

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE MOULOUD MAMMARI DE TIZI-OUZOU



FACULTE DU GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE
DEPARTEMENT D'AUTOMATIQUE

Mémoire de Fin d'études de MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Sciences et Technologies

Filière : Génie électrique

Spécialité : **Commande des systèmes**

Présenté par

**Sadi oufella Sofiane
Badja Madjid**

Mémoire dirigé par M^{me} kherraz khedoudja.

Thème

Commande par mode glissant-flou d'un pendule inversé.

Mémoire soutenu publiquement le/..../2015 devant le jury composé de :

M Prénom NOM

Grade, Lieu d'exercice, Président

M Prénom NOM

Grade, Lieu d'exercice, Encadreur

M Prénom NOM

Grade, Lieu d'exercice, Co-Encadreur

M Prénom NOM

Grade, Lieu d'exercice, Examineur

M Prénom NOM

Grade, Lieu d'exercice, Examineur

Remerciements

Nous tenons à remercier profondément Dieu, le tout puissant de nous avoir donné le courage, la volonté, ainsi que la santé pour réaliser ce modeste travail.

Nous tenons à exprimer nos vifs remerciements et nos sincères reconnaissances à **M^{me} KHERRAZ KHEDOUDJA**, pour sa disponibilité, ses conseils judicieux, ses directives et ses orientations concernant notre projet de fin d'étude, tout en nous accordant sa confiance et en nous faisant profiter de sa large expérience tout au long de la réalisation de ce projet de fin d'étude.

Nous tenons à exprimer nos sincères remerciements à Mr le chef de département **Mr BENSIDHOUM Med Tahar** pour ses conseils et ses orientations,

Nous remercions les membres de jury qui ont fait l'honneur de participer au jugement de ce travail.

Nous tenons à remercier toutes les personnes qui ont contribué au bon déroulement de ce projet de fin d'étude :

- ❖ A tous les professeurs de la faculté génie électrique pour leurs conseils et leurs orientations.
- ❖ Aux personnels du département.
- ❖ A nos parents et à toute la famille **BADJA** et **SADI OUFELLA**
- ❖ A nos frères et sœurs.
- ❖ A tous nos amis.

Et enfin nos remerciements à toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce projet de fin d'étude.

Listes des figures

Chapitre 1 :

Figure 1.1 : synoptique de banc d'essais du pendule inversé .

Figure 1.2: *Schéma* de l'ensemble chariot et pendule inversé.

Chapitre 2 :

Figure. 2.1 : différents modes de convergence pour la trajectoire d'état

Figure. 2.2 : Construction de Fillipov

Figure 2.3 : Le phénomène de broutement

Figure 2.4 : Fonction saturation.

Figure 2.5 : *Solution* par placement d'un observateur.

Chapitre 3 :

Figure 3.1 : classification des températures d'une pièce en deux ensembles.

Figure 2.2 : fonction d'appartenance triangulaire

Figure 2.3 : fonction d'appartenance trapézoïdales

Figure 2.4 : fonction d'appartenance Gaussiennes.

Figure.3.5 : Configuration générale d'un contrôleur flou

Figure 3.6 : Univers du discours partitionné par les termes linguistiques définis dans le tableau 3.2

Figure 3.7 : Défuzzification par le centre de gravité.

Figure 3.8 : Défuzzification par la valeur maximale.

Figure 3.9 : Défuzzification par la méthode des hauteurs pondérées.

Chapitre 4 :

Figure 4.1 : Schéma de la commande

Figure 4.2 : Position de chariot ($x_3(0) = 0.2 \text{ rad}$ et $x_1(0) = 0.1 \text{ m}$)

Figure 4.3:L'angle du pendule ($x_3(0) = 0.2 \text{ rad}$ et $x_1(0) = 0.1 \text{ m}$)

Figure 4.4:Diagramme de la commande ($x_3(0) = 0.2 \text{ rad}$ et $x_1(0) = 0.1 \text{ m}$)

Figure 4.5: Zoom de la commande ($x_3(0) = 0.2 \text{ rad}$ et $x_1(0) = 0.1 \text{ m}$)

Figure 4.6 : Schéma de la commande

Figure 4.7 :L'angle du pendule ($x_3(0) = 0.2 \text{ rad}$ et $x_1(0) = 0.1 \text{ m}$)

Figure 4.8: Position du chariot ($x_3(0) = 0.2 \text{ rad}$ et $x_1(0) = 0.1 \text{ m}$)

Figure 4.9:Diagramme de la commande ($x_3(0) = 0.2 \text{ rad}$ et $x_1(0) = 0.1 \text{ m}$)

Sommaire

Introduction générale	1
-----------------------------	---

Chapitre 1 :Description et modélisation du pendule inversé

1.1 Introduction.....	4
1.2 Etat de l'art de la commande d'un pendule inversé.....	4
1.3 Intérêt de l'étude d'un pendule inversé.....	5
1.4 Présentation du pendule inversé.....	6
1.4.1 Description du banc d'essais.....	6
1.5 Coordonnées généralisée du système.....	7
1.5.1 Modélisation du système chariot-pendule a deux degrés de liberté.....	8
1.5.2 Energie cinétique du système en mouvement.....	8
1.5.3 Energie potentielle du système.....	10
1.5.4 L'équation de Lagrange.....	10
1.5.5 L'équation de Lagrange pour le degré de liberté $q(t) = x(t)$	10
1.5.6 L'équation de Lagrange pour le degré de liberté $q(t) = \theta(t)$	11
1.6 Conclusion.....	13

Chapitre 2 : Théorie de la commande par modes glissant

2.1. Introduction.....	14
2.2. Mode glissant d'ordre un.....	15
2.2.1. Principe et concept de base.....	15
2.2.2. définition de régime glissant.....	16
2.2.2.1. Détermination de la dynamique de glissement.....	17
2.2.2.2. Méthode de Phillipov	17
2.2.2.3. Méthode de la commande équivalente	19
2.2.3. Propriétés de la convergence.....	20
2.2.4. Choix de la surface de glissement	21
2.2.5. condition d'existence du mode de glissement	21
2.2.6. Propriétés de la robustesse	22

2.2.7. Phénomène de réticence	23
2.2.8. Solutions pour la suppression de chattering.....	24
2.2.8.1. Solution de couche limite	24
2.2.8.2. Solution basée sur un observateur	25
2.2.8.3. Solution basée sur les modes glissants d'ordre supérieur	26
2.2.9 Conclusion.....	27

Chapitre 3: Théorie de la commande par Logique floue

3.1 Introduction.....	26
3.1.1 Logique classique et la logique floue.....	26
3.1.2 Valeurs analogiques et logique floue.....	27
3.2 Concepts de base de la logique floue	28
3.2.1 Sous-ensembles flous.....	28
2.2.3. Variables linguistiques.....	29
3.2.3 Fonctions d'appartenance	29
3.2.4 Règles floues	31
3.2.5 Opérations sur les sous-ensembles flous.....	31
3.3 Commande par la logique floue	33
3.3.1 Fuzzification	34
3.3.2 Base de connaissances	36
3.3.3. Moteur d'inférence.....	37
3.3.4 Défuzzification.....	38
3.4 Différents types de contrôleurs flous.....	41
3.4.1 Contrôleurs flous de Mamdani.....	41
3.4.2 Contrôleurs flous de Takagi-Sugeno.....	41
3.5 conclusion.....	42

Chapitre 4: Applications et résultats de simulation

4.4 Introduction	43
------------------------	----

4.2 Calcul de la commande par mode glissant d'ordre un.....	43
4.3 Schéma de la commande	46
4.4 Simulation et interprétation.....	47
4.5 Introduction de la logique floue.....	50
4.6 Schéma de la commande.....	51
4.7 Simulations et interprétation.....	52
4.8 Conclusion.....	53

Introduction générale

Dans la commande des systèmes non linéaires ou ayant des paramètres non constants, les lois de commande classique peuvent être insuffisantes car elles sont non robustes surtout lorsque les exigences sur la précision et autres caractéristiques dynamiques des systèmes sont strictes. On doit faire appel à des lois de commande insensibles aux variations des paramètres, aux perturbations et aux non linéarités.

La commande par mode de glissement fait partie de la famille des contrôleurs à structure variable, c.à.d. des commandes commutant entre plusieurs lois de commande différentes.

L'importance des contrôleurs par mode glissant réside dans : la grande précision, la réponse dynamique rapide, la stabilité, la simplicité de la conception et l'implantation, et la robustesse vis-à-vis la variation des paramètres internes ou externes.

Le principe de la commande par modes glissants est de contraindre les trajectoires du système à atteindre une surface donnée, surface de glissement, pour ensuite y rester.

Toutefois, la commande par mode de glissement induit en pratique des commutations haute fréquence connue sous le nom de chattering. Ces commutations peuvent exciter des dynamiques non désirées qui risquent de déstabiliser, détériorer voire même de détruire le système étudié.

Parmi les solutions proposées dans la littérature pour y remédier à cet inconvénient, on trouve la méthode de la couche limite qui consiste à remplacer la fonction signe par une approximation continue au voisinage de la surface de glissement (fonction saturation ou fonction sigmoïde). Une autre méthode consiste à utiliser les modes glissants d'ordre supérieur, dont le principe est de rejeter les discontinuités au niveau des dérivées supérieures de l'entrée du système. Afin de réduire le chattering, d'autres méthodes peuvent être appliquées, comme la commande par mode glissant neuronal et la commande par mode glissant flou.

La théorie de la logique floue constitue une interface des mondes linguistique et numérique. Elle est capable de décrire des systèmes complexes en introduisant des informations vagues et en imitant le mécanisme de raisonnement approximatif utilisé chez l'homme.

Un contrôleur flou peut être vu comme un système expert particulier ayant pour objectif de remplacer un opérateur qualifié dans son observation et son jugement, il permet alors le traitement des idées humaines souvent incertaines.

Le contrôleur flou suscite beaucoup d'intérêt dans la commande des processus complexes et non linéaires.

Le pendule inversé est un système non linéaire, instable, multi-variable et très couplé, ce qui rend sa commande plus difficile. Le système pendulaire inversé fournit une excellente plate-forme expérimentale pour examiner de spécifiques théories de contrôle ou solutions typiques et favorisant ainsi le développement de nouvelles théories. Il est largement appliqué dans le domaine de la technologie de commande des robots. Une base de la pensée sur les questions de la robotique est la question de l'équilibre, qui peut être représentée de manière appropriée par l'acte d'équilibrage d'un pendule inversé. Ceci explique le fait que de nombreuses investigations aient été menées sur le problème de contrôle du pendule inversé.

Pour tirer profit de l'intérêt du pendule inversé dans la vérification des techniques de commande conçues, de la robustesse de la commande par mode glissant et de raisonnement humain de la logique floue, nous avons élaboré une loi de commande robuste en utilisant ces deux approches pour la commande d'un système pendulaire inversé.

La loi de commande que nous proposons consiste à résoudre le problème de phénomène de chattering de la commande par mode glissant. Nous avons exploité les outils de la logique floue pour remplacer la commande discontinue par un gain flou.

Le présent mémoire est organisé en quatre chapitres qui sont résumés comme suit :

Chapitre 1 :

Le **premier chapitre** sera consacré à la description du pendule inversé ainsi qu'à sa modélisation dynamique qui est déduite à partir de formalisme d'Euler Lagrange.

Chapitre 2 :

Dans le **deuxième chapitre**, nous allons introduire les idées fondamentales de la commande par mode glissant d'ordre un. Les deux composantes de base d'une telle commande sont : la surface de glissement et la loi de commande forçant le système à l'atteindre en temps fini et à y demeurer. Enfin, nous allons aborder le phénomène de chattering qui est l'inconvénient majeur de la commande par mode glissant, ainsi que les solutions pour le réduire.

Chapitre 3:

Le **troisième chapitre** sera dédié à la présentation de la théorie de la logique floue. Nous allons donner les concepts de base de la logique floue ainsi qu'à la structure d'un contrôleur flou.

Chapitre 4 :

Dans le **quatrième chapitre**, nous allons présenter les résultats de simulation de la commande par mode glissant classique appliqué sur un pendule inversé. Ensuite, nous allons introduire les outils de la logique floue pour supprimer le phénomène du chattering dû à la partie discontinue de la commande par mode glissant et la remplacer par un gain flou. Enfin, nous présenterons les résultats de simulation de la commande proposée appliquée sur un pendule inversé.

Nous terminerons par une conclusion générale sur l'ensemble de notre travail, ainsi que les perspectives envisagés.

*Description et modélisation
d'un pendule inversé*

1.1 Introduction :

Quel que soit l'objectif fixé : concevoir, simuler ou commander un système mécanique, il est nécessaire, entre autres, de disposer de modèles du mécanisme. Nous s'intéresse dans ce 1er chapitre à la description et la modélisation du pendule inversé que nous nous utiliserons pour illustrer les commandes que nous développerons dans ce mémoire.[Ce pendule est constitué d'un chariot mobile sur un rail et d'un pendule suspendu sur le chariot. Son principe de fonctionnement est très simple en théorie : Après avoir ramené le pendule de sa position d'équilibre basse à la position verticale haute, il faut le maintenir dans cette position.Pour cela, quand le pendule penche vers la droite, le chariot doit le rattraper en effectuant un mouvement vers la droite, et inversement].

Dans ce chapitre, nous allons d'abord aborder la présentation et la description du pendule inversé Puis,à partir du formalisme d'Euler-Lagrange nous développons son modèle dynamique non linéaire qui pose un problème d'instabilité au point d'équilibre instable $\vartheta = 0$. [1]

1.2 Etat de l'art de la commande d'un pendule inversé :

Le pendule inversé est un système instable, SIMO (Single Input Multiple Output) et possède des non-linéarités non négligeables dues à sa structure dynamique et aux forces de friction.C'est un outil didactique et un problème classique utilisé en automatique. C'est pourquoi il est souvent utilisé pour tester les performances et la robustesse de nouvelles lois de commande[2]. Par ailleurs, on peut trouver dans la littérature plusieurs travaux appropriés à la commande d'un simple pendule inversé par des lois basées sur un problème de contrôle de l'énergie associées à une séquence

de balancement qui permet de relever le pendule de sa position d'équilibre stable[3].

Beaucoup de travaux existent dans la littérature sur la commande du pendule inversé. Dans , une technique de commande combinant les réseaux de neurones et les concepts de la commande par mode glissant a été proposée pour la commande d'un pendule inversé.

Chapitre 1 description et modélisation d'un pendule inversé

Une commande basée sur les outils de la logique floue et la commande par mode glissant a été présentée dans [4] et [5]. Dans [6], une commande optimale non linéaire a été introduite pour la stabilisation des pendules inversés.

Dans [7], un contrôleur constitué à base des outils de la logique floue a été combiné avec un contrôleur PID (proportionnel intégrateur dérivé) pour la commande d'un pendule inversé.

Une commande hybride utilisant le concept de la commande par mode glissant et les outils de la logique floue a été présentée dans [8]. Dans [9] et [31], une commande par mode glissant d'ordre supérieur d'un pendule inversé a été développée.

1.3 Intérêt de l'étude d'un pendule inversé :

L'étude du pendule inversé a plusieurs intérêts :

-L'homme est en fait un pendule inversé double dont les deux axes de rotations sont les chevilles et les hanches. Afin de tenir debout, les articulations travaillent sans cesse ,et l'étude de ce modèle est importante pour la construction de prothèses.

-La robotique utilise le principe du pendule inversé, en particulier dans de nouveaux moyens de transports à 2 roues comme le segway qui permet d'avancer en se penchant en avant .

