

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE



Université Mouloud MAMMERY de TIZI-OUZOU

Faculté De génie de la construction

Département de génie civil



Mémoire de fin d'études

En vue de l'obtention du diplôme Master en génie civil

Option : Structure

Modélisation et simulation numérique du comportement des poutres à base de matériaux à gradient fonctionnel chargées en flexion.

Réalisée par :

FERHAT Soraya.

Proposé et dirigé par :

Dr. SI SALEM Abdelmadjid.

Soutenu devant le jury composé de :

- Dr. KHELOUI Fatma ;
- Dr. BOUZEBODJA Fatma ;
- Dr. SI SALEM Abdelmadjid.

Année universitaire : 2022 – 2023.

Remerciement

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à tous ceux qui ont contribué à la réalisation de ce mémoire de fin d'étude.

Tout d'abord, je tiens à remercier ma famille, celle qui m'a portée plus haut que le ciel, celle qui m'a appris que l'impossible devient possible, Pour leurs encouragements et leur croyance en moi, ils ont été une source d'inspiration et de motivation inestimable.

Je souhaite remercier sincèrement mon promoteur Dr. SI SALEM Abdelmadjid pour son encadrement attentif et son orientation qui m'a permis de progresser dans mes recherches et d'aboutir à ce travail accompli. Je tiens également à remercier les membres du jury pour avoir consacré leur temps et leur expertise à l'évaluation de ce mémoire. Leurs commentaires et suggestions constructives ont contribué à améliorer la qualité de mon travail.

Je souhaite exprimer ma reconnaissance envers mes professeurs et enseignants qui m'ont transmis leurs connaissances et m'ont inspiré tout au long de mon parcours scolaire et académique.

Enfin, je tiens à exprimer ma reconnaissance envers l'université de Mouloud Mammeri qui a changé ma vie radicalement sur le plan personnel et professionnel.

En résumé, je suis profondément reconnaissante envers toutes les personnes qui ont contribué à la réalisation de ce mémoire de fin d'étude. Leur soutien indéfectible, leurs conseils précieux et leur confiance en moi ont été d'une importance capitale, particulièrement "AMIMEUR Beramtane " qui m'a aidé dans la traduction du résumé de ce travail. Je suis honorée d'avoir pu mener à bien ce travail grâce à leur aide.

Dédicace

Ce mémoire de fin d'étude est dédié à moi-même en reconnaissance de mes efforts, de ma persévérance et de ma réussite académique. Il symbolise mes années d'études, mes compétences de recherche et d'analyse, ainsi que ma capacité à présenter mes idées de manière claire. Ce mémoire est un témoignage de ma croissance personnelle et intellectuelle. Cette dédicace me rappelle ma capacité à relever les défis et à poursuivre mes rêves. Que ce mémoire soit un rappel constant de ma détermination et de ma volonté de réussir.

Soraya FERHAT.

SOMMAIRE

Introduction Générale

Chapitre I :

I.1 Introduction.....	1
I.2 Historique.....	1
I.3 Definition Et Interets Des Materiaux A Gradient De Fonction	4
I.4 Domaines D'applications Des Materiaux A Gradient De Proprietes	5
I.5 Avantages Et Inconvenients Des Fgm	7
I.6 Les Differents Materiaux Utilisee Dans Les Fgm	8
I.7 Notions Sur Le Gradient Des Fgm.....	9
I.8. Proprietes Effectives Des Materiaux A Gradient Fonctionnel	11
I.8.1 La fraction volumique P-FGM.....	12
I.8.2 La fraction volumique E-FGM	13
I.8.3 La fraction volumique S-FGM.....	14
I.9 Porosité Des Fgm.....	15
I.9.1 Caractérisation de la porosité.....	16
I.9.2 Effet de la porosité sur les propriétés mécaniques des matériaux.....	16
I.9.3 Porosité et module d'élasticité longitudinale (le module de Young/porosité).....	16
I.9.4 Porosité et le coefficient de Poisson ν	17
I.10 Conclusion Du Chapitre.....	18

II.1 Introduction	19
II.2 Historique	19
II.3 Modeles Des Poutres Pour Les Materiaux Fonctionnellement Gradues	19
II.3.1 définition d'une poutre FGM.....	19
II.3.2 Définition de la flexion.....	20
II.3.2.1 Flexion trois points	21
II.3.2.2 flexion quatre points	21
II.3.3 Hypothèses cinématiques de la théorie des poutres.....	22
II.3.4 Modèle d'Euler Bernoulli (Classical Beam Theory- CBT)	22
II.3.5 Modèle de Timoshenko (First shear deformation beam theory-FSDBT).....	23
II.3.6 Modèle d'ordre élevé (High shear deformation beam theory -HSDBT).....	24
II.4. Methode De Resolution Analytique	25
II.5. Solution Analytique Des Poutres Fgm En Flexion.....	28
II.6 Revue Des Travaux Anterieurs Sur Les Poutres Fgm	29
II.7 Conclusion Du Chapitre	32
III.1 Introduction	33
III.2 Presentation Generale D'abaqus	33
III.3 Base de l'interface d'ABAQUS	34
III.4 Presentation Du Modele A Simuler	35
III.5. Modele Pour Les Materiaux De La Poutre Fgm	37
III.5.1. La loi de puissance	37
III.5.2 La loi exponentielle	38

III.6 Presentation Des Etapes Suivies Dans La Simulation	40
III.6.1 La géométrie des éléments (module part)	40
III.6.2 Introduction des propriétés des matériaux (Module Property).....	42
III.6.3 Assembler le modèle (module ASSEMBLY)	43
III.6.4 Définition du « Step » et des variables à calculer (le module step)	44
III.6.5 Définition des conditions aux limites et chargement (Module Load).....	45
III.6.7 Le maillage de modèle (module mesh)	46
III.6.7.1 Étude de sensibilité de maillage	46
III.6.8 Création du fichier résultats (Module Job).....	48
III.6.9 Visualisation des résultats (Module visualisation).....	48
III.7. Conclusion	50
IV.1. Introduction.....	51
IV.2 Validation Des Modeles Numeriques	51
IV.3 Évolution Des Deplacements En Fonction Du X/L.....	53
IV.4.1. Évolution des contraintes en fonction de y/h.....	60
IV.4.2. Cartographies des contraintes	61
IV.5. Conclusion Du Chapitre.....	66

Liste des figures

Figure 1 Matériaux FGM avec des fractions volumiques des phases constitutives graduées d'après [9].	3
Figure 2 Joint FGM entre Al ₂ O ₃ et Si ₃ N ₄ d'après [10].	3
Figure 3 joint FGM entre 50 wt% 12H/50 wt% Al ₂ O ₃ et Si ₃ N ₄ d'après [10].	4
Figure 4 Variation continue des propriétés et de la microstructure d'après [11].	6
Figure 5 Les principaux domaines d'application des FGM.	6
Figure 6 Concept des matériaux à gradient de propriétés d'après [12].	9
Figure 7 Changement de la microstructure d'un FGM d'après [13].	10
Figure 8 La microstructure optique de MWCNT renforce ALSi FGM d'après [14].	10
Figure 9 Modèle schématisé pour une couche d'un matériau à gradient fonctionnel d'après [15].	11
Figure 10 Présentation schématique de 5 couches dans les systèmes FGM d'après [16].	12
Figure 11 Variation de la fraction volumique dans une poutre P-FGM d'après [17].	13
Figure 12 Variation de la fraction volumique dans une poutre E-FGM [18].	13
Figure 13 Variation de la fraction volumique dans une poutre S-FGM [19].	15
Figure 14 Géométrie d'une poutre FGM.	20
Figure 15 Flexion trois-points [29].	21
Figure 16 Flexion 4 points d'après [30].	21
Figure 17 Cinématique de la poutre d'Euler Bernoulli [31].	22
Figure 18 Cinématique de la poutre d'Euler Bernoulli et de de Timoshenko[32].	23
Figure 19 Cinématique de la poutre d'ordre élevé.	25
Figure 20 Variation du champ de déplacement le long de l'épaisseur de la poutre d'après [29].	30
Figure 21 Géométrie des poutres à gradation fonctionnelle d'après [30].	31
Figure 22 Géométrie et système de coordonnées de la plaque FG d'après [33].	31
Figure 23 Quelques formes complexes possibles à programmer sur ABAQUS.	33
Figure 24 Présentation de l'interface ABAQUS.	34
Figure 25 Poutre rectangulaire dans le système des coordonnées cartésiennes dimensionnées par [35].	36
Figure 26 La condition aux limites considérées par [35].	36

Figure 27 Modèle simulé dans le cadre de notre étude.....	36
Figure 28 Variation de rigidité dans la poutre FGM modélisée avec la loi de puissance.	38
Figure 29 Variation de rigidité dans la poutre FGM modélisée avec la loi exponentielle.....	39
Figure 30 Création de la section transversale de la poutre en FGM.	41
Figure 31 Modélisation géométrique de la poutre.....	41
Figure 32 Intégration des propriétés mécaniques de la poutre.	43
Figure 33 Génération des instances à assembler.	43
Figure 34 Création du STEP pour un chargement statique.	44
Figure 35 Gestion de la méthode de calcul dans le module step.....	44
Figure 36 Conditions aux limites de module LOAD.	45
Figure 37 Chargement de poutre en FGM.....	46
Figure 38 Présentation d'un maillage fin, moyen et grossier de la poutre FGM.	47
Figure 39 Étude de la sensibilité du maillage (maillage en fonction de déplacement).	48
Figure 40 Création de fichier job.	49
Figure 41 Visualisation et exploitation des résultats.....	49
Figure 42 Histogrammes des déplacements à mi- travée de la poutre élancée : Résultats Numérique vs Théoriques.	52
Figure 43 Les confrontation des résultats expérimentaux et théoriques.	53
Figure 44 Evolution de déplacement dans la direction longitudinale la poutre FGM élancée.	54
Figure 45 Évolution de déplacement dans la direction longitudinale la poutre FGM non-élancée.....	55
Figure 46 Cartographies des déplacements dans la direction longitudinale la poutre FGM non-élancée.....	59
Figure 47 Évolution des contraintes normales selon l'épaisseur de la poutre FGM élancée.	60
Figure 48 Évolution des contraintes normales selon l'épaisseur de la poutre FGM non-élancée.....	61
Figure 49 Cartographies des déplacements dans la direction longitudinale la poutre FGM élancée.	63
Figure 50 Cartographies des déplacements dans la direction longitudinale la poutre FGM non élancée.....	65

Liste des tableaux

Chapitre I :

Tableau 1 Avantages et inconvénients des matériaux constituant les FGM..... 8

Chapitre III :

Tableau 1 Les unités correspondant à ABAQUS..... 34

Tableau 2 Les densités et le module de Young selon P et z/h. 37

Tableau 3 Les densités et le module de Young de la loi exponentielle selon P et z/h..... 39

Chapitre IV :

Tableau1 Confrontation des déplacements à mi- travée de la poutre élancée : Résultats

Numérique vs Théoriques. 51

Tableau 2 Confrontation des déplacements à mi- travée de la poutre non élancée : Résultats
numérique vs Théoriques..... 52

NOTATIONS & NOMENCLATURE

FGM	Functionally graded materials (matériaux à gradient fonctionnel).
P-FGM	La fraction volumique
E-FGM	La fraction volumique
E	Module de rigidité.
ν	Coefficient de poisson.
EBM	Rigidité de la partie inférieure de la poutre FGM (béton modifié).
EBO	Rigidité de la partie supérieure de la poutre FGM (béton ordinaire).
$g(z)$	La fraction volumique des matériaux à gradient fonctionnel.
K	Le paramètre matériau
H	La hauteur de la poutre
φ	La porosité
V_{PORE}	Le volume des pores ;
V_{total}	Le volume total du matériau, du le volume des pores.
E_0	Le module de Young à porosité nulle ;
b_P	Paramètre dépend de la nature et de la géométrie du matériau
CBT	La théorie du premier ordre d'Euler-Bernoulli.
$U(x), W(x)$	Le déplacement dans le plan et le déplacement transverse respectivement.
$w_0(x)$	Rotatoin de la sectoin
FSDBT	La théorie de Timoshenko.
$\vartheta^0(x)$	La rotation totale de la section
G_{xz} ,	Le module de cisaillement transversal
HSDBT	Modèle d'ordre élevé
δw_{int}	Le travail intérieur
δw_{ext}	Le travail extérieur
N_x	L'effort normal
M_x	Le moment fléchissant
σ_x	La contrainte normale

τ_{xz}	Cisaillement transverse
D_m	La densité de métal
D_c	La densité de céramique

Introduction générale

Introduction générale

Les matériaux à gradient fonctionnel sont une nouvelle classe de matériaux composites dont les propriétés mécaniques varient selon une loi de fonction continue à travers l'épaisseur. Les FGMs ont une microstructure et une composition qui varie graduellement et continûment de manière qui permet d'éviter les concentrations de contraintes au niveau des interfaces, Ces matériaux sont particulièrement utilisés dans les applications de haute technologie telles que : aérospatial, nucléaire, semi-conducteurs et en génie civil...

La difficulté de mise en œuvre de ses matériaux ainsi que les conditions environnementales et économiques ont conduit les chercheurs scientifiques [1–4] à s'investir de manière analytique pour la résolution des problèmes mécaniques liés aux structures conçues à base de matériaux FGM. Néanmoins, ces méthodes de résolution analytique conduisent à une sous-estimation de la réponse exacte de tel structures sous chargement.

Pour pallier à ces problèmes de convergence, le but de ce travail est de mettre en évidence à travers une modélisation analytique et une simulation numérique par élément finis le comportement mécanique des poutres à base de FGM simplement appuyées et chargée en flexion. L'originalité de ce travail est de proposer une démarche numérique permettant de résoudre l'équation différentielle régissant la flexion des poutre FGM tout en tenant compte des effets du cisaillement et de gauchissement. Par conséquent, une modélisation 3D à base de la méthode des élément finis est menée sur ABAQUS et validée par les travaux antérieurs, afin de monter l'efficacité du modèle en termes prédiction de résistance et de déformabilité.

Les principaux objectifs visés par le présent travail peuvent être listés comme suit :

- Réaliser un état de l'art actualisé sur les poutres FGM, ainsi que leur comportement mécanique, intérêts et applications en ingénierie ;
- Modélisation analytique et numérique des lois de variation de la rigidité des matériaux qui les poutres FGM, à savoir les lois de puissance et exponentielle ;
- Proposer et établir un modèle élément fini capable de prédire la réponse d'une poutre FGM sous chargement mécanique de flexion à l'aide du code de calcul ABAQUS ;
- Valider le modèle proposé par les études ultérieures disponible dans la littérature scientifique, et enfin présenter les différents résultats en termes de contraintes et déformations.

Pour mettre à terme ses principaux objectifs nous avons scindé le mémoire en deux grandes parties.

Partie 1 : Synthèse bibliographique

- **Le premier chapitre, revue sur les matériaux à gradient fonctionnel** : dans ce chapitre nous avons présenté l'historique des matériaux fonctionnellement gradués à travers le temps de 1987 jusqu'à aujourd'hui. Ensuite nous avons défini ces matériaux FGM et leurs domaines d'application, avec une description de leurs constituants, comportements et propriétés.

- **Le deuxième chapitre, comportement des poutres FGM en flexion** : Dans ce chapitre nous avons présenté les essais de flexion : la flexion en 3 points et 4 points, ensuite l'hypothèse cinématique des poutres les différents types des théories des poutres telles que la théorie de Bernoulli (CBT), Timochenko (FSDBT) et la théorie d'ordre élevé (HSDBT), À la fin nous avons cité quelques travaux antérieurs qui sont réalisés en relation avec le sujet traité.

Partie 2 : Simulation numérique et validation

- **Le troisième chapitre, proposition d'un modèle numérique** : nous allons présenter d'abord le logiciel ABAQUS et son fonctionnement, et ensuite on présentera les différentes étapes menées pour la modélisation d'une poutre à base de matériaux à gradient fonctionnel **FGM** « céramique-métal » sous chargement mécanique.

- **Le quatrième chapitre, présentation des résultats et discussions** : A travers ce chapitre nous allons présenter et valider et interpréter les résultats obtenus à l'issue des simulations numériques menées sur le comportement mécanique de la poutre « **FGM** » en flexion

Nous terminons ce travail par une conclusion générale où sont rappelés les principaux résultats obtenus dans cette étude et quelques perspectives en guise de travaux futurs.

Synthèse bibliographique

Chapitre I

Revue sur les matériaux à gradient fonctionnel

I.1 Introduction

Les matériaux fonctionnellement gradués représentent une nouvelle catégorie de matériau composite non homogène fabriqué à partir de différents composants de matériaux. Ces matériaux ont une microstructure et une composition qui varie graduellement et continuellement de manière à optimiser les performances mécaniques et thermiques de la structure qu'ils constituent. Des recherches scientifiques ont été menées pour développer leurs performances mécaniques et thermiques (Koizumi, 1997). [5]

En effet, dans ce chapitre nous allons présenter l'historique des matériaux fonctionnellement gradués à travers le temps de 1987 jusqu'à aujourd'hui. Ensuite nous avons défini ces matériaux FGM et leurs domaines d'application, avec une description de leurs constituants, comportements et propriétés.

I.2 Historique

Le concept de « **Functionally Graded Material : FGM** » a été inventé à 1984 par M. Niino et ses collègues à Sendai [6] lorsque ces scientifiques japonais cherchaient un matériau capable de supporter des températures élevées pour des applications spatiales.

En 1987, un programme national de recherche et développement sur les FGM a été lancé au Japon, impliquant une collaboration entre des chercheurs, des institutions publiques et l'industrie qui ont collaboré pour mettre à fin un grand projet qui a été lancé par le gouvernement japonais le projet intitulé « la recherche sur la technologie de base pour développement de Matériaux à Gradient de propriétés et l'étude de la relaxation des contraintes thermiques ». L'intérêt du projet est de développer des matériaux présentant des structures utilisées comme barrière thermique dans les programmes aérospatiaux. Les matériaux constituant les parois des engins spatiaux sont appelés à travailler à des températures de surface de 1800°C ainsi qu'à un gradient de température de l'ordre de 1300°C. A cette année-là, aucun matériau industriel n'était connu pour supporter de telles sollicitations thermomécaniques.

Trois caractéristiques sont à considérer pour la conception de tels matériaux :

- Résistance thermique et résistance à l'oxydation à haute température de la couche superficielle du matériau ;
- Ténacité du matériau côté basse température ;
- Relaxation effective de la contrainte thermique le long du matériau.

Pour répondre à un tel cahier de charges, l'idée originale des FGM a été proposée pour élaborer un nouveau composite profitant à la fois des propriétés des céramiques (Coté haute températures) et des métaux (Coté basse température) [7].

Le fruit de cette collaboration a été la construction d'une enveloppe extérieure d'une navette intercontinentale à base de matériau FGM, capable de protéger le fuselage contre des températures extrêmes lors de la rentrée de la navette dans l'atmosphère terrestre. Autrement dit : « Le flux de chaleur énorme frappant la majorité des surfaces qui sont exposées à la friction par l'air, lors de la période de rentrée de navette dans l'atmosphère terrestre et la protection intérieure contre un réchauffement étaient les défis majeurs. D'où la nécessité d'utilisation d'un revêtement céramique pour protéger le fuselage contre des températures qui se développent à la surface. L'idée fût alors de produire une transition douce, donc graduelle entre métal pure et céramique pure, appelée matériau à gradient fonctionnel. »

À la fin de la première étape (1987-1989), les chercheurs avaient réussi à fabriquer des petites pièces expérimentales (1-10 mm d'épaisseur et 30 mm de diamètre) pouvant résister à des températures maximales de 2000 K (Température de surface) et à un gradient de température de 1000 K [8].

Quatre techniques ont été utilisées pour fabriquer les matériaux présentant un gradient de composition et de structure ; les techniques utilisées dans la fabrication de tels matériaux sont les suivantes :

- Le système SIC/C par C.V.D (Chemical Vapor Deposition ou dépôt chimique en phase vapeur) ;
- Le système PSZ/Mo par la technique de la compaction sèche des poudres ;
- Le système TIB2/Cu par synthèse par auto-propagation à haute température ;
- Le système (Ni-Cr-Al-Y) / (zro2-Y2O3) par projection plasma à double torches.

En 1990 a eu lieu la première conférence internationale sur les FGM à Sendai-city au Japon.

Dans la seconde étape (1990-1991), le but était de réaliser des pièces de tailles plus grandes et de forme plus complexes par rapport à celles réalisées dans la première étape. Pendant les années 90, non seulement les champs d'application des FGM s'est développé pour les matériaux

de structure fonctionnant à haute température, mais s'est aussi élargi à d'autres applications : biomécaniques, technologie de capteur, optique, etc....

On trouve une littérature très importante sur l'utilisation de ce matériau. Cependant, l'utilisation des structures en FGM dans les environnements avec de grands changements de température exige la connaissance des déformations.

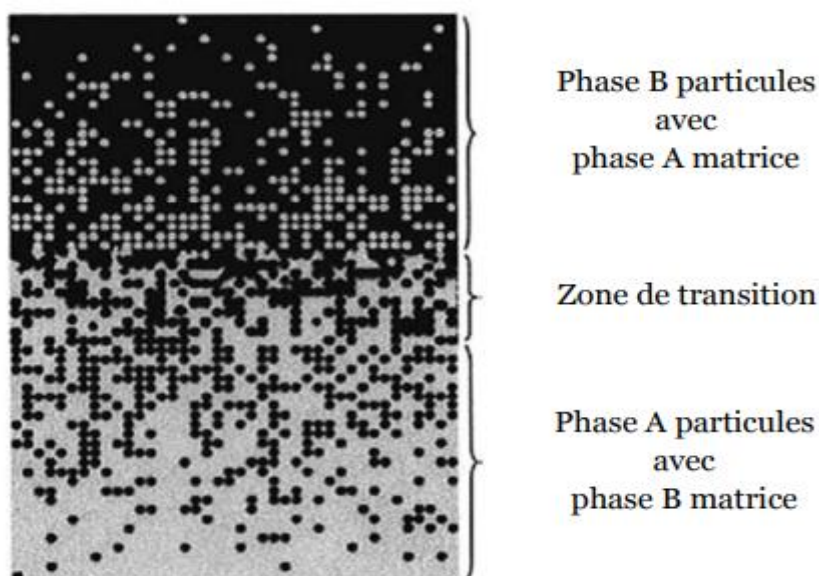


Figure 1 Matériaux FGM avec des fractions volumiques des phases constitutives graduées d'après [9].

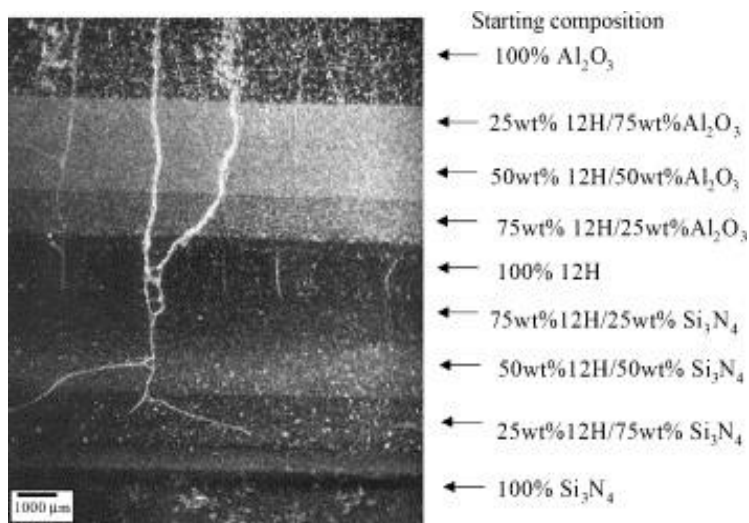


Figure 2 Joint FGM entre Al_2O_3 et Si_3N_4 d'après [10].

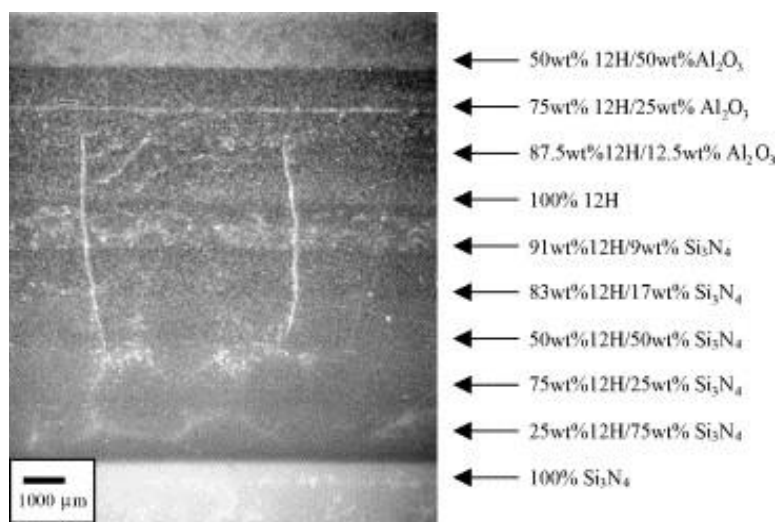


Figure 3 joint FGM entre 50 wt% 12H/50 wt% Al₂O₃ et Si₃N₄ d'après [10].

En 1992, les matériaux à gradient fonctionnel ont été sélectionnés parmi les dix premières technologies de pointe au Japon et actuellement dans le monde entier.

Depuis, les matériaux à gradient fonctionnel ont connu un intérêt croissant dans de nombreux domaines d'application.

I.3 Définition et intérêts des matériaux à gradient de fonction

Les FGM sont des matériaux constitués de plusieurs couches contenant des composants différents tels que les céramiques et les métaux. Ils sont donc des composites présentant des caractéristiques macroscopiquement hétérogènes. Le changement continu dans la composition et donc dans la microstructure du matériau distingue les FGM des matériaux composites conventionnels

Une pièce est qualifiée de FGM lorsqu'elle se compose au minimum de deux matériaux unitaires dont la composition varie linéairement ou graduellement d'un point à un autre de la pièce. Les matériaux unitaires composant le FGM, lorsqu'ils sont pris séparément, sont des composants élémentaires ou des mélanges homogènes. Le cas d'un assemblage dans lequel ces composants sont simplement superposés implique nécessairement un compromis des propriétés souhaitées. Les FGM, quant à eux, offrent de multiples possibilités, en associant graduellement les propriétés des deux matériaux unitaires au sein d'une même pièce. Les FGM se distinguent des assemblages classiques par la variation intentionnelle de la composition chimique, ce qui entraîne une évolution des propriétés microstructurales, chimiques, mécaniques et thermiques. De plus, l'absence de discontinuités à travers le FGM permet de lisser la distribution des

contraintes thermiques. Les FGM permettent donc de créer de nouveaux matériaux qui répondent à des exigences industrielles spécifiques.

I.4 Domaines d'applications des matériaux à gradient de propriétés

Le concept des matériaux à gradient fonctionnel est applicable dans des nombreux domaines, tels que l'industrie aéronautique, aérospatiale, biomécanique, automobile, ainsi que dans les matériaux de construction, de conversion d'énergie, nucléaires et semi-conducteurs, Il a été initialement conçu pour l'industrie de l'aéronautique, où les FGM ont fournis deux propriétés contradictoires telles que la conductivité thermique et d'isolation thermique dans un matériau. Les propriétés thermomécaniques varient selon une loi de fonction continue (figure 1) à travers l'épaisseur, et aussi ils possèdent une structure spéciale, ce qui permet d'éviter les concentrations de contraintes aux niveaux des interfaces

Les FGM possèdent une structure spéciale, Ils sont reconnus pour leur légèreté, leur résistance et leur durabilité, ainsi que pour leur capacité à combiner des propriétés thermomécaniques contradictoires en une seule structure

Ce qui permet d'éviter les concentrations de contraintes aux niveaux des interfaces (provoquant le délaminage) et grâce à l'association des matériaux, les propriétés mécaniques et thermiques sont plus améliorées. Ils sont connus par deux propriétés contradictoires : la conductivité et l'isolation thermique.

Au fil des années, les applications potentielles des FGM se sont élargies, depuis leur invention, Les FGM ont été fabriqués à partir d'une variété de matériaux, y compris les céramiques , les métaux et les polymères .les techniques de fabrication comprennent la pulvérisation, la coulée ,l'impression 3D et d'autres processus de fabrication avancés .Aujourd'hui, les FGM continuent d'être un domaine de recherche actif, car ils présentent un potentiel significatif pour une gamme de nouvelles applications dans différents domaine de l'ingénierie et de la science des matériaux .

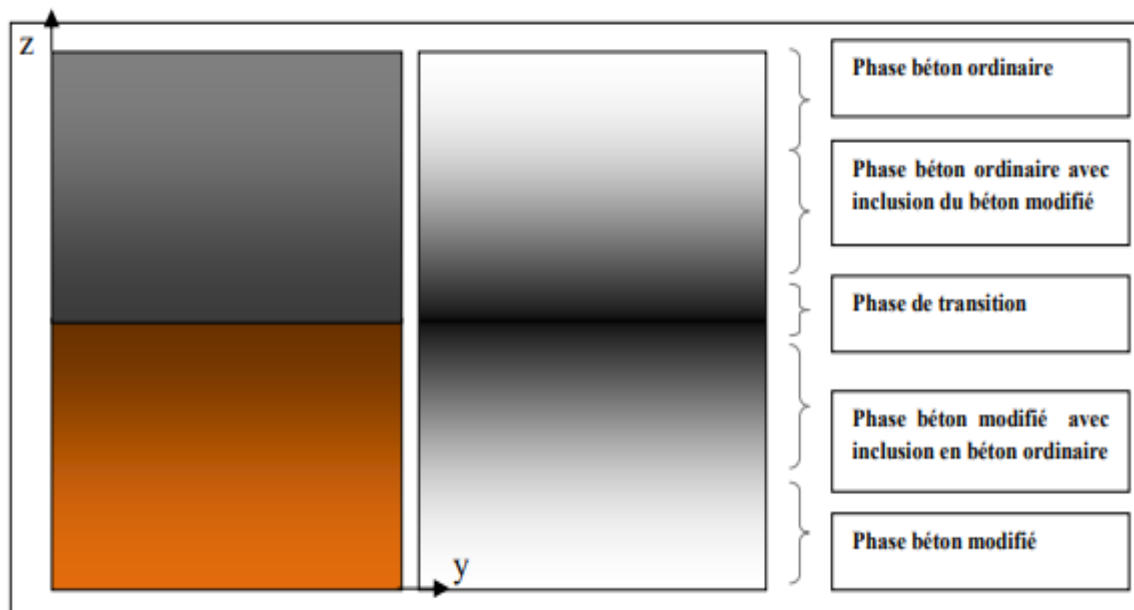


Figure 4 Variation continue des propriétés et de la microstructure d’après [11].

