables dans le temps. Cependant, afin de ne pas surcharger les expressions, la variable t est omise. Par ailleurs, le cas contraire, cela serait mentionné.

Nous remarquons, que le caractère linéaire des modèles cités est essentiellement dûe au fait que les efforts de contact latéraux sont considérés linéaires. Cela suppose que le véhicule est dans la zone de pseudo-glissement linéaire sous des conditions de conduite normales. Cependant, le véhicule en situation limite voire critique est mieux représenté par un modèle non linéaire reflétant la saturation de l'effort de contact signifiant que l'effort évolue dans les zones de glissement et pseudo-glissement et de glissement total.

Un des points de contribution de notre travail consiste en la représentation des efforts de contact d'un point de vue non linéaire, afin de représenter au mieux le véhicule en situation limite. Cela est effectué à travers les formulations de Pacejka, de Rajamani ainsi que de la représentation dynamique des efforts de contact.

#### 2.2.8 Le modèle bicyclette non linéaire

Dans cette section, nous proposons de prendre en considération les non linéarités des efforts de contact à intégrer dans les équations du modèle bicyclette décrivant la dynamique latérale du véhicule. Pour cela, les efforts de contact seront représentés par les formulations non linéaires de Pacejka et de Rajamani.

Le modèle bicyclette non linéaire est décrit sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{\beta} = \frac{1}{mv_x} (F_{yf} + F_{yr}) - \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} = \frac{1}{I_z} (l_f F_{yf} - l_r F_{yr}) \end{cases}$$
 (2.45)

Où les forces latérales sont exprimées par :

$$F_{yi} = D_i \sin \left( C \tan^{-1} \left( B_i (1 - E_i) \alpha_i + E_i \tan^{-1} \left( B_i \alpha_i \right) \right) \right)$$
 (2.46)

Avec, comme mentionné précédemment  $i = \{f, r\}$  désignant la roue avant et la roue arrière, respectivement.

#### Avec positionnement sur la voie

De la même manière que pour le cas linéaire, le modèle bicyclette non linéaire avec positionnement sur la voie est obtenu en associant au modèle ci-dessus (2.45) les équations différentielles de l'écart latéral et de l'angle de cap (2.42) :

$$\begin{cases}
\dot{\beta} = \frac{1}{mv_x} (F_{yf} + F_{yr}) - \dot{\psi} \\
\ddot{\psi} = \frac{1}{I_z} (l_f F_{yf} - l_r F_{yr}) \\
\dot{Y}_L = v_x (\beta + \psi_L) + l_s (\dot{\psi} - v_x \rho) \\
\dot{\psi}_L = \dot{\psi} - v_x \rho
\end{cases} \tag{2.47}$$

#### Avec prise en considération du régime transitoire de la déformation du pneumatique

Comme mentionné précédemment, les caractéristiques du pneumatique et les forces latérales sont générées par un système dynamique comme suit :

$$\begin{cases} \tau_f \dot{F}_{yf} + F_{yf} = F_{yf}^S \\ \tau_r \dot{F}_{yr} + F_{yr} = F_{yr}^S \end{cases}$$
 (2.48)

 $F_{yi}^{S}$  sont les entrées de ce système représentant les valeurs permanentes (stationnaires) des efforts latéraux qui peuvent être formulées par la formule de Pacejka :

$$F_{vi}^{S} = D_{i} \sin \left( C_{i} \tan^{-1} \left( B_{i} \left( 1 - E_{i} \right) \alpha_{i} + \tan^{-1} \left( B_{i} \alpha_{i} \right) \right) \right)$$
(2.49)

Les paramètres  $\tau_f$  et  $\tau_r$  sont donnés par  $\tau_i = \frac{r_i}{r_D |\Omega|}$ ,  $i = \{f, r\}$ , où  $r_D |\Omega|$  est la vitesse lingitudinale.  $r_D$  et  $\Omega$  représentent le rayon de roulement dynamique et la vitesse angulaire et  $r_i$  sont les longueurs de relaxation. Ce système d'équations associé au modèle bicyclette (2.45) nous permet d'obtenir une représentation qui tiens compte de l'évolution de l'effort sur toute la plage de variation de la dérive latérale ainsi que de l'aspect dynamique des interactions pneumatique chaussée :

$$\begin{cases}
\dot{v}_{y} = \frac{1}{m} \left( F_{yf} + F_{yr} \right) - v_{x} \dot{\psi} \\
\ddot{\psi} = \frac{1}{m} \left( l_{f} F_{yf} - l_{r} F_{yr} \right) \\
\dot{F}_{yf} = -\frac{v_{x}}{r_{f}} F_{yf} + \frac{v_{x}}{r_{f}} F_{yf}^{S} \\
\dot{F}_{yr} = -\frac{v_{x}}{r_{r}} F_{yr} + \frac{v_{x}}{r_{r}} F_{yr}^{S}
\end{cases} \tag{2.50}$$

La variable  $v_y$  est la vitesse latérale  $(v_y \approx v_x \beta)$ . À noter que l'effort de contact latéral dans ce cas de figure est un état. Le positionnement sur la voie est possible en ajoutant simplement le système d'équations associées (2.42) respectivement.

Les modèles sus-cités seront utilisés dans les chapitres suivants pour la synthèse d'observateurs pour estimer les paramètres et variables non disponibles à la mesure de la dynamique latérale. Des associations de modèles sous la forme de structures en cascade seront également considérées.

# 2.3 Problématique

Dans cette première partie, nous avons exposé la démarche suivie pour obtenir une représentation mathématique de la dynamique latérale du véhicule. Au moyen d'hypothèses simplificatrices, le modèle bicyclette est obtenu décrivant les mouvements de lacet et de dérive. Nous avons commencé par exposer le modèle bicyclette linéaire, communément utilisé dans la plus part des travaux entrepris, concernant la dynamique latérale du véhicule ainsi que son positionnement sur la voie. Le modèle bicyclette linéaire est basé sur l'hypothèse que le véhicule est en situation de conduite normale, où les efforts de contact latéraux evoluent dans la zone de pseudo-glissement linéaire. L'objectif de la synthèse des observateurs de cette étude est la détection de situations limites, cela contredit le fait de considérer cette hypothèse, vu que le véhicule dans ce cas là dénote des efforts dans la zone de glissement voire de saturation (glissement total).

Par ailleurs, il est bien connu, qu'un modèle linéaire reflète le comportement du système considéré uniquement sur une zone ou point de fonctionnement bien spécifique et restreint. Dans le cas du véhicule,

cela se répercute sur la limitation du braquage des roues directrices avant et la dérive latérale, afin de confiner le comportement de celui-ci dans une zone d'évolution pseudo-linéaire.

À partir de cette observation, nous proposons dans cette étude de tenir compte des non linéarités générées par les efforts de contact et cela sur toute la plage de variation de la dérive latérale. Le cas du modèle bicyclette non linéaire est alors abordé. D'autres travaux ont abordé cet aspect la. Dans [65], la saturation des efforts est prise en compte à travers le coefficient d'adhérence, le véhicule étant toujours dans une situation de conduite normale. Dans [228] le modèle de Dugoff est utilisé, exprimant les efforts latéraux sous forme de non linéarités de type secteur. Les travaux entrepris dans [231] utilisent, sans modèle particulier du pneumatique, une relation d'effort de contact-angle de dérive, dont le facteur de proportionnalité est variant dans le temps, l'effort étant supposé varier entre deux valeurs minimum et maximum.

Pour le travail élaboré dans cette thèse, les formulations non linéaires de Pacejka et de Rajamani sont utilisées, sans hypothèses simplificatrices, ce qui constitue un point de contribution. Le modèle bicyclette obtenu est fortement non linéaire traduisant la complexité du système véhicule ainsi que les phénomènes mis en jeu (saturation des efforts, variations de beaucoup de paramètres, . . .).

Si l'avantage lié à l'utilisation des systèmes linéaires est la simplicité de représentation au détriment de la précision, l'abondance d'outils d'analyse, de contrôle et d'estimation, le cas des systèmes non linéaires se trouve dépourvu d'approches systématiques néanmoins la fidélité de représentation est de rigueur. De ce fait, apparait le compromis précision/complexité.

Dans la partie suivante, nous proposons d'exploiter le principe des modèles polytopiques via le formalisme Takagui-Sugeno (TS) pour représenter les modèles fortement non linéaires considérés dans cette étude. Une nouvelle formulation polytopique exacte des efforts de contact pneumatique-chaussée non linéaires est élaborée, et qui représente un autre point contributif du travail présenté dans ce thèse.

# 2.4 Représentaion polytopique de la dynamique latérale du véhicule

Cette partie est dédiée à la présentation du formalisme Takagui-Sugeno pour la représentation des systèmes non linéaires.

#### 2.4.1 Motivation

Un des principaux objectifs de la modélisation d'un système en général, est de représenter au mieux son comportement dynamique. Pour cela, les lois dynamiques qui régissent le système, rendent effet de toutes les interactions intervenant. Une modélisation englobant tous les phénomènes qui intéragissent mènerait à un modèle trés complexe. Aussi, la quête constante d'une déscription précise mène à l'utilisation du formalisme non linéaire.

Cependant, la complexité connue aux représentations non linéaires mène souvent à utiliser une représentation linéaire. Néanmoins, dans ce cas là, la représentation du système initial n'est qu'approximative, puisque c'est une description locale, restreinte à un point de fonctionnement.

Dans le contexte du véhicule, la plus part des travaux entrepris considèrent une représentation linéaire pour décrire sa dynamique [65], [44], [210]. Certains travaux ont par ailleurs utilisé des modèles non linéaires, toutefois, les outils développés sont valides sous réserve de vérifier certaines conditions et sont donc spécifiques à une catégorie particulière de systèmes non linéaires.

La synthèse d'une assistance à la conduite, passive ou active, requière la disponibilité à la mesure de certaines variables du modèle. Toutefois, en pratique, les variables caractérisant le système véhicule ne sont pas toujours disponibles, faute de moyens techniques ou économiques. Pour palier à cet inconvénient, des observateurs sont synthétisés pour reconstruire les variables non mesurables. Les approches d'estimations sont basées sur le modèle considéré. La qualité de reconstruction de l'observateur dépend donc du modèle utilisé

Beaucoup de travaux ont été entrepris dans le cadre d'élaboration d'observateurs pour des systèmes linéaires. Néanmoins, l'objectif concernant la précision pour une meilleure fidélité de reconstruction, mène souvent à envisager l'utilisation des systèmes non linéaires qui continu d'être un sujet d'intenses recherches.

# 2.5 Modèles polytopiques Takagui-Sugeno (TS)

Il est clair que, d'une part, les systèmes linéaires bénéficient d'une abondance d'outils d'analyse et de synthèse au détriment de la précision de représentation, et d'autre part, les systèmes non linéaires sont plus complexes certes mais plus précis. Afin d'exploiter l'avantage caractérisant les systèmes linéaires et au même temps la qualité de représentation des systèmes non linéaires, le formalisme Takagi-sugeno (TS) est utilisé.

Soit un système non linéaire sous une forme générale comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f\left(x(t), u(t)\right) \\ y(t) = h\left(x(t), u(t)\right) \end{cases}$$
(2.51)

 $x(t) \in \Re^n$  est l'état du système,  $u(t) \in \Re^{n_u}$  est l'entrée et  $y(t) \in \Re^{n_y}$  est la sortie. Les systèmes non linéaires décrits par (2.51) constituent une difficulté souvent rencontrée lors de leurs étude et analyse. C'est cette difficulté qui mènent à l'étude de classes particulières des ces systèmes non linéaires et de ce fait limite les résultats à une catégorie restreinte.

L'idée d'une approche globale basée sur de multiples modèles linéaires autour de différents points de fonctionnement a été élaborée et très étudiée ces dernières années. L'interpolation de ces modèles locaux avec des fonctions de pondération normalisées permet de modéliser le système global non linéaire aisément. C'est le concept dit des multimodèles ou modèles polytopiques, initié par les modèles flous de Takagi-Sugeno(TS) [229].

Les modèles polytopiques TS offrent une représentation des systèmes non linéaires intéressante d'un point de vue mathématique notamment concernant le fait de représenter la majorité des classes de systèmes non linéaires avec précision voire exactitude ainsi qu'une structure aisément exploitable. Le modèle TS est considéré comme étant un outil d'approximation universel pouvant approximer tout système non linéaire avec une certaine precision [75].

Initialement, le modèle proposé par Takagi et Sugeno est d'écrit par des règles floues "If - Then", qui expriment les relations entrée-sortie liées aux modèles linéaires locaux du modèle non linéaire. La principale caractéristique est le fait d'exprimer chacune de ces règles floues par un modèle linéaire [234]. Le modèle global est alors obtenu par une pondération de tous les modèles locaux linéaires.

En d'autres termes, la modélisation TS permet de représenter le système non linéaire d'une façon intuitive en décomposant l'espace opérationnel du système en plusieurs régions au nombre de r, où chacune d'elles est modélisée par un modèle linéaire. Chaque modèle local contribue à travers une fonction de pondération associée au modèle global. L'ensemble des fonctions de pondération vérifie la propriété de somme convexe [105]:

$$\sum_{i=1}^{r} \mu_i(\xi(t)) = 1, \ 0 \le \mu_i(\xi(t)) \le 1$$
(2.52)

Le modèle obtenu est comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} \mu_i \left( \xi(t) \right) \left( A_i x(t) + B_i u(t) \right) \\ y(t) = \sum_{i=1}^{r} \mu_i \left( \xi(t) \right) \left( C_i x(t) + D_i u(t) \right) \end{cases}$$
(2.53)

Où x(t) est l'état, u(t) est l'entrée et y(t) est la sortie.  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  et  $D_i$  sont des matrices connues, de dimensions appropriées. r est le nombre de sous modèles et  $\xi(t)$  est la variable de décision.

Dans notre cas d'étude, la sortie y(t) est considérée linéaire, car les instruments de mesures nous donnent directement les mesures. La centrale inertielle donne la mesure de la vitesse de lacet  $\dot{\psi}$ , le système de vision (après un certain traitement des données) délivre l'écart latéral  $Y_L$  mesuré à une distance de visée  $l_s$  du centre de gravité ainsi que l'angle de cap  $\psi_L$ . Le modèle polytopique TS obtenu est alors sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} \mu_i(\xi(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = C x(t) \end{cases}$$
 (2.54)

Les  $\mu_i$  ( $\xi(t)$ ) sont les fonctions de pondération qui dépendent de la variable de décision ou de prémisse  $\xi(t)$ . La fonction de pondération (ou d'activation) traduit le degré d'activation du sous modèle. La variable de décision  $\xi(t)$  peut être mesurable (comme l'entrée u(t) et/ou la sortie y(t)) ou non mesurable (comme l'état x(t), qui n'est pas toujours disponible à la mesure). Delà, nous distinguons deux types de modèles polytopiques TS, le modèle à variables de décision mesurables (TSVDM) et le modèle à variables de décision non-mesurables(TSVDNM) [33] .

Les fonctions de pondération peuvent être construites de différentes façons. On distingue parmis elles, entre autres les fonctions de type booléen, à dérivées discontinues comme les fonctions triangulaires ou encore celles à dérivées continues telles que les fonctions gaussiennes [127]. La propriété de somme convexe propre aux fonctions de pondération est vérifiée en effectuant une normalisation. Recemment, une autre approche pour construire les fonctions de pondération est utilisée, basée sur les bornes des variables de decision [234].

#### 2.6 Construction des modèles TS

On procède généralement par deux approches pour construire un modèle TS [234], [106] et [105] qui sont :

- Par identification, en utilisant les données entrée-sortie.
- Ou, à par transformations mathématiques des équations dynamiques du modèle non linéaire.

La première approche est adéquate quand le modèle analytique n'est pas disponible ou que celui ci est très complexe à mettre en équations. Une abondante littérature est disponible à ce sujet [225], [224] [112] et [77].

La seconde est quant à elle utilisée quand les équations du modèle non linéaire sont disponibles et permet d'obtenir le modèle TS en utilisant soit les transformations par secteurs non linéaires, soit l'approche des approximations locales qui consistent en de multiples linéarisations (developpement en série de Taylor) au tour de différents points de fonctionnement déterminés au préalable [141], [182].

Le principe des transformations par secteurs non linéaires pour l'élaboration d'un modèle TS est basé sur l'idée de trouver un secteur global de manière à ce que le système non linéaire soit compris entre deux secteurs tel que :

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) \in \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \end{bmatrix} x(t)$$
(2.55)

avec f(0) = 0. Parfois, il n'est pas évident de trouver des secteurs non linéaires de façon globale, dans un tel cas, des secteurs locaux sont alors considérés, voir figure 2.8.

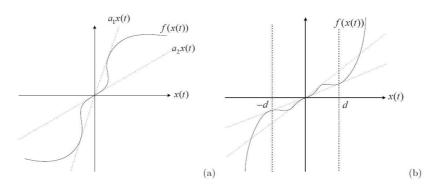


Figure 2.8 – Secteurs global (a) et local (b)

Contrairement au modèle obtenu par l'approche par identification ou de multiples linéarisations, le modèle TS obtenu à partir des transformations par secteurs non linéaires est une représentation exacte du système non linéaire dans un compact de l'espace considéré. Cependant, les variables de décision impliquées dans le modèle obtenu sont non mesurables.

Dans cette étude nous nous intéresserons aux modèles polytopiques TS à variables de décision non mesurables obtenus avec la transformation par secteurs non linéaires. Le choix s'est porté sur cette approche particulièrement pour l'exactitude du modèle polytopique TS obtenu ainsi que son application possible sur une large classe de systèmes non linéaires de la quelle fait partie le modèle du véhicule.

# 2.7 Transformation polytopique du modèle du vehicule

Dans cette section nous procédons à la transformation par secteurs non linéaires du modèle bicyclette du véhicule (2.45). Plus précisement, ce sont les non linéarités présentes dans les expressions des efforts de contact qui seront transformées, car comme on l'as vu précedement, les non linéarités du modèle bicyclette du véhicule y sont concentrées. L'objectif à travers cette étape est d'obtenir un modèle représentant fidèlement le modéle initial tout en étant facilement exploitable.

#### 2.7.1 Transformation par secteurs non linéaires

Avant d'aborder la transformation par secteurs non linéaires pour le cas du modèle bicyclette à travers les non linéarités des efforts de contact intervenant dans son expression et de proposer une nouvelle formulation polytopique TS des efforts, nous exposons en premier le principe de l'approche par secteurs non linéaires.

L'une des premières utilisations de la transformation par secteurs non linéaires pour la construction de modèles polytopiques TS est reportée dans [120]. Le principe, comme mentionné ci-dessus et illustré dans la figure 2.8, est de trouver deux secteurs de manière à ce que le système non linéaire considéré y évolue entre eux. Ce formalisme garantit une représentation polytopique TS exacte du modèle initial avec des variables de décision non mesurables. L'inconvenient lié à cette procédure est le fait de ne pas toujours trouver des secteurs de manière globale, dans quel cas, des secteurs locaux peuvent être trouvés.

Dans [234], les auteurs présentent succintement la procédure d'obtention d'un modèle polytopique TS par l'approche des secteurs non linéaires sur un exemple donné. Les travaux entrepris dans [141], [105] et [127] ont traité cet aspect de la construction de différents modèles polytopiques TS et fournissent une méthodologie plus générale.

Partant d'une forme générale de systèmes non linéaires, une représentation quasi-linéaires à paramètres variables (q-LPV) est obtenue décrivant une forme polytopique. Différentes formes sont possibles dont chacune d'elles est associée à un ensemble de variables de décision. Cette forme polytopique est issue des transformations convexes où les matrices à paramètres variables sont une combinaison convexes des matrices à paramètres constants. Chaque sous modèle correspond à un sommet du polytope. Le modèle global est non linéaire via les fonctions de pondérations.

Dans un premier temps, le système non linéaire (2.51) est réecrit sous forme q-LPV comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = F(x(t), u(t)) x(t) + G(x(t), u(t)) u(t) \\ y(t) = H(x(t), u(t)) x(t) + R(x(t), u(t)) u(t) \end{cases}$$
(2.56)

F, G, H et R sont des fonctions non linéaires dependant de l'état x(t) et de l'entrée u(t).  $\xi(t) = (x(t), u(t))^T$  est défini comme étant la variable de décision dont le choix est lié à la transformation q-LPV. Le système (2.56) est alors réecrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = F(\xi(t)) x(t) + G(\xi(t)) u(t) \\ y(t) = H(\xi(t)) x(t) + R(\xi(t)) u(t) \end{cases}$$
 (2.57)

Le nombre de non linéarités  $f_i$  dans (2.57) est noté r. Dans un second temps, la transformation convexe (secteurs non linéaires) est appliquée à chacune des variables de décision, qui représentent les non linéarités du système (2.57) selon le lemme 2.1.

#### *Lemme* 2.1 [170] et [127]

Soit h(t) = (x(t), u(t)) une fonction continue et bornée sur le domaine  $D \subset \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^{n_u}$  à valeurs dans  $\mathbb{R}$ , avec  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}^{n_u}$ . Il existe alors deux fonctions  $M_1$  et  $M_2$  tel que :

$$M_i: D \mapsto [0, 1]$$

$$(x(t), u(t)) \mapsto \omega_i(x(t), u(t)), \quad i = 1, 2$$

où

$$\omega_1\left(x(t), u(t)\right) + \omega_2\left(x(t), u(t)\right) = 1$$

Une décomposition de h(t) sur D est alors obtenue comme suit :

$$h(x(t), u(t)) = \omega_1(x(t), u(t)) \cdot h_1 + \omega_2(x(t), u(t)) \cdot h_2$$

 $\begin{array}{l} avec\ h_1 = \max_{x,u \in D} \left\{ h\left(x(t),u(t)\right)\right\} \ et\ h_2 = \min_{x,u \in D} \left\{ h\left(x(t),u(t)\right)\right\}. \\ \omega_1\ et\ \omega_2\ sont\ d\'efinies\ par\ : \end{array}$ 

$$\omega_1(x(t), u(t)) = \frac{h_1 - h(x(t), u(t))}{h_1 - h_2}$$

$$\omega_2\left(x(t),u(t)\right) = \frac{h\left(x(t),u(t)\right) - h_2}{h_1 - h_2}$$

Les non linéarités  $f_i$  du système (2.57), sous conditions qu'elles soient bornées et continues, sont réecrites en utilisant la transformation convexe sous la forme :

$$f_i(\xi(t)) = f_i^{\min} \omega_1^i(\xi(t)) + f_i^{\max} \omega_2^i(\xi(t))$$

$$(2.58)$$

Les fonctions  $\omega_j^i(\xi(t))$  avec  $\{i, j\} = 1, 2$ , sont les fonctions de pondération locales définies par :

$$\omega_1^i(\xi(t)) = \frac{f_i^{\max} - f_i(\xi(t))}{f_i^{\max} - f_i^{\min}} 
\omega_2^i(\xi(t)) = \frac{f_i(\xi(t)) - f_{ii}^{\min}}{f_i^{\max} - f_i^{\min}}$$
(2.59)

Les fonctions de pondération (globales) sont quand à elles definies par l'expression suivante :

$$\mu_{i+i_1+i_2\times 2+\dots+i_{r-1}\times 2^{r-1}}(\xi(t)) = \prod_{j=1}^{r} \omega_i^j(\xi(t))$$
(2.60)

L'objectif d'une représentation polytopique avec le formalisme de la transformation convexe est l'obtention d'un modèle représentant fidélement le modèle non linéaire initial tout en étant exploitable d'un point de vue mathématique à des fins entre autres de synthèse d'observateurs et de contrôleurs.

Un système non linéaire posséde en général plus d'une représentation q-LPV. Le choix de l'une par rapport à une autre dépendra de l'ensemble des variables de décision impliquées. Le choix de l'ensemble des variables de décision est important car il influence le nombre r de sous modèles dont sera constitué le modèle polytopique TS construit ainsi que sa structure [127].

L'analyse de la stabilité et des performances associées aux observateurs et contrôleurs basés sur des structures polytopiques se fait essentiellement par la résolution de problèmes d'optimisation formulés par des inégalités matricielles linéaires LMIs. La propriété de somme convexe des fonctions de pondération permet de s'en affranchir lors de la résolution et de ce fait les LMIs sont vérifiées pour les matrices  $A_i, B_i, C_i$  et  $D_i$  associées aux sommets du polytope du modèle q-LPV. À noter que ces LMIs traduisent des conditions suffisantes.

Les conditions de stabilité des observateurs et contrôleurs sont données en termes d'inégalités matricielles linéaires souvent au moyen des fonctions de Lyapunov. Le nombre de LMIs mis eu jeu depend de façon linéaire ou polynomiale du nombre de sous modèles et donc des variables de prémisse considérées. Un nombre élevé de sous modèles induirait un volume de calculs considérable ainsi qu'un domaine de solutions restreint. Pour faciliter l'existence d'une solution et réduire le volume des calculs, plusieures techniques ont été proposées dans la littérature [234], [17]. Une analyse intéressante est menée dans [127] où l'auteur propose une stratégie pour choisir un modèle polytopique fondée sur des critères liés à la résolution des LMIs sur la base de l'existence de solutions.

## 2.7.2 Transformation par secteurs non linéaires des efforts de contact $F_{yi}$

Nous allons maintenant procéder à la transformation par secteurs non linéaires du modèle bicyclette non linéaire du véhicule (2.45) obtenu dans précédemment dans ce chapitre :

$$\begin{cases} \dot{\beta} = \frac{1}{mv_x} \left( F_{yf} + F_{yr} \right) - \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} = \frac{1}{I_z} \left( l_f F_{yf} - l_r F_{yr} \right) \end{cases}$$

Les non linéarités étant contenues dans les expressions des efforts latéraux représentés soit par les formulations de Pacejka ou de Rajamani, on s'intéressera à la transformation du modèle bicyclette. L'obtention du modèle, lié au positionnement sur la voie, s'effectue aisément en ajoutant les équations linéaires correspondantes, comme mentionné dans la partie précédente.

#### Efforts $F_{yi}$ exprimés par la formulation de Pacejka

L'objectif est de réécrire le modèle (2.45) sous forme polytopique TS, sans simplification en utilisant le formalisme des secteurs non linéaires via les transformations convexes. La formulation de Pacejka citée précédemment pour représenter l'effort latéral de contact pneumatique-chaussée est donnée par l'expression non linéaire suivante :

$$F_{ii} = D_i \sin \left( C_i \tan^{-1} \left( B_i (1 - E_i) \alpha_i + E_i \tan^{-1} \left( B_i \alpha_i \right) \right) \right)$$
 (2.61)

Puisque les non linéarités sont essentiellement présentes dans les expressions des efforts latéraux  $F_{yf}$  et  $F_{yr}$  décrits par la formule générale de Pacejka, elles sont rééxprimées, après quelques manipulations

mathématiques, sous la forme  $F_{yi}=f_{i}\left(\alpha_{i}\right)\alpha_{i}$  pour isoler la non linéarité, comme suit [253] :

$$F_{yi} = \left(B_i C_i D_i (1 - E_i) \frac{\sin(S_{i3})}{S_{i3}} \frac{\tan^{-1}(S_{i2})}{S_{i2}} + B_i C_i D_i E_i \frac{\sin(S_{i3})}{S_{i3}} \frac{\tan^{-1}(S_{i2})}{S_{i2}} \frac{\tan^{-1}(S_{i1})}{S_{i1}}\right) \alpha_i \qquad (2.62)$$

où:

$$S_{i1} = B_i \alpha_i$$
  

$$S_{i2} = B_i (1 - E_i) \alpha_i + E_i \tan^{-1} (S_{i1})$$
  

$$S_{i3} = C_i \tan^{-1} (S_{i2})$$

La fonction  $\frac{\sin(x)}{x}$  est définie sur  $\Re$ , sa limite quand  $x \to 0$  est égale à 1. Il en est de même pour la fonction  $\frac{\tan^{-1}(x)}{x}$ . En effet, le développement en série de Taylor de la fonction  $\tan^{-1} \forall x \in [-1 \ 1]$  est :

$$\tan^{-1}(x) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{2k+1} = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots$$
 (2.63)

Cette série converge quand x est borné, mais  $\tan^{-1}$  est définie sur tout  $\Re$ .

$$\tan^{-1}(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} - \dots$$
 (2.64)

d'où

$$\frac{\tan^{-1}(x)}{x} = 1 - \frac{x^2}{3} + \frac{x^4}{5} - \frac{x^6}{7} + \frac{x^8}{9} - \dots$$
 (2.65)

Il est alors évident que  $\lim_{x\to 0} \left(\frac{\tan^{-1}(x)}{x}\right) = 1$ . Puisque x est borné, la fonction  $\frac{\tan^{-1}(x)}{x}$  l'est également. Maintenant, considérons la non-linéarité  $f(\alpha_i)$  donnée par :

$$f(\alpha_i) = B_i C_i D_i (1 - E_i) \frac{\sin(S_{i3})}{S_{i3}} \frac{\tan^{-1}(S_{i2})}{S_{i2}} + B_i C_i D_i E_i \frac{\sin(S_{i3})}{S_{i3}} \frac{\tan^{-1}(S_{i2})}{S_{i2}} \frac{\tan^{-1}(S_{i1})}{S_{i1}}$$
(2.66)

La fonction  $f_i(\alpha_i)$  est continue et bornée pour tout  $\alpha$  par  $10^3 \le f(\alpha_i) \le 10^5$ . En utilisant le lemme 2.1,  $f_i(\alpha_i)$  est réécrite comme suit :

$$f_i(\alpha_i) = \mu_1^i(\alpha_i) \cdot M_1^i + \mu_2^i(\alpha_i) \cdot M_2^i$$
(2.67)

Les fonctions de pondération sont définies par les expressions suivantes

$$\mu_1^i(\alpha_i) = \frac{f_i(\alpha_i) - f_i^{\min}}{f_i^{\max} - f_i^{\min}}, \quad \mu_2^i(\alpha_i) = \frac{f_i^{\max} - f_i(\alpha_i)}{f_i^{\max} - f_i^{\min}}$$
(2.68)

Les nouvelles expressions des forces sont données par les formulations suivantes :

$$F_{yf} = \sum_{i=1}^{2} \mu_i^f(\alpha_f) M_i^f \alpha_f$$

$$F_{yr} = \sum_{i=1}^{2} \mu_i^r(\alpha_r) M_i^r \alpha_r$$
(2.69)

où les paramètres  $M_i^f$  et  $M_i^r$  avec i=1,2, sont définis par  $M_1^f=f_f^{max},\,M_2^f=f_f^{min}$  et  $M_1^r=f_f^{max},\,M_2^f=f_r^{min}$ .

Notons que les fonctions de pondération dépendent des angles de dérive  $\alpha_i$ . Rappelons les formules des angles de dérive  $\alpha_f$  et  $\alpha_r$  données par :

$$\alpha_f = \delta_f - \beta - \frac{l_f}{v_x} \dot{\psi}$$

$$\alpha_r = -\beta + \frac{l_r}{v_x} \dot{\psi}$$
(2.70)

Les angles de dérive sont fonction de l'état du système et de son entrée, en l'occurence l'état du modèle bicyclette constitué de  $\beta$  et de  $\dot{\psi}$  ainsi que de son entrée  $\delta_f$ . La variable de décision est donc :

$$\xi(t) = (x(t), u(t)) = \left(\beta(t), \dot{\psi}(t), \delta_f(t)\right)$$
(2.71)

Cette formulation, est valide sur toute la plage de variation de la variable  $\alpha_i$ . Ce qui se traduit par l'existence de deux secteurs  $\alpha_i M_1^i$  et  $\alpha_i M_2^i$  couvrant tout l'espace de variation de l'effort  $F_{yi}$  en fonction de  $\alpha_i$ , illustré par la figure 2.9 ci-dessous.

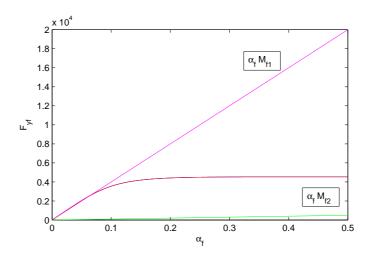


Figure 2.9 – Secteurs non linéaires pour  $F_{yi}$ 

L'expression polytopique des efforts obtenue via cette procédure est exacte, ce qui est montré par la figure 2.10. La transformation polytopique a permis d'avoir une formule mathématique exploitable, quant aux secteurs non linéaires globaux, ils permettent de couvrir tout l'espace d'évolution de la fonction de l'effort de contact avec exactitude.

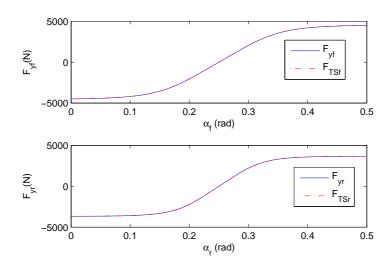


FIGURE 2.10 – Comparaison entre les efforts non linéaires et polytopique TS

### 2.7.3 Modèle polytopique TS obtenu à partir de la formulation de Pacejka

Une fois les expressions polytopiques TS exactes des forces latérales obtenues (2.69), elles sont intégrées au modèle bicyclette du véhicule décrivant les mouvements de lacet et de dérive (2.45). Dans un premier temps, seul le modèle à deux états est considéré. Les non linéarités étant présentes dans les équations du modèle lacet-dérive. Par la suite le modèle correspondant au positionnement sur la voie est présenté, également sous la forme TS.

En réécrivant les forces de Pacejka sous forme TS, en utilisant les expressions des angles de dérives  $\alpha_f$  et  $\alpha_r$ , les expressions suivantes sont obtenues :

$$F_{yf} = \sum_{i=1}^{2} \mu_i^f(x, \delta_f) \left( -M_i^f - \frac{M_i^f l_f}{v_x} \right) x + M_i^f \delta_f(t)$$

$$F_{yr} = \sum_{i=1}^{2} \mu_i^r(x) \left( -M_i^r - \frac{M_i^r l_r}{v_x} \right) x$$
(2.72)

avec  $x = \begin{bmatrix} \beta & \dot{\psi} \end{bmatrix}^T$ . En remplaçant les nouvelles expressions des forces (2.72) dans les équations du modèle (2.45), nous obtenons :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_i(x(t)) \left( A_i x(t) + B_i u(t) \right)$$
(2.73)

Où:

$$A_{1} = \begin{pmatrix} -\frac{M_{1}^{f} + M_{1}^{r}}{mv_{x}} & -\frac{l_{f}M_{1}^{f} + l_{r}M_{1}^{r}}{mv_{x}^{2}} - 1\\ -\frac{l_{f}M_{1}^{f} - l_{r}M_{1}^{r}}{l_{z}} & -\frac{l_{f}M_{1}^{f} + l_{r}M_{1}^{r}}{v_{x}l_{z}} \end{pmatrix}, A_{2} = \begin{pmatrix} -\frac{M_{2}^{f} + M_{1}^{r}}{mv_{x}} & -\frac{l_{f}M_{2}^{f} + l_{r}M_{1}^{r}}{mv_{x}^{2}} - 1\\ -\frac{l_{f}M_{1}^{f} - l_{r}M_{1}^{r}}{l_{z}} & -\frac{l_{f}M_{1}^{f} + l_{r}M_{2}^{r}}{mv_{x}} - 1\\ -\frac{l_{f}M_{1}^{f} - l_{r}M_{2}^{r}}{l_{z}} & -\frac{l_{f}M_{1}^{f} + l_{r}M_{2}^{r}}{mv_{x}^{2}} - 1\\ -\frac{l_{f}M_{1}^{f} - l_{r}M_{2}^{r}}{l_{z}} & -\frac{l_{f}M_{1}^{f} + l_{r}M_{2}^{r}}{v_{x}I_{z}} \end{pmatrix}, A_{4} = \begin{pmatrix} -\frac{M_{2}^{f} + M_{1}^{r}}{mv_{x}} & -\frac{l_{f}M_{2}^{f} + l_{r}M_{1}^{r}}{v_{x}I_{z}} - 1\\ -\frac{l_{f}M_{2}^{f} - l_{r}M_{2}^{r}}{mv_{x}} & -\frac{l_{f}M_{2}^{f} + l_{r}M_{2}^{r}}{mv_{x}^{2}} - 1\\ -\frac{l_{f}M_{2}^{f} - l_{r}M_{2}^{r}}{I_{z}} & -\frac{l_{f}M_{2}^{f} + l_{r}M_{2}^{r}}{v_{x}I_{z}} \end{pmatrix}$$

$$(2.74)$$

$$B_{1} = B_{3} = \begin{pmatrix} \frac{M_{1}^{f}}{mv_{x}} \\ \frac{l_{f}M_{1}^{f}}{I_{z}} \end{pmatrix}, B_{2} = B_{4} = \begin{pmatrix} \frac{M_{2}^{f}}{mv_{x}} \\ \frac{l_{f}M_{2}^{f}}{I_{z}} \end{pmatrix}$$
(2.75)

et les fonctions de pondération  $\mu_i(x(t))$  sont définies par :

$$\mu_{1}(x(t)) = \mu_{1}^{f}(x(t)) \times \mu_{1}^{r}(x(t)), \ \mu_{2}(x(t)) = \mu_{1}^{f}(x(t)) \times \mu_{2}^{r}(x(t))$$

$$\mu_{3}(x(t)) = \mu_{2}^{f}(x(t)) \times \mu_{1}^{r}(x(t)), \ \mu_{4}(x(t)) = \mu_{2}^{f}(x(t)) \times \mu_{2}^{r}(x(t))$$

$$(2.76)$$

La sortie ne présentant pas de non linéarités est déterminée par une équation linéaire, comme mentionné plus haut. La sortie est :

$$y(t) = Cx(t) (2.77)$$

avec la matrice  $C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

Le modèle polytopique Takagui Sugeno obtenu est un modèle à variables de décision non mesurables. En effet, les fonctions de pondération  $\mu_i$  dependent de l'état du système x(t), qui n'est pas complétement mesurable, puisque l'état  $\beta(t)$  ne l'est pas.

#### Modèles polytopiques TS avec positionnement sur la voie

Les équations décrivant le positionnement du véhicule sur la voie étant linéaires, elles ne nécessitent pas de transformation convexe. De ce fait, elles sont simplement insérées dans le système d'équations du modèle.

Le modèle polytopique TS obtenu à partir du modèle bicyclette non linéaire avec positionnement cité en (2.47) est comme suit :

#### Cas des efforts latéraux exprimés par la formule de Pacejka

Le modèle polytopique TS est sous la forme :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_i(x(t)) \left( A_i x(t) + B_i u(t) + B_\rho \rho(t) \right)$$
(2.78)

où:

$$A_{ij} = \begin{pmatrix} a_{ij}^{11} & a_{ij}^{12} & 0 & 0 \\ a_{ij}^{21} & a_{ij}^{22} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ v & l_s & v & 0 \end{pmatrix}$$
 (2.79)

et

$$B_{1} = B_{3} = \begin{pmatrix} \frac{M_{1}^{f}}{mv_{x_{s}}} \\ \frac{l_{f}M_{1}^{f}}{I_{z}} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, B_{2} = B_{4} = \begin{pmatrix} \frac{M_{2}^{f}}{mv_{x_{s}}} \\ \frac{l_{f}M_{2}^{f}}{I_{z}} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, B_{\rho} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -v_{x} \\ -v_{x}l_{s} \end{pmatrix}$$

$$(2.80)$$

avec

$$a_{ij}^{11} = -\frac{M_i^f + M_j^r}{mv_x} \qquad a_{ij}^{12} = -\frac{l_f M_i^f + l_r M_j^r}{mv_x^2} - 1$$

$$a_{ij}^{21} = -\frac{l_f M_i^f - l_r M_j^r}{I_z} \qquad a_{ij}^{22} = -\frac{l_f^2 M_i^f + l_r^2 M_j^r}{v_x I_z}$$

$$(2.81)$$

 $A_1 = A_{11}, A_2 = A_{21}, A_3 = A_{12}, A_2 = A_{22}$ . Le vecteur d'état est  $x(t) = \begin{pmatrix} \beta & \dot{\psi} & \psi_L & Y_L \end{pmatrix}^T$  et  $i, j = \{1, 2\}$ . u(t) est l'angle de braquage des roues avant  $\delta_f(t)$ ,  $\rho(t)$  étant la courbure de la route, considérée comme une entrée perturbation, généralement inconnue.

Le modèle bicyclette décrivant la dynamique latérale du véhicule à été considéré d'un point de vue non linéaire dans cette étude. Pour mieux exploiter ce modèle non linéaire le formalisme Takagi-sugeno avec les transformations par secteurs non linéaires est employé pour construire un modèle polytopique Takagi-Sugeno représentant le modèle initial avec exactitude et cela sur tout le domaine de variation de l'angle de dérive.

Pour cela, nous avons proposé une représentation exacte des efforts latéraux, qui est une seconde contribution du travail effectué dans ce mémoire [253], [254].

Cette procédure, offre une meilleure appréhension des non linéarités dont est constitué le système permettant ainsi d'avoir une forme tout aussi précise que la représentation initiale néanmoins plus exploitable. Cependant, l'inconvenient connu aux modèles construits via ce formalisme est la nature des variables de decision impliquées. En effet, les modèles obtenus sont à variables de decision non mesurables (VDNM), puisque les fonctions de pondérations font intervenir l'état qui n'est pas complètement

disponible à la mesure. La plupart des travaux entrepris dans le cadre de synthèse d'observateurs et de contrôlleurs considèrent des modèles polytopique TS à variables de décision mesurables [33], [3]. Ces derniers étant plus faciles à utiliser, contrairement aux modèles à VDNM.

La quête d'une représentation précise et d'une expression mathématique exploitable nous a mené à utiliser le formalise des secteurs non linéaires. Dans les chapitres suivants, ces modèles seront utilisés pour la synthèse d'observateurs ainsi qu'à la détection des situations limites.

D'autres modèles polytopiques TS ainsi que des modèles non linéaires reformulés en structures q-LPV sont developpés et seront introduits dans les chapitres suivants. Ces formulations serviront à l'estimation des variables non disponibles à la mesure à travers la synthèse d'observateurs.

## 2.8 Résultats de simulations et validation

Dans cette section, des résultats des tests de simulation et de validation avec données réelles sont établis. Dans un premier temps, des tests de simulation sont effectués pour valider les modèles polytopiques TS obtenus. Les résultats obtenus sont ensuite appuyés par tests réalisés avec des données réelles issus d'un véhicule protype instrumenté.

#### 2.8.1 Instrumentation du véhicule prototype

Pour valider notre approche de représentation polytopique de la dynamique latérale du véhicule, le modèle obtenu est comparé aux données expérimentales obtenues à partir de tests réalisés sur un véhicule instrumenté du LIVIC <sup>25</sup>, CARLLA (Contrôleur d'Assistance Routière Longitudinale et LAtérale). Le véhicule est équipé entre autre de capteurs extéroceptifs et proprioceptifs permettant de collecter les données nécessaires. Nous présentons, de manière succinte l'instrumentation en capteurs de ce véhicule, qui ont permis de reccupérer les mesures des variables requises pour la validation. Une étude détaillée de l'instrumentation du véhicule prototype CARLLA est reportée notamment dans [65] et [210].

Ces capteurs assurent l'acquisition de données permettant au véhicule ainsi qu'à son conducteur d'être informé de ses conditions et celles de la route et de se positionner sur la voie, voire même intéragir avec l'infrastructure (quand elle est adéquatement équipée) et les autres véhicules, dans le cadre d'une coopération ou d'une conduite automatisée [237]. Pour cela, le véhicule est équipé d'une pléiade de dispositifs, selon les objectifs visés.

#### Capteurs proprioceptifs

Une partie des informations liées au véhicule est donnée par des capteurs proprioceptifs qui mesurent les paramètres de la dynamique du système véhicule pour rendre de son état. Les paramètres mesurés pour les besoins de notre étude sont :

- La vitesse de lacet  $\dot{\psi}(t)$ , mesurée avec une centrale inertielle, embarquée à bord du véhicule. Ce capteur mesure également les accélérations selon trois axes. Un gyroscope peut également être utilisé.
- L'angle de braquage au volant  $\delta_f(t)$ , mesuré par un encodeur optique, monté sur la colonne de direction. D'autres capteurs peuvent être utilisés, à base de potentiomètre ou d'accéléromètre [228].
- La vitesse longitudinale  $v_x(t)$  qui est mesurée par un odomètre.

<sup>25.</sup> en collaboration avec l'IBISC

Quant à l'angle de dérive  $\beta(t)$ , qui correspond à la dérive du vecteur vitesse par rapport à l'axe longitudinal de la voiture, est une variable très difficile à mesurer à l'aide d'un capteur, et est souvent estimée à partir de mesures collectées avec d'autres capteurs. L'estimation de langle de dérive a fait l'objet de beaucoup de travaux qui fournissent différentes stratégies d'estimation. Toutefois, un capteur utilisé pour les validations existe mais est très cher. Ce capteur est le CORREVIT, qui permet la mesure des vitesses selon deux axes horizontaux par balayage de la route avec un faisceau laser [65].

#### Capteurs extéroceptifs

Les capteurs extéroceptifs mesurent des paramètres externes au système véhicule, par rapport à ce qu'ils perçoivent. Ils permettent notamment d'avoir l'information sur le positionnement du véhicule sur la voie de circulation via l'écart latéral  $Y_L(t)$  et l'angle de cap  $\psi_L(t)$ . Un grand nombre de techniques ont été proposées pour mesurer ces variables telles que les cables rayonnants ou des balises magnétiques terrés sur la voie le long de la trajectoire à suivre qui permettent la mesure de la déviation du véhicule par rapport aux bords ou aux centres de voies via le champ magnétique émis [44], [70]. Ces techniques, bien que très fiables, elles sont relativement coûteuses à mettre en œuvre car elles nécessitent une infrastructure particulière, qui est improbable à obtenir à court terme. Le GPS (Global Posistioning System) différentiel est également utilisé par rapport à des routes pré-cartographiées pour connaître la position du véhicule sur la voie et de mesurer donc l'écart latéral avec précision.

Les techniques de repérage par vision sont très utilisées, en grande partie pour leur fléxibilité. Contrairement aux méthodes nécessitant la modifiction de l'infrastructure, ces techniques visent le court terme et ne recquièrent aucun réaménagement des infrastructures, si ce n'est des marquages au sol. Le système de vision est constitué d'une caméra montée à l'avant du véhicule (en frontal) associée à un système de traitement d'images. Plusieurs types de systèmes de vision existent tels que les systèmes basés sur :

- La détection des marquages au sol.
- La reconnaissance d'images et des autres véhicules.

La difficulté majeure liée au repérage du véhicule par un système de vision est la fiabilté de la mesure conditionnée par l'état de la chaussée et des conditions de visibilité. En effet, une mauvaise reconnaissance des images peut induire grandement en erreur.

#### 2.8.2 Résultats de simulations

Les tests de simulation effectués sont réalisés sur la piste de Versailles Satory, figure 2.17. L'entrée en angle de braquage  $u(t) = \delta_f(t)$  est représentée en figure 2.11 avec une vitesse longitudinale nominale  $v_x = 14m/s$ . Afin d'exciter les modes non linéaires du système, une valeur assez conséquente de l'angle de braquage est considérée.

La figure 2.12 montre les états du système non linéaire initial décrit par le modèle bicyclette (2.45) comparés aux états du modèle polytopique TS developpé (2.73) et ceux du modèle bicyclette linéaire (2.41).

La transformation exacte des efforts latéraux (figure 2.10) en utilisant l'approche des secteurs non linéaires garantit une représentation exacte du système non linéaire par le modèle polytopique TS. Ce qui est demontré par la correspondance entre les courbes des modèles non linéaire et polytopique developpé (figure 2.12). La représentation linéaire reflète quant à elle un manque de précision dû au caractère essentiellement local de sa validité, correpondant à de faibles valeurs des angles de dérive et de l'angle

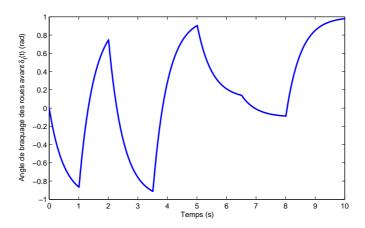


FIGURE 2.11 – Entrée appliquée : angle de braquage des roues avant

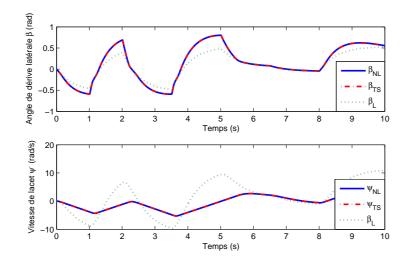


FIGURE 2.12 - Comparaison entre les états des modèles non linéaire, polytopique TS et linéaire

de braquage, compris par exemple dans l'intervalle de temps [6,8]s. Le modèle polytopique TS est valide tout au long de la plage de variation des angles de dérive ainsi que l'angle de braquage. Cela est pris en considération grâce à la contribution de chacun des sous modèles le constituant à travers les fonctions de pondération qui traduisent de la contribution de chacun d'eux.

Pour mieux représenter l'effet d'une vitesse longitudinale variable par rapport à une vitesse constante, nous considérons le modèle non linéaire (2.45) avec une vitesse longitudinale variable, voire figure 2.15 avec  $v_x(t) \neq 0$ . La variation de la vitesse est prise en considération comme un paramètre variant dans le temps, sans transformation convexe au préalable. Les états du modèle non linéaire sont ensuite comparés aux états des modèles polytopiques TS avec vitesse constante et vitesse variable. Le résultat est donné par la figure 2.16.

Il en ressort que le modèle TS considéré avec vitesse longitudinale variable représente mieux le système non linéaire initial que le modèle établi sur une valeur nominale de la vitesse.

Afin de mieux représenter le comportement du véhicule, par la suite, se basant sur cette observation, la

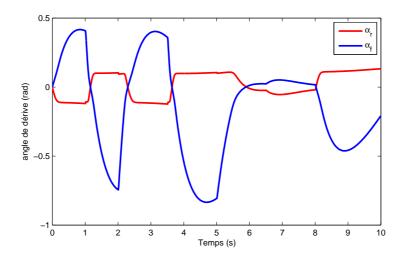


FIGURE 2.13 – Angles de dérive  $\alpha_f$  et  $\alpha_r$ 

vitesse longitudinale sera considérée variable, que ce soit par transformation convexe ou comme paramètre variable.

#### 2.8.3 Résultats de Validation

Cette section est dédiée à la validation des modèles polytopiques TS obtenus avec des données réelles. Ces données sont collectées à partir de tests réalisés avec un véhicule prototype instrumenté sur la piste de Satory (France), figure 2.17 [65]. La validation s'effectue en comparant les courbes réelles aux courbes du modèle TS developpé, soumis aux mêmes entrées.

Pour valider les modèles polytopiques TS developpés, nous utilisons le modèle bicyclette non linéaire où les efforts de contact latéraux sont exprimés par la formule magique de Pacejka ainsi que le modèle polytopique associé, soumis à une entrée en angle de braquage  $\delta_f(t)$  ainsi qu'une vitesse  $v_x(t)$  variable, voire figure 2.18.

Dans la figure 2.19, les états du modèle polytopique TS sont comparés aux mesures réelles. Nous notons bien la correspondance des courbes TS avec les courbes des données réelles. Le fait de considérer la vitesse longitudinale constante (figure 2.20) affecte les états, plus précisément l'angle de dérive (par exemple dans l'intervalle de temps [80,100]s) notamment lors de prise de virages traduit par un comportement non linéaire. Cela est une conséquence du fait que l'expression des angles de dérive  $\alpha_i$  est prise dans sa formulation simplifiée via de faibles variations de l'angle de dérive  $\beta$ .

D'autres validations seront établies dans les chapitres suivants avec la synthèse d'observateurs.

## 2.9 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à la représentation de la dynamique latérale du véhicule. Pour ce faire, dans un premier temps, une étude physique est suivie pour établir le modèle mathématique traduisant la dyamique latérale du véhicule. Le modèle bicyclette communément utilisé dans la littérature pour l'étude de la dynamique latérale est obtenu mais est envisagé d'un point de vue non linéaire, car les efforts de

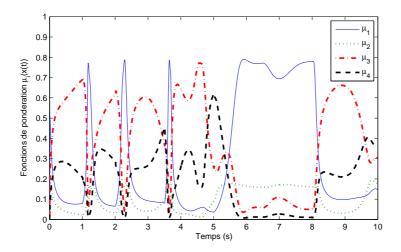


FIGURE 2.14 – Fonctions de pondération  $\mu_i(x(t))$ 

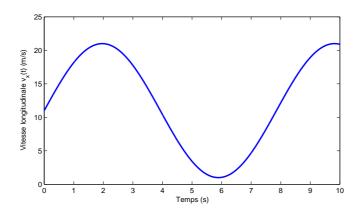


FIGURE 2.15 – Variation de la vitesse longitudinale  $v_x(t)$ 

contact latéraux intervenant y sont considérés non linéaires pour mieux appréhender le comportement réel du véhicule en situations limites. Le modèle bicyclette obtenu étant fortement non linéaire, une forme plus exploitable est dans un second temps developpée en utilisant la formulation polytopique via le formalisme Takagui-Sugeno. Une transformation polytopique TS exacte des efforts latéraux non linéaires est proposée.

Le modèle polytopique TS à variables de décision non mesurables (VDNM) developpé est finalement validé par des tests de simulation et de validation réalisés avec des données réelles issus d'essais effectués sur un véhicule prototype instrumenté.

Le modèle polytopique TS à VDNM représentant la dynamique latérale du véhicule ainsi validé, sera utilisé par la suite dans l'optique de synthétiser des observateur pour reconstruire les variables décrivant la dynamique latérale non disponible à la mesure.