- On voit apparaître des moyens de locomotion dotés de deux roues montées sur un même axe sur lequel on est en position debout. On accélère en se penchant en avant et on ralentit en se penchant en arrière. Le système est le même que le pendule inversé. La stabilité est aussi assurée par des gyroscopes mais nous n'entrerons pas dans ce genre de détails. [11]

1.4 Présentation du pendule inversé :

1.4.1 Description du banc d'essais :

Le but de la commande du pendule inversé est de maintenir en équilibre vertical une tige en aluminium à l'extrémité de laquelle est montée une masse de forme cylindrique. Cette tige est fixée par une articulation pivotante sur un chariot qui peut se déplacer en glissant le long d'un rail de guidage horizontal. Le mouvement de rotation d'un moteur électrique est transformé en mouvement de translation du chariot par l'intermédiaire d'une poulie et d'une courroie crantée. Le déplacement du chariot dans un sens ou dans l'autre assure par réaction l'équilibre vertical du bras du pendule[1]. La figure 1.1 montre les éléments mécaniques principaux du dispositif.

Initialement le pendule est en position basse, le but étant de le redresser en position haute et surtout le maintenir dans cette position.

La figure 1.1 ci-dessous montre le synoptique de banc d'essais du pendule inversé [11] :

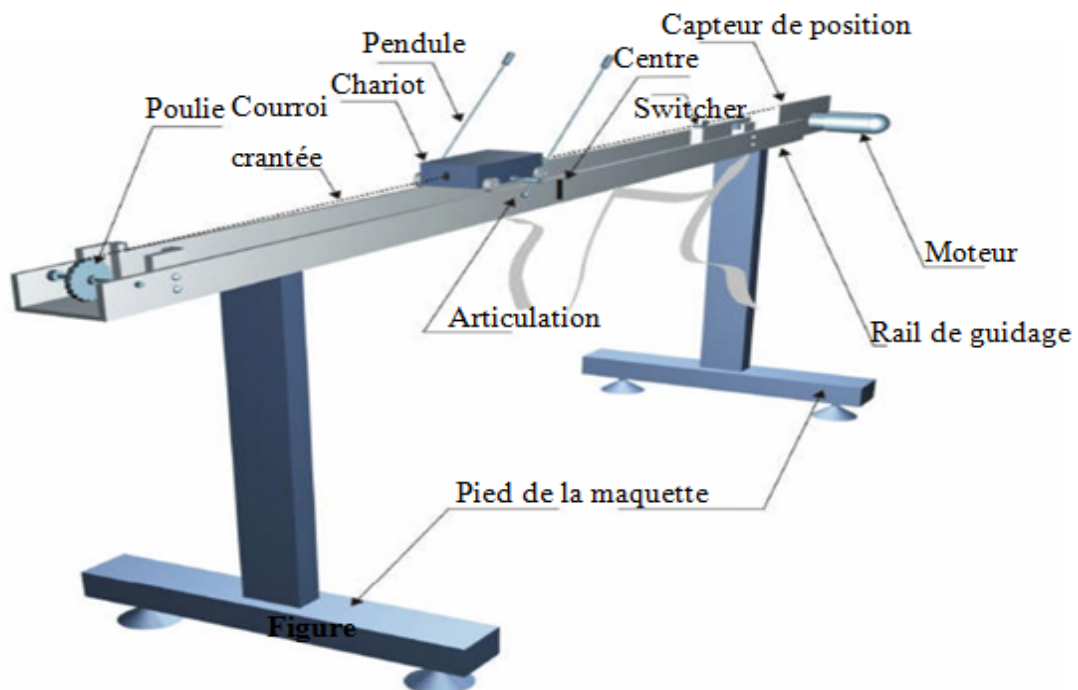


Figure 1.1 : synoptique de banc d'essais du pendule inversé .

Chapitre 1 description et modélisation d'un pendule inversé

1.5 Coordonnées généralisées du système :

L'ensemble du chariot pendule a deux degrés de liberté qui sont représentées par deux coordonnées généralisées, x pour le déplacement horizontal du chariot, θ pour la rotation du pendule. La direction positive de x est le sens à droite en mètre et celui de l'angle est le sens des aiguilles d'une montre en radian. [4]:[5].

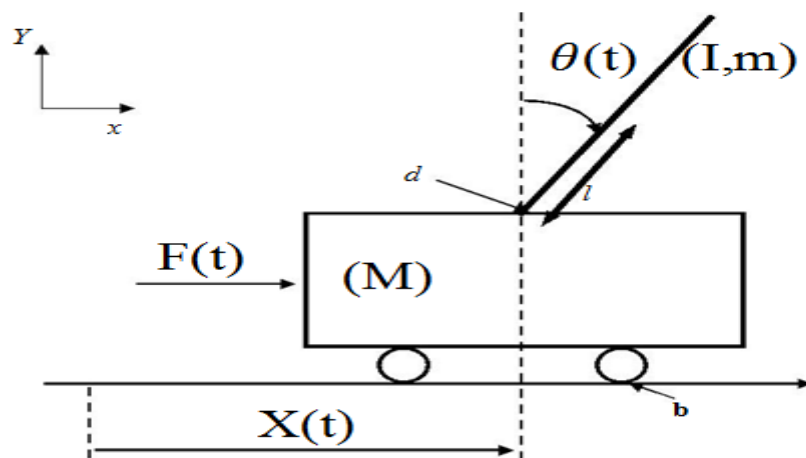


Figure 1.2: Schéma de l'ensemble chariot et pendule inversé.

Soit :

m : masse du pendule

M : masse du chariot

l : demi longueur du pendule

d : frottements du pendule

$F(t)$: force exercée sur le chariot

b : frottements de déplacement du chariot

$x(t)$: position du chariot

$\theta(t)$: l'angle du pendule

g : intensité de pesanteur

Les valeurs numériques des différents paramètres qui sont utilisées dans les simulations sont données dans le tableau ci-dessous

Chapitre 1 description et modélisation d'un pendule inversé

Variables	valeurs
M	0.671(kg)
m	0.151(kg)
L	0.117(m)
G	9.81(m/ s ²)

1.5.1 Modélisation du système chariot-pendule à deux degrés de liberté :[11];[12];[13].

Les équations du mouvement du pendule sont déterminées par le formalisme d'Euler-Lagrange qui est basé sur le principe de la conservation de l'énergie mécanique plutôt que sur le concept de force, comme dans le principe de Newton.

Le Lagrangien est défini comme étant la différence entre l'énergie cinétique E_c et l'énergie potentielle E_p du système, l'avantage de ce formalisme réside dans l'élimination des efforts d'interaction, Il s'exprime par :

$$L = E_c - E_p \quad (1.1)$$

Pour simplifier la modélisation, on suppose tout au long de notre étude que la masse du pendule est concentrée au bout de la tige. Afin de pouvoir écrire les équations dynamiques régissant le mouvement du pendule inversé, on considère les coordonnées $q_1 = x$ et $q_2 = \theta$ qui représente les deux degrés de libertés du pendule. On prend comme direction positive de x le sens de gauche à droite et celui de l'angle est le sens des aiguilles d'une montre.

1.5.2 Energie cinétique du système en mouvement :

Le système en mouvement comporte le chariot qui se déplace linéairement sur les rails et le pendule qui se balance sur son axe de rotation.

L'énergie cinétique du chariot en mouvement est donnée par l'équation :

$$E_M = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 \quad (1.2)$$

L'énergie cinétique du pendule est exprimée par l'équation :

$$E_{cm} = \frac{1}{2} m v_c^2 \quad (1.3)$$

v_c : La vitesse de centre de gravité du pendule

La position du centre de gravité du pendule, notée r_c à partir de ces coordonnées est donnée par :

$$\vec{r}_c = (x + l \sin \theta) \vec{i} + l \cos \theta \vec{j} \quad (1.4)$$

D'où la vitesse du centre de gravité du pendule est :

$$\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = (\dot{x} + l \cos(\theta) \dot{\theta}) \vec{i} - l \dot{\theta} \sin \theta \vec{j} \quad (1.5)$$

En substituant les équations (1.5) dans l'équation (1.3) on trouve :

$$E_{cm} = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + 2\dot{x}l \cos(\theta) \dot{\theta} + l^2 \cos^2(\theta) \dot{\theta}^2 + l^2 \sin^2(\theta) \dot{\theta}^2) \quad (1.6)$$

Avec simplification, l'équation (1.6) de l'énergie cinétique du pendule prend alors la forme :

$$E_{cm} = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + 2l \cos(\theta) \dot{\theta} + l^2 \dot{\theta}^2) \quad (1.7)$$

L'énergie cinétique de l'ensemble chariot (1.2) et pendule (1.7) est exprimée par :

$$E_c = E_{cM} + E_{cm} = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + 2l \cos(\theta) \dot{\theta} + l^2 \dot{\theta}^2) \quad (1.8)$$

1.5.3 Energie potentielle du système :

Le chariot étant en mouvement sur un rail horizontal, seul le pendule en mouvement possède une énergie potentielle. L'énergie potentielle du centre de gravité du pendule est donnée par :

$$E_p = mgl \cos \theta \quad (1.9)$$

1.5.4 L'équation de Lagrange :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial q_i} \right) = u_i \quad (1.10)$$

Avec :

L : Le lagrangien

$\partial \dot{q}_i$: La $i^{\text{ème}}$ composante du vecteur de coordonnées généralisées.

∂q_i : La $i^{\text{ème}}$ composante de la vitesse généralisée.

u_i : La force généralisée associée à q_i

1.5.5 L'équation de Lagrange pour le degré de liberté $q(t) = x(t)$:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial x} \right) = u \quad (1.11)$$

La dérivée partielle du lagrangien suivant \dot{x} et t s'écrit :

$$\frac{d}{dt} (M\dot{x} + m\dot{x} + ml \cos(\theta)\dot{\theta}) = u \quad (1.12)$$

D'où la première équation de Lagrange :

$$(M + m)\ddot{x} + ml \cos(\theta)\ddot{\theta} - ml \sin(\theta)\dot{\theta}^2 = u \quad (1.13)$$

1.5.6 L'équation de Lagrange pour le degré de liberté $q(t) = \theta(t)$:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (1.14)$$

La dérivée partielle du lagrangien suivant $\dot{\theta}$ et θ s'écrit :

$$\frac{d}{dt} (ml\dot{x} \cos(\theta) + ml^2\dot{\theta}) - (-ml\dot{x} \sin(\theta)\dot{\theta} + mgl \sin(\theta)) \quad (1.15)$$

donc la deuxième équation de Lagrange est :

$$ml^2\ddot{\theta} + ml\ddot{x} \cos(\theta) - ml\dot{x} \sin(\theta)\dot{\theta} + ml\dot{x} \sin(\theta)\dot{\theta} - mgl \sin(\theta) = 0 \quad (1.16)$$

Après la simplification, on obtient :

$$ml^2\ddot{\theta} + ml\ddot{x} \cos(\theta) - mgl \sin(\theta) = 0 \quad (1.18)$$

Finalement, le modèle de connaissance du système chariot-pendule est donné par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} (M + m)\ddot{x} + ml \cos(\theta) \ddot{\theta} - ml \sin(\theta) \dot{\theta}^2 = u \\ ml^2\ddot{\theta} + ml\ddot{x} \cos(\theta) - mgl \sin(\theta) = 0 \end{cases} \quad (1.19)$$

Ce modèle peut être écrit sous la forme de Gauchy (modèle d'état non linéaire). pour cela, on définit les variables d'état comme suit :

$x_1 = x$ (Position rectiligne du chariot).

$x_2 = \dot{x}$ (vitesse du chariot).

$x_3 = \theta$ (Position angulaire de la tige).

$x_4 = \dot{\theta}$ (vitesse angulaire de la tige).

Le modèle d'état non linéaire s'écrit sous la forme affine suivante :

$$\dot{X}(t) = f(X(t)) + g(X(t))u(t) \quad (1.20)$$

Où $X(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ x_3(t) \ x_4(t)]^T$ est le vecteur d'état, (t) est l'entrée appliquée au pendule. L'expression du modèle sera sous la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ \frac{-mg \cos(x_3) \sin(x_3) + mlx_4^2 \sin(x_3)}{M + m \sin^2(x_3)} \\ x_4 \\ \frac{(M + m)g \sin(x_3) - mlx_4^2 \cos(x_3) \sin(x_3)}{(M + m \sin^2(x_3))l} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \frac{\cos(x_3)}{(M + m \sin^2(x_3))l} \end{pmatrix} u \quad (1.21)$$

On pose :

$$u = (M + m \sin^2(x_3))u - (ml \sin(x_3) x_4^2 - mg \sin(x_3) \cos(x_3)) \quad (1.22)$$

Avec u une commande auxiliaire.

On obtient les expressions des champs de vecteur $f^*(X(t))$ et $g^*(X(t))$ simplifiées suivantes :

$$f^*(X(t)) = \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ x_3 \\ \frac{g \sin(x_3)}{l} \end{pmatrix}. \tag{1.23}$$

$$g^*(X(t)) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -\frac{\cos(x_3)}{l} \end{pmatrix}.$$

1.6 Conclusion :

Le pendule inversé est un système non linéaire et sous-actionné. Il est souvent utilisé pour tester l'efficacité de nouvelles commandes. C'est pour cette raison que nous l'avons choisi comme application, afin de mettre en évidence l'efficacité de notre stratégie de commande.

Dans ce chapitre, nous avons présenté la structure du système pendulaire, quelques travaux existants dans la littérature sur sa commande, ainsi que sa modélisation dynamique qui est déduite à partir de formalisme d'Euler-Lagrange.

*Théorie de la commande par
mode glissant*

2.1. Introduction :

Un modèle mathématique constitue souvent une description approchée de la réalité physique. Or nous ne disposons que de ce type de modèle pour construire une loi de commande. Ainsi la commande choisie devra être robuste dans le sens où elle devra garantir une faible sensibilité aux erreurs et incertitudes sur les paramètres, à leurs variations et aux perturbations. Notre choix s'est porté sur la commande par modes de glissement qui n'est autre qu'un cas particulier de la théorie des systèmes à structure variable et, basée essentiellement sur la résolution des équations différentielles à second membre discontinu, initiée par Filippov en 1960 [17]. L'utilisation de cette théorie date de la parution des livres d'Emelyanov [27], et d'Utkin [20].

Ce chapitre est destiné à introduire les éléments théoriques nécessaires à la compréhension du fonctionnement des commandes par modes de glissement.

2.2. Mode glissant d'ordre un :

La commande par mode de glissement d'ordre un (CMG) est une commande à structure variable pouvant changer de structure et commutant entre deux valeurs suivant une logique de commutation bien spécifique.

Le principe de la commande par modes glissants est de contraindre le système à atteindre une surface donnée appelée surface de glissement et d'y demeurer jusqu'à l'équilibre.

