

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou

Faculté de génie de la construction

Département de génie mécanique



Mémoire de Fin d'Etudes

En vue de l'obtention du diplôme

*De master académique en génie mécanique
Option énergétique*

Thème

**SIMULATION NUMERIQUE DES ECHANGES
THERMIQUES PAR CONVECTION NATURELLE
DANS DES CAVITES FERMEES**

Proposé et dirigé par :

M^f A.ABDEDYOU

Présenté par :

M^{elle} SADOUK HAYAT

Promotion 2011

REMERCIEMENTS

Tout d'abord, nous tenons à remercier le bon Dieu de nous avoir donné le courage, la patience et le pouvoir d'achever ce travail.

*Il m'est agréable d'exprimer ma profonde gratitude à mon promoteur **M Abdeddou Azzedine** qui m'a aidé et soutenu tout au long de mon travail, et qui n'a jamais manqué de m'orienter et de me conseiller. Qu'il trouve ici l'expression de mon respect et de ma profonde reconnaissance.*

Mes remerciements les plus sincères vont à Messieurs les membres du jury, qui m'ont fait l'honneur d'accepter de juger ce modeste travail. Pour cela, ainsi que pour leurs commentaires sur le mémoire, je leur exprime ma profonde gratitude.

Je suis aussi reconnaissante à tous les enseignants qui m'ont soutenu tout au long de mes études. Qu'ils trouvent ici l'expression de mes sentiments les plus respectueux.

Je tiens à exprimer mes remerciements les plus profonds à tous les membres de ma famille, pour leurs soutiens indéfectibles.

En fin, mes remerciements s'adressent aussi à tous ceux et celles qui m'ont aidés de près ou de loin à l'élaboration de ce travail.

DEDICACES

Rien n'est aussi beau à offrir que le fruit d'un labeur qu'on dédie du fond du cœur à ceux qu'on aime et qu'on remercie en exprimant la gratitude et la reconnaissance durant toute notre existence.

Je dédie cet humble travail réalisé grâce à Dieu à :

- ❖ mes très chères parents, qui ont toujours cru en moi et n'ont jamais cessé et me soutenir.*
- ❖ Ma grand-mère*
- ❖ Mes frères : Amine et Amar*
- ❖ Mes sœurs : Hanane, Ghania et ouarda*
- ❖ tous mes amis(es) : Rabeh, Souad, Saïd, Kahina, Rosa, Lamia, Kahina, Dyhia, Lilia, Nacer Nadjia, Samira*
- ❖ tous les étudiants de la promotion*

LISTES DES FIGURES

Fig. I.1 : la convection naturelle pour une plaque verticale.....	4
Fig. I.2 :enceinte avec gradient vertical de température.....	6
Fig. I.3 : Enceinte avec gradient horizontal detempérature.....	7
Fig. I.4 :enceinte inclinée différentiellement chauffée.....	8
Fig. II.1 : Géométrie du domaine physique- Cavité fermée carrée.....	19
Fig. II.2 : Géométrie du domaine physique- Cavité fermée rectangulaire allongée-.....	20
Fig.III.1 : volume de contrôle principal.....	33
Fig.III.2 : volume de contrôle décalé dans la direction X.....	34
Fig. III.3 : la densité de flux entre deux points.....	35
Fig. (III.4) : maillage principal pour les grandeurs scalaires.....	38
Fig. (III .5) : maillage décalé en U.....	40
Fig. (III .6) :Maillage décalé pour l'équation du mouvement dans la directionTransversale.....	43
Fig. IV.1 : Profil des vitesses horizontales au milieu de la cavité carrée pour différents maillages.....	58
Fig. IV.2 : Profil dunombre de Nusselt local de la paroi inférieure pour différents maillages.....	59
Fig. VI.3 : Profil des vitesses horizontales au milieu de la cavité rectangulaire pour différents maillages.....	60
Fig. IV.4 : Profil dunombre de Nusselt local de la paroi inférieure pour différents maillages.....	61

Fig IV.5 : Représentation schématique de la géométrie considérée par <i>M. Sathiyamoorthy et col</i> [29].....	62
Fig IV.6 : Comparaison des lignes de courants et des isothermes entre les résultats de M. Sathiyamoorthy et col [donner la référence] et Résultats de la présente étude pour Ra = 10³ et Pr = 0.7	63
Fig IV.7 : Comparaison des lignes de courants et des isothermes entre les résultats de M. Sathiyamoorthy et col [donner la référence] et Résultats de la présente étude pour Ra = 10⁵ et Pr = 0.7	64
Fig IV.8 : Comparaison des profils des nombre du nombre de Nusselt local pour la paroi horizontale inférieure pour différents Rayleigh et Prandtl.....	65
Fig IV.9 : Comparaison des profils des nombre du nombre de Nusselt local pour la paroi verticale gauche pour différents Rayleigh et Prandtl.....	65
Fig IV.10: Lignes de courant et isothermes pour Ra=10 ³ et Pr=0.7.....	67
Fig IV.11: Lignes de courant et isothermes pour Ra= 5x10 ³ et Pr=0.7.....	67
Fig IV.12: Lignes de courant et isothermes pour Ra= 10 ⁵ et Pr=0.7.....	68
Fig IV.13: Lignes de courant et isothermes pour Ra= 10 ⁵ et Pr= 10	69
Fig IV.14: Variation du nombre de Nusselt local en fonction de la distance le long de la paroi horizontale inférieure, pour différentes valeurs des nombres de Rayleigh et Prandtl.....	70
Fig IV.15: Variation du nombre de Nusselt local en fonction de la distance le long de la paroi verticale gauche, pour différentes valeurs des nombres de Rayleigh et Prandtl.....	70
Fig IV.16: Variation du nombre de Nusselt moyen, de la paroi horizontale inférieure, en fonction du nombre de Rayleigh pour Pr =0.7.....	71
Fig IV.17: Variation du nombre de Nusselt moyen, de la paroi verticale gauche, en fonction du nombre de Rayleigh pour Pr =0.7.....	71
Fig.IV.18 : Lignes de courant et isothermes pour Ra=10 ³ , Pr=0.7, L=4.....	73
Fig. IV.19 : Lignes de courant et isothermes pour Ra=10 ⁵ , Pr=0.7, L=4.....	74

Fig.IV.20 : Lignes de courant et isothermes pour $Pr=10, Ra=10^5, L=4$	75
Fig. IV.21 : Nombre de Nusselt local de la paroi horizontale inferieure pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh et Prandtl.....	76
Fig. IV.22 : Nombres de Nusselt local de la paroi horizontale supérieure pour différentes valeurs de nombre de Rayleigh et Prandtl.....	77

LISTE DES TABELAUX

Tableau I.1 : Valeurs de l'angle d'inclinaison critique.....	9
Tableau III.1 : Valeurs des paramètres définissant l'équation de convection diffusion.....	32
Tableau III.2: Expressions des différents schémas d'approximation des flux convectifs	36
Tableau IV.1 : Valeurs des coefficients de sous relaxation.....	56
Tableau IV.2 : Effet du maillage sur les valeurs des nombres de Nusselt local et moyens...	59
Tableau IV.3 : Effet du maillage sur les valeurs des nombres de Nusselt local et moyens, Cavité rectangulaire.....	61

