REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique
Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou
Faculté du génie de la construction
Département de génie civil

Mémoire de fin d'études

En vue *de l'obtention du diplôme*

De Master en Génie Civil

Option : Constructions hydrauliques et aménagements (CHA)

Thème

Calcul des coefficients partiels de sécurité par l'approche semi-probabiliste

« Application au cas d'un réservoir en béton armé posé au sol »

Présenté par :
Melle ZIDANE Katia
Melle YAHIA Tounsia

Encadré par :
Prof. BOUZELHA Karima
Dr ALICHE Amar

Promotion : 2018/2019

REMERCIMENT

La réalisation de ce mémoire a été possible grâce au concours de plusieurs personnes à qui nous voudrons témoigner toute notre gratitude.

Tout d'abord, nous tenons à présenter nos respectueux remerciements à Mme BOUZELHA Karima, Professeur au département de génie civil, pour sa patience, sa disponibilité et surtout ses judicieux conseils, qui ont contribué à alimenter notre réflexion.

Un grand merci également à M. HAMMOUM Hocine, Professeur au département de génie civil pour avoir eu la patience de répondre à nos innombrables questions.

Nous le remercions pour son assistance, sa disponibilité, ses orientations qui ont grandement contribué à l'élaboration de ce travail ; qu'il trouve ici l'expression de nos sincères reconnaissances.

Nos vifs remercîments aussi à monsieur ALICHE Amar, Maitre de conférences au département de génie civil qui nous a beaucoup aidé à trouver des solutions pour avancer dans notre travail, et qui a toujours répondu présent.

A tous les enseignants de la faculté de génie de la construction Qui ont contribué à notre formation avec beaucoup de compétence et de dévouement

Un spécial remerciement aux membres de jury pour l'honneur qu'ils nous ont fait en acceptant de juger ce travail.

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail :

***A** mes chers parents Omar et Zohra*

Aucune dédicace ne saurait exprimer mon respect, mon amour éternel et ma considération pour les sacrifices que vous avez consenti pour mon instruction et mon bien être. Puisse Dieu, le Très Haut, vous accorder santé, bonheur et longue vie et faire en sorte que jamais je ne vous déçoive. Aucun hommage ne pourrait être à la hauteur de l'amour Dont ils ne cessent de me combler. Que dieu leur procure bonne santé et longue vie

***A** mon adorable sœur Assia et mon frére Yazide.*

En témoignage de mon affection fraternelle, de ma profonde tendresse et reconnaissance, je vous souhaite une vie pleine de bonheur et de succès et que Dieu, le tout puissant, vous protège et vous garde.

***A** toute ma famille, mes amis proches Melissa Dyhia, Hakima et mes camarades Bilal , Lamia, Asma, Said, Nazim .*

***A** ma binôme Tounsia et toute sa famille et **A** tous ceux qui ont contribué de près ou de loin pour que ce projet soit possible, je vous dis merci.*

.

Katia

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à :

A mes chers parents Abaouz et Farida

Aucune dédicace ne saurait exprimer mon respect, mon amour éternel et ma considération pour les sacrifices que vous avez consenti pour mon instruction et mon bien être. Puisse Dieu, le Très Haut, vous accorder santé, bonheur et longue vie et faire en sorte que jamais je ne vous déçoive. Aucun hommage ne pourrait être à la hauteur de l'amour Dont ils ne cessent de me combler. Que dieu leur procure bonne santé et longue vie

A mes adorables sœurs et frères.

En témoignage de mon affection fraternelle, de ma profonde tendresse et reconnaissance, je vous souhaite une vie pleine de bonheur et de succès et que Dieu, le tout puissant, vous protège et vous garde.

A mon fiancé Said et sa famille, A mes amis proches Moussa, Hemou, Dyhia, Hakima et mes camarades Bilal , Lamia, Asma, Said, Nazim , A ma binôme Katia et toute sa famille, et A tous ceux qui ont contribué de près ou de loin pour que ce projet soit possible, je vous dis merci.

.

Tounsia

Introduction générale

Chapitre 1 : Fiabilité et risque structurale

Introduction ………………………………………………………………………………. 03
1.1. Notion de risque …………………………………………………………………….. 03
1.2. Approche fiabiliste (probabiliste) ………………………………………………...… 04
1.2.1. Notion de probabilité …………………………………………………………..… 04
1.2.1.1. Variable aléatoire et caractéristiques ………………………………….…… 05
1.2.1.2. Lois de distribution ………………………………………………………… 05
1.2.2. Notion de fiabilité ……………………………………………………………..… 09
1.2.2.1 Historique de la fiabilité ….……………………………………………… 10
1.3. Approche semi probabiliste et coefficient de sécurité ………………………………… 17
1.3.1. Notion de sécurité …………………………………………………………..….. 17
1.3.2. Coefficient de sécurité …………………………………………………...……….. 17
1.3.3. Marge de sécurité …………………………………………………...………. 18
1.3.4. Approche semi-probabiliste ………………………………………………………… 18
Conclusion …………………………………………………………………...………. 20

Chapitre 2 : Application de la méthode FORM pour l'analyse fiabiliste de la ceinture supérieure d'un réservoir posé au sol

Introduction ………………………………………………………………………………. 22
2.1. Exposé de la méthode FORM ……...…………………………………….………….. 22
2.1.1. Principe de la méthode ……………………………………………………...…….. 22
2.1.2. Construction de l'algorithme de HL-RF …………………………………………….. 24
2.2. Etude de cas ………………………………………………………………….…… 28
2.2.1. Présentation de l'ouvrage …………………………………………………...…. 28
2.2.2. Calcul des charges et surcharges ………………………………………………… 29
2.2.3. Les combinaisons d'action ……………………………………………………… 30
2.2.4. Calcul des efforts agissants sur la ceinture supérieure ……………………………… 31
2.2.5. Ferraillage de la ceinture supérieure ……………………………………………..… 32
2.3. Analyse fiabiliste de la ceinture supérieure par la méthode FORM …………………... 34
2.3.1. Fonction d'état limite ………………………………………………………..…… 34
2.3.2. Identification des variables ……………………………………………………… 35
2.3.3. Calcul de l'indice de fiabilité β ……………………………………………………… 39
2.4. Validation des résultats par la méthode de simulation Monté Carlo …………………… 41
Conclusion ………………………………………………………………………...… 47

Chapitre 3 : calcul semi probabiliste les coefficients partiels de sécurité

Introduction ……………………………………………………………………………….…… 49
3.1. Bases de dimensionnement par coefficients partiels de sécurité ………………………..… 49
3.2. Valeurs associées à une variable ……………………………………………………….… 49
3.2.1. Valeurs caractéristiques ………………………………………………………………… 49
3.2.2. Valeurs de calculs …………………………………………………………………….… 50
3.3. Règle de dimensionnement par coefficients partiels ………………………………….. 50
3.4. Calcul des coefficients partiels de sécurité ……………………………………….…… 51
3.4.1. Détermination de la sollicitation de calcul S_d et de la résistance de calcul R_d ………………………………………………………………………… 51
3.4.2. Détermination de la sollicitation caractéristique Sk et la résistance caractéristique Rk ……………………………………………..…………………………………… 53
3.5. Etude de cas …………………………………………………………………………… 56
3.5.1. Détermination des valeurs de calcul ……………………………………………….. 57
3.5.2. Détermination des valeurs caractéristiques ………………………………………… 58
3.5.3. Détermination des coefficients partiels de sécurité ………………………………… 58
3.6. Evaluation des coefficients partiels de sécurité en fonction de l'indice de fiabilité et du coefficient de variation Cv ………………………………………………………………... 59
3.6.1. Coefficients partiels de sécurité en fonction de l'indice de fiabilité ……………….. 59
3.6.2. Coefficients partiels de sécurité en fonction du coefficient de variation Cv ……….. 61
Conclusion ……………………………………………………………………………………... 64

Conclusion générale
Référence bibliographiques
Annexes

Tableau 1.1 : Equivalence entre les notions de probabilité et les statistiques …………….. 04

Tableau 1.2 : Comparatif des différentes approches d'évaluation de la performance des structures ……………………………………………………..……………………20

Tableau 2.1 : Caractéristique géométriques du réservoir ………………………….……... 29

Tableau 2.2 : Calcul des charges permanentes ……………………………………….…….. 29

Tableau 2.3 : Résultats de la charge de neige ……………..………………………….……... 30

Tableau 2.4 : Résultats des combinaisons d'action ………………………….……………… 30

Tableau 2.5 : Résultats des efforts agissants sur la ceinture supérieure à l ELU …………... 32

Tableau 2.6 : Résultats des efforts agissants sur la ceinture supérieure à l'ELS ………..…... 32

Tableau 2.7 : Résultats de ferraillage de la ceinture supérieure (ELU) …………………..…. 33

Tableau 2.8 : Résultats de ferraillage de la ceinture supérieure (ELS) …………………..….. 33

Tableau 2.9 : Résultats Calcul de sal section minimal d'armature ……………………..…. 33

Tableau 2.10 : Identification des variables ……………………………….……………. 35

Tableau 2.11 : Extrait des valeurs de l'échantillon fc_{28} 36

Tableau 2.12 : Caractéristiques statistiques des lois de distribution de la variable f_{c28} ………36

Tableau 2.13 : Répartition des échantillons théoriques générés et l'échantillon réel dans des classes ……………………………………………………………………………….. 38

Tableau 2.14 : Valeurs de khi2 pour chaque loi de distribution ……………………….……… 38

Tableau 2.15 : Résultats de test de khi 2 pour la résistance à la compression du béton …..… 39

Tableau 2.16 : Niveaux de probabilité de défaillance admis par secteurs industriels ……..… 40

Tableau 2.17 : Résultats de l'analyse fiabiliste par la méthode FORM ……………………… 40

Tableau 2.18 : Résultat de l'analyse fiabiliste par la méthode de Monté Carlo pour 3.10^6 tirage …………………………………………………………………………….……… 43

Tableau 2.19 : Evolution de la probabilité de défaillance en fonction de la zone de neige ……………………………………………………………………………………...…45

Tableau 3.1 : Valeurs des paramètres de calcul …………………………………………... 56

Tableau 3.2 : Détermination les valeurs de calcul …………………………...………. 56

Tableau 3.3 : Détermination les valeurs caractéristiques ……………………….…….. 57

Tableau 3.4 : Résultats des coefficients partiels de sécurité ………………………….…... 57

Tableau 3.5 : Evolution des coefficients partiels de sécurité en variant Pf et cv …………… 58

Tableau 3.6 : Les caractéristiques des courbes ϒs (β) ……………………………..…... 59

Tableau 3.7 : Caractéristiques des courbes ϒr(β) ……………………………………….... 59

Tableau 3.8 : Les caractéristiques des courbes ϒg (β) …………..…………..………………… 60

Tableau 3.9 : Les caractéristiques des courbes ϒs (cv) …………………………………….. 61
Tableau 3.10 : Les caractéristiques des courbes ϒr (cv) ……………………………….……62
Tableau 3.11 : Les caractéristiques des courbes ϒg(cv) ……………………………….…… 62

Figure1.1 : La densité de probabilité de la loi normale……………………………….……….07

Figure 1.2 : Fonction de répartition de la loi normale ……………………………..………07

Figure 1.3 : Fonction de densité de la loi de Gumbel …………………………................. 08

Figure 1.4 : allure de la fonction de densité de la loi log-normal …………………........... 08

Figure 1.5 : Démarche générale d'une analyse de fiabilité ……………………….……… 12

Figure 1.6 : Méthode d'analyse fiabiliste …….………..…………………………...…………14

Figure 1.7 : Approximation FORM …………………………………………….............. 15

Figure 1.8 : Approximations FORM et SORM ……………………………………..……. 15

Figure 1.9 : Organigramme du calcul de la probabilité de défaillance en utilisant la méthode des simulations de Monte Carlo………………………………………………………………… 17

Figure 1.10 : Valeur caractéristique R_k définie comme le fractile à 95% de la distribution (R_k à 95% de chance d'être dépassée) ……………………………………..……..………. 19

Figure 2.1 : Approximation FORM ……………………………………………...……..… 22

Figure 2.2 : Transformation iso-probabiliste ……………………………………..….…… 23

Figure2.3 : illustration de l'itération de l'algorithme HLRF …………………….……..… 24

Figure 2.4 : Organigramme d'Hasofer-Lind-Rackwitz-Fiessler (HL-RF) ……….…..……….. 27

Figure 2.5 : Schéma représentatif du réservoir ……………………………………..……….. 28

Figure 2.6 : Répartition des efforts due au poids de la coupole ……………………..……… 31

Figure 2.7 : Schéma de ferraillage ………………………………………………...….… 34

Figure 2.8 : Fonctions de densité de probabilité des lois ………………….……………….37

Figure 2.9 : Fonctions de répartition de probabilité des lois ………………….…...………… 37

Figure 2.10 : Evolution de l'indice de fiabilité et la probabilité de défaillance en fonctions de coefficient de variation …………………………………………………….…..…………. 41

Figure 2.11 : Organigramme de calcul de la probabilité de défaillance par la méthode Monté Carlo ………………………………………………………………...………………... 42

Figure 2.12 : évolution de la probabilité de défaillance en fonctions de nombre de tirages… 43

Figure 2.13 : Comparaison des résultats de FORM et Monté Carlo …………………..….. 44

Figure 2.14 : comparaison des résultats FORM et Monté Carlo ………………...……….… 44

Figure 2.15 : Evolution de la probabilité de défaillance en fonction de la zone de neige ….. 45

Figure 2.16 : Evolution de l'indice de fiabilité en fonction du coefficient de variation Cv….46

Figure 2.17 : Evolution de la probabilité de défaillance en fonction du coefficient de variation Cv…………………………………………………………………………………..46

Figure 3.1 : Valeurs associés et coefficients partiels de sécurité ……………………..…..….. 50

Figure 3.2 : Coordonné du point de conception dans l'espace normé ……….………..…….. 51

Figure 3.3 : Organigramme de calcul semi probabiliste des coefficients partiels de sécurité . 55

Figure 3.4: Evolution de coefficient partiel de sécurité ϒs en fonction de l'indice de fiabilité β ……………………………………………………………………………………...58

Figure 3.5 : Evolution de coefficient partiel de sécurité ϒr en fonction de l'indice de fiabilité β …………………………………………………………………………………….. 59

Figure 3.6 : Evolution de coefficient partiel de sécurité ϒg en fonction de l'indice de fiabilité β 60

Figure 3.7 : Evolution de coefficient partiel de sécurité ϒs en fonction du coefficient de variation Cv…………………………….…………………………………………. 61

Figure 3.8 : Evolution de coefficient partiel de sécurité ϒr en fonction du coefficient de variation Cv ……………………………..……………….…………………………..…. 61

Figure 3.9 : Evolution des coefficients partiels de sécurité ϒg en fonction du coefficient de variation Cv ………………………………………………………………………….……. 62

Introduction générale

Traditionnellement, l'optimisation des structures en génie civil est menée par une démarche déterministe qui s'appuie sur des coefficients globaux de sécurité recommandés par les codes de dimensionnement, tels que le RPA (règlement parasismique algérien), BAEL, BPEL et les Eurocodes. Ces coefficients sont appliqués pour tenir compte des incertitudes liées aux charges, surcharges de sollicitations et pour se prémunir des écarts imprévisibles des performances mécaniques des matériaux. Dans la réalité, l'utilisation de ces coefficients de sécurité, n'aboutit toujours pas à une solution optimale, car ils peuvent mener à un surdimensionnement de la structure lorsqu'il ne même pas à un manque de robustesse.

La nécessité de construire des ouvrages plus fiables et économiques a amené les ingénieurs à développer un nouveau concept basé sur des coefficients partiels sécurité au lieu d'un coefficient global. Cette démarche confère au dimensionnement une fiabilité dont la conception bénéficie, sans avoir à effectuer une analyse de fiabilité. L'utilisation de ces coefficients vise à introduire une marge de sécurité suffisante afin d'augmenter la sûreté de la conception et diminuer le rôle des incertitudes sur les performances de la structure optimisée. Ils sont définis pour les paramétres les plus déterminants de la structure et assurent de façon implicite un niveau de fiabilité cible.

C'est dans ce contexte que s'inscrit notre travail de recherche, qui vise à évaluer les coefficients partiels de sécurité associés à la sollicitation interne de traction développée dans la ceinture supérieure d'un réservoir posé au sol, ainsi qu'à sa résistance. Ces coefficients sont approchés par une méthode semi-probabiliste en se fixant une fiabilité cible à laquelle correspond une probabilité de ruine cible dans un intervalle admis pour les structures en génie civil. A cet effet, nous avons réparti notre travail en trois chapitres :

Le premier chapitre sera consacré à l'état de l'art sur la fiabilité et le risque structural. Nous présenterons d'abord quelques notions de fiabilité (probabilité) et les méthodes de calcul fiabiliste (probabiliste) FORM et Monté Carlo. Par la suite, nous exposerons la notion de sécurité et l'approche semi-probabiliste.

Le second chapitre sera consacré à l'application de la méthode FORM pour l'évaluation de la fiabiliste de la ceinture supérieure du réservoir. L'indice de fiabilité sera évalué par application de l'Algorithme HL-RF. Les résultats seront validés par la méthode de simulation de Monté Carlo

Au niveau du troisième et dernier chapitre, l'approche semi-probabiliste sera utilisée pour l'évaluation des coefficients partiels de sécurité. Cette approche est basée sur l'évaluation de l'incertitude de certains paramètres, à partir d'études statistiques que l'on intègre sous forme de valeurs caractéristiques.

Chapitre 1
Fiabilité et risque structurel

Introduction

Les ingénieurs conçoivent et dimensionnent les ouvrages de génie civil de façon à atteindre les objectifs de sécurité et de durabilité souhaité. Ils doivent s'assurer que les aléas sont maîtrisés, en d'autres termes, que le risque est limité à une valeur acceptable. A cet effet, deux approches d'analyse de risque sont utilisées dans la théorie, l'approche fiabiliste (probabiliste) et l'approche semi probabiliste.

Dans le cadre de ce chapitre, nous présentons les notions de base utilisées dans la théorie de fiabilité (notions de probabilités, fonctions d'états limites, variables aléatoires de et probabilité de défaillance) ainsi que la démarche fiabiliste et semi - probabiliste.

1.1. Notion de risque

La sécurité structurale est une composante majeure de la fiabilité qui fait intervenir la notion de risque : danger, inconvénient plus au moins probable auquel est exposée la structure. L'Eurocode 1 définit le « danger potentiel » comme un évènement exceptionnel et grave ; par exemple une action anormale, une influence anormale de l'environnement, une résistance insuffisante ou un écart excessif par rapport aux dimensions prévues.

En réalité, les dangers potentiels dont il s'agit dans les eurocodes sont seulement ceux qui sont pris en compte dans le format de fiabilité, c'est-à-dire le système de règles et de valeurs numériques de diverses natures (valeurs représentatives, coefficients partiels…etc) qu'on superpose aux divers modèles, pour déterminer ou vérifier le dimensionnement de la structure en incluant, lorsqu'il y a lieu, les marges implicites de sécurité introduites dans les modèles (breysse, 2009)

Le risque zéro n'existe pas. C'est pour cela que dans les sociétés modernes, les populations demandent en vertu des lois une sécurité maximale des ouvrages. Les risques sont pris en connaissance lorsque des accidents ou des défaillances catastrophiques surviennent (lemaire,2005).

Les ingénieurs ne sont pas certains que ces défaillances spectaculaires peuvent affecter aussi bien des ouvrages anciens que des ouvrages actuels ; car lorsque l'ingénieur décide de concevoir ou de réparer une structure, il prend le risque de ces évolutions technologiques face aux nécessités étendues en matière de la maîtrise des risques en génie civil et ce, à travers :

- la définition des limites raisonnables ;
- le développement d'une approche scientifique pour la compréhension des phénomènes, pour la prise de conscience de la grande complexité des problèmes de risque (Aoues, 2008).

1.2. Approche fiabiliste (probabiliste)

1.2.1. Notion de probabilité

D'un point de vue général, ***la théorie des probabilités constitue un cadre mathématique pour la description du hasard et de la variabilité des paramètres.*** D'autre part, au sens scientifique et technique du terme, la probabilité définie de façon quantitative la vraisemblance d'un ou plusieurs évènement (Bayem, 2009). Cette théorie des probabilités repose sur plusieurs notions fondamentales : événement, probabilité d'un événement, variable aléatoire, loi de probabilité d'une variable aléatoire, espérance d'une variable aléatoire, variance….etc.

L'étude des probabilités a pour objet principal de caractériser d'une manière conceptuelle une population aléatoire, de définir des modèles mathématiques du hasard et d'étudier leurs propriétés. Cette théorie probabiliste a un lien fort avec les statistiques et ont pour but de confronter les modèles mathématiques définis aux expériences et aux données observées, dans le but de choisir, d'ajuster et de valider les modèles. En résumé, nous pouvons dire que ***le calcul des probabilités est l'aspect théorique des notions pratiques déjà traitées en statistiques descriptives***. On pourrait présenter l'équivalence entre les deux concepts comme suit (tableau 1.1):

Tableau 1.1: Equivalence entre les notions de probabilité et les statistiques (Hammoum, 2015).

Notions statistiques (concepts pratiques)	Notions probabilistes (concepts théoriques)
Fréquence relative	Probabilité d'un événement
Variable statistique	Variable aléatoire
Distribution statistique	Loi de probabilité
Moyenne arithmétique d'une variable statistique	Espérance mathématique d'une variable aléatoire
Variance d'une variable statistique	Variance d'une variable aléatoire

L'équivalence entre les deux notions (probabilité et statistique) nous permet de donner une interprétation concrète à la notion de probabilité et d'établir un pont entre les notions probabilistes (aspect théorique) associées à une population hypothétique (ensemble de tous les résultats possibles d'une expérience aléatoire) et les notions statistiques (aspect pratique) associées à un nombre restreint d'observations (échantillon).

Dans l'évaluation probabiliste, les événements impossibles sont très rares, ainsi la grande majorité d'entre eux ont une probabilité qui varie entre ***zéro et un***. Ce qui se traduit par deux état : favorable ou succès (quand l'évènement s'est produit), défavorable ou échec (dans le cas où l'évènement ne s'est pas produit).

1.2.1.1. Variable aléatoire et caractéristiques

- ***Variable aléatoire***

Soit (Ω, *f*, p) un espace probabilisé. Une variable aléatoire peut être sous forme continu ou discrète. Une variable aléatoire discrète x associée à cet espace probabilisé est une application de Ω dans R qui prend un nombre de valeurs fini ou dénombrable.

Si l'ensemble des valeurs possibles pour cette variable x Є {x1, x2,...xn} est fini ou infini dénombrable, c'est donc une variable discontinu. Par exemple lors d'un lancer de dé, la variable aléatoire qui associe à chaque lancé, le numéro de la face apparaissant au-dessus est une variable aléatoire discrète car elle n'a que 6 états possibles (Mendenhall, 2006). Cependant, dans le même espace (Ω, f, p), lorsque le nombre de valeur possibles de la variable considéré est infini, la variable est dite continue. Par exemple les taille, les poids, la durée de vie d'un produit particulier, ou erreur expérimentale de laboratoire peuvent prendre une infinité de valeur sur un intervalle.

Dans le cas continu, la variable aléatoire est caractérisée par une fonction de densité et fonction de répartition.

- ***Espérance mathématique***

L'espérance mathématique ou valeur espérée ou, plus brièvement, espérance, d'un variable aléatoire est une notion très importante en probabilité et statistique.