Cette commande se fait en deux étapes : la convergence vers la surface de glissement et ensuite le glissement le long de celle-ci (voir la figure (2.1).) [18]

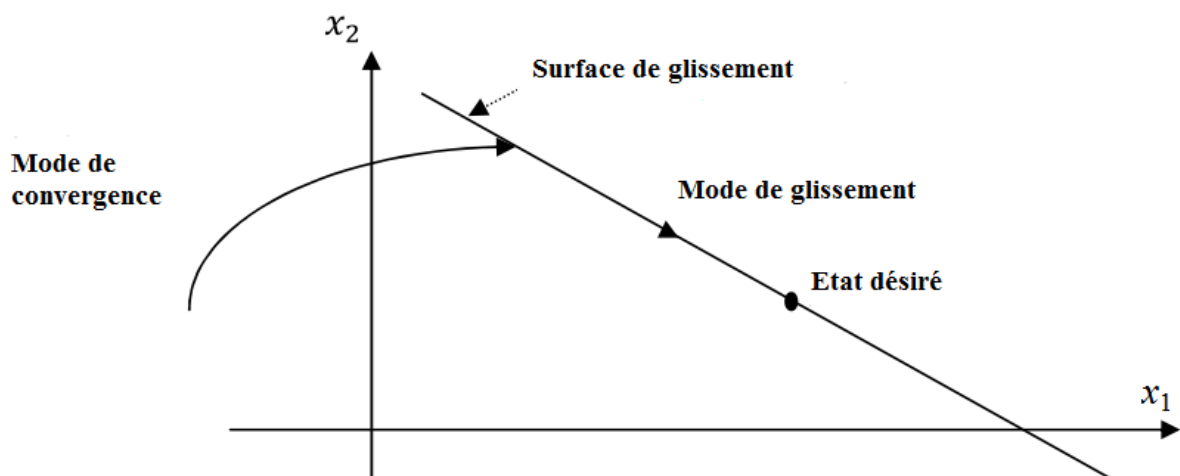


Figure 2.1 : différents modes de convergence pour la trajectoire d'état

2.2. 1.Principe et concept de base :

Le principe de la commande par modes glissants est de contraindre l'état du système à atteindre en temps fini une hypersurface (dans l'espace d'état) donnée pour ensuite y rester. Cette hypersurface étant une relation entre les variables d'état du système, elle définit une équation différentielle, et donc détermine totalement la dynamique du système, pour qu'il reste sur cette hypersurface. L'évolution d'un système soumis à une loi de commande qui le fait rester sur une hypersurface donnée ne dépend donc plus du tout du système lui même ou des perturbations auxquelles il peut être soumis, mais uniquement des propriétés de cette hypersurface. Le système bouclé n'est donc pas seulement robuste vis à vis des incertitudes (propres au système) et perturbations (extérieures au système), mais totalement insensible à ces incertitudes et perturbations, moyennant qu'elles puissent effectivement être rejetées par la commande.[44]

2.2. 2.Définition de régime glissant :

Considérons le système non linéaire suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, t, u) & \text{avec } x(t_0) &= x_0 \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (2.1)$$

et l'hypersurface : $s(x) = 0$

f un champ de vecteur suffisamment différentiable.

$$u(x, t) = \begin{cases} u^+ & \text{si } s(x) > 0 \\ u^- & \text{si } s(x) < 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

$u \in \Omega \subset \mathfrak{R}$:est la commande de système.

Où x l'état du système de dimension n .

Le système (2.1) avec la loi de commande (2.2) est intrinsèquement à structure variable. En revanche, le système rendu discontinu par le choix d'une commande discontinue, u est dit à discontinuité artificielle.

Le système variable (2.1) avec la loi de commande (2.2) peut se ramener à l'écriture suivante :

$$\dot{x} = f(x, t, u) = \begin{cases} f^+(x, t) & \text{si } s(x, t) > 0 \\ f^-(x, t) & \text{si } s(x, t) < 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

Où $f^+(x, t)$ et $f^-(x, t)$ sont des champs de vecteurs complets dans \mathfrak{R}^n .

$s(x, t)$: est une surface dans \mathfrak{R}^n qui divise l'espace en deux parties disjointes

$s(x, t) > 0$ et $s(x, t) < 0$ qu'on notera respectivement ε^+ et ε^- [19],[23]

Remarque 1:

D'autres systèmes sont de conception naturellement discontinue, à titre d'exemples les circuits électroniques contenant des commutateurs et les systèmes mécaniques contenant un frottement sec [21]. Qu'ils soient à discontinuité artificielle ou naturelle, les systèmes à structure variable de type (2.1) peuvent tous se ramener à la forme (2.3).

En dehors de la surface de discontinuité, les vecteurs vitesse f^+ et f^- peuvent avoir différents comportements. [23]

2.2. 2.1. Détermination de la dynamique de glissement :

Pour décrire le mouvement de glissement sur la surface $s(x) = 0$, de nombreux travaux existent et s'inscrivent tous dans le cadre de la résolution des équations différentielles à second membre discontinu. On citera principalement les ouvrages d'Utkin [20],[22], celui de Filippov [17], qui traitent de manière plus ou moins détaillée le mode de glissement. Quand la surface de glissement est rejointe, la théorie des équations différentielles ordinaires n'est plus valide car le système (2.1) ne vérifie plus les conditions classiques d'existence et d'unicité de solutions du théorème de Cauchy-Lipshitz à cause de la discontinuité du second membre sur la surface de glissement $s(x) = 0$.

Il existe principalement deux méthodes pour la détermination du mode de glissement : [19]

-la méthode de Filippov. [17]

-la méthode de la commande équivalente. [22]

2.2. 2.2. Méthode de Filippov :

Filippov [17] s'est intéressé à la détermination du vecteur f_0 (le champ de vecteurs vitesses sur la surface de glissement) pour des systèmes dont la variable commande n'apparaît pas de manière explicite dans l'expression du champ f . Selon lui, en tout point \dot{x} de la surface de discontinuité le vecteur-vitesse f_0 appartient au plus petit convexe fermé contenant toutes les valeurs de f et ceci quand x balaie tout le δ - voisinage du point \dot{x} considéré en excluant le point lui-même.

Autrement dit, pour des systèmes avec une seule surface de discontinuité, la

Méthode de Filippov donne le résultat suivant :

a) le plus petit convexe contenant tous les vecteurs $f(x)$ du δ -voisinage de la Surface de commutation (figure (2.2)) est un segment de droite reliant les deux extrémités de f_*^+ et f_*^- , (où f_*^+ et f_*^- sont les limites respectives des champs $f^+(x)$ et $f^-(x)$ quand x tend vers \dot{x}). [19], [23]

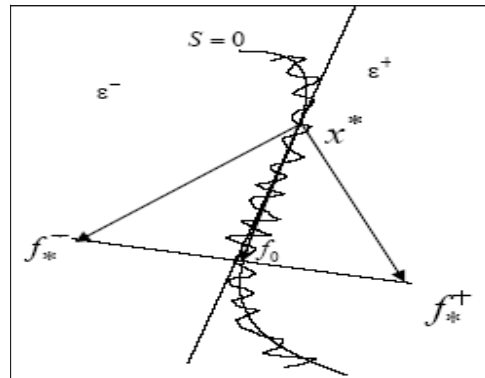


Figure. 2.2 : Construction de Filippov

b) puisque le vecteur f_0 prend la direction du plan tangent à la surface de Commutation, l'extrémité de ce vecteur est le point d'intersection de ce plan avec le segment de droite reliant les deux extrémités de f_*^+ et f_*^-

c) l'expression du vecteur vitesse f_0 en mode de glissement est donnée par :

$$f_0 = \mu f^+(1 - \mu)f^- \quad (0 \leq \mu \leq 1) \quad (2.4)$$

μ est déterminé grâce à la condition $\text{grad } s.f_0 = 0$ (vecteur f_0 tangent à s). Il vient alors :

$$\mu = \frac{\text{grad } s.f^-}{\text{grad } s.(f^- - f^+)} \quad (2.5)$$

L'équation du mode de glissement selon Filippov est alors définie par :

$$\dot{x} = \frac{\text{grad } s.f^-}{\text{grad } s.(f^- - f^+)} f^+ - \frac{\text{grad } s.f^+}{\text{grad } s.(f^- - f^+)} f^- \quad (2.6)$$

2.2. 2.3.Méthode de la commande équivalente :

Cette méthode proposée par Utkin consiste à admettre qu'en mode de glissement, tout se passe comme si le système était piloté par une commande dite commande équivalente. que nous noterons par la suite u_{eq} [20, 21, 22].La commande équivalente est définie comme étant la commande obtenue par la résolution de l'équation : $\dot{s}=0$.

(2.7)

C'est donc la commande qui permet de maintenir l'état du système sur la surface de discontinuité $s = 0$. Ceci nous donne directement l'équation du mode de glissement

$$\dot{x} = f(x, t, ueq) \quad (2.8)$$

L'équation (2.11) conduit à l'écriture :

$$\frac{\partial s}{\partial x} f(x, t, ueq) + \frac{\partial s}{\partial t} = 0 \quad (2.9)$$

Dans le cas général, il n'est pas facile de résoudre analytiquement l'équation (2.9). Pour le cas des systèmes non linéaires affines en u définis comme suit :

$$\dot{x} = f(x, t) + g(x, t) u \quad (2.10)$$

L'équation (2.9) possède la solution explicite suivante :

$$u_{eq}(x, t) = - \left(\frac{\partial s}{\partial x} g \right)^{-1} \left(\frac{\partial s}{\partial x} f + \frac{\partial s}{\partial t} \right) \quad (2.11)$$

dans le cas où le terme $\frac{\partial s}{\partial x} g$ est non nul. Le remplacement de (2.10) dans (2.11) donne

l'expression de l'équation du mode de glissement :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, t) + g(x, t) ueq \\ &= f(x, t) - g(x, t) \left(\frac{\partial s}{\partial x} g \right)^{-1} \left(\frac{\partial s}{\partial x} f + \frac{\partial s}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad (2.12)$$

Dans la littérature qui traite des problèmes de commande par modes de glissement on utilise beaucoup cette méthode car elle concerne les systèmes contrôlés et donne des solutions explicites pour les systèmes non linéaires affines. De plus, pour ces derniers, Utkin [21] montre que par rapport à la commande initialement commettante $u(x, t)$, la commande équivalente n'est rien d'autre que la composante basse fréquence de la commande commettante réellement appliquée au système physique. Ceci veut dire qu'en moyenne le système réagit comme s'il était piloté par ueq .

$$u = u_{eq} + u_d$$

u_{eq} : elle est déterminée par le modèle du système, son principe est basé sur la détermination du comportement du système lorsqu'il est sur la surface de glissement s (soit $s = 0$).

u_d : C'est la partie discontinue, elle sert à compenser les incertitudes. Elle est constituée de la fonction signe de la surface de glissement s , multipliée par une constante positive.

2.2.3. Propriétés de la convergence :

Cette condition est en fait la condition à laquelle le mode de glissement existe et sous laquelle la trajectoire d'état va effectivement atteindre la surface de glissement en un temps fini

Soit, pour un système mono variable, la fonction de Lyapunov suivante :

$$v(x) = \frac{1}{2} s^2(x) \quad (2.13)$$

la dérivée de cette fonction est :

$$\dot{v}(x) = \dot{s}(x)s(x) \quad (2.14)$$

La condition qui garantit la convergence de l'état vers la surface de glissement est donnée par

$$\dot{v}(x) = \dot{s}(x)s(x) < 0$$

Pour résoudre un tel problème, la dynamique de la surface de glissement est spécifiée par la loi:

$$\dot{s} = -\lambda \operatorname{sgn}(s) \cdot \operatorname{sgn}(s) \quad (2.15)$$

Où λ est une constante strictement positive.

On aboutit à :

$$\dot{v}(x) = \dot{s}(x)s(x) \leq \lambda |s| \quad (2.16)$$

Cette condition est dite condition d'attractivité.

L'intégration de (II.14) entre le temps initial $t=0$ et le temps de convergence $t=t_c$, permet d'aboutir:

$$s(t_c) - s(0) \leq -\lambda (t_c - 0)$$

La surface s sera atteinte durant un temps fini donné par :

$$t_c \leq \frac{s(t=0)}{\lambda} \quad (2.17)$$

Il apparaît que c'est le caractère discontinu de la loi de commande qui permet d'obtenir une convergence en un temps fini sur la surface S et la trajectoire d'état en mode glissant évolue dans un espace de dimension inférieur réduisant l'ordre du système.

2.2.4. Choix de la surface de glissement :

Soit le système décrit par l'équation différentielle suivante (2.18):

$$\dot{x}^n = f(x, t) + g(x, t)u \quad (2.18)$$

Où f et g sont des fonctions non linéaires, g est supposée inversible.

u : L'entrée du système.

x : L'état du système.

Soit x_d la consigne désirée et e l'erreur de poursuite définie par :

$$e = x - x_d \tag{2.19}$$

La formule générale de la surface de glissement est définie en fonction de l'ordre du système comme suit :

$$s(x) = \left(\frac{\delta}{\delta t} + \lambda\right)^{n-1} e(x) \tag{2.20}$$

Où n : le degré relatif du système par rapport à la sortie $s(x)$. Il représente le nombre minimum de fois qu'il faut dériver la sortie $s(x)$ par rapport au temps, pour y voir apparaître l'entrée. [11], [18]

2.2.5. Condition d'existence du mode de glissement :

Le choix de la fonction de glissement étant fait, la deuxième étape consiste à concevoir une loi de commande qui puisse amener le vecteur d'état à converger vers la surface et y demeurer ($s = 0$). Pour cela, il faut que la loi de commande soit conçue de telle manière à ce que s soit attractive.

Pour déterminer la condition d'attractivité, considérons la fonction de Lyapounov suivante :

$$V(s) = \frac{1}{2} s^2 \tag{2.21}$$

Une condition nécessaire et suffisante, appelée condition d'attractivité, pour qu'une variable de glissement $s(x, t)$ tende vers 0 est que la dérivée temporelle de v soit définie négative :

$$\dot{s}(x)s(x) < 0 \tag{2.22}$$

Si la condition (2.22) est vérifiée, alors la variable de glissement et sa dérivée sont de signe contraire quel que soit le temps et que 0 est un centre attracteur pour S .

Le temps de convergence, ou le temps d'atteinte « reaching time » t_r dépend directement du choix de la surface S .

Pour une convergence en temps fini, la condition (2.22) qui ne garantit qu'une convergence asymptotique vers la surface de glissement est remplacée par une condition plus restrictive dite de η -attractivité et donnée par : [28]

$$\dot{s}(x)s(x) \leq -\eta |s|, \quad \eta > 0 \tag{2.23}$$

2.2.6. Propriétés de la robustesse :

Considérons le système perturbé suivant :

$$\dot{x} = f(x) + g(x) \cdot u + p(x) \quad (2.24)$$

où p représente l'effet des incertitudes paramétriques sur le modèle ou des perturbations externes.

La robustesse du régime glissant vis-à-vis des perturbations est donnée par le théorème suivant qui n'est autre que la généralisation de la condition classique d'invariance vis-à-vis des perturbations externes établie par [19] dans le cas des systèmes linéaires. [23]

Théorème 1 [19] : Le régime glissant sur s , du système perturbé (2.24), est invariant vis-à-vis de p , si et seulement si le vecteur perturbation p vérifie la condition suivante :

$$p \in Vect\{g(x)\} \quad (2.25)$$

avec $Vect$ l'espace engendré par la base $g(x)$.

La condition (2.25) est appelée condition de recouvrement ou « matching condition »

2.2.7. Phénomène de réticence :

Un régime glissant idéal requiert une commande pouvant commuter à une fréquence infinie. Ainsi, durant le régime glissant, les discontinuités appliquées à la commande peuvent entraîner un phénomène de broutement, appelé réticence ou "chattering" en anglais. Celui-ci se caractérise par de fortes oscillations des trajectoires du système autour de la surface de glissement (figure (2.3)). Les principales raisons à l'origine de ce phénomène sont les limitations des actionneurs ou les retards de commutation au niveau de la commande.