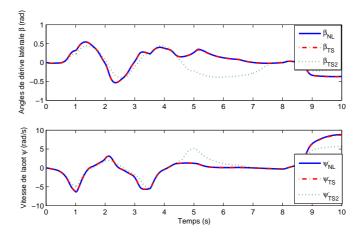


FIGURE 2.16 – Comparaison des états des modèles non linéaire et polytopiques TS avec vitesse variable et constante. Les courbes en pointillets correspondent au modèle TS avec vitesse constante  $v_x(t) = 14m/s$ 

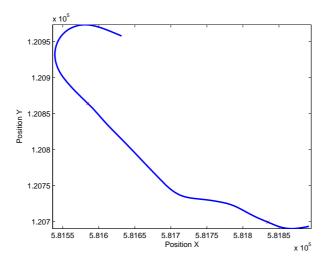


Figure 2.17 – Trajectoire de la piste d'essaies

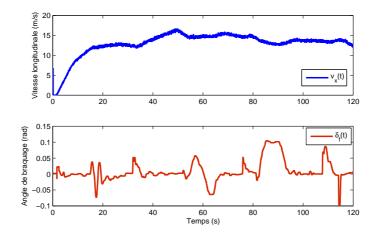


FIGURE 2.18 – Mesures réelles de l'angle de braquage  $\delta_f(t)$  et de la vitesse longitudinale  $v_x(t)$  utiliséss

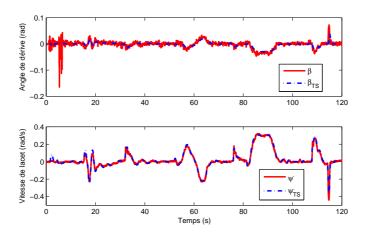


FIGURE 2.19 – Comparaison entre les mesures réelles et les états du modèle TS

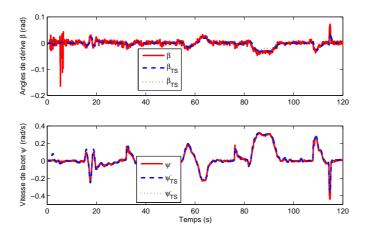


FIGURE 2.20 – Comparaison entre les mesures réelles et les états des modèles TS avec vitesse longitudinale constante (pointillets) et variable (discontinu)

# Chapitre 3

# Généralités et outils

Sommaire	9		
3.1	Introduction		77
3.2	La stabilité		<b>7</b> 8
3.3	Stabilités définies pour un système		<b>7</b> 9
	3.3.1	Stabilité externe	79
	3.3.2	Stabilité interne	80
3.4	Stal	oilité des systèmes Polytopiques TS	90
3.5	Observabilité et observateurs des systèmes dynamiques		93
	3.5.1	Notion d'observabilité	94
	3.5.2	Observateurs des systèmes non linéaires	96
3.6	Observabilité des systèmes T-S		98
	3.6.1	Variables de décision mesurables : VDM	99
	3.6.2	Variables de décision non mesurables :VDNM	100
3.7	Systèmes en cascade		102
	3.7.1	Stabilité des systèmes en cascade	104
	3.7.2	Stabilité des systèmes TS en cascade	107
	3.7.3	Observateurs pour des systèmes en cascade	108
	3.7.4	Observateurs pour des systèmes TS en cascade	110
3.8	Disc	ussion et position du problème	111
3.9	Con	clusion	115

## 3.1 Introduction

Dans ce chapitre nous proposons de passer en revue sunccintement quelques concepts et notions utilisés dans la suite du mémoire. Pour plus de détails, le lecteur pourra se référer aux références mentionées.

La stabilité des systèmes dynamiques ainsi que ses différentes notions sont abordées pour les systèmes linéaires et non linéaires avant de considérer le cas des systèmes polytopiques TS.

L'observabilité ainsi que les observateurs sont ensuite introduits de manière générale avant d'aborder le contexte polytopique TS.

## 3.2 La stabilité

La stabilité est une notion importante en automatique. C'est en effet un point crucial particulièrement lors de l'élaboration de lois de commande ou d'observation. D'une certaine manière, toutes ces techniques visant à construire une loi de commande ou d'observation sont spécifiquement liées à la vérification de la stabilité. L'absence de cette propriété pour un système le rend inutilisable en pratique.

Lorsque le système est décrit par des équations differentielles linéaires, comme cité précédemment, les outils d'analyse et de synthèse permettant d'étudier la stabilité de façon systématique abondent. Cependant, quand le système est représenté par des équations differentielles non linéaires, l'étude de la propriété de stabilité n'est pas aisée. En effet, il n'existe pas de méthode générale pour déterminer la stabilité de façon systématique. D'un autre coté, la notion de stabilité des systèmes non linéaires peut s'avérer vague notamment à cause du comportement non homogène de ces derniers. Effectivement, il serait plus correct de parler de stabilité d'un système non linéaire par rapport à un attracteur tel qu'un point d'équilibre, un cycle limite ou une trajectoire spécifique ou encore de parler de zone de l'espace d'état dans laquelle la propriété de stabilité est vérifiée.

L'élaboration d'outils théoriques et formulations mathématiques pour l'analyse de la propriété de stabilité de differentes classes de systèmes a fait l'objet de nombreux travaux et recherches. Differentes propositions d'outils ont émergé chacune avec ses propriétés et ses conditions. Un des outils phare est la théorie de Lyapunov et ses fonctions dites de Lyapunov. Très largement utilisées pour des problèmes de stabilisation des systèmes non linéaires, ces fonctions présentent néanmoins l'inconvénient lié à l'hypothèse de leur utilisation à savoir que le système doit posséder un équilibre dans l'espace d'état. Toutefois, cela peut être restrictif dans le cadre des systèmes non linéaires. En contraste avec celle de Lyapunov, la théorie de contraction présente l'avantage d'être une approche différentielle permettant d'analyser le caractère stable d'un système independamment de son attracteur.

D'autres théories, propositions et outils sont élaborés pour l'analyse de la propriété de stabilité. D'un point de vue pratique, il est toujours intéressant et utile de connaître la possibilité d'utilsation du nouvel outil, en quoi il peut être différent de ce qui a été déjà proposé et eventuellement combiner des concepts existants pour aboutir à des équivalences entre propositions.

On peut définir plusieurs types de stabilité pour un système selon les signaux d'entrées et de sorties considérés. En effet, pour un système les signaux entrant peuvent être l'entrée, le bruit ou les conditions initiales et les signaux de sortie peuvent être la sortie ou les états. À partir de là, différentes notions sont établies et considérées par rapport à plusieurs points de vue, figure 3.1.

Selon le problème traité, on définit la stabilité entrée-état, entrée-sortie, conditions initiales-état ....

Pour chacune de ces notions de stabilité différents aspects de convergence sont envisagés tel que la convergence asymptotique, exponentielle, convergence en temps fini, ....

Dans la suite, nous aborderons les differentes stabilités ainsi que les différentes convergences. Comme mentionné ci-dessus, la tâche d'élaboration d'observateurs est étroitement liée à la vérification de la propriété de stabilité. Dans cette optique, de façon à cibler l'objectif de cette présente étude qui est la synthèse d'observateurs assurant une certaine propriété de convergence des estimations, certaines notions de stabilité et de convergence seront présentées de manière plus ou moins succinte concernant le type de stabilités non traité par la suite.

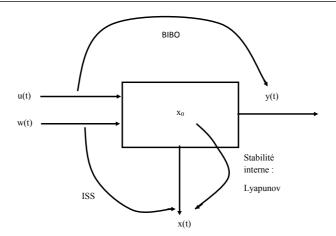


Figure 3.1 – Stabilités définies pour un système

# 3.3 Stabilités définies pour un système

Sans vouloir dresser un inventaire exaustif de tous les concepts de stabilité et formalismes apparus tout au long de l'histoire de l'automatique, nous choisissons de présenter dans ce qui suit, et ce de la manière la plus simple possible, des concepts qui ont marqué la discipline, d'un point de vue lié aux objectifs du présent mémoire.

Face à toutes ces formes de stabilités apparues au cours du développement des concepts de l'automatique, il est tout à fait naturel de se poser les questions suivantes : Qu'est ce que la stabilité et comment la définir? Comment la conceptualiser ou la formaliser? Sur quel critère se baser pour statuer sur la stabilité d'un système? Est-ce qu'un type de stabilité est meilleur qu'un autre? Autant de questions qui trouvent une pleïade de réponses dans l'abondante littérature dédiée à ce sujet.

Comme il est représenté sur la figure 3.1, on peut définir plusieurs types de stabilité pour un système donné selon les entrées et sorties considérées. Ces stabilités sont regroupées par deux notions, celle de la stabilité externe (relation entrée-sortie) et celle de la stabilité interne (déscription interne par les variables d'état).

Tout au long de l'exposé de cette partie, on supposera que les conditions d'existence et d'unicité des solutions des systèmes considérés sont vérifiées. On notera  $x(t, t_0, x_0)$  une solution qui depend du temps t, du temps initial  $t_0$  et de la valeur  $x_0$  qui lui correpond et  $x(t, t_0, x_0, u)$  en présence de l'entrée. Nous considérerons également que l'origine du temps est le temps initial  $t_0 = 0$ .

#### 3.3.1 Stabilité externe

La stabilité externe, couramment appelée stabilité entrée-sortie est une forme de stabilité définie pour les systèmes dynamiques. Elle est très utilisée en automatique notamment en traitement de signal. La stabilité entrée-sortie signifie que à une entrée bornée, la sortie du système est bornée (stabilité BIBO : Bounded Input Bounded Output). On dit alors d'un système qu'il est BIBO stable si pour une entrée bornée la sortie reste bornée [116], [124]. Le concept est de type transfert et le système est représenté par :

$$y(t) = H u(t) \tag{3.1}$$

Où u(t) et y(t) sont respectivement l'entrée et la sortie du système qui est représenté par le transfert causal (sortie/entrée) H. Les signaux u(t) et y(t) sont supposés appartenir aux espaces  $L_2$  définis par la norme du même nom, tel que :

$$||u(t)||_{L_{2}} = \left(\int_{0}^{\infty} ||u(\tau)||^{2} d\tau\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$||y(t)||_{L_{2}} = \left(\int_{0}^{\infty} ||y(\tau)||^{2} d\tau\right)^{\frac{1}{2}}$$
(3.2)

 $\|\cdot\|$  est la norme euclidienne. Quand l'opérateur H est linéaire, l'analyse de la stabilité entrée-sortie se fait au moyen de la réponse impulsionnelle h(t):

**Théorème** 3.1 [30] Un système linéaire à temps invariant est BIBO stable si et seulement si la réponse impulsionnelle est intégralement bornée :

$$\int_{0}^{\infty} |h(\tau)| d\tau \le \gamma < \infty \tag{3.3}$$

En transposant cela dans le domaine de Laplace, l'analyse de la stabilité entrée/sortie revient à analyser les pôles de H(s), la fonction de transfert correspondante.

**Théorème** 3.2 [30] Le transfert H(s) est stable au sens entrée/sortie si et seulement si tous ses pôles sont à partie réelle négative.

Différents outils sont disponibles pour l'analyse de la stabilité externe d'un système, tels que les critères algébriques (critère de Routh).

Lorsque l'opérateur H est non linéaire, la stabilité au sens entrée/sortie est formalisée en rapport avec le gain fini du système.

**Théorème** 3.3 [124] Un système H est dit stable au sens gain fini s'il existe un scalaire positif  $\gamma$  tel que :

$$||H u||_{L_2} \le \gamma ||u||_{L_2} \tag{3.4}$$

 $\gamma$  est appelé le gain du système.

#### 3.3.2 Stabilité interne

La stabilité interne consiste à analyser les solutions de l'équation d'état dues aux conditions initiales. Cette notion de stabilité est plus complète comparée à la stabilité externe dans le sens où elle tient compte de tous les modes internes du système, appararents et cachés.

La classe des systèmes considérés est celle des systèmes qui peuvent être mis sous la forme :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), t) \tag{3.5}$$

 $x(t) \in \Re^n$  est l'état du système et f est une fonction nonlinéaire. Le point de l'espace  $x_e = 0$  est un point d'équilibre s'il vérifie l'équation algébrique suivante :

$$f(0,t) = 0, \ \forall \ t > 0 \tag{3.6}$$

Différentes théories ont été élaborées pour proposer des outils parfois sophistiqués pour l'analyse de la propriété de stabilité interne. Une des plus utilisée est la théorie de Lyapunov. Considérée comme un des pilliers de la théorie de l'automatique, la théorie de Lyapunov se trouve très largement utilisée. Elle est developpée pour les systèmes non linéaires. Les systèmes linéaires y sont considérés comme un cas particulier. Une abondante bibliographie est disponible à ce sujet témoignant de son intense utilisation [1], [123], [65], [20], [219].

Définition 3.1 (Stabilité au sens de Lyapunov) Un point d'équilibre  $x_e = 0$  est stable si les trajectoires d'état du système y convergent en réponse à un état initial différent de l'état d'équilibre, ce qui peut être formulé par :

$$\forall \varepsilon > 0, \, \forall t \ge 0, \, \exists \delta = \delta \left( t_0, \varepsilon \right) \ge 0$$
 (3.7)

alors

$$||x_0 - x_e|| < \delta(t_0, \varepsilon) \Rightarrow ||x(t, t_0, x_0) - x_e|| < \varepsilon \tag{3.8}$$

Cette notion de stabilité de l'origine au sens de Lyapunov peut être interpretée par le fait que, pour tout  $t \geq t_0$  la trajectoire x  $(t, t_0, x_0)$  solution de (3.5) reste au voisinage de l'origine. D'une autre manière, pour tout  $t \geq t_0$  si la condition initiale  $x_0$  est affectée par une petite perturbation, la solution x  $(t, t_0, x_0)$  correspondante reste au voisinage de l'origine. D'autres interprétations sont utilisées notamment celle d'une solution initialisée dans une boule de rayon  $r = \delta(t_0, \varepsilon)$  et évolue dans une boule de rayon  $R = \varepsilon$  [64].

À noter que la stabilité du système n'implique pas la convergence de la solution vers le point d'équilibre. La notion de stabilité à elle seule est insuffisante pour caractériser le comportement des solutions. Pour cette raison là, on définit plusieurs notions de stabilité interne liée au point d'équilibre.

**Définition** 3.2 (Stabilité asymptotique) Le point d'équilibre  $x_e = 0$  est asymptotiquement stable si:

- 1. il est stable
- 2. et,  $si \ \forall t_0 \geq 0$ ,  $\exists \delta = \delta (t_0, \varepsilon) \geq 0$  tel que  $||x_0 x_e|| < \delta (t_0, \varepsilon) \Rightarrow \lim_{t \to \infty} ||x(t, t_0, x_0) x_e|| = 0$ .

#### Remarque 3.1

- L'ensemble de tous les  $x_0 \in \Re^n$  tel que  $x(t, t_0, x_0) \to x_e$  quand  $t \to \infty$  est appelé domaine d'attraction du point d'équilibre.
- Si la condition 2 de la définition 3.2 est vraie alors  $x_e$  est dit attractif.

**Définition** 3.3 (Stabilité asymptotique uniforme) Le point  $x_e = 0$  est uniformement asymptotiquement stable si :

- 1. il est stable
- 2. et si,  $\exists \delta \geq 0$  tel que si  $||x_0|| < \delta \Rightarrow \lim_{t \to \infty} (x(t, t_0, x_0) x_e) = 0$

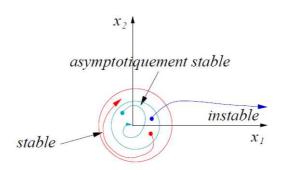


FIGURE 3.2 – Stabilités au sens de lyapunov et asymptotique, trajectoires dans le plan de phase d'un système planaire (second ordre)

Cette notion de la stabilité est liée à la non stationnarité de l'équation (3.5) ainsi qu'au fait que ce qui est généralement recherché est le comportement du système similaire quelque soit l'instant initial considéré. Cela revient à affranchir la propriété de stabilité (interne) de l'instant initial.

La stabilité asymptotique permet de pallier le point concernant la convergence de la trajectoire solution du système vers le point d'équilibre. Cependant, cette notion ne renseigne pas sur la vitesse à la quelle la trajectoire va converger vers cet équilibre. Pour quantifier cette vitesse appelée aussi taux de convergence, la stabilité exponentielle est définie.

**Définition** 3.4 (Stabilité exponentielle) Le point d'équilibre  $x_e = 0$  est exponentiellement stable s'il existe un  $\alpha > 0$  et si  $\forall \gamma > 0$ ,  $\exists \delta(\gamma) > 0$  tel que si pour toute condition initiale  $x_0$  telle que  $||x_0 - x_e|| < \delta(\gamma)$  alors:

$$||x(t, t_0, x_0) - x_e|| < \gamma e^{-\alpha(t - t_0)}, \ \forall t \ge t_0$$
 (3.9)

α est le taux de convergence ou encore le degré de stabilité exponentielle.

Remarque 3.2 (Stabilité globale) [116] En plus de la stabilité uniforme, le point d'équilibre considéré est dit globalement uniformément asymptotiquement (exponentiellement) stable si  $\delta$  (ou  $\delta(\gamma)$  pour la stabilité exponentielle) est infini. Cela représente le rayon de la boule dans la quelle la trajectoire solution de l'équation d'état est initiée. En d'autres termes, la stabilité est globale si cette boule englobe tout l'espace d'état.

Maintenant que le concept de stabilité au sens de Lyapunov est défini, il faut un critère qui permettra de statuer sur la propriété de stabilité d'un système.

A. M. Lyapunov a introduit deux méthodes pour l'analyse de la stabilité d'un point d'équilibre d'un système non linéaire [152], [153].

La première méthode dite 'méthode indirecte' permet d'analyser la stabilité d'un point d'équilibre du système non linéaire (3.5) à partir du modèle linéarisé de ce dernier au tour du point d'équilibre considéré :

$$\delta \dot{x} = A \, \delta x \tag{3.10}$$

Où  $A = \frac{\delta f}{\delta x}\Big|_{x=x_e}$  étant la jacobienne. L'étude de la propriété de stabilité s'effectue par l'analyse des valeurs propres de la matrice d'état A. Cette méthode est cependant insuffisante dans le sens où, dans certains cas elle ne permet pas de juger de la stabilité du point d'équilibre du système non linéaire.

La seconde méthode de Lyapunov dite 'méthode directe' plus exacte et plus efficace est basée sur la généralisation de la notion d'énergie d'un système (mécanique, éléctrique, hydraulique, physico-chimique, ...) pour analyser la stabilité d'un point d'équilibre. Cette notion d'énergie est initialement issue de l'observation du comportement d'un pendule simple, qui est l'exemple motivant qui a mené à la proposition de cette seconde méthode. En effet, il est évident que si l'énergie mécanique du pendule décroit au fil du temps, le point d'équilibre est asymptotiquement stable. La dérivée de l'énergie est donc strictement négative. Concrètement, en présence de frottements, la masse va osciller jusqu'à se stabiliser au point le plus bas du pendule. Le cas sans frottements corresponderait à une masse qui oscillerait indéfiniment au tour de l'équilibre. Autrement dit, l'énergie de la masse est constante. De ces observations, cette approche a pour principe l'introduction de fonctions d'énergie apellées fonctions de Lyapunov associées au système non linéaire considéré. Ces fonctions doivent vérifier certaines propriétés pour être des fonctions de Lyapunov candidates.

Le principe de la seconde méthode de Lyapunov consiste donc en l'étude d'une fonction V(x(t)) définie positive qui doit vérifier certaines propriétés. Cette approche se révèle parmi les plus efficaces pour analyser la stabilité d'un système régi par des équations differentielles ordinaires. Mais avant de présenter les différents théorèmes qui constituent la seconde méthode de Lyapunov quelques définitions sont nécessaires.

**Définition** 3.5 Une fonction  $w: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$  est positive définie si les deux conditions suivantes sont vérifiées :

- 1. w(0) = 0
- 2. w(x) > 0 pour tout  $x \neq 0$

 $w: \Re^n \to \Re$  est négative définie si -w est positive définie. w est positive (respectiement négative) semi définie si  $w \ge 0$  (respectivement  $w \le 0$ ) pour  $x \ne 0$  c'est à dire que w s'annule pour  $x \ne 0$ .

**Définition** 3.6 [123] Une fonction continue  $\alpha(r)$  où  $r \in [0, a]$  est dite de classe K si elle est strictement croissante et si  $\alpha(0) = 0$ . Elle est de classe  $K_{\infty}$  si  $a = \infty$  et  $\alpha(r) = \infty$  quand  $r \to \infty$ .

**Définition** 3.7 [123] Une fonction continue  $V(t,x): \Re^+ \times \Re^n \to \Re^+$  est dite définie positive s'il existe une fonction  $\alpha$  de classe K tel que :

$$\forall t \geq 0, \ \forall x \in \Re^n: \ V(t, x) \geq \alpha(\|x\|)$$

V(t,x) est définie positive et radialement non bornée (propre) si  $\alpha$  est de classe  $K_{\infty}$ . V(t,x) est limitée s'il existe une fonction  $\gamma$  de classe K tel que :  $\forall t \geq 0$ ,  $\forall x \in \Re^n : V(t,x) \leq \alpha(\|x\|)$ 

Le principe d'analyse de la propriété de stabilité par la seconde méthode de Lyapunov repose sur le choix d'une fonction dite de Lyapunov, une fonction candidate. Une telle fonction est définie comme suit :

**Définition** 3.8 [124] Soit V une fonction continue et différentiable sur  $D \subset \mathbb{R}^n$  un voisinage de 0 tel que  $V: \mathbb{R}^+ \times D \to \mathbb{R}$ . V est une fonction de Lyapunov au sens large en 0 si elle vérifie les deux propriétés suivantes :

- 1. V(t,x) est définie positive
- 2.  $\dot{V}(t,x) \leq 0 \ \forall x \in D$

V(t,x) est une fonction de Lyapunov stricte en 0 si elle vérifie les deux conditions suivantes :

- 1. V(t,x) est définie positive
- 2.  $\dot{V}(t,x) < 0 \ \forall x \in D \{0\}$

Ces fonctions sont utilisées pour établir des critères permettant de statuer quant à la stabilité du point d'équilibre sans pour autant procéder à l'intégration des équations, ce qui est fastidieux et cela quand c'est possible. Dans ce qui suit, nous citons les théorèmes qui permettent de conclure sur la stabilité asymptotique et exponentielle via les fonctions de Lyapunov. Pour les preuves de convergences (des différentes notions de stabilité) elles sont volontairement omises, le lecteur intéressé peut se référer notamment à [124].

**Théorème** 3.4 Soit  $x_e$  un point d'équilibre pour le système (3.5). Soit  $V: \mathbb{R}^+ \times D \to \mathbb{R}$  une fonction ayant ses dérivées premières continues en  $x_e$ ,  $D = \{x \in \mathbb{R}^n : ||x|| < r\}$ . Alors si on peut trouver des fonctions  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  et  $\alpha_3$  de classe K sur [0, r] telles que les conditions suivantes soient vérifiées :

$$\alpha_1(||x||) \le V(t, x) \le \alpha_2(||x||)$$

$$\dot{V}(t,x) < -\alpha_3(||x||)$$

Le point  $x_e$  est alors uniformement asymptotiquement stable. De plus, si  $D = \Re^n$  et  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont de classe  $K_{\infty}$ ,  $x_e$  est alors globalement uniformement asymptotiquement stable.

**Théorème** 3.5 Soit  $x_e$  un point d'équilibre pour le système (3.5). Supposons que ce système admet une fonction de Lyapunov V(t,x). Pour tout  $x \in D \subset \mathbb{R}^n$ , s'il existe quatre constantes  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  et  $c_4$  positives tel que :

$$c_1 \|x\|^2 \le V(t, x) \le c_2 \|x\|^2$$

$$\dot{V}(t, x) \le -c_3 \|x\|^2$$

$$\left\|\frac{\partial V(t, x)}{\partial x}\right\| \le c_4 \|x\|^2$$

 $\forall t \geq 0$ , alors  $x_e$  un point d'équilibre exponentiellement stable. Si  $D = \Re^n$ ,  $x_e$  est alors un point d'équilibre globalement exponentiellement stable.

En résumé, toutes ces notions de stabilité nécessitent la vérification de certaines propriétés par la fonction de Lyapunov :

- La stabilité asymptotique exige que  $\dot{V}$  soit négative définie
- La stabilité (au sens de Lyapunov) nécessite que  $\dot{V}$  soit négative semi-définie
- La stabilité uniforme est assurée si  $V(t,x) \leq \alpha(\|x\|)$ ,  $\alpha$  étant de classe K
- La stabilité globale est quant à elle vérifiée quand  $\alpha$  est de classe  $K_{\infty}$

La majeur difficulté rencontrée lors de l'utilisation de la seconde méthode de Lyapunov est le fait qu'il n'y ait pas d'approche systématique pour construire les fonctions de Lyapunov. Par ailleurs, les résultats de stabilité des théorèmes ci-dessus établis par Lyapunov offrent des conditions suffisantes. Autrement dit, un mauvais choix de la fonction candidate ne signifie pas que le résultat soit concluant. Quelques méthodes de construction de fonctions de Lyapunov ont néanmoins été proposées telles que la méthode du gradient, celle de Krasovskii, celle de Zubov ou encore le formalisme de contraction [124], [123], [146].

Un autre point à noter est le fait que la condition de trouver une fonction de Lyapunov dont la dérivée est strictement négative est difficile à satisfaire. On a souvent recours à une fonction dont la dérivée est négative semi definie. Le principe d'invariance de La Salle peut être utilisé, dans le cas des systèmes autonomes [138]. Dans le cas des systèmes non-autonomes un lemme de Slotine et Li peut être utilisé, issu des les lemmes Barbalat et de Lyapunov [216].

#### Stabilité du cas des systèmes LTI

Considérons un système LTI avec un seul point d'équilibre à l'origine :

$$\dot{x}(t) = Ax(t), \ x(0) = x_0$$
 (3.11)

À noter qu'un système linéaire possède un seul point d'équilibre à l'origine de l'espace d'état [99]. C'est à partir de là que la propriété de stabilité est attribuée à tout le système. Le système (3.11) admet pour solution de l'équation d'état

$$x\left(t\right) = e^{At}x_0\tag{3.12}$$

Ce qui peut être réecrit comme suit :

$$x(t) = \sum_{i=0}^{n} r_i e^{\lambda_i t}$$
(3.13)

Où  $\lambda_i$  sont les valeurs propres de A et  $r_i$  sont des résidus dependant des vecteurs propres (après diagonalisation de A) et des conditions initiales. À partir de (3.13) la stabilité du système (3.11) peut être analysée par les valeurs propres de A. Cela est résumé dans le théorème suivant :

Théorème 3.6 Le système (3.11) est :

- Stable au sens de Lyapunov si toutes les valeurs propres de A,  $\lambda_i(A)$  sont à parties réelles  $(PR(\lambda_i))$  négatives et les valeurs propres nulles sont simples.
- Asymptotiquement stable si toutes les  $\lambda_i(A)$  sont à  $(PR(\lambda_i) < 0)$ .

Remarque 3.3 [99] La stabilité asymptotique dans le cas des systèmes LTI est équivalente à la stabilité exponentielle. En effet, les solutions de (3.12) s'il est asymptotiquement stable, décroissent de manière exponentielle.

Pour étudier la stabilité d'un système linéaire à temps invariants en utilisant la seconde méthode de Lyapunov, une fonction de Lyapunov quadratique est choisie :

$$V(x) = x^{T}(t) P x(t)$$

$$(3.14)$$

Où P est une matrice symétrique de dimension  $n \times n$ . V(x) est positive (semi) définie si P est positive (semi) définie. P étant symétrique, toutes ses valeurs sont réelles. La dérivée de V(x) par rapport au

temps est:

$$\dot{V}(x) = \dot{x}^{T}(t) P x(t) + x^{T}(t) P \dot{x}(t)$$
(3.15)

En remplaçant  $\dot{x}(t)$  par son expression (3.11), on obtient :

$$\dot{V}(x) = \dot{x}^{T}(t) \left( A^{T}P + PA \right) x(t) \tag{3.16}$$

Le système (3.11) est asymptotiquement stable s'il existe une matrice Q positive définie telle que l'équation suivante possède une solution unique positive définie P:

$$A^T P + P A = -Q (3.17)$$

L'équation (3.17) est appelée équation de Lyapunov. Pour analyser la stabilité d'un système linéaire tel qu'en (3.11), il suffit de résoudre l'équation de Lyapunov correspondante, pour une matrice Q positive définie choisie, généralement la matrice identité.

L'analyse de la propriété de stabilité en utilisant l'équation de Lyapunov sera reprise par la suite dans le cadre des systèmes polytopiques TS étant donné leur structure.

#### Stabilité en temps fini

Nous abordons maintenant une autre notion de stabilité interne, la stabilité en temps fini. La stabilité en temps fini est un cas particulier de la stabilité asymptotique. En effet, la convergence des trajectoires des solutions atteignent l'équilibre en un temps fini et y restent. Elle est cependant plus restrictive que la stabilité asymptotique.

La notion de stabilité en temps fini est particulièrement intéressante dans le contexte des observateurs et contrôleurs. En effet, il existe un bon nombre de problèmes en ingénieurie où la précision est requise tels que le domaine de la robotique, la synthèse d'observateurs pour la synchronisation des signaux ainsi que la reconstruction des états d'un véhicule à des fins de contrôles et de stabilisations. Le besoin de précision des observateurs et de la convergence des estimations en un temps fini mènent à considérer la stabilité en temps fini. Plusieurs outils ont été proposés pour définir cette notion de stabilité et conditions pour l'obtenir, certaines plus difficiles à satisfaire voire plus exigentes que d'autres. La théorie de Lyapunov et ses fonctions sont utilisées à ce sujet et s'avèrent être un outil fondamental. Un autre concept également exploité dans le contexte de la stabilisation en temps fini est l'homogénéité.

L'homogénéité est un outil essentiellement utilisé pour la stabilité en temps fini des systèmes différentiels ainsi que la construction d'approximations précises. L'homogénéité est considérée comme une généralisation de la notion de degré pour les polynômes.

Quelques définitions notamment du concept de l'homogénéité sont à définir afin d'obtenir la stabilité en temps fini de systèmes dynamiques.

Considérons un système de la forme :

$$\dot{x}(t) = f(x(t)), \ x \in I \tag{3.18}$$

qui possède un équilibre à l'origine  $x_e=0$ , où f est une fonction continue et I un voisinage ouvert de l'origine.

**Définition** 3.9 [162] Le point d'équilibre  $x_e$  de (3.18) est stable en temps fini si il existe un voisinage ouvert de  $\Im \subset I$  de l'origine et une fonction  $T: I - \{0\} \to ]0, \infty]$  appelé temps d'établissement du système (3.18) telles que les propriétés suivantes soient vérifiées :

- 1. Convergence en temps fini :  $\forall x (0) = x_0 \in I \{0\}$ , pour toute solution x(t) de (3.18), x(t) est défini  $\sup_{t \to T(x_0)} x(t, x_0) = 0$
- 2. Stabilité au sens de Lyapunov : Pour tout voisinage  $\Im_e$  de  $x_e$ , il existe un  $\Im_\delta$  tel que  $\forall x_0 \subset \Im_\delta \{0\}$  et pour toute solution  $x(t) \in \Im_e \ \forall t \in [0, \ T(x_0)[$ .

L'origine est un point d'équilibre globalement stable en temps fini si il est stable en temps fini pour  $\Im = I = \Re^n$ .

Sans la connaissance des solutions du système, il n'est pas possible d'utiliser cette définition de la stabilité en temps fini directement. D'autres moyens pour assurer la stabilité en temps fini ont été proposés et exploités afin de fournir des conditions suffisantes pour garantir la stabilité en temps fini. Dans [97] l'auteur donne une condition nécessaire et suffisante de stabilité en temps fini pour des systèmes de dimension 1. Le même résultat est étendu à des systèmes de dimensions supérieurs, cependant la condition devient suffisante seulement [162]. Dans [171] les fonctions de Lyapunov sont éxploitées pour prouver la stabilité en temps fini. Cette approche permet d'évaluer le temps d'établissement en fonction d'une intégrale. Les travaux de Bhat et Bernstein développés dans [20] et [21] exploitent également les fonctions de Lyapunov. En supposant plus de conditions sur le système, une condition suffisante et nécessaire est obtenue pour assurer la stabilité en temps fini. Le temps de convergence fini est estimé cette fois-ci par un simple calcul analytique.

Soit le système autonome considéré en (3.18):

$$\dot{x}(t) = f(x(t))$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état et f(x(t)) une fonction non linéaire satisfaisant f(0) = 0.

**Définition** 3.10 [20] Le système (3.18) est stabilisable en temps fini s'il existe une fonction de Lyapunov V(x(t)) tel que

$$\dot{V}(x(t)) < -cV^{\alpha} \tag{3.19}$$

où c et  $\alpha$  sont des scalaires positifs et  $0 < \alpha < 1$ . Le temps fini maximal  $T_{\max}$  nécessaire à l'état x(t) pour atteindre l'origine est estimé par :

$$T_{\text{max}} = \frac{2V(x(0))^{1-\alpha}}{c(1-\alpha)}$$
 (3.20)

Il est montré que la stabilité en temps fini persiste même en cas de présence de perturbations, [162] et [21].

La proposition de la définition ci-dessus permet de prouver que le système considéré se stabilise en un temps fini. Le temps au bout duquel le système se stabilise est estimé par  $T_{\text{max}}$  (3.20).

Pour garantir la stabilisation en un temps fini d'un système, particulièrement sous forme triangulaire, une approche intéressante basée sur l'homogénéité geométrique est proposée dans [20] permettant d'assurer une convergence en temps fini. Le principe est résumé dans le théorème suivant : **Théorème** 3.7 [20] Soit un système sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = x_{i+1}(t), \ i = 1, ..., n-1 \\ \dot{x}_n(t) = u(t) \end{cases}$$
 (3.21)

Si l'entrée de commande u(t) est choisie sous la forme

$$u = -k_1 |x_1|^{\alpha_1} sign(x_1) - \dots - k_n |x_n(t)|^{\alpha_n} sign(x_n)$$
(3.22)

où  $k_1,...,k_n$  sont choisis de manière à ce que le polynôme  $s^n + k_n s^{n-1} + ... + k_1$  soit Hurwitz et les paramètres  $\alpha_i$ , i = 1,...,n choisis tels que :

$$\alpha_{i-1} = \frac{\alpha_i \alpha_{i+1}}{2\alpha_{i+1} - \alpha_i} \tag{3.23}$$

avec  $\alpha_{n+1} = 1$  et  $\alpha_n = \alpha$  où  $\alpha \in [1 - \varepsilon, 1]$  pour  $\varepsilon \in (0, 1)$ , alors l'origine du système (3.21) est un équilibre globalement stable en temps fini.

#### Stabilité entrée-état

La stabilité entrée-état (Input to State Stability ISS) est une forme de stabilité interne qui étudie la relation entre l'entrée d'un système et son état. Elle tend à rendre effet de la notion à une entrée bornée correspond un état borné.

Ce type de stabilité est imporant et intéressant dans le sens ou l'entrée du système est prise en considération. En effet, la stabilité au sens de Lyapunov ou asymptotique n'en dit pas plus sur le système non autonome, soumis à une entrée, car un système autonome asymtotiquement stable n'implique pas forcément la convergence des trajectoires des solutions du même système forcé. Par ailleurs, l'entrée peut être une perturbation et il est dans ce cas là utile de connaître l'effet de cette dernière sur l'évolution des états du systèmes car se sont les entrées associées aux conditions initiales qui influencent l'état du système.

Cela est formalisé à l'aide de fonctions de classe K et  $K_L$  [124]. Pour cela, définissons ce qu'est une fonction de classe  $K_L$ . À noter que plusieurs façons de formaliser le concept de stabilité entrée-état sont possibles [219], [218].

**Définition** 3.11 Une fonction  $\phi(r, t)$  est de classe  $K_L$  si pour tout  $t_0$  fixé,  $\phi(r, t) \in K$  et si pour tout  $r_0$  fixé,  $\phi(r_0, t)$  est décroissante et que  $\phi(r_0, t) \to 0$  quand  $t \to \infty$ .

Considérons le système suivant :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \tag{3.24}$$

**Définition** 3.12 Le système (3.24) est dit localement stable au sens entrée état (ISS) s'il existe une fonction  $\phi$  de classe  $K_L$ , une fonction  $\gamma$  de classe K ainsi que deux constantes  $k_1$ ,  $k_2 \in \Re^+$  tel que :

$$||x(t)|| \le \phi(||x_0||, t) + \gamma(||u_T(\cdot)||) \quad \forall t \ge 0, \ 0 \le T \le t$$
 (3.25)

 $\forall x_0 \in D \text{ et } u \in D_u \text{ satisfaisant } ||x_0|| < k_1 \text{ et } \sup_{t>0} ||u_T(t)|| = ||u_T||_{L_{\infty}} < k_2.$ 

Le système (3.24) est ISS ou globalement ISS si  $D = \Re^n$  et  $D_u = \Re^m$  et (3.25) est satisfaite  $\forall x_0$  et  $\forall u$ .

À partir de cette définition, supposons que  $\dot{x}(t) = f(x(t), u(t))$  soit ISS, on a alors :

– Si u=0, le système (3.24) autonome,  $\dot{x}(t)=f\left(x\left(t\right),0\right)$  vérifie :

$$||x(t)|| \le \phi(||x_0||, t) \quad \forall t \ge 0, \ ||x_0|| < k_1$$
 (3.26)

x = 0 est uniformement asymptotiquement stable

– Si  $\|u\|_{\infty} < \delta$ , les trajectoires restent bornées dans un volume de rayon  $\phi\left(\|x_0\|,\,t\right) + \gamma\left(\delta\right)$  tel que :

$$||x(t)|| \le \phi(||x_0||, t) + \gamma(\delta)$$
 (3.27)

Quand  $t \to \infty$ ,  $\phi(\|x_0\|, t) \to 0$  et les trajectoires tendent vers la boule de rayon  $\gamma(\delta)$ :

$$\lim_{t \to \infty} \|x(t)\| = \gamma \le \gamma(\delta) \tag{3.28}$$

 $\gamma(\cdot)$  est défini comme étant la borne ultime de (3.24).

La stabilité ISS impose une contrainte plus forte que la stabilité asymptotique, puisque à une entrée bornée l'état doit être borné, ce qui n'est pas aisé pour les systèmes non linéaires en général.

Les fonctions de Lyapunov peuvent aussi être utilisées pour formaliser la notion de stabilité au sens entrée-état. D'un autre point de vue, la stabilité ISS est particulièrement intéressante à analyser dans le cadre d'un système soumis des perturbations. En effet, dans la pratique, les systèmes dynamiques sont trés souvent soumis à des perturbations bornées (perturbations sur la commande ou des erreurs sur les mesures). Dés lors qu'on parle de perturbations, on ne considère plus la stabilité d'un point de vue asymptotique, car l'état ne convergera plus vers l'origine, mais vers un volume dit ensemble invariant [150]. On fait alors appel à la notion de stabilité au sens entrée-état (Input to State Stability : ISS).

**Définition** 3.13 [220], [124] Soit le système  $\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), w(t))$ , il est dit ISS par rapport à une perturbation bornée w, si les conditions suivantes sont satisfaites :

- $-f(x,u,w) \in \chi \text{ pour tout } x \in \chi \text{ et } w \in W.$
- Il existe des fonctions de classe  $K_{\infty}$ ,  $\alpha_1(\cdot)$ ,  $\alpha_2(\cdot)$  et  $\alpha_3(\cdot)$  ainsi qu'une fonction  $\gamma(\cdot)$  de classe K et  $V: \chi \to \Re^+$  pour tout  $x \in \chi$ , tel que nous ayant:

$$\alpha_1(\|x\|) \le V(x(t)) \le \alpha_2(\|x\|)$$
 (3.29)

$$\dot{V}(f(x, u, w)) \le -\alpha_3(\|x\|) + \gamma(\|w\|) \tag{3.30}$$

Cela garantit que pour toute perturbation bornée  $w \in W$ , la solution du système satisfait :

$$||x(t, u, w)|| \le \phi(||x||, t) + \gamma ||w||_{\infty}$$
 (3.31)

Quand  $t \to \infty$ , la fonction  $\phi(\|x_0\|, t)$  tend vers zéro et l'état reste dans un volume de rayon  $\gamma \|w\|_{\infty}$ . La dimension de ce volume, lié au rayon  $\gamma \|w\|_{\infty}$ , est directement corrélée à l'influence des perturbations sur le système. En d'autres termes, c'est une mesure de l'effet des perturbations. Plus ce volume est petit, plus l'effet de ces perturbations est faible. En l'absence de perturbations, ce volume est l'origine. Pour certains des concepts présentés dans cette partie, ils seront exploités dans le contexte des systèmes polytopiques TS pour la synthèse d'observateurs garantissant certaines formes de stabilité. Quant au reste, l'objectif était d'offrir une vue d'ensemble sur les differentes notions de stabilité existantes, sans pour autant prétendre à l'exaustivité de notre démarche.

# 3.4 Stabilité des systèmes Polytopiques TS

Nous abordons dans cette partie la notion de stabilité des systèmes polytopiques TS en utilisant la seconde méthode de Lyapunov. Le tout est de trouver une matrice positive définie et par de la même sa fonction de Lyapunov associée.

La stabilité des systèmes Takagi-Sugeno a fait l'objet de nombreux travaux. La structure particulière de ces systèmes a permis d'étendre l'analyse de la stabilité au cas des systèmes non linéaires via leurs représentation TS. Une fonction de Lyapunov quadratique (3.32) est souvent utilisée pour l'étude de la stabilité des systèmes TS.

$$V(x(t)) = x^{T}(t) P x(t)$$

$$(3.32)$$

Ce choix est motivé d'une part par les conditions simples à satisfaire qui garantissent la propriété de stabilité et d'autre part par la mise en œuvre facile qui en résulte en une formulation sous forme de LMIs.

Soit un système non linéaire autonome représenté par son modèle polytopique TS comme suit :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} \mu_i(\xi(t)) (A_i x(t))$$
(3.33)

**Théorème** 3.8 [141], [29] Le modèle TS (3.33) est globalement asymptotiquement stable s'il existe une matrice symétrique définie positive P telle que les LMI suivantes soient réalisables :

$$A_i^T P + P A_i < 0, \quad i = 1, \dots, r$$
 (3.34)

La stabilité assurée en vérifiant les conditions du théorème ci dessus peut être qualifiée de quadratique en rapport avec le fonction de Lyapunov utilisée. La stabilité quadratique d'un système TS implique sa stabilité (stabilité asymptotique). Cependant, la réciproque n'est pas forcément vraie. Cela est du au fait que les conditions de stabilité établies ne sont que suffisantes et donc le fait qu'il n'y ait pas de matrice P positive définie vérifiant les LMI du théorème ci-dessus ne permet pas de conclure que le système TS soit instable. Un test d'existence d'une matrice P positive définie assurant la stabilité du système TS est établi dans [141]. Cela est résumé dans la propriété suivante :

**Propriété** 3.1 S'il existe des matrices positives définies  $R_i = R_i^T$ , i = 1, ..., r, tel que :

$$\sum_{i=1}^{r} \left( A_i^T R_i + R_i A_i \right) > 0 \tag{3.35}$$

alors il n'existe pas de matrice  $P = P^T > 0$  telle que les conditions (3.34) soient satisfaites.

À noter que l'analyse de la propriété de stabilité d'un système non linéaire par son modèle polytpique TS peut résulter en une stabilité locale si le modèle TS est obtenu via des secteurs locaux et est donc valide dans un compact de l'espace donné. Par contre, si le modèle TS est valide sur tout l'espace d'état, obtenu par des secteurs globaux, les résultats relatifs à la stabilité du modèle TS sont les mêmes pour le système non linéaire et sont valables de manière globale.

Il est à remarquer également que la stabilité de sous modèles stables n'induit pas forcément un modèle TS stable. La somme convexe de matrices Hurwitz n'est pas forcément Hurwitz. Cela peut s'expliquer par le fait que le domaine des matrices Hurwitz n'est pas convexe.

En résumé, l'existence d'une matrice P positive définie est conditionnée par :

- La stabilité de tous les sous modèles, ce qui est équivalent au fait que chaque matrice  $A_i$  soit Hurwitz
- L'existence d'une matrice P commune à tous les sous modèles, c'est à dire que  $\sum_{i=1}^{r} A_i$  soit Hurwitz

À noter que les notions de stabilité exponentielle et ISS peuvent également être définies pour un système polytopique TS. Cela sera introduit au chapitre suivant dans le cadre de synthèse des observateurs.

La propriété de convexité des modèles TS combinée à la formulation convexe du problème de stabilité (problème d'optimisation convexe) permet de déterminer facilement une fonction de Lyapunov quadratique pour l'étude de la propriété de stabilité d'un modèle Takagi-Sugeno. Cependant l'inconvénient de cette approche est lié aux conditions très conservatives qui en découlent. Il est en effet difficile de trouver une matrice P satisfaisant les r LMI, r étant le nombre de sous modèles. Ce conservatisme est d'autant plus conséquent que r est élevé. Autre fait occurant le conservatisme, est que les fonctions de Lyapunov quadratiques ne tiennent pas compte de la variation des variables de décision du modèle TS durant la phase d'analyse.

Pour pallier le conservatisme souvent rencontré avec les fonctions de Lyapunov quadratiques, des méthodes de relaxation sont disponibles et s'opèrent directement sur les LMI établies [141], [29]. D'un autre coté, d'autres fonctions candidates sont envisagées. Il en existe plusieurs types de fonctions de Lyapunov pouvant être utilisées pour l'analyse de la stabilité.

La réduction du conservatisme induit par les fonctions de Lyapunov quadratiques pour l'analyse de la stabilité des modèles TS à fait l'objet de plusieurs travaux et plusieurs types de fonctions ont été proposées. On peut citer, entre autres, les fonctions affines paramètriques, initialement introduites dans le contexte des systèmes linéaires à paramètres incertains variants dans le temps [13], [12] ou encore les fonctions polyquadratiques ou continues par morceaux.

Exploitant le principe de fonctions continues par morceaux, des fonctions de Lyapunov non quadratiques sont également utilisées dans le contexte des modèles TS et sont sous la forme [33] :

$$V(x(t)) = \max \left( V_1(x(t)), \dots V_i(x(t)) \dots V_r(x(t)) \right)$$
(3.36)

Avec

$$V_i(x(t)) = x^T(t) P_i x(t)$$

$$(3.37)$$

Où  $P_i > 0$  et i = 1, ..., r. Initialement introduite dans le cadre des systèmes LPV [29] et étendue au cas TS dans [114], cette catégorie de fonction présente également l'avantage d'engendrer des conditions d'analyse moins conservatives contrairement aux fonctions quadratiques.

Une fonction de Lyapunov polyquadratique (ou non quadratique) est de la forme :

$$V(x(t)) = x^{T}(t) \sum_{i=1}^{r} \mu_{i}(\xi(t)) P_{i} x(t)$$
(3.38)

Avec  $P_i > 0$ ,  $\mu_i(\xi(t)) \ge 0$  et  $\sum_{i=1}^r \mu_i(\xi(t)) = 1$ . Une telle fonction permet de relaxer le conservatisme imposé par par les fonctions quadratiques. De plus, elle représente un cas plus général dans le sens où elle inclut le cas quadratique, avec  $P_i = P$ . Une fonction polyquadratique tient compte de la vitesse de variation des variables de décisions mises en jeux dans la construction du modèle TS, contribuant de ce fait à la réduction du conservatisme. D'un autre coté, ce type de fonctions est plus complexes à manipuler notamment à cause de la présence des dérivées des fonctions non linéaires d'activation  $\mu_i(\xi(t))$ .

Plus récemment, un autre type de fonction de Lyapunov intéressant est envisagé et permet de s'affranchir de la contrainte liée aux dérivées des fonctions d'activation :

$$V(x(t)) = x^{T}(t) \sum_{i=1}^{r} (\mu_{i}(\xi(t)) P_{i})^{-1} x(t)$$
(3.39)

Où  $P_i = P_i^T > 0$  et i = 1, ..., r.

Des conditions relaxées du théorème 3.8 sont obtenues en utilisant une fonction de Lyapunov (3.36) pour analyser la stabilité des systèmes TS :

**Théorème** 3.9 [33] Le modèle TS (3.33) est asymptotiquement stable s'il existe des matrices symétriques définies positives  $P_i$  et des scalaires positifs  $\tau_{ijk}$  tels que les conditions suivantes soient vérifiées :

$$A_i^T P_j + P_j A_i + \sum_{k=1}^r \tau_{ijk} (P_j - P_k) < 0$$

$$(i, j) = 1, \dots, r$$
(3.40)

Les conditions de stabilité obtenues en utilisant des fonctions polyquadratiques ou non quadratiques (continues par morceaux) sont certes moins restrictives que celles établies par les fonctions quadratiques. Néanamoins, la formulation du problème d'analyse de stabilité ne se fait plus en termes de LMI mais plutot en BMI (Bilinear Matrix Inequalities) qui sont plus difficiles à résoudre.

Dans le travail entrepris dans cette thèse, nous exploitons des fonctions de Lyapunov quadratiques ainsi que des fonction non quadratiques. Dans un premier temps, le choix s'est porté sur des fonctions de Lyapunov quadratiques essentiellement pour la mise en œuvre facile qui résulte en la résolution d'un problème d'optimisation convexe pour le quel des outils dédiés existent (LMI Matlab Toolbox, Sedumi, Yalmip ...). De plus, en rapport avec le modèle polytopique TS developpé et traité dans les travaux présentés dans cette thèse, le conservatisme n'est pas contraignant vu que le nombre de sous modèles constituant le modèle TS est de 4. Par ailleurs, une autre reformulation de la dynamique latérale du véhicule nous permettra de réduire ce nombre de moitié.

Dans un second temps, les fonctions non quadratiques, du type (3.38), seront utilisées pour étudier la stabilité des systèmes TS. Ce type de fonctions offre l'avantage d'être moins conservatrice tout en étant exploitable.

Ces deux catégories de fonctions utilisées, nous permettent ainsi d'établir des conditions de stabilité pour les estimateurs élaborés pour la dynamique latérale du véhicule et de statuer sur la stabilité exponentielle et ISS.

**Discussion** La représentation TS d'un système non linéaire offre un réel avantage qui permet d'étendre les outils d'analyse de stabilité à ce dernier. Cependant, comme toute approche de représentation, elle possède des avantages et des inconvénients et cela est directement corrélé à la procédure d'obtention du modèle TS. En effet, la méthode de construction du modèle TS influe grandement sur ces performances en matière de précision et de propriétés.

Dans le cas où les équations non linéaires du système sont disponibles (comme c'est le cas pour le véhicule, ici considéré) le modèle TS peut être construit par l'approche de linéarisation au tour de differents points de fonctionnement ou par l'approche des secteurs non linéaires. Ces deux approches, présentent l'une comme l'autre des avantages et des incovénenients qui ont une incidence directe sur les performances du modèle obtenu.

Le nombre de sous modèles d'un modèle TS dépend de façon exponentielle du nombre de non linéarités. Cela étant, en pratique, un grand nombre de modèles locaux peut mener à des soucis de synthèse dû notamment au coût de calculs ou de disponibilité de moyens de traitement (algorithmes). Une représentation TS avec un minimum de sous modèles est donc privilégiée.

L'avantage d'un modèle TS obtenu via l'approche des secteurs non linéaires est qu'il représente exactement le modèle non linéaire, soit de façon globale ou locale, en rapport avec les secteurs utilisés. Cependant les propriétés de stabilité et d'observabilité du système non linéaire ne sont pas préservées. En effet, même si le modèle original est stable (ou observable) au tour d'un point d'équilibre  $x_0$  cela ne garanti pas que tous les sous modèles le soient également. Sachant que toutes les méthodes de synthèse d'observateurs nécessitent que les modèles locaux soient observables ou détectables, comme on le verra par la suite, ce point est crucial. Par ailleurs, en adoptant le formalisme des transformations convexes, à des fins de synthèse d'observateurs ou de contrôleurs, la construction du modèle TS par secteurs non linéaires peut être orientée dans ce sens en privilégiant un choix de variables de décisions menant à des modèles locaux observables (ou commandables). Une étude détaillée est reportée à ce sujet dans [127].

Cet aspect là ne pose pas de problèmes dans le cas de notre étude dont l'objectif est de synthétiser des observateurs. Les conditions d'observabilité seront testées et vérifiées pour chacun des modèles locaux  $(A_i)$  et l'ensemble de ces modèles  $(\sum_{i=1}^4 A_i)$ .

Dans ce qui suit, nous abordons l'observabilité dans un contexte général avant d'entamer le cas des modèles TS.

# 3.5 Observabilité et observateurs des systèmes dynamiques

La nécessité de disposer des variables d'état d'un système est mis en avant lors des étapes d'identification, de diagnostique et de commande des systèmes. Tous ces aspects de l'automatique nécessitent la connaissance d'informations internes du système. En pratique, ces informations n'étant pas souvent accessibles à la mesure, dues à des contraintes d'ordre économiques ou techniques, une solution altérnative est envisagée qui est d'utiliser des 'capteurs logiciels' communément appelés observateurs.

Un observateur est un processus virtuel qui permet de reconstruire l'état non accessible à la mesure en se basant sur le modèle mathématique qui décrit le comportement du système et en utilisant ses mesures disponibles de l'entrée et de la sortie.

L'utilité des observateurs, au delà du domaine de l'automatique (diagnostic, surveillance, commande des processus, ...), trouve application dans plusieurs autres domaines tels que la supervision, la chimie, l'aéronautique .... Dans tous ces domaines, un observateur peut être utilisé pour estimer l'état du système dont la connaissance est requise pour la maitrise du processus et l'évolution dans le temps de celui-ci [137]. Des observateurs plus sophistiqués peuvent également être construits dans l'objectif d'estimer les entrées inconnues ou les incertitudes qui affectent le système [127].