Soit *X* une variable aléatoire discrète, l'espérance mathématique de *X*, notée *E(X),* est la somme pondérée des valeurs du domaine de *X*, les poids étant égaux, par définition, aux probabilités des valeurs correspondantes. Ainsi, si on note $\{x_i\}$ cet ensemble de valeurs, nous avons, par définition (Carlton et al, 2014) :

$$E(X) = \sum_i x_i P(X = x_i) \tag{1.2}$$

Si la variable *X* est continue et admet une densité de probabilité *f*, alors son espérance se définit comme suit (Carlton et al, 2014):

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\, f_X(x)dx \tag{1.3}$$

La définition de l'espérance mathématique d'une variable aléatoire est identique à celle de la moyenne *m* de la distribution dont elle est issue. On parlera alors d'espérance pour une variable aléatoire et de moyenne pour une distribution.

L'espérance de X renseigne sur la tendance centrale de la distribution de X, mais ne donne aucune indication sur la dispersion des valeurs de X autour de leur valeur moyenne.

- ***La moyenne***

La moyenne est le quotient de la somme de toutes les valeurs d'une série par l'effectif total.

$$m = \frac{\sum n_i}{N} \tag{1.4}$$

n_i : effectif à la modalité i.

N : nombre d'effectifs

- ***Coefficient de variation***

Le coefficient de variation est un facteur adimensionnel caractérise la dispersion intrinsèque de la variable aléatoire. Il est défini comme le rapport de l'écart type sur la moyenne

$$cv = \frac{\sigma}{m} \tag{1.5}$$

- ***La Variance***

En théorie des probabilités, la variance est une mesure servant à caractériser la dispersion d'un échantillon ou d'une distribution. Elle indique de quelle manière la variable aléatoire se disperse autour de sa moyenne. Elle est définie comme l'espérance du carré de la distance de X à sa moyenne m (Carlton et al, 2014) :

$$Var(x)= E\,[(X- m)^2] \tag{1.6}$$

- ***Ecart-type***

L'écart type est une mesure de la dispersion d'une variable aléatoire.En statistique, il est une mesure de dispersion de données. Il est défini comme la racine carrée de la variance (Carlton et al, 2014) et (Igor et al, 2006).

$$\sigma(X) = \sqrt{Var(X)} \tag{1.7}$$

1.2.1.2. Lois de distribution

En probabilité il existe plusieurs lois pour définir au mieux le comportement d'une variable aléatoire. Nous présentons dans ce qui suit les lois de probabilités les plus usuelles (Dress , 2007)

- ***Loi normale***

Elle est également appelée loi gaussienne, et l'une des lois de probabilité les plus adaptées pour modéliser des phénomènes naturels issus de plusieurs événements aléatoires. En fiabilité, la distribution normale est utilisée pour représenter la distribution des durées de vie de dispositifs en fin de vie, car le taux de défaillance est toujours croissant (Tebi,2005).

Une variable aléatoire X obéit à une loi normale si et seulement si sa fonction de densité de probabilité est telle que définit par (Dehmous, 2007) :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} \tag{1.8}$$

La fonction de densité de probabilité est représentée sur la figure 1.1.

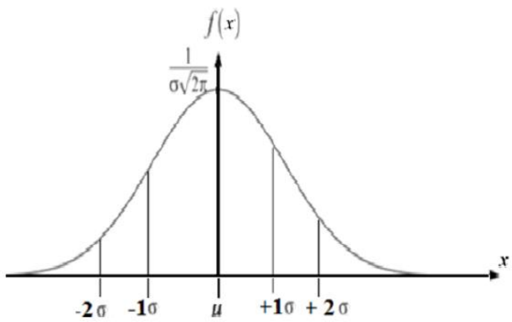


Figure 1.1 : La densité de probabilité de la loi normale

Sa fonction de répartition est donnée par l'équation 1.10 , elle est représentée sur la figure 1.2

$$F_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^x exp\left(-\frac{1}{2}\left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right]^2 \right) \tag{1.9}$$

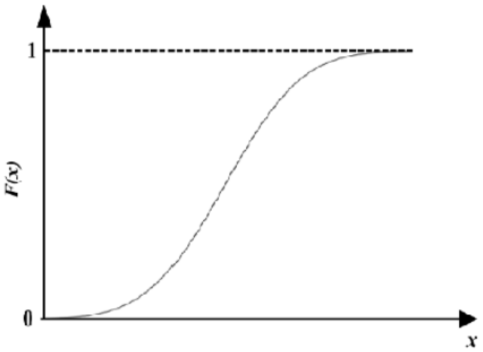


Figure 1.2 : Fonction de répartition de la loi normale.

- ***Loi de Gumbel***

La loi de Gumbel est utilisée souvent pour modéliser les valeurs extrêmes : valeurs max ou min choisie dans un ensemble de données (le débit de crue annuel max, les accélérations sismiques données sous forme d'un accélérogramme). Cette loi est définie avec deux paramètres : un paramètre de position λ et un paramètre de dispersion η.

La fonction de densité de probabilité de la loi de Gumbelest donnée par l'équation 1.10 :

$$f(x) = \frac{1}{\eta} \exp e^{\left(-\frac{x-\lambda}{\eta}\right)} e^{-e^{-\frac{x-\lambda}{\eta}}} \tag{1.10}$$

La fonction de répartition est obtenue aisément :

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\, dx = e^{-e^{-\frac{x-\lambda}{\eta}}} \tag{1.11}$$

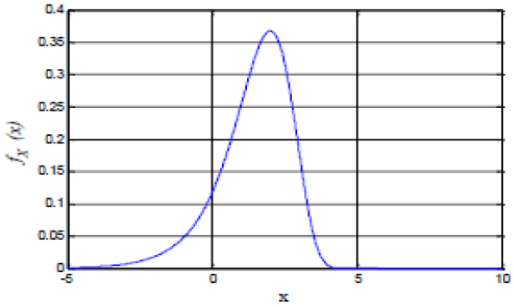


Figure 1.3 : Fonction de densité de la loi de Gumbel.

- ***Loi log normale***

La loi log normale (aussi dénommé loi de Galton ou de Gibart) est souvent employée pour traduire la variabilité de propriétés des matériaux (résistance, par exemple).

Sa fonction de densité est donnée par l'équation 1.12 :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{(\ln(x)-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)} \tag{1.12}$$

Le graphe de la fonction de densité (figure 1.4)

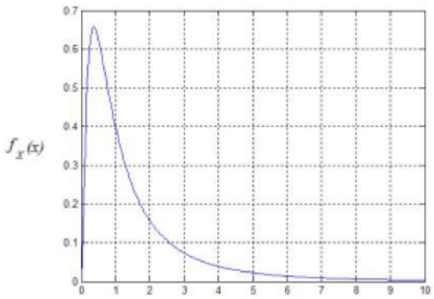


Figure 1.4 : Allure de la fonction de densité de la loi log-normal.

- ***Fonction de densité***

C'est une fonction réelle positive continue f associée à toute variable aléatoire réelle absolument continue X. Elle fournit par intégration les probabilités d'intervalle :

$$p(a \leq x \ \leq b) = \int_{a}^{b} f(x)dx \tag{1.13}$$

On notera que la contrainte que la probabilité totale soit égale à 1 s'exprime par l'intégrale de la fonction densité :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \tag{1.14}$$

- ***Fonction de répartition***

La fonction de répartition d'une variable aléatoire F(x) représente le cumul des probabilités individuelles. La probabilité pour que la variable aléatoire X prenne une valeur inférieure à x est la fonction F(x) que l'on appelle fonction de répartition :

$$p(X < x) = F(x) \tag{1.15}$$

Les caractéristiques de la loi Log Normale sont :

- *Espérance :*

$$E(x) = e^{(\mu + \frac{\sigma^2}{2})} \tag{1.16}$$

- *Variance :*

$$Var(X) = e^{(2\mu + \sigma^2)} \tag{1.17}$$

- *Ecart-type :*

$$\sigma(X) = e^{(\mu + \frac{\sigma^2}{2})} \sqrt{e^{(\sigma^2)-1}} \tag{1.18}$$

1.2.2. Notion de fiabilité

La fiabilité telle que définie par l'AFNOR(règle NF X50-120) est l'aptitude d'un dispositif à accomplir une fonction requise dans des conditions données, pendant une durée donnée. De manière générale, on définit la fiabilité comme la probabilité de bon fonctionnement d'un composant d'un système ou du système lui-même dans les conditions données pendant un temps donné, correspondant au degré de confiance que l'on peut accorder à un mécanisme. La fiabilité est devenue essentielle depuis que les équipements se sont compliqués. Il faut donc prévoir avec précision la durée et les conditions de bon fonctionnement de chaque partie de ces systèmes, ceci implique un certain niveau de performance.

L'analyse de la fiabilité du système se résume au calcul de la probabilité de ruine associée à une fonction de performance, ou d'état limite, du système prenant en compte toutes les variables aléatoires de base (sollicitations et résistances) (Lemaire, 2005)

1.2.2.1 Historique de la fiabilité

En 1928, dans le cadre d'un forum international, la notion de coefficient de sécurité fut critiquée car dépourvue de sens réel. Mais cela n'éveilla qu'un faible écho dans le monde de la recherche et de la construction. Quelques scientifiques, menant des études sur l'évaluation de la résistance des matériaux et structures, développèrent notamment les notions de base d'événement aléatoires, marquant ainsi une rupture avec les règles classiques de conception des structures(Mayer.1926) (Weibull,1939).

Prot et Levi, dans de nombreuses communications entre 1936 et 1953, ont largement tenté de distinguer les distributions statistiques des résistances et des sollicitations, de définir des règles de combinaison et ainsi déterminer une probabilité de défaillance(Prot,1936), (prot et Levi,1951). Wierzebicki (1939) considéra notamment que la probabilité de défaillance doit être comparable entre les structures de génie civil et les activités humaines.

Dans le cadre d'un concours organisé par l'Académie Royale de Suède en 1938 Kjellmann (1940) et Wästlund (1940), défendirent notamment l'introduction d'une approche probabiliste pour appréhender le problème de la sécurité dans l'évaluation des coûts.

Dans les années 1940, s'est produit le développement de la théorie mathématique qui a une relation directe avec l'analyse de fiabilité. Robert Lussera développer une équation associée à la fiabilité d'un système en série. A la même époque sont apparus les premières tentatives de chercher, une amélioration de la qualité de fonctionnement des systèmes alliée à la manutention préventive. Cela fut à travers l'amélioration de projets, l'amélioration d'équipements et d'instruments de mesure et l'utilisation du matériel plus résistant.

En 1945, Freudenthalcréa un institut pour l'étude de la fiabilité et de la fatigue à l'université de Columbia et favorisa ainsi l'émergence d'une approche probabiliste de la sécurité. Mais ce n'est vraiment qu'au 3éme congrès de l'AIPC que le vrai procès du monde des pensées déterministes fut déclenché par trois français : Marcel Prot, Robert Lévi et Jean Dutheil. Sous leur impulsion, le concept de sécurité probabiliste des structures naissait.

Avec le démarrage de l'industrie aérospatiale et électronique, accompagnée de l'établissement de l'industrie nucléaire, dans les années 1950, une grande avancée dans le développement de méthodologie de calcul et des applications de fiabilité a été vérifiée. A ce moment-là les analystes ont reconnu la nécessité d'application de fiabilité, principalement dans la phase de projet, contrairement à la façon d'élaborer les projets, c'est-à-dire, concentration de ressources pour la manutention après la vérification de présence de défaillances.

Tel fut le tournant à partir duquel les fondements et méthodes de calcul des constructions se trouvèrent ébranlés et remplacées par de nouvelles bases et de nouvelles méthodes. Mais, ce n'est réellement que dans les années 60 que se posa la nécessité de définir scientifiquement des marges de sécurité. Le développement d'outils mathématique ne changea cependant pas les mentalités. Les ruines d'ouvrages étaient rares quand tel était alors mathématiquement et numériquement complexe. Le peu d'informations statistiques sur les diverses variables ne permettait pas d'avoir des modèles corrects. Aussi, la plupart des ingénieurs considéraient qu'il était préférable d'utiliser une démarche irrationnelle qui fonctionnait, plutôt qu'une approche plus rationnelle et plus compliquée mais de mise en œuvre pour aplanir les diverses difficultés. Plusieurs noms sont attachés à ces développements, Basler (1961), Hasofer(1974), Hasofer&Lind, (1974). Cornel (1967) montra la possibilité de déduire des coefficients de sécurité. Cette étape favorisa donc l'émergence de la démarche semi probabiliste de la sécurité des structures. Elle est maintenant présente dans la plupart des règlements de calcul des ouvrages neufs. L'approche probabiliste a donc essentiellement servi au développement de la démarche semi-probabiliste c'est cependant à l'ingénierie pétrolière nordique, dans la construction de plates-formes, que l'on doit les percées les plus brillantes de l'application directe d'une démarche probabiliste (Madsen,1989), (Madsen,1990) et (Amirouche,2015)

Ceci explique que les noms de nombreux chercheurs ou ingénieurs d'Europe du Nord sont aujourd'hui associés aux développements de la théorie de la fiabilité dans la calibration de règlements, l'évaluation et la gestion d'ouvrage (Thoft-Christensen & Sorensen, 1984).

- **Démarche fiabiliste**(Aliche, 2016)

L'évaluation de la fiabilité des structures consiste à calculer la probabilité qu'une structure soumise aux aléas (vibrations, chocs, fatigue, température, séisme …etc.) soit capable d'assuré la sécurité pour une durée de vie donnée. Pour cela le calcul de cette probabilité impose une méthodologie d'étude rigoureuse en quatre étapes (figure 1.5) :

1. Définir un modèle mécanique déterministe adapté au problème traité (étape A)
2. Identifier les paramètres aléatoires du modèle et les caractérisées par des lois de probabilité adéquates. (Étape B)

3. Définir les modes et scénarios de défaillance du problème.
4. Evaluer les probabilités de dépassement des états-limites (probabilité de défaillance) et études de sensibilité éventuelles.(Étape C)

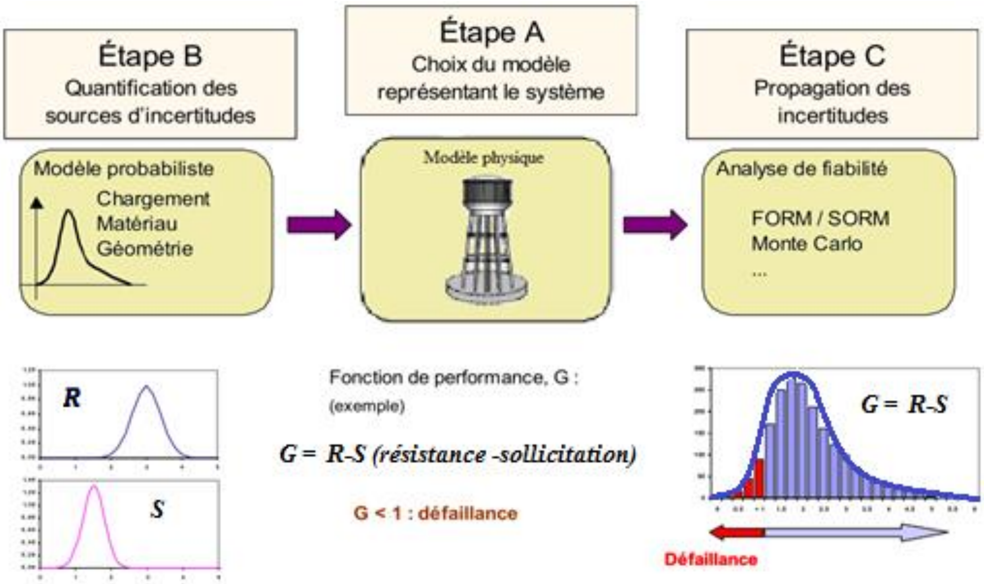


Figure 1.5: Démarche générale d'une analyse de fiabilité(Aliche,2016).

- **Modes de défaillances et fonction d'états limite(Ballière A, et al, 2012)**

L'évaluation de la sécurité structurale commence par la définition du mode de défaillance que l'on veut étudier, c'est-à-dire la localisation de l'élément de structure concerné, les propriétés mécaniques des matériaux, les sollicitations soumises ainsi que le modèle liant résistance et sollicitations. Notons que le niveau de fiabilité obtenu dépendra donc du mode de défaillance choisi. Le mode de défaillance permet ainsi de définir la marge de sécurité ou fonction d'état limite à respecter. On peut écrire la marge de sécurité M et la fonction d'état limite G sous la forme générale :

$$M = G(R,S) \tag{1.19}$$

Dans une méthode fiabiliste on associe à chaque mode de défaillance une fonction d'état limite Gi({X}) qui définit le comportement de la structure, soit :

$$\mathrm{G}(\{\mathrm{x}\}) = \mathrm{R}(\{\mathrm{x}\}) - \mathrm{S}(\{\mathrm{x}\}) \tag{1.20}$$

Avec :

{x} : vecteur aléatoire de la variable.

R({x}) : résistance de la structure vis-à-vis d'une mode de ruine considéré.

S({x}) : sollicitation agissante.

G({x}) : fonction d'état limite, telle que :

Gi({x}) = 0 correspond à l'état limite

Gi({x}) > 0 correspond au domaine de sécurité.

Gi({x}) < 0 correspond au domaine de ruine.

- **Evaluation de la probabilité de défaillance**

La fiabilité F d'une structure est conventionnellement définie de la façon suivante (Dehmous, 2007), (Aoues, 2008) :

$$F = 1 - P_f \tag{1. 21}$$

Où la probabilité de défaillance $P_{f\ correspond}$ à la probabilité d'occurrence de l'évènement, en d'autre terme la probabilité d'avoir une valeur négative d'une réalisation de la fonction d'état G(X). Nous avons donc (Mébarki, 2003) :

$$P_f = P\left(G\left(\{X\}\right) \le 0\right) \tag{1.22}$$

Dans la majorité des cas, on connait la loi d'apparition des événements et les limites à partir desquelles un état est modifié, qu'on appelle les fonctions d'états ou les fonctions de performance d'un ouvrage. On cherche alors à connaître la loi de probabilité pour que, soumise à une action, la structure ne dépasse pas cet état limite. Ainsi, si nous faisons introduire la notion de densité de probabilité conjointe $f_{\{X\}}$¨des variables aléatoires {X} du modèle, dont les réalisations sont $\{x\} = \{x_1, x_2, ..., x_n\}^t$, l'évaluation de la probabilité de défaillance peu se ramener essentiellement à l'étude de l'intégrale (Lemaire, 2005), (Mébarki, 2003):

$$P_f = \int_{D_f} f_X(x)\, dx \tag{1.23}$$

La résolution analytique de l'intégrale (1.26) est très difficile, voire impossible (Abdel Massih, 2010), (Lemaire, 2005). Toutes fois, il existe des méthodes qui simplifient la résolution de cette intégrale, pour estimer la probabilité de défaillance P_f. Nous distinguons les méthodes de simulation dont la plus célèbre est celle de Monté Carlo, et les méthodes d'approximation (par gradient) de type FORM et SORM, tel que l'illustre la figure 1.6 (Ditlevsen et Madsen, 2005), (Lemaire, 2005). La distribution des variables aléatoires (X) et les propriétés des différentes fonctions de performance G(X) guident notre choix vers la méthode la mieux adapté.

- **Méthodes d'évaluation de probabilité de défaillance**

Diverses méthodes de résolution ont ainsi été développées pour pallier ces difficultés (figure, 1.6). Classiquement, on distingue deux grandes familles :

- Les méthodes recourant à une approximation, appelée méthode de gradient.
- Les méthodes basées sur des simulations

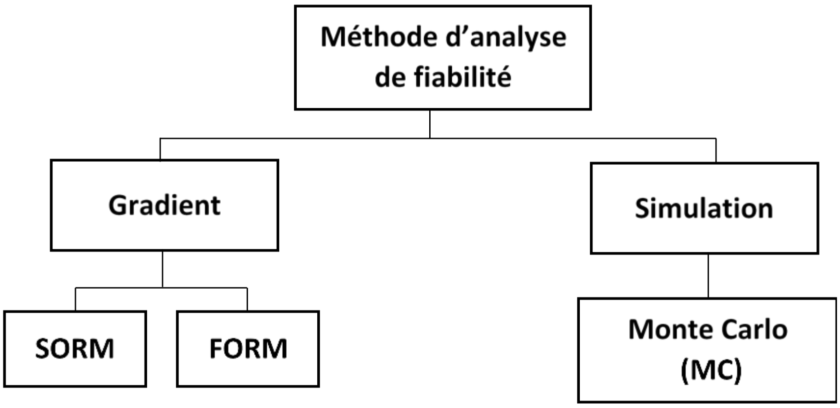


Figure 1.6: Méthode d'analyse fiabiliste.

a- Méthode FORM

La méthode FORM consiste à approcher la fonction d'état limite par une fonction linéaire pour calculer de manière simple la probabilité de défaillance (figure 1.8). L'approximation linéaire est un développement de Taylor au premier ordre au point de l'état limite, dont la densité de probabilité est la plus élevée. Dans cette approche au premier ordre, la surface d'état limite est approximée par un hyperplan tangent au point de fonctionnement MPFP (Most Probable Failure Point).

L'approximation de l'indie de fiabilité β est donnée par l'expression

$$\beta = \Phi^{-1}(Pf) \tag{1.24}$$

- Où Φ est la fonction de répartition normale centrée réduite et Φ^{-1} sa fonction inverse.

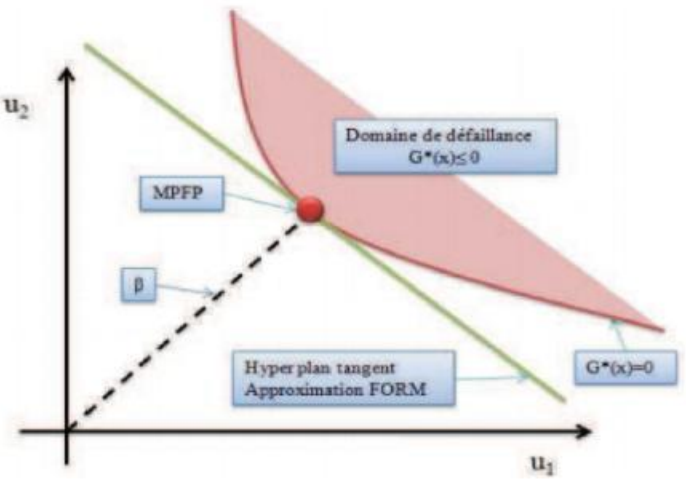


Figure 1.7: Approximation FORM.

- ***Méthode SORM***

Son appellation vient de « Second OrderReliability Méthode ». Elle est basée sur un développement de Taylor au deuxième ordre de la fonction d'état G(Xi). Sa représentation dans l'espace des variables de base est remplacée par une hyper-surface d'ordre 2. Trois formulation de la probabilité de ruine P_f peuvent être proposées : Formule de Breitung, formule de Riceet formule de Tvedt (pour plus de détails voir Lemaire et al 1996).

Comme le montre la figure 1.8, la méthode FORM est utilisée pour ajuster une fonction d'état de faible concavité au voisinage du point de conception. Par contre, la méthode SORM est utilisée pour une forte concavité de cette fonction au voisinage du même point

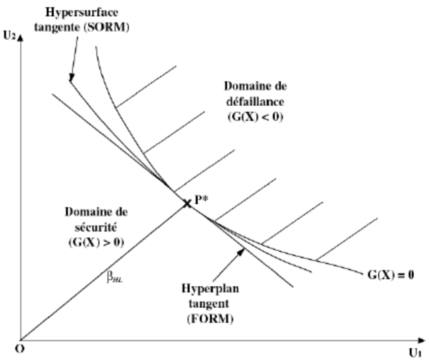


Figure 1.8 : Approximations FORM et SORM

- ***Méthode de Monté Carlo (Dehmous, 2007)***

Les méthodes Monte-Carlo désignent une famille de méthodes algorithmiques visant à calculer une valeur numérique approchée en utilisant des procédés aléatoires, c'est-à-dire des techniques probabilistes. Le nom de ces méthodes, qui fait allusion aux jeux de hasard pratiqués à Monte-Carlo, a été inventé en 1947 par Nicholas Metropolis , et publié pour la première fois en 1949 dans un article coécrit avec Stanislaw Ulam.