La figure I.5 illustre les différents domaines d’application des FGM.

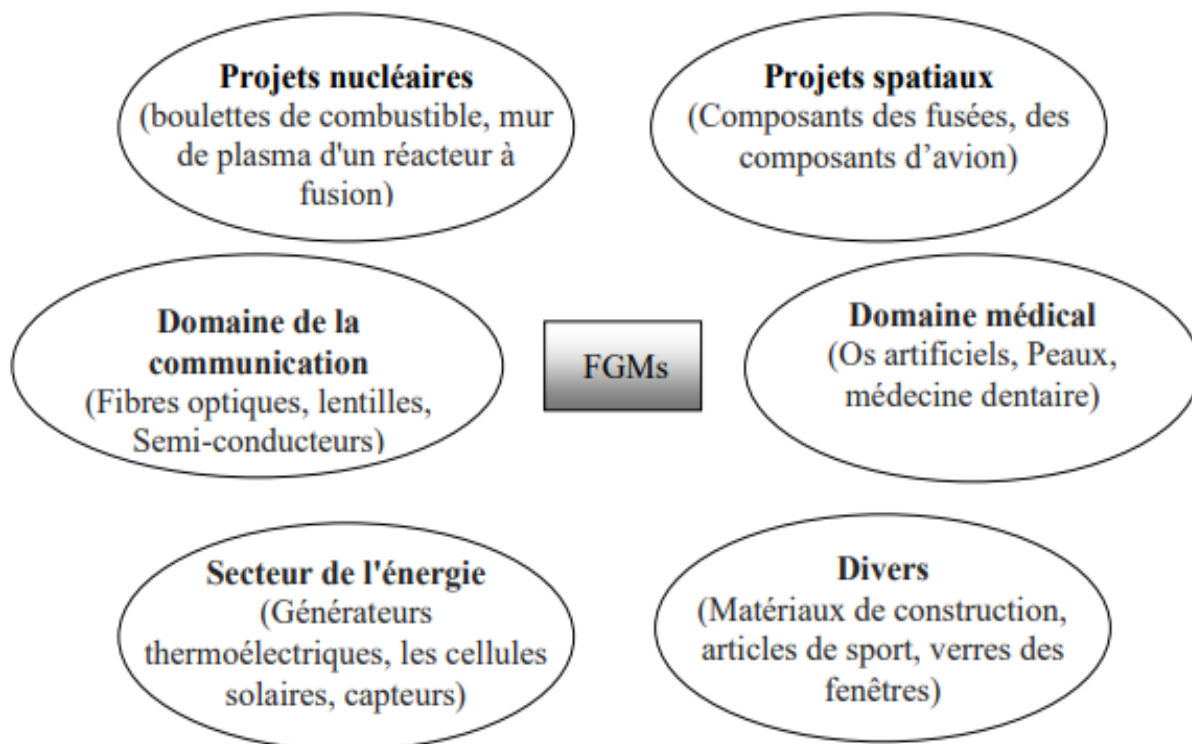


Figure 5 Les principaux domaines d’application des FGM.

I.5 Avantages et inconvénients des FGM

Les matériaux fonctionnellement gradués présentent des avantages et des inconvénients :

Avantage des FGM

Outre l'accomplissement de son objectif principal, c'est à dire de fournir les différents requis des propriétés en divers points et des surfaces du futur produit qui, pourrait être réalisé par un simple revêtement et beaucoup d'autres soulignent divers avantages supplémentaires de la FGM. Ils énumèrent certains avantages qui en résultent principalement de la non-existence d'une interface forte FGM, tels que :

- Diminuer les contraintes thermiques causées par les différences de coefficients de dilatation thermique des matériaux utilisés.
- Absence d'une interface nette devrait conduire à un contrôle d'ensemble mieux des contraintes
- Meilleure cohésion entre différents matériaux, par exemple un métal et une céramique.
- Extension de la région fonctionnelle avant d'atteindre la valeur limite de la déformation plastique.
- Suppression de délaminage.

- Augmentation de la ténacité à la rupture.
- Élimination des singularités des contraintes à divers endroits, tels que les surfaces libres, des coins, des racines de fissures, etc.

Inconvénients des FGM

Le principal obstacle à une application plus large de la FGM est leur fabrication compliquée en raison de l'inadéquation des propriétés différentes, par exemple, la température de fusion, des affinités différentes pour divers autres éléments, la taille des particules, la morphologie, etc. Un exemple type est un mélange d'un métal avec la température de fusion (T_1) et une céramique avec une température de fusion (T_2). Dans la plupart des cas, un tel couple est habituellement ($T_1 \ll T_2$). Puis, si la température de fabrication est d'environ (T_1), la céramique est encore non fondue et la structure finale contient des particules de céramique non fondue dans une matrice métallique.

Dans de nombreux cas, une telle structure présente une grande porosité et une petite adhérence entre les différents composants et son application générale est limitée. Cependant, pour des applications spéciales, la présence de particules très dures (carbures) dans une matrice solide peut être souhaitable.

D'autre part, travailler autour de (T2) va certainement entraîner une oxydation rapide et de l'évaporation de nombreux métaux. La formation de phases indésirables, etc. Les matériaux doivent être fabriqués dans une atmosphère protectrice ou à une basse pression et ces deux technologies sont très coûteuses [24].

Matériau		Céramique La face à haute température	Céramique- Métal (La couche intermédiaire)	Métal (La face à basse température)
Avantages	Bonne résistance thermique	✓		
	Bonne résistance à l'oxydation.	✓		
	Elimination des problèmes de l'interface.		✓	
	Relaxer les contraintes thermiques		✓	
	Bonne résistance mécanique			✓
	Conductivité thermique élevée			✓
	Très bonne ténacité.			✓
Inconvénients	Faible conductivité thermique	✓		
	Fabrication compliquée		✓	
	Faible résistance a la corrosion			✓

Tableau 1 Avantages et inconvénients des matériaux constituant les FGM.

I.6 Les différents matériaux utilisée dans les FGM

Les matériaux FGM sont une combinaison de deux matériaux qui sont : le métal et la céramique de sorte qu'à l'intérieur il y a 100% de métal et à l'extérieur 100% de céramique et entre les deux extrémités il y a des variations de ces pourcentages.

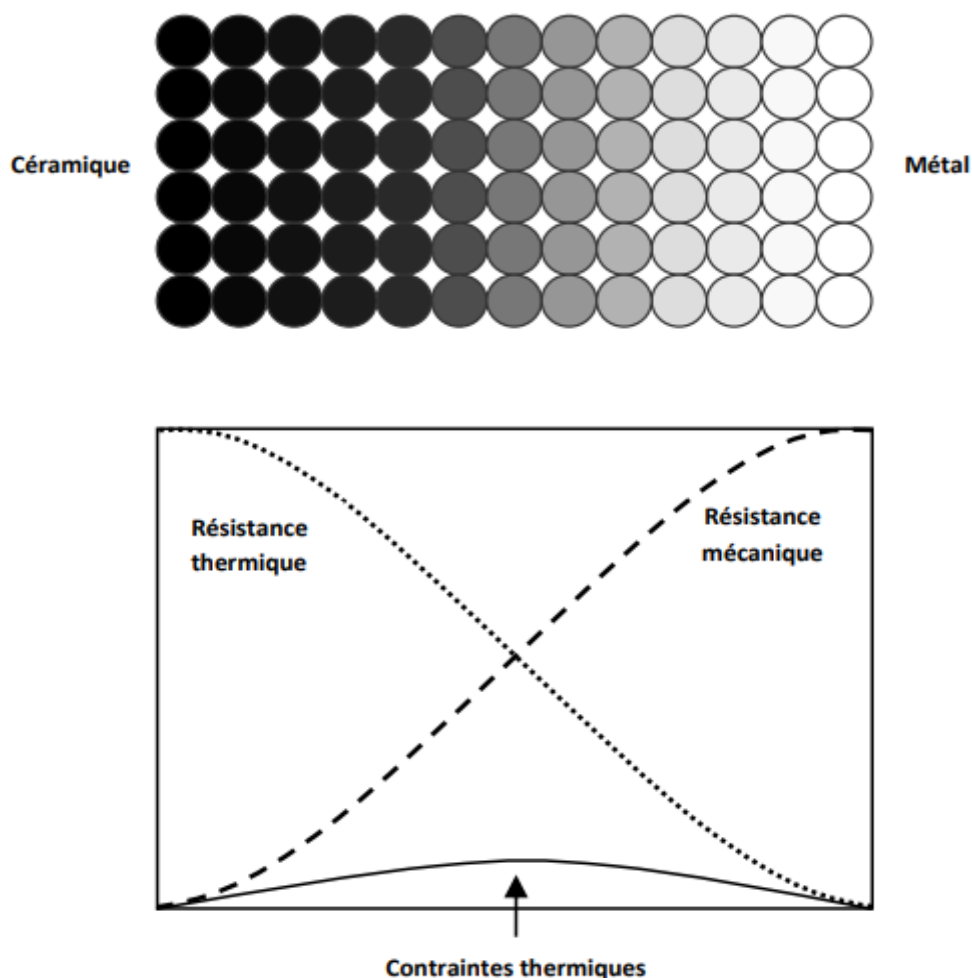


Figure 6 Concept des matériaux à gradient de propriétés d'après [12].

I.7 Notions sur le gradient des FGM

Contrairement aux matériaux homogènes, les propriétés des FGM changent non seulement en fonction de leur composition mais également en fonction de la connectivité du réseau interne de la structure. Sur la (figure 7), nous montrons une représentation schématique de la microstructure d'un matériau FGM suite à l'augmentation du contenu de la deuxième phase. Pour des fractions faibles, la deuxième phase existe sous forme de grains isolés éparpillés dans une matrice (a). Quand le contenu de la deuxième phase accroit, les particules débutent à être en contact et à former des tas agglomérés (b).

Si l'augmentation de la phase deux continue, une transition microstructurale critique aura lieu, dans ce cas la deuxième phase n'est plus éparpillée, mais elle devient plutôt reliée entre elles sur des volumes importants (c, d, e). Cette phase de transition a un effet important sur l'évolution des propriétés du matériau FGM final.

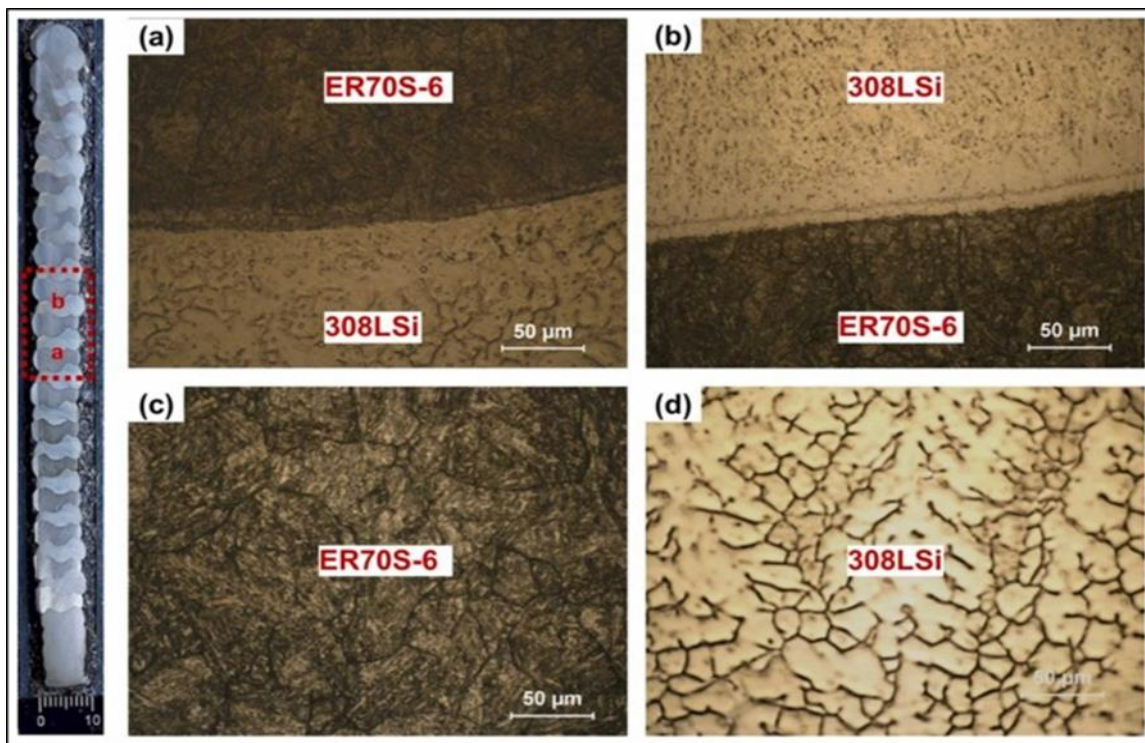


Figure 7 Changement de la microstructure d'un FGM d'après [13].

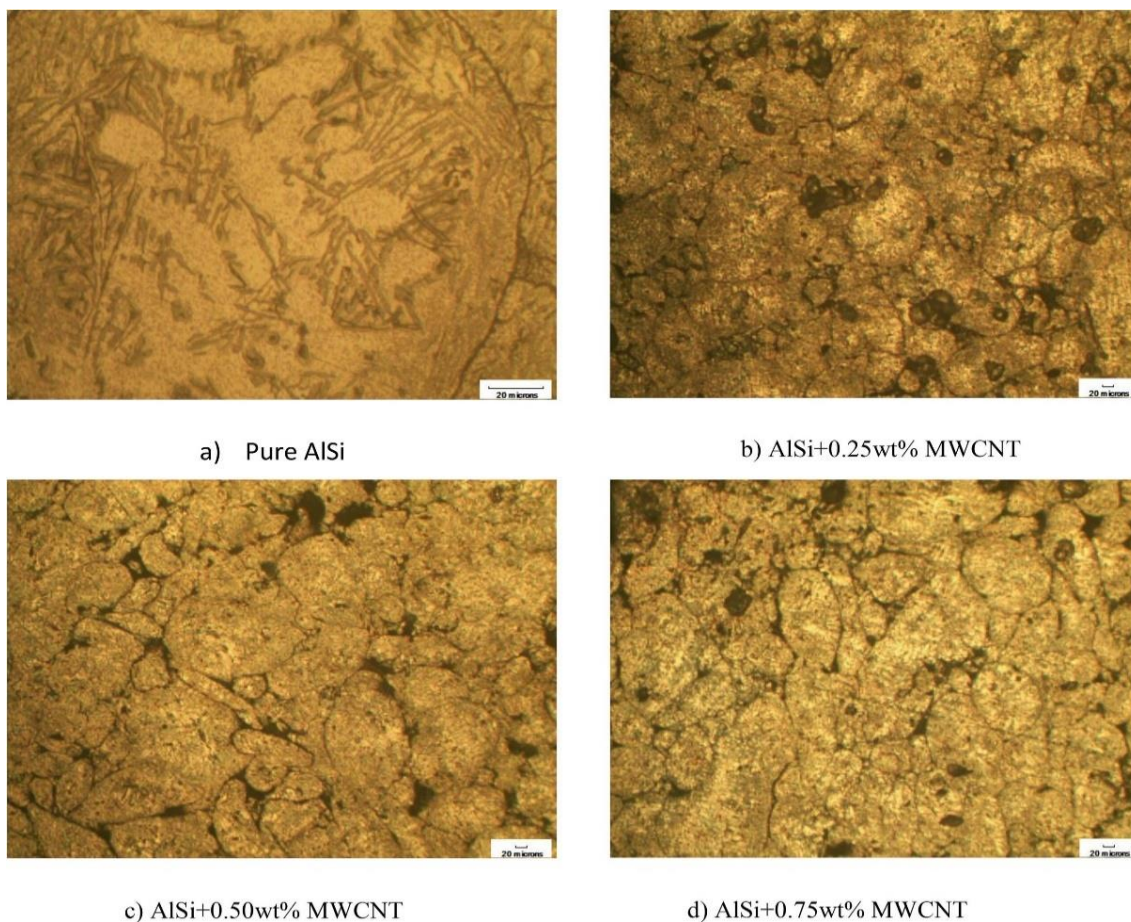


Figure 8 La microstructure optique de MWCNT renforce AlSi FGM d'après [14].

I.8. Propriétés effectives des matériaux à gradient fonctionnel

Généralement les FGM sont fabriqués par deux phases de matériaux avec différentes propriétés classées par leur microstructure variable dans l'espace ; conçue pour optimiser l'exécution des éléments de structures par la distribution de propriétés correspondantes. Une description détaillée d'une microstructure graduée réelle et généralement non disponible, sauf peut-être pour des informations sur la distribution de la fraction volumique. Tandis que la fraction volumique de chaque phase varie graduellement dans la direction de gradation, les propriétés effectives des FGM changent le long de cette direction.

Par conséquent, nous avons deux approches possibles pour les modèles FGM :

1. Une variation par morceaux de la fraction volumique de la céramique ou du métal est assumée, et le FGM est pris pour être posé avec la même fraction volumique dans chaque région, c- à-d couche quasi-homogène de céramique-métal (figure 1.2 – a) ;
2. Une variation continue de la fraction volumique de la céramique ou du métal est assumé (figure 1.2 – b), et la fraction volumique du métal peut être représentée comme une fonction de coordonnées suivant l'épaisseur (z).

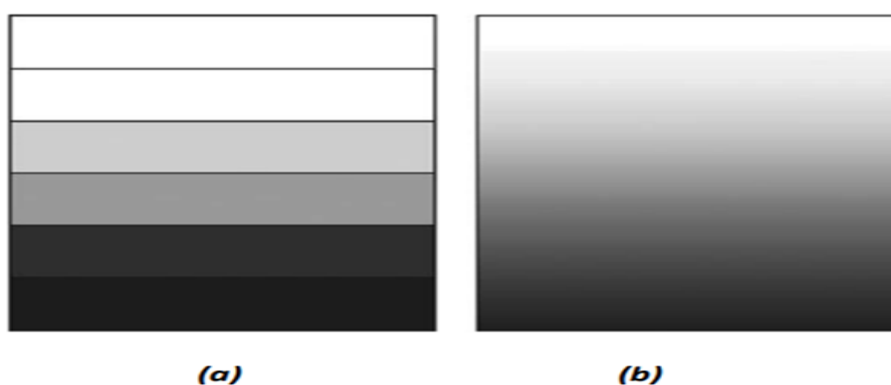


Figure 9 Modèle schématisé pour une couche d'un matériau à gradient fonctionnel d'après [15].

Jin et Batra (1996) indiquent que l'effet du coefficient de poisson sur les déformations est négligeable comparativement à celui du module de Young. Par conséquent, le coefficient de Poisson peut être supposé comme constant. Cependant, Le module de Young dans la direction de l'épaisseur de la plaque FGM varie en fonction de la loi de puissance (P-FGM), la fonction exponentielle (E-FGM) ou avec la fonction sigmoïde (S-FGM).

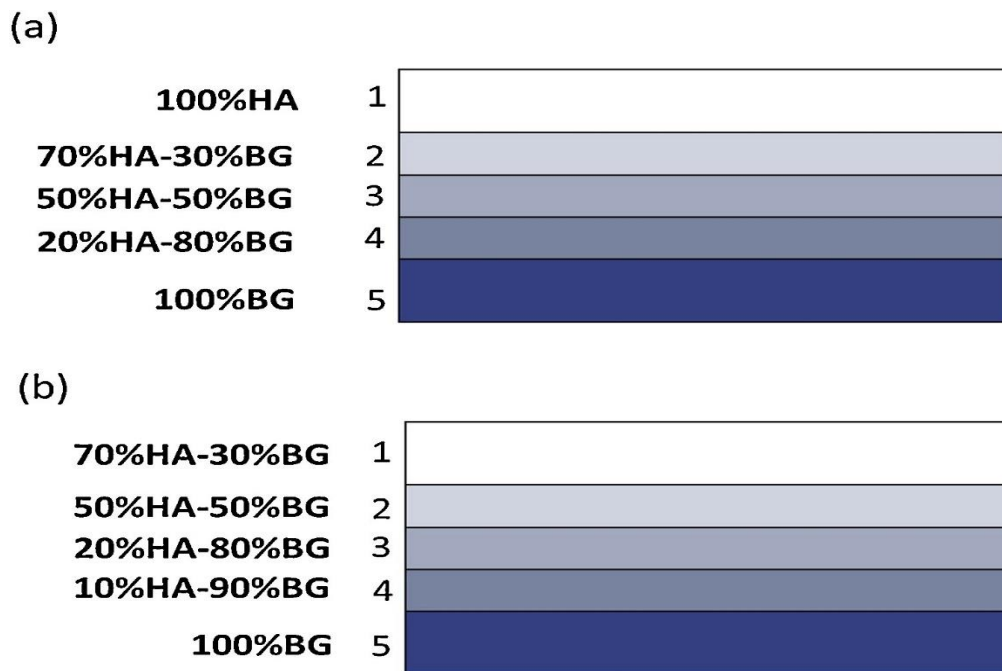


Figure 10 Présentation schématique de 5 couches dans les systèmes FGM d’après [16].

I.8.1 La fraction volumique P-FGM

La rigidité de la poutre est varié en fonction de sa hauteur « h » ; on suppose que le matériau P-FGM obéit à une fonction de loi de puissance notée :

$$g(z) = \left(\frac{2z+h}{2h}\right)^k \dots\dots\dots (I.1)$$

Où ‘k’ est un paramètre matériau et ‘z’ est dirigé suivant l’épaisseur ‘h’ de la poutre. Les propriétés matérielles d’une poutre P-FGM, peuvent être déterminées par la loi des mélanges :

$$E(z)_{p-FGM} = E_{BO} + \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2}\right)^k (E_{BM} - E_{BO}) \dots\dots\dots (I.2)$$

Telle que :

E_{BM} : Rigidité de la partie inférieure de la poutre FGM (béton modifié).

E_{BO} : Rigidité de la partie supérieure de la poutre FGM (béton ordinaire).

La variation du module de Young dans la direction d’épaisseur de la poutre P-FGM est représentée sur la figure .11.

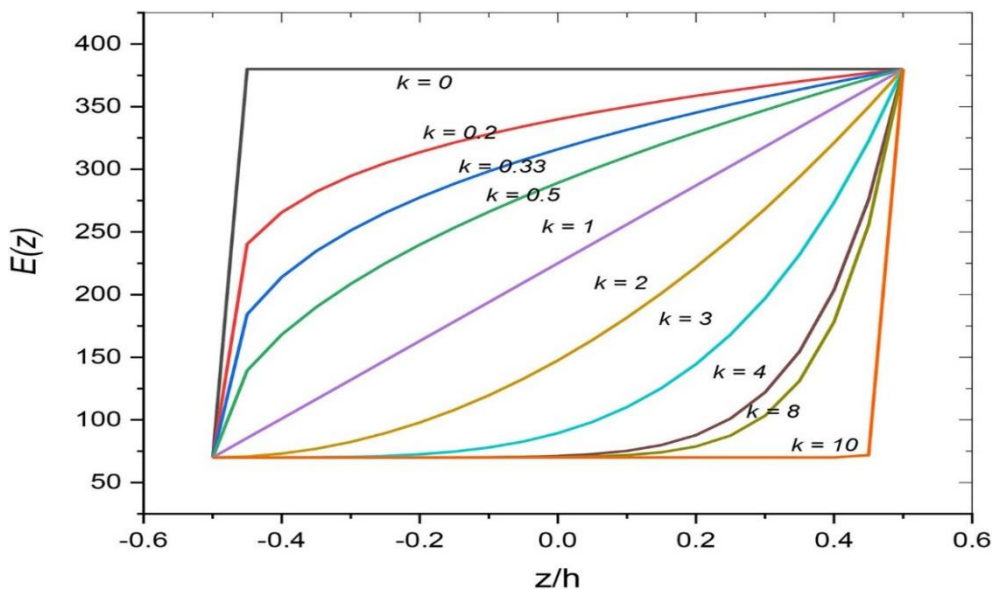


Figure 11 Variation de la fraction volumique dans une poutre P-FGM d'après [17].

I.8.2 La fraction volumique E-FGM

La majorité des chercheurs utilisent la fonction exponentielle, pour décrire les propriétés matérielles des matériaux E-FGM, qui s'écrit sous la forme de la relation (I.3). La variation du module de Young à travers l'épaisseur de la poutre FGM est représentée sur la Figure I.12

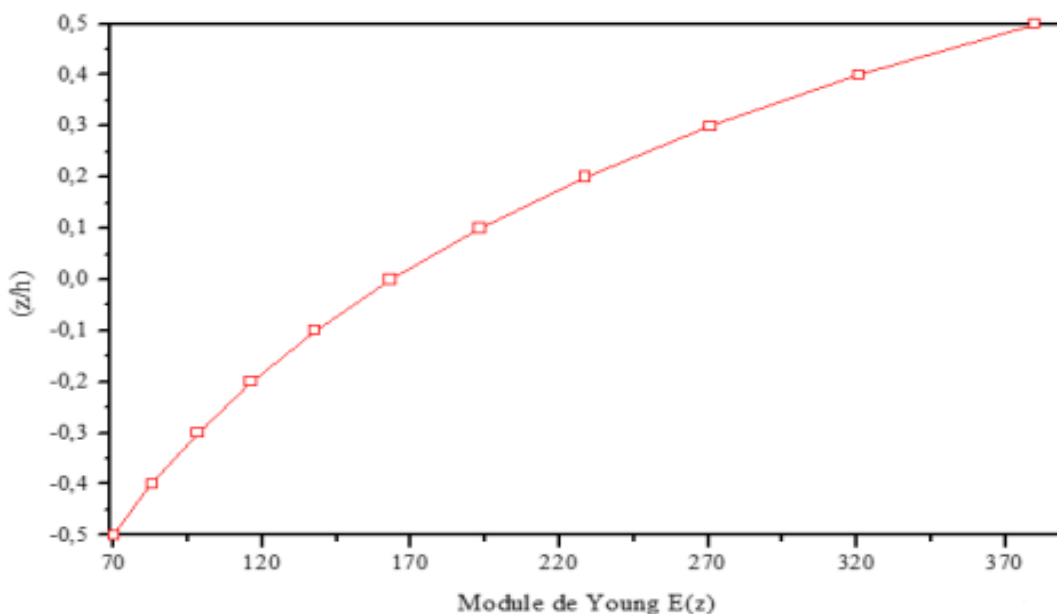


Figure 12 Variation de la fraction volumique dans une poutre E-FGM [18].

$$E(z)_{E-FGM} = E_{BM} e^{\beta \left(\frac{z+h}{2}\right)} \dots \dots \dots \text{(I.3)}$$

$$\text{Où : } \beta = \frac{1}{h} \ln\left(\frac{E_{BO}}{E_{BM}}\right)$$

I.8.3 La fraction volumique S-FGM

Pour définir la fraction de volume de matériau S-FGM, deux fonctions de loi de puissance sont utilisées, ayant comme objectif l'assurance d'une bonne distribution des contraintes parmi toutes les interfaces. Les deux fonctions sont définies par les relations I.4 et I.5 :

$$g_{1(z)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{h-z}{2}}{\frac{h}{2}} \right)^p \quad \text{Pour : } -h/2 \leq z \leq 0 \dots \dots \dots \text{(I.4)}$$

$$g_{2(z)} = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{h-z}{2}}{\frac{h}{2}} \right)^p \quad \text{Pour : } 0 \leq z \leq h/2 \dots \dots \dots \text{(I.5)}$$

En utilisant la loi des mélanges, le module de Young de la poutre S-FGM peut être calculé par la relation I.6 et I.7, sa variation est représentée sur la Figure I.13 :

$$E(z)_{S-FGM} = g_{1(z)} E_{BO} + (1 - g_{1(z)}) E_{BM} \quad \text{Pour : } -h/2 \leq z \leq 0 \dots \dots \dots \text{(I.6)}$$

$$E(z)_{S-FGM} = g_{2(z)} E_{BO} + (1 - g_{2(z)}) E_{BM} \quad \text{Pour : } 0 \leq z \leq h/2 \dots \dots \dots \text{(I.7)}$$

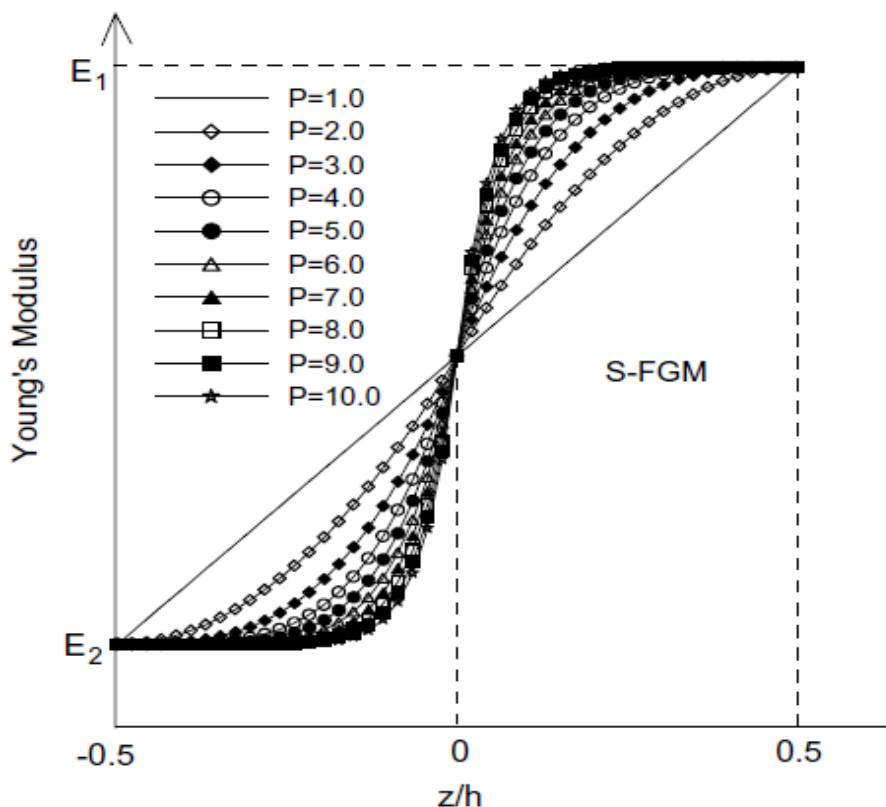


Figure 13 Variation de la fraction volumique dans une poutre S-FGM [19].