NOMENCLATURE

- g : Accélération de la pesanteur (m/s^2)
- ρ : la masse volumique du fluide (kg/m^3)
- ρ_0 : la masse volumique du fluide loin de la paroi (kg/m^3)
- ℓ : Largeur de l'enceinte (m)
- H : Hauteur de l'enceinte (m)
- C_p : Chaleur spécifique ($J.K^{-1}.kg^{-1}$)
- K : Conductivité thermique du fluide ($W/m K$)
- h : Coefficient d'échange thermique par convection ($W/m^2 K$)
- p: La pression (Pa)
- P : la pression adimensionnelle
- T_f : La température du fluide froid (K)
- T_c : La température du fluide chaud (K)
- T : La température du fluide (K)
- θ : La température adimensionnelle
- L : facteur de forme
- x, y : Coordonnées d'espace dimensionnelles (m)
- X, Y : Coordonnées d'espace adimensionnelles
- \vec{V} : Vecteur vitesse
- u: Composante de la vitesse suivant la direction x ($m.s^{-1}$)
- v : Composante de la vitesse suivant la direction y ($m.s^{-1}$)
- U : Composantes adimensionnelles de vitesse suivant X
- V : Composantes adimensionnelles de vitesse suivant Y
- Ψ : fonction de courant
- k : Coefficient de diffusion ($W/m ^\circ C$)
- ν : Viscosité cinématique (m^2/s)
- μ : Viscosité dynamique ($kg m^{-1} s^{-1}$)
- α : diffusivité thermique (m^2/s)

β : Coefficient d'expansion thermique à pression constante (1/K)

ϕ : Variable dépendante générale.

[A] : la matrice des coefficients.

[C] : la matrice des constantes.

Indices Supérieurs

* Valeur estimée

' Valeur corrigée

Indices Inférieurs

i, j : $i^{\text{ème}}$ et $j^{\text{ème}}$ composantes.

e, w, n, s : Évalué sur la face correspondante du volume de contrôle entourant le point P.

N, S, E, W : Évalué sur le point correspondant entourant le point P.

Nombres Adimensionnels

R_a : Nombre de Rayleigh

Nu_c, \overline{Nu}_c : Respectivement le nombre de Nusselt local et moyen sur la paroi chaude

Nu_f, \overline{Nu}_f : Respectivement le nombre de Nusselt local et moyen sur la paroi froide.

Nu_d, \overline{Nu}_d : Respectivement le nombre de Nusselt local et moyen sur la paroi verticale droite

Nu_g, \overline{Nu}_d : Respectivement le Nombre de Nusselt local et moyen sur la paroi verticale gauche

Pe : Nombre de Péclet

Pr : Nombre de Prandtl

Gr : Nombre de Grashof

Remerciements	i
Dédicaces	ii
Liste des figures	iii
Liste des tableaux	vi
Nomenclature	vii
Introduction générale	1

Chapitre I : généralités et recherche bibliographique :

I.1. Introduction.....	3
I.2. Généralités sur la convection naturelle dans les cavités	
I.2.1. Définitions.....	3
I.2.2. La convection dans les enceintes.....	5
I.3. Recherche bibliographique	10
I.4 Conclusion.....	18

Chapitre II: modélisation mathématique

II.1. Introduction.....	19
II.2. domaine physique.....	19
• 1 ^{er} cas : cavité fermée carrée	19
• 2 ^{eme} cas : cavité fermée rectangulaire allongée.....	20
II.3. Hypothèses simplificatrices.....	20
II.4. Equations gouvernantes:	
II.4.1. Equation de continuité	21
II.4.2. Equations de la quantité de mouvement	21
II.4.3. Equation de l'énergie	22
II.4.4. Conditions aux limites	22
II.5. La mise en forme adimensionnelle des équations :	
II.5.1. Variables adimensionnelles	24

II.5.2.	Equation de continuité.....	24
II.5.3.	Equation de mouvement suivant X.....	25
II.5.4.	Equation de mouvement suivant Y.....	25
II.5.5.	Equation de l'énergie.....	26
II.5.6.	Conditions aux limites.....	26
II.6.	Calcul du nombre de Nusselt	27
II.7.	Evaluation de la fonction de courant.....	30
II.8.	Conclusion.....	30

Chapitre III : modalisation numérique :

III.1.	Introduction.....	31
III.2.	présentation générale de la méthode des volumes finis :	
III.2.1.	description	31
III.2.2.	forme générale des équations gouvernantes	31
III.2.3.	Maillage.....	32
III.2.4.	Notion du maillage décalé.....	33
III.3.	Discrétisation des équations:	
III.3.1.	Notion de la densité de flux	35
III.3.2.	Discrétisation de l'équation de continuité	39
III.3.3.	Discrétisation de l'équation du mouvement suivant X.....	41
III.3.4.	Discrétisation de l'équation du mouvement suivant Y.....	43
III.3.5.	Discrétisation de l'équation de l'énergie.....	46
III.3.6.	Equation de correction de pression	47
III.4.	Résolution du système d'équations	50
III.4.1.	Principe de la méthode	51
III.5.	Procédure de calcul de l'algorithme simple	54
III.6.	Conclusion.....	55

Chapitre IV : résultats et interprétations :

IV.1.	Introduction :
IV.2.	Paramètres de calcul :

• Architecture du programme.....	56
• Coefficients de sous relaxation.....	56
• Critère de convergence.....	57
IV.3. Etude de la sensibilité au maillage.....	58
IV.3.1. Cavité fermée carrée.....	59
IV.3.2. Cavite fermée rectangulaire.....	61
IV.3.3. Validation du code de calcul	63
IV.4. Résultats	
IV.5.1 Etude de la cavité fermée carrée	67
IV.5.1.1 Effet de nombre de Rayleigh et de Prandtl sur les lignes de courant et les isothermes	68
IV.5.2 Taux de transfert de chaleur : Nombres de Nusselt locaux et moyens.....	71
IV.5.3 Etude de la cavité fermée rectangulaire	74
IV.5.2.1 Effet de nombre de Rayleigh et de nombre de Prandtl sur les lignes de courant et les isothermes.....	74
IV.5.2.2 Taux de transfert de chaleur : Nombre de Nusselt locale.....	77
Conclusion générale.....	79

INTRODUCTION GENERALE

Dans le cadre de la maîtrise et de la conservation de l'énergie, beaucoup de pays et d'industriels se sont engagés par des traités internationaux afin d'atteindre des objectifs communs de réduction de la consommation énergétique dans les principaux secteurs consommateurs. L'un des axes les plus prisés ces dernières années, pour atteindre cet objectif d'économie d'énergie, est l'amélioration des performances thermiques des équipements et processus industriels, qui préconisent un apport ou une évacuation d'énergie sous forme de chaleur pour assurer un fonctionnement entretenu et une augmentation de leur durée de vie, d'où l'importance de maîtriser les aspects du transfert de chaleur sous ses différents modes, et de contribuer à leur amélioration.