Les méthodes Monte-Carlo sont particulièrement utilisées pour calculer des intégrales en dimensions plus grandes que 1 (en particulier, pour calculer des surfaces et des volumes). Elles sont également couramment utilisées en physique des particules, où des simulations probabilistes permettent d'estimer la forme d'un signal ou la sensibilité d'un détecteur. La comparaison des données mesurées à ces simulations peut permettre de mettre en évidence des caractéristiques inattendues, par exemple de nouvelles particules. Les simulations de Monte-Carlo permettent aussi d'introduire une approche statistique du risque dans une décision financière. Elle consiste à isoler un certain nombre de variables-clés du projet, tels que le chiffre d'affaires ou la marge, et à leur affecter une distribution de probabilités.

Pour chacun de ces facteurs, un grand nombre de tirages aléatoires est effectué dans les distributions de probabilité déterminées précédemment, afin de trouver la probabilité d'occurrence de chacun des résultats.

Le véritable développement des méthodes de Monte-Carlo s'est effectué sous l'impulsion de John von Neumann et Stanislas Ulam notamment, lors de la Seconde Guerre mondiale et des recherches sur la fabrication de la bombe atomique. Notamment, ils ont utilisé ces méthodes probabilistes pour résoudre des équations aux dérivées partielles dans le cadre de la Monte-Carlo N-article transport.

❖ ***Étapes de la méthode Monte-Carlo***

La méthode Monte-Carlo peut se résumer dans les étapes suivantes :

1. Définir les fonctions d’état limites
2. Associer à chaque paramètre variable une distribution adéquate (normale, log-normal, Gumbel.. etc.)
3. Générer Nt tirages pour chaque paramètre
4. Évaluer la valeur de la fonction d’état limite, et selon le cas :
   - S’il y a défaillance, incrémenter le compteur des cas défaillants par rapport au nombre de tirage effectués.
   -S’il n’y a pas de défaillance, il n’y a pas d’incrémentation.
5. Répéter 1 a Nt jusqu’à ce qu’un nombre suffisant de tirage soit atteint (courbe de convergence)
6. Estimer la probabilité en fonction du nombre des cas de défaillants par rapport au nombre total des tirages effectués ; et déduire la probabilité de défaillance.

L'organigramme d'évaluation de la probabilité de défaillance en utilisant la méthode de simulation de Monte Carlo est décrit dans la figure 1.9

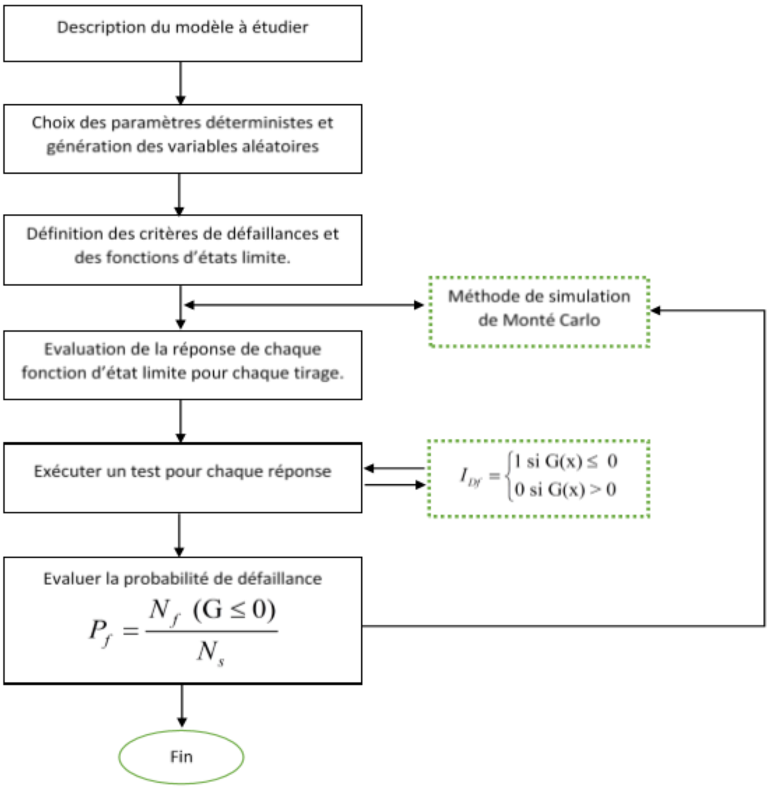


Figure 1.9: Organigramme du calcul de la probabilité de défaillance en utilisant la méthode des simulations de Monte Carlo.

1.3. Approche semi probabiliste et coefficient de sécurité

1.3.1. Notion de sécurité

La sécurité est l'aptitude d'une entité à ne pas conduire à des accidents inacceptables. Plus précisément, la sécurité est l'aptitude d'un produit à respecter, pendant toutes les phases de vie, un niveau acceptable de risques d'accident susceptible de causer une agression du personnel ou une dégradation majeure du produit ou de son environnement.

1.3.2. Coefficient de sécurité

Le coefficient de sécurité fait l'objet de nombreuse critiques, à tel titre qu'on l'appelle souvent par dérision, le « coefficient d'ignorance ». Citons par exemple la vision qu'offre (Lemaire, 2006) : « un coefficient de sécurité ne traduit qu'un nombre qui, associé à un scénario de défaillance et à une règle de dimensionnement, conduit généralement à une conception satisfaisante. Il est validé par retour d'expérience positif. Il ne mesure pas la sécurité. Il est politiquement correct, car il procède d'un vocabulaire positif et rassurant. C'est en réalité toute notre ignorance et toutes nos incertitudes qui sont masquées ».

1.3.3. Marge de sécurité (Breysse,2009)

Si l'on note (S) les effets des actions dans un composant et (R) la résistance de ce composant, on supposera que la ruine est atteinte si l'intensité des effets des actions dépasse la résistance, soit S> R. on peut donc écrire la condition à satisfaire (ou condition de ruine) sous la forme :

$$R-S \geq 0 \tag{1.25}$$

Quand l'égalité sera satisfaite, nous serons à l'état-limite. La justification et la quantification de la sécurité vis-à-vis de cet état-limite peuvent se faire de plusieurs manières.

Traditionnellement, on introduit la marge de sécurité M :

$$M=R-S \tag{1.26}$$

Il faut alors s'assurer que M demeure positif. On peut aussi définir un coefficient de sécurité global F :

$$F=R/S \tag{1.27}$$

F présente l'avantage d'être une grandeur adimensionnelle. Le critère à respecter s'écrit alors $F \geq 1$. Viser une certaine sécurité conduit à écrire selon le formalisme retenu :

$$M \geq M_{crit} \quad \text{ou } F \geq F_{crit}$$

Où l'indice « crit » correspond à une valeur critique. Les valeurs critique adoptées traditionnellement dans les calculs résultent « de l'expérience », c'est-à-dire d'un retour permanent entre critère de dimensionnement et sécurité observée sur les ouvrage (ou fréquence de défaillance). C'est l'accumulation au fil des décennies du retour d'expérience par les ingénieurs qui a conduit à adopter des valeurs « raisonnables » de F, correspondant en fait à un compromis acceptable entre surcoût lié à la sécurité et coûts des défaillances. En géotechnique, par exemple, on pourra écrire $F \geq 1.4$ pour s'assurer de la stabilité au glissement d'un talus de remblai.

1.3.4. Approche semi-probabiliste (Ballière A, et al, 2012)

On appelle approche semi-probabiliste la méthode reposant sur les notions d'état limite et de coefficients partiels de sécurité. C'est cette méthode que l'on retrouve dans de nombreux règlements, notamment les Eurocodes. Le mode de fonctionnement de la structure est décrit par un état limite liant résistance des matériaux et sollicitations imposées à la structure, sous la forme :

$$R > S \tag{1.28}$$

R : résistance de la structure vis-à-vis d'une mode de ruine considéré

S: sollicitation agissant

On distingue deux types d'état limite :

- État limite ultime, pour un mode de fonctionnement extrême de la structure ;
- État limite de service, si la structure est inapte au service mais réparable.

On évalue la dispersion de certains paramètres à partir d'études statistiques que l'on intègre sous forme de valeur caractéristique. On retient généralement comme valeur caractéristique un fractile de la distribution de l'échantillon mesuré, c'est-à-dire une valeur telle qu'une part donnée de l'échantillon soit supérieure à cette valeur (Figure 1.9). Lorsque la dispersion peut être négligée, les valeurs caractéristiques peuvent être évaluées de manière déterministe.

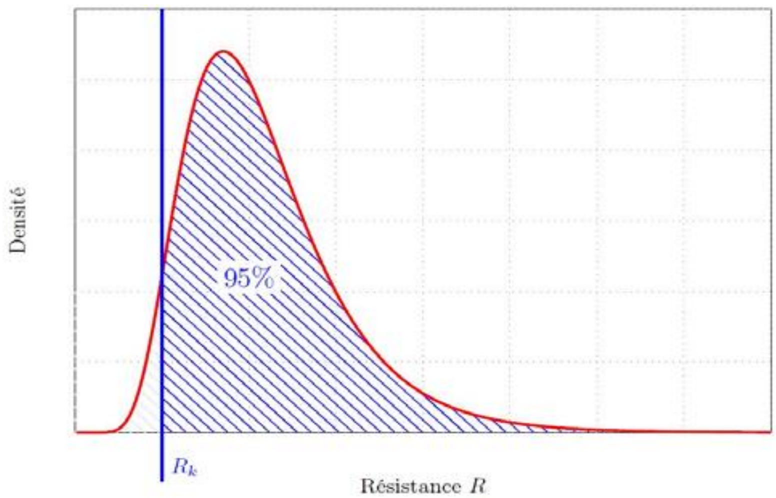


Figure 1.10 : Valeur caractéristique R_k définie comme le fractile à 5% de la distribution (R_k à 95% de chance d'être dépassée)(Ballière et al, 2012).

Les incertitudes qui ne sont pas prises en compte sont intégrées dans des coefficients partiels de sécurité qui minorent les valeurs caractéristiques des résistances R_k et majorent celles des sollicitations S_k en introduisant des valeurs de calcul R_d et S_d :

$$R_d = \frac{R_k}{\gamma_R} \quad \text{et} \quad S_d = \gamma_S \, S_k \tag{1.28}$$

La méthode des coefficients partiels est qualifiée de semi-probabiliste car elle combine, au sein d'un même état limite, des valeurs estimées statistiquement et des valeurs déterministes, tout en adoptant un formalisme déterministe. Cette approche offre un bon compromis entre facilité de mise en œuvre et informations sur la dispersion des données. Néanmoins, les coefficients partiels, établis pour couvrir une large gamme d'incertitudes, peuvent s'avérer peu représentatifs pour certaines structures particulières ou endommagées.

La démarche semi-probabiliste a été introduite dans les règlements français par les Directives Communes au Calcul des Constructions (Circulaire n°71-145 du 13 décembre 1971 puis Circulaire n°79-25 du 13 mars 1979) ; Elle a été reprise dans les règles de calcul dans le BAEL et BPEL puis dans les Eurocodes.

On présente dans le tableau 1.1 un comparatif des deux approches introduites précédemment détaillant la nature des paramètres, des incertitudes et du calcul dans chacun des cas

Tableau 1.2: Comparatif des approches d'évaluation de la performance des structures

	Semi probabiliste	**Probabiliste**
Paramètres	Fractile	Variable aléatoire
incertitude	Coefficients partiels	Lois de probabilité
calcul	Déterministe	Probabiliste

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté deux approches d'analyse de risques utilisées dans le domaine de génie civil (probabiliste et semi-probabiliste) afin d'évaluer la sécurité et/ou la défaillance d'une structure. L'intérêt d'une approche probabiliste, comme nous l'avons décrit dans ce chapitre, est de tenir compte des incertitudes liées aux paramètres de calculs afin de mieux maîtriser les marges de sécurité. Avec l'avènement de la notion du risque, la tendance actuelle dans le monde de l'ingénierie est l'intégration de ces approches fiabilités au stade de la conception.

L'approche semi-probabiliste utilise des facteurs de sécurité partiels qui couvrent les dispersions aléatoires des paramètres influant sur la stabilité de l'ouvrage au lieu d'un facteur global de sécurité. Ces coefficients assurent de façon implicite un niveau de fiabilité cible sans passer par le calcul fiabiliste.

Enfin, ces deux approches présentées seront mises en application dans les chapitres suivants.

Chapitre 2
Application de la méthode FORM pour l'analyse fiabiliste de la ceinture supérieure d'un réservoir posé au sol

Introduction

Dans le cadre de ce deuxième chapitre, nous nous intéressons à l'application de l'approche fiabiliste pour l'analyse de la ceinture supérieure d'un réservoir posé au sol. L'indice de fiabilité est déterminé en utilisant la méthode d'approximation « FORM ». Les résultats seront validés par la méthode Monté Carlo classique. Le calcul déterministe de la ceinture supérieure du réservoir est mené conformément aux règles du calcul des ouvrages en béton armé aux états limites (BAEL, 1991) et des réservoirs (fascicule74).

2.1. Exposé de la méthode FORM (Aoues, 2008) (Lemaire, 2005)

2.1.1. Principe de la méthode

L'appellation de FORM vient de « First Order Reliability Method », c'est une méthode très connue et efficace pour le calcul de la fiabilité. Cette méthode est basée sur la recherche du point de conception, appelé aussi le point de défaillance le plus probable (MPFP : Most Probable Failure Point), dont la connaissance est à la base des approximations de la probabilité de défaillance dans le cadre de cette méthode. La recherche du point de conception est menée dans l'espace normé des variables aléatoires (figure 2.2), en identifiant le point le plus proche de l'origine où la fonction de performance G(u) est inférieure ou égale à zéro. Ainsi, le problème de détermination du point de conception MPFP est formulé en problème d'optimisation sous contrainte

$$\min\|u\| \qquad (2.1)$$

$$\text{Sous : } G(u) \leq 0$$

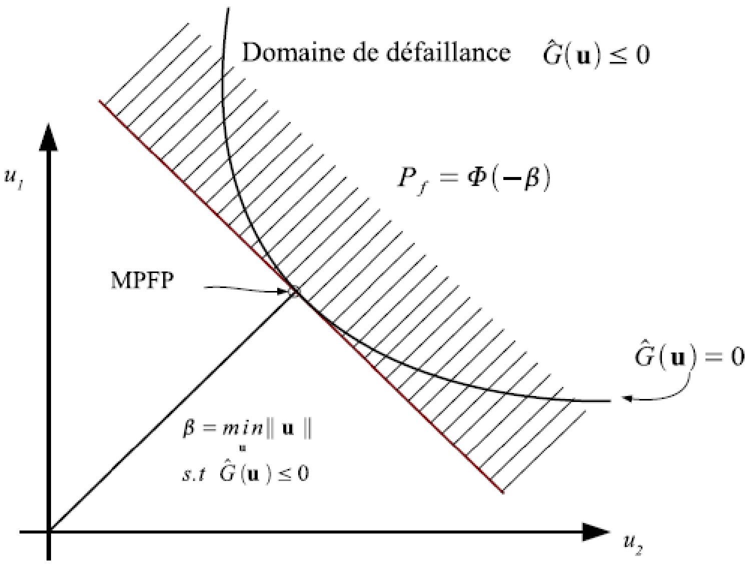


Figure 2.1 : Approximation FORM

Où G(u) est la fonction d'état limite dans l'espace normé, u est le vecteur des variables aléatoires normées, centrées et non corrélées dont les réalisations sont notées u issues de la transformation iso-probabiliste T, avec u=T(x) (figure 2.2).

Le changement de variables vers un nouvel espace de variables gaussiennes statistiquement indépendantes, de moyennes nulles et d'écarts-types unitaire :

$x_i \longrightarrow u_i$ vecteur Gaussien $\longrightarrow N(0,1)$, $m_{ui}=0$, $\sigma_{ui}=1$

La transformation de l'espace physique vers l'espace normé (ou espace standard) est immédiate dans le cas de variable Gaussiennes indépendantes :

$$\mu = \frac{x - m_x}{\sigma_x} \tag{2.2}$$

(Variables réduites ici et elle conserve la linéarité de l'état-limite)

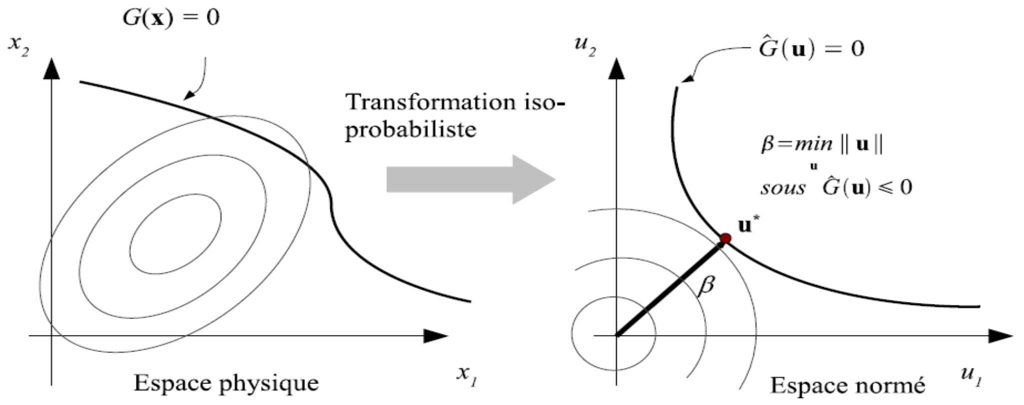


Figure 2.2 transformation iso-probabiliste.

La surface d'état-limite dans l'espace des variables physiques est :

$$G = R - S \tag{2.3}$$

Après une transformation iso-probabiliste T des variables il vient :

$$H(u)=(\sigma_R u_R + m_R)-(\sigma_S u_S + m_S) \tag{2.4}$$

✓ Le principe de l'approximation FORM est simple ; elle consiste à remplacer l'état limite G par un hyperplan au point de conception MPFP. L'intégrale de l'équation (2.4) se fait sur le semi- espace, délimité par le plan tangent la figure (2.1), permettant l'approximation de la probabilité de Pf par l'expression (2.4)

$$Pf = Prob[G(d,X) \leq 0] = \int \dots \int_{G(d,x)\leq 0} f_X(d,x)dx \tag{2.5}$$

La fonction de performance $G\ (d,x)$ définit le domaine de sûreté par $G(d,x) > 0$ et le domaine de défaillance par $G(d,x) \leq 0$. La probabilité de défaillance est la probabilité que la fonction de performance $G(d, x)$ soit inférieure ou égale à zéro. Cette probabilité n'est que l'intégration de la densité conjointe de probabilité sur le domaine de défaillance (figure 2.1)

$$Pf = \Phi(-\beta) \tag{2.6}$$

où β est l'indice de fiabilité et Φ est la fonction de répartition normale centrée réduitedonnée par l'équation (2.6) :

Ce probléme d'optimisiation est généralement résolu par les algorithmes de la programmation non linéaire. Les algorithmes basés sur les gradients sont souvent utilisés.
Toutefois, l'algorithme de HL-RF(Hasofer Lind-Rackwitz Fiessqler) spécialement développé pour résoudre le probléme de l'équation (2.2) n'est qu'une reconversion de l'algorithme du gradientprojeté au probléme de fiabilité.

2.1.2 Construction de l'algorithme de HL-RF (Lemaire, 2005)

L'algorithme de HasoferLind est une bonne adaptation d'un algorithme d'optimisation du premier ordre au problème particulier de la recherche du point de défaillance le plus probable selon la définition de Hasofer et Lind. Il s'est montré efficace dans bien des situations même si sa convergence n'est pas assurée dans tous les cas. Les travaux de Schittkowski en programmation quadratique, de 1981 à1986, ont conduit à des améliorations reprises par Rackwitz dans un algorithme. Pour déterminer le point de conception, on se place en un point $P^{(k)}$ de coordonnées $\{u\}^{(k)}$, point origine de l'itération (k). Ce point n'appartient pas nécessairement à la contrainte et$H(u_l)$ peut être différent de zéro (figure 2.3) :

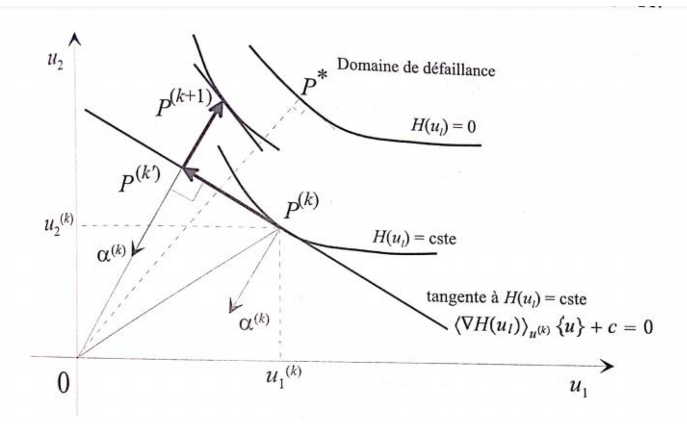


Figure2.3 : illustration de l'itération de l'algorithme HLRF

Le développement en série de Taylor autour de ce point s'écrit :

$$H(u) = H\left(u^{(k)}\right) + \langle \nabla H(u) \rangle u^{(k)} \left(\{u\} - \{u\}^{(k)}\right) + O\left(\{u\} - \{u\}^{(k)}\right)^2 \tag{2.7}$$

Donne l'équation de l'hyper-plan tangent à $H(u_l)$en $\{u\}^{(k)}$

$$\langle \nabla H(u) \rangle u^{(k)} \{u\} + c = 0 \tag{2.8}$$

Avec $\nabla H\ (u_k)$ le gradient(∇ un symbole mathématique qui désigne le gradient d'une fonction en analyse vectorielle $\nabla \mathrm{H} = \begin{vmatrix} \frac{\partial H}{\partial u_k} \\ \frac{\partial H}{\partial u_{k+1}} \end{vmatrix}$) de H(u) point $P^{(K)}$ on définit alors $P^{(K+1)}$ par :

$$H(u^{k+1}) = H\left(u_l^{(k)}\right) + \langle \nabla H(u) \rangle u^{(k)}\ \left(\{u\}^{(k+1)} - \{u\}^{(k)}\right) = 0 \tag{2.9}$$

En divisant cette relation par la norme de gradient$\|\ \nabla H(u)\ \|\ u_k$ et en introduisant le vecteur des cosinus directeurs $\{\alpha\}$:

$$\{\alpha\} = \frac{\{\nabla H(u_l)\}}{\|\nabla H(u_l)\|} \tag{2.10}$$

Nous obtenons l'état-limite 2.9 sous la forme :

$$\frac{H(u_l^{(k)})}{\|\nabla H(u)\| u^{(k)}} + \langle \alpha^{(k)} \rangle \left(\{u\}^{(k+1)} - (\{u\}^{(k)}\right) = 0 \tag{2.11}$$

Il vient

$$\langle u \rangle^{(k+1)} \{\alpha\}^{(k)} = \langle u \rangle^{(k)} \{\alpha\}^{(k)} - \frac{H(u^k)}{\|\nabla H(u)\| u_k} \tag{2.12}$$

A la limite quand $k \to \infty$, $d(u^k) = \beta$ et $\{u\} = -\beta\{\alpha\}$ si l'algorithme est convergent. A L'itération (k) , posons :

$$\{u\}^{(k+1)} = -\beta_k \{\alpha_k\} \quad \longrightarrow \quad \beta^k = -\langle u \rangle^{(k+1)}.\{\alpha\}^k \tag{2.13}$$

Ce qui conduit a la relation itérative donnant l'indice de fiabilité :

$$\beta^{(k)} = -\langle u \rangle^{(k)}.\{\alpha\}^{(k)} + \frac{H(u_l^k)}{\|\nabla H(u)\| u^{(k)}} \tag{2.14}$$

Si le point initial $\{u\}^{(k)}$ appartient à l'état-limite, la relation 2.14 est simplifiée car $H\left(u_l^{(k)}\right) = 0$. Cette formulation constitue l'algorithme initial HLRF (Hasfort-Lind-Rackwitz-Fiessler). L'algorithme de recherche de l'indice de fiabilité s'arrête lorsque la norme

$$\left\|\{u\}^{(k+1)} - \{u\}^{(k)}\right\| \leq \varepsilon \tag{2.15}$$

❖ **Résume de l'algorithme**

✓ L'algorithme est résumé par les étapes suivantes :

- Choisir un point de départ$\{u\}^{(0)}$, généralement l'origine du repère en l'absence d'informations spécifique (k=0) ;
- Évaluer la fonction d'état-limite $H\left(u_l^{(k)}\right)$;

- Calculer le gradient de l'état-limite $\{\nabla H(u_k)\}$et sa norme $\| \nabla H(u_k) \|$en déduire $\{\alpha\}^{(k)}$par 2.10 ;
- Calcul de l'indice de fiabilité $\beta^{(k)}$par la relation 2.14 ;
- Calculer :$\{u\}^{(k+1)}$ par la relation 2.13 ;
- Teste de convergence : si $\left\|\{u\}^{(k+1)} - \{u\}^{(k)}\right\| \leq \varepsilon$, arrête le calcul ; sinon mettre k=k+1 et aller en 2

  Après convergence, nous vérifions bien que $\{u\}^{(k+1)} = \{u\}^{(k)}$ et $H\left(u_l^{(k)}\right) = 0$.