Dans le contexte du véhicule, l'estimation des variables et des paramètres non disponibles à la mesure est particulièrement importante notamment pour l'élaboration des systèmes d'aide à la conduite, de contrôle latéral et longitudinal. En effet, la synthèse de ces systèmes nécessite la connaissance de variables et de paramètres liés au véhicule mais qui ne sont pas directement mesurables. L'utilisation de capteurs n'est pas toujours possible soit pour des raisons techniques tel que les capteurs requis n'existent pas encore ou économiques de sorte que les coûts soient excessifs ce qui fait qu'une implémentation en série sur les véhicules ne soit pas possible.

La maîtrise du système véhicule (contôle, détection, stabilisation, ...) nécessitant la disponibilité de variables pas toujours accessibles à la mesure, à permis le développement d'une abondante littérature sur le sujet.

Soit un système dynamique décrit par les équations d'état et de sortie suivantes :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \tag{3.41}$$

$$y(t) = h(x(t), u(t))$$
 (3.42)

Avec  $x \in \mathbb{R}^n$  représente l'état du système,  $u \in \mathbb{R}^{n_u}$  est l'entrée et  $y \in \mathbb{R}^{n_y}$  la sortie. f et h sont des fonctions non linéaires.

Un observateur d'état est un système qui a pour entrées l'entrée et la sortie du système (3.41)-(3.42) et sa sortie est l'état estimé  $\hat{x}(t)$ :

$$\dot{z}(t) = g(z(t), x(t), u(t))$$
 (3.43)

$$\hat{x}(t) = \zeta(z(t), x(t), u(t)) \tag{3.44}$$

telle que l'erreur d'estimation  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$  converge de manière asymptotique vers zéro quelques soient les conditions initiales du système et de l'observateur, x(0) et z(0) respectivement :

$$\lim_{t \to \infty} \|x(t) - \hat{x}(t)\| = 0 \tag{3.45}$$

Le tout est de déterminer les fonctions g(z(t), x(t), u(t)) et  $\zeta(z(t), x(t), u(t))$  de façon à ce que l'état estimé  $\hat{x}(t)$  convergence asymptotiquement (ou d'une autre manière) vers x(t).

Il est toutefois important et nécessaire de vérifier que l'état peut être reconstruit à partir des entrée et sortie du système, c'est à dire étudier l'observabilité du système. Cela revient à établir les conditions sous les quelles l'observateur existe.

#### 3.5.1 Notion d'observabilité

L'observabilité des systèmes non linéaires, initialement formalisée par Hermann et Krener [100] utilise la notion d'indiscernabilité d'une paire d'états, qui par la suite a été beaucoup repris, plus ou moins en détails, notamment dans [162], [159], [105] et [19].

Le concept de discernabilité peut être résumé comme suit :

Deux différentes conditions initiales  $x(0) = x_0$  et  $x(1) = x_1$  sont dites indiscernables pour t > 0 si leurs sorties respectives  $y_0$  et  $y_1$ , en réponse à une entrée u(t), sont identiques,  $y_0 = y_1$ .

À partir de là, le système considéré est dit observable s'il ne possède pas de paire d'états indiscérnables. Cette notion a été beaucoup reprise pour l'étude d'observabilité de differents types de systèmes parmi les quels on note les systèmes singuliers [159], systèmes hybrides [230], [24] ou encore les systèmes homogènes [162].

Dans le cas des systèmes linéaires, la propriété d'observabilité est une condition de rang de la paire (A, C) independante de l'entrée u(t). Cette condition, critère de Kalman, est suffisante et une fois vérifiée, cela permet de garantir l'existence d'un observateur qui converge de manière exponentielle arbitrairement rapide.

Soit un système linéaire à temps invariant décrit par sa représentation d'état suivante :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \tag{3.46}$$

$$y\left(t\right) = Cx\left(t\right) \tag{3.47}$$

Où A est la matrice d'état de dimension  $n \times n$ , B et C sont les matrices de commande et d'observation respectivement, avec les dimensions appropriées. Le système (3.46)-(3.47) est observable si

$$rang \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} = n \tag{3.48}$$

L'observabilité telle qu'elle est définie ci-dessus est globale dans le sens où les différents couples de conditions initiales peuvent être distingués partout sur l'ensemble de définition.

De là, à partir de la connaissance de la sortie et de l'entrée, l'état peut être reconstruit au moyen d'un observateur. La synthèse d'observateur des systèmes linéaires a fait l'objet de beaucoup de travaux. Deux principaux observateurs sont utilisées dans le contexte des systèmes linéaires : L'observateur de Kalman pour les systèmes variants dans le temp et l'observateur de Lunberger pour les systèmes linéaires invariants dans le temps. Initialement, Kalman-Bucy ont introduit ce qui est actuellement plus connu sous l'appellation de filtre de Kalman pour la reconstruction d'état d'un système stochastique également utilisé pour des systèmes déterministes [118]. Luenberger a proposé une nouvelle théorie de l'observation dite observateur de Luenberger. Son idée est d'ajouter au modèle (mis sous forme canonique) un terme de correction, entre la sortie et la sortie estimée [151].

L'observateur de Luenberger est de la forme :

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t))$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t)$$
(3.49)

Où  $\hat{x}(t)$  est l'état estimé et L est le gain de l'observateur. Le système dynamique générant l'erreur d'estimation est de la forme :

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) \tag{3.50}$$

Avec  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$  étant l'erreur d'estimation telle que la matrice (A - LC) soit Hurwitz. La vitesse de convergence peut être choisie arbitrairement en choisissant un vecteur L approprié.

Il est à noter que si le couple (A, C) est observable, alors on peut toujours trouver un gain L qui permet d'assigner les valeurs propres de (A - LC) à de positions désirées choisies au préalable. Le problème de construction de l'observateur est alors un problème de placement de pôles.

#### 3.5.2 Observateurs des systèmes non linéaires

L'analyse de la propriété d'observabilité dans le cadre des systèmes non linéaires peut se faire de plusieurs façons. Le fait que l'observabilité soit fonction de l'entrée du système peut conduire à des singularités d'observation. Cependant, un courant de pensées classique tend à utiliser une condition de rang pour étudier l'observabilité d'un système non linéaire [25]. Par ailleurs, differentes notions d'observabilité peuvent être définies [78], [79].

Considérons le système non linéaire en (3.41)-(3.42). On dit que la paire (f, h) est observable au sens du rang si :

$$rang \begin{pmatrix} dh(x,u) \\ dL_f h(x,u) \\ \vdots \\ dL_f^{(n-1)} h(x,u) \end{pmatrix} = n$$
(3.51)

avec

$$\begin{cases} dh(x, u) = \begin{pmatrix} \frac{\partial h}{\partial x_1} & \frac{\partial h}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial h}{\partial x_n} \end{pmatrix} \\ L_f h(x, u) = \frac{\partial h}{\partial x} f(x, u) \end{cases}$$

Où  $L_f h(x,u)$  est la dérivée de Lie <sup>26</sup>. Cela veut dire que l'état x peut s'écrire en fonction de la sortie y(t) et de l'entrée u(t) ainsi que de leurs dérivées successives (observabilité différentielle). En effet, nous avons :

$$\begin{pmatrix} y \\ \dot{y} \\ \vdots \\ y^{(n-1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} dh(x, u) \\ dL_f h(x, u) \\ \vdots \\ dL_f^{(n-1)} h(x, u) \end{pmatrix} = \psi x$$

$$(3.52)$$

Sous la condition de rang (3.51) si elle est vérifiée, l'état peut alors s'écrire par le théorème des fonctions implicites, comme suit [15] :

$$x = \psi^{-1} \begin{pmatrix} y & \dot{y} & \dots & y^{(n-1)} \end{pmatrix}^T$$
 (3.53)

La synthèse d'observateurs pour les systèmes non linéaires reste un sujet ouvert où les travaux de recherches d'approches systématiques sont intensifs et une litterature abondante y est disponible. Dans cette section, nous passons en revue, de manière succinte, quelques une des approches les plus utilisées pour la conception d'observateurs pour les systèmes non linéaires.

<sup>26.</sup> Algèbre de Lie, Groupes de Lie. Voir : www.jmilne.org/math/

L'observateur le plus largement utilisé pour les systèmes non linéaires est le filtre de Kalman étendu (EKF) [118]. Cette technique consiste à utiliser les équations du filtre de Kalman (standard) au système non linéaire, linéarisé en utilisant la formule de Taylor du premier ordre. Toutefois, la preuve de convergence de cet estimateur établie pour le cas linéaire ne peut être étendue de manière générale au cas des systèmes non linéaires.

Plusieurs approches de synthèse d'observateurs ont été proposées, afin d'estimer les variables non disponible à la mesure.

Il est bien connu que l'observabilité des systèmes non linéaires dépend de l'entrée. Il existe toutefois des systèmes qui sont observables quelque soit l'entrée (systèmes dits uniformément observables) [26]. Dans ce cas là, un changement de coordonnées pour obtenir une forme canonique est possible où la partie observable est linéaire. Le gain de l'observateur dépend uniquement de la partie linéaire. Quant à la partie non linéaire, son effet devient négligeable pour une valeur importante du gain. Cet observateur est appelé observateur à grand gain [78], [25].

L'observateur à grand gain a l'avantage de générer une erreur d'estimation qui converge exponentiellement vers zéro. Elle converge d'autant plus rapidement que le gain est élevé. Cependant, la sensibilité au bruit de mesure augmente elle aussi [79]. Par ailleurs, un changement de coordonnées n'est pas toujours évident, bien qu'en théorie, une transformation soit possible.

La synthèse d'observateurs basée sur les approches de Lyapunov est proposée par Thau [236] qui est une extention de l'observateur de Luneberger. Le soucis avec cette méthode est qu'elle ne permet pas la synthèse de l'observateur. Dans [195], un algorithme permettant d'assurer la stabilité du système générant l'erreur d'estimation est proposé. La procédure étant itérative, elle peut ne pas admettre de solutions pour des valeurs importantes de la constante de Lipschitz liée au terme non linéaire. Une altérnative intéressante est toutefois proposée dans [195] en utilisant le formalisme  $H_{\infty}$  pour assurer la stabilité de l'erreur d'estimation. Ce type d'approches est lié à la majoration de l'erreur d'estimation par la constante de Lipschitz. À noter que si cette dernière est importante l'observateur peut être très sensible aux bruits de mesure [8].

Des observateurs à structure variable ont également été proposés. Le principe se base sur l'ajout d'un terme dépendant de l'erreur de sortie en tant que gain variable (terme discontinu) de façon à compenser les incertitudes de modélisation [215], [243]. L'avantage de tels observateurs est que la connaissance d'un modèle exacte n'est plus requise, cependant, une hypothèse structurelle sur la fonction f(x(t), u(t)) dans (3.41) est nécessaire et qui s'avère difficile à satisfaire en présence notamment d'incertitudes. Par ailleurs, le fait que le gain variable commute représente un inconvénient dû au phénomène de chattering [54].

Les observateurs basés sur une transformation de l'état initial ont fait l'objet de nombreux travaux [133]. Le principe est d'opérer un changement de variables de sortes à réécrire l'erreur d'estimation sous forme linéaire et cela dans l'objectif de leur appliquer l'observateur de Luenberger (observateur étendu de Luenberger) [23]. À partir de la, l'analyse de la convergence de l'erreur s'effectue aisément et le vecteur d'état initial est obtenu par la transformation inverse. Initialement développé pour les systèmes non linéaires autonomes, une généralisation aux systèmes non autonomes est élaborée dans [122] par transformation d'état et de sortie où la transformation dépend de l'entrée et de ses dérivées. Le problème

de synthèse d'observateurs via cette approche est alors équivalent à l'existence d'une transformation d'état. Delà, de nombreuses méthodes et conditions d'éxistence de transformations d'état et de sortie sont proposées [87], [191], [121], [133].

Les inconvénients majeurs connus à ce type d'approches sont liés à l'existence d'une transformation ainsi qu'à la catégorie de systèmes non linéaires pour les quels une transformation est possible. Par ailleurs, la mise en œuvre est souvent difficile. Une extention de ces travaux est rapportée dans [134] pour élargir la classe des systèmes non linéaires étudiés par difféomorphisme sur la sortie.

Par la suite, le concept de l'immersion est exploité pour la conception d'observateurs pour les systèmes non linéaires afin de pallier les inconvénients rencontrés avec les techniques de transformation (linéarisations). Le principe se base sur l'immersion de l'espace d'état initial dans un autre de plus grande dimension. Cela revient à trouver une transformation injective, ce qui permet d'élargir la catégorie des systèmes non linéaires pour les quels un observateur peut être construit [143], [19]. Des combinaisons des méthodes de linéarisation et d'immersion ont été élaborées tel que dans [28], [9]. Notamment dans [71], où une linéarisation exacte est opérée en exploitant le concept de l'immersion.

Le principe de ces procédures, pour la plupart, en recherchant l'obtention d'une erreur d'estimation linéaire sous la forme  $\dot{e}(t) = Ae(t)$  est remis en cause par de nouvelles approches d'estimations qui permettent d'aborder l'observation d'un point de vue algébrique telles que les observateurs réduits [131] ou encore par modes glissants [203], [72].

L'estimation d'état des systèmes représentés par des modèles non linéaires est un problème ouvert et difficile à résoudre de façon générale. Une vue d'ensemble des approches d'estimation existantes, toutesfois non exaustive, est présentée dans cette section. Des études détaillées de certaines des méthodes citées sont rapportées entre autre dans [127], [105], [27] et [256]. La difficulté commune à toutes ces procédures d'estimation est le fait qu'elles soient toutes liées à la structure du modèle utilisé. De plus, comme mentionné précedemment, la notion d'observabilité dépend de l'entrée du système et n'est pas définie de façon globale.

La construction d'un observateur se base sur le système et est en général de forme similaire à la quelle est assignée un terme correctif entre la sortie du système et la sortie estimée. Plus le modèle représentant le système initial est précis plus les estimations obtenues correspondent à l'état réel et donc précises. Cependant, un modèle précis est souvent complexe dérivant la plupart du temps du formlisme non linéaire. Contrairement au cas linéaire, la synthèse d'observateurs pour les systèmes non linéaires n'étant pas systématique, chaque approche de synthèse est spécifique à une catégorie particulière.

Les modèles Takagi-Sugenu par leur propriété d'approximateurs universels et leur structure particulière permettent l'extension de certains outils d'analyse des systèmes linéaires au cas non linéaire tout en préservant une certaine précision. Dans ce qui suit, nous présentons un apperçu des principaux travaux concernant la synthèse d'observateurs pour des systèmes non linéaires représentés par des modèles TS.

# 3.6 Observabilité des systèmes T-S

Dans cette section, nous abordons la synthèse d'observateurs pour les systèmes non linéaires décrits par des modèles polytopiques Takagi-Sugenu. Pour cela, nous considérons un modèle TS dont la sortie

est linéaire par rapport à l'état. Ce choix n'est en aucun cas restrictif par ailleurs il correspond au modèle décrivant la dynamique latérale du véhicule considéré pour application dans cette thèse.

Soit le modèle TS suivant :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} \mu_i(\xi(t)) (A_i x(t) + B_i u(t))$$
(3.54)

$$y\left(t\right) = Cx\left(t\right) \tag{3.55}$$

Plusieurs observateurs TS (ou multi-observateurs) ont été proposés pour ce système tels que les observateurs linéaires, observateurs TS de Luenberger et les observateurs à modes glissants [186], [16], [183]. Pour synthétiser le multi-observateur, les modèles locaux sont supposés observables, c'est à dire que les paires  $(A_i, C_i)$  soient observables. À chaque modèle local est associé un observateur local. L'observateur global (multi-observateur) est construit par une pondération des observateurs locaux via les fonctions de pondération.

Les travaux entrepris dans cette thèse sont basés sur l'observateur TS de Luenberger qui est une extension de l'observateur initialement présenté dans [151] pour les systèmes linéaires. L'observateur TS de Luenberger est le plus utilisé dans la littérature dans le contexte TS et il est sous la forme :

$$\dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^{r} \mu_i \left( \hat{\xi}(t) \right) \left( A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i \left( y(t) - \hat{y}(t) \right) \right)$$
(3.56)

$$\hat{y}(t) = C\,\hat{x}(t) \tag{3.57}$$

Pour déterminer les gains  $L_i$  de l'observateur (3.56) le système générant l'erreur d'estimation est analysé. L'erreur d'estimation est définie par :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$$
 (3.58)

La dynamique de l'erreur d'estimation est régie par une équation différentielle qui dépend des variables de décision  $\xi(t)$  mises en jeux dans le modèle TS et cela à travers les fonctions de pondération  $\mu_i(\xi(t))$ . À partir de là, deux cas se présentent selon que les variables de décision soient mesurables ou non mesurables. En effet, comme mentionné précedemment, les variables de prémisse peuvent être mesurables (quand elles dépendent par exemple de l'entrée et la sortie du système) ou non measurables (quand elles dépendent de l'état, qui lui n'est pas complétement mesurable).

## 3.6.1 Variables de décision mesurables : VDM

Beaucoup des travaux concernant la conception d'observateurs d'état TS considèrent que les variables de décision sont mesurables [3], [183]. Dans ce cas là, le système et l'observateur possédent les mêmes variables de décisions ce qui permet une factorisation via les fonctions de pondération. L'erreur d'estimation est sous la forme :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^{r} \mu_i(\xi(t)) (A_i - L_i C) e(t)$$
(3.59)

Les gains  $L_i$  sont déterminés par l'analyse de la stabilité du système (3.59). Plusieurs conditions de stabilité ont été établies pour cette erreur pour la plupart basées sur une fonction de Lyapunov candidate quadratique permettant une formulation sous forme de LMIs.

Le théorème suivant résume les conditions de stabilité de (3.59) en utilisant une fonction de Lyapunov quadratique :

**Théorème** 3.10 [188] L'erreur d'estimation d'état (3.59) est asymptotiquement stable s'il existe une matrice positive définie  $P = P^T$  et des matrices gains  $M_i$  telles que les conditions suivantes soient satisfaites :

$$PA_i + A_i^T P - M_i C - CM_i^T < 0 i = 1, ..., r$$
 (3.60)

Les gains de l'observateur sont déterminés par :  $L_i = P^{-1}M_i$ 

Les conditions (3.60) peuvent s'avérer conservatrices si le nombre r de sous modèles est élevé où une matrice P commune est difficile à trouver. Dans le contexte de l'analyse de la stabilité, d'autres techniques ont été proposées pour pallier le conservatisme rencontrés avec les fonctions de Lyapunov quadratiques et cela en utilisant des fonctions polyquadratiques ou non quadratiques (voir section 3.4).

Les performances de l'observateur (3.56) sont améliorées par placement de pôles dans une région LMI [188] ou encore avec des conditions relaxées des résultats similaires sont obtenus notamment dans [145], [34] et [17].

Par ailleurs, les résultats du théorème 3.10 peuvent être modifiés afin d'assurer une certaine performance de convergence en terme de stabilité des systèmes TS à savoir le taux de décroissance de l'erreur d'estimation [244]. Dans ce sens, l'observateur peut être synthétisé de manière à garantir un certain taux de décroissance de l'erreur d'estimation [141].

À noter que le fait de ne pas prendre en considération la variation des fonctions d'activation dans les conditions de synthèse de l'observateur TS introduit un certain conservatisme. Dans ce sens la, des conditions sont formulées permettant de tenir compte des fonctions d'activation [238] notamment au moyen de fonctions de Lyapunov poly-quadratiques ou non quadratiques ou encore en prenant en considération le nombre de sous modèles activés à la fois [233]. Ceci permet d'introduire plus d'information concernant le modèle TS et de ce fait réduire le conservatisme.

### 3.6.2 Variables de décision non mesurables :VDNM

Dans la pratique, les variables de décision des modèles TS ne sont pas toujours measurables. Dans le cas où une partie ou la totalité du vecteur des variables de décision ne soit pas disponible à la mesure, le modèle TS est dit à VDNM. Cela peut découler de l'approche de construction du modèle TS utilisée. En effet, l'utilisation des secteurs non linéaires pour construire le modèle TS mène souvent à un modèle TS avec des variables de décision non mesurables dépendant de l'état du système.

Dans le cas où les variables de décision ne sont pas mesurables, elles ne sont plus connues et elle doivent être estimées. Le système et l'observateur ne possèdent plus les mêmes variables de premisse ce qui fait que la factorisation n'est plus possible via les fonctions d'activation du système et de l'observateur. La dynamique de l'erreur d'estimation est alors sous la forme suivante :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^{r} \mu_i(\xi(t)) \left( A_i x(t) + B_i u(t) \right) - \sum_{i=1}^{r} \mu_i(\hat{\xi}(t)) \left( A_i x(t) + B_i u(t) + L_i(y(t) - \hat{y}(t)) \right)$$
(3.61)

Les résultats obtenus dans le cas des VDM ne sont plus applicables à la synthèse d'observateurs TS à VDNM. Peu de travaux ont été entrepris dans ce context de synthèse d'observateurs TS pour des

systèmes à variables de décision non measurables. Néanmoins, certains résultats proposant des conditions de convergence suffisantes ont été élaborés dans [232], [17] ou encore dans [16] et [255]. Le principe se base sur l'hypothèse que les fonctions d'activation soient de nature lipschtziennes. Le théorème suivant fournit les conditions de convergence de l'observateur à VDNM:

**Théorème** 3.11 [17] L'erreur d'estimation d'état (3.61) est asymptotiquement stable s'il existe des matrices positives définies  $P = P^T$  et  $Q = Q^T$  ainsi que des matrices gains  $M_i$  et un scalair positif  $\gamma$  tels que les conditions suivantes soient satisfaites :

$$PA_i + A_i^T P - M_i C - CM_i^T < -Q i = 1, ..., r$$
 (3.62)

$$\begin{pmatrix} -Q + \gamma^2 & P \\ P & -I \end{pmatrix} < 0 \tag{3.63}$$

Une extension de ce résultat au cas des modèles TS à VDNM avec incertitudes de modélisation est traité dans [18] où un observateur à modes glissants est proposé. Dans [3] un observateur TS à modes glissants est developpés tout en tenant compte des incertitudes de modélisation et des entrées inconnues.

Dans [141] une autre manière de procéder est proposée. L'erreur d'estimation (3.61) peut être reformulée comme suit :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^{r} \mu_i \left(\hat{\xi}(t)\right) (A_i - L_i C) e(t) + \sum_{i=1}^{r} \left(\mu_i \left(\xi(t)\right) - \mu_i \left(\hat{\xi}(t)\right)\right) (A_i x(t) + B_i u(t))$$
(3.64)

La différence variable par (rapport au temps) entre les valeurs réelles et estimées des états tend vers zéro si  $\hat{\xi}(t) \to \xi(t)$  sous l'hypothèse que les variables soient définies dans un compact. Pour que les estimations convergent vers les états réels, l'observateur doit être en mesure de contrer cette différence qui peut être perçue comme une perturbation (bornée). Des conditions suffissantes de stabilité ont été formulées pour (3.64) dans [17]:

**Théorème** 3.12 [17] L'erreur d'estimation d'état (3.64) est exponentiellement stable, sous l'hypothèse que

$$\left\| \sum_{i=1}^{r} \left( \mu_{i} \left( \xi(t) \right) - \mu_{i} \left( \hat{\xi}(t) \right) \right) \left( A_{i} x\left( t \right) + B_{i} u\left( t \right) \right) \right\| \leq \mu \|e\|$$
 (3.65)

avec  $\mu$  étant un scalaire positif connu, s'il existe des matrices positives définies  $P = P^T$  et  $Q = Q^T$  ainsi que des matrices gains  $L_i$  telles que les conditions suivantes soient satisfaites :

$$P(A_i - L_iC) + (A_i - L_iC)^T P \le -Q$$
 (3.66)

$$\begin{pmatrix} Q - \mu^2 I & P \\ P & I \end{pmatrix} > 0$$

$$i = 1, \dots, r$$

$$(3.67)$$

Il est à noter que  $\mu > 0$  existe sous conditions que les variables soient définies dans un compact de l'espace. La constante de Lipschtz  $\mu$  peut être alors déterminée par résolution du problème d'optimisation suivant [124] :

$$\mu = \max_{x,u,\hat{x},\hat{\xi}} \left\| \frac{\partial \left( \mu_i \left( \xi(t) \right) - \mu_i \left( \hat{\xi}(t) \right) \right) \left( A_i x \left( t \right) + B_i u \left( t \right) \right)}{\partial e} \right\|$$
(3.68)

Cependant, les condition du théorème 3.12 sont conservatrices en raison de l'hypothèse de perturbation bornée non structurée considérée. Pour réduire le conservatisme induit, Bergsten [17] propose, dans le cas où seule une partie des variables de décision dépend de l'état à estimer, de construire une incertitude structurée. Le lecteur interessé pourra se référer au résultat donné dans [17] et [141].

La synthèse d'observateurs dans le cas des modèles TS à variables de décision non measurables reste très peu exploitée en raison de la complexité d'analyse qui en découle, néanmoins, quelques travaux ont été entrepris [141]. Des résultats plus élaborés ont été développés dans le cadre des observateurs TS à VDNM dans [105] et [127]. Dans [105] plusieurs approches ont été proposées d'une part pour réduire le conservatisme rencontré avec les approches précédentes. D'autre part, les incertitudes de modélisation ainsi que les entrées inconnues ont été prises en considération via les approches Lipschtzienne et  $L_2$ . Dans [127] différents types de systèmes sont considérés pour les quels des observateurs ont été synthétisés dont entre autre un observateur pour les systèmes affectés d'entrées inconnues et d'incertitudes de modélisation et les systèmes à perturbations singulières.

# 3.7 Systèmes en cascade

L'objectif en utilisant le formalisme TS sur des systèmes non linéaires est l'obtention d'une représentation moins complexe de ces derniers afin de faciliter entre autre la mise en œuvre de contrôleurs et d'observateurs. Une autre manière de représenter les systèmes complexes tout en préservant cetraines propriétés importantes est d'effectuer une décomposition sous forme cascade.

La structure cascade est une forme particulière de systèmes interconnectés où l'influence d'un sous système sur un autre est unilatérale. Cette représentation, outre le fait qu'elle se rencontre souvent dans la pratique, trouve un bon nombre d'applications en analyse, contrôle et observation des systèmes non linéaires complexes.

L'avantage de la structure cascade est de réduire la complexité liée aux systèmes non linéaires quant à leur analyse, contrôle et observation et cela en permettant l'étude de chaque sous système séparement et d'en déduire la stabilité du système cascade global.

Dans ce mémoire de thèse, la plupart des observateurs synthètisés sont basés sur des systèmes TS. Néanmoins, nous proposons également quelques observateurs construits sur la base de systèmes en cascade.

Dans cette section, nous présentons de manière succinte les systèmes sous forme cascade afin de les exploiter par la suite.

Sans pertes de généralités, soit le système non linéaire à deux états suivant :

$$\dot{x}_1(t) = f_1(x(t), u(t)), \ y_1(t) = h_1(x(t)) 
\dot{x}_2(t) = f_2(x(t), u(t)), \ y_2(t) = h_2(x(t))$$
(3.69)

Le système est sous forme cascade, constitué de deux sous systèmes, s'il peut être écrit sous la forme suivante :

$$\dot{x}_1(t) = f_1(x_1(t), u(t)), \ y_1(t) = h_1(x_1(t))$$
 (3.70)

$$\dot{x}_2(t) = f_2(x_1(t), x_2(t), u(t)), \ y_2(t) = h_2(x_1(t), x_2(t))$$

$$(3.71)$$

Dans ce cas de figure,  $x_1$  peut être considéré comme une entrée pour le second sous système.

Il est possible de réecrire un système non linéaire sous forme cascade soit par le moyen de matrices de permutation appropriées soit par transformation des variables d'état [141]. Suivant l'objectif visé par la mise sous forme cascade, deux cas peuvent apparaitre selon que l'on s'interèsse à l'étude de la stabilité ou à la synthèse d'observateurs. Si la forme cascade est réalisée pour faciliter l'analyse de la stabilité, seules les fonctions de transition d'état  $(f_1, f_2)$  sont partitionnées, figure 3.3.

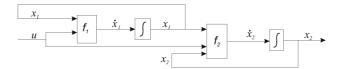


Figure 3.3 – Système en cascade de deux sous systèmes

Par contre, si l'objectif est la conception d'un observateur en cascade, les équations d'état ainsi que les équations de mesures (sorties) sont simultanément partionnées, de plus deux conditions doivent être satisfaites. La première condition est que le système non linéaire doit être observable et doit au minimum avoir deux équations de mesures. La seconde, le système partionné en (3.70)-(3.71) est tel que (3.70) soit observable. Delà, le sous système (3.71) est observable étant donnée que le système non linéaire est observable est que le premier sous système est aussi observable, figure 3.4.

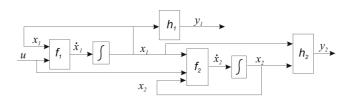


FIGURE 3.4 – Système en cascade avec les équations de sorties

Dans [141] un algorithme permettant de déterminer une partition d'un système non linéaire sous forme cascade est proposé où un exemple détaillé est présenté.

Considérons le modèle bicyclette du véhicule (2.39) obtenu au Chapitre 2 avec positionnement sur la voie. Le modèle global est exprimé par le système d'équations suivant :

$$mv_{x}(t) \left( \dot{\beta}(t) + \dot{\psi}(t) \right) = F_{yf}(t) + F_{yr}(t)$$

$$I_{z} \ddot{\psi}(t) = I_{f} F_{yf}(t) - I_{r} F_{yr}(t)$$

$$\dot{Y}_{L}(t) = v_{x}(t) \left( \beta(t) + \psi_{L}(t) \right) + I_{s} \left( \dot{\psi}(t) - v_{x}(t) \rho(t) \right)$$

$$\dot{\psi}_{L}(t) = \dot{\psi}(t) - v_{x}(t) \rho(t)$$
(3.72)

Ce système peut être mis en cascade composé de deux sous systèmes comme suit :

$$\dot{x}_1(t) = f_1(x_1(t), u_1(t)) \tag{3.73}$$

$$\dot{x}_{2}(t) = f_{1}(x_{1}(t), x_{2}(t), u_{1}(t), u_{2}(t))$$
(3.74)

Avec  $x_1(t) = \begin{pmatrix} \beta(t) & \dot{\psi}(t) \end{pmatrix}^T$ ,  $x_2(t) = \begin{pmatrix} Y_L(t) & \psi_L(t) \end{pmatrix}^T$  et  $u_1(t) = v_x$ ,  $u_2(t) = \rho(t)$ . Voir figure 3.5, où les systèmes 1 et 2 sont exprimés par :

$$\begin{cases} \dot{\beta}(t) = \frac{1}{mv_x(t)} \left( F_{yf}(t) + F_{yr}(t) \right) - \dot{\psi}(t) \\ \ddot{\psi}(t) = \frac{1}{l_z} \left( l_f F_{yf}(t) - l_r F_{yr}(t) \right) \end{cases}$$
(3.75)

$$\begin{cases}
\dot{Y}_{L}(t) = v_{x}(t) \left(\beta(t) + \psi_{L}(t)\right) + l_{s} \left(\dot{\psi}(t) - v_{x}(t) \rho(t)\right) \\
\dot{\psi}_{L}(t) = \dot{\psi}(t) - v_{x}(t) \rho(t)
\end{cases}$$
(3.76)

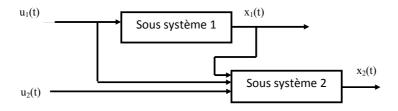


FIGURE 3.5 – Le système véhicule mis sous forme cascade

# 3.7.1 Stabilité des systèmes en cascade

Il est bien établi que un système en cascade composé de systèmes linéaires stables est stable [147]. Cela peut s'expliquer par le fait que les valeurs propres du système global sont déterminées par celles des sous systèmes. Cela étant, la stabilité des sous systèmes implique la stabilité du système en cascade. Cependant, ce raisonnement ne s'applique plus dans le cas des systèmes non linéaires ou LTV et cela même si la stabilité asymptotique globale des sous systèmes est assurée. Toutefois, quelques résultats qui traitent de la stabilité des systèmes en cascade où les sous systèmes sont non linéaires ont été proposés notamment dans [148], [219], [140], [37] et [209] où sous certaines conditions sur le système initial et les sous systèmes, la stabilité du système global en cascade est assurée.

Soit le système en cascade autonome suivant :

$$\dot{x}_1(t) = f_1(x_1(t)) \tag{3.77}$$

$$\dot{x}_2(t) = f_2(x_1(t), x_2(t)) \tag{3.78}$$

En considérant, sans pertes de généralités, l'origine comme point d'équilbre, des conditions de stabilité ont été établies par Sontag [219] :

**Théorème** 3.13 Le système en cascade (3.77)-(3.78) est globalement asymptotiquement stable (GAS) si:

- Les fonctions  $f_1$  et  $f_2$  sont suffisament lisses en leurs arguments
- Le sous système (3.78) est ISS par rapport à  $x_1$
- Les systèmes (3.77) et  $\dot{x}_2(t) = f_2(0, x_2(t))$  sont globalement asymptotiquement stables.

Des conditions suffisantes et équivalentes ont été proposées dans [209]. Le système en cascade (3.77)-(3.78) est globalement asymptotiquement stable si les deux sous systèmes le constituant sont globalement asymptotiquement stables et toutes les trajectoires bornées. Cette approche présente néamoins une limite concernant la bornitude des solutions, qui est difficile à assurer d'autant que les conditions pour assurer une telle condition sont conservatrices.

Des conditions plus relaxées ont été formulées pour des systèmes en cascade sous la forme suivante :

$$\dot{x}_1(t) = f_1(x_1(t)) \tag{3.79}$$

$$\dot{x}_2(t) = f_2(x_2(t)) + g(x_1(t), x_2(t))$$
(3.80)

En supposant que les sous systèmes sont globalement asymptotiquement stables ainsi que certaines conditions de continuité sur le terme  $g(x_1(t), x_2(t))$ , les conditions sous les quelles le système (3.79)-(3.80) est uniformément globalement asymptotiquement (UGAS) stable sont résumées dans le théorème suivant, sous conditions que les hypothèses suivantes soient vérifiées :

#### Hypothèses

1. Le sous système suivant est UGAS

$$\dot{x}_2(t) = f_2(x_2(t)) \tag{3.81}$$

2. Il existe des constantes  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  et  $\mu$  positives et une fonction de Lyapunov  $V(x_2(t))$  pour  $\dot{x}_2(t) = f_2(0, x_2(t))$  tel que  $\dot{V}(x_2(t)) \le 0$  et :

$$\left\| \frac{\partial V(x_2(t))}{\partial x_2(t)} \right\| \|x_2(t)\| \le \gamma_1 V(x_2(t)) \quad \forall x_2 : \|x_2(t)\| > \mu$$
 (3.82)

$$\left\| \frac{\partial V\left(x_{2}\left(t\right)\right)}{\partial x_{2}\left(t\right)} \right\| \leq \gamma_{2} V\left(x_{2}\left(t\right)\right) \ \forall x_{2}: \left\|x_{2}\left(t\right)\right\| \leq \mu$$

$$(3.83)$$

3. Il existe deux fonctions continues  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  de  $\Re^+ \to \Re^+$  tel que  $g(x_1(t), x_2(t))$  vérifie :

$$||g(x_1(t), x_2(t))|| \le \varphi_1(||x_1(t)||) + \varphi_2(||x_1(t)||) ||x_2(t)||$$
(3.84)

4. Il existe une fonction  $\alpha(\cdot)$  de classe K tel que pour tout  $t_0 \ge 0$  les trajectoires de  $\dot{x}_1(t) = f_1(x_1(t))$  vérifient :

$$\int_{t_0}^{\infty} \|x_1(t)\| dt \le \alpha (\|x_1(t_0)\|)$$
(3.85)

**Théorème** 3.14 [148] Si l'hypothèse 1 est vérifiée et que les trajectoires de (3.79) sont uniformement et globalement bornées, de plus si les hypothèses 2, 3 et 4 sont satisfaites alors les solutions de (3.77)-(3.78) sont uniformement globalement bornées. Si le système (3.79) est uniformement globalement asymptotiquement (UGAS) stable, le système cascade (3.77)-(3.78) est aussi UGAS. En plus des hypothèses précédentes, si (3.79) et (3.81) sont exponentiellement stables, le système en cascade (3.77)-(3.78) est également exponentiellement stable

D'autres résultats de stabilité concernant l'ISS ont été abordés où il est bien établi que l'ISS est préservée par les interconnexions cascades [217]. Cela veut dire que la cascade de deux systèmes ISS est aussi ISS. À partir de là, plusieurs notions ont été traitées [35]. Cette propriété est l'une des plus utiles connues aux interconnexions cascades.

La notion d'ISS est particulièrement importante dans le contexte des systèmes en cascade. En effet, le fait que l'impact des entrées soit pris en considération est approprié pour les structures en cascade puisque le principe est de garantir que l'état soit borné pour une entrée bornée [220].

Soit le système en cascade suivant :

$$\dot{x}_{1}(t) = f_{1}(x_{1}(t), u(t))$$
 (3.86)

$$\dot{x}_{2}(t) = f_{2}(x_{1}(t), x_{2}(t), u(t))$$
(3.87)

**Théorème** 3.15 [220] Si le sous système (3.86) est ISS par rapport à u(t) et le sous système (3.87) est ISS par rapport à u(t) et u(t) et

$$||x_1(t)|| \le \phi_1(||x_1(0)||, t) + \gamma_1\left(\sup_{0 \le \tau \le t} ||u(\tau)||\right)$$
 (3.88)

$$||x_{2}(t)|| \le \phi_{2}(||x_{2}(0)||, t) + \gamma_{2}\left(\sup_{0 \le \tau \le t} \{||x_{1}(\tau)|| + ||u(\tau)||\}\right)$$
 (3.89)

 $Où \phi_1$  et  $\phi_2$  sont des fonctions de classe KL et  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  des fonctions de classe K, alors le système global est ISS.

Lemme 3.1 [220], [116] Pour les deux sous systèmes constituant la structure cascade sans l'entrée u (t), si le premier est UGAS et le second ISS, alors le système global est UGAS

Le concept de l'ISS est particulièrement intéressant notamment d'un point de vue contrôle de par ses propriétés de stabilité asymptotique, de robustesse et d'interconnexions cascades.

D'autres travaux existants proposent des conditions suffisantes pour assurer la préservation des propriétés de stabilité des systèmes en cascade en exploitant les propriètés structurelles de chaque sous système ainsi que des fonctions de Lyapunov associées [7], [187]. Dans [35] l'auteur propose une approche pour tenir compte des entrées exogènes qui affectent le système en utilisant des fonctions de Lyapunov associées à chaque sous système. Dans [36] un autre résultat est proposé qui fourni des conditions simplifiées permet l'analyse de la stabilité sans connaître explicitement de fonctions de Lyapunov associées à chacun des sous systèmes de la structure cascade. Cependant, en contre partie, certaines hypothèses restrictives sont imposées, à savoir, la stabilité exponentielle de l'origine du sous système en aval (en l'absence d'entrées exogènes) [38].

La stabilité en temps fini des systèmes interconnectés en cascade est également étudiée, notamment dans [165], [171], [21] et [95]. Similairement à la stabilité entrée-état et exponentielle, la stabilité en temps fini des interconnections cascades est préservée sous conditions que les sous systèmes considérés soient stables en temps fini [257].

En général, la stabilité (globale asymptotique) des sous systèmes n'est pas suffisante pour garantir la stabilité du système global en cascade. Des conditions supplementaires, souvent restrictives, sont nécesaires. Dans le cas des systèmes TS en cascade, il est prouvé que la stabilité des sous systèmes assurent la stabilité du système TS global.

Dans ce qui suit, quelques résultats concernant la stabilité des systèmes TS en cascade sont présentés avant d'aborder l'observation.

#### 3.7.2 Stabilité des systèmes TS en cascade

Dans cette section nous abordons la stabilité des systèmes TS en cascade en utilisant les résultats présentés dans la section précédente. Pour cela, considérons un système non linéaire autonome de la forme :

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) \tag{3.90}$$

qui est, ou peut être mis, sous la forme cascade suivante :

$$\dot{x}_1(t) = f_1(x_1(t)) \tag{3.91}$$

$$\dot{x}_{2}(t) = f_{2}(x_{1}(t), x_{2}(t))$$
 (3.92)

Il est toujours possible de déterminer une représentation TS exacte ou approximative qui est sous forme cascade aussi, comme suit :

$$\dot{x}_1(t) = \sum_{i=1}^{r_1} \mu_{1i}(\xi_1(t)) A_{11i} x_1(t)$$
(3.93)

$$\dot{x}_{2}(t) = \sum_{i=1}^{r_{2}} \mu_{2i}(\xi_{2}(t)) (A_{12i} x_{1}(t) + A_{22i} x_{2}(t))$$
(3.94)

Le système en (3.93)-(3.94) peut être mis sous forme matricielle triangulaire inferieur comme suit :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r_1} \mu_{1i}(\xi_1(t)) \sum_{j=1}^{r_2} \mu_{2j}(\xi_2(t)) \begin{pmatrix} A_{11i} & 0 \\ A_{12j} & A_{22j} \end{pmatrix} x(t)$$
(3.95)

qui est la représentation TS du système non linéaire (3.90) considéré où  $x\left(t\right)=\left(\begin{array}{cc}x_{1}\left(t\right) & x_{2}\left(t\right)\end{array}\right)^{T}$ .

À noter que le nombre de sous modèles du système TS en cascade (3.95) peut être plus important que le nombre de sous modèle du modèle global. Cela est dû au fait que les sous systèmes (cascades) peuvent utiliser les mêmes variables de décision ce qui se reflète dans le produit des fonctions d'activation  $r_1$ 

$$\left(\sum_{i=1}^{r_1} \mu_{1i} \left(\xi_1(t)\right) \sum_{j=1}^{r_2} \mu_{2j} \left(\xi_2(t)\right)\right) dans (3.95).$$

En utilisant les résultats présentés dans la section précédente et en supposant que les sous systèmes (3.93) et (3.94) soient uniformement globalement asymptotiquement stables (UGAS), le résultat suivant est énoncé :

**Théorème** 3.16 [141] S'il existe deux fonctions de Lyapunov  $V_1(x_1(t)) = x_1^T(t) P_1 x_1(t)$  et  $V_2(x_2(t)) = x_2^T(t) P_2 x_2(t)$  tel que les sous systèmes (3.93) et (3.94) soient UGAS, alors le système en cascade (3.93)-(3.94) est également UGAS.

De plus, si ces fonctions de Lyapunov assurent la stabilité exponentielle des sous systèmes, le système en cascade serait aussi exponentiellement stable [141].

De même, en considérant le système non linéaire non autonome  $\dot{x}\left(t\right)=f\left(x\left(t\right),u\left(t\right)\right)$ , le système TS en cascade correspondant est :

$$\dot{x}_{1}(t) = \sum_{i=1}^{r_{1}} \mu_{1i}(\xi_{1}(t)) (A_{11i} x_{1}(t) + B_{1i} u(t))$$
(3.96)

$$\dot{x}_{2}(t) = \sum_{i=1}^{r_{2}} \mu_{2i}(\xi_{2}(t)) \left( A_{12i} x_{1}(t) + A_{22i} x_{2}(t) + B_{2i} u(t) \right)$$
(3.97)

Si le sous système (3.96) est ISS par rapport à u(t) et le sous système (3.97) est ISS par rapport à u(t) et  $x_1(t)$  alors le système en cascade global est également ISS [148].

D'autres résultats concernant la stabilité des systèmes TS en cascade utilisant d'autres notions de stabilité ont été élaborés pour relaxer les conditions de stabilité citées ci-dessus. Le lecteur intéressé pourra se référer aux travaux présentés notamment dans [141], [140].

#### 3.7.3 Observateurs pour des systèmes en cascade

De par la structure du système en cascade, les observateurs en cascade sont déterminés également en cascade, séparement. Les estimations du premier observateur affectent le second observateur. Dans cette section, nous esquissons de façon sommaire la convergence de l'observateur global.

Pour cela, soit le système en cascade sous la forme suivante :

$$\dot{x}_1(t) = f_1(x_1(t), u(t)), \quad y_1(t) = C_1 x_1(t)$$
 (3.98)

$$\dot{x}_{2}(t) = f_{1}(x_{1}(t), x_{1}(t), u(t)), \quad y_{2}(t) = C_{2}x_{2}(t)$$

$$(3.99)$$

L'observateur du premier système (3.98) est

$$\dot{\hat{x}}_1(t) = f_1(\hat{x}_1(t), u(t)) + L_1(\hat{x}_1(t), u(t))(y_1(t) - \hat{y}_1(t))$$
(3.100)

La dynamique d'erreur d'estimation est décrite par l'expression suivante :

$$\dot{e}_{1}(t) = f_{1}(x_{1}(t), u(t)) - f_{1}(\hat{x}_{1}(t), u(t)) - L_{1}(\hat{x}_{1}(t), u(t)) C_{1}e_{1}(t)$$
(3.101)

Avec  $e_1 = x_1 - \hat{x}_1$ . Après linéarisation des équations du système et d'observation au tour de l'état estimé, la dynamique de l'erreur d'estimation peut s'écrire sous la forme :

$$\dot{e}_1(t) = A_1(x_1(t), u(t)) e_1(t)$$
 (3.102)

Où A<sub>1</sub> 
$$(x_1(t), u(t)) = \left(\frac{\partial f_1(\hat{x}_1(t), u(t))}{\hat{x}_1} - L_1(\hat{x}_1(t), u(t)) C_1\right).$$

Le gain  $L_1$  est choisi de façon à assurer la convergnce asymptotique de l'erreur d'estimation  $e_1$ :

$$e_1(t) \to 0$$
 quand  $t \to \infty$ 

Le second observateur associé au système (3.99) est comme suit :

$$\dot{\hat{x}}_{2}(t) = \hat{f}_{2}(\hat{x}_{1}(t), \hat{x}_{2}(t), u(t)) + L_{2}(\hat{x}_{1}(t), \hat{x}_{2}(t), u(t))(y_{2}(t) - \hat{y}_{2}(t))$$
(3.103)

L'estimée de  $\hat{f}_2$  est utilisée (au lieu de  $f_2$ ) car elle dépend de l'estimée  $\hat{x}_1$  issue du premier observateur. La dynamique de l'erreur d'estimation est sous la forme :

$$\dot{e}_{2}(t) = A_{2}(\hat{x}_{1}(t), \hat{x}_{2}(t), u(t)) e_{2}(t)$$
(3.104)

Avec  $A_2\left(\hat{x}_1\left(t\right),\hat{x}_2\left(t\right),u\left(t\right)\right) = \left(\frac{\partial \hat{f}_2\left(\hat{x}_1\left(t\right),\hat{x}_2\left(t\right),u\left(t\right)\right)}{\hat{x}_2} - L_2\left(\hat{x}_1\left(t\right),\hat{x}_2\left(t\right),u\left(t\right)\right)C_2\right).$  De même, le gain  $L_2$  est choisi de manière à ce que la dynamique de l'erreur d'estimation converge vers

zéro quand le temps tend vers l'infini.

Afin d'étudier la convergence, deux hypothèses sont émises, à savoir :

1. La quantité  $\frac{\partial f_2}{\hat{x}_2}$  est constituée d'une partie qui dépend de la valeur réelle de  $x_1$  et d'une autre qui dépend de l'erreur d'estimation  $e_1$  notée  $\Delta f_2$ :

$$\frac{\partial \hat{f}_{2}\left(\hat{x}_{1}\left(t\right),\hat{x}_{2}\left(t\right),u\left(t\right)\right)}{\hat{x}_{2}} = \frac{\partial f_{2}\left(x_{1}\left(t\right),\hat{x}_{2}\left(t\right),u\left(t\right)\right)}{\hat{x}_{2}} + \Delta f_{2}$$
(3.105)

tel que  $\Delta f_2 \to 0$  quand  $t \to \infty$ .

2. L'état  $x_2$  est borné  $||x_2|| \le x_{2 \max}$  tel que :

$$\|\Delta f_2 x_2\| \le \|\Delta f_2\| \|x_2\| \le \|\Delta f_2\| x_{2\max}$$
(3.106)

L'erreur d'estimation correspondant à l'observateur (3.103) est comme suit :

$$\dot{e}_2 = x_2 - \hat{x}_2 = f_2(x_1, \hat{x}_2, u) - \hat{f}_2(\hat{x}_1, \hat{x}_2, u) - L_2(\hat{x}_1, \hat{x}_2, u) C_2(x_2 - \hat{x}_2)$$
(3.107)

La variable t est omise pour ne pas surcharger les notations.

$$\dot{e}_2 = \frac{\partial f_2(x_1, \hat{x}_2, u)}{\partial \hat{x}_2} x_2 - \frac{\partial \hat{f}_2(\hat{x}_1, \hat{x}_2, u)}{\partial \hat{x}_2} \hat{x}_2 - L_2(\hat{x}_1, \hat{x}_2, u) C_2(x_2 - \hat{x}_2)$$
(3.108)

En utilisant (3.105) dans (3.108), on obtient l'expression suivante de l'erreur d'estimation:

$$\dot{e}_2 = \frac{\partial f_2(x_1, \hat{x}_2, u)}{\partial \hat{x}_2} x_2 - \Delta f_2 x_2 - \frac{\partial \hat{f}_2(\hat{x}_1, \hat{x}_2, u)}{\partial \hat{x}_2} \hat{x}_2 - L_2(\hat{x}_1, \hat{x}_2, u) C_2(x_2 - \hat{x}_2)$$
(3.109)

De là, on a:

$$\dot{e}_2 = \left(\frac{\partial f_2(x_1, \hat{x}_2, u)}{\partial \hat{x}_2} - L_2(\hat{x}_1, \hat{x}_2, u) C_2\right) e_2 - \Delta f_2 x_2 \tag{3.110}$$

Avec  $\Delta f_2 \to 0$  quand  $t \to \infty$  et (3.106) on aboutit à :

$$\|\Delta f_2 x_2\| \to 0$$
 quand  $e_1 \to 0$ 

Et donc

$$\Delta f_2 x_2 \to 0$$
 quand  $e_1 \to 0$ 

Et comme  $e_1 \to 0$  quand  $t \to \infty$  et  $\Delta f_2 x_2 \to 0$  quand  $e_1 \to 0$ , l'erreur d'estimation du second observateur (3.103) est donnée par l'expression suivante :

$$\dot{e}_{2} = \left(\frac{\partial \hat{f}_{2}(\hat{x}_{1}, \hat{x}_{2}, u)}{\partial \hat{x}_{2}} - L_{2}(\hat{x}_{1}, \hat{x}_{2}, u) C_{2}\right) e_{2}$$
(3.111)

Le gain  $L_2$  est choisi de manière à ce que la dynamique d'erreur d'estimation soit stable tel que :  $e_2 \to 0$  quand  $t \to \infty$ .

À travers cette démarche, nous montrons l'influence unilatérale des estimations du premier observateur sur le second.

# 3.7.4 Observateurs pour des systèmes TS en cascade

Pour les systèmes TS en cascade les observateurs sont construits en cascade également. L'avantage est que la synthèse est aisée car les observateurs sont construits séparement pour chaque sous système. De plus, différents types d'observateurs peuvent être combinés selon la nature des sous systèmes.

Dans ce qui suit nous présentons la synthèse d'observateurs pour des systèmes TS en cascade de la forme :

$$\dot{x}_{1}(t) = \sum_{i=1}^{r_{1}} \mu_{1i}(\xi_{1}(t)) (A_{11i} x_{1}(t) + B_{1i} u(t)), \quad y_{1}(t) = C_{11} x_{1}(t)$$
(3.112)

$$\dot{x}_{2}(t) = \sum_{i=1}^{r_{2}} \mu_{2i}(\xi_{2}(t)) \left( A_{12i} x_{1}(t) + A_{22i} x_{2}(t) + B_{2i} u(t) \right), \quad y_{2}(t) = C_{12} x_{1}(t) + C_{22} x_{2}(t)$$
(3.113)

qui correspondent au système cascade de la forme (3.70)-(3.71). L'observateur TS cascade (associé à chaque sous système) est de la forme suivante :

$$\dot{\hat{x}}_{1}(t) = \sum_{i=1}^{r_{1}} \mu_{1i} \left( \hat{\xi}_{1}(t) \right) \left( A_{11i} \, \hat{x}_{1}(t) + B_{1i} u(t) + L_{1i} \left( y_{1}(t) - \hat{y}_{1}(t) \right) \right) 
\hat{y}_{1}(t) = C_{11} \hat{x}_{1}(t)$$
(3.114)

$$\dot{\hat{x}}_{2}(t) = \sum_{i=1}^{r_{2}} \mu_{2i} \left( \hat{\xi}_{2}(t) \right) \left( A_{12i} \, \hat{x}_{1}(t) + A_{22i} \, \hat{x}_{2}(t) + B_{2i} u(t) + L_{2i} \left( y_{2}(t) - \hat{y}_{2}(t) \right) \right) 
\hat{y}_{2}(t) = C_{12} \hat{x}_{1}(t) + C_{22} \hat{x}_{2}(t)$$
(3.115)

De même que pour la synthèse d'observateurs pour les systèmes TS, le cas cascade présente deux cas de figures selon que les variables de décision soient mesurables ou non.

