

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou  
Faculté des sciences  
Département des Mathématiques

---



# Mémoire de Master En Mathématiques

Spécialité : Mathématiques appliquées en science de la gestion



Thème : Évaluation des risques dans les  
Investissements en utilisant des méthodes multicritères

Cas : Minimisation des taux de pertes

D'électricité SONELGAZ - Tizi-Ouzou

Présenté par :

Mlle. Ikkerri Nesrine

Mlle. Belkacem Thinhinane

Soutenu publiquement le 25/09/2025, devant le jury :

Mr Oukacha.B

Pr. UMMTO

Président

Mr AOUANE.M

MAA. UMMTO

Rapporteur

Mr TALEM.D

MCB. UMMTO

Examineur

Mr CHENNANE.N

Invité de SONELGAZ

Encadreur entreprise



# Remerciements

En premier, nous souhaitons exprimer notre profonde gratitude à ALLAH, **Dieu, le Tout-Puissant**, pour nous avoir accordé la santé, la patience et la force nécessaires pour mener à bien ce mémoire. Sa lumière nous a guidé tout au long de notre parcours vers le savoir, nous a permis de surmonter les obstacles et de persévérer jusqu'à l'achèvement de ce modeste travail.

Nous tenons à adresser nos sincères remerciements à notre promoteur, **Mr. Aouane**, pour ses conseils avisés, son soutien constant et son engagement indéfectible. Sa patience et ses encouragements ont été essentiels à la réussite de ce mémoire.

Nos remerciements les plus sincères vont également à **Mr. Chennane** pour son aide précieuse, sa disponibilité et les moyens qu'il nous a généreusement fournis afin de faire progresser ce travail. Nous remercions aussi **Mr. Skendraoui** pour son aide et ses efforts, ainsi que toute l'équipe de **SONELGAZ** pour leur soutien et leur collaboration.



# Dédicace

*Je tiens à dédier ce travail à tous ceux qui comptent dans ma vie et qui m'ont accompagné jusqu'ici.*

*À mon père et ma mère que j'aime énormément, pour leur soutien indéfectible et leurs conseils avisés tout au long de mon parcours.*

*À mes frères Nordine, Idir et sa femme Hanane, Ahmed et ma petite nièce Léa que j'aime beaucoup.*

*Je tiens à adresser une pensée toute particulière à ma chère binôme Nesrine pour sa collaboration exemplaire, son soutien indéfectible et les moments partagés tout au long de cette aventure mémorable. Ce mémoire est aussi le fruit de notre complicité et de notre travail commun.*

*Avec toute ma reconnaissance et mon amitié.*

*Et à toute personne qui m'aime et qui connaît **Thinhinane** de près ou de loin.*

# Dédicace

À Allah, source infinie de force et de sagesse, en qui nous avons placé toute notre confiance. C'est par Sa grâce que nous avons trouvé la lumière dans l'incertitude et la force d'avancer.

À mes chers parents, pour leur amour, leurs prières et leurs sacrifices. Que Dieu vous accorde santé et bonheur.

À mon frère Ismaïl, pour son soutien et sa bienveillance.

À ma tante Fatma, son époux et leur famille, pour leur affection et leurs encouragements.

À mes amies Sarah Ben, Sarah Mez et Besma, pour leur amitié et leur précieux soutien.

Enfin, à ma binôme et amie de cœur, pour ton engagement, ta complicité et les souvenirs partagés.

**Nesrine**

# Table des matières

	<b>3</b>
<b>1 Présentation de la Société Algérienne de l'Électricité et du Gaz</b>	<b>4</b>
1.1 Historique de la SONELGAZ . . . . .	4
1.2 SONELGAZ Aujourd'hui . . . . .	5
1.3 Organisation de SONELGAZ Distribution . . . . .	6
1.4 Direction de Distribution de Tizi Ouzou . . . . .	6
1.4.1 Situation géographique . . . . .	7
1.5 Mission de la distribution . . . . .	7
1.6 Problématique des pertes d'énergie . . . . .	7
1.7 Fonctionnement du réseau électrique de Sonelgaz . . . . .	8
1.8 Division commerciale . . . . .	9
1.8.1 Présentation . . . . .	9
1.8.2 Missions . . . . .	9
<b>2 Concepts et bases économiques</b>	<b>11</b>
2.1 Investissements . . . . .	11
2.1.1 Définition de l'investissement . . . . .	11
2.1.2 Classification des investissements . . . . .	11
2.1.3 L'objectif de l'investissement . . . . .	12
2.2 Prise de décision . . . . .	13
2.2.1 Définition de la prise de décision . . . . .	13
2.2.2 Les caractéristiques de la décision d'investissement . . . . .	13
2.2.3 Facteurs influençant la prise de décision d'investissement . . . . .	13
2.2.4 L'importance et la complexité de la décision d'investir . . . . .	14
2.2.5 Les risques liés à la prise de décision . . . . .	14
2.3 Risques . . . . .	15
2.3.1 Définition d'un risque . . . . .	15
2.3.2 Classification des risques . . . . .	16
<b>3 Concepts et bases mathématiques</b>	<b>17</b>
3.1 Introduction aux multicritères . . . . .	17
3.2 Problème multiobjectif . . . . .	17
3.3 Points particuliers . . . . .	20
3.3.1 Point idéal . . . . .	20
3.3.2 Point anti-idéal (ou nadir) . . . . .	20
3.3.3 Point utopique . . . . .	20
3.4 Matrice des gains . . . . .	20
3.5 Dominance et efficacité . . . . .	21

3.5.1	Dominance . . . . .	22
3.5.2	Optimalité de Pareto (ou efficacité forte) . . . . .	22
3.5.3	Efficacité faible (ou optimalité de Slater) . . . . .	22
3.5.4	Front de Pareto . . . . .	22
3.5.5	Caractérisation des solutions efficaces . . . . .	23
3.5.6	Paramètres de préférence . . . . .	23
3.5.7	Conditions de Pareto-optimalité . . . . .	23
3.6	Méthodes d'optimisation multicritère . . . . .	24
3.7	Classification des méthodes . . . . .	24
3.7.1	Méthodes a priori (décideur → recherche) . . . . .	24
3.8	Goal Programming (Programmation par Objectifs) . . . . .	25
3.8.1	Méthodes a posteriori : (recherche → décideur) . . . . .	26
3.8.2	Méthodes interactives . . . . .	28
3.9	Exemple 3 : . . . . .	28
<b>4</b>	<b>Cas pratique de la problématique</b>	<b>32</b>
	<b>Problème mathématique</b>	<b>32</b>
4.1	Les objectifs du problème . . . . .	32
4.2	Objectifs du problème . . . . .	32
4.3	Variables de décision . . . . .	32
4.4	Fonctions objectif . . . . .	33
4.4.1	Maximiser le bénéfice net . . . . .	33
4.4.2	Minimiser les pertes techniques . . . . .	33
4.4.3	Minimiser les pertes non techniques . . . . .	33
4.4.4	maximiser la qualité de service . . . . .	33
4.4.5	Minimiser les coûts d'investissement . . . . .	33
4.5	Contraintes . . . . .	33
4.6	Le problème mathématiques : . . . . .	34
4.7	Méthode multi-objectif : Point de Référence . . . . .	34
4.8	Modèle mathématique-numérique complet . . . . .	34
4.8.1	Les données utilisées . . . . .	34
4.8.2	Modèle multi-objectifs avec données numériques . . . . .	35
4.9	Application de la méthode de goal programming : . . . . .	35
4.9.1	Point de référence . . . . .	35
4.9.2	Choix des déviations et sens des objectifs . . . . .	36
4.9.3	Programmation par objectifs (sens imposé) . . . . .	36
4.9.4	Programmation par objectifs (écarts absolus pondérés) . . . . .	37
<b>5</b>	<b>SIMULATIONS , RÉSULTATS ET IMPLÉMENTATION de la méthode de GOAL PROGRAMMING :</b>	<b>40</b>
5.1	Définition du Simplex Method Calculator . . . . .	40
	<b>Bibliographie</b>	<b>48</b>

# Introduction Générale

L'environnement économique étant en perpétuelle évolution, l'investissement constitue un levier essentiel pour le développement, la croissance et la compétitivité, aussi bien des entreprises que des États. Qu'il soit public ou privé, tout investissement engage des capitaux soumis à de multiples incertitudes et risques, qu'ils soient financiers, techniques, réglementaires ou environnementaux. Une évaluation rigoureuse de ces risques est donc nécessaire afin d'orienter les choix stratégiques, de répartir le poids du risque de manière équilibrée et de garantir la pérennité des projets.

Cependant, la complexité croissante des contextes économiques et techniques rend difficile l'évaluation des risques d'investissement par les méthodes classiques. Face à cette réalité, les méthodes multicritères d'aide à la décision apparaissent comme une alternative pertinente, puisqu'elles permettent d'analyser simultanément plusieurs facteurs, parfois contradictoires. Dans ce cadre, il s'agit de hiérarchiser les risques, de comparer les options d'investissement et de scénariser les choix afin de retenir les plus favorables.

Dans le secteur de l'énergie, et plus particulièrement dans celui de la distribution de l'électricité, la question des investissements est stratégique. Les réseaux vieillissants, les pertes d'énergie, les contraintes de rentabilité et les exigences de qualité de service conduisent les gestionnaires à des décisions complexes. Ce problème est particulièrement d'actualité en Algérie, où **SONELGAZ**, entreprise nationale en charge de la production et de la distribution de l'électricité, fait face à ces défis. L'amélioration des taux de pertes d'électricité représente ainsi une priorité opérationnelle et économique majeure.

Dans cette optique, notre étude se focalisera sur le cas de la Direction de Distribution de Tizi-Ouzou. La problématique centrale de notre travail peut alors être formulée de la manière suivante : Comment évaluer et minimiser les pertes d'électricité à SONELGAZ en identifiant et en hiérarchisant les risques liés aux investissements, et en appliquant un modèle multicritère fondé sur la méthode du Goal Programming? .

Notre travail est organisé comme suit :

- Introduction Générale ;
- Le premier chapitre présente la Société Algérienne de Distribution de l'Électricité et du Gaz ;
- Le deuxième chapitre est consacré aux concepts économiques tels que l'investissement et les risques ;
- Le troisième chapitre aborde les concepts mathématiques ;
- Le quatrième chapitre traite le cas pratique lié à notre problématique ;
- Le cinquième chapitre est dédié à la simulation ;
- Conclusion Générale

# Chapitre 1

## Présentation de la Société Algérienne de l'Électricité et du Gaz

### 1.1 Historique de la SONELGAZ

La SONELGAZ (Société Nationale de l'Électricité et du Gaz) est un groupe industriel public algérien, opérateur historique du secteur énergétique. Elle a pour mission de produire, transporter, distribuer et commercialiser l'électricité et le gaz, énergies essentielles au développement socio-économique du pays.

L'origine du secteur remonte à 1946 avec la création de la société Électricité et Gaz d'Algérie (EGA). Durant la période coloniale, l'électricité en Algérie était exploitée par des sociétés privées à capitaux coloniaux. Le réseau électrique, conçu selon un modèle économique au service de l'intérêt colonial, n'était pas destiné au développement généralisé du pays mais à certains secteurs spécifiques :

- L'agriculture coloniale ;
- Les industries alimentaires ;
- L'éclairage public et les usages domestiques limités ;
- Les industries extractives ;
- Les transports électrifiés.

Ce n'est qu'après l'indépendance que l'Algérie commence à structurer un système énergétique public. Voici les grandes étapes de l'évolution de SONELGAZ :

**1947 : Création d'EGA**

L'établissement public national "Électricité et Gaz d'Algérie (EGA) " est créé par décret le 5 juin 1947.

**1969 : Naissance de SONELGAZ**

L'ordonnance du 28 juillet 1969 dissout l'EGA et crée SONELGAZ, dotée du monopole total de l'électricité et du gaz.

**1983 : Première restructuration**

Création de filiales spécialisées : KAHRIF, KAHRAKIB, INERGA, ETTERKIB, KANAGHAZ, AMC.

**1995 : Statut EPIC**

Le décret exécutif numéro 95-280 du 17 septembre 1995 accorde à SONELGAZ le statut d'Établissement Public à caractère Industriel et Commercial.

**1999** : *Loi sur la maîtrise de l'énergie*

Objectifs : efficacité énergétique, modernisation, sécurité d'approvisionnement, développement durable.

**2002** : *Transformation en SPA*

La loi numéro 02-01 fait de SONELGAZ une Société par Actions (SPA), crée la CREG. **2004** : *Création de filiales de transport et production* : SPE, GRTE, GRTG.

**2006** : *Création des sociétés de distribution* : SDA, SDC, SDE, SDO.

**2007-2009** : *Transformation en Holding*

Création de filiales, ouverture de l'IFEG, intégration de Rouïba Éclairage.

**2011** : *Confirmation du statut de holding*

SONELGAZ devient la maison mère d'un groupe structuré.

**2012** : *Énergies renouvelables*

Création de SKTM, installation de 343 MW solaires, 10 MW éoliens.

**2017** : *Fusion des sociétés de distribution*

Fusion de SDE, SDA, SDO en une entité unique : SDC.

**2020-2021** : *Plan stratégique SONELGAZ 2035*

Objectifs : qualité, transition énergétique, recentrage public. Organisation :

- **Niveau Groupe** : CEEG, HYENCO, KAHRIF, AMC, GEAT, etc.
- **Niveau Holding** : Directions exécutives.

## 1.2 SONELGAZ Aujourd'hui

SONELGAZ est aujourd'hui un groupe industriel composé de **13 filiales principales**, comme l'illustre la figure ci-dessous.