  L'algorithme est stoppé selon un critère d'arrête calculé soit à partir d'une norme du vecteur$\{u\}$, par exemple :$\left\|\{u\}^{(k+1)} - \{u\}^{(k)}\right\| \leq \varepsilon$ soit, encore mieux, à partir d'une tolérance sur toutes les composantes du vecteur $\{u\}$.

- **Organigramme de Hasofer-Lind-Rackwitz-Fiessler (HL-RF)**

L'organigramme de Hasofer-Lind-Rackwitz-Fiessler(HL-RF), est décrit ci-dessou :

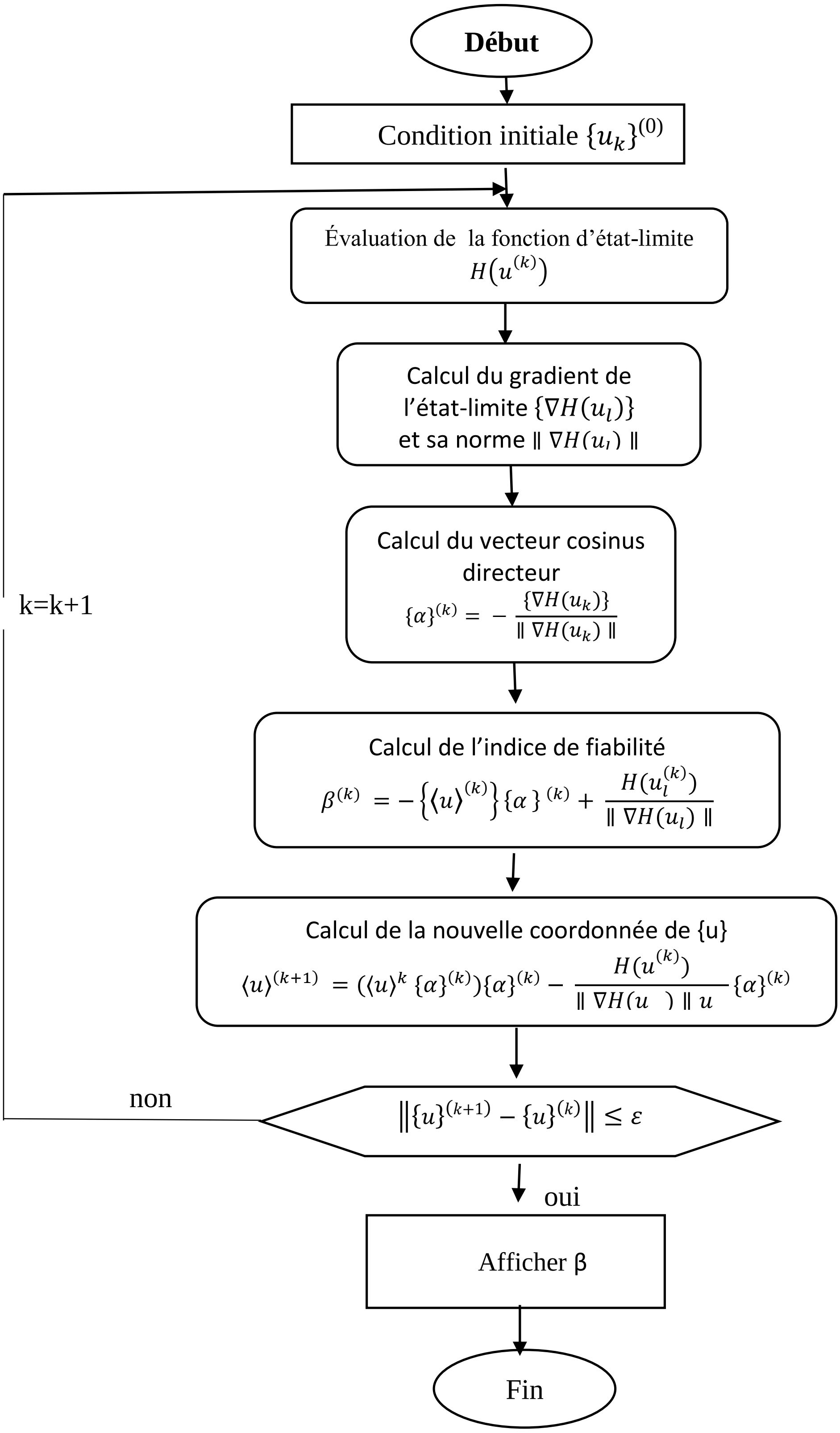


***Figure 2.4** : Organigramme d'Hasofer-Lind-Rackwitz-Fiessler (HL-RF)*

2.2. Etude de cas

2.2.1. Présentation de l'ouvrage

Le réservoir circulaire en béton armé, faisant l'objet de notre étude est un réservoir posé au sol, d'une capacité de 250 m^3 (figure 2.5). Il est implanté à Ain el Hammam sur une altitude de 1400m, dans la wilaya de Tizi-Ouzou. La zone d'étude est classée par le (RPA, 2003) comme zone de moyenne sismicité (zone IIa) et zone de neige A.

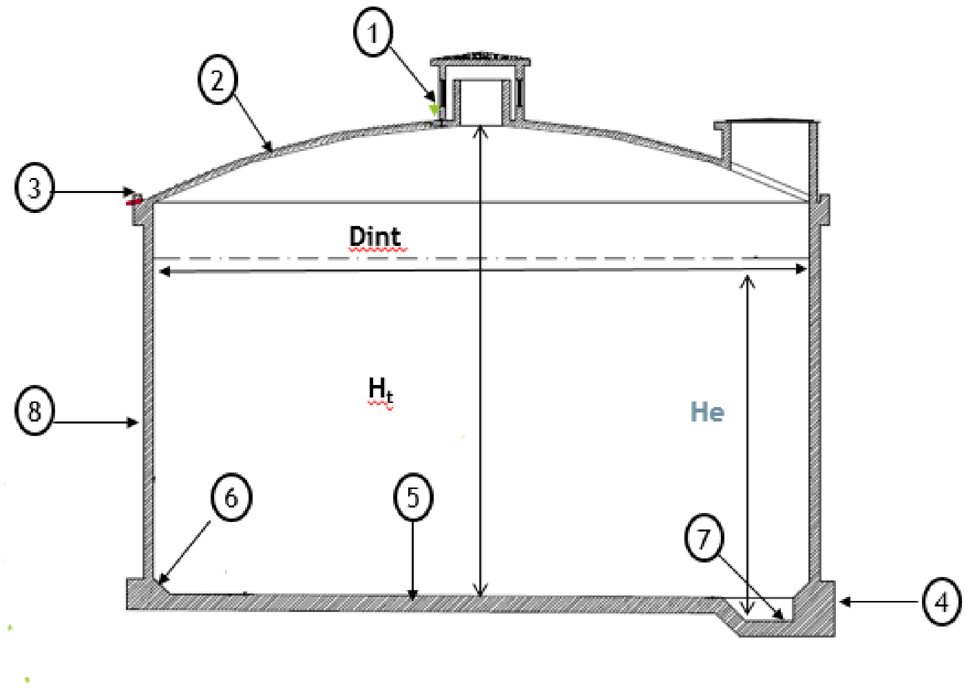


Figure 2.5 : Schéma représentatif du réservoir

Les éléments constitutifs du réservoir sont :

1 : Le lanternau.

2 : La coupole de couverture.

3 : La ceinture supérieure.

4 : La ceinture inferieure

5 : La fondation

6 : Waterstop

7 : Le puisard

8 : La proi verticale

Les caractéristiques géométriques de l'ouvrage sont données dans le tableau (2.1). Le détail du prédimensionnement est développé en Annexe 1.

Tableau 2.1 : Caractéristique géométriques du réservoir

DIMENSIONS	**Valeurs**	**Unités**
Volume du réservoir V	**250,00**	m^3
Diamètre intérieur D_{int}	**9,00**	m
Hauteur de la lame d'eau adoptée	**4,00**	m
Volume réel	**254,47**	m^3
Flèche de la coupole *f*	**1,00**	m
Rayon de courbure R	**10,63**	m

2.2.2. Calcul des charges et surcharges

Dans ce calcul nous nous intéressons à la ceinture supérieure de réservoir

❖ ***Charge permanente G***

La charge permanente G de la ceinture comprend le poids de la coupole de couverture (Gc) , le poids surfacique de la chape de ciment (Gch) et le poids surfacique de l'étanchéité (Get) , soit

$$G=Gc + Gch + Get \tag{2.16}$$

Le calcul de ces charges est mené conformément aux règles de calcul (DTR B.C. 2.2.) et (fascicule 74). Les résultats sont consignés dans le tableau (2.2)

Tableau 2.2 : calcul des charges permanentes

Elément	**Epaisseur(m)**	**Poids volumique des matériaux (kg/m^3)**	**Poids surfacique (Kg/m^2)**
Coupole en béton arme Gc	0,1	2500	**250**
Etanchéité G_{et}	0.02	2200	**40**
Chape de ciment G_{ch}	0,02		**40**
Total G	-		**330**

❖ ***Surcharge d'exploitation « Q »***

La surcharge d'exploitation considérée est celle de l'ouvrier, de 100 Kg/m^3 : Elle est donnée par le D.T.R B.C. 2.2.

❖ ***Surcharge climatique « S»***

Cette surcharge qu'est calculée en tenant compte du plusieurs facteurs, à savoir la zone de neige, l'altitude et la forme de toit, conformément au règlement neige et vent (R.N.V .1999). La charge caractéristique de neige S par unité de surface en projection horizontale de toiture ou de toute autre surface soumise à l'accumulation de la neige s'obtient par la formule suivante :

$$S = \mu . S_k \tag{2.17}$$

μ :est un coefficient d'ajustement des charges, fonction de la forme de la toiture, appelé coefficient de forme. Pour un angle < 60, il prend la valeur maximale calculée à partir des relations suivantes :

- $\mu_1 = 0.8$
- $\mu_2 = 0.2 + 10\frac{h}{L}$(L étant la portée de la coupole, h sa hauteur).
- $\mu_3 = 0.5\mu_2$

Sk : est la charge de neige. Elle est donnée pour chaque zone de neige en fonction de l'altitude H (par rapport au niveau de la mer) du site. Pour la zone de neige A, S_k s'exprime par la relation suivante :

$$S_k = \frac{0.07\times H + 15}{100} \tag{2.18}$$

Le résultat de la charge de neige est donné dans le tableau qui suit :

Tableau2.3 : résultats de la charge de neige

paramètre	Résultats	Unités
S_k	113	Kg/m²
μ	1.31	Kg/m²
S	148.16	Kg/m²

2.2.3. Les combinaisons d'action

❖ ***L'état limite ultime***

- Les charges permanentes seront pondérées par un coefficient égal à 1,35.
- Les surcharges d'exploitation seront pondérées par un coefficient égal à 1,5 et Les surcharges climatiques par un coefficient égal à 1, soit :

$$q_{ELU} = 1{,}35\ G + 1{,}5\ Q + S \tag{2.19}$$

❖ ***L'état limite de service***

A l'état limite de service, les coefficients seront pris égaux à l'unité, soit :

$$q_{ELS} = G + Q + S \tag{2.20}$$

Les résultants de calcul sont donnés dans le tableau (2.4)

Tableau 2.4 : Résultats des combinaisons d'action

Etat Limite	Résultats	Unités
ELUq_{ELU}	729.06	Kg/m²
ELSq_{ELS}	530.17	Kg/m²

2.2.4. Calcul des efforts agissants sur la ceinture supérieure

La ceinture supérieure est soumise à une pression interne N_1engendrée par le poids de la coupole de couverture. Cet effort est décomposé en deux composantes : verticale V_1 et horizontale H_1, (figure 2.5)

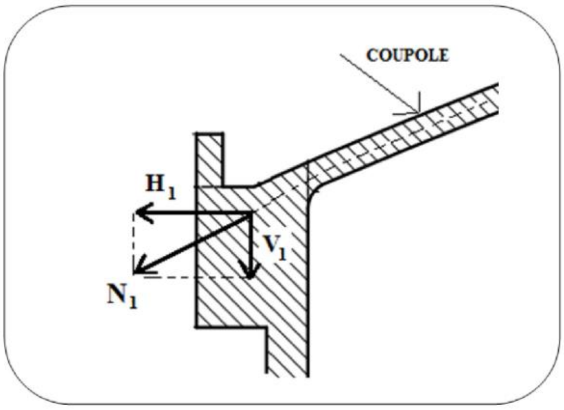


Figure 2.6 : Répartition des efforts due au poids de la coupole.

La composante verticale V_1 est donnée par la relation (2.21)

$$V_1 = \frac{P_c}{\pi D} \tag{2.21}$$

Avec :

Pc : poids total de la coupole

$$P_c = G_C \times S_c \tag{2.22}$$

Où :

S_c :la surface de la coupole de couverture donné par la relation (2.23) :

$$Sc = 2\pi Rf \tag{2.23}$$

G_C : Le poids total de la ceinture supérieure.

La composante horizontale H_1est donnée par la relation (2.24)

$$H_{1s} = V_{1s}(\frac{R-f}{D/2}) \tag{2.24}$$

R : rayon de courbure ;

f : flèche de la coupole ;

D_{int} : diamètre intérieur ;

L'effort de compression N1 est donné par la relation (2.25):

$$N_1 = \sqrt{H_1^2 + V_1^2} \tag{2.25}$$

Les résultats de calcul des efforts H_1 et V_1 agissants sur la ceinture supérieure à l'ELU et l'ELS sont donnés dans le tableau (2.4)

Tableau 2.5 : Résultats des efforts agissants sur la ceinture supérieure à l ELU.

Paramètres	Résultats	Unités
Diamètre intérieur D_{int}	9 ,00	m
Flèche de la coupole f	1,00	m
Rayon de courbure R	10,63	m
Poids total de la coupole P_{cu}	51 623,72	kg
Charge verticale par mètre linéaire V_{1u}	1 825.82	Kg/ml
Composante horizontale par mètre linéaire H_{1u}	3 905.22	Kg/ml
Effort de compression dans l'axe de la coupole N_{1u}	4 310.95	Kg/ml

Tableau 2.6 : Résultats des efforts agissants sur la ceinture supérieure à l'ELS

Paramètres	Résultats	Unités
Diamètre intérieur D_{int}	9 ,00	m
Flèche de la coupole f	1,00	m
Rayon de courbure R	10,63	m
Poids total de la coupole P_{cs}	37 607.93	kg
Charge verticale par mètre linéaire V_{1s}	1 330.11	Kg/ml
Composante horizontale par mètre linéaire H_{1s}	2 844.95	Kg/ml
Effort de compression dans l'axe de la coupole N_{1s}	3 140.53	Kg/ml

2.2.5. Ferraillage de la ceinture supérieure

- ***Etat limite ultime***

La section d'armature de la ceinture supérieure est donnée à l'ELU par :

$$A_u \geq \frac{T_u}{f_e/\gamma_s} \tag{2.26}$$

Avec :

f_e : Limite élastique des aciers de béton armé (Mpa).

γ_s: 1.15 en situation durable

L'effort de traction T_u est donné en fonction de la composante horizontal H_1. Le calcul de cet effort se fait par la formule ci-dessous :

$$T_u = H_1 . \frac{D_{int}}{2} \tag{2.27}$$

❖ ***Etat limite de service***

$$A_s \geq \frac{T_s}{\sigma_{st}} \tag{2.28}$$

Le calcul est mené en fissuration très préjudiciable, soit :

$$\sigma st = 0{,}8 \min \{2fe/3 \text{ , } \max (0{,}5\, fe \text{ , } 110\sqrt{n.ftj}\ ) \tag{2.29}$$

Avec :

$$f_{tj} = (0{,}06\, f_{cj} + 0{,}6) \tag{2.30}$$

f_{tj}: La résistance caractéristique à la traction du béton à j jours

f_{cj} **:** Résistance caractéristique à la compression du béton à j jours du béton

Les résultats de ferraillage sont donnés dans le tableau 2.7 et 2.8 :

Tableau 2.7 : Résultats de ferraillage de la ceinture supérieure (ELU)

Paramètres	**Résultats**	**Unités**
$\boldsymbol{f_e}$ nuance des aciers (HA)	400	Mpa
$\boldsymbol{\gamma_s}$ (situation durable)	1.15	
$\boldsymbol{T_u}$	17573.48	Kg
$\mathbf{A_u}$	5.05	cm²

Tableau 2.8 : Résultats de ferraillage de la ceinture supérieure (ELS)

Paramètres	**Résultats**	**Unités**
n (aciers à haute adhérence)	1.6	
$\boldsymbol{f_{c28}}$	25	Mpa
Σst	161.31	Mpa
$\boldsymbol{T_s}$	12802.29	Kg
$\boldsymbol{A_s}$	7.94	cm²

❖ ***Calcul de la section minimal d'armature***

✓ **Condition de non fragilité**

$$\text{Amin} \geq \frac{B_c \text{ ft28}}{f_e} \tag{2.31}$$

Bc : la section de la ceinture supérieure.

Tableau 2.9 : Résultats Calcul de sal section minimal d'armature

Paramètres	**Résultats**	**Unités**
$\mathbf{B_c}$	5600	cm²
$\mathbf{F_{t28}}$	2.1	MPa
$\mathbf{f_e}$	400	Mpa
$\mathbf{A_{min}}$	7,35	cm²

Après calcul, la section d'armature adoptée est As = 9.05 cm2, soit 8HA12

- **Schéma de ferraillage :**

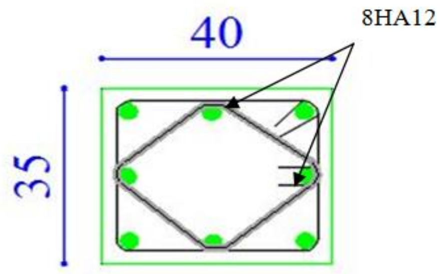


Figure 2.7 : Schéma de ferraillage

2.3. Analyse fiabiliste de la ceinture supérieure par la méthode FORM

2.3.1. Fonction d'état limite

La fonction d'état limite G(x) est définie pour un mode de ruine par la traction de ses armatures. Elle est définie par la relation (2.33)

$$G(\{x\}) = T_R - T_S \tag{2.32}$$

Ts : est l'effort de traction sollicitant donné par la relation :

$$T_S = H_1 \times \frac{D}{2} \tag{2.33}$$

T_R : est l'effort e traction résistant donné par :

$$T_R = \overline{\sigma_{st}} \times A \tag{2.34}$$

A : section d'armature de la ceinture supérieure adoptée.

Avec :

$$H_1 = \left(\frac{q \times S}{\pi D}\right)\left(\frac{R-f}{D/2}\right) \tag{2.35}$$

$$\overline{\sigma_{st}} = 0{,}8 \min\{2fe/3 , \max(0.5 \text{ fe} , 110\sqrt{n.ftj}) \tag{2.36}$$

$$f_{tj} = 0.6 + 0.06 f_{cj}$$

Notons que la résistance caractéristique du béton est prise à 28 jours, soit une moyenne de 22,73MPa, et la limite élastique du béton armée f_e = 400MPa. Dans ce cas, nous avons :

$$\overline{\sigma_{st}} = 0{,}8.110\sqrt{n(0.6 + 0.06 f_{c28})} \tag{2.37}$$

Compte tenu des équations, (2.34) (2.35), la fonction d'état limite devient :

$$G(\{x\}) = A.\ 0.8.\ 110.\sqrt{n.(0.6 + 0.06 f_{c28}))}\ - \left(\frac{q \times S}{\pi D}\right)(R - f) \tag{2.38}$$

2.3.2. Identification des variables

Dans notre cas, l'enjeu est de préciser les paramètres incertains pouvant jouer un rôle significatif sur la stabilité du réservoir, appelés « variables aléatoires », et de quantifier leur variabilité. Le choix des variables aléatoires est guidé par plusieurs critères (Dehmous, 2007) :

- L'objectif de l'étude fiabiliste : par exemple, l'utilisation des propriétés mécaniques suffira à évaluer la probabilité de défaillance d'un matériau donné ; en revanche, pour la conception d'un nouveau matériau, le recours à des données supplémentaires sera plus pertinent,
- L'explication physique des aspects du comportement mécanique du matériau, notamment le mode de défaillance et les causes de sa mise en place suivant la sollicitation envisagée,
- La disponibilité de résultats expérimentaux : les modèles probabilistes associés aux variables aléatoires doivent effectivement être physiquement justifiés pour aboutir à une représentation réaliste.

En analysant les paramètres de la fonction G(x) (tableau 2.10) et compte tenu des critères suscités, il y a lieu de constater que les variables aléatoires à considérer sont :

- La résistance du béton a 28 jours en MPa, (fc28) ;
- Et la surcharge d'exploitation (Q).

Tableau 2.10 : Identification des variables

Variables	unité	nature
Surcharge d'exploitation Q	N/m²	aléatoire
Résistance du béton fc_{28}	MPa	aléatoire
Diamètre intérieur	m	Déterministe
Surface de la coupole de couverture	m²	Déterministe
Poids de la coupole	N	Déterministe
Section d'armature A	cm²	Déterministe
La flèche	m	Déterministe

❑ ***Variable aléatoire f_{c28}***

Pour définir la loi de distribution de cette variable aléatoire, nous utilisons sur un échantillon réel donné dans le tableau (2.11) :

***Tableau 2.11 : Extrait des valeurs de l'échantillon f_{c28} (**Haddad et Selam, 2017*)*

f_{c28} (Mpa)			
19,65	23,27	24,20	22,00
14,57	23,90	20,80	26,20
18,94	19,39	21,10	22,90
19,88	20,08	21,30	23,30
22,89	21,92	20,70	23,50
21,67	24,67	20,40	21,00
28,41	21,80	21,00	22,50
20,06	23,10	25,40	23,20
18,62	22,85	24,90	22,10
21,24	23,89	24,90	23,90
22,77	21,14	23,10	22,80
24,64	19,86	22,60	23,70
18,35	26,20	22,50	19,90
18,78	27,10	27,30	19,40
30,59	26,70	27,80	19,70
16,21	24,10	26,50	20,20
22,90	24,50	26,30	20,40
22,00	24,70	25,90	22,50
19,32	22,00	28,90	20,60
20,90	22,50	28,40	24,00
21,57	22,00	28,00	22,70
21,10	21,00	25,80	22,00
20,13	20,00	25,50	25,10
21,63	20,70	25,00	25,60
20,27	22,20	23,10	25,90
20,68	21,40	23,40	24,60
21,46	20,90	22,60	23,90
26,32	24,50	25,40	24,20
23,27	23,90	26,00	21,80
21,10	21,3	20,8	23,6

Différentes lois de distribution, sont testées à savoir la loi normale, la loi log-normale et loi de Gumbel. Les caractéristiques statistiques de différentes lois sont données dans le tableau 2.12. Leurs fonctions de densité de probabilité sont illustrées sur la figure2.8 et leurs fonctions de répartition sont données par la figure2.9.

