

*REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOULOU D MAMMERI DE TIZI-OUZOU
FACULTE DE GENIE DE LA CONSTRUCTION
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE*



MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

**EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME
MASTER ACADEMIQUE
Option : Construction mécanique**

Thème

*ANALYSE EXPERIMENTALE ET NUMERIQUE
DES CONTRAINTES DEVELOPPEES DANS
UN SYSTEME VIS-ECROU*

Présenté par :

- BOUZIDI ALI
- BACHIRI YUGURTEN

DEVANT LES JURES :

MR A. BILEK

MR M. BELDI

MR S. DJEBALI

MR H. ZIANI

PROMOTEUR

CO-PROMOTEUR

PRESIDENT

EXAMINATEUR

Promotion 2024/2025

REMERCIEMENTS

Nos remerciements vont tout d'abord au Bon Dieu, qui nous a guidés vers la science et nous a donné le courage, la force et la volonté nécessaires à l'achèvement de ce travail.

Nous adressons nos plus vifs remerciements à notre promoteur, Monsieur Ali BILEK, pour son encadrement ainsi que pour sa direction et son suivi. Nous remercions également notre Co-promoteur, Monsieur Mustapha BELDI, pour le soutien qu'il nous a apporté ainsi que pour ses précieux conseils et orientations tout au long du projet.

Nous remercions chaleureusement les membres du jury, Monsieur Saïd DJEBALI et Monsieur Hocine ZIANI, qui nous ont fait l'honneur d'examiner et d'évaluer notre travail.

Enfin, nos remerciements et notre profonde reconnaissance sont adressés à tous ceux qui ont contribué à ce travail de près ou de loin.

SOMMAIRE

TABLE DES MATIERES

Introduction générale.....	1
Chapitre I. Revue théorique et bibliographique	4
I.1 Introduction	4
I.2 Généralités sur la Résistance des Matériaux	4
I.2.1 Notions de base	5
I.3 Problème du contact mécanique.....	8
I.3.1 Types de contacts.....	9
I.3.2 Théorie de Hertz.....	9
I.3.3 Extension au contact hélicoïdal des filets.	10
I.3.4 Pression de contact sous tête de boulon et entre filets.	11
I.3.5 Influence du frottement dans un système vis écrou.	12
I.4 Généralités sur la photoélasticité (Photoélasticimétrie).....	12
I.4.1 Principe de la photoélasticimétrie	12
I.4.2 La Biréfringence.....	12
I.4.3 Loi photoélastique (Loi de Maxwell).....	13
I.5 Méthodes d'analyse des contraintes	13
I.5.1 Méthodes expérimentales	13
I.5.2 Méthodes numériques	14
I.5.3 La méthode des éléments finis appliquée a l'analyse des contraintes dans les systèmes vis écrou.....	15
Chapitre II. Photoélastcimétrie	17
II.1 Introduction	17
II.2 Bases physiques de la photoélasticité.....	17
II.2.1 Comportement de la lumière (onde et polarisation).....	17
II.2.2 Polarisation rectiligne, circulaire et rôle de la lame quart d'onde.....	18
II.2.3 Lumière monochromatique et polychromatique	19
II.2.4 Notions d'isotropie et d'anisotropie	20
II.3 Phénomène de biréfringence	20
II.3.1 Biréfringence naturelle.....	21

II.3.2	Biréfringence accidentelle (ou induite par les contraintes).....	22
II.3.3	Constante de frange et relation contraintes lumière	22
II.4	Dispositifs expérimentaux.....	23
II.4.1	Le polariscope : principes et éléments constitutifs.....	23
II.4.2	Types de polariscopes (lumière plane, circulaire, champ clair / obscur)	24
II.4.3	Banc expérimental de photoélasticimétrie	24
II.4.4	Méthodes de transmission et de réflexion	24
II.5	Exploitation des résultats photoélastiques.....	25
II.5.1	Analyse des franges isochromes (intensité des contraintes)	25
II.5.2	Analyse des isoclines (directions principales des contraintes).....	26
II.5.3	Tracé des isostatiques et élimination des isoclines	26
II.5.4	Expression analytique des isoclines et isochromes	27
II.5.5	Lois de similitude et mise à l'échelle	27
II.6	Conclusion.....	28
Chapitre III.	Contraintes résiduelles	30
III.1	Introduction	30
III.2	Genèse des contraintes résiduelles	30
III.3	Impact des Contraintes Résiduelles.....	30
III.3.1	Effets sur les Propriétés Mécaniques.....	31
III.3.2	Effets sur la Stabilité Dimensionnelle	31
III.3.3	Effets sur la Résistance à la Corrosion	31
III.4	La méthode de relaxation :	32
III.4.1	Définition :	32
III.4.2	Les paramètres influençant l'efficacité de cette méthode :.....	32
III.4.3	Protocole d'utilisation (exemple expérimentale).	33
III.5	Conclusion.....	36
Chapitre IV.	Analyse des contraintes dans un système vis-écrou	37
IV.1	Introduction	37
IV.2	Analyse expérimentale des contraintes :	37
IV.2.1	Détermination de la constante de frange	38
IV.2.2	Analyse expérimentale des contraintes de boulon :	46
IV.3	Analyse numérique des contraintes	53
IV.3.1	Calcul des champs de contraintes à l'aide du logiciel CASTEM :	53

IV.3.2	Visualisation des franges isochromes.....	56
IV.3.3	Visualisation des franges isoclines.....	56
IV.3.4	La variation de τ_{max} le long des droites (AB, CD et EF).....	57
IV.4	Comparaison des résultats.....	59
IV.4.1	Comparaison visuelle des franges.....	59
IV.4.2	Comparaison quantitative des contraintes.....	61
IV.5	Discussion des résultats.....	62
Conclusion générale.....		63

LISTE DES FIGURES :

Chapitre I. Revue théorique et bibliographique

FIG. (I. 1) : LOI DE MOHR – CONSTRUCTION DU CERCLE DE MOHR.....	8
FIG. (I. 2) : TYPES DE CONTACT MECANIQUE	9
FIG. (I. 3) : MODELISATION PAR ELEMENTS FINIS D'UN ASSEMBLAGE VIS-ECROU	16

Chapitre II. Photoélasticimétrie

FIG. (II. 1) : PROPAGATION DES DEUX CHAMPS ELECTRIQUES ET MAGNETIQUE	18
FIG. (II. 2) : SCHEMATISATION DE LA POLARISATION DE LA LUMIERE	19
FIG. (II. 3) : ACTION D'UNE LAME QUARTE D'ONDE, DONT L'AXE RAPIDE EST ORIENTE A 45°.....	19
FIG. (II. 4) : PROPAGATION D'UNE ONDE A TRAVERS UNE MATIERE BIREFRINGENTE	21
FIG. (II. 5) : PHENOMENE DE BIREFRINGENCE NATURELLE.....	21
FIG. (II. 6) : ESSAIS PHOTOELASTIQUE A L'AIDE D'UN POLARISCOPE CIRCULAIRE.....	23
FIG. (II. 7) : POLARISCOPE A REFLEXION	25
FIG. (II. 8) : TRACE DES ISOSTATIQUES A PARTIR DES ISOCLINES	26

Chapitre III. Contraintes résiduelles

FIG. (III. I) : CYCLE THERMIQUE POUR LE RECUIT	34
FIG. (III. II) : VISUALISATIONS DU MODELE SOUS LE POLARISCOPE AVANT TRAITEMENT	35
FIG. (III. III) : VISUALISATIONS DU MODELE SOUS LE POLARISCOPE APRES TRAITEMENT.....	35
FIG. (III. IV) : MODELE ETUDIE ILLUSTRANT L'ABSENCE DE CONTRAINTES RESIDUELLES DES LE DEBUT.....	35

Chapitre IV. Analyse des contraintes dans un système vis-écrou

FIG. (IV. 1) : DISPOSITIF DE CHARGEMENT EN FLEXION	38
FIG. (IV. 2) : EPROUVETTE DE L'ESSAI DE FLEXION	39
FIG. (IV. 3) : LES FRANGES ISOCHROMES LORS D'UNE FLEXION.....	39
FIG. (IV. 4) : EPROUVETTE DE L'ESSAI DE FLEXION QUATRE POINT	40
FIG. (IV. 5) : DIAGRAMME DU MOMENT FLECHISSANT.....	41
FIG. (IV. 6) : RELEVÉ DE L'ORDRE DE FRANGE AU BORD DE L'EPROUVETTE	42
FIG. (IV. 7) : DISPOSITIF DE CHARGEMENT EN TRACTION.....	43
FIG. (IV. 8) : EPROUVETTE CHARGÉE EN TRACTION	44
FIG. (IV. 9) : GRAPHE DE CONTRAINTE MOYEN APPLIQUÉ EN FONCTION DE L'ORDRE DE FRANGE	45
FIG. (IV. 10) : DISPOSITIF DE CHARGEMENT.....	46
FIG. (IV. 11) : RESEAU D'ISOCHROMES OBSERVE SUR LE POLARISCOPE	48
FIG. (IV. 12) : REPRESENTATION LES DIFFERENTS SEGMENTS DE CALCULE	49
FIG. (IV. 13) : RESEAU D'ISOCHROMES OBSERVE DE LA ZONE AB EN CHAMP CLAIR.....	49
FIG. (IV. 14) : RESEAU D'ISOCHROMES OBSERVE SUR LE POLARISCOPE EN CHAMP OBSCURE.....	49
FIG. (IV. 15) : GRAPHE D'EVOLUTION DE TMAX RELEVÉE EXPERIMENTALEMENT LE LONG DE LA DROITE AB	50
FIG. (IV. 16) : RESEAU D'ISOCHROMES OBSERVE EN CHAMP OBSCURE (ZONE CD)	51
FIG. (IV. 17) : GRAPHE D'EVOLUTION DE TMAX RELEVÉE EXPERIMENTALEMENT LE LONG DE LA DROITE CD.....	51
FIG. (IV. 18) : RESEAU D'ISOCHROMES OBSERVE EN CHAMP OBSCURE (ZONE EF)	52
FIG. (IV. 19) : GRAPHE D'EVOLUTION DE TMAX RELEVÉE EXPERIMENTALEMENT LE LONG DE LA DROITE EF	52

FIG. (IV. 20) : LES FRANGES ISOCLINES RELEVÉES EXPERIMENTALEMENT.....	53
FIG. (IV. 21) : VISUALISATIONS DES VECTEURS DE DEPLACEMENTS.....	54
FIG. (IV. 22) : REPRESENTATION DES REACTIONS SUR L'ENSEMBLE VIS-ECROU.....	54
FIG. (IV. 23) : EXTRACTION DES EFFORTS CORRESPONDANT AU DEPLACEMENT IMPOSE.....	55
FIG. (IV. 24) : REPRESENTATION DE LA DEFORMEE.....	55
FIG. (IV. 25) : FRANGES ISOCHROMES DONNEES PAR.....	56
FIG. (IV. 26) : FRANGES ISOCHROMES TRAITÉES AVEC PHOTOSHOP.....	56
FIG. (IV. 27) : LES FRANGES ISOCLINES OBTENUS PAR CASTEM.....	57
FIG. (IV. 28) : REPRESENTATION LES DIFFÉRENTES DROITES DE CALCUL.....	58
FIG. (IV. 29) : GRAPHE D'ÉVOLUTION DE TMAX RELEVÉE PAR CASTEM LE LONG DE LA DROITE AB.....	58
FIG. (IV. 30) : GRAPHE D'ÉVOLUTION DE TMAX RELEVÉE PAR CASTEM LE LONG DE LA DROITE AB.....	58
FIG. (IV. 31) : GRAPHE D'ÉVOLUTION DE TMAX RELEVÉE PAR CASTEM LE LONG DE LA DROITE AB.....	59
FIG. (IV. 32) : RESEAU D'ISOCHROMES OBSERVE SUR LE POLARISCOPE.....	59
FIG. (IV. 33) : FRANGES ISOCHROMES TRAITÉES AVEC PHOTOSHOP.....	59
FIG. (IV. 34) : SUPERPOSITION DES ISOCLINES OBTENUES NUMÉRIQUEMENT AVEC LEURS CORRESPONDANTES OBTENUES EXPERIMENTALEMENT.....	60
FIG. (IV. 35) : SUPERPOSITION DES GRAPHES NUMÉRIQUES ET EXPERIMENTAUX POUR LE SEGMENT AB.....	61
FIG. (IV. 36) : SUPERPOSITION DES GRAPHES NUMÉRIQUES ET EXPERIMENTAUX POUR LE SEGMENT CD.....	61
FIG. (IV. 37) : SUPERPOSITION DES GRAPHES NUMÉRIQUES ET EXPERIMENTAUX POUR LE SEGMENT EF.....	62

LISTE DES TABLEAUX :

TABLEAU IV. 1 : ELEMENT DE DISPOSITIF D'ESSAI DE FLEXION.....	38
TABLEAU IV. 2 : ELEMENT DE DISPOSITIF D'ESSAI DE TRACTION.....	43
TABLEAU IV. 3 : LES VALEURS DE CONTRAINTES σ DONNÉE PAR LA CHARGE F DANS CHAQUE ORDRE DE FRANGE.....	44
TABLEAU IV. 4 : ELEMENT DE DISPOSITIF.....	47
TABLEAU IV. 5 : VALEURS DE (T MAX) RELEVÉE SUIVANT [AB].....	50
TABLEAU IV. 6 : VALEURS DE (T MAX) RELEVÉE SUIVANT [CD].....	51
TABLEAU IV. 7 : VALEURS DE (T MAX) RELEVÉE SUIVANT [EF].....	52

NOMENCLATURES ET SYMBOLES

σ : contrainte

τ : Contrainte tangentielle

ϵ : déformation normale

γ : déformation tangentielle

ν : le coefficient de Poisson

σ_{\max} : Contrainte normale maximale

τ_{\max} : Contrainte de cisaillement maximale

δ : Le retard optique

φ : déphasage

N : L'ordre de la frange obtenu expérimentalement.

a : amplitude du vecteur lumineux

λ : longueur d'onde

c : vitesse de propagation de la lumière

t : temps

ω : pulsation (ou fréquence angulaire) de la lumière

F : effort appliqué

L : longueur caractéristique

I : intensité de la lumière

α : paramètres des isoclines

ϕ : paramètres des isochromes

R : Rayon du cylindre.

a : Rayon de la zone du contact.

Q : Effort tangentiel.

E : Module de Young de l'époxy.

ν : Coefficient de Poisson du modèle en époxy.

U : Direction d'observation.

V : Direction de propagation.

ψ_1, ψ_2 : Phases aléatoires des champs de granularité $I1g$ et $I2g$.

$I(x,y)$: Intensité lumineuse.

$I1, I2$: Intensité de chacun des faisceaux laser.

σ_{xx} : Contrainte normale sur les faces xx .

$I1F, I2F$: Intensités du fond continu.

$I1g, I2g$: Intensités provoquées par le phénomène de speckle laser.

C : Constante optique relative du matériau biréfringent.

$C1, C2$: Constantes photoélastiques absolues du matériau.

$C0$: Vitesse de la lumière dans le vide.

V : Vitesse de la lumière dans le milieu considéré.

X : Axe du polariseur.

Y : Axe de l'analyseur.

f : Constante de frange du modèle.

e : Épaisseur du modèle.

N : Ordre de frange du modèle.

σ_1, σ_2 : Contraintes principales dans le modèle.

η_1, η_2, η_3 : Indices de réfraction.

δ : Différence de chemin optique entre deux rayons.

φ : Déphasage des composantes BI et BII de l'onde B.

α : Angles de rotation des polaroïds.

B : Onde polarisée.

B (vecteur) : Vecteur induction magnétique.

σ_{zz} : Contrainte normale sur la face zz.

σ_{xz} : Contrainte normale sur la face xz.

INTRODUCTION
GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

L'intégrité structurelle des composants mécaniques et de leurs assemblages constitue un objectif majeur de conception dans de nombreux secteurs, notamment l'aéronautique, l'automobile, le ferroviaire et les ouvrages de génie civil tels que les ponts ou les mâts, qui sont souvent soumis à des sollicitations cycliques ou à amplitude variable. Parmi les diverses technologies de liaison mécanique, le boulonnage est un moyen d'assemblage complet et très utilisé, apprécié pour son caractère démontable, réversible et interchangeable.

Toutefois, sous sollicitation dynamique, la tenue des assemblages boulonnés est rendue complexe par plusieurs facteurs. La fatigue est un phénomène dominant qui peut conduire à la défaillance des structures. Ce risque est accentué par des problèmes couplés tels que l'endommagement progressif, le desserrage éventuel des boulons, et surtout, les concentrations de contraintes qui surviennent notamment au niveau du fond de filet de la vis. Les contraintes développées au voisinage et dans la zone de contact sont très importantes et peuvent entraîner l'usure, la dégradation et l'amorçage de fissures. Il est donc impératif, pour les ingénieurs concepteurs, d'étudier les contacts et d'évaluer les types et les amplitudes des contraintes imposées afin de garantir la fiabilité et la sécurité des assemblages.

Face à cette complexité, l'analyse des contraintes dans un système vis-écrou nécessite l'emploi de méthodologies avancées combinant l'approche numérique et l'approche expérimentale.

Ce projet de fin d'études a pour objectif l'analyse expérimentale et numérique des contraintes développées dans un système vis-écrou, afin de déterminer avec précision l'état de contrainte dans les zones critiques.

L'approche numérique repose sur la méthode des éléments finis (MEF), utilisant logiciel CASTEM. Cette méthode permet la modélisation détaillée de l'assemblage boulonné, en prenant en compte des zones critiques telles que le premier filet en prise avec l'écrou et le congé de raccordement tête-fût de la vis, où les concentrations de contraintes sont les plus fortes. Un aspect fondamental de cette modélisation est la simulation numérique de la précontrainte (ou

précharge) du boulon, modélisée par un déplacement axial relatif entre les nœuds de l'écrou et de la tige de la vis. L'analyse numérique permet ensuite de calculer des sollicitations clés. En outre, elle permet d'intégrer des critères de fatigue multiaxiaux pour estimer l'endommagement et la durée de vie en fatigue (nombre de cycles à l'amorçage d'une fissure).

La méthode expérimentale utilisée est la photoélasticimétrie, une technique optique non destructive d'analyse des contraintes. Cette méthode se fonde sur le phénomène de la biréfringence que présentent certains matériaux transparents, comme l'époxy dans notre cas, lorsqu'ils sont soumis à des contraintes mécaniques. L'exploitation des franges photoélastiques permet d'obtenir un champ complet des contraintes. Plus précisément, les isochromes permettent de déterminer les valeurs des contraintes de cisaillement maximales (τ_{\max}), et les isoclines (franges noires indépendantes de la charge) fournissent les directions principales des contraintes, qui nous permet isostatiques.

L'objectif principal de ce projet de Master est de réaliser une Analyse des Contraintes dans les Systèmes Boulonnés en combinant l'approche numérique par MEF (en utilisant CASTEM) et l'analyse expérimentale par photoélasticimétrie, dans le but de valider la solution éléments finis. Ce travail permettra de s'assurer de la fiabilité du modèle numérique pour traiter des problèmes complexes de contact et de dimensionnement, notamment en présence de contraintes multiaxiales et de précharge, d'autre part de mettre en évidence l'effet bénéfique de la précharge sur la réduction de l'amplitude du cycle de chargement rencontré par la vis, ce qui améliore sa tenue en fatigue.

En somme, ce travail se propose d'utiliser cette complémentarité entre l'analyse par éléments finis, capable de traiter les problèmes complexes et les non-linéarités de contact, et la validation expérimentale par photoélasticimétrie ou par essais mécaniques, afin d'optimiser la conception et le dimensionnement en fatigue des systèmes boulonnés.

Le présent mémoire sera organisé selon les grandes lignes suivantes :

- **Le Chapitre I** sera consacré à une **revue bibliographique**. Il rappellera les généralités sur la résistance des matériaux, le principe de la photoélasticité, ainsi que les notions essentielles liées au problème du contact mécanique (théorie de Hertz). Ce chapitre présentera également un aperçu des différentes méthodes d'analyse des contraintes, qu'elles soient expérimentales ou numériques, avec une attention particulière portée à la méthode des éléments finis appliquée aux systèmes vis-écrou.

- **Le Chapitre II** abordera en détail la **photoélasticimétrie**. Après une introduction aux bases physiques (nature de la lumière, polarisation, anisotropie/isotropie), il exposera le phénomène de biréfringence, la relation entre contraintes et lumière, ainsi que les dispositifs expérimentaux utilisés (polariscope, banc optique). Enfin, il présentera les méthodes d'exploitation des résultats photoélastiques (isochromes, isoclines, isostatiques, lois de similitude).
- **Le Chapitre III** traitera des **contraintes résiduelles**. On y présentera leur genèse, leur influence sur les propriétés mécaniques et la stabilité des pièces, ainsi que les méthodes de relaxation utilisées pour leur mise en évidence, avec un protocole expérimental illustratif.
- **Le Chapitre IV** sera consacré à l'**analyse des contraintes dans un système vis-écrou**. Il combinera une approche expérimentale, basée sur la photoélasticité (détermination de la constante de frange, visualisation et interprétation des franges), et une approche numérique par éléments finis avec le logiciel CASTEM. Une comparaison visuelle et quantitative entre les deux méthodes sera ensuite effectuée, avant une discussion approfondie des résultats obtenus.
- Enfin, une **conclusion générale** viendra clore ce travail, en résumant les apports principaux de l'étude et en ouvrant des perspectives pour des recherches futures dans l'analyse et l'optimisation des systèmes boulonnés.

CHAPITRE I

REVUE THEORIQUE ET BIBLIOGRAPHIQUE

CHAPITRE I
REVUE THEORIQUE ET BIBLIOGRAPHIQUE

I.1 Introduction

Un assemblage est défini comme une liaison mécanique qui a pour fonction d'éviter le mouvement relatif entre plusieurs pièces au sein d'une structure, à l'échelle macroscopique {Camara, 2019 #10}. La mission principale d'un assemblage est d'assurer la transmission correcte des efforts, qu'ils soient statiques (ou quasi-statiques) ou dynamiques (variables dans le temps). Le boulonnage représente un moyen d'assemblage complet et très utilisé, notamment pour son caractère démontable {Camara, 2019 #10}.

Cependant, l'intégrité structurelle des composants mécaniques et de leurs assemblages, comme les assemblages boulonnés, est un objectif majeur de conception, en particulier lorsque ces structures sont soumises à des sollicitations cycliques ou à amplitude variable {Camara, 2019 #10}. Dans l'industrie, le contact mécanique est un problème de mécanique des solides qui présente des non-linéarités particulièrement complexes à prendre en compte. Lorsque des pièces mécaniques sont mises en contact, des déformations et des contraintes apparaissent au sein des solides, ce qui entraîne l'usure. Les risques de défaillance, souvent attribuables à l'endommagement par fatigue et aux concentrations de contraintes (notamment au niveau du fond de filet de la vis), imposent une attention toute particulière dans ce domaine.

Pour garantir la fiabilité et la sécurité, la conception des structures sous sollicitation dynamique doit assurer à la fois la tenue en statique et la tenue en fatigue, ce qui nécessite une connaissance précise des champs de contraintes dans les zones critiques.

I.2 Généralités sur la Résistance des Matériaux

La Résistance Des Matériaux (RDM) constitue l'une des branches de la mécanique qui permet l'étude des contraintes et des déformations {Douin, 1997 #11}. Historiquement, les pièces mécaniques étaient conçues principalement sur la base de critères de résistance statique. Cependant, depuis le début du XIXe siècle, les ingénieurs ont constaté des ruines dues à la fatigue sous des sollicitations dynamiques jugées modestes par rapport aux capacités statiques.

Pour analyser et dimensionner correctement les pièces mécaniques, il est donc essentiel de maîtriser les concepts fondamentaux du comportement mécanique des matériaux, qui sont définis par les contraintes et les déformations {Douin, 1997 #11}.

I.2.1 Notions de base

I.2.1.1 Contraintes et déformations : normales et tangentielles

I.2.1.1.1 Contraintes :

Les contraintes mécaniques sont des grandeurs physiques qui traduisent l'intensité des efforts internes se développant dans un solide lorsqu'il est soumis à des sollicitations extérieures (charges, forces, couples, etc.). Leur unité est celle d'une pression, le pascal (Pa), souvent exprimée en mégapascals (MPa).

Les contraintes se décomposent en deux composantes principales :

1. Contrainte normale (σ)

Elle agit perpendiculairement à une surface.

- Une contrainte normale positive traduit une sollicitation en traction (extension).
- Une contrainte normale négative traduit une sollicitation en compression.

2. Contrainte tangentielle (τ)

Elle agit parallèlement à une surface. Elle correspond aux contraintes de cisaillement, responsables des glissements internes de la matière (par exemple lors d'un effort de cisaillement ou d'une torsion).

I.2.1.1.2 Déformations :

La déformation d'un corps physique se traduit par un changement dans ses dimensions ou de sa forme sous l'effet des contraintes appliquées. Elle exprime le rapport entre le changement de dimension et la dimension initiale. Les déformations sont des grandeurs sans dimension (adimensionnelles).

On distingue principalement deux types :

1. Allongement unitaire (déformation normale, ϵ)

Elle mesure l'allongement ou le raccourcissement d'une longueur. Pour une barre de longueur initiale L_0 qui devient L on définit :

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{L - L_0}{L_0} \quad (I.1)$$

- a. Si $\epsilon > 0 \rightarrow$ traction (allongement).
- b. Si $\epsilon < 0 \rightarrow$ compression (raccourcissement).

2. Distorsion (déformation tangentielle ou glissement, γ)

La distorsion traduit la variation d'un angle initialement droit entre trois points infiniment proches d'un solide. Elle correspond à la composante de cisaillement de la déformation et mesure le glissement relatif entre deux plans voisins. Elle s'exprime généralement sous forme d'un angle (en radians).

Exemple : une poutre soumise à un effort tranchant \rightarrow les sections se décalent l'une par rapport à l'autre.