Le schéma ci-dessous illustre les filiales de SONELGAZ :

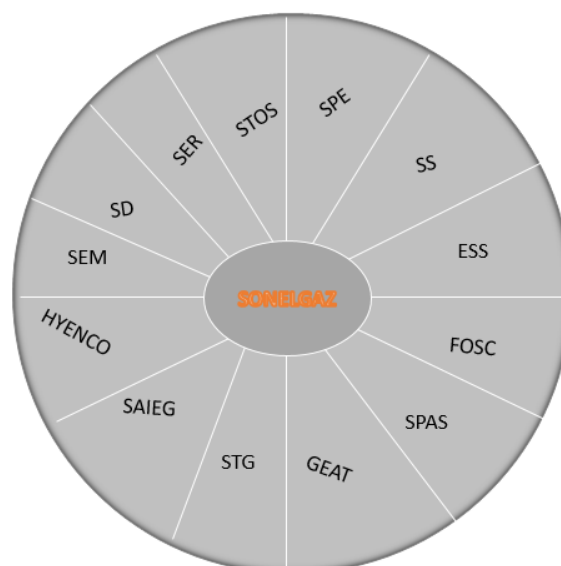


FIGURE 1.1 – Répartition des filiales de groupe SONELGAZ

- **STOS** : Sonelgaz Transport Électricité et Opérateur Système

- **SER** : Sonelgaz Énergies Renouvelables
- **SPE** : Sonelgaz Production Électrique
- **STG** : Sonelgaz Transport de Gaz
- **ESS** : Entreprise de Services Spécialisés
- **SPAS** : Sonelgaz Prestations et Assistance Services
- **FOSC** : Fonderie et Outillages de Sonelgaz Centrale
- **GEAT** : General Electric Algeria Turbines
- **SAIEG** : Société Algérienne des Industries Électriques et Gazières
- **HYENCO** : Hydraulique et Énergies Nouvelles Company
- **SEM** : Sonelgaz Équipements et Matériels
- **SD** : Sonelgaz Distribution
- **SS** : Sonelgaz Services

### 1.3 Organisation de SONELGAZ Distribution

SONELGAZ Distribution est structurée en deux pôles principaux : le **Pôle Est** et le **Pôle Ouest**. Chaque pôle regroupe plusieurs régions de distribution. Dans notre étude, nous nous intéressons particulièrement au **Pôle Ouest**, et plus précisément à la **Région de Distribution de Blida (RDBL)**, qui comprend la **Direction de Distribution de Tizi-Ouzou**, comme le La figure ci-dessous l'illustre :

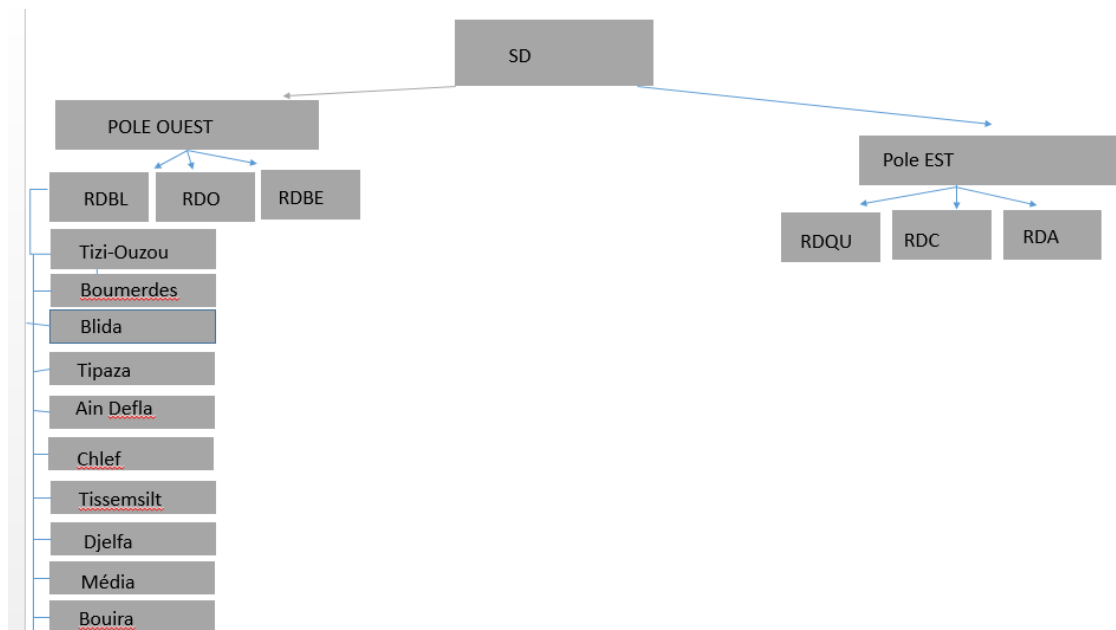


FIGURE 1.2 – Poles Sonelgaz Distrubition

### 1.4 Direction de Distribution de Tizi Ouzou

Dans le cadre de l'organisation interne de Sonelgaz, chaque direction régionale dispose d'une structure hiérarchique bien définie afin d'assurer une gestion efficace de ses missions. La DD-TO est structurée autour de plusieurs départements spécialisés, chacun jouant un rôle précis dans le fonctionnement quotidien de Sonelgaz.

### 1.4.1 Situation géographique

La direction de la distribution de Tizi-Ouzou est implantée au chef-lieu de la wilaya, plus précisément au 1<sup>er</sup> boulevard "STITI ALI".

- **Couverture** : l'ensemble de la wilaya de Tizi-Ouzou
- **Nombre de communes** : 67
- **Nombre d'agences commerciales** : 17
- **Nombre d'abonnés en électricité** : 346 219
- **Nombre d'abonnés en gaz** : 120 214
- **Longueur du réseau électrique** : 7 488,52 km
- **Longueur du réseau gaz** : 4 115,78 km

Les 17 agences commerciales de la direction sont réparties dans les localités suivantes : Tizi-Ouzou, Beni Douala, Draa El Mizan, Boghni, Draa Ben Khedda, Ouadhias, Larbaa Nath Irathen, Ain El Hammam, Ouaguenoun, Tigzirt, Azazga, Bouzeguene, Krim Belkacem, Azeffoun, Ifarhounen, Maatkas et Mekla.

## 1.5 Mission de la distribution

La mission principale de la distribution consiste à acheter et vendre de l'énergie électrique et gazière. Cette activité commerciale se concrétise mensuellement par :

- Des achats auprès des transporteurs d'électricité et de gaz via le réseau de transport ;
- Des ventes aux clients finaux, répartis en deux catégories :
  - Les clients desservis en haute tension (HTA), facturés mensuellement ;
  - Les clients desservis en basse tension (BT), facturés trimestriellement.

## 1.6 Problématique des pertes d'énergie

L'énergie achetée chaque mois n'est pas intégralement revendue. Les écarts constatés représentent des pertes d'énergie, qui constituent un enjeu stratégique majeur pour les gestionnaires de réseaux.

La présente étude vise à analyser les causes de ces pertes et à proposer des solutions concrètes. Les objectifs spécifiques poursuivis sont les suivants :

- Identifier les origines des pertes d'énergie ;
- Mettre en oeuvre des mesures correctives afin de :
  - Améliorer le rendement global du réseau de distribution ;
  - Optimiser les décisions d'investissement, en tenant compte du fait que les pertes non comptabilisées peuvent compromettre :
    - La rentabilité financière de la concession de distribution ;
    - La qualité du service fourni aux abonnés.
- Évaluer l'impact de la réduction des pertes techniques en HTA sur le coût de revient du kilowattheure (kWh).

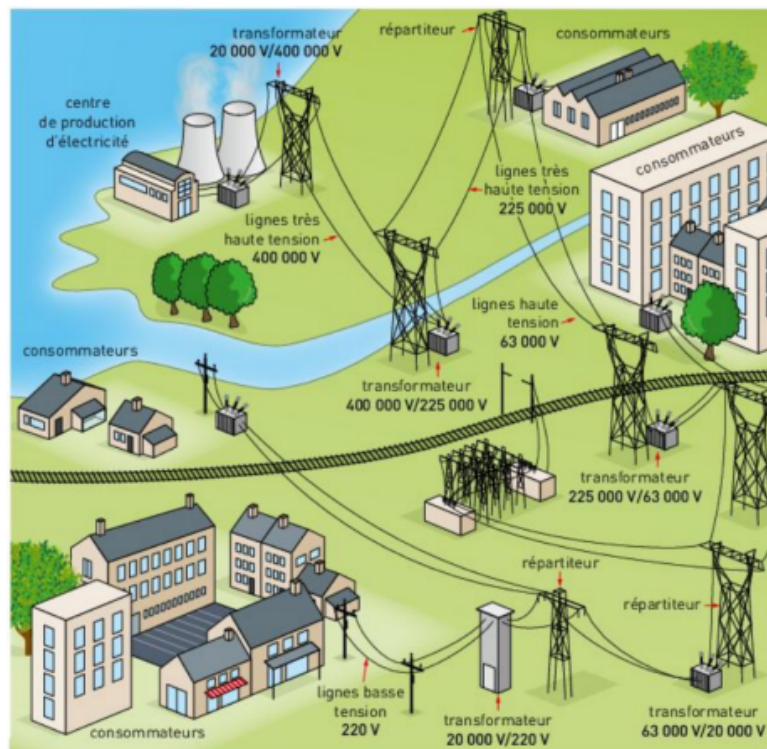


FIGURE 1.3 – Fonctionnement du réseau électrique

## 1.7 Fonctionnement du réseau électrique de Sonelgaz

Le réseau électrique de Sonelgaz est organisé selon une architecture hiérarchique, allant de la production jusqu'à la distribution finale. L'électricité est d'abord produite dans des centrales (thermiques, hydrauliques ou à cycle combiné), puis transportée à haute tension (400 kV et 220 kV) via un réseau interconnecté national, géré par la filiale Sonelgaz Transport Électricité et Opérateur Système (STOS).

Cette énergie est ensuite acheminée jusqu'aux postes sources régionaux, où elle est transformée à une tension intermédiaire (HTA, généralement 30 kV) pour permettre la distribution primaire. À ce niveau, les Directions de Distribution prennent le relais en exploitant deux niveaux de tension :

- Le réseau HTA (Haute Tension A) pour l'alimentation des postes de distribution publique et des clients HTA ;
- le réseau BT (Basse Tension – 400/230 V) pour la distribution vers les clients finaux (ménages, services, industries).

Le système est supervisé en temps réel par des centres de conduite régionaux et nationaux. Ceux-ci assurent l'équilibre entre production et consommation, garantissent la qualité de l'électricité livrée, et coordonnent les interventions en cas d'incidents, de surcharges ou de défaillances du réseau.

## 1.8 Division commerciale

### 1.8.1 Présentation

La division commerciale constitue l'un des piliers fondamentaux de la direction de distribution. Elle assure l'interface entre l'entreprise et sa clientèle, en veillant à la qualité du service rendu, à la gestion efficace des contrats, ainsi qu'à la satisfaction et à la fidélisation des abonnés, tant pour l'électricité que pour le gaz.

### 1.8.2 Missions

Les principales missions de la division commerciale s'articulent autour de la connaissance approfondie de la clientèle, segmentée comme suit :

- **Clientèle Haute Tension / Moyenne Tension (HT/HP et MT/MP) :**
  - Identification physique et économique : dénomination de l'unité, adresse exacte, numéros de téléphone, fax, etc. ;
  - Compréhension du processus de fabrication : afin de déterminer l'incidence du comportement du réseau électrique ou gazier sur la production ;
  - Connaissance du produit ou de l'activité exercée : en termes de qualité, de valeur et de plan de charge (mensuel ou annuel).
- **Clientèle Basse Tension (BT/BP) :**
  - Constitution d'une base de données détaillée : incluant les représentants des comités de quartiers, associations professionnelles, APC, APW, associations de consommateurs, etc. ;
  - Identification des interlocuteurs : noms, prénoms, adresses, quartiers, activités, communes de rattachement, en vue de développer des relations de proximité et de dialogue permanent.

Le schéma ci-dessous illustre l'organisation interne de la division commerciale, à travers ses différents services spécialisés :

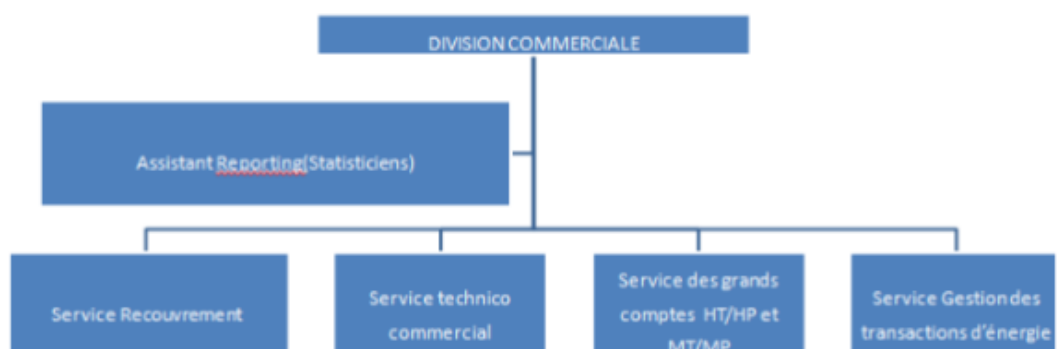


FIGURE 1.4 – Microstructure de la DIVISION COMMERCIALE

# Chapitre 2

## Concepts et bases économiques

### 2.1 Investissements

#### 2.1.1 Définition de l'investissement

L'investissement est crucial pour l'économie, puisqu'il offre les moyens de financer la production de nouveaux biens et services, ainsi que l'amélioration des infrastructures et des technologies en place. Voici quelques définitions essentielles :

- **Définition générale** : L'investissement se définit comme l'acquisition de nouveaux moyens de production ou l'amélioration des moyens existants, dans le but d'augmenter la productivité ou de générer un profit.
- **Définition économique** : Il s'agit d'une dépense immédiate réalisée en vue d'obtenir un revenu futur ou d'accroître la richesse de l'investisseur. Cette dépense vise à avoir un effet bénéfique à moyen ou long terme.