Tableau 2.12 : Caractéristiques statistiques des lois de distribution de la variable f_{c28}

Lois / caract	**σ**	**μ**	**α**	**β**
Normale	2.75	22.73	/	/
Gumbel	/	/	22.21	3.40
Log-normale	0.12	3.12	/	/

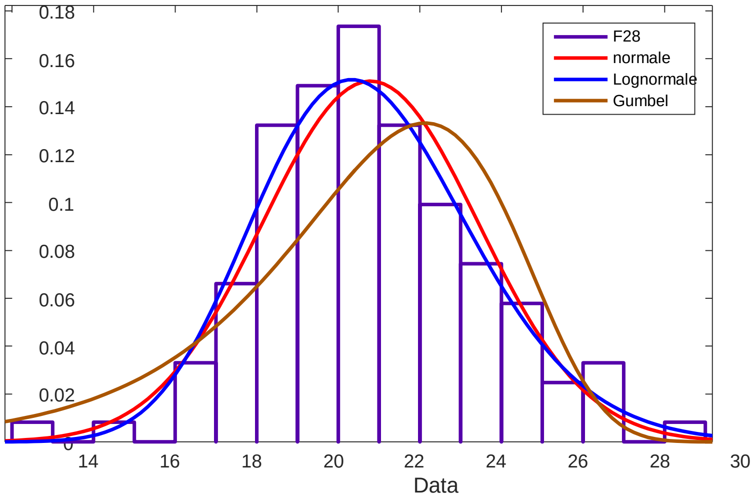


Figure 2.8 : Fonctions de densité de probabilité des lois.

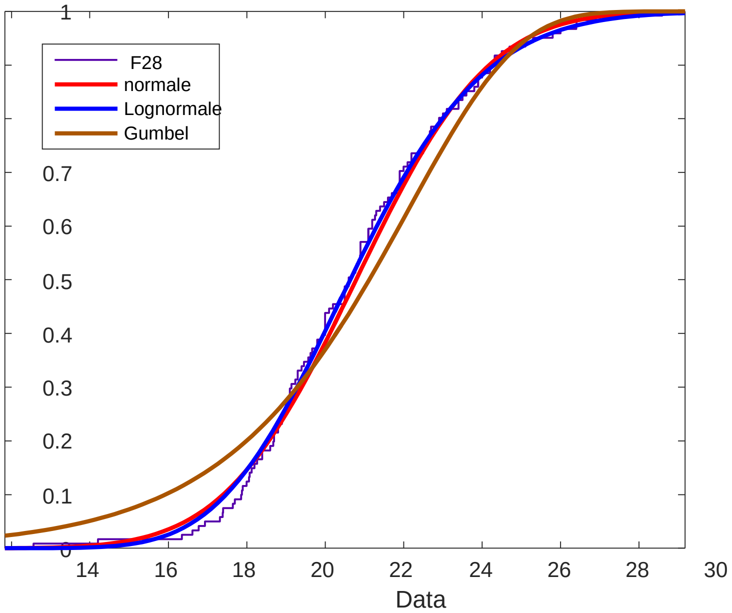


Figure 2.9 : Fonctions de répartition de probabilité des lois.

Un test de khi2 est effectué pour le choix du type de loi adoptée, qui ajuste le mieux notre échantillon. Ce test est utilisé lorsqu'on cherche à comparer une distribution observée d'une variable aléatoire à une distribution théorique connue. Nous procédons d'abord à la déférentes des classes d'observation après avoir découpé l'intervalle d'observation en k classes.

Le choix de nombre de classes est arbitraire. Cependant pour que les résultats du test significatif, il est nécessaire que les effectifs théoriques dans chacune des classes soit au moins au nombre de 5. Les résultats des classes sont présentés dans le tableau 2.13.

Tableau 2.13: Répartition des échantillons théoriques générés et l'échantillon réel dans des classes

classes (MPa)	**16-19**	**19-22**	**22-25**	**25-28**	**28-31**
Echantillon réel	6	48	41	19	7
Loi normale	7	37	54	15	8
Loi Gumbel	13	40	39	23	6
Loi log-normale	7	50	45	14	5

- **Calcul de la valeur de khi 2**

La méthode consiste à comparer l'histogramme des effectifs de l'échantillon réel et la distribution de la loi de probabilité servant de modèle théorique. Pour cela, après avoir découpé l'intervalle d'observation en k classes, on calcul un indice $\chi 2$ mesurant l'écart constaté entre les effectifs réels et les effectifs théoriques

$$x^2 = \sum_{i=1}^{N} \frac{(n_{obs}-n_{th})^2}{n_{th}} \qquad (2.39)$$

n_o : effectif observé dans la classe i

n_{th}: effectif théorique dans la classe i

Les résultats de calcul sont x^2 montrés dans le tableau 2.14 suivant :

Tableau 2.14 : Valeurs de khi2 pour chaque loi de distribution

Lois de probabilité	**X²**
Loi normale	7.65
Loi log normale	1.96
Loi de Gumbel	10.44

- **Détermination de khi 2 critique**

Chaque valeur de khi2 ($\chi 2$) calculée sera comparée à une valeur critique $\chi 2(\alpha, \nu)$, dont α désigne le seuil de signification (ou la p-value) tandis que ν désigne le nombre de degré de liberté évalué en utilisant la relation :

$$\nu = k-1 \qquad (2.38)$$

k : le nombre de classes, pour notre cas : **k=5**

Ce qui nous donne un nombre de degré de liberté : **ν=4**

Et pour la détermination de khi 2 critique, il est nécessaire de fixer un seuil de signification dont la valeur de 5% est souvent choisie par défaut.

Le khi 2 critique sera déterminé à l'aide de la table de $\chi 2$ donnée en annexe

Pour notre cas la valeur critique de khi 2 : $\chi 2(\alpha, \nu)$ =**9,4877**

- **Résultats du test**

Les résultats du test d'ajustement donnés dans le tableau 2.15 montrent que la loi normale est le mieux adaptée pour modéliser la distribution de la résistance du béton à la compression à 28 jours, c'est le valeur de $\chi 2$ par la loi normale est celle qui est proche de $\chi 2$cumulatif.

Tableau 2.15 : Résultats de test de khi 2 pour la résistance à la compression du béton

Loi de probabilité	X^2	$X^2(\alpha,\nu)$	test
Loi normale	**7,65**	**9,49**	**accepté**
loi Gumbel	10,44		refusé
loi log-normale	**1,96**		**accepté**

- ***Variable aléatoire Q***

Pour la génération de la variable aléatoire Q, nous nous somme référé à la littérature. Celle-ci est générée avec la loi normale. Avec une moyenne de 981N/m² et un coefficient de variation de 20%.

2.3.3. Calcul de l'indice de fiabilité β

Le calcul de l'indice de fiabilité β est effectué sous Matlab©, en utilisant la méthode FORM. La fonction d'état limite ($G(x) = T_R - T_S$) dans l'espace physique.
S'écrit :

$$G(\{x\}) = A.\,0.8.110.\sqrt{n.(0.6+0.06fc28)} - \left(\frac{q\times S}{\pi D}\right)(R-f) \quad (2.39)$$

Posons :
$$a = 0.8.A.\,110\ 10^6 \quad (2.40)$$

Et
$$b = \left(\frac{S}{\pi D}\right)(R-f) \quad (2.41)$$

$$X_1 = \sqrt{n.(0.6+0.06fc28)} \quad (2.42)$$

$$X_2 = Q \quad (2.43)$$

La fonction d'état limite G(x) devient :

$$G(\{x\}) = aX_1 - bX_2 \quad (2.44)$$

Après transformation iso-probabiliste, la fonction d'état limite G (X) devient :

$$H(u) = a(\sigma_{X_1}u_{X_1} + m_{X_1}) - b(\sigma_{X_2}u_{X_2} + m_{X_2}) \quad (2.45)$$

Connaissent H(u) et en partant d'une valeur initiale $u^0 = \binom{0}{0}$ nous pouvons déterminer l'indice de fiabilité en suivant les étapes d'HL-RF figure 2.4. Pour cela le programme Matlab© est utilisé. Le convergent de calcul obtenu après deux itérations pour un temps de calcul t = 11.3628s.

Les résultats de l'analyse fiabiliste sont consignés dans le tableau (2.16). Ces résultats montrent que la valeur de l'indice de fiabilité est égale à 3,6912 correspondent à une probabilité

Pf =11,59.10^{-5}. Cette valeur est bien comprise dans l'intervalle admissible pour les structures de génie civil, à savoir 10^{-3}<Pf< 10^{-8} tableau 2.16, donc la ceinture est dans le domaine de sécurité.

Tableau 2.16 : Niveaux de probabilité de défaillance admis par secteurs industriels

Secteur industriel	**La probabilité de défaillance Pf**
Structure marines	$10^{-2} < Pf < 10^{-4}$
Génie civil	$\mathbf{10^{-3} < Pf < 10^{-8}}$
Aérospatial	$10^{-4} < Pf < 10^{-10}$
Composants nucléaires	$10^{-6} < Pf < 10^{-12}$

La variation de l'indice de fiabilité et probabilité de défaillance Pf en fonction de coefficient de variation sont données sur le tableau 2.17 et représenté dans la figure 2.10.

Tableau 2.17 : Résultats de l'analyse fiabiliste par la méthode FORM

cv	**B**	**P_f**
0,1	7,3824	7,77E-14
0,125	5,9059	1,75E-09
0,15	4,9216	4,29E-07
0,175	4,2185	1,23E-05
0,2	3,6912	1,12E-04
0,225	3,2811	5,17E-04
0,25	2,953	1,60E-03
0,275	2,6845	3,60E-03
0,3	**2,4608**	**6,90E-03**
0,325	2,2715	1,16E-02
0,35	2,1093	1,75E-02
0,375	1,968	2,45E-02
0,4	1,8456	3,25E-02
0,425	1,737	4,12E-02
0,45	1,6405	5,04E-02
0,475	1,5542	6,01E-02
0,5	1,4765	6,99E-02

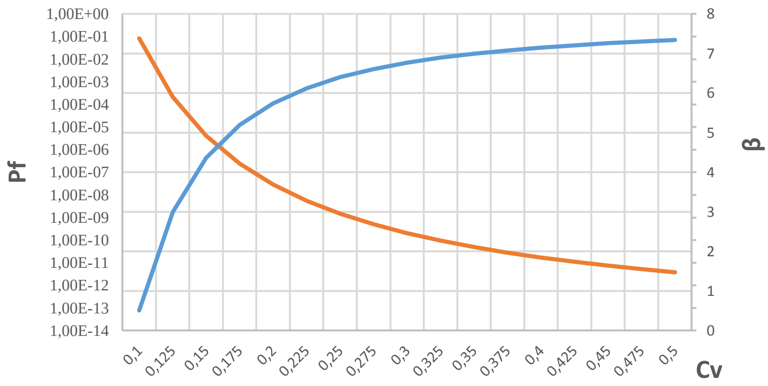


Figure 2.10 : Evolution de l'indice de fiabilité et la probabilité de défaillance en fonctions de coefficient de variation.

La figure 2.10 montre que la probabilité de défaillance augmente en fonction de coefficient de variation Cv et inversement pour l'indice de fiabilité β. Notons que pour un coefficient de variation Cv< 0.3, la structure reste dans le domaine de la sécurité (<Pf = $10^{-}3$). Le coefficient de variation Cv traduit la maitrise de la distribution de la variable aléatoire. Dans notre cas, si le coefficient de variation Cv diminue cela veut dire que la charge ne varie pas beaucoup dans la réalité, donc elle est maitrisée. Au regard du modèle physique (mécanique) la probabilité de ruine serait faible. En revanche, si coefficient de variation Cv est important (Cv>0,3), la loi de distribution est étalée, pour raison d'incertitude et de non maitrise de la valeur exacte de la charge.

Le modèle mécanique va forcément aller chercher des valeurs aux extrémités, qui sont considérées comme valeurs extrêmes, et donc vont mettre en ruine notre structure.

2.4. Validation des résultats par la méthode de simulation Monté Carlo

Pour valider les résultats de la méthode FORM, nous utilisons la méthode de simulation de méthode de Monté Carlo. Cette méthode de grand nombre est très robuste et constitue le moyen le plus sûr pour l'évaluation de la probabilité de défaillance. Les étapes de calcul de la méthode Monté Carlo sont données dans le chapitre 1. Un organigramme récapitulatif de ces étapes est présenté sur la figure 2.11.

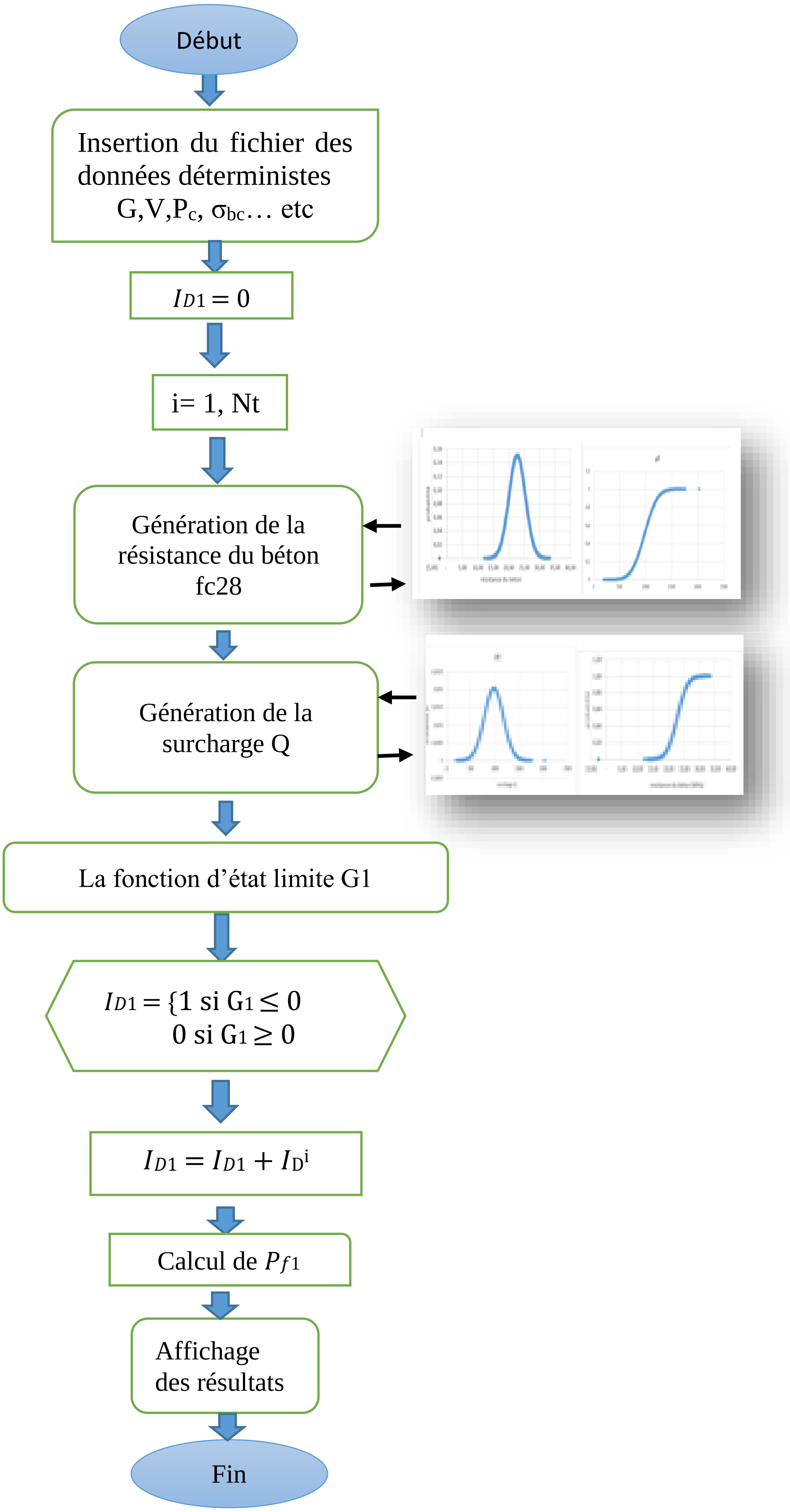


Figure 2.11 : Organigramme de calcul de la probabilité de défaillance par la méthode Monté Carlo

- Pour générer les variables aléatoires résistance du béton à la compression f_{c28} et la surcharge d'exploitation Q, un test de convergence est effectué pour arrêter le nombre de tirage Nt (figure 2.12). Il y a lieu de constater que la convergence est atteinte aux alentours de 20000 tirages. Pour une grande précision des résultats, nous avons considéré dans nos calculs « effectué sous logiciel Matlab » un nombre de tirage de 3.10^6.

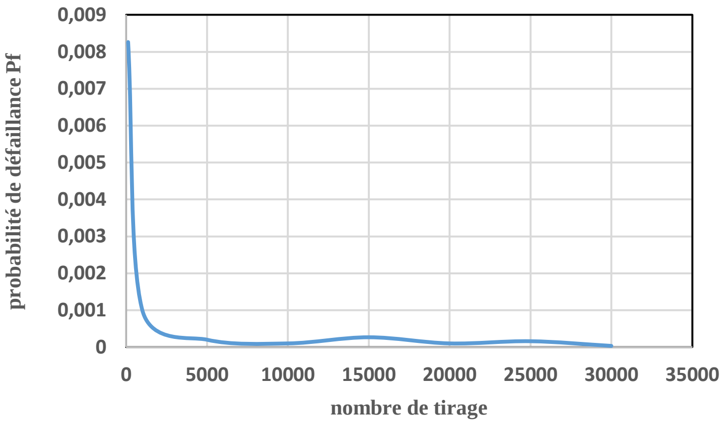


Figure 2.12 : évolution de la probabilité de défaillance en fonctions de nombre de tirages.

- ***Résultat et interprétations :***

Le résultat de calcul la probabilité de défaillance P_f et l'indice de fiabilité β pour déférentes valeurs de coefficient de variation est représenté dans le tableau 2.18.

T*ableau 2.18: Résultat de l'analyse fiabiliste par la méthode de Monté Carlo pour 3.10^6 tirage*

	Monte Carlo	
CV	β	P_f
0,1	7,2548	6,03E-13
0,125	5,8052	1,60E-09
0,15	4,9708	3,33E-07
0,175	4,3658	6,33E-06
0,2	3,8129	6,87E-05
0,225	3,4158	3,80E-04
0,25	3,1092	9,38E-04
0,275	2,8565	2,10E-03
0,3	2,643	4,10E-03
0,325	2,4653	6,80E-03
0,35	2,3058	1,06E-02
0,375	2,1725	1,49E-02
0,4	2,052	2,01E-02
0,425	1,9501	2,56E-02
0,45	1,8589	3,15E-02
0,475	1,7756	3,79E-02
0,5	1,699	4,47E-02

Les résultats montrent que l'indice de fiabilité β diminue en fonction du coefficient de variation Cv et inversement la probabilité de défaillance augmente. La comparaison des résultats obtenus avec ceux donnés par la méthode d'approximation FORM sont illustrées respectivement dans les figures 2.12 et 2.13.

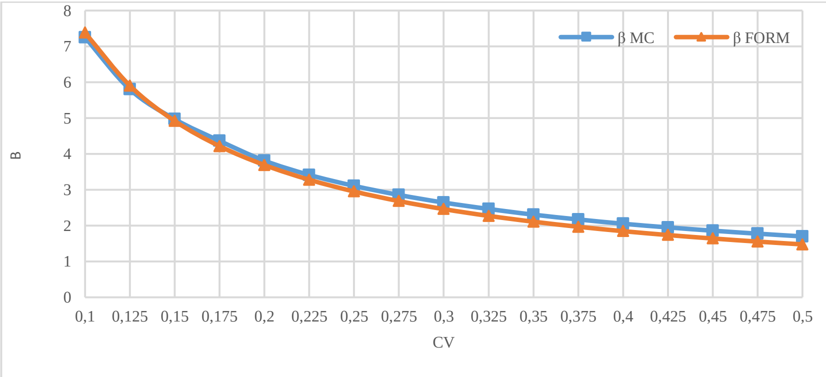


Figure 2.12 : Comparaison des résultats de FORM et Monté Carlo.

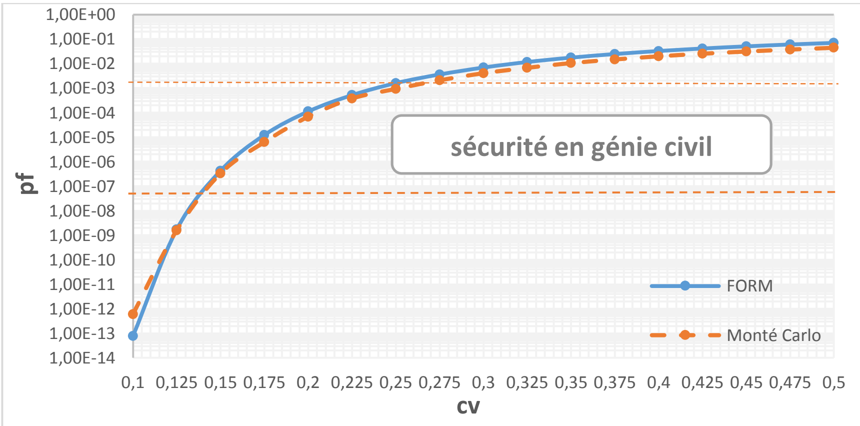


Figure 2.13: comparaison des résultats FORM et Monté Carlo

Nous constatons que les deux courbes ont la même allure et sont pratiquement confondues, l'écart absolu est de 0.0126 ; ceci qui nous conforte dans notre démarche du fait qu'on aboutit aux mêmes résultats.

Sachant que la sécurité des structures de génie civil doit être assurée selon les standards dans la plage de Pf comprise entre 10^{-8} et 10^{-3}, nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

- Cette plage est assurée pour un coefficient de variation $0.1 \leq cv \leq 0.3$, au-delà de cette valeur $(Cv > 0.3)$, la distribution de la variable aléatoire et non maitrisée ce qui expliquerait une valeur de $P_f > 10^{-3}$.

❖ ***Evolution de la probabilité de défaillance en fonction de la zone de neige***

Pour étudier l'influence de l'effet climatique (neige) sur la fiabilité et la sécurité de la ceinture du réservoir, nous considérons les différentes zones de neige A(forte), B(moyenne), C(faible) et D(absence de neige) données au DTRC2-47, la charge de neige S_k est déterminée les relations suivantes :

Zone A : $$s_k = \frac{0.07*H+15}{100} \quad (2.46)$$

Zone B : $$s_k = \frac{0.04*H+10}{100} \quad (2.47)$$

Zone C : $$s_k = \frac{0.0325*H}{100} \quad (2.48)$$

Zone D : pas de charge de neige.