# Variables de décision mesurables

Quand les fonctions d'activation dépendent de variables de décision mesurables, les dynamiques d'erreurs d'estimation correspondant à chacun des sous systèmes en cascade sont formulées comme suit :

$$\dot{e}_1(t) = \sum_{i=1}^{r_1} \mu_i(\xi_1(t)) (A_{11i} - L_{1i}C_{11}) e_1(t)$$
(3.116)

$$\dot{e}_{2}(t) = \sum_{i=1}^{r_{2}} \mu_{i}(\xi_{2}(t)) \left( (A_{12i} - L_{2i}C_{12}) e_{1}(t) + (A_{22i} - L_{2i}C_{22}) e_{2}(t) \right)$$
(3.117)

Les systèmes générant les dynamique d'erreurs d'estimations en cascade (3.116)-(3.117) sont sous la forme (3.93)-(3.94) pour lesquels des conditions de stabilité ont été formulées dans la sections précédente où le théorème 3.16 peut directement être utilisé :

**Théorème** 3.17 [141] Le système en cascade (3.116)-(3.117) est uniformement globalement asymptotiquement stable (UGAS) si il esiste des matrices symétriques positives défines  $P_1 = P_1^T$  et  $P_2 = P_2^T$  ainsi que des matrices gains  $L_{1i}$  et  $L_{2i}$  tel que :

$$P_1 (A_{11i} - L_{1i}C_{11}) + (A_{11i} - L_{1i}C_{11})^T P_1 < 0 \quad i = 1, \dots, r_1$$
(3.118)

$$\begin{pmatrix}
0 & (A_{12i} - L_{2i}C_{12})^T P_2 \\
P_2 (A_{12i} - L_{2i}C_{12}) & (A_{22i} - L_{2i}C_{22}) P_2 + P_2 (A_{22i} - L_{2i}C_{22})^T
\end{pmatrix} < 0 \qquad i = 1, \dots, r_2$$
(3.119)

# Variables de décision non mesurables

Dans le cas où les fonctions d'activation dependent de variables de décision non mesurables, c'est à dire qui doivent être estimées, les dynamiques d'erreurs d'estimation de (3.112)-(3.113) sont exprimées sous la forme :

$$\dot{e}_{1}(t) = \sum_{i=1}^{r_{1}} \mu_{i} \left( \hat{\xi}_{1}(t) \right) \left( A_{11i} - L_{1i}C_{11} \right) e_{1}(t) + \sum_{i=1}^{r_{1}} \left( \mu_{i} \left( \xi_{1}(t) \right) - \mu_{i} \left( \hat{\xi}_{1}(t) \right) \right) \left( A_{11i}x_{1}(t) + B_{1i}u(t) \right)$$

$$(3.120)$$

$$\dot{e}_{2}(t) = \sum_{i=1}^{r_{2}} \mu_{i}(\xi_{2}(t)) \left( (A_{12i} - L_{2i}C_{12}) e_{1}(t) + (A_{22i} - L_{2i}C_{22}) e_{2}(t) \right) + \sum_{i=1}^{r_{1}} \left( \mu_{i}(\xi_{2}(t)) - \mu_{i}(\hat{\xi}_{2}(t)) \right) \left( A_{21i}x_{1}(t) + A_{22i}x_{2}(t) + B_{2i}u(t) \right)$$
(3.121)

Les conditions assurant la stabilité des dynamiques d'erreurs d'estimation sont formulées dans le théorème suivant :

**Théorème** 3.18 [141] S'il existe une fonction de Lyapunov  $V_1(x_1(t))$ , une matrice symétrique positive définie  $P_2$  ainsi que des fonctions continues  $\phi_1$  et  $\phi_2$  dans  $\Re^+ \to \Re^+$  tel que :

- La fonction de Lyapunov assure la stabilité exponentielle de (3.120)
- $P_2$  vérifie :  $P_2A_{22i} + A_{22i}^TP_2 < 0$  pour  $i = 1, \dots, r_2$

$$-\left\|\sum_{i=1}^{r_2} \left(\mu_i\left(\xi_2\left(t\right)\right) - \mu_i\left(\hat{\xi}_2\left(t\right)\right)\right) \left(A_{21i}x_1\left(t\right) + A_{22i}x_1\left(t\right) + B_{2i}u\left(t\right)\right)\right\| \leq \phi_1\left(\|e_1\left(t\right)\|\right) + \phi_2\left(\|e_1\left(t\right)\|\right) \|e_2\left(t\right)\|$$
alors le système (3.120)-(3.121) est globalement asymptotiquement stable

# 3.8 Discussion et position du problème

L'intérêt de réaliser une décomposition du système en utilisant le formalisme des modèles polytopiques TS est que des propriétés importantes comme la stabilité et l'observabilité ayant été largement étudiées dans le cadre des systèmes linéaires à temps invariant (LTI), peuvent être utilisées, au moins partiellement, sur les modèles polytopiques TS car les sous systèmes qui les constituent sont de type linéaire. Cela permet d'avoir des modèles mathématiquement exploitables tout en préservant un haut niveau de précision du système non linéaire initial.

La précision de représentation d'un système non linéaire par un modèle TS est aribitraire et dépend de la stratégie adoptée pour sa construction. Différentes méthodes peuvent être utilisées telle que l'approche des multiples linéarisations [141] où le modèle TS obtenu est à variables de prémisse mesurables (VDM) et est une représentation approximative du système non linéaire initial. Ces variables de prémisse mesurables

dépendent de l'entrée du système et/ou de sa sortie. Le fait que la sortie interviennent dans les variables de décision peut induire une imprécision du modèle TS. En effet, si la sortie est bruitée, ce qui est souvent le cas en pratique, cela a une incidence sur la précision.

L'approche des secteurs non linéaires permet de construire des modèles TS qui représentent exactement le modèle non linéaire initial dans un comptact de l'espace considéré. Cependant, les variables de prémisse mises en jeu sont non mesurables (VDNM) car dépendant de l'état du système. Néanmoins, l'utilisation de l'état comme variable de décision permet la description d'une plus large classe de systèmes non linéaires.

Dans le cadre du véhicule, la modélisation TS a fait l'objet de quelques travaux dans l'objectif de réduire la compléxité du modèle du véhicule liée à son comportement fortement non linéaire, pour ne pas se restreindre à une représentation linéaire. Toutefois, les modèles construits sont à variables de décision mesurables et ne constituent de ce fait que des représentations approximatives [182], [223], [183], [3], [184], [222], [63], [197].

De même, la représentation sous forme cascade d'un système non linéaire permet de réduire la complexité quant à l'analyse de ces derniers notamment en préservant certaines propriétés de stabilité. La structure cascade est exploitée à cet effet pour la représentation du système véhicule de manière à faciliter en particulier l'application des approches d'analyse et de synthèse de ce dernier [52], [210], [126]. De plus, le modèle du véhicule s'y prète bien pour la formulation TS et en cascade.

Comme nous l'avons exposé au second chapitre, le premier objectif de notre travail a été de proposer une représentation précise voire exacte et exploitable du modèle non linéaire du véhicule. Cet objectif constitue la première problématique du présent travail. Pour cela :

- Nous avons utilisé le formalisme TS pour construire un modèle TS à VDNM qui représente exactement le système initial et cela sur une large plage de variation des paramètres.
- Nous avons également proposé la structure cascade afin de l'appliquer au modèle du véhicule (dans les chapitres suivants) pour simplifier la représentation du système véhicule ainsi que son analyse.

Les travaux exposés dans ce mémoire concernent essentiellement la synthèse d'observateurs pour les modèles polytopiques TS et les systèmes en cascade. Pour cela, afin de situer nos travaux de thèse, un apperçu des différentes approches de synthèse d'observateurs pour les systèmes TS et cascade a été présenté.

L'observabilité est une propriété étroitement liée à la stabilité. La convergence de l'erreur d'estimation équivaut à la stabilité du système dynamique la générant. Cela est similaire à analyser la stabilité et dans ce sens, les notions introduites dans la première partie de ce chapitre seront utiles et reprises plus en détails par la suite dans le contexte de l'observation.

L'analyse de la stabilité des systèmes non linéaires n'est pas aisée contrairement au cas linéaire. Le formalisme TS ainsi que la représentation sous forme cascade offre une altérnative intéressante pour aborder le problème de la stabilité des systèmes non linéaires [92].

L'utilisation des fonctions de Laypunov quadratiques permet de formuler les conditions de stabilité sous forme de LMI, à résoudre avec les outils dédiés. Cependant, combinées au formalisme TS, ces fonctions quadratiques induisent un certain conservatisme. Pour relaxer les conditions assurant la stabilité des systèmes TS d'autres fonctions autres que quadratiques sont utilisées. Des approches de relaxations sont également proposées [29], [234], [233].

Pour les systèmes en cascades, l'analyse de la stabilité du système global y est abordée en analysant les sous systèmes séparement. L'interêt majeur d'une telle structure est qu'elle relaxe les conditions imposées pour analyser la stabilité du système global. L'analyse de la stabilité d'un système global peut mener à un problème LMI infaisable et cela même si le système considéré est stable. Le fait de décomposer le système en sous systèmes à analyser séparement réduit la dimension des problèmes LMI à résoudre correspondant aux conditions assurant la stabilité.

L'observation dans le contexte du véhicule a fait l'objet de nombreux de travaux. La plupart des travaux entrepris considèrent un modèle linéaire ou encore une catégorie spécifique de systèmes non linéaires pour décrire le comportement du véhicule où souvent l'observateur de Luenberger, les observateurs à modes glissants ou le filtre de Kalman (ou filtre de Kalman étendu) sont utilisés [206], [6], [157], [207], [223], [241], [3], [193], [85], [96], [226], [89], [190], [197].

L'observateur de Luneberger est trés utilisé particulièrement pour sa mise en oeuvre facile. Plus adapté aux modèles linéaires, il est cependant étendu au cas non linéaire dans certains cas spécifiques [90], [210]. Le filtre étendu de Kalman est la première piste exploitée pour la construction d'estimateurs pour les systèmes nonlinéaires [206], [10]. Cependant, l'inconvénient reconnu à cette approche est le manque de preuve de convergence des estimations. Les modes glissants ont été également exploités pour l'estimation des états et paramètres du véhicule particulièrement pour leurs caractère robuste vis à vis des incertitudes de modélisation [3], [241]. Toutefois, la sensibilité au bruit de mesures (et signaux de hautes fréquences à cause des termes discontinus) des approches basées sur les modes glissants est un inconvénient notamment en pratique.

Les observateurs construits sur la base d'un modèle linéaire ne reflètent pas le comportement réel non linéaire du système véhicule. Par ailleurs, si un modèle non linéaire est considéré, il est souvent bien spécifique à une catégorie donnée. Dans le contexte du véhicule, l'estimation des variables non disponibles à la mesure sont utilisées à des fins de contrôles et de synthèse de systèmes avancés d'aides à la conduite. La précision des estimation est donc de rigueur. Sachant que la précision des estimations obtenues avec un observateur dépend grandement du modèle sur le quel il est basé, le degré de précision du modèle utilisé est important. L'utilisation du formalisme non linéaire est le moyen le plus naturel pour représenter un système complexe. Cependant, le manque systèmatique d'approches d'analyse et de synthèse rend la tâche délicate.

L'émergence du formalisme TS pour la représentation de systèmes complexes a succité un réel interêt notamment pour le véhicule. Delà, basés sur cette représentation TS, de nombreux travaux ont été proposés pour l'estimation de l'état et des paramètres du véhicule ainsi que des entrées inconnues qui l'affectent.

À titre de citation, nous mentionnons les travaux réalisés dans [3], où un observateur TS à entrées inconnues est synthétisé basé sur un modèle TS ainsi qu'un observateur TS à modes glissants. Dans [184] les approches des modes glissants sont adaptées au cas TS afin de construire un observateur pour l'estimation des variables de la dynamique latérale du véhicule. Dans [82] une structure TS particulière (q-LPV) est adoptée pour l'estimation des paramètres des dynamiques latérale et longitudinale à des fins de poursuite de trajectoire. Dans [49] un observateur TS à entrées inconnues est construit pour l'estimation de la dynamique latérale du véhicule en tenant compte de la géométrie de la route à travers l'inclinaison de la chaussée. Les mêmes auteurs proposent dans [50] un observateur TS pour estimer les variables du véhicule nécessaires à la détection de situations critiques. D'autres résultats ont été proposés notamment

dans [155], [158], [172] ou les observateurs TS sont synthétisés simultanement avec le contrôleur.

La plupart de ces travaux sont basés sur des modèles TS à variables de décision mesurables. Certes plus précis que des modèles linéaires (qui représentent le comportement local du système non linéaire initial), mais il n'en sont pas moins des approximations [141].

La structure cascade à fait l'objet de nombreuses contributions dans le contexte de l'estimation pour le véhicule. Majoritairement, le filtre de Kalman (et ses variantes) est exploité à cette fin.

Dans [206] et [207] des filtres de Kalman étendus (EKF) sont utilisés en cascade pour l'estimation des états du véhicule ainsi que la reconstruction des paramètres liés à la géométrie de la route. Dans [210] des observateurs en cascade ont été construits pour l'estimation de l'état du véhicule et de ses paramètres. Pour cela, des filtres de Kalman (EKF) sont utilisés en cascade. Une combinaison entre un observateur à entrées inconnues (Observateur Proportionnel Integral) et un filtre de Kalman y est également proposée pour l'estimation des paramètres ainsi que des entrées inconnues qui l'affectent. Des filtres de Kalman sont également utilisés dans [52] pour estimer l'état du système véhicule. La structure cascade y est adoptée pour estimer une partie des variables non disponibles à la mesure avec le premier filtre qui sert ensuite de mise à jour pour reconstruire l'autre partie par le second filtre. Dans [58], [57] et [56] des filtres de Kalman sont utilisés en cascade pour estimer les forces de contact pneumatique-chaussée ainsi que l'angle de dérive. Dans [126], les auteurs proposent une forme cascade hiérarchisée pour reconstruire l'état du système véhicule.

Quant à la structure TS cascade, elle reste peu exploitée pour l'estimation des variables non disponibles à la mesure pour le système vehicule, voir [221] et les références qui y sont mentionnées.

Les modèles TS à VDNM offre un avantage de taille pour représenter les systèmes non linéaires de manière exacte tout en étant exploitables d'un point de vue outils d'analyse. Néanmoins, ces modèles TS à VDNM restent très peu exploités et peu de travaux leurs sont dédiés [110], [127]. Ce qui est dû aux conditions d'analyse complexes qui en résultent. Dans le cadre des structures cascades, ce type de systèmes y est également rarement considéré.

La seconde problèmatique de cette thèse est d'exploiter ces modèles dans le contexte de l'estimation des variables non disponibles à la mesure pour le système véhicule considéré d'un point de vue non linéaire. Les contributions apportées sont :

- La synthèse d'observateurs TS pour le système véhicule non linéaire basés sur des modèles TS à
   VDNM pour l'estimation des états et des entrées inconnues affectant le véhicule.
- La synthèse d'observateurs en cascade sous forme TS à VDNM.
  - Pour l'estimation d'état.
  - Et l'estimation en présence d'entrées inconnues variables (non constantes).

Qui garantissent différententes formes de convergences (stabilité de la dynamique de l'erreur d'estimation) telles que :

- La stabilité Entrée-État (ISS).
- Stabilité exponentielle.
- Stabilité en temps fini.

Ces estimations vont sérvir par la suite à élaborer des stratégies de détection de situations limites de conduite dans le cadre d'une aide passive. Ce qui consititue la troisième problématique de la présente thèse.

# 3.9 Conclusion

Ce chapitre constitue un rappel qui regroupe certaines notions de stabilité, d'observabilité et de synthèse d'observateurs dans le cas des systèmes non linéaires, systèmes polytopiques TS et systèmes en structure cascade.

Ces notions présentées, sans prétendre à l'exaustivité de la démarche, ont pour objectif de donner un apperçu des travaux et approches developpés dans le contexte TS et cascade pour mieux appréhender la suite et pour mieux situer le travail élaboré dans ce mémoire de thèse.

Dans le chapitre suivant, nous abordons la seconde problématique du présent travail, à savoir la synthèse d'observateurs pour des systèmes non linéaires représentés par des systèmes polytopiques TS à VDVM et/ou en cascades.

# Chapitre 4

# Observateurs et stratégies d'estimation

#### Sommaire

4.1	Intro	oduction	
4.2	Obse	ervateurs par atténuation de perturbations 119	
	4.2.1	Observateur $L_2$ pour l'estimation de la dynamique latérale du véhicule 120	
	4.2.2	Discussion	
4.3	$\mathbf{Obse}$	ervateurs à entrées inconnues	
	4.3.1	Observateur Proportionnel Integral $PI$	
	4.3.2	Discussion	
	4.3.3	Observateur Proportionnel Multi-Integral $PMI$	
	4.3.4	Discussion	
4.4	Obse	ervateurs en cascade	
	4.4.1	Observateur en cascade 1	
	4.4.2	Observateur en cascade 2	
4.5	Con	clusion	

# 4.1 Introduction

Les résultats d'études et d'analyse montrent que les accidents de sortie de voies involontaires représentent une part très importante de l'accidentologie. D'après les statistiques présentées dans [32], un pourcentage élevé est une conséquence d'erreurs de guidage latéral. Ceci, est le plus souvent dû aux conducteurs inattentifs pour différentes raisons <sup>27</sup>.

Afin de réduire ces accidents et leurs conséquences, les systèmes d'aide (passive et/ou active) à la conduite ont émergé. Ces systèmes ont pour objectifs, entre autres, de prévenir les sorties de voie, de limiter la dynamique de lacet quand elle est excessive, de réduire la vitesse latérale et de stabiliser le système pour garantir la sécurité des usagers de la route.

<sup>27.</sup> http://www.securite-routiere.org/vehicules/vehicule.htm

La conception de tels systèmes nécessite la connaissance des variables caractérisant la dynamique latérale du véhicule telles que la vitesse latérale, l'angle de dérive, les efforts latéraux de contact pneumatique-chaussée . . . Cependant, la dynamique latérale du véhicule est difficile à mesurer. De plus, quand cela est possible, les capteurs nécessaires sont très coûteux et sont de ce fait non permis sur des véhicule de série.

Pour pallier à ce problème de manque de mesures, l'utilisation d'observateurs s'avère être une altérnative intéressante et prometteuse. Dans le contexte du véhicule, beaucoup de travaux ont été dédiés à la synthèse d'observateurs [206], [241], [193], [85], [202].

Dans la plupart des travaux entrepris, le véhicule est représenté par un modèle linéaire, par rapport aux efforts de contact sous l'hypothèse d'une vitesse longitudinale constante. À partir de la, des estimateurs basés sur l'observateur de Luenberger ou filtre de kalman sont proposés pour reconstruire les variables de la dynamique latérale non disponibles à la mesure [202], [89]. D'autres estimateurs sont élaborés pour estimer également les entrées inconnues qui agissent sur le véhicule telles que les forces de vents latéraux et les attributs de la route (devers, pente, courbure, ...) [157], [207], [59], [91].

Le fait de considérer le véhicule d'un point de vue linéaire réduit significativement la plage d'évolution de celui ci, la restreignant à une zone de conduite normale où les variables évoluent linéairement (au tour d'un point de fonctionnement). Cela ne reflète pas le comportement du véhicule en situation limite particulièrement quand les estimations sont destinées à l'élaboration de systèmes d'aides à la conduite en situation critique d'autant que la qualité des estimations dépend de la précision du modèle considéré. D'un autre côté, un modèle non linéaire est le formalisme naturel pour représenter le comportement réel du véhicule, cependant, le manque d'approches systématiques pour l'analyse et la synthèse constitue un inconvénient de taille.

L'émergence du formalisme Takagi-Sugeno, permet de représenter des systèmes non linéaires complexes par une somme pondérée de modèles linéaires. Outre la précision voire l'exactitude de la représentation, un bon nombre d'outils d'analyse et de synthèse sont étendus au cas des systèmes TS tels que la synthèse d'observateurs, de contrôleurs et l'analyse de la stabilité.

L'estimation de la dynamique du véhicule, particulièrement la dynamique latérale a été explorée via la modélisation polytopique TS pour l'estimation des variables d'état dynamiques ainsi que des entrées inconnues affectant le véhicule [63], [183], [50], [49].

La plupart des travaux élaborés dans le cadre de la synthèse d'observateurs TS, notamment pour le véhicule, sont à variables de décision mesurables VDM [3], [182] et sont de ce fait une approximation du modèle non linéaire considéré. Les modèles TS à variables de décisions non mesurables VDNM, malgré les avantages qu'ils offrent, sont rarement ou très peu abordés pour l'estimation de façon générale et en particulier pour l'estimation de la dynamique latérale du véhicule [110], [111], [255].

Dans le présent chapitre nous proposons des observateurs pour l'estimation des variables non disponibles à la mesure pour le système véhicule non linéaire représenté par des modèles polytopiques Takagi-Sugeno exacts et/ou en cascade à VDNM, developés au chapire 2. Différentes variables sont estimées telles que les états dynamiques, les efforts de contact pneumatiques-chaussée et les entrées inconnues représentées par la courbure de la route et l'adhérence tout en prenant en considération une vitesse longitudinale variable soit pas transformation polytopique, soit comme paramètre variable.

Différentes conditions de stabilité des systèmes générant la dynamique d'erreur d'estimation sont

établies en utilisant la théorie de Lyapunov via des fonctions quadratiques et non quadratiques. Ces conditions sont alors formulées sous forme de problèmes d'optimisation sous contraintes LMIs.

Le chapitre est organisé comme suit : Pour chaque modèle du véhicule décrit et transformé selon la procédure choisie, présentée au chapitre 2, un observateur correspondant est proposé. Une preuve de convergence des estimations est ensuite établie. Des tests de simulation sont fournis ainsi que des tests issus d'expérimentations sur prototype pour valider l'approche d'estimation.

Les expressions des éléments qui composent les modèles TS exposés dans ce chapitre sont développés au chapitre 2 au quel le lecteur est renvoyé.

# 4.2 Observateurs par atténuation de perturbations

L'estimation dans le contexte des systèmes TS à variables de décision non mesurables à fait l'objet de quelques travaux où le problème y est traité comme un problème d'estimation de systèmes incertains [16], [18]. Les incertitudes considérées sont dûes au fait que les variables de décision ne soient pas mesurables. Cependant, ces approches engendrent un certain conservatisme, lié notamment aux fonctions de Lyapunov quadratiques utilisées pour formuler le problème sous forme de LMIs ou encore à la constante de Lipschitz utilisée pour majorer le terme non mesurable. De plus, ces approches ne sont applicables que pour une catégorie de systèmes vérifiant la condition de Lipschitz. Cela est restrictif bien que la plupart des systèmes TS à VDNM vérifient cette condintion. Dans [111], [107] et [255], les auteurs proposent des techniques d'optimisation qui permettent d'atténuer l'effet des perturbations sur l'erreur d'estimation via les approches d'optimisation  $L_2$  pour l'estimation des systèmes à VDNM tout en réduisant le conservatisme rencontré avec les approches de Bergstein [16]. Dans [174], une approche basée sur l'augmentation du degré de liberté (imposé sur le choix) des modèles locaux constituant le modèle TS est proposée, permettant de pallier les inconvénient rencontrés avec les approches basées sur la condition de Lipschitz.

#### Le modèle considéré

Soit le modèle bicyclette non linéaire du véhicule qui représente sa dynamique latérale :

$$\begin{cases} \dot{\beta}(t) = \frac{1}{mv_x} \left( F_{yf}(t) + F_{yr}(t) \right) - \dot{\psi}(t) \\ \ddot{\psi}(t) = \frac{1}{L} \left( l_f F_{yf}(t) - l_r F_{yr}(t) \right) \end{cases}$$
(4.1)

Les non linéarités sont véhiculées par les efforts de contact  $F_{yf}$  et  $F_{yr}$ . En utilisant l'approche des secteurs non linéaires afin de transformer les efforts sous forme polytopique TS. Le modèle TS obtenu correspondant au modèle bicyclette est comme suit :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_i(x(t)) \left( A_i x(t) + B_i u(t) \right)$$
(4.2)

$$y(t) = Cx(t) (4.3)$$

Où x(t) est l'état et y(t) la sortie. Les matrices  $A_i$ ,  $B_i$  et C sont respectivement les matrices d'état, de commande et de sortie, de dimensions appropriées. Les expressions des matrices des modèles TS sont données au chapitre 2 (Cela est valable pour les sections suivantes). Les fonctions de pondération  $\mu_i(x(t))$  dépendent de l'état du système qui verifient la propriété de somme convexe :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{4} \mu_i(x(t)) = 1\\ 0 \le \mu_i(x(t)) \le 1 \end{cases}$$
 (4.4)

L'objectif, à travers cette section, est de formuler un observateur pour le système véhicule (4.1) représenté par un modèle TS à VDNM (4.2)-(4.3). L'observateur proposé est de la forme :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_{i}(\hat{x}(t)) \left( A_{i} \hat{x}(t) + B_{i} u(t) + L_{i} \left( y(t) - \hat{y}(t) \right) \right) \\ \hat{y}(t) = C \hat{x}(t) \end{cases}$$
(4.5)

Où  $\hat{x}(t)$  est l'état estimé et  $\hat{y}(t)$  la sortie estimée.  $L_i$  sont les matrices gains de l'observateur à déterminer de façon à ce que l'état x(t) converge vers  $\hat{x}(t)$  où l'erreur d'estimation est donnée par l'expression suivante :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_i(x(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) - \sum_{i=1}^{r} \mu_i(\hat{x}(t)) (A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i Ce(t))$$
(4.6)

Dans ce qui suit, la variable t est omise afin d'alléger les expressions, quand cela s'avère nécessaire.

# 4.2.1 Observateur $L_2$ pour l'estimation de la dynamique latérale du véhicule

Le principe de la synthèse d'un observateur par l'approche  $L_2$  est de réécrire le système TS à VDNM sous la forme d'un système perturbé, où les perturbations sont bornées.

Soit le système TS à VDNM en (4.2)-(4.3), il est réécrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_{i}(\hat{x}(t)) (A_{i}x(t) + B_{i}u(t) + \Delta(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$
(4.7)

Le système (4.7) est alors à variables de décision mesurables (estimées). La perturbation  $\Delta(t)$  est due à la non disponibilité à la mesure des variables de décision qui consiste en une différence variable dans le temps entre les valeurs réelles et les estimées. Elle est exprimée par :

$$\Delta(t) = \left(\sum_{i=1}^{4} \mu_i(x(t)) - \sum_{i=1}^{4} \mu_i(\hat{x}(t))\right) (A_i x(t) + B_i u(t))$$
(4.8)

L'observateur proposé est sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_{i}(\hat{x}(t)) \left( A_{i} \hat{x}(t) + B_{i} u(t) + L_{i} \left( y(t) - \hat{y}(t) \right) \right) \\ \hat{y}(t) = C \hat{x}(t) \end{cases}$$
(4.9)

La dynamique d'erreur d'estimation d'état a pour expression

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_i(\hat{x}(t)) (A_i - L_i C) e(t) + \Delta(t)$$
(4.10)

Sous les hypothèses suivantes :

#### Hypothèses 4.1

- L'état x(t) est borné.
- L'entrée u(t) soit bornée.
- Et,  $\Delta(t)$  soit bornée.
- Les paires  $(A_i, C)$  sont observables

La pseudo-perturbation  $\Delta(t)$  est bornée et a tendance à tendre vers zéros et  $\hat{x} \to x$  quand  $t \to \infty$ . En effet, le fait que les fonctions de pondération soient bornées implique que la pseudo-perturbation  $\Delta(t)$  le soit également.

Ces hypothèses ne sont aucunement réstrictives dans notre cas. En effet, les états du système véhicule sont bornés quand l'entrée (u(t) dans ce cas est l'angle de braquage) est bornée. De plus, les variables étant définies dans un compact de l'espace par rapport à la méthode des secteurs non linéaires utilisée pour construite le modèle TS, les variables sont bornées.

À partir de ces hypothèses, des conditions de stabilité de (4.10) sont formulées via les techniques  $L_2$  pour estimer les états tout en minimisant l'effet de la pseudo-perturbation sur l'erreur d'estimation.

De par la présence du terme  $\Delta(t)$  en sa qualité de perturbation, la convergence vers zéro de l'erreur d'estimation (4.10) ne peut être assurée. En effet, dans la pratique, les systèmes dynamiques sont trés souvent soumis à des perturbations bornées (perturbations sur la commande ou des erreurs sur les mesures). Dés lors qu'on parle de perturbations, on ne considère plus la stabilité d'un point de vue asymptotique, car l'état ne convergera plus vers l'origine, mais vers un ensemble invariant. Plus cet ensemble est petit, plus l'effet de la perturbation est faible sur le système. On fait alors appel à la notion de stabilité au sens entrée-état (ISS).

L'objectif de cet observateur est de minimiser l'effet de la perturbation sur l'erreur d'estimation en minimisant le rapport du transfert entre l'erreur d'estimation e(t) et la perturbation  $\Delta(t)$ . Ce transfert peut être interprété comme un taux d'atténuation  $\bar{\gamma}$ , défini comme étant le pire taux du transfert du maximum de l'erreur d'estimation au pique de la perturbation bornée.

Une autre manière d'interpréter le gain  $L_2$  est en termes d'énergie [88]. En effet, le gain  $L_2$  sert à mesurer la quantité d'énergie transmise par le système entre l'énergie en entrée et l'énergie en sortie.

$$\sup_{\|\Delta\|_{2}\neq0}\frac{\|e\left(t\right)\|_{2}}{\|\Delta\left(t\right)\|_{2}}<\bar{\gamma}\tag{4.11}$$

Où e(t) et  $\Delta(t)$  sont à énergie finie.

Minimiser ce taux d'atténuation reviendrait à assurer une meilleure estimation tout en minimisant l'effet de la perturbation sur celle-ci. Corrélé à la notion de stabilité ISS, cela assure que les états convergent vers une sphère de petit volume, traduisant le faible effet de la perturbation sur le système considéré.

Cela quantifie également la façon dont le système rejette les perturbations. Dans ce sens, l'observateur synthétisé doit être assez robuste pour contrecarrer cette différence.

Le théorème suivant présente les conditions exprimées sous forme de LMI pour la synthèse des gains  $L_i$  de l'observateur (4.9) assurant la stabilité de (4.10) et la minimisation de l'effet de  $\Delta(t)$  sur l'erreur d'estimation sous condition que les hypothèses ci-dessus soient vérifiées :

**Théorème** 4.1 S'il existe une matrice symétrique positive définie P, des matrices gains  $K_i$  ainsi qu'un scalaire positif  $\bar{\gamma}$  solutions au propblème d'optimisation suivant :

$$\frac{\min_{P,K_i} \bar{\gamma}}{\left(\begin{array}{cc} A_i^T P + P A_i - K_i C - C^T K_i^T + I & P \\ P & -\bar{\gamma}I \end{array}\right) < 0$$

$$i = 1, \dots, 4$$
(4.12)

L'erreur d'estimation (4.10) est alors ISS par rapport à  $\Delta(t)$  et satisfait l'inégalité suivante :

$$\|e(t)\| \le e^{-\frac{(t-t_0)}{2\lambda_{\max}(P)}} e(t_0) + \gamma \|\Delta(t)\|_{\infty}$$
 (4.13)

Les gains de l'observateur sont donnés par  $L_i = P^{-1}K_i$  et le taux d'atténuation du transfert de e(t) vers  $\Delta(t)$  est  $\gamma = \sqrt{\bar{\gamma}}$ .

#### Preuve de convergence

Supposons que les LMIs du Théorème 4.1 soient vérifiées. En multipliant (4.12) à gauche et à droite par  $T = \begin{pmatrix} e^T(t) & \Delta^T(t) \end{pmatrix}$  et  $T^T$  respectivement, l'expression suivante est obtenue :

$$e^{T}\left(t\right)\left(\phi_{i}^{T}P+P\phi_{i}\right)e\left(t\right)+e^{T}\left(t\right)P\Delta\left(t\right)+\Delta^{T}\left(t\right)Pe\left(t\right)+e^{T}\left(t\right)e\left(t\right)-\gamma^{2}\Delta^{T}\left(t\right)\Delta\left(t\right)<0\tag{4.14}$$

Où  $\phi_i = (A_i - L_i C)$ . L'expression précédente (4.14) est multipliée par  $\mu_i(\hat{x}(t))$ , nous obtenons alors :

$$\sum_{i=1}^{4} \mu_i \left( \hat{x} \left( t \right) \right) \left( e^T \left( t \right) \left( \phi_i^T P + P \phi_i \right) e \left( t \right) \right) + e^T \left( t \right) P \Delta \left( t \right)$$

$$+ \Delta^T \left( t \right) P e \left( t \right) < -e^T \left( t \right) e \left( t \right) + \gamma^2 \Delta^T \left( t \right) \Delta \left( t \right)$$

$$(4.15)$$

cette inégalité est équivalente à :

$$\dot{V}(t) < -e^{T}(t) e(t) + \gamma^{2} \Delta^{T}(t) \Delta(t)$$

$$(4.16)$$

Où  $V(t) = e^{T}(t) Pe(t)$  et  $P = P^{T} > 0$ .

Sous l'hypothèse que (4.12) soit vérifiée,  $\gamma^2 > 0$ . Nous pouvons écrire :

$$\lambda_{\min}(P) \|e(t)\|^2 \le V(t) \le \lambda_{\max}(P) \|e(t)\|^2, \quad \forall e(t) \in \Re^2$$
 (4.17)

Delà, (4.16) peut être bornée comme suit :

$$\dot{V}(t) < -\frac{1}{\lambda_{\max}(P)} V(t) + \gamma^2 \left\| \Delta(t) \right\|^2$$
(4.18)

En utilisant le lemme de Gronwall [178], il s'en suit que :

$$V(t) \leq V(t_0) e^{-\frac{(t-t_0)}{\lambda_{\max}(P)}} + \gamma^2 \int_{t_0}^{t} e^{-\frac{(t-\tau)}{\lambda_{\max}(P)}} \|\Delta(\tau)\| d\tau$$

$$\leq V(t_0) e^{-\frac{(t-t_0)}{\lambda_{\max}(P)}} + \gamma^2 \|\Delta(\tau)\|_{\infty}^2$$
(4.19)

En utilisant (4.17) avec une racine carrée, nous obtenons l'expression suivante majorant l'erreur d'estimation :

$$\|e(t)\| \le e^{-\frac{(t-t_0)}{2\lambda_{\max}(P)}} e(t_0) + \gamma \|\Delta(t)\|_{\infty}$$
 (4.20)

Ce qui prouve l'ISS de l'erreur d'estimation par rapport à la perturbation  $\Delta(t)$ .

À partir de cette dernière équation, nous remarquons que si  $\|\Delta(t)\|_{\infty} = 0$  alors  $\|e(t)\| \to 0$  quand  $t \to \infty$ . De plus, en présence de la perturbation  $\Delta(t)$ , l'erreur d'estimation  $\|e(t)\|$  est bornée par  $\gamma \|\Delta(t)\|_{\infty}$ .

La précision de l'estimation est ainsi fixée par la veleur de  $\gamma$ . L'erreur d'estimation en présence de la perturbation, converge dans un volume de rayon  $\gamma \|\Delta(t)\|_{\infty}$ .

Dans ce qui suit, des résultats de simulation et d'expérimentation sont établis pour valider l'approche de synthèse d'observateur proposée. Ces résultats ont fait l'objet d'une conférence, voir [253].

#### Résultats de simulation

Un observateur par atténuation de perturbations est construit suivant l'approche proposée dans cette section, pour estimer les variables de la dynamique latérale du véhicule : l'angle de dérive  $\beta(t)$  et la vitesse latérale  $v_y(t)$ . Les gains de l'observateur sont déterminés après résolution du problème d'optimisation du Théorème 4.1 avec le solveur Sedumi YALMIP, pour une vitesse longitudinale  $v_x = 27m/s$  et une entrée en angle de braquage  $u(t) = \delta_f(t)$  représentée en figure 4.1. Afin de tester la convergence de l'observateur, les conditions initiales ont été choisies differentes où  $x(0) = \begin{pmatrix} 0.15 & 0.2 \end{pmatrix}^T$  et  $\hat{x}(0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix}^T$ .

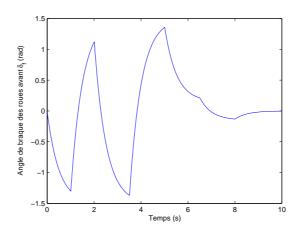


FIGURE 4.1 – Entrée en angle de braquage utilisée

Les matrices gains  $L_i$  obtenues sont :

$$L_{1} = \begin{pmatrix} 29.75 \\ 113.01 \end{pmatrix} \qquad L_{2} = \begin{pmatrix} 114.07 \\ 114.90 \end{pmatrix}$$

$$L_{4} = \begin{pmatrix} -94.63 \\ 114.50 \end{pmatrix} \qquad L_{4} = \begin{pmatrix} -0.57 \\ 115.36 \end{pmatrix}$$

$$(4.21)$$

pour un taux d'atténuation du transfert de la perturbation  $\Delta(t)$  vers e(t) de  $\gamma=0.026$ . La borne d'erreur obtenue, au régime établi est de  $\gamma \|\Delta(t)\|=2.67\times 10^{-4}$ .

Les estimations de l'observateur sont comparées aux états du système non linéaire , le résultat de simulation est donné en figure 4.2.

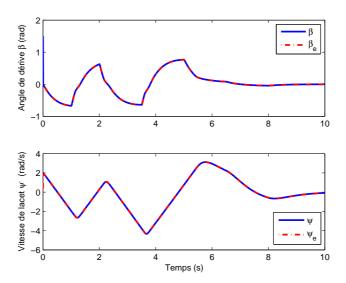


FIGURE 4.2 – Comparaison des états réels et estimés obtenus avec l'observateur  $L_2$ .

Nous remarquons que les estimations correspondent bien aux états réels ce qui est appuyé par la borne de l'erreur d'estimation qui est inferieur à  $2.67 \times 10^{-4}$ . Cela est dû au fait que l'observateur construit soit basé sur un modèle TS exacte qui représente axcatement le modèle non linéaire initial. De plus, le caractère robuste induit par le taux d'atténuation du transfert de la perturbation vers l'erreur d'estimation permet de rejeter la perturbation qui est une différences entre les valeurs réelles et estimées des fonctions de pondération et indirectement des états.

L'estimation de la vitesse latérale est obtenue en utilisant l'estimation de l'angle de dérive  $\hat{v}_y(t) = v_x \hat{\beta}(t)$  est établie en figure 4.3.

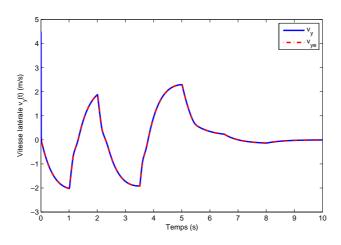


Figure 4.3 – Comparaison de la vitesse latérale et son estimée

L'observateur  $L_2$  proposé est construit avec une valeur nominale fixe de la vitesse longitudinale  $v_x$ . Cependant, en pratique cette vitesse est variable. Pour refléter un comportement plus réaliste et tester

la robustesse par rapport à la variation de la vitesse longitdinale, l'observateur construit est appliqué au système à vitesse longitudinale variable, figure 4.4.

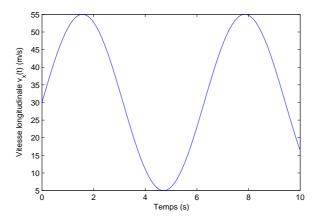


FIGURE 4.4 – Vitesse longitudinale  $v_x(t)$  variable.

La figure 4.5 montre les résultats obtenus. Nous notons une assez bonne correspondance des courbes de vitesse latérale  $v_y(t)$  et son estimée  $\hat{v}_y(t)$ . Le caracatère robuste de l'observateur est dû à la minimisation du taux d'atténuation du transfert entre la perturbation et l'erreur d'estimation qui d'une certaine manière rejette les perturbations qui dans ce cas sont dûes à la difference entre les variables réelles (qui dépendent d'une vitesse longitudinale variable) et les valeurs estimées (obtenues avec un observateur avec une vitesse constante). Le taux d'atténuation obtenu est de  $\gamma=0.046$ . Quelques différences entre la vitesse latérale réelle et son estimée sont cependant à noter. Cette différence est plus marquée lors des valeurs élevées de la vitesse longitudinale.

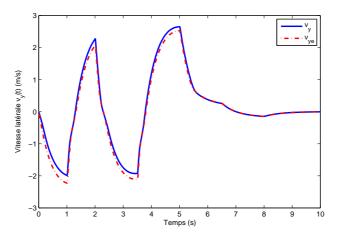


FIGURE 4.5 – Comparaison des états réels et estimés obtenus avec l'observateur  $L_2$  avec une vitesse longitudinale  $v_x$  variable.

De même en présence de bruit <sup>28</sup> de mesure, l'observareur par atténuation de perturbation est testé sur le modèle non linéaire du véhicule. La figure 4.6 montre le résultat obtenu pour les variables d'états et leurs estimées. La comparaison entre la vitesse latérale et sont estimée et donnée en figure 4.7.

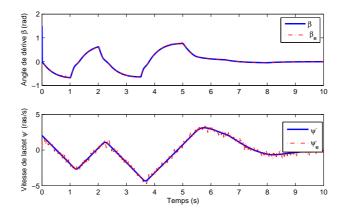


FIGURE 4.6 – Comparaison des états réels et estimés obtenus avec l'observateur  $L_2$  en présence de bruit de mesure.

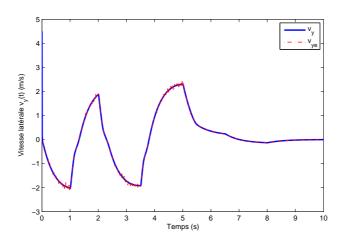


FIGURE 4.7 – Vitesse latérale et son estimée en présence de bruit de mesure.

#### Résultats d'expérimentation

Afin de valider l'approche d'estimation proposée dans cette section, des données issues de tests expérimentaux réalisés sur un véhicule prototype sont utilisées (voir chapitre 2 pour l'instrumentation et l'acquisition des données).

Les entrées utilisées à savoir l'angle de braquage  $\delta_f(t)$  et la vitesse longitudinale  $v_x(t)$  sont données en figure 4.8. Les résultats de validation obtenus sont représentés sur la figure 4.9. La figure 4.10 montre une comparaison entre la vitesse latérale réelle et estimée.

<sup>28.</sup> Le bruit est généré par des nombres aléatoires sous Matlab

Les résultats du test de validation de l'observateur  $L_2$  par atténuation de perturbation sont concluants au vu des courbes obtenues, figure 4.9. On note quelques imprécisions qui correspondent à des valeurs importantes de la vitesse de lacet  $\dot{\psi}$ . Cela s'explique par le fait que le modèle non linéaire (par rapport aux effort de contact) considère une simplification des angles de glissement  $\alpha_f$  et  $\alpha_r$  qui sont considérés variant de manière linéaire. Cependant, lors de prise de virages, traduit notamment par une vitesse de lacet importante et accentuée par un angle de braquage conséquent, les angles de glissement ne sont plus linéaires et cela se répercute sur la précision du modèle non linéaire et de ce fait sur les estimations ( sur lequel l'observateur se base pour la construction).

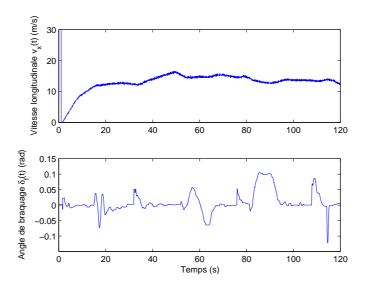


FIGURE 4.8 – Vitesse longitudinale et angle de braquage utilisés.

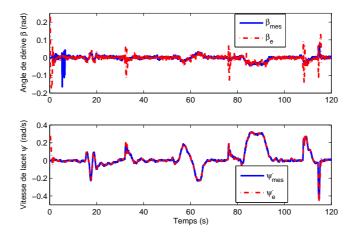


FIGURE 4.9 – Comparaison des états réels et estimés avec l'observateur  $L_2$ .

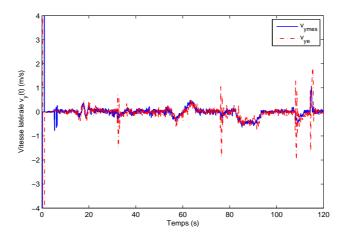


FIGURE 4.10 – Comparaison entre la vitesse latérale réelle et estimée avec l'observateur L<sub>2</sub>.

# 4.2.2 Discussion

Le choix s'est porté sur la synthèse d'observateurs avec les techniques  $L_2$  par atténuation de perturbations, particulièrement pour leur caractère robuste vis à vis des perturbations assuré sur l'erreur d'estimation, ce qui garantit une bonne précision de l'estimation. Ces approches sont applicables à une classe plus générale de systèmes non linéaires et sont moins conservatrices comparées par exemple aux méthodes basées sur les hypothèses de Lipschitz.

Le principe est de réécrire le modèle TS à VDNM sous forme de modèle perturbé à variables de décision mesurables (estimées). La perturbation est issue du fait que les fonctions d'activation dépendent de variables non disponibles à la mesure.

Le modèle représentant le système véhicule est fortement non linéaire et est très sujet aux perturbations et incertitudes de modélisation. Tenir compte de tous ces aspects lors de la synthèse d'observateur permet une meilleure précision des estimations grâce à l'atténuation des effets indésirables sur l'erreur d'estimation.

# 4.3 Observateurs à entrées inconnues

En pratique, les systèmes sont souvent sujets à des entrées connues représentées par les entrées de commande, et des entrées inconnues qui peuvent être identifiées comme étant des perturbations, des bruits de mesure, des incertitudes de modélisation, .... Ces entrées inconnues affectent le comportement normal du système et de ce fait leur estimation peut être utilisée pour concevoir des systèmes et des stratégies pour minimiser leurs effets.

Un observateur d'état qui néglige l'effet des entrées inconnues sur ses estimations mène à une reconstruction dégradée voire éronée des états, notamment quand les estimations sont déstinées au contrôle, au diagnostic ou à la supervision. Il est donc important de prendre en considération les entrées inconnues qui affectent le système et cela dés l'étape de modélisation.

Les travaux précurseurs de la synthèse d'observateurs en présence d'entrées inconnues sont établis dans [115] et [102] dont les conditions d'existence sont formulées dans [135] dans le cadre de la synthèse

d'un observateur de Luenberger en présence d'entrées inconnues. Delà, le problème de synthèse de tels observateurs a fait l'objet de nombreux travaux, particulièrement pour le cas des systèmes linéaires (LTI) [128], [129], [130], [245], [248], [137].

Deux courants de solutions au problème de synthèse d'observateurs pour des systèmes soumis à des entrées inconnues sont à distinguer. Le premier, utilise le principe de découplage entre les entrées inconnues et l'erreur d'estimation de manière à rendre cette dernière insensible aux entrées inconnues. L'estimation des entrées inconnues n'est pas prise en considération néanmoins à partir de l'estimation des états, les entrées inconnues peuvent être reconstituées.

Differentes méthodes ont été proposées à ce sujet. Parmis les quelles, les approches algébriques qui sont utilisées dans le cas particulier où seule la matrice de distribution des entrées inconnues est connue [103], [48]. Ces approches font intervenir des pseudo-inverses de matrices et exploitent les propriétés d'observabilité des systèmes [167], [53]. Les approches géometriques, peu developpées dans ce contexte, sont également exploitées pour établir des conditions d'existence d'un observateur à entrées inconnues [22], [93], [47]. Des dérivées temporelles des sorties sont nécessaires pour de telles estimations ce qui constitue un inconvénient sachant que généralement les sorties sont bruitées et cela à une incidence sur la qualité des estimations [104]. De plus, les conditions structurelles impliquées sont restrictives et affichent un certain conservatisme des condition de convergence des estimations.

Le second courant d'observateurs à entrées inconnues permet l'estimation des états et des entrées inconnues simultanément sans chercher à masquer leurs effet mais plutôt à minimiser l'influence des entrées inconnues sur l'erreur d'estimation [245]. Cela est réalisé au moyen d'une action intégrale qui améliore la précision des estimations. De cette manière les conditions structurelles liées au découplage sont relaxées [160]. Ce type d'observateurs est connu sous l'appellation d'Observateur Proportionnel Intégral (PI) initialement introduits pour les systèmes linéaires dans [245] et [117].

L'action integrale de l'observateur PI est mise à profit pour estimer les entrées inconnues alors que les états sont estimés par l'action proportionnelle. Ce type d'observateurs assure une bonne estimation et cela même en présence de bruit de mesure. Par ailleurs, l'introduction du gain de l'action intégrale permet de réduire le conservatisme des conditions de convergence de l'erreur d'estimation dans le sens où cela constitue un degré de liberté supplémentaire. Toutefois, afin d'établir des conditions de convergence de l'erreur d'estimation du PI, l'hypothèse d'entrées inconnues constantes est nécessaire. En théorie, cette condition peut être restrictive dans le sens où elle réduit considérablement la classe de signaux à estimer avec le PI. Néanmoins, en pratique cette condition peut être affranchie en considérant des signaux à dynamique lente en augmentant le gain de l'observateur [248], [249]. Cependant, en procédant de la sorte, l'observateur devient très sensible aux bruit de mesure où la précision est assurée au détriment de la robustesse [132].

Une généralisation de l'observateur PI est ensuite proposée dans [113] en utilisant plusieurs actions intégrales. Cet observateur est dit Proportionnel Multi-Integrales (PMI) qui permet d'estimer des entrées inconnues sous forme polynomiale qui est une classe de signaux plus générale que ceux admis par l'observateur PI. Un PMI permet d'estimer simultanément l'état, les entrées inconnues ainsi que leurs  $q^e$  dérivées successives dont la dernière peut être nulle ou bornée.

Le type de systèmes jusque la considérés, est linéaire. Cependant, il est bien admis que la représentation linéaire est loin de traduire fidèlement le comportement du système. Toutefois, certains types de modèles sont considérés dont entre autre les modèles LTV [117], bilinéaires [154] ou déscriptifs [160], [132].

Malgré l'importance du formalisme non linéaire et les avantages liés à la qualité de représentation et d'estimation qui en découle, il reste rarement abordé dans le cadre de la conception d'observateurs à entrées inconnues [72], [144]. Certains travaux ont été proposés pour l'estimation des entrées inconnues des systèmes. Toutefois, ces approches sont réservées aux catégories de systèmes non linéaires pour les quelles elles ont été developpées ce qui restreint leur application. Plusieurs extensions ont été proposées tel que dans [246], [74], [40], [76].

Ces dernières années, avec l'émergence du formalisme TS, la conception d'observateurs à entrées inconnues pour des systèmes non linéaires représentés par des modèles TS à variables de décision mesurables a été exploitée [3], [198], [41], [183]. La synthèse d'observateurs à entrées inconnues pour des modèles TS à VDNM reste très peu exploitée, néanmoins, nous pouvons citer les travaux menés dans [127], [108], [109].

Le véhicule est un système représenté par un modèle fortement non linéaire et qui est sujet à des entrées de commande (angle de braquage, couple moteur, couple conducteur, ...) et des entrées inconnues telles que les attributs de la route (pente, devers, courbure de la route, adhérence, ...) ou encore des perturbation exogènes telles que les raffales de vents latéraux. Toutes ces entrées inconnues influencent le comportement et les performances du système véhicule et mènent parfois à des états de fonctionnement indésirables. La connaissance de telles entrées permet de concevoir des systèmes pour minimiser les effets néfastes qu'elles occasionnent.

Dans ce sens, de nombreux travaux portant sur l'estimation des entrées inconnues pour le système véhicule ont été entrepris [91], [132], [157], [207], [41].

La représentation TS a été explorée dans le contexte du véhicule pour l'estimation des états et des entrées inconnues qui l'affectent, cependant, seuls les modèles TS à VDM ont été exploités [4], [50], [49].

Dans cette section, des observateurs à entrées inconnues (Unknown Input Observers : UIO) sont exploités pour les systèmes non linéaires représentés par des modèles TS à variables de décision non mesurables appliqués au modèle du véhicule décrivant sa dynamique latérale.

Comme mentionné précédement, les observateurs synthétisés dans cette thèse sont basés sur les approches  $L_2$  ayant pour principe l'atténuation des effets des perturbations affectant le système. Il en est de même pour les observateurs à entrées inconnues de cette section.

# 4.3.1 Observateur Proportionnel Integral PI

Dans cette sous section, un PI est synthétisé pour estimer les états de la dynamique latérale du véhicule représenté par un modèle TS à variables de décision non mesurables ainsi que les entrées inconnues qui l'affectent.

# Observateur PI pour l'estimation de la dynamique latérale du véhicule et de la courbure de la route

#### Le modèle considéré

Soit le modèle bicyclette non linèaire du véhicule qui représente sa dynamique latérale (4.22) ainsi que son positionnement sur la voie :

$$\begin{cases}
\dot{\beta}(t) = \frac{1}{mv_x} \left( F_{yf}(t) + F_{yr}(t) \right) - \dot{\psi}(t) \\
\ddot{\psi}(t) = \frac{1}{I_z} \left( l_f F_{yf}(t) - l_r F_{yr}(t) \right) \\
\dot{\psi}_L(t) = \dot{\psi}(t) - v_x \rho(t) \\
\dot{Y}_L(t) = v_x \left( \beta(t) + \psi_L(t) \right) + l_s \left( \dot{\psi}(t) - v_x \rho(t) \right)
\end{cases} \tag{4.22}$$

Où  $\rho$  est la courbure de la route. Les non linéarités sont contenues dans les efforts de contact  $F_{yf}$  et  $F_{yr}$  exprimées par la formule magique de Pacejka (2.46). En utilisant l'approche des secteurs non linéaires afin de transformer les efforts sous forme polytopique TS, le modèle TS obtenu correspondant au modèle bicyclette avec son positionnement sur la voie est comme suit :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_i(x(t)) (A_i x(t) + B_i u(t) + B_\rho \rho(t))$$
(4.23)

$$y\left(t\right) = Cx\left(t\right) \tag{4.24}$$

La matrice C est définie comme suit par rapport aux variables disponibles à la mesure qui sont la vitesse de lacet  $\dot{\psi}(t)$  et  $Y_L(t)$ :

$$C = \left(\begin{array}{ccc} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \tag{4.25}$$

L'objectif est de proposer un observateur PI pour estimer l'états x(t) et l'entrée inconnue  $\rho(t)$  pour le modèle (4.23)-(4.24). Pour cela, le modèle TS est réécrit comme un système perturbé comme suit :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_i(\hat{x}(t)) (A_i x(t) + B_i u(t) + B_\rho \rho(t) + \Delta(t))$$
(4.26)

Où  $\Delta(t)$  est la pseudo-perturbation qui est dûe à la non disponibilité à la mesure des variables de décision.

$$\Delta(t) = \sum_{i=1}^{4} (\mu_i(x(t)) - \mu_i(\hat{x}(t))) (A_i x(t) + B_i u(t) + B_\rho \rho(t))$$
(4.27)

Comme  $B_{\rho}$  est une matrice constante, l'expression de  $\Delta(t)$  est sous la forme suivante :

$$\Delta(t) = \sum_{i=1}^{4} (\mu_i(x(t)) - \mu_i(\hat{x}(t))) (A_i x(t) + B_i u(t))$$
(4.28)

L'observateur PI est construit sous les hypothèses suivantes :

#### Hypothèses 4.2

- L'état du système est borné
- L'entrée  $u(t) = \delta_f(t)$  est bornée
- $-\dot{\rho}(t)=0$
- Les paires  $(A_i, C)$  sont observables

Ces hypothèses ne sont aucunement restrictives. Par ailleurs l'hypothèse concernant l'entrée inconnue  $\rho(t)$  est nécessaire pour l'établissemennt théorique de la convergence des estimations. L'observateur PI proposé est alors sous la forme :

$$\begin{cases}
\dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_{i}(\hat{x}(t)) (A_{i}x(t) + B_{i}u(t) + B_{\rho i}\hat{\rho}(t) + K_{Pi}(y(t) - \hat{y}(t))) \\
\dot{\hat{\rho}}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_{i}(\hat{x}(t)) K_{Ii}(y(t) - \hat{y}(t)) \\
\hat{y}(t) = C\hat{x}(t)
\end{cases} (4.29)$$

 $K_{Pi}$  et  $K_{Ii}$  sont les gains des actions proportionnelle et intégrale, respectivement.  $\hat{x}(t)$  et  $\hat{\rho}(t)$  sont les estimées de x(t) et  $\rho(t)$  respectivement.