#### 2.1.2 Classification des investissements

On peut classer les investissements selon plusieurs critères :

- **Selon leur nature** :
  - **Investissements matériels (immobilisations corporelles)** : acquisition de terrains, bâtiments, machines, etc.
  - **Investissements immatériels (incorporels)** : acquisition de brevets, licences, logiciels, etc.
  - **Investissements intellectuels** : dépenses liées à la recherche et développement, la formation professionnelle.
  - **Investissements financiers** : placement dans des actions, obligations ou parts sociales.
- **Selon leur objectif** :
  - **Investissement de renouvellement** : remplacement d'équipements devenus obsolètes ou inefficaces.
  - **Investissement d'expansion** : augmentation de la capacité de production pour répondre à une demande croissante.
  - **Investissement d'innovation** : adoption ou développement de nouvelles technologies ou procédés de production.

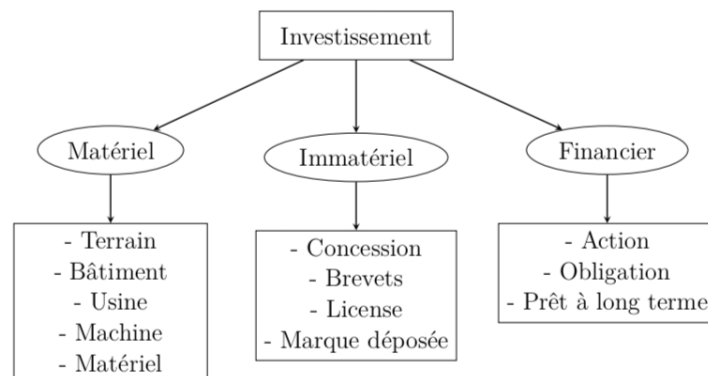


FIGURE 2.1 – Classification d'investissement

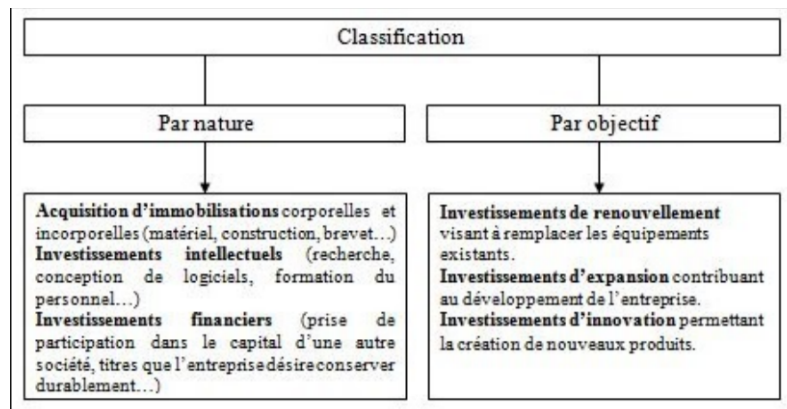


FIGURE 2.2 – Classification d'investissement

### 2.1.3 L'objectif de l'investissement

Une entreprise peut décider de réaliser un investissement pour atteindre divers objectifs, tels que :

- Améliorer sa capacité de production.
- Augmenter sa visibilité et renforcer son image.
- Optimiser les processus internes.
- Réduire ses coûts de production et de maintenance.
- **Maximisation du rendement** : l'un des objectifs principaux de l'investissement est d'obtenir un rendement optimal sur le capital investi. Les investisseurs cherchent à maximiser leur retour en fonction du risque accepté.
- **Minimisation du risque** : les investisseurs cherchent à réduire leur exposition aux pertes financières en diversifiant leurs placements et en appliquant des méthodes d'évaluation adaptées
- **Diversification du portefeuille** : cette stratégie permet de répartir les investissements sur plusieurs classes d'actifs afin de limiter les pertes potentielles et d'optimiser la rentabilité globale

## 2.2 Prise de décision

### 2.2.1 Définition de la prise de décision

L'acte de décision d'investir est sans doute l'un des choix les plus délicats pour tout opérateur économique. Il s'agit d'une décision généralement irréversible, car elle engage l'entreprise sur une longue période. De plus, elle représente un défi financier important, dans la mesure où elle implique un financement conséquent et une immobilisation durable de capitaux.

### 2.2.2 Les caractéristiques de la décision d'investissement

La décision d'investissement se distingue par plusieurs caractéristiques clés :

- **Une portée stratégique** : l'investissement influe directement sur la trajectoire de l'entreprise. Il exige des engagements financiers significatifs pouvant conditionner son développement à long terme.
- **Un choix risqué mais indispensable** : l'investissement présente un risque car il engage des fonds sans garantie de retour. Les incertitudes peuvent résulter de l'évolution du marché, des innovations technologiques ou de changements réglementaires. Cependant, il est fondamental car il permet à l'entreprise de se développer, d'innover et de rester compétitive. Une entreprise qui n'investit pas risque la stagnation, la perte de productivité et d'être dépassée par ses concurrents.
- **Une contrainte financière majeure** : investir suppose l'engagement de capitaux stables nécessaires au financement du projet.

### 2.2.3 Facteurs influençant la prise de décision d'investissement

La prise de décision d'investissement est influencée par plusieurs facteurs clés :

- **L'évolution de la demande** : l'investissement d'une entreprise évolue selon les perspectives de demande. Une demande croissante incite les entreprises à investir pour répondre aux besoins des clients tout en optimisant leurs profits. À l'inverse, une demande stagnante ou en baisse peut freiner les investissements, du fait d'une rentabilité plus faible.
- **L'environnement interne de l'entreprise** : il regroupe les facteurs liés à la croissance de l'entreprise, à sa structure organisationnelle, à ses modes de communication internes et aux méthodes de gestion appliquées.
- **L'environnement externe de l'entreprise** : qu'il soit national ou international, cet environnement inclut l'ensemble des conditions économiques, sociales et politiques. Leur stabilité ou instabilité influence fortement les décisions d'investissement.
- **Le facteur temps** : retarder une décision peut avoir un impact sur la résolution d'un problème urgent ou sur une opportunité qui pourrait ne plus se représenter.

### 2.2.4 L'importance et la complexité de la décision d'investir

Une entreprise investit non seulement pour renouveler son matériel et maintenir ses gains de productivité, mais également pour développer son activité à travers l'augmentation de sa capacité de production ou l'introduction de nouveaux produits.

Une fois un effort d'investissement réalisé, il devient un levier essentiel, tant pour la pérennité de l'investissement que pour l'avenir de l'entreprise. Sur le long terme, l'investissement est considéré comme le principal moteur de croissance et la source de création de richesse.

La décision d'investir est donc stratégique, car elle engage l'avenir de l'entreprise à long terme. Une erreur dans ce domaine peut avoir de lourdes conséquences, tant sur le plan financier que sur celui de la compétitivité. Elle représente une décision risquée, notamment en raison de la complexité de l'environnement économique, et mobilise d'importantes ressources en temps, compétences, ressources humaines et financières.

Les entreprises doivent faire preuve d'une vigilance extrême lors de leurs choix d'investissement. Une orientation mal évaluée peut compromettre la survie même de l'organisation.

Les décisions d'investissement peuvent être classées en deux grandes catégories :

- Les décisions d'investissement à avenir certain ;
- Les décisions d'investissement à avenir incertain.

### 2.2.5 Les risques liés à la prise de décision

Plusieurs risques peuvent affecter la qualité des décisions d'investissement :

- **Risque d'erreur** : se tromper est l'un des risques majeurs, pouvant résulter de :
  - *Manque d'information* : une décision prise sans données complètes risque fort d'être erronée.
  - *Mauvaise interprétation des données* : disposer de données ne garantit pas une bonne décision si l'analyse est biaisée.
  - *Précipitation* : une décision prise trop rapidement sans réflexion approfondie peut s'avérer inadaptée.
- **Risque d'incertitude** : même bien préparée, une décision peut être affectée par l'imprévisibilité de l'environnement :
  - *Facteurs externes* : évolutions économiques, technologiques ou politiques peuvent affecter les résultats.
  - *Facteurs internes* : la mauvaise mise en œuvre, un calendrier inadapté ou un manque de ressources peuvent compromettre la décision.
- **Risque de biais cognitifs** : des erreurs systématiques de raisonnement peuvent influencer négativement la décision :
  - *Biais de confirmation* : tendance à privilégier les informations confirmant ses croyances.
  - *Biais d'ancrage* : influence excessive d'une première information reçue.
  - *Biais d'excès de confiance* : surestimation de ses propres compétences.
- **Risque de coût élevé** : une mauvaise décision peut entraîner :
  - *Des coûts financiers* : pertes d'investissement, dettes accrues, paiements inutiles.

- *Des coûts humains* : démotivation, stress, licenciements.
- *Des coûts temporels* : temps perdu à corriger ou redéfinir une stratégie.
- **Risque de refus** : une décision, même rationnelle, peut rencontrer une opposition :
  - *Résistance au changement* : les collaborateurs peuvent être réticents à modifier leurs habitudes.
  - *Manque d'explication* : si la décision est mal communiquée, elle peut provoquer mécontentement et blocages.
- **Conflits internes** : si la décision favorise un pôle organisationnel plutôt qu'un autre, cela peut générer des tensions.
- **Risque d'inaction** : la peur de décider peut mener à l'inaction, parfois plus dommageable qu'une action accompagnée d'un certain niveau de risque.
  - *Excès d'analyse* : trop d'études ou d'hésitations peuvent retarder inutilement la décision.
  - *Peur de l'échec* : le manque de confiance ou la crainte d'une erreur peut bloquer la prise de décision.
  - *Recherche d'approbation* : attendre systématiquement l'accord des autres empêche d'avancer efficacement.
- **Risque d'enfermement dans les données** : à l'ère du numérique, il devient tentant de s'appuyer uniquement sur les données chiffrées, ce qui peut être problématique :
  - *Négligence de l'intuition* : certaines décisions requièrent du bon sens et de l'expérience, que les chiffres ne remplacent pas.
  - *Ambiguïté des données* : les interprétations peuvent varier selon les analystes ou les modèles.
  - *Surcharge d'information* : trop de données peuvent rendre la décision plus complexe.
- **Risque éthique** : certaines décisions soulèvent des dilemmes moraux ou peuvent avoir des répercussions sociétales importantes :
  - *Impact social* : décisions entraînant des licenciements ou des inégalités.
  - *Conséquences environnementales* : choix industriels pouvant nuire à l'environnement.
  - *Réputation et responsabilité* : une décision immorale peut entacher l'image d'une entreprise ou d'un individu.

## 2.3 Risques

### 2.3.1 Définition d'un risque

Le risque est défini comme la probabilité qu'un événement survienne avec des conséquences défavorables pour une entité. Il s'agit généralement du produit entre la probabilité d'occurrence de cet événement et la gravité de son impact.

Selon l'Institut Français de l'Audit et du Contrôle Interne, le risque est :

*" La menace qu'un événement, une action ou une inaction impacte la capacité de l'entreprise à atteindre ses objectifs stratégiques et soit à l'origine ou non de la destruction de valeur. "*

Le risque repose donc sur deux paramètres fondamentaux :

- **La gravité** (ou l'impact), contre laquelle on peut agir à travers des politiques de protection.
- **La probabilité** d'occurrence, que l'on tente de réduire par des politiques de prévention.

Ainsi, on peut résumer le risque sous la forme suivante :

$$\text{RISQUE} = \text{PROBABILITÉ} * \text{GRAVITÉ}$$

Le risque est un concept fondamental qui recouvre une multitude de menaces susceptibles d'affecter les objectifs, les opérations et la pérennité d'une organisation.

### 2.3.2 Classification des risques

Il existe plusieurs catégories de risques selon le domaine d'application. Voici les principaux types de risques fréquemment identifiés :

- **Risque de marché** : lié à la baisse de la valeur d'un actif en raison de l'évolution des marchés financiers (actions, taux, devises).
- **Risque de change** : perte potentielle due à une variation défavorable du taux de change d'une devise étrangère.
- **Risque de taux** : variation défavorable des taux d'intérêt pouvant impacter la valeur des obligations ou des instruments financiers à taux fixe.
- **Risque d'inflation** : détérioration du rendement réel d'un actif en cas d'augmentation de l'inflation.
- **Risque de crédit** : possibilité que l'émetteur d'un titre ne soit pas en mesure de rembourser sa dette ou de verser les intérêts dus.
- **Risque de dépôt** : exposition à une perte si l'établissement dépositaire devient insolvable.
- **Risque pays** : modification défavorable des conditions juridiques, politiques ou fiscales dans un pays donné, affectant les rendements.
- **Risque de liquidité** : incapacité à vendre un actif rapidement sans perte de valeur significative.

## Chapitre 3

# Concepts et bases mathématiques

### 3.1 Introduction aux multicritères

L'histoire de la décision multicritère commence au XIII<sup>e</sup> siècle avec Ramon Llull, qui introduit la méthode de comparaison par paires, suivie par des contributions de Cusanus, Condorcet, Borda et Pareto. Au XX<sup>e</sup> siècle, des avancées majeures sont faites avec la théorie de l'utilité (von Neumann & Morgenstern), la rationalité limitée (Simon) et la programmation par objectifs (Charnes & Cooper). Bernard Roy fonde ensuite l'école européenne du surclassement. Dès les années 1980, le développement de l'informatique favorise les méthodes interactives, et les années 1990 voient l'intégration de l'intelligence artificielle. Deux grandes écoles émergent alors : l'école européenne, centrée sur l'aide à la décision (méthodes discrètes, surclassement), et l'école américaine, centrée sur l'utilité (recherche de solution optimale). L'optimisation multicritère se distingue des approches mono-objectif en prenant en compte plusieurs objectifs à la fois. Deux grandes théories soutiennent ce domaine : l'utilité multi-attribut, qui formalise numériquement les préférences, et l'aide à la décision, qui prend en compte la complexité et l'incertitude. Trois approches d'optimisation sont possibles : a priori, où les préférences sont définies au départ ; interactive, où les préférences sont ajustées en cours de décision ; et a posteriori, où les solutions sont proposées après optimisation.