Ces commutations détériorent la précision de la commande et peuvent s'avérer néfastes pour l'organe de commande en provoquant une détérioration prématurée des systèmes mécaniques et une élévation de température dans les systèmes électriques (perte d'énergie non négligeable). [18]

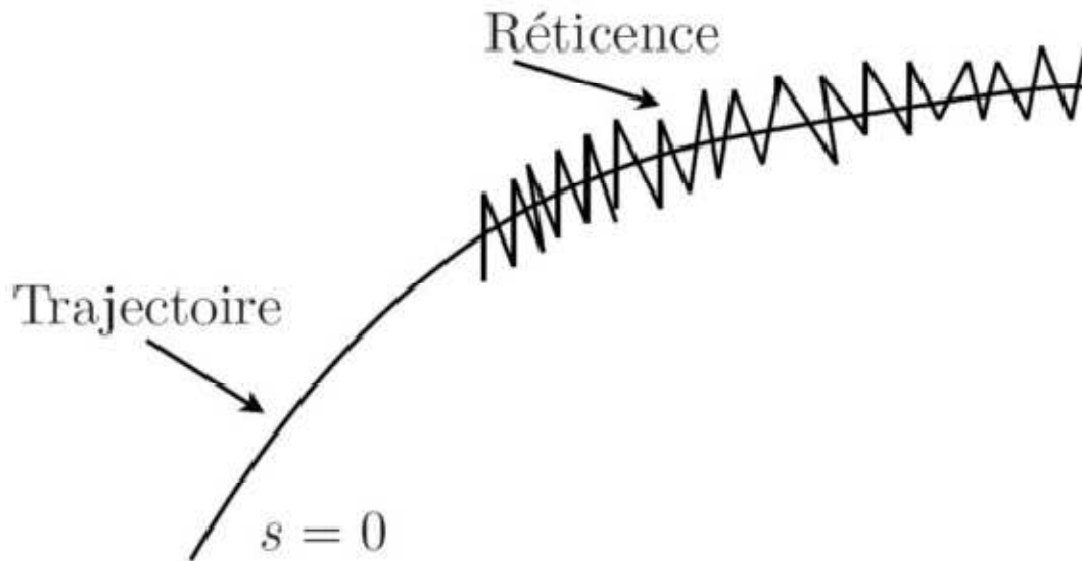


Figure 2.3 : Le phénomène de broutement

2.2.8. Solutions pour la suppression de chattering :

Dans le but de réduire ou d'éliminer ce phénomène, de nombreuses solutions ont été proposées, comme la solution de couche limite, la logique floue, les réseaux de neurones et le mode glissant d'ordre supérieur.

2.2.8.1. Solution de couche limite :

Cette solution connue aussi par le nom "boundary layer solution", a été proposée par Slotine [25].

Elle consiste à effectuer une approximation continue des discontinuités présentes dans la loi de commande au voisinage de la surface de glissement. Supposons que la commande discontinue qui provoque le phénomène de réticence s'écrit sous la forme :

$$u(t) = -k \operatorname{sign}(s(t))$$

k : constante positive

La fonction $\operatorname{sign}(s(t))$ est remplacée (continûment approximée), par une fonction plus lisse dans la couche limite de $s(t) = 0$. Parmi ces fonctions utilisées nous citerons la fonction de saturation (**Figure 2.4**):

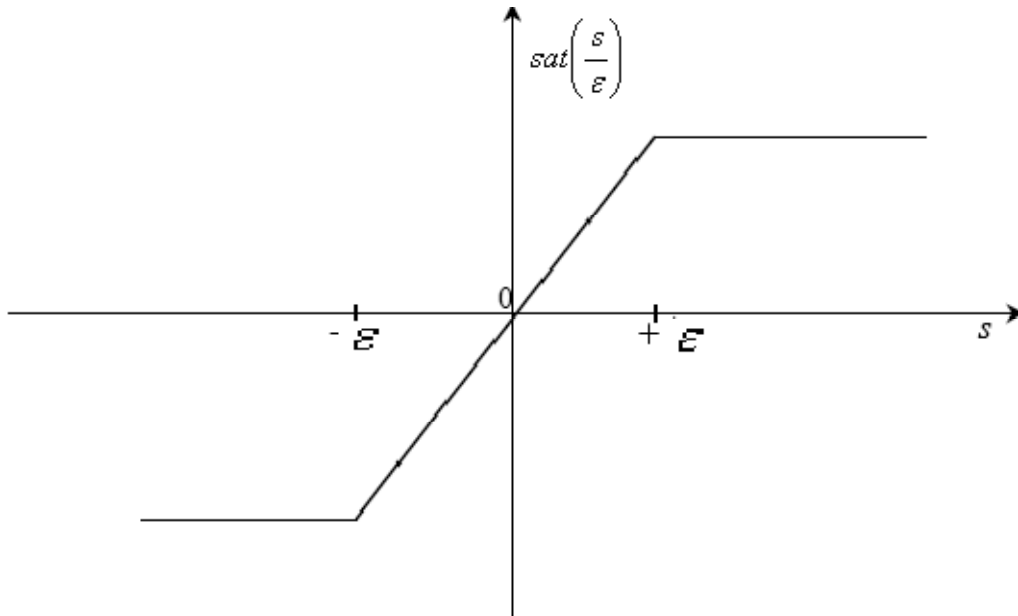


Figure 2.4 : Fonction saturation.

$$sat(s) = \begin{cases} \frac{s}{\varepsilon} & si \quad s \leq \varepsilon \\ sign(s) & si \quad s > \varepsilon \end{cases}$$

ε : Largeur du seuil de la fonction de saturation.

Le système ne converge plus vers la valeur désirée, mais vers un voisinage de cette dernière. Ainsi, la mise en place d'une commande continue dans une bande de la surface nécessite un compromis entre la robustesse et les performances. D'autres fonctions existent telles que les fonctions :[18],[23]

$\tan h\left(\frac{s}{\varepsilon}\right)$, $2\pi \arctan\left(\frac{s}{\varepsilon}\right)$

2.2.8.2. Solution basée sur un observateur :

La mise en œuvre de lois de commandes basées sur le modèle non linéaire du système, nécessite la connaissance du vecteur d'état complet du système à chaque instant. Cependant, dans la plupart des cas, seule une partie de l'état est accessible à l'aide de capteurs. Pour reconstituer l'état complet du système, l'idée repose sur l'utilisation d'un capteur, appelé observateur. Un observateur est un système dynamique qui, à partir de l'entrée $u(t)$ du système (la commande), ainsi que d'une connaissance à priori du modèle, fournira en sortie un état estimé $\hat{x}(t)$ qui devra tendre vers l'état réel $x(t)$.

Il s'agit de placer un observateur asymptotique par mode glissant pour éliminer la réticence due à la discontinuité de la loi de commande. consiste à générer les modes glissants idéaux dans une boucle auxiliaire d'observation, telle que cette boucle d'observateur n'intègre aucune dynamique non modélisée. La boucle principale est poursuivie de la boucle d'observateur. [23]

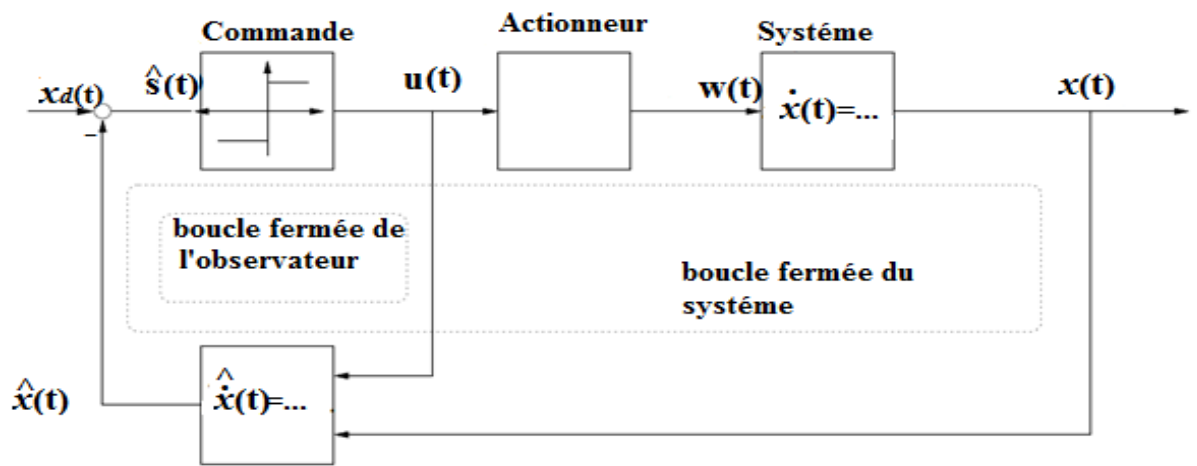


Figure 2.5 : Solution par placement d'un observateur.

2.2.8.3. Solution basée sur les modes glissants d'ordre supérieur

La théorie de la commande par modes glissants d'ordre supérieur [28],[24] est une alternative au problème des modes glissants classiques.

Dans cette approche, le terme discontinu n'apparaît plus directement dans la commande synthétisée mais dans une de ses dérivées supérieures, ce qui a le mérite de réduire le chattering.[18]

Les modes glissants d'ordre supérieur ont été introduits pour pallier au problème du chattering tout en gardant les propriétés de convergence en temps fini et de robustesse des commandes par modes glissants classiques ils permettent aussi d'améliorer la précision asymptotique.

2.2.9 Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons présenté le principe de la commande par modes glissants d'ordre un. une telle commande se compose de deux éléments :

- une hypersurface sur laquelle le système doit évoluer
- une loi de commande forçant le système à atteindre cette surface de glissement et y demeurer jusqu'à l'équilibre.

L'inconvénient majeur des modes glissants est l'apparition du phénomène de réticence qui se manifeste dans les grandeurs asservies. Les fonctions d'adoucissement permettent sa réduction, cependant elles font apparaître un compromis entre la robustesse de la commande et les performances du système.

*Théorie de la commande par
logique flou*

3.1. Introduction :

De nos jours, la logique floue (fuzzy logic) est un axe de recherche important sur lequel se focalisent de nombreux scientifiques. Des retombées technologiques sont d'ores et déjà disponibles, tant dans le domaine grand public (appareils photos, machines à laver et fours à micro-onde), que dans le domaine industriel (réglage et commande de processus complexes liés à l'énergie, aux transports, à la transformation de la matière, à la robotique et aux machines-outils).

Les bases théoriques de la logique floue ont été formulées en 1965 par le professeur Lotfi A. Zadeh, de l'Université de Berkeley en Californie [15]. Il a introduit la notion de sous-ensemble flou pour fournir un moyen de représentation et de manipulation des connaissances imparfaitement décrites, vagues ou imprécises. A cette époque, la théorie de la logique floue n'a pas été prise au sérieux excepté par quelques experts. Dès 1975, Mamdani et Assilian publient les premiers résultats permettant une exploitation de cette théorie dans des systèmes de réglage [16]. En utilisant une structure d'un contrôleur relativement simple, ils ont obtenu de meilleurs résultats lors de la commande de certains processus que ceux fournis par un régulateur standard de type PID.

Peu de temps après, en 1977, le danois Ostergaard [28] a appliqué la logique floue à la commande de tubes broyeurs pour la fabrication de ciment. A cette époque, la plupart des études concernant les systèmes de régulation exploitant la logique floue ont été réalisées en Europe [29]. A partir de 1985 environ, ce sont les Japonais [5] qui commencent à utiliser largement la logique floue dans des produits industriels et de consommation pour résoudre des problèmes de réglage et de commande.

Ce chapitre est consacré à la présentation des règles de base de la logique floue ainsi que la structure d'un contrôleur flou.

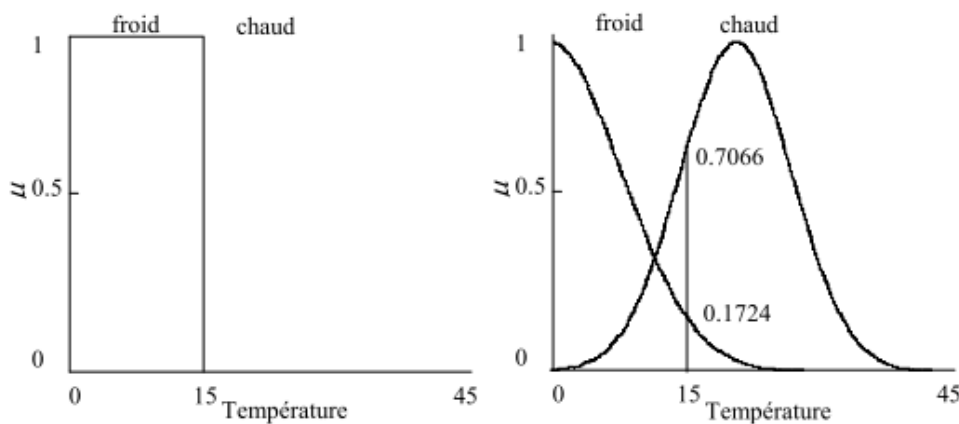
3.1.1 Logique classique et logique floue [38]:

Dans le cadre de la logique classique, une proposition est soit vraie, soit fausse (1 ou 0).

Par exemple, la logique classique peut facilement partitionner la température d'une pièce en deux sous-ensembles, «moins de 15 degrés» et «15 degrés ou plus». La figure 3.1a montre le résultat de cette partition. Toutes les températures de moins de 15 degrés sont alors considérées comme appartenant à l'ensemble «moins de 15 degrés».

On leur affecte une valeur de 1. Toutes les températures atteignant 15 degrés ou plus ne sont pas considérées comme appartenant à l'ensemble «moins de 15 degrés». On leur attribue une valeur de 0.

Cependant, le raisonnement humain s'appuie fréquemment sur des connaissances ou des données inexacts, incertaines ou imprécises. Une personne placée dans une pièce dont la température est soit de 14.95 degrés soit de 15.05 degrés, ne fera certainement pas de distinction entre ces deux valeurs. Cette personne sera pourtant capable de dire si la pièce est «froide» ou «chaude», sans pour cela utiliser de température limite ni de mesure précise.



(a) Deux ensembles selon la logique classique (b) Deux ensembles selon la logique floue

Figure 3.1 : classification des températures d'une pièce en deux ensembles.

La logique floue permet de définir des sous-ensembles, comme «froid» ou «chaud», en introduisant la possibilité pour une valeur d'appartenir plus ou moins à chacun de sous-ensembles

3.1.2 Valeurs analogiques et logique floue [38]:

Lorsqu'on mesure une grandeur physique, on obtient une valeur qui peut ensuite être utilisée dans une série de calculs. Les grandeurs physiques sont en général continues (sauf par exemple en physique quantique) et le résultat de la mesure est un nombre réel.

Dans de nombreux systèmes de régulation ou de commande, on utilise directement la valeur de la mesure en tant qu'entrée du contrôleur. Pourtant, réaliser une mesure sans tenir compte de sa précision est indigne d'un bon physicien. Non seulement la mesure est imprécise (le plus souvent à cause de l'appareil de mesure), mais elle peut également être incertaine puisque aucun appareil de mesure n'est parfaitement fiable : un capteur défectueux peut continuer à fournir une mesure erronée sans que le système de régulation en soit informé. La logique floue permet de faire intervenir les notions d'imprécision et d'incertitude dans un système. Cela permet par exemple de faire intervenir une température «d'environ 15 degrés» dans un contrôleur flou. L'incertitude et l'imprécision peuvent également être prises en compte dans le cadre de la logique floue quand on utilise une connaissance issue d'un expert humain.

3.2. Concepts de base de la logique floue [39] :

La description imprécise d'une certaine situation, d'un phénomène ou d'une grandeur physique ne peut se faire que par des expressions relatives ou floues. Ces différentes classes d'expressions floues dites ensembles flous forment ce qu'on appelle des variables linguistiques. Afin de pouvoir traiter numériquement ces variables linguistiques qui sont normalisées généralement sur un intervalle bien déterminé appelé univers de discours, il faut les soumettre à une définition mathématique à base de fonctions d'appartenance qui montrent le degré de vérification de ces variables linguistiques relativement aux différents sous ensembles flous de la même classe.

3.2.1 Sous-ensemble flou [2]:

Dans la théorie classique des ensembles, un sous-ensemble A de B est défini par une fonction d'appartenance $\mu_A(x)$ qui caractérise tout élément x appartenant à B . Cette fonction prend la valeur 1 si x appartient à A et la valeur 0 dans le cas contraire :

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{si } x \notin A \end{cases} \quad (3.1)$$

En logique floue, un sous-ensemble flou A de B est défini par une fonction d'appartenance $\mu_A(x)$ pouvant prendre différentes valeurs comprises entre 0 et 1, selon le degré d'appartenance de l'élément x au sous-ensemble A .

$$\mu_A(x) \in [0 \ 1]$$

3.2.2. Variables linguistiques :

Les variables linguistiques sont des variables non numériques qui servent à modéliser les connaissances imprécises ou vagues d'une variable dont sa valeur précise peut être inconnue. Elles décrivent les états (ou les situations) des phénomènes (ou des procédés) par des mots ou des phrases ou des expressions dans un langage naturel ou artificiel, par exemple : Quelque, peu, beaucoup, froid, chaud, tiède,... etc.