En raison de l'importance qu'ils présentent dans la pratique industrielle et dans notre quotidien, les transferts de chaleur par convection naturelle dans les cavités ont fait l'objet de nombreuses investigations. En effet, ce type de convection est présent dans de nombreux systèmes et processus industriels ; par exemple les systèmes thermiques solaires, les systèmes de refroidissement des circuits électroniques et des réacteurs nucléaires, les bâtiments et, plus précisément, l'isolation de parois opaques ou vitrées.

La convection naturelle est un phénomène de transfert thermique entre un solide et un fluide de températures différentes qui se traduit par une diffusion de chaleur entre les deux milieux. Les gradients de température ainsi créés au niveau du fluide se traduisent par des gradients de masse volumique qui provoquent une poussée verticale (poussée d'Archimède) générée par une dilatation locale du fluide. Etant donné que le champ de vitesse dans le fluide dépend de son champ de température, la convection naturelle est le siège d'un couplage des problèmes mécaniques et thermiques qui doivent être résolus simultanément et qui sont influencés par les propriétés thermodynamiques du fluide, les écarts de températures et la géométrie des systèmes concernés.

Dans le présent travail, nous nous intéressons à l'étude de la convection naturelle dans les cavités fermées. Pour cela nous proposons d'analyser l'influence de quelques paramètres dynamique et thermophysiques sur la structure de l'écoulement, distributions de température et les transferts de chaleur, et ce pour deux géométries différentes.

Dans le premier chapitre, des définitions et des notions fondamentales relatives à la convection naturelle dans les cavités, et une revue bibliographique permettant de positionner le travail par rapport aux différentes antérieures ont été présentées.

La formulation mathématique du problème physique, basée sur les équations de la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et la conservation de l'énergie, est abordée dans le deuxième chapitre, où une mise sous adimensionnelles des équations gouvernantes, pour les deux cas de figures considérés, à savoir cavité carrée et cavité rectangulaire permettra de mettre en évidence un certain nombre de paramètres de contrôle.

Les équations obtenues dans le chapitre précédent seront discrétisées par la méthode des volumes finis, présentée dans le troisième chapitre, où une description détaillée de la méthode est présentée. Le couplage vitesse pression est abordé par l'algorithme simple et le système d'équation résultant est résolu par la méthode SIP.

Dans le quatrième et dernier chapitre, une étude de l'influence du maillage et de la validation du code de calcul est effectuée. Des résultats portant sur le cas de la cavité carrée et rectangulaire, portant sur les lignes de courant, les distributions de température et les nombres de Nusselt locaux et moyens ont été présentés.

Chapitre I :**GENERALITES ET RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE****I.1. INTRODUCTION :**

Dans ce chapitre, nous allons présenter, dans la première partie, quelques généralités sur les transferts thermiques convectifs et plus particulièrement la convection naturelle, en rappelant les différents aspects théoriques permettant son étude. Dans la seconde partie du chapitre, une étude bibliographique concernant les différents travaux effectués sur la convection naturelle dans les cavités fermées, sera présentée permettant ainsi de positionner le présent travail dans son contexte global.

I.2. GENERALITES SUR LA CONVECTION NATURELLE DANS LES CAVITES :**I.2.1. Définitions :**

La convection naturelle est un phénomène de transfert thermique entre un solide et un fluide de températures différentes qui se traduit par une diffusion de chaleur entre les deux milieux. Les gradients de température ainsi créés au niveau du fluide se traduisent par des gradients de masse volumique qui provoquent une poussée verticale (poussée d'Archimède) générée par une dilatation locale du fluide.

Généralement deux conditions sont exigées pour que des fluides soient mis en mouvement dans la convection naturelle : la présence d'un champ d'accélération, et un gradient de densité dans le fluide. Le champ d'accélération le plus commun est la pesanteur. Puisque tous les fluides subissent des changements de la densité due aux changements de température, elle suit qu'un gradient de température installera un gradient de densité. Cependant, il y a des cas de figures où la présence d'un gradient de densité dans un champ d'accélération n'a pas comme conséquence le mouvement du fluide. On peut citer à ce titre l'exemple d'un fluide qui est contenu dans un espace confiné formé par deux plaques horizontales où la plaque supérieure portée à une température supérieure à celle de la plaque inférieure.

Les paramètres de contrôle adimensionnels jouant un rôle primordial dans l'évaluation des transferts dans la convection naturelle sont, essentiellement, le nombre de Grashof et le nombre de Prandtl, ils sont définis comme suit [1] :

$$\text{Nombre de Grashof} = Gr = \frac{\beta g (T_s - T_\infty) H^3}{\nu^2} \quad (I.1)$$

Avec : H est la dimension caractéristique de la géométrie étudiée. Pour un cylindre, elle représente le diamètre, pour une plaque verticale, elle représente la longueur de la plaque et pour une cavité rectangulaire allongée, elle représente la largeur de la cavité c'est-à-dire la distance entre les plaques horizontales, dans la direction transversale.

T_s et T_∞ représentent, respectivement, la températures de la paroi et la température du fluide à une distance suffisamment éloignée de la paroi comme le montre la figure II.1, pour le cas d'une plaque verticale.

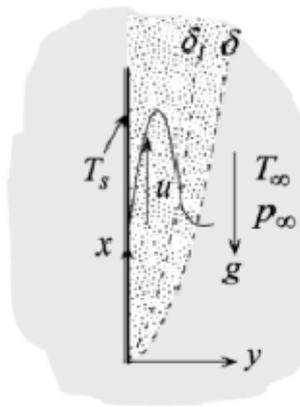


Fig. I.1 :la convection naturelle pour une plaque verticale

β est un coefficient caractérisant le fluide, il est communément appelé le coefficient de dilatation volumique à pression constante, son expression est donnée par :

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial \rho}{\partial T} \right]_p \quad (I.2)$$

Pour le cas des gaz parfaits, son expression se simplifie comme suit :

$$\beta = \frac{1}{T} \quad (I.3)$$

$$\text{Nombre de Prandtl} = Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (I.4)$$

Le produit du nombre de Grashof et le nombre de Prandtl donne lieu à une quantité adimensionnelle appelée nombre de Rayleigh, il est donnée par l'expression suivantes :

$$Ra = Gr.Pr = \frac{\beta g(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2}. Pr = \frac{\beta g(T_s - T_\infty)L^3}{\alpha \nu} \quad (I.5)$$

Où α est la diffusivité thermique.

Comme pour la convection forcée, les couches limites dynamique et thermique existent aussi dans le cas de la convection naturelle (Figure I.1), à cet effet l'écoulement peut être laminaire, turbulent ou mixte (de transition). Le critère de transition d'un écoulement en régime laminaire à un écoulement en régime turbulent s'exprime en fonction du nombre de Grashof ou le nombre de Rayleigh. Pour le cas d'une plaque verticale, le nombre de Rayleigh de transition est estimé à $Ra_{xt} \approx 10^9$.