### 3.2 Problème multiobjectif

Un **problème multiobjectif** consiste à déterminer une solution, ou vecteur de décision  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , qui satisfait un ensemble de contraintes et optimise simultanément plusieurs fonctions objectifs, souvent conflictuelles.

Dans le cas d'une minimisation, ce problème s'écrit généralement :

$$\text{(PMO)} \begin{cases} \text{“min” } Z(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_p(x)) \\ \text{sous la contrainte } x \in S \end{cases}$$

ou, de manière équivalente :

$$(PMO) \begin{cases} \min f_1(x) \\ \min f_2(x) \\ \vdots \\ \min f_p(x) \\ \text{sous la contrainte } x \in S \end{cases}$$

- $S \subset \mathbb{R}^n$  est l'ensemble des contraintes, appelé **espace des solutions réalisables** ou **espace de décision**.
- Les fonctions  $f_k : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ , pour  $k = 1, \dots, p$  (avec  $p \geq 2$ ), sont appelées **fonctions objectifs** ou **critères**.
- L'utilisation du terme "min" (entre guillemets) indique que le problème est mal posé dans le sens classique, car il n'existe généralement pas de solution unique qui minimise simultanément toutes les fonctions objectifs — en raison de leur caractère *conflictuel*.
- L'ensemble

$$Z(S) = \{f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_p(x)) \in \mathbb{R}^p \mid x \in S\}$$

est appelé **image de l'ensemble réalisable**, ou encore **espace des critères** ou **espace objectif**.



FIGURE 3.1 – Ensemble des solutions réalisables et espace des critères

- Pour transformer un problème de maximisation en minimisation, il suffit de remplacer chaque fonction objectif  $f_k$  par  $-f_k$ , pour tout  $k = 1, \dots, p$ .

**Remarque 1.1** Si toutes les fonctions objectifs ainsi que les contraintes sont linéaires, alors le problème devient un **problème de programmation linéaire multicritère** (PMOL). Il s'écrit comme suit :

$$(PMOL) \begin{cases} \min f_1(x) = C_1^T x \\ \min f_2(x) = C_2^T x \\ \vdots \\ \min f_p(x) = C_p^T x \\ \text{sous les contraintes :} \\ Ax \leq b \quad (\text{ou } Ax \geq b, \text{ ou } Ax = b) \\ x \geq 0 \end{cases}$$

où :

- $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  est une matrice des contraintes,
- $C_k \in \mathbb{R}^n$  sont les vecteurs de coefficients pour chaque fonction objectif,
- $b \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur second membre.

Dans ce cas, l'ensemble réalisable

$$S = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax \leq b, x \geq 0\}$$

est un **polyèdre convexe** dans  $\mathbb{R}^n$ . Le caractère linéaire des fonctions objectifs garantit que l'image  $Z(S) \subset \mathbb{R}^p$  est également un polyèdre convexe.

Notons que même si  $S$  est situé dans l'ensemble positif de  $\mathbb{R}^n$ , ce n'est pas nécessairement le cas pour  $Z(S)$ .

### Exemple 1

Considérons le problème linéaire suivant :

$$(P) \begin{cases} \min f_1(x) = -x_1 + x_2 \\ \max f_2(x) = 2x_1 - x_2 \\ \text{s.c.} \\ x_1 + x_2 \leq 5 \\ x_2 \leq 3 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Les valeurs des fonctions objectifs aux sommets du polygone  $S$  sont données par :

$$\begin{aligned} f_1(0,0) &= 0, & f_2(0,0) &= 0 \\ f_1(0,3) &= -3, & f_2(0,3) &= 3 \\ f_1(2,3) &= -1, & f_2(2,3) &= -1 \\ f_1(5,0) &= 5, & f_2(5,0) &= -10 \end{aligned}$$

La figure suivante donne l'ensemble de décisions (solutions réalisables) et espace des critères de l'exemple précédent.

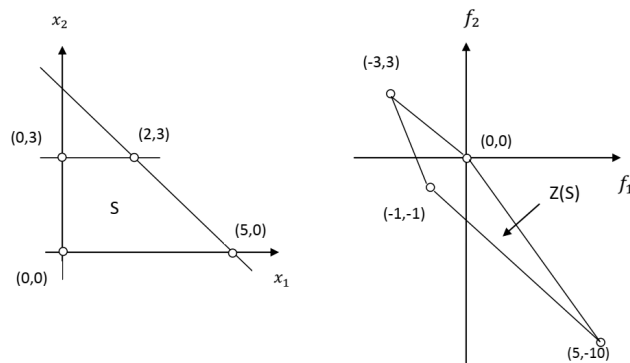


FIGURE 3.2 – Ensemble de décisions (solutions réalisables) et espace des critères.

- Si au moins l'une des fonctions objectifs ou l'une des fonctions de contraintes est non linéaire (ou floue, ou stochastique), alors le problème (PMO) est dit non linéaire (ou flou, ou stochastique).

### 3.3 Points particuliers

#### 3.3.1 Point idéal

Le **point idéal** est le vecteur  $Z^I = (Z_1^I, Z_2^I, \dots, Z_p^I) \in \mathbb{R}^p$ , dont chaque composante  $Z_k^I$  correspond à la meilleure valeur (optimale) atteignable pour l'objectif  $f_k$  considéré isolément :

$$Z_k^I = \min_{x \in S} f_k(x), \quad k = 1, \dots, p$$

Ce point est généralement non réalisable, car il suppose que tous les objectifs peuvent être atteints simultanément à leur optimum, ce qui est rare dans les problèmes conflictuels.

#### 3.3.2 Point anti-idéal (ou nadir)

Le **point nadir**, ou **point anti-idéal**, est le vecteur  $Z^A = (Z_1^A, Z_2^A, \dots, Z_p^A) \in \mathbb{R}^p$ , dont chaque composante  $Z_k^A$  est la pire valeur parmi les solutions efficaces pour l'objectif  $f_k$  :

$$Z_k^A = \max_{x \in S} f_k(x), \quad k = 1, \dots, p$$

#### 3.3.3 Point utopique

Le **point utopique** est un vecteur artificiel, défini comme :

$$Z^U = Z^I + \varepsilon \cdot v$$

où  $\varepsilon > 0$  est un petit réel, et  $v = (1, 1, \dots, 1) \in \mathbb{R}^p$  est un vecteur unitaire. Ce point est situé juste "en dessous" du point idéal et n'est jamais réalisable.

### 3.4 Matrice des gains

Soit  $x^{(l)}$  une solution optimale pour le critère  $f_l$ . La **matrice des gains** est la matrice  $(p \times p)$  définie par :

$$Z_{kl} = f_k(x^{(l)}), \quad \text{où } k, l = 1, \dots, p$$

Elle s'écrit sous la forme :

$$G = \begin{pmatrix} Z_1^I & f_{12} & \cdots & f_{1p} \\ f_{21} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & Z_k^I & \vdots \\ f_{p1} & \cdots & \cdots & Z_p^I \end{pmatrix}$$

Les éléments diagonaux  $Z_{kk}$  correspondent aux composantes du point idéal  $Z^I$ . Le point nadir peut être obtenu en prenant, pour chaque ligne  $k$ , la plus mauvaise (maximale) des valeurs :

$$Z_k^A = \max_{l=1, \dots, p} Z_{kl}$$

## Exemple 2

Considérons le problème bi-objectif suivant :

$$(P) \quad \begin{cases} \min f_1(x) = x_1 - 4x_2 \\ \min f_2(x) = -x_1 + x_2 \\ \text{s.c.} \\ 2x_1 - x_2 \leq 2 \\ -x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Pour déterminer le point idéal  $Z^I$ , nous résolvons indépendamment les deux sous-problèmes :

$$(P1) \quad \begin{cases} \min f_1(x) = -x_1 + 4x_2 \\ \text{s.c. identiques} \end{cases} \quad (P2) \quad \begin{cases} \min f_2(x) = x_1 - x_2 \\ \text{s.c. identiques} \end{cases}$$

D'après les solutions obtenues :

- La solution optimale de (P1) est  $X^{(1)} = (5, 8)$ , ce qui donne  $z_1^I = f_1(x^{(1)}) = 27$ .
- La solution optimale de (P2) est  $X^{(2)} = (1, 0)$ , ce qui donne  $Z_2^I = f_2(X^{(2)}) = 1$ .
- Le point idéal complet est donné par  $Z^I = (27, 1)$ , donc  $Z_1^I = 27$ .

Ainsi, le point idéal est :

$$Z^I = (27, 1)$$

La matrice des gains est :

$$G = \begin{pmatrix} 27 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

D'où le point anti-idéal est obtenu en prenant le maximum de chaque ligne :

$$Z^A = (-1, -3)$$

### 3.5 Dominance et efficacité

- Les objectifs d'un problème multiobjectif sont en général conflictuels. Ainsi, il n'existe pas de solution optimale au sens classique du terme, cad qui optimise simultanément toutes les fonctions objectifs. Par conséquent, la notion classique d'optimalité n'est plus applicable.

Dans ce contexte, il devient nécessaire d'introduire la notion de **solution efficace** ou **solution de Pareto**, qui constitue une généralisation de l'optimalité dans le cadre multiobjectif.

- Les objectifs d'un problème multicritère sont généralement conflictuels. Par conséquent, il n'existe pas de solution réalisable qui optimise simultanément tous les objectifs. La notion d'optimalité utilisée dans les problèmes mono-objectifs ne s'applique donc pas directement ici. Il est nécessaire d'introduire des notions spécifiques telles que la **dominance de Pareto** et l'**efficacité**.

### 3.5.1 Dominance

**Définition 3.1 : Dominance de Pareto :** Soient deux solutions réalisables  $x, y \in S$ . On dit que  $x$  **domine**  $y$ , noté  $x \prec y$ , si et seulement si :

$$\begin{cases} f_k(x) \leq f_k(y) & \forall k \in \{1, \dots, p\} \\ \exists j \in \{1, \dots, p\} \text{ tel que } f_j(x) < f_j(y) \end{cases}$$

**Propriétés de la relation de dominance :**

- Non réflexive :  $x \not\prec x$
- Non symétrique : si  $x \prec y$ , alors  $y \not\prec x$
- Transitive : si  $x \prec y$  et  $y \prec z$ , alors  $x \prec z$

La dominance de Pareto est donc une relation d'ordre partiel strict sur l'ensemble  $f(S)$ .

### 3.5.2 Optimalité de Pareto (ou efficacité forte)

Une solution  $x^* \in S$  est dite **Pareto optimale** ou **efficace** s'il n'existe aucune solution  $x \in S$  telle que :

$$f_k(x) \leq f_k(x^*) \quad \forall k \in \{1, \dots, p\}, \quad \text{et} \quad \exists j \in \{1, \dots, p\} \text{ tel que } f_j(x) < f_j(x^*)$$

L'image  $f(x^*)$  est alors un **point non dominé** dans l'espace des objectifs  $f(S)$ .

### 3.5.3 Efficacité faible (ou optimalité de Slater)

Une solution  $x^* \in S$  est dite **faiblement efficace** si aucune solution  $x \in S$  ne vérifie :

$$f_k(x) < f_k(x^*) \quad \forall k \in \{1, \dots, p\}$$

Dans ce cas,  $f(x^*)$  est appelé un **point faiblement non dominé**.

**Remarque :** Toute solution efficace est faiblement efficace, mais la réciproque est fausse.

### 3.5.4 Front de Pareto

Le **front de Pareto** est l'ensemble des points non dominés dans l'espace objectif :

$$\mathcal{F} = \{f(x) \in \mathbb{R}^p \mid x \in S \text{ et } x \text{ est efficace}\}$$

**Remarque :**

- On parle de **solutions efficaces** dans l'ensemble de décision  $S$
- On parle de **points non dominés** dans l'ensemble des objectifs  $f(S)$

### Exemple illustratif

Considérons le problème suivant :

$$(P) \quad \begin{cases} \min f_1(x) = 2x_1 - x_2 \\ \min f_2(x) = x_1 + 4x_2 \\ \text{s.c.} \quad x_1 + x_2 \leq 6 \\ \quad \quad x_1 \leq 4 \\ \quad \quad x_2 \leq 3 \\ \quad \quad x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Solutions de base réalisables :

$$\begin{aligned} (0, 0) &\rightarrow (f_1, f_2) = (0, 0) && \times \\ (4, 0) &\rightarrow (f_1, f_2) = (8, 4) \\ (4, 2) &\rightarrow (f_1, f_2) = (6, 12) \\ (1, 5) &\rightarrow (f_1, f_2) = (-3, 21) \\ (0, 3) &\rightarrow (f_1, f_2) = (-3, 12) && \times \end{aligned}$$

**Analyse de dominance :**

- $(0, 0)$  est dominé par toutes les autres solutions — éliminée
- $(0, 3)$  est dominée par  $(4, 2)$  — éliminée

**Solutions efficaces,**

$$(4, 0), \quad (4, 2), \quad (1, 5)$$

, correspondantes respectivement aux points **non dominés**

$$(8, 4), \quad (6, 12), \quad (-3, 21).$$

### 3.5.5 Caractérisation des solutions efficaces

L'ensemble des solutions efficaces étant souvent vaste, il est nécessaire de faire intervenir les préférences du décideur pour choisir une solution de compromis.

### 3.5.6 Paramètres de préférence

- **Poids**  $w_k$  : ils reflètent l'importance relative de chaque objectif.

$$w_k \geq 0, \quad \sum_{k=1}^p w_k = 1$$

- **Point de référence**  $\bar{z} = (\bar{z}_1, \dots, \bar{z}_p)$  : il représente les aspirations du décideur.
- **Point de réserve**  $z^r = (z_1^r, \dots, z_p^r)$  : il représente les niveaux à éviter.