Le tenseur des déformations de Cauchy en un point M , noté $\epsilon(M)$, est un tenseur symétrique qui regroupe l'ensemble des composantes de déformation :

$$\epsilon(M) = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{xy} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{xz} & \epsilon_{yz} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}$$

Il permet de caractériser l'état de déformation du solide en un point, aussi bien en termes de dilatation que de distorsion.

1.2.1.2 Loi de Hooke généralisée

La loi de Hooke est une relation mathématique, ou loi de comportement, qui établit le lien entre le tenseur des contraintes et le tenseur des déformations pour des matériaux considérés comme élastiques, homogènes et isotropes, sous l'hypothèse des petites déformations et d'un comportement linéaire (domaine élastique).

Dans le cas général tridimensionnel (3D), la loi de Hooke relie les contraintes σ aux déformations ϵ à l'aide de deux constantes caractéristiques du matériau : le module de Young (E) et le coefficient de Poisson (ν).

Les relations contraintes-déformations (loi de Hooke généralisée) s'écrivent notamment :

$$\epsilon_{xx} = \frac{1}{E} [\sigma_{xx} - \nu(\sigma_{yy} + \sigma_{zz})] \quad \text{et} \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \quad (I. II)$$

Relations normales :

$$\epsilon_{xx} = \frac{1}{E} [\sigma_{xx} - \nu(\sigma_{yy} + \sigma_{zz})] \quad (I. III)$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{1}{E} [\sigma_{yy} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{zz})] \quad (I. IV)$$

$$\epsilon_{zz} = \frac{1}{E} [\sigma_{zz} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})] \quad (I. V)$$

Relations de cisaillement :

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}, \quad \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G} \quad (I. VI)$$

où G est le module de cisaillement, relié aux paramètres E et ν par la relation :

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (I. VII)$$

1.2.1.3 État plan de contraintes et cercle de Mohr

1.2.1.3.1 État plan de contraintes :

L'élasticité plane concerne les corps dont la géométrie et les déformations peuvent être décrites de manière bidimensionnelle dans un plan de symétrie (par exemple, des plaques minces).

Si le plan de symétrie est (O, \vec{x}, \vec{y}) , la matrice des contraintes en élasticité plane s'écrit :

$$\Sigma(M) = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} \end{bmatrix}$$

Dans ce cas, \vec{z} est une direction principale et σ_{zz} est une contrainte principale.

L'étude des contraintes planes permet de déterminer :

Les directions principales (\vec{X}, \vec{Y}) , dans lesquelles les contraintes de cisaillement sont nulles,

Les contraintes principales σ_{XX}, σ_{YY} .

1.2.1.3.2 Cercle de Mohr :

Le cercle de Mohr est une construction graphique qui représente un état de contrainte dans le plan (σ, τ) .

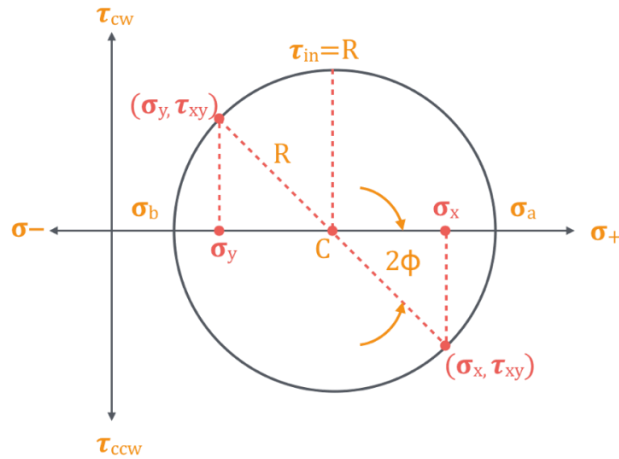


Fig. (I. 1) : Loi de Mohr – Construction du cercle de Mohr

Dans le cas d'un état plan de contraintes ($\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0, \sigma_{zz} = 0$), il permet d'obtenir rapidement plusieurs informations essentielles :

1. Contraintes principales

$$\sigma_{XX}, \sigma_{YY} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (I. VIII)$$

Elles correspondent aux abscisses des points d'intersection du cercle avec l'axe σ .

2. Directions principales L'angle ϕ_1 entre l'axe \vec{x} et la direction principale \vec{X} est donné par :

$$\tan(2\phi_1) = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}} \quad (I. IX)$$

3. Contrainte normale maximale Elle est égale à la contrainte principale maximale :

$$\sigma_{\max} = \sigma_{XX} \quad (I. X)$$

4. Contrainte de cisaillement maximale Elle est atteinte sur un plan incliné de 45° par rapport aux axes principaux, et vaut :

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_{XX} - \sigma_{YY}}{2} \quad (I. XI)$$

I.3 Problème du contact mécanique

Le contact mécanique est l'un des problèmes de mécanique des solides qui présente les non-linéarités les plus difficiles à prendre en compte. Il est essentiel de déterminer les champs

de contraintes et de déformations au voisinage et dans la zone de contact afin d'évaluer les dégradations, l'usure et l'amorçage des fissures.

1.3.1 Types de contacts

Dans un mécanisme, lorsque deux pièces se touchent, elles forment une liaison mécanique. On dit qu'une pièce est en mouvement par rapport à une autre lorsqu'elle change de position initiale sous l'effet d'une force ou d'un couple.

On distingue trois types de contacts entre solides :

- Contact ponctuel,
- Contact linéaire (la ligne de contact n'est pas forcément droite)
- Contact surfacique, où les surfaces en présence sont le plus souvent planes, cylindriques ou sphériques.

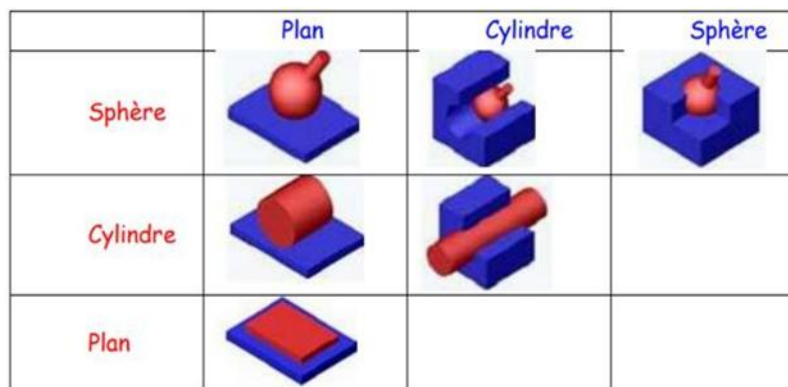


Fig. (I. 2) : types de contact mécanique

1.3.2 Théorie de Hertz

La théorie de Hertz (datant de 1882) est fondamentale pour la mécanique des contacts. Elle constitue le fondement des équations permettant de calculer le chargement admissible pour des pièces en contact, comme les roulements et les engrenages.

La théorie de Hertz permet de déterminer l'aire de contact, la distribution des pressions de contact, et le champ de contraintes induit par les efforts appliqués.

Hypothèses principales de la théorie de Hertz :

- Les corps en contact sont supposés être des massifs élastiques, semi-infinis, homogènes et isotropes.
- Les surfaces de contact sont continuées et non conformes (le contact initial se fait en un point ou le long d'une ligne).

- Les déformations sont faibles et localisées dans une zone proche du contact.
- Les dimensions de la zone de contact sont très petites (a) par rapport aux dimensions des corps et aux courbures relatives des surfaces en contact.
- Le frottement est négligé.

1.3.3 Extension au contact hélicoïdal des filets.

L'extension consiste à adapter les lois de Hertz ou les modèles de contact classiques pour prendre en compte :

1. **La forme hélicoïdale** du filet → ce n'est pas un cylindre parfait mais une surface développée suivant une hélice.
2. **La surface de contact réelle** → qui est une zone rectangulaire (largeur du filet × profondeur de pénétration), mais avec une orientation inclinée.
3. **La distribution inégale des charges** :
 - Le premier filet prend souvent la majorité de la charge (~30–40 %).
 - Les filets suivants reçoivent une charge décroissante.
 - Ce phénomène est dû à la déformation élastique de la vis et de l'écrou.

Solution :

Pour passer du modèle "classique" → au **contact hélicoïdal** :

1. **Projection de la géométrie du filet**
 - On développe la surface hélicoïdale sur un plan.
 - On obtient un **rectangle incliné** (épaisseur = largeur de filet).
2. **Application de la théorie de Hertz localement**
 - Chaque **zone de contact flanc vis/écrou** est traitée comme un **contact entre deux surfaces planes/courbes équivalentes**.
 - Les modules équivalents (E , ν) des matériaux sont utilisés.

3. Transformation des efforts

- L'effort axial appliqué à la vis (F) est transformé en une **force normale sur le flanc** :

$$F_n = \frac{F}{\cos\alpha \cdot \cos\beta}$$

- Où :
- α = demi-angle de filet,
 - β = angle d'hélice.

4. Distribution de la charge sur les filets

- Premier filet : ~30–40 % de l'effort,
- 2e : ~20–25 %,
- ensuite décroissant (cause : élasticité et déformations). → On applique Hertz sur **chaque filet avec sa charge spécifique**.

5. Calcul des contraintes locales

- Pression de contact maximale :

$$p_{max} = \frac{2F_n}{\pi b l}$$

- Où :
- b = largeur de la zone de contact (issue de Hertz),
 - l = longueur de contact (\approx périmètre engagé du filet).

1.3.4 Pression de contact sous tête de boulon et entre filets.

Sous tête de boulon : La précharge (serrage) est modélisée en imposant un déplacement relatif axial entre la vis et l'écrou. La semelle de la pièce assemblée est soumise à une sollicitation de compression sous la rondelle et sous la tête de la vis. Des contraintes élevées sous la tête de la vis ou sous l'écrou peuvent survenir au serrage ou en service. Elles peuvent provoquer une déformation plastique de la zone de contact (matage), ce qui entraîne une perte de serrage. Ce problème est souvent négligé mais est la cause de nombreux desserrages.

Entre filets : Le contact entre filets est caractérisé par la répartition non uniforme de la charge, qui soumet le premier filet en prise à un état complexe de contraintes. La modélisation du

contact entre les pièces assemblées utilise généralement la condition de contact unilatéral sans frottement. La prise en compte du contact introduit une non-linéarité difficile à traiter dans les modélisations par éléments finis. Le contact unilatéral est défini par la relation entre les pressions de contact (efforts normaux) et le mouvement relatif des corps dans la direction normale (décollement).

1.3.5 Influence du frottement dans un système vis écrou.

Bien que la théorie de Hertz suppose des surfaces sans frottement, le frottement est un phénomène physique réel qui rend le problème de contact plus complexe.

Dans un système vis écrou le frottement influence le couple de serrage. Cependant, l'augmentation du coefficient de frottement entre les filets de la vis et de l'écrou n'avait qu'une légère influence sur la distribution des charges, le premier filet en prise restant identiquement chargé.

1.4 Généralités sur la photoélasticité (Photoélasticimétrie)

La photoélasticimétrie est une technique expérimentale d'analyse des contraintes qui est particulièrement utile pour les éléments présentant une géométrie complexe ou des conditions de charge difficiles. C'est une méthode optique qui permet l'analyse des champs de contraintes dans le modèle et fournit des informations tant visuelles que quantitatives en plein champ.

1.4.1 Principe de la photoélasticimétrie

La photoélasticimétrie est basée sur les variations d'indice optique d'un matériau transparent. Un matériau qui est optiquement isotrope au repos devient anisotrope lorsqu'il est soumis à un chargement mécanique. Cette propriété est le phénomène de biréfringence.

1.4.2 La Biréfringence

La biréfringence est définie par le fait qu'un rayon lumineux traversant certains matériaux se divise en deux rayons distincts se propageant à des vitesses différentes.

1. **Biréfringence naturelle** : Elle a lieu dans des matériaux tels que les cristaux, où la vitesse de propagation varie naturellement selon les directions propres du milieu.
2. **Biréfringence accidentelle (ou provoquée)** : Elle se produit lorsque des milieux qui ne sont normalement pas biréfringents (comme les matières à l'état gazeux, liquide ou amorphe) le deviennent sous l'action d'une contrainte extérieure qui crée une direction privilégiée. Les matériaux utilisés pour la photoélasticité sont choisis pour leur niveau

de biréfringence accidentelle très élevé. Les axes principaux de l'état de contrainte coïncident avec les axes optiques principaux.

1.4.3 Loi photoélastique (Loi de Maxwell)

L'onde lumineuse polarisée se décompose en deux composantes qui se propagent à des vitesses différentes et sont déphasées l'une par rapport à l'autre. Ce retard optique (δ) est directement relié aux contraintes.

Les lois établies par Maxwell relient la biréfringence aux contraintes principales. Le retard optique (δ) entre les deux composantes est proportionnel à la différence des contraintes principales ($\sigma_1 - \sigma_2$) et à l'épaisseur (e) du matériau :

$$\delta = c \cdot e(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (\text{I. XII})$$

La relation fondamentale de la photoélasticimétrie, découlant de la loi de Maxwell, s'énonce ainsi :

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{N \cdot f}{e} \quad (\text{I. XIII})$$

$$\text{ou } \sigma_1 - \sigma_2 = \frac{N \cdot \lambda}{C \cdot e} \quad (\text{I. XIV})$$

- Où :
- N Est l'ordre de la frange obtenu expérimentalement.
 - e Est l'épaisseur du modèle.
 - f Est la constante de frange ($f = \lambda/C$), qui est le rapport entre la différence des contraintes principales sur l'unité d'ordre de frange.

1.5 Méthodes d'analyse des contraintes

1.5.1 Méthodes expérimentales

1.5.1.1 Photoélasticimétrie.

- Elle est particulièrement utile pour les éléments ayant une géométrie complexe ou des conditions de charge difficiles à analyser mathématiquement.
- Cette technique repose sur le phénomène de la biréfringence accidentelle (double réfraction) acquise par certains matériaux transparents (modèles en époxy, par exemple) lorsqu'ils sont soumis à des contraintes.
- L'analyse des champs de contraintes se fait par la visualisation des franges photoélastiques sur un polariscope :

- Les isochromes correspondent aux lignes d'égalité de différence des contraintes principales (ou contrainte de cisaillement maximale).
- Les isoclines indiquent l'orientation des directions principales des contraintes. L'exploitation des isoclines permet de tracer les isostatiques (trajectoires des contraintes principales).
- Elle existe sous forme bidimensionnelle (2D) pour les modèles plans (où les contraintes sont constantes sur l'épaisseur) et tridimensionnelle (3D) pour l'étude de pièces épaisses ou complexes.
- Les méthodes 3D incluent la méthode de figeage et découpage mécanique (où les contraintes sont figées à chaud puis le modèle est découpé en tranches analysables en 2D) et la méthode de découpage optique (non destructive).

1.5.2 Méthodes numériques

1.5.2.1 Méthode des éléments finis (MEF).

La MEF est une méthode d'approximation numérique essentielle pour l'étude des problèmes d'ingénierie.

- Elle permet de traiter des problèmes aux géométries complexes, y compris la discrétisation de surfaces de formes quelconques.
- Elle est utilisée pour estimer les états de contraintes en tout point de la pièce analysée et est l'outil principal pour l'analyse en fatigue multiaxiale.
- Des logiciels de calcul comme CASTEM (ou Salome-Meca pour certains travaux) sont couramment employés pour effectuer les simulations.
- Les résultats des simulations numériques doivent être validés par l'expérimental.

1.5.2.2 Modélisation 2D simplifiée (symétries, sections).

La simplification des modèles numériques est souvent utilisée pour réduire le temps de calcul.

- Pour les assemblages complexes, la MEF permet la modélisation en considérant l'état de contrainte plan.
- L'utilisation des plans de symétrie permet de modéliser seulement une partie de la géométrie, par exemple un quart du tronçon en 3D.
- Dans l'analyse des contraintes figées, le découpage mécanique permet de se ramener à une analyse en deux dimensions après avoir isolé une tranche biréfringente dans la zone d'intérêt.

1.5.2.3 Modélisation 3D complète (contact, frottement, précontrainte).

Ce type de modélisation est nécessaire pour une description réaliste des structures, notamment des assemblages. Ces modèles prennent en compte les non-linéarités (matérielles, géométriques et de contact).

- Contact et Frottement : La MEF permet l'étude des problèmes de contact complexes. Pour les boulons, la modélisation peut inclure les contacts entre pièces, permettant d'intégrer les effets de frottement et de glissement.
- Précontrainte (Précharge/Serrage) : La précharge, essentielle dans les assemblages boulonnés, est modélisée numériquement, par exemple, en imposant un déplacement axial relatif entre les nœuds de l'écrou et ceux de la tige de la vis. Une modélisation complète 3D du boulon peut inclure le premier filet en prise avec l'écrou et le congé de raccordement entre la tête et le fût de la vis, des zones critiques de concentration de contrainte. L'analyse numérique de l'influence de la précharge a permis de mettre en lumière son effet bénéfique sur l'amplitude du cycle de chargement que rencontre la vis, ce qui a été ensuite validé expérimentalement.

1.5.3 La méthode des éléments finis appliquée à l'analyse des contraintes dans les systèmes vis écrou

La MEF est utilisée pour simuler la précharge (serrage) dans le boulon, typiquement en imposant un déplacement axial relatif entre les nœuds de l'écrou et ceux de la vis. Le maillage doit être raffiné, surtout dans les zones de concentration de contrainte comme le premier filet en prise avec l'écrou (où la taille des éléments peut atteindre $60 \mu m$) pour garantir une connaissance très précise des états de contrainte. Des logiciels comme Castem (Code Aster) ou Abaqus sont utilisés pour réaliser ces simulations, incluant la gestion des contacts entre les pièces.

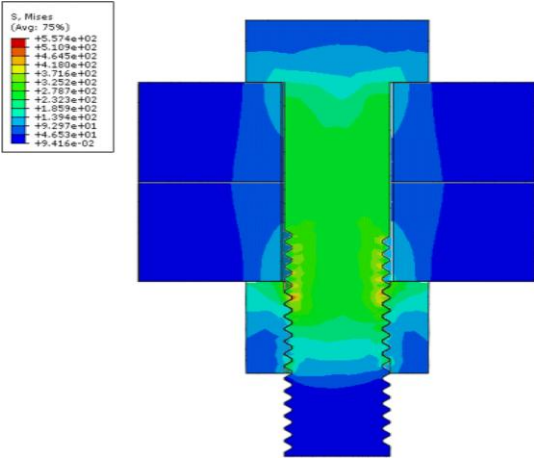


Fig. (I. 3) : Modélisation par éléments finis d'un assemblage vis-écrou

CHAPITRE II
PHOTOELASTICIMETRIE

CHAPITRE II
PHOTOELASTICIMETRIE

II.1 Introduction

La photoélasticimétrie est une méthode expérimentale optique non destructive couramment employée en mécanique pour analyser les contraintes. Elle est particulièrement utile pour étudier les champs de contraintes dans des pièces de géométrie complexe ou soumises à des chargements difficiles à résoudre analytiquement {Beldi, 2013 #6}.

Le principe repose sur la biréfringence dans certains matériaux transparents lorsqu'ils sont sollicités mécaniquement : cette propriété permet de visualiser les contraintes sur l'ensemble d'un modèle et d'en dresser une carte complète. En outre, la photoélasticimétrie complète souvent les méthodes numériques (comme les éléments finis) en fournissant des données expérimentales pour valider les simulations. Les modèles sont fréquemment réalisés en époxy, matériau biréfringent et économique {Touat, 2012 #7}.

II.2 Bases physiques de la photoélasticité***II.2.1 Comportement de la lumière (onde et polarisation)***

Selon la théorie de Maxwell, la lumière est une onde électromagnétique caractérisée par un champ électrique E et un champ magnétique H . Ces deux vecteurs sont en phase, perpendiculaires à la direction de propagation et l'un par rapport à l'autre ; connaître l'un d'eux suffit pour décrire l'onde {Touahir, 2014 #8}.

La polarisation rend compte de l'orientation et de l'évolution du champ électrique au cours de la propagation. Si la lumière est dite naturelle, elle est généralement non polarisée : les composantes du champ varient de façon aléatoire dans le temps.

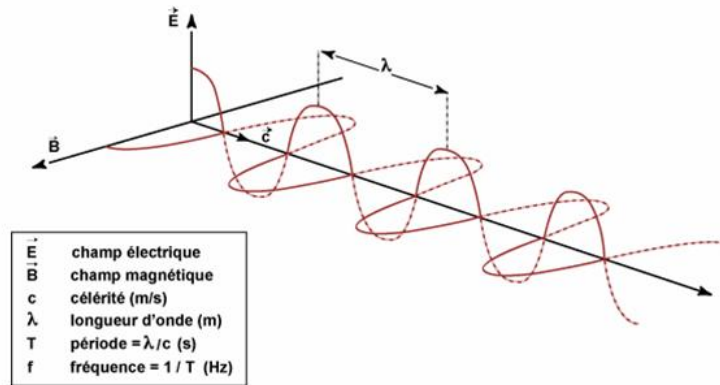


Fig. (II. 1) : Propagation des deux champs électriques et magnétique

Grâce à ces propriétés, la connaissance d'un seul des deux vecteurs est suffisante pour décrire la lumière. Si on choisit le vecteur de champ électrique E , alors on peut exprimer son amplitude par la relation suivante :

$$E = a \cos\left(\frac{2\pi c}{\lambda} t\right) = a \cos(2\pi f t) = a \cos(\omega t) \quad (\text{II. 1})$$

Où :

- a : amplitude du vecteur lumineux
- λ : longueur d'onde
- c : vitesse de propagation de la lumière
- t : temps
- f : fréquence de la lumière

II.2.2 Polarisation rectiligne, circulaire et rôle de la lame quart d'onde

Polarisation rectiligne : le vecteur du champ électrique reste constamment orienté dans une direction fixe. C'est le cas d'une onde monochromatique polarisée linéairement.

Polarisation elliptique : le vecteur E décrit une ellipse dans le plan perpendiculaire à la propagation ; c'est la situation générale lorsque les composantes perpendiculaires ont un déphasage quelconque.

Polarisation circulaire : le vecteur E décrit un cercle dans le plan d'onde. Cela correspond à deux composantes de même amplitude et déphasées de 90° ($\pi/2$). Le sens de rotation distingue les polarisations droites et gauches.

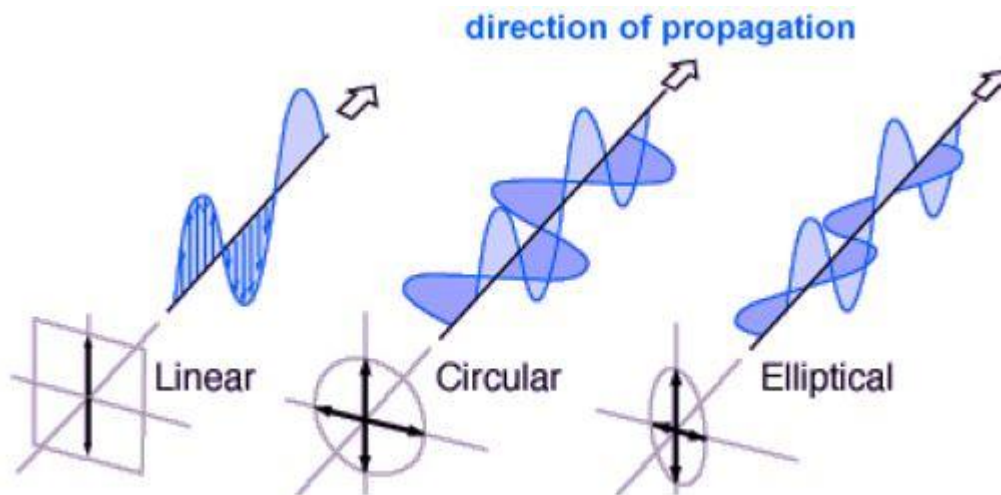


Fig. (II. 2) : Schématisation de la polarisation de la lumière

Rôle de la lame quart d'onde : dans un polariscope circulaire, une lame quart d'onde convertit une polarisation linéaire en polarisation circulaire et inversement, en introduisant un retard de $\pi/2$ entre deux composantes orthogonales. Elle permet d'éliminer les isoclines pour ne faire apparaître que les isochromes, ce qui facilite la mesure des contraintes. On la positionne en général avec ses axes optiques à 45° par rapport à ceux du polariseur et de l'analyseur.

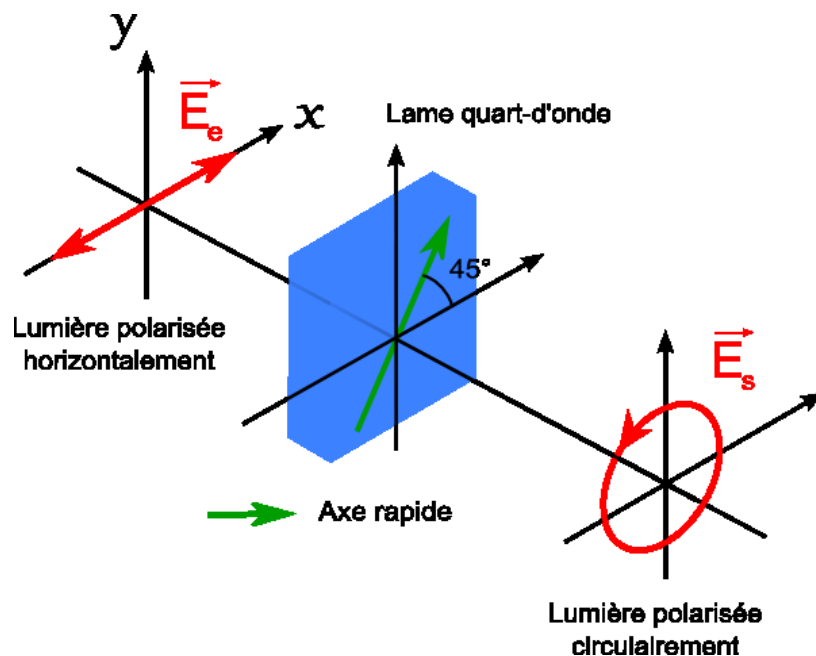


Fig. (II. 3) : Action d'une lame quarte d'onde, dont l'axe rapide est orienté à 45°

II.2.3 Lumière monochromatique et polychromatique

On utilise deux types de sources en photoélasticimétrie :

Lumière polychromatique (blanche) : elle contient l'ensemble des longueurs d'onde visibles, typiquement entre 4000 Å et 7000 Å. Une lampe ordinaire suffit. La lumière blanche met en évidence les isochromes en couleurs tandis que les isoclines apparaissent noirs, sauf la frange zéro qui reste noire. En revanche, les franges d'ordre élevé (au-delà de 4 ou 5) deviennent rapidement pâles et difficiles à distinguer.