I.2.2. LA CONVECTION DANS LES ENCEINTES:

L'étude de la convection naturelle dans les enceintes a fait l'objet d'un très grand nombre de travaux tant théoriques qu'expérimentaux. L'intérêt de telles études réside dans son implication dans de nombreuses applications industrielles telles que le refroidissement des composants électroniques, le double vitrage, la thermique des bâtiments, les tubes cryogéniques concentriques...etc. Un fluide se trouvant dans un espace confiné est soumis au phénomène de la convection naturelle si les parois délimitant l'enceinte ne sont pas à une température uniforme.

Une force de flottabilité fait circuler le fluide dans l'enceinte en transférant de la chaleur du côté chaud de la cavité vers le côté froid. Si les forces de flottabilité ne sont pas assez importantes pour surmonter les forces visqueuses, le mouvement ne se produira pas et le transfert de chaleur à travers la paroi se fera essentiellement par conduction. Le flux thermique dû au mouvement du fluide est déterminé par la loi de Newton [1] :

$$q = h(T_c - T_f) \quad (I.6)$$

Où h est le coefficient du transfert convectif, T_c et T_f sont les températures des parois chaude et froide, respectivement. Le coefficient du transfert convectif est obtenu à partir des corrélations donnant le nombre de Nusselt. Ces corrélations dépendent essentiellement des paramètres tels que le nombre de Rayleigh, le nombre de Prandtl et le rapport d'aspect géométrique, qui peut être défini comme étant le rapport de la longueur de la cavité sur sa largeur.

On distingue différentes configurations des cavités, la cavité rectangulaire horizontale, la cavité rectangulaire verticale. A vrai dire ces deux configurations peuvent être considérées

comme étant des cas particulier d'une configuration plus générale qui est une cavité rectangulaire chauffée différentiellement et inclinée d'un angle θ par rapport à l'horizontale. Nous allons résumer dans ce qui suit les différentes corrélations, existantes dans la littérature, traitant ces configurations :

- **Cavité rectangulaire horizontale** : Cette configuration est celle d'une cavité contenant un fluide et soumise à un gradient vertical de température c'est-à-dire que l'enceinte est chauffée par le bas et refroidie par le haut (figure I-2).

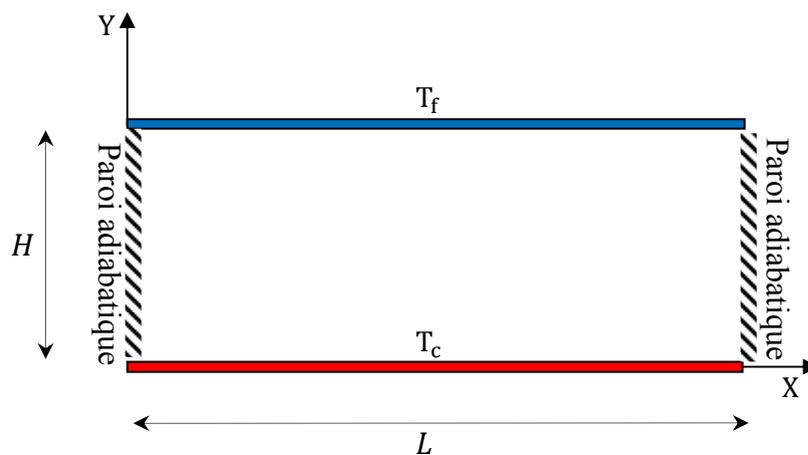


Fig. I.2: Enceinte avec gradient vertical de température

Pour des faibles valeurs du nombre de Rayleigh, le fluide reste stagnant et le transfert de chaleur dans la cavité s'effectue entièrement par conduction. A une valeur critique du nombre de Rayleigh, une configuration d'écoulement cellulaire se développe, cette valeur du nombre de Rayleigh est de : $Ra_c = 1708$.

La corrélation donnant le nombre de Nusselt pour le cas d'un écoulement cellulaire au sein d'une cavité rectangulaire horizontale est donnée par [2] :

$$\overline{Nu}_H = \frac{\bar{h}H}{k} = 0.069[Ra_H]^{\frac{1}{3}}[Pr]^{0.074} \quad (I.7)$$

Cette corrélation reste valide pour :

$$3.10^5 < Ra_H < 7.10^9 \quad (I.8)$$

Les propriétés du fluide sont considérées constantes et évaluées à la température : $\bar{T} = \frac{T_c + T_f}{2}$

- **Cavité rectangulaire verticale :** Dans cette configuration il existe un gradient horizontal de température, l'une des parois verticales est chauffée tandis que l'autre est refroidie, les parois horizontales étant considérées comme adiabatiques (Figure I.3).

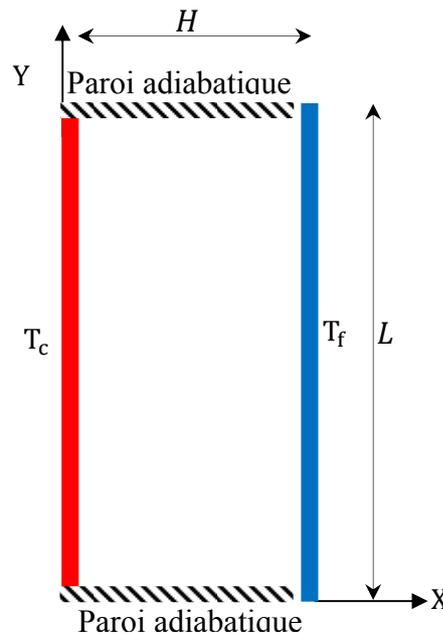


Fig. I.3: Enceinte avec gradient horizontal de température

Pour cette configuration, il n'y a pas de gradient critique de température et le fluide est alors ascendant le long de la paroi chaude et descendante le long de la paroi froide, ce qui génère une circulation du fluide au sein de la cavité permettant ainsi le transfert de chaleur de la paroi chaude vers la paroi froide. Les couches limites se forment au voisinage des parois tandis que le centre de la cavité demeure stagné. Le rapport d'aspect géométrique ($\frac{L}{H}$) est l'un des paramètres de contrôle les plus importants dans la détermination de l'expression du nombre de Nusselt. Un autre paramètre de contrôle est le nombre de Rayleigh défini par rapport à la largeur de la cavité ($Ra_H = \frac{\beta g (T_s - T_\infty) H^3}{\nu^2} \cdot Pr$). Les différentes corrélations du nombre de Nusselt en fonction des paramètres suscités, sont données comme suit [3-4] :

$$\triangleright \overline{Nu} = \frac{\bar{h}H}{k} = 0.18 \left[\frac{Pr}{0.2+Pr} Ra_H \right]^{0.29} \quad (I.9.a)$$