### 3.5.7 Conditions de Pareto-optimalité

Considérons le problème :

$$(PMO) \quad \begin{cases} \min Z(x) = (f_1(x), \dots, f_p(x)) \\ x \in S = \{x \in \mathbb{R}^n \mid g_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m\} \end{cases}$$

Les fonctions  $f_k$  et  $g_i$  sont supposées continûment différentiables.

**Théorème 2.3 (condition nécessaire de Pareto-optimalité)** Si  $x^*$  est une solution efficace de (PMO), alors il existe des vecteurs  $\lambda \in \mathbb{R}^p$ ,  $\mu \in \mathbb{R}^m$  tels que :

$$\lambda_k > 0, \quad \mu_i \geq 0$$

et

$$\sum_{k=1}^p \lambda_k \nabla f_k(x^*) + \sum_{i=1}^m \mu_i \nabla g_i(x^*) = 0 \quad \text{avec} \quad \mu_i g_i(x^*) = 0 \quad \forall i$$

**Théorème 2.4 (condition suffisante)** Si le problème (PMO) est convexe et la condition ci-dessus est satisfaite, alors  $x^*$  est une solution Pareto optimale.

## 3.6 Méthodes d'optimisation multicritère

### 3.7 Classification des méthodes

Les méthodes d'optimisation multicritère sont réparties en trois grandes familles :

- **Méthodes « a priori »** : le décideur exprime ses préférences avant le début du processus de recherche. Une seule exécution de la méthode permet d'obtenir une solution. Toutefois, si cette solution ne le satisfait pas, le processus doit être relancé avec de nouveaux paramètres.
- **Méthodes interactives (ou progressives)** : le décideur intervient de manière itérative tout au long du processus. Il guide la recherche par ses préférences exprimées à chaque étape.
- **Méthodes « a posteriori »** : ces méthodes génèrent tout ou partie de l'ensemble des solutions efficaces. Le décideur sélectionne ensuite sa solution préférée parmi celles proposées. Ce type de méthode peut être coûteux en temps de calcul, et le nombre élevé de solutions peut compliquer la prise de décision.

#### 3.7.1 Méthodes a priori (décideur $\rightarrow$ recherche)

##### Théorie de l'utilité multi-attributs

Elle repose sur l'idée que le décideur cherche inconsciemment à maximiser une fonction d'utilité agrégée. Les modèles les plus utilisés sont :

- **Modèle additif** :

$$U(x) = \sum_{i=1}^n w_i u_i(x_i)$$

- **Modèle multiplicatif** :

$$U(x) = \prod_{i=1}^n [u_i(x_i)]^{w_i}$$

Les fonctions  $u_i(x_i)$  sont strictement croissantes et à valeurs réelles. Elles permettent de normaliser les critères sur une même échelle.

**Remarque 3.1** : Dans la pratique, il est souvent difficile pour un décideur d'exprimer explicitement sa fonction d'utilité, en raison d'un manque d'information ou d'expérience. De plus, ces modèles supposent la compatibilité des objectifs, ce qui n'est pas toujours le cas, notamment si certains sont qualitatifs et d'autres quantitatifs.

**Méthode lexicographique**

Cette méthode consiste à classer les objectifs par ordre d'importance décroissante, puis à les optimiser successivement.

Supposons que :

$$f_1(x) \succ f_2(x) \succ \cdots \succ f_p(x)$$

On procède comme suit :

— **Étape 1** : Résoudre

$$(P1) \quad \begin{cases} \min f_1(x) \\ \text{s.c. } x \in S \end{cases}$$

Soit  $x_1^*$  une solution optimale, et  $f_1^* = f_1(x_1^*)$ .

— **Étape 2** : Résoudre

$$(P2) \quad \begin{cases} \min f_2(x) \\ \text{s.c. } f_1(x) = f_1^* \\ x \in S \end{cases}$$

— **Étape  $k$**  : Résoudre

$$(Pk) \quad \begin{cases} \min f_k(x) \\ \text{s.c. } f_1(x) = f_1^*, \dots, f_{k-1}(x) = f_{k-1}^* \\ x \in S \end{cases}$$

La solution du dernier problème est efficace pour le problème multicritère initial.

**3.8 Goal Programming (Programmation par Objectifs)**

Dans cette méthode (également appelée *Target Vector Optimization*), le décideur spécifie des niveaux d'aspiration  $\bar{z}_k$  pour chaque objectif. La solution recherchée est celle qui minimise la distance par rapport à ces buts.

**Formulation :**

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{k=1}^p |f_k(x) - \bar{z}_k| \\ \text{s.c.} \quad & x \in S \end{aligned}$$

**Ou version pondérée :**

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{k=1}^p w_k |f_k(x) - \bar{z}_k| \\ \text{s.c.} \quad & x \in S \end{aligned}$$

**Méthodologie :**

1. Définir les écarts positifs et négatifs par rapport aux buts :

$$d_k^+ = \max(0, f_k(x) - \bar{z}_k), \quad d_k^- = \max(0, \bar{z}_k - f_k(x))$$

2. Résoudre le problème :

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{k=1}^p (d_k^+ + d_k^-) \\ \text{s.c.} \quad & f_k(x) - d_k^+ + d_k^- = \bar{z}_k, \quad k = 1, \dots, p \\ & d_k^+, d_k^- \geq 0 \\ & x \in S \end{aligned}$$

3. Ou version pondérée :

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{k=1}^p (w_k^+ d_k^+ + w_k^- d_k^-) \\ \text{s.c.} \quad & f_k(x) - d_k^+ + d_k^- = \bar{z}_k, \quad k = 1, \dots, p \\ & d_k^+, d_k^- \geq 0 \\ & x \in S \end{aligned}$$

**Remarque 3.2 :** La définition des poids et des buts à atteindre est une question délicate qui détermine l'efficacité de la méthode.

### 3.8.1 Méthodes a posteriori : (recherche $\rightarrow$ décideur)

#### Méthode de la somme pondérée

L'idée est d'associer à chaque objectif un poids  $w_k$  et de minimiser la somme des objectifs pondérés. Les poids  $w_k$  sont tels que  $w_k \geq 0$  pour tout  $k = 1, \dots, p$  et sont souvent normalisés, c'est-à-dire

$$\sum_{k=1}^p w_k = 1.$$

Le problème multiobjectif d'origine se ramène ainsi au problème mono-objectif

$$(P_w) \quad \begin{cases} \min \sum_{k=1}^p w_k f_k(x) \\ \text{s.c.} \quad x \in S. \end{cases}$$

**Remarque :** Lorsque le problème (PMO) est composé de deux objectifs linéaires, le choix des poids est très simple : on pose  $w_1 = w$  et  $w_2 = 1 - w$ . On obtient un problème mono-objectif que l'on peut résoudre avec la programmation linéaire paramétrique :

$$(P_w) \quad \begin{cases} \min w f_1(x) + (1 - w) f_2(x) \\ \text{s.c.} \quad x \in S. \end{cases}$$

**La méthode  $\varepsilon$ -contrainte** Cette méthode est basée sur la minimisation d'un objectif  $f_l$  en considérant que les autres objectifs  $f_k$ , avec  $k \neq l$ , doivent être inférieurs à une valeur  $\varepsilon_k$ . En général, l'objectif choisi est celui que le décideur souhaite optimiser en priorité.

$$(P_\varepsilon) \quad \begin{cases} \min f_l(x) \\ \text{s.c.} \quad f_k(x) \leq \varepsilon_k, \quad \forall k \neq l, \\ \quad \quad x \in S. \end{cases}$$

La variation des seuils  $\varepsilon_k$  permet de générer un ensemble de solutions Pareto optimales.

**Théorèmes :**

- La solution optimale du problème  $(P_\varepsilon)$  est faiblement Pareto optimale pour (PMO).
- Un point  $x^* \in S$  est Pareto optimal pour (PMO) si et seulement si  $x^*$  est solution optimale de  $(P_\varepsilon)$  pour chaque  $l = 1, \dots, p$ , où  $\varepsilon_k = f_k(x^*)$  pour tout  $k \neq l$ .
- Un point  $x^* \in S$  est Pareto optimal pour (PMO) si et seulement si  $x^*$  est solution optimale unique de  $(P_\varepsilon)$  pour un certain  $l$ , avec  $\varepsilon_k = f_k(x^*)$  pour tout  $k \neq l$ .

**Remarque :** Afin de vérifier si une solution obtenue par la méthode  $\varepsilon$ -contrainte est Pareto optimale, il suffit de résoudre  $p$  problèmes différents ou d'obtenir une solution unique. En général, l'unicité est difficile à prouver. Cependant, lorsque le problème est convexe et que  $f_l$  est strictement convexe, la solution est unique (exemple : cas linéaire).

**Méthode utilisant la norme  $L_p$  ( $1 \leq p < \infty$ ) et la norme de Tchebycheff  $L_\infty$**

- Le problème de minimisation des distances entre les objectifs  $f_k$  et le point idéal  $Z_k^I$  s'écrit pour la norme  $L_p$  comme suit :

$$(L_p) \quad \begin{cases} \min \left( \sum_{k=1}^p w_k |f_k(x) - Z_k^I|^p \right)^{\frac{1}{p}} \\ \text{s.c. } x \in S, \end{cases}$$

avec  $w_k \geq 0$ ,  $k = 1, \dots, p$ ,  $\sum_{k=1}^p w_k = 1$ , et  $1 \leq p < \infty$ . **Théorème** La solution optimale du problème  $(L_p)$  est Pareto optimale pour (PMO) si :

1. Elle est unique,
  2. Tous les poids sont positifs ( $w_k > 0, \forall k$ ).
- Le problème de Tchebycheff ou problème min-max minimise le maximum de l'écart entre le  $k$ -ième objectif et la composante correspondante du point idéal. Il s'écrit sous la forme :

$$\begin{cases} \min \max_{1 \leq k \leq p} \{w_k |f_k(x) - Z_k^I|\} \\ \text{s.c. } x \in S, \end{cases}$$

avec  $w_k \geq 0$ ,  $k = 1, \dots, p$  et  $\sum_{k=1}^p w_k = 1$ .

Ou bien sous forme linéarisée :

$$\begin{cases} \min \alpha \\ \text{s.c. } w_k |f_k(x) - Z_k^I| \leq \alpha, \quad k = 1, \dots, p, \\ \alpha \geq 0, \quad x \in S, \end{cases}$$

où  $\alpha$  est une variable réelle supplémentaire. **Théorèmes :**

- La solution optimale du problème de Tchebycheff est faiblement Pareto optimale pour (PMO) si tous les poids sont positifs ( $w_k > 0, \forall k$ ).
- Le problème de Tchebycheff admet au moins une solution Pareto optimale.

### 3.8.2 Méthodes interactives

Il existe plusieurs méthodes interactives. Afin d'alléger notre travail, nous en citons quelques-unes :

- La méthode de Geoffrion-Dyer-Feinberg,
- La méthode de Tchebycheff,
- La méthode STEM,
- La méthode du point de référence,
- La méthode de Nakayama.

Dans notre cas, on va utiliser la méthode du point de référence

### 3.9 Exemple 3 :

Une entreprise fabrique deux types de pièces, A et B, qui sont traitées dans deux ateliers : l'Atelier 1 et l'Atelier 2. Chaque pièce de type A nécessite 2 heures dans l'Atelier 1 et 6 heures dans l'Atelier 2. tandis que une pièce de type B nécessite 3 heures dans l'Atelier 1 et 5 heures dans l'Atelier 2. on dispose de 12 heures par semaine dans l'atelier 1 et de 30 heures dans l'atelier 2. une Pièce de A est vendue a 7 (um)et celle de B a 6 (um).(um unité monétaire) Le gérant souhaite atteindre les objectifs suivants, classés par ordre lexicographique :

1. **Obj 1** : Obtenir un bénéfice d'au moins 30 unités monétaires.
2. **Obj2** : Utiliser pleinement l'Atelier 1.
3. **Obj** : Éviter les heures supplémentaires dans l'Atelier 2.
4. **Obj 4** : Produire au moins 7 unités de la pièce B.

Variables de Décision :

- $x_1$  : Nombre d'unités de pièce A produites.
- $x_2$  : Nombre d'unités de pièce B produites.

Le goal programming associe est : Minimize

$$\sum_{i=1}^4 (d_i^+ + d_i^-)$$

$$7x_1 + 6x_2 + d_1^- - d_1^+ = 30$$

$$2x_1 + 3x_2 + d_2^- - d_2^+ = 12$$

$$6x_1 + 5x_2 + d_3^- - d_3^+ = 30$$

$$x_2 + d_4^- - d_4^+ = 7$$

avec

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, d_i^-, d_i^+ \geq 0 \quad \forall i = 1, 2, 3, 4$$

Notes :

- $d_i^+$  is the positive deviation (excess)
- $d_i^-$  the negative deviation (defant).

On dessine alors l'objectif 1 sans les variables d'écart, afin de minimiser  $d_1^+$  (car il faut avoir au moins un gain de 30(um)). On tire alors vers  $d_1^+$ , région non barrée sur la figure.

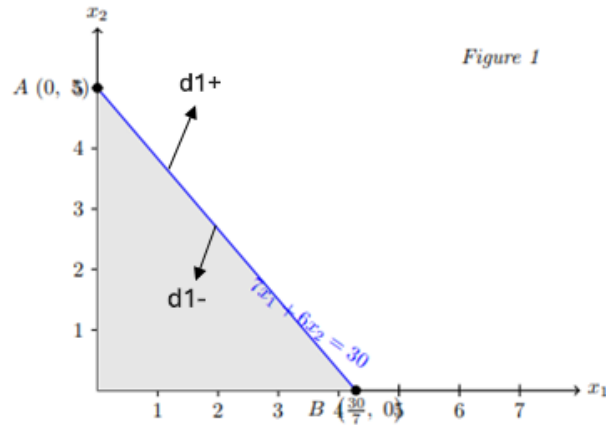


FIGURE 3.3 –

On ajoute alors le second objectif (obj 2) :

$$2x_1 + 3x_2 = 12$$

sans les écarts, et on tire vers  $d_2^+$ , région non barrée.