Lumière monochromatique : obtenue en filtrant la lumière blanche, elle fournit une seule longueur d'onde λ . Elle permet une observation plus nette des isochromes, surtout en polariscopie circulaire où les isoclines sont supprimées. Une lampe à vapeur de mercure est un exemple de source monochromatique donnant une visualisation claire même pour des franges d'ordre élevé.

II.2.4 Notions d'isotropie et d'anisotropie

Isotropie : on qualifie un matériau d'optique isotrope lorsqu'il présente les mêmes propriétés optiques quelle que soit la direction d'observation. Dans un milieu isotrope, la vitesse de propagation de la lumière est identique dans toutes les directions.

Anisotropie : un milieu est anisotrope lorsque ses propriétés physiques varient selon la direction considérée. Par exemple, les cristaux sont souvent anisotropes : la vitesse de propagation de la lumière change en fonction des directions propres du milieu.

II.3 Phénomène de biréfringence

La biréfringence est un phénomène optique par lequel un faisceau lumineux traversant certains matériaux se scinde en deux rayons distincts, polarisés dans des plans perpendiculaires et se propageant à des vitesses différentes. Un objet vu à travers une lame biréfringente peut ainsi sembler dédoublé. Dans un tel milieu, l'indice de réfraction n'est pas unique : il dépend à la fois de la direction de propagation et de la polarisation de la lumière. On distingue deux formes de biréfringence : naturelle et accidentelle.

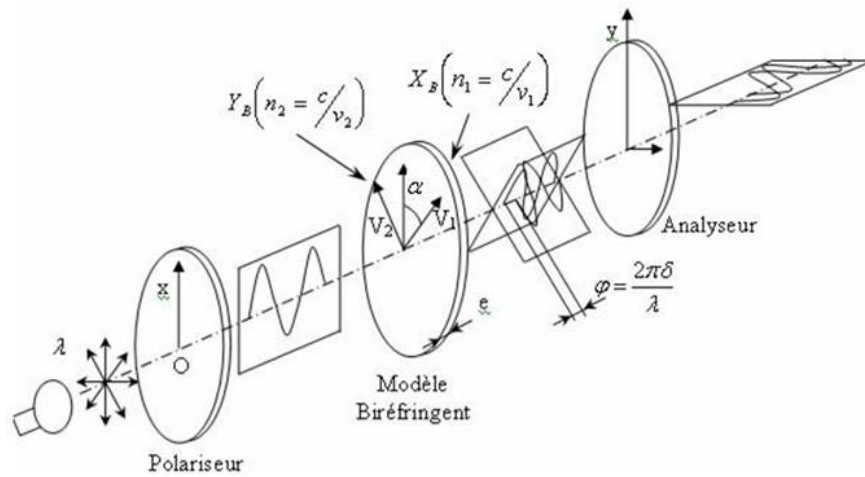


Fig. (II. 4) : Propagation d'une onde à travers une matière biréfringente

II.3.1 Biréfringence naturelle

La biréfringence naturelle se rencontre dans des matériaux comme certains cristaux, dont la structure anisotrope entraîne des vitesses de propagation variables selon les directions propres du milieu. Lorsqu'une onde plane polarisée traverse un corps naturellement biréfringent, elle se décompose en deux composantes indépendantes (ondes polarisées planes) alignées sur les axes optiques principaux. Ce dédoublement se traduit par un retard optique (δ) entre les deux composantes à la sortie du matériau {Touahir, 2014 #8}.

Si un élément transparent naturellement biréfringent est placé entre deux polaroïds croisés et que l'un de ses axes est aligné avec la direction de polarisation, la zone d'extinction n'est pas modifiée. En revanche, si l'élément est orienté obliquement, il laisse passer de la lumière dont la teinte dépend de sa biréfringence {Beldi, 2013 #6}.

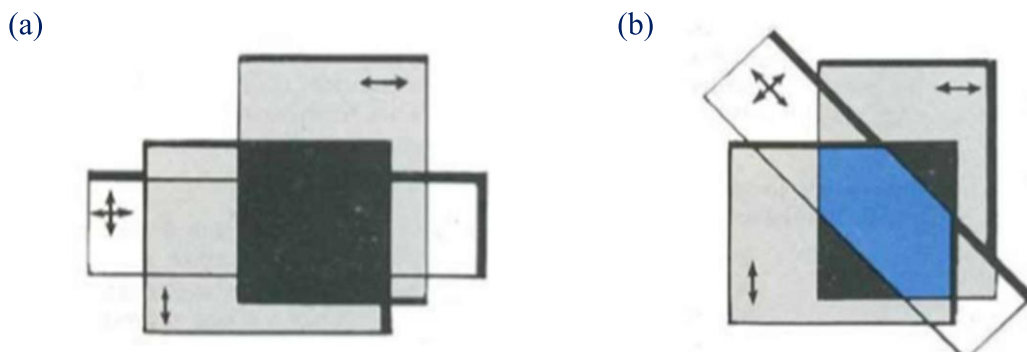


Fig. (II. 5) : Phénomène de biréfringence naturelle.

- (a) → Les axes optiques du corps sont parallèles à ceux des polaroïds.
- (b) → Les axes optiques du corps biréfringent non parallèles à ceux des polaroïds. La couleur indique la présence de phénomène d'interférence (retard).

II.3.2 Biréfringence accidentelle (ou induite par les contraintes)

Dans un milieu où il n'existe pas de direction privilégiée (comme les gaz, les liquides ou les solides amorphes), il n'y a pas de biréfringence. En revanche, une action extérieure qui impose une direction privilégiée peut en créer une : c'est la biréfringence provoquée (ou induite). Le milieu devient alors uniaxe, l'axe étant parallèle à la direction de cette action.

La plupart des corps transparents et isotropes, qui ne sont normalement pas biréfringents, le deviennent lorsqu'ils sont soumis à un état de contrainte. Les axes principaux de contrainte coïncident alors avec les axes optiques principaux, et les indices de réfraction principaux sont liés linéairement aux contraintes principales.

$$\begin{cases} n_1 = n_1(\sigma_1, \sigma_2) \\ n_2 = n_2(\sigma_2, \sigma_1) \end{cases} \Rightarrow n_1 - n_2 = C (\sigma_1 - \sigma_2) \quad (\text{II. II})$$

Les deux composantes de la lumière vibrent selon des plans orthogonaux, parallèles aux directions principales des contraintes (1 et 2). Elles ont la même fréquence mais sont déphasées l'une par rapport à l'autre, d'où une interférence possible. Le retard optique δ entre ces deux composantes est proportionnel à la différence des indices principaux donc à la différence des contraintes principales et à l'épaisseur d du matériau.

$$\delta = C d (\sigma_1 - \sigma_2) \quad (\text{II. III})$$

II.3.3 Constante de frange et relation contraintes lumière

La relation fondamentale de la photoélasticimétrie, dérivée des lois de Maxwell, met en relation le retard optique et les contraintes. Le déphasage φ entre les composantes de l'onde qui traverse le matériau est proportionnel à $(\sigma_1 - \sigma_2)$ et à l'épaisseur e .

L'intensité lumineuse I observée en sortie d'un polariscope s'annule (franges sombres) pour certaines valeurs du déphasage, ce qui définit les isochromes et les isoclines. Pour les isochromes, l'intensité est nulle lorsque φ est un multiple entier de 2π ($\varphi = 2N\pi$) {Touat, 2012 #7}. On en déduit la loi de Maxwell :

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{Nf}{e} \Rightarrow f = \frac{e}{N} (\sigma_1 - \sigma_2) \quad (\text{II. IV})$$

- Où :
- N : ordre de frange,
 - e : épaisseur du modèle,

- f : constante de frange (photoélastique), égale au rapport entre la longueur d'onde λ utilisée et la constante optique C du matériau biréfringent ($f = \lambda / C$). Sa valeur est déterminée expérimentalement avant les essais.

II.4 Dispositifs expérimentaux

II.4.1 Le polariscope : principes et éléments constitutifs

Le polariscope est un dispositif optique destiné à analyser la biréfringence provoquée lorsqu'une lumière polarisée traverse un modèle photoélastique soumis à des contraintes. Il assure la production de la lumière polarisée (polariseur) et sa détection (analyseur).

Les éléments habituels d'un polariscope sont :

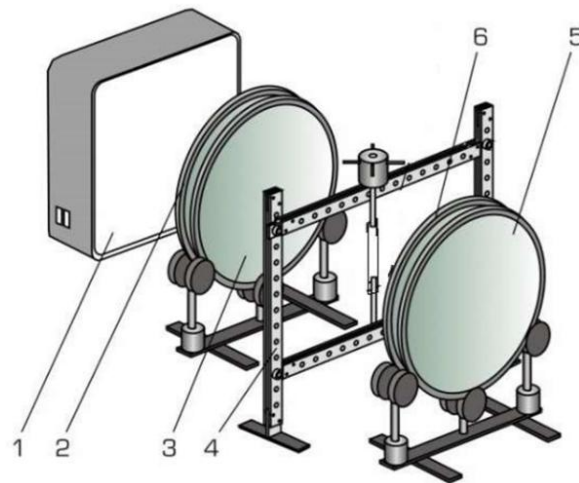


Fig. (II. 6) : *Essais photoélastique à l'aide d'un polariscope circulaire*

- Où :
1. une source lumineuse (monochromatique ou polychromatique).
 2. un polariseur (filtre polariseur ou polaroïd) pour obtenir une lumière polarisée rectilignement ;
 3. filtre quart d'onde.
 4. bâti
 5. filtre de polarisation comme analyseur.
 6. filtre quart d'onde.

II.4.2 Types de polariscope (lumière plane, circulaire, champ clair / obscur)

On distingue plusieurs configurations de polariscope :

Polariscope rectiligne (ou plan) : le modèle est intercalé entre deux polaroïds (polariseur et analyseur). Si ceux-ci sont croisés, aucune lumière ne passe en l'absence de charge. Sous contrainte, l'onde polarisée se décompose et les composantes transmises par l'analyseur interfèrent, produisant des franges ; les isoclines (lignes d'extinction) y sont visibles.

Polariscope circulaire : composé d'un polariseur, d'une lame quart d'onde, du modèle, d'une seconde lame quart d'onde et d'un analyseur. La première lame, placée à 45° par rapport à la polarisation plane, transforme la lumière en polarisation circulaire, ce qui rend l'interprétation indépendante de l'orientation des contraintes principales et élimine les isoclines : seuls les isochromes apparaissent. La seconde lame reconvertit la lumière circulaire en lumière plane pour l'analyseur.

Champ clair / champ obscur : selon l'orientation des éléments optiques, on obtient des configurations de champ clair ou obscur :

- Polariscope plan : polariseur et analyseur croisés = champ obscur ; parallèles = champ clair.
- Polariscope circulaire : polariseur et analyseur croisés avec lames quart d'onde croisées = champ obscur ; polariseur et analyseur parallèles avec lames quart d'onde croisées = champ clair.

II.4.3 Banc expérimental de photoélasticimétrie

Un banc de photoélasticimétrie regroupe le polariscope et un dispositif d'application de charges. Il sert à analyser expérimentalement les contraintes sur des modèles, le plus souvent en 2D. L'avènement de l'imagerie numérique et des caméras CCD a considérablement amélioré ces installations, accélérant l'acquisition et le traitement des images. Ces méthodes sont largement employées pour le contrôle industriel et la caractérisation mécanique, permettant d'obtenir des cartographies complètes des champs de contraintes.

II.4.4 Méthodes de transmission et de réflexion

Méthodes de transmission : utilisées pour des modèles 2D ou des coupes fines de modèles 3D figés. Le modèle transparent est placé entre les filtres polarisants et observé en transparence, ce qui permet de mesurer les contraintes à l'intérieur de la masse et d'étudier leur répartition sur des modèles réalisés par similitude.

Méthodes de réflexion : une fine couche de matériau photoélastique (revêtement biréfringent) est déposée à la surface d'une structure réelle rendue réfléchissante (peinture, plaque d'aluminium). La structure impose ses déformations au revêtement, qui sont mesurées puis converties en contraintes. La lumière polarisée incidente traverse le revêtement, est réfléchiée par la surface, puis traverse de nouveau le revêtement, générant isoclines et isochromes. Les filtres polarisants restent du même côté de la pièce. Cette technique est souvent désignée sous le nom de "Photo Stress".

P : polariseur

A : analyseur

Q : lame quart d'onde

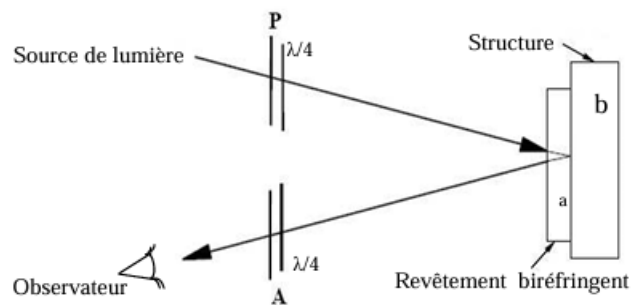


Fig. (II. 7) : Polariscope à réflexion

II.5 Exploitation des résultats photoélastiques

II.5.1 Analyse des franges isochromes (intensité des contraintes)

Les **franges isochromes** correspondent aux lignes d'égale différence des contraintes principales ($\sigma_1 - \sigma_2$) ou, à un facteur près, aux lieux d'égale cisaillement maximal :

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \tag{II. V}$$

En lumière blanche, elles apparaissent sous forme d'irisations colorées, le déphasage dépendant de la longueur d'onde. L'ordre zéro se manifeste toujours par une frange noire.

En lumière monochromatique, elles se présentent sous forme de bandes alternant noir et blanc. L'analyse des isochromes consiste alors à compter ces franges afin de déterminer l'ordre N .

- En champ obscur, les franges noires correspondent aux **ordres entiers** ($N = 0,1,2, \dots$).
- En champ clair, elles correspondent aux **demi-ordres** ($N = 0,5; 1,5; 2,5; \dots$).

On applique ensuite la loi de Maxwell :

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{N \cdot f}{e} \tag{II. VI}$$

Afin de déterminer l'intensité des contraintes. Plus la différence entre les contraintes principales augmente, plus les franges isochromes se rapprochent.

II.5.2 Analyse des isoclines (directions principales des contraintes)

Les isoclines sont les courbes où la direction d'une contrainte principale est parallèle à l'axe de polarisation du polariseur (et de l'analyseur). Dans un polariscope plan en champ obscur, elles apparaissent comme des lignes sombres et ne dépendent ni de l'intensité de la charge ni de la longueur d'onde utilisée. En revanche, elles dépendent de l'orientation relative polariseur-analyseur : en tournant simultanément ces deux éléments (en les maintenant croisés), les isoclines se déplacent et permettent de cartographier les directions des contraintes principales en différents points du modèle.

II.5.3 Tracé des isostatiques et élimination des isoclines

Tracé des isostatiques : Les isoclines, qui donnent les directions des contraintes principales, sont une étape intermédiaire pour dresser les isostatiques. Ces dernières sont les trajectoires suivies par les directions principales et forment deux familles de courbes perpendiculaires. On peut tracer les isostatiques graphiquement en reliant des points repérés sur les isoclines par des droites tangentes aux directions principales. Une carte d'isostatiques sert à optimiser la forme des pièces et à positionner des jauges de contrainte. On note par ailleurs que des isostatiques rectilignes coïncident avec des isoclines, et que les axes de symétrie du système sont des isostatiques. La variation des contraintes se traduit par la courbure des isostatiques.

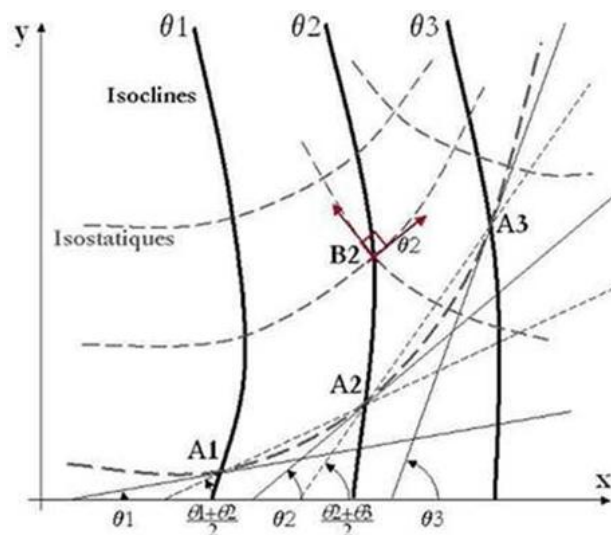


Fig. (II. 8) : *Tracé des isostatiques à partir des isoclines*

Élimination des isoclines : Dans un polariscope plan, isoclines et isochromes apparaissent souvent mêlées, ce qui complique l'interprétation. Pour faire disparaître les isoclines et ne

visualiser que les isochromes, on crée une onde polarisée circulaire en intercalant des plaques quart d'onde entre le polariseur et l'échantillon, et entre l'échantillon et l'analyseur.

II.5.4 Expression analytique des isoclines et isochromes

Pour un état de contraintes plan, le tenseur des contraintes s'écrit :

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{II. VII})$$

Les expressions analytiques relient l'intensité lumineuse I aux paramètres des isoclines (α) et des isochromes (ϕ). En champ obscur (polariseur et analyseur croisés), l'intensité est donnée par :

$$I = I_0 \sin^2(2\alpha) \sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right) \quad (\text{II. VIII})$$

- **Isoclines** : l'intensité s'annule lorsque $\sin(2\alpha) = 0$, soit

$$\alpha = k \frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z} \quad (\text{II. IX})$$

- **Isochromes** : l'intensité s'annule lorsque $\sin(\phi/2) = 0$, soit

$$\phi = 2N\pi, \quad N = \text{ordre de la frange.} \quad (\text{II. X})$$

En remplaçant ϕ par son expression issue de la loi de Maxwell, on obtient la relation entre les contraintes principales :

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{N \cdot f}{e} \quad (\text{II. XI})$$

- Où :
- f : valeur du facteur matériel (ou la "fringe value")
 - e : épaisseur de l'échantillon
 - N : ordre de frange

II.5.5 Lois de similitude et mise à l'échelle

Prototype / modèle transparent

Lorsqu'on étudie un modèle photoélastique (souvent en époxy) pour représenter un prototype réel (généralement métallique), il est nécessaire de s'assurer que les résultats soient transposables. En effet, les propriétés matérielles diffèrent sensiblement : les constantes photoélastiques du modèle sont très éloignées de celles du métal constituant le prototype.

Conditions de validité des résultats

Des lois de similitude et des règles de mise à l'échelle permettent de transférer les contraintes mesurées sur le modèle vers le prototype réel. Le rapport entre les contraintes du prototype σ_P et celles du modèle σ_M s'exprime en fonction des efforts appliqués et des dimensions caractéristiques. Une forme courante de la relation est:

$$\frac{\sigma_P}{\sigma_M} = \frac{F_P/L_P^2}{F_M/L_M^2} \cdot \frac{e_M}{e_P} \quad (\text{II. XII})$$

Remarque : selon la manière dont on définit les grandeurs de chargement et les longueurs caractéristiques, la formule peut se présenter sous des formes équivalentes, par exemple :

$$\sigma_P = \sigma_M \cdot \frac{F_P/L_P}{F_M/L_M} \cdot \frac{e_M}{e_P} \quad \text{ou} \quad \sigma_P = \sigma_M \cdot \frac{F_P L_M}{F_M L_P} \cdot \frac{e_M}{e_P} \quad (\text{II. XIII})$$

- Où :
- σ : contrainte
 - F : effort appliqué
 - L : longueur caractéristique
 - e : épaisseur

Les indices M et P renvoient respectivement au modèle et au prototype.

Ces lois de similitude sont essentielles pour extrapoler les essais photoélastiques réalisés sur des modèles économiques vers des structures réelles.

II.6 Conclusion

Ce chapitre a exposé les principes et les techniques de la photoélasticimétrie, méthode optique expérimentale non destructive pour étudier les champs de contraintes. Elle repose sur la biréfringence induite dans certains matériaux transparents soumis à une sollicitation mécanique : la lumière polarisée qui les traverse subit un déphasage directement lié aux contraintes présentes.

Avantages de la photoélasticimétrie :

- Elle fournit une vision globale du champ des contraintes ;
- Elle est non destructive ;
- Elle permet d'utiliser des modèles peu coûteux (souvent en époxy) ;
- Elle sert à valider des résultats numériques (méthode des éléments finis).

Limitations de la méthode :

- l'analyse manuelle des franges isochromes et des isoclines peut être longue et fastidieuse
- la présence de contraintes résiduelles dans le modèle peut fausser l'observation ;
- il est parfois difficile de déterminer précisément les ordres de franges, notamment près des zones de contact où les contraintes sont très concentrées ;
- l'hypothèse bidimensionnelle s'applique aux modèles minces ; pour des cas réellement 3D, des techniques plus sophistiquées sont nécessaires (figeage-découpage, découpage optique, éclairage diffusé).

Malgré ces limites, la photoélasticimétrie reste une méthode précieuse et complémentaire aux approches numériques pour l'étude et l'optimisation des structures mécaniques.

Chapitre III
CONTRAINTES RESIDUELLES

CHAPITRE III
CONTRAINTES RESIDUELLES

III.1 Introduction

En mécanique, l'étude des pièces mécaniques nécessite une analyse approfondie de leurs propriétés mécaniques, principalement pour identifier les zones de concentration de contraintes. Pour cela on doit prendre en considération plusieurs facteurs influençant le comportement mécanique telle que les facteurs géométriques conditions de service et comme dans notre cas ces les contraintes résiduelles, Les contraintes résiduelles, définies comme des champs de tension internes persistants en l'absence de chargement externe, représentent un facteur majeur dans la détermination de la contrainte maximale effective.

Ces contraintes résiduelles apparaissent lors de processus de fabrication comme le soudage, le forgeage, le traitement thermique ou l'usinage. Elles sont dues à des déformations plastiques inégales ou à des variations de température qui créent des différences dans la structure du matériau [1]. Leur présence peut avoir des conséquences importantes sur les propriétés mécaniques, notamment en affectant la résistance à la fatigue, la résistance à la corrosion et la durée de vie du matériau en service [2].

III.2 Genèse des contraintes résiduelles

Les contraintes résiduelles apparaissent lorsqu'un matériau subit des gradients de déformation ou de température au cours de sa fabrication, de son traitement thermique ou de son assemblage. Dans les résines époxy, elles se forment surtout pendant le moulage et la polymérisation : le durcissement provoque une rétraction chimique et différentes zones de la pièce n'ont pas la même dilatation thermique. Si ces déformations ne peuvent pas se relâcher librement pièce immobilisée, contact avec le moule, hétérogénéités locales elles se convertissent en contraintes internes permanentes. Celles-ci peuvent affecter la résistance mécanique, la durabilité et le comportement au contact du matériau.

III.3 Impact des Contraintes Résiduelles

Les contraintes restantes issues des processus de fabrication ont un impact important sur les caractéristiques mécaniques et physiques des matériaux. Selon leur nature et leur répartition, leur impact peut être favorable ou défavorable [3] [4] [2].

III.3.1 Effets sur les Propriétés Mécaniques**• Résistance à la Fatigue**

✗ Les contraintes résiduelles de **compression** en surface augmentent la durée de vie en fatigue en retardant la propagation des fissures.

☑ Les contraintes de **traction** accélèrent la propagation des fissures et réduisent la résistance à la fatigue.

• Résistance à la Rupture et Ténacité

✗ Les contraintes de traction peuvent favoriser la rupture fragile en présence de défauts.

☑ Les contraintes de compression améliorent la résistance à la rupture fragile en réduisant la contrainte effective maximale.

• Dureté et Résistance à l'Usure

☑ Les traitements de surface (grenailage, nitruration) induisent des contraintes de compression, améliorant la dureté superficielle et la résistance à l'usure.

III.3.2 Effets sur la Stabilité Dimensionnelle**• Déformation et Distorsion**

✗ Des contraintes résiduelles mal équilibrées peuvent provoquer des déformations différées, affectant la précision géométrique des pièces.

III.3.3 Effets sur la Résistance à la Corrosion**• Corrosion sous Contrainte**

✗ Les zones où prédominent des contraintes de traction sont généralement plus vulnérables à la corrosion sous contrainte et au risque de fissuration.

☑ En revanche, les contraintes de compression ont pour effet de freiner la propagation des fissures dues à la corrosion.

III.4 La méthode de relaxation :**III.4.1 Définition :**

La méthode de relaxation dans les époxy consiste à chauffer la pièce dans une étuve à une température contrôlée, inférieure à la transition vitreuse, afin de dissiper les contraintes internes sans altérer ses propriétés. Une fine couche de poudre de talc est souvent utilisée pour éviter l'adhérence et assurer une relaxation homogène[5].

III.4.2 Les paramètres influençant l'efficacité de cette méthode :

Les principaux paramètres sur la méthode de relaxation sont la température, la durée de maintien à cette température, et les taux de chauffage et de refroidissement. Voici un aperçu détaillé de chacun de ces éléments :

III.4.2.1 Impact de la température et de la durée de maintien**Température :**

- L'augmentation de la température facilite l'activation des processus diffusifs au niveau atomique, comme la diffusion interstitielle et la mobilité des dislocations. Cela contribue à diminuer progressivement les contraintes internes accumulées.
- En quelque sorte, la température joue le rôle de catalyseur, déterminant la rapidité et l'étendue des phénomènes de relaxation.