Valable sous les conditions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 < \frac{L}{H} < 2 \\ 10^{-3} < Pr < 10^5 \\ \frac{Pr}{0.2+Pr} Ra_H > 10^3 \\ \text{propriétés évalués à: } \bar{T} = \frac{T_c+T_f}{2} \end{array} \right. \quad (I.9.b)$$

$$\triangleright \overline{Nu} = \frac{\bar{h}H}{k} = 0.22 \left[\frac{Pr}{0.2+Pr} Ra_H \right]^{0.28} \left[\frac{L}{H} \right]^{-0.25} \quad (I.10.a)$$

Valable sous les conditions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 < \frac{L}{H} < 10 \\ Pr < 10^5 \\ 10^3 < Ra_H < 10^{10} \\ \text{propriétés évalués à: } \bar{T} = \frac{T_c+T_f}{2} \end{array} \right. \quad (I.10.b)$$

$$\triangleright \overline{Nu} = \frac{\bar{h}H}{k} = 0.046 [Ra_H]^{\frac{1}{3}} \quad (I.11.a)$$

Valable sous les conditions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 < \frac{L}{H} < 40 \\ 1 < Pr < 20 \\ 10^6 < Ra_H < 10^9 \\ \text{propriétés évalués à: } \bar{T} = \frac{T_c+T_f}{2} \end{array} \right. \quad (I.11.b)$$

$$\triangleright \overline{Nu} = \frac{\bar{h}H}{k} = 0.42 [Pr]^{0.012} [Ra_H]^{0.25} \left[\frac{L}{H} \right]^{-0.3} \quad (I.12.a)$$

Valable sous les conditions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} 10 < \frac{L}{H} < 40 \\ 1 < Pr < 2 \cdot 10^4 \\ 10^4 < Ra_H < 10^7 \\ \text{propriétés évalués à: } \bar{T} = \frac{T_c + T_f}{2} \end{array} \right. \quad (\text{I.12.b})$$

- **Cavité rectangulaire inclinée :** l'application la plus importante de cette configuration est les capteurs solaires. Pour maximiser l'absorption de l'énergie solaire, le collecteur est incliné d'un angle θ par rapport au plan horizontal, comme le montre la figure I.4.

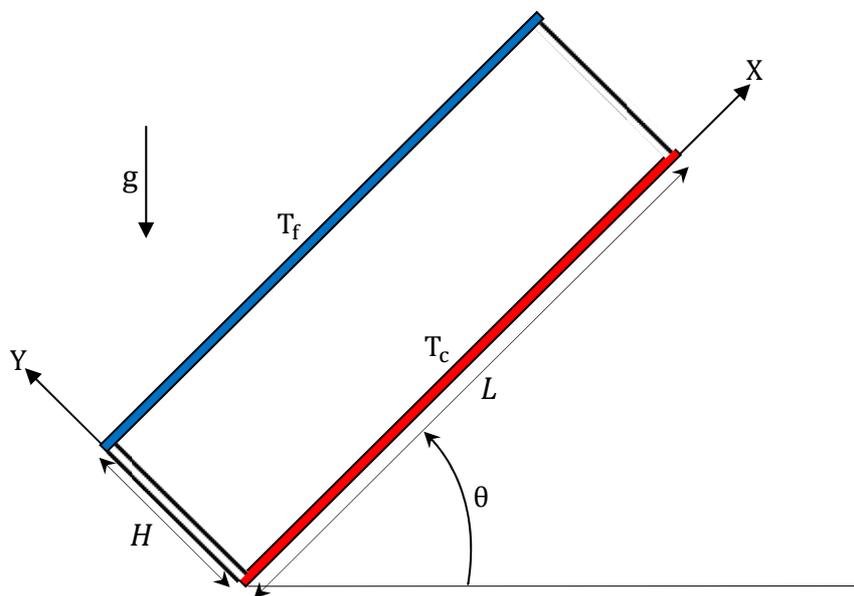


Fig. I.4: enceinte inclinée différentiellement chauffée

Cependant, de l'énergie est cédée (sous forme de pertes) à l'air ambiant par convection. Afin de pouvoir estimer cette perte, il est nécessaire de déterminer le coefficient de transfert thermique dans l'enceinte du collecteur. Les équations donnant les corrélations du nombre de Nusselt dépendent essentiellement du rapport d'aspect $\left(\frac{L}{H}\right)$ et de l'angle d'inclinaison θ . Pour $0^\circ < \theta < 90^\circ$, la paroi inférieure de la cavité est chauffée et la paroi supérieure est refroidie. Cette configuration est inversée pour $90^\circ < \theta < 180^\circ$. Pour $0^\circ < \theta < 90^\circ$, le nombre de Nusselt moyen passe par une valeur minimale correspondant à un angle critique θ_c dont la variation dépend de la valeur du rapport d'aspect, comme le montre le tableau I.1 [0]:

$\frac{L}{H}$	1	3	6	12	> 12
θ_c	25°	53°	60°	67°	70°

Tableau I.1 : Valeurs de l'angle d'inclinaison critique

La corrélation du nombre de Nusselt ne peut être cernée par une seule équation à cause du changement de la configuration de l'écoulement en fonction du rapport d'aspect et de l'angle d'inclinaison. Pour cette raison, plusieurs corrélations sont proposées dans la littérature [5-8], comme suit :

$$\triangleright \overline{Nu}_H = \frac{\bar{h}H}{k} = 1 + 1.44 \cdot \left[1 - \frac{1708}{Ra_H \cos \theta}\right]^* \left[1 - \frac{1708 \cdot (1.8 \cdot \cos \theta)^{1.6}}{Ra_H \cdot \cos \theta}\right] + \left[\frac{(Ra_H \cos \theta)^{\frac{1}{3}}}{18} - 1\right]^* \quad (I.13.a)$$

Valable sous les conditions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{L}{H} \geq 12 \\ 0 < \theta < \theta_c \\ []^* = 0 \text{ pour des valeurs négatives} \\ \text{propriétés évalués à: } \bar{T} = \frac{T_c + T_f}{2} \end{array} \right. \quad (I.13.b)$$

$$\triangleright \overline{Nu}_H = \frac{\bar{h}H}{k} = \overline{Nu}_H(0^\circ) \left[\frac{\overline{Nu}_H(90^\circ)}{\overline{Nu}_H(0^\circ)} (\sin \theta_c)^{0.25} \right]^{\frac{\theta}{\theta_c}} \quad (I.14.a)$$

Valable sous les conditions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{L}{H} \leq 12 \\ 0 < \theta \leq \theta_c \\ \text{propriétés évalués à: } \bar{T} = \frac{T_c + T_f}{2} \end{array} \right. \quad (I.14.b)$$

$$\triangleright \overline{Nu}_H = \frac{\bar{h}H}{k} = \overline{Nu}_H(0^\circ) [\sin \theta]^{0.25} \quad (I.15.a)$$