Ainsi ; en considérant l'altitude du réservoir H=1400m et un coefficient de variation Cv=0.2, nous obtenons les résultats dans le tableau 2.19 (figure 2.15) :

Tableau 2.19 : Evolution de la probabilité de défaillance en fonction de la zone de neige

	zone A forte	zone B moyenne	zone C faible	zone D pas de neige
Pf	6,67E-05	4,00E-06	3,33E-07	2,00E-07
β	3,8227	4,4652	4,9708	5,2035

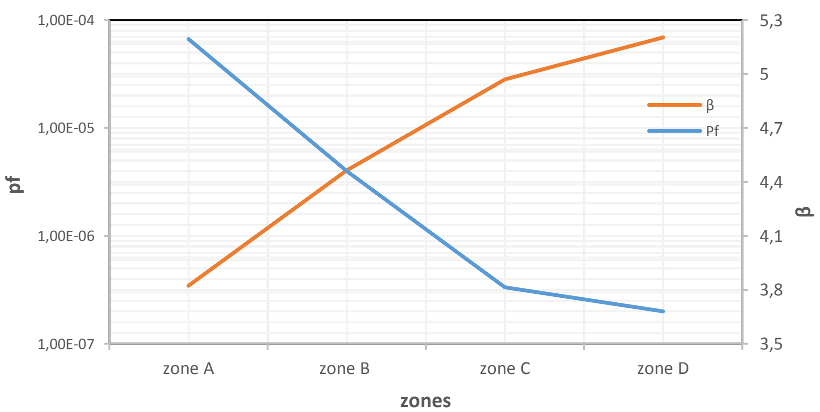


Figure 2.15 : Evolution de la probabilité de défaillance en fonction de la zone de neige

La figure (2.15) montre que l'indice de fiabilité β augmente en passant de la zone de neige A à la Zone de neige D, contrairement à la probabilité de défaillance P_f. Dans la zone moins extrême la structure en question est bien dimensionnée et qu'elle vérifie la condition selon laquelle $10^{-8} \leq pf \leq 10^{-3}$. L'évolution de l'indice β et de Pf en fonction du coefficient de variation sont représentés respectivement sur les figures 2.16 et 2.17, pour différentes zones de neiges (A, B, C et D).

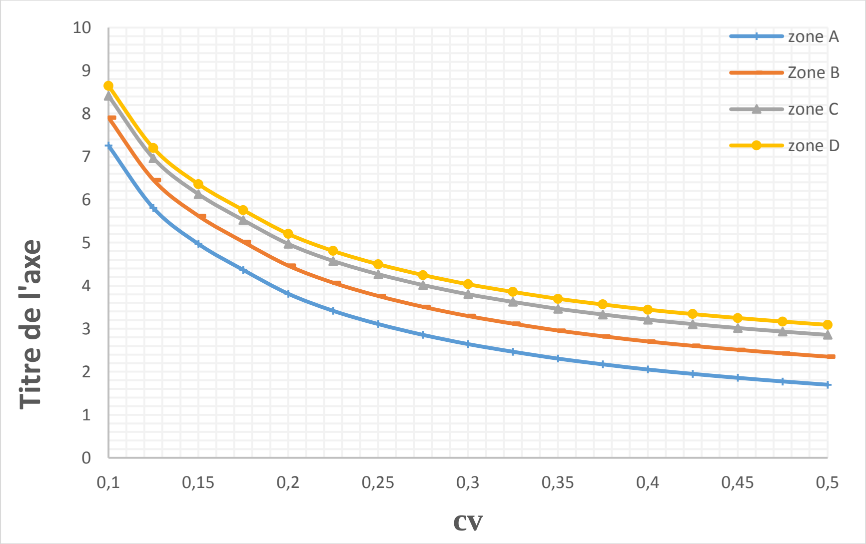


Figure 2.16 : Evolution de l'indice de fiabilité en fonction du coefficient de variation Cv.

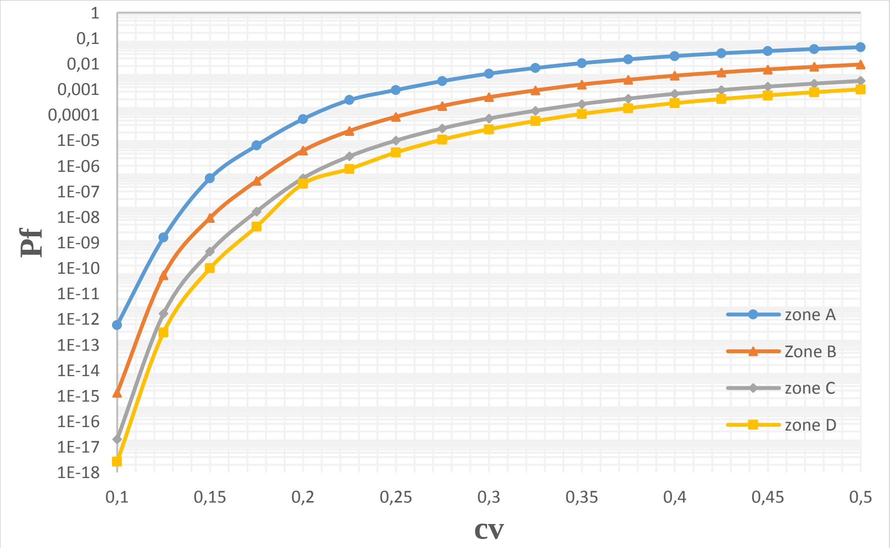


Figure 2.17 : Evolution de la probabilité de défaillance en fonction du coefficient de variation Cv

Il y a lieu de remarquer que l'indice de fiabilité diminue en fonction du coefficient de variation Cv à l'inverse de la probabilité de défaillance qui augmente, et ce quel que soit la zone de neige. Cela sous-entend que pour de faibles valeurs de Cv (Cv<0.25) la variable aléatoire (la surcharge Q) est maitrisée et la probabilité de défaillance restent dans le domaine admissible. En augmentant Cv. Le réservoir rentre dans la défaillance pour Cv= 0.25 dans la zone A, Cv= 0.325 dans la zone B, 0.45 dans la zone C et 0.5 dans la zone D. Ce qui montre que l'effet défavorable de la neige sur la fiabilité du réservoir. Par ailleurs, pour un Cv donnée, l'indice de fiabilité β diminue de la zone D à la zone A et contrairement la probabilité de défaillance qui augmente. Cette augmentation de Pf est plus ressentie dans la zone de neige A.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons effectué l'analyse fiabiliste de la ceinture supérieure d'un réservoir posé au sol d'une capacité de 250m3, en utilisant les méthodes FORM. Les variables aléatoires, à savoir la résistance du béton à la compression fc_{28}, et la surcharge d'exploitation Q sont représentées par des lois de distribution normales.

Les résultats obtenus à travers cette analyse fiabiliste ont confirmé la stabilité de notre structure, la probabilité de défaillance est inférieure à la valeur limite admise pour les structures de génie civil ($P_f < 10^{-3}$). Ces résultats sont validés par la méthode de Monté Carlo classique.

La variation de l'indice de fiabilité β et de la probabilité de défaillance pf en fonction du coefficient de variation Cv a montré que pour des valeurs de Cv inferieures à 0,3 la structure est fiable et la probabilité de défaillances sont admises ; ce qui se traduit pratiquement par la maitrise de la distribution des variables aléatoire. Au-delà de cette valeur de Cv la structure balance dans la défaillance.

La prise de compte de l'effet de la zone de neige a montré que la fiabilité de la structure diminue et la probabilité de défaillance augmente surtout dans la zone A. Cette influence diminue considérablement dans la zone de neige D.

Chapitre 3
calcul semi-probabiliste des coefficients partiels de sécurité

Introduction

Dans ce troisième chapitre dédié à l'approche semi probabiliste, nous nous intéressons au calcul des coefficients partiels de sécurité. Le cas considéré est la ceinture supérieure ayant fait l'objet d'un calcul fiabiliste au deuxième chapitre. Cette étude confère au dimensionnement une fiabilité dont la conception bénéficie, sans avoir à effectuer une analyse de la fiabilité.

3.1. Bases de dimensionnement par coefficients partiels de sécurité

Le dimensionnement des structures a progressé grâce à un savoir théorique et empirique. L'utilisation d'un coefficient de sécurité est due au degré d'ignorance des variables d'entrée. Ces coefficients de sécurité permettent de tenir compte une marge de sécurité afin de pallier aux incertitudes des données et des performances mécaniques. Le concepteur dans le dimensionnement doit choisir les valeurs des variables de conception qui permettent de satisfaire un objectif fonctionnel, tout en respectant certaines exigences quant au niveau de fiabilité associé à ce dimensionnement. Il doit pour cela prendre deux décision :

1. Choisir un scénario de défaillance représenté par un ensemble de relations de calcul. Dans le cas le plus simple, résistance - sollicitation, cette relation s'écrit :

$$S - R < 0 \tag{3.1}$$

2. Choisir les valeurs de dimensionnement, c'est-à-dire les valeurs à prendre en compte dans l'application des relations et les valeurs prévisionnelles en fabrication.

Le dimensionnement est donc l'association d'un model mécanique, d'un jeu de données et d'une décision sur les valeurs à donner au paramètres en vue de satisfaire toutes les exigences.

3.2. Valeurs associées à une variable (Lemaire, 2005)

Les règles de dimensionnement font appel à des valeurs particulières des variables qui sont soit des valeurs caractéristiques, soit des valeurs de calcul, et à des coefficients partiels.

3.2.1. Valeurs caractéristiques

Les valeurs caractéristiques sont des valeurs fractiles x_p associé au p-fractile de la distribution de la variable aléatoire. D'une manière générale, on définit la valeur caractéristique d'un paramètre comme la valeur pour laquelle il y a 5% de probabilité que la valeur réelle soit plus défavorable (inférieure ou supérieure selon le cas).

3.2.2. Valeurs de calculs

Les valeurs de calcul x_d (d pour design) ,sont des valeurs représentatives pondérées par des coefficients partiels notés γ qui confèrent au dimensionnement un niveau de fiabilité donné. Elles résultent d'une procédure incluant la connaissance experte et algorithmique mise en œuvre pour viser des probabilités de défaillance très faibles, de l'ordre de 10^{-3}à 10^{-8} (dans la structure de Génie civil). Ce sont donc des valeurs très fortes (ou très faibles) auxquelles le projeteur n'est pas nécessairement habitué, d'autant que la procédure d'élaboration des coefficients γ lui est souvent inconnue.

- ***Choix des valeurs du calcul***

Les coordonnées du point de défaillance dans l'espace physique P* sont utilisées pour calculer les coefficients ϒ à appliquer dans les règles de dimensionnement. Les coordonnées du point P* jouent le rôle des valeurs de calcul, et c'est pour cela que ce point est souvent appelé « point de conception ». Le choix des valeurs de calcul permet le calcul des coefficients partiels. Il est arbitraire et l'approche probabiliste donne un critère : les valeurs de calcul sont prises égales aux coordonnées du point de défaillance le plus probable.
D'où sa désignation par le terme point de conception P* (design point) :

$$S_d = S^* \qquad R_d = R^* \tag{3.2}$$

Ce choix permet de donner aux coefficients γ_R et γ_S des valeur qui peuvent s'interpréter par rapport aux donnée de base caractérisant le problème étudié d'un point de vue fiabiliste.

3.3. Règle de dimensionnement par coefficients partiels

Le principe de base est de construire une règle à partir de valeurs caractéristiques (S_k, R_k) et de coefficients partiels (Υ_s,Υ_R) (figure3.1).Cette règle, sur le plan de principe, peut aussi s'interpréter en faisant référence non plus aux valeurs caractéristiques mais seulement aux valeurs de calcul (S_d, R_d). Dans le cas le plus simple, résistance-sollicitation, cette règle s'écrit :

$$S_d - R_d < 0 \ \Rightarrow S_d = \gamma_S s_k < \frac{R_k}{\gamma_R} = \ R_d \tag{3.3}$$

Les coefficients partiels de sécurité Υ_s et Υ_R associés à chacune de ces variables sont donnés par les relations 3.4 et 3.5 :

$$\gamma_R = \frac{R_k}{R_d} \tag{3.4}$$

$$\gamma_S = \frac{S_d}{S_k} \tag{3.5}$$

L'emploi de ces coefficients permet l'amplification des sollicitations et la réduction de la résistance. Cette écriture permet de savoir quels sont les rôles respectifs de la résistance et de la sollicitation dans la fiabilité.

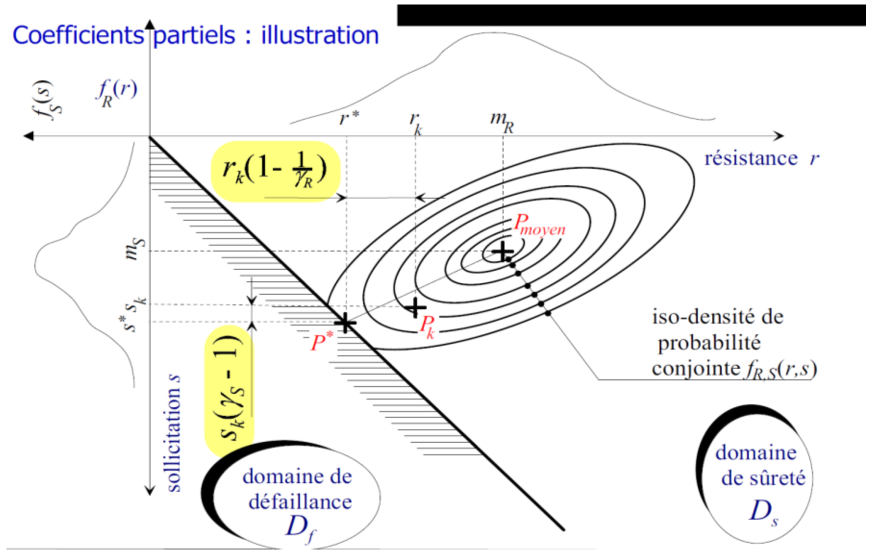


Figure 3.1 : Valeurs associés et coefficients partiels de sécurité.

3.4. Calcul des coefficients partiels de sécurité

3.4.1. Détermination de la sollicitation de calcul S$_d$ et de la résistance de calcul R$_d$ (*Lemaire, 2005)*

Considérons le cas de l'état limite résistance - sollicitation

$$G(R,S) = R - S \tag{3.6}$$

ou la sollicitation S et la résistance R sont des variables aléatoire indépendantes, normales de moyennes m_R et m_s et d'écarts-types σ_R et σ_s, respectivement. Par conséquent, la marge de sureté G est une variable aléatoire normale de moyenne

$$m_G = m_R - m_s \tag{3.7}$$

Etd'écart type

$$\sigma_G = \sqrt{\sigma_R^2 + {\sigma_s}^2} \tag{3.8}$$

La fonction d'état limite peut s'écrire dans l'espace des variables aléatoires centrée réduite u_R et u_S sous la forme :

$$H(u_R, u_s) = (u_R\sigma_R + m_R) - (u_s\sigma_s + m_s) \tag{3.9}$$

La normalisant de la fonction (3.9) :

$$H(u) = \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma^2{}_R + \sigma^2{}_S}} u_R - \frac{\sigma_S}{\sqrt{\sigma^2{}_R + \sigma^2{}_S}} u_s + \frac{m_R - m_s}{\sqrt{\sigma_R^2 + {\sigma_s}^2}} \tag{3.10}$$

L'expression (3.11) devient :

$$H(u) = u_R\alpha_R - u_s\,\alpha_S + \beta \tag{3.11}$$

Avec :

$$\beta = \frac{m_R - m_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + {\sigma_S}^2}} = \frac{m_G}{\sigma_G} \tag{3.12}$$

β étant l'indice de fiabilité de l'état limite linéaire G, donné par la distance entre l'origine de l'espace normé et la droite G(u_R,u_s) = 0.

$$\alpha_R = -\frac{\sigma_R}{\sqrt{{\sigma^2}_R + {\sigma^2}_S}} \tag{3.13}$$

$$\alpha_S = \frac{\sigma_S}{\sqrt{{\sigma^2}_R + {\sigma^2}_S}} \tag{3.14}$$

α_R et α_S sont les facteurs de sensibilité ou les cosinus directeurs. Ils peuvent prendre des valeurs entre -1 et + 1. Plus le facteur de sensibilité $|\alpha|$se rapproche de l'unité, plus la contribution à la probabilité de ruine d'un paramètre de base est importante. La condition suivante doit être vérifiée : $\alpha_R^2 + \alpha_S^2 = 1$

Les coordonnées (u_R^*, u_S^*) du point de défaillance le plus probable (point de conception p*)dans l'espace normé (figure 3.2) sont données par les équations suivantes :

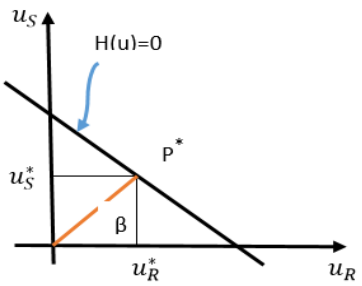


Figure 3.2 : Coordonné du point de conception dans l'espace normé.

$$u_R^* = -\beta\frac{\sigma_R}{\sqrt{{\sigma^2}_R + {\sigma^2}_S}} = \cos(\theta)\,\beta \tag{3.15}$$

$$u_S^* = \beta\frac{\sigma_S}{\sqrt{{\sigma^2}_R + {\sigma^2}_S}} = \sin(\theta)\,\beta \tag{3.16}$$

Les valeurs de calcul sont données par les coordonnées du point de conception dans l'espace physique à savoir :

$$R_d = u_R^*.\sigma_R + m_R \tag{3.17}$$

$$S_d = u_S^*.\sigma_S + m_s \tag{3.18}$$

Il vient :

$$R_d = m_R - \beta\frac{\sigma_R^2}{\sqrt{{\sigma^2}_R + {\sigma^2}_S}} \tag{3.19}$$

$$S_d = m_s + \beta\frac{\sigma_S^2}{\sqrt{{\sigma^2}_R + {\sigma^2}_S}} \tag{3.20}$$

3.5. Détermination de la sollicitation caractéristique S_k et la résistance caractéristique R_k (Lemaire, 2005)

Les valeurs caractéristiques (R_k, S_k) sont des valeurs fractiles x_p associé au p-fractile (R_p, S_p) de la distribution de la variable aléatoire :

$$R_k = R_p \text{ avec } \mathrm{Prob}(R \leq R_p) = p_R \tag{3.21}$$

$$S_k = S_p \text{ avec } \mathrm{Prob}(S \leq S_p) = p_S \tag{3.22}$$

La probabilité p_R pour la résistance doit être proche de 0 alors que la probabilité p_S pour la sollicitation doit être proche de 1. Souvent, on choisit $p_R = 5\%$ et $p_S = 95\%$.

Si la loi est connue, il est équivalent de choisir un p-fractile ou bien un décalage de la valeur moyenne de ±k (k>0) écart-type :

$$R_p = m_R - k_R\sigma_R \tag{3.23}$$

$$S_p = m_S + k_S\sigma_S \tag{3.24}$$

Il vient pour la variable R:

$$\mathrm{Prob}(R \leq R_p) = \mathrm{Prob}\left(\frac{R-m_R}{\sigma_R} \leq \frac{R_p-m_R}{\sigma_R}\right) = \Phi(u_{PR}) = p_R \tag{3.25}$$

Avec :

$$u_{PR} = \frac{R_p-m_R}{\sigma_R} \tag{3.26}$$

soit :

$$R_k = R_p = \sigma_R u_{pR} + m_R \tag{3.27}$$

Et de même pour S:

$$\mathrm{Prob}(S \leq s_p) = \mathrm{Prob}\left(\frac{S-m_s}{\sigma_S} \leq \frac{s_p-m_s}{\sigma_S}\right) = \Phi(u_{PS}) = p_S \tag{3.28}$$

Avec :

$$u_{PS} = \frac{S_p-m_S}{\sigma_S} \tag{3.29}$$

Soit :

$$S_k = S_p = \sigma_S u_{PS} + m_S \tag{3.30}$$

Par identification des relations (3.24) (3.30) et (3.23) (3.27), on obtient :

$$k_R = -u_{PR} \tag{3.31}$$

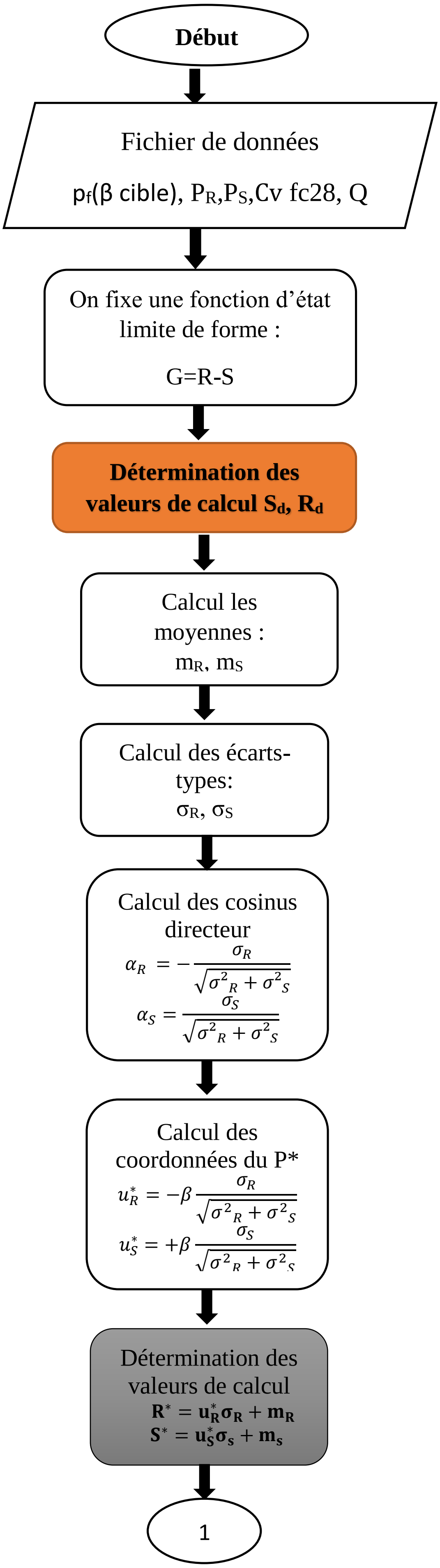
$$k_S = u_{PS} \tag{3.32}$$

Finalement, les coefficients partiels de sécurité relatifs à la sollicitation S et à la résistance R sont exprimés par :

$$\gamma_R = \frac{R_P}{R_d} = \frac{R_P}{m_R - \alpha_R\, \sigma_R \beta} \tag{3.33}$$

$$\gamma_S = \frac{S_d}{S_P} = \frac{m_s + \alpha_s\, \sigma_s \beta}{S_P} \tag{3.34}$$

Un organigramme de calcul semi probabiliste des coefficients partiels de sécurité est présenté en figure (3.3).