I.9 Porosité des FGM

La porosité est la quantité de vides (pores) dans un matériau solide, qui sont remplis de fluides (liquide ou gaz). C'est une grandeur physique de 0 à 1 (ou un pourcentage de la grandeur physique de 0 à 1 (ou un pourcentage entre 0 et 100%)) qui détermine le débit et la capacité de rétention de substrat

La porosité est le volume de vide et le volume total du milieu poreux : la lumière totale du milieu poreux :

$$\varphi = \frac{V_{\text{pore}}}{V_{\text{total}}} \dots\dots\dots (I.8)$$

Où :

φ : est la porosité ;

V_{pore} : est le volume des pores ;

V_{total} : est le volume total du matériau, du le volume des pores.

I.9.1 Caractérisation de la porosité

La variété des méthodes de caractérisation de la porosité est liée à la variété des matériaux poreux et aux objectifs de chaque approche. Par exemple, lors de l'étude des adsorbants ou des matériaux utilisés en catalyse, les mesures de surface peuvent être préférables. En revanche, si l'objectif est de contrôler la taille des pores, alors la méthode de détermination de la distribution granulométrique est recommandée [20].

Les méthodes de caractérisation poreuse sont souvent associées à la classification des matériaux poreux selon certains critères. Les matériaux poreux peuvent être classés selon le type de porosité principale (fermée ou ouverte), l'origine de la porosité (inter-particule ou intra-particule), la résistance mécanique (rigidité ou fragilité) ou la taille des pores [21].

I.9.2 Effet de la porosité sur les propriétés mécaniques des matériaux

Les études des propriétés mécaniques des matériaux poreux sont généralement résumées en qui détermine la corrélation entre la porosité et les propriétés mécaniques. Une augmentation de la fraction volumique des pores signifie une diminution des propriétés mécaniques. [22].

La plupart des études disponibles dans la littérature se concentrent sur l'influence principal facteur du la porosité [23], la forme des pores, leur distribution en taille.

I.9.3 Porosité et module d'élasticité longitudinale (le module de Young/porosité)

De vastes travaux expérimentaux et théoriques ont été entrepris pour relier l'interaction complexe de la microstructure et des propriétés mécaniques. Dans le cas de notre étude on s'est focalisé sur l'effet de la porosité sur le module d'élasticité longitudinal (le module de Young/porosité). Les expressions (relations empiriques) suivantes sont celles utilisées le plus souvent pour décrire ce comportement : [24]

$$E = E_0 (1 - b_p) \dots \dots \dots \text{(I.9)}$$

Où :

E : est le module de Young à la porosité P ;

E₀ : le module de Young à porosité nulle ;

b_p : Paramètre dépend de la nature et de la géométrie du matériau.

Ce modèle linéaire 1.8 repris dans la théorie de l'élasticité d'Einstein [Einstein 1906], qui l'utilisait pour décrire le comportement élastique d'un fluide avec une suspension de sphères dures.

$$E = E_0 (e^{-bp}) \dots\dots\dots (I.10)$$

Cette relation exponentielle (I.10) a été utilisée pour la première fois par SPRIGGS [Spriggs 1961] pour analyser l'effet de la porosité sur le module élastique de la matière réfractaire polycristalline, oxyde d'aluminium.

$$E = E_0 (1-P) / (1+bP) \dots\dots\dots (I.11)$$

Ce modèle non linéaire (I.11) a été proposé par Hasselman en 1962 est directement basé sur les expressions obtenues par Hashin en 1962 pour les modules de matériaux avec suspensions diluées de pores sphériques.

$$E = E_0 (1-Bp^{2/3}) \dots\dots\dots (I.12)$$

Cette relation (I.12) à puissance (2/3) a été dérivée par Martin et Haynes en 1971 pour le module de Young des matériaux poreux et a été utilisée tardivement pour analyser les données de plusieurs matériaux

Le principal inconvénient de ces modèles est qu'ils ne peuvent pas être utilisés pour toute la plage de porosité. Il semble que certaines conditions doivent être remplies par un bon modèle pour toute la plage de porosité : il doit être aussi simple que possible, doit posséder le plus petit nombre possible de paramètres d'ajustement et il est nécessaire d'intégrer la porosité critique (seuil de percolation) [Kovacic 2008] au modèle. A cause cela, le modèle exponentiel de Knudsen et Spriggs équation (10) ne convient pas car aucun seuil de percolation n'est pris en compte. De plus, il est également inapplicable pour les mousses, car il ne satisfait pas la condition limite $E = 0$ pour $P = 1$ (E est le module de Young et P est la porosité).

I.9.4 Porosité et le coefficient de Poisson ν

Dans le cas de matériaux isotropes homogènes, le coefficient de Poisson ν peut être déterminé à l'aide du module d'élasticité E et du module de cisaillement G comme suit :

$$\nu = \frac{E}{2G} - 1 \dots\dots\dots (I.13)$$

Après le remplacement des équations 1.11 et 1.12 dans l'équation 1.13 nous obtenons :

$$\nu = \frac{E}{2G} \left[\frac{pc-p}{pc} \right] \quad \text{Pour } P \leq Pc \quad \dots\dots\dots (\text{I.14})$$

Puisque $\frac{E0}{2G0}$ détermine le coefficient de Poisson du matériau solide, nous pouvons simplifier

l'équation comme suit :

$$\nu = (\nu_0 + 1) \left[\frac{pc-p}{pc} \right] - 1 \quad \text{Pour } P \leq Pc \quad \dots\dots\dots (\text{I.16})$$

Dans ce cas, le seuil de percolation est à nouveau considéré comme identique du point de vue de la stabilité mécanique. Cependant, comme les exposants caractéristiques du module de Young et du module de cisaillement ne sont pas toujours les mêmes, il est nécessaire de considérer un nouvel exposant caractéristique pour le coefficient de Poisson où :

$$F_V = F_E - F_G \quad [25].$$

I.10 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre nous avons présenté une revue sur les matériaux à gradient fonctionnel « FGM » à travers une synthèse bibliographique sur l'histoire des FGM et leurs développements, leur définition ainsi que leurs domaines d'applications, et les différents matériaux qui sont utilisés dans les FGM, leur avantages et inconvénients leur propriétés effective et matérielle. Enfin nous avons terminé par définir la porosité et essayé de développer différents modèles de l'effet de la porosité sur les propriétés mécaniques des matériaux, tel que (le module de cisaillement /porosité), (le coefficient de poisson /. Porosité), et l'effet de la porosité sur le module de Young.

Les matériaux à gradient fonctionnel sont largement utilisés dans diverses structures d'ingénierie grâce à leurs performances dominant. Par conséquent, dans le chapitre suivant, on va présenter le comportement des poutres FGM en flexion, ensuite on exposera une revue bibliographique sur les différentes théories rencontrées dans la littérature pour l'étude de comportement des poutres FGM.

Chapitre II

Comportement des poutres
FGM en flexion

II.1 Introduction

Dans le chapitre précédent « Revue sur les matériaux à gradient fonctionnel », nous avons abordé des généralités sur les FGM. Ces matériaux sont largement utilisées dans diverses structures d'ingénierie grâce à leur performance ce que fait que l'analyse de leur comportement mécanique est une étape primordiale sur le plan technique. Dans ce chapitre nous allons étudier le comportement des poutres FGM en flexion.

Dans les différentes sections de ce chapitre, nous allons présenter la signification d'une poutre FGM sous flexion et les essais de flexion : la flexion en 3 points et 4 points, ensuite l'hypothèse cinématiques des poutres les différents types des théories des poutres telles que la théorie de Bernoulli (CBT), Timochenko (FSDBT) et la théorie d'ordre élevé (HSDBT). Le chapitre sera terminé par une revue de littérature sur les dernières avancées en relation avec le comportement des poutres FGM en flexion.

II.2 Historique

La théorie des poutres est attribuée à Galilée, mais des études récentes indiquent que Léonard De Vinci l'aurait précédé. De Vinci avait supposé que la déformation variée de manière linéaire en s'éloignant de la surface neutre, mais il ne pût finaliser ses calculs car il ne connaissait pas la loi de Hooke [26]. De son côté, Galilée était parti sur une hypothèse incorrecte (il supposait que la contrainte était répartie uniformément en flexion), et c'est Antoine Parent qui obtint la distribution correcte [27].

Ce sont Leonard Euler et Jacques Bernoulli qui émirent la première théorie utile vers les années 1790, alors que Daniel Bernoulli, le neveu du précédent, écrivit l'équation différentielle pour l'analyse vibration. À cette époque, le génie mécanique n'était pas reconnu comme une science, et on ne considérait pas que les travaux d'une académie des mathématiques puissent avoir des applications pratiques, et on continua à bâtir les ponts et les bâtiments de manière roués, qu'on démontra la validité de la théorie à grand échelle.

II.3 Modèles des poutres pour les matériaux fonctionnellement gradués

II.3.1 définition d'une poutre FGM

Le terme « poutre » désigne un objet dont la longueur est grande comparée aux dimensions transverses (section fine) (figure 2.1). Une poutre est un élément de structure utilisée dans la construction des bâtiments, des navires, autres véhicules et dans la fabrication de machines.

Cependant, le modèle des poutres peut être utilisé pour des pièces très diverses à condition qu'elles respectent certaines normes.

Les théories de poutres impliquent essentiellement la réduction d'un problème en trois dimensions de la théorie de l'élasticité à un problème unidimensionnel. Elles s'appliquent sur des solides élancés [les prismes dont la longueur vaut 10 fois la plus grande dimension transversale]. Là où la détermination de la solution exacte pour les champs de contrainte et de déformation n'est pas possible, elle permet d'obtenir une solution approchée, qui donne une bonne idée sur les efforts et les déplacements [28].

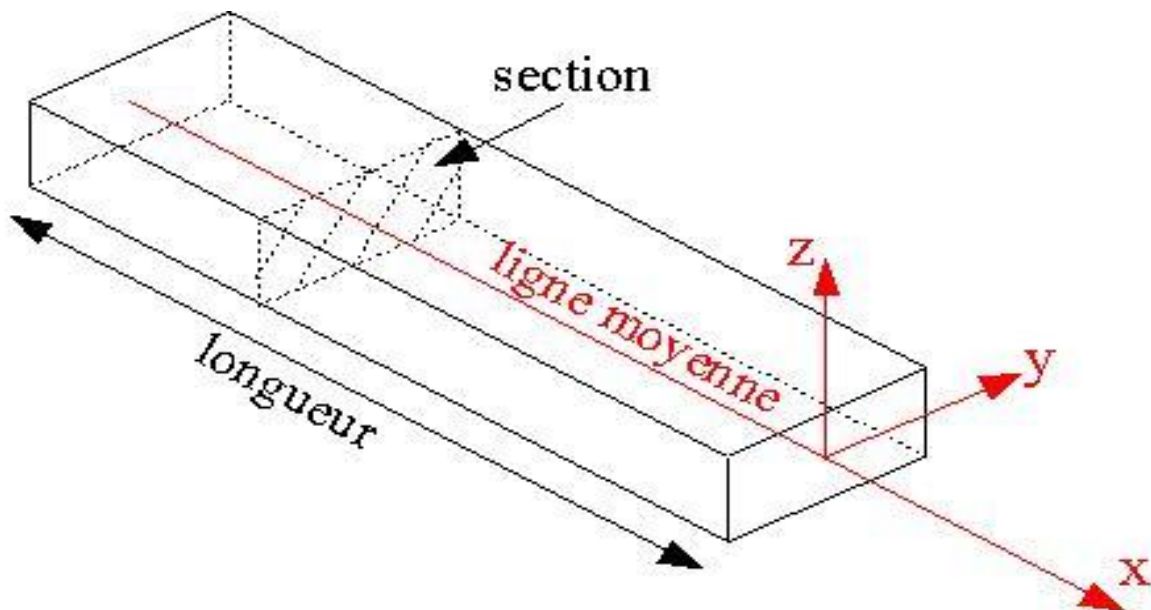


Figure 14 Géométrie d'une poutre FGM.

II.3.2 Définition de la flexion

La flexion est la déformation d'un objet sous l'action d'une charge. Elle se traduit par une courbure. Dans le cas d'une poutre, elle tend à rapprocher ses deux extrémités.

L'essai de flexion d'une poutre est un essai mécanique utilisé pour tester la résistance en flexion. On utilise la flexion dite « trois points » et la flexion dite « quatre points ».

II.3.2.1 Flexion trois points

La flexion trois points est un essai mécanique qu'on effectue en posant une poutre sur deux appuis simples.

Les contacts entre ces appuis et la poutre sont considérés ponctuels et sont situés sur les extrémités de la poutre. On applique une charge concentrée au milieu de cette poutre. Le contact entre la charge et la poutre est considéré aussi comme une liaison ponctuelle.

Lorsqu'on augmente progressivement la charge sans dépasser la limite de résistance pratique, la poutre se déforme suivant une flèche déterminée selon la nature des composants constituants de la poutre [29].

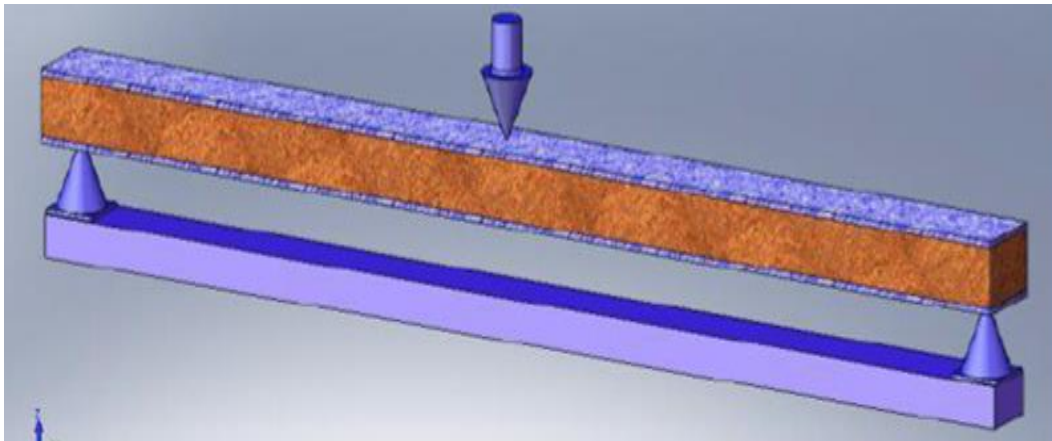


Figure 15 Flexion trois-points [29].

II.3.2.2 flexion quatre points

Dans ce cas on utilise les mêmes appuis simples, mais on applique deux charges au lieu d'une seule charge concentrée.

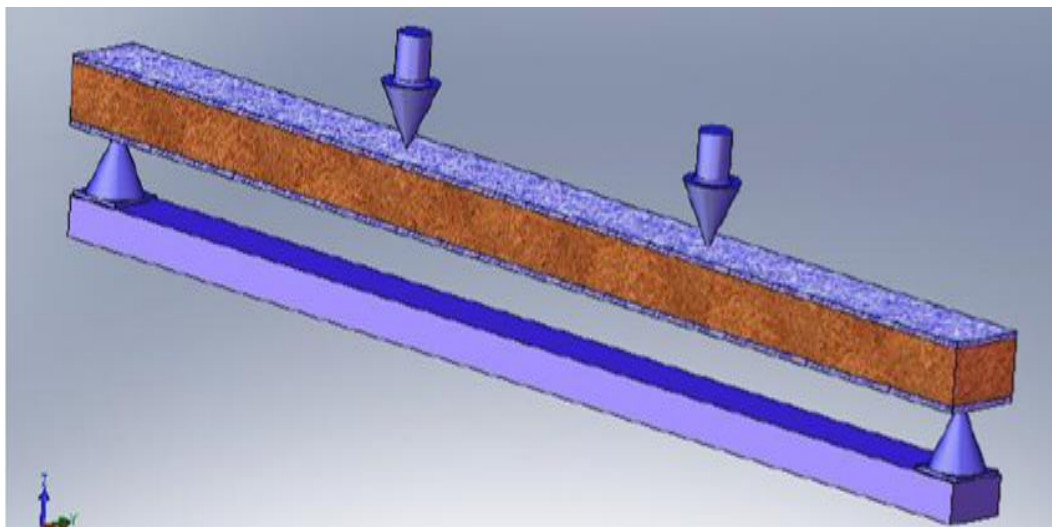


Figure 16 Flexion 4 points d'après [30].

II.3.3 Hypothèses cinématiques de la théorie des poutres

- L'hypothèse cinématique fondamentale de la théorie des poutres (Coffignal 2001) est l'hypothèse de Navier. (Navier -Bernoulli et Navier -Timoshenko) : "Toute section droite de la configuration de référence est supposée rester plane et inaltérée au cours du mouvement".
- L'hypothèse de Navier s'énonce aussi de la façon équivalente suivante : "Toute section droite est considérée comme ayant un mouvement de solide indéformable".
- L'hypothèse d'Euler- Bernoulli énonce que la section droite de la poutre est indéformable reste plane et perpendiculaire à la fibre moyenne avant et après déformation, et la déformation transversale est nulle.
- L'hypothèse de Timoshenko énonce que la section droite de la poutre est indéformable ne reste pas perpendiculaire à la fibre moyenne après déformation (il y a une rotation de la section droite), et l'effet de cisaillement n'est pas nul et pris en compte.

II.3.4 Modèle d'Euler Bernoulli (Classical Beam Theory- CBT)

Cette théorie est basée sur la théorie élémentaire de flexion des poutres qui ne tient pas compte des effets de la déformation de cisaillement. Comme hypothèse de cette théorie, les déformations dues au cisaillement transversal sont négligées car il n'existe pas de cisaillement sur la hauteur de la poutre, « La section reste plane et perpendiculaire à l'axe neutre de la poutre avant et après la déformation ».

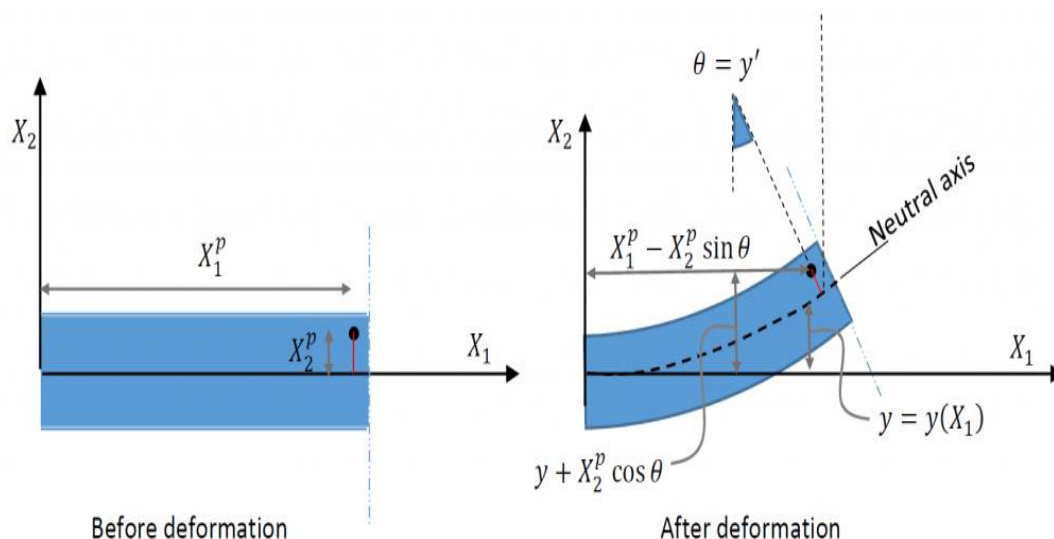


Figure 17 Cinématique de la poutre d'Euler Bernoulli [31].

La répartition de déplacement (le gauchissement) est décrite par la fonction nulle :

D'après la CBT le champ de déplacement de n'importe point M est donné par les deux composantes suivantes :

$$U(M) = \begin{cases} u(x, z) = u_0 - zw_0, x(x) \\ w(x, z) = w_0 \end{cases} \dots\dots\dots (II.1)$$

Avec : $u(x, z)$: C'est le déplacement suivant X et $w(x, z)$ est le déplacement dans la direction de Z ou bien la flèche.

La rotation autour de l'axe Y, provoquée par la flexion est tel que :

$$w_0 x(x) = \frac{\partial w_0}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots (II.2)$$

$u_0(x)$ et $w_0(x)$ sont les composantes de déplacement au milieu de la section et sur la ligne moyenne de la poutre, respectivement le long des axes X et Z.

II.3.5 Modèle de Timoshenko (First shear deformation beam theory-FSDBT)

La théorie de Timoshenko est plus riche et plus générale que la théorie élémentaire des poutres au prix d'une fonction supplémentaire. Cette solution permet d'affiner les solutions analytiques issues de la théorie classique. Toutefois ces solutions sont entachées d'erreurs au voisinage des appuis et de la zone indentation où nous pouvons avoir des concentrations de contrainte et des champs de déplacement non homogènes. Elle est basée sur le principe : « qu'après déformation, la section plane reste plane mais elle perd sa perpendicularité par rapport à la ligne moyenne de la poutre » (Timoshenko 1972).

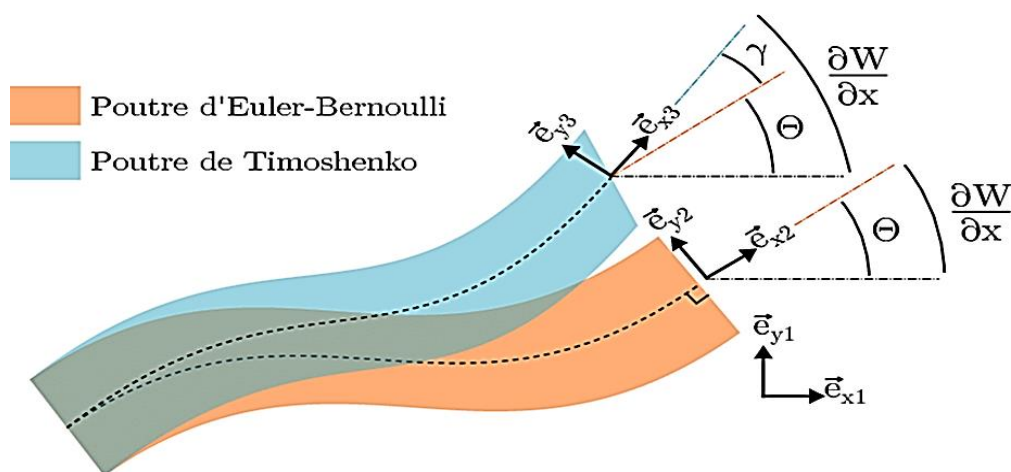


Figure 18 Cinématique de la poutre d'Euler Bernoulli et de de Timoshenko[32].

Dans le cas où nous avons un élanement faible, l'effet du cisaillement devient plus important sur la déformée. Dans ce cas, la fonction s'écrit comme suit :

$$U(M) = \begin{cases} u(x, z) = u_0(x) - w_0, x(x) + z\gamma_{wz}^0 \\ w(x, z) = w_0(x) \end{cases} \dots\dots\dots (\text{II.3})$$

Il existe un cisaillement uniforme et les déformations dues au cisaillement transversal ne sont pas négligées. C'est la théorie de premier ordre (FSDBT). Le champ de déplacements de Timoshenko s'écrit alors

Avec :

γ_{wz}^0 , c'est la distorsion ou la déformation angulaire mesurée sur la ligne moyenne de la poutre

Tel que :

$$\gamma_{xz}^0 = w_x^0(x) - \varnothing^0(x) \dots\dots\dots (\text{II.4})$$

$\varnothing^0(x)$, Etant la rotation totale de la section mesurée sur la ligne moyenne de la poutre.

La contrainte de cisaillement est :

$$\tau_{xz} = G_{xz}\gamma_{xz} = G_{xz}\gamma_{xz}^0 \dots\dots\dots (\text{II.5})$$

G_{xz} , est le module de cisaillement transversal qui est s supposé constant.

La théorie de Timoshenko est plus riche et plus générale que la théorie élémentaire des poutres au prix d'une fonction supplémentaire. Cette solution permet d'affiner les solutions analytiques issues de la théorie classique.

Le non nullité des contraintes tangentielles sur les bords extrêmes de la poutre et l'introduction des coefficients de correction de cisaillement ont menés d'autres chercheurs à essayer de trouver une autre théorie pouvant tenir compte de ces facteurs ; c'est "la théorie d'ordre élevé".

II.3.6 Modèle d'ordre élevé (High shear deformation beam theory - HSDBT)

Dans cette théorie la distribution des champs de déplacement est non linéaire selon l'épaisseur de la poutre. Elle est plus précise que la théorie du premier ordre puisqu'elle introduit une fonction qui tient compte du phénomène de « gauchissement ».

Ce phénomène apparaît lorsque la section transversale de la poutre perd planéité. La fonction représente le gauchissement et sa dérivée représente le cisaillement.

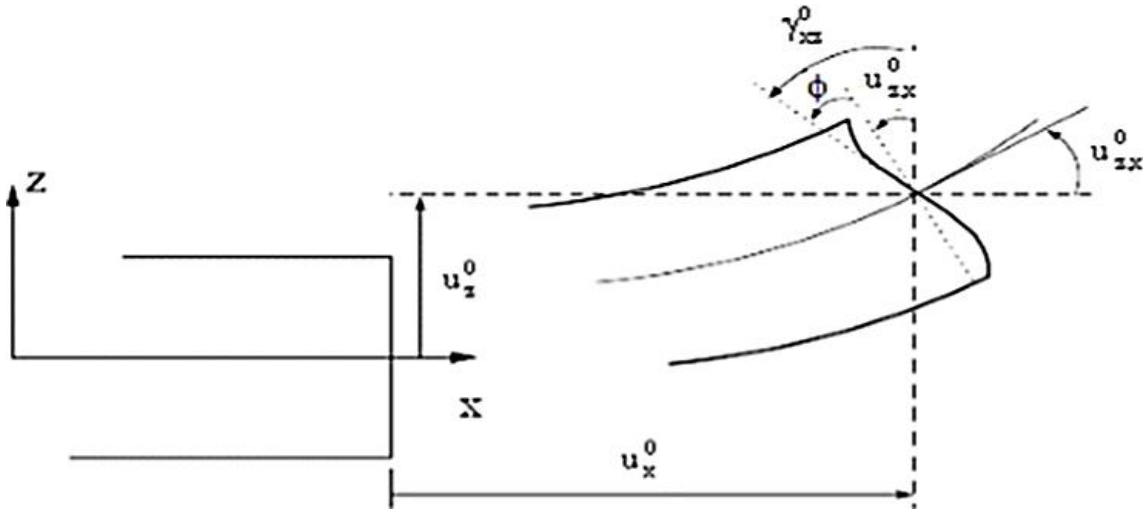


Figure 19 Cinématique de la poutre d'ordre élevé.

Le champ de déplacement devient :

Pour que les contraintes tangentielles soient nulles sur les bords extrêmes de la poutre, on doit avoir :

$$U(M) = \begin{cases} u(x, z) = u_0(x) - zw_{0,x}(x) + f(x)\gamma_{xz}^0(x) \\ w(x, z) = w_0(x) \end{cases} \dots\dots\dots (II.6)$$

$$\gamma_{xz}(x) = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} = -w^x(x) + f'(z)\gamma_{xz}^0(z) + w_{0,x}(x) \dots\dots\dots (II.7)$$

Cette condition qui nous permet d'avoir une répartition parabolique des contraintes de cisaillement sur l'épaisseur de la poutre d'une part et de choisir correctement des fonctions cubiques qui répondent à la condition.

II.4. Méthode de résolution analytique

Dans le cas des petites perturbations, le tenseur des déformations s'écrit :

$$\begin{cases} \epsilon_x(\chi, z) = \frac{\partial u(x)}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \Psi(z) \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \gamma_{xz} = \Psi'(z) \cdot \phi \end{cases} \dots\dots\dots (II.8)$$

En comportement linéaire élastique du matériau P-FGM, l'expression des contraintes peut être déterminée comme suit :

$$\begin{cases} \sigma_x = E(z)_p \cdot \varepsilon_x \\ \tau_{xz} = G(z)_p \cdot \gamma_{xz} \end{cases} \dots\dots\dots \text{(II.9)}$$

Les équations d'équilibre sont introduites en utilisant le principe des travaux virtuels (PTV) qui consiste à sommer le travail intérieur (δw_{int}) et le travail extérieur (δw_{ext}) développé par le champ de déplacement d'un point M.

$$\delta w_{ext}(\delta u) + \delta w_{int}(\delta u) = 0, \forall \delta u \text{ Déplacement virtuel.}$$

Les forces volumiques sont négligées, l'expression du travail extérieur est devenue sous cette forme :

$$\delta w_{ext} = q \delta w = q \int_0^L \delta w dx \dots\dots\dots \text{(II.10.a)}$$

L'expression du travail intérieur est représentée comme suit :

$$\delta w_{int} = - \int_0^L \int_s [\sigma_x \delta \varepsilon(x) + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}(x)] ds \dots\dots\dots \text{(II.10.b)}$$

En remplaçant l'expression des déformations dans l'équation du travail intérieur :

$$\delta w_{int} = - \int_0^L \left[\int_s \sigma_x \cdot (\delta \varepsilon_0 + z \cdot \delta k + \Psi(x) \delta \eta_x) ds + \int_s (\tau_{xz} \cdot \Psi'(z) \cdot \delta \gamma_{xz}^0) ds \right] dx \dots \text{(II.10.c)}$$

$$\delta w_{int} = - \int_0^L \left[N_x \frac{\partial \delta u}{\partial x} + M_x \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x^2} + S_x \frac{\partial y \phi_x}{\partial x} + \phi_{xz} \delta \phi_x \right] dx \dots\dots \text{(II.10.d)}$$

Tel que

N_x Et M_x : sont l'effort normal et le moment fléchissant respectivement.

S_x Et ϕ_{xz} : Sont le moment supplémentaire du au cisaillement transverse et l'effort de cisaillement respectivement.