Considérons l'état augmenté suivant  $\bar{x}(t) = \begin{pmatrix} x^{T}(t) & \rho(t) \end{pmatrix}^{T}$ . Le système (4.26) devient :

$$\begin{cases}
\dot{\bar{x}}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_i \left( \hat{x}(t) \right) \left( \bar{A}_i \bar{x}(t) + \bar{B}_i u(t) + \Gamma \Delta(t) \right) \\
y(t) = \bar{C} \bar{x}(t)
\end{cases}$$
(4.30)

Avec

$$\bar{A}_{i} = \begin{pmatrix} A_{i} & B_{\rho} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \ \bar{B}_{i} = \begin{pmatrix} B_{i} \\ 0 \end{pmatrix}, \ \Gamma = \begin{pmatrix} I \\ 0 \end{pmatrix} 
\bar{C} = \begin{pmatrix} C & 0 \end{pmatrix}$$
(4.31)

De même, en utilisant l'état augmenté, l'observateur PI (4.29) devient :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_{i}(\hat{x}(t)) \left( \bar{A}_{i} \hat{x}(t) + \bar{B}_{i} u(t) + K_{i}(y(t) - \hat{y}(t)) \right) \\ \hat{y}(t) = \bar{C} \hat{x}(t) \end{cases}$$
(4.32)

Où le gain  $K_i$  est défini par :

$$K_i = \begin{pmatrix} K_{Pi} \\ K_{Ii} \end{pmatrix} \tag{4.33}$$

L'erreur d'estimation  $\bar{e}(t) = \bar{x}(t) - \hat{x}(t)$  est régie par l'équation différentielle suivante :

$$\dot{\bar{e}}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_i \left( \hat{x}(t) \right) \left( \left( \bar{A}_i - K_i \bar{C} \right) \bar{e}(t) + \Gamma \Delta(t) \right) \tag{4.34}$$

L'objectif de cet observateur est de déterminer les gain  $K_i$  qui permettent la reconstitution de l'état et de l'entrée inconnue supposée constante à travers l'état augmenté tout en minimisant l'effet de la perturbation  $\Delta(t)$  sur les estimations. La convergence de l'erreur d'estimation d'état garantissant une erreur d'estimation bornée est assurée sous vérification desconditions des hypothèses 4.2, si les conditions du théorème suivant sont vérifiées :

**Théorème** 4.2 S'il existe une matrice symétrique positive définie P, des matrices gain  $M_i$ , un paramètre  $\sigma \in [0,1]$  ainsi que des scalaires positifs  $\bar{\gamma}$  et  $\bar{\alpha}$  solutions du problème d'optimisation suivant :

$$\min_{P,M_{i},\bar{\gamma},\bar{\alpha}} \sigma \bar{\alpha} (1-\sigma) \bar{\gamma} \tag{4.35}$$

$$\begin{pmatrix} \bar{A}_i P + P \bar{A}_i^T - M_i \bar{C} - \bar{C}^T M_i^T + I & P \\ P & -\bar{\gamma} I \end{pmatrix} < 0 \tag{4.36}$$

$$\begin{pmatrix} -\bar{\alpha}I & P \\ P & -I \end{pmatrix} \ge 0 \tag{4.37}$$

$$P \ge I \tag{4.38}$$

$$i = 1, \dots, 4$$

Alors l'erreur d'estimation (4.34) est ISS par rapport à  $\Delta(t)$  et  $\bar{e}(t)$  vérifie l'inégalité suivante :

$$\|\bar{e}(t)\| \le \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}} \left( e^{\frac{t}{2\lambda_{\max}(P)}} \bar{e}(0) + \gamma \Delta_{\infty} \right)$$

$$(4.39)$$

Les gains de l'observateur sont déterminés par  $K_i = P^{-1}M_i$ . Le taux d'atténuation du transfert de  $\Delta(t)$  vers  $\bar{e}(t)$  est  $\gamma = \sqrt{\bar{\gamma}}$  et  $\lambda_{\max}(P) \leq \alpha$  où  $\alpha^2 = \bar{\alpha}$ .

L'ensemble de convergence est déterminé par la quantité  $\sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}}\gamma\Delta_{\infty}$ , où  $\Delta_{\infty}$  est la borne supérieure de  $\|\Delta(t)\|$ .

#### Preuve de convergence

Nous considérons une fonction de Lyapunov quadratique  $V(\bar{e}(t)) = \bar{e}^T(t)P\bar{e}(t)$ . Après ajout et soustraction du terme  $-\bar{e}^T(t)\bar{e}(t) + \bar{\gamma}\Delta^T(t)\Delta(t)$ , sa dérivée est :

$$\dot{V}(\bar{e}(t)) = \sum_{i=1}^{4} \mu_i(\hat{x}) \,\tilde{x}^T(t) \begin{pmatrix} \theta_i + I & P \\ P & -\bar{\gamma}I \end{pmatrix} \tilde{x}(t) 
-\bar{e}^T(t)\bar{e}(t) + \bar{\gamma}\Delta^T(t)\Delta(t) \prec 0$$
(4.40)

 $\bar{\gamma}$ étant un scalaire positif.

Avec 
$$\theta_i = A_i^T P + P A_i - M_i C - C^T M_i^T$$
 et  $\tilde{x}(t) = \begin{pmatrix} \bar{e}(t) & \Delta(t) \end{pmatrix}^T$ .

En utilisant la propriété de somme convexe des fonctions de pondération  $\sum_{i=1}^{4} \mu_i(\hat{x}) = 1$ , si l'inégalité suivante est vérifiée :

$$\begin{pmatrix} \theta_i + I & P \\ P & -\bar{\gamma}I \end{pmatrix} < 0 \tag{4.41}$$

Alors, à partir de (4.40) la dérivée de la fonction de Lyapunov peut être bornée comme suit :

$$\dot{V}(\bar{e}(t)) < -\bar{e}^T(t)\bar{e}(t) + \bar{\gamma}\Delta^T(t)\Delta(t) \tag{4.42}$$

Avec le changement de variables  $M_i = PK_i$ , les LMI en (4.36) sont obtenues.

Pour démontrer la stabilité ISS des dynamiques de l'erreur d'estimation, l'inégalité (4.42) est utilisée. L'inégalité différentielle est équivalente à :

$$\lambda_{\min}(P) \|\bar{e}(t)\|_{2}^{2} \le V(\bar{e}(t)) \le \lambda_{\max}(P) \|\bar{e}(t)\|_{2}^{2}$$
 (4.43)

(4.42) est alors bornée comme suit :

$$\dot{V}\left(\bar{e}(t)\right) \le -\frac{1}{\lambda_{\max}(P)} V\left(\bar{e}(t)\right) + \bar{\gamma} \left\|\Delta(t)\right\|_{2}^{2} \tag{4.44}$$

La solution de l'équation différentielle est alors :

$$V(\bar{e}(t)) \le V(\bar{e}(0)) e^{\frac{-1}{\lambda_{\max}(P)}t} + \bar{\gamma} \int_{0}^{t} e^{\frac{-1}{\lambda_{\max}(P)}(t-\tau)} \|\Delta(\tau)\|_{2}^{2} d\tau$$
(4.45)

$$V\left(\bar{e}(t)\right) \le V\left(\bar{e}(0)\right) e^{\frac{-1}{\lambda_{\max}(P)}t} + \bar{\gamma}\lambda_{\max}(P) \left\|\Delta(t)\right\|_{\infty}^{2} \tag{4.46}$$

À partir de (4.43), en levant au carré, nous obtenons l'expression suivante, qui prouve l'ISS:

$$\|\bar{e}(t)\|_{2} \leq \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}} \|\bar{e}(0)\|_{2} e^{\frac{-1}{2\lambda_{\max}(P)}t} + \gamma \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}} \|\Delta(t)\|_{\infty}$$

$$(4.47)$$

Delà, si  $\left\|\Delta(t)\right\|_{\infty} \to 0 \ \text{alors} \ \left\|\bar{e}(t)\right\|_2 = 0$  quand  $t \to \infty.$ 

Si  $\Delta(t)$  est bornée,  $\|\bar{e}(t)\|_2 \leq \gamma \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}} \|\Delta(t)\|_{\infty}$ .

En présence de  $\Delta(t)$ , la précision de l'estimation peut être améliorée en minimisant la quantité  $\gamma \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}}$  qui borne l'erreur.

La région vers la quelle l'erreur d'estimation converge en présence de  $\Delta(t)$  dépend de la matrice P choisie et du paramètre  $\gamma$ . Plus cette région est petite, plus l'estimation est précise.

Nous considérons pour cela la quantité :

$$\sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}} \le \sqrt{\alpha}$$

 $\alpha$  étant un scalaire positif, à minimiser. Si  $P \geq I$ ,  $\lambda_{\min} \geq 1$ , la valeur minimale de  $\sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}}$  à obtenir est 1.

De cela, on a:

$$\lambda_{\max}(P) < \alpha \Leftrightarrow P^T P < \alpha^2$$

$$P^T P - \alpha^2 I \le 0$$

En utilisant le lemme de Schur, nous aboutissons à la LMI suivante :

$$\left(\begin{array}{cc} -\bar{\alpha}I & P \\ P & I \end{array}\right) \le 0$$

Comme mentionné ci-dessus, la quantité qui borne l'erreur dépend de P et de  $\gamma$ . Pour choisir P le paramètre  $\alpha^2 = \bar{\alpha}$  est à minimiser. Nous avons donc deux paramètres à minimiser  $\bar{\alpha}$  et  $\gamma$ . Cela est effectué par la fonction objectif convexe suivante, avec  $\sigma \in [0\ 1]$ :

$$\min \sigma \bar{\alpha} + (1 - \sigma) \bar{\gamma}$$

Cela complète la preuve.

Dans ce qui suit, nous procédons à des tests de simulation et de validation pour valider l'approche d'estimation d'entrées inconnues proposée.

#### Résultats de simulation

Un observateur proportionnel integral (PI) est construit suivant l'approche proposée dans cette section, pour estimer les variables de la dynamique latérale du véhicule : l'angle de dérive  $\beta(t)$  et la vitesse latérale  $v_y(t)$  ainsi que l'entrée inconnue qui l'affecte : la courbure de la route  $\rho(t)$ . Les gains de l'observateur sont déterminés après résolution du problème d'optimisation du Théorème 4.2 avec le solveur Sedum YALMIP, pour une vitesse longitudinale  $v_x = 30m/s$  et une entrée en angle de braquage  $u(t) = \delta_f(t)$  telle qu'en figure 4.11. Les conditions initiales utilisées sont  $x(0) = (0.1 \ 1 \ 1 \ 10)^T$  et  $\hat{x}(0) = (0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$  respectivement pour l'état et l'état estimé. Le problème d'optimisation est résolu afin de minimiser la borne  $\sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}} \gamma$ . Pour cela, une résolution itérative est adoptée afin de trouver la veleur de  $\sigma$  qui minimise la quantité  $\sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}} \gamma$ , voir figure 4.12. Á la valeur minimum de la borne  $\sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}} \gamma = 0.6293$  lui correspond la valeur  $\sigma = 0.0011$ . Les résultats de simulation sont portées sur les figures 4.13 et 4.14 où les courbes estimées sont comparées aux courbes non linéaires. Ce travail a fait l'objet d'une conférence [254].

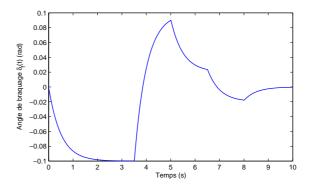


FIGURE 4.11 – Entrée en angle de braquage utilisée

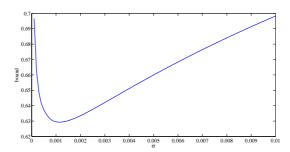


Figure 4.12 – Évolution de la borne d'erreur en fonction de  $\sigma$ 

Les courbes des estimées correspondent parfaitement aux courbes réelles (données de simulation) figures 4.13 et 4.14. Cela est dû d'une part à la représentation exacte du modèle non linéaire du véhicule par un modèle TS à VDNM exacte (modèle validé au chapitre2, partie II), et d'autre part, à l'action intégrale qui permet d'estimer avec précision l'entrée inconnue  $\rho$  et la minimisation de la fonction coût, voir figures 4.15 et 4.16 représentant les courbes d'erreurs d'estimation.

Nous notons que quand la courbure de la route varie faiblement, son estimation est assez précise. Le

cas contraire, c'est à dire quand  $\rho$  affiche une certaine variation, son estimation est quelque peu affectée. Ce qui correspond à la condition de synthèse d'un observateur pI, à savoir, une entrée inconnue constante. Cependant, cette contrainte peut être palliée en augmentant le gain de l'observateur, voire figure 4.17.

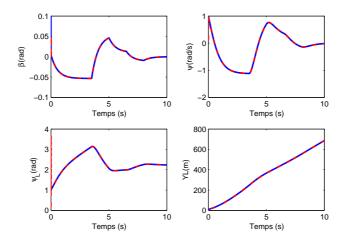


FIGURE 4.13 – Comparaison des états réels et de leurs estimés obtenus avec le PI. Courbes en rouge : estimées

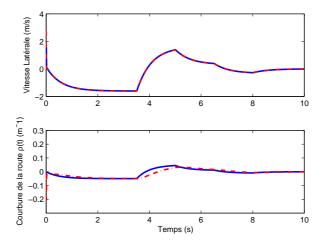


FIGURE 4.14 – Comparaison des vitesse latérale (a) et courbure de la route (b) et leurs estimées. Courbes en rouge : estimées

L'observateur PI proposé est construit pour une valeur nominale de la vitesse longitudinale  $v_x$ . Afin de tester la robustesse de l'observateur par rapport aux variations de paramètres, en l'occurence la variations de la vitesse longitudinale, nous proposons de comparer les estimations issues du PI avec le modèle non linéaire à vitesse longitudinale variable  $v_x(t) = 30 + 5\sin(0.5t)$ . Le résultat obtenu est porté à la figure 4.18 pour la vitesse latérale et la courbure de la route, voir [254] pour plus de résultats de simulation.

Les estimées de la vitesse latérale et de la courbure de la route obtenues avec l'observateur PI sont

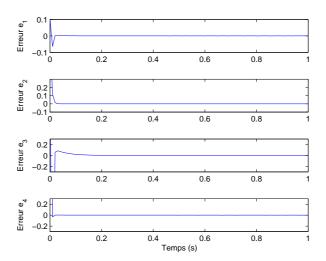


FIGURE 4.15 - Erreurs d'estimation d'état

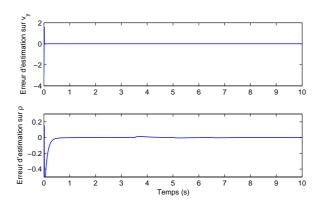


FIGURE 4.16 – Erreurs d'estimation de la vitesse latérale  $v_y(t)$  et de la courbure de la route  $\rho(t)$ 

comparées aux courbes du modèle non linéaire à vitesse longitudinale variable. Nous notons que l'estimation de la vitesse latérale  $v_y(t)$  est satisfaisante qui est du à l'atténuation du transfert entre  $\Delta(t)$  et l'erreur d'estimation ainsi qu'a la fonction coût qui permet de minimiser la borne d'erreur et de ce fait assurer une bonne précision d'estimation. L'estimée de la courbure de la route affiche quant à elle une imprécision dûe à une vitesse longitudinale variant considérablement, associée à la courbure de la route non constante, qui représente une des limitations de l'observateur PI, sachant qu'elle est considérée constante lors de la synthèse de l'observateur. Il est d'usage courant de passer outre cette limitation en augmentant la valeur du gain de l'observateur. Cependant cette façon de procéder accentue la sensibilité des résultats au bruits.

#### Résultats d'expérimentation

Afin de valider l'approche d'estimation des états et entrée inconnue proposée dans cette section, nous utilisons les données issues de tests expérimentaux réalisés sur un véhicule prototype (voir chapitre 2 pour l'instrumentation et l'acquisition des données).

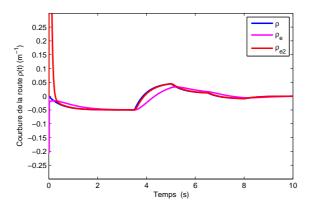


FIGURE 4.17 – Comparaison la courbure de la route  $\rho(t)$  et ses estimées obtenues avec des gains du PI différents : l'estimation  $\rho_{e2}$  est obtenu avec un gain augmenté.

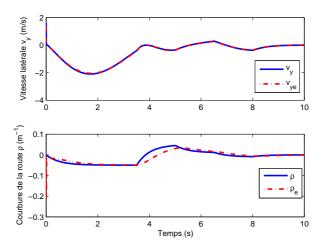


FIGURE 4.18 – Comparaison des estimations de la vitesse latérale  $v_y(t)$  et de la courbure de la route  $\rho(t)$  à vitesse longitudinale  $v_x(t)$  variable

Les entrées utilisées, à savoir l'angle de braquage  $\delta_f(t)$  et la vitesse longitudinale  $v_x(t)$  sont représentées en figure 4.8. Les résultats de validation obtenus sont décrits par la figure 4.19. La figure 4.20 montre une comparaison entre la vitesse latérale réelle et estimée.

Nous remarquons que l'estimation des états avec le PI comparée aux mesures sont plutôt satisfaisantes. Par contre, l'estimation de l'entrée inconnue est trés bruitée, ce qui est une conséquence de l'augmentation du gain de l'observateur pour pallier le fait que l'entrée inconnue soit variable. De plus, la courbure de la route mesurée est loin de satisfaire la condition du PI à savoir une entrée inconnue constante.

# 4.3.2 Discussion

L'observateur à entrées inconnues PI proposé dans cette section est basé sur le principe  $L_2$  et ont pour objectif l'estimation des états et des entrées inconnues simultanément. L'hypothèse de synthèse du PI stipule que les entrées inconnues sont constantes ou à dynamiques lentes, ceci afin d'établir des conditions

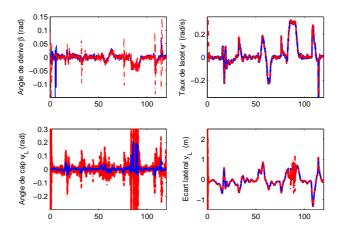


FIGURE 4.19 – Comparaison des états réels et estimés avec l'observateur PI. Les courbes en rouge sont les estimations.

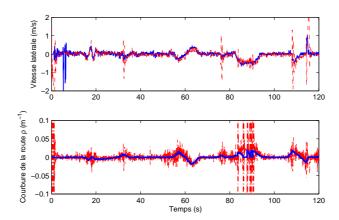


FIGURE 4.20 – Comparaison entre la vitesse latérale et la courbure de la route réelles et leurs estimées avec l'observateur PI. Les courbes en rouge sont les estimations.

de convergence des estimations.

L'observateur PI proposé pour l'estimation de la dynamique latérale du véhicule ainsi que la courbure de la route  $\rho(t)$ , représentant l'entrée inconnue l'affectant, est construit sous l'hypothèse que  $\rho(t)$  est constante. Les résultats de simulation et d'expérimentations sont satisfaisants. Cependant, l'estimation de l'entrée inconnue est quelque peu imprécise (simulation) et bruitée (experimentations) quand cette dernière affiche une certaine variation. Pour pallier à cela, une augmentations des gains de l'observateur est possible.

Les résultats de simulation et d'expérimentations sont satisfaisants. Néanmoins, l'estimation de l'entrée inconnue reste insatisfaisante quand cette dernière varie. De même, une augmentation des gains de l'observateur peut être envisagée mais au détriment de la robustesse vu que cette pratique tendrait à rendre l'observateur très sensible aux bruits.

Ces observations nous ont amené à proposer un observateur avec de multiples actions intégrales : ob-

servateur PMI pour reconstituer des entrées inconnues de forme plus générale, polynomiale. L'estimation des entrées inconnues est assurée par les actions intégrales, en estimant leurs (q-1) dérivées successives.

# 4.3.3 Observateur Proportionnel Multi-Integral PMI

Pour palier les inconvénients du PI, à savoir la limitation par rapport à la classe d'entrées inconnues pouvant y être estimées, un observateur PMI (Proportionnel Multi-Intégral) est utilisé. L'avantage est que l'entrée inconnue peut être considérée variable. Le PMI prend en considération une catégorie de signaux sous une forme plus générale : polynomiale.

Basé sur le principe d'observateur  $L_2$  par atténuation de perturbation, le Proportionnel Multi intégral est synthétisé pour l'estimation des états et des entrées inconnues, même à dynamiques rapides et cela, au moyen de multiples actions intégrales permettant de reconstituer cette entrée inconnue et de l'affiner.

Afin de construire l'observateur PMI, nous considérons le modèle du véhicule, soumis à une entrée inconnue v(t), qui sera par la suite identifiée par la courbure de la route.

Dans l'objectif d'estimer l'état du système véhicule, l'entrée inconnue et ses dérivées successives, l'entrée inconnue v(t) est considérée sous une forme polynomiale comme suit :

$$v(t) = A_0 + A_1 t + A_2 t^2 + \dots + A_k t^k + \theta(k+1)$$
(4.48)

Où  $A_i$  sont des vecteurs constants inconnus et  $\theta(k+1)$  est le terme contenant le restant des termes d'ordre élevé du développement de v(t). À partir dela, deux cas peuvent être considérés concernant le terme  $\theta(k+1)$ . Le premier cas suppose que la  $(k+1)^{eme}$  dérivée de v(t) est nulle. Le second considère que la  $(k+1)^{eme}$  dérivée de v(t) est non nulle  $(\theta(k+1) \neq 0)$  mais bornée  $\|\theta(k+1)\| < \varepsilon$ ,  $\varepsilon$  étant un scalaire positif.

Dans ce qui suit, nous considérerons les deux cas  $(k+1)^{eme}$  dérivée de l'entrée inconnue nulle et bornée pour construire des observateurs à entrées inconnues Proportionnel Multi-Intégrales.

# Observateur PMI pour l'estimation de la dynamique latérale du véhicule et de la courbure de la route

#### Le modèle considéré

Nous considérons de nouveau le modèle bicyclette non linéaire du véhicule qui représente sa dynamique latérale (4.22) ainsi que son positionnement sur la voie, utilisé pour la synthèse du PI :

$$\begin{cases} \dot{\beta}(t) = \frac{1}{mv_x} \left( F_{yf}(t) + F_{yr}(t) \right) - \dot{\psi}(t) \\ \ddot{\psi}(t) = \frac{1}{l_z} \left( l_f F_{yf}(t) - l_r F_{yr}(t) \right) \\ \dot{\psi}_L(t) = \dot{\psi}(t) - v_x \rho(t) \\ \dot{Y}_L(t) = v_x \left( \beta(t) + \psi_L(t) \right) + l_s \left( \dot{\psi}(t) - v_x \rho(t) \right) \end{cases}$$

Où  $\rho$  est la courbure de la route. Le modèle TS obtenu, correspondant est comme suit :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_i(\hat{x}(t)) (A_i x(t) + B_i u(t) + B_\rho \rho(t) + \Delta(t))$$
(4.49)

$$y\left(t\right) = Cx\left(t\right) \tag{4.50}$$

Où  $\Delta(t)$  est la pseudo-perturbation qui est du à la non disponibilité à la mesure des variables de décision. Comme  $B_{\rho}$  est une matrice constante, l'expression de  $\Delta(t)$  est sous forme suivante :

$$\Delta(t) = \sum_{i=1}^{4} (\mu_i(x(t)) - \mu_i(\hat{x}(t))) (A_i x(t) + B_i u(t))$$
(4.51)

La matrice C est définie par :

$$C = \left(\begin{array}{ccc} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \tag{4.52}$$

L'objectif est de proposer un observateur PMI pour estimer les états x(t) et l'entrée inconnue  $\rho(t)$  ainsi que ses dérivées successives pour le modèle (4.49)-(4.50).

Nous considérons pour cela, la  $(k+1)^{eme}$  dérivée de l'entrée inconnue nulle, en utilisant le vecteur augmenté  $\bar{x}(t)$  défini par :

$$\bar{x}(t) = \begin{pmatrix} x(t) & \rho(t) & \dot{\rho}(t) & \dots & \rho^{(k)}(t) \end{pmatrix}^{T}$$

$$(4.53)$$

Le système (4.49)-(4.50) est réécrit sous la forme augmentée suivante :

$$\begin{cases}
\dot{\bar{x}}(t) = \sum_{i=1}^{r} \mu_{i}(\hat{x}(t)) \left( \bar{A}_{i}\bar{x}(t) + \bar{B}_{i}u(t) + \Gamma\Delta(t) \right) \\
\bar{y}(t) = \bar{C}\bar{x}(t)
\end{cases}$$
(4.54)

Οù

$$\bar{A}_{i} = \begin{pmatrix}
A_{i} & B_{\rho} & 0 & \dots & 0 \\
0 & 0 & I & \dots & 0 \\
\vdots & \vdots & \dots & \ddots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & \dots & I \\
0 & 0 & 0 & \dots & 0
\end{pmatrix}, \bar{B}_{i} = \begin{pmatrix}
B_{i} \\
0 \\
0 \\
\vdots \\
0
\end{pmatrix}, \Gamma = \begin{pmatrix}
I \\
0 \\
0 \\
\vdots \\
0
\end{pmatrix}$$

$$\bar{C} = \begin{pmatrix}
C & 0 & 0 & \dots & 0
\end{pmatrix}$$
(4.55)

L'observateur PMI est construit sous les hypothèses suivantes :

#### Hypothèses 4.3

- L'état du système x(t) est borné
- Les entrées de commande  $u(t) = \delta_f(t)$  et inconnue  $\rho(t)$  sont bornées
- $-\rho^{(k+1)}(t) = 0$
- Les paires  $(A_i, C)$  sont observables

Ces hypothèses ne sont aucunement restrictives. Par ailleurs l'hypothèse sur la  $(k+1)^{me}$  dérivée de l'entrée inconnue  $\rho(t)$  permet de relaxer les conditions du PI qui concernent la première dérivée de  $\rho(t)$ . Ce qui fait que le PMI permet d'estimer des entrées inconnues constantes et variables.

L'observateur PMI proposé est alors sous la forme suivante :

$$\begin{cases}
\dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^{r} \mu_{i}(\hat{x}(t)) \left( \bar{A}_{i} \hat{x}(t) + \bar{B}_{i} u(t) + L_{i} \left( \bar{y}(t) - \hat{y}(t) \right) \right) \\
\hat{y}(t) = \bar{C} \hat{x}(t)
\end{cases} (4.56)$$

Où les gains  $L_i$  sont définis par :

$$L_{i} = \begin{pmatrix} L_{Pi} \\ L_{Ii}^{1} \\ \vdots \\ L_{Ii}^{k} \end{pmatrix}$$

$$(4.57)$$

L'erreur d'estimation d'état  $e(t) = \bar{x}(t) - \hat{\bar{x}}(t)$  obeit à l'équation différentielle suivante :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^{r} \mu_i(\hat{x}(t)) \left( \left( \bar{A}_i - L_i \bar{C} \right) e(t) + \Gamma \Delta(t) \right)$$

$$(4.58)$$

L'objectif est de déterminer les gains  $L_i$  de manière à ce que le système (4.58) soit stable et minimiser l'effet de la perturbation  $\Delta(t)$ .

Sous conditions que les hypothèses 4.5 soient vérifiées, les gains de l'observateur PMI sont calculés par résolution du problème d'optimisation du théorème suivant :

**Théorème** 4.3 S'il existe une matrice symétrique positive définie P, des matrice gain  $M_i$ , un paramètre  $\sigma \in [0, 1]$  ainsi que des scalaires positifs  $\bar{\gamma}$  et  $\bar{\alpha}$  solutions du problème d'optimisation suivant :

$$\min_{P \ M, \ \bar{\gamma} \ \bar{\alpha}} \sigma \bar{\alpha} \left( 1 - \sigma \right) \bar{\gamma} \tag{4.59}$$

$$\begin{pmatrix} \bar{A}_i P + P \bar{A}_i^T - M_i \bar{C} - \bar{C}^T M_i^T + I & P \\ P & -\bar{\gamma} I \end{pmatrix} < 0$$

$$i = 1, \dots, 4$$

$$(4.60)$$

$$\begin{pmatrix} -\bar{\alpha}I & P \\ P & -I \end{pmatrix} \ge 0 \tag{4.61}$$

$$P \ge I \tag{4.62}$$

L'erreur d'estimation (4.58) est alors ISS par rapport à  $\Delta(t)$  et e(t) vérifie l'inégalité suivante :

$$\|e(t)\| \le \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}} \left( e^{\frac{t}{2\lambda_{\max}(P)}} e(0) + \gamma \Delta_{\infty} \right)$$

$$(4.63)$$

Les gains  $L_i$  sont déterminés par :  $L_i = P^{-1}M_i$ .

#### Preuve de convergence

Le système générant l'erreur d'estimation d'état de l'observateur PMI proposé (4.58) est le même que celui de l'observateur PI (4.34) (proposé également pour l'estimation de la dynamique latérale du véhicule et de la courbure de la route). La démonstration de convergence de l'observateur est donc dérivée de la même manière en utilisant les matrices (4.55).

De même, en présence de  $\Delta(t)$ , la précision des estimations est améliorée en minimisant le gain ISS déterminé par la quantité  $\sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}} \gamma$  qui borne l'erreur d'estimation.

#### Résultats de simulation

Un observateur P2I (PMI à deux actions intégrales) est construit suivant l'approche proposée dans cette section pour l'estimation de la dynamique latérale du véhicule et de l'entrée inconnue qui est la courbure de la route. Ce travail à fait l'objet d'une conférence citée en [250].

Soumis aux mêmes entrées qu'en figure 4.11 et une vitesse longitudinale variable  $v_x(t) = 30 + 5\sin(0.5t)$ , les estimations du P2I sont comparées à celles du PI. La figure 4.21 montre une comparaison entre la vitesse latérale ainsi que la courbure de la route et leurs estimées par le P2I et le PI. Nous notons que l'estimation de la vitesse latérale est satisfaisante avec les deux observateurs (PI et P2I). Cependant une différence est à noter au niveau de l'estimation de l'entrée inconnue. En effet, la courbure de la route est mieux estimée avec le P2I, ce que confirme les courbes d'erreurs d'estimation, figure 4.22. Cela est dû aux actions intégrales qui permettent l'affinage de l'estimation de l'entrée inconnue. De plus, le fait de considérer une entrée inconnue sous forme polynomiale permet de tenir compte de la variation de cette dernière et de ce fait ne pas se limiter à des signaux constants ou à dynamiques lentes.

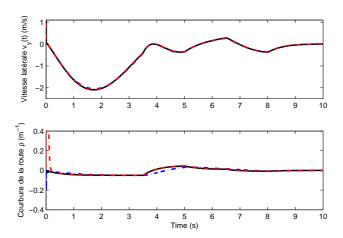


FIGURE 4.21 – Comparaison de la vitesse latérale et de la courbure de la route et leurs estimées. Mesure : noir, estimée PMI : rouge, estimée PI : bleu.

### Résultats d'expérimentation

De même, pour valider l'approche d'estimation des états et entrée inconnue proposée dans cette section, nous utilisons les données issues de tests expérimentaux réalisés sur un véhicule prototype (voir chapitre 2 pour l'instrumentation et l'acquisition des données).

Les entrées utilisées, à savoir l'angle de braquage  $\delta_f(t)$  et la vitesse longitudinale  $v_x(t)$  sont représentées en figure 4.8 (Les mêmes que pour le PI).

Les résultats de validation obtenus sont décrits par la figure 4.23. La figure 4.24 montre une comparaison des erreurs d'estimation de la vitesse latérale et de la courbure de la route mesurées et leurs estimées. Nous remarquons que les estimations de la vitesse latérale sont plutôt satisfaisantes avec le PI comme le P2I toutefois plus précise avec ce dernier, figure 4.24. L'estimation de la courbure de la route obtenue avec le P2I est plus précise que celle obtenue avec le PI. Son imprécision est dûe d'une part au fait que la courbure de la route mesurée soit loin d'être constante, d'autre part, le PI est synthétisé pour

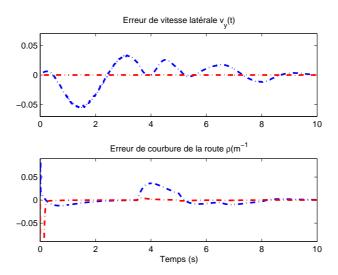


FIGURE 4.22 – Erreurs d'estimation de la vitesse latérale et de la courbure de la route. Erreur d'estimation avec le PI: bleu, avec le PMI: rouge.

une vitesse longitudinale  $v_x$  constante alors qu'en pratique elle varie considérablement.

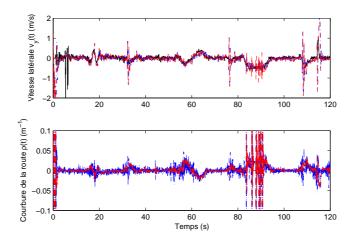


FIGURE 4.23 – Comparaison de la vitesse latérale et de la courbure de la route et leurs estimées. Mesures : noir, estimée PMI : rouge, estimée PI : bleu.

#### 4.3.4 Discussion

L'observateurs utilisés dans ce travail (par atténuation de perturbations, PI et PMI) dans le but de reconstruire les variables non disponibles à la mesure ainsi que les entrées (perturbations, bruits ou incertitudes) inconnues pouvant affecter le système, sont basés sur les techniques  $L_2$  qui ont pour principe l'atténuation de l'effet des perturbations sur l'erreur d'estimation et donc la précision des estimées.

La perturbation est issue de la réécriture du modèle à VDNM en un modèle à variable de décision estimées (mesurables). Le choix s'est porté sur ces approches par atténuation de perturbations, parti-

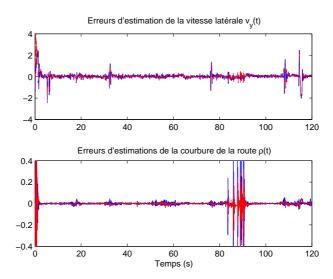


FIGURE 4.24 – Erreurs d'estimation de la vitesse latérale et de la courbure de la route. Erreur d'estimation avec le PI: bleu, avec le PMI: rouge.

culièrement pour le caractère robuste assuré par la minimisation du taux d'atténuation qui traduit le transfert de l'erreur d'estimation vers la perturbation. De plus, élaborés sur la base d'un modèle à vitesse longitudinale constante, ils montrent une certaine robustesse vis à vis de cette variation en simulation et expérimentation, quand cette vitesse est considérée variable.

Les observateurs à entrées inconnues proposés ont pour objectif l'estimation des états et des entrées inconnues simultanément. Le PI est généralement utilisé dans le cas des entrées inconnues constantes ou à dynamiques lentes. La convergence théorique est prouvée et illustrée par les résultats de simualtions, même si l'entrée inconnue (courbure de la route) n'est pas constante. Toutefois, en pratique, le résultat n'est pas satisfaisant, sachant que la courbure de la route (mesurée) est loin d'être à dynamique lente. Ce qui nous a amené à proposer un observateur avec de multiples actions intégrales PMI pour reconstituer des entrées inconnues de forme plus générale, polynomiale. L'estimation des entrées inconnues est assurée par les actions intégrales, en estimant leurs (q-1) dérivées. Les résultats obtenus en pratique sont meilleurs que ceux obtenus par le PI, notamment concernant les entrées inconnues.

En résumé, des observateurs pour des modèles TS ont été proposés pour reconstituer les variables liées à la dynamique latérale du vehicule non disponible à la mesure. Le cas des variables de décision non mesurables est considéré. Les conditions de convergence des observateurs sont formulées sous forme de LMI, en utilisant la théorie de Lyapunov. Le lien avec la stabilité ISS est concrétisé par l'atténuation de l'effet des perturbation sur les erreurs d'estimation des observateurs, cherchant à le minimiser, et de ce fait, assurer une région minimale de l'espace d'état vers laquelle l'erreur d'estimation converge. Le conservatisme lié aux fonctions quadratiques de Lyapunov utilisées n'a pas été contraignant, et des approches de relaxation n'ont pas été nécessaires (le modèle TS n'est constitué que de quatre sous modèles).

# 4.4 Observateurs en cascade

La mise en cascade d'un système complexe est une façon de simplifier le problème d'analyse et de synthèse de ce dernier et consiste à le décomposer en sous systèmes simples, interconnectés et d'effectuer l'analyse de leurs caractéristiques séparemment.

Dans le contexte du véhicule, certains travaux ont été proposés pour l'étude du système sous forme interconnectée cascade. La plupart considèrent des modèles linéaires (de grande dimension) tel que dans [235], des modèles linéaires avec des entrées inconnues [126], [56] ou encore des modèles non linéaires tenant compte de certains aspects spécifiques non linéaires du véhicule [210].

L'objectif à travers cette décomposition sous forme cascade est de rendre aisée la manipulation du système véhicule à des fins entre autre de synthèse d'observateurs et indirectement l'analyse de la stabilité des systèmes dynamiques générant les erreurs d'estimation. Cependant, l'observateur le plus souvent utilisé est le filtre (étendu) de Kalman [206], [207].

Dans cette section, nous proposons des observateurs pour estimer la dynamique latérale du véhicule et des entrées inconnues qui l'affectent en utilisant une structure cascade via deux stratégies d'estimations.

## 4.4.1 Observateur en cascade 1

Dans cette partie, un observateur non linéaire à entrées inconnues est proposé, construit via le formalisme TS sous forme cascade. Pour cela, le modèle bicyclette du véhicule non linéaire est considéré avec son positionnement sur la voie, formulé sous forme d'interconnections en cascade. L'objectif est d'estimer la dynamique latérale et les entrées inconnues.

# Modèle du véhicule utilisé et son positionnement sur la voie

Nous présentons, comme pour les parties précédentes, le modèle utilisé décrivant la dynamique latérale du véhicule ainsi que son positionnement sur la voie de circulation en considérant une vitesse longitudinale variable. La dynamique des efforts latéraux est également prise en compte.

Le modèle bicyclette est formulé par le système d'équations suivant(??):

$$\begin{cases}
 m\dot{v}_{y}(t) = F_{yf}(t) + F_{yr}(t) - mv_{x}(t)\dot{\psi}(t) \\
 I_{z}\ddot{\psi}(t) = I_{f}F_{yf}(t) - I_{r}F_{yr}(t)
\end{cases}$$
(4.64)

 $F_{yf}$  et  $F_{yf}$  sont les forces latérales de contact.

Le positionnement sur la voie du véhicule par rapport à la voie de circulation est établie par les équations de l'écart latéral  $Y_L$  mesuré à une distance de visée  $l_s$  du centre de gravité et de l'angle de cap  $\psi_L$  [67] :

$$\begin{cases}
\dot{\psi}_{L}(t) = \dot{\psi}(t) - v_{x}\rho(t) \\
\dot{Y}_{L}(t) = v_{y}(t) + v_{x}\psi_{L}(t) + l_{s}\left(\dot{\psi}(t) - v_{x}\rho(t)\right)
\end{cases}$$
(4.65)

#### Dynamique des forces latérales

Souvent représentées par des modèles statiques, les caractéristiques des forces de contact latérales sont en pratique générées par un système dynamique comme suit [185] :

$$\begin{cases}
\tau_f \dot{F}_{yf} + F_{yr} = F_f^S \\
\tau_r \dot{F}_{yr} + F_{yr} = F_r^S
\end{cases}$$
(4.66)

Les paramètres  $\tau_f$  et  $\tau_r$  sont donnés par  $\tau_i = \frac{r_i}{r_D|\Omega|}$ ,  $i = \{f, r\}$  où  $r_D |\Omega|$  exprime la vitesse longitudinale  $(r_D$  et  $\Omega$  représente le rayon de roulement dynamique et la vitesse angulaire),  $r_i$  sont les longueures de relaxation.

Les entrées des équations de ce système sont  $F_f^S$  et  $F_r^S$  représentant les valeurs établies des forces latérales et qui peuvent être exprimées par différents modèles tels que la formule de Pacejka (4.66) [185], le modèle de Dugoff, . . . . Nous considérons pour la suite le modèle de Pacejka :

$$F_i^S = D_i \sin \left( C_i \tan^{-1} \left( B_i (1 - E_i) \alpha_i + \tan^{-1} (B_i \alpha_i) \right) \right)$$
(4.67)

 $i=\{f,\,r\}$ . Les angles de glissement des pneus avant et arrière  $\alpha_f$  and  $\alpha_r$  sont donnés par :

$$\begin{cases}
\alpha_f = \delta_f - \beta - \tan^{-1} \left( \frac{l_f}{v_x} \dot{\psi} \cos(\beta) \right) \\
\alpha_r = -\beta + \tan^{-1} \left( \frac{l_r}{v_x} \dot{\psi} \cos(\beta) \right)
\end{cases}$$
(4.68)

Pour de faibles variations des angles de glissement n'excédant pas 8°, ce qui correspond à une situation de conduite rationnelle, entre la région normale et de pseudo-glissement, les angles de glissement peuvent être exprimés par la formulation approximative suivante, avec  $\beta \approx \frac{v_y}{v_x}$ :

$$\begin{cases}
\alpha_f \approx \delta_f - \frac{v_y}{v_x} - \frac{l_f}{v_x} \dot{\psi} \\
\alpha_r \approx -\frac{v_y}{v_x} + \frac{l_r}{v_x} \dot{\psi}
\end{cases}$$
(4.69)

Le modèle non linéaire global est donné par les trois systèmes d'équations (4.65)-(4.64)-(4.66) formulé sous forme de deux modèles non linéaires en cascade  $S_1$  et  $S_2$  comme suit :

$$S_1: \begin{cases} \dot{\psi}_L = \dot{\psi} - v_x \rho \\ \dot{Y}_L = (v_y + v_x \psi_L) + l_s \left( \dot{\psi} - v_x \rho \right) \end{cases}$$

$$(4.70)$$

$$S_{2}: \begin{cases} \dot{v}_{y} = \frac{1}{m} \left( F_{f} + F_{r} \right) - v_{x} \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} = \frac{1}{I_{z}} \left( l_{f} F_{f} - l_{r} F_{r} \right) \\ \dot{F}_{yf} = -\frac{v_{x}}{r_{f}} F_{yf} + \frac{v_{x}}{r_{f}} F_{f}^{S} \\ \dot{F}_{yr} = -\frac{v_{x}}{r_{x}} F_{yr} + \frac{v_{x}}{r_{x}} F_{r}^{S} \end{cases}$$

$$(4.71)$$

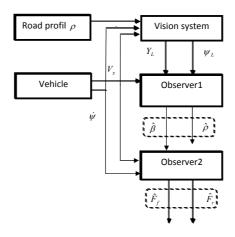


FIGURE 4.25 – Le modèle du véhicule mis sous forme cascade

La variable temps t est omise pour éviter de surcharger les formules.

L'objectif à travers cette décomposition est de réduire la complexité du système et par de la même son analyse. Le premier modèle  $S_1$  sera utilisé pour estimer la courbure de la route ainsi que les variables de prémisse non mesurables en utilisant les mesures disponibles de  $\psi_L$  et  $Y_L$ . En utilisant les estimations obtenues avec le premier sous système, le second, à variables de prémisse non mesurables est transformé en un système TS à VDM, avec une vitesse longitudinale variable, qui représente exactement le modèle non linéaire dans un compact de l'espace d'état y compris la région non linéaire d'évolution des efforts de contact latéraux. Il est utilisé pour l'estimation de la vitesse latérale  $v_y$  et des forces latérales  $F_{yf}$  et  $F_{yr}$ .

#### Construction de l'observateur

L'estimation s'effectue en deux étapes, en utilisant les deux sous systèmes (4.70) et (4.71) comme suit :

Estimation de la courbure de la route À partir du système de vision  $S_1$ , il est tout à fait possible d'estimer exactement la courbure de la route à partir de la connaissance de l'angle de cap  $\psi_L$ , de la vitesse longitudinale  $v_x$  et de la vitesse de lacet  $\dot{\psi}$ . Pour cela, considérons l'équation suivante :

$$\dot{\psi}_L = \dot{\psi} - v_x \rho \tag{4.72}$$

Il est aisé d'exprimer la courbure de la route par l'équation algébrique  $\rho = \frac{\dot{\psi} - \dot{\psi}_L}{v_x}$ , à condition que  $v_x \neq 0$ . La dérivée par rapport au temps de  $\psi_L$  est obtenue en utilisant un differentiateur (à modes glissants), notée  $\dot{\psi}_{Le}$ . La courbure de la route est finalement donnée par l'équation suivante :

$$\hat{\rho} = \frac{\dot{\psi} - \dot{\psi}_{Le}}{v_x} \tag{4.73}$$

Estimation de la vitesse latérale et des forces de contact latérales Avant de synthétiser l'observateur nous permettant d'estimer la dynamique latérale du véhicule, le modèle (4.71) est transformé en utilisant le changement de variables suivant :

$$\begin{cases} x_1(t) = v_y \\ x_2(t) = \dot{\psi} \\ x_3(t) = \frac{1}{m} (F_f + F_r) \\ x_4(t) = \frac{1}{I_z} (a_f F_f - a_r F_r) \end{cases}$$
(4.74)

Supposant, sans pertes de généralités, que les paramètres  $r_i$ ,  $i \in \{f, r\}$  aient la même valeur, c'est à dire  $r_f = r_r = r$ . Le système (4.71) est réécrit comme suit :

$$\begin{cases}
\dot{x}_{1}(t) = -v_{x}x_{2}(t) + x_{3}(t) \\
\dot{x}_{2}(t) = x_{4}(t) \\
\dot{x}_{3}(t) = -\frac{v_{x}}{r}x_{3}(t) + \frac{v_{x}}{mr} \left(F_{f}^{S} + F_{r}^{S}\right) \\
\dot{x}_{4}(t) = -\frac{v_{x}}{r}x_{4}(t) + \frac{v_{x}}{I_{z}r} \left(a_{f}F_{f}^{S} - a_{r}F_{r}^{S}\right)
\end{cases} (4.75)$$

Représentation TS du modèle de la dynamique latérale : Formulation TS des forces latérales  $F_f^S$  et  $F_r^S$  Le système (4.75) est transformé en un modèle polytopique, en utilisant l'approche des secteurs non linéaires. Pour cela, nous procédons à la réecriture des non linéaires présentes dans le modèle

Nous réécrivons les fonctions des forces latérales  $F_f^S$  et  $F_r^S$  sous forme TS. L'objectif est de reformuler le système d'équations (4.66) sous forme TS comme suit :

$$F_f^S = \sum_{i=1}^2 \mu_{fi}(\alpha_f) M_{fi} \alpha_f \tag{4.76}$$

En utilisant l'approche developpée au chapitre 2, pour la transformation des forces latérales, l'expression suivante est obtenue :

$$F_f^S = f(\alpha_f)\alpha_f \tag{4.77}$$

$$f(\alpha_f) = \mathcal{A}_f \frac{\sin(S_{3f})}{S_{3f}} \frac{\tan^{-1}(S_{2f})}{S_{2f}} + \mathcal{B}_f \frac{\sin(S_{3f})}{S_{3f}} \frac{\tan^{-1}(S_{2f})}{S_{2f}} \frac{\tan^{-1}(S_{1f})}{S_{1f}}$$
(4.78)

$$S_1 = B\alpha_f, S_2 = B(1-E)\alpha_f + E \tan^{-1}(S_1)$$
  
 $S_3 = C \tan^{-1}(S_2), A_f = BCD(1-E), B_f = BCDE$ 

En définissant  $f(\alpha_f)$  comme variable de décision, on a :

$$\mu_{f1}(\alpha_f) = \frac{f(\alpha_f) - f_{\min}}{f_{\max} - f_{\min}}, \quad \mu_{f2}(\alpha_f) = \frac{f_{\max} - f(\alpha_f)}{f_{\max} - f_{\min}}$$

$$(4.79)$$

Delà, le modèle TS exact obtenu est donné par  $F_f^S = \sum_{i=1}^2 \mu_i(\alpha_f) M_i \alpha_f$ . Où les patramètres  $M_i$ , i = 1, 2 sont définis par  $M_1 = f_{max}$  et  $M_2 = f_{min}$ . La formulation TS de la force arrière  $F_r^S$  est obtenue par la même procédure :

$$F_r^S = \sum_{i=1}^2 \mu_{ri}(\alpha_r) M_{fi} \alpha_r \tag{4.80}$$

Les expressions de  $F_f^S$  et  $F_r^S$  sont maintenant exprimées en utilisant leurs formulations TS exactes (4.76)-(4.80). Les forces TS sont alors comme suit :

$$\begin{cases}
F_f^S = \sum_{i=1}^2 \mu_{fi} \left( \left( \frac{-M_{fi}}{v_x} - \frac{-l_f M_{fi}}{v_x} & 0 & 0 \right) x(t) + M_{fi} \delta_f \right) \\
F_r^S = \sum_{j=1}^2 \mu_{rj} \left( \left( \frac{-M_{rji}}{v_x} - \frac{l_r M_{rji}}{v_x} & 0 & 0 \right) \right) x(t)
\end{cases}$$
(4.81)

Où  $x^T(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ x_3(t) \ x_4(t)]^T$  est le vecteur d'état,  $\mu_{if}$  et  $\mu_{jr}$  les fonctions de pondération satisfaisant la propriété de somme convexe  $\sum_{i=1}^2 \mu_{fi} = 1$ ,  $\sum_{j=1}^2 \mu_{rj} = 1$  and  $0 \le \mu_{fi}, \mu_{rj} \le 1$ , i, j = 1, 2.

En utilisant (4.81) dans le modèle (4.75), sa dynamique peut être exprimée sous forme TS par le système suivant :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_i(x(t)) \left( A_i x(t) + B_i u(t) \right)$$
(4.82)

Où u(t) est l'angle de braquage  $\delta_f$ .  $0 \le \mu_i \le 1$ , i = 1, 4 et  $\sum_{i=1}^4 \mu_i = 1$ . Les matrices du modèle sont dfinies par  $A_1 = A_{11}$ ,  $A_2 = A_{12}$ ,  $A_3 = A_{21}$  et  $A_4 = A_{22}$  et  $B_1 = B_{11}$ ,  $B_2 = B_{12}$ ,  $B_3 = B_{21}$ ,  $B_4 = B_{22}$  avec

$$A_{jk} = \begin{pmatrix} 0 & -v_x & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{1jk} & a_{2jk} & -\frac{v_x}{r} & 0 \\ a_{3jk} & a_{4jk} & 0 & -\frac{v_x}{r} \end{pmatrix}, \quad B_{jk} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ b_{1jk} \\ b_{2jk} \end{pmatrix}$$

$$(4.83)$$

where

$$\begin{split} a_{1jk} &= -\frac{1}{mr} \left( M_{fj} + M_{rk} \right), \quad a_{2jk} = -\frac{1}{mr} \left( l_f M_{fj} - l_r M_{rk} \right) \\ a_{3jk} &= -\frac{1}{I_{zr}} \left( l_f M_{fj} - l_r M_{rk} \right), \quad a_{4jk} = -\frac{1}{I_{zr}} \left( l_f^2 M_{fj} + l_r^2 M_{rk} \right) \\ b_{1jk} &= \frac{v_x}{mr} M_{fj}, \quad b_{2jk} = \frac{l_f v_x}{I_{zr}} M_{fj} \end{split}$$

Les fonctions de pondération  $\mu_i$  sont définies par :

$$\mu_1 = \mu_{f1} \times \mu_{r1}, \quad \mu_2 = \mu_{f2} \times \mu_{r1}, \quad \mu_3 = \mu_{f1} \times \mu_{r2}, \quad \mu_4 = \mu_{f2} \times \mu_{r2}$$
 (4.84)

À noter que le modèle TS ainsi developpé (4.82) constitué de quatre sous modèles suppose que la vitesse longitudinale  $v_x$  est constante comme il est d'usage dans la littérature concernant la dynamique du véhicule.