Durée de maintien :

- Maintenir le matériau à une température élevée suffisamment longtemps permet aux processus de réorganisation microstructurale de se développer complètement.
- La durée d'exposition à la température influe sur l'atténuation des contraintes, mais cette relation n'est pas linéaire : après un certain temps, les gains en réduction des contraintes peuvent devenir marginaux.

III.4.2.2 Effet des taux de chauffage et de refroidissement contrôlés**Taux de chauffage :**

- Des taux de chauffage trop élevés peuvent engendrer des gradients thermiques, ajoutant des contraintes thermiques aux contraintes résiduelles initiales. Cela

peut provoquer des fissures microscopiques ou des déformations plastiques localisées.

- Un chauffage contrôlé permet une homogénéisation progressive de la température, garantissant un déclenchement uniforme des phénomènes diffusifs.

Taux de refroidissement :

- Un refroidissement rapide peut figer la microstructure obtenue à haute température, conservant des configurations désordonnées et entraînant des nouvelles contraintes internes.
- Un refroidissement lent prolongera l'action thermodynamique, permettant une diffusion efficace et une reconfiguration homogène.

La manière dont ces paramètres interagissent est fondamentale pour maximiser l'efficacité des traitements thermiques par relaxation des contraintes.

Il est indispensable de contrôler soigneusement les cycles de température afin de garantir à la fois une relaxation optimale et le maintien des propriétés mécaniques du matériau [6].

III.4.3 Protocole d'utilisation (exemple expérimentale).

Dans le cas des résines époxy, le processus de relaxation des contraintes résiduelles consiste en un cycle de cuisson contrôlé, souvent appelé "post-cure", qui vise à stabiliser la structure du polymère. Ce cycle, réalisé à des températures généralement autour de 120 °C, facilite la réorganisation des molécules et réduit les tensions internes apparaissant lors du durcissement.

Concrètement, le modèle est placé dans une étuve où la température monte progressivement à raison d'environ 5 °C par heure, puis est maintenue pendant une période allant de 3 à 12 heures, en fonction de la taille de la pièce.

Par la suite, un refroidissement lent est effectué. Il est crucial de gérer précisément la vitesse de montée et de descente en température pour assurer une homogénéité thermique et permettre une relaxation optimale des contraintes, ce qui évite la formation de microfissures ou de déformations plastiques localisées.

Cette méthode permet non seulement d'accroître la stabilité du matériau, mais aussi de maximiser ses performances en tant qu'élément structural.

Description des phases :

Avant d'introduire le modèle en époxy dans l'étuve pour la relaxation thermique, on le pose sur une fine couche de talc. Cette précaution empêche qu'il ne colle au support pendant le chauffage et garantit une dilatation homogène. Le talc joue ainsi le rôle d'un film séparateur, limitant les frottements et évitant l'apparition de contraintes parasites qui pourraient fausser la relaxation.

Phase**1**

Premièrement en place la pièce dans une étuve où la température monte progressivement de 5 degrés par heure (5°C/h), afin qu'elle atteigne la température de transition vitreuse de 120°C .

Phase**2**

Le modèle reste dans l'étuve pendant 12 heures pour homogénéisation de la température.

Phase**3**

Le modèle est refroidi avec une vitesse de 5 degrés par heure (5°C/h) jusqu'à la température ambiante avant d'être retiré de l'étuve.

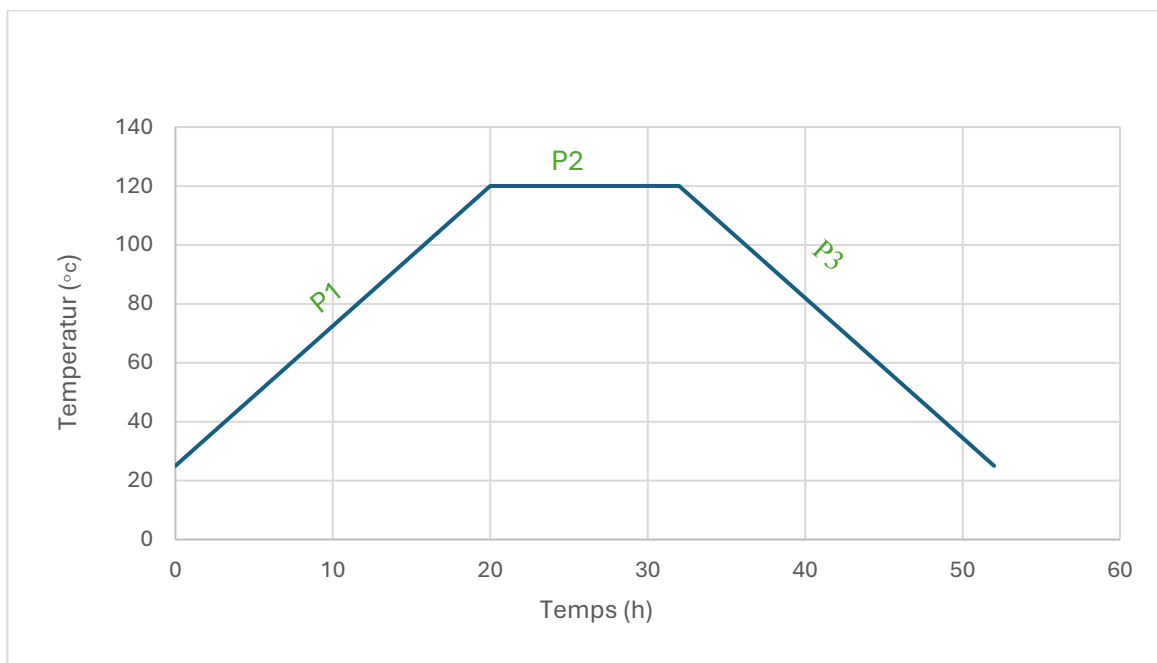


Fig. (III. 1) : Cycle thermique pour le recuit

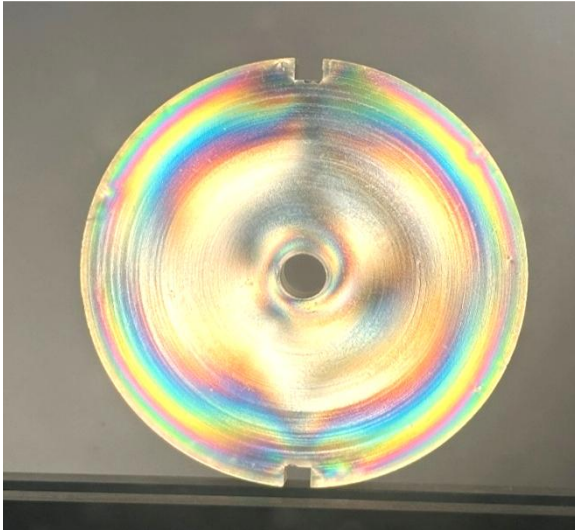


Fig. (III. II) : Visualisations du modèle sous le polariscope avant traitement



Fig. (III. III) : Visualisations du modèle sous le polariscope après traitement

Remarque — traitement thermique :

Le protocole décrit ci-dessus illustre la méthode de relaxation thermique utilisée pour réduire les contraintes internes.

Dans notre cas, le modèle étudié nous a été fourni après un traitement thermique de relaxation déjà effectué. Par conséquent, les contraintes résiduelles initiales ont été éliminées et ne sont pas prises en compte dans l'étude.



Fig. (III. IV) : Modèle étudié illustrant l'absence de contraintes résiduelles dès le début

III.5 Conclusion

Les contraintes résiduelles jouent un rôle majeur dans le comportement mécanique des matériaux et des assemblages. Issues principalement de gradients thermiques, de transformations ou de contacts, elles se manifestent par des efforts internes permanents susceptibles d'altérer la résistance et la durabilité des structures. Dans le cas des résines époxy et des assemblages boulonnés, ces contraintes apparaissent pendant le moulage et la polymérisation et à proximité des zones de contact, où elles entraînent des concentrations locales importantes. Leur présence complique l'analyse et peut expliquer des écarts entre résultats numériques et essais expérimentaux. Il est donc indispensable de les prendre en compte pour assurer la fiabilité des modèles, la validité des comparaisons expérimentales et, au final, l'optimisation des structures mécaniques.

Chapitre IV

ANALYSE DES CONTRAINTES DANS UN SYSTEME VIS-ECROU

CHAPITRE IV
ANALYSE DES CONTRAINTES DANS UN
SYSTEME VIS-ECROU

IV.1 Introduction

Ce chapitre porte sur l'étude des champs de contraintes dans un système vis-écrou soumis à la traction pour mieux comprendre le comportement des assemblages courants en ingénierie. Boulons et écrous transmettent les efforts et assurent la stabilité des structures, et leur mise en charge engendre des distributions de contraintes complexes qu'il faut caractériser avec précision. Cette analyse se fait souvent par deux voies complémentaires :

L'expérimentation, notamment au polariscope, fondé sur la photoélasticité, permet de visualiser et de mesurer les franges isochromes c'est-à-dire les lignes correspondant à des niveaux de contraintes identiques et de cartographier qualitativement et quantitativement l'intensité et la répartition des contraintes dans le système vis-écrou soumis à la traction.

La modélisation numérique par éléments finis avec des logiciels comme Castem et Abaqus offrent une représentation détaillée tenant compte de la géométrie, des propriétés matérielles et des conditions aux limites, ce qui permet de prédire finement les champs de contraintes [7].

En comparant les franges expérimentales aux résultats numériques, il est possible d'évaluer la fiabilité des modèles et valider les hypothèses mécaniques en repérant les zones de concentration de contraintes susceptibles de provoquer fissures ou ruptures.

IV.2 Analyse expérimentale des contraintes :

L'étude expérimentale du contact dans un assemblage vis-écrou vise à mieux saisir la répartition des efforts et l'évolution des contraintes sous charge. Les essais réalisés portent sur un système soumis à une traction simple de $F = 445,37 \text{ N}$. Le modèle expérimental est fabriqué en époxy, matériau choisi pour ses propriétés photoélastiques, et présente un module de Young $E = 3273 \text{ MPa}$ ainsi qu'un coefficient de Poisson $\nu = 0,37$.

Avant de procéder à l'analyse expérimentale, il est indispensable d'effectuer l'étalonnage du système, étape préalable permettant de déterminer avec précision la constante de frange du matériau étudié.

IV.2.1 Détermination de la constante de frange

La détermination de la constante de frange est essentielle dans l'analyse des contraintes, puisqu'elle permet de quantifier le champ de contraintes et d'identifier avec précision leurs directions principales. Cette constante, liée à la relation entre la force appliquée et la déformation, c'est le rapport entre la longueur d'onde λ utilisé sur polariscope et la constante photoélastique (c) du matériau de modèle utilisé. Pour cela, on la détermine à l'aide de deux méthodes :

IV.2.1.1 Méthode (essai de flexion 4 points)

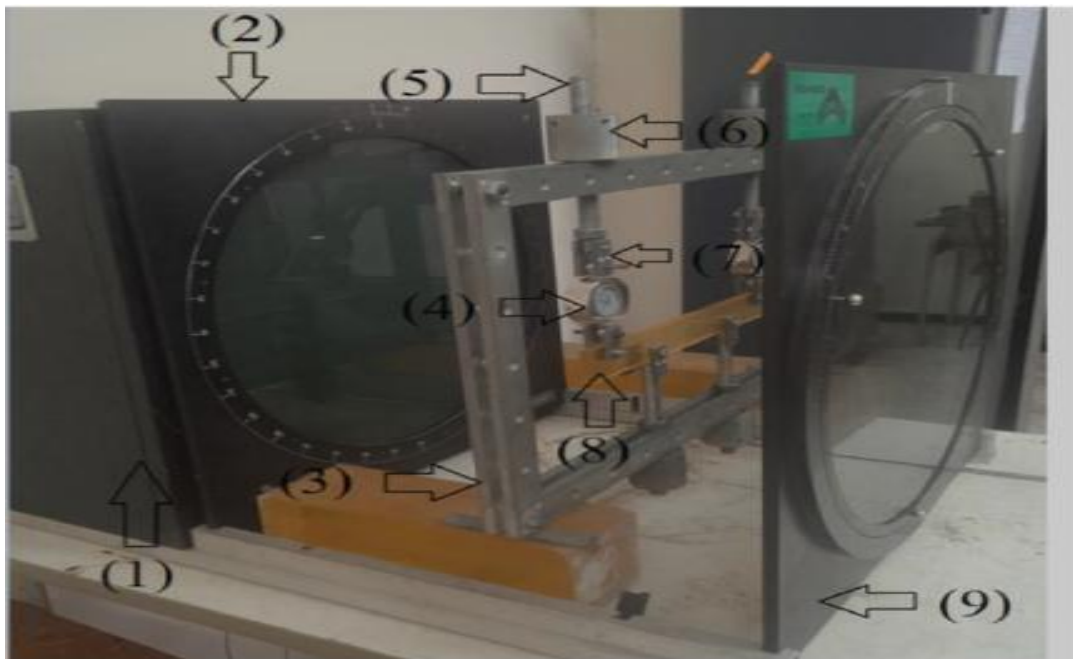


Fig. (IV. 1) : Dispositif de chargement en flexion

Tableau IV. 1 : Elément de dispositif d'essai de flexion

1	Source lumineuse
2	Polariseur
3	Cadre de charge
4	Dynamomètre
5	Tige filetée
6	Écrou
7	Plaque de liaison
8	Éprouvette (Tige en époxy)
9	Analyseur

Modèle utilisé

L'éprouvette ci-dessous sera soumise à un moment fléchissant en utilisant le banc d'essai sur la figure (*Fig. (IV.2)*).

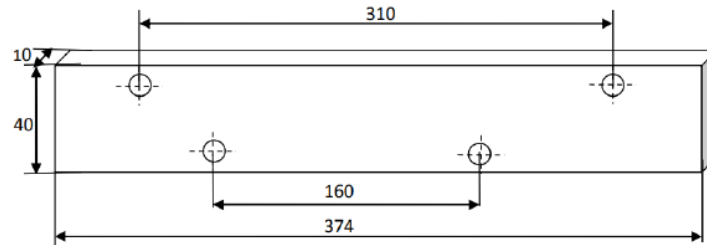


Fig. (IV. 2) : Epreuve de l'essai de flexion

Dimension :

Epaisseur $e = 10 \text{ mm}$

Hauteur $h = 40 \text{ mm}$

Largeur $L = 374 \text{ mm}$

IV.2.1.1.1 Principe et procédure de détermination de la constante de frange

Le principe de la flexion en quatre points consiste à poser l'éprouvette sur deux appuis éloignés comme représenté sur la figure (*Fig. IV.3*), puis à appliquer deux charges rapprochées. Cela crée une zone centrale où le moment de flexion est constant et uniforme, visible sur la figure sous forme de franges isochromes. On utilise l'ordre des franges et le calcul de M_f , à l'aide des relations de la RDM, pour déterminer la constante de la frange.

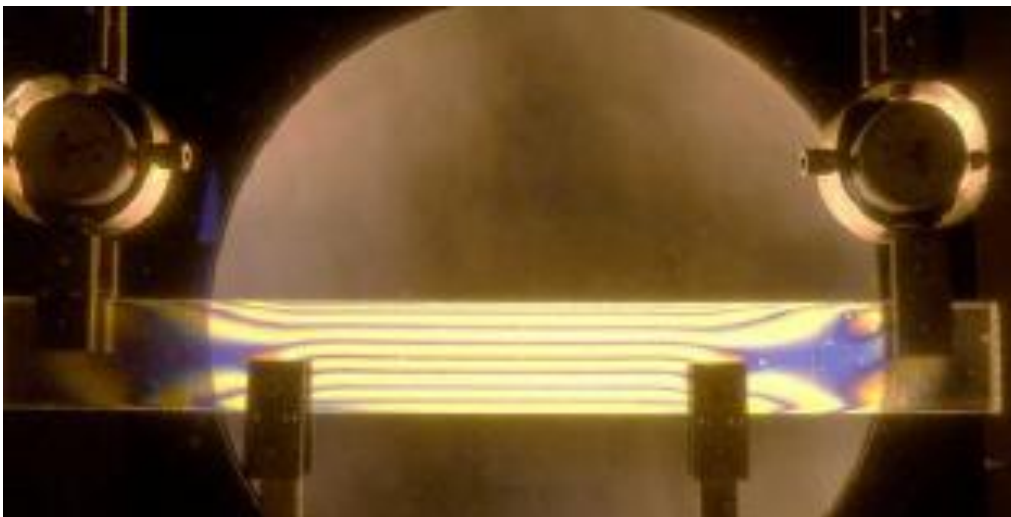


Fig. (IV. 3) : Les franges isochromes lors d'une flexion

IV.2.1.1.2 Calcul de la constante de frange

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{N \cdot f}{e} \quad (\text{IV. I})$$

Sur les bords de l'éprouvette nous avons $\sigma_2 = 0 \text{ N.M}$

Ce qui donne

$$f = \frac{e \cdot \sigma_1}{N} \quad (\text{IV. II})$$

La contrainte σ nous est donnée par la formule suivante :

$$\sigma_1 = \frac{M_f}{W_{xx}} = \frac{M_f}{I_{xx}} \cdot v \quad (\text{IV. III})$$

Tel que : $W_{xx} = \frac{I_{xx}}{v}$

Où I_{xx} : Est le moment d'inertie de l'éprouvette exprimer par la formule

$$I_{xx} = \frac{e \cdot h^3}{12} \quad (\text{IV. IV})$$

v : Est la distance qui sépare la ligne neutre du bord de la distance qu'est donnée par la relation

$$v = \frac{h}{2} \quad (\text{IV. V})$$

En

remplacent (IV.I) dans la relation (IV.II) on aura :

$$f = 6 \frac{M_f}{N \cdot h^2} \quad (\text{IV. VI})$$

- Calcul des moments fléchissant

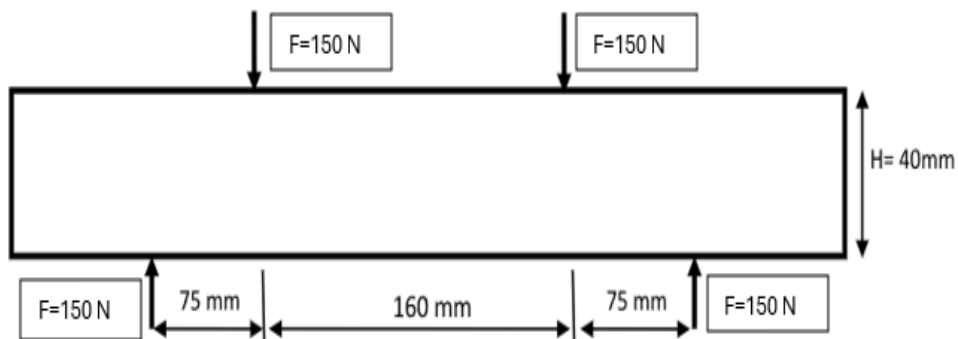


Fig. (IV. 4) : *Eprouvette de l'essai de flexion quatre point*

En appliquant le principe fondamental de la dynamique

$$\Sigma F = 0 \quad (\text{IV. VII})$$

$$\Sigma M_F = 0 \quad (\text{IV. VIII})$$

$x \leq 75$: Tronçon AB

$$M_f = -150x$$

$$x = 0 \Rightarrow M_f = 0 \text{ N.mm} = 0 \text{ N.mm}$$

$$x = 75 \Rightarrow M_f = 11250 \text{ N.mm} = 11250 \text{ N.mm}$$

$75 \leq x \leq 235$: Tronçon BC

$$M_f = 150 * (x - 75) - 150x$$

$$x = 75 \Rightarrow M_f = -11250 \text{ N.mm} = -11250 \text{ N.mm}$$

$$x = 235 \Rightarrow M_f = -11250 \text{ N.mm} = -11250 \text{ N.mm}$$

$235 \leq x \leq 310$: Tronçon CD

$$M_f = 150 * (x - 235) + 150 * (x - 75) - 150x$$

$$x = 235 \Rightarrow M_f = -15000 \text{ N.mm} = -11250 \text{ N.mm}$$

$$x = 310 \Rightarrow M_f = 0 \text{ N.mm} = 0 \text{ N.m}$$

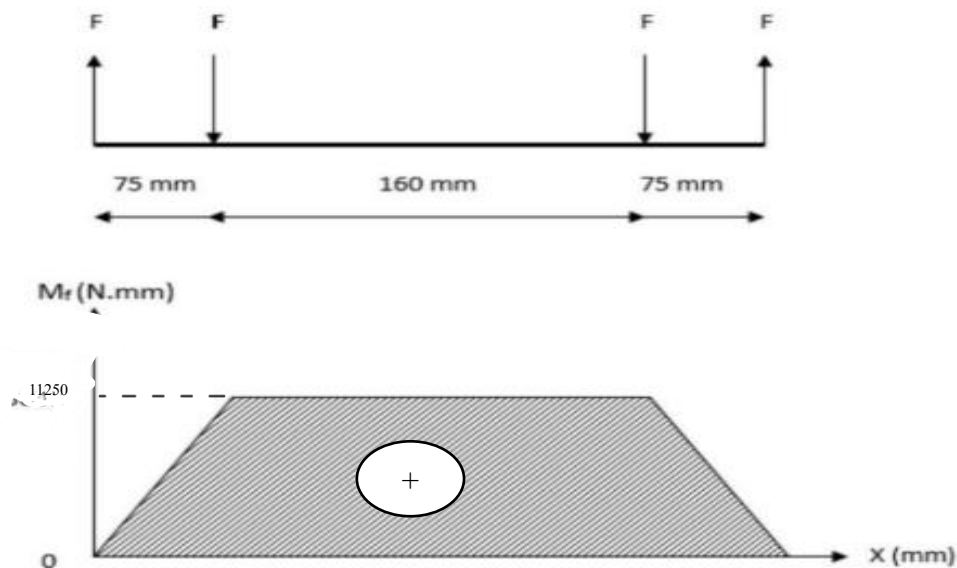


Fig. (IV. 5) : Diagramme du moment fléchissant

On déduit le moment maximum : $M_f = 11250 \text{ N.mm}$

- L'ordre de frange N

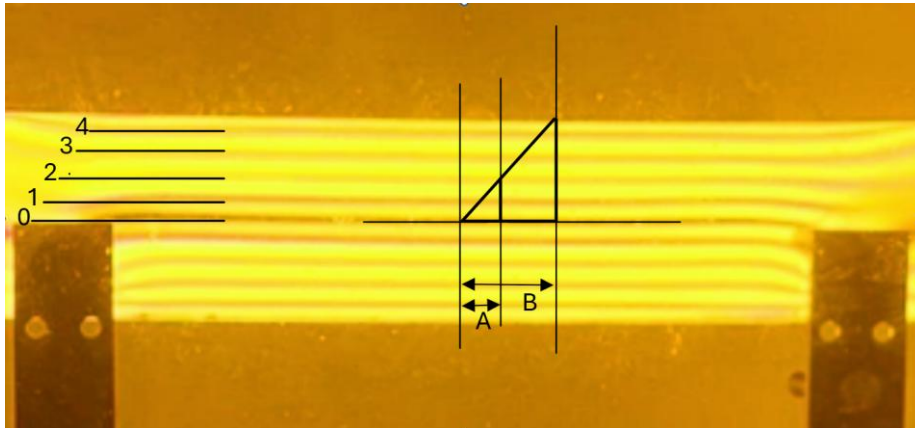


Fig. (IV. 6) : Relevé de l'ordre de frange au bord de l'éprouvette

D'après la formule (V.6) pour qu'on puisse déterminer la constants de la frange f il faut d'abord déterminer l'ordre de frange totale N dans le model.

Sachant que l'ordre de frange au niveau de la ligne neutre est égal à zéro, à une distance A, on a l'ordre de frange égale à 2, l'ordre de frange N au bord de l'éprouvette, à une distance B sera donné avec : $N = 2 (B/A)$

En mesurant les distances A et B à partir de la figure (Fig.(IV.6)), on aura le rapport (B/A) égale à 2, ce qui donne $N=4$.

Appelons celle-ci f_1 faisant l'application numérique :

$$h = 40 \text{ mm}$$

$$M_f = 11250 \text{ N. mm}$$

$$f = 6 \frac{M_f}{N \cdot h^2}$$

On retrouve :

$$f_1 = 10.54 \text{ N/mm. Ordre}$$

IV.2.1.2 Deuxième méthode essai de traction

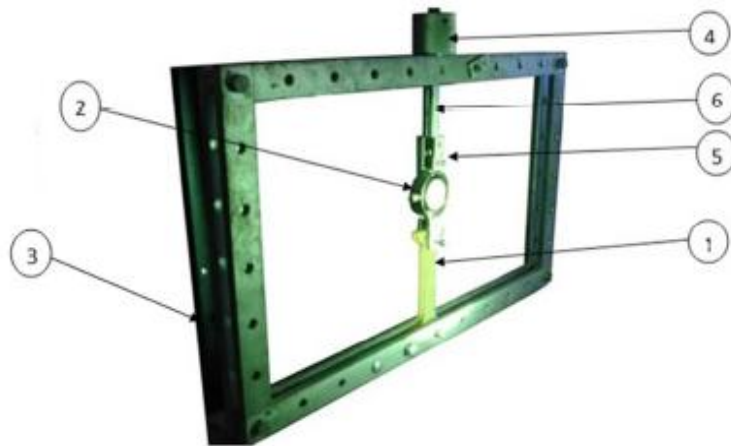


Fig. (IV. 7) : Dispositif de chargement en traction

Tableau IV. 2 : Elément de dispositif d'essai de traction

1	Eprouvette
2	Dynamomètre
3	Cadre de charge
4	Ecrou : élément sur lequel on exerce l'effort
5	Plaque de liaison
6	Tige filetée

Dimension :

Epaisseur $e = 10 \text{ mm}$

Hauteur $h = 20 \text{ mm}$

Largeur $L = 170 \text{ mm}$

IV.2.1.2.1 Principe :

Les conditions de travail restent identiques à celles de la première méthode. On applique progressivement plusieurs charges F et, pour chaque charge, on relève :

- La force F .
- L'ordre de frange N observé dans la zone centrale.