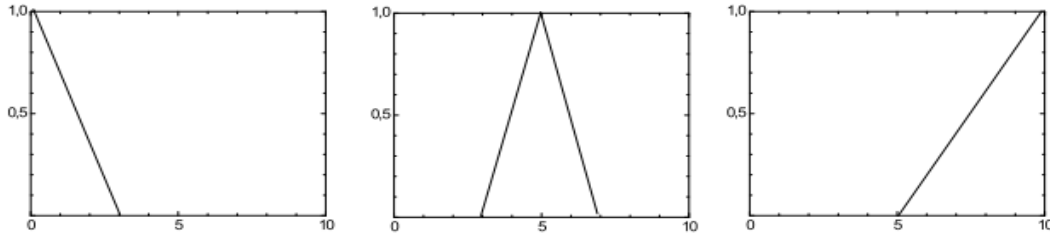
Une variable linguistique appelée aussi attribut linguistique peut être définie à partir du triplet (x, X, T_x) [40] où x représente une variable classique (âge, température,...) définie sur l'univers de discours X et T_x est un ensemble composé de sous ensembles flous de X caractérisant x . Ces sous ensembles flous de T_x sont souvent associés à une valeur ou un terme linguistique (étiquette).

3.2.3. Fonctions d'appartenance [38][39] :

La variable linguistique x variée dans un domaine appelé univers de discours, qui est partagé en sous-ensembles flous de façon que dans chaque zone ; il ya une situation dominante. Ces zones sont décrites par des fonctions appelées fonctions d'appartenance, qui permettent un traitement numérique des variables linguistiques dans la prise de décisions floues sur calculateur. Dans ce contexte, on associe à chaque valeur de la variable linguistique une fonction d'appartenance désignée par $\mu_A(x)$ qui représente le degré (ou le facteur) d'appartenance compris dans l'intervalle $[0, 1]$. En général, la forme des fonctions d'appartenance peuvent avoir différentes formes :

- ✓ **Fonction triangulaire** : elle est définie par trois paramètres $\{a, b, c\}$:

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & \text{si } x \in [a, b] \\ \frac{c-x}{c-b} & \text{si } x \in [b, c] \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.7)$$

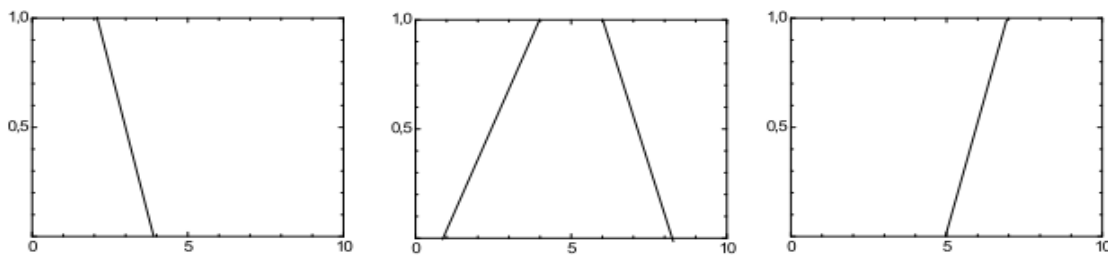


(a) Fonctions d'appartenance triangulaires

Figure 2.2 : fonction d'appartenance triangulaires

✓ **Fonction trapézoïdale:** elle est définie par quatre paramètres $\{a, b, c, d\}$:

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & \text{si } x \in [a, b] \\ 1 & \text{si } x \in [b, c] \\ \frac{d-x}{d-c} & \text{si } x \in [c, d] \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.8)$$



(b) Fonctions d'appartenance trapézoïdales

Figure 2.3 : fonction d'appartenance trapèzoidales

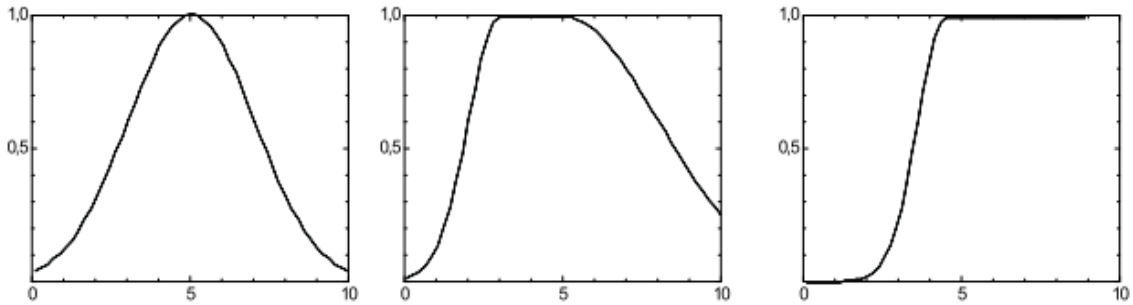
✓ **Fonction gaussienne :** elle est définie par trois paramètres $\{m, s\}$:

$$\mu(x) = \exp\left(-\left(\frac{x-m}{2s}\right)^2\right) \quad (3.3)$$

Tel que :

m : centre de la gaussienne.

s : sa largeur.



(c) Fonctions d'appartenance Gaussiennes

Figure 2.4 : fonction d'appartenance Gaussiennes.

3.2.4 Règles floues :

Les variables linguistiques définies par des fonctions d'appartenance sont liées entre elles par des règles permettant de tirer des conclusions, on parle alors de déductions floues ou inférences. Ces règles floues sont élaborées à partir de la connaissance du système issue très souvent de l'observation expérimentale. Elles permettent de décrire l'évolution du système. Les règles floues, qui sont des objets linguistiques, doivent être mises sous forme de relations floues qui sont des objets mathématiques.

Une règle floue est une relation entre deux propositions floues ayant chacune un rôle particulier, par exemple :

$$R: \text{si } x \text{ est } A \text{ alors } y \text{ est } B \quad (3.9)$$

où la première proposition (x est A) est appelée prémisse de la règle alors que la seconde proposition (y est B) est la conclusion.

3.2.5 Opérations sur les sous-ensembles flous[38] :

Supposons que A et B sont deux sous-ensembles flous définis dans un univers du discours X par les fonctions d'appartenance μ_A et μ_B . On peut définir des opérations ensemblistes telles que l'égalité, l'inclusion, l'intersection, l'union et le complément grâce à des opérations sur les fonctions d'appartenance.

- **Egalité** : A et B sont dits égaux, propriété que l'on note $A = B$, si leurs fonctions d'appartenance prennent la même valeur en tout point de X :

$$\forall x \in X \quad \mu_A(x) = \mu_B(x) \quad (3.12)$$

- **Inclusion** : A est dit inclus dans B , propriété que l'on note $A \subseteq B$, si tout élément x de X qui appartient à A appartient aussi à B avec un degré au moins aussi grand :

$$\forall x \in X \quad \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \quad (3.13)$$

- **Intersection** : L'intersection de A et B , que l'on note $A \cap B$, est le sous-ensemble flou constitué des éléments de X affectés du plus petit de deux degrés d'appartenance $\mu_A(x)$ et $\mu_B(x)$:

$$\forall x \in X \quad \mu_{A \cap B} = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x) \quad (3.14)$$

Dans cette définition, \min et \wedge désignent l'opérateur de calcul du minimum des deux valeurs.

- **Union** : L'union de A et B , que l'on note $A \cup B$, est le sous-ensemble flou constitué des éléments de X affectés du plus grand des deux degrés d'appartenance $\mu_A(x)$ et $\mu_B(x)$:

$$\forall x \in X \quad \mu_{A \cup B} = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x) \quad (3.15)$$

Dans cette définition, \max et \vee désignent l'opérateur de calcul du maximum de deux valeurs.

➤ **Complément** : Le complément de A , que l'on note A^C , est le sous-ensemble

flou de X constitué des éléments x lui appartenant d'autant plus qu'ils appartiennent peu à A :

$$\forall x \in X \quad \mu_{A^C} = 1 - \mu_A(x) \quad (3.16)$$

3.3 Commande par la logique floue :

De façon générale, un système de commande a pour objectif de piloter l'entrée d'un processus afin d'obtenir un fonctionnement correct de ce dernier. Lorsqu'on dispose d'un modèle plus ou moins précis du système à commander, on peut utiliser un contrôleur de structure standard, fixe ou adaptatif, dont les paramètres seront évalués à partir du modèle. Malheureusement, lorsque le système est difficilement modélisable, la conception du contrôleur peut s'avérer très complexe, sinon impossible. Lorsqu'un opérateur humain commande manuellement un système, les actions qu'il réalise sont dictées par une connaissance subjective du fonctionnement de ce système. Par exemple, s'il fait «froid» dans une pièce, on «augmente» le chauffage ; s'il fait «très froid», on «chauffe plus». Cette commande du système peut être envisagée de façon différente selon la personne qui la réalise : la sensation de «froid» n'est pas directement liée à une mesure de la température. Ce principe est à la base de la commande floue. La mesure réalisée sur le système «température» est prise en compte par l'intermédiaire d'une variable linguistique («froid», «tiède», «chaud»), qui est issue d'une analyse par un expert humain. Ensuite, l'action à réaliser est déduite à la fois d'un ensemble de règles de commande («s'il fait froid, on chauffe plus» . . .) et de l'état du système, qualifié par la variable linguistique. Enfin, la commande finale du système est créée en utilisant les conclusions de la déduction [32].

En résumé, un contrôleur flou comporte les différents éléments suivants :

- Un sous-système d'interface avec le flou, composé en général d'un ensemble de variables linguistiques.
- Une base de connaissances qui comporte la base de données et la base des règles linguistiques.
- Un sous-système réalisant un raisonnement en utilisant des méthodes issues de la logique floue.
- Un sous-système d'interface avec le non flou, qui fournit la ou les commandes envoyées au système.

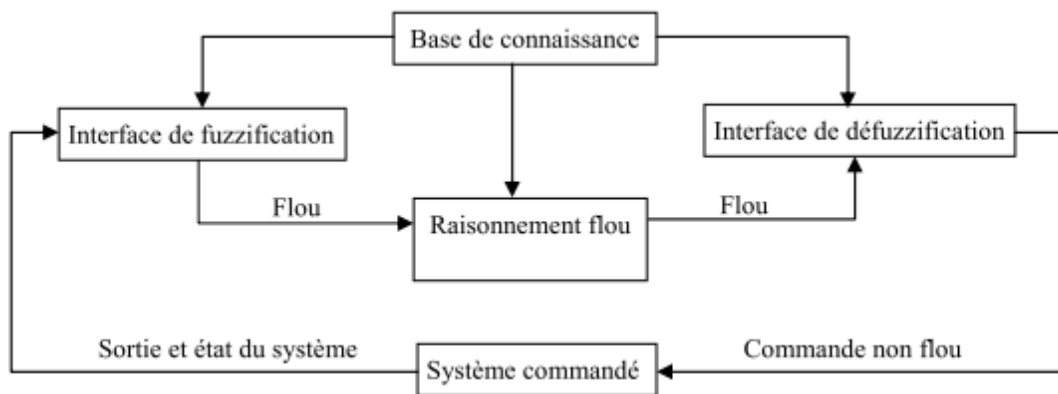


Figure.3.5 : Configuration générale d'un contrôleur flou

3.3.1 Fuzzification[38] :

La fuzzification est réalisée dans l'interface d'entrée du contrôleur flou. Durant cette phase, les informations issues du système sont tout d'abord normalisées. Ensuite, les données normalisées sont transformées en qualifications linguistiques, en utilisant des règles sémantiques définies par un expert. Durant la phase de normalisation, chaque mesure issue du système est modifiée pour fournir une valeur appartenant à un univers du discours relativement simple. On peut choisir comme univers du discours un intervalle centré sur zéro : $[-c, +c]$. Si la mesure initiale x est comprise dans un autre intervalle $[a, b]$, la normalisation est souvent réalisée par transformation linéaire, selon :

$$y = \frac{2c}{b-a} \left[x - \frac{a+b}{2} \right] \quad (3.17)$$

L'univers du discours est ensuite représenté par une variable linguistique, qui comporte un nombre assez restreint de termes (en général trois, cinq ou sept) de façon à limiter le nombre de règles. Enfin, les valeurs normalisées déduites de chacune des entrées sont transformées en qualifications linguistiques, en utilisant les variables linguistiques correspondantes.

Exemple 3.1 : Une variable linguistique sur l'univers de discours $[-6, +6]$, peut être définie de la façon précisée dans le tableau 3.2 :

Terme linguistique	Signification	Règle sémantique
NG	Négatif grand	environ -6
NM	Négatif moyen	environ -4
NP	Négatif petit	environ -2
EZ	Environ zéro	environ 0
PP	Positif petit	environ $+2$
PM	Positif moyen	environ $+4$
PG	Positif grand	environ $+6$

Tableau. 3.2 : Exemple de variable linguistique

La **figure 3.6** montre les fonctions d'appartenance associées aux différents termes linguistiques.

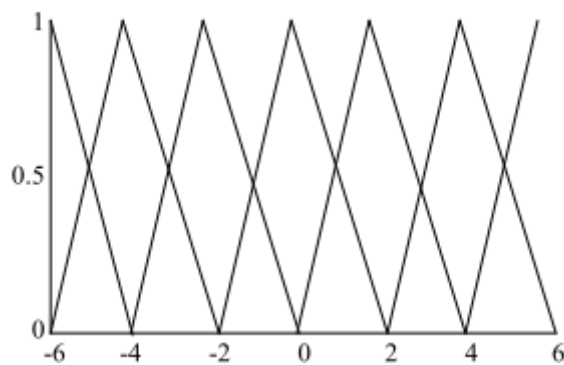


Figure. 3.6 : Univers du discours partitionné par les termes linguistiques définis dans le **tableau 3.2**

La fuzzification est une étape clé dans tout contrôleur flou. La variable linguistique, qui est définie par une expertise, doit respecter un certain nombre de critères afin d'être efficace :

- Chaque terme linguistique est un nombre flou, de noyau non nul et dont la fonction d'appartenance est convexe.
- Les fonctions d'appartenance doivent respecter l'ordre linguistique.
- Les fonctions d'appartenance ne doivent pas trop se superposer. On tolère en général un chevauchement qui ne dépasse pas la mi-hauteur des termes linguistiques consécutifs.

3.3.2 Base de connaissances :

La conception d'une base de connaissances représente la phase de la conception des systèmes flous. Elle comprend la base de données et la base des règles floues

- **La base de données**

La base de données consiste à définir les ensembles flous des variables d'entrée et de sortie, la partition de l'espace flou d'entrée et de sortie, et le choix des fonctions d'appartenance qui décrivent les ensembles flous des variables d'entrée et de sortie. Bien qu'il n'existe pas de règles précises pour la définition de la forme des fonctions d'appartenance, quelques directives générales seront données, afin de faciliter un premier choix [41] :

- Le nombre de partitions de l'univers de discours dépend de l'application et la qualité du réglage désirée.
- Ces fonctions d'appartenance peuvent être symétriques par rapport à l'axe des ordonnées, et distribuées de manière équidistante, c'est-à-dire, les maximums des différents ensembles sont écartés d'une manière équidistante.
- Pour les variables d'entrée, il faut éviter des lacunes (l'intersection entre deux prédicats « consécutifs » est non nulle) ou un chevauchement insuffisant « excessif » entre les fonctions d'appartenance. Cela provoque des zones de non intervention des régulateurs.