Nous proposons de tenir compte de la variation de la vitesse longitudinale. Le système (4.82) est alors réecrit dans un premier temps tel un système à paramètre variable, par rapport à  $v_x(t)$ :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_i(z(t)) \left( A_i(v_x(t)) x(t) + B_i(v_x(t)) u(t) \right)$$
(4.85)

Les matrices  $A_i(v_x(t))$  et  $B_i(v_x(t))$  sont définies en (4.83) où  $v_x$  est un paramètre variant dans le temps remplacé par  $v_x(t)$ . Sachant que  $v_x(t)$  est mesurable et bornée tel que  $v_x^{\min} \leq v_x(t) \leq v_x^{\max}$ ,  $\forall t$ , ce qui est une hypothèse réaliste et non restrictive en situation pratique, le paramètre variable  $v_x$  dans les matrices  $A_i(v_x(t))$  et  $B_i(v_x(t))$  peut être réécrit sous forme TS en utilisant l'approche des secteurs non linéaires. On obtient de ce fait  $A_i(v_x(t)) = \sum_{k=1}^2 \mu_{vk}(v_x(t)) A_i^k$  et  $B_i(v_x(t)) = \sum_{k=1}^2 \mu_{vk}(v_x(t)) B_i^k$ .

Le modèle TS global du sous système  $S_2$  considéré est donné en (4.86). Il est constitué de 8 sous modèles, où les fonctions de pondération sont fonctions de la variable de décision z(t) dépendant de l'état du système qui n'est pas complètement disponible à la mesure et de ce fait est à variables de décision non mesurables (VDNM).

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{8} h_i(z(t)) \left( \mathcal{A}_i x(t) + \mathcal{B}_i u(t) \right) \\ y(t) = \mathcal{C} x(t) \end{cases}$$

$$(4.86)$$

$$\operatorname{Avec}\,z\left(t\right)=\left(\begin{array}{ccc}x&\delta_{f}&v_{x}\end{array}\right)^{T}=\left(\begin{array}{ccc}v_{y}&\dot{\psi}&\delta_{f}&v_{x}\end{array}\right)^{T}.$$

La sortie du système est constitué de la vitesse de lacet mesurée  $\dot{\psi}(t)$  où la matrice d'observation est  $\mathcal{C}=(0\ 1\ 0\ 0)$ . Le modèle du véhicule obtenu (4.86) est utilisé pour la construction d'un observateur non linéaire pour l'estimation de la vitesse latérale  $v_y(t)$  et les forces latérales  $F_{yf}$  and  $F_{yr}$  en utilisant les mesures disponibles de  $\delta_f(t)$ ,  $v_x(t)$  and  $\dot{\psi}$ . Dans cet objectif, l'approche d'estimation que nous proposons suit les étapes suivantes :

- a. Le système de vision (sous système  $S_1$ ) est utilisé pour estimer les variables de décision par les techniques algébriques et modes glissants.
- b. Le système TS à VDNM (4.86) est transformé en un système à VDM.

Estimation des variables de décision Le vecteur des variables de décision z(t) dépend de variables mesurables  $\dot{\psi}, v_x, \delta_f$  et de variables non mesurables  $v_y$ . À partir du système de vision, exprimant l'équation de l'écart latéral  $Y_L$ 

$$\dot{y}_L = v_y + v_x \psi_L + l_s \dot{\psi}_L \tag{4.87}$$

Il est possible d'exprimer  $v_y$  en fonctions de variables disponibles à la mesure comme suit :

$$v_y = \dot{y}_L - v_x \psi_L - l_s \dot{\psi}_L \tag{4.88}$$

Delà, en remplaçant  $v_y$  dans les expressions des angles de glissements  $\alpha_f$  et  $\alpha_r$ , et sachant que les variables de décision dépendent des ces dérnières, le modèle TS (4.86) devient un modèle TS à VDM qui dépendent uniquement de variables mesurables  $v_x$ ,  $\dot{\psi}$ ,  $\psi_L$  et des dérivées  $\dot{Y}_L$  et  $\dot{\psi}_L$  de  $Y_L$  et  $\psi_L$  respectivement. Le modèle TS est alors équivalent au système suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{8} h_i(s(t)) \left( \mathcal{A}_i x(t) + \mathcal{B}_i u(t) \right) \\ y(t) = \mathcal{C} x(t) \end{cases}$$

$$(4.89)$$

$$\mathrm{Où}\ s(t) = \left(\begin{array}{cccc} v_x & \dot{\psi} & \psi_L & \dot{y}_L & \dot{\psi}_L & \delta_f \end{array}\right)^T.$$

Il est à noter que le système (4.89) est équivalent à (4.86) si les dérivées de  $\psi_L$  et  $Y_L$  sont déterminées de manière exacte  $\forall t \geq 0$ . Cependant, en pratique cela n'est pas tout à fait le cas. En effet, si les différentiateurs à modes glissants d'ordre élevé (HOSMD) sont utilisés, les dérivées par rapport au temps obtenues sont exactes à partir d'un temps fini T.

En tenant compte de cette observation, le régime transitoire du différentiateur est pris en considération en définissant le vecteur  $s_e(t)$  qui contient les variables disponibles à la mesure et les sorties du différentiateur comme suit :

$$s_e(t) = \begin{pmatrix} v_x & \dot{\psi} & \psi_L & \dot{y}_{Le} & \dot{\psi}_{Le} & \delta_f \end{pmatrix}^T \tag{4.90}$$

Où  $\dot{Y}_{Le}$  et  $\dot{\psi}_{Le}$  sont les dérivées par rapport au temps de  $Y_L$  et  $\psi_L$  obtenues avec le HOSMD. L'interêt de procéder de la sorte, en utilisant cette approche, est que  $\forall t > T$ , le vecteur  $s_e(t) = s(t)$  (convergence en temps fini). Tenant compte de cet aspect, le système (4.89) est équivalent à :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{8} h_i(s_e(t)) \left( \mathcal{A}_i x(t) + \mathcal{B}_i u(t) \right) + \Gamma \delta(t) \\ y(t) = \mathcal{C} x(t) \end{cases}$$
(4.91)

Avec

$$\delta(t) = \begin{cases} \sum_{i=1}^{8} \left( h_i(s(t)) - h_i(s_e(t)) \right) \left( \mathcal{A}_i x(t) + \mathcal{B}_i u(t) \right) & t \le T \\ 0 & t > T \end{cases}$$

$$(4.92)$$

et  $\Gamma$  est défini par :

$$\Gamma = \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)^T$$

L'observateur proposé basé sur le modèle (4.91) est sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^{8} h_i(s_e(t)) \left( \mathcal{A}_i \hat{x}(t) + \mathcal{B}_i u(t) + L_i \left( y(t) - \hat{y}(t) \right) \right) \\ \hat{y}(t) = \mathcal{C} \hat{x}(t) \end{cases}$$

$$(4.93)$$

Où  $L_i$  sont les gains de l'observateur. L'erreur d'estimation d'état  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$  obeit à l'équation differentielle suivante :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^{8} h_i(\hat{x}(t)) ((\mathcal{A}_i - L_i \mathcal{C}) e(t) + \Gamma \delta(t))$$
(4.94)

L'objectif est de déterminer les gains  $L_i$  pour assurer la stabilité exponentielle du système (4.94). Le problème d'estimation de la dynamique latérale du système véhicule via l'observateur proposé dans cette section est résumé par le théorème suivant :

**Théorème** 4.4 Sous l'hypothèse que les paires  $(A_i, C)$  soient observables. Pour un scalaire  $\alpha$ , s'il existe une matrice positive définie P, des matrices gain  $M_i$  ainsi qu'un scalaire positif c solutions des LMIs suivantes :

$$\begin{pmatrix} \mathcal{A}_i^T P + P \mathcal{A}_i - M_i \mathcal{C} - \mathcal{C}^T M_i^T + \alpha P & P \Gamma \\ \Gamma^T P & -c I_2 \end{pmatrix} < 0$$

$$i = 1, ..., 8$$

$$(4.95)$$

Alors l'erreur d'estimation converge exponentiellement vers zéro tet que :

$$\|e(t)\|_{2} = \begin{cases} \sqrt{\frac{\alpha_{2}}{\alpha_{1}}} \|e(0)\|_{2} e^{-\frac{\alpha}{2}t} + \sqrt{\frac{c}{\alpha\alpha_{1}}} \max_{\tau \in [0,T[} \|\delta(\tau)\|_{2} & t \in [0,T[\\ \sqrt{\left(\frac{\alpha_{2}}{\alpha_{1}} \|e(0)\|_{2}^{2} + \frac{c}{\alpha\alpha_{1}} \max_{\tau \in [0,T[} \|\delta(\tau)\|_{2}^{2} e^{\alpha T}\right)} e^{-\frac{\alpha}{2}t} & t \in [T,\infty) \end{cases}$$

$$(4.96)$$

Où  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont définies par les valeurs minimum et maximum des valeurs propres de la matrice P (i.e.  $\alpha_1 = \lambda_{\min}(P)$  et  $\alpha_2 = \lambda_{\max}(P)$ ). Les gains de l'observateur sont déterminés par  $L_i = P^{-1}M_i$  et le taux de décroissance de la convergence exponentielle est donné par  $\frac{\alpha}{2}$ .

# Preuve de convergence

Convergence exponentielle Considérons la fonction de Lyapunov

$$V(e(t)) = e^{T}(t)Pe(t), P = P^{T} > 0$$
(4.97)

Sa dérivée par rapport au temps le long de la trajectoire e(t) est :

$$\dot{V}(e(t)) = \dot{e}^{T}(t)Pe(t) + e^{T}(t)P\dot{e}(t) \qquad (4.98)$$

$$= e^{T}(t)\left(\sum_{i=1}^{8} \mu_{i}\left(s_{e}(t)\right)\left(\Phi_{i}^{T}P + P\Phi_{i}\right)\right)e(t)$$

$$+ e^{T}(t)P\Gamma\delta(t) + \delta^{T}(t)\Gamma^{T}Pe(t) \qquad (4.99)$$

avec  $\Phi_i = A_i - L_i C$ . En ajoutant et soustractant le terme  $\alpha e^T(t) Pe(t) - c\delta^T(t) \delta(t)$  où  $\alpha$  et c sont des scalaires positifs, on obtient

$$\dot{V}(e(t)) = \sum_{i=1}^{8} \mu_i (s_e(t)) \zeta^T(t) \Xi_i \zeta(t) - \alpha e^T(t) P e(t) + c \delta^T(t) \delta(t)$$
(4.100)

Où  $\zeta(t) = [e^T(t) \ \delta^T(t)]^T$  et

$$\Xi_i = \begin{pmatrix} \Phi_i^T P + P \Phi_i + \alpha P & P \Gamma \\ \Gamma^T P & -c I_2 \end{pmatrix}$$
 (4.101)

S'il existe des matrices P et  $L_i$  et des scalaires positifs  $\alpha$  et c tel que

$$\sum_{i=1}^{8} \mu_i \left( s_e(t) \right) \zeta^T(t) \Xi_i \zeta(t) < 0 \tag{4.102}$$

Alors, la dérivée par rapport au temps de la fonction de Lypunov (4.100) peut être bornée comme suit :

$$\dot{V}(e(t)) < -\alpha e^{T}(t)Pe(t) + c\delta^{T}(t)\delta(t) \tag{4.103}$$

La solution de cette inégalité différentielle est bornée de la façon suivante :

$$V(e(t)) < V(e(0)e^{-\alpha t} + \frac{c}{\alpha} \max_{\tau \in [0,t]} \|\delta(\tau)\|_{2}^{2}$$
(4.104)

À partir de cette inégalité et puisque le terme  $\max_{\tau \in [0,t]} \|\delta(\tau)\|_2^2$  est borné dans l'intervalle [0,t], l'ISS est assurée. Mais, si l'analyse de cette inégalité s'effectue sur deux intervalles de temps  $t \in [0,T[$  et  $t \in [T,\infty)$ , on constate que l'erreur d'estimation converge exponentiellement vers zéro.

Afin de prouver cela , considérons le premier intervalle  $t \in [0, T[$  où la norme d'erreur d'estimation d'état est bornée par l'inégalité (4.104) et à l'instant T on a :

$$V(e(T)) < V(e(0))e^{-\alpha T} + \frac{c}{\alpha} \max_{\tau \in [0,T]} \|\delta(\tau)\|_{2}^{2}$$
(4.105)

Considérons à présent le second intervalle de temps  $[T, \infty)$ , cela mène à :

$$V(e(t)) < V(e(T))e^{-\alpha(t-T)} + \frac{c}{\alpha} \max_{\tau \in [T, t]} \|\delta(\tau)\|_2^2$$
(4.106)

et sachant que à partir de t=T, le terme  $\delta(t)=0$  et donc  $\max_{\tau\in[T,t]}\|\delta(\tau)\|_2^2=0$  cela mène à :

$$V(e(t)) < \left(V(e(0))e^{-\alpha T} + \frac{c}{\alpha} \max_{\tau \in [0,T]} \|\delta(\tau)\|_{2}^{2}\right) e^{-\alpha(t-T)}$$
(4.107)

$$< \left(V(e(0))e^{-\alpha T} + \frac{c}{\alpha} \max_{\tau \in [0,T[} \|\delta(\tau)\|_{2}^{2} e^{\alpha T}\right) e^{-\alpha t}$$
 (4.108)

ce qui prouve la convergence exponentielle de l'erreur d'estimation d'état vers zéro après un temps T. Le taux de décroissance est donné par  $\alpha/2$  tel que :

$$\|e(t)\|_{2} = \sqrt{\left(\frac{\alpha_{2}}{\alpha_{1}} \|e(0)\|_{2}^{2} + \frac{c}{\alpha \alpha_{1}} \max_{\tau \in [0, T[} \|\delta(\tau)\|_{2}^{2} e^{\alpha T}\right)} e^{-\frac{\alpha}{2}t}, \quad t \in [T, \infty)$$

$$(4.109)$$

Par conséquent, l'erreur d'estimation est bornée dans l'intervalle [0, T[ (phase transitoire du différentiateur) et converge de manière exponentielle après un temps T qui correspond au temps de la convergence exacte de tous les différentiateurs, qui est :

$$\|e(t)\|_{2} = \begin{cases} \sqrt{\frac{\alpha_{2}}{\alpha_{1}}} \|e(0)\|_{2} e^{-\frac{\alpha}{2}t} + \sqrt{\frac{c}{\alpha\alpha_{1}}} \max_{\tau \in [0,T[} \|\delta(\tau)\|_{2} & t \in [0,T[\\ \sqrt{\left(\frac{\alpha_{2}}{\alpha_{1}} \|e(0)\|_{2}^{2} + \frac{c}{\alpha\alpha_{1}} \max_{\tau \in [0,T[} \|\delta(\tau)\|_{2}^{2} e^{\alpha T}\right)} e^{-\frac{\alpha}{2}t} & t \in [T,\infty) \end{cases}$$

$$(4.110)$$

Conditions LMIs Comme mentionné ci-dessus, la convergence exponentielle est obtenue si

$$\sum_{i=1}^{T} \mu_i \left( s_e(t) \right) \zeta^T(t) \Xi_i \zeta(t) < 0$$

En exploitant la propriété de somme convexe des fonctions de pondération, des conditions suffisantes garantissant  $\sum_{i=1}^{r} \mu_i \left( s_e(t) \right) \zeta^T(t) \Xi_i \zeta(t) < 0$  peuvent être exprimées comme suit :

$$\Xi_i < 0, \quad i = 1, ..., 8$$
 (4.111)

Avec le changement de variables  $M_i = PL_i$ , les LMIs du théorème 4.8 sont facilment obtenues, ce qui complète la preuve.

Après avoir estimé les états à partir du sous système  $S_2$  dans les coordonnées (4.74), les forces estimées sont aisément obtenues à partir des équations algébriques suivantes :

$$\begin{cases}
\hat{F}_f = \frac{ml_r\hat{x}_3(t) + l_z\hat{x}_4(t)}{l_f + l_r} \\
\hat{F}_r = \frac{ml_f\hat{x}_3(t) - l_z\hat{x}_4(t)}{l_f + l_r}
\end{cases}$$
(4.112)

# Résultats d'expérimentation

Une validation de l'approche d'estimation proposée est effectuée avec des mesures collectées sur un véhicule prototype (les mêmes données utilisées pour la validation des observateurs précédemment présentés dans ce chapitre). Ce travail à fait l'objet d'une revue [252]. En utilisant les mesures issues du système de vision qui mesure le positionnement du véhicule par rapport à la voie de circulation ainsi que des mesures fournies par des capteurs appropriés et disponibles telles que la vitesse de lacet et l'angle de braquage des roues avant.

Suivant la procédure présentée, le système de vision est utilisé pour estimer la courbure de la route  $\rho(t)$ . Le modèle TS developpé est ensuite utilisé pour construire l'observateur permettant d'estimer la vitesse latérale ainsi que les forces de contacte latérale.

Dans un premier temps, le modèle TS developpé est comparé au modèle non linéaire, figure 4.26. On note bien que le modèle TS developpé correspond au modèle non linéaire et cela même pour des valeurs importantes de l'angle de braquage (tel qu'en figure 4.8) excitant toutes les dynamiques non linéaires.

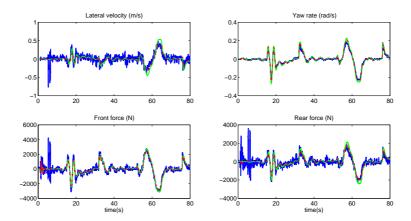


FIGURE 4.26 – Validation du modèle TS (Courbes bleues : mesures, vertes : modèle non linéaire sans relaxation des force relaxations, rouges : modèle TS avec relaxation des forces)

La stratégie d'estimation est ensuite exploitée et les résultats sont portés à la figure 4.27. Nous remarquons que l'observateur fournit des estimations satisfaisantes de la vitesse latérale et des forces latérales. De plus, l'approche algébrique permet une estimation acceptable de la courbure de la route, figure 4.28.

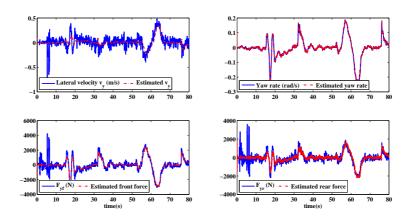


FIGURE 4.27 – Estimation de la dynamique latérale comparée aux mesures. Courbes rouges : estimées

L'observateur présenté dans cette section se base sur une structure interconnectée cascade. La propriété de mise en cascade du système véhicule est adoptée afin de réduire le conservatisme lié à la construction d'un seul observateur global pour tout le système. Sachant que la stabilité de chacun des sous systèmes

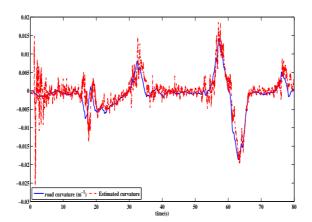


FIGURE 4.28 – Estimation de la courbure de la route

mène à la stabilité de la structure cascade et donc du système global. Cette propriété est exploitée pour l'analyse de la stabilité de l'observateur. Pour cela, à partir du premier sous système, la courbure de la route est estimée de manière algébrique. De même, les variables de décision du second système transformé en structure TS sont estimées en temps fini à partir du premier sous système. Le second sous système est utilisé pour reconstruire les états de la dynamique latérale à savoir la vitesse latérale ainsi que les forces de contact latérales.

Le fait de tenir compte du régime transitoire des forces de contact via une modélisation dynamique de ces dernières ainsi que de la vitesse longitudinale variable dés l'étape de modélisation permet de concevoir un observateur basé sur un modèle représentant le système véhicule de manière plus fidèle et de ce fait assurer une estimation de qualité, ce que illustrent les résultats de validation effectués avec des données réelles issues d'essais sur un véhicule prototype.

Néanmoins, le système de vision utilisé (sous système  $S_1$ ) est quelque peu imprécis étant donné son conditionnement au milieu et moyen d'acquisition des données.

# 4.4.2 Observateur en cascade 2

La plupart des observateurs proposés dans la littérature sont des observateurs asymptotiques dont l'erreur d'estimation converge vers zéro mais ne l'atteint jamais. Il est cependant des domaines où la connaissance exacte des estimations est nécessaire tel que la robotique, la synchronisation de signaux chaotiques [162], [175] ou encore récemment l'assistance à la conduite [241].

Différentes conditions ont été établies pour assurer la convergence en temps fini. Les conditions de stabilité en temps fini sont beaucoup plus restrictives que celles de la stabilité asymptotiques néanmoins des conditions suffisantes et nécessaires sont proposées [20]. Des conditions de stabilité utilisant les fonctions de Lyapunov sont également exploitées ainsi que l'homogénéité (voir Chapitre3). L'homogénéité est utilisée pour trouver des conditions suffisantes facilement vérifiables pour assurer la stabilité en temps fini.

Ces concepts sont ensuite exploités pour la construction d'observateurs en temps fini. Le développement des observateurs en temps fini est assez récent. Les premières approches se basent sur les techniques des modes glissants [60]. Les premiers résultats ont été établis dans [68] pour des systèmes LTI. Le résultat a été ensuite étendu au cas des systèmes sous forme canonique d'observabilité [164] et les systèmes LTV [163].

Un autre type d'observateurs à temps fini est proposé, exploitant l'homogénéité, notamment pour les conditions simples à vérifier qui en découlent [20]. Différentes approches basées sur le concept de l'homogénéité sont développées. Une première approche est proposée dans [101]. D'autres méthodes sont développées tel que dans [20], [171], [168], [5] où les approches d'observateurs de grand gains et des structures récursives sont utilisées.

Pour notre présente étude, nous considérons la synthèse d'un observateur à temps fini pour un système LTV sous forme cascade à entrées inconnues représentant la dynamique latérale du véhicule, en exploitant le concept de l'homogénéité. Ce travail à fait l'objet d'une conférence [251].

Comme pour les autres observateur présentés ci-dessus, le modèle de la dynamique du véhicule est décrit avant de présenter l'observateur proposé.

#### Modèle du véhicule utilisé

Dans cette partie, le véhicule et son positionnement sur la voie seront décrits sous forme de deux systèmes en cascade. Le système  $S_1$  décrit le positionnement du véhicule sur la voie, donné par le système de vision qui délivre les mesures de l'écart latéral mesuré à une distance de visée ainsi que l'angle de cap. Le système  $S_2$  décrit la dynamique latérale du véhicule, comme suit :

$$S_{1}: \begin{cases} \dot{\psi}_{L}(t) = \dot{\psi}(t) - v_{x}(t)\rho(t) \\ \dot{Y}_{L}(t) = v_{y}(t) + v_{x}(t)\psi_{L}(t) + l_{s}\left(\dot{\psi}(t) - v_{x}(t)\rho(t)\right) \end{cases}$$
(4.113)

$$S_2: \begin{cases} \dot{v}_y(t) = \frac{1}{m} \left( F_{yf}(t) + F_{yr}(t) \right) - v_x(t) \dot{\psi}(t) \\ \ddot{\psi}(t) = \frac{1}{I_z} \left( l_f F_{yf}(t) - l_r F_{yr}(t) \right) \end{cases}$$
(4.114)

Où  $v_y(t)$  est la vitesse latérale évaluée par  $v_y(t) \approx v_x(t) . \beta(t)$ . À noter que les deux sous systèmes peuvent être formulés comme des systèmes LPV sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(v_x(t))x(t) + Bu(t) + E(v_x(t))d(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$
 (4.115)

où u(t) est l'entrée de commande connue et d(t) est le vecteur des entrées inconnues. Les matrices  $A(v_x(t))$  et  $E(v_x(t))$  dépendent de la vitesse longitudinale  $v_x(t)$  qui est variable dans le temps.

L'interêt réside dans le fait qu'aucun modèle des forces n'est requis. Ce qui permet de synthétiser un observateur qui est totalement insensible vis-à-vis des paramètres liés aux caractéristiques des pneumatiques et de la route.

# Construction de l'observateur

La stratégie d'estimation est la suivante : Le premier sous système LPV est utilisé pour estimer en temps fini la vitesse latérale  $v_y$  et la courbure de la route  $\rho$  à partir de la connaissance des mesures de  $v_x$  ainsi que  $Y_L$  et  $\psi_L$ , délivrés par le système de vision. Le second système est utilisé pour l'estimation en temps fini des forces latérales  $F_{yf}$  et  $F_{yr}$  à partir des mesures de  $\dot{\psi}$ ,  $v_x$  et l'estimation de la vitesse latérale  $\hat{v}_y$  issues du premier observateur, voir figure 4.29.

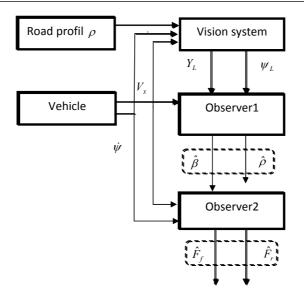


FIGURE 4.29 – Observateur en cascade

# Observateur en temps fini pour le sous système $S_1$

Le système  $S_1$  est défini par les équations suivantes :

$$\begin{cases}
\dot{\psi}_{L}(t) = \dot{\psi}(t) - v_{x}(t)\rho(t) \\
\dot{Y}_{L}(t) = v_{y}(t) + v_{x}(t)\psi_{L}(t) + l_{s}\left(\dot{\psi}(t) - v_{x}(t)\rho(t)\right)
\end{cases}$$
(4.116)

Les notations suivantes sont adoptées :

$$x^{1}(t) = \begin{pmatrix} x_{1}^{1}(t) \\ x_{2}^{1}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_{L}(t) \\ y_{L}(t) \end{pmatrix}$$
$$d(t) = \begin{pmatrix} \rho(t) \\ v_{y}(t) \end{pmatrix}, u(t) = \dot{\psi}(t)$$

Le système (4.116) est réecrit sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}^{1}(t) = A(v_{x}(t))x^{1}(t) + Bu(t) + E(v_{x}(t))d(t) \\ y(t) = Cx^{1}(t) \end{cases}$$
(4.117)

οù

$$A(v_x(t)) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ v_x(t) & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ l_s \end{pmatrix},$$
$$E(v_x(t)) = \begin{pmatrix} -v_x(t) & 0 \\ -l_s v_x(t) & 1 \end{pmatrix}, C = I_{2 \times 2}$$

Le degré relatif du système par rapport à l'entrée inconnue d(t) est r=1. L'observateur à entrées inconnues proposé par [48] est le suivant :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}^{1}(t) = (P_{\mu}A_{\mu} - L_{\mu}C)\,\hat{x}^{1}(t) + Q_{\mu}\dot{y}(t) + L_{\mu}y(t) + S_{\mu}u(t) \\ \hat{d}(t) = (CE_{\mu})^{-1}\,(\dot{y}(t) - CA_{\mu}\hat{x}^{1}(t) - Bu(t)) \end{cases}$$
(4.118)

avec

$$Q_{\mu} = E_{\mu} (CE_{\mu})^{-1}, P_{\mu} = I_{2 \times 2} - Q_{\mu}C, S_{\mu} = B - Q_{\mu}CB$$
(4.119)

L'inverse de la matrice  $CE_{\mu}$  existe si  $v_x(t) \neq 0$ .

# Preuve de convergence

Considérons l'erreur d'estimation  $e^1(t)=x^1(t)-\hat{x}^1(t)$  et les matrices  $Q_\mu,\,P_\mu$  and  $S_\mu,\,$ il s'en suit que :

$$\dot{e}^{1}(t) = A_{\mu}x^{1}(t) + Bu(t) 
+ E_{\mu}d(t) - (P_{\mu}A_{\mu} - L_{\mu}C)\hat{x}^{1}(t) - Q_{\mu}\dot{y}(t) 
- L_{\mu}y(t) - S_{\mu}u(t)$$

$$= A_{\mu}x^{1}(t) + Bu(t) + E_{\mu}d(t) 
- (P_{\mu}A_{\mu} - L_{\mu}C)\hat{x}^{1}(t) 
- Q_{\mu}CA_{\mu}x^{1}(t) - Q_{\mu}CBu(t) 
- Q_{\mu}CE_{\mu}d(t) - L_{\mu}Cx^{1}(t) - S_{\mu}u(t)$$

$$= (A_{\mu} - Q_{\mu}CA_{\mu} - LC)x^{1}(t) 
- (P_{\mu}A_{\mu} - L_{\mu}C)\hat{x}^{1}(t) 
+ (B - Q_{\mu}CB - S_{\mu})u(t) 
+ (E_{\mu} - Q_{\mu}CE_{\mu})d(t)$$

$$= (A_{\mu} - E_{\mu}(CE_{\mu})^{-1}CA_{\mu} - L_{\mu}C)x^{1}(t) 
- (P_{\mu}A_{\mu} - L_{\mu}C)\hat{x}^{1}(t) + (B - E_{\mu}(CE_{\mu})^{-1}CB) 
- B + E_{\mu}(CE_{\mu})^{-1}CB)u(t) 
+ (E_{\mu} - E_{\mu}(CE_{\mu})^{-1}CE_{\mu})d(t)$$

$$= ((I_{2\times2} - Q_{\mu}C)A_{\mu} - L_{\mu}C)x^{1}(t) 
- (P_{\mu}A_{\mu} - L_{\mu}C)\hat{x}^{1}(t)$$

$$= (P_{\mu}A_{\mu} - L_{\mu}C)\hat{x}^{1}(t)$$

$$= (4.123)$$

$$= (4.124)$$

$$= (P_{\mu}A_{\mu} - L_{\mu}C)\hat{x}^{1}(t)$$

$$= (4.124)$$

Pour l'estimation de l'entrée inconnue, puisque le système est inversible, il est aisé de calculer l'erreur d'estimation  $e_d(t) = d(t) - \hat{d}(t)$  comme suit :

$$d(t) - \hat{d}(t) = (CE_{\mu})^{-1} (\dot{y}(t) - CA_{\mu}x(t) - Bu(t))$$

$$- (CE_{\mu})^{-1} (\dot{y}(t) - CA_{\mu}\hat{x}(t) - Bu(t))$$

$$= (CE_{\mu})^{-1} e^{1}(t)$$
(4.126)

Les expressions suivantes sont alors obtenues :

$$\begin{cases}
\dot{e}^{1}(t) = (P_{\mu}A_{\mu} - L_{\mu}C) e^{1}(t) \\
e_{d}(t) = (CE_{\mu})^{-1} e^{1}(t)
\end{cases}$$
(4.127)

À partir des matrices décrivant le système (4.117), les matrices de l'observateur sont déterminées comme suit :

$$Q_{\mu} = I_{2\times 2}, P_{\mu} = 0_{2\times 2}, S_{\mu} = 0_{2\times 1}$$

Ce qui permet d'exprimer les erreurs d'estimation d'état et d'entrées inconnues par :

$$\begin{cases} \dot{e}^{1}(t) = -L_{\mu}e^{1}(t) \\ e_{d}(t) = (E_{\mu})^{-1}e^{1}(t) \end{cases}$$
(4.128)

Dans ce cas là, un gain quelconque est suffisant pour assurer la stabilité asymptotique. En considérant  $L=L_{\mu}$ , l'erreur d'estimation d'état  $e^1(t)$  converge asymptotiquement vers zéro si le gain -L est Hurwitz. Quand l'erreur d'estimation d'état  $e^1(t)$  converge vers zéro l'erreur d'estimation de l'entrée inconnue converge aussi asymptotiquement vers zéro. En remplaçant par les matrices du système, l'observateur est :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = -L\hat{x}(t) + \dot{y}(t) + Ly(t) \\ \hat{d}(t) = (E_{\mu})^{-1} (\dot{y}(t) - CA_{\mu}\hat{x}(t) - Bu(t)) \end{cases}$$
(4.129)

Jusque là, l'observateur décrit assure uniquement une convergence asymptotique ou exponentielle de l'erreur d'esimation. Nous proposons une autre version pour une estimation en temps fini T.

Les deux états du système sont mesurables, l'observateur prends alors la forme :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = -L\hat{x}(t) + \dot{y}(t) + Ly(t) + \xi(t) \\ \hat{d}(t) = (E_{\mu})^{-1} (\dot{y}(t) - CA_{\mu}\hat{x}(t) - Bu(t)) \end{cases}$$
(4.130)

οù

$$\xi(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ k_1 \left| e_1^1(t) \right|^{\alpha_1} sign(e_1^1(t)) + k_1 \left| e_2^1(t) \right|^{\alpha_2} sign(e_2^1(t)) \end{pmatrix}$$
(4.131)

L'erreur d'estimation d'état est obtenue en choisissant la structure suivante pour la matrice du gain :

$$L = \left(\begin{array}{cc} 0 & -1 \\ l_1 & l_2 \end{array}\right)$$

de là, on a :

$$\begin{cases}
\dot{e}_{1}^{1}(t) = e_{2}^{1}(t) \\
\dot{e}_{2}^{1}(t) = -l_{1}e_{1}^{1}(t) - l_{2}e_{2}^{1}(t) - k_{1} \left| e_{1}^{1}(t) \right|^{\alpha_{1}} sign(e_{1}^{1}(t)) \\
-k_{1} \left| e_{2}^{1}(t) \right|^{\alpha_{2}} sign(e_{2}^{1}(t))
\end{cases} (4.132)$$

si  $l_1 = l_2 = 0$ , le système devient :

$$\begin{cases}
\dot{e}_{1}^{1}(t) = e_{2}^{1}(t) \\
\dot{e}_{2}^{1}(t) = -k_{1} \left| e_{1}^{1}(t) \right|^{\alpha_{1}} sign(e_{1}^{1}(t)) - k_{1} \left| e_{2}^{1}(t) \right|^{\alpha_{2}} sign(e_{2}^{1}(t))
\end{cases}$$
(4.133)

La stabilisation en temps fini est alors assurée, selon la proposition 8.1 de [20], en choisissant les paramètres  $k_1 > 0$  et  $k_2 > 0$  tel que le pôlynome  $s^2 + k_2 s + k_1 = 0$  soit Hurwitz et les paramètres  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  tel que  $\alpha_1 \in [1 - \epsilon, 1]$  pour  $\epsilon \in [0, 1]$  et

$$\alpha_2 = \frac{\alpha_1}{2 - \alpha_1}$$

Une autre manière de choisir les paramètres de l'observateur est de faire appel à la théorie de Lyapunov [171]. On a alors :

$$\dot{e}^{1}(t) = -\begin{pmatrix} l_{1} & l_{2} \\ l_{3} & l_{4} \end{pmatrix} e^{1}(t) - \xi(t)$$
(4.134)

Οù

$$\xi(t) = \begin{pmatrix} k_1 \left| e_1^1(t) \right|^{\alpha_1} sign(e_1^1(t)) + k_2 \left| e_2^1(t) \right|^{\alpha_2} sign(e_2^1(t)) \\ k_3 \left| e_1^1(t) \right|^{\alpha_3} sign(e_1^1(t)) + k_4 \left| e_2^1(t) \right|^{\alpha_4} sign(e_2^1(t)) \end{pmatrix}$$
(4.135)

Supposons que  $\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=\alpha_4=\alpha$  et  $l_1=l_2=l_3=l_4=0,$  le système (4.134) devient :

$$\dot{e}_{1}^{1}(t) = -k_{1} \left| e_{1}^{1}(t) \right|^{\alpha} sign(e_{1}^{1}(t)) - k_{2} \left| e_{2}^{1}(t) \right|^{\alpha} sign(e_{2}^{1}(t)) 
\dot{e}_{2}^{1}(t) = -k_{3} \left| e_{1}^{1}(t) \right|^{\alpha} sign(e_{1}^{1}(t)) - k_{4} \left| e_{2}^{1}(t) \right|^{\alpha} sign(e_{2}^{1}(t))$$
(4.136)

En considérant la fonction quadratique de Lyapunov  $V=\frac{1}{2}\left\|e^1(t)\right\|,$  sa dérivée par rapport au temps est :

$$\dot{V} = -k_1 \left| e_1^1(t) \right|^{1+\alpha} - k_4 \left| e_2^1(t) \right|^{1+\alpha} 
- k_2 e_1^1(t) \left| e_2^1(t) \right|^{\alpha} sign(e_2^1(t)) 
- k_3 e_2^1(t) \left| e_1^1(t) \right|^{\alpha} sign(e_1^1(t))$$
(4.137)

Un simple choix des gains  $k_2=k_3=0$  et  $k_1=k_2=k>0$  permet d'aboutir à :

$$\dot{V} = -k \left( \left| e_1^1(t) \right|^{1+\alpha} + \left| e_2^1(t) \right|^{1+\alpha} \right) \tag{4.138}$$

$$= -k \left( \left| \left( e_1^1(t) \right)^2 \right|^{\frac{1+\alpha}{2}} + \left| \left( e_2^1(t) \right)^2 \right|^{\frac{1+\alpha}{2}} \right) \tag{4.139}$$

En utilisant le lemme 2.3 de [101], on obtient :

$$\dot{V} < -k \left( \left( e_1^1(t) \right)^2 + \left( e_2^1(t) \right)^2 \right)^{\frac{1+\alpha}{2}}$$
 (4.140)

et, suivant la définition 3.10, on obtient :

$$\dot{V} < -cV^{\gamma} \tag{4.141}$$

οù

$$c = 2^{\frac{1+\alpha}{2}}k, \gamma = \frac{1+\alpha}{2} \tag{4.142}$$

Par conséquent, en fixant un gain positif k et  $\alpha \in ]0,1[$  tel que  $\gamma \in ]\frac{1}{2},1[$ , alors l'erreur d'estimation  $e^1(t)$  converge vers zéro en un temps fini estimé à :

$$T_{\text{max}} = \frac{2V(e^{1}(0))^{1-\gamma}}{c(1-\gamma)} \tag{4.143}$$

À noter que ce qui est présenté dans cette section est une des manières possibles pour le choix des gains. D'autres choix sont possibles à partir d'autres fonctions de Lyapunov, voir [20], [171], [101].

# Observateur en temps fini pour le sous système $S_2$

Rappelons le modèle décrivant la dynamique latérale du véhicule par :

$$\begin{cases} \dot{v}_y(t) = \frac{1}{m} \left( F_{yf}(t) + F_{yr}(t) \right) - v_x(t) \dot{\psi}(t) \\ \ddot{\psi}(t) = \frac{1}{L} \left( l_f F_{yf}(t) - l_r F_{yr}(t) \right) \end{cases}$$
(4.144)

En définissant le vecteur d'état et les matrices du système par :

$$\begin{split} x^2(t) &= \left( \begin{array}{c} x_1^2(t) \\ x_2^2(t) \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} v_y(t) \\ \psi(t) \end{array} \right), \\ A^2(v_x(t)) &= \left( \begin{array}{cc} 0 & -v_x(t) \\ 0 & 0 \end{array} \right), \\ E^2 &= \left( \begin{array}{cc} \frac{1}{m} & \frac{1}{m} \\ \frac{a_f}{I_z} & -\frac{a_r}{I_z} \end{array} \right), f(t) = \left( \begin{array}{c} F_{yf}(t) \\ F_{yr}(t) \end{array} \right) \end{split}$$

le système peut être réecrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}^2(t) = A^2(v_x(t))x^2(t) + E^2f(t) \\ y(t) = C^2x^2(t) \end{cases}$$
(4.145)

La matrice d'observation est definie par  $C=I_{2\times 2}$  en considérant la mesure disponible de  $\dot{\psi}(t)$  fournie par l'unité inertielle et la vitesse latérale obtenue à partir du premier observateur. Le système (4.145) a la même structure que le premier système, de ce fait, la stratégie d'observation utilisée pour le premier sous-système est exploitée pour le second. Les matrices  $P^2$  et  $Q^2$  sont données par :

$$Q^2 = E^2 (C^2 E^2)^{-1} = I_{2 \times 2}, P^2 = I_{2 \times 2} - QC^2 = 0$$

Ce qui mène exactement à la même structure que celle du premier observateur. La même procédure est alors suivie pour estimer les entrées inconnues.

La structure des observateurs proposés utilise les degrés relatifs des sorties par rapport aux entrées inconnues, ce qui introduit les dérivées de la sortie dans l'équation d'état des observateurs. Pour calculer cette dérivée, des différentiateurs par modes glissants sont utilisés. Ce type de différentiateurs assure une convergence en temps fini. Dans notre cas, il est important de fixer les paramètres des observateurs pour avoir un temps de convergence fini plus grand que celui des differentiateurs.

#### Résultats de simulation

Pour illustrer la stratégie d'estimation proposée, des tests de simulation sont effectués. Le modèle non linéaire de la dynamique latérale du véhicule est considéré avec des efforts latéraux modélisés par la formule de Pacejka.

La matrice gain est:

$$L = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{4.146}$$

et  $\xi(t)$  est défini selon le théorème 3.7 [20], comme suit :

$$\xi(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \left| e_1^1 \right|^{1/2} sign(e_1^1) + \left| e_1^2 \right|^{2/3} sign(e_1^2) \end{pmatrix}$$
 (4.147)

Les figures 4.30 et 4.31 présentent les variables non disponibles à la mesure et leurs estimations obtenues en temps fini, ce qui est appuyé par les courbes des erreurs d'estimation, figure 4.32 et figure 4.33.

Les résultats de simualtion montrent bien la convergence en temps fini des estimations. Cela est appuyé par les courbes des erreurs d'estimation.

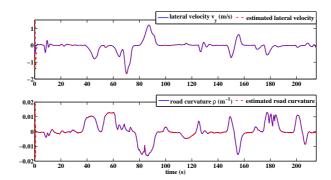


FIGURE 4.30 – Estimations de la vitesse latérale et de la courbure de la route (observateur 1)

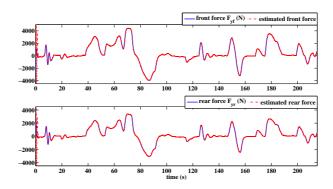


Figure 4.31 – Estimation des efforts (observateur 2)

L'observateur présenté dans cette section est sous forme cascade constituée de deux sous systèmes LPV par rapport au paramètre variable  $v_x(t)$  qui est la vitesse longitudinale, afin de refléter un comportement plus réaliste de la dynamique du véhicule.

À partir du premier sous système, la courbure de la route et la vitesse latérale sont estimées en temps fini. Le second sous système est utilisé pour estimer les entrées inconnues qui sont les forces de contact latérales en utilisant les estimations issues du premier observateur.

La convergence en temps fini est assurée en utilisant le concept de l'homogénéité et est prouvée en utilisant la théorie de Lyapunov.

# 4.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté différentes stratégies d'estimation pour l'estimation de la dynamique latérale du véhicule et des entrées inconnues qui peuvent l'affecter (angle de dérive, vitesse latérale, forces de contact latérales, courbure de la route, coefficient d'adhérence, ...).

Pour cela, différents observateurs ont été proposés basés sur le principe de la norme  $L_2$ . Pour chaque observateur proposé, le modèle du véhicule considéré est rappelé avant de présenter l'observateur envisagé. Le problème de détermination des gains de l'observateur est formulé tel un problème d'optimisation sous forme de LMIs à résoudre avec les outils dédiés.

Plusieurs points de contributions sont à noter tels que :

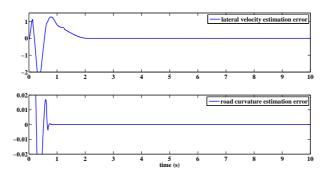


FIGURE 4.32 - Erreurs d'estimation de la vitesse latérale et de la courbure de la route

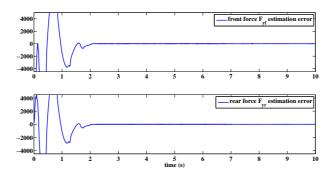


Figure 4.33 – Erreurs des estimations des efforts

- Le véhicule est considéré d'un point de vue non linéaire par rapport aux forces de contact latérales pneumatique-chaussée.
- Une représentation polytopique TS exacte du modèle non linéaire du véhicule est obtenue.
- Représentation cascade en TS et LPV est présentée.
- Forces de contact latérales incluant l'aspect dynamique des pneumatiques.
- Différentes formes de stabilité du système générant l'erreur d'estimation sont assurées :
  - Stabilité ISS.
  - Stabilité exponentielle.
  - Stabilité en temps fini.

Les performances des observateurs proposés sont validés par des tests de simulations, et pour la plupart également par des tests avec données réelles issues de tests expérimentaux réalisés avec un véhicule prototype. Les résultats sont concluants et affichent :

- Une bonne précison concérnant la qualité des estimation (en simulation et expérimentation).
- Une robustesse par rapport aux incertitudes de modélisation, bruits de mesures et variations de paramètres.

Ces stratégies d'estimation nous ont permis d'obtenir des estimations précises en utilisant les mesures disponibles, qui nous serviront par la suite à la détection de situations critiques, qui est un autre objectif et la troisième problématique du travail de la présente thèse : exploiter les estimations obtenues pour élaborer une stratégie de détection de situations critiques.

# Chapitre 5

# Détection de situations critiques ou à risques : Assistance préventive

# Sommaire

5.1	Intro	oduction
5.2	Situ	ations limites et détection
5.3	Stra	tégies d'évaluation et de détection du risque
	5.3.1	Stratégie d'évaluation et de détection du risque 1
	5.3.2	Stratégie d'évaluation et de détection du risque $2 \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 175$
	5.3.3	Discussion
5.4	Con	clusion

# 5.1 Introduction

Ce chapitre est dédié à la détection de situations critiques pouvant mener à des sorties de voie, dans les quelles peut se trouver le véhicule par inadvertance ou après une série de manœuvres inappropriées, dues notamment au non respect des consignes de sécurité. Cette détection est la première étape et est cruciale dans la réalisation d'une assistance d'aide à la conduite passive ou active.

Deux stratégies sont proposées basées sur l'analyse de l'évolution de l'effort latéral de contact entre le pneumatique et la chaussée. Pour ce faire, les estimations obtenues avec les observateurs proposés au chapitre précédent sont utilisées.

# 5.2 Situations limites et détection

La situation limite ou critique peut être définie comme l'état précèdant l'accident, en l'occurence la sortie de voie. Les accidents de sortie de voie représentent une part importante des statistiques de l'accidentologie routière. Les sorties de voie peuvent résulter soit d'une erreur de guidage par le conducteur causant ainsi une sortie de voie, soit par un problème dû à la dynamique du véhicule entrainant une perte de contrôle et par de la même une sortie de voie.

Perte de contrôle Le véhicule lors de la prise d'un virage pris à trop grande vitesse ou lors d'un changement brutal de trajectoire (notamment pour l'évitement d'un obstacle) peut perdre sa stabilité et échapper au contrôle de son conducteur. Le véhicule peut soit sous virer soit sur virer.

Une perte de contrôle mène souvent à une sortie de voie s'effectuant soit par sous-virage soit par sur-virage, qui sont des situations de conduite extrèmes que peu de conducteurs peuvent maîtriser et qui peuvent mener à des accidents très graves.

Sous virage Le sous virage correspond à la dérive de l'avant du véhicule qui est supérieure à celle de l'arrière. La masse du véhicule est largement transférée vers l'arrière ce qui à pour conséquence une perte d'adhérence des roues avant dûe au faible appuie du train avant. Il en résulte une mauvaise transcription de trajectoire et le véhicule ne vire pas assez. Ce phénomène peut être dû à une vitesse excessive en abordant un virage.

Sur virage À l'opposé du sous virage, le survirage correspond à la dérive de l'arrière du véhicule. Cela est souvent dû à une accélération en courbe excessive ou précoce. Le véhicule est alors en situation de glisse où l'arrière n'a plus d'adhérence. Dans ce cas la, le train arrière n'est plus en mesure de contrer la force centrifuge. Le vehicule dérive et dérape l'avant à l'intérieur du virage en virant de façon excessive, il survire.

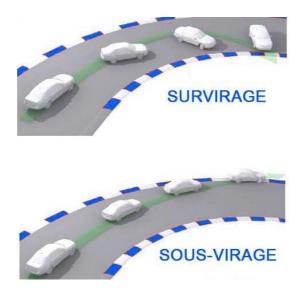


Figure 5.1 – Situations de sous-virage et sur-virage

Des solutions ont été proposées pour réduire le nombre d'accidents en général et les accidents par sortie de voie en particulier. Des actions combinées entre les constructeurs automobiles, les organismes et laboratoires de recherches ont aboutit à des solutions en termes de mesures de sécurité et d'équipements et systèmes d'aides à la conduite passives et actives.

Ces systèmes ont prouvé leurs efficacité et sont bien intégrés dans la plupart des véhicules actuellement commércialisés. Le principe de fonctionnement de ces systèmes se base sur l'analyse de la situation dans la quelle se trouve le véhicule, l'évaluation du risque, par rapport à un seuil établi au préalable, pour

générer une alerte et informer le conducteur de son état et de la possibilité d'un risque voire agir, dans le cas d'un système actif, si le conducteur n'a pas répondu au signal d'alerte.

## Indicateurs de situations à risque

Le point clé de ces systèmes d'aide à la conduite (passives ou actives) est la détection du risque. En effet, si la détection est précoce, cela mène à de fausses alertes, et si la détection n'est au contraire pas établie à temps, le véhicule perdra le contrôle et l'accident ne pourra plus être évité. D'où l'importance de l'évaluation de la situation dans la quelle se trouve le véhicule.

Plusieurs indicateurs caractérisent une situation à risque ou de danger imminent (voir Chapitre 1). À partir de cette observation, plusieurs facteurs de risque peuvent etre considérés et donc être utilisés pour détecter une situation potentiellement dangereuse. Cela constitue la première étape de l'assistance à élaborer pour éviter les sorties de voie. Une fois la situation limite détectée, le conducteur est informé par une première alerte. Aprés évaluation de sa réaction, une action est envisagée sur la dynamique du véhicule si aucune correction n'est effectuée après une seconde alerte, ce qui constitue l'assistance active.

Les indicateurs de risque liés aux risque de sorties de voies les plus utilisés sont [210] :

- Accéleration latérale  $a_y$
- Taux de lacet  $\dot{\psi}$
- Dérive au centre de gravité  $\beta$  et vitesse latérale  $v_y$
- Écart latéral  $Y_L$  et angle de cap  $\psi_L$
- Attributs de la route (courbure, devers, pente, adhérence)
- Angle d'ackermann  $\delta_a$
- TLC (Time to Lane Crossing)

Ces indicateurs sont pour la plupart des variables liées à la dynamique du véhicule ou à l'infrastructure. Certaines sont directement disponibles à la mesure tels que l'accelération latérale et la vitesse de lacet. D'autres ne sont pas mesurables et nécessitent des moyens souvents très coûteux (capteurs onéreux, quand ils sont disponibles) tels que la vitesse latérale et les attributs de la route. Certains paramètres sont à calculer tel le TLC qui dépend de beaucoup d'autres paramètres et dont le coût de calcul s'avère être un inconvénient en terme de temps [156].

Ces indicateurs, pour la plupart, permettent de connaître l'état dans le quel se trouve le véhicule (sa dynamique, sa position par rapport à la voie de circulation, ...) mais ne permettent pas d'anticiper voire de prédire une eventuelle situation à risque.

Beaucoup de systèmes d'aide à la conduite utilisent ces indicateurs pour aider le conducteur dans les situations de conduite extrèmes en le prévenant d'une situation à risque et d'agir sur sa dynamique dans le cas des systèmes d'aide active. Cette aide, sous forme d'information-alerte, délivrée à temps permet au conducteur de corriger sa trajectoire et/ou de diminuer son allure de manière à éviter la sortie de voie.

## Détermination des indicateurs de risque

Comme cela a été mentionné au chapitre 1, de nombreux travaux ont été dédiés à l'élaboration des systèmes d'aide à la conduite à travers des stratégies de détection de situations critiques et d'actions sur la dynamique du véhicule [241], [210], [85], [196], [82], [44]. [177] Des paramètres traduisant la dynamique

du véhicule ou l'état de l'infrastructure sont utilisés pour élaborer des fonctions de risques (indicateurs) qui permettent d'analyser la situation et statuer sur l'imminence du danger.

Pour déterminer ces indicateurs un modèle du véhicule est utilisé. La représentation du système véhicule étant très complexe, un modèle simplifié est souvent considéré. Dans la plupart des travaux entrepris dans le contexte de l'aide à la conduite, le modèle du véhicule est linéaire considérant des efforts de contact linéaires évoluant dans la zone linéaire correpondant à de faibles angles de glissement. Cependant, quand le véhicule est en situation limite les efforts de contact (dans notre cas, latéraux) sont dans la zone de pseudo glissement si ce n'est de glissement. Cette hypothèse peut être alors restrictive est influencer la qualité de l'indicateur de risque.

Certains indicateurs de risque sont liés à l'infrastructure tel que la géométrie de la route, les marquages au sol, ... L'acquisition de ces données est généralement effectuée en utilisant un système de vision. Ce dernier est conditionné à l'état de la route , entre autre, par rapport aux conditions metéorologiques affectant la visibilité des marquages au sol. Par ailleurs, le système de vision est très sensible aux bruits qui peuvent affecter les mesures.

Récemment, le conducteur est pris en compte lors de la synthèse de systèmes d'aide à la conduite à travers sa réactivité durant le processus de conduite et plus particulièrement par rapport au danger. Des indicateurs qui notent son action sur le volant en passant par l'analyse de son activité oculaire (clignement des yeux pour déceler une eventuelle inattention dûe à la fatigue ou la somnolence, ...) sont utilisés [194]. Des modèles représentant le comportement du conducteur sont proposés notamment dans [210], [65], [169]. Néanmoins, ces représentations sont valables pour une catégorie limitée de véhicules et pour une configuration précise du conducteur.

Les fonctions de risque établies en utilisant des données de la dynamique du véhicule, de l'infrastrusture et du conducteur nécessitent un temps de calcul qui peut s'avérer contraigant notamment dans le contexte de la conduite où chaque seconde compte.

Par ailleurs, les variables nécessaires à l'élaboration de ces fonctions ne sont pas toujours disponibles à la mesure. L'utilisation de capteurs est souvent nécessaire, quand cela est possible d'un point de vue économique et technique. Pour pallier le manque de disponibilité de certaines variables requises pour la détection de situations critiques, des observateurs sont utilisés pour reconstruire les variables de la dynamique (latérale) du véhicule et estimer les paramètres liés aux attributs de la route. Cela constitue une altérnative intéressante qui est très largement exploitée dans ce contexte [157], [51].

De nombreuses approches d'observation ont été élaborés et proposées dans le cadre du véhicule afin d'estimer les variables de sa dynamique et du milieu dans le quel il évolue et cela dans l'objectif d'évaluer sa situation et pouvoir agir au mieux pour une meilleure évolution.