Les expressions des efforts internes N_x , M_x , S_x et ϕ_{xz} respectivement effort normal, moment fléchissant, moment du au cisaillement transverse et effort de cisaillement sont données par les relations suivantes :

$$N_x = \int_s \left[E(z)_p \frac{\partial u(x)}{\partial x} - E(z)_p z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + E(z)_p \Psi(z) \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \right] ds$$

$$N_x = A_{11} \frac{\partial u(x)}{\partial x} - B_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + C_{11} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \dots\dots\dots \text{(II.11)}$$

$$S_x = \int_s \Psi(z) \sigma_x ds = \int_s \Psi(z) \left[E_p(z) \frac{\partial u(x)}{\partial x} - E(z)_p z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + E(z)_p \Psi(z) \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \right] ds$$

$$S_x = C_{11} \frac{\partial u(x)}{\partial x} - D_{11}^a \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + F_{11}^a \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \dots\dots\dots \text{(II.12)}$$

$$\phi_{xz} = \int_s (\Psi'(z) \tau_{xz} \varphi_x) ds = \int_s (\Psi'^2(z) G_p(z) \varphi_x) ds$$

$$\phi_{xz} = A_{11}^a \varphi_x \dots\dots\dots \text{(II.14)}$$

Les paramètres de rigidité de la poutre ($A_{11}, B_{11} \dots \dots \dots$) sont définis en termes de modules de rigidité $E(z)$ et $G(z)$ dans la relation suivante :

$$\{A_{11}, B_{11}, C_{11}\} = b \int_{-h/2}^{h/2} E_p(z) \{1, Z, Z^2\} dz$$

$$\{C_{11}, D_{11}^a, F_{11}^a\} = b \int_{-h/2}^{h/2} E_p(z) \Psi(z) \{1, Z, \Psi(z)\} dz \dots\dots\dots \text{(II.15)}$$

$$A_{11}^a = b \int_{-h/2}^{h/2} G(z)_p \Psi'^2(z) dz$$

La résolution du problème fait appel au principe des travaux virtuels qui exprime l'égalité entre le travail extérieur des charges appliquées à la poutre (FGM) et le travail des forces intérieures au long des lignes de rupture. Cette méthode s'applique en faisant subir un déplacement quelconque δ au système, en exprimant les déplacements et rotations résultants pour les lignes de rupture, puis en égalant le travail des forces extérieurs et des efforts intérieurs, on obtient l'expression suivante :

$$\delta w_{ext} + \delta w_{int} = 0 \dots\dots\dots \text{(II.16.a)}$$

$$-\int_0^L \left[-\frac{\partial N}{\partial x} \delta u + \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} \delta w - \frac{\partial S_x}{\partial x} \delta \varphi_x + \phi_{xz} \delta \varphi_x \right] dx + \left[-N_x \delta u - M_x \frac{\partial \delta w}{\partial x} + \frac{\partial M_x}{\partial x} \delta w - S_x \delta \varphi_x \right]$$

$$+ \int_0^L \frac{q}{L} \delta w dz = 0 \dots\dots\dots \text{(II.16.b)}$$

$\delta W, \delta u, \delta \varphi_x$ l'équation doit vérifier :

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} = 0$$

$$-\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{q}{L} = 0$$

$$\frac{\partial S_x}{\partial x} - \phi_{xz} = 0 \quad \dots\dots\dots \text{(II.17)}$$

Et les conditions aux limites en x=a et x=L-a qui sont exprimées soit en déplacement soit en force :

$$\begin{cases} \delta u = 0 \\ \frac{\partial \delta w}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -N_x = 0 \\ -M_x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \delta w = 0 \\ \delta \phi_x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\partial M_x}{\partial x} = 0 \\ -S_x = 0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots \text{(II.18)}$$

En remplaçant les équations d'équilibre par leur valeur dans l'équation (;;)on obtient :

$$\begin{cases} A_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - B_{11} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + C_{11} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x^2} = 0 \\ B_{11} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + D_{11}^a \frac{\partial^3 \phi_x}{\partial x^3} = -\frac{q}{L} \\ C_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - D_{11}^a \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + F_{11}^a \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x^2} - A_{11}^a \phi_x = 0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots \text{(II.19)}$$

II.5. Solution analytique des poutres FGM en flexion

La solution analytique de la poutre FGM de longueur L, de largeur b et d'épaisseur h soumise à un chargement de flexion quatre points qui est transformé à un chargement repartie sur toute la poutre $q_z(x)$ est la suivante :

$$\begin{cases} u(x) \\ w(x) \\ \phi(x) \end{cases} = \sum_{m=1}^{\infty} \begin{cases} u_m \cos(\lambda x) \\ w_m \sin(\lambda x) \\ \phi_m \cos(\lambda x) \end{cases} \quad \dots\dots\dots \text{(II.20)}$$

Et $q_z(x) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{q_m}{L} \sin(\lambda x)$ ou : $\lambda = \frac{m\pi}{L}$

u_m, w_m, ϕ_m : sont des paramètres arbitraires .

Finalement, les équations finales de la contrainte normale et du cisaillement transverse, comme indiqué par la relation :

$$\sigma_x = -E_p(z) \sum_{m=1}^{\infty} [\lambda(u_m + z\phi_m) - \lambda^2 z w_m] \sin(\lambda x)$$

$$\tau_{xz} = \frac{E_p(z)}{2(1+\nu)} \sum_{m=1}^{\infty} [\phi_m] \cos(\lambda x) \quad \dots\dots\dots \text{(II.21)}$$

La littérature scientifique montre que le comportement mécanique des poutres a été amplement investi. On peut citer les travaux suivants qui ont résolu analytiquement l'équation différentielle qui régit le comportement de la poutre en flexion :

- **Andi Makarim Katili, Irwan Katili [33]** : ont présenter une étude qui consiste à déterminer les caractéristiques mécanique d'une poutre FGM.
- **Thuc P. Vo · Huu-Tai Thai · Trung-Kien Nguyen · Fawad Inam [34]** : ont fait une analyse statique d'une poutre FGM à l'aide d'une théorie de déformation par cisaillement raffinée.
- **Aman Garg, H.D. Chalak, Anupam Chakrabarti [35]** : ont fait une Étude comparative de la flexion des poutres sandwichs FGM composées de Différentes lois de variation des matériaux à l'aide de la théorie raffinée des couches
- **Shi-Rong Li, Da-Fu Cao, Ze-Qing Wan [37]** : ont présenté une Solutions de flexion des poutres FGM Timoshenko par rapport à celles des poutres homogènes Euler-Bernoulli.
- **S. Yadav, KeshavK. Sangle, Swapnil A. Shinde, Sandeep S. Pendhari, Yuwaraj M. Ghugal [38]** : ont fait une Analyse de la flexion des plaques FGM à l'aide de la théorie du cisaillement sinusoïdal et de la déformation normale

II.6 Revue des travaux antérieurs sur les poutres FGM :

Plusieurs études scientifiques récentes ont été menées pour comprendre le comportement des poutres FGM en flexion :

- **Andi Makarim Katili et Irwan Katili [33]:**

En 2020, Andi Makarim Katili et Irwan Katili ont présenté une étude qui consiste à déterminer les caractéristiques mécanique d'une poutre FGM en utilisant la méthode des éléments finis. Les propriétés des matériaux des poutres sont supposées varier à travers l'épaisseur selon une distribution de loi de puissance. Les matériaux utilisés dans le cadre de leur étude ont été présente comme suit :

Une poutre FGM céramique-métal (l'aluminium (Al) à la surface inférieur $E_m=70\text{Gpa}$ avec $\nu_m=0.3$ et la Zirconie (ZnO_2) à la surface supérieur $E_c=200\text{ Gpa}$ avec $\nu_c=0.3$), soumise à une charge uniformément répartie avec une largeur de poutre $b=1$.

Quatre conditions aux limites sont utilisées pour étudier le déplacement. Les auteurs ont remarqué que le déplacement est plus important pour les poutres entièrement en céramique ($\nu=\infty$) que celle entièrement métal et ceci dû à l'influence de rapport $E_c/E_m > 1$.

➤ **Aman Garg, H.D. Chalak, Anupam Chakrabarti [34]:**

En 2020, Aman Garg, H.D. Chalak, Anupam Chakrabarti ont fait une Étude comparative de la flexion des poutres sandwichs FGM composées de Différentes lois de variation des matériaux à l'aide de la théorie raffinée des couches

Cette étude comparative est réalisée sur des poutres sandwich à gradation fonctionnelle composées de différentes lois de variation des propriétés des matériaux. Pour l'étude, les lois de puissance, exponentielle et sigmoïdale sont utilisées. Une théorie du Zigzag du quatrième ordre est utilisée pour l'analyse. Les champs de déplacement dans le plan et transversaux sont pris en compte pour prédire plus efficacement le comportement des poutres épaisses. Un élément fini 1-D à 3 nœuds ayant 8 degrés de liberté par nœud est utilisé pour l'analyse.

Les résultats pour les lois exponentielles et sigmoïdale (Figure 7) font l'originalité de leur travail, qui servira de référence pour les études futures.

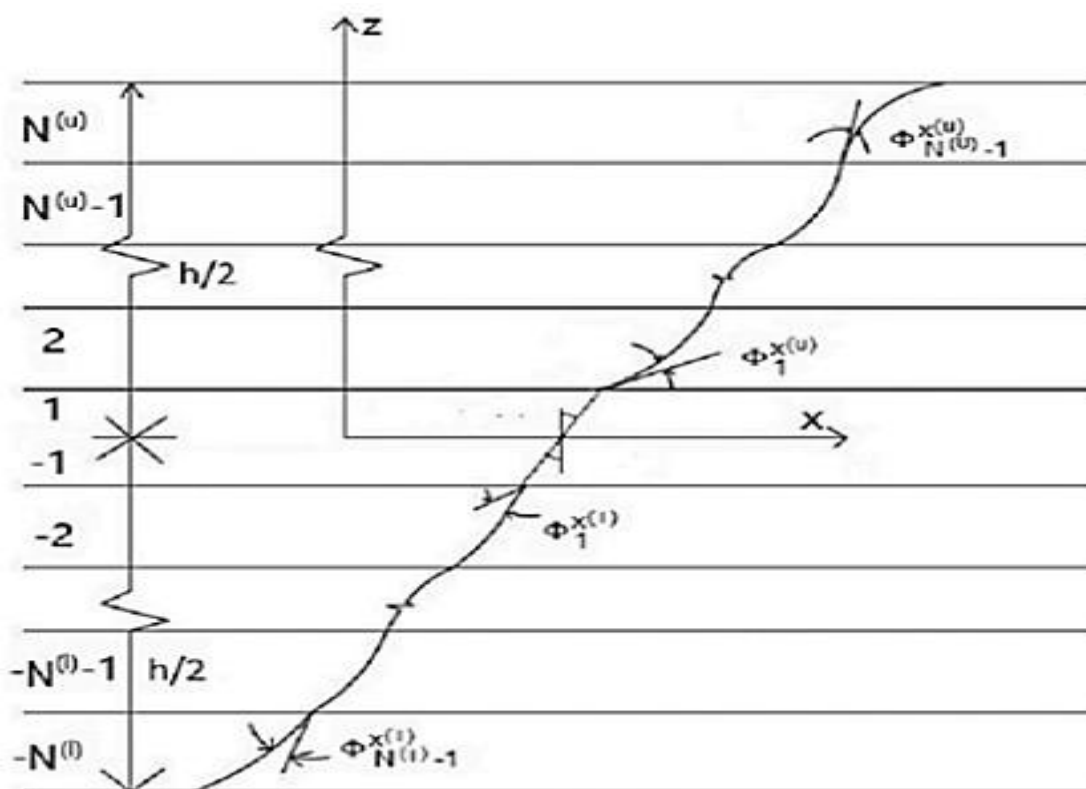


Figure 20 Variation du champ de déplacement le long de l'épaisseur de la poutre d'après [29].

➤ **Shi-Rong Li, Da-Fu Cao, Ze-Qing Wan [37]:**

En 2013, Shi-Rong Li, Da-Fu Cao, Ze-Qing Wan ont présenté une Solutions de flexion des poutres FGM Timoshenko par rapport à celles des poutres homogènes Euler-Bernoulli.

Ils ont utilisé la similarité mathématique et l'équivalence de charge entre les équations, les solutions de flexion des poutres FGM Timoshenko sont dérivées analytiquement en termes de poutres homogènes Euler-Bernoulli. Ces solutions analytiques peuvent servir de référence dans les recherches ultérieures sur les comportements des poutres FGM.

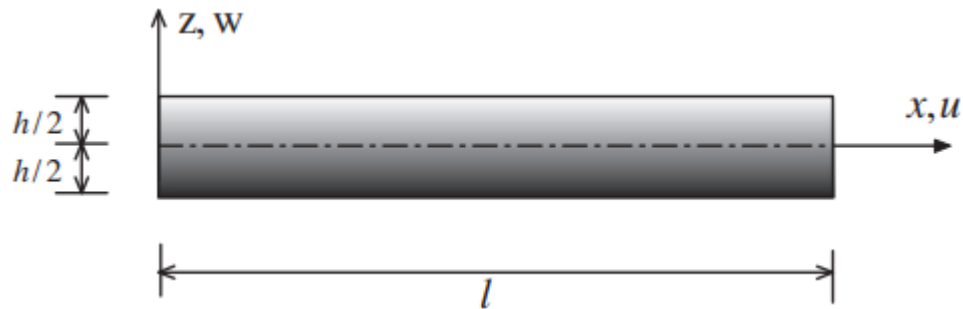


Figure 21 Géométrie des poutres à gradation fonctionnelle d'après [30].

➤ **S. Yadav, KeshavK. Sangle, Swapnil A. Shinde, Sandeep S. Pendhari, Yuwaraj M. Ghugal [38]:**

En mai 2023, Sunil S. Yadav, Keshav K. Sangle, Swapnil A. Shinde, Sandeep S. Pendhari, Yuwaraj M. Ghugal ont fait une Analyse de la flexion des plaques FGM à l'aide de la théorie du cisaillement sinusoïdal et de la déformation normale.

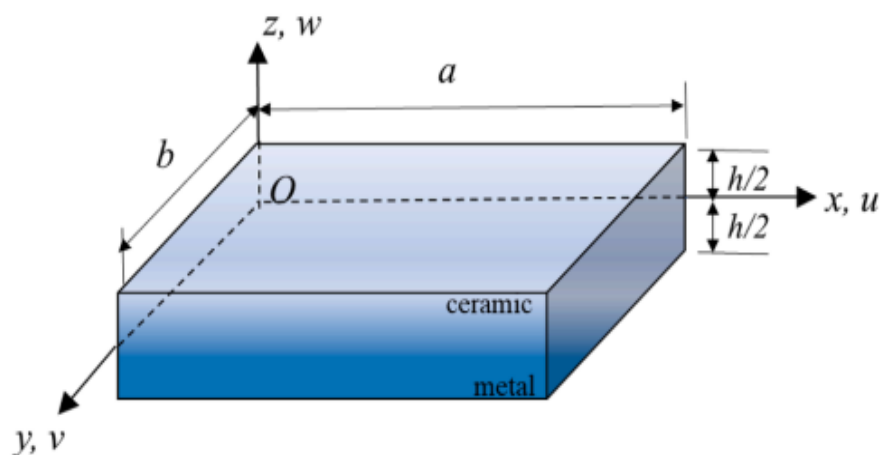


Figure 22 Géométrie et système de coordonnées de la plaque FG d'après [31].

Les déplacements dans le plan comprennent des fonctions sinusoïdales dans la coordonnée de l'épaisseur pour prendre en compte l'effet de la déformation de cisaillement transversale, et le

déplacement transversal comprend l'effet de la déformation normale transversale en utilisant la fonction cosinus dans la coordonnée de l'épaisseur. Le champ de déplacement de la théorie doit satisfaire les conditions limites sans contrainte de cisaillement sur les surfaces supérieure et inférieure de la plaque avec des variations réalistes à travers l'épaisseur. La théorie actuelle a montré une excellente concordance avec des théories plus exactes dans la réponse à la flexion

II.7 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre nous avons exposé le comportement des poutres FGM sous chargement mécanique (poutre en flexion), puis nous avons récapitulés les théories des poutres telle que : Modèle d'Euler Bernoulli (CBT), modèle de Timoshenko (FSDBT), Modèle d'ordre élevé(HSDBT), ainsi qu'une revue des travaux antérieurs sur les FGM.

L'analyse de différentes techniques proposées dans la littérature scientifique nous a montré l'étendue du domaine de recherche des contextes des FGM et qu'il y a encore beaucoup à faire dans l'axe de recherche. Dans le chapitre suivant on va entamer la deuxième partie de ce mémoire « la stimulation numérique et validation », le calcul des structures complexe nécessite des outils de modélisation du comportement mécanique de plus en plus performant et prenant en compte les spécifications de ces matériaux gradués.

Simulation numérique et validation

Chapitre III

Proposition d'un modèle numérique

III.1 Introduction

La simulation et l'analyse numérique sont des moyens très puissants pour étudier des comportements mécaniques complexes, Cette dernière est désormais quasi obligatoire dans le domaine de la recherche, où les résultats donnés par les simulations numériques doivent toujours être comparés à ceux donnés par les essais expérimentaux, en plus elles sont plus économiques que les essais en laboratoire avec un nombre d'essais optimisés.

Dans ce chapitre, nous allons présenter d'abord le logiciel **ABAQUS** et son fonctionnement, et ensuite on présentera les différentes étapes menées pour la proposition d'un modèle numérique d'une poutre à base de matériaux à gradient fonctionnel **FGM** « céramique-métal » sous chargement mécanique. Le modèle géométrique et le choix des modèles éléments finis pour le maillage sont générés dans un espace tridimensionnel (3D), tout en tenant compte du comportement réel des matériaux constitutifs.

III.2 Présentation générale d'ABAQUS

ABAQUS est un code de calcul basé sur la méthode des éléments finis (**MEF**), crée en 1978, il a été développé par **Hibbit, Karlson & Sorensen(HKS)** , Il est particulièrement réputé pour sa technologie, sa qualité et sa fiabilité. Il offre ainsi, les meilleures solutions pour des problèmes linéaires, non linéaires, explicite set dynamiques, **ABAQUS** peut simuler n'importe quelle géométrie telles que : poutres, plaques, coques et éléments spéciaux (ressorts, masses...) en deux dimensions ou en trois dimensions (figure 1).

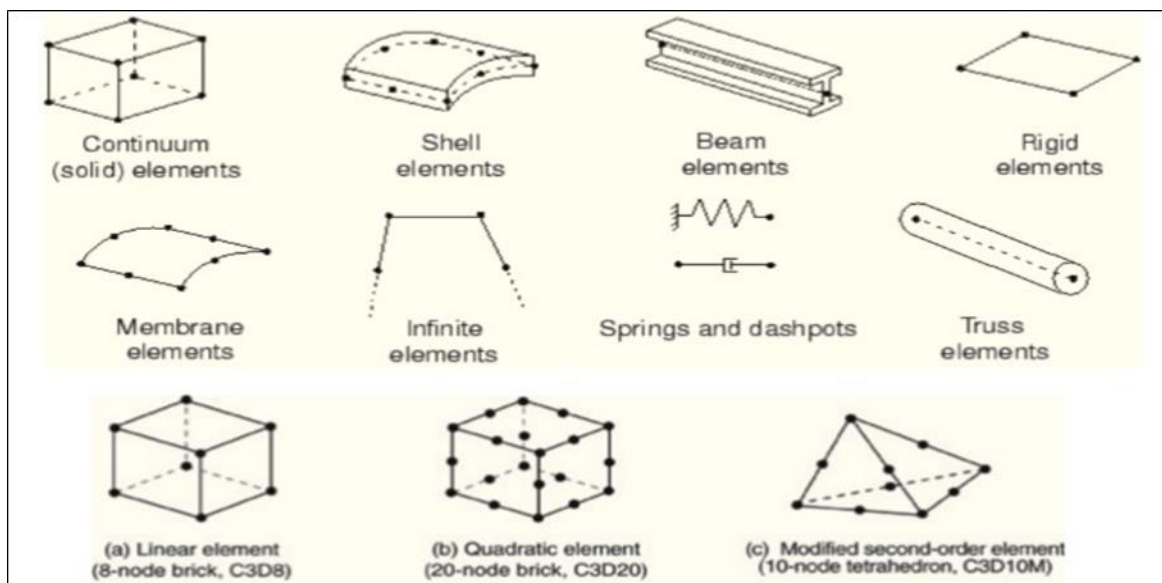


Figure 23 Quelques formes complexes possibles à programmer sur ABAQUS.

ABAQUS ne gère pas les unités ; c'est à l'utilisateur d'utiliser un système d'unités cohérent tel que montré sur le **Tableau 1**

MASSE	LONGUER	TEMPS	FORCE	PRESSION	ENERGIE
M	L	T	M.L.T ⁻²	M.L ⁻¹ .T ⁻²	M.L ² .T ⁻²
Kilogramme	Mètre	Seconde	Newton	Pascal	Joule
Gramme	Millimètre	Milliseconde	Newton	MPa	Mili joule
Tonne	Millimètre	Seconde	Newton	MPa	Mili joule

Tableau 1 Les unités correspondant à ABAQUS.

III.3 Base de l'interface d'ABAQUS

ABAQUS/CAE : Une interface idéale pour la modélisation, la gestion et le post traitement des modèles dans laquelle l'utilisateur peut effectuer la totalité de la mise en donnée. De la création ou l'import de pièce, du maillage jusqu'à l'exploitation avancée des résultats (géométrie des différentes pièces, propriétés mécaniques, choix des éléments, choix de l'intégration de la matrice de rigidité, choix du mode de résolution).

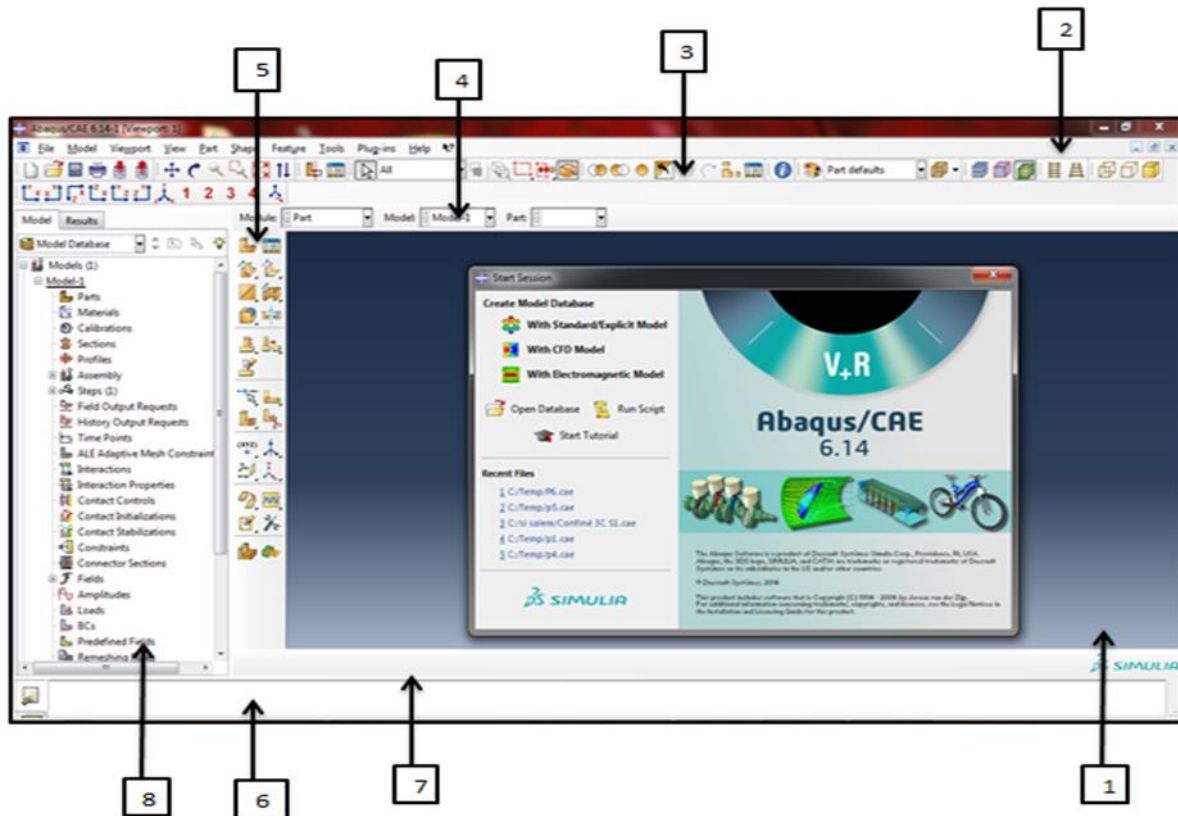


Figure 24 Présentation de l'interface ABAQUS.

1. Fenêtre d'affichage graphique.
2. Barre de menu en haut, ces menus sont relatifs au module correspondant.
3. Barre horizontale d'outil, y sont disposées les icônes correspondant aux commandes les plus courantes.
4. Une troisième barre de menus déroulant permettant d'accéder aux autres modules, ou de sélectionner le modèle ou la pièce sur lesquels on souhaite travailler.
5. On dispose à gauche d'une colonne d'icône permettant d'accéder aux outils disponibles à l'intérieur du module dans lequel on se trouve.
6. L'espace juste sous la fenêtre d'affichage graphique correspond aux messages affichés par ABAQUS lors de la modélisation ; ils permettent d'être mieux guidés dans les actions entreprises.
7. une fenêtre en dessous sur fond blanc est utilisée pour afficher des messages informatifs : réponses à des questions posées, avertissements liés à des problèmes rencontrés, etc.
8. Enfin, arbre du modèle et résultats.

III.4 Présentation du modèle à simuler

Notre travail consiste à évaluer la performance et d'étudier le comportement d'une poutre à base de matériaux à gradient fonctionnel, sous chargement mécanique, l'objectif principal est de proposer une démarche numérique permettant de résoudre l'équation différentielle régissant la flexion des poutres FGM tout en tenant compte des effets du cisaillement et de gauchissement. Par conséquent, une modélisation 3D à base de la méthode des éléments finis est menée sur ABAQUS et validée par les travaux antérieurs, afin de montrer l'efficacité du modèle en termes de prédiction de résistance et de déformabilité.

En effet, on a simulé une poutre à base de matériaux à gradient fonctionnel FGM dimensionnée et étudiée analytiquement par [33-50].

Considérons tout d'abord une poutre Timoshenko rectangulaire de longueur L , Cette analyse utilise une poutre FGM céramique-métal soumise à une charge f_0 uniformément répartie. Avec une largeur de poutre $b = 1$, deux rapports $L/h=16$ et 4 , sont utilisés pour représenter les performances dans les problèmes minces et épais, respectivement. Les matériaux de compostage sont le métal à la surface inférieure de la poutre $E_m = 70 \text{ GPa}$, $\nu_m = 0,3$, et la céramique à surface supérieure $E_c = 200 \text{ GPa}$, $\nu_c = 0,3$.

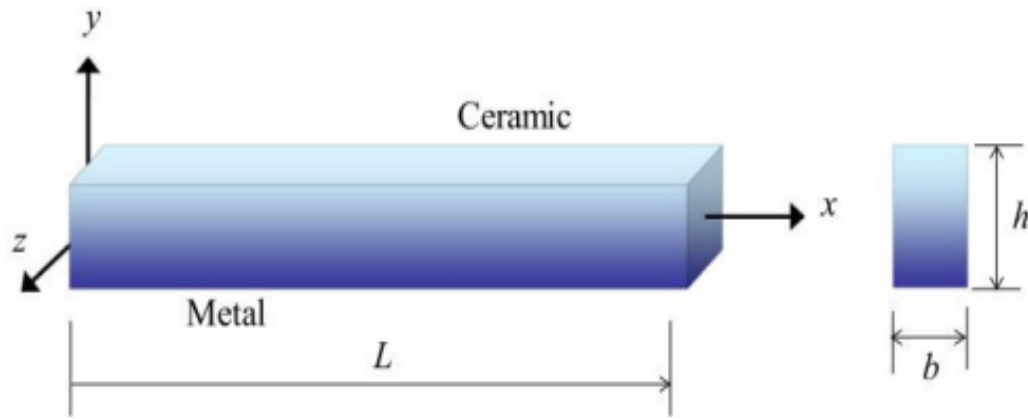


Figure 25 Poutre rectangulaire dans le système des coordonnées cartésiennes dimensionnées par [33].

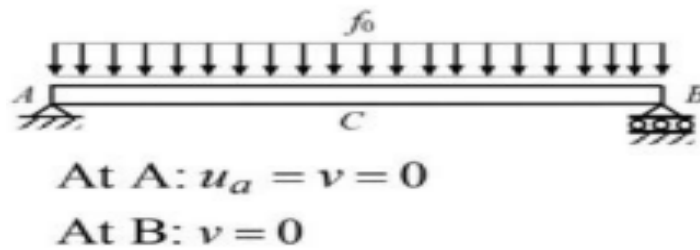


Figure 26 La condition aux limites considérées par [33].

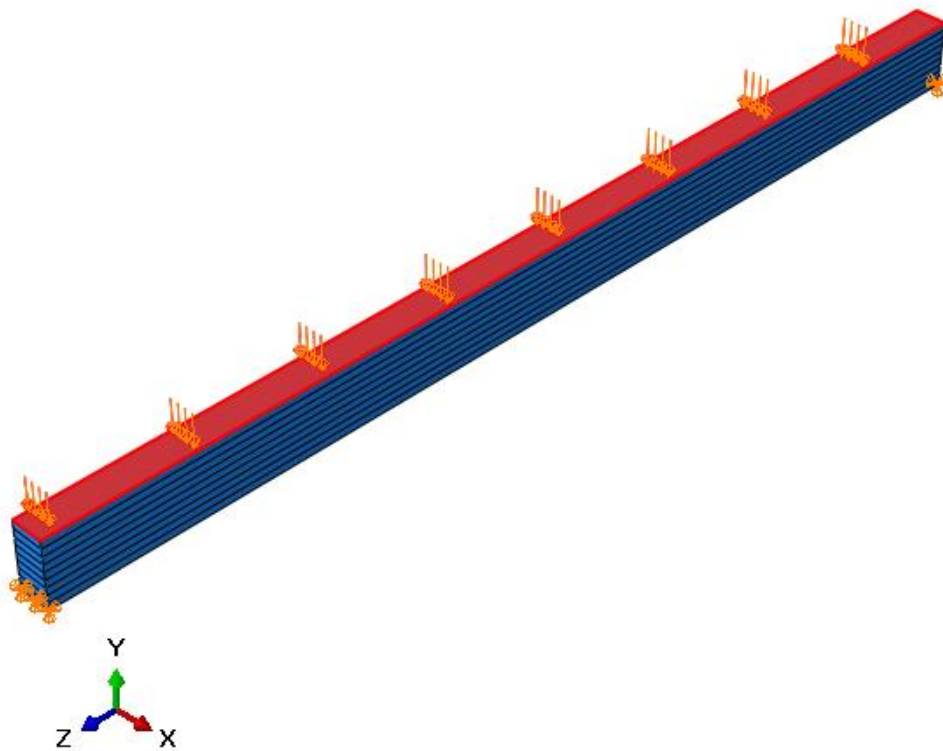


Figure 27 Modèle simulé dans le cadre de notre étude.