- **La base des règles floues**

La description de la commande dans le cas d'un contrôle de procédé, se fait par l'intermédiaire de règles floues. Comme nous l'avons vu précédemment, ces règles floues permettent de coder la connaissance d'un expert sur la commande du processus en termes linguistique sous la forme générale suivante «si prémisses alors conclusion», où les prémisses portent sur les entrées du contrôleur flou et les conclusions sur les sorties. Le nombre des règles floues dépendent, notamment, de la partition des univers de discours des variables d'entrée et de sortie.

3.3.3. Moteur d'inférence :

Le moteur d'inférence floue transforme, à l'aide des techniques de raisonnement flou, la partie floue issue de la fuzzification en une nouvelle partie floue afin de définir l'ensemble flou caractérisant la commande. En fait, le mécanisme d'inférence combine les règles floues pour effectuer une transformation à partir des ensembles flous dans l'espace d'entrée vers des ensembles flous dans l'espace de sortie. Il existe plusieurs méthodes d'inférence utilisées dans la littérature [41], parmi elles, on cite :

- Méthode d'inférence MAX-MIN.
- Méthode d'inférence MAX-PROD.
- Méthode d'inférence SOMME-PROD.

- **Méthode d'inférence MAX-MIN (Mamdani)**

La méthode d'inférence max-min réalise au niveau de la condition, l'opérateur «ET» par la formation du minimum.

La conclusion dans chaque règle, introduite par «ALORS » est réalisée par la formation du minimum. Enfin l'opérateur « OU » qui lie les différentes règles est réalisé par la formation du maximum.

- **Méthode d'inférence MAX-PROD (Larsen)**

La méthode d'inférence max-produit réalise, au niveau de la condition, l'opérateur « ET » par la formation du produit. La conclusion dans chaque règle, introduite par « ALORS » est réalisée par la formation du produit. L'opérateur « OU », qui lie les différentes règles, est réalisé par la formation du maximum.

- **Méthode d'inférence SOMME-PROD (Sugeno)**

Dans cette méthode, l'opérateur "ET" est réalisé par le produit, de même que la conclusion "ALORS". Cependant, l'opérateur "OU" est réalisé par la valeur moyenne des degrés d'appartenance intervenant dans l'inférence.

3.3 .4 Défuzzification :

L'étape de défuzzification consiste à transformer l'ensemble flou résultant de l'inférence de différentes règles en une valeur numérique unique représentative de cet ensemble, cette valeur numérique est appliquée pour commander un processus réel. Plusieurs stratégies de défuzzification existent dont les plus communément usitées dans la littérature [41], [42] sont :

- La méthode du centre de gravité.
- La méthode de la valeur maximum.
- La méthode de la moyenne des maximums.
- La méthode de hauteurs pondérées.

- **Défuzzification par le centre de gravité**

C'est la méthode la plus utilisée dans les contrôleurs flous. Elle consiste à calculer l'abscisse du centre de gravité X_R^* de la fonction d'appartenance résultante $\mu_{res}(X_R)$ comme suit :

$$X_R^* = \frac{\int_{X_{R2}}^{X_{R1}} X_R \cdot \mu_{res}(X_R) dX_R}{\int_{X_{R2}}^{X_{R1}} \mu_{res}(X_R) dX_R} \quad (3.26)$$

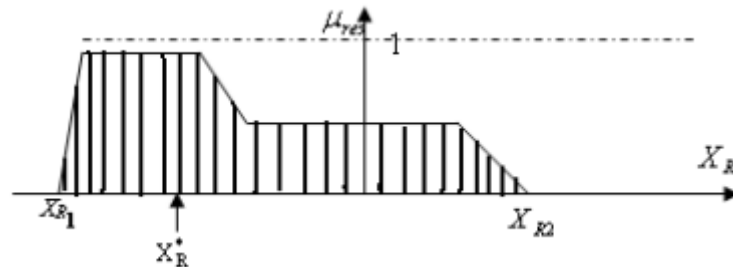


Figure3.7 : Défuzzification par le centre de gravité.

Le centre de gravité permet d'exprimer analytiquement la sortie du système flou et de simplifier sa mise en œuvre. Cependant, son calcul est complexe et nécessite des calculs longs de l'intégrale.

- **Défuzzification par la valeur maximale**

Cette méthode, s'applique uniquement dans le cas où la fonction d'appartenance associée à l'ensemble flou de sortie n'admet qu'un seul maximum. On choisit comme sortie l'abscisse X_R^* correspondant à ce maximum.

Trois cas peuvent se produire comme le montre la **figure 3.9**.

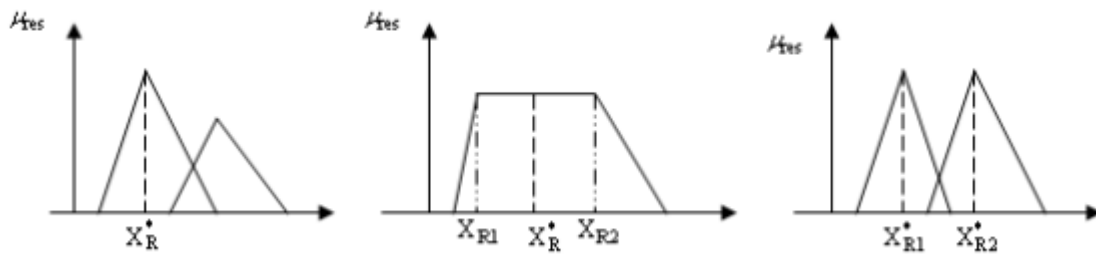


Figure 3.8 :Défuzzification par la valeur maximale.

Cette méthode est beaucoup plus simple, rapide et facile, mais elle introduit des ambiguïtés et une discontinuité de la sortie.

- **Défuzzification par la moyenne des maximums**

Dans le cas où plusieurs ensembles auraient la même hauteur maximale, on réalise leur moyenne, cette méthode permet d'enlever les ambiguïtés de la méthode par la valeur maximale.

- **Méthode des hauteurs pondérées (moyenne pondérée)**

Elle correspond à la méthode du centre de gravité quand les fonctions d'appartenance de la variable de sortie sont des singletons [43].

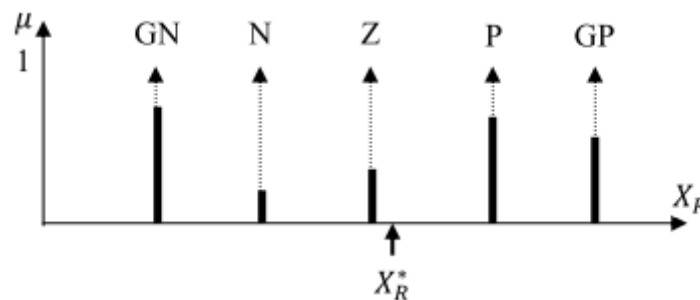


Figure 3.9. Défuzzification par la méthode des hauteurs pondérées.

Ici, le défuzzificateur d'abord évalue $\mu(X_{R_i})$, en suite X_{R_i} . On calcule la sortie du système flou par :

$$X_R^* = \frac{\int_{i=1}^n X_{R_i} \cdot \mu(X_{R_i})}{\int_{i=1}^n \mu(X_{R_i})} \quad (3.27)$$

Où n est le nombre de sous-ensembles flous X_{R_i} distincts.

3.4 Différents types de contrôleurs flous :

Dans la théorie classique des systèmes et de point de vue mathématique, les systèmes sont classés selon la nature des équations qui les caractérisent (linéaires, non linéaires, ...etc.). Cependant, en logique floue, cette classification est disparue et envisagée en deux classes particulières selon leur nature structurelle : les modèles linguistiques (modèles de Mamdani) [16] et les modèles à conséquence fonctionnelle (modèles de Takagi-Sugeno) [33]. Ce choix est avant tout lié au fait que ces deux types de systèmes sont généralement exploités dans des contextes différents. En effet, les systèmes de type T-S sont souvent associés à une recherche de performance numérique alors que ceux de MAM sont orientés vers une prise en compte de connaissances expertes.

3.4.1 Contrôleurs flous de Mamdani :

Dans le modèle de Mamdani, les prémisses et les conclusions sont floues. Cette méthode repose sur l'utilisation de l'opérateur min (minimum) ou prod (produit) pour l'inférence floue et l'opérateur max (maximum) pour l'agrégation des règles. Pour la défuzzification, on utilise souvent la méthode du centre de gravité.

3.4.2 Contrôleurs flous de Takagi-Sugeno :

Il s'appelle aussi le modèle de Takagi- Sugeno. Dans cette méthode, les prémisses des règles sont exprimées par des symboles et les conclusions sont des polynômes dont les variables sont les entrées du modèle. Elles sont de la forme :

$$R_{(i,j)}: \text{si } x \text{ est } A_i \text{ et } y \text{ est } B_j \text{ alors } z \text{ est } C_{i,j} \quad (3.22)$$

Où $C_{i,j}$ représente une valeur réelle quelconque.

3.5 Conclusion :

Nous avons vu dans ce chapitre les concepts de base de la théorie de la logique floue, ainsi que son intérêt dans le domaine du contrôle de processus. Cette approche permet de tenir compte à la fois des connaissances d'un expert humain, de l'incertitude et de l'imprécision des données traitées par le contrôleur.

Dans le chapitre suivant, nous allons exploiter les outils de la logique floue pour remédier au problème de chattering de la commande par mode glissant d'ordre un.

*Application et résultats de
simulation*

4.4 Introduction :

Le pendule inversé est un système sous-actionné ayant moins d'entrées de commande que les variables de configuration. Il a été largement étudié dans divers domaines tels que la robotique, l'ingénierie marine, le génie aérospatiale, etc. En particulier, il ya eu beaucoup de recherches sur le la stabilité, la contrôlabilité et le contrôle non linéaire des systèmes sous-actionnés.

Dans ce chapitre nous présentons la mise en œuvre d'une loi de commande d'un pendule inversé. Cette loi de commande est basée sur la combinaison de mode glissant et la logique floue.

La commande par mode glissant est connue par sa robustesse. Cependant, elle est caractérisée par sa forme discontinue qui est son problème majeur connu sous le non de chattering. Pour remédier à ce problème, nous introduisons les outils de la logique floue pour remplacer la partie discontinue par un gain flou.

Pour valider la loi de commande conçue, une série de résultats de simulations sera présentée à la fin de ce chapitre.

4.2 Calcul de la commande par mode glissant d'ordre un :

On s'intéresse au calcul de la loi de commande par mode glissant d'ordre un d'un système non linéaire, incertain et instable qui est un pendule inversé.

Le modèle dynamique du pendule inversé est décrit par l'équation suivante :

$$\dot{X}(t) = f(X(t)) + g(X(t))u(t) \quad (4.1)$$

La surface de glissement est choisie par l'équation générale proposée par J.J. Stoline :

$$s(x, t) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda \right)^{n-1} e \quad (4.2)$$

Avec : $e = x - x_d$

n : Le degré relatif représentant le nombre de fois qu'il faut dériver la surface de glissement pour faire apparaitre la commande.

e : Erreur sur la grandeur à commander.

λ : Coefficient positif représentant la pente de glissement.

x : Valeur de la grandeur réelle.

x_d : valeur de la grandeur désirée.

L'objectif de la loi de commande est contraindre le système à atteindre et ensuite rester sur une surface dite de glissement

La commande par mode glissant est constituée de deux composantes, la commande équivalente et la commande discontinue :

$$u = u_{eq} + u_d \quad (4.3)$$

u_{eq} : elle est déterminée par le modèle du système, son principe est basé sur la détermination du comportement du système lorsqu'il est sur la surface de glissement S (soit $S = 0$).

u_d : elle est constituée de la fonction signe de la surface de glissement S , multipliée par un gain K_{glis} . Le glissement est utile pour compenser les incertitudes du modèle.

Lorsque le système est en régime glissant, la trajectoire restera sur la surface de commutation. Cela peut être exprimé par :

$$s(x, t) = 0 \text{ et } \dot{s}(x, t) = 0 \quad (4.4)$$

Cette condition est appelée condition d'invariance de la surface de glissement.

$$\text{On considère } s(x, t) = s(x(t)) = s(x) \quad (4.5)$$

Exprimons $\dot{s}(x, t)$, pour obtenir u_{eq} :

$$\frac{ds(x, t)}{dt} = \left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)^T \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial s}{\partial t} = \left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)^T \cdot [f(x, t) + g(x, t) \cdot u_{eq}] + \frac{\partial s}{\partial t} = 0 \quad (4.6)$$

Où u_{eq} est la commande équivalente, elle est déterminée de façon unique par la condition d'invariance.

Si on suppose que la condition d'existence :

$$\left[\left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)^T \cdot g(x,t) \right]^{-1} \neq 0 \quad (4.7)$$

La commande équivalente peut être donnée par :

$$u_{eq}(x,t) = - \left[\left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)^T \cdot g(x,t) \right]^{-1} \cdot \left\{ \left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)^T \cdot f(x,t) + \frac{\partial s}{\partial t} \right\} \quad (4.8)$$

La commande discontinue est exprimée par :

$$u_d = -k \text{sign}(s) \quad (4.9)$$

Où k est une constante positive.

Soit la surface de glissement :

$$s = \dot{e} + \lambda e = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{e}_1 + \lambda_1 e_1 \\ \dot{e}_2 + \lambda_2 e_2 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Avec $e_1 = x - x_d$ et $e_2 = \theta - \theta_d$ sont respectivement, l'erreur de position du chariot et l'erreur de position angulaire du pendule.

$\dot{e}_1 = \dot{x} - \dot{x}_d$ et $\dot{e}_2 = \dot{\theta} - \dot{\theta}_d$ sont respectivement, l'erreur de vitesse du chariot et l'erreur de vitesse angulaire du pendule.

θ et x sont respectivement, le déphasage angulaire du pendule et le déphasage du chariot.

θ_d et x_d sont respectivement, l'angle désiré du pendule et le déphasage désiré du chariot.

λ_1 et λ_2 sont des constantes positives.