Les observateurs les plus utilisés dans ce contexte sont le filtre de Kalman (ou encore filtre de Kalman Etendu) et l'observateur de Luenberger. Quand un modèle non linéaire représentant la dynamique du véhicule est considéré, le filtre de Kalman est utilisé [207], [210]. Par contre, lorsqu'un modèle linéaire est considéré, comme c'est souvent le cas, l'observateur le plus utilisé est l'observateur de Luenberger [214].

Sachant que la qualité des estimations, en termes de précision et de rapidité de convergence, dépend grandement du modèle sur le quel est basé l'observateur délivrant les estimations, le fait de considérer un modèle linéaire pour représenter la dynamique du véhicule est restrictif. D'un point de vue dynamique, en situation limite, le comportement du véhicule (par rapport aux efforts de contact) est dans la zone d'évolution de pseudo glissement voire de glissement où le formalisme non linéaire est plus approprié pour

sa déscription traduisant de la saturation des efforts de contact.

Cependant, comme mentionné précédemment, le manque d'approches systhématiques et d'outils d'analyse dédiés aux systèmes non linéaires pousse à utiliser des représentations linéaires de systèmes initialement complexes au détriment de la précision de représentation. Cela étant, la plupart du temps l'indicateur de risque évalué est une approximation de l'indicateur réel.

La plupart des travaux entrepris dans le cadre des assistances à la conduite se basent sur des modèles linéaires représentatifs de la dynamique du véhicule pour décrire l'évolution du système véhicule [210], [44]. Les variables nécessaires pour établir les fonctions de risque sont reconstruites via des observateurs asymptotiques. Certains indicateurs sont établis en utilisant des variables de la dynamique du véhicule et de son environnement ainsi que les estimations fournies par des observateurs (TLC, vitesse maximale en virage, ...). Des incertitudes de modélisation peuvent alors affecter les mesures et les estimations issues de simplifications considérées, notamment la linéarisation de la déscription. Certains paramètres liés à l'infrastructure sont dépendants de l'environnement où évolue le véhicule (conditionnement par rapport à l'état de la voie : conditions metéorologiques, état de la route ...). Cela mène à des imprécisions au niveau de l'indicateur de risque à établir ce qui peut induire une détection précoce (fausse alerte) ou tardive, portant atteinte à la fiabilité du système d'aide à la conduite.

#### Détection de situations critiques

Plusieurs travaux ont été entrepris dans le contexte de l'assistance à la conduite dans l'objectif d'améliorer la sécurité du conducteur et des usagers de la route en général. De nombreuses stratégies ont été proposées et élaborées pour quantifier le risque d'une situation potentiellement dangereuse, détecter la situation critique et alerter le conducteur. Dans le cadre des systèmes d'aide active, cette information peut être envoyée à un organe de commande pour agir sur la dynamique du véhicule.

Dans cette section, un apperçu succint des assistances préventives à la sortie de voie est établi. L'objectif est de fournir une vue d'ensemble sur les stratégies de détection developpées et proposées par la recherche suivant le courant de différentes stratégies d'alerte. Pour plus de détails le lecteur intéressé pourra se référer aux références mentionnées.

Le positionnement du véhicule sur la voie via la position des roues avant est utilisé pour détecter les sorties de voie. Combiné à d'autres paramètres tels que les attributs et propriétés de la route, des fonctions de risque sont établies pour prévenir d'éventuelles sorties de voie.

Dans cette optique là, dans [65] l'analyse du positionnement du véhicule sur la voie de circulation est exploitée. La stratégie de détection proposée se base sur la délimitation de zones de conduite normale et à risque formalisées par des ensembles invariants et des fonctions de Lyapunov (quadratiques et non quadratiques). Le comportement du conducteur est également pris en compte à travers un seuil d'action sur le volant [66]. Le système véhicule-infrastructure-conducteur est modélisé tel un automate hybride où la dynamique du véhicule est considérée linéaire. Le système hybride fonctionne en commutant selon que le conducteur ou l'assistance soit en charge (cas de l'assistance active).

Dans [85], un système d'alerte contre les sorties de voie est développé pour les vitesses excessives à l'approche d'un virage. Les données nécessaires à l'établissement des indicateurs de risque sont acquises via des capteurs, GPS et cartographie numérique embarqués. Ces indicateurs sont abordés à travers le

temps à sortie de voie (TLC), le transfert de charge sur un essieu et l'adhérence mobilisée [86]. Un profil de vitesse est alors généré, en tenant compte du conducteur, du véhicule et de l'infrastructure.

Dans [210] une unité d'alerte de sortie de route est proposée dans le cadre des systèmes d'aide préventive à la conduite. L'auteur propose un système d'aide au maintien de voie qui avertit le conducteur d'une possibilité de sortie de voie basé sur la combinaison d'une assistance longitudinale et latérale. Le véhicule, l'infrastructure et le conducteur sont pris en considération lors de la conception du système d'alerte. Le modèle représentant le comportemnt du véhicule est considéré linéaire du point de vue des efforts de contact (latéraux et longitudinaux) afin de simplifier l'expression du modèle. Cependant, une mise à jour est effectuée par rapport aux coefficients de raideurs des pneumatiques, pour introduire plus d'informations sur l'état d'évolution de la dynamique du véhicule. Les fonctions de risque développées sont basées sur les indicateurs suivants : vitesse critique pour aborder un virage, taux de lacet et accélération latérale, positionnement latéral (angle de cap et écart latéral), l'adhérence ainsi que le TLC. Pour cela une étude du comportement de la dynamique du véhicule liée à son environnement est effectuée et des observateurs (filtre de Kalman) sont appliqués pour reconstruire les variables non disponibles à la mesure nécessaires pour l'obtention des indicateurs de risque. La combinaison de plusieurs indicateurs de situations critiques permet de réduire au maximum le risque de fausses alertes.

D'autres travaux proposent d'analyser le risque de sortie de voie en utilisant la vitesse associée aux paramètres de la route (courbure de la route, pente, devers, uni, adhérence maximale mobilisée), la dynamique du véhicule et le comportement du conducteur [211], [81], [177], [212]. Un profil de vitesse est généré de manière préventive tel que, si le véhicule dépasse la valeur de sécurité indiquée, le conducteur est alerté de l'excés de sa vitesse avec la quelle il aborde un tronçon de route donnée (route droite ou virage).

L'adhérence (maximale mobilisée) ainsi que les paramètres liés à la chaussée sont des indicateurs qui présagent une eventuelle perte de contrôle du véhicule. Souvent utilisés dans les procédures de détection [80], ces paramètre sont toutefois difficiles à évaluer, à l'instar du profil de vitesse.

Par la suite, l'idée d'exploiter les efforts de contact pour détecter les situations limites est étudiée. Le principe est d'analyser l'état dynamique du véhicule à travers la saturation de ses efforts de contact pneumatique-chaussée renseignant ainsi sur la tenue de route de ce dernier.

Dans [173] une stratégie de détection de pertes de contrôle en virage est proposée basée sur l'analyse des efforts de contact pneumatique-chaussée affectée par la géométrie de la route. Ces efforts sont représentés par la loi de frottement de Coulomb, essentiellement pour la simplicité de représentation et le peu de paramètres impliqués. Un algorithme test permet de détecter dans quelle situation se trouve la roue et donc l'effort de contact, ce qui renseigne sur l'état dynamique du véhicule. L'approche de détection de situations limites proposée se base sur l'analyse de la liaison entre les caractéristiques géométriques de la route et la saturation des efforts fournissant ainsi une mesure de la tenue de route.

Dans [241] le principe des approches de détection de défauts est appliqué pour la détection des sorties de voie par des situations de sous virage et de sur virage. Les efforts de contact latéraux sont considérés de façon à faire apparaître une partie nominale linéaire ainsi qu'une partie non linéaire où le défaut est la partie non linéaire représentant la différence entre l'effort réel et linéaire.

À cause de leur nature non linéaire et caractère complexe, les efforts de contact sont souvent pris en considération à travers une simplification linéaire. Néanmoins, le véhicule en situation critique est à la limite de l'adhérence traduisant une saturation des efforts de contact qui sont de ce fait dans la zone de

pseudo-glissement voire de glissement total. Cette simplification est d'autant plus restrictive, au niveau des indicateurs de risque et des fonctions associées, que le véhicule est en situation limite [200].

Certains travaux prennent toutefois en considération le caractère limite de l'effort de contact de façon indirecte tel que dans [6] et [228] ou encore en tenant compte de l'influence de certains paramètres liés à l'infrastructure (devers, pente, ...) et à la dynamique du véhicule (transfert de charge, roulis, ...) [59].

D'autres pistes sont explorées pour détecter les situations à risque. Nous pouvons citer à titre d'exemple, le concept de la modélisation hybride utilisé dans [67] ou encore le formalime TS pour une meilleure appréhension des dynamiques mises en jeu [51], [158], [2]. Cependant, le formalisme le plus adopté reste le TS à variables de décision mesurables.

La plupart des travaux sus-cités, faisant part de stratégies de détection de situations limites dans les quelles peut se trouver le véhicule, se basent sur un modèle simple pour calculer les variables nécessaires à l'indicateur. De plus, souvent beaucoup de ces variables ne sont pas disponibles à la mesure et sont à déterminer. Le conditionnement de l'aquisition de certaines d'entre elles par rapport à l'environnement est toutefois contraignant. Équiper le véhicule est également nécessaire, notamment avec une cartographie, un GPS, unité de traitement d'images, capteurs (proprioceptifs et extéroceptifs) . . .

Autre point restrictif, est que le modèle des efforts considéré ne représente pas le véhicule en situation limite. Cela se répercute sur la qualité de détection.

L'objectif à travers la détection de situations critiques, outre le fait de servir d'entrée à un système d'aide à la conduite active, est la prévention. Le caractère préventif d'un système d'alerte est primordial. Détecter la situation dangereuse avant que le véhicule ne soit concrétement dans cette situation permetterait d'éviter l'accident et de corriger la situation à temps. Or, souvent, les systèmes d'alerte jusque la présentés (pour la plupart) permettent de détecter la situation limite une fois arrivée.

Les inconvénients que présentent la majeure partie des systèmes d'alerte présentés peuvent être résumés en les points suivants :

- La dynamique du véhicule est considérée linéaire (efforts de contact).
- Les indicateurs et fonctions de risque élaborées dépendent de beaucoup de paramètres.
- Ces paramètres sont difficiles à obtenir et sont conditionnés à l'environnement où évolue le véhicule.
- Les indicateurs de risque considérés sont souvent des approximations.
- Ces indicateurs ne permettent pas de prévoir la situation limite.

Dans le cadre du travail de ce mémoire, le choix s'est porté sur l'analyse des efforts de contact latéraux pneumatique-chaussée pour évaluer un risque de sortie de voie résultant d'une perte de contrôle.

Afin d'éviter les fausses alertes, la précision des variables d'évaluation est de rigueur. En effet, une fois un seuil critique fixé pour une variable de détection donnée, une mauvaise estimation de cette dernière peut induire en erreur et remettre en cause la fiabilité de l'alerte. Pour cela, le système d'alerte que nous proposons tient compte de ces aspects à travers :

- La considération de l'aspect non linéaire du comportement du véhicule.
- L'estimation des variables obtenues de façon précise.
- Utilisation d'indicateurs ne nécessitant pas beaucoup de calculs et de paramètres : efforts de contact latéraux.

L'idée est d'exploiter les stratégies de représentations et d'estimations proposées aux chapitres précédents pour évaluer le risque et détecter la sortie de voie via les efforts de contact latéraux. Les efforts latéraux sont estimés telles des entrées inconnues pour s'affranchir des incertitudes de modélisation liées aux paramètres nécessaires à la représentation de l'effort de contact. De plus, l'effort considéré comme un indicateur de risque ne nécessite pas beaucoup de calculs. Son estimation en utilisant des observateurs basés sur des modèles non linéaires et assurant une certaine convergence, garantit la précision et de ce fait la fiabilité de l'indicateur de risque.

Ce choix est motivé d'une part par le pouvoir anticipatif de l'indicateur basé sur l'effort de contact. En effet, l'effort de contact (latéral, comme longitudinal d'ailleurs) évolue sur trois zones suivant la valeur de la dérive. Lorsque l'effort est dans la zone de pseudo glissement cela indique une future saturation des efforts présageant une perte de manœuvrabilité du véhicule pouvant mener à la sortie de voie, si il n'y a pas de changement dans la conduite. Delà, alerter le conducteur de sa situation se fait à temps, de manière sure et préventive. D'autre part, l'évaluation de cet indicateur, à savoir l'effort de contact latéral, ne nécessite pas beaucoup de calculs si ce n'est les estimations délivrées par l'observateur considéré. Ce qui est un réel avantage par rapport au temps.

Dans ce qui suit la stratégie de détection de situations critiques envisagée est présentée. Nous proposons deux stratégies de détection de situations critiques basées sur l'analyse de l'effort de contact latéral pneumatique-chaussée pour éviter les sorties de voie.

# 5.3 Stratégies d'évaluation et de détection du risque

Le pneumatique est l'élément le plus important composant le véhicule. Il assure la liaison avec la chaussée transmettant ainsi tous les efforts dynamiques qui agissent sur le véhicule pour assurer les différents mouvements de ce dernier.

L'effort de contact pneumatique chaussée évolue suivant plusieurs paramètres (adhérence, vitesse, revêtements de la chaussée ...) essentiellement la dérive des pneumatiques  $\alpha_i$  selon trois zones de fonctionnement, figure 5.2 :

- Zone linéaire
- Zone de pseudo glissement
- Zone de glissement total

Ces zones correspondent respectivement aux zones de conduite :

- Normale
- Critique
- Glissement total

Dans la zone de conduite normale, l'adhérence du pneumatique est correcte, le conducteur mobilise les efforts de contact latéraux. La caractéristique de l'effort peut être considérée linéaire en fonction de la dérive. Dans la zone de conduite critique, l'adhérence atteint son maximum associée au maximum de l'effort latéral généré. Le pneumatique est à la limite de l'adhérence, néanmoins, le véhicule reste contrôlable. Quant à la zone de glissement, le pneumatique glisse sur la chaussée et l'effort latéral est saturé. De ce fait, le véhicule dérape car il ne réponds plus à la direction imposée à travers l'angle de braquage et une sortie de voie est inévitable.

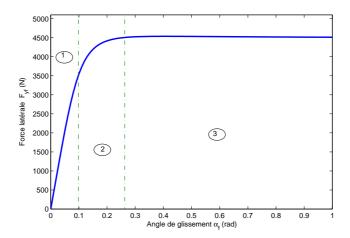


FIGURE 5.2 – Force de contact latérale des roues. Région 1: évolution linéaire, région 2: pseudo glissement, région 3: glissement

Plusieurs causes peuvent être à l'origine de la saturation des efforts telles qu'une vitesse excessive à l'amorce d'un virage, une accélération latérale importante, une faible adhérence de la chaussée dûes aux conditions de la route, ...

Nous notons que l'effort latéral influence directement le contrôle directionnel du véhicule particulièrement en abordant un virage. Il reflète également l'état dynamique dans le quel se trouve le véhicule, renseignant notamment sur l'adhérence de la chaussée et la vitesse à la quelle il roule.

En utilisant l'effort de contact latéral pneumatique chaussée, des informations pertinentes peuvent être exploitées pour détecter l'état dans le quel se trouve le véhicule. L'objectif étant de détecter une une situation critique afin de prévenir un danger imminent en alertant le conducteur pour corriger sa direction tant que le véhicule est contrôlable, avant d'atteindre la zone de glissement total.

Basée sur cette idée, nous proposons deux stratégies de détection de situations critiques pour éviter les sorties de voie en utilisant l'effort de contact latéral.

Il existe plusieurs modèles pour représenter l'effort de contact latéral du véhicule, voir chapitre 2. Cependant, chacun de ces modèles présente ses avantages et inconvénients en rapport avec la précision et la complexité de représentation. Pour pallier cela, nous proposons d'estimer les efforts de contact latéraux tels des entrées inconnues, en utilisant les stratégies d'estimation proposées au chapitre précédent. Cette façon de procéder à pour avantages :

- De ne pas nécessiter un modèle de représentation des efforts.
- Ne pas être affecté par des incertitudes de modélisation.
- Précision des efforts obtenus grâce aux stratégies d'estimations.

La figure 5.3 résume le schéma de détection proposé.

# 5.3.1 Stratégie d'évaluation et de détection du risque 1

De manière générale, en se basant sur les efforts de contact latéraux, le véhicule est dans une zone de sécurité quand l'effort de contact latéral est linéaire, région 1, figure 5.2. Ce qui correspond à de faibles

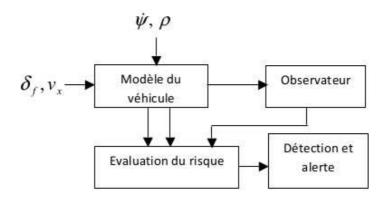


FIGURE 5.3 – Stratégie de détection de situations critiques pour éviter les sorties de voie

glissements des roues c'est à dire de faibles angles de dérive  $\alpha_f$  et  $\alpha_r$ .

La stratégie est de comparer l'effort généré par l'effort de contact roue-sol du véhicule avec l'effort de la zone de roulement pseudo linéaire, exprimé par une formulation linéaire ( $F_L = C_i \alpha_i$ ),  $C_i$  étant le coefficient de raideur du pneumatique considéré (avant ou arrière), figure 5.2.

Il est alors possible d'exprimer les forces latérales comme suit [241] :

$$\begin{cases}
F_{yf} = C_f \left( \delta_f - \frac{v_y}{v_x} - \frac{a_f}{v_x} \dot{\psi} \right) + \Delta F_{yf} \\
F_{yr} = C_r \left( -\frac{v_y}{v_x} + \frac{a_f}{v_x} \dot{\psi} \right) + \Delta F_{yr}
\end{cases}$$
(5.1)

 $\Delta F_{yf}$  et  $\Delta F_{yr}$  représentent les erreurs (ou différences) entre les expressions linéaires et non linéaires des efforts de contact latéraux interprêtés comme des résidus.

Quand le véhicule se trouve dans la région de pseudo glissement linéaire, ces erreurs sont nulles. L'idée est donc d'utiliser ces résidus pour détecter une eventuelle situation dangereuse caractérisée par une saturation des efforts latéraux. La logique de décision est obtenue en fixant des seuils  $J^f$  et  $J^r$  qui réellement correspondent à l'effort dans la région linéaire avant sa saturation.

Le seuil des efforts à ne pas franchir est fixé par rapport à la zone qui délimite la présence de l'effort dans la zone d'évolution linéaire. Par ailleurs cela dépend du niveau d'alerte voulu.

Pour implémenter cette stratégie de décision, la disponibilité des erreurs  $\Delta F_{yf}$  et  $\Delta F_{yr}$  des efforts est requise, ce qui n'est pas le cas. Pour cela, ces quantités sont estimées en utilisant les estimations de  $v_y$ ,  $F_{yf}$  et  $F_{yr}$  obtenues avec l'observateur cascade en temps fini proposé dans le chapitre précédent, comme suit :

$$\begin{cases}
r_1(t) = \Delta F_{yf} = \hat{F}_{yf} - C_f \left( \delta_f - \frac{\hat{v}_y}{v_x} - \frac{a_f}{v_x} \dot{\psi} \right) \\
r_2(t) = \Delta F_{yr} = \hat{F}_{yr} - C_r \left( -\frac{\hat{v}_y}{v_x} + \frac{a_f}{v_x} \dot{\psi} \right)
\end{cases}$$
(5.2)

La sortie de voie est finalement détectée via la saturation des efforts de contact par la logique de décision suivante :

$$\begin{cases}
|r_1(t)| \leq J^f & \text{et} \quad |r_2(t)| \leq J^r \quad \text{pas de situation critique} \\
|r_1(t)| > J^f & \text{ou} \quad |r_2(t)| > J^r \quad \text{situation critique}
\end{cases}$$
(5.3)

L'utilisation de l'effort de contact comme indicateur de situations limites tient compte de beaucoup de paramètres influençant la dynamique et la tenue de route du véhicule. Cependant, pour éviter les fausses alarmes, certains paramètres peuvent être exploités. Le taux de l'angle de braquage  $\dot{\delta}_f$  est un bon indicateur par rapport à la réaction du conducteur. Cette variable renseigne sur l'état de conduite du conducteur et sa maîtrise du véhicule. En effet, si les efforts de contact sont dans la zone de pseudo glissement, le véhicule est en état de conduite critique. La situation limite est détectée. En utilisant le taux de l'angle de braquage, l'action du conducteur est évaluée afin de déterminer si ce dernier agit ou pas sur la dynamique de son véhicule à travers le braquage des roues avant afin de corriger sa trajectoire. En l'absence d'action de braquage, la situation critique est maintenue, pouvant mener à la saturation des efforts de contact et donc à la sortie de voie.

#### Résultats de simulations

La figure 5.4 montre les résidus  $r_1(t)$  et  $r_2(t)$  correspondant aux erreurs entre les efforts non linéaires estimés et leur version linéaire. Évalués par rapport à un seuil fixé par rapport à la zone linéaire, établi selon les données utilisées.

Si le véhicule est dans la région de roulement où les efforts sont linéaires, les résidus sont alors presque nuls, car les efforts estimés et les efforts générés sont quasiment identiques. Mais, quand les efforts entrent dans la zone de pseudo-glissement et de glissement total, les résidus ne sont plus proches de zéro et dépassent donc les seuils fixés, permettant ainsi de détecter la situation limite.

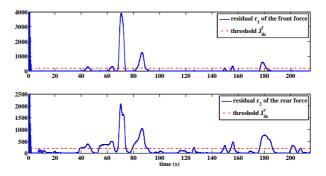


FIGURE 5.4 – Detection de situations critiques du mode latéral

#### 5.3.2 Stratégie d'évaluation et de détection du risque 2

La dérive de l'avant ou de l'arrière du véhicule est un type d'instabilité qui mène à des sorties de voies définissant le sous virage et le sur virage, respectivement. Ce sont des situations délicates, que le conducteur maîtrise rarement. La détection à temps de telles situations permettrait d'éviter les sorties de voie.

Lors de manœuvres fortement dynamiques, la réponse dynamique (latérale) du véhicule est imprévisible, dûe à la saturation des efforts, causant ainsi une perte de contrôlabilité du véhicule. De plus, pour des valeurs importantes de la dérive, le moment de lacet devient moins sensible aux actions de braquage. Dans ces situations, un mauvais braquage peut mener à une sortie de voie, conséquence d'un sous virage ou sur virage.

La stratégie de détection de situations limites proposée dans cette partie repose sur l'évaluation des compléments non linéaires  $F_{\Delta}$  et  $M_{\Delta}$  définis comme dans ce qui suit.

Dans la région d'évolution linéaire (région2, figure 5.2), le véhicule est dans une situation de conduite normale où les efforts (forces latérales et moment de lacet) dépendent linéairement de l'angle de glissement comme suit :

$$F_{yL} = C_f \alpha_f + C_r \alpha_r$$

$$M_{zL} = a_f C_f \alpha_f - a_r C_r \alpha_r$$
(5.4)

 $\alpha_f$  and  $\alpha_r$  sont les angles de glissement avant et arrière, respectivement, exprimés par :

$$\alpha_f = -\frac{v_y}{v_x} - \frac{l_f}{v_x} \dot{\psi} + \delta_f$$

$$\alpha_r = -\frac{v_y}{v_x} + \frac{l_r}{v_x} \dot{\psi}$$
(5.5)

Lorsque le véhicule est dans la région de conduite critique correspondant à la zone 2 de la figure 5.2, les efforts ne sont plus linéaires, ils sont représentés de manière non linéaire. Pour faire apparaître l'aspect non linéaire dans la représentation de ces derniers, ils sont divisés en une partie linéaire (5.4) et une autre partie non linéaire. Les efforts sont alors exprimés sous la forme suivante :

$$F_y = F_{yL} + F_{\Delta}$$

$$M_z = M_{zL} + M_{\Delta}$$
(5.6)

Les termes  $F_{\Delta}$  and  $M_{\Delta}$  sont la différence entre la force réelle et moment de lacet, respetivement et leurs équivalents linéaires correspondant au comportement du véhicule dans la zone de conduite normale (région 1). Ces termes sont les compléments non linéaires.

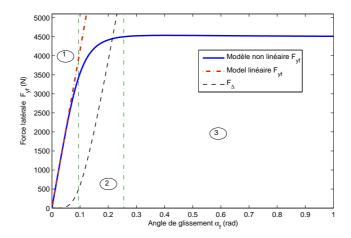


FIGURE 5.5 – Force latérale des roues. Région 1: évolution linéaire, région 2: pseudo glissement, situation critique, région 3: glissement

L'analyse des termes  $F_{\Delta}$  et  $M_{\Delta}$  montrent que leurs dérivées respectives sont positives, dans la région d'évolution considérée. Cela signifie que le modèle linéaire des efforts dans (5.4) surévalue l'effort réel représenté par le modèle non linéaire. En pratique cela permet de détecter l'évolution des efforts et donc

la situation critique avant qu'elle ne se produise réellement, ce qui constitue un réel avantage dans le contexte de la prévention.

Le modèle représentant la dynamique latérale du véhicule avec le positionnement sur la voie en tenant compte des compléments non linéaires est donné par le système d'équations suivant :

$$m\left(\dot{v}_y + v_x\dot{\psi}\right) = F_{yL} + F_{\Delta} \tag{5.7}$$

$$I_z \ddot{\psi}(t) = M_{zL} + M_{\Delta} \tag{5.8}$$

$$\begin{cases}
\dot{\psi}_{L}(t) = \dot{\psi}(t) - v_{x}\rho(t) \\
\dot{Y}_{L}(t) = v_{y}(t) + v_{x}\psi_{L}(t) + l_{s}\left(\dot{\psi}(t) - v_{x}\rho(t)\right)
\end{cases}$$
(5.9)

Le modèle global décrivant la dynamique latérale du véhicule et son positionnement sur la voie est donné par les systèmes d'équations (5.7)-(5.8) et (5.9) représenté tel un système à paramètres variants par rapport à  $v_x(t)$ , comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(v_x(t))x(t) + Bu(t) + E(v_x(t))d(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$
 (5.10)

Avec:

$$A(v_{x}(t)) = \begin{pmatrix} -\frac{(C_{f}+C_{r})}{mv_{x}(t)} & \frac{(l_{r}C_{r}-l_{f}C_{f})}{mv_{x}(t)} - v_{x}(t) & 0 & 0\\ \frac{(l_{r}C_{r}-l_{f}C_{f})}{I_{z}v_{x}(t)} & -\frac{(l_{f}^{2}C_{f}+l_{r}^{2}C_{r})}{I_{z}v_{x}(t)} & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 1 & l_{s} & v_{x}(t) & 0 \end{pmatrix}$$

$$(5.11)$$

et

$$E(v_x(t)) = \begin{pmatrix} \frac{1}{m} & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{I_z} & 0\\ 0 & 0 & -v_x(t)\\ 0 & 0 & -l_s v_x(t) \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} \frac{C_f}{m}\\ \frac{l_f C_f}{I_z}\\ 0\\ 0 \end{pmatrix}$$
(5.12)

et

$$C = \left(\begin{array}{cccc} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Où le vecteurs d'état et des entrées inconnues sont définis par :

$$x\left(t\right) = \left(\begin{array}{c} v_{y}\left(t\right) \\ \dot{\psi}\left(t\right) \\ \psi_{L}\left(t\right) \\ y_{L}\left(t\right) \end{array}\right), d\left(t\right) = \left(\begin{array}{c} F_{\Delta}\left(t\right) \\ M_{\Delta}\left(t\right) \\ \rho\left(t\right) \end{array}\right)$$

Le modèle (5.10) est transformé sous forme TS comme suit :

Nous considérons la variable de décision comme étant la vitesse longitudinale  $v_x(t)$ , variant entre une valeur minimale et une valeur maximale  $v_{x \min} \leq v_x(t) \leq v_{x \max}$ , sous les hypothèses suivantes :

$$z_1(t) = v_x(t)$$

$$z_2(t) = \frac{1}{v_x(t)}$$
(5.13)

avec

$$0 < z_{1 \min} \le z_1(t) \le z_{1 \max}$$
$$z_{2 \min} \le z_2(t) \le z_{2 \max}$$

Les fonctions de pondérations locales sont définies par :

$$h_{1}^{1}(v_{x}(t)) = \frac{z_{1}(t) - z_{1 \min}}{z_{1 \max} - z_{1 \min}}, \quad h_{1}^{2}(v_{x}(t)) = \frac{z_{1 \max} - z_{1}(t)}{z_{1 \max} - z_{1 \min}}$$

$$h_{2}^{1}(v_{x}(t)) = \frac{z_{2}(t) - z_{2 \min}}{z_{2 \max} - z_{2 \min}}, \quad h_{2}^{2}(v_{x}(t)) = \frac{z_{2 \max} - z_{2}(t)}{z_{2 \max} - z_{2 \min}}$$

$$(5.14)$$

et les fonctions de pondérations globales par :

$$\mu_{1}(v_{x}(t)) = h_{1}^{1} \times h_{2}^{1}$$

$$\mu_{2}(v_{x}(t)) = h_{1}^{1} \times h_{2}^{2}$$

$$\mu_{3}(v_{x}(t)) = h_{1}^{2} \times h_{2}^{1}$$

$$\mu_{4}(v_{x}(t)) = h_{1}^{2} \times h_{2}^{2}$$
(5.15)

Le modèle TS obtenu est sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_{i}(v_{x}(t)) (A_{i}x(t) + Bu(t) + E_{i}w(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$
 (5.16)

Les fonctions de pondérations dépendent de  $v_x(t)$  qui est disponible à la mesure. De ce fait, le modèle TS obtenu (5.16) est à VDM. De plus, il représente exactement le modèle initial non linéaire dans le compact  $\Gamma = \{v_{x \min} \leq v_x(t) \leq v_{x \max}\}.$ 

Les fonctions de pondération vérifient la propriété de somme convexe, pour  $i=1,\ldots,4$ :

$$0 \le \mu_i (v_x (t)) \le 1$$
  
 $\sum_{i=1}^{4} \mu_i (v_x (t)) = 1$ 

À partir delà, un des observateurs proposés au chapitre 3 peut être utilisé  $(PI, PMI, \ldots)$ .

Dans la région linéaire/normale, la différence entre les modèles linéaire et non linéaire reste faible, contrairement à la région critique où la différence est assez significative, figure 5.2.

L'objectif est de détecter une possible occurence d'un sous virage ou sur virage, suffisament à temps, quand le véhicule est dans zone de conduite critique, de manière à ce qu'une situation de conduite normale puisse être rétablie. Cela est effectué en analysant les compléments non linéaires  $F_{\Delta}$  and  $M_{\Delta}$ .

La stratégie proposée est d'évaluer la différence entre l'effort linéaire et non linéaire, ce qui correspond aux résidus précédement définis. Cependant, ces variables ne sont pas directement disponibles à la mesure, car dépendant de la vitesse latérale  $v_y(t)$ . Pour cela, l'étape d'estimation est d'abord requise. Les stratégies d'estimation proposées au chapitre précédent peuvent être exploitées pour estimer les variables nécessaires pour l'évaluations des résidus  $F_{\Delta}$  et  $M_{\Delta}$ .

Dela, la stratégie de détection proposée est d'évaluer les résidus  $F_{\Delta}$  et  $M_{\Delta}$ , obtenus à partir de l'observateur PMI (à deux actions intégrales), comme suit :

– Si  $F_{\Delta}$  et  $M_{\Delta}$  sont de signes opposés : Le véhicule est en situation de sous virage

– Si  $F_{\Delta}$  et  $M_{\Delta}$  sont de mêmes signes : Le véhicule est en situation de sur virage

Le fait que la partie non linéaire des efforts soit sur évaluée par la partie linéaire permet de détecter les situations de sur virage et de sou virage avant que cela ne se produise réellement. Cela peut être établi en analysant le taux des résidus  $\dot{F}_{\Delta}$  et  $\dot{M}_{\Delta}$ . Ces taux peuvent être directement estimés en les intégrant au modèle de la dynamique latérale ou les déterminer en utilisant des différentiateurs [142].

Ces taux des résidus permettent de prédire la direction des compléments non linéaires, fournissant ainsi une information sur l'eventualité d'un sous virage ou sur virage.

Dans le cas où les compléments non linéaires sont nuls, cela signifie que le véhicule est en situation de conduite normale (efforts dans la région linéaire).

Dans ce qui suit, quelques résultats de simulations sont établis pour valider l'approche proposée.

#### Résultats de simulations

Dans cette section nous procédons à quelques tests de simulation pour valider l'approche de détection de situations limites présentée.

Après avoir obtenu les estimations de  $F_{\Delta}$  et  $M_{\Delta}$  en utilisant un PMI, la détection des situations de sous virage et sur virage est effectuée selon la stratégie décrite ci-dessus.

Afin de mettre le véhicule en situation de conduite limite, une entrée en angle de braquage importante est utilisée,  $\delta_f(t) = 0.4 sin(t)$  ainsi qu'une courbure de la route  $\rho(t) = 0.2 sin(t)$ .

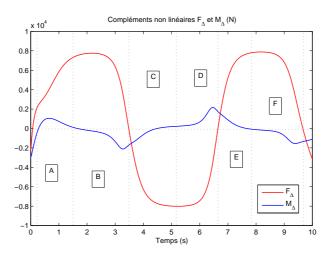


Figure 5.6 – Détection de situations critiques : sous virage et sur virage

La figure 5.6 montre le véhicule en situations extrèmes. En effet, l'alternance entre sur virages et sous virages dénote cela. Dans la région A le véhicule est en sur virage, car  $F_{\Delta}$  et  $M_{\Delta}$  sont du même signe tout comme dans les régions C et E. Le véhicule est en sous virage dans les régions B, D et F où  $F_{\Delta}$  et  $M_{\Delta}$  sont de signes opposés.

Le résultat de la figure 5.6 montre que le véhicule est en situation limite (sous virage ou sur virage). Cela signifie qu'il peut être difficile de corriger la situation du véhicule et le ramener à une situation de conduite normale, une fois dans cet état.

Comme nous l'avons mentionné précédemment, le point crucial dans la détection de situations critiques est de détecter cette situation avant qu'elle ne soit réellement arrivée, en d'autres termes l'objectif est de la prévoir. En utilisant les compléments non linéaires  $F_{\Delta}$  et  $M_{\Delta}$ , il est possible de détecter les situations de sous virage et sur virages de manière préventive et cela en exploitant les taux  $\dot{F}_{\Delta}$  et  $\dot{M}_{\Delta}$ .

Les taux  $\dot{F}_{\Delta}$  et  $\dot{M}_{\Delta}$  peuvent être obtenus en utilisant des différentiateurs à modes glissants d'ordre élevé [142].

La figure 5.7 montre les courbes des résidus  $F_{\Delta}$  et  $M_{\Delta}$  ainsi que celles de leurs dérivées respectives  $\dot{F}_{\Delta}$  et  $\dot{M}_{\Delta}$ . Nous notons que la situation de sur virage ou de sous virage est prédite par les taux des compléments non linéaires juste avant que cette situation ne se produise réellement. Ce laps de temps entre le moment de détection de la sitiation critique et celui où elle se produit est exploité pour prévenir les situations de conduite dangereuses et delà éviter les sorties de voie.

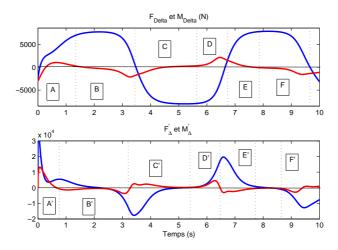


FIGURE 5.7 – Détection de situations critiques : sous virage et sur virage

Cette stratégie est résumée dans la figure 5.8, où l'alerte est donnée en analysant les taux des compléments non linéaires pour détecter d'eventuelles situations de sous virage ou sur virage du véhicule un court instant avant que cela ne se produise. Cela est largement suffisant pour contre braquer et corriger la situation du véhicule et le ramener à une situation de conduite normale. De plus, une détection effectuée à temps et de manière prédictive est utile et permettrait l'assistance active du conducteur, dans le cas où l'alerte serait utilisée pour déclencher une aide active.

Comme le démontre la figure 5.8, la situation critique est détectée juste avant son occurrence. Cela est porté sur la troisième sous figure en bas par les points en rouge représentant l'alerte.

## 5.3.3 Discussion

La détection de situations limites proposée dans ce chapitre se base essentiellement sur l'analyse de l'effort de contact entre le pneumatique et la chaussée. L'assistance visée par la détection est de prévenir le conducteur à temps de manière à ce qu'il corrige sa trajectoire et éviter la sortie de voie. En analysant l'effort de contact, il possible de connaître dans quel état se trouve le véhicule concérnant sa dynamique ce qui renseigne sur la saturation des efforts et donc la tenue de route et cela de manière préventive.

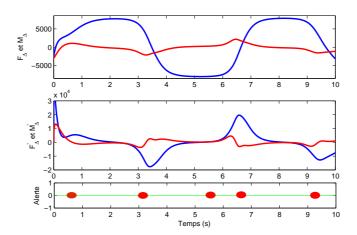


Figure 5.8 – Détection de situations critiques : sous virage et sur virage

L'avantage d'utiliser l'effort comme indicateur par rapport aux autres indicateurs (cités ci-dessus) est qu'il y a moins de calculs pour établlir les fonctions de risque. De plus, le fait d'estimer ces efforts permet de s'affranchir des incertitudes de modélisation, compte tenu du fait que l'effort de contact est très complèxe et nécessite beaucoup de paramètres difficiles à obtenir néanmoins nécessaires à sa représentation.

Afin de disposer de l'effort de contact à des fins de détection de situations limites nous avons estimé ces efforts, avec différentes stratégies d'estimation assurant une bonne précision. Cela est pris en compte à travers la représentation non linéaire de la dynamique latérale du véhicule via le formaliste Takagi-Sugenu. Les observateurs proposés sont basés sur ces représentations. Les efforts de contact sont considérés telles des entrées inconnues à estimer, ce qui a pour avantage de refléter la dynamique du véhicule en tenant compte de beaucoup de paramètres (attributs de la route, conditions de roulement, . . .) de façon implicite.

Les stratégies de détection proposées évaluent avec anticipation la situation critique ce qui permet au conducteur d'avoir un temps de réaction pour éviter le danger imminent.

Les tests de simulations effectués sont satisfaisants. Une validation expérimentale est envisagée comme perspective de cette thèse.

## 5.4 Conclusion

Dans ce chapitre la détection de situations critiques a été abordée. Les indicateurs de risque sont élaborés au moyen d'estimations obtenues par des observateurs assurant une bonne précision (chapitre 4). Basée sur l'analyse de l'effort de contact latéral pneumatique-chaussée, cela permet de s'affranchir du conditionnement connu aux indicateurs utilisés dans la littérature par rapport à la voie de circulation et ses conditions.

Deux stratégies de détection sont proposées dont les résultats des tests de simulations effectuées sont satisfaisants. La détection effectuée, l'information pourrait être utilisée pour déclencher une assistance active, dans le cadre d'une aide à la conduite active.

# Conclusion générale

L'objectif visé par mes travaux de thèse est de proposer des observateurs pour l'estimastion des variables non disponibles à la mesure et des entrées inconnues pour le système véhicule, tout en tenant compte de son comportement fortement non linéaire.

La première étape a été d'établir le modèle représentant la dynamique latérale du véhicule. Pour cela, nous avons proposé de tenir compte des non linéarités induites par les efforts de contact latéraux entre les pneumatiques et la chaussée.

Afin d'exploiter la précision de la représentation non linéaire, une forme plus maniable est proposée en utilisant le formalisme polytopique Takagi-Sugeno (TS) via les transformations par secteurs non linéaires.

Les non linéarités étant principalement dans les expressions des efforts, une transformation de ces derniers est effectuée. Le modèle polytopique TS construit est à variables de décision non mesurables, décrit par une somme pondérée de modèles linéaires, interpolés par des fonctions de pondération, vérifiant la propriété de somme convexe.

Le modèle obtenu assure une représentation exacte du modèle véhicule initial, ce qui est validé par des tests de simulation et validation avec des données réelles issues d'expérimentations réalisées sur un véhicule prototype.

La deuxième étape est consacrée à la synthèse d'observateurs. Basés sur les modèles polytopiques TS établis. Plusieurs observateurs ont été synthétisés pour la reconstruction des états non disponibles à la mesure et l'estimation des entrées inconnues qui affectent le système véhicule à savoir :

- Observateur  $L_2$  par atténuation de perturbations.
- Observateurs à entrées inconnues :
  - Observateur Proportionnel Integral (PI).
  - Observateur Proportionnel Multi-Integral (PMI).
- Observateurs en cascade.

Les observateurs ainsi synthétisés assurent différents types de stabilité, concernant la convergence du système générant l'erreur d'estimation, à savoir :

- La stabilité Entrée-État (ISS)
- La stabilité exponentielle
- La stabilité en temp fini

La détection de situations limites est ensuite élaborée sur la base des estimations obtenues, notamment celles obtenues avec les observateurs assurant une stabilité en temps fini du système dynamique générant l'erreur d'estimation.

À partir de ces estimations, une stratégie de détection de situations critiques est élaborée permettant de prévoir et de détecter l'occurence d'une situation limite avant que celle ci ne se produise. Les résultats de simulation obtenus sont satisfaisant et prometteurs.

Les résultats obtenus (pour la représentation exacte du modèle du véhicule, la qualité des estimations et la détection de situations limites) sont satisfaisants et ont fait l'objet de nombreux travaux (conférences et revues).

En perspective, nous envisageons une suite aux travaux présentés dans cette thèse, dont entre autre :

- 1. Une validation expérimentale des stratégies de détection présentées.
- 2. La réduction du conservatisme éventuellement engendré par l'utilisation des fonctions de Lyapunov quadratiques en utilisant des fonctions de Lyapunov non quadratiques.
- 3. Étude et analyse de la dynamique longitudinale à travers le formalisme TS.
- 4. Couplage des modes latéral et longitudinal pour une détection des situations critiques élaborée.
- 5. Synthèse de contrôleurs basés sur les données de détection : assistance active.

## Annexe A

# Notions générales

## A.1 Inégalités Matricielles Linéaires : LMIs

Une large catégorie de problèmes de la théorie de contrôle peut être formulée par des problèmes d'optimisation convexes (ou quasi-convexes) décrits par des LMIs [29].

Ainsi, le choix d'utiliser les LMIs pour exprimer le problème de synthèse d'un observateur, d'un système de contrôle . . ., offre un avantage de taille notamment pour l'étude de la stabilité, la formulation des contraintes qui agissent sur le système, l'analyse et détermination des ensembles invariants minimal et maximal, aussi bien que pour la synthèse d'observateurs et de contrôleurs sous formes de problèmes d'optimisation convexes.

## A.1.1 Ensembles et fonctions convexes

**Définition** A.1 (Ensemble convexe) Un ensemble A est dit convexe si la condition suivante est vérifiée pour tous ses points :

$$\gamma x + (1 - \gamma) y \in \mathcal{A}, \ \gamma \in [0, 1] \tag{A.1}$$

Ce qui signifie que chaque segment de droite réunissant deux points de l'ensemble A, appartient à cet ensemble, figure A.1. De plus, l'intersection de deux ensembles convexes est aussi un ensemble convexe.

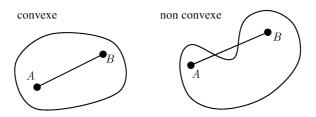


FIGURE A.1 – Ensemble convexe

**Définition** A.2 (Fonction convexe) Une fonction (réelle d'une variable réelle) définie sur un ensemble convexe I est dite convexe si pour tous points x et y définis dans I et pour tout  $\gamma \in [0, 1]$  on a :

$$f(\gamma x + (1 - \gamma)y) \le \gamma f(x) + (1 - \gamma)f(y) \tag{A.2}$$

Cela signifie que quels que soient deux points  $c_1$  et  $c_2$  du graphe de la fonction f, le segment de droite  $[c_1c_2]$  est entièrement situé au-dessus du graphe ou encore la courbe représentative de f est au dessus de toutes ses tangentes.

**Propriété** A.1 Si  $C_1$  et  $C_2$  sont deux ensembles convexes de  $\Re^n$  et  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  deux réels, alors  $\lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2$  est un convexe de  $\Re^n$ .

**Définition** A.3 (Combinaison convexe) Soient  $x_1, x_2, \ldots, x_n$  un nombre fini de points de  $\Re^n$  et  $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$  des réels tel que  $\lambda_i \geq 0, \ \forall i = 1, \ldots, n, \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1,$  on dit que :

$$x := \sum_{i=1}^{n} \lambda_i x_i \tag{A.3}$$

est une combinaison convexe des points  $x_1, x_2, \ldots, x_n$ .

Dans le cas particulier de deux points  $x_1, x_2$ , toute combinaison convexe de  $x_1$  et  $x_2$  peut s'écrire sous la forme :  $x = \lambda x_1 + (1 - \lambda) x_2$  avec  $\lambda \in [0 \ 1]$ , qui intervient dans la définition d'un ensemble convexe, ci-dessus. Á savoir que, un ensemble C de  $\Re^n$  est convexe si et seulement s'il contient toutes les combinaisons convexes des points de C.

**Définition** A.4 (**Polytope**) Un polytope est un ensemble polyédrique fini (qui est une intersection de plusieurs sous espaces fermés). Une des représentations d'un polytope est la suivante :

$$P(sommets) = \left\{ x \in \Re^n : x = \sum_{i=1}^n v_i \gamma_i, \sum_{i=1}^n \gamma_i = 1, \, \gamma_i \ge 0, \, i = 1, \dots, n \right\}$$
(A.4)

où  $v_i \in \Re^n$  sont les points d'intersection des hyperplans délimitant le polyèdre fini. La matrice des sommet  $S = \begin{bmatrix} v_1 & \dots & v_n \end{bmatrix}$  contient sur ses colonnes les vecteurs des angles du polytope.

Cette notion de polytope est souvent implicite dans le formalisme TS exploité dans cette thèse, qui est liée à la relation convexe liant les sous modèles d'une représentation TS.

**Définition** A.5 (**Problème d'optimisation convexe**) Soit le problème d'optimisation suivant :

minimiser 
$$h(x)$$
 (A.5)

sous contraintes: 
$$\begin{cases} f^{i}(x) \leq 0 \ i = 1, \dots, m \\ g^{j}(x) \leq 0 \ j = 1, \dots, q \end{cases}$$
 (A.6)

L'objectif est de chercher l'argument x ( $x \in \Re^n$  est la variable d'optimisation) qui minimise h(x) et qui satisfait les contraintes (A.6).

Si toutes les fonctions h, f et g sont convexes (pour  $i=1,\ldots,m$  et  $j=1,\ldots,q$ ), le problème d'optimisation (A.5)-(A.6) est alors un problème d'optimisation convexe. L'ensemble des contraintes défini par :

$$\left\{ x \in \Re^n : f^i(x) \le 0 \ i = 1, \dots, m \ \middle| g^j(x) \le 0 \ j = 1, \dots, q \right\}$$
 (A.7)

est convexe. Nous minimisons alors une fonction convexe sur un ensemble convexe. Résoudre un problème d'optimisation convexe suppose que l'intersection de toutes les contraintes exprimées en (A.6) soit non vide. Un problème de faisabilité est défini par la recherche d'un point satisfaisant ces contraintes [29].

Une des propriétés connues aux problèmes d'optimisation convexes est qu'ils ne possèdent pas de minimum local pouvant entraver la recherche du minimum global sur l'ensemble des contraintes. Chaque optimum local d'un problème d'optimisation convexe est aussi global.

## A.1.2 LMI: Linear Matrix Inequalities

Une LMI a la forme suivante [29] :

$$F(x) = F_0 + \sum_{i=1}^{m} F_i x_i > 0$$
(A.8)

Où  $x_i \in \Re^m$  est la variable et les matrices symétriques  $F_i = F_i^T \in \Re^{n \times n}$ , i = 0, ..., m, sont données. L'inégalité (A.8) est positive définie. C'est une LMI stricte. Une LMI non stricte est définie par :

$$F\left(x\right) \ge 0\tag{A.9}$$

Une contrainte LMI est convexe en x, c'est à dire l'ensemble

$$\{x \in \Re^n : F(x) > 0\} \tag{A.10}$$

est un ensemble convexe.

Un ensemble de LMIs peut s'écrire en une seule LMI, formée par une matrice contenant les LMIs sur la diagonale et des éléments nuls ailleurs :

$$\begin{pmatrix} F^{1}(x) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & F^{2}(x) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & F^{d}(x) \end{pmatrix} > 0$$
(A.11)

De cette manière, les variables de décision des contraintes LMIs peuvent ainsi être formulées sous forme matricielle.

Les problèmes formulés sous forme de LMIs ont une faible complexité de calculs et des algorithmes performants sont élaborés pour les résoudre. Toutefois, les problèmes de contrôle ne peuvent pas toujours être décrits par des LMIs. Une façon plus générale est alors utilisée pour les représenter sous forme de BMIs (Inégalités Matricielles Bi-linéaires).

Ce type d'inégalités est plus difficile à résoudre, car l'ensemble de solution n'est plus convexe. Des procédures existent pour transformer des BMIs en LMIs. Le cas couramment rencontré est celui avec une variable (de décision) qui est multipliée par une autre. Ce cas a souvent étét rencontré dans mes travaux de thèse. Cependant, puisque la première variable inconnue est un scalaire, par exemple  $\alpha$ , un  $\alpha_{optimal}$  peut être trouvé en exécutant une boucle récursive. Par ailleurs, des outils dédiés à la résolution des BMI ont été développés.

Un changement de variables est également opéré pour transformer une BMI en une LMI. Pour cela, considérons l'exemple suivant.

Soit un système décrit par sa représentation d'état suivante :

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{A.12}$$

Considérons le problème de recherche d'une loi de commande par retour d'état linéaire u = Kx, tel que le système bouclé soit  $\dot{x} = (A + BK)x$ . En utilisant une fonction de Lyapunov  $V(x) = x^T P x$ , et après developpement, une LMI peut être trouvée en posant le changement de variable  $W = P^{-1}x$  qui mène à :

$$\begin{cases}
P^{-1} > 0 \\
AP^{-1} + P^{-1}A^T + P^{-1}K^TB^T + BKP^{-1} < 0
\end{cases}$$
(A.13)

où P et K sont les variables de décision matricielles. Ces inégalités matricielles ne sont pas linéaires, du fait de la présence du produit KP. Elle peut cependant être transformée en une LMI avec le changement de variable suivant :  $Q = P^{-1}$  et  $Y = KP^{-1}$ , avec les dimensions appropriées. Le problème de recherche d'une loi de commande par retour d'état est alors exprimé à l'aide d'une condition LMI :

$$\begin{cases} Q > 0 \\ AQ + QA^T + Y^T B^T + BY < 0 \end{cases}$$
 (A.14)

Une fois Q et Y déterminés, il est aisé de calculer K.

La linéarisation des BMIs n'étant pas toujours possible, des méthodes spécifiques y sont développées. Dans [29], les auteurs présentent une panoplie d'outils dédiés à la transformation et réduction des inégalités matricielles non-linéaires en inégalités matricielles linéaires. Nous citons à titre d'exemple quelques lemmes dont le complement de Schur, que nous avons utilisé tout au long de cette thèse.

Lemme A.1 (Complement de Schur) [29] Le complement de Schur permet de transformer une inégalité matricielle (convexe) non linéaire en une inégalité matricielle linéaire. La contrainte LMI:

$$\begin{pmatrix} Q(x) & S(x) \\ S^{T}(x) & R(x) \end{pmatrix} \ge 0 \tag{A.15}$$

où  $Q(x) = Q^{T}(x)$ ,  $R(x) = R^{T}(x)$  et S(x) est affine en x, est équivalente à :

$$R(x) > 0$$

$$Q(x) - S(x)R^{-1}(x)S^{T}(x) > 0$$
(A.16)

Le cas le plus souvent rencontré est celui où les variables sont des matrices, telle que l'inégalité de Lyapunov :

$$A^T P + PA < 0 \tag{A.17}$$

**Lemme** A.2 [247] Soient X, Y et  $F = F^T$  des matrices de dimensions appropriées. L'inégalité suivante est vérifiée :

$$X^{T}Y + Y^{T}X \le X^{T}FX + Y^{T}F^{-1}Y \tag{A.18}$$

**Lemme** A.3 [247] considérons une matrice  $\Pi < 0$ , une matrice X et un scalaire  $\mu$ . L'inégalité suivante est vérifiée :

$$(X + \mu \Pi^{-1})^T \Pi (X + \mu \Pi^{-1}) \le 0 \Leftrightarrow X^T \Pi X \le \mu (X^T + X) - \mu^2 \Pi^{-1}$$
 (A.19)

D'autres outils sont disponibles pour la manipulation des LMIs et la résolution de différents problèmes tels que le problème de LMIs standard, le problème de valeur propre ou de valeur propre généralisée, le problème convexe, . . . [154].

La formulation sous forme de LMIs offre beaucoup d'avantages dont la convexité des contraintes et leur concaténation ainsi que la disponibilité d'algorithmes de résolution efficaces tels que ceux basés sur la méthode du point interieur, méthode de l'ellipsoide, méthodes des centres ou encore la méthode projective, ... [154].

Plusieurs solvers ont été developpés sur la base de ces méthodes, dans l'objectif est de faciliter la résolution des LMIs (problèmes d'optimisation convexe). On peut mentionner, à titre d'exemple, le toolbox Sedumi, LMI-toolbox de Matlab mathworks et CVX, tous à utiliser sous Matlab.

Dans cette thèse, toutes les LMIs aux quelles ont abouti les problèmes de synthèse d'observateurs proposés ont été résolues avec le solver Sedumi-Yalmip sous Matlab.