À partir de ces données, on calcule la contrainte appliquée σ et on trace le graphe $\sigma=f(N)$. Selon la loi de la photoélasticité, on en déduit la fonction f [7].

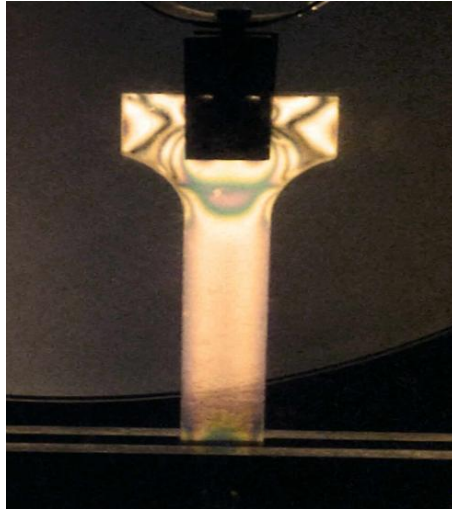


Fig. (IV. 8) : Eprouvette chargée en traction

Résultats obtenus

Le tableau ci-dessous regroupe l'ensemble des valeurs des contraintes σ en fonction de l'ordre de frange N relevées lors du chargement de l'éprouvette en traction.

Tableau IV. 3 : Les valeurs de contraintes σ donnée par la charge F dans chaque ordre de frange

<i>Ordre de frange (N)</i>	<i>Charge appliquée (Newton)</i>	<i>Contrainte σ (N/mm²)</i>
0	0	0
1	190	0.95
2	403	2.015
3	688	3.44
4	890	4.45

Graphes d'évolution de la charge en fonction de l'ordre de frange

D'après le graphe ci-dessous, on détermine l'évolution de l'effort F en fonction de l'ordre de frange N en traçant le $\sigma=f(N)$.

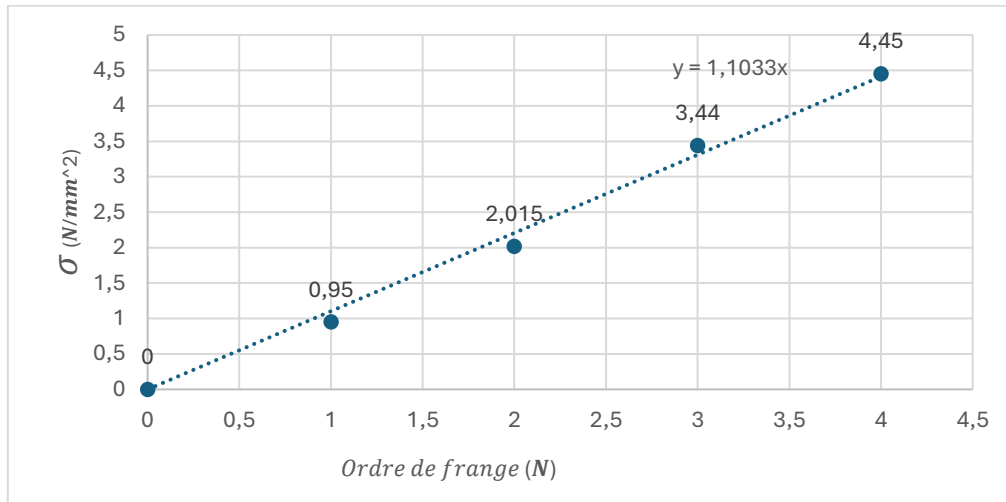


Fig. (IV. 9) : Graphe de contrainte moyen appliqué en fonction de l'ordre de frange

Les valeurs des charges appliquées permettent de construire le graphe de $\sigma = f(N)$.

On constate que la variation de la charge F avec N est linéaire, l'équation de la droite est :

$$\sigma = f(N) \quad (\text{IV. IX})$$

La pente de cette droite est :

$$\tan \alpha = \frac{\sigma}{N} \quad (\text{IV. X})$$

D'après la formule de MAXWELL :

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{N \cdot f}{e} \quad (\text{IV. XI})$$

Avec : $\sigma_2 = 0$ (l'éprouvette est soumise uniquement à la traction)

On aura :

$$\sigma_1 = \frac{N \cdot f}{e} \quad (\text{IV. XII})$$

On remplace 1 dans 2 :

$$\tan \alpha = \frac{\frac{N \cdot f}{e}}{N} = \frac{f}{e} \quad (\text{IV. XIII})$$

Donc :

$$f = \tan \alpha \cdot e \quad (\text{IV. XIV})$$

Application numérique nous donne f_2 :

- $\tan \alpha = 1.1033$
- $e = 10 \text{ mm}$

On aura :

$$f_2 = \tan \alpha . e = 1.1033 * 10 = 11.03 \text{ N/mm. Ordre}$$

$$f_2 = 11.03 \text{ (N/mm). Ordre}$$

Conclusion :

La valeur moyenne des deux constantes de frange f_1 et f_2 obtenue expérimentalement est :

$$f_{exp} = 10.78 \text{ (N/mm)/Ordre}$$

Cette valeur est essentielle pour interpréter les franges photoélastiques lors d'analyse des contraintes.

IV.2.2 Analyse expérimentale des contraintes de boulon :

IV.2.2.1 Dispositif expérimental

L'essai consiste à mettre en traction un modèle boulonécrou en matériau photoélastique, puis à visualiser les franges de contrainte par photoélasticimétrie. L'analyse des franges observées au polariscope permet ainsi de repérer les zones de concentration des contraintes.

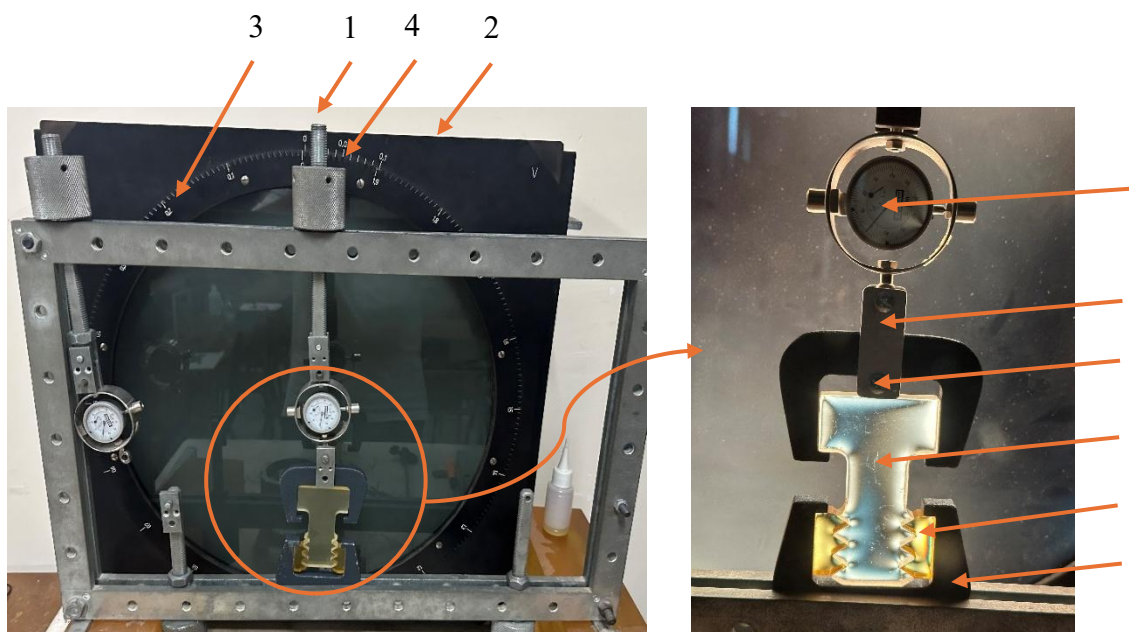


Fig. (IV. 10) : Dispositif de chargement

Tableau IV. 4 : Elément de dispositif

1	Tige filetée
2	Polariscope
3	Cadre de charge
4	Ecrou d'application de la force
5	Dynamomètre
6	Éprouvette en forme de boulon
7	Pièce de maintien en U
8	Plaque de liaison
9	Éprouvette en forme d'écrou
10	Tige de fixation

IV.2.2.2 Procédure :

Protocole de l'essai de traction d'un boulon visualisé par photoélasticimétrie

Montage du dispositif

- Fixer la tige filetée (1) et l'écrou d'exertion de force (4) sur le cadre de charge (3).
- Monter le dynamomètre (5) sur la tige filetée afin de mesurer l'effort appliqué.

Préparation de l'éprouvette

- Coller les deux éprouvettes en forme d'écrou (9) sur l'une des pièces de maintien en U (7) à l'aide d'un adhésif adapté.
- Introduire l'éprouvette en forme de boulon (dans l'éprouvette en forme d'écrou afin de constituer l'assemblage vis-écrou.
- Monter la deuxième pièce de maintien (7) pour verrouiller l'ensemble.

Installation dans le cadre de charge

- Fixer d'un côté l'assemblage vis-écrou au dynamomètre (5) et de l'autre côté au cadre de charge (3) à l'aide des tiges de fixation (10).
- Vérifier soigneusement le bon alignement du système, afin d'éviter des contraintes parasites dues à un chargement non axial.

Mise en place optique

- Placer le dispositif d'essai devant le polariseur du polariscope (2).

- S'assurer que la lumière transmise traverse ensuite l'analyseur, permettant la visualisation des franges photoélastiques.

Chargement et observation

- Appliquer progressivement la charge en vissant l'écrou d'exertion de force (4).
- À chaque palier de charge, relever la valeur indiquée par le dynamomètre (5).
- Observer au polariscope l'apparition et l'évolution des franges isochromatiques dans l'assemblage vis-écrou.
- Photographier les franges obtenues pour constituer les données expérimentales.

IV.2.2.3 Visualisation du réseau d'isochromes

D'après l'observation du réseau d'isochromes obtenu avec une lumière polarisée circulairement, et au regard de la répartition connue des charges dans un boulon, plusieurs zones de forte concentration des contraintes peuvent être distinguées, comme l'illustre la figure (**Fig. (IV.12)**).

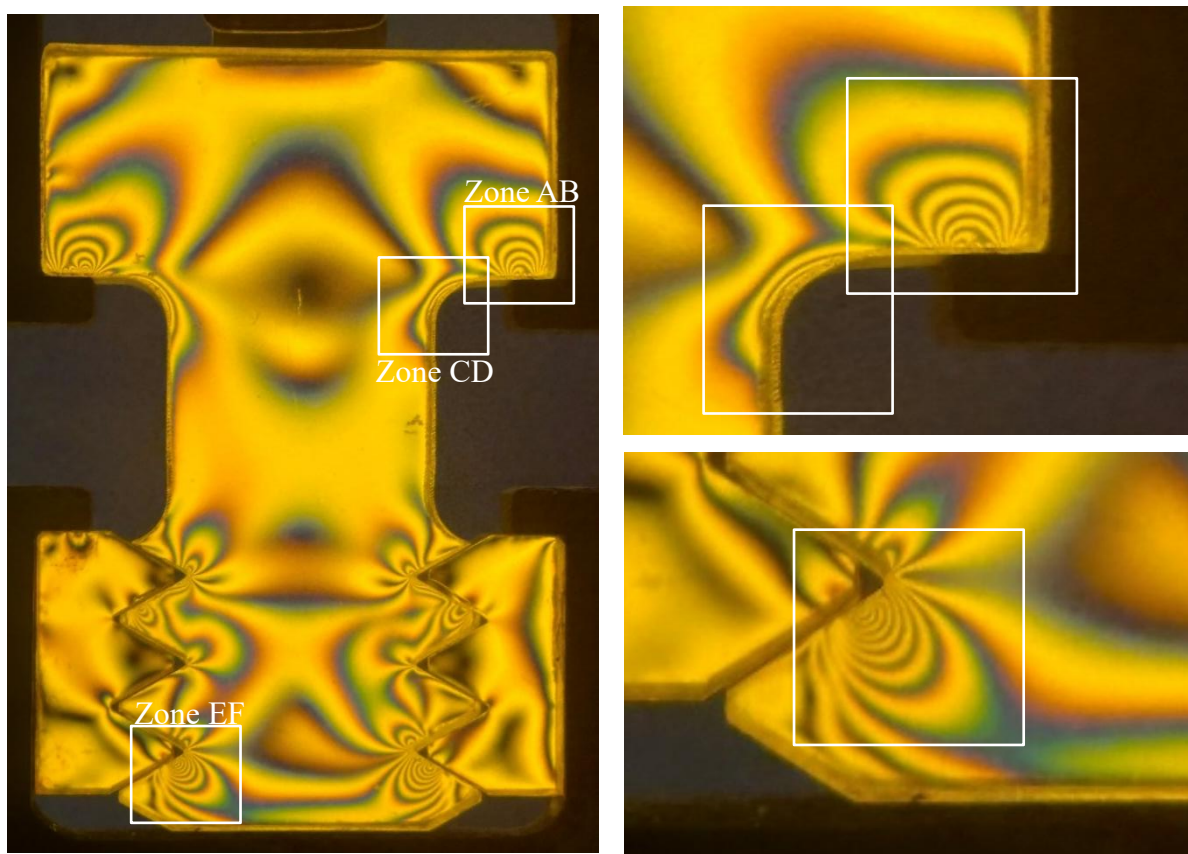


Fig. (IV. 11) : Réseau d'isochromes observé sur le polariscope

IV.2.2.4 Calcul des valeurs de correspond à chaque zone :

On a une correspondance entre l'ordre de frange N et les valeurs des contraintes de cisaillement ces valeurs sont portées sur un tableau à partir duquel on trace le graphe de l'évolution de la contrainte de cisaillement maximale le long d'une droite [AB].

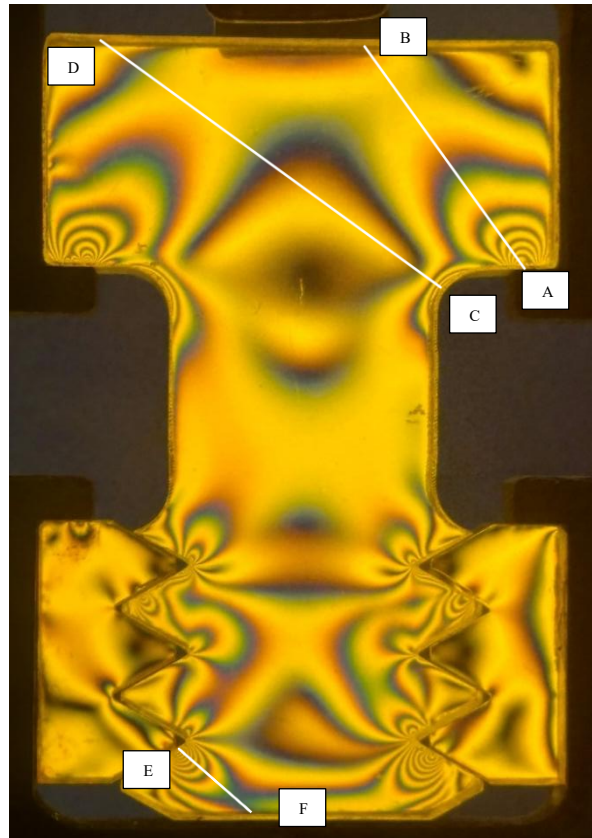


Fig. (IV. 12) : Représentation les différents segments de calcul

IV.2.2.4.1 Calcul de la valeur de la contrainte de cisaillement suivant le segment [AB]

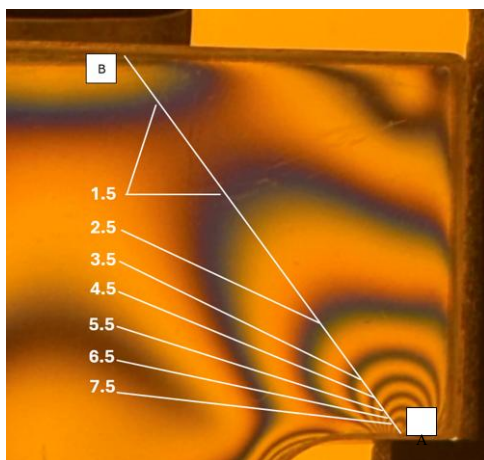


Fig. (IV. 13) : Réseau d'isochromes observé de la zone AB en champ clair

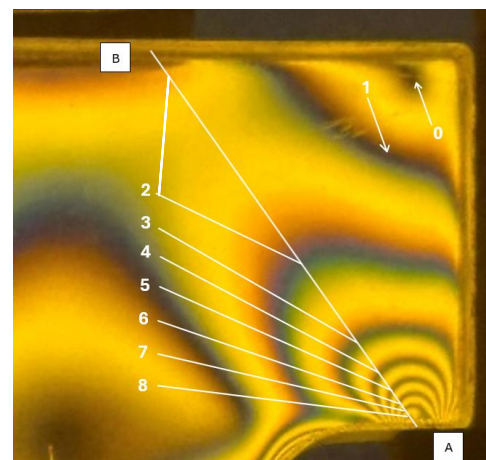


Fig. (IV. 14) : Réseau d'isochromes observé sur le polariscope en champ obscur

Tableau IV. 5 : Valeurs de (τ_{max}) relevée suivant [AB]

Ordre de franges (N)	Distance (mm)	Contrainte de cisaillement maximale τ_{max} (N/mm^2)
8	0.772	4.312
7.5	1.064	4.0425
7	1.350	3.773
6.5	1.593	3.5035
6	1.929	3.234
5.5	2.493	2.9645
5	3.086	2.695
4.5	3.760	2.4255
4	4.436	2.156
3.5	5.321	1.8865
3	6.751	1.617
2.5	8.782	1.3475
2	13.309	1.078
1.5	19.064	0.8085
1.5	26.465	0.8085
2	31.04	1.078

Le graphe de l'évolution de la contrainte de cisaillement maximale le long d'une droite [AB] :

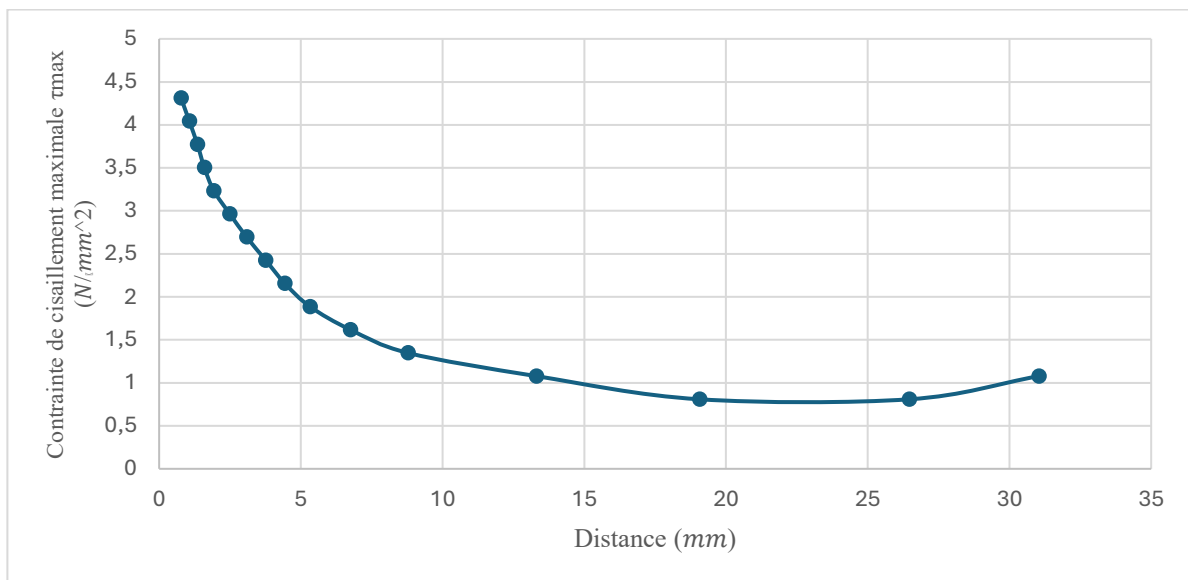


Fig. (IV. 15) : Graphe d'évolution de τ_{max} relevée expérimentalement le long de la droite

AB

IV.2.2.4.2 Calcul de la valeur de la contrainte de cisaillement suivant le segment [CD]

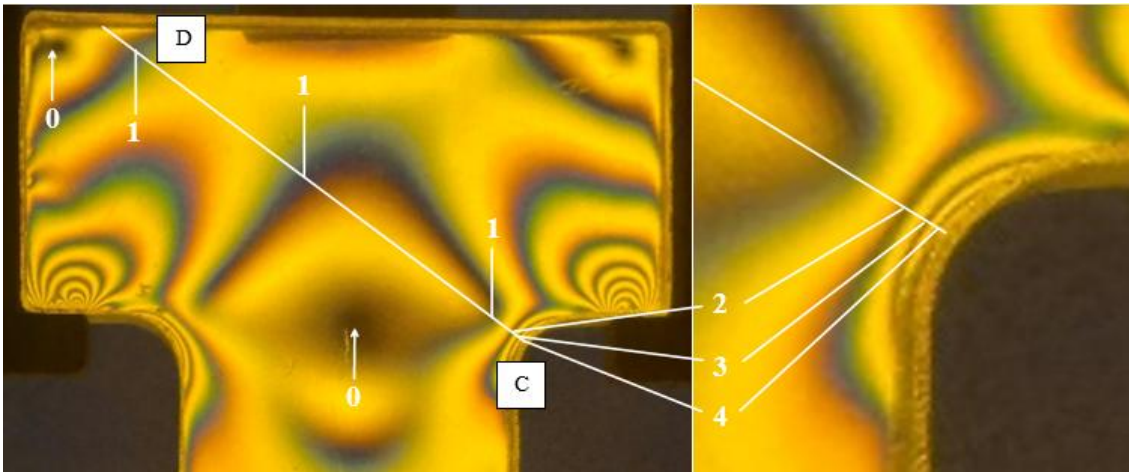


Fig. (IV. 16) : Réseau d'isochromes observé en champ obscur (zone CD)

Résulta obtenue :

Tableau IV. 6 : Valeurs de (τ_{max}) relevée suivant [CD]

Ordre de franges (N)	Distance (mm)	Contrainte de cisaillement maximale τ_{max} (N/mm^2)
4	0.341	2.156
3	0.673	1.617
2	1.751	1.078
1	3.755	0.539
0.5	17.068	0.8085
1	24.579	0.539
1.5	34.137	0.8085
1	43.696	0.539
0.5	45.744	0.2695

Le graphe de l'évolution de la contrainte de cisaillement maximale le long d'une droite [CD] :

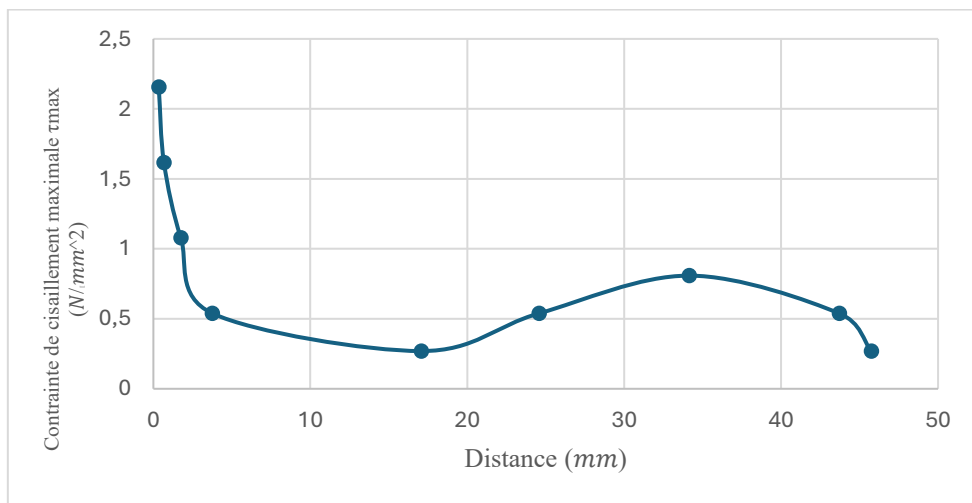


Fig. (IV. 17) : Graphe d'évolution de τ_{max} relevée expérimentalement le long de la droite CD

IV.2.2.4.3 Calcul de la valeur de la contrainte de cisaillement suivant le segment [EF]

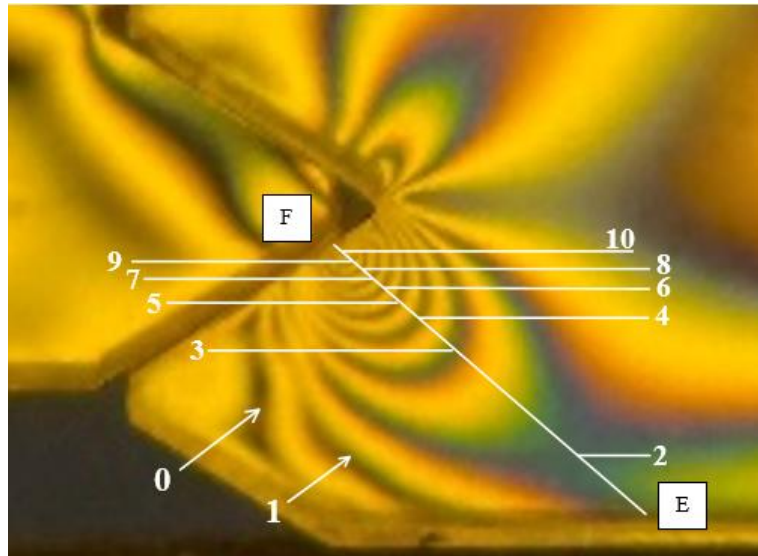


Fig. (IV. 18) : Réseau d'isochromes observé en champ obscur (zone EF)

Tableau IV. 7 : Valeurs de (τ_{max}) relevée suivant [EF]

Ordre de franges (N)	Distance (mm)	Contrainte de cisaillement maximale τ_{max} (N/mm^2)
10	0.339	5.240
9	0.679	4.851
8	0.970	4.312
7	1.455	3.773
6	1.940	3.234
5	2.522	2.695
4	3.298	2.156
3	4.559	1.617
2	8.923	1.078

Le graphe de l'évolution de la contrainte de cisaillement maximale le long d'une droite [EF] :

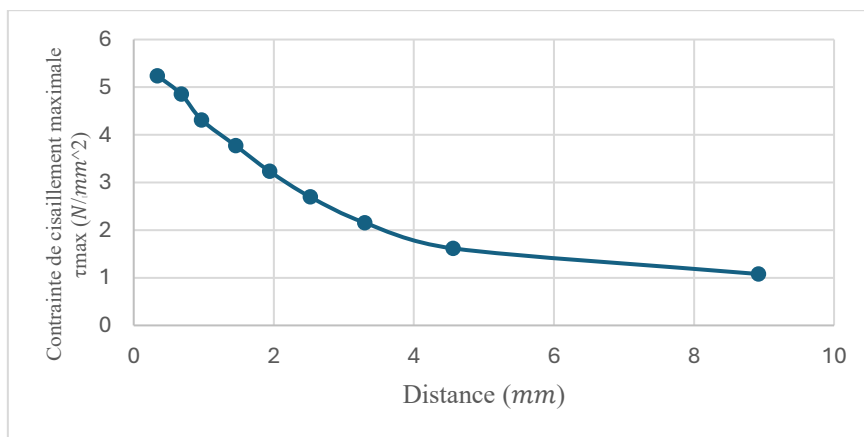


Fig. (IV. 19) : Graphe d'évolution de τ_{max} relevée expérimentalement le long de la droite EF

IV.2.2.5 Les franges isoclines expérimentales :

L'exploitation des isoclines permet de déterminer les directions principales des contraintes, en faisant tourner les deux polaroids simultanément on visualise les différentes franges isoclines qui apparaissent pour chaque valeur d'angle de rotation [8].