III.5. Modèle pour les matériaux de la poutre FGM

Dans le modèle numérique proposé, deux lois de variation de la rigidité de la poutre selon son épaisseur sont considérées à savoir ; loi de puissance et exponentielle.

III.5.1. La loi de puissance

Une étude paramétrique est menée pour étudier l'effet de la variation de nombre de couches en utilisant la loi de mélange avec différentes valeurs de l'indice matériel de la loi de mélange p. Les paramètres recherchés sont la densité et le module de Young pour chaque matériau.

$$E(z)_{p-FGM} = E_m + \left(\frac{z}{H} + \frac{1}{2}\right)^p (E_c - E_m) \dots \dots \dots \text{III.1}$$

E_m : rigidité du métal ($E=70$ Gpa) ; E_c : rigidité de céramique ($E=200$ Gpa) ;

H : la hauteur de la poutre ; P : l'indice matériel de la loi de mélange.

Z : la distance entre centre de gravité d'une couche donnée et le centre de gravité de la poutre ;

$$D(z)_{p-FGM} = D_m + \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2}\right)^p (D_c - D_m) \dots \dots \dots \text{III.2}$$

D_m : La densité de métal ($D_m = 2702$ kg/m³) ;

D_c : La densité de céramique ($D_c = 3960$ kg/m³).

P/ z		1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	D*	3960	3960	3960	3960	3960	3960	3960	3960	3960
	E**	200	200	200	200	200	200	200	200	200
0.2	D	2702	3531.970	3655.385	3735.919	3797.152	3847.134	3889.662	3926.848	3960
	E	70	155.768	168.521	176.844	183.171	188.337	192.731	196.574	200
0.5	D	2702	3146.77	3331	3472.364	3591.540	3696.536	3791.456	3878.751	3960
	E	70	115.962	135	149.608	161.924	172.774	182.583	191.604	200
1	E	2702	2859.25	3016.5	3173.75	3331	3488.25	3645.5	3802.75	3960
	D	70	86.25	102.5	118.75	135	151.25	167.5	183.75	200
2	D	2702	2721.656	2780.625	2878.906	3016.5	3193.406	3409.625	3665.156	3960
	E	70	72.031	78.125	88.281	102.5	120.781	143.125	169.531	200
5	D	2702	2702.038	2703.228	2711.329	2741.312	2821.972	3000.529	3347.239	3960
	E	70	70.004	70.127	70.964	74.062	82.398	100.850	136.678	200
10	D	2702	2702	2702.001	2702.069	2703.228	2713.441	2772.842	3347.239	3960
	E	70	70	70	70.007	70.126	70.182	77.320	104.201	200
∞	D	2702	2702	2702	2702	2702	2702	2702	2702	2702
	E	70	70	70	70	70	70	70	70	70

Tableau 2 Les densités et le module de Young selon P et z/h.

* D (kg/m³) ; ** E (Mpa)

Le Tableau 2 et la figure 6 montrent la variation des densités et le module de Young dans la poutre modélisée selon les valeurs P et la position z/h.

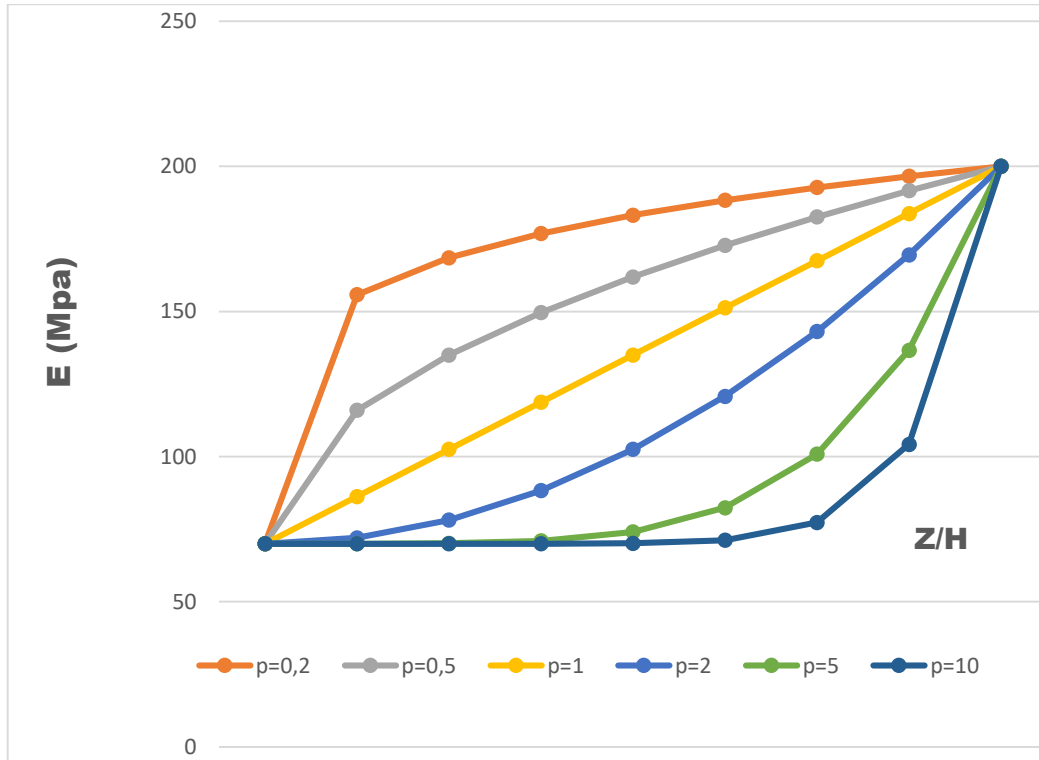


Figure 28 Variation de rigidité dans la poutre FGM modélisée avec la loi de puissance.

III.5.2 La loi exponentielle

Afin de réaliser une étude paramétrique pour étudier l'effet de la loi de variation rigidité sur la réponse des poutres FGM en flexion, La loi exponentielle est également utilisée. Les paramètres recherchés sont la densité et le module de Young pour chaque matériau.

$$E(z)_{p-FGM} = E_m e^{\beta(\frac{z+H}{2})} \dots \dots \dots \text{III.3}$$

Où : $\beta = \frac{1}{H} \ln\left(\frac{E_c}{E_m}\right)$

E_m : rigidité de matériaux 1 (E=70 Gpa) ; E_c : rigidité de matériaux 2 (E=200 Gpa) ;

H : la hauteur de la poutre ;

Z : la distance entre centre de gravité d'une couche donnée et le centre de gravité de la poutre.

$$D(z)_{p-FGM} = D_m e^{\beta(\frac{z+H}{2})} \dots \dots \dots \text{III.4}$$

Où : $\beta = \frac{1}{H} \ln\left(\frac{D_c}{D_m}\right)$

Le Tableau III.3 et la figure III.7 montrent la variation des densités et le module de Young dans la poutre modélisée selon les valeurs P et la position z/h.

/	1	2	3	4	5	6	7	8	9
D*	3960	3775,2	3599,09	3431,16	3271,07	3118,45	2972,95	2834,23	2702
E**	200	175,4	153,83	134,91	118,321	103,77	91,01	79,819	70

Tableau 3 Les densités et le module de Young de la loi exponentielle selon P et z/h.

* D (kg/m³) ; ** E (Mpa)

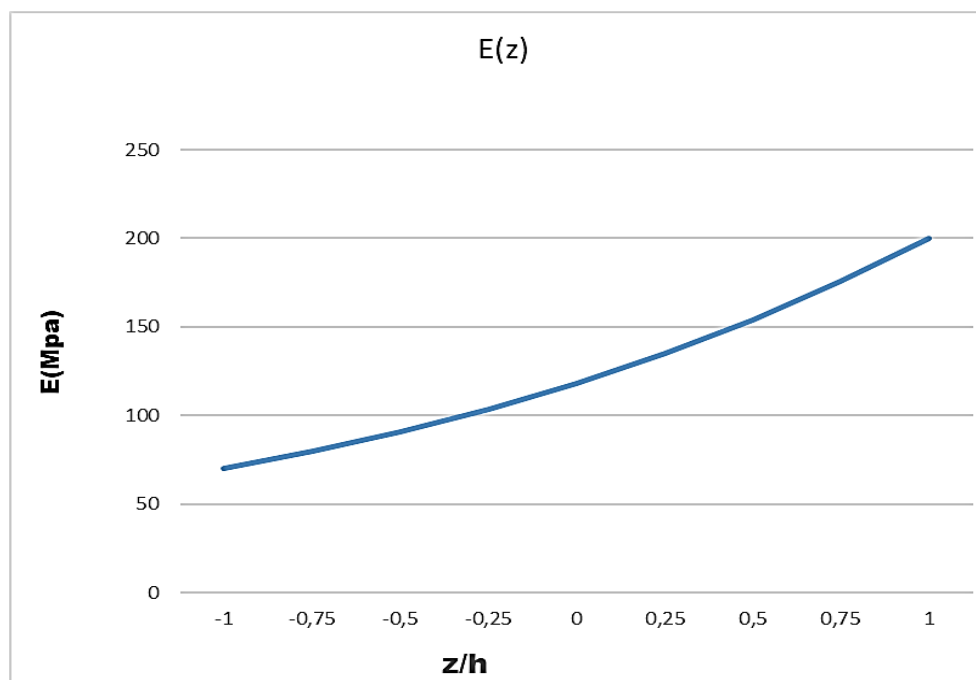


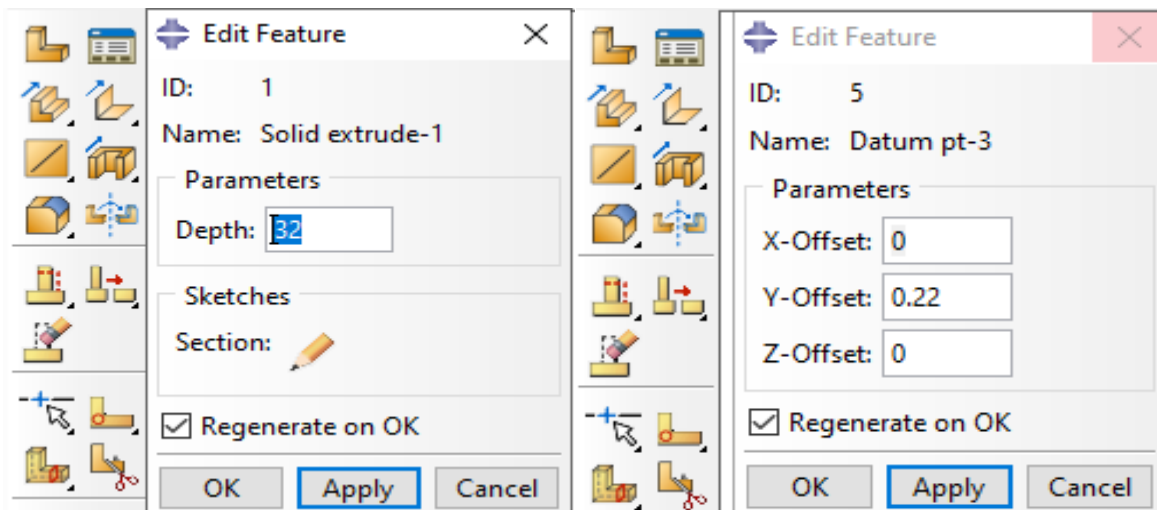
Figure 29 Variation de rigidité dans la poutre FGM modélisée avec la loi exponentielle.

III.6 Présentation des étapes suivies dans la simulation

Le logiciel est divisé en des modules indépendants les uns des autres, à savoir : **le module Part ; Module Property ; Assembly ; Step ; Interaction ; Load ; Mesh ; Job et Visualisation.**

III.6.1 La géométrie des éléments (module part)

Le module **PART** vous permet de créer tous les objets géométriques nécessaires. Dans le cas de la modélisation 3D. Nous créons une poutre en utilisant les coordonnées des points en deux dimensions, ensuite nous créons la troisième dimension par extrusion. Nous utilisons un solide déformable en 3D pour la poutre. Puis dessinons Avec « **Creat lines** » et dimensionner.



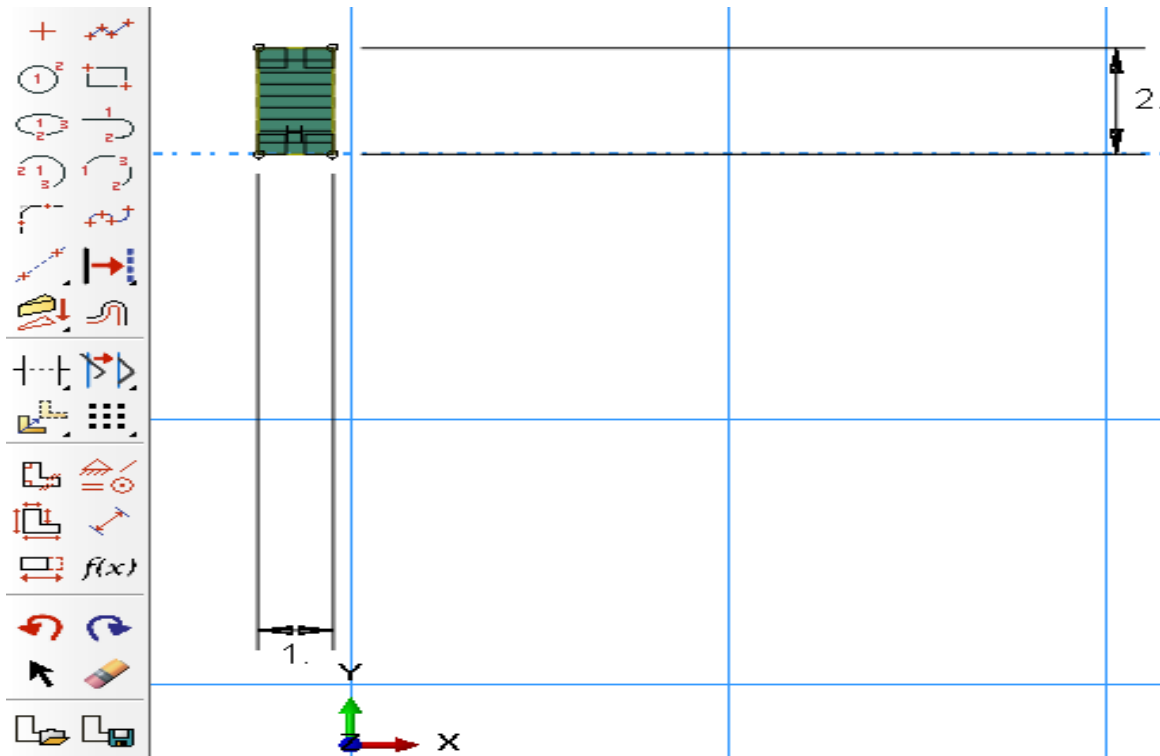


Figure 30 Création de la section transversale de la poutre en FGM.

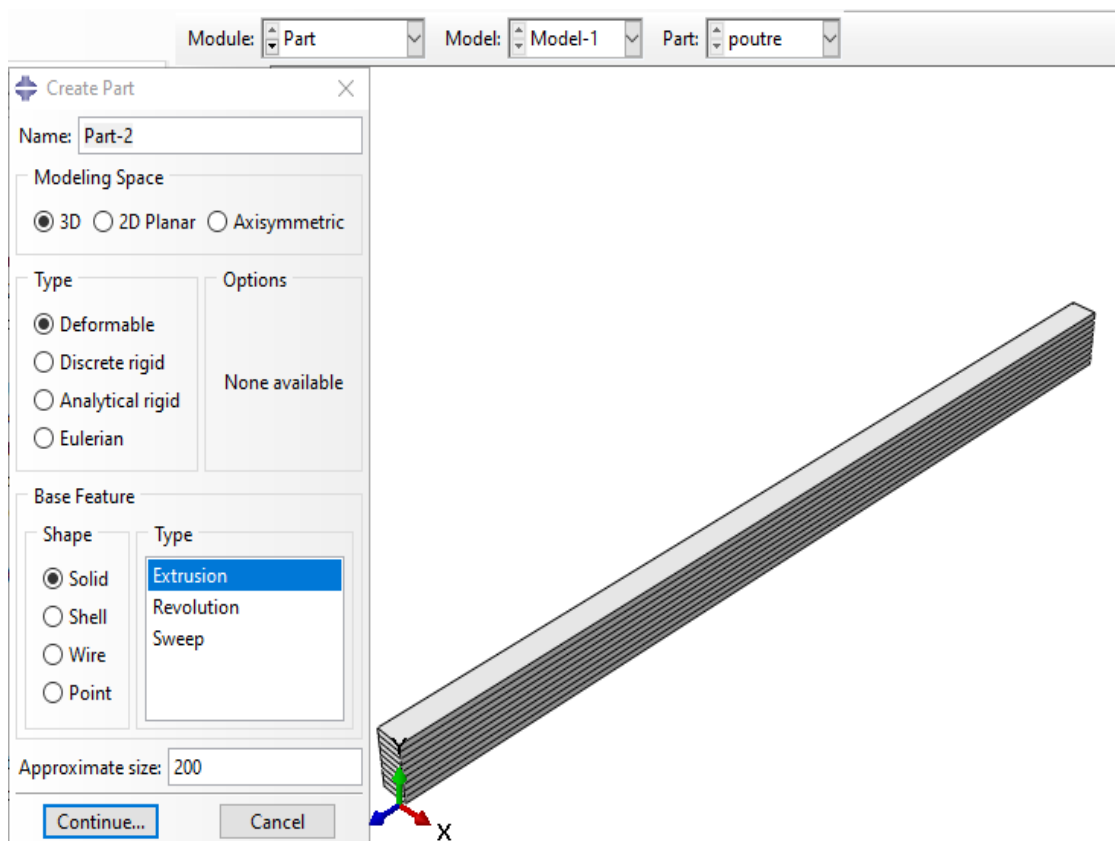



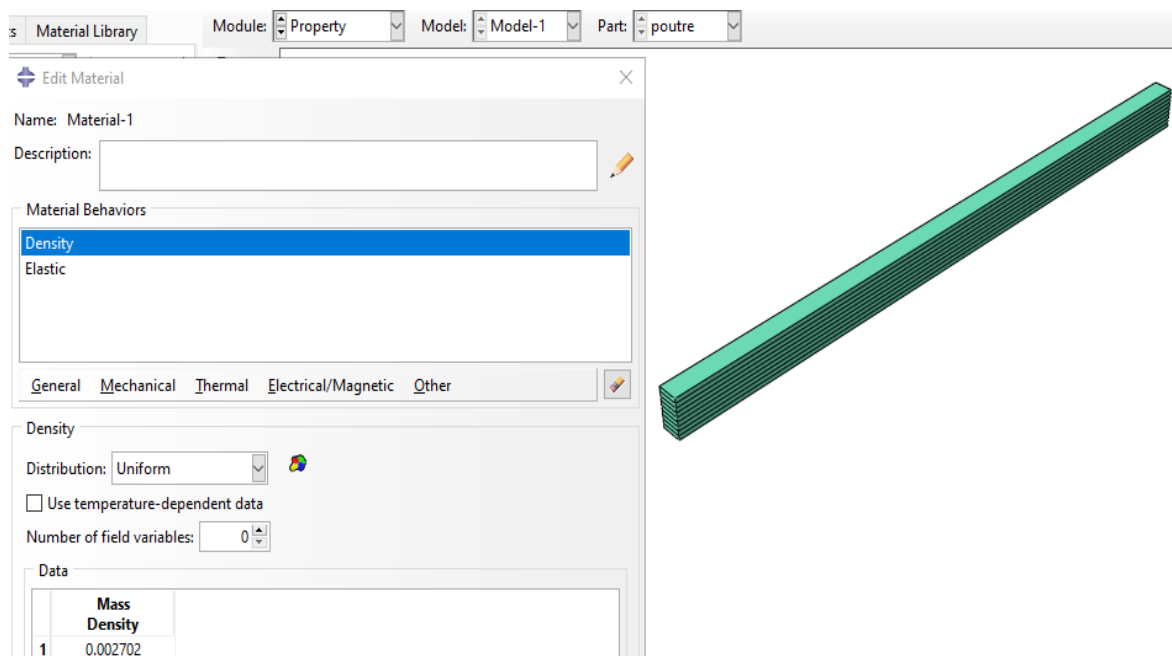


Figure 31 Modélisation géométrique de la poutre.

III.6.2 Introduction des propriétés des matériaux (Module Property)

Le rôle de ce module dans la modalisation numérique comme son nom l'indique est d'affecter toutes les propriétés matérielles d'un objet géométrique ou d'une partie de ces objets. Pour un calcul élastique il faut introduire les paramètres suivants : le module de Young et le coefficient de poisson.

- Créer le matériau 
- Créer les sections sur lesquelles appliquer ces matériaux 
- Affecter (assimiler) les matériaux aux sections correspondantes 



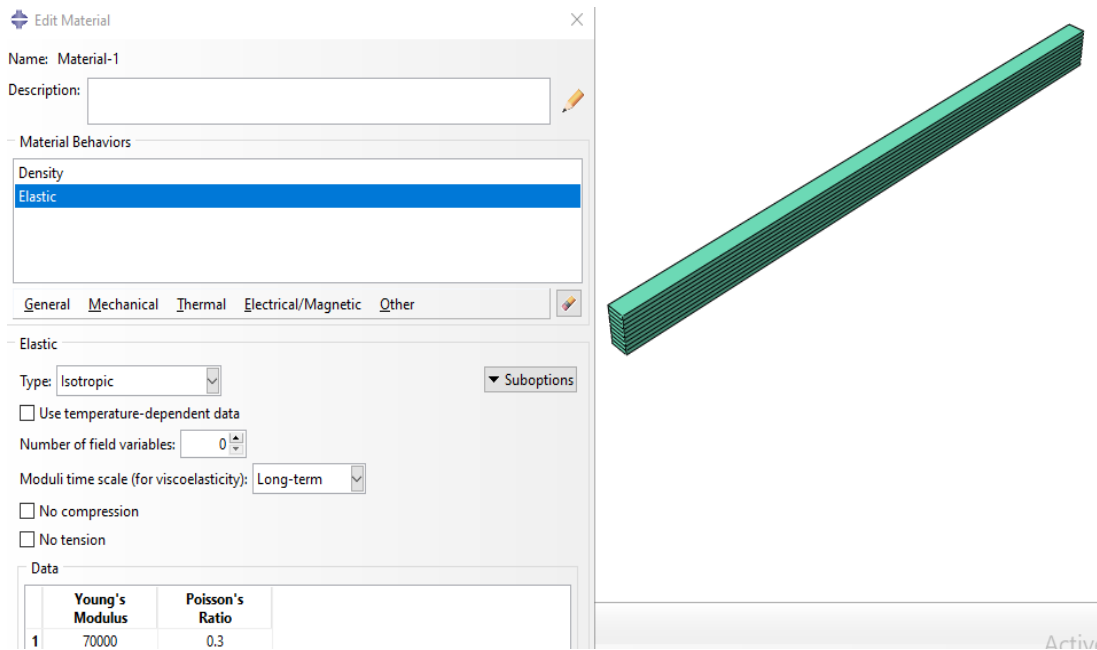


Figure 32 Intégration des propriétés mécaniques de la poutre.

III.6.3 Assembler le modèle (module ASSEMBLY)

Puisque nous travaillons sur la poutre, donc il n'est pas nécessaire de passer par cette étape, mais dans le cas général nous importons les deux pièces auparavant dessinées, on les rassemble avec « **Creat instance** ». Nous pouvons répéter chaque part créé plusieurs fois et lui faire des translations et rotations s'il est nécessaire jusqu'à voir notre modèle.

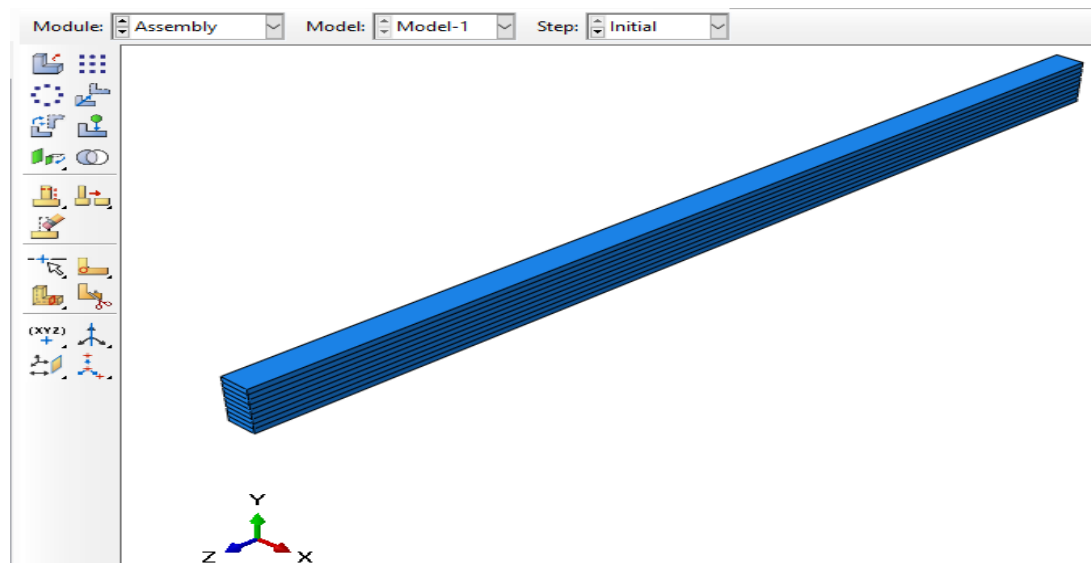


Figure 33 Génération des instances à assembler.

III.6.4 Définition du « Step » et des variables à calculer (le module step)

Ce module permet de définir les étapes d'analyse. Nous créons une procédure générale. Un point important pour cette simulation est de bien définir le temps de calcul ainsi que l'incrément. Pour notre simulation on a choisi un calcul « statique général ». Nous avons spécifié un temps de simulation de 1s.

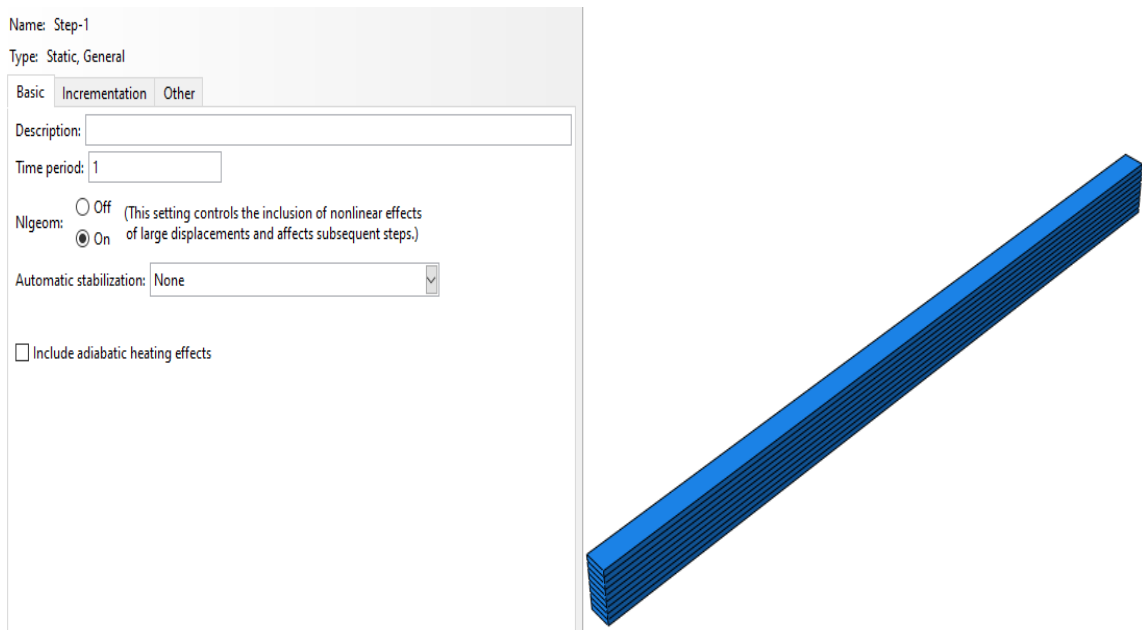


Figure 34 Création du STEP pour un chargement statique.