Début
Fichier de données
p_f(β cible), P_R,P_S,Cv fc28, Q
On fixe une fonction d'état limite de forme :
G=R-S
Détermination des valeurs de calcul S_d, R_d
Calcul les moyennes :
m_R, m_S
Calcul des écarts-types:
σ_R, σ_S
Calcul des cosinus directeur
$\alpha_R = -\frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma^2{}_R + \sigma^2{}_S}}$
$\alpha_S = \frac{\sigma_S}{\sqrt{\sigma^2{}_R + \sigma^2{}_S}}$
Calcul des coordonnées du P*
$u_R^* = -\beta \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma^2{}_R + \sigma^2{}_S}}$
$u_S^* = +\beta \frac{\sigma_S}{\sqrt{\sigma^2{}_R + \sigma^2{}_S}}$
Détermination des valeurs de calcul
$\mathbf{R^* = u_R^* \sigma_R + m_R}$
$\mathbf{S^* = u_S^* \sigma_s + m_s}$
1

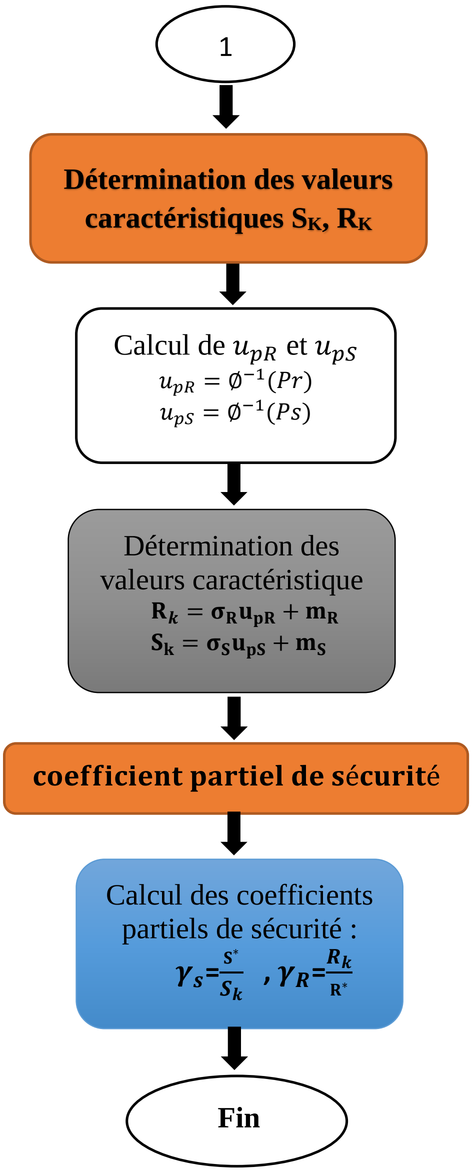


Figure 3.3 : Organigramme de calcul semi probabiliste des coefficients partiels de sécurité.

3.6. Etude de cas

Pour l'application de l'approche semi-probabiliste, nous considérons le cas de la ceinture supérieure du réservoir en béton armé ayant fait l'objet d'une analyse fiabiliste au chapitre 2. Les caractéristiques géométriques de la ceinture sont présentées dans le tableau (voir chapitre 2). Nous rappelons que l'état limite considéré est la traction des armatures de la ceinture et la fonction d'état est définie par :

$$G(R,S) = T_R - T_S = aX_1 - bX_2 \tag{3.35}$$

Avec :

$$a = 0.8.A.\,110\,.10^6 \tag{3.36}$$

$$b = \left(\frac{S}{\pi D}\right)(R - f) \tag{3.37}$$

$$X_1 = \sqrt{n.(0.6 + 0.06fc28)} \tag{3.38}$$

$$X_2 = Q$$

Les paramètres de calcul sont donnés dans le tableau 3.1, après homogénéisation des unités (N, m) :

Tableau 3.1: Valeurs des paramètres de calcul

Paramétré	Valeurs	Unité
Diamètre D	9,00	m
Fleche f	1,00	m
Rayon de courbure R	10,63	m
Surface de la coupole S	66,76	m²
η	1,60	
A	0,00091	m²
a	79 640	
b	22,73	

3.6.1. Détermination des valeurs de calcul

Les valeurs de calcul (R_d,S_d) sont déterminées par les équation (3.19) et (3.20) conformément aux étapes données dans l'organigramme présenté ci-dessus pour un indice de fiabilité β cible, correspondant à une probabilité de défaillance P_f cible. En considérant une résistance caractéristique f_{c28} de 22,77 Mpa (obtenue à partir d'un échantillon) et une charge Q=100kg et pour un coefficient de variation de 20%, nous obtenons les résultats présentés dans le tableau 3.2 :

Tableau 3.2 : Détermination les valeurs de calcul

Paramètre	Valeurs	Unité
$\mathbf{f_{c28}}$	22.77	Mpa
Q	981	N/m²
Cv	0.2	
$\mathbf{P_f}$	10^{-4}	
β	3.72	
$\mathbf{m_{X1}}$	1.77	Mpa
$\mathbf{m_{X2}}$	981	N/m²
$\boldsymbol{\sigma_{X1}}$	0.07	MPa
$\boldsymbol{\sigma_{X2}}$	196.20	N/m²
$\boldsymbol{\alpha_R}$	0.79	
$\boldsymbol{\alpha_S}$	0.6160	
$\mathbf{u_R}$	-2.93	
$\mathbf{u_S}$	2.2915	
$\mathbf{X_{1d}}$	1.56287	MPa
$\mathbf{X_{2d}}$	1430.5982	N/m²
$\mathbf{R_d}$	124467.13	N
$\mathbf{S_d}$	32511.34	N

Le détail de la détermination des valeurs de calcul sera présenté en Annexe 3.

3.6.2. Détermination des valeurs caractéristiques

Les valeurs caractéristiques (R_k, S_k) sont déterminées par l'équation (3.27) et (3.30) conformément à l'organigramme présenté ci-dessus. La probabilité p_R pour la résistance et la probabilité p_S sont prise égale à 5% et 95% respectivement

Tableau 3.3 : Détermination les valeurs caractéristiques.

paramètre	Valeurs	Unité
P_R	5%	
P_S	95%	
u_{PR}	-1.64	
u_{PS}	1.64	
X_{1p}	1.66	MPa
X_{2p}	1302.77	N/m²
R_p	131824.90	N
S_p	29606.31	N

Le détail de calcul des valeurs caractéristiques est donné en Annexe 3

3.6.3. Détermination des coefficients partiels de sécurité

Les coefficients partiels de sécurité γ_R et γ_S sont évalués respectivement par les relations (3.33) et (3.34). Les résultats obtenus sont présentés sur le tableau ci-après :

Tableau 3.4 : Résultats des coefficients partiels de sécurité

Coefficients de sécurité	valeurs
γ_R	1.10
γ_S	1.06
γ_G	1.16

Nous constatons que pour un $\beta = 3.72$ correspondant à $Pf = 10^{-4}$ et un $Cv = 20$ (voir étude de cas, chapitre 2), les coefficients partiels sont proches de 1. Pour mieux apprécier la variation de ces coefficients, il y a lieu de faire varier l'indice de fiabilité β (donc P_f) et le coefficient de variation Cv. C'est ce que l'on verra dans la section suivante.

3.7. Evaluation des coefficients partiels de sécurité en fonction de l'indice de fiabilité et du coefficient de variation Cv

3.7.1. Coefficients partiels de sécurité en fonction de l'indice de fiabilité

La variation des coefficients partiels de sécurité γ_R et γ_S ainsi que le coefficient de sécurité globale γ_G est effectuée en fonction de l'indice de fiabilité β correspondant à l'intervalle de la probabilité de défaillance admis pour les structures de génie civil ($\mathbf{10^{-8}} < Pf < 10^{-3}$) et ce pour différents coefficient de variations Cv ($0.1 < Cv < 0.3$). Les résultats sont présentés dans le tableau 3.5 :

Tableau 3.5 : Evolution des coefficients partiels de sécurité en variant Pf et cv

Pf		**10^{-03}**	**10^{-04}**	**10^{-05}**	**10^{-06}**	**10^{-07}**	**10^{-08}**	**% de variation**
β		3,09	3,72	4,26	4,75	5,20	5,61	
cv								
0,1	γ_S	0,96	0,98	0,99	1,01	1,02	1,03	7.29
	γ_R	1,06	1,09	1,11	1,14	1,16	1,18	11.32
	γ_G	***1,02***	***1,07***	***1,10***	***1,15***	***1,18***	***1,22***	***19.44***
0,15	γ_S	1	1,03	1,06	1,09	1,12	1,14	14
	γ_R	1,05	1,07	1,1	1,12	1,14	1,16	10.48
	γ_G	**1,05**	**1,10**	**1,17**	**1,22**	**1,28**	**1,32**	**25.94**
0,2	γ_S	1,04	1,1	1,15	1,19	1,24	1,27	22.12
	γ_R	1,04	1,06	1,08	1,1	1,12	1,14	9.62
	γ_G	**1,08**	**1,17**	**1,24**	**1,31**	**1,39**	**1,45**	**33.86**
0,25	γ_S	1,09	1,17	1,24	1,3	1,35	1,4	28.44
	γ_R	1,03	1,05	1,06	1,08	1,1	1,11	6.73
	γ_G	**1,13**	**1,23**	**1,31**	**1,40**	**1,49**	**1,55**	**37.09**
0,3	γ_S	1,14	1,24	1,32	1,4	1,47	1,53	34.21
	γ_R	1,02	1,03	1,05	1,07	1,08	1,09	6.86
	γ_G	**1,16**	**1,28**	**1,39**	**1,50**	**1,59**	**1,67**	**43.42**

L'évolution du coefficient de sécurité ϒs en fonction de l'indice de fiabilité, pour différentes valeurs du coefficient de variation Cv est représentée sur les figures (3.4) :

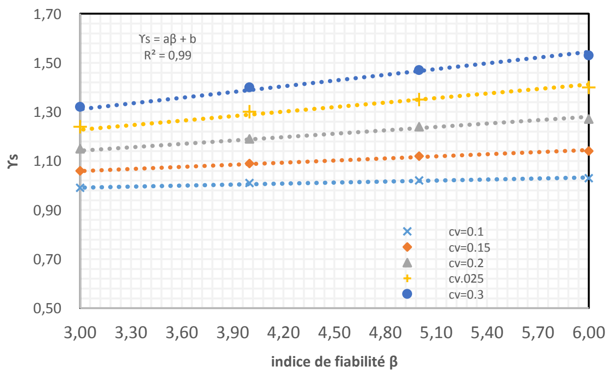


Figure 3.4: Evolution de coefficient partiel de sécurité ϒs en fonction de l'indice de fiabilité β

Nous remarquons que quel que soit la valeur de Cv, le coefficient ϒs augmente en fonction de l'indice de fiabilité β, et suit une loi linéaire, soit :

$$\gamma_s = a\beta + b \tag{3.39}$$

Les coefficients a et b ainsi que le coefficient de corrélation R sont consignés dans le tableau 3.6

Tableau 3.6 : les caractéristiques des courbes ϒs (β)

ϒs en fonction de l'indice de fiabilité β					
	cv = 0,1	**cv = 0,15**	**cv = 0,20**	**cv = 0,25**	**cv = 0,30**
a	0,0777	0,0614	0,046	0,0286	0,014
b	1,078	1,0433	1,004	0,9733	0,9493
R^2	0,9933	0,9903	0,9914	0,9967	0,9847

L'évolution du coefficient de sécurité Υ_R en fonction de l'indice de fiabilité, pour différentes valeurs du coefficient de variation Cv est représentée sur les figures (3.5) :

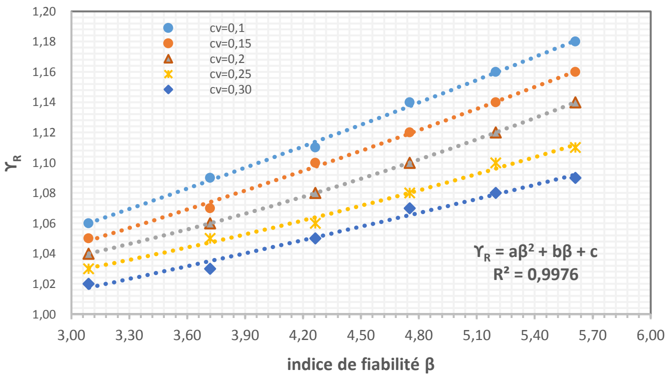


Figure 3.5 : Evolution de coefficient partiel de sécurité ϒr en fonction de l'indice de fiabilité β.

Nous remarquons que quel que soit la valeur de Cv, le coefficient Υ_R augmente en fonction de l'indice de fiabilité β, et suit une loi polynomiale de degré 2, soit :

$$\Upsilon_R = a\beta^2 + b\beta + c \tag{3.40}$$

Les coefficients, a, b et c ainsi que le coefficient de corrélation R sont consignés dans le tableau 3.7

Tableau 3.7 : Caractéristiques des courbes ϒr(β)

ϒr en fonction de l'indice de fiabilité β					
	cv = 0,1	**cv = 0,15**	**cv = 0,20**	**cv = 0,25**	**cv = 0,30**
a	0,0016	0,0021	0,0042	0,0028	0,0009
b	0,0341	0,0265	0,0034	0,0078	0,0218
c	0,9397	0,9471	0,9896	0.9794	0,9416
R^2	0,9976	0,9971	1	0,9912	0,9851

L'évolution du coefficient de sécurité ϒg en fonction de l'indice de fiabilité, pour différentes valeurs du coefficient de variation Cv est représentée sur les figures (3.6) :

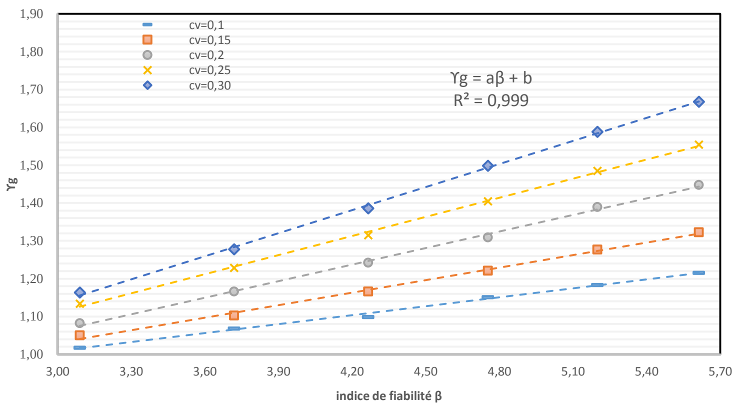


Figure 3.6 : Evolution de coefficient partiel de sécurité ϒg en fonction de l'indice de fiabilité β.

Nous remarquons que quel que soit la valeur de C_V, le coefficient ϒg augmente en fonction de l'indice de fiabilité β, et suit une loi linéaire, soit :

$$\gamma_g = a\beta + b \qquad (3.41)$$

Les coefficients a et b ainsi que le coefficient de corrélation R sont consignés dans le tableau 3.8

Tableau 3.8: les caractéristiques des courbes ϒg (β)

ϒg en fonction de l'indice de fiabilité β					
	cv = 0,10	**cv = 0,15**	**cv = 0,20**	**cv = 0,25**	**cv = 0,30**
a	0,0789	0,1102	0,1459	0,1684	0,2032
b	0,772	0,7003	0,6248	0,6056	0,5279
R^2	0,9955	0,9962	0,9979	0,9985	0,999

Remarque : Globalement les coefficients de sécurité Υ_s, Υ_R et ϒg obéissent à une même croissance en fonction de l'indice de fiabilité β. Si l'on désire avoir une fiabilité importante (meilleure) ceci devra se traduire en calcul déterministe par des coefficients de sécurité aussi important ; ce qui est logique.

3.7.2. Coefficients partiels de sécurité en fonction du coefficient de variation Cv

L'évolution du coefficient de sécurité ϒs en fonction du coefficient de variation Cv , pour différentes valeurs d'indice de fiabilité β est représentée sur les figures (3.7) :

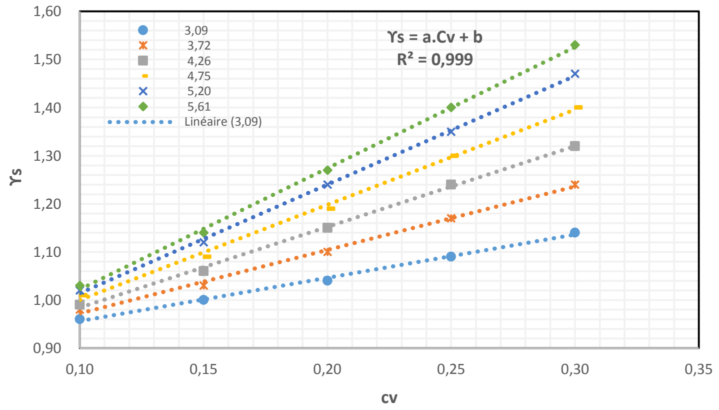


Figure 3.7 : Evolution de coefficient partiel de sécurité Ƴs en fonction du coefficient de variation Cv.

Nous remarquons que quel que soit la valeur de β, le coefficient Υ_S augmente en fonction du coefficient Cv, et suit une loi linéaire, soit :

$$\gamma_s = aCv + b \tag{3.42}$$

Les coefficients a et b ainsi que le coefficient de corrélation R sont consignés dans le tableau 3.8

***Tableau 3.8** : les caractéristiques des courbes Ƴs (cv)*

	Ƴs en fonction de CV					
	β=3.09	**β=3.72**	**β=4.26**	**β=4.75**	**β=5.20**	**β=5.61**
a	0,9	0,9	1,68	1,98	2,26	2,52
b	0,866	0,866	0,816	0,802	0,708	0,77
R^2	0,9966	0,9963	0,9983	0,9973	0,991	0,999

L'évolution du coefficient de sécurité Υ_R en fonction de du coefficient de variation Cv, pour différentes valeurs d'indice de fiabilité β est représentée sur les figures (3.8) :

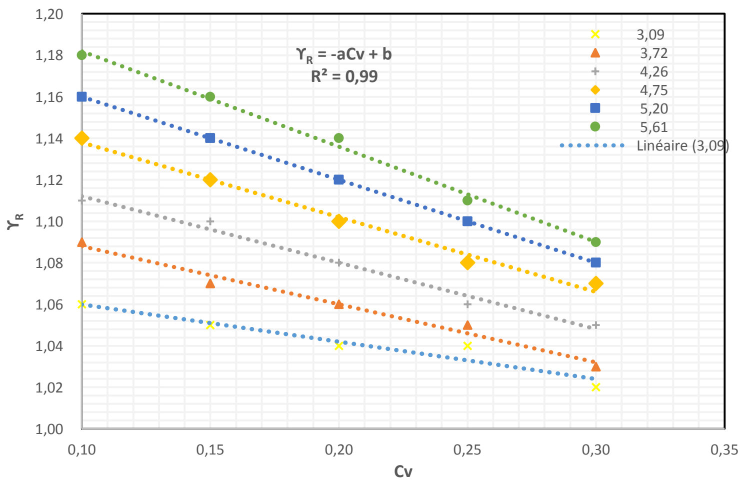


Figure 3.8 : Evolution de coefficient partiel de sécurité Ƴr en fonction du coefficient de variation Cv.

Nous remarquons que quel que soit la valeur de β, le coefficient Υ_R diminue en fonction du coefficient Cv, et suit une loi linéaire de pente négative, soit :

$$\gamma_s = -a\beta + b \tag{3.43}$$

Les coefficients a et b ainsi que le coefficient de corrélation R sont consignés dans le tableau 3.9

***Tableau 3.9** : les caractéristiques des courbes ϒr (cv)*

ϒr en fonction de CV						
	β=3.09	**β=3.72**	**β=4.26**	**β=4.75**	**β=5.20**	**β=5.61**
a	0,18	0,28	0,32	0,36	0,4	0,2
b	1,078	1,174	1,144	1,174	1,2	1,08
R^2	0,9205	0,9878	0,9846	0,9878	1	1

L'évolution du coefficient de sécurité Υ_g en fonction de du coefficient de variation Cv, pour différentes valeurs d'indice de fiabilité β est représentée sur les figures (3.4) :

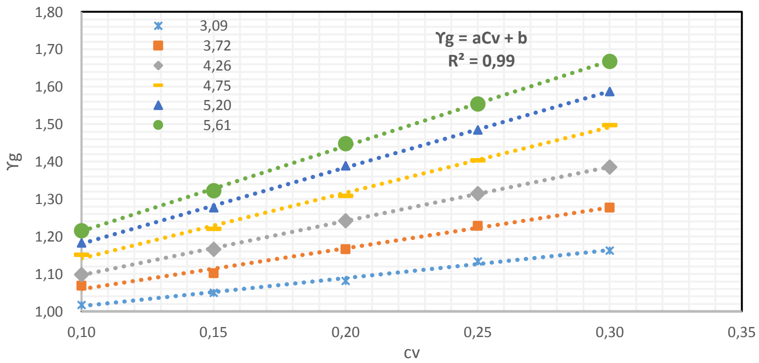


Figure 3.9 : Evolution des coefficients partiels de sécurité ϒg en fonction du coefficient de variation cv

Nous remarquons que quel que soit la valeur de β, le coefficient Υ_g augmente en fonction du coefficient Cv, et suit une loi linéaire, soit :

$$\gamma_g = aCv + b \tag{3.44}$$

Les coefficients a et b ainsi que le coefficient de corrélation R sont consignés dans le tableau 3.10

***Tableau 3.10**: les caractéristiques des courbes ϒg(cv)*

ϒg en fonction de CV						
	β=3.09	**β=3.72**	**β=4.26**	**β=4.75**	**β=5.20**	**β=5.61**
a	0,748	1,0888	1,4452	1,7528	2,034	2,2724
b	0,395	0,9506	0,9524	0,9661	0,9775	0,987
R^2	0,9914	0,9915	0,9977	0,9966	0,9994	0,9994

Interprétation

Les résultats (tableau 3.5) montrent que :

- Pour un coefficient de variation Cv = 0.1, le coefficient partiels Υ_S est compris entre 0.96 et 1.03 (une variation de 7.29%), pour une probabilité de défaillance P_f allant de 10^{-3} à 10^{-8} ; ceci s'explique par une maitrise de la sollicitation (on n'a pas de doute sur la moyenne de surcharge Q en calcul déterministe). A cet effet, il n'a pas lieu de pénaliser la surcharge Q et par voie de conséquence l'effort de traction sollicitant T_S. A l'inverse, pour Cv = 0.3 et pour la même plage de P_f , le coefficient partiels Υ_S est compris entre 1.14 et 1.53 (une variation de 34.21%) ; ceci s'explique par la non maitrise de la surcharge Q, autrement dit, il y'a des doute sur la distribution de la surcharge Q et de grandes fluctuation autour de la moyenne. Dans ce cas, la loi de distribution de la surcharge est étalée. L'ingénieur dans son calcul déterministe doit prendre une valeur Υ_S importante pour tenir compte de ces incertitudes.
- Pour une même probabilité de défaillance Pf (même β) le coefficient partiel Υ_S augmente et le coefficient Υ_R diminue en fonction du coefficient de variation Cv. Ce qui est logique étant donné que la fonction d'état limite reste la même et du fait que l'effort de traction résistant T_R n'est pas affecté par le coefficient de variation, sans oublier la minoration des valeurs caractéristiques de résistance et majoration de celles des sollicitations.
- Le coefficient de sécurité globale augmente en fonction du coefficient de variation Cv et en fonction de la probabilité de défaillance (l'indice de fiabilité)

Conclusion

Dans ce troisième chapitre, nous avons procédé au calcul semi-probabiliste des coefficients partiels de sécurité. Cette approche est basée sur l'évaluation de la dispersion de certains paramètres à partir d'études statistiques que l'on intègre sous forme de valeur caractéristique. On retient généralement comme valeur caractéristique un fractile de la distribution de l'échantillon mesuré (Souvent, on choisit une probabilité de 5% pour la résistance et une probabilité de 95% pour la sollicitation)

L'étude de cas, ayant portée sur la ceinture supérieur d'un réservoir de stockage a montré l'intérêt de cette approche dans le calcul valeurs de coefficients de sécurité. Ces coefficients partiels sont fonction de la fiabilité cible (Pf cible) et du coefficient de variation Cv qui se traduit physiquement par la maitrise des incertitudes liées aux sollicitations. Pour un Cv de l'ordre de 0.1 il n'a pas lieu de pénaliser la surcharge Q car le pourcentage de variation du ce coefficient Υs pour une plage de Pf allant de 10^{-3} à 10^{-8} est de 7.29 %. A l'inverse pour un Cv de 0.3 le pourcentage de variation est de 34.21% pour laquelle la pénalisation de la sollicitation devient importante. Ceci justifie les valeurs des coefficients codifier par les règlements.