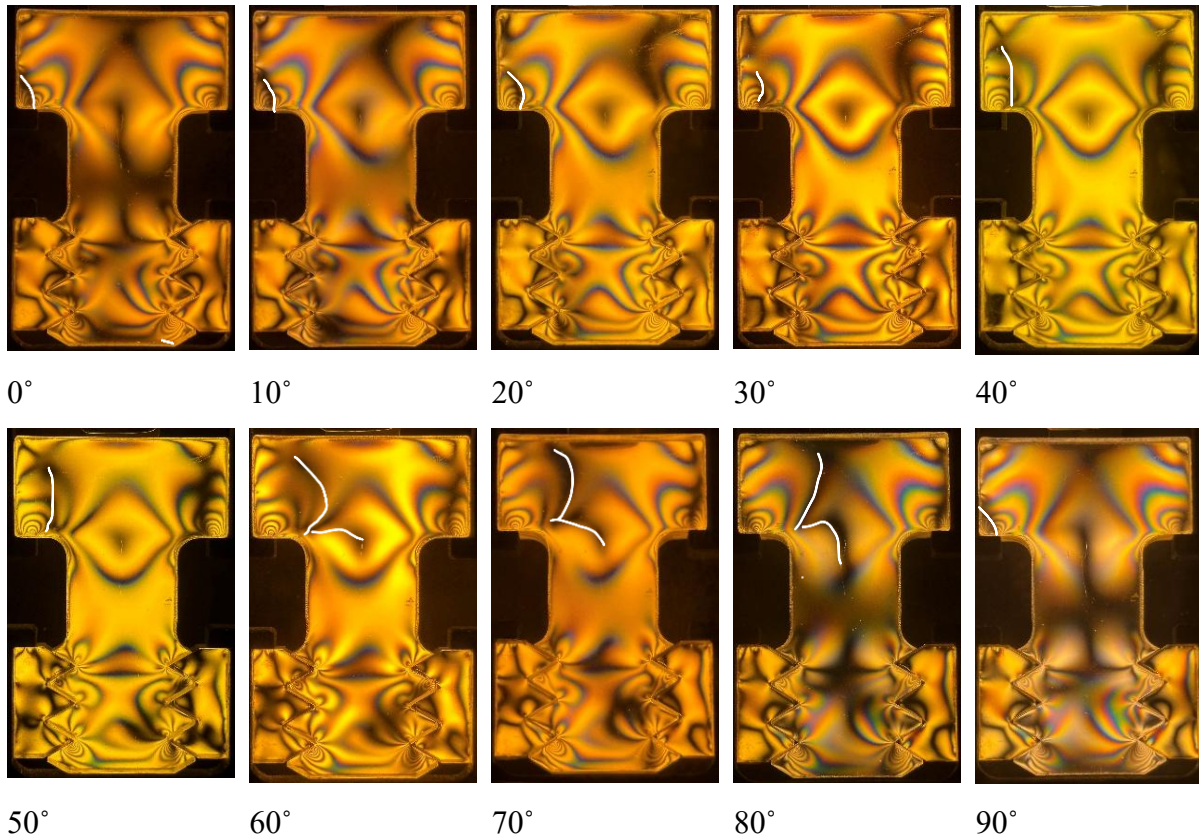


Fig. (IV. 20) : Les franges isoclines relevées expérimentalement

IV.3 Analyse numérique des contraintes

L'analyse numérique des contraintes a été effectuée avec le logiciel Cast3M, qui permet de représenter la géométrie, les conditions aux limites et les propriétés mécaniques du matériau étudié. Une fois le problème résolu par la méthode des éléments finis, le programme fournit le champ complet des contraintes dans le domaine, ainsi que leurs composantes principales et leurs orientations. Cette démarche offre une visualisation claire de la répartition des efforts internes et constitue une étape indispensable pour interpréter les résultats en photoélasticité numérique[9].

IV.3.1 Calcul des champs de contraintes à l'aide du logiciel CASTEM :

Le calcul repose sur une méthodologie basé sur une simulation par éléments finis, qui permet de modéliser avec précision la répartition des contraintes dans la liaison étudiée.

Après définition de la géométrie du modèle, on applique les conditions aux limites et les interfaces de contact au moyen d'opérateurs dédiés, tels que BLOC et IMPO, qui bloquent respectivement les champs de déplacement et imposent les contraintes aux emplacements appropriés. Un déplacement contrôlé est ensuite appliqué via l'opérateur DEPI, comme représenté en vert sur la figure (Fig.(IV.22)).

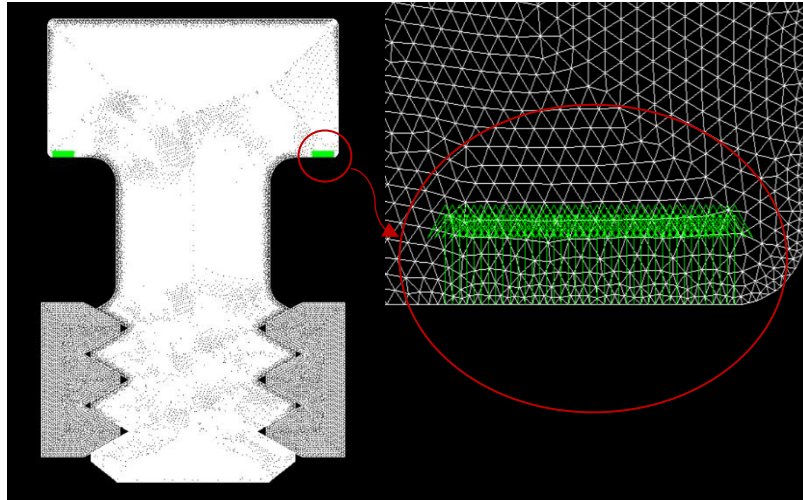


Fig. (IV. 21) : Visualisations des vecteurs de déplacements.

Ce qui nous permet aussi d'extraire la valeur des efforts de réactions correspondant au déplacement imposé sur le modèle et de les visualiser sur la figure **ci-dessous**.

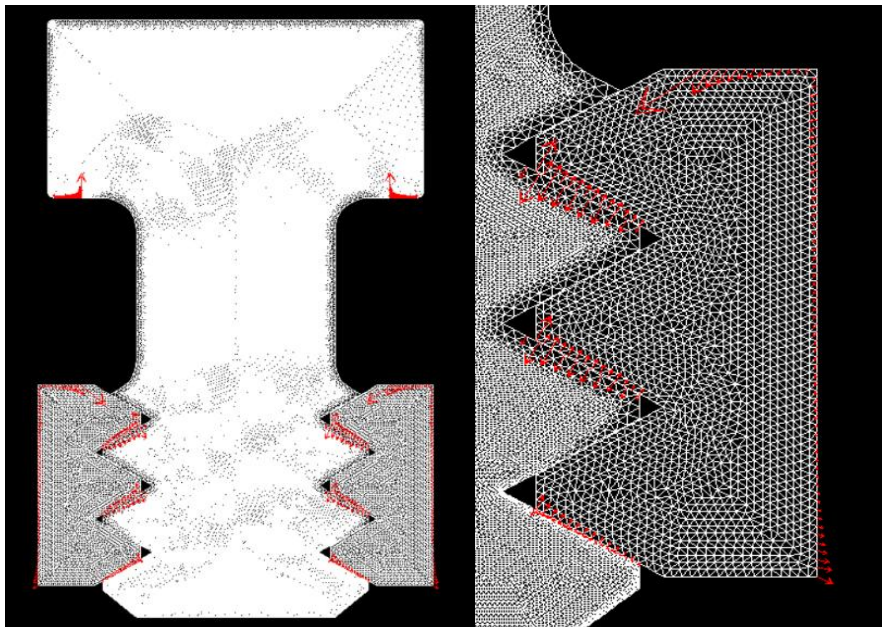


Fig. (IV. 22) : Représentation des réactions sur l'ensemble vis-écrou

Parallèlement, le logiciel calcule les réactions mécaniques sur les appuis et les interfaces de contact (REAC1) en sommant les forces élémentaires sur chaque nœud des surfaces concernées, ce qui fournit une force résultante globale.

```

*****
* Seff = TAB2;
* Seff.1 = EffY.1;
* PoilT = TAB2;
* PoilT.1 = PeC.1;
* i = 1;
* REPETER BlocSef ( n - 1);
* i = i + 1;
* seffY = Seff.1 + EffY.i;
* Seff.1 = seffY ;
*
* FIN BlocSef;
*
* LIST seffY ;
RÙel valant: 44.529
*
* suivy= (seffY)**2;
* *list suivy;
*
* RESUL=(suivx+suivy)**0.5;
* LIST RESUL;
RÙel valant: 44.529

```

Fig. (IV. 23) : *Extraction des efforts correspondant au déplacement imposé*

Cette force résultante est correspond approximativement avec la charge mesurée expérimentalement, évaluée à 44.537 N par unité d'épaisseur, le modèle ayant une épaisseur de 10 mm, ce qui confirme la validité de la simulation.

Au final, cette approche permet d'appréhender en détail les contraintes locales au niveau de la liaison vis-écrou et de vérifier la cohérence des conditions globales de chargement, assurant ainsi la fiabilité de la modélisation par éléments finis. Elle permet également de simuler avec précision la déformation de la structure en superposant la géométrie initiale au champ de déplacements calculé. Le maillage non déformé est présenté en vert, tandis que la configuration déformée apparaît en rouge, mettant en évidence les zones les plus sollicitées.

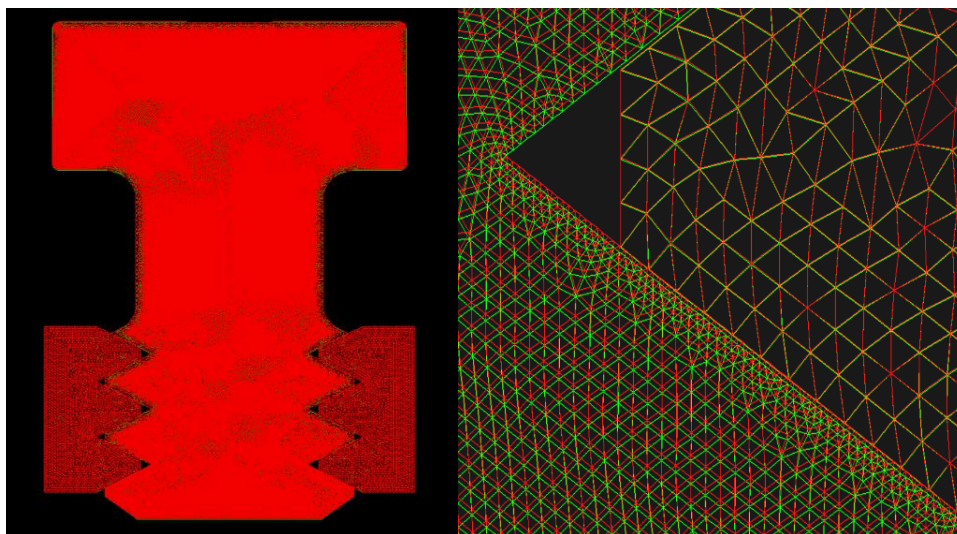


Fig. (IV. 24) : *Représentation de la déformée*

IV.3.2 Visualisation des franges isochromes

Le réseau des isochromes est obtenu pour la condition $\sin^2\varphi/2 = 0$, où φ représente le déphasage. Sous CASTEM, ces franges sont tracées à l'aide d'une échelle de couleurs permettant de distinguer les zones de contraintes. En pratique, les franges noires observées au polariscope en champ sombre correspondent à la couleur bleue dans la simulation, tandis que les franges blanches expérimentales sont associées à la couleur rouge. La figure (**Fig.(IV.27)**) illustre les franges isochromes en champ clair calculées par CASTEM, et la figure (**Fig.(IV.28)**) présente les mêmes franges après traitement sous Photoshop. Dans les deux cas, les franges en champ clair traduisent le terme $1 - \frac{\sin^2\varphi}{2}$. L'utilisation d'une représentation en noir et blanc serait toutefois plus pertinente pour faciliter la comparaison directe avec les résultats expérimentaux.

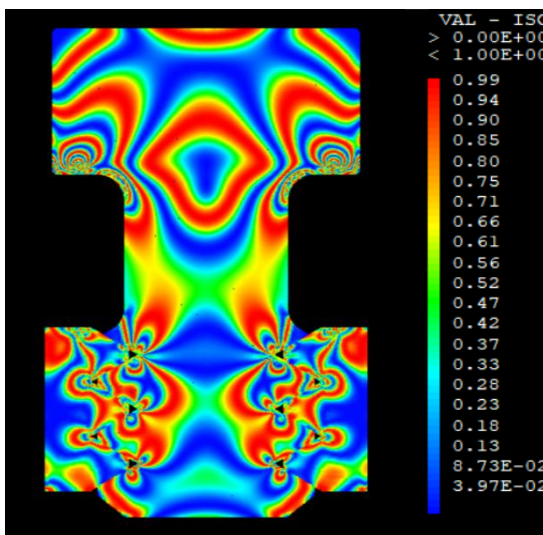


Fig. (IV. 25) : *Franges isochromes données par*
CAST3M

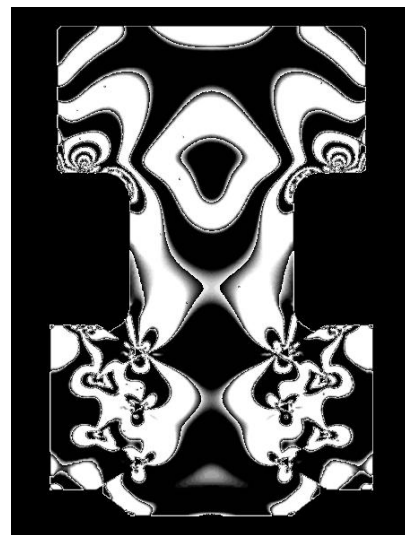


Fig. (IV. 26) : *Franges*
isochromes traitées avec
Photoshop

IV.3.3 Visualisation des franges isoclines

La visualisation numérique des franges isoclines a été réalisée sous **Cast3M** à partir du champ de contraintes obtenu après le calcul mécanique du modèle. Le programme permet d'évaluer, en chaque point du domaine, la grandeur $\sin^2(2\alpha)$, directement liée à l'orientation des directions principales des contraintes. Les franges isoclines correspondent alors aux zones vérifiant la condition $\sin^2(2\alpha) = 0$. Afin de simuler l'expérience photoélastique, la rotation des polaroïds est reproduite numériquement en augmentant successivement l'angle isocline α

par pas de 10° . La figure IV.24 illustre les différentes franges obtenues pour les différentes valeurs imposées de l'angle α .

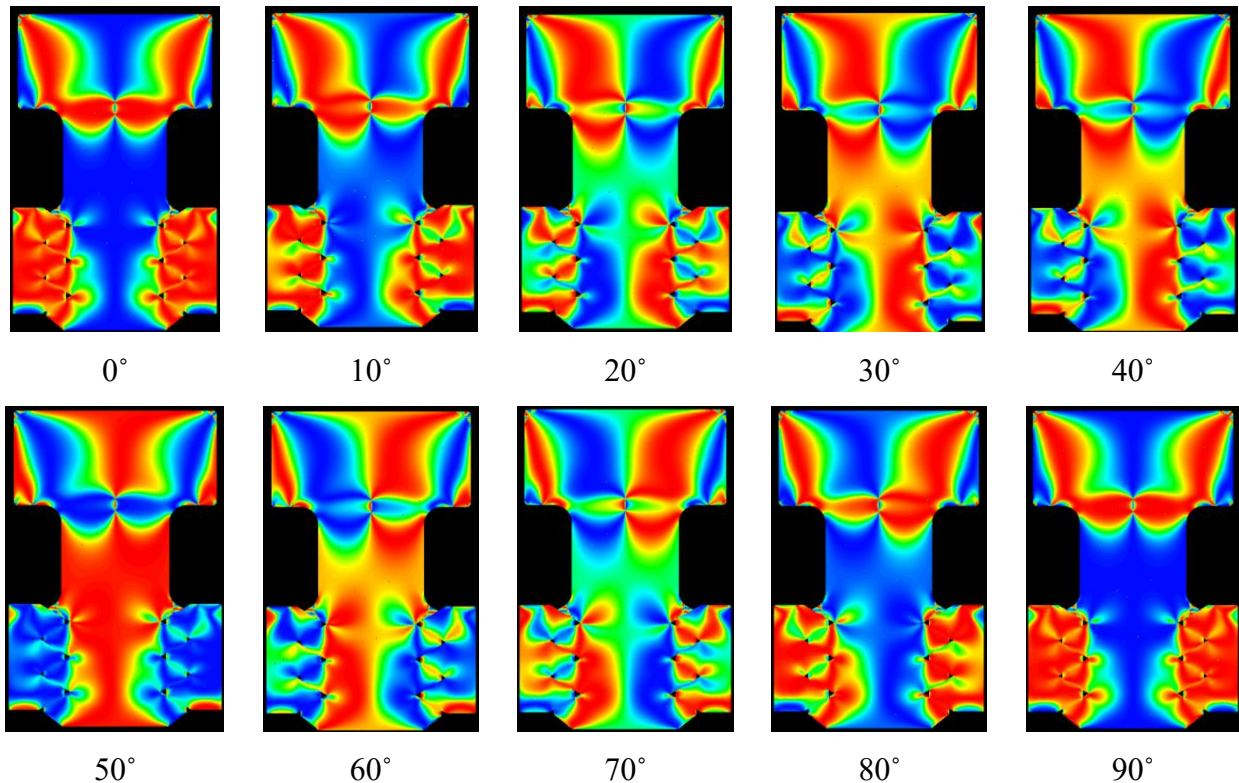


Fig. (IV. 27) : Les franges isoclines obtenus par CASTEM

IV.3.4 La variation de τ_{\max} le long des droites (AB, CD et EF)

L'étude de la variation de la contrainte de cisaillement maximale τ_{\max} le long de droites caractéristiques permet d'analyser la répartition des contraintes dans le modèle mécanique. Dans cette optique, trois droites de référence, notées AB, CD et EF, ont été définies à partir de coordonnées précises afin de traverser des zones représentatives du champ de contraintes. À l'aide du logiciel **Cast3M**, la grandeur τ_{\max} a été extraite sur chacune de ces droites par l'opération d'intégration et d'évolution de champ, en utilisant la directive *EVOL*. Les courbes obtenues traduisent l'évolution locale des contraintes maximales et mettent en évidence les zones de concentration ou de relâchement

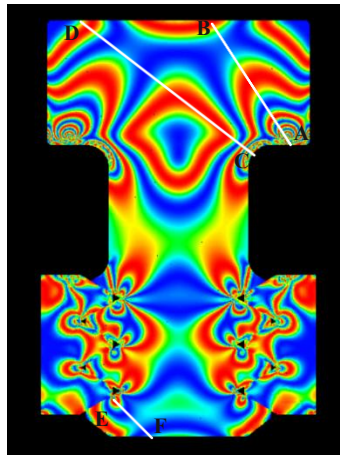


Fig. (IV. 28) : Représentation les différentes droites de calcul

- Segment AB :

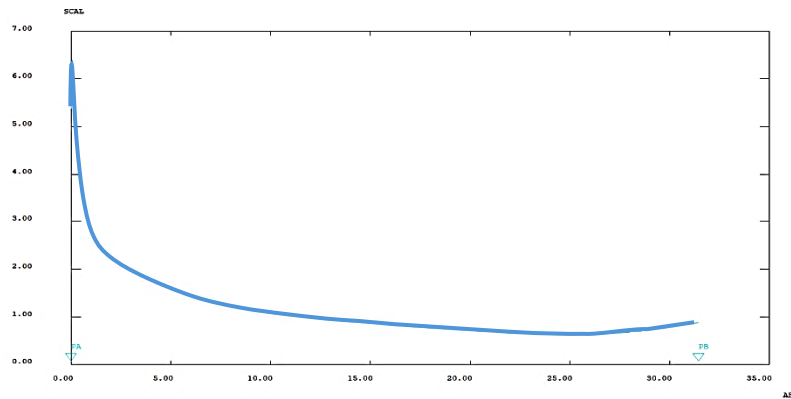


Fig. (IV. 29) : Graphe d'évolution de τ_{max} relevée par CASTEM le long de la droite AB

- Segment CD :

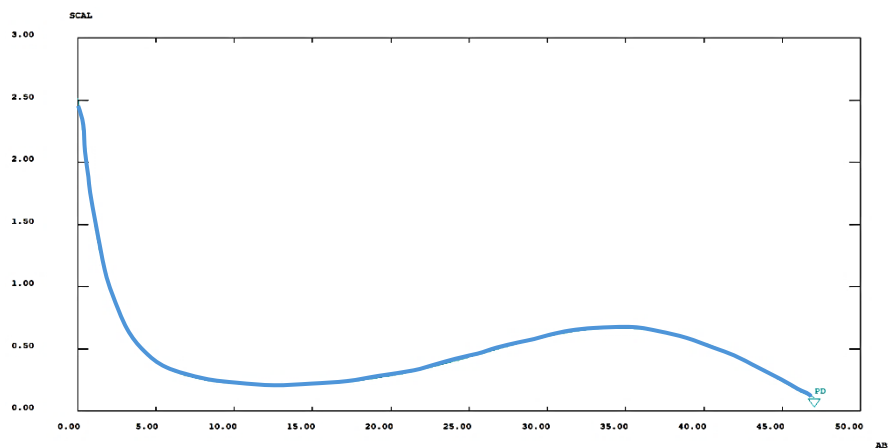


Fig. (IV. 30) : Graphe d'évolution de τ_{max} relevée par CASTEM le long de la droite AB

- Segment EF :

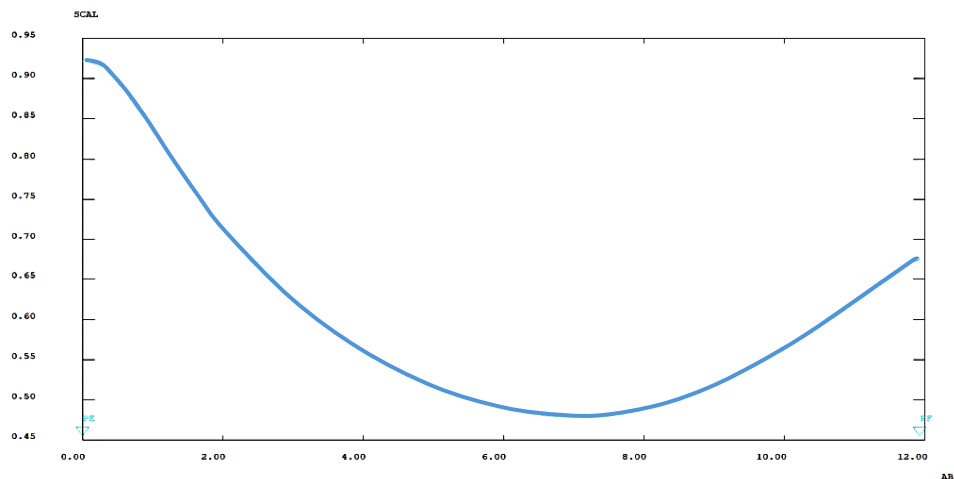


Fig. (IV. 31) : Graphe d'évolution de τ_{max} relevée par CASTEM le long de la droite AB

IV.4 Comparaison des résultats

IV.4.1 Comparaison visuelle des franges

La comparaison visuelle des motifs de franges permet d'apprécier la concordance entre les résultats expérimentaux issus de la photoélasticité et ceux issus de la simulation numérique. L'analyse s'appuie sur l'examen des isoclines et des isochromatiques, qui traduisent directement l'état de contraintes dans le matériau.