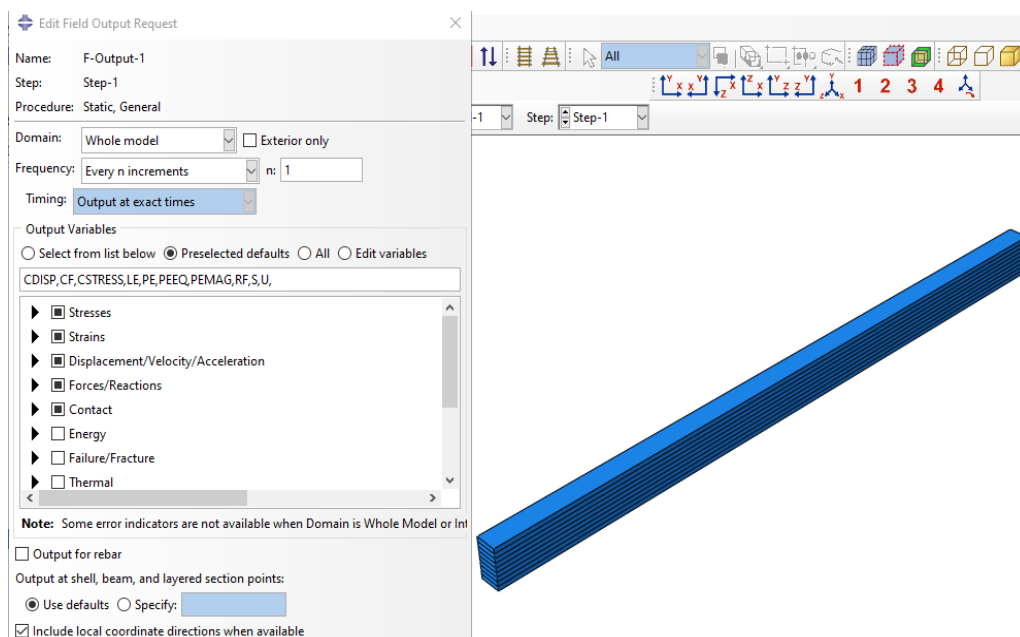


Figure 35 Gestion de la méthode de calcul dans le module step.

III.6.5 Définition des conditions aux limites et chargement (Module Load)

Le module **LOAD** permet de spécifier tous les chargements, conditions aux limites et champs.

- « **Create Boundary Condition** » (**Bcs**) : l'étape de création des conditions aux limites.
- « **Create Load** » (**load**) : regroupe l'ensemble des forces auxquelles le système est soumis.

Conditions aux limites (Appuis)

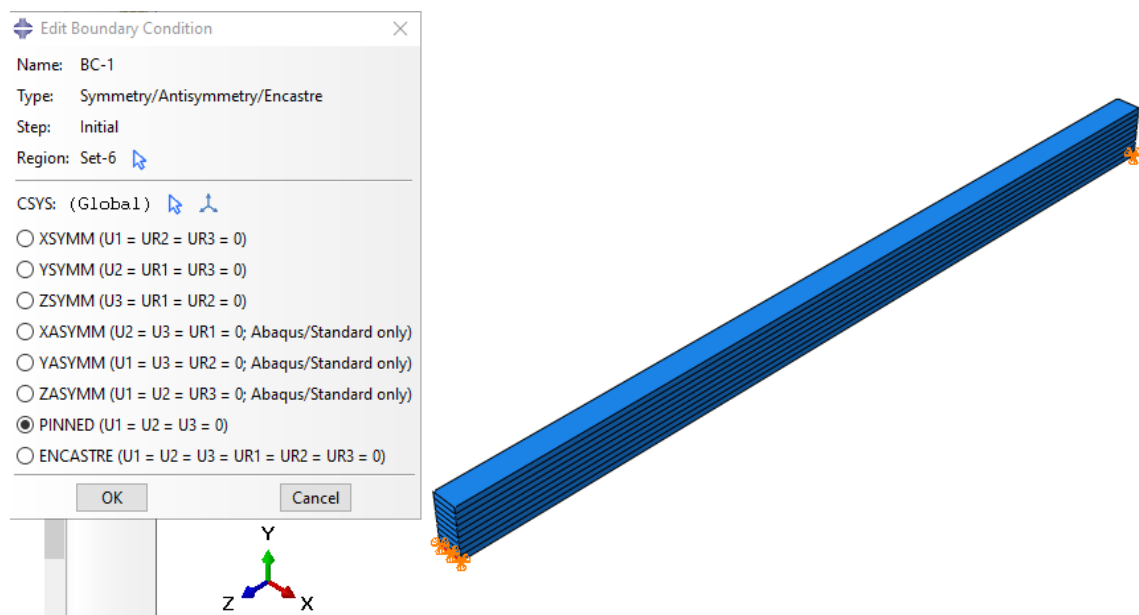


Figure 36 Conditions aux limites de module LOAD.

Chargement mécanique

Un chargement mécanique de flexions 03 points est appliqué, ce chargement est statique non incrémenté, il est piloté en surface avec une magnitude de 80 N/ml comme montré sur la figure :

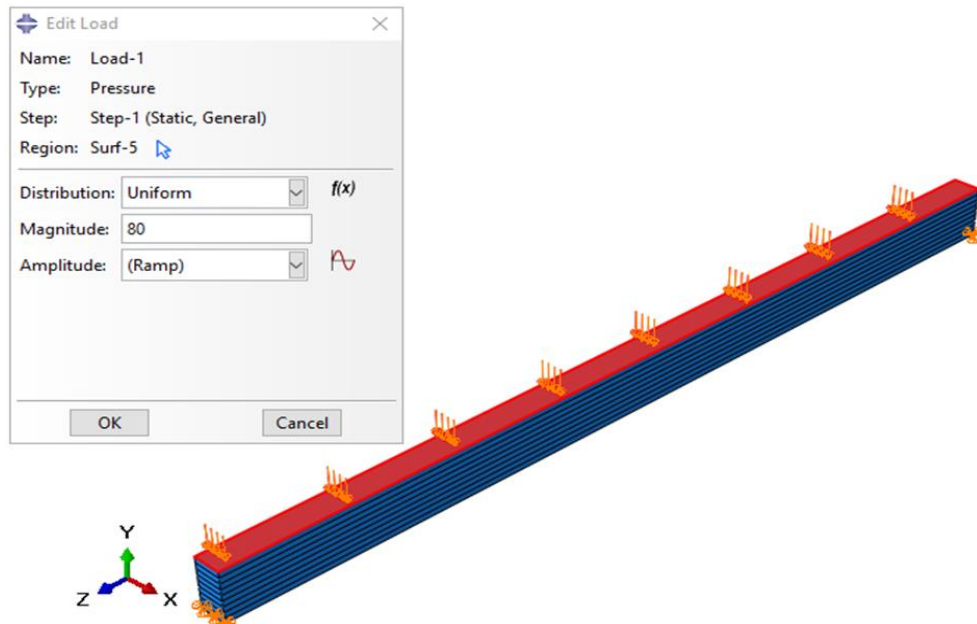


Figure 37 Chargement de poutre en FGM.

Afin de pouvoir valider les résultats et vérifier la pertinence de la technique proposée, les conditions aux limites des deux modèles doivent être similaires. La figure ci-dessous illustre clairement les conditions aux limites ainsi que le mode de chargement :

III.6.7 Le maillage de modèle (module mesh)

Dans ce module nous générons le maillage à notre ensemble. On définit les éléments du Maillage avec l'outil « **mesh** ». En effet, l'art du maillage repose essentiellement sur deux critères : les éléments de maillage (par exemple, hexaédriques, cubiques, tétraédriques dans « **Mesh contrôle** ») et la complexité topologique de chaque pièce. Notre choix s'est porté sur l'élément hexaédrique du premier ordre (fonctions de forme linéaires) à 8 nœuds, car il est très performant pour les problèmes à géométrie simple et parce qu'il offre la possibilité d'une intégration réduite. Il est possible aussi de mailler différemment une même pièce pour mettre en exergue les surfaces les plus déformables.

III.6.7.1 Étude de sensibilité de maillage

On a réalisé une étude de sensibilité du maillage pour la poutre, afin de définir la dimension optimale des éléments finis choisis qui permet de mieux converger vers la solution exacte. À cet effet une étude comparative est réalisée, cette dernière est effectuée avec des dimensions variées à savoir : 20 mm, 15 mm, 10 mm, 8 mm, 6 mm, 4mm, 2mm, 1mm et 0.5mm.

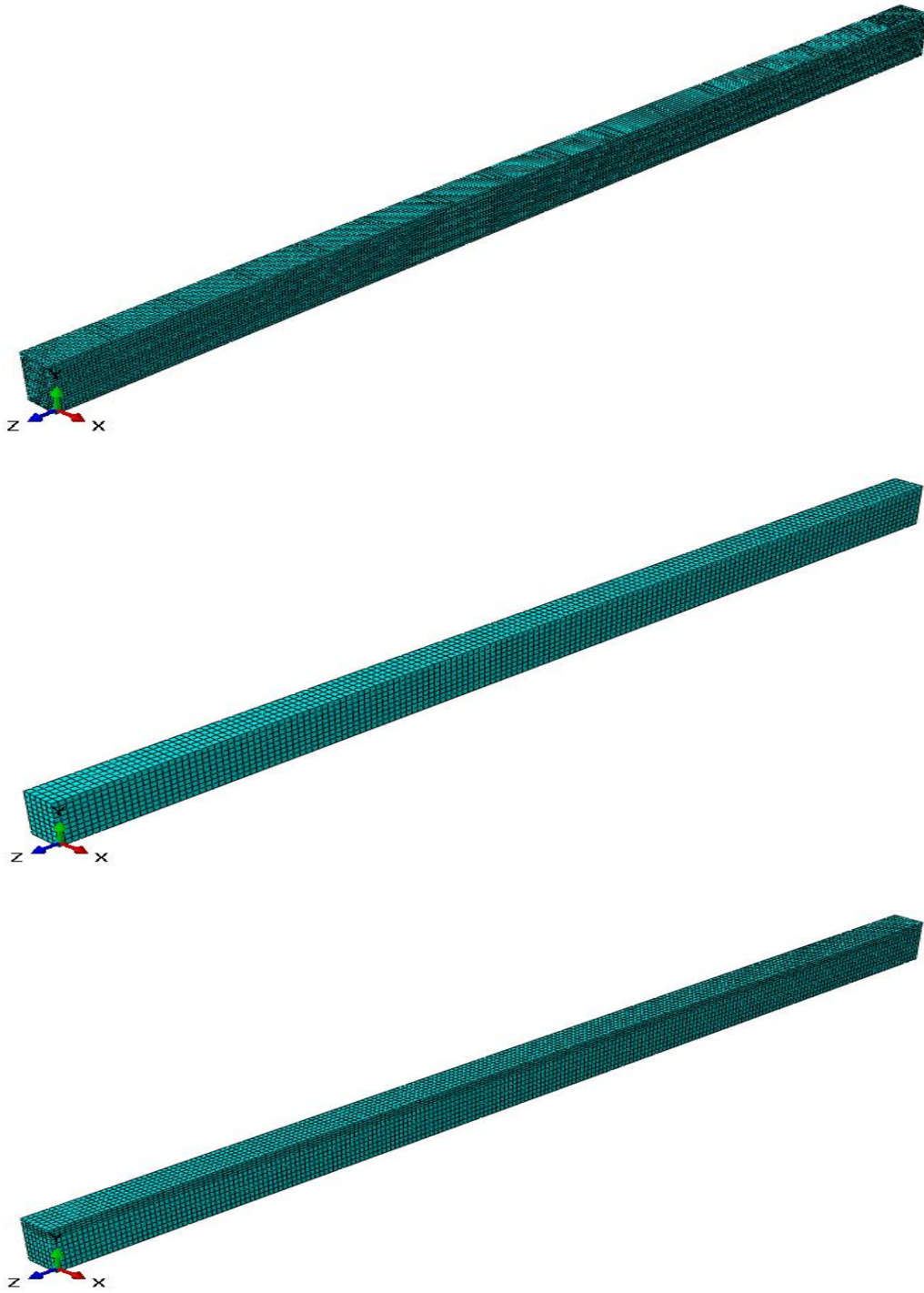


Figure 38 Présentation d'un maillage fin, moyen et grossier de la poutre FGM.

La figure ci-dessous montre les résultats de l'analyse de stabilité du maillage, donnée par l'ovulation du déplacement à mi-travée de la poutre en flexion et la dimension de la maille.

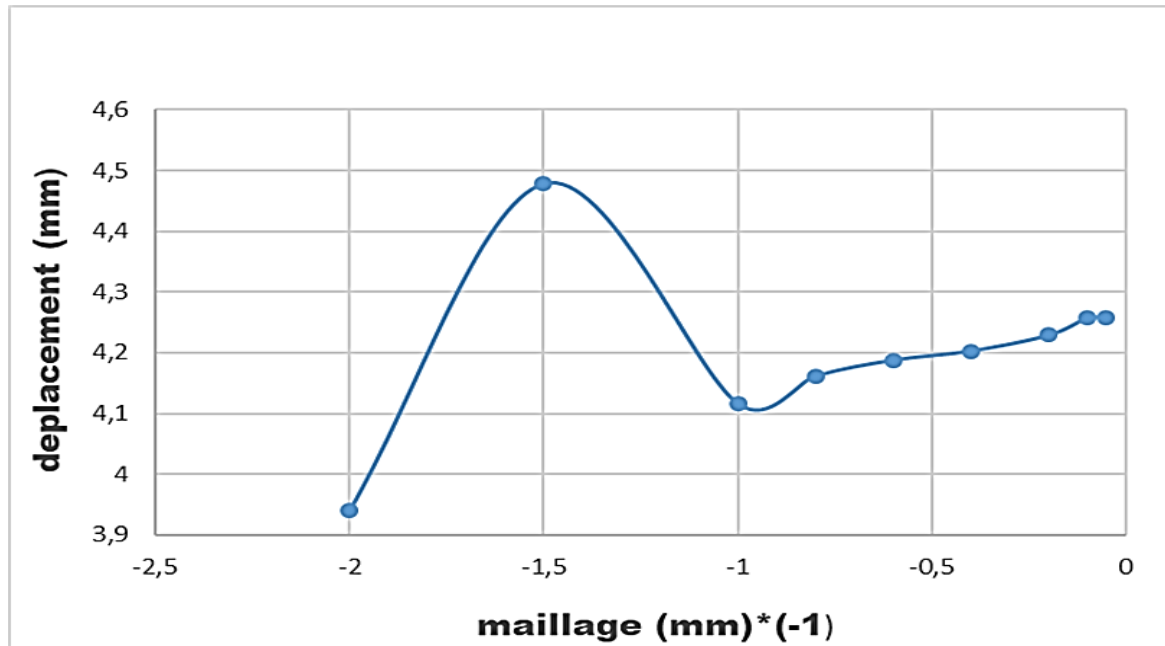


Figure 39 Étude de la sensibilité du maillage (maillage en fonction de déplacement).



Après observation on constate que les courbes commencent à se stabiliser (le déplacement constant) à une valeur approximative de 10 mm. Par conséquent, la poutre est maillée par des éléments finis de 5mm dans les trois directions de l'espace, ce qui assure un maillage très raffiné.

III.6.8 Création du fichier résultats (Module Job)

La tâche de module « **Job** » est d'analyser le modèle à simuler bien définie Auparavant (géométrie, matériaux, lois de comportements, les chargements...). On lance le calcul après la création d'un fichier job, en cliquant sur « **Submit** » **Abaqus** va alors réaliser tous les calculs nécessaires et post-traite les résultats demandés.

III.6.9 Visualisation des résultats (Module visualisation)

Le module visualisation permet l'affichage graphique ou numérique des résultats. L'utilisateur voit le résultat du calcul numérique dans « **Results** » : soit par la visualisation des déformations dans « **Field output** » comme les déformations, les contraintes, la vitesse ou les force ; soit par les courbes dans « **Historie Output** » comme l'énergie cinétique ou

l'énergie totale de l'ensemble du modèle, l'énergie de dissipation ou des déformations. On peut visualiser la forme déformée du modèle, en cliquant sur les outils :  ou .

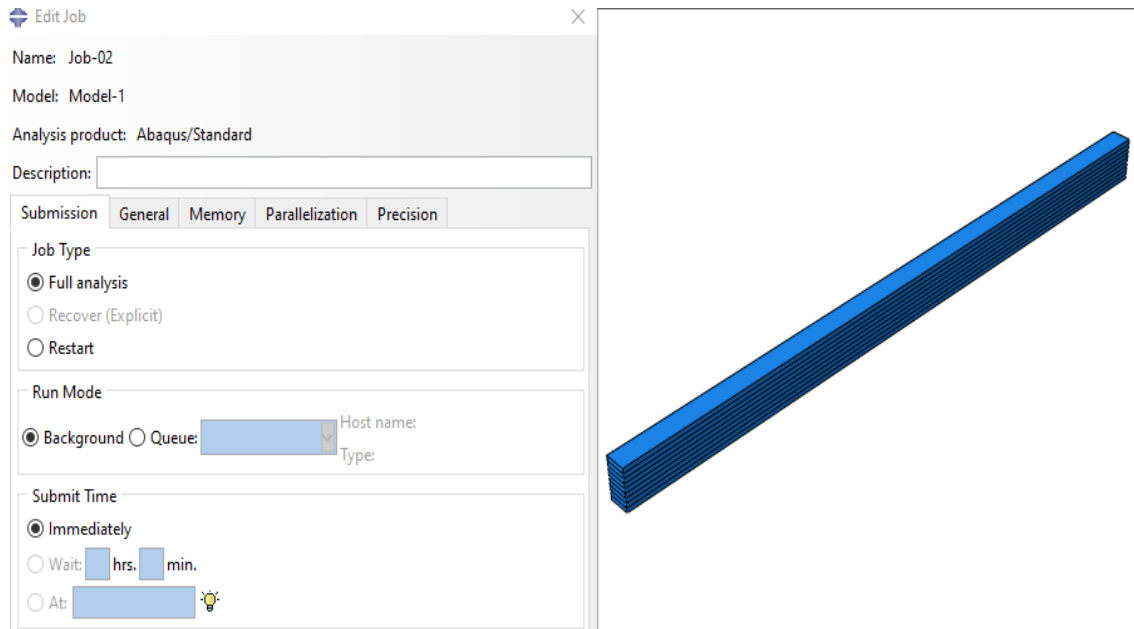


Figure 40 Création de fichier job.

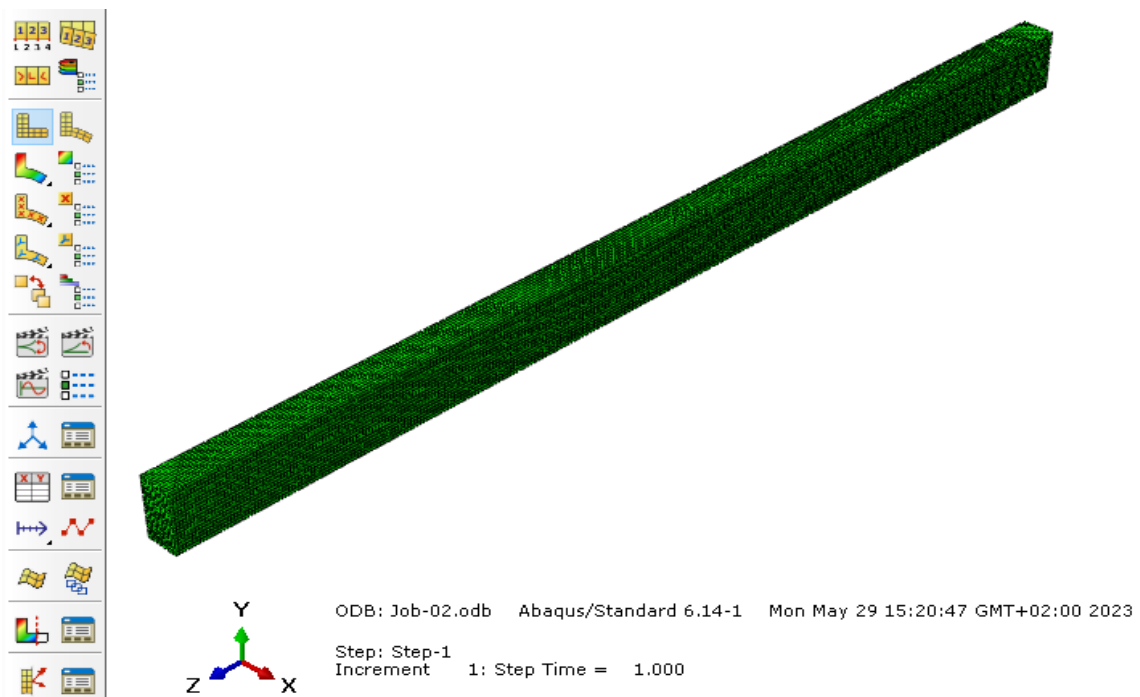


Figure 41 Visualisation et exploitation des résultats.

III.7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le mode de calcul « **ABAQUS** », ensuite en résumant les étapes principales à effectuer pour créer nos modèles, il nous a permis de stimuler le comportement mécanique de la poutre en FGM.

Les matériaux constitutifs sont modélisés à travers des modèles numériques intégrés dans code ABAQUS, le modèle choisi pour le calcul mécanique est élastique général pour la poutre constituée de métal et de céramique.

Dans le chapitre suivant on va présenter et interpréter les résultats obtenus à l'issue des simulations numériques menées sur le comportement mécanique de la poutre « **FGM** » en flexion trois points.

Chapitre IV

Présentation des résultats et discussions

IV.1. Introduction

A travers ce chapitre nous allons présenter et interpréter les résultats obtenus à l'issue des simulations numériques menées sur le comportement mécanique de la poutre « **FGM** » en flexion, les modèles numériques et géométriques de la poutre sont conçus sous la plateforme du logiciel « **ABAQUS** ».

Deux variantes d'études sont prises en considération, les caractéristiques mécaniques des matériaux des poutres sont citées préalablement dans la partie simulation numérique (le chapitre précédent), qui sont bien calculés avec la loi de mélange p (la loi de puissance) et la loi d'exponentielle. Les deux variantes étudiées en terme de géométrie adimensionnelle sont :

- Poutre avec $(h * b * L) : 2 * 1 * 32$;
- Poutre avec $(h * b * L) : 2 * 1 * 8$.

A cet effet, tous les résultats obtenus, en termes de déplacements sous chargement mécanique sont discutés et présentés sous forme de graphiques et tableaux.

IV.2 Validation des modèles numériques

La procédure numérique et le modèle élément fini proposé sont validés à travers des confrontations avec les résultats expérimentaux tirés de la revue de littérature déjà menée dans le chapitre précédent. Une comparaison entre les résultats donnés par les essais et par le modèle théorique s'avère être nécessaire, pour mieux valider le modèle développé. Ces résultats sont représentés dans les figures ci-dessous :

- **Poutre adimensionnelle élancée $(h * b * L) : 2 * 1 * 32$.**

Modèle / P	0	0,2	0,5	1	2	5	10	infini
Katili et al [33]	4,601	5,355	6,300	7,381	8,394	9,273	10,025	13,147
Simsek et al [37]	4,594	-	5,780	6,603	7,371	8,327	9,843	13,126
Vo et al [37]	4,601	-	5,788	6,613	7,382	8,339	9,853	13,148
Nguyen et al [34]	4,602	-	5,789	6,613	7,382	8,334	9,853	13,148
présent modèle	4,257	5,751	6,453	6,751	8,332	9,042	9,296	12,169
Erreur	0.07	0.073	0.02	0.02	0.007	0.08	0.05	0.07

Tablea1 Confrontation des déplacements à mi-travée de la poutre élancée : Résultats Numérique vs Théoriques.

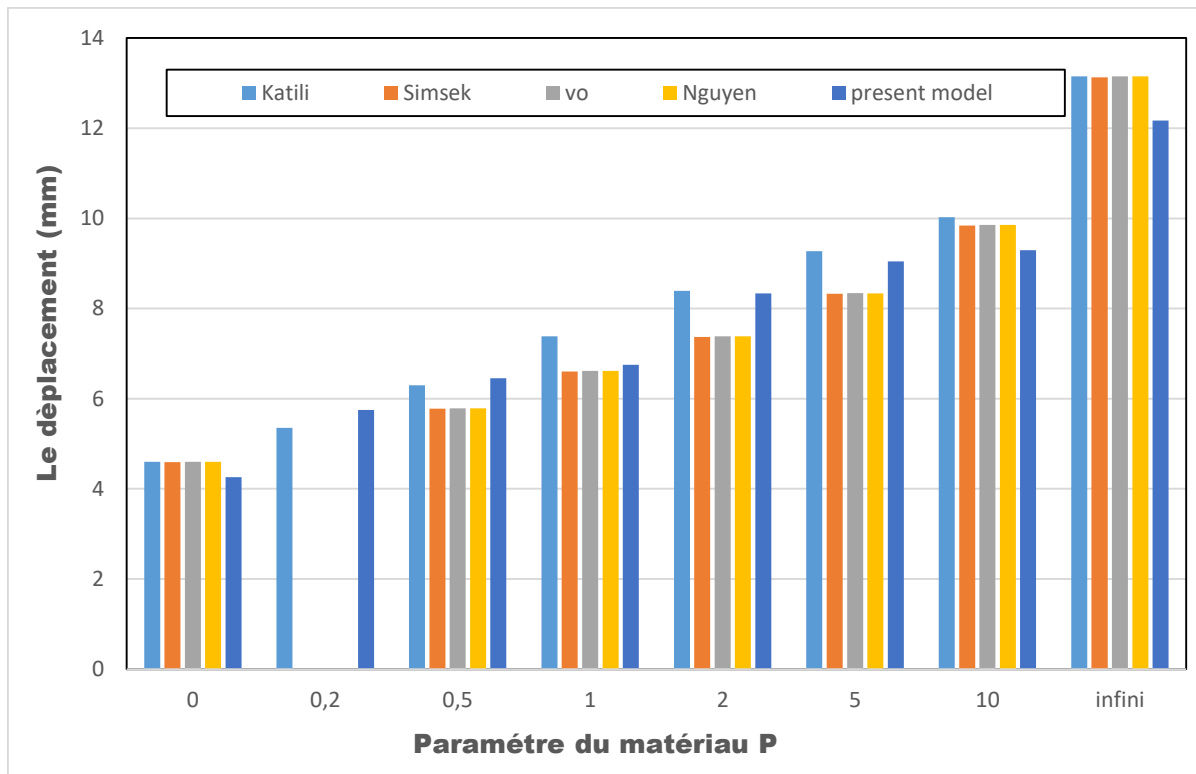


Figure 42 Histogrammes des déplacements à mi- travée de la poutre élancée : Résultats Numérique vs Théoriques.

➤ **Poutre adimensionnelle non élancée (h * b* L) : 2 * 1 * 8**

Modèle / P	0	0,2	0,5	1	2	5	10	infini
Katili et al [33]	5,268	6,024	6,535	7,460	8,362	9,508	11,305	15,052
Nguyen et al [34]	5,268	-	6,535	7,464	8,370	9,510	11,297	15,052
Simsek et al [37]	5,149	-	6,403	7,313	8,194	9,307	11,055	14,713
Vo et al [37]	5,268	-	6,535	7,464	8,369	9,515	11,307	15,052
présent modèle	5,722	6,988	7,661	8,627	9,571	10,82	14,01	17,21
Erreur	0,08	0,16	0,17	0,15	0,14	0,137	0,239	0,143

Tableau 2 Confrontation des déplacements à mi- travée de la poutre non élancée : Résultats numérique vs Théoriques.

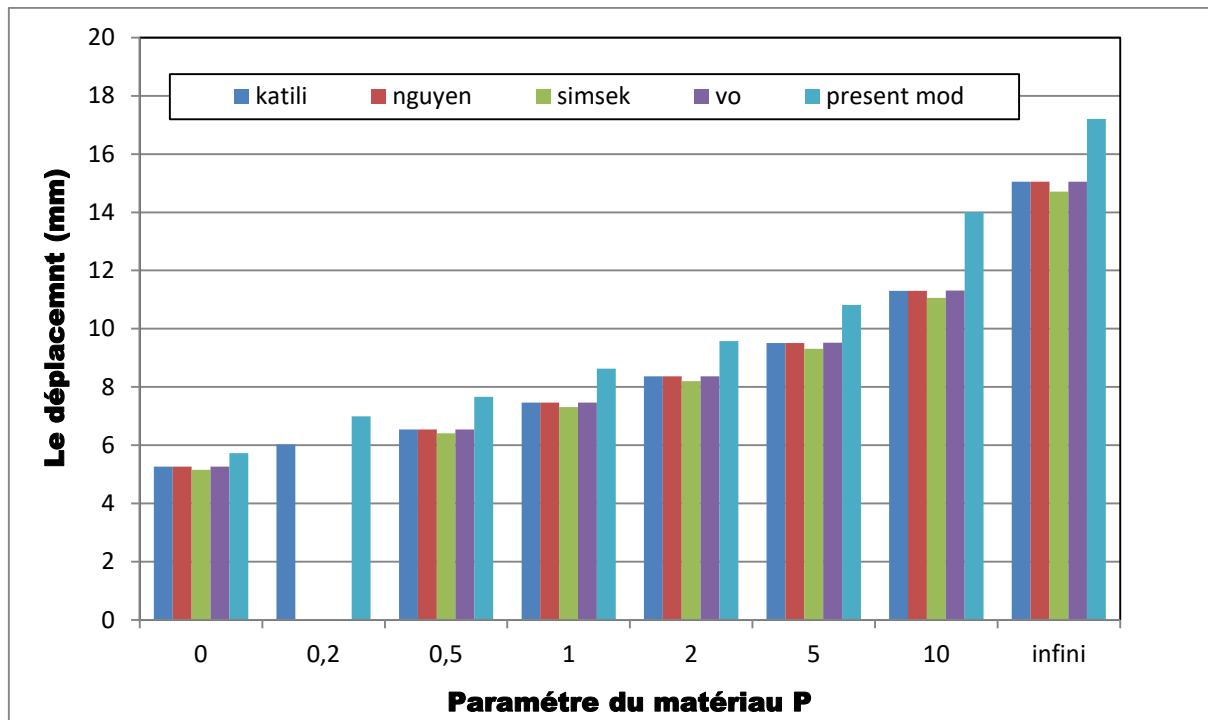


Figure 43 Les confrontations des résultats expérimentaux et théoriques.

D'après, les résultats obtenus dans les tableaux (1 et 2) et les histogrammes (1 et 2) des confrontations des résultats expérimentaux et théoriques, on constate une bonne concordance entre les résultats numériques et analytique (littérature) en termes du comportement global des poutres sous chargement de flexion est observée.

L'analyse de ces résultats montre que le déplacement augmente proportionnellement avec le paramètre du matériau P. L'erreur maximale du modèle proposé est dans tous les cas de figures inférieure à 1 %, ce qui valide les modèles numériques développés pour prédire la réponse des poutres FGM en flexion.

IV.3 Évolution des déplacements en fonction du x/L

Les valeurs du champ de déplacement de la poutre en FGM sous un chargement mécanique pour divers paramètres du matériau P à savoir ($p=0, \dots, p=1, p=10$) sont montrées ci-dessous :

Les figures (44, 45) illustrent l'évolution des déformations (déplacement) en fonction de x/l pour des poutres P-FGM pour divers paramètres du matériau P à savoir ($p=0.1, p=1, \dots, p=\text{infini}$), sous un chargement mécanique.