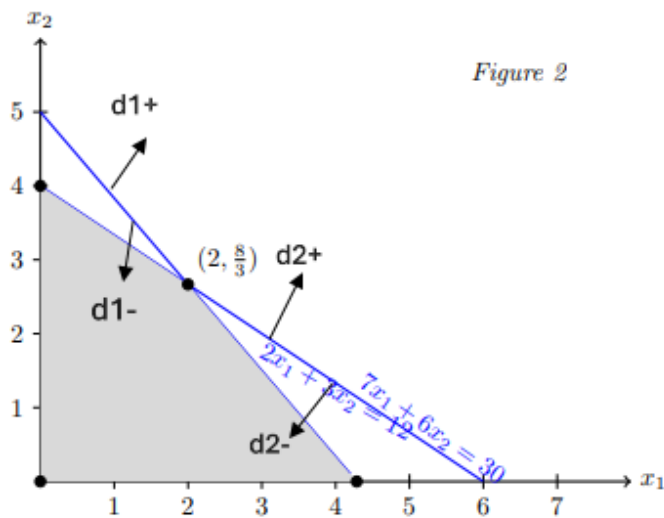


FIGURE 3.4 –

On ajoute alors le 3ème obj dans les écarts :

$$6x_1 + 5x_2 = 30$$

et comme on veut pas avoir d'heure supplémentaires donc il faut minimiser  $d_3^+$  Donc on tire vers  $d_3^-$ ,



Obj 4 = 6 donc

$$d_4^+ = \max\{f_4(0, 6) - 7, 0\} = 0$$

$$d_4^- = \max\{7 - f_4(0, 6)\}, 0\} = 1$$

Donc la solution optimale (Opt) du "goal programming" est

$$\sum_{i=1}^4 d_i^+ + d_i^- = 13$$

pour un profit de 36 unités monétaires (um) qui dépasse l'objectif 1 (obj 1) fixé par le décideur. De plus, 18 heures dépassent l'objectif 2 (obj 2) de 12 heures, et 30 heures satisfont exactement l'objectif 3 (obj 3).

## Chapitre 4

# Cas pratique de la problématique

### 4.1 Les objectifs du problème

Notre entreprise d'accueil est confrontée à un problème de pertes d'énergie électrique. En effet, l'entreprise acquiert une quantité  $Q$  auprès de sa direction générale située à Blida, qu'elle doit vendre à ses clients de la wilaya de Tizi-Ouzou. Or, après inventaire, d'importantes quantités sont perdues. Ces pertes sont essentiellement dues au piratage, aux coupures, etc. L'entreprise souhaite minimiser ces pertes par l'amélioration et la surveillance de son réseau de distribution. Une telle démarche nécessite des investissements importants ; le problème consiste donc à définir le meilleur compromis entre les impacts négatifs de ces pertes et les coûts d'investissement. Dans un premier temps, nous commencerons par la modélisation du problème : définition des objectifs et des contraintes, puis identification des variables de décision.

### Modélisation du problème.

### 4.2 Objectifs du problème

1. Maximiser le bénéfice net de la distribution d'énergie.
2. Minimiser les pertes techniques.
3. Minimiser les pertes non techniques.
4. Maximiser la qualité de service.
5. Minimiser les coûts d'investissement.

### 4.3 Variables de décision

- $x_1$  : énergie vendue aux particuliers.
- $x_2$  : énergie vendue aux entreprises.
- $x_3$  : énergie vendue aux usines.
- $y_t$  : investissement dans la réduction des pertes techniques.
- $y_{nt}$  : investissement contre les pertes non techniques.
- $z$  : heures de coupure mensuelles moyennes.
- $r$  : temps moyen de réparation.

## 4.4 Fonctions objectif

### 4.4.1 Maximiser le bénéfice net

$$f_1 = P_p x_1 + P_e x_2 + P_u x_3 - \text{Cachat}(x_1 + x_2 + x_3 + Lt + Lnt) - y_t - y_{nt}$$

### 4.4.2 Minimiser les pertes techniques

$$f_2 = Lt = \alpha(x_1 + x_2 + x_3) - \beta y_t$$

### 4.4.3 Minimiser les pertes non techniques

$$f_3 = Lnt = \gamma(x_1 + x_2 + x_3) - \delta y_{nt}$$

### 4.4.4 maximiser la qualité de service

$$f_4 = w_1 z + w_2 r$$

### 4.4.5 Minimiser les coûts d'investissement

$$f_5 = y_t + y_{nt}$$

## 4.5 Contraintes

- Équilibre énergétique :  $x_1 + x_2 + x_3 + Lt + Lnt \leq Q$
- Capacité de distribution :  $x_1 + x_2 + x_3 \leq C_{\max}$
- Bornes sur les investissements :  $0 \leq y_t \leq B_t, \quad 0 \leq y_{nt} \leq B_{nt}$
- Qualité de service minimale :  $z \leq z_{\max}, \quad r \leq r_{\max}$
- Non-négativité :  $x_1, x_2, x_3, y_t, y_{nt}, z, r \geq 0$

## 4.6 Le problème mathématiques :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \text{Maximiser } f_1 = P_p x_1 + P_e x_2 + P_u x_3 - \text{Cachat}(x_1 + x_2 + x_3 + L_t + L_{nt}) - y_t - y_{nt} \\
 \text{Minimiser } f_2 = L_t = \alpha(x_1 + x_2 + x_3) - \beta y_t \\
 \text{Minimiser } f_3 = L_{nt} = \gamma(x_1 + x_2 + x_3) - \delta y_{nt} \\
 \text{Minimiser } f_4 = w_1 z + w_2 r \\
 \text{Minimiser } f_5 = y_t + y_{nt} \\
 \text{sous les contraintes :} \\
 x_1 + x_2 + x_3 + L_t + L_{nt} \leq Q \\
 x_1 + x_2 + x_3 \leq C_{\max} \\
 0 \leq y_t \leq B_t, \quad 0 \leq y_{nt} \leq B_{nt} \\
 z \leq z_{\max}, \quad r \leq r_{\max} \\
 x_1, x_2, x_3, y_t, y_{nt}, z, r \geq 0
 \end{array} \right.$$

## 4.7 Méthode multi-objectif : Point de Référence

Soit

$$z^* = (z_1^*, z_2^*, \dots, z_k^*)$$

un vecteur de référence donné par le décideur.

On résout alors :

$$\min \max_i \{W_i (f_i(x) - z_i^*)\}$$

où  $W_i$  sont les poids des fonctions objectif.

## 4.8 Modèle mathématique-numérique complet

### 4.8.1 Les données utilisées

Les données numériques utilisées dans notre modèle sont les suivantes :

- Prix de vente de l'énergie :
  - $P_p = 5,34$  DA/kWh
  - $P_e = P_u = 4,68$  DA/kWh
- Coût d'achat :
  - $C_{\text{achat}} = 2,45$  DA/kWh
- Pertes actuelles :
  - $L_t = 231\,655$  kWh
  - $L_{nt} = 325\,734$  kWh
- Budgets :
  - $Y_t = 5\,000\,000$  DA
  - $Y_{nt} = 1\,000\,000$  DA
- Paramètres des pertes :
  - $\alpha = 0,2$
  - $\beta = 7,5$
  - $\gamma = 0,3$

- $\delta = 6,5$
- Qualité de service :
  - $w_1 = 2$  heures
  - $w_2 = 2$  heures
- Contraintes globales :
  - $Q = 10\,591\,204$  kWh
  - $C_{\max} = 12\,000\,000$  kWh
  - $B_t = 5\,000\,000$  DA
  - $B_{nt} = 1\,000\,000$  DA
  - $z_{\max} = 30$  heures
  - $r_{\max} = 4$  heures

#### 4.8.2 Modèle multi-objectifs avec données numériques

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Maximiser } f_1 = 5,34x_1 + 4,68x_2 + 4,68x_3 - 2,45(x_1 + x_2 + x_3 + L_t + L_{nt}) - y_t - y_{nt} \\ \text{Minimiser } f_2 = L_t = 0,2(x_1 + x_2 + x_3) - 7,5y_t \\ \text{Minimiser } f_3 = L_{nt} = 0,3(x_1 + x_2 + x_3) - 6,5y_{nt} \\ \text{Minimiser } f_4 = 2z + 2r \\ \text{Minimiser } f_5 = y_t + y_{nt} \end{array} \right.$$

Sous les contraintes :

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 + L_t + L_{nt} \leq 10\,591\,204 \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 12\,000\,000 \\ 0 \leq y_t \leq 5\,000\,000 \\ 0 \leq y_{nt} \leq 1\,000\,000 \\ z \leq 30 \\ r \leq 4 \\ x_1, x_2, x_3, y_t, y_{nt}, z, r \geq 0 \end{array} \right.$$

## 4.9 Application de la méthode de goal programming :

### 4.9.1 Point de référence

Le décideur a choisi le vecteur de référence suivant :

$$z^* = (52\,000\,000 ; 22\,955,6 ; 34\,433,4 ; 20 ; 7\,000\,000)$$

$$\min D = \sum_{i=1}^5 (d_i^- + d_i^+)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 5,34x_1 + 4,68x_2 + 4,68x_3 - 2,45(x_1 + x_2 + x_3 + 231\,655 + 325\,734) - y_t - y_{nt} \\ + d_1^- - d_1^+ = 52\,000\,000 \\ 0,2(x_1 + x_2 + x_3) - 7,5y_t + d_2^- - d_2^+ = 22\,955,6 \\ 0,3(x_1 + x_2 + x_3) - 6,5y_{nt} + d_3^- - d_3^+ = 34\,433,4 \\ 2z + 2r + d_4^- - d_4^+ = 20 \\ y_t + y_{nt} + d_5^- - d_5^+ = 7\,000\,000 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 \leq 12\,000\,000 \\ 0 \leq y_t \leq 5\,000\,000, \quad 0 \leq y_{nt} \leq 1\,000\,000 \\ z \leq 30, \quad r \leq 4 \\ x_1, x_2, x_3, y_t, y_{nt}, z, r \geq 0 \\ d_i^-, d_i^+ \geq 0 \quad (i = 1, \dots, 5) \end{array} \right.$$

#### 4.9.2 Choix des déviations et sens des objectifs

Nous imposons :

- $d_1^- = 0$  : pour l'objectif de **bénéfice** (à maximiser), on ne doit pas être *en dessous* du seuil souhaité par le décideur ; dépasser le seuil reste permis ( $d_1^+ \geq 0$ ).
- $d_2^+ = d_3^+ = d_4^+ = d_5^+ = 0$  : pour les objectifs à **minimiser** (pertes techniques, pertes non techniques, indicateur de qualité  $2z + 2r$ , investissement), on ne doit pas *dépasser* les seuils ; être en dessous reste permis ( $d_i^- \geq 0$ ).

#### 4.9.3 Programmation par objectifs (sens imposé)

$$\min D = d_1^+ + d_2^- + d_3^- + d_4^- + d_5^-$$

Sous les objectifs (avec point de référence) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underbrace{5,34x_1 + 4,68x_2 + 4,68x_3 - 2,45(x_1 + x_2 + x_3 + 231\,655 + 325\,734) - y_t - y_{nt}}_{\text{Bénéfice net}} \\ - d_1^+ = 52\,000\,000 \\ \underbrace{0,2(x_1 + x_2 + x_3) - 7,5y_t}_{\text{Pertes techniques}} + d_2^- = 22\,955,6 \\ \underbrace{0,3(x_1 + x_2 + x_3) - 6,5y_{nt}}_{\text{Pertes non techniques}} + d_3^- = 34\,433,4 \\ \underbrace{2z + 2r}_{\text{Qualité de service}} + d_4^- = 20 \\ \underbrace{y_t + y_{nt}}_{\text{Investissement}} + d_5^- = 7\,000\,000 \end{array} \right.$$

Sous les contraintes opérationnelles :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 12\,000\,000 \\ 0 \leq y_t \leq 5\,000\,000, \quad 0 \leq y_{nt} \leq 1\,000\,000 \\ z \leq 30, \quad r \leq 4 \\ x_1, x_2, x_3, y_t, y_{nt}, z, r \geq 0 \\ d_1^+, d_2^-, d_3^-, d_4^-, d_5^- \geq 0 \end{cases}$$

#### 4.9.4 Programmation par objectifs (écarts absolus pondérés)

$$(w_1, w_2, w_3, w_4, w_5) = (0,3, 0,15, 0,15, 0,1, 0,3),$$

$$(Z_1^*, Z_2^*, Z_3^*, Z_4^*, Z_5^*) =$$

(52 000 000 DA ; 22 955,6 KWH ; 34 433,4 KWH ; 20 H ; 7 000 000 DA).

$$f_1(x) = 5,34x_1 + 4,68x_2 + 4,68x_3 - 2,45(x_1 + x_2 + x_3 + 231\,655 + 325\,734) - y_t - y_{nt},$$

$$f_2(x) = 0,2(x_1 + x_2 + x_3) - 7,5y_t,$$

$$f_3(x) = 0,3(x_1 + x_2 + x_3) - 6,5y_{nt},$$

$$f_4(x) = 2z + 2r,$$

$$f_5(x) = y_t + y_{nt}.$$

$$\min Z^* = \sum_{i=1}^5 w_i (d_i^- + d_i^+)$$

$$\text{sous } \begin{cases} f_1(x) + d_1^- - d_1^+ = 52\,000\,000, \\ f_2(x) + d_2^- - d_2^+ = 22\,955,6, \\ f_3(x) + d_3^- - d_3^+ = 34\,433,4, \\ f_4(x) + d_4^- - d_4^+ = 20, \\ f_5(x) + d_5^- - d_5^+ = 7\,000\,000, \\ d_i^-, d_i^+ \geq 0 \quad (i = 1, \dots, 5). \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 12\,000\,000, \\ 0 \leq y_t \leq 5\,000\,000, \quad 0 \leq y_{nt} \leq 1\,000\,000, \\ z \leq 30, \quad r \leq 4, \\ x_1, x_2, x_3, y_t, y_{nt}, z, r \geq 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 \geq 10591204 \quad (\text{Minimum d'énergie achetée}) \\ X_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3 \\ y_t, y_{nt}, d_1^+, d_2^-, d_3^-, d_4^-, d_5^-, Z, r \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Min : } 1.602X_1 + 1.404X_2 + 1.404X_3 - 1.125y_t - 0.975y_{nt} - 0.2d_1^+ + 0.2d_2^- + 0.3d_3^- + 0.15d_4^- + 0.15d_5^- + 0.1Z + 0.3r = 8667350.32$$

Pour la résolution de notre modèle de **programmation par objectifs**, nous allons recourir à la **méthode du simplexe en ligne**. Cette approche permet de déterminer efficacement les solutions optimales en tenant compte des différents objectifs et contraintes formulés. Le logiciel qui sera utilisé pour l'implémentation de cette méthode sera présenté et détaillé dans le chapitre suivant.