IV.4.1.1 Réseau d'isochromes

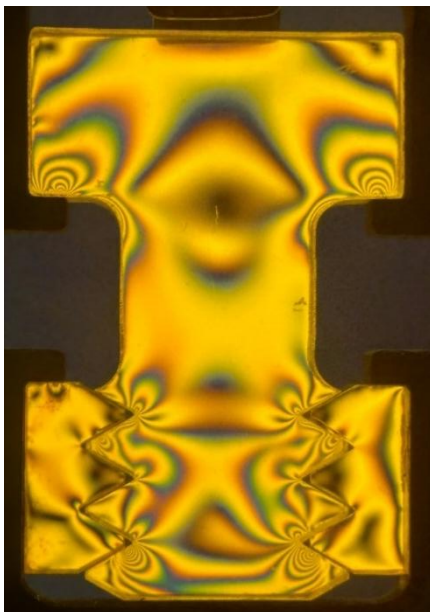


Fig. (IV. 32) : Réseau d'isochromes observé sur le polariscope

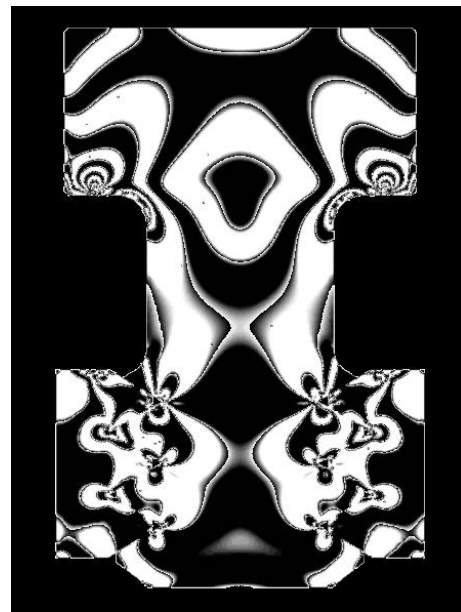


Fig. (IV. 33) : Franges isochromes traitées avec Photoshop

IV.4.1.2 Réseau des isoclines

Comme mentionnée avant dans la représentation graphique de Cast3M, les isoclines sont apparus en bleu.

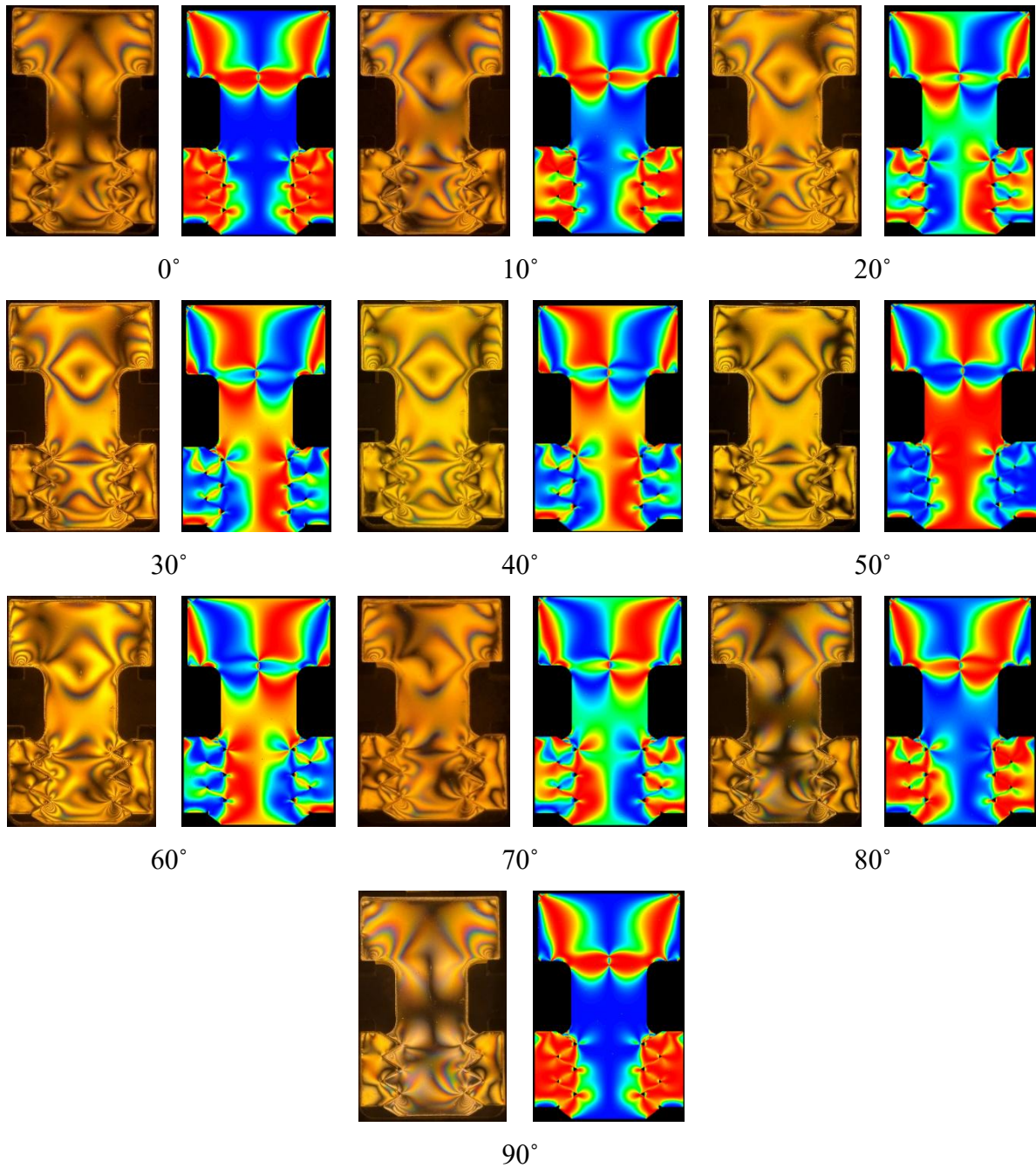


Fig. (IV. 34) : Superposition des isoclines obtenues numériquement avec leurs correspondantes obtenues expérimentalement

IV.4.2 Comparaison quantitative des contraintes

La comparaison quantitative des contraintes vise à confronter les valeurs numériques issues du calcul par **Cast3M** avec celles déduites des mesures expérimentales en photoélasticité. Elle s’effectue principalement par la superposition des courbes issues des deux approches.

- Graphe de superposition des courbes au segment AB :

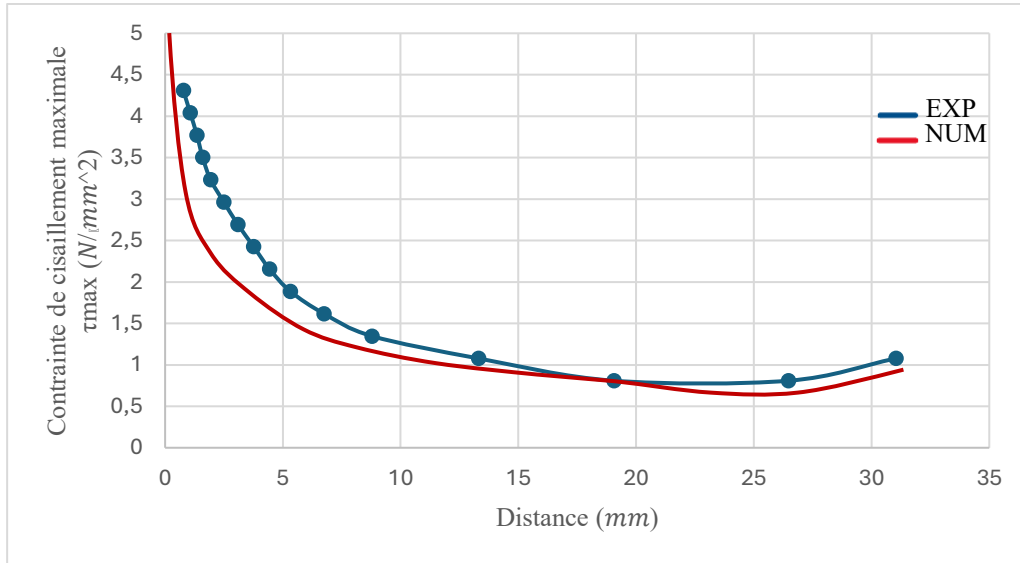


Fig. (IV. 35) : Superposition des graphes numériques et expérimentaux pour le segment AB

- Graphe de superposition des courbes au segment CD :

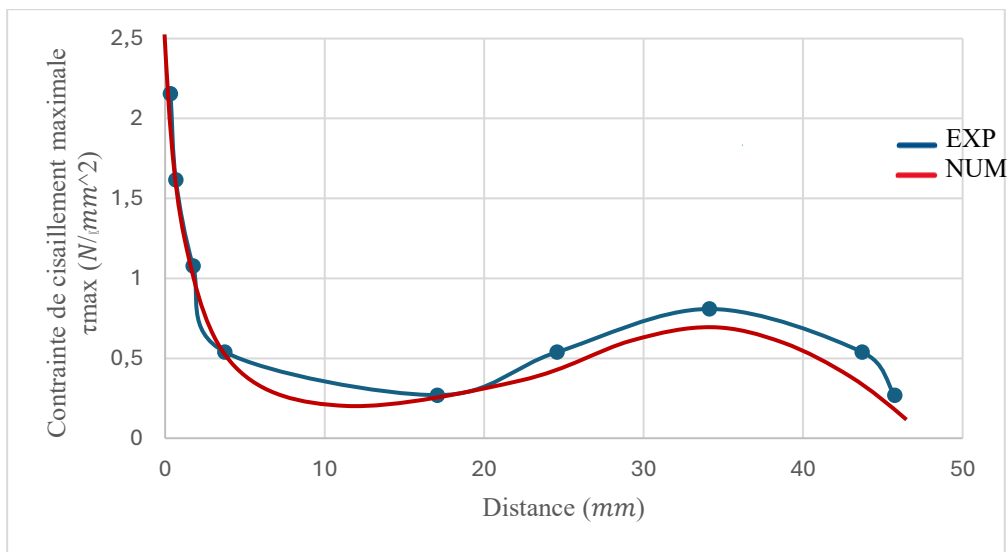


Fig. (IV. 36) : Superposition des graphes numériques et expérimentaux pour le segment CD

- Graphe de superposition des courbes au segment EF :

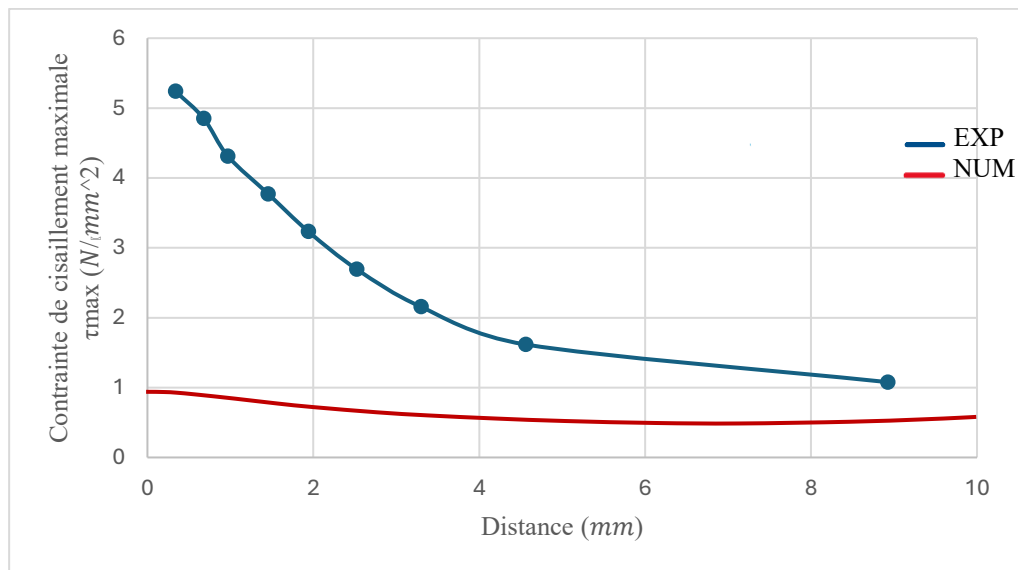


Fig. (IV. 37) : *Superposition des graphes numériques et expérimentaux pour le segment EF*

IV.5 Discussion des résultats

L'analyse des résultats, à travers la comparaison visuelle des franges et la superposition des contraintes, met en évidence une bonne concordance globale entre la simulation numérique et les observations expérimentales. Les zones principales suivent la répartition attendue, ce qui confirme la validité de l'approche. En revanche, un écart apparaît au niveau des filets: les franges et les valeurs de contraintes ne coïncident pas parfaitement. Cette différence s'explique par le contact entre surfaces parallèles dans cette zone, qui engendre des concentrations locales de contraintes et fait diverger la distribution réelle du modèle idéal. L'écart observé ne remet pas en cause la cohérence générale des résultats, mais illustre la complexité du comportement mécanique liée aux interactions de contact.

Conclusion Générale

CONCLUSION GENERALE

L'analyse des contraintes dans un boulon, menée à la fois numériquement et expérimentalement, a montré l'intérêt complémentaire des deux approches. La simulation par éléments finis sous Cast3M fournit une description détaillée du champ de contraintes, donnant accès aux valeurs quantitatives et aux directions principales via des grandeurs telles que la différence des contraintes principales ou la contrainte de cisaillement maximale. De son côté, la photoélasticimétrie offre une visualisation directe des réseaux de franges isoclines et isochromes, traduisant de façon qualitative et quantitative la répartition des contraintes dans le matériau.

La confrontation des résultats issus des deux méthodes révèle relativement une bonne concordance. Les franges simulées ressemblent sensiblement à celles observées au polariscope, ce qui confirme la pertinence du modèle numérique. La superposition des courbes expérimentales et des courbes calculées de la variation de la contrainte de cisaillement maximale (τ_{max}) le long de sections caractéristiques (AB, CD, EF) met en évidence des profils proches, renforçant la validation numérique par l'expérimentation.

Des écarts demeurent toutefois dans les zones critiques, en particulier au niveau des filets du boulon. Là, les franges et les valeurs de contraintes ne coïncident pas complètement. Ces différences s'expliquent essentiellement par le phénomène de contact entre surfaces parallèles, qui provoque des concentrations locales et une distribution des contraintes plus complexe que celle représentée par le modèle. Ce constat met en lumière les limites de la modélisation idéale, liée notamment aux hypothèses de comportement purement élastique, aux conditions aux limites simplifiées et à l'absence de contraintes résiduelles.

En conclusion, cette étude confirme que la méthode des éléments finis via Cast3M est un outil robuste et performant pour l'analyse mécanique des assemblages boulonnés, tandis que la photoélasticimétrie constitue une méthode expérimentale de validation incontournable, apportant une vue directe et globale du champ de contraintes. L'association des deux approches permet non seulement de valider les modèles numériques, mais aussi d'identifier les zones

sensibles notamment les interfaces de contact où des phénomènes complexes doivent être mieux pris en compte. Elle souligne enfin l'importance d'améliorations futures de la modélisation du contact et de la concentration des contraintes dans les assemblages mécaniques.

Références bibliographiques

**Références
bibliographiques**

1. Withers, P.J. and H. Bhadeshia, *Residual stress. Part 1—measurement techniques*. Materials science and Technology, 2001. **17**(4): p. 355-365.
2. Schajer, G.S., *Practical residual stress measurement methods*. 2013: John Wiley & Sons.
3. Suresh, S., *Fatigue of materials*. 1998: Cambridge university press.
4. Pommier, S., *Cyclic plasticity and variable amplitude fatigue*. International Journal of Fatigue, 2003. **25**(9-11): p. 983-997.
5. Verde, R., A. D'Amore, and L. Grassia, *A Numerical Model to Predict the Relaxation Phenomena in Thermoset Polymers and Their Effects on Residual Stress during Curing—Part I: A Theoretical Formulation and Numerical Evaluation of Relaxation Phenomena*. Polymers, 2024. **16**(10): p. 1433.
6. Porter, D.A. and K.E. Easterling, *Phase transformations in metals and alloys (revised reprint)*. 2009: CRC press.
7. Beldi, M., *Analyse numérique et analyse expérimentale des champs de contraintes dans les engrenages*. 2013, Université Mouloud Mammeri.
8. Touahir, K., *Optimisation des contraintes et des formes dans les pièces mécaniques de transmission de mouvement analyse-exprérimentale numérique*. 2021, Université Mouloud MAMMERI Tizi-Ouzou.
9. Andrade, A., N. Challamel, P. Providência, and D. Camotim, *Lateral-torsional stability boundaries for polygonally depth-tapered strip cantilevers under multi-parameter point load systems—an analytical approach*. 2012.

Annexe

Programme CASTEM utiliser pour le contact (Vis-Ecrou)

a) Début du programme

OPTI 'DIME' 2 'ELEM' 'SEG2' 'MODE' 'PLAN' 'CONT' ;

GRAPH = VRAI ;

- La directive **opti(on)** permet de déclarer les principaux paramètres du programme (Ex: dimension du problème, type d'éléments géométriques utilisés....).
- GRAPH = VRAI ; est défini, Cast3M ouvre une fenêtre graphique (s'il y a un environnement X11 ou équivalent) pour visualiser les maillages, les déformations, les champs de contraintes, etc.

b) Géométrie du modèle

*=====

** les points*

*=====

C1= 27 88.8;

C2= 27 64.1;

C3= 19.8 58.1;

C4= 19.8 37.71;

C5= -19.8 37.71;

C6= -19.8 58.1;

C7= -27 64.1;

C8= -27 88.8;

DENS 0.8;

A1= 27 89.8;

A2= 28 88.8;

DENS 0.1;

A3= 28 64.1;

A4= 27 63.1;

A5= 23 63.1;

DENS 0.8;

A6= 19.80 63.1;

A7= 14.80 58.1;

A8= 14.80 38.63;

A9= 17.30 34.3;

A10= 18.70 33.49;

A11= 12.31 29.8;

A12= 19.75 25.5;

A13= 19.75 24.1;

A14= 12.31 19.8;

A15= 19.75 15.5;

A16= 19.75 14.1;

DENS 0.1;

A17= 12.31 9.8;

A18= 19.75 5.5;

A19= 19.75 4.1;

A20= 14.645 0;

A21= -14.645 0;

A22= -19.75 4.1;

A23= -19.75 5.5;

A24= -12.31 9.8;

DENS 0.8;

A25= -19.75 14.1;

A26= -19.75 15.5;

A27= -12.31 19.8;

A28= -19.75 24.1;

A29= -19.75 25.5;

A30= -12.31 29.8;

A31= -18.70 33.49;

A32= -17.30 34.3;

A33= -14.80 38.63;

A34= -14.80 58.1;

A35= -19.80 63.1;

DENS 0.1;

A36= -23 63.1;

A37= -27 63.1;

A38= -28 64.1;

DENS 0.8;

A39= -28 88.8;

A40= -27 89.8;

DENS 0.5;

B1= 29.34 34.80;

B2= 23.05 34.80;

B3= 21.07 34.80;

B4= 14.14 30.80;

B5= 14.14 28.80;

B6= 21.07 24.80;

B7= 14.14 20.80;

B8= 14.14 18.80;

B9= 21.07 14.80;

B10= 14.14 10.80;

B11= 14.14 8.80;

B12= 21.07 4.80;

B13= 29.34 4.80;

DENS 0.5;

BB1= -29.34 34.80;

BB2= -23.05 34.80;

BB3= -21.07 34.80;

BB4= -14.14 30.80;

BB5= -14.14 28.80;

BB6= -21.07 24.80;

BB7= -14.14 20.80;

BB8= -14.14 18.80;

BB9= -21.07 14.80;

BB10= -14.14 10.80;

BB11= -14.14 8.80;

BB12= -21.07 4.80;

BB13= -29.34 4.80;

- l'opérateur **DENS**(ite) taille locale de maille associée à chaque point.Elle contrôle la finesse du maillage (plus la valeur est petite, plus les mailles sont fines).

*=====

* *Les lignes*

*=====

L1= **D** A40 A1;

ARC1= **CERC** 5 A1 C1 A2;

L2= **D** A2 A3;

ARC2= **CERC** A3 C2 A4;

L3= **D** A4 A5;

L4= **D** A5 A6;

ARC3= **CERC** A6 C3 A7;

L5= **D** A7 A8;

ARC4= **CERC** A8 C4 A9;

L6= **D** A9 A10;

L7= **D** A10 A11;

L8= **D** A11 A12;

L9= **D** A12 A13;

L10= **D** A13 A14;

L11= **D** A14 A15;

L12= **D** A15 A16;

L13= **D** A16 A17;

L14= **D** A17 A18;

L15= **D** A18 A19;

L16= **D** A19 A20;

L17= **D** A20 A21;

L18= **D** A21 A22;

L19= **D** A22 A23;

L20= **D** A23 A24;

L21= **D** A24 A25;

L22= **D** A25 A26;

L23= **D** A26 A27;

L24= **D** A27 A28;

L25= **D** A28 A29;

L26= **D** A29 A30;

L27= **D** A30 A31;

L28= **D** A31 A32;

ARC5= **CERC** A32 C5 A33;

L29= **D** A33 A34;

ARC6= **CERC** A34 C6 A35;

L30= **D** A35 A36;

L31= **D** A36 A37;

ARC7= **CERC** A37 C7 A38;

L32= **D** A38 A39;

ARC8= **CERC** 5 A39 C8 A40;

**CONTA=L1 ET ARC1 ET L2 ET ARC2 ET L3 ET L4 ET ARC3 ET L5 ET ARC4 ET L6
ET L7 ET L8 ET L9 ET L10 ET L11 ET L12 ET L13 ET L14 ET L15 ET L16 ET
L17 ET L18 ET L19 ET L20 ET L21 ET L22 ET L23 ET L24 ET L25 ET L26 ET
L27 ET L28 ET ARC5 ET L29 ET ARC6 ET L30 ET L31 ET ARC7 ET L32 ET ARC8;**

LB1= **D** B1 B2;

LB2= **D** B2 B3;

LB3= **D** B3 B4;

LB4= **D** B4 B5;

LB5= **D** B5 B6;

LB6= **D** B6 B7;

LB7= **D** B7 B8;

LB8= **D** B8 B9;

LB9= **D** B9 B10;

LB10= **D** B10 B11;

LB11= **D** B11 B12;

LB12= **D** B12 B13;

LB13= **D** B13 B1;

CONTB1= LB1 **ET** LB2 **ET** LB3 **ET** LB4 **ET** LB5 **ET** LB6 **ET** LB7 **ET**
LB8 **ET** LB9 **ET** LB10 **ET** LB11 **ET** LB12 **ET** LB13;

LBB1= **D** BB2 BB1;

LBB2= **D** BB3 BB2;

LBB3= **D** BB4 BB3;

LBB4= **D** BB5 BB4;

LBB5= **D** BB6 BB5;

LBB6= **D** BB7 BB6;

LBB7= **D** BB8 BB7;

LBB8= **D** BB9 BB8;

LBB9= **D** BB10 BB9;

LBB10= **D** BB11 BB10;

LBB11= **D** BB12 BB11;

LBB12= **D** BB13 BB12;

LBB13= **D** BB1 BB13;

CONTB2= LBB1 **ET** LBB2 **ET** LBB3 **ET** LBB4 **ET** LBB5 **ET** LBB6 **ET** LBB7 **ET**
LBB8 **ET** LBB9 **ET** LBB10 **ET** LBB11 **ET** LBB12 **ET** LBB13;

*=====

* *maillage des surfaces*

*=====

CONTT=CONTA **ET** CONTB1 **ET** CONTB2;
TRAC CONTT;

SURFACEA= **SURF** PLAN CONTA;
TRAC CONTA;
TRAC SURFACEA;

SURFB1= **SURF** PLAN CONTB1;
TRAC CONTB1;
TRAC SURFB1;

SURFB2= **SURF** PLAN CONTB2;
TRAC CONTB2;
TRAC SURFB2;

CONTB= CONTB1 **ET** CONTB2;
SURFACEB= SURFB1 **ET** SURFB2;
TRAC SURFACEB;

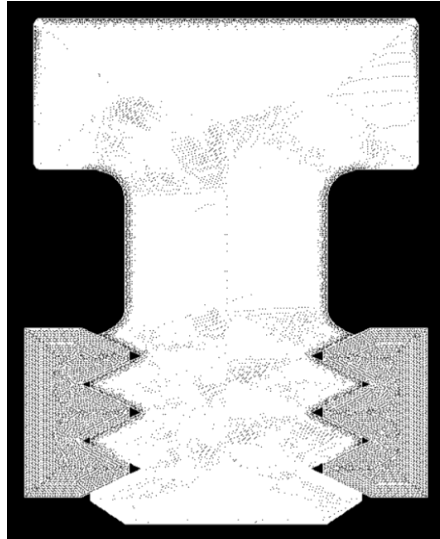
SURFACE=SURFACEA **ET** SURFACEB;
TRACE SURFACE;

- *l'opérateur **surf(ace)** nous a permis de créer une surface à partir du contour fermé.*
- *l'opérateur **trac(er)** trace un objet de type maillage (ici la surface). On peut lui associer*

*=====

* *Résultat après maillage du modèle*

*=====



Tracé de la surface (SURFACE)

c) Détermination de SURFACE DU CONTACT

*=====

**SURFACE DU CONTACT DES DENTS*

*=====

LIGA1= L8 ET L9 ET L10 ET L11 ET L12 ET L13 ET L14;

LIGA2= L20 ET L21 ET L22 ET L23 ET L24 ET L25 ET L26;

LIGA= LIGA1 ET LIGA2;

**TRAC LIGA;*

LIGB1= LB5 ET LB6 ET LB7 ET LB8 ET LB9 ET LB10 ET LB11;

LIGB2= LBB5 ET LBB6 ET LBB7 ET LBB8 ET LBB9 ET LBB10 ET LBB11;

LIGB= LIGB1 ET LIGB2;

**TRAC LIGB;*

*=====

**CONDITION DU CONTACT DES DENTS*

*=====

MCONTH1 = (IMPO 'MAIL' ('INVE'LIGA1) LIGB1)'COUL' 'JAUN';

MCONTH2 =(IMPO 'MAIL' ('INVE'LIGA2) LIGB2) 'COUL' 'JAUN';

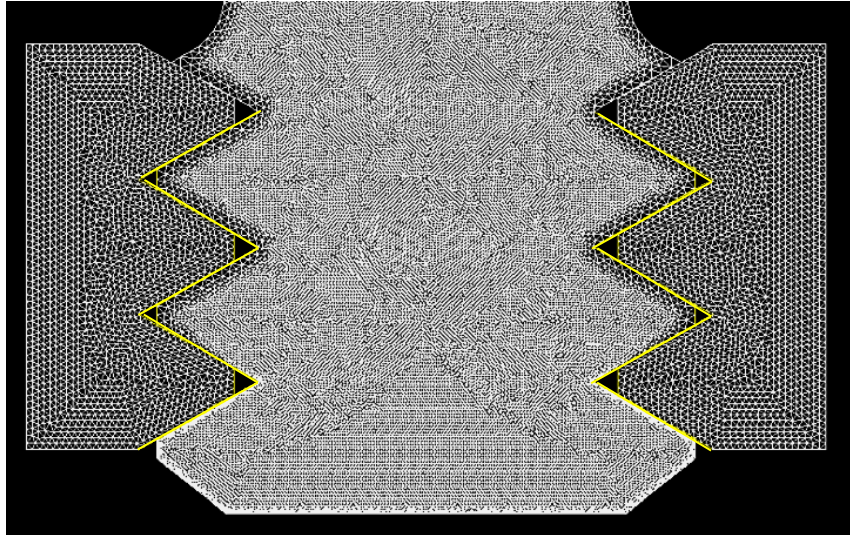
MCONTH = MCONTH1 ET MCONTH2;

SI GRAPH ;

NBE = NBEL SURFACE ;

TRAC (SURFACE ET MCONTH) 'TITR'

(CHAI 'Maillage ('NBE 'elements)');



- permet d'imposer une condition de contact entre deux lignes.
- L'opérateur COUL duplique un objet OBJ1 en lui attribuant une couleur choisie.
- L'opérateur NBEL donne le nombre d'elements contenus dans une geometrie. La recherche peut etre restreinte a certain(s) type(s)d'element(s) et le resultat est alors le nombre d'elements de chaque type demande.

d) *Description du matériau / création de la rigidité*

*=====

* *Description du matériau / création de la rigidité / chargement*

*=====

*=====

*DEFINITION DU MODELE **ET** DU MATERIAU

*=====

MO = **MODE** SURFACE MECANIQUE ELASTIQUE ISOTROPE;

MA = **MATE** MO YOUN 3273 NU 0.37 rho 1000;

RI = **RIGI** MO MA;

- l'opérateur **mod(ele)** sert à définir un type de comportement et une formulation élément finis.