D'après ces courbes on remarque que les deux courbes ont la même allure avec des rapports de déplacement- x/l différents. On constate que le paramètre P a un effet sur le déplacement

autrement dit : celui-ci augmente en fonction du paramètre du matériau « p », la valeur de cette dernière s'annule au niveau des appuis tandis qu'elle est maximale à mi-travée.

En effet lorsque la valeur de P augmente la transition de la phase céramique vers métallique devient très rapide, ce qui procure à la poutre FGM une faible rigidité, conduisant à des déplacements importants.

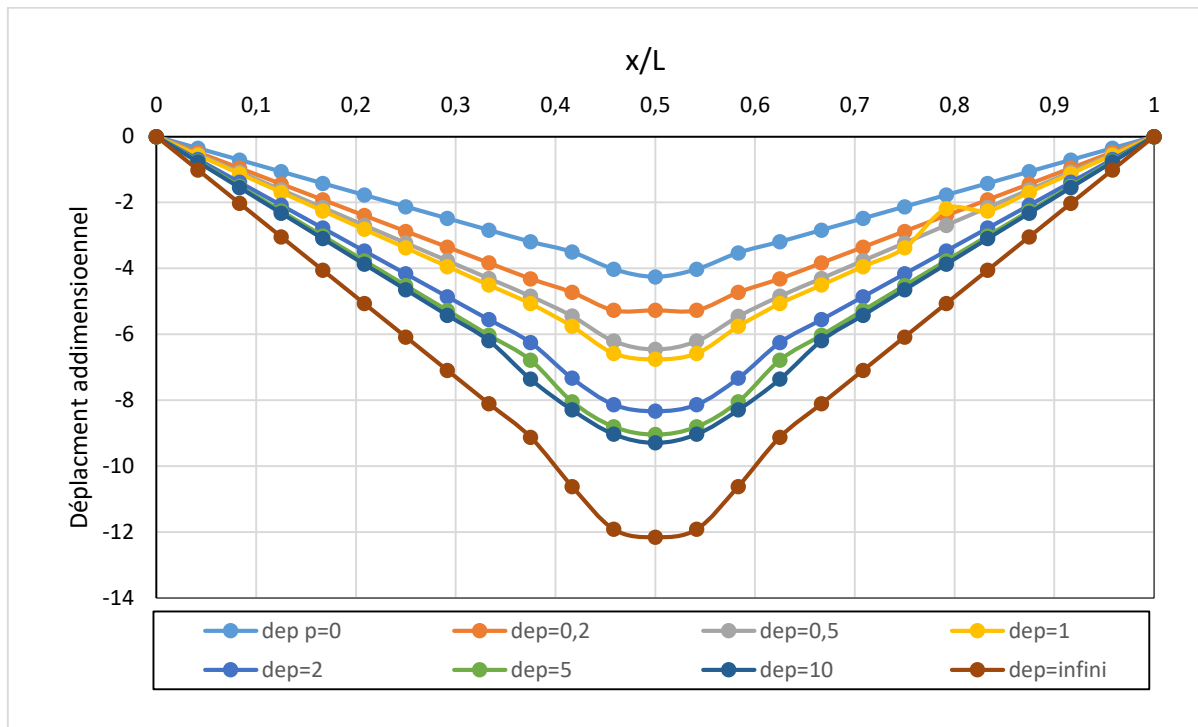


Figure 44 Evolution de déplacement dans la direction longitudinale la poutre FGM élancée.

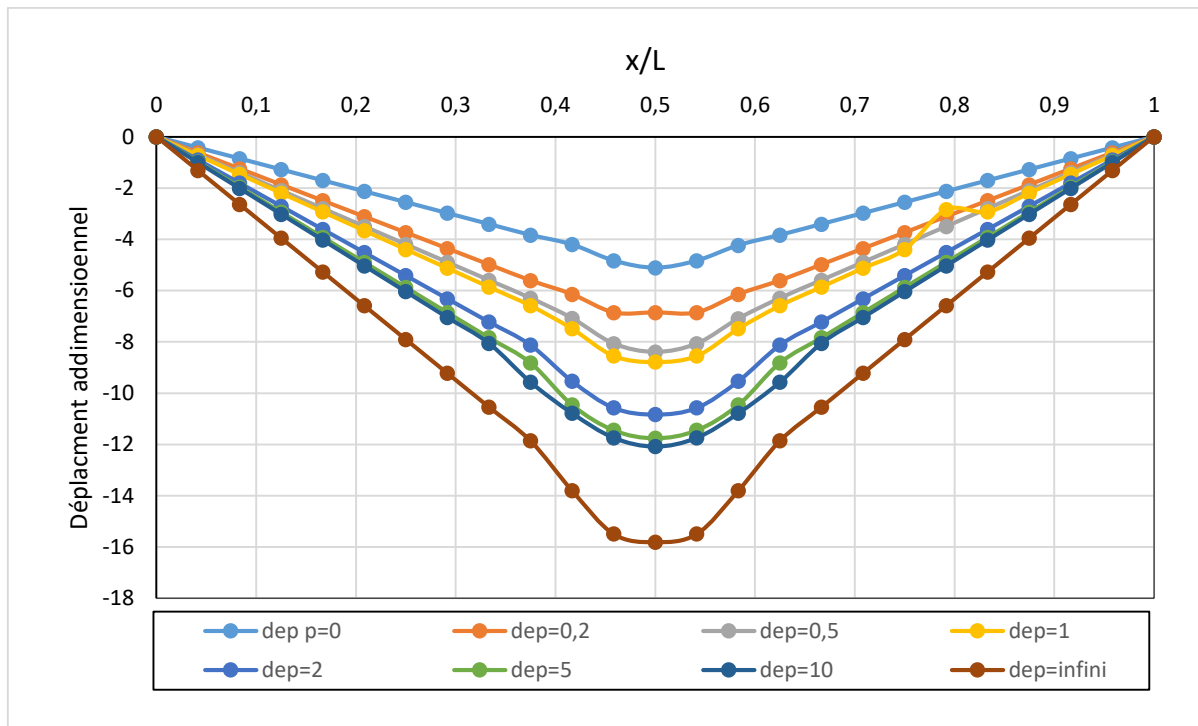


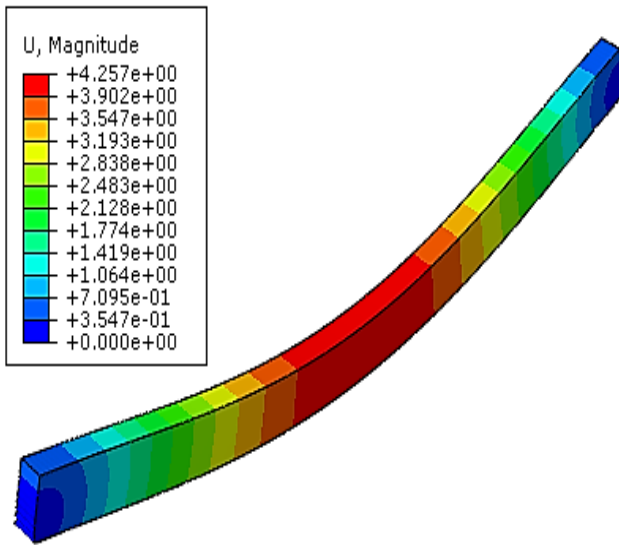
Figure 45 Évolution de déplacement dans la direction longitudinale la poutre FGM non-élancée.

IV.3.1 Cartographies des déplacements

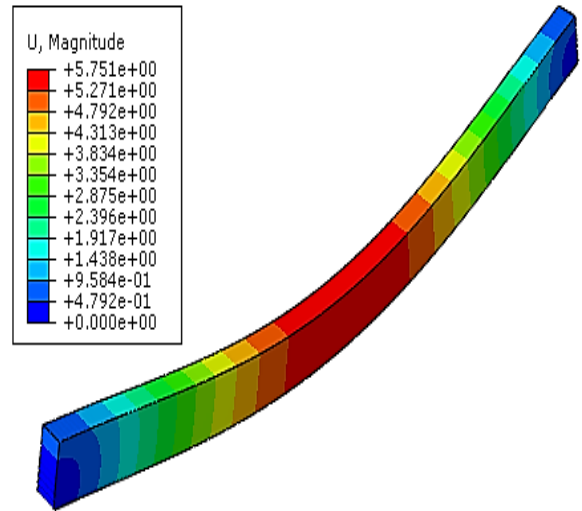
Afin de valider de manière qualitative les résultats numériques déjà obtenus, les différentes cartographies ci-dessous montrent l'évolution de la distribution des déplacements de la poutre (FGM) sous chargement mécanique en flexion, pour un coefficient de paramètre $P=0 ; 0,2 ; 0,5 ; 1 ; 2 ; 5 ; 10 ; \text{infini}$, selon du cas de figure de géométrie et de loi de variation de rigidité.

➤ La poutre avec (2*1*32)

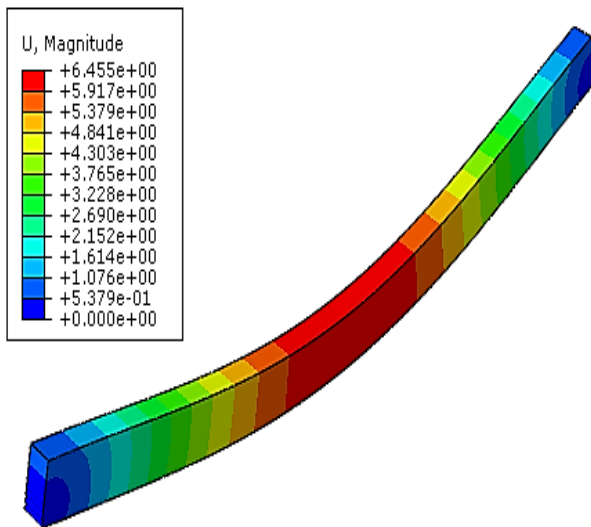
P=0



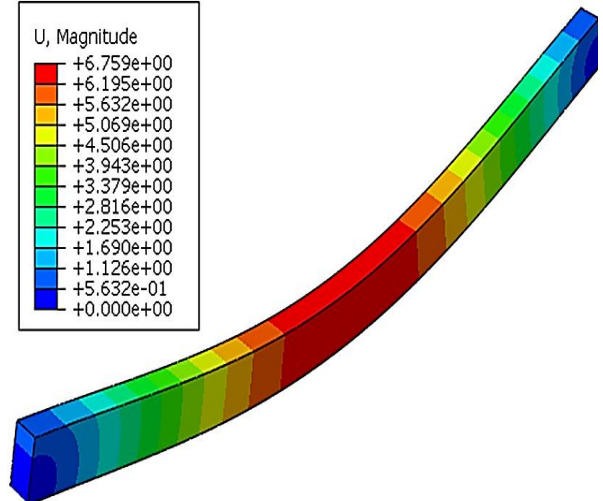
P=0.2



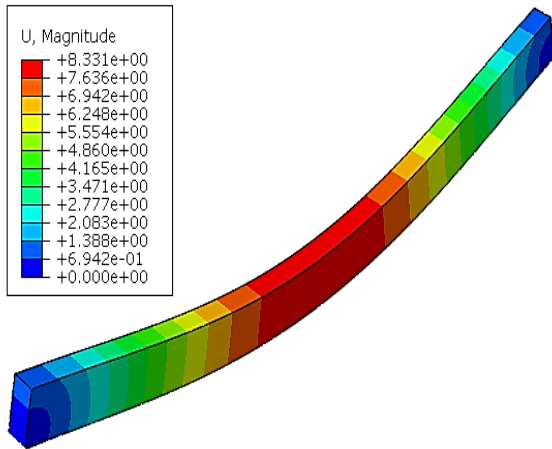
Pour P=0.5 :



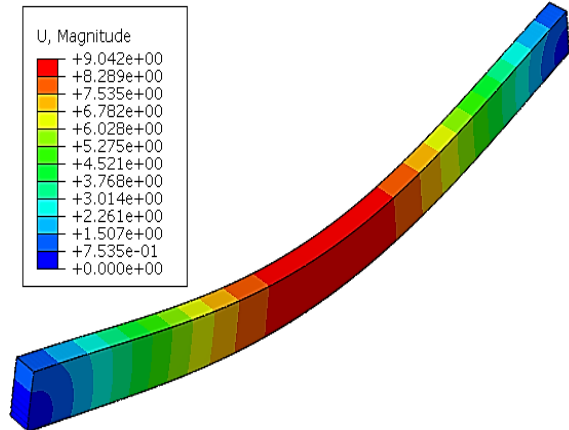
Pour P=1 :



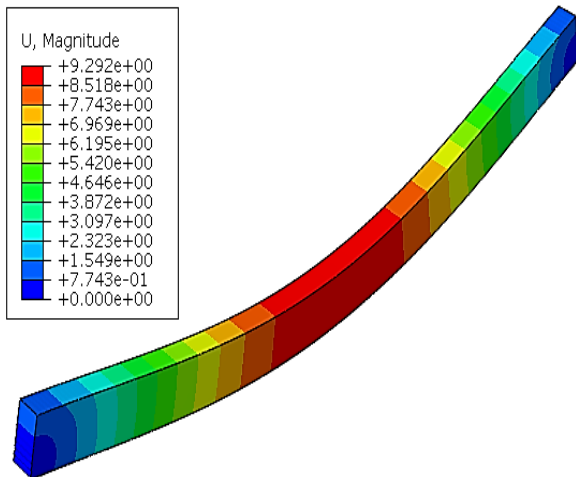
P=2 :



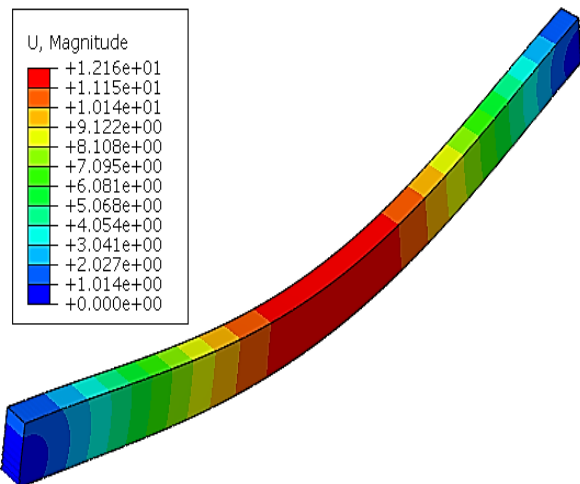
P=5 :



P=10 :



P=infini :



Loi exponentielle :

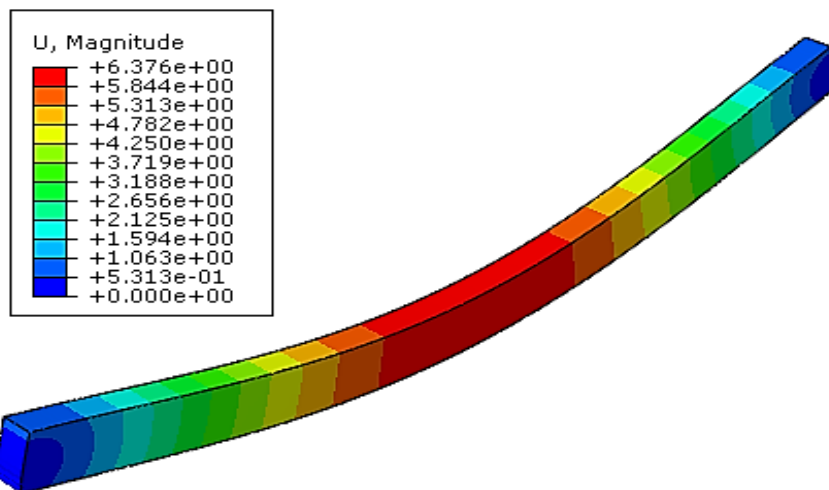
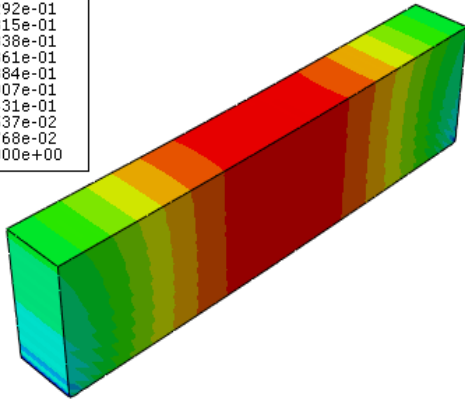
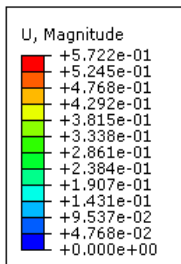


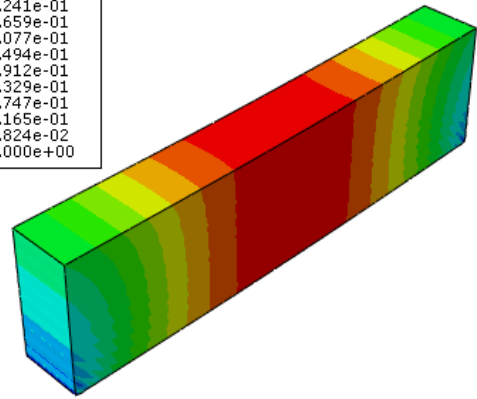
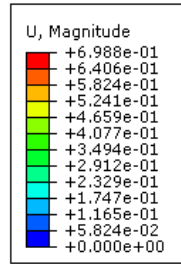
Figure 45 Cartographies des déplacements dans la direction longitudinale la poutre FGM élancée.

➤ La poutre avec (2*1*8)

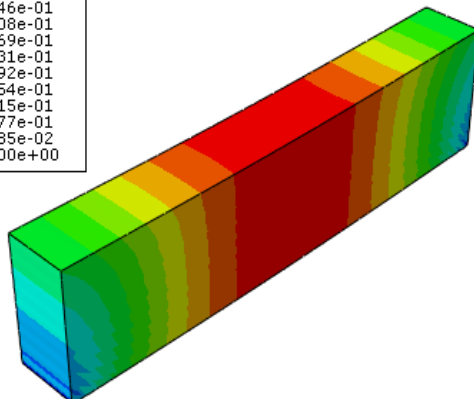
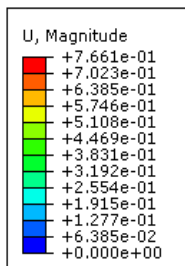
P=0 :



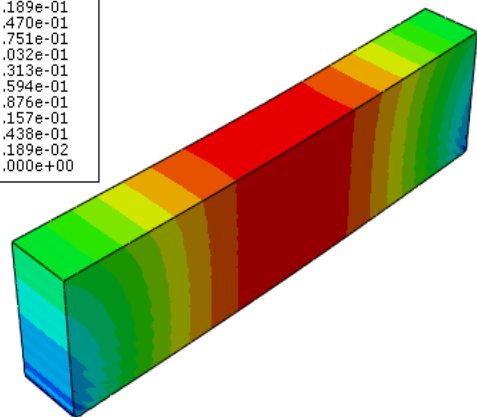
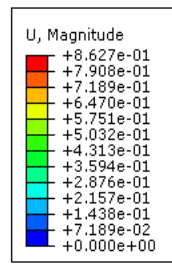
P=0.2 :



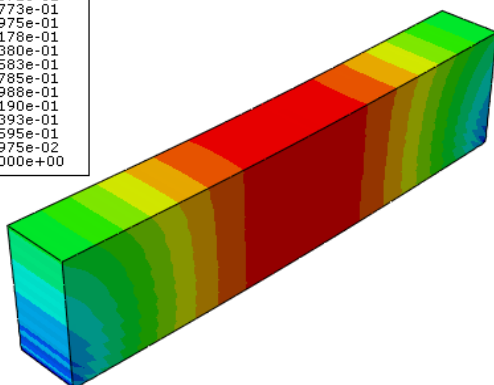
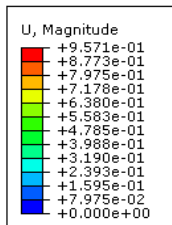
P=0.5 :



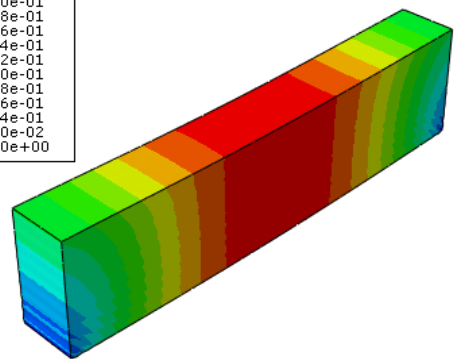
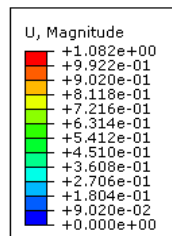
P=1 :



P=2 :



P=5 :



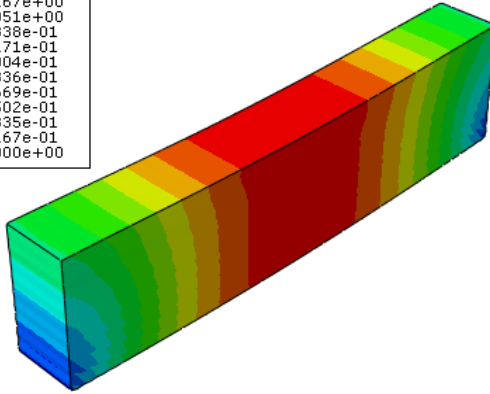
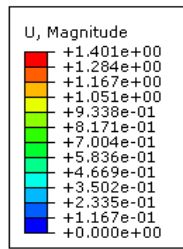
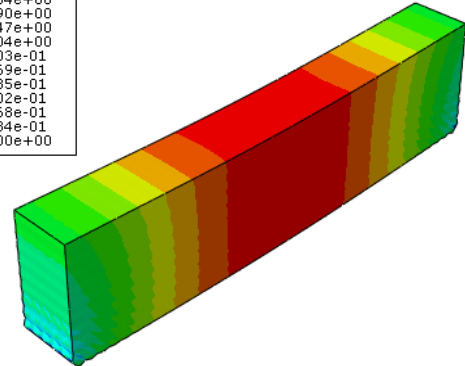
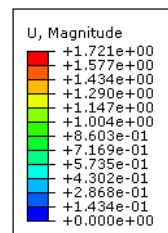
P=10**P=infini**

Figure 46 Cartographies des déplacements dans la direction longitudinale la poutre FGM non-élanée.

D'après ces cartographies, on peut noter que le déplacement maximal pour toutes les variantes (les paramètres du matériau P) apparaît au milieu de la poutre (à mi-travée), puis se propage respectivement vers les extrémités (appuis), la valeur de cette dernière s'annule au niveau des appuis. Le déplacement est plus important pour les poutres entièrement en céramique (p=infini) qui est égal à :

- 12.216 mm pour la poutre (2*1*32).
- 17.21 mm pour la poutre (2*1*8).

Par rapport au déplacement des poutres entièrement en métal (p=0) qui correspond à :

- 4.257 mm pour la poutre (2*1*32).
- 5.722 mm pour la poutre (2*1*8).

Ceci est dû à l'influence du module de Young qui est élevé pour le céramique $E_c=200$ Mpa par rapport à celui de métal $E_m=70$ Mpa.

On remarque que le déplacement de la poutre (2*1*32) est plus grand que celle de la poutre (2*1*8). On remarque aussi l'effet de la loi de variation sur le déplacement.

D'après cet ensemble de résultats obtenus en terme déplacement qui sont en très bon accord avec ceux présentés dans la littérature scientifique, on peut constater que le modèle numérique proposé permis de prédire la réponse des poutres FGM soumis en flexion.

IV.4 Évolution des contraintes

Dans cette section nous allons s'intéresser à l'évolution des contraintes selon l'épaisseur de la poutre FGM. À cet effet, on entreprend la même procédure que l'évolution des déplacements, le paramètre P varie entre les valeurs (0.1..., 10, infini) à travers l'épaisseur de la poutre. Les différentes cartographies ci-dessous montrent l'évolution de la distribution des contraintes de Von Mises dans la poutre (FGM) sous chargement mécanique pour les différents coefficients de paramètre :

IV.4.1. Évolution des contraintes en fonction de z/h

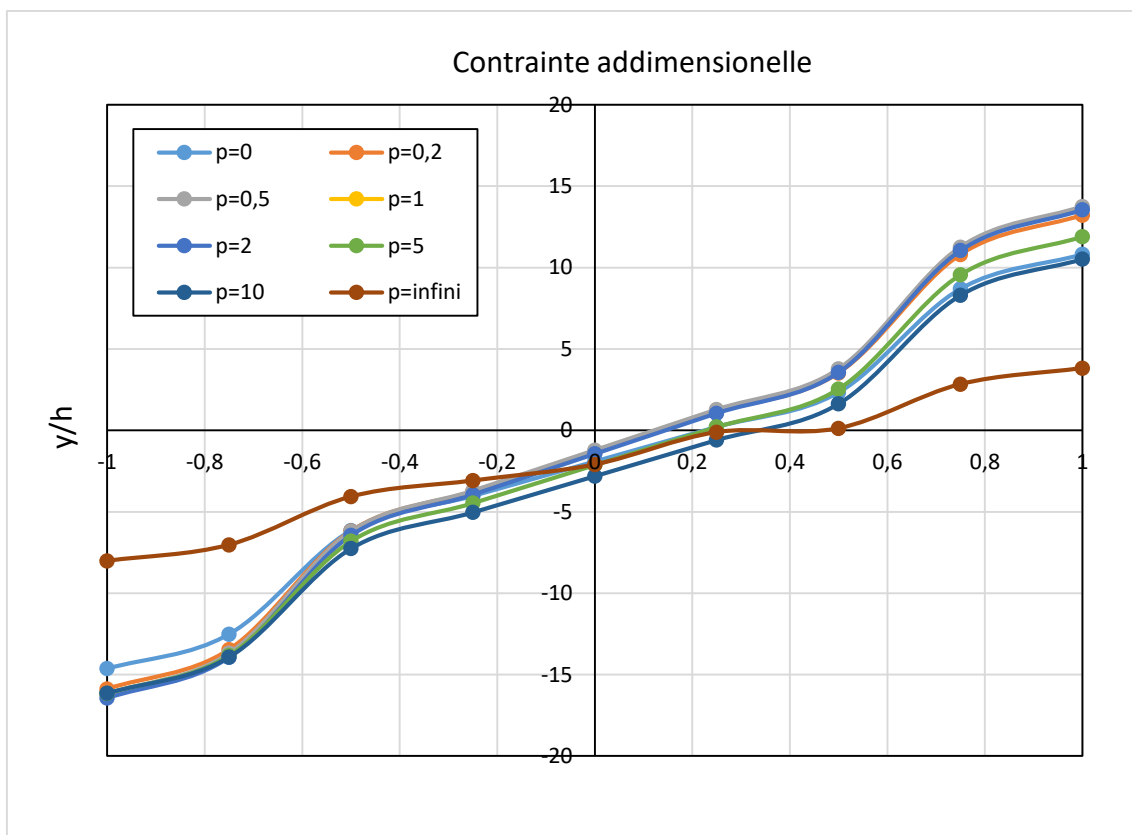


Figure 47 Évolution des contraintes normales selon l'épaisseur de la poutre FGM élancée.

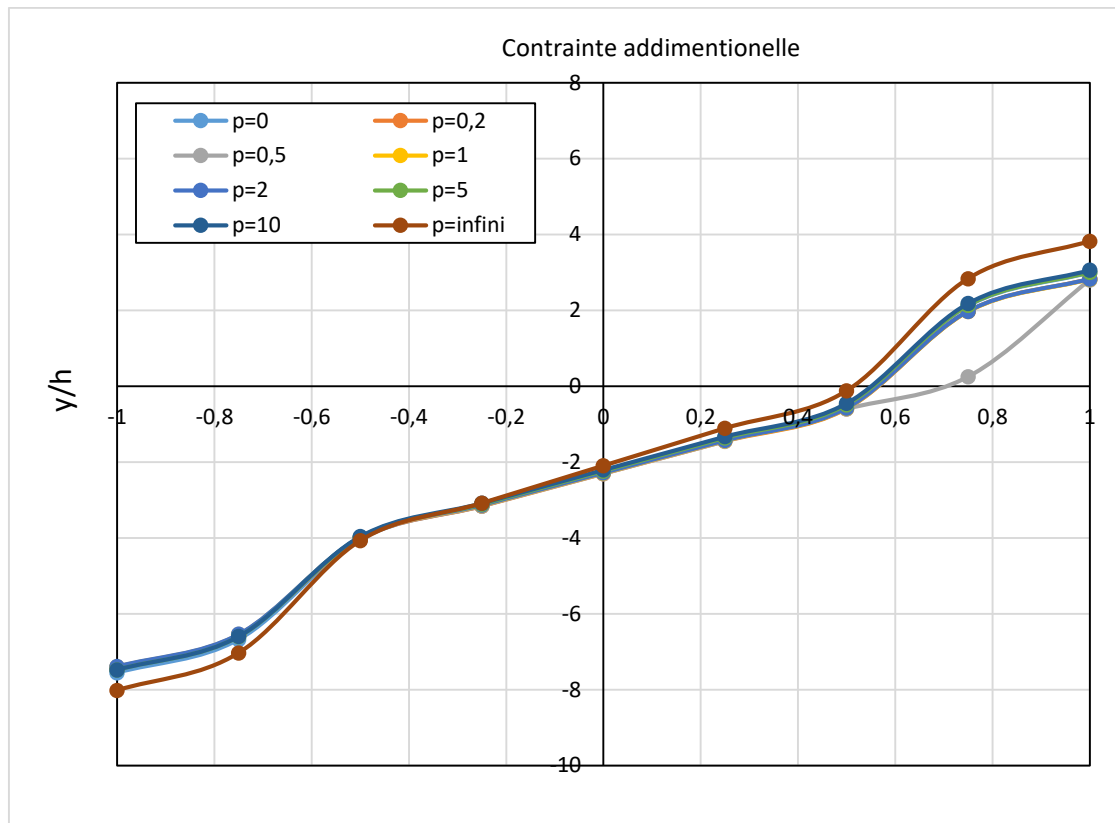


Figure 48 Évolution des contraintes normales selon l'épaisseur de la poutre FGM non-élancée.