La résolution de notre modèle à l'aide de la méthode du simplexe en ligne a permis d'identifier une solution optimale. Celle-ci correspond aux valeurs suivantes :  $X_1 = 2\,000\,000$ ,  $X_2 = 8\,591\,204$ ,  $X_3 = 0$ ,  $y_t = 5\,000\,000$ ,  $y_{nt} = 1\,000\,000$ , tandis que les autres variables de décision sont nulles ou prennent des valeurs résiduelles liées aux variables d'écart et d'excès générées par le modèle. Cette solution sera utilisée comme base de référence pour l'évaluation et l'analyse des résultats dans les sections suivantes.

Dans la solution optimale obtenue, certaines variables d'investissement (notamment  $z, r, d_1^+, d_2^-, d_3^-, d_4^-, d_5^-$ ) prennent des valeurs nulles. Cela s'explique par le fait que les objectifs associés à ces variables sont déjà atteints grâce aux autres décisions adoptées, en particulier les investissements  $y_t$  et  $y_{nt}$ . De plus, leur activation n'apporterait aucune amélioration significative du bénéfice net compte tenu des coûts qu'elles impliqueraient.

Cependant, il est à noter que certaines de ces variables présentent un *coût réduit* nul. Cela signifie qu'elles pourraient être partiellement activées sans altérer la valeur optimale du bénéfice, ouvrant ainsi la voie à des solutions alternatives présentant la même efficacité.

Suite à la résolution de notre problème de programmation, nous avons obtenu une solution numérique. L'analyse détaillée de cette solution met en évidence deux points essentiels :

- **La solution n'est pas unique.** L'examen des coûts réduits a montré que les variables d'investissement  $x_6$  à  $x_{12}$  présentent un coût réduit nul. Cela signifie que l'activation de ces variables n'aurait aucun impact sur la valeur optimale de notre fonction objectif. Par conséquent, il existe d'autres combinaisons de variables permettant d'atteindre le même niveau de performance.
- **La solution est faiblement efficace.** En raison de cette non-unicité, la solution peut être qualifiée de *faiblement efficace*. Il existe en effet des « solutions alternatives d'égale efficacité », c'est-à-dire d'autres solutions qui procurent la même valeur optimale. Cette situation offre une flexibilité importante dans le choix final de la solution, puisque nous ne sommes pas limités à une seule option.

Ainsi, la solution obtenue est optimale en termes de valeur, mais elle n'est pas unique : d'autres solutions équivalentes existent et peuvent être retenues selon les priorités décisionnelles.

L'optimisation du modèle linéaire a conduit à un ensemble infini de solutions optimales présentant la même valeur de la fonction objectif,  $Z^* \approx 8\,666\,050.42$ . Ces solutions se caractérisent par la répartition libre d'un volume total constant de 8 591 204 unités entre les variables  $x_2$  et  $x_3$ , tandis que les autres variables clés demeurent fixes ( $x_1 = 2\,000\,000$ ,  $x_4 = 5\,000\,000$ ,  $x_5 = 1\,000\,000$ ,  $x_6 = x_7 = x_8 = x_9 = x_{10} = x_{11} = x_{12} = 0$ ). Ainsi, la solution obtenue est optimale en termes de valeur, mais elle n'est pas unique : d'autres solutions équivalentes existent et peuvent être retenues selon les priorités décisionnelles.

L'optimisation du modèle linéaire a conduit à un ensemble infini de solutions optimales présentant la même valeur de la fonction objectif,  $Z^* \approx 8\,666\,050.42$ . Ces solutions se caractérisent par la répartition libre d'un volume total constant de 8 591 204 unités entre les variables  $x_2$  et  $x_3$ , tandis que les autres variables clés demeurent fixes ( $x_1 = 2\,000\,000$ ,  $x_4 = 5\,000\,000$ ,  $x_5 = 1\,000\,000$ ,  $x_6 = x_7 = x_8 = x_9 = x_{10} = x_{11} = x_{12} = 0$ ).

TABLE 4.1 – Exemples de solutions optimales équivalentes

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
2 000 000 KWH	0 KWH	8 591 204 KWH	5 000 000 DA	1 000 000 DA
2 000 000 KWH	2 000 000 KWH	6 591 204 KWH	5 000 000 DA	1 000 000 DA
2 000 000 KWH	4 000 000 KWH	4 591 204 KWH	5 000 000 DA	1 000 000 DA
2 000 000 KWH	6 000 000 KWH	2 591 204 KWH	5 000 000 DA	1 000 000 DA
2 000 000 KWH	8 591 204 KWH	0 KWH	5 000 000 DA	1 000 000 DA

Après intervention du décideur, l'objectif principal retenu est de maximiser le bénéfice tout en réduisant au maximum les pertes, qu'elles soient liées aux ventes destinées aux particuliers, aux entreprises ou aux usines. Le décideur souhaite également veiller à ne pas dépasser les coûts d'investissement fixés pour la réduction des pertes techniques (5 000 000) et non techniques (1 000 000).

Ainsi, la solution optimale retenue consiste à allouer 2 000 000 aux ventes pour les particuliers, 4 000 000 aux ventes pour les entreprises et 4 591 204 aux ventes pour les usines, tout en respectant les plafonds d'investissement pour les pertes techniques et non techniques.

Parmi l'ensemble des solutions obtenues, celle correspondant à la répartition (2 000 000 KWH, 4 000 000 KWH, 4 591 204 KWH, 5 000 000 DA, 1 000 000 DA) apparaît comme la plus équilibrée. Elle permet de générer un bénéfice net satisfaisant tout en maintenant les pertes techniques et non techniques à des niveaux acceptables. De plus, elle respecte les contraintes imposées en termes de qualité de service et d'investissements, offrant ainsi un compromis optimal entre rentabilité, fiabilité du réseau et maîtrise des coûts. Ce choix, de décideur, garantit une allocation efficace des ressources et une amélioration durable des performances du système de distribution d'électricité. Les illustrations du chapitre suivant présentent les données qui ont servi de base à la résolution de notre modèle.

## Chapitre 5

# SIMULATIONS , RÉSULTATS ET IMPLÉMENTATION de la méthode de GOAL PROGRAMMING :

### 5.1 Définition du Simplex Method Calculator

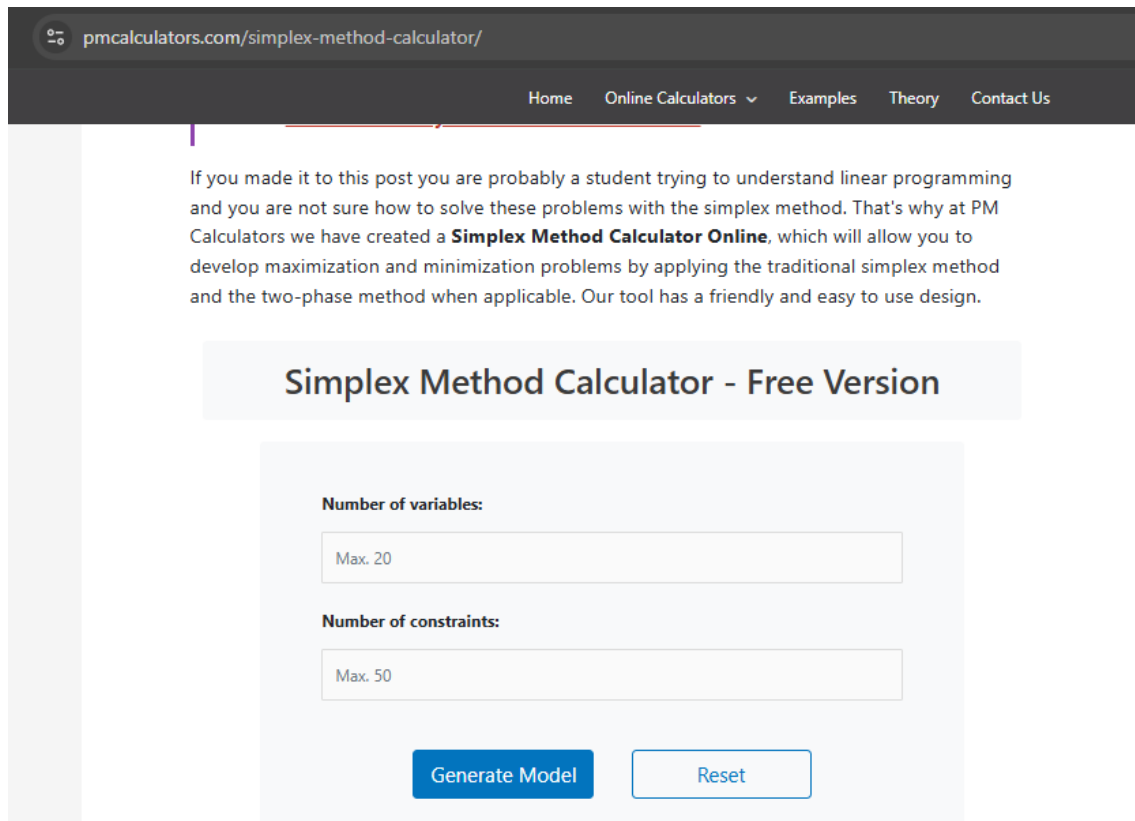
Pour la résolution de notre modèle à l'aide de la méthode du simplexe, nous avons utilisé l'outil en ligne **Simplex Method Calculator** fourni par le site *PM Calculators* (<https://www.pmcalculators.com/simplex-method-calculator/>). Il ne s'agit pas d'un logiciel à installer, mais d'une application web interactive accessible gratuitement via un navigateur Internet.

Cet outil permet d'implémenter pas à pas la méthode du simplexe (y compris la variante en deux phases) en saisissant les coefficients de la fonction objectif et les contraintes. Il génère automatiquement les tableaux du simplexe à chaque itération, identifie les variables entrantes et sortantes, calcule les coûts réduits et indique la solution optimale.

L'utilisation de cette plateforme présente plusieurs avantages :

- une interface simple et intuitive adaptée à l'apprentissage et à la vérification des calculs manuels,
- la possibilité de résoudre des problèmes comportant jusqu'à 20 variables et 50 contraintes,
- un affichage clair des étapes intermédiaires, ce qui facilite la compréhension du processus de convergence vers la solution optimale.

Grâce à cet outil, nous avons pu confirmer les résultats numériques de notre modèle et analyser la structure particulière des solutions optimales obtenues.



*Simplex Method Calculator* du site

*PM Calculators*, utilisé pour la résolution de notre modèle par la méthode du simplexe.

Après avoir défini notre problème de programmation linéaire avec **12 variables de décision** et **18 contraintes**, nous avons introduit les données correspondantes dans l'outil en ligne *PM Calculators*.

Par la suite, après avoir cliqué sur le bouton « Generate », l'outil affiche automatiquement l'interface de résolution.