4.3 Schéma de la commande :

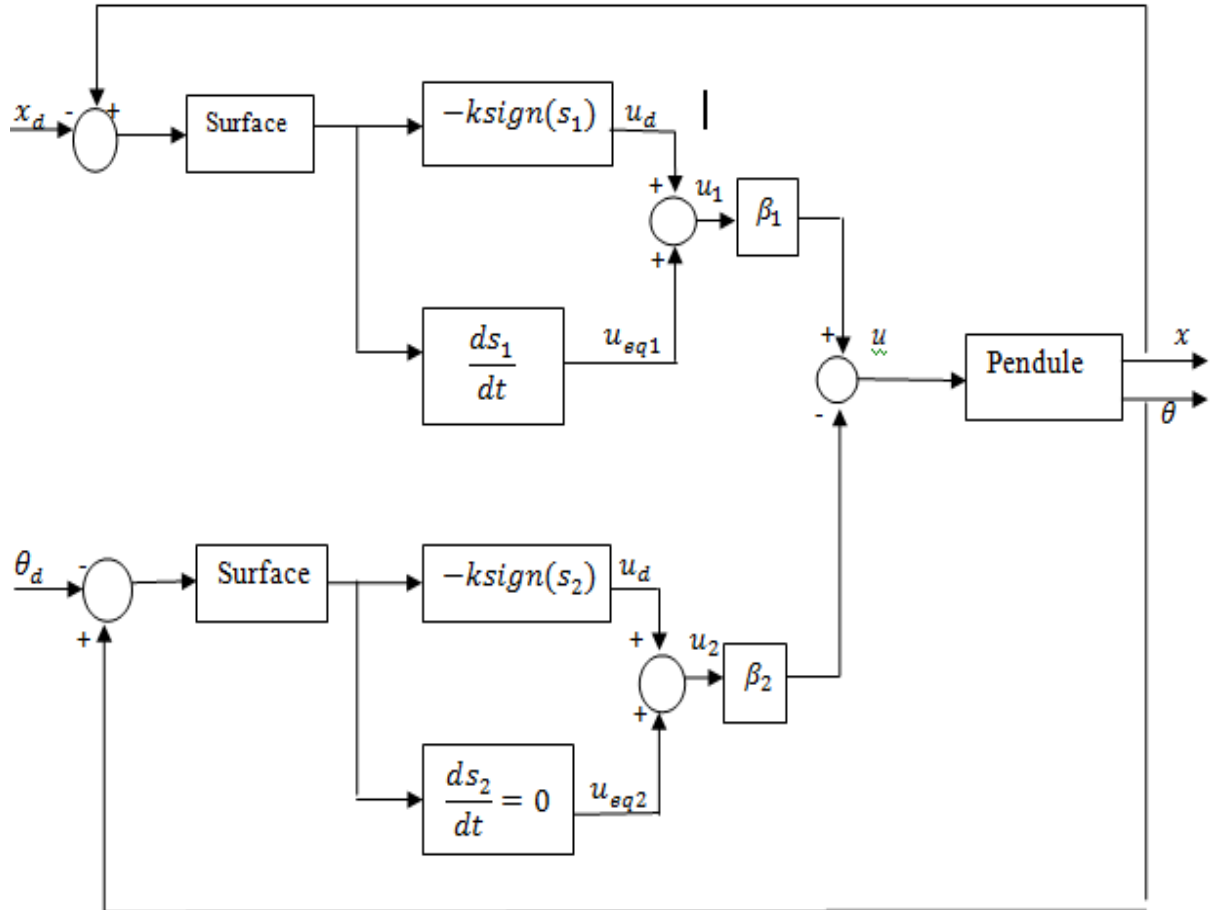


Figure 4.1 : Schéma de la commande

4.4 Simulation et interprétation :

La dynamique du pendule inversé est décrite par:

$$\begin{cases} (M + m)\ddot{x} + ml \cos(\theta) \ddot{\theta} - ml \sin(\theta) \dot{\theta}^2 = u \\ ml^2 \ddot{\theta} + ml \ddot{x} \cos(\theta) - mgl \sin(\theta) = 0 \end{cases} \quad (4.11)$$

Le vecteur d'état du système pendule inversé-chariot est donné par :

$$X = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T,$$

Où :

$x_1 = x$ Représente la position du chariot

x_2 : La vitesse du chariot

$x_3 = \theta$ est l'angle du pendule

x_4 : La vitesse angulaire du pendule.

Le pendule inversé est soumis à une seule entrée de commande qui contrôle simultanément la position du chariot et l'angle de la tige. Pour cela, nous avons considéré la commande résultante suivante :

$$u = \beta_1 u_2 - \beta_2 u_1 \quad (4.12)$$

Où β_1 et β_2 sont des constantes positives.

Pour la perturbation, nous avons effectué une variation paramétrique sur la masse du pendule.

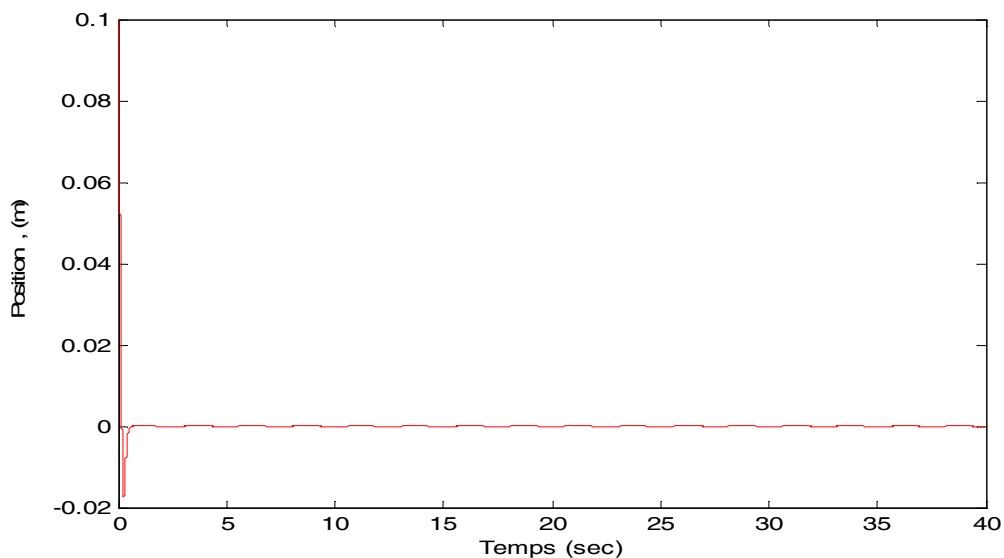


Figure 4.2 : Position de chariot ($x_3(0) = 0.2 \text{ rad}$ et $x_1(0) = 0.1 \text{ m}$)

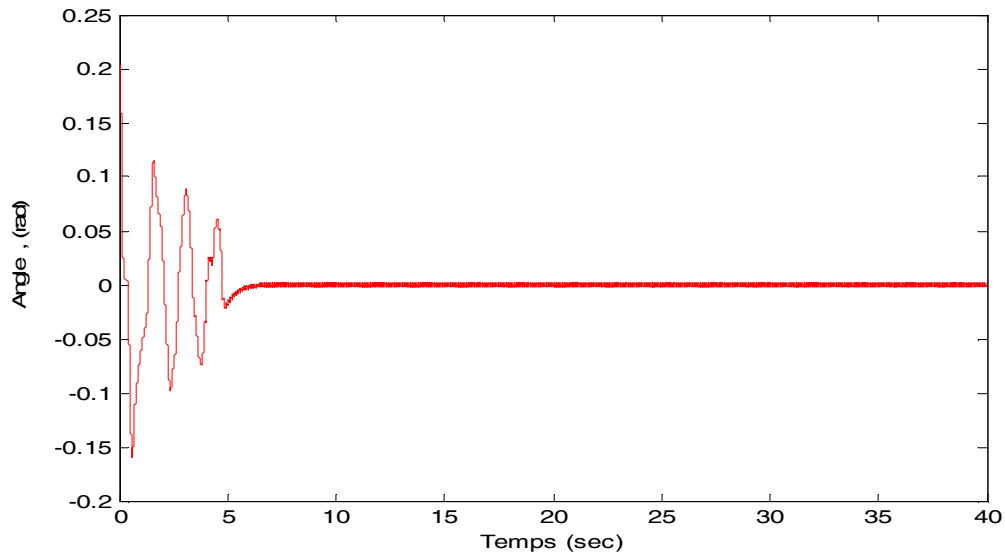


Figure 4.3:L'angle du pendule ($x_3(0) = 0.2 \text{ rad}$ et $x_1(0) = 0.1 \text{ m}$)

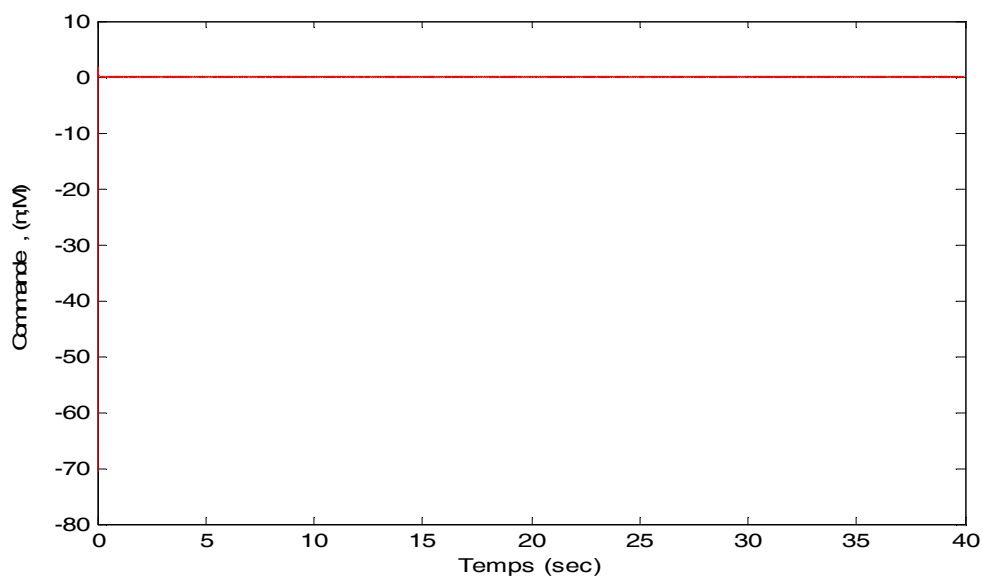


Figure 4.4:Diagramme de la commande ($x_3(0) = 0.2 \text{ rad}$ et $x_1(0) = 0.1 \text{ m}$)

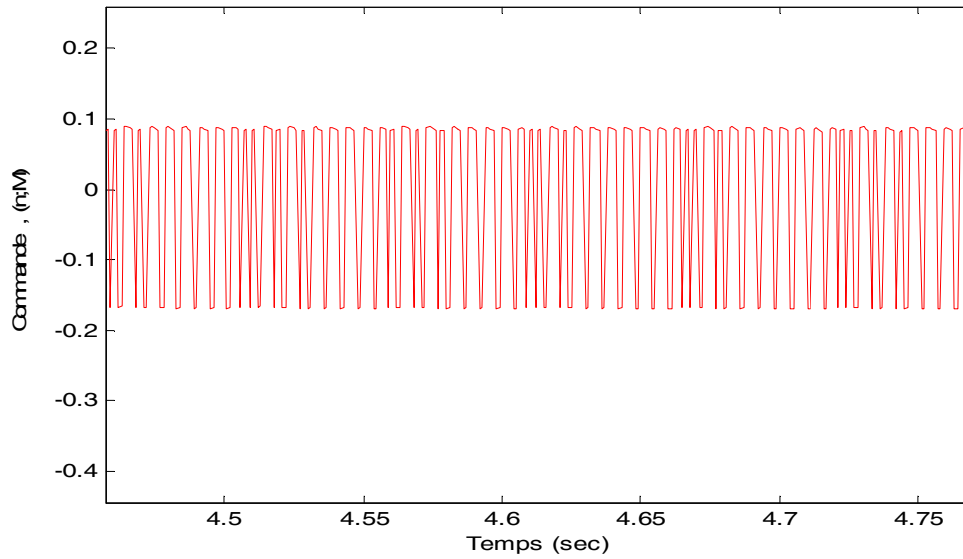


Figure 4.5: Zoom de la commande ($x_3(0) = 0.2 \text{ rad}$ et $x_1(0) = 0.1 \text{ m}$)

D'après les résultats de simulation, nous remarquons l'apparition du phénomène de chattering dans toutes les figures. La **figure 4.2** montre la position du chariot qui oscille autour de zéro. Dans la **figure 4.3**, nous constatons que la position angulaire du pendule converge vers zéro au bout de 6 secondes, mais elle est pleine de chattering. Le signal de commande donné par la **figure 4.4** commute entre deux valeurs avec un dépassement de -70 N.m .

Dans l'objectif de supprimer le phénomène de chattering, nous intégrons la commande par logique floue pour remplacer la partie discontinue qui est responsable de ce problème par un gain flou.

4.5 Introduction de la logique floue :

Dans l'objectif d'éliminer le phénomène de chattering, nous intégrons la logique floue pour remplacer la commande discontinue par un gain flou.

Pour la commande floue, l'élément s_i est choisi comme variable d'entrée, et la variable de sortie est k_{ciflou} . Ces deux variables sont fuzzifiées en cinq ensembles flous. Nous avons choisi des fonctions d'appartenance triangulaires symétriques, et utilisé les variables linguistiques négatif grand (NG), négatif (N), zéro (Z), positive (P) and positif grand (PG).

Les règles d'inférence (R1, R2,R5) sont conçues comme suit:

R1: SI s_i est NG ALORS k_{ciflou} est NG

R2: SI s_i est N ALORS k_{ciflou} est N

R3: SI s_i est Z ALORS k_{ciflou} est Z

R4: SI s_i est P ALORS k_{ciflou} est P

R5: SI s_i est PG ALORS k_{ciflou} est PG

Nous avons utilisé la méthode de centre de gravité pour la défuzzification.

La valeur numérique du gain flou est donné par :

$$k_{ciflou,num} = \frac{\sum_{R=1}^M C_{i,R} \mu_R(s_i)}{\sum_{R=1}^M \mu_R(s_i)} \quad (4.13)$$

Où, $C_{i,R}$ est la fonction d'appartenance de k_{ciflou} et $\mu_R(s_i)$ est la valeur du degré d'appartenance appropriée à la $i^{ème}$ entrée de la $R^{ième}$ règle. Ensuite, le gain k_{ciflou} est donné par:

$$k_{ciflou} = f_{i,s} k_{ciflou,num} \quad (4.14)$$

Où, $f_{i,s}$ est le facteur de normalisation de la variable de sortie.

4.6 Schéma de la commande :

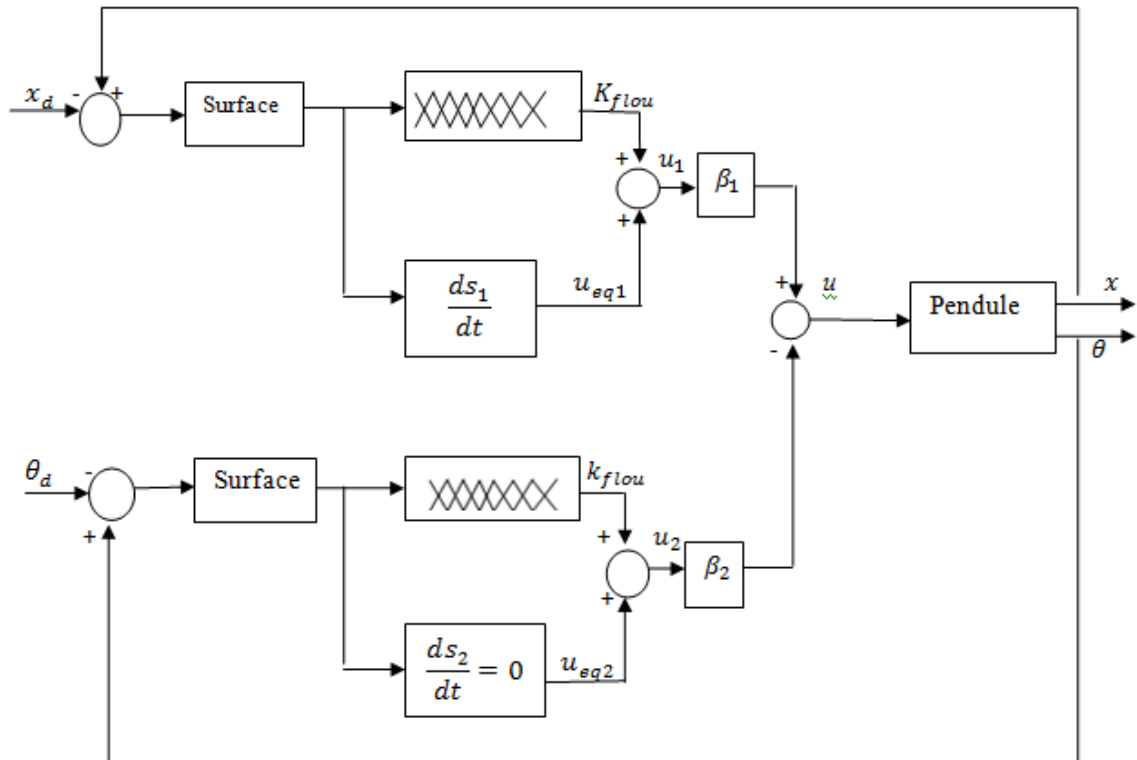


Figure 4.6 : Schéma de la commande.