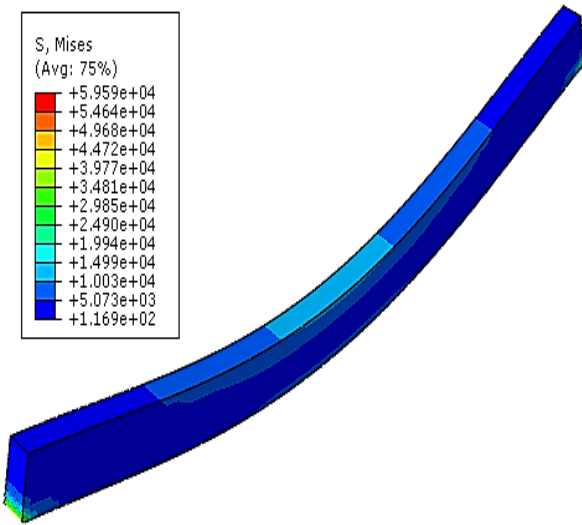
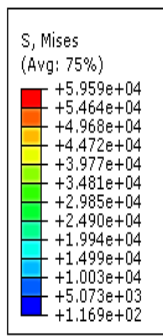
D'après les figures (47 et 48), on remarque que les deux courbes ont la même allure avec des rapports de contrainte- y/h différents. On constate que le paramètre P a un effet significatif sur les contraintes normales, autrement dit : celle-ci diminue en fonction du paramètre du matériau « p », la valeur de cette dernière s'annule au niveau du plan médian de la section transversale tandis qu'elle est maximale au niveau des fibres les plus tendue et comprimée. En effet lorsque la valeur de P augmente la transition de la phase céramique vers métallique devient très rapide, ce qui procure à la poutre FGM une faible résistance, conduisant à des contraintes faibles.

IV.4.2. Cartographies des contraintes

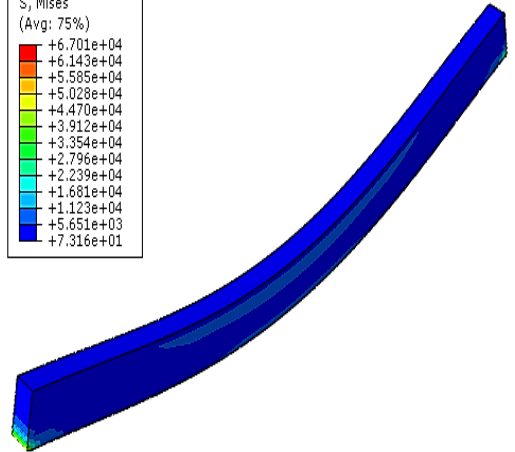
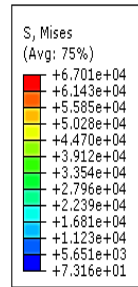
Après la validation quantitative et qualitative du modèle numérique, les différentes cartographies de l'évolution des contraintes de Von mises sur la poutre (FGM) sous chargement mécanique en flexion, pour des valeurs du paramètre $P=0 ; 0,2 ; 0,5 ; 1 ; 2 ; 5 ; 10 ;$ et infini sont présentées et discutées.

➤ La poutre avec (2*1*32)

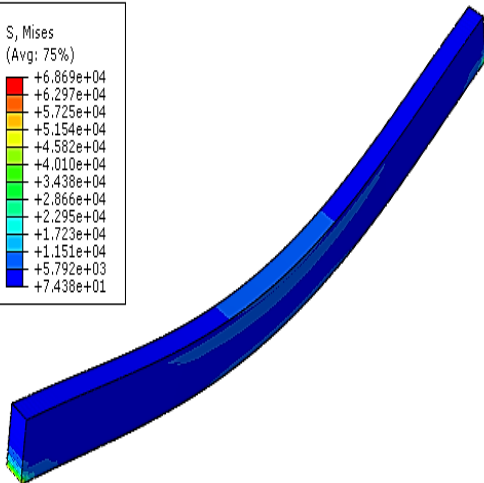
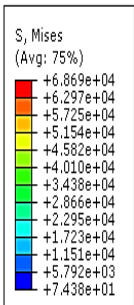
P=0



P=0,2

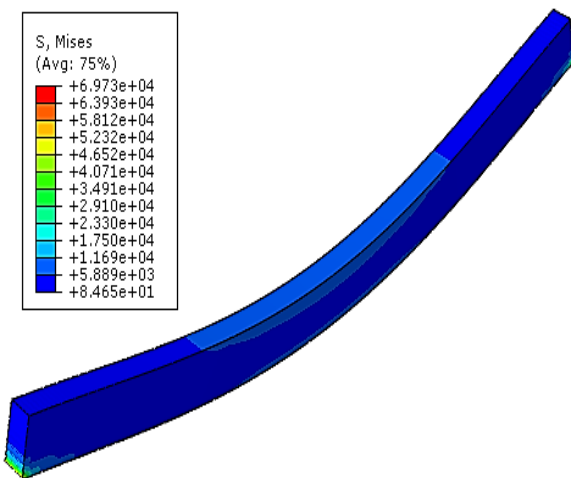
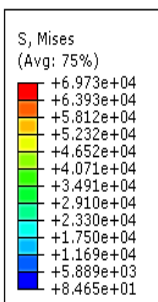


P=0,5

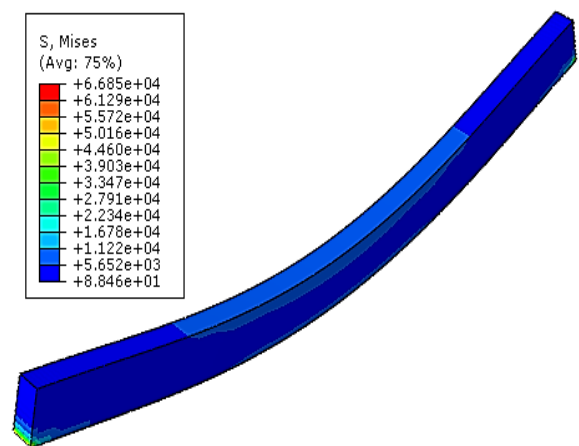
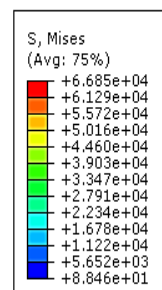


P=1

P=2

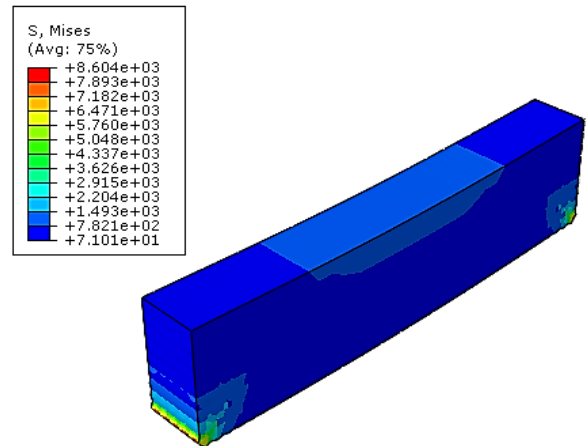
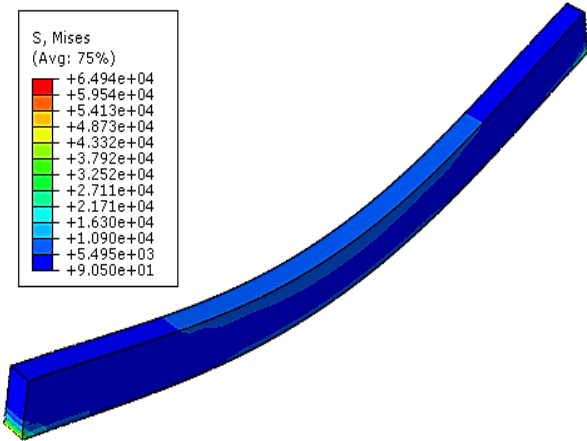


P=5



P=10

P=infini



La loi d'expo

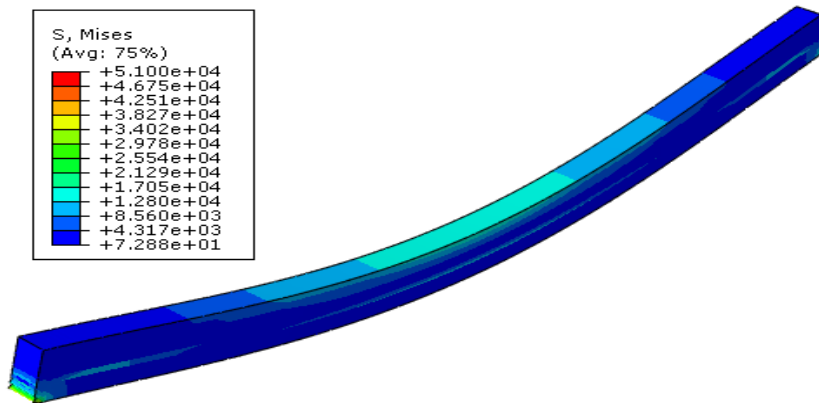
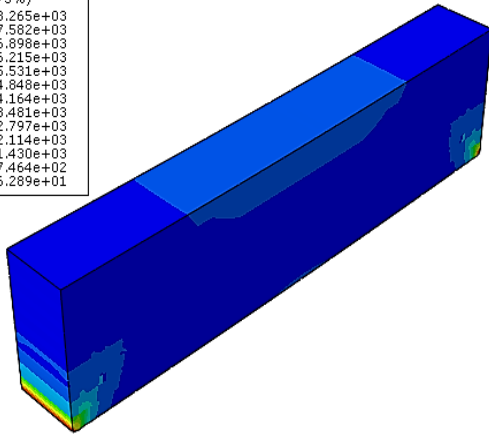
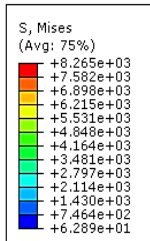


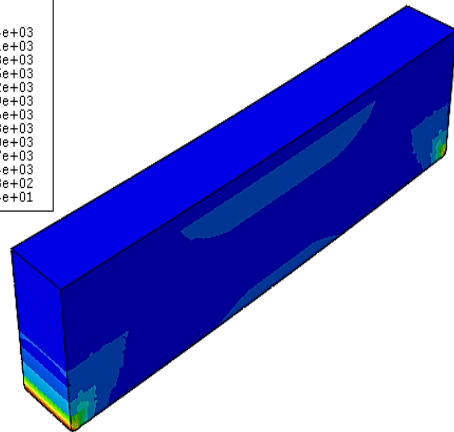
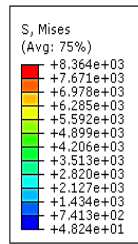
Figure 49 Cartographies des déplacements dans la direction longitudinale la poutre FGM élancée

➤ La poutre avec (2*1*32)

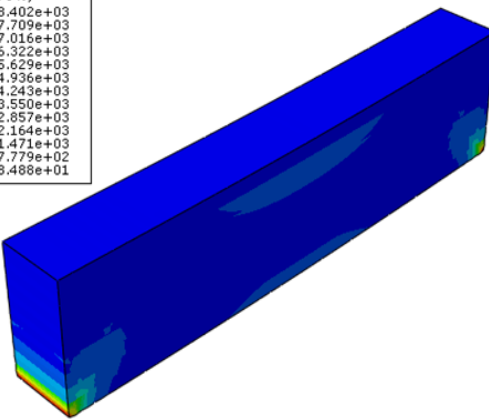
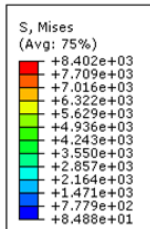
P=0



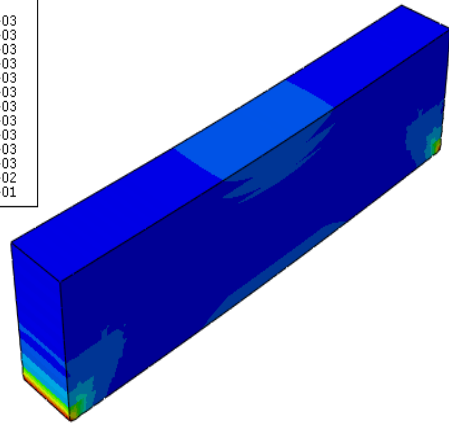
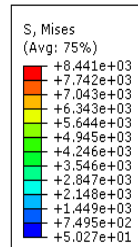
P=0,2



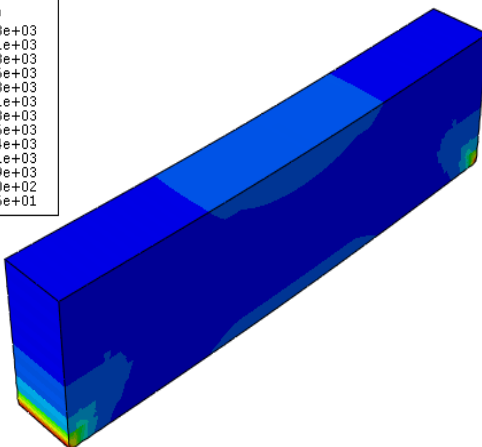
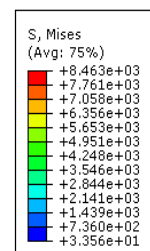
P=0,5



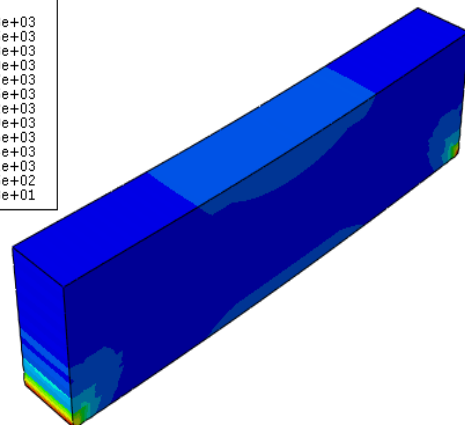
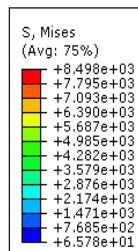
P=1



P=2



P=5



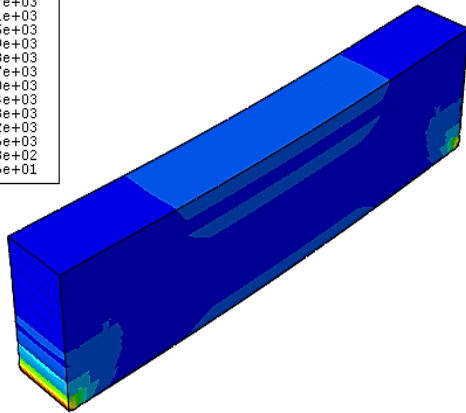
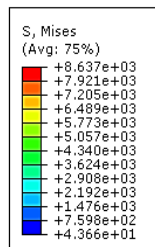
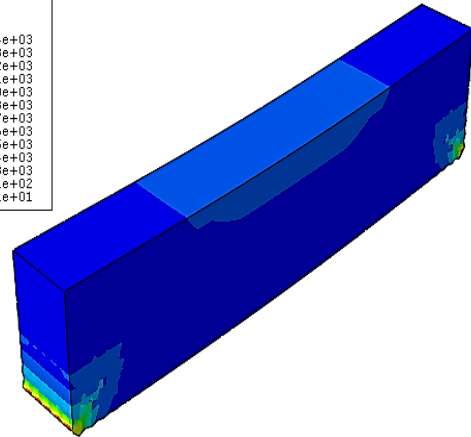
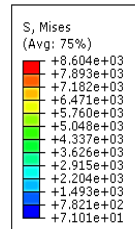
P=10**P=infini**

Figure 50 Cartographies des déplacements dans la direction longitudinale la poutre FGM non-élastée.

D'après ces cartographies, on peut noter que les contraintes maximales pour toutes les variantes (les paramètres du matériau P) apparaît au niveau des appuis (contrainte de cisaillement), puis se propage respectivement vers la portée de la poutre (bielles inclinées), la valeur de cette dernière tend à s'annuler au niveau du plan médian de la poutre dans la direction de son épaisseur. Les contraintes est plus importantes pour les poutres entièrement en métal ($p=0$) qui est égal à :

- 216 Mpa pour la poutre (2*1*32).
- 826 Mpa pour la poutre (2*1*8).

Par rapport au déplacement des poutres entièrement en métal ($p=infini$) qui correspond à :

- 65 Mpa pour la poutre (2*1*32).
- 122 Mpa pour la poutre (2*1*8).

Ceci est dû à l'influence du module de Young qui est élevé pour le céramique $E_c=200$ Mpa par rapport à celui de métal $E_m=70$ Mpa.

D'après cet ensemble de résultats obtenus en terme de contrainte qui sont en très bon accord avec ceux présentés dans la littérature scientifique, on peut constater que le modèle numérique proposé permis de prédire la réponse complète des poutres FGM soumis en flexion.

IV.5. Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre nous avons présenté les différents résultats de la simulation numérique sous format de cartographies, courbes, histogrammes, et tableaux. Ces résultats sont valides par des comparaisons avec les études précédentes, cette dernière permettant de déduire les paramètres qui influençant le comportement mécanique des poutres à savoir : le paramètre du matériau P et la loi de puissance et d'exponentielle et aussi le rapport x/L .

L'augmentation de P induit une augmentation de déplacement, les déplacements adimensionnels les plus élevées sont obtenu par P-FGM et les plus petits sont générés par E-FGM. Pour conclure, à travers ce chapitre nous renseignent sur le rôle des matériaux FGM sur le comportement mécanique des poutres en flexion.

Conclusion générale

Dans ce mémoire, une étude numérique est réalisée en utilisant le code ABAQUS. L'étude est basée sur la méthode des éléments finis, l'objectif principal consiste à proposer et valider un modèle capable de résoudre le comportement régis par une poutre FGM en flexion.

Les matériaux à gradient fonctionnel ont connu un intérêt croissant dans le domaine de Génie civil et qui visent à réduire les fortes discontinuités des propriétés aux interfaces entre deux matériaux de nature différente sont modélisés dans le présent travail avec la loi de puissance et exponentielle.

Ce mémoire est constitué de deux parties, bibliographiques et numériques, qui corroborent l'intérêt de cette recherche et valident les différents résultats obtenus. Par conséquent, les différents résultats obtenus dans ce travail, nous ont permis de dresser les conclusions suivantes :

- Le modèle numérique établis a prédit avec un excellent accord les déplacements à mi travée de la poutre FGM, à travers la confrontation avec les modèles analytiques de la littérature scientifique ;
- Lorsque la valeur de P augmente, la transition de la phase céramique vers métallique devient très rapide, ce qui procure à la poutre FGM une faible rigidité, conduisant à des déplacements importants ;
- Lorsque la valeur de P diminue, la transition de la phase céramique vers métallique devient très lente, ce qui procure à la poutre FGM une faible résistance, conduisant à des contraintes faibles ;
- Les contraintes sont maximales pour toutes les variantes (les paramètres du matériau P) au niveau des appuis (contrainte de cisaillement), puis se propage vers la portée de la poutre (bielles inclinées), la valeur de cette dernière tend à s'annuler au niveau du plan médian de la poutre dans la direction de son épaisseur.

L'expérience acquise durant la réalisation de ce travail, nous a permis de dégager des voix futures permettant d'améliorer et de faire face aux limitations du présent travail. En effet, il convient de formuler les perspectives futures suivantes :

- Tenir compte de l'effet de la porosité des matériaux lors de l'évaluation de la rigidité de la poutre FGM par les lois de puissance et exponentielle ;
- Introduire dans les simulations numériques les fonctions de gauchissement, afin de modéliser la réponse en cisaillement des poutres étudiées ;
- Prendre en compte dans la modélisation les effets des conditions aux limites en déplacement et en contrainte.

Références bibliographiques

- [1] C. Zhou et al. Reliability and sensitivity analysis of composite structures by an adaptive Kriging based approach. *Composite Structures* 278 (2021) 114682
- [2] P.M. Zadeh and M. Mohaghegh. An efficient Bi-level hybrid multi-objective reliability-based design optimization of composite structures. *Composite Structures* 296 (2022) 115862
- [3] H. Sharma, R. Ganguli Optimization of a higher-order sandwich composite beam under uncertainties. *Composite Structures* 269 (2021) 114003
- [4] N. Li et al . Optimal design and strength reliability analysis of pressure shell with grid sandwich structure. *Ocean Engineering* 223 (2021) 108657
- [5] A. Ameryan et al. Investigation of shear strength correlations and reliability assessments of sandwich structures by kriging method. *Composite Structures* 253 (2020) 112782
- [6] MAHAMOOD, Rasheedat Modupe et AKINLABI, Esther Titilayo. *Functionally graded materials*. New York : Springer, 2017.
- [7] Meriem LOUNIS, Sabrine HADDAD ; « Elaboration, caractérisation et simulation des propriétés effectives d'un FGM à base d'A-U4G et Al₂O₃ » ; Mémoire de magister, 2019
- [8] YUKI, M., MURAYAMA, T. & IRISAWA, T., Temperature Gradient Sintering of PSZ/Mo Functionally Gradient Material by Laser Beam Heating, in *Proceeding of The First International Symposium on Functionally Gradient Materials-FGM'90-Sendai-Japan*, 1991, p. 203
- [9] Yin et al (2004) Majid Khayat , Abdolhossein Baghlani , Mohammad Amir Najafgholipour ; Algorithme hybride pour la modélisation et l'étude de l'effet des incertitudes matérielles et mécaniques sur la stabilité des matériaux FGM en sandwich sous choc thermique 2022
- [10] Caroline S. Lee, Sung-Hoon Ahn , Lutgard C. DeJonghe , Gareth Thomas ; Effet des couches de matériaux à gradation fonctionnelle (FGM) sur la contrainte résiduelle de Si₃N₄-Al₂O₃ assemblés de façon polytypique 2006
- [11] AIT TALEB SOUAD ; Analyse du comportement des poutres non - homogènes renforcées par des plaques composites 2016, Thèse de doctorat de l'université de Tizi Ouzou

- [12] Amichi Malha ; Simulation numérique du comportement thermomécanique d'une structure sandwich multicouche à base de matériaux à gradient fonctionnel' ; Mémoire de master de l'université de Tizou Ouzou, 2020
- [13] Yusuf Ayan, Nizamettin Kahraman ; Fabrication et caractérisation d'une structure de matériau à gradient fonctionnel (FGM) contenant deux aciers dissemblables (ER70S-6 et 308LSi) par fabrication additive à l'arc de fil (WAAM) 2022.
- [14] Azeem Pasha, Rajaprakash B.M ; Fabrication de matériaux à gradient fonctionnel (FGM) et ses défis et applications potentiels 2022
- [15] Andrew J. Ruys, Brett A. Sutton ; Matériaux métallo-céramiques à gradation fonctionnelle (FGM) 2021
- [16] M. Luginina , D. Angioni , S. Montinaro , R.Orrù, et al. ; Matériaux à gradient fonctionnel (FGM) hydroxyapatite/verre bioactif pour l'ingénierie des tissus osseux 2020
- [17] Sunil S. Yadav, Keshav K. Sangle, Swapnil A. Shinde, Sandeep S. Pendhari, Yuwaraj M. Ghugal ; Analyse de la flexion des plaques FGM à l'aide de la théorie du cisaillement sinusoïdal et de la déformation normale 2023
- [18] DELALE. F, ERDOGAN. F “The crack problem for a non-homogeneous plane”. ASME « Journal of Applied Mechanics » ; 50 (3) : 609-614. (1983),
- [19] Samir BRAIRI ; « ANALYSE DE LA DÉGRADATION DES STRUCTURES FGM RENFORCÉES PAR FRPPRÉCONTRAINTS » ;2013
- [20] DELALE. F, ERDOGAN. F “The crack problem for a non-homogeneous plane”. ASME « Journal of Applied Mechanics » ; 50 (3): 609-614. (1983),
- [21] SOROKA I., SEREDA P “Interrelation of hardness, modulus of elasticity and porosity in various gypsum systems” Journal of the American Ceramic Society, 1968, vol 51, n°6, p.337-340.
- [22] KESKES Boualem « comportement en fatigue des composites types sandwich en Nid d'abeille » thèse doctorat, Université de Sétif Décembre 2007.
- [23] Reid S.R., Zou G., “Impact Behaviour of Fibre-reinforced Composite Materials and Structures”, éditionCRC Press, 2000
- [24] Abrate S., “Impact on composite structures”, édition S. Abrate, Southern Illinois University, Carbondale, 1998

- [25] Samir Bensaid « Contribution à la caractérisation et à la modélisation électromagnétique et thermique des matériaux composites anisotropes » Mémoire de Master Université de Nantes, 2006.
- [26] B. castanié « contribution à l'étude des structures sandwichs dissymétriques » thèse de doctorat, Ecole national supérieur de l'aéronautique et de l'espace.
- [27] Bouguerra A., et al "Isothermal moisture properties of wood -cementitious composites", Cement and concrete research, Vol. 29, N° 3, P. 339-347, (1999).
- [28] G. Qi, et al. Modeling and reliability of insert in composite pyramidal lattice truss core sandwich panels. Composite Structures 221 (2019) 110888
- [29] Samir Bensaid « Contribution à la caractérisation et à la modélisation électromagnétique et thermique des matériaux composites anisotropes » Mémoire de Master Université de Nantes ; 2006.
- [30] A. MIR, B. BEZZAZI, R. ZITOUNE, F. COLLOMBET ;« Caractérisation mécanique d'un panneau sandwich à âme en liège et peaux jute/époxy » Comptes Rendus des JNC 17 – Poitiers ; 2011.
- [31] DR. SAMER ADEEB ; Engineering at Alberta Courses » Euler Bernoulli Beam [en ligne] ; consulté [Le 11/07/2023] ; disponible sur : <https://engcourses-uofa.ca/contributors/contributor-2/>
- [32] : Thibault Wassereau ; Caractérisation de matériaux composites par problème inverse vibratoire ; disponible sur : https://www.researchgate.net/publication/319537820_Caracterisation_de_materiaux_composites_par_probleme_inverse_vibratoire
- [33] Andi Makarim KatiliIrwan Katili ; « Un élément UI simplifié utilisant un champ de déplacement hermitien du troisième ordre pour l'analyse statique et l'analyse des vibrations libres d'une poutre FGM » ;2020.
- [34] Thuc P. Vo · Huu-Tai Thai · Trung-Kien Nguyen· Fawad Inam ; « analyse statique d'une poutre FGM à l'aide d'une théorie de déformation par cisaillement raffinée » ;2013.
- [35] Aman Garg, H.D. Chalak, Anupam Chakrabarti ; « Étude comparative de la flexion des poutres sandwichs FGM composées de différentes lois de variation des matériaux à l'aide de la théorie raffinée des couches » 2020 .

- [36] Shi-Rong Li, Da-Fu Cao, Ze-Qing Wan ;« la Solutions de flexion des poutres FGM Timoshenko par rapport à celles des poutres homogènes Euler-Bernoulli » ;2013.
- [37] S. Yadav, KeshavK. Sangle, Swapnil A. Shinde, Sandeep S. Pendhari, Yuwaraj M. Ghugal ; « une Analyse de la flexion des plaques FGM à l'aide de la théorie du cisaillement sinusoïdal et de la déformation normale. » ;2023
- [38] Abdelmadjid SI SALEM (2016) ; Développement d'une poutre en béton-composite : analyse expérimentale et modélisation ; Thèse de doctorat de l'université de Tizi Ouzou.
- [39] S. Djenad, S. Ait Taleb, A. Si Salem and M. A. Bouzidi “*NLFEA based design optimization of GFRP strips in partially confined concrete*” *Procedia Structural Integrity* (2022) 37 321-329
- [40] S. Medjmadj, A. Si Salem and S. Ait Taleb. Experimental behavior of plaster/cork functionally graded core sandwich panels with polymer skins. *Construction and Building Materials* 344 (2022) 128257
- [41] C. Ali Ahmed, A. Si Salem, S. Ait Taleb and K. Ait tahar. Experimental behavior and reliability of pre-damaged concrete columns externally repaired with FRP spiral strips under axial compression/ *World journal of engineering* 2022 <https://www.emerald.com/insight/content/doi/10.1108/WJE-06-2022-0248/full/html>
- [42] A. Si Salem, S. Djenad and S. Ait Taleb. Experimental Axial Compressive Behavior of Partially Confined Concrete Columns with Combined External and Internal FRP Strips. *The Eurasia Proceedings of Science, Technology, Engineering & Mathematics (EPSTEM)*, 2022 Volume 21, Pages 356-362
- [43] S. Ait Taleb, S. Medjmadj and A. Si Salem. Modeling the Nonlinear Behavior of Predamaged Reinforced Concrete Beams Retrofitted with Bonded and Jacketed FRP Sheets. *The Eurasia Proceedings of Science, Technology, Engineering & Mathematics (EPSTEM)*, 2022 Volume 21, Pages 288-294
- [44] Si Salem A, Ait Taleb Souad & Ait tahar K « *Static and dynamic behavior of composite concrete-based beams with embedded Polymer/FRP Components* » *Procedia Engineering*, 114C, 2015, 173-180.
- [45] S. Ait Taleb, Abdelmadjid Si Salem & Kamal Ait tahar “*Behaviour of a new graded beam reinforced with externally bonded composite sheets*”, *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 21(9), 2016 1171-1185.

[46] S. Ait Taleb, A. Si Salem and K. Ait tahar. “*Bending and shear behavior of a composite beam strengthened and double-confined with FRP-jacket*”, *Procedia Engineering*, 114(C), 2015, Pages 165-172.

[47] S. Ait Taleb, A. Si Salem and K. Ait tahar. “Experimental and theoretical modeling coupled to a reliability approach for flexural failure prediction in hybrid composite beams” *Asian Journal of Civil Engineering* (2020) 21:495–504

[48] S. Djenad et al. Finite element modeling of partially-confined concrete and RC columns with embedded hexagonal-FRP strips under axial and horizontal loading. *Structures* 54 (2023) 369–385

[49] Si Salem, A., et al: Experimental and statistical investigation of a new concrete-composite beam with encased polymer tube wrapped by FRP, *Frontiers of Structural and Civil Engineering*. 9(2), 154–162 (2015).

[50] Si Salem. A, Ait Taleb. S and Ait tahar. K. « *A finite element approach for predicting the flexural response of light weight FRP-Concrete beams under cyclic loading* » *Applied Mechanics, Behavior of Materials, and Engineering Systems, Lecture Notes in Mechanical Engineering*, (2017), 355-363