Dans la case « Objectif », l'utilisateur a la possibilité de choisir entre « Minimiser » et « Maximiser » la fonction objectif. Dans notre cas, et conformément à notre problématique, nous avons choisi de **minimiser** la fonction objectif. Ensuite il suffit d'entrer les fonctions objectifs et les contraintes ; Les figures ci-dessous illustrent la manière dont nous avons résolu ce problème

[Modifier le problème](#)

**Objectif:**

Minimiser ▼

**Fonction objectif :**

$$1.602 X_1 + 1.404 X_2 + 1.404 X_3 + -1.125 X_4 + -0.975 X_5 + -0.2 X_6 + 0.2 X_7 + 0.3 X_8 + 0.15 X_9 + 0.15 X_{10} + 0.1 X_{11} + 0.3 X_{12}$$

**Contraintes**

**Contrainte 1 :**

$$1 X_1 + 1 X_2 + 1 X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} \leq 1003381$$

**Contrainte 2 :**

$$1 X_1 + 1 X_2 + 1 X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12}$$

FIGURE 5.4 –

**Objecte Function:**

Minimize:  $Z = 801/500x_2 + 357/25x_1 + 9/8x_8 - 39/25x_5 - -1/55x_0 + 1/55x_7 + 1/55x_1 + 3/10x_8 + 3/20x_{10} + -1/10x_{11} + 3/10x_{12}$

**Subject to:**

$$1x_1 + 1x_2 + 1x_2 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_5 + 0x_7 + 0x_5 + 0x_5 + 0x_5 + 0x_{12} \geq 10033815$$

$$0x_1 + 1x_4 + 0x_2 + 0x_4 + 1x_4 + 0x_5 + 0x_7 + 0x_5 + 0x_5 + 0x_5 + 0x_{10} \leq 12000000$$

$$0x_1 + 0x_2 + 1x_2 + 0x_4 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_7 + 0x_5 + 0x_5 + 0x_0 + 0x_{10} \leq 50000000$$

$$0x_1 + 0x_2 + 0x_2 + 0x_4 + 1x_4 + 1x_5 + 0x_7 + 0x_5 + 0x_5 + 0x_5 + 0x_{12} \leq 4$$

$$0x_1 + 0x_2 + 0x_2 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_5 + 0x_7 + 0x_5 + 0x_5 + 0x_5 + 0x_{10} \geq 30$$

$$0x_1 + 0x_2 + 0x_2 + 0x_4 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_7 + 0x_5 + 0x_5 + 0x_5 + 0x_{12} \geq 0$$

$$0x_1 + 0x_2 + 0x_2 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_5 + 0x_7 + 1x_5 + 1x_5 + 1x_5 + 0x_{12} \geq 0$$

$$0x_1 + 0x_2 + 0x_2 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_5 + 0x_7 + 1x_5 + 1x_5 + 1x_5 + 0x_{12} \geq 0$$

$$0x_1 + 0x_2 + 0x_2 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_5 + 0x_7 + 1x_5 + 1x_5 + 1x_5 + 1x_{12} \geq 0$$

$$0x_1 + 0x_2 + 0x_2 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_5 + 0x_7 + 1x_5 + 1x_5 + 1x_5 + 1x_{12} \geq 0$$

$$0x_1 + 0x_2 + 0x_2 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_5 + 0x_7 + 0x_5 + 1x_5 + 1x_5 + 1x_{12} \geq 0$$

$$0x_1 + 0x_2 + 0x_2 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_5 + 0x_7 + 0x_5 + 1x_5 + 1x_5 + 1x_{12} \geq 0$$

$$0x_1 + 0x_2 + 0x_2 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_5 + 0x_7 + 0x_5 + 1x_5 + 1x_5 + 1x_{12} \geq 0$$

$$0x_1 + 0x_2 + 0x_2 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_5 + 0x_7 + 0x_5 + 1x_5 + 1x_5 + 1x_{12} \geq 0$$

$$0x_1 + 0x_2 + 0x_2 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_5 + 0x_7 + 0x_5 + 1x_5 + 1x_5 + 1x_{12} \geq 0$$

FIGURE 5.5 – Résultat obtenu après génération du modèle



$$801/500X_1 + 351/250X_2 + 351/250X_3 - 9/8X_4 - 39/40X_5 - 1/5X_6 + 1/5X_7 + 3/10X_8 + 3/20X_9 + 3/20X_{10} + 1/10X_{11} + 3/10X_{12} = 3738282834000/431371$$

L'une des solutions est :

$$X_1 = 2000000, X_2=0, X_3 = 8591204, X_4 = 5000000, X_5 = 1000000, X_6 = 0, X_7 = 0, X_8 = 0, X_9 = 0, X_{10} = 0, X_{11} = 0, X_{12} = 0, S_1 = 557389, S_2 = 1408796, S_3 = 0, S_4 = 0, S_5=4, S_6=30, S_7 = 0, S_8 = 0, S_9 = 0, S_{10} = 0, S_{11} = 0, S_{12} = 0, S_{13} = 2000000, S_{14} = 8591204, S_{15} = 0, S_{16} = 5000000, S_{17} = 1000000, S_{18} = 8, S_{19} = 0$$

FIGURE 5.9 – Enter Caption

$$801/500X_1 + 351/250X_2 + 351/250X_3 - 9/8X_4 - 39/40X_5 - 1/5X_6 + 1/5X_7 + 3/10X_8 + 3/20X_9 + 3/20X_{10} + 1/10X_{11} + 3/10X_{12} = 3738282834000/431371$$

L'une des solutions est :

$$X_1 = 2000000, X_2=2000000, X_3 = 6591204, X_4 = 5000000, X_5 = 1000000, X_6 = 0, X_7 = 0, X_8 = 0, X_9 = 0, X_{10} = 0, X_{11} = 0, X_{12} = 0, S_1 = 557389, S_2 = 1408796, S_3 = 0, S_4 = 0, S_5=4, S_6=30, S_7 = 0, S_8 = 0, S_9 = 0, S_{10} = 0, S_{11} = 0, S_{12} = 0, S_{13} = 2000000, S_{14} = 8591204, S_{15} = 0, S_{16} = 5000000, S_{17} = 1000000, S_{18} = 8, S_{19} = 0$$

FIGURE 5.8 – Résultat obtenu après génération du modèle

$$801/500X_1 + 351/250X_2 + 351/250X_3 - 9/8X_4 - 39/40X_5 - 1/5X_6 + 1/5X_7 + 3/10X_8 + 3/20X_9 + 3/20X_{10} + 1/10X_{11} + 3/10X_{12} = 3738282834000/431371$$

L'une des solutions est :

$$X_1 = 2000000, X_2=4000000, X_3 = 4591204, X_4 = 5000000, X_5 = 1000000, X_6 = 0, X_7 = 0, X_8 = 0, X_9 = 0, X_{10} = 0, X_{11} = 0, X_{12} = 0, S_1 = 557389, S_2 = 1408796, S_3 = 0, S_4 = 0, S_5=4, S_6=30, S_7 = 0, S_8 = 0, S_9 = 0, S_{10} = 0, S_{11} = 0, S_{12} = 0, S_{13} = 2000000, S_{14} = 8591204, S_{15} = 0, S_{16} = 5000000, S_{17} = 1000000, S_{18} = 8, S_{19} = 0$$

FIGURE 5.10 – Résultat obtenu après génération du modèle

$$801/500X_1 + 351/250X_2 + 351/250X_3 - 9/8X_4 - 39/40X_5 - 1/5X_6 + 1/5X_7 + 3/10X_8 + 3/20X_9 + 3/20X_{10} + 1/10X_{11} + 3/10X_{12} = 3738282834000/431371$$

L'une des solutions est :

$$X_1 = 2000000, X_2 = 6000000, X_3 = 2591204, X_4 = 5000000, X_5 = 1000000, X_6 = 0, X_7 = 0, X_8 = 0, \\ X_9 = 0, X_{10} = 0, X_{11} = 0, X_{12} = 0, S_1 = 557389, S_2 = 1408796, S_3 = 0, S_4 = 0, S_5 = 4, S_6 = \\ 30, S_7 = 0, S_8 = 0, S_9 = 0, S_{10} = 0, S_{11} = 0, S_{12} = 0, S_{13} = 2000000, S_{14} = 8591204, S_{15} = \\ 0, S_{16} = 5000000, S_{17} = 1000000, S_{18} = 8, S_{19} = 0$$

FIGURE 5.11 – Résultat obtenu après génération du modèle

$$801/500X_1 + 351/250X_2 + 351/250X_3 - 9/8X_4 - 39/40X_5 - 1/5X_6 + 1/5X_7 + 3/10X_8 + 3/20X_9 + 3/20X_{10} + 1/10X_{11} + 3/10X_{12} = 3738282834000/431371$$

L'une des solutions est :

$$X_1 = 2000000, X_2 = 8591204, X_3 = 0, X_4 = 5000000, X_5 = 1000000, X_6 = 0, X_7 = 0, X_8 = 0, \\ X_9 = 0, X_{10} = 0, X_{11} = 0, X_{12} = 0, S_1 = 557389, S_2 = 1408796, S_3 = 0, S_4 = 0, S_5 = 4, S_6 = \\ 30, S_7 = 0, S_8 = 0, S_9 = 0, S_{10} = 0, S_{11} = 0, S_{12} = 0, S_{13} = 2000000, S_{14} = 8591204, S_{15} = \\ 0, S_{16} = 5000000, S_{17} = 1000000, S_{18} = 8, S_{19} = 0$$

FIGURE 5.12 – Résultat obtenu après génération du modèle

# Conclusion

Dans le cadre de ce travail, nous avons étudié l'évaluation des risques liés aux investissements dans le secteur de la distribution d'énergie, en prenant comme cas d'étude la société SONELGAZ à Tizi-Ouzou. Notre objectif principal était d'analyser les pertes d'électricité qu'elles soient techniques ou non techniques et de proposer une approche multicritère pour optimiser les décisions d'investissement visant à les réduire. Après une présentation du contexte énergétique en Algérie et du fonctionnement de SONELGAZ, nous avons introduit les concepts économiques de l'investissement, de la prise de décision et des risques, tout en soulignant la complexité croissante des choix à effectuer dans un environnement incertain. Les méthodes d'optimisation multicritère se sont alors révélées particulièrement pertinentes pour ce type de problématique. Nous avons ensuite modélisé le problème en tenant compte de plusieurs objectifs simultanés : la maximisation du bénéfice net, la réduction des pertes techniques et non techniques, l'amélioration de la qualité de service, et la maîtrise des coûts d'investissement. À travers l'utilisation de la méthode du Goal Programming et de l'approche par point de référence, nous avons pu identifier une solution optimale équilibrant au mieux ces critères, en fonction des priorités fixées par le décideur. Ce travail met ainsi en évidence l'intérêt des méthodes multicritères dans l'aide à la décision stratégique pour les entreprises publiques comme SONELGAZ, notamment dans un contexte de transition énergétique, de maîtrise des coûts et de recherche de performance. En termes de perspectives, cette approche pourrait être : Étendue à d'autres régions du territoire national, afin de disposer d'une vision globale et harmonisée des pertes d'électricité et des investissements nécessaires. Appliquée aux différentes filiales de SONELGAZ, pour comparer les spécificités régionales et améliorer la coordination stratégique ; Enrichie par l'intégration des énergies renouvelables (solaire, éolien, hydraulique), qui représentent une opportunité majeure pour diversifier le mix énergétique, réduire la dépendance aux énergies fossiles et limiter les pertes liées au transport et à la distribution ; Améliorée par l'utilisation de données en temps réel (capteurs intelligents, réseaux smart grids) et de scénarios prospectifs, afin de renforcer la robustesse et la durabilité des décisions prises.

## Liste des abréviations

<b>DTE</b>	Division Technique Électricité
<b>DC</b>	Division Commerciale
<b>DTG</b>	Division Technique Gaz
<b>DAM</b>	Division Administration et Marchés
<b>DPEG</b>	Division Planification Électricité et Gaz
<b>DERT</b>	Division Études et Réalisation Travaux
<b>DRH</b>	Division Ressources Humaines
<b>DFC</b>	Division Finances et Comptabilité
<b>DAG</b>	Division Affaires Générales

# Bibliographie

- [1] Hachicha Amel, *choix d'investissement et de financement* , éd TUNIS, 2001, p 9
- [2] Sonelgaz (2023). Rapport annuel sur la distribution de l'électricité et du gaz en Algérie. Société Nationale de l'Électricité et du Gaz
- [3] Ministère de l'Énergie et des Mines (2022). Stratégie énergétique nationale et perspectives d'investissement dans le secteur de l'électricité et du gaz.
- [4] Kebir, S., Boukhelifa, M. (2021). "Optimisation des réseaux de distribution d'énergie en Algérie : enjeux et perspectives." *Revue Algérienne d'Énergie*, 15(2), 45-60.
- [5] Benachour, A., Cherfi, H. (2020). "Les risques dans la gestion des infrastructures énergétiques en Algérie." *Journal Africain de l'Énergie et du Développement Durable*, 8(1), 33-50.
- [6] World Bank (2023). Energy Sector Diagnostic and Investment Opportunities in Algeria.
- [7] James Reason (1990). *Human Error*. Cambridge University Press.
- [8] Daniel Kahneman (2011). *Thinking, Fast and Slow*. Farrar, Straus and Giroux.  
Herbert Simon (1982). *Models of Bounded Rationality : Empirically Grounded Economic Reasoning*. MIT Press
- [9] Clayton Christensen (1997). *The Innovator's Dilemma : When New Technologies Cause Great Firms to Fail*. Harvard Business Review Press.
- [10] Jim Collins (2001). *Good to Great : Why Some Companies Make the Leap... and Others Don't*. HarperCollins
- [11] Jim Collins (2001). *Good to Great : Why Some Companies Make the Leap... and Others Don't*. HarperCollins
- [12] John Kotter (1996). *Leading Change*. Harvard Business Review Press.
- [13] Chris Argyris (1990). *Overcoming Organizational Defenses : Facilitating Organizational Learning*. Allyn Bacon.
- [14] Peter Senge (1990). *The Fifth Discipline : The Art Practice of The Learning Organization*.
- [15] Barry Schwartz (2004). *The Paradox of Choice : Why More Is Less*. HarperCollins.
- [16] Jim Collins (2001). *Good to Great : Why Some Companies Make the Leap... and Others Don't*. HarperCollins.

- 
- [17] Gregory B. Northcraft, Margaret A. Neale (1990). *Organization and Decision Making*.
  - [18] Cathy O'Neil (2016). *Weapons of Math Destruction : How Big Data Increases Inequality and Threatens Democracy*. Crown Publishing.
  - [19] Cathy O'Neil (2016). *Weapons of Math Destruction : How Big Data Increases Inequality and Threatens Democracy*. Crown Publishing.
  - [20] Nate Silver (2012). *The Signal and the Noise : Why So Many Predictions Fail – but Some Don't*. Penguin Press.
  - [21] Viktor Mayer-Schönberger, Kenneth Cukier (2013). *Big Data : A Revolution That Will Transform How We Live, Work, and Think*. John Murray
  - [22] Michael Sandel (2009). *Justice : What's the Right Thing to Do ?* Farrar, Straus and Giroux.
  - [23] Peter Singer (2002). *One World : The Ethics of Globalization*. Yale University Press.
  - [24] John Rawls (1971). *A Theory of Justice*. Harvard University Press.
  - [25] Risques : définition, types, évaluation et gestion - Qualitiso
  - [26] Centre français des Fonds et Fondations