4.7 Simulations et interprétation :

Pour mettre en évidence l'efficacité de l'approche proposée et évaluer ses performances, nous allons introduit une variation de 25% sur la masse du pendule entre $t=1s$ et $t=3s$.

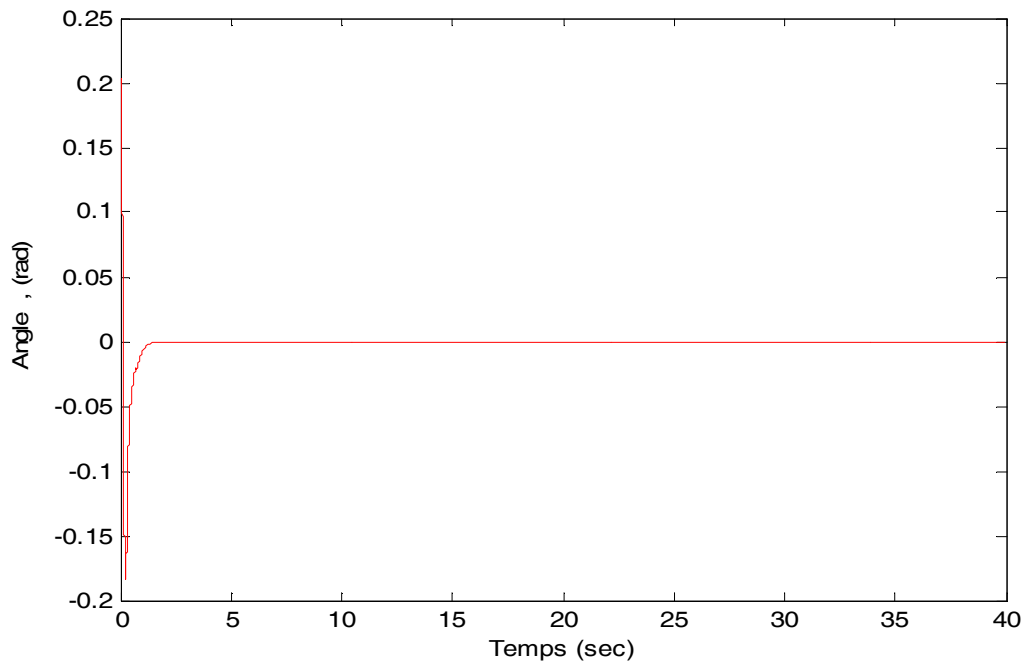


Figure 4.7 : L'angle du pendule ($x_3(0) = 0.2 \text{ rad}$ et $x_1(0) = 0.1 \text{ m}$)

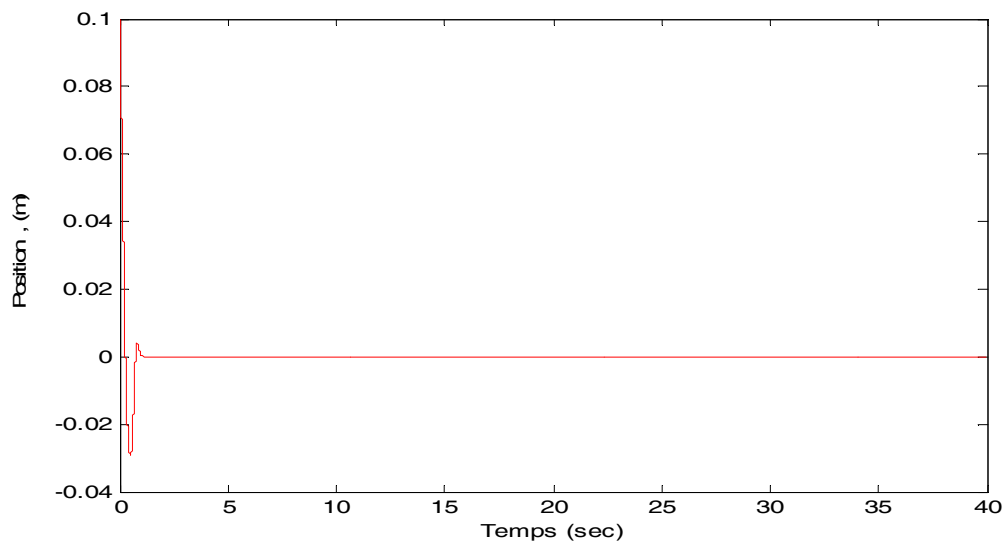


Figure 4.8: Position du chariot ($x_3(0) = 0.2 \text{ rad}$ et $x_1(0) = 0.1 \text{ m}$)

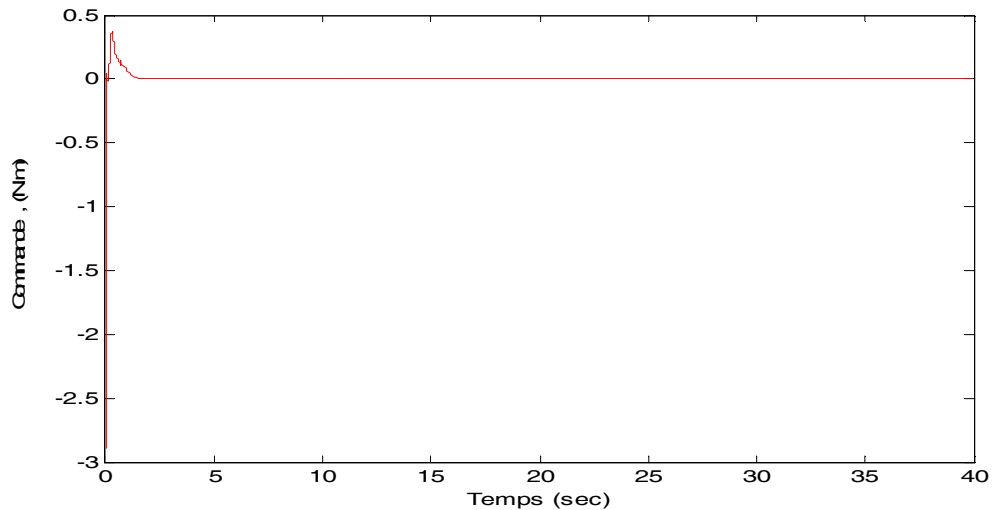


Figure 4.9:Diagramme de la commande ($x_3(0) = 0.2 \text{ rad}$ et $x_1(0) = 0.1 \text{ m}$)

Les résultats de simulation montrent une très bonne poursuite. **La figure 4.7** illustre la position angulaire du pendule qui se stabilise à zéro au bout de 2 s. Dans la **figure 4.8**, le temps de réponse pour que le chariot rejoigne l'origine est environ de 1.5 s, avec un dépassement de - 0.03 m.

La **figure 4.9** illustre le diagramme de la commande. Nous remarquons que le signal de commande est doux (lisse) et il n'est pas énergétique (très faible).

4.8 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons calculé la commande par mode glissant d'ordre un. Ensuite, nous l'avons appliquée sur un pendule inversé afin de montrer son inconvénient majeur qui est le phénomène de chattering.

Pour supprimer le problème de réticence, notre choix s'est porté sur la commande par logique floue. Nous avons remplacé la partie discontinue qui est responsable de chattering par une partie floue.

La commande globale est capable de supprimer le phénomène de chattering, tout en assurant de bonnes performances de poursuite.

Conclusion générale

Dans ce travail, nous nous sommes intéressés à la commande d'un pendule inversé qui est un système non linéaire et sous-actionné.

Dans le premier chapitre, nous avons présenté le pendule inversé, à savoir, sa description, l'intérêt de son utilisation, quelques travaux de recherche effectués sur sa commande, ainsi que sa modélisation dynamique qui est a été déduite à partir du formalisme d'Euler-Lagrange.

Dans le second chapitre, nous avons donné le principe de base de la commande par mode glissant d'ordre un. Nous avons cité l'inconvénient majeur dont souffre cette méthode qui est le phénomène de chattering, ainsi que les solutions qui sont proposées dans la littérature pour remédier à ce problème.

Les notions de base de la logique floue ont été décrites dans le troisième chapitre. Nous avons donné aussi les différents éléments qui constituent le contrôleur flou.

Dans le chapitre 4, nous avons calculé la commande par mode glissant d'ordre un, dans le but d'illustrer son inconvénient majeur qui est le phénomène de réticence. Ce dernier se caractérise par des oscillations de fréquence élevée autour de la surface de glissement.

Pour remédier au problème de chattering, nous avons choisi la commande par logique floue qui est capable de traiter des informations vagues et imprécises. Nous avons remplacé la partie discontinue par un gain flou.

D'après les résultats de simulation effectués sur un pendule inversé, nous avons pu illustrer les performances de la loi de commande proposée.

Comme perspectives, nous proposons de poursuivre ce projet en choisissant une seule surface de glissement.

Bibliographie

Bibliographie

- [1] **Melle Bousselem Chahira** « Implémentation de régulateurs fractionnaires pour la stabilisation d'un pendule inversé » Université Mouloud Mammeri de Tizi ouzou 2012
- [2] **Laurant F. Sylvie G. Andre T.** " Commande floue 1, de la stabilisation à la supervision " Paris, Hermès Sciences Publication, 2003.
- [3] **K.J. Aström, K. Furuta**, « Swinging up a pendulum by energy control », *Automatica*, Vol. 36, N°. 2, 2000, pp. 287 -295, 2000.
- [4] **J.-C. Lo and Y.-H. Kuo**, "Decoupled fuzzy sliding-mode control," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 6, no. 3, pp. 426–435, Apr. 1998.
- [5] **C.-M. Lin and Y.-J. Mon**, "Decoupling control by hierarchical fuzzy Sliding-mode controller," *IEEE Trans. Control. Syst. Technol.*, vol. 13, no. 4, pp. 593–598, Jul. 2005.
- [6] **S. Suzuki, K. Furuta, A. Sugiki, and S. Hatakeyama**, "Nonlinear optimal internal forces control and application to swing-up and stabilization of pendulum," *J. Dyn. Sys. Meas. Control*, vol. 126, no. 3, pp. 568–573, Sep. 2004.
- [7] **M. I. H. Nour, J. Ooi, , and K. Y. Chan** ,"Fuzzy Logic Control vs. Conventional PID Control of an Inverted Pendulum Robot ", International Conference on Intelligent and Advanced Systems 2007.
- [8] **C.-M. Lin and Y.-J. Mon**, "Decoupling control by hierarchical fuzzy sliding-mode controller," *IEEE Trans. Control. Syst. Technol.*, vol. 13, no. 4, pp. 593–598, Jul. 2005.
- [9] **R. Santiesteban, T. Floquet, Y. Orlov, S. Riachy, and J. Richard**, "Secondorder sliding mode control of underactuated mechanical systems II: Orbital stabilization of an inverted pendulum with application to swing up/balancing control," *Int. J. Robust Nonlinear Control*, vol. 18, no. 4/5,

Bibliographie

pp. 529–543, May 2007.

[10] **S. Riachy, Y. Orlov, T. Floquet, R. Santiesteban, and J. Richard**, “Second order sliding mode control of under actuated mechanical systems I: Local stabilization with application to an inverted pendulum,” *Int. J. Robust Nonlinear Control*, vol. 18, no. 4/5, pp. 529–543, May 2007.

[11] **Ferhat Lahouazi** « Mise en œuvre d’une stratégie de commande neuro floue Application à un pendule inversé » Université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou 2011

[12] **C.Aguilar**: «approximate feedback linearization and sliding mode control for the single inverted pendulum »Queen’s University Mathematics and Engineering, August 2002

[13] **D.Bensoussan** : « commande moderne, approche par modèles continus et discrets »presses internationales polytechniques 2008

[14] **Slotine, J.J.E,& Li,W**, «Applied nonlinear control».london:prentice-hall,inc.1991.

[15] **Zadeh, L. A.** Soft computing and fuzzy logic. IEEE Software, 11(6), pp 48-56, 1994

[16] **Mamdani, E.H.**, Assilian, S. An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. Int. J. Man Mach. Studies, 7(1): 1–13, 1975.

[17] **A. F.Fillipov**. Differential equations with discontinuous right-hand side.

[18] **Deghboudj Imen** « commende des system non linéaires par mode glissant d’ordre supérieur» université constantine1 21/11/2013

[19] **Cherrid, H.** “ Commande et observateur par modes glissants d’ordre un et deux: Application aux systèmes robotisés”. Thèse présentée à l’Université de Versailles Saint Quentin, 19 Décembre 2001

[20] **V. I. Utkin**. Variable structure systems with sliding mode. IEEE Trans. on Auto.Cont., 26, No 2 :212.222, 1977.

[21] **V. I. Utkin**. Sliding mode and their application in variable structure systems.Mir, Moscow, 1978.

[22] **V. I. Utkin**. Sliding mode control design principles. IEEE Trans. on Industr. Electron., 40 :23.36, 1993.

Bibliographie

- [23] **Mohammed Chakib SOSSE ALAOUI** «Commande et Observateur par Modes glissants d'un système de pompage et d'un bras manipulateur » juillet 2009
- [24] **H.Buhler**, «Réglage par mode de glissement, traité d'électricité, 1ere édition, presses, 1991
- [25] **J.J. Slotine and S.S. Sastry**. Tracking control of nonlinear system using sliding surface, with application to robotic manipulators. Int. Jour. of Cont., 38:465.492, 1983.
- [26] **J.J.E. Slotine**. Sliding controller design for nonlinear systems. Int. Jour. of Cont., 40(2) : 421.434, 1984. Amer.Math. Soc.Trans. 62. p:199-231, 1960.
- [27] **S.V. Emelyanov**. Variable structure control systems. Moscow Nauka, 1967.
- [28] **Ostergaard, J.J.** Fuzzy logic control of a heat exchange process. in Fuzzy Automata and Decision Processes, M.M. Gupta, G.N. Sardis, and B.R. Gaines, Eds., pages 285–320,1977.
- [29] **Willaeys, D.**, Malvache, N. Use of fuzzy model for process control. IEEE International Conference on Cybernetics and Society, 1978.
- [30] **Tamakawa, T.** High speed fuzzy controller hardware system. Proc.2nd Fuzzy System Symp., pages 122–130, 1986.
- [31] **Wei WU**. Synthèse d'un contrôleur flou par Algorithme Génétique : Application au,réglage dynamique des paramètres d'un système, these de doctorat de l'Université de Lille 1, 1998.
- [32] **Jantzen, J.** Foundations of Fuzzy Control. John Wiley & Sons, 2007.
- [33] **Takaki, T., Sugeno, M.** Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. IEEE Trans. Syst. Man and Cyber n., SMC15(1) :116 132,1985.
- [37] **Sugeno, M., Kang, G.T.** Structure identification of fuzzy model. Fuzzy Sets Syst., 28: 15–33, 1988.
- [38] **MOKEDDEM Diab**, Contrôle Flou des Processus Biotechnologiques à Base d'Algorithmes Génétiques **2010**

Bibliographie

[39] **DOUDOU Sofiane**, Contribution à la commande moderne des systèmes non linéaires multivariables non affines 2013

[40] **Driankov, D., Hellendoorn, H., and Reinfrank, M.**, An Introduction to Fuzzy Control, Springer-Verlag, 1993.

[41] **Bühler, H.**, Réglage Par Logique Floue, Presse Polytechniques et Universitaires Romandes, 1994.

[42] **Lacrose, V.**, Réduction de la complexité des contrôleurs flous : Application à la commande multivariable, Thèse de Doctorat, Université de Toulouse- France, 1997.

[43] **Baghli, L.**, Contribution à la commande de la machine asynchrone, utilisation de la logique floue, des réseaux de neurones et des algorithmes génétiques, Thèse de Doctorat, Université de Nancy-I, France, 1999.

[44] **Si ammour amar**, contribution a la commande par mode glissant d'ordre fractionnaire, thèse doctorat, université mouloud Mammeri de Tizi-ouzou 2011