- L'opérateur **MATE** (**MATERIAU**) crée un champ de propriétés matérielles et/ou géométriques.
- L'opérateur **RIGI** sert à calculer la matrice de rigidité d'un modèle.

*=====

* conditions aux limites

*=====

=====

CL1=BLOQU L3 'UY';
 CL2=BLOQU L31 'UY';
 CL3=BLOQU **DEPL** LB1;
 CL4=BLOQU **DEPL** LBB1;
 CL5=BLOQU **DEPL** LB13;
 CL6=BLOQU **DEPL** LBB13;

CLTOT=CL1 ET CL2 ET CL3 ET CL4 ET CL5 ET CL6;
 RI1=CLTOT ET RI;

- L'opérateur **bloq(uer)** construit la rigidité. Qui sera ultérieurement à adjoindre à la rigidité de la structure.

*=====

* forces

*=====

=====

MM = 0.123791;
 DEPL1 = '**DEPI**' (CL1 ET CL2) MM ;

'**TITR**' 'Déplacement imposé sur la dent 1' ;

'**TRAC**' ('**VECT**' (DEPL1 '**NOMC**' 'UY') 10. 'UX' 'UY' 'VERT')
 (SURFACE) ;

'**FINS**' ;

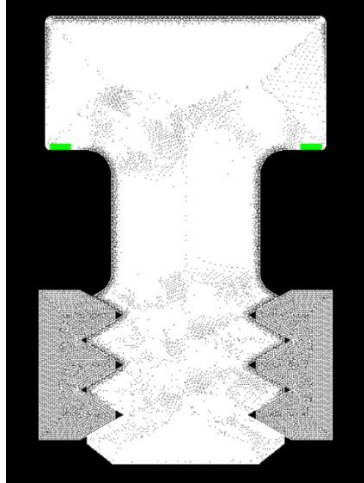
- L'opérateur **DEPI** (acement Imposé)

- L'opérateur VECT(eur) nous permet de tracer le vecteur déplacement imposé DEPL1.

*=====

* *tracé du vecteur déplacement*

*=====



Tracé du vecteur déplacement

*=====

* *Chargements :*

*=====

LTSP1 = **PROG**' 0. 1.;

LAMP = LTSP1 ;

EV1 = **EVOL** 'MANU' 'TEMPS' LTSP1 'AMPL' LAMP ;

CHARU1 = **CHAR** 'DIMP' DEPL1 EV1 ;

CHAR0= CHARU1;

*=====

* *RESOLUTION*

*=====

*

* *Construction de la table PASAPAS :*

*

TAB1 = **TABL**' ;

TAB1 . 'TEMPS_CALCULES' = LTSP1 ;

TAB1 . 'MODELE' = MO ;

TAB1 . 'CARACTERISTIQUES' = MA ;

TAB1 . 'BLOCAGES_MECANIQUES' = CLTOT;

TAB1 . 'CHARGEMENT' = CHAR0 ;

TAB1 . 'CONTACT' = MCONTH ;

TAB1 . 'GRANDS_DEPLACEMENTS' = FAUX ;

*=====

*Resolution :

*=====

TAB2 = PASAPAS TAB1 ;

- **TAB(ble)** le système $\{f\}=[K]\{U\}$, les déplacement $\{U\}$, solution du problème, sont stockés dans depl.

*=====

* *DEPOUILLEMENT*

*=====

DEPL1 =TAB2 . 'DEPLACEMENTS' . 1 ; *

*DEPL1 = (TAB2 . 'DEPLACEMENTS' . 1) 'ENLE' 'LX' ;

*

*=====

* *Deformee* :

*=====

DEFO0 = 'DEFO' (SURFACEA 'ET' SURFACEB) DEPL1 0. 'VERT' ;

DEFO1 = 'DEFO' (SURFACEA 'ET' SURFACEB) DEPL1 1. 'ROUG' ;

*

*'SI'IG1 ;

'TITR' 'Maillages **non** deforme (vert) **et** deforme (rouge).';

'TRAC' ecla 0.0001 (DEFO0 'ET' DEFO1) ;

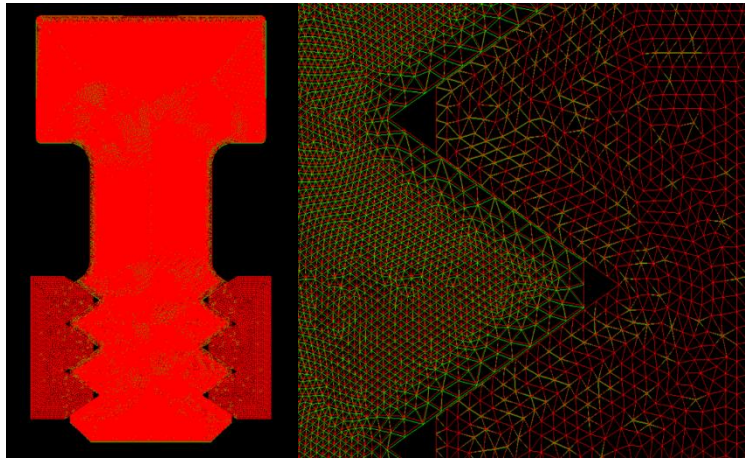
*'FINS' ;

- L'opérateur **defo(rme)** construit la déformée de la structure à partir de la géométrie initiale et du champ de déplacement. On peut préciser que certain nombre d'options comme la couleur (Ici rouge).

*=====

* *Résultat après chargement du modèle*

*=====



Tracé de la déformée (DEFO et DEF1)

*=====

* *extraction d'une contrainte*

* *et comparaison avec solution analytique*

*=====

*

* *calcul du champs de contraintes totales*

*

SIG1 = **SIGM** MO MA DEPL1;

*

SI (NEG GRAPH 'N');

SZZ1 = **EXCO** SMXX SIG1;

TITR 'PLANGENE1 : CONTRAINTES NORMALES';

TRAC ecla 0.0001 SZZ1 MO SURFACE;

FINSI;

*=====

* *Visualisations des reactions :*

*=====

*LFORCE = **PROG** 0. ;

*

'SI' GRAPH ;

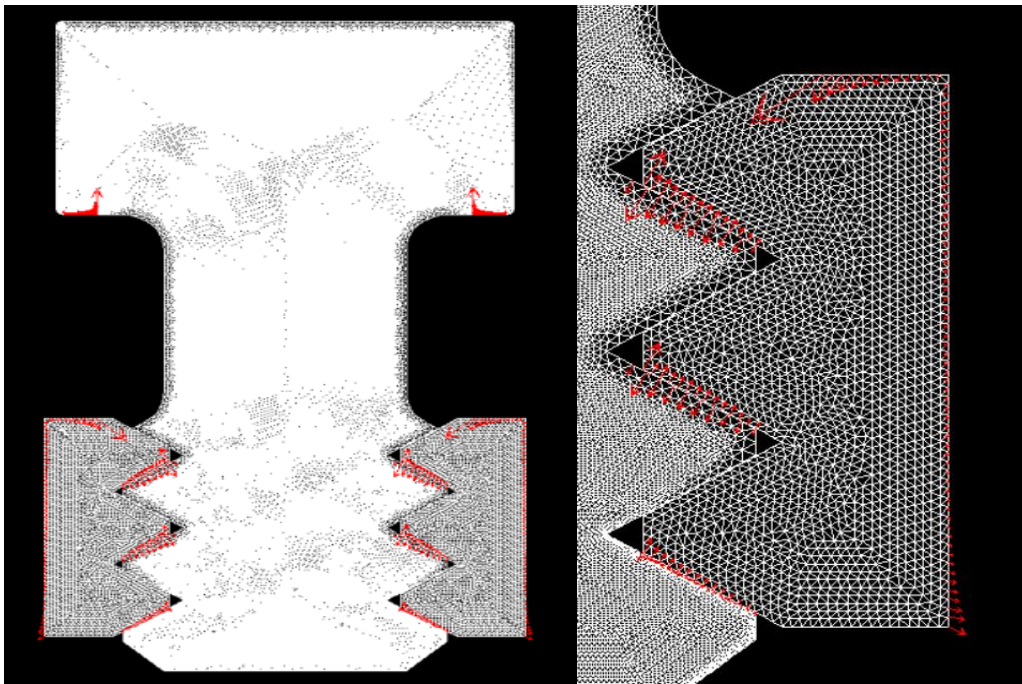
REAC1 = TAB2 . 'REACTIONS' . 1 ;

VR1 = **'VECT'** REAC1 1. 'FX' 'FY' 'ROUG' ;

```

'TITR' 'Forces de reaction.';
'TRAC' ecla 0.0001 VR1 (SURFACE);
LFORCE = EXTR REAC1 'FY'B2;
LIST LFORCE;
LFORCE1 = EXTR REAC1 'FY'B1;
LISTE LFORCE1;
'FINS';

```



Visualisation des réactions au voisinage de contact

```

*-----
* Extraire des points en contact pour determiner*
* l'effort correspondant au déplacement imposé *
*-----

base2=(L3 ET L31);
base2 = MANU CHPO base2 3 UX 0 UY 0 UZ 0;
base2 = EXTR base2 'MAIL';
trac base2;
n = nbno base2;
mess 'nbno base2=' n;

```

```
i = 0;
PeC = TAB2 ;
REPETER BlocVn (NBNO base2);
  i = i + 1;
  PeC.i = base2 POIN i;
Fin BlocVn;
LIST PeC;
*=====
* Extraction de la force appliquée *
* La boucle permet d'extraire toutes *
* les forces elementaires et de calculer leur somme *
*=====

i = 0;
EffY = TAB2;
REPETER BlocFor n;
  i = i + 1;
  EffY.i= EXTR REAC1 'FX' PeC.i;
  LISTE EffY.i;
FIN BlocFor;

Seff = TAB2;
Seff.1 = EffY.1;
PoilT = TAB2;
PoilT.1 = PeC.1;
i = 1;
REPETER BlocSef ( n - 1);
  i = i + 1;
  seffX = Seff.1 + EffY.i;
  Seff.1 = seffX ;
FIN BlocSef;

LIST seffX ;
suivx= (seffX)**2;
*list suivx;
```

*=====

* *Extraire des points en contact pour déterminer**

* *l'effort correspondant au déplacement imposé* *

*=====

base2=(L3 ET L31);
base2 = **MANU CHPO** base2 3 UX 0 UY 0 UZ 0;
base2 = **EXTR** base2 'MAIL';
trac base2;
n = **nbno** base2;
mess 'nbno base2=' n;

i = 0;
PeC = TAB2 ;
REPETER BlocVn (**NBNO** base2);
 i = i + 1;
 PeC.i = base2 **POIN** i;
Fin BlocVn;
***LIST** PeC;

i = 0;
EffY = TAB2;
REPETER BlocFor n;
 i = i + 1;
 EffY.i= **EXTR** REAC1 FY PeC.i;
 LISTE EffY.i;
FIN BlocFor;

Seff = TAB2;
Seff.1 = EffY.1;
PoilT = TAB2;
PoilT.1 = PeC.1;
i = 1;

REPETER BlocSef (n - 1);

i = i + 1;

seffY = Seff.1 + EffY.i;

Seff.1 = seffY ;

FIN BlocSef;

LIST seffY ;

suivy= (seffY)**2;

**list suivy;*

RESUL=(suivx+suivy)**0.5;

list RESUL;

e) Calculs et résolution

*=====

** calcul des contraintes*

*=====

CHACONTR=**SIGM** MO MA DEPL1;

CHANOEUD=**CHAN** NOEUD MO CHACONTR;

CHANPOIN=**CHAN** **CHPO** MO CHANOEUD;

- L'opérateur **sigm(a)** calcule le champ des contraintes à partir d'un champ de déplacements.

*=====

** extraction des contraintes (SX,SY,SXY)*

*=====

SY=**EXCO** CHANPOIN SMYY;

SX=**EXCO** CHANPOIN SMXX;

SXY=**EXCO** CHANPOIN SMXY;

**CONT=SURFACE CONT;*

TRAC ecla 0.0001 SX SURFACE ;

TRAC ecla 0.0001 SY SURFACE **CONT**;

TRAC ecla 0.0001 SXY SURFACE **CONT**;

```

TRAC ecla 0.0001 (SX-SY) SURFACE CONT;
DIFCONTR=(((SX-SY)**2)+(4*(SXY**2)))**0.5;
phi=360*(1./11.4)*10.*DIFCONTR;
ISOC = (sin((phi)/2.))**2;
*ISOC=1-ISOC;
trac ecla 0.0001 ISOC SURFACE cont;

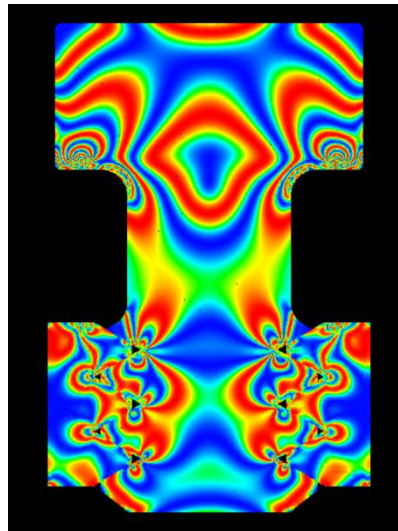
```

- L'opérateur **exco** crée à partir d'un champ, un champ de même type en extrayant une ou plusieurs composantes données.
- Sur le cercle de Mohr cette relation donne la différence des contraintes principales ($\sigma_1 - \sigma_2$) en fonction des contraintes σ_x , σ_y et τ_{xy} .

*=====

* **Visualisation du réseau d'isochromes**

*=====



Tracé des isochromes

*=====

**TRACER LES ISOCLINES*

*=====

```

term1= (2. * SXY);
term2= (SX- SY);
term3= (term1/term2);

```

ALPHA = (0.5) * (ATG term3);
ISOCL= **sin**(2. * ALPHA);
ISOCL= (ISOCL ** 2);
**ISOCL=1-ISOCL;*
trac ecla 0.0001 isocl SURFACE **cont;**

ALPHA = (0.5) * (ATG term3);
ISOCL= **sin**(2. * (ALPHA+10));
ISOCL= (ISOCL ** 2);
**ISOCL=1-ISOCL;*
trac ecla 0.0001 isocl SURFACE **cont;**

ALPHA = (0.5) * (ATG term3);
ISOCL= **sin**(2. * (ALPHA+20));
ISOCL= (ISOCL ** 2);
**ISOCL=1-ISOCL;*
trac ecla 0.0001 isocl SURFACE **cont;**

intens= ISOC;
ALPHA = (0.5) * (ATG term3);
ISOCL= **sin**(2. * (ALPHA+30));
ISOCL= (ISOCL ** 2);
**ISOCL=1-ISOCL;*
trac ecla 0.0001 isocl SURFACE **cont;**

ALPHA = (0.5) * (ATG term3);
ISOCL= **sin**(2. * (ALPHA+40));
ISOCL= (ISOCL ** 2);
**ISOCL=1-ISOCL;*
trac ecla 0.0001 isocl SURFACE **cont;**

```
ALPHA = (0.5) * (ATG term3);  
ISOCL= sin(2. * (ALPHA+50));  
ISOCL= (ISOCL ** 2);  
*ISOCL=1-ISOCL;  
trac ecla 0.0001 isocl SURFACE cont;
```

```
ALPHA = (0.5) * (ATG term3);  
ISOCL= sin(2. * (ALPHA+60));  
ISOCL= (ISOCL ** 2);  
*ISOCL=1-ISOCL;  
trac ecla 0.0001 isocl SURFACE cont;
```

```
ALPHA = (0.5) * (ATG term3);  
ISOCL= sin(2. * (ALPHA+70));  
ISOCL= (ISOCL ** 2);  
*ISOCL=1-ISOCL;  
trac ecla 0.0001 isocl SURFACE cont;
```

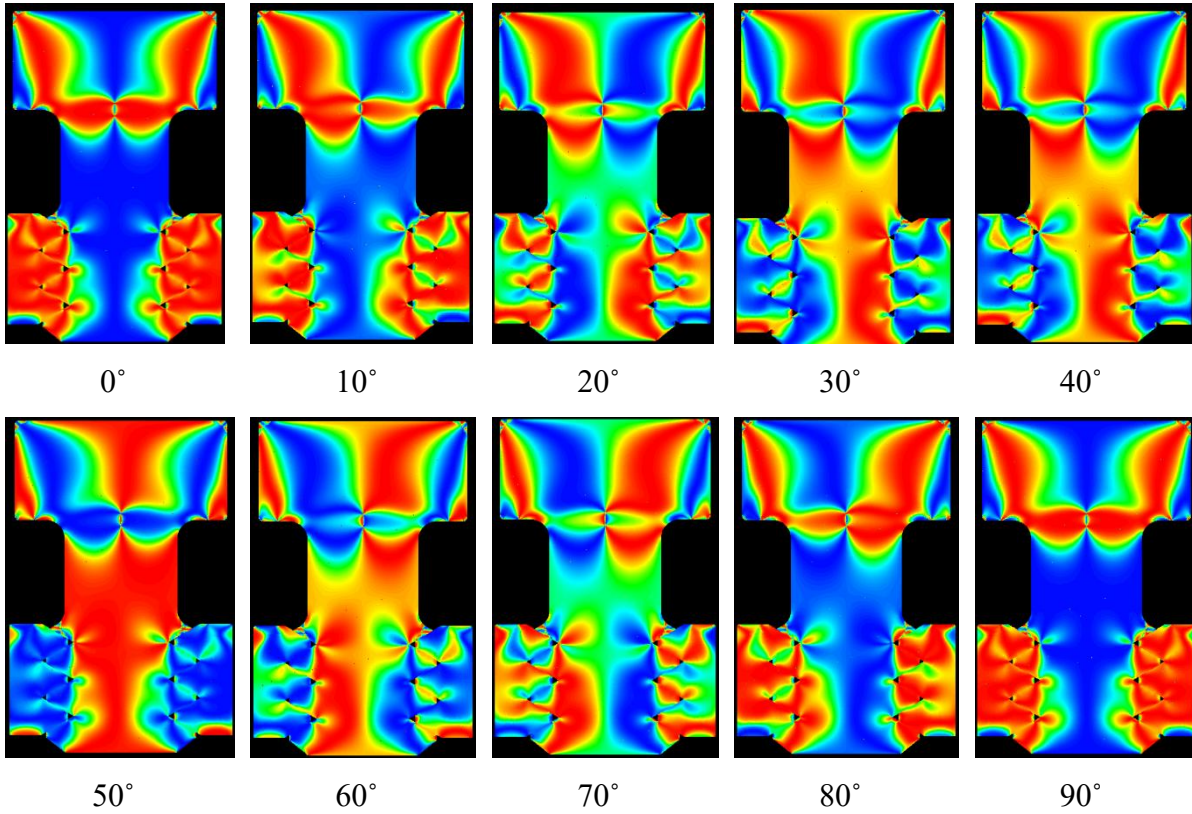
```
ALPHA = (0.5) * (ATG term3);  
ISOCL= sin(2. * (ALPHA+80));  
ISOCL= (ISOCL ** 2);  
*ISOCL=1-ISOCL;  
trac ecla 0.0001 isocl SURFACE cont;
```

```
ALPHA = (0.5) * (ATG term3);  
ISOCL= sin(2. * (ALPHA+90));  
ISOCL= (ISOCL ** 2);  
*ISOCL=1-ISOCL;  
trac ecla 0.0001 isocl SURFACE cont;
```

*=====

* Visualisation du réseau des isoclines

*=====



*=====

* Evolutions des contraintes S_x S_y suivant LIG20

*=====

PA= 23. 63.1;

PB= 6.39 89.8;

PC= 16.264466 60.482907;

PD= -21.50 89.8;

PE= -14.03 7.65;

PF= -4.88 0.;

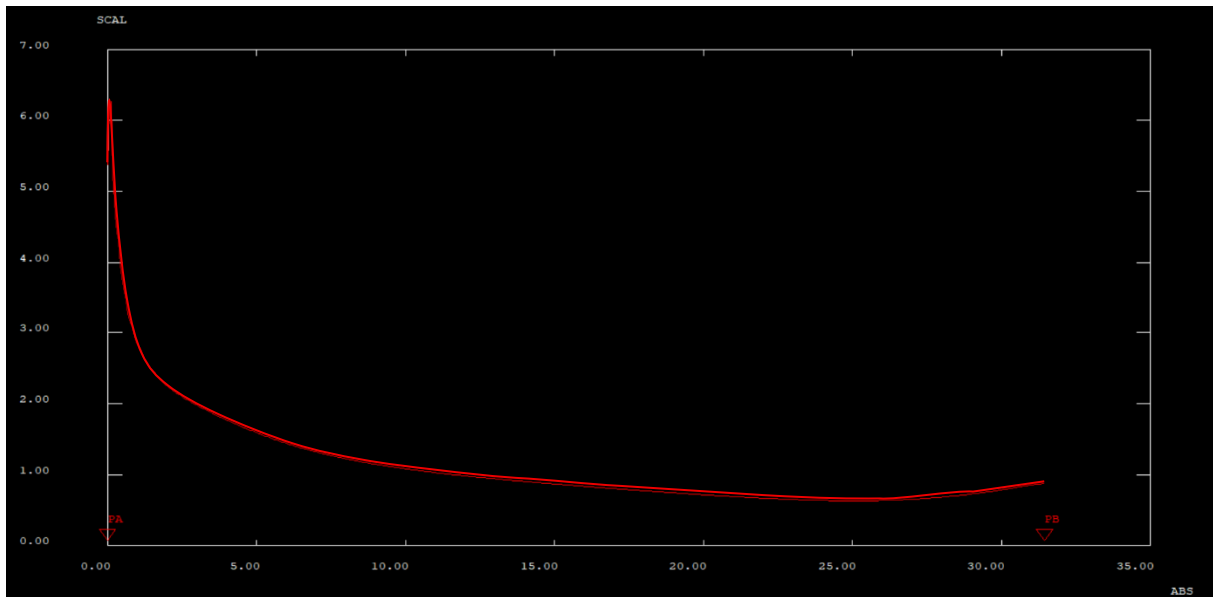
TOM=DIFCONTR/2 ;

```
LIG1= PA droi 500 PB;  
COMPTOM=INT_COMP SURFACE TOM LIG20;  
EVOL1=EVOL rouge 'CHPO' LIG20 COMPTOM;  
dess EVOL1;
```

```
TOM=DIFCONTR/2 ;  
LIG2= PC droi 500 PD;;  
COMPTOM=INT_COMP SURFACE TOM LIG20;  
EVOL2=EVOL rouge 'CHPO' LIG20 COMPTOM;  
dess EVOL2;
```

```
TOM=DIFCONTR/2 ;  
LIG3=PE droi 500 PF;  
COMPTOM=INT_COMP SURFACE TOM LIG20;  
EVOL3=EVOL rouge 'CHPO' LIG20 COMPTOM;  
dess EVOL3;
```

- L'opérateur **inter(polation)_comp(osante)** nous a permet l'interpolation de la contrainte de cisaillement maximale (TOM ou τ_{max}) du champ de contraintes sur le maillage.
- L'opérateur **évol(ution)** nous a permet de définir l'évolution de la contrainte tangentielle maximale (TOM ou τ_{max}) le long des segments (LIG(n)).



Tracé de l'évolution de τ_{max}

FIN;

La directive fine provoque l'arrêt de l'exécution de CASTEM 2024.