Valable sous les conditions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{pour toutes les valeurs de } \frac{L}{H} \\ \theta_c < \theta \leq 90^\circ \\ \text{propriétés évalués à: } \bar{T} = \frac{T_c + T_f}{2} \end{array} \right. \quad (\text{I.15.b})$$

$$\triangleright \overline{Nu}_H = \frac{\bar{h}H}{k} = 1 + [\overline{Nu}_H(90^\circ) - 1] \cdot \sin \theta \quad (\text{I.16.a})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{pour toutes les valeurs de } \frac{L}{H} \\ 90^\circ < \theta \leq 180^\circ \\ \text{propriétés évalués à: } \bar{T} = \frac{T_c + T_f}{2} \end{array} \right. \quad (\text{I.16.b})$$

I.3. RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE :

Plusieurs études numériques et expérimentales ont été réalisées sur la convection naturelle dans des différentes formes de cavités. Cet intérêt est jugé par les applications industrielles qu'elles reflètent dans divers problèmes d'industrie, on cite par exemple le confort thermique de l'habitat, ou encore la conception des serres agricoles, les problèmes océanographiques et atmosphériques tels que les effets de serres, les changements extrêmes de climat, ainsi que les problèmes technologiques tels que les équipements électriques et les réacteurs nucléaires, les appareils ménagers tels que des réfrigérateurs, la conversion économique de l'eau saline à l'eau fraîche et les échangeurs de chaleur sont tous des problèmes qui ont donné un intérêt particulier à cette science ...etc.

Nous avons essayé à travers cette recherche bibliographique de passer en revue une partie des différents travaux théoriques, numériques et expérimentaux, effectués ces dernières années et qui sont majoritairement consacrés à l'étude de la convection naturelle dans une cavité.

F. Penot [9] a présenté la modélisation par le calcul numérique des écoulements de convection naturelle qui se développent au sein d'une cavité rectangulaire, chauffée à température constante et ouverte sur l'une de ses faces. Pour différents nombres de Grashof ($< 10^7$), il a été procédé au calcul des nombres de Nusselt locaux et globaux de la cavité et les résultats sont confrontés à ceux de la plaque plane verticale mettant, ainsi, en évidence l'effet de la cavité sur le transfert convectif de chaleur.

Al Nadawe Abdul Salam [10] a étudié numériquement la convection naturelle thermique, laminaire et permanente, qui se développe dans l'air enfermé dans l'espace libre délimité par la paroi intérieure d'un cylindre horizontal et les parois de deux autres cylindres, de rayons égaux à la moitié de celui du premier et contenu dans celui-ci. La paroi de cylindre extérieur est maintenue à une température constante et celle de deux cylindres intérieurs sont traversées par des flux de chaleur de densité constantes et égales. La modélisation mathématique a été effectuée en introduisant la fonction de courant et la vorticité et en effectuant une transformation conforme originale dans le plan complexe pour écrire simplement les conditions aux limites. La procédure numérique adoptée est la méthode des volumes finis utilisant le schéma « **Up- Wind** » basée sur un modèle de type « **tank and tube** » qui permet d'obtenir les fonctions de courant et les températures. L'influence des principaux paramètres du système sur ces grandeurs a été élucidée sur les nombreuses courbes présentées.

G.Cesini et col [11] ont présenté une analyse numérique et expérimentale du transfert thermique par convection naturelle autour d'un cylindre horizontal placé dans une cavité rectangulaire. La distribution de la température pour le fluide étudié (air) et les coefficients de transfert thermique sont mesurés par un interféromètre holographe et comparés aux résultats numériques obtenus par la méthode des éléments finis, basée sur la formulation de la fonction de courant et la vorticité. L'influence du nombre de Rayleigh et la géométrie de la cavité sur le transfert thermique a été mise étudiée.

Le transfert thermique par convection naturelle dans les cavités verticales et rectangulaires avec les allongements (A) de 20, 40 et 80 a été étudié par **Heinrich Manz [12]**. En utilisant un code informatique de fluide dynamique (CFD : computational fluid dynamics). Les deux parois gauche et droite sont portées à des températures froide et chaude respectivement quand aux deux autres, elles sont isolées thermiquement. Les nombres de Rayleigh considérés varient entre 10^3 et 10^6 . Les nombres de Nusselt moyennes calculés en fonction des nombres de Rayleigh sont comparés à cinq corrélations dans la littérature qui sont basées principalement sur des données expérimentales. Par conséquent, cette étude sert d'un outil pour apporter des améliorations sur des futures applications du code à des caisses plus complexes d'éléments de façade.

Belkacem Ould Said, Nouredine Retiel [13] ont présenté une étude sur la modélisation du comportement de l'écoulement en convection naturelle d'un fluide visqueux incompressible, dans une cavité confinée en forme de pyramide horizontale, chauffée par le bas et refroidie par les parois inclinées supérieures. Les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie sont résolues par le logiciel "Fluent" basé sur la méthode des volumes finis. Des résultats sont obtenus pour plusieurs valeurs du nombre de Rayleigh variant entre 10^3 et 10^6 et ce pour différentes valeurs du rapport de forme de la pyramide et pour un nombre de Prandtl de 0,7. Les résultats sont représentés sous forme de champ de température dans la cavité et le transfert de chaleur à travers les parois est déterminé en analysant la variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh.

Une étude numérique et expérimentale de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire remplie de l'air a été effectuée par **A. Bairi et col [14]**, en faisant varier l'angle de l'inclinaison α de la cavité de 0° à 360° . Ceci inclut l'analyse de plusieurs situations significatives correspondant aux cas particuliers où l'inclinaison de 0° (les murs actifs verticaux), de 90° (mur chaud vers le bas, convection –de Rayleigh Bernard) et de 270° (mur chaud vers le haut, mode conducteur pur). Deux allongements $A = L/h = 0,75$ et $A = 1,5$ sont traités, L étant la distance entre les murs et H la taille de mur actifs. L'étude numérique est effectuée au moyen de la méthode des volumes finis. Les échanges convectifs calculés par CFD sont, pour la plupart des caisses traitées, se rapprochent de ceux obtenus expérimentalement au moyen d'un banc particulièrement conçu à cette fin. Les écarts globaux sont relativement petits, avec une estimation moyenne de l'écart entre les calculs et les mesures d'environ de 6 %, correspondant à l'incertitude prévue du modèle et des mesures. Une partie des résultats concorde avec des études précédentes et l'accord avec elles est satisfaisant. Des nouvelles corrélations du type $Nu_L - Ra_L$ qui sont utiles pour le classement par taille des structures basées sur ce type de cavités ont été élaborées.

La convection naturelle en régime laminaire à de faibles nombres de Prandtl provoqués par de grandes différences de densité, dans une cavité carrée chauffée par une paroi verticale a été étudiée numériquement et théoriquement par **T. Pessa, S. Piva [15]**. Un paramètre adimensionnel approprié caractérisant les différences de densité du fluide de fonctionnement est identifié par le nombre Gay-Lussac ($Ga = \beta_0 \theta$ avec θ la différence de température entre la paroi chaude et la paroi froide et β_0 le coefficient d'expansion volumétrique). L'approximation de Boussinesq est réalisée quand le nombre Gay-Lussac tend vers zéros, le nombre de Nusselt est

dérivé pour la gamme de Rayleigh $10 \leq Ra \leq 10^8$, pour un nombre de Prandtl compris entre (0,0071 et 7.1) et pour un nombre de Gay-Lussac dans la gamme $0 \leq Ga < 2$.

Assunta Andreozzi et col [16] ont réalisé une étude numérique moyennant la méthode des volumes finies sur la convection naturelle dans un canal plan de deux plaques parallèles traversé par de l'air. Pour augmenter les arrangements passifs du transfert thermique, deux configurations sont combinés: une plaque courte équidistante est insérée à l'admission et deux autres plaques parallèles isolées colinéaires sont apposés à la sortie. Les plaques à canaux sont symétriquement chauffées avec un flux de chaleur uniforme. En outre, le nombre de Nusselt local et le Nusselt moyen, basés sur la taille de chauffage de la plaque, sont présentés en forme graphique. à l'extrémité, des configurations optimales du canal exprimées en termes de nombre de Nusselt moyen le plus élevé sont obtenues pour la paire de nombres pré-assignés de Grashof.

Rejane De C. Oliveski et col [17] ont présenté une analyse numérique de génération d'entropie en cavités rectangulaires soumises au processus de la convection naturelle causée par la différence de température entre les parois verticales de la cavité. L'analyse numérique est réalisée par un modèle bidimensionnel avec la méthode des volumes finie et les résultats obtenus traitant la génération d'entropie ont été employés pour valider le modèle analytique. Une analyse de la génération d'entropie en cavités rectangulaires a été exécutée avec cinq allongements, cinq nombres de Rayleigh et quatre coefficients d'irréversibilité. Les principaux résultats obtenus sont:

- La génération totale d'entropie dans l'état d'équilibre augmente linéairement dans les deux cas, l'allongement et le coefficient d'irréversibilité, et exponentiellement avec le nombre de Rayleigh.
- L'influence de l'allongement sur le nombre de Bejan est proportionnelle au nombre de Rayleigh et inversement proportionnel au coefficient d'irréversibilité.
- Pour le même allongement, la génération d'entropie due aux effets visqueux augmente avec le nombre de Rayleigh, et pour un nombre de Rayleigh donné, la génération d'entropie due aux effets visqueux augmente également avec l'allongement.

Une étude numérique de l'effet de l'allongement sur la convection naturelle d'un fluide (air) contenu dans une cavité rectangulaire avec des parois latérales partiellement actives, a été présentée par **N. Nithyadevi et col [18]**. La partie active de la paroi latérale gauche est à température élevée à celle de la paroi latérale droite. Les parois supérieur et inférieur ainsi que les parties inactives des parois latérales sont adiabatiques. Neuf positions relatives aux différentes zones actives sont considérées dans cette étude. Les équations sont discrétisées par la méthode des volumes finis, et les équations discrétisées sont résolues numériquement par la méthode itérative ainsi qu'une technique de relaxations successives. Les résultats sont obtenus pour des nombres de Grashof entre 10^3 et 10^5 . Les effets de l'allongement sur les champs dynamique et thermique ainsi que le taux de transfert thermique à partir des parois de la cavité sont présentés. Des différents résultats sont obtenus pour des différents emplacements des parties actives.

Yasin Varol et col[19] ont étudié numériquement, moyennant la méthode des différences finies, le phénomène de la convection naturelle dans une cavité carrée inclinée avec un point de chauffage dans un coin de la cavité. L'une des parois est isotherme mais sa température est plus froide que celle des réchauffeurs tandis que les parois restantes sont maintenues adiabatiques. L'étude a mis en exergue l'effet des différents groupements adimensionnels tels que le Nombre de Rayleigh $10^3 \leq Ra \leq 10^6$, le Nombre de Prandtl $0.07 \leq Pr \leq 70$, les longueurs adimensionnelles de réchauffeur dans les directions de x et de y , respectivement, $0.25 \leq hx \leq 0.75$; $0.25 \leq hy \leq 0.75$ et enfin l'angle d'inclination ϕ $0^\circ \leq \phi \leq 270^\circ$. Il a été constaté que le transfert thermique est maximum ou minimum selon la l'angle d'inclination et selon la longueur des réchauffeurs positionnés dans un coin de la cavité.

Mohamed A.Teamah [20] a étudié l'écoulement d'un fluide en convection naturelle double diffusive dans une cavité rectangulaire formée de deux parois adiabatiques (supérieures et inférieures), et de deux parois verticales portées à des températures et concentrations constantes. L'ensemble de la cavité est soumis à un champ magnétique uniforme qui est imposé dans la direction horizontale. Le régime de l'écoulement est considéré laminaire et permanent et le fluide est incompressible dont les propriétés physiques sont considérées constantes. Une mise sous forme adimensionnelle des équations de continuité, de mouvement, d'énergie et de masse a été effectuée. La résolution des équations est obtenue numériquement par la méthode des volumes finis et la solution du système d'équations discrétisé résultant est faite par

l'algorithme de Thomas (TDMA). Les résultats obtenus ont traité l'effet du nombre de Rayleigh, du coefficient de génération de la chaleur ou d'absorption et du nombre de Hartmann sur les lignes de courant, les isothermes, et les iso concentrations. L'évolution des nombres de Nusselt et de Sherwood moyens est aussi présentée et discutée pour différentes conditions paramétriques.

Belkacem Ould Said, Nouredine Retiel [21] ont présenté une étude dont l'objectif est la modélisation de la convection naturelle générée par l'écoulement d'un fluide visqueux incompressible dans une cavité confinée en forme de pyramide horizontale, chauffée par le bas et refroidie par les parois inclinées supérieures. Les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie sont résolues par le logiciel " Fluent " basé sur la méthode des volumes finis. Des résultats sont obtenus pour plusieurs valeurs du nombre de Rayleigh variant entre 10^3 et 10^6 pour différentes valeurs du rapport de forme de la pyramide et pour un nombre de Prandtl de 0,7. Ces résultats sont représentés sous forme d'isotherme et de ligne de courant dans la cavité. Le transfert de chaleur à travers les parois est déterminé en analysant la variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh.

La convection naturelle laminaire dans une cavité carrée bidimensionnelle de longueur latérale H générée par la présence de sources de chaleur discrètes sur les parois latérales verticales a été numériquement étudiée par **Qi-Hong Deng [22]**. L'étude s'est focalisée sur les effets de la taille des sources et des éviers et leur arrangement, sur les caractéristiques du flux de fluide et de transfert thermique. Les tailles des sources et des éviers étaient, respectivement, $H/4$ pour deux paires d'éviers de sources et $H/6$ pour trois paires –d'éviers de sources. L'arrangement des sources et des éviers change du séparé en des modes décalés, c.-à-d., placés d'abord séparément sur deux parois latérales, puis alternativement situées sur deux parois latérales, et finalement alternativement situées sur une paroi latérale. L'écoulement du fluide, le transfert thermique, et les caractéristiques du transport de la chaleur ont été illustrés par des lignes de courant et des isothermes. Le transfert thermique a été étroitement lié avec la turbulence dans la cavité. Quand les sources et les éviers ont été coupés en plus petits segments et/ou arrangés en mode décalé, le désordre dans la cavité augmente et par conséquent le transfert thermique a été augmenté.

GUESTAL Mabrouk [23] a étudié numériquement la convection naturelle laminaire dans une enceinte carrée avec chauffage partiel de la paroi inférieure et refroidissement des parois latérales. L'étude simule le cas d'une génération de chaleur accidentelle due à un incendie dans un bâtiment pour réacteur nucléaire ou dans une cabine de montage de composants électroniques. La source du feu est considérée comme étant située au niveau de la paroi inférieure avec différentes largeurs chauffées. Ce chauffage sera introduit soit sous forme d'une isotherme ou d'un flux uniforme. Aux fins de cette analyse, la longueur de la source va être variée de 20 % à 80 % de la largeur totale de la paroi inférieure. La paroi supérieure et la partie non chauffée de la paroi inférieure seront considérés comme adiabatiques, tandis que les parois latérales seront supposées isothermes. Les formes permanentes des équations de Navier-Stokes en deux dimensions et les équations de conservation de la masse et de l'énergie, seront résolues par la méthode des volumes finis. L'algorithme SIMPLE a été utilisé pour le couplage pression-vitesse. Le nombre de Rayleigh a été varié dans l'intervalle $10^3 - 10^6$. Les fonctions de courant et les isothermes seront présentées pour diverses combinaisons de Ra et de la longueur chauffée. Les résultats seront aussi présentés sous forme des Nombres de Nusselt local et moyen sur la paroi chauffée. Les corrélations seront mises au point pour prévoir les taux de transfert de chaleur vers l'enceinte en fonction de la longueur adimensionnelle de la paroi chauffée et du nombre de Rayleigh.

Jean Félix Durastanti et col [24] ont étudié la convection naturelle en régime stationnaire dans une cavité carrée, pour laquelle l'influence du nombre de Rayleigh est déterminante. Le problème a été abordé moyennant une méthode numérique originale basée sur la ré-analyse des équations de Navier Stokes. Le principe de cette méthode est de découpler les équations phénoménologiques des conditions aux limites par l'intermédiaire de variables d'interfaces afin d'obtenir un système de taille réduite permettant de traiter facilement une modification des conditions aux limites. Le nombre d'opérations nécessaire se trouve alors considérablement diminué par rapport à une résolution par les méthodes classiques.

Nat Kasayapanand [25] a procédé à la modélisation numérique de l'effet de champ électrique sur la convection naturelle dans les cavités carrées partiellement ouvertes. Les interactions entre le champ électrique, l'écoulement, et le champ thermique sont analysées en employant la technique de CFD (Computational Fluid Dynamic). Les résultats ont montré que la nature d'écoulement et taux de transfert thermique sont inversement proportionnelles au nombre de Rayleigh. Il a été constaté que le coefficient du transfert thermique est sensiblement

amélioré par la présence du champ électrique, particulièrement à la basse taille d'ouverture et à la position élevée d'ouverture. L'effet du nombre d'électrodes et l'angle d'inclinaison sur la structure de l'écoulement et le transfert thermique a été également étudié.

I.4. CONCLUSION :

Dans ce chapitre, des généralités sur le transfert de chaleur par convection naturelle dans les enceintes, en détaillant les différentes corrélations évaluant le transfert de chaleur dans les cavités rectangulaires horizontales, verticales et inclinées ont été abordées. Une synthèse des différentes études portant sur la convection naturelle dans les cavités a été présentée sous ces différents aspects paramétriques. Les résultats les plus importants qui ont découlé ont montré que la structure d'écoulement et le transfert de chaleur dépendent étroitement de la géométrie de la cavité, des conditions de fonctionnement et des paramètres de contrôle.

CHAPITRE II

MODELISATION MATHEMATIQUE

II.1. INTRODUCTION:

Ce chapitre est consacré à l'étude analytique de la convection naturelle dans une cavité fermée, et ceci en posant le système d'équations qui permettra de calculer les différentes grandeurs caractéristiques du fluide en tout point de la cavité (vitesse, pression et température).

II.2. DOMAINE PHYSIQUE :

Le domaine d'étude consiste en une cavité fermée, la géométrie étant bidimensionnelle de coordonnées cartésiennes. Les dimensions de la cavité sont sa longueur ℓ et sa largeur H . Nous allons dans ce qui suit présenter deux cas de figure portant sur deux géométries différentes avec une variété de conditions aux limites pour chaque cas: le premier cas est une cavité carrée et le second est une cavité rectangulaire allongée.

- **1^{er} cas : cavité fermée carrée** : La longueur de la cavité étant égale à sa hauteur, la plaque horizontale inférieure est portée à une température chaude T_c et la plaque supérieure est considérée comme étant adiabatique. Les deux plaques verticales délimitant ainsi la cavité sont portées à une température froide T_f inférieure à T_c (Figure II.1).

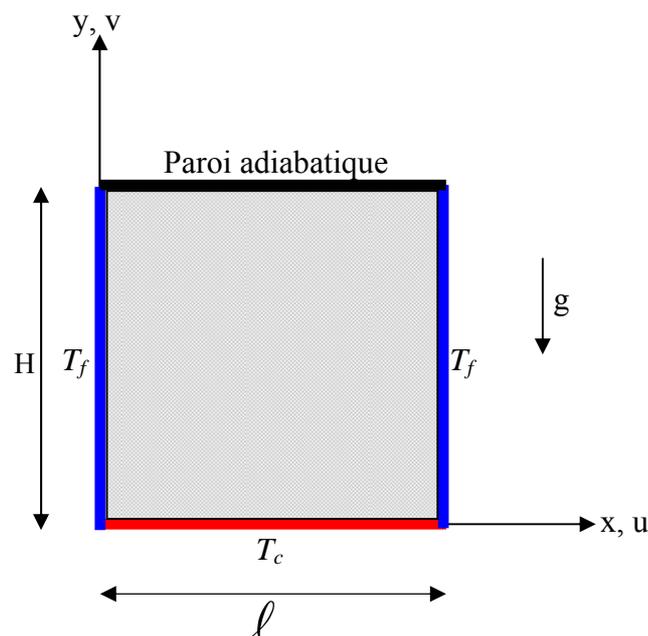


Fig II.1 : Géométrie du domaine physique- Cavité fermée carrée

- **2^{ème} cas : cavité fermée rectangulaire allongée** : Dans ce cas de figure le rapport entre la longueur de la cavité sur sa hauteur, qui est défini par le facteur de forme, est supérieur à l'unité. Les parois horizontales, inférieure et supérieure, délimitant la cavité sont portées à des températures constantes T_c et T_f , respectivement. La température de la paroi inférieure étant supérieure à celle de la paroi supérieure ($T_c > T_f$). Les parois verticales sont, quant à elles, maintenues adiabatiques (Figure II.2).