## A.2 Systèmes linéaires à paramètres variants : LPV

Un système linéaire à paramètres variants (LPV) se présente sous la forme d'un système linéaire LTI où les matrices le composant A, B, C et D dépendent de paramètres variants de façon affine ou linéaire :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\xi(t)) x(t) + B(\xi(t)) u(t) \\ y(t) = C(\xi(t)) x(t) + D(\xi(t)) u(t) \end{cases}$$
(A.20)

où  $x\left(t\right)\in\Re^{n}$  est l'état et u(t) l'entrée et les matrices  $A\left(\xi\left(t\right)\right),\,B\left(\xi\left(t\right)\right),\,C\left(\xi\left(t\right)\right),\,D\left(\xi\left(t\right)\right)$  sont de dimensions appropriées. Le vecteur des paramètres  $\xi\left(\cdot\right)=\begin{pmatrix}\xi_{1}\left(\cdot\right)\\ \vdots\\ \xi_{N}\left(\cdot\right)\end{pmatrix}$  prend ses valeurs dans un espace convexe où chaque paramètre variant est borné  $\xi_{i}\in\left[\underline{\xi_{1}}\ \overline{\xi_{1}}\right]$ .

Plusieurs classes de systèmes LPV peuvent être considérées :

- $-\xi(\cdot)=\xi$ : Constante. Le système est dans ce cas LTI.
- $-\xi\left(\cdot\right)=\xi\left(t
  ight)$ : Le paramètre variant dépend du temps. Le système est dit Linéaire à Temps Variants LTV
- $-\xi(\cdot) = \xi(x(t))$ : Le paramètre variant dépend de l'état du système x. Dans ce cas la, le système est appelé quasi-Linéaire à Paramètres Variants q-LPV.

Un système LPV peut se réecrire sous forme d'une combinaison convexe de systèmes LTI définis aux sommets d'un polytope englobant la variation des paramètres.

Chaque paramètre variant étant borné  $\xi_i \in \left[\underline{\xi_1} \ \overline{\xi_1}\right]$  il est possible de définir la variation maximale (et minimale) contenue dans un polytope défini grâce aux bornes des paramètres variants.

Dans cette thèse, nous avons considéré des systèmes non linéaires que nous avons représenté sous forme polytopiques en utilisant le formalisme Takagi-Sugeno ainsi que des systèmes LPV.

## A.3 Différenciateurs

Le problème de la dérivation en ligne est un problème commun connu dans différents domaines et en particulier l'automatique.

L'estimation de la dérivée d'un signal mesuré ainsi que ses dérivées successives constitue un sujet de recherches largement investi ces dernieres années. La nécessité de reconstruire des dérivées d'un signal non disponibles à la mesure peut être due à de nombreuses raisons notamment l'absence d'une instrumentation appropriée, à des contraintes imposées, mesures issues de capteurs bruitées, . . .

La différentiation numérique est une solution pour certains problèmes, notamment dans le contexte de la commande des procédés et le diagnostic tel que l'automobile, l'aéronautique, robotique ... qui se révèle êrte une altérnative interessante qui présente également l'avantage de réduire les couts en matière de capteurs. Pour cela, de nombreux algorithmes de dérivation numérique ont été developpés dans la littérature.

Parmis les algorithmes de différentiation proposés, les différentiateurs basés sur les modes glissants présentent des résultats satisfaisants assurant la convergence de l'estimée en temps fini (vers la valeure réelle). Néanmoins, le compromis précision-robustesse (par rapport aux bruits de mesures) apparait dés que l'on augmente les gains pour améliorer la précision.

#### Différentiateur d'ordre 1 (Algorithme du super Twisting) [142]

Pour utiliser le Super Twisting à des fins de différentiation comme proposé par A. Levant dans [142], il faut choisir une surface de glissement appropriée et considérer des hypothèses :

- Soit le signal f(t) une fonction bornée de  $\Re^+ \to \Re$ . f(t) est considérée comme étant la somme de deux termes  $f(t) = f_0(t) + \eta(t)$ .
  - Où  $f_0$  est le signal dont la dérivée seconde est bornée par une constante de Lipschitz connue c > 0.  $\eta$  est un bruit dont on ne connait que la borne superieure  $|\eta(t)| < \varepsilon << 1$ .
- Soit l'équation (auxiliaire) suivante :  $\dot{z}=v_0$ 
  - Considérons l'erreur entre l'état  $z_0$  et le signal d'entrée du différentiateur f(t) comme la surface de glissement  $S = z_0 f(t)$

Le schemas de différentiation est simple à implementer car il ne dépend que de deux équations et ne requiert l'information que pour S.  $v_0$  étant discontinue, un mode glissant d'ordre un est généré  $\dot{S}=S=0$ :

$$\begin{cases} v_0 = z_1 - \lambda_0 |S|^{\frac{1}{2}} sign(S) \\ \dot{z}_1 = -\lambda_1 sign(S) \end{cases}$$
(A.21)

 $z_0$  et  $z_1$  sont les différents états de l'algorithme et  $v_0$  est sa sortie.  $\lambda_0$  et  $\lambda_1$  sont des gains positifs assurant la convergence en temps fini, sous certaines conditions [142]:

$$\begin{cases} \lambda_1 > c \\ \lambda_0^2 \ge 4c \frac{\lambda_1 + c}{\lambda_1 - c} \end{cases} \tag{A.22}$$

Après un temps de convergence fini, nous avons :  $\begin{cases} S = z_0 - f\left(t\right) = 0 = z_1 - \lambda_0 \left|S\right|^{\frac{1}{2}} sign\left(S\right) \\ \dot{S} = v_0 - \dot{f}\left(t\right) = z_1 - \lambda_0 \left|S\right|^{\frac{1}{2}} sign\left(S\right) - \dot{f}\left(t\right) = 0 \end{cases}$ 

Pour la preuve de convergence de l'algorithme du super twisting, une preuve détaillée est établie dans [213].

**Exemple** Considérons un signal décrit par  $f(t) = \sin(t) + \cos(t)$ . Afin de déterminer la dérivée de ce signal nous utilisons le différentiateur décrit ci-dessus, avec  $\lambda_0 = 10$  et  $\lambda_1 = 30$ . Le résultat est donné en figure A.2.

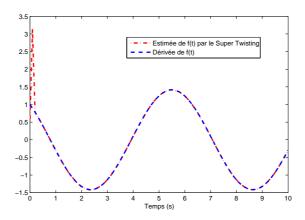


FIGURE A.2 – Dérivée de f(t) et son estimée par le Super Twisting

Un nombre arbitraire de n schemas de différentiateurs peuvent être construits comme suit :

$$\begin{cases} \dot{z}_{0} = v_{0} \\ v_{0} = -\lambda_{0} |z_{0} - f|^{\frac{n}{n+1}} \operatorname{sign}(z_{0} - f) + z_{1} \\ \dot{z}_{1} = v_{1} \\ \vdots \\ \dot{z}_{n-1} = v_{n-1} \\ v_{n-1} = -\lambda_{n-1} |z_{n-1} - v_{n-2}|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sign}(z_{n-1} - v_{n-2}) + z_{n} \\ \dot{z}_{n} = -\lambda_{n} \operatorname{sign}(z_{n} - v_{n-1}) = -\lambda_{n} \operatorname{sign}(z_{n-1} - v_{n-2}) \end{cases}$$
(A.23)

à t=0 nous avons  $z_0(0)=f(0)$  et  $z_i(0)=v_{i-1}(0)=0, i=1,\ldots,n$  et les gains  $\lambda_i$  peuvent être exprimés en fonction de la constante de Lipschitz  $c:\lambda_i=\lambda_{i0}c\frac{1}{n-i+1}, i=0,\ldots,n-1$  et  $\lambda_{i0}$  sont des gains positifs.

Dans cette thèse, nous avons utilisé les différentiateurs à modes glissants essentiellement pour l'obtention des dérivées de certains signaux (variables) qui ne sont pas disponibles à la mesure et qui sont nécessaires à l'élaboration des stratégies d'estimations proposées au chapitre 4.

## A.4 Éléments des principes de la dynamique

Afin d'utiliser le principe de la dynamique (ennoncé par I. Newton) quelques définitions sont nécessaires. Les formulations utilisées dans cette section, en rapport avec la dynamique du véhicule, sont essentiellement issues des réferences [155], [65].

**Définition** A.7 (Centre de gravité) La position du centre de gravité s'obtient par une intégrale sur l'ensemble du volume du corps considéré :

$$(O_c CG)^c = \frac{1}{m} \int_V (O_c M)^c \rho_s dV$$
(A.24)

En dérivant (A.24), on obtient :

$$\left(O_c \overset{\cdot}{CG}\right)^c = \frac{1}{m} \int_V \left(O_c \overset{\cdot}{M}\right)^c \rho_s dV = m \left(\left(O_c \overset{\circ}{CG}\right)^c + \Omega \left(O_c CG\right)^c\right) \tag{A.25}$$

Ce calcul intervient dans le calcul du moment dynamique. Le tenseur d'inertie d'un corps (non ponctuel) intervient dans le calcul du moment cinétique. Ce moment cinétique mène après sa dérivation au moment dynamique.

**Définition** A.8 (**Tenseur d'inertie**) Pour un corps rigide, un tenseur d'inertie est défini par le produit de sa matrice d'inertie et le vecteur de ses vitesse de rotation. En considérant un élément de volume dV et de centre de gravité CG, le tenseur d'inertie est déterminé par l'intégrale suivante :

$$I_0\Omega = \int_V \rho_s \left[ (O_c CG)^c \times \Omega \times (O_c CG)^c \right] dV$$
(A.26)

**Définition** A.9 (Moment cinétique) Le moment cinétique d'un point matériel M est le moment de la quantité de mouvement par rapport à un point  $O_c$ , il est défini par :

$$\sigma_O = \int_V \left( \left( O_c M \right)^c \times v \right) \rho S dV = m \left( O_c C G \right)^c \times \left( O_a O_c \right)^c + I_O \times \Omega$$
(A.27)

**Définition** A.10 (Moment dynamique) Le moment dynamique du véhicule par rapport à l'origine du repère lié à la caisse est décrit par :

$$H_O = \int_V ((O_c M)^c \times \dot{v}) \rho S dV \tag{A.28}$$

# Bibliographie

- [1] A. A. Ahmadi and P. A. Parillo. On higher order derivatives of lyapunov functions. In *ECC Europe&n Control Conference*, 2011.
- [2] N. Ait Oufroukh, A. Benine Neto, Z. Yacine, S. Mammar, and S. Glaser. Invariant set based vehicle handling improvement at tire saturation using fuzzy output feedback. In *IEEE Intelligent vehicles* Symposium (IV), P. 1104-1109, 2011.
- [3] A. Akhenak. Conception d'observateurs non linéaires par approche multi-modèle : application au diagnostic. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, Nancy, France, 2004.
- [4] A. Akhenak, M. Chadli, J. Ragot, and D. Maquin. Design of sliding mode unknown input observer for uncertain Takagi-Sugeno model. In 15th Mediterranean Conference on Control and Automation, MED'07, Athens, Greece, 2007.
- [5] V. Andrieu, L. Praly, and A. Astolfi. Homogeneous approximation, recursive observer design, and output feedback. SIAM Journal on Control and Optimization, 47(4): 814-1850, 2008.
- [6] S. Anmol. Development of an Autonomous Test Driver and Strategies for Vehicle Dynamics Testing and Lateral Motion Control. PhD thesis, Ohio, 2010.
- [7] D. Arcak, M. Angeli and E. Sontag. A unifying integral iss framework for stability of nonlinear cascades. SIAM journal on Control and Optimization, vol. 40, P. 888-1904, 2002.
- [8] Murat Arcak and Petar Kokotovic. Nonlinear observers: a circle criterion design and robustness analysis. *Automatica*, 37(12):1923–1930, December 2001.
- [9] K. T. J. Back and J. H. Seo. Dynamic observer error linearization. In CDC, 2005.
- [10] G. Baffet, A. Charara, and J. Stephant. Lateral vehicle-dynamic observers: simulations and experiments. *International Journal of Vehicle Autonomous Systems*, 5(3):184–203, 2007.
- [11] E. Bakker, H.B. Pacejka, and L. Lidner. A new tire model with an application in vehicle dynamics studies. *SAE Transactions*, 98(6), 1989.
- [12] G. I. Bara. Estimation d'état des systèmes à paramètres variants. PhD thesis, Institut national polytechnique de Lorraine, 2001.
- [13] G. I. Bara, J. Daafouz, F. Kratz, and J. Ragot. Parameter dependent state observer design for affine LPV systems. *International Journal of Control*, 74(16):1601–1611, November 2001.
- [14] I. Becker and B. Michel. Ivhw system concept and issues relevant for standardization. Technical report, Deufrako project consortium (ISIS, Renault, DaimlerChrysler, PSA Peugeot Citroën, Cofiroute, Estar, Bosch, INRETS, BAST, 2004.

- [15] M. Berger and B. Gostiaux. Géométrie différentielle variétés, courbes et surfaces. Presses Universitaires De France, 2013.
- [16] P. Bergsten and R. Palm. Thau-Luenberger observers for TS fuzzy systems. In 9th IEEE International Conference on Fuzzy Systems, FUZZ IEEE, San Antonio, TX, USA, 2000.
- [17] P. Bergsten, R. Palm, and D. Driankov. Fuzzy observers. In *IEEE International Fuzzy Systems Conference*, Melbourne, Australia, 2001.
- [18] P. Bergsten, R. Palm, and D. Driankov. Observers for Takagi-Sugeno fuzzy systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Part B : Cybernetics*, 32(1):114–121, 2002.
- [19] G. Besançon. Nonlinear observers and applications. Springer, 2007.
- [20] S. P. Bhat and D. S. Bernstein. Finite-time stability of continuous autonomous systems. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2000.
- [21] S P. Bhat and D.S. Bernstein. Geometric homogeneity with applications to finite-time stability.

  Mathematics of Control, Signals and Systems, 2005.
- [22] S.P. Bhattacharyya. Observer design for linear systems with unknown inputs. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 23:483–484, 1978.
- [23] J. Birk and M. Zeit. Extended luenberger observer for nonlinear multivariable systems. *International Journal of Control*, Vol. 47, N. 6, P. 1823-1835, 1988.
- [24] A. Birouche. Contribution sur la synthèse d'observateurs pour les systèmes dynamiques hybrides. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2006.
- [25] F. Bonard, G. Celle couenne and G. Gilles. Systèmes non linéaires. Masson, 1993.
- [26] G. Bonard and H. Hammouri. A high gain observer for a class of uniformly observable systems. In In 30th Conference on Decision and Control (CDC), Brighton, Great Britain., 1991.
- [27] B. Boulkroune. Estimation de l'état des systèmes non linéaires à temps discret. Application à une station d'épuration. PhD thesis, Université Henri Poincaré, Nancy1, 2008.
- [28] D. Boutat and K. Busawon. Extended nonlinear observable canonical form for multi output dynamical systems. In CDC, 2009.
- [29] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan. Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory. SIAM ed., 1994.
- [30] F. Brauer and J.A. Nohel. Qualitative theory of ordinary differential equations. Dover Publications, 1969.
- [31] M. E. Broucke and P. Varaiya. The automated highway system: A transportation technology for the 21st century. *Control Engineering Practice*, vol. 5, n 11, pp. 1583-90, 1997.
- [32] PATH. California. Annual report. Technical report, Berkeley University, www.path.berkeley.edu, 2008.
- [33] M. Chadli. Analyse des systèmes non linéaires décrits par des multi-modèles. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2002.
- [34] M. Chadli, D. Maquin, and J. Ragot. Non quadratic stability analysis of Takagi-Sugeno systems. In IEEE Conference on Decision and Control, CDC'2002, Las Vegas, Nevada, USA, 2002.

- [35] A. Chaillet. Contributions à l'analyse de la stabilité et de la robustesse des systèmes non linéaires interconnectés et applications. PhD thesis, HDR, Université Paris Sud Supélec, 2012.
- [36] A. Chaillet and D. Angeli. Integral input to state stable systems in cascade. System and control Letters, vol. 7, issue 57, P.519-527, 2008.
- [37] A. Chaillet and E. Panteley. Stability of sets for nonlinear systems in cascade. In *In International Symposium on Math. Theory on Networks and Systems, Kyoto, Japan*, 2006.
- [38] D. Chaillet, A. Angeli and H. Ito. Strong iiss: combination of iiss and iss with respect to small inputs. In *Proc. IEEE Conf. on Decision and Control, Hawaii, USA.*, 2012.
- [39] J. Chen and R. J. Patton. Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems. Boston, Dordrecht, London., 1999.
- [40] J. Chen and H. Zhang. Robust detection of faulty actuators via unknown input observers. *International Journal of Systems Science*, 22(10):1829–1839, 1991.
- [41] W. Chen and M. Saif. Design of a TS based fuzzy nonlinear unknown input observer with fault diagnosis applications. In *American Control Conference*, New York City, USA, July 9-13 2007.
- [42] S. Cheon. An overview of automated highway systems also and the social and institutional challenges they face. Technical report, http://library.its.berkeley.edu, 2002.
- [43] X. Claeys. Inclusion des conditions de route dans le modèle de pneus. Technical report, Renault, Internal report. 64260-01-0104. France, 2001.
- [44] X. Claeys. Commande latérale des véhicules aautomobile avec prise en compte de la dynamique des actionneurs application à la conduite en peloton des poids lourds. PhD thesis, INPG, 2002.
- [45] C. Clover and J. Bernard. Longitudinal tire dynamics. Vehicle system dynamics, 1998.
- [46] ITS World Congress. 17ème congrès mondial sur les transports intelligents. Technical report, Busan, 2010.
- [47] M. Corless and J. Tu. State and input estimation for a class of uncertain systems. *Automatica*, 34(6):757–764, June 1998.
- [48] M. Dafouz, J. Fliess and G. Millerioux. Une approche intrinsèque des observateurs linéaires à entrées inconnues. In CIFA, 2006.
- [49] H. Dahmani, M. Chadli, A. Rabhi, and A. EL-Hajjaji. Design of unknown input fuzzy observer for vehicle dynamics estimation with road geometry consideration. In *In Proceeding of EUSFLAT-LFA*, 2011.
- [50] H. Dahmani, M. Chadli, A. Rabhi, and A. EL-Hajjaji. Design of unknown inputs robust fuzzy observer for lane departure detection. *International Journal of Vehicle Design*, 56(1-2):186–202, 2011.
- [51] H. Dahmani, M. Chadli, A. Rabhi, and A. El Hajjaji. Driver attention warning system based on a fuzzy representation of the vehicle model. In 18th IFAC World Congress Milano (Italy) August 28 - September 2, 2011.
- [52] W. Daily, R. Travis and D. Bevly. Cascaded observers to improve lateral vehicle state and tyre parameter estimates. *Int. J. Vehicle Autonomous System*, 2008.
- [53] M. Darouach, M. Zasadzinski, and S.J. Xu. Full-order observers for linear systems with unknown inputs. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39(3):606–609, March 1994.

- [54] D.M. Dawson, Z. Qu, and J.C. Carroll. On the state observation and output feedback problems for nonlinear uncertain dynamic systems. Systems and Control Letters, 18:217–222, 1992.
- [55] D. Delorme and B Song. Human driver model for smartahs. Technical report, California PATH Research Report UCB-ITS-PRR-2001-12, 2001.
- [56] A. Doumiati, M. Cictorino and G. Baffet. An estimation process for vehicle wheel ground contact normal forces. In *Proceedings of the 17th World Congress The International Federation of Automatic Control*, 2008.
- [57] A. Doumiati, M. Cictorino and D. Lechner. Estimation of vehicle lateral tire road forces: A comparison between extended and unscented kalman filtering. In *In proceeding of European Control* Conference ECC, 2009.
- [58] A. Doumiati, M. Cictorino and D. Lechner. Unscented kalman filter for real-time vehicle lateral tire forces and sideslip angle estimation. In *In IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, 2009.
- [59] A. Doumiati, M. Victorino and D. Lechner. Lateral load transfer and normal forces estimation for vehicle safety: experimental test. *Vehicle System Dynamics*, 47(12): 1511-1533, 2009.
- [60] S. Drakunov and V. Utkin. Sliding mode observers. In In Proceedings of the 34th IEEE Conference on Decision and Control CDC, 1995.
- [61] G. Dubois. Modèle de contact dynamique pneumatique/chaussée par approche multi-aspérités : application au bruit de roulement. PhD thesis, Ecole centrale de Nantes, 2012.
- [62] H. Dugoff, P. Fancher, and L. Segek. Tire performance characteristics affecting vehicle response to steering and braking control inputs. Technical report, Highway Safety Research Institute of Science and Technology, The University of Michigan, Michigan, technical report, CST-460, 1969.
- [63] M. ElHajjaji, A. Chadli and O. Pages. Observer based robust control for vehicle lateral dynamics. In ACC American Control Conference, 2006.
- [64] I. Ellouze. Etude de la stabilité et de la stabilisation des systèmsystèmes à retard et des systèmeemes impulsifs. PhD thesis, Université Paul Verlaine de Metz et université de Sfax, 2010.
- [65] N. Minoiu Enache. Assistance préventive à la sortie de voie. PhD thesis, Universite d'Evry-Vald'Essonne, 2008.
- [66] N. Minoiu. Enache, S. Mammar, B. Lusetti, and Y. Sebsadji. Active steering assistance for lane keeping and lane departure prevention. , ASME Journal of Dynamic Systems Measurement and Control, 133, 2011.
- [67] N.M. Enache, S. Mammar, M. Netto, and B. Lusetti. Driver steering assistance for lane-departure avoidance based on hybrid automata and composite Lyapunov function. *Intelligent Transportation* Systems, IEEE Transactions on, 11(1):28-39, march 2010.
- [68] R. Engel and G. Kreisselmeir. A continuous-time observer which converges in finite-time. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 47(7), P. 1202-1204, 2002.
- [69] EUREKA. pan-european network for market-oriented. industrial r and d. eureka project e!45 prometheus. Technical report, http://www.eureka.be/inaction/AcSearchProject.do, 1997.
- [70] J. Farrell and M. Barth. Integration of gps and magnetic markers for advanced vehicle control. Technical report, California PATH Research, UCB-ITS-PRR, 2001.

- [71] M. Fliess and I. Kupka. A finifinite criterion for nonlinear input output differential systems. SIAM Journal of Control and optimization, vol. 21, 1983.
- [72] T. Floquet, Ch. Edwards, and S.K. Spurgeon. On sliding mode observers for systems with unknown inputs. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 21(8-9):638–656, 2007.
- [73] T. Fraichard. Cybercar: l'alternative à la voiture particulière. Technical report, Navigation Paris, 53-74, 2005.
- [74] P. M. Frank and R. Seliger. Fault detection and isolation in automatic processes. Control and Dynamic systems, C. Leondes (Ed.), 49:241–287, 1991. New York academic press.
- [75] N.W. Rees G. Feng, S. Cao and C.K. Chak. Design of fuzzy control systems with guaranteed stability. *Fuzzy Sets and Systems*, 1997.
- [76] Z. Gao and S. X. Ding. Actuator fault robust estimation and fault-tolerant control for a class of nonlinear descriptor systems. Automatica, 43(5):912–920, 2007.
- [77] G. Gasso. *Identification de systèmes dynamiques non linéaires : approche multi-modèle*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine (INPL), Nancy, France, 2000.
- [78] J. P. Gauthier and G. Bonard. Observation for any u(t) of a classe of nonlinear systems. *IEEE transaction on Automatic control*, 1994.
- [79] J-P Gauthier and I. Kupka. Deterministic Observation Theory and Applications. 2001.
- [80] R Ghandour, V. Victorino, M. Doumiati, and A. Charara. Tire/road friction coefficient estimation applied to road safety. In 18th Mediterranean Conference on Control and Automation, 2010.
- [81] R. Ghandour, A. Visctorino, A. Charara, and D. Lechener. Risk indicators eevaluation based on anticipated vehicle dynamics parameters. *IEEE Intelligent Systems*, vol.27, no. 2, P. 68-73, 2012.
- [82] G. P. Gil. Application de techniques de commande avancées dans le domaine automobile. PhD thesis, Université de Haute Alsace, 2011.
- [83] G. Gim and P. Nikravesh. An analytical model of pneumatic tires for vehicl dynamic simulations. part 1 pure slip. *International International journal of vehicl design*, Vol. 11, P.589-618, 1990.
- [84] G. Gissinger and N. Le Fort Piat. Contrôle commande de la voiture. Hermes, 2002.
- [85] S. Glaser. Modélisation et analyse d'un véhicule en trajectoire limites Application au développement de systèmes d'aide à la conduite. PhD thesis, Université d'Evry Val d'Essonne, 2004.
- [86] S. Glaser and V. Aguilera. Vehicle infrastructure driver speed profile: towards the next generation of curve warning system. In ITS Madrid, 2003.
- [87] A. Glumineau, C.H. Moog, and F. Plestan. New algebro-geometric conditions for the linearization by input-output injection. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41(4):598–603, 1996.
- [88] M. Green and D. N. J. Limebeer. Robust linear control. Prentice Hall, 1995.
- [89] L. Grip, H. Imsland and T. Johansen. Vehicle sideslip estimation magazine. *IEEE Control Systems Magazine*. vol. 29, no. 5, pp. 36-52, 2009.
- [90] T. Grip, H. Johansen and A. Suissa. Nonlinear vehicle velocity observer with road tire friction adaptation. In *CDC Conference on Decision and Control*, 2006.
- [91] T. Grip, H. Johansen and A. Suissa. Estimation of road inclination and bank angle in automotive vehicles. In *In IEEE American Control Conference ACC*, pp. 426-432, 2009.

- [92] T-M. Guerra, A. Kruszewski, L. Vermeiren, and H. Tirmant. Conditions of output stabilization for nonlinear models in the takagi-sugeno's form. Fuzzy Sets and Systems, 157(9):1248–1259, May 2006.
- [93] R. Guidorzi and G. Marro. On Wonham stabilizability condition in the synthesis of observers for unknown-input systems. IEEE Transactions on Automatic Control, 16:499–500, 1971.
- [94] M. Guilbot. Aspects juridiques des aides au respect de la règle. Technical report, Séminaire de suivi et de valorisation, PREDIT, AJAR, 2011.
- [95] W. M. Haddad and S. G. Nersesov. Finite time stability for time varying nonlinear dynamical systems. In *Proceeding of ACC conference*, Seattle, USA, 2008.
- [96] A. El Hadri. Modélisation de Véhicules, observation d'état et estimation des forces pneumatiques : Application au contrôle longitudinal. PhD thesis, Université Versailles Saint Quentin en Yvelines, 2001.
- [97] V. Haimo. Finite time controllers. SIAM Journal on Control and Optimization, 1986.
- [98] S. Hallé. Automated highway systems: Platoons of vehicles viewed as a multiagent system. Master's thesis, University of Laval Quebec, 2005.
- [99] J. K. Hedrick and A. Girard. stability of nonlinear systems. *Control of nonlinear dynamic systems : theory and applications*, 2005.
- [100] H. Herman and A. J. Krener. Nonlinear controllability and observability. IEEE Transactions on Automatic Control, 1977.
- [101] Y. Hong. Finite-time stabilization and stabilizability of a class of controllable systems. Systems & Control Letters, 2002.
- [102] G. Hostetter and J. Meditch. Observing systems with unmeasurable inputs. *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. 18, P. 307-318, 1973.
- [103] M. Hou and P.C. Muller. Detection and isolation observers. *International Journal of Control*, 60:827–846, 1994.
- [104] M. Hou and R. J. Patton. Input observability and input reconstruction. *Automatica*, 34(6):789–794, 1998.
- [105] D. Ichalal. Estimation et diagnostic de systèmes non linéaires décrits par un modèle de Takagi-Sugeno. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2009.
- [106] D. Ichalal, B. Marx, J. Ragot, and D. Maquin. Multi-observateurs à entrées inconnues pour un système de takagi-sugeno à variables de décision non mesurables. In 5ème Conférence Internationale Francophone d'Automatique, CIFA. Bucarest, Roumanie., du 3 au 5 septembre 2008.
- [107] D. Ichalal, B. Marx, J. Ragot, and D. Maquin. Fault diagnosis in takagi-sugeno nonlinear systems. In 7th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, SAFEPROCESS'2009, Barcelona, Spain, June 30th July 3rd 2009.
- [108] D. Ichalal, B. Marx, J. Ragot, and D. Maquin. Simultaneous state and unknown inputs estimation with PI and PMI observers for Takagi-Sugeno model with unmeasurable premise variables. In 17th Mediterranean Conference on Control and Automation, MED'09, Thessaloniki, Greece, June 24-26 2009.

- [109] D. Ichalal, B. Marx, J. Ragot, and D. Maquin. Simultaneous state and unknown inputs estimation with PI and PMI observers for Takagi-Sugeno model with unmeasurable premise variables. In 17th Mediterranean Conference on Control and Automation, MED'09, Thessaloniki, Greece, June 24-26 2009.
- [110] D. Ichalal, B. Marx, J. Ragot, and D. Maquin. State estimation of Takagi-Sugeno systems with unmeasurable premise variables. *IET Control Theory & Applications*, 4(5):897–908, 2010.
- [111] D. Ichalal, B. Marx, J. Ragot, and D. Maquin. Advances in observer design for takagi-sugeno systems with unmeasurable premise variables. In *Control Automation (MED)*, 2012 20th Mediterranean Conference on, pages 848 –853, july 2012.
- [112] R. Babuska J. Abonyi and F. Szeifert. Modified gath geva fuzzy clustering for identification of takagi sugeno fuzzy models. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 2002.
- [113] G.P. Jiang, S.P Wang, and W.Z. Song. Design of observer with integrators for linear systems with unknown input disturbances. *Electronics Letters*, 36(13):1168–1169, 2000.
- [114] M. Johansson. Piecewise linear control systems. PhD thesis, Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, Sweden, 1999.
- [115] C.D. Johnson. On observers for systems with unknown and inaccessible inputs. *International Journal of Control*, 21(5), 1975.
- [116] J. Jouffroy. Stabilité et systèmes non linéaires : Réflexions sur l'analyse de contraction. PhD thesis, Université de Savoie, 2002.
- [117] T. Kaczorek. Proportional-integral observers for linear multivariable time-varying systems. Regelungstechnik, 27:359–362, 1979.
- [118] R.E. Kalman. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Transactions of the ASME Journal of Basic Engineering*, 82:35–45, 1960.
- [119] A. Kanafani, R. E. Parson, and H. R. Ross. Status of foreign advanced highway technology. Technical report, California PATH Research Paper UCB-ITS-PRR-87-2, 1987.
- [120] S. Kawamoto. An approach to stability analysis of second order fuzzy systems. In *Proceedings of First IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, Vol. 1, pp. 1427-1434., 1992.
- [121] N. Kazantzis and C. Kravaris. Nonlinear observer design using Lyapunov's auxiliary theorem. Systems & Control Letters, 34(5):241–247, 1998.
- [122] H. Keller. Nonlinear observer design by transformation into a generalized observer canonical form. International Journal of Control, 46(6):1915–1930, 1987.
- [123] H. Khalil. Nonlinear systems. Prentice-Hall. New-York, 1996.
- [124] H. Khalil. Nonlinear systems. Prentiice-Hal, New-York, 2002.
- [125] U. Kiencke and L. Nielsen. Automotive control systems: for engine, driveline and vehicle. Springer-Verlag, 2000.
- [126] D. Kim, H. Rideout and J. Stein. Analytical target cascading in automotive vehicle design. *Journal of mechanical design*, 2003.
- [127] A. M. Nagy Kiss. Analyse et synthèse de multimodèles pour le diagnostic. Application à une station d'épuration. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2010.

- [128] N. Kobayashi and R. Nakamizo. An observer design for linear systems with unknown inputs. *International Journal of Control*, 35:605–619, 1982.
- [129] D. Koenig. Unknown input proportional multiple-integral observer design for linear descriptor systems: application to state and fault estimation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 50(2):212–217, 2005.
- [130] D. Koenig. Observer design for unknown input nonlinear descriptor systems via convex optimization. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 51(6):047–1052, 2006.
- [131] D. Koenig and S. Mammar. Design a class of reduced order unknown input nonlinear observer for fault diagnosis. In *American Control Conference*, Arlington, USA, 2001.
- [132] D. Koenig and S. Mammar. Design of a proportional integral observer for unknown input descriptor systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 47:2057–2063, 2002.
- [133] A.J. Krener and A. Isidori. Linearization by output injection and nonlinear observers. Systems & Control Letters, 3:47–52, 1983.
- [134] A.J. Krener and W. Respondek. Nonlinear observers with linearization error dynamics. SIAM Journal of Control and optimization, 23:197–216, 1985.
- [135] N. Kudva, P. Viswanadham and A. Ramakrishna. Observers for linear systems with unknown inputs. *IEEE Transaction on AIEEE Transaction*, Vol. 25, P. 113-115, 1980.
- [136] D. Kuhlgatz. Bosch automotive, produktgeschichte imuÜberblick robert bosch gmbh. Technical report, Magazin zur Bosch-Geschichte, Sonderheft 2, 2005.
- [137] B. Larroque. Observateurs de systèmes linéaires application à la détection et localisation de fautes. PhD thesis, Université de Toulouse, 2008.
- [138] J. P. LaSalle. Stability theory for ordinary differential equations. *Journal of Differential equations*, 57-65, 1968.
- [139] S. Lassarre. Lavia traitement des données. Technical report, INRETS, GARIG, 2006.
- [140] R. Lendek, Zs. Babuska and B. De Schutter. Stability of cascaded takagi-sugeno fuzzy systems. In Proceedings of the IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE 2007), London, UK, pp. 505-510, 2007.
- [141] Z. Lendek, T.M. Guerra, R. Babuska, and B. De Schutter. Stability analysis and nonlinear observer design using Takaqi-Sugeno fuzzy models. Springer, 2010.
- [142] A. Levant. Homogeneity approach to high-order sliding mode design. Homogeneity approach to high-order sliding mode design, 2005.
- [143] J. Levine and R. Marino. Nonlinear system immersion, observers and finite dimensional filters. Systems & Control Letters, 7:133–142, 1986.
- [144] F. Liu. Synthèse d'observateurs à entrées inconnues pour les systèmes non linéaires. PhD thesis, Université de Caen Basse Normandie, 2007.
- [145] X. Liu and Q. Zhang. New approaches to  $h_{\infty}$  controller designs based on fuzzy observers for t-s fuzzy systems via lmi. , *Automatica issue 9, vol. 39 1571-1582*, 2003.
- [146] W. Lohmiller. Contraction analysis for nonlinear systems. PhD thesis, Dep. Mechanical Eng., M.I.T.. Cambridge, Massachusetts, 1999.

- [147] A. Loria and E. Panteley. Advanced topics in control systems theory. Springer, Berlin, 2005.
- [148] A. Loria and E. Penteley. Cascaded time varying nonlinear systems: Analysis and design. Advanced Topics in Control Systems Theory. P 23-64. Springer, Heidelberg, 2005.
- [149] E. M. Lowndes. Development of an intermediate DOF vehicle dynamics model for optimal design studies. PhD thesis, North Carolina, 1998.
- [150] A. Luca. Outils ensemblistes d'analyse et de synthèse des lois de commande robustes pour des systèmes incertains. PhD thesis, Sciences et Technologies de l'Information des Télécommunications et des Systèmes, Supélec, 2011.
- [151] D.G. Luenberger. An introduction to observers. IEEE Transactions on Automatic Control, 16:596–602, 1971.
- [152] A. M. Lyapunov. On the stability of ellipsoidal forms of equilibrium of rotating fluids. Master's thesis, St. Petersburg University, 1884.
- [153] A. M. Lyapunov. The general problem of the stability of motion. PhD thesis, St. Petersburg University, 1892.
- [154] E. Magarotto. Approche LMI pour la synthèse de correcteurs et d'observateurs : Application aux systèmes spatiaux et bilinéaires. PhD thesis, Université de Caen, 1999.
- [155] S. Mammar. Contrôle latéral assisté et automatisé des véhicules : Approches par commandes robustes. PhD thesis, Habilitation à diriger les recherches à l'Université Evry Val d'Essonne, 2001.
- [156] S. Mammar and M. Glaser, S.and Netto. Time to lane crossing for lane departure avoidance: A theoretical study and experimental setting. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, Vol. 7, Issue 2, P.226-241, 2006.
- [157] S. Mammar, S. Glaser, and M. Netto. Vehicle lateral dynamics estimation using Unknown Input Proportional-Integral Observers. In American Control Conference, Minesota, USA, 2006.
- [158] S. Mammar, S. Glaser and B. Lusetti. Lane keeping automation at tire saturation. In ACC American Control Conference, P. 6466-6471, 2010.
- [159] B. Marx. Contribution à la commande et au diagnostic de systèmes algébro-différentiels linéaires. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble (INPG), Grenoble, France, 2003.
- [160] B. Marx, D. Koenig, and D. Georges. Robust fault diagnosis for linear descriptor systems using proportional integral observers. In 42nd IEEE Conference on Decision and Control, USA, 2003.
- [161] K. Mashita. Transportation and safety in japan. Technical report, Development of ASV in Japan-ASV Promotion Project, Phase 3, IATSS Research Vol. 27, n2, 2003.
- [162] T. Menard. Application de l'homogénéité à la théorie des observateurs non linéaires. PhD thesis, Ecole centrale de Nantes, 2011.
- [163] P. Menold, R. Findeisen, and F. Allgower. finite-time convergent observers for linear time varying systems. In 11th Mediterranean Conference on Control and Automation, 2003.
- [164] P. Menold, R. Findeisen, and F. Allgower. Finite time convergent observers for nonlinear systems. In *IEEE Conference on Decision and Control*, vol. 6, P. 5673-5678, 2003.
- [165] A. M. Michel and R. k. Miller. Qualititative analysis of large scale dynamical systems. *Mathematic science and Engineering*. vol. 134, 1977.

- [166] J. E Michel, T. Brenac, J. Magnin, C. Naude, and C. Perrin. Les pertes de contrôle en courbe. Technical report, INRETS, N 262, 2005.
- [167] R. Miller and R. Mukundan. On designing reduced order observers for linear time-invariant systems subject to unknown inputs. *Int. Journal of Control, Vol. 35, P. 183-188*, 1982.
- [168] T. Ménard, E. Moulay, and W. Perruquetti. Homogeneous approximations for multioutput systems and local observability. In *IFAC World Congress*, 2011.
- [169] A. Modjtahedzadeh and R. A. Hess. A model of driver steering control behavior for use in assessing vehicle handling qualities. *Transactions of the ASME, Vol. 15, P. 456-464*, 1993.
- [170] Y. Morère. Mise en œuvre de loi de commandes pour les modèles flous de type Takagi-Sugeno. PhD thesis, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, Valenciennes, France, 2001.
- [171] E. Moulay and W. Perruquetti. Finite time stability of non linear systems. In *IEEE Conference on Decision and Controlb*, 2003.
- [172] F. Mourad, L. Claveau and P. Chevrel. A lateral control strategy for narrow tilting commuter vehicle based on the perceived lateral acceleration. In *IFAC wold congress, Milan, Italy*, 2011.
- [173] M. Nadji. Adéquation de la dynamique de véhicule à la géométrie des virages routiers apport à la sécurité routière. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées INSA de Lyon, 2007.
- [174] A.M Nagy, G. Mourot, B. Marx, G. Schutz, and J. Ragot. State estimation of the three-tank system using a multiple model. In 48th IEEE Conference on Decision and Control (CDC'09), Shanghai, Chine, 16-18 décembre 2009. papier accepté.
- [175] H. Nijmeijer and I. Mareels. An observer looks at synchronization. *IEEE Transactions on Circuits and Systems: Fundamental Theory and Applications*, 44 (10), P.882-890, 1997.
- [176] L. Nouvelière. Commandes robustes appliquées au contrôle assisté d'un véhicule à basse vitesse. PhD thesis, Versailles Saint Quentin en Yvelines, 2002.
- [177] L. Nouvelière, S. Glaser, and B. Lusetti. Speed limitation based on an advanced curve warning system. In *IEEE Intelligent Vehicles Symposium.*, vol. 1, P. 686-691, 2007.
- [178] J. A. Oguntuase. On an inequality of gronwall. *Journal of Inequalities in Pure and Applied Mathematics*, Vol. 2, Issue 1, 2001.
- [179] ONISR. Bilan de l'accidentalité routière en 2013. Technical report, Ministère de l'interieur, 2013.
- [180] ONISR. La sécurité routière en france bilan de l'année 2012. Technical report, Observatoire national interministériel de la sécurité routière, 2013.
- [181] ONISR. Bilan de l'accidentalité de l'année 2014. Technical report, Observatoire national interministériel de la sécurité routière, 2014.
- [182] M. Oudghiri. Commande multimodèles tolérante aux défauts : application au contrôle de la dynamique d'un véhicule automobile. PhD thesis, Université de Picardie Jules Verne, Amiens, France, 2008.
- [183] M. Oudghiri, M. Chadli, and A. El Hajjaji. Robust observer-based fault tolerant control for vehicle lateral dynamics. *International Journal of Vehicle Design*, 48(3-4):173 189, 2008.
- [184] M. Oudghiri, M. Chadli and A. Elhajjaji. Lateral vehicle velocity estimation using fuzzy sliding mode observer. In Proceedings of the Mediterranean Conference on Control and Automation, Athens, Greece, P. 1-7, 2007.

- [185] H. B. Pacejka. Tire and Vehicle Dynamics. SAE International, 2005.
- [186] R. Palm and D. Driankov. Towards a systematic analysis of fuzzy observers. In 18th NAFIPS Conference, New York, NY, USA, 1999.
- [187] E. Panteley and A. Loria. Growth rate conditions for stability of cascaded time-varying systems. *Automatica, Issue 37, vol. 3, P. 453-460,* 2001.
- [188] R.J. Patton, J. Chen, and C.J. Lopez-Toribio. Fuzzy observers for non-linear dynamic systems fault diagnosis. In 37th IEEE Conference on Decision and Control, CDC'98, Tampa, Florida USA, 1998.
- [189] H. Peng and M. Tomizuka. Lateral control of front wheel-steering rubber tire vehicles. Technical report, Technical Report UCB-ITS-PRR-90-5. PATH Research Programm, 1990.
- [190] G. Phanomchoeng, R. Rajamani, and D. Piyabongkarn. Nonlinear observer for bounded jacobian systems, with applications to automotive slip angle estimation. *Automatic Control, IEEE Transac*tions on, 56(5):1163-1170, may 2011.
- [191] A.R. Phelps. On constructing nonlinear observers. SIAM Journal of Control and optimization, 29(3):516–534, 1991.
- [192] R. Prohaska and P. Devlin. Combined brake and steering actuator for automatic vehicle control. Technical report, California PATH Working Paper UCB-ITS-PWP-98-15, 1998.
- [193] A. Rabhi, N. K. M'Sirdi, N. Zbiri, and Y.tt Delanne. Modélisation pour l'estimation de l'état et des forces d'interaction véhicule-route. In CIFA, 2004.
- [194] T. Raharijaona. Commande robuste pour l'assistance au contrôle latéral d'un véhicule routier. PhD thesis, Université Paris XI Orsay, 2004.
- [195] R. Rajamani. Observers for Lipschitz nonlinear systems. IEEE Transactions on Automatic Control, 43:397–401, March 1998.
- [196] R. Rajamani. Vehicle dynamics and control. Springer, 2005.
- [197] L. R. Ray. Nonlinear state and tire force estimation for advanced vehicle control. IEEE Transaction on Control Systems and Technology. Vol. 3, N. 1, 1995.
- [198] M. Rodrigues. Diagnostic et commande active tolérante aux défauts appliqués aux systèmes décrits par des multi-modèles linéaires. PhD thesis, Université Henri Poincaré (UHP), Nancy, France, 2005.
- [199] S. Romon. Lavia traitement des données. Technical report, ZELT, INRETS, 2006.
- [200] E. J. Rossetter, J. P. Switkes, and C. Gerges. Experimental validation of the potential field lanekeeping system. *International journal of automotive technology*, 5(2), P. 95-108, 2004.
- [201] Association Prevention Routierere. Statistiques d'accidents. Technical report, Association Prevention Routiere, 2012.
- [202] J. Ryu and J. C. Gerdes. Estimation of vehicle roll and road bank angle. In In American Control Conference, volume 3, pages 2110 -2115, 2004.
- [203] M. Saif. A disturbance accommodating estimator for bilinear systems. In Proceeding of the American control conference (ACC), pages 945–949, San Francisco, USA, 1993.
- [204] M. Schultze, MakinM. T., J Irion, and T. Kessel. Prevent final report. Technical report, PReVENT Consortium, 2008.

- [205] S. Schwarz. Response 3- code of practice for development, validation and market, introduction of adas. Technical report, A PReVENT Project, www.prevent.fr, 2008.
- [206] Y. Sebsadji. Numérisation et reconstruction 3D de la géométrie de la route par observateurs et stéréovision. PhD thesis, Evry val d'Essonne, 2009.
- [207] Y. Sebsadji, S. Glaser, S. Mammar, and J. Dakhlallah. Road Slope and Vehicle Dynamics Estimation. In American Control Conference, Washington, USA, 2008.
- [208] L. Seddiki, A. Rabhi, N. K. M'Sirdi, and Y. Delanne. Analyse comparative des modèles de contact pneu chaussée. *e-STA*, *Vol. 3*, *N. 1*, 2006.
- [209] P. Seibert and R. Suarez. Global stabilization of nonlinear cascade systems. Systems and Control, vol. 14, issue 4, P.347-352, 1990.
- [210] C. Sentouh. Analyse du risque et détection de situations limites Application au développement des systèmes d'alerte au conducteur. PhD thesis, Université d'Evry Val d'Essonne, 2007.
- [211] C. Sentouh, S. Glaser, and S. Mammar. Advanced vehicle infrastructure driver speed profile for road departure accident prevention. *Vehicle system dynamics. Vol.* 44, issue 1, P. 612-623, 2006.
- [212] C. Sentouh, S. Glaser, S. Mammar, Y. Bestaoui, and B. Lusetti. Adaptative lane departure and negotiation warning system. In 8th International Symposium on advanced vehicle control, Taiwan, 2006.
- [213] L. Sidhom. Sur les différentiateurs en temps réel : Algorithmes et applications. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées (INSA), Lyon, 2011.
- [214] A. Sidhu. Development of an Autonomous Test Driver and Strategies for Vehicle Dynamics Testing and Lateral Motion Control. PhD thesis, Graduate School of the Ohio State University, 2010.
- [215] J.-J. Slotine, J.K. Heydrick, and E.A. Misawa. On sliding observers for nonlinear systems. *Journal of Dynamic Systems*, 109:245–252, 1987.
- [216] J. J. Slotine and W. Lohmiller. On contraction analysis for non-linear systems. *Automatica Vol.* 34, N. 6, P. 683-696, 1998.
- [217] ED. Sontag. Smooth stabilization implies coprime factorization. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 34:435–443, 1989.
- [218] E.D. Sontag. Further facts about input to state stabilization. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 35(4):473 –476, April 1990.
- [219] ED. Sontag. On the input-to-state stability property. Systems & Control Letters, 24:351–359, 1995.
- [220] ED. Sontag and Y. Wang. On characterizations of the input-to-state stability property. Systems & Control Letters, 24:351–359, 1995.
- [221] B. Soualmi. Coopération homme machine pour la conduite automatisée : Une approche par partage haptique du contrôle. PhD thesis, Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, 2014.
- [222] C. Soualmi, B. Sentouh and S. Bernard. Fuzzy adaptation lq controller for lateral control assistance of a vehicle. In *IEEE Intelligent vehicles symposium*, 2012.
- [223] C. Soualmi, B. Sentouh and J. Popieul. Both vehicle state and drivers torque estimation using unknown input proportional multi integral to observer. In *IEEE ECC European Control Conference*, 2014.

- [224] M. Sugeno. Fuzzy Control. Nikkan Kougyou Shinbunsha, 1988.
- [225] M. Sugeno and G.T. Kang. Structure identification on fuzzy model. Fuzzy Sets Systems, Vol. 28, pp. 329-346, 1986.
- [226] J. Svendenius. Tire modeling and friction estimation. PhD thesis, Lund University, Sweden, 2007.
- [227] D. Swaroop and S. M. Yoon. The design of a controller for a following vehicle in an emergency lane change maneuver. Technical report, California PATH Working Paper UCB-ITSPWP-99-3, 1999.
- [228] J. P. Switkes. Handwheel force feedback with lanekeeping assistance: combined dynamics, stability and boundingn. PhD thesis, Université de Stanford, 2006.
- [229] T. Takagi and M. Sugeno. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 15:116–132, 1985.
- [230] H. A. Takrouni. Surveillance par observateurs des systèmes dynamiques hybrides. PhD thesis, Université de Lille1, 2013.
- [231] K. L. R. Talvala and J. C. Gerdes. Lanekeeping at the limits of handling: stability via lyapunov functions and a comparison with stability control. In *Proceedings of ASME Dynamic Systems and Control Conference*, 2008.
- [232] K. Tanaka, T. Ikeda, and H.O. Wang. Robust stabilization of a class of uncertain nonlinear systems via fuzzy control: quadratic stabilizability,  $H_{\infty}$  control theory, and linear matrix inequalities. Transactions on Fuzzy Systems, IEEE, 4(1):1–13, Febrary 1996.
- [233] K. Tanaka, T. Ikeda, and H.O. Wang. Fuzzy regulators and fuzzy observers: Relaxed stability conditions and LMI-based designs. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 6(2):250–265, 1998.
- [234] K. Tanaka and H.O. Wang. Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach. John Wiley and Sons, 2001.
- [235] H. G. Tanner, V. Kumar, and G. J. Pappas. Stability properties of interconnected vehicles. In Proceedings of the 15th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems, South Bend IN, 2002.
- [236] F.E. Thau. Observing the state of non-linear dynamic systems. *International Journal of Control*, 18:471–479, 1973.
- [237] P. F. Toulotte. Attelage virtuel pour véhicules automatisés. PhD thesis, Université de Valencienne et du Hainaut Cambrésis, 2006.
- [238] H.D. Tuan, P. Apkarian, T. Narikiyo, and Y. Yamamoto. Parameterized linear matrix inequality techniques in fuzzy control system design. ieee trans. on fuzzy systems. *IEEE Transaction on Fuzzy* Systems, 9:324–332, 2001.
- [239] P. Van Elslande. Erreur de conduite et besoin d'aide : une approche accidentologique. Technical report, Journee d'etude en psychologie ergonomoque EPIQUE, 2001.
- [240] A. Van Zanten, W. Ruf, and A. Lutz. Measurement and simulation of transient tire forces. Technical report, Internationl Congress and exposition. SAE Technical paper, N. 890640, Detroit, USA, 1989.
- [241] S. Varrier. Détection de situations critiques et commande robuste tolérante aux défauts pour l'automobile. PhD thesis, Grenoble, 2013.
- [242] R. Volner. Security system for road automobile communication system. In 22nd International Conference on Information Technologies Interfaces, pp. 73-80, 2000.

- [243] B.L. Walcott and S.H. Zak. State observation of nonlinear uncertain dynamical systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 32(2):166–170, 1987.
- [244] K. Wang, H. Tanaka and M. Griffin. An approach to fuzzy control of nonlinear systems: stability and design issues. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. *Issue 1, vol. 4, 14-23*, 1996.
- [245] B. Wojciechowski. Analysis and synthesis of proportional-integral observers for single-input-single-output time-invariant continuous systems. PhD thesis, Gliwice, Poland, 1978.
- [246] J. Wunnenberg. Observer-based fault detection in dynamic systems. PhD thesis, University of Duisburg, Germany, 1990.
- [247] L. Xie and C. E. DeSouza. Robust control for linear systems with norm bounded time varying uncertainty. *IEEE Transaction on Automatic Control* 37, P. 1188-1191, 1992.
- [248] Y. Xiong and M. Saif. Functional observers for linear systems with unknown inputs. In *Proceedings* of the 14th IFAC World Congress, Beijing, China, 1999.
- [249] Yi Xiong and Mehrdad Saif. Unknown disturbance inputs estimation based on a state functional observer design. *Automatica*, 39(8):1389–1398, August 2003.
- [250] D. Yacine, Z.and Ichalal, N. AitOufroukh, S. Mammar, and S. Djennoune. New nonlinear takagisugeno vehicle model for state and road curvature estimation via nonlinear pmi observer. In *IEEE-ICNSC conference*, Paris, France, 2013.
- [251] Z. Yacine, D. Ichalal, N. Ait Oufroukh, and S. Mammar. Detection of critical situations in vehicle lateral dynamics by lpv unknown input observers with finite time property. In *Proceeding of MSC* conference, 2014.
- [252] Z. Yacine, D. Ichalal, N. Ait Oufroukh, S. Mammar, and S. Djennoune. Takagi-sugeno observers: experimental application for vehicle lateral dynamics estimation. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2014.
- [253] Z. Yacine, D. Ichalal, N.A. Oufroukh, S. Mammar, and S. Djennoune. Nonlinear vehicle lateral dynamics estimation with unmeasurable premise variable takagi-sugeno approach. In *Control Au*tomation (MED), 2012 20th Mediterranean Conference on, pages 1117 –1122, july 2012.
- [254] Z. Yacine, D. Ichalal, N.A. Oufroukh, S. Mammar, and S. Djennoune. Unknown input observer for vehicle lateral dynamics based on a Takagi-Sugeno model with unmeasurable premise variables. In Decision and Control (CDC), 2012 IEEE 51st Annual Conference on, pages 6211–6216, 2012.
- [255] J. Yoneyama.  $H_{\infty}$  filtering for fuzzy systems with immeasurable premise variables: an uncertain system approach. Fuzzy Sets and Systems, 160(12):1738–1748, 2009.
- [256] A. Zemouche. Sur l'observation de l'état des systèmes dynamiques non linéaires. PhD thesis, Université Louis Paster, Strasbourg, 2007.
- [257] N. Zoghlami. Stabilité et stabilisation en temps fini des systèmes dynamiques interconnectés et problème de consensus en temps fini. PhD thesis, Université d'Evry Val d'Essonne, 2014.