L'ingénieur civil, doit recourir dans son dimensionnement à l'application de la méthode semi probabiliste pour fixer ces coefficients en fonction des données disponible (Cv, β)

Conclusion générale

Les coefficients de sécurité utilisés par les ingénieurs civils pour le prédimensionnement des structures sont des facteurs codifiés par les règlements. On leur attribue un vocabulaire positif par la dénomination de « coefficient de sécurité ». Toutes fois, ils ont fait l'objet de nombreuse critiques, à tel titre qu'on les appelle par dérision, « coefficients d'ignorance », car en réalité c'est toute notre ignorance et toutes nos incertitudes qui sont masquées.

L'utilisation des coefficients partiels de sécurité, qui dérivent des méthodes semi-probabilistes, introduit une marge de sécurité suffisante pour augmenter la sûreté de la conception et diminuer le rôle de ces incertitudes sur les performances des structures optimisées. Ces coefficients sont définis pour les paramétres les plus déterminants de la structure et assurent d'une façon implicite un niveau de fiabilité cible. L'approche semi probabiliste confère ainsi au dimensionnement une fiabilité dont la conception bénéficie sans avoir à effectuer une analyse de fiabilité.

A travers notre recherche, dédiée à l'évaluation des coefficients partiels de sécurité (γs) pour l'effort de traction sollicitant et (γ_R) l'effort de traction résistant, pour le cas de la ceinture supérieure d'un réservoir en béton, nous avons montré que pour chaque fiabilité cible β (donc probabilité de défaillance P_f cible) correspond une valeur du coefficient partiels de sécurité (γ_s et γ_R). Toutefois, les valeurs de ces coefficients sont étroitement liées à la maitrise des incertitudes affectant les paramètres aléatoires considérés, à savoir la surcharge Q et la résistance caractéristique fc_{28}. Ainsi, pour un coefficient de variation Cv de l'ordre de 0.1, le pourcentage de variation du coefficient de sécurité sollicitant ϒs, pour une plage de β allant de 3.09 à 5.61correspondant à une probabilité de défaillance Pf allant de 10^{-8} à 10^{-3} est de 7.29 %. Ce qui explique que la maitrise des incertitudes réduit considérablement les coefficients de sécurité. Autrement dit, il n'y a pas lieu de pénaliser l'effort de traction sollicitant et l'effort de traction résistant. A l'inverse, pour un coefficient de variation Cv =0.3 et pour la même plage de l'indice de fiabilité ($3.09 < \beta < 5.61$) et de la probabilité de défaillance ($10^{-8} < P_f < 10^{-3}$), le pourcentage de variation du coefficient de sécurité sollicitant ϒs est de 34.21% . Donc, la pénalisation de la sollicitation devient importante puisque la distribution des variables aléatoire n'est pas maitrisée, dans ce cas, le coefficient partiel de sécurité se rapproche de la valeur fixée par les règlements (1.5). Nous pouvons conclure que l'ingénieur civil, peut recourir dans son dimensionnement à l'application de la méthode semi probabiliste pour fixer ces coefficients en fonction des données disponible (Cv, β) et en fonction de la situation de projet.

LES ANNEXES

Annexe 1

Détail du pré-dimensionnement d'un réservoir en béton armée posé ou sol

Dans cette annexe 1, nous présentons le détail du pré-dimensionnement d'un réservoir posé ou sol (figure 1.1) :

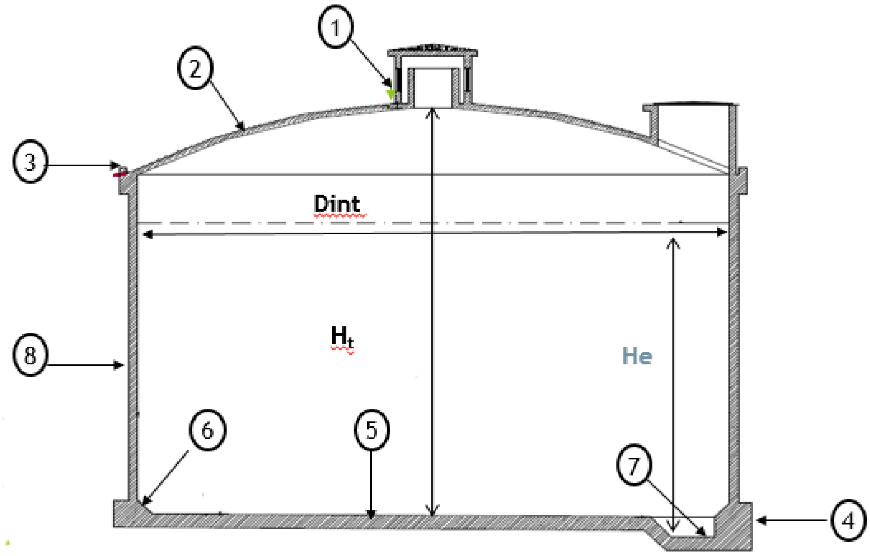


Figure 1.1 : Schéma représentatif du réservoir

a/ Calcul de diamètre intérieur du réservoir D_{int} :

$$D_{int} = 1{,}405 \times \sqrt[3]{V} \tag{1.1}$$

avec :

V : capacité théorique du réservoir égale à 250 m^3

Soit : $Dint = 1{,}405 \times \sqrt[3]{250} = 8.85$ m

Nous adoptons pour : **Dint = 9m**

b/ Calcul de la hauteur utile d'eau He **:**

$$He = 0,\ 46 \times Dint \tag{1.2}$$

Soit : $He = 0,\ 46 \times 9 = 4.14$m ;

Nous adoptons : **He = 4m**

c/ Calcul du volume réel de l'eau $V_{réel}$:

$$v_{réel} = \frac{\pi . D_{int}^2}{4} * H_e \tag{1.3}$$

Soit : Vréel = **254,47m3**

d/ Calcul de la flèche de la coupole de couverture f :

La flèche de la coupole se calcule comme suit :

$$f = 0{,}104 \times Dint \qquad (1.4)$$

soit : **f** = 0,104 × 9 = 0.94m ;

Nous adoptons : **f = 1m**

e/ Calcul de rayon de courbure de la coupole de couverture R :

$$R = \frac{D_{int}^2 + 4f^2}{8f} \qquad (1.5)$$

Le calcul nous donne R = **10.63m ;**

Annexe 2

Table khi2

Nous donnons dans cette annexe 2 , le tableau **khi2 (**X^2) que nous utilisons pour le choix de la loi de distribution de la résistance du béton à la compression à 28 jours.

p	0.999	0.995	0.99	0.98	0.95	0.9	0.8	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01	0.005	0.001
ddl														
1	0,0000	0,0000	0,0002	0,0006	0,0039	0,0158	0,0642	1,6424	2,7055	3,8415	5,4119	6,6349	7,8794	10,8276
2	0,0020	0,0100	0,0201	0,0404	0,1026	0,2107	0,4463	3,2189	4,6052	5,9915	7,8240	9,2103	10,5966	13,8155
3	0,0243	0,0717	0,1148	0,1848	0,3518	0,5844	1,0052	4,6416	6,2514	7,8147	9,8374	11,3449	12,8382	16,2662
4	0,0908	0,2070	0,2971	0,4294	0,7107	1,0636	1,6488	5,9886	7,7794	9,4877	11,6678	13,2767	14,8603	18,4668
5	0,2102	0,4117	0,5543	0,7519	1,1455	1,6103	2,3425	7,2893	9,2364	11,0705	13,3882	15,0863	16,7496	20,5150
6	0,3811	0,6757	0,8721	1,1344	1,6354	2,2041	3,0701	8,5581	10,6446	12,5916	15,0332	16,8119	18,5476	22,4577
7	0,5985	0,9893	1,2390	1,5643	2,1673	2,8331	3,8223	9,8032	12,0170	14,0671	16,6224	18,4753	20,2777	24,3219
8	0,8571	1,3444	1,6465	2,0325	2,7326	3,4895	4,5936	11,0301	13,3616	15,5073	18,1682	20,0902	21,9550	26,1245
9	1,1519	1,7349	2,0879	2,5324	3,3251	4,1682	5,3801	12,2421	14,6837	16,9190	19,6790	21,6660	23,5894	27,8772
10	1,4787	2,1559	2,5582	3,0591	3,9403	4,8652	6,1791	13,4420	15,9872	18,3070	21,1608	23,2093	25,1882	29,5883
11	1,8339	2,6032	3,0535	3,6087	4,5748	5,5778	6,9887	14,6314	17,2750	19,6751	22,6179	24,7250	26,7568	31,2641
12	2,2142	3,0738	3,5706	4,1783	5,2260	6,3038	7,8073	15,8120	18,5493	21,0261	24,0540	26,2170	28,2995	32,9095
13	2,6172	3,5650	4,1069	4,7654	5,8919	7,0415	8,6339	16,9848	19,8119	22,3620	25,4715	27,6882	29,8195	34,5282
14	3,0407	4,0747	4,6604	5,3682	6,5706	7,7895	9,4673	18,1508	21,0641	23,6848	26,8728	29,1412	31,3193	36,1233
15	3,4827	4,6009	5,2293	5,9849	7,2609	8,5468	10,3070	19,3107	22,3071	24,9958	28,2595	30,5779	32,8013	37,6973
16	3,9416	5,1422	5,8122	6,6142	7,9616	9,3122	11,1521	20,4651	23,5418	26,2962	29,6332	31,9999	34,2672	39,2524
17	4,4161	5,6972	6,4078	7,2550	8,6718	10,0852	12,0023	21,6146	24,7690	27,5871	30,9950	33,4087	35,7185	40,7902
18	4,9048	6,2648	7,0149	7,9062	9,3905	10,8649	12,8570	22,7595	25,9894	28,8693	32,3462	34,8053	37,1565	42,3124
19	5,4068	6,8440	7,6327	8,5670	10,1170	11,6509	13,7158	23,9004	27,2036	30,1435	33,6874	36,1909	38,5823	43,8202
20	5,9210	7,4338	8,2604	9,2367	10,8508	12,4426	14,5784	25,0375	28,4120	31,4104	35,0196	37,5662	39,9968	45,3147
21	6,4467	8,0337	8,8972	9,9146	11,5913	13,2396	15,4446	26,1711	29,6151	32,6706	36,3434	38,9322	41,4011	46,7970
22	6,9830	8,6427	9,5425	10,6000	12,3380	14,0415	16,3140	27,3015	30,8133	33,9244	37,6595	40,2894	42,7957	48,2679
23	7,5292	9,2604	10,1957	11,2926	13,0905	14,8480	17,1865	28,4288	32,0069	35,1725	38,9683	41,6384	44,1813	49,7282
24	8,0849	9,8862	10,8564	11,9918	13,8484	15,6587	18,0618	29,5533	33,1962	36,4150	40,2704	42,9798	45,5585	51,1786
25	8,6493	10,5197	11,5240	12,6973	14,6114	16,4734	18,9398	30,6752	34,3816	37,6525	41,5661	44,3141	46,9279	52,6197
26	9,2221	11,1602	12,1981	13,4086	15,3792	17,2919	19,8202	31,7946	35,5632	38,8851	42,8558	45,6417	48,2899	54,0520
27	9,8028	11,8076	12,8785	14,1254	16,1514	18,1139	20,7030	32,9117	36,7412	40,1133	44,1400	46,9629	49,6449	55,4760
28	10,3909	12,4613	13,5647	14,8475	16,9279	18,9392	21,5880	34,0266	37,9159	41,3371	45,4188	48,2782	50,9934	56,8923
29	10,9861	13,1211	14,2565	15,5745	17,7084	19,7677	22,4751	35,1394	39,0875	42,5570	46,6927	49,5879	52,3356	58,3012
30	11,5880	13,7867	14,9535	16,3062	18,4927	20,5992	23,3641	36,2502	40,2560	43,7730	47,9618	50,8922	53,6720	59,7031
40	17,9164	20,7065	22,1643	23,8376	26,5093	29,0505	32,3450	47,2685	51,8051	55,7585	60,4361	63,6907	66,7660	73,4020
50	24,6739	27,9907	29,7067	31,6639	34,7643	37,6886	41,4492	58,1638	63,1671	67,5048	72,6133	76,1539	79,4900	86,6608
60	31,7383	35,5345	37,4849	39,6994	43,1880	46,4589	50,6406	68,9721	74,3970	79,0819	84,5799	88,3794	91,9517	99,6072
70	39,0364	43,2752	45,4417	47,8934	51,7393	55,3289	59,8978	79,7146	85,5270	90,5312	96,3875	100,4252	104,2149	112,3169
80	46,5199	51,1719	53,5401	56,2128	60,3915	64,2778	69,2069	90,4053	96,5782	101,8795	108,0693	112,3288	116,3211	124,8392
90	54,1552	59,1963	61,7541	64,6347	69,1260	73,2911	78,5584	101,0537	107,5650	113,1453	119,6485	124,1163	128,2989	137,2084
100	61,9179	67,3276	70,0649	73,1422	77,9295	82,3581	87,9453	111,6667	118,4980	124,3421	131,1417	135,8067	140,1695	149,4493
120	77,7551	83,8516	86,9233	90,3667	95,7046	100,6236	106,8056	132,8063	140,2326	146,5674	153,9182	158,9502	163,6482	173,6174
140	93,9256	100,6548	104,0344	107,8149	113,6593	119,0293	125,7581	153,8537	161,8270	168,6130	176,4709	181,8403	186,8468	197,4508
160	110,3603	117,6793	121,3456	125,4400	131,7561	137,5457	144,7834	174,8283	183,3106	190,5165	198,8464	204,5301	209,8239	221,0190
180	127,0111	134,8844	138,8204	143,2096	149,9688	156,1526	163,8682	195,7434	204,7037	212,3039	221,0772	227,0561	232,6198	244,3705
200	143,8428	152,2410	156,4320	161,1003	168,2786	174,8353	183,0028	216,6088	226,0210	233,9943	243,1869	249,4451	255,2642	267,5405
250	186,5541	196,1606	200,9386	206,2490	214,3916	221,8059	231,0128	268,5986	279,0504	287,8815	298,0388	304,9396	311,3462	324,8324
300	229,9634	240,6634	245,9725	251,8637	260,8781	269,0679	279,2143	320,3971	331,7885	341,3951	352,4246	359,9064	366,8444	381,4252
400	318,2596	330,9028	337,1553	344,0781	354,6410	364,2074	376,0218	423,5895	436,6490	447,6325	460,2108	468,7245	476,6064	493,1318
500	407,9470	422,3034	429,3875	437,2194	449,1468	459,9261	473,2099	526,4014	540,9303	553,1268	567,0698	576,4928	585,2066	603,4460
600	498,6229	514,5289	522,3651	531,0191	544,1801	556,0560	570,6680	628,9433	644,8004	658,0936	673,2703	683,5156	692,9816	712,7712
700	590,0480	607,3795	615,9075	625,3175	639,6130	652,4973	668,3308	731,2805	748,3591	762,6607	778,9721	789,9735	800,1314	821,3468
800	682,0665	700,7250	709,8969	720,0107	735,3623	749,1852	766,1555	833,4557	851,6712	866,9114	884,2789	895,9843	906,7862	929,3289
900	774,5698	794,4750	804,2517	815,0267	831,3702	846,0746	864,1125	935,4987	954,7819	970,9036	989,2631	1001,6296	1013,0364	1036,8260

Annexe 3

Détail de calcul des coefficients partiels γ_s et γ_R

Dans cette annexe, nous présentons le détail de calcul des coefficients partiels γ_S et γ_R donnés dans le chapitre 3.

3.1. La fonction d'état limite

Nous rappelons la fonction d'état limite est défini pour l'effort de traction résistant et l'effort de traction sollicitant de la ceinture supérieure d'un réservoir en béton armé, pose au sol traité comme suit :

$$G(R,S) = T_R - T_S = \text{A}.0.8.110.10^6\sqrt{n.(0.6 + 0.06fc28)} - \left(\frac{Q \times S}{\pi D}\right)(R-f)$$

Posons : a= $\text{A}.0.8.110.10^6$

$$b = \left(\frac{S}{\pi D}\right)(R-f)$$

$$X_1 = \sqrt{n.(0.6 + 0.06fc28)}$$

$$X_2 = Q$$

Ce qui donne :

$$G(\{x\}) = aX_1 - bX_2 = R - S$$

3.2. Paramètre statistique des variables aléatoires de X_1 et X_2

Les paramètres statistiques, à savoir la moyenne et l'écart type de la variable X_1 sont déterminées sur la base d'un échantillon de la résistance caractéristique fc28. Soient :

$$m_{x1} = 177 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{x1} = 0.07 \text{ MPa}$$

Les paramètres statistiques des variables X_2 sont données comme suit :

$$m_{x2} = 100 * 9.81 = 981\ N/m^2$$

$$\sigma_{X2} = cv * m_{x2}$$

Pour un coefficient de variation Cv= 20% nous avons :

$$\sigma_{X2} = 196.20 \text{ N/m}^2$$

3.3. Déterminations de la sollicitation de calcul S_d et et de la résistance de calcul R_d:

a/ Calcul des cosinus directeur

$$\alpha_{X1} = -\frac{\sigma_{X1}}{\sqrt{\sigma^2{}_{X1} + \sigma^2{}_{X2}}} = \mathbf{0.79}$$

$$\alpha_{X2} = \frac{\sigma_{X2}}{\sqrt{\sigma^2{}_{X1}+\sigma^2{}_{X2}}} = \mathbf{0.6160}$$

b/ Calcul des coordonnées du point de conception P* :

$$u_R^* = -\beta \frac{\sigma_{X1}}{\sqrt{\sigma^2{}_{X1}+\sigma^2{}_{X2}}} = \mathbf{-2.93}$$

$$u_S^* = -\beta \frac{\sigma_{X2}}{\sqrt{\sigma^2{}_{X1}+\sigma^2{}_{X2}=}} \mathbf{2.2915}$$

On obtient ainsi :

$$X_{1d} = u_R^* * \sigma_{x1} + m_{x1} = \mathbf{1.56287\ MPa}$$

$$X2d = u_S^* * \sigma_{x2} + m_{x1} = \mathbf{1430.5982\ N/m^2}$$

Finalement la sollicitation de calculS_d et et la résistance de calcul R_d sont donnée par :

$$R_d = a * X_{1d} = \mathbf{124467.13\ N}$$

$$S_d = b * X_{2d} = \mathbf{32511.34\ N}$$

3.4. Déterminations de la sollicitation caractéristiqueS_k et la résistance caractéristique R_k

$$X_{1k} = u_{kx1} * \sigma_{x1} + m_{x1} = \mathbf{1.66\ MPa}$$

$$X_{2k} = u_{kx2} * \sigma_{x2} + m_{x1} = \mathbf{1302.77\ N/m^2}$$

Finalement la sollicitation caractéristiqueS_k et la résistance caractéristique R_k sont données par :

$$R_k = a * X_{1d} = \mathbf{131824.90\ N}$$

$$S_k = b * X_{2d} = \mathbf{29606.31\ N}$$

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Abdel D. M. Y., & Soubra, A. H. (2010)., Analyse et dimensionnement fiabiliste des fondations superficielles filantes avec ou sans prise en compte des efforts sismiques pseudo-statiques. Revue Française de Géotechnique N° 130, 25 - 39

Aliche A., Contribution à l'analyse de l'évolution de la vulnérabilité des réservoirs en béton dans leur cycle de vie, thèse de doctorat, Université Mouloud MAMMERI de Tizi-Ouzou, 2016

Amrouche F., Etude de la fiabilité du confinement de cylindres en béton avec des bandes hélicoïdales en Polymère renforcées de fibres de jute. mémoire de master structure. Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 2018

Amirouche C., Analyse fiabiliste de la stabilité au glissement d'une digue de retenue collinaire. Mémoire de master 2, spécialité Géotechnique et 'Environnement, Université Mouloud MAMMERI de Tizi-Ouzou, 2015

B.A.E.L 91 modifiées 99., Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé suivant la méthode des états limites, Edition Eyrolles 2000

B.P.E.L 91 modifiées 99, règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton précontraint suivant la méthode des états limites, Edition Eyrolles1993.

Ballière A., « Théorie de la fiabilité, application à l'évaluation structurale des ouvrages d'art » Rapport d'étude, 2012

Bayem H., e. Probabilistic study of the maximum penetration rate of renewable energy in an island network. Paper presented at the IEEE Conference PowerTech. 2009

Breysse D., Maîtrise des risques en génie civil 3, (Lavoisier, Paris ed.) 2009

Carlton M. A. & Devore. J. L., Probability with Applications in Engineering, Science, and Technology (Springer ed.), USA, 2014.

Dehmous H., Fiabilité et micromécanique des matériaux composites Application à la passerelle de Laroin. Thèse de Doctorat, de l'Institut National Polytechnique de Toulouse, 2007

Dress F., Les probabilités et les statistiques de A à Z,edition (Dunod ed.) France, 2007

DTR B-C. 2-4.7., Règlement neige et vent (RNV 1999), Ministère de l'habitat, Alger,1999

Eurocode 1., Actions sur les structures –action du vent, (normalisation française)

Haddad L, Sellam, Y., Analyse mécano-fiabiliste d'un réservoir surélevé soumis à l'action du vent . mémoire de master Constructions Hydrauliques et Aménagements. Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 2017

Hammoum.H ., Diagnostic et analyse de risques liés au vieillissement des réservoirs en béton armé. Développement de méthodes d'aide à l'expertise. Thèse de Doctorat, Université de Mouloud Mammeri à Tizi-Ouzou, 2012

Hammoum H, Bouzelha K, & Slimani D., (2015). Seismic risk of RC water storage elevated tanks: Case study. Edition A. S. H. Makhlouf & M. Aliofkhazraei ,Handbook of Materials Failure Analysis with Case Studies from the Chemicals, concrete and Power industries .

Igor, R. J., Probability and Risk Analysis, an Introduction for Engineers (Springered) Germany. 2006.

Kjellman W., Säkerhst problement ur principiel loch teoretisk, Ingeniörs Vetenskaps Akademien, Handlingar 156, Stockhom, 1940.

Lemaire, M. Châteauneuf, A., & Mitteau, J. C., Fiabilité des structures couplage mécano-fiabiliste édition Lavoisier, France. (2005)

Madsen H.O., Optimal inspection planing Fatigue Damage of Offshore structures, 1989

Madsen H.O., Probability Based Optimization of Fatigue Design Inspection and Maintenance symposium IOS, Glasgow, 1990

Mayer M., Die Sicherheit der Bauwerk und ihre Berechnung nach Grenzkräften anstatt nach zulässigen Spannungen, Verlag von J. springer, Berlin, 1926

Mebarki A. & Valencia N., Vulnérabilité sismique des ouvrages en maçonnerie. Revue Française de Génie Civil. (2003)

Mendenhall W, Beaver R. J, & Beaver B. M., Introduction to Probability and Statistics. (Brooks/Cole, Cengage Learning Ed.). USA

Prot M., Note sur la notion de coefficient de sécurité, Annales des Ponts et chaussées, 1936

Port M, Levi R., Conceptions modernes relatives à la sécurité des constructions, Revue Générale des chemins de Fer, juin, 1951

Thoft-christensen P, Sorensen J.D., Reliability analysis of elasto-plastic structures, Compte rendus de la conference IFIP'11, Copenhague, Springer-Verlag, 1984

Tebbi O., Estimation des lois de fiabilité en mécanique par les essais accélérés . Thèse doctorat, A l'Institut des Sciences et Techniques de l'Ingénieur d'Angers. 2005

Wästlund G., Säkerhets problement ur praktisk-konstruktiv synpunkt, ingeniörs Vetenskaps Akademien, Handlingar, Stockholm, 1940

Weibull W., A statistical theory of the strength of materials, compte-rendus de la Société Royale Suédoise des ingénieurs,15, 1939

Wierzebicki M.W., la sécurité des constructions comme un probléme de probabilité, Annales de l'Académie Polonaise de Sciences Techniques, VII, 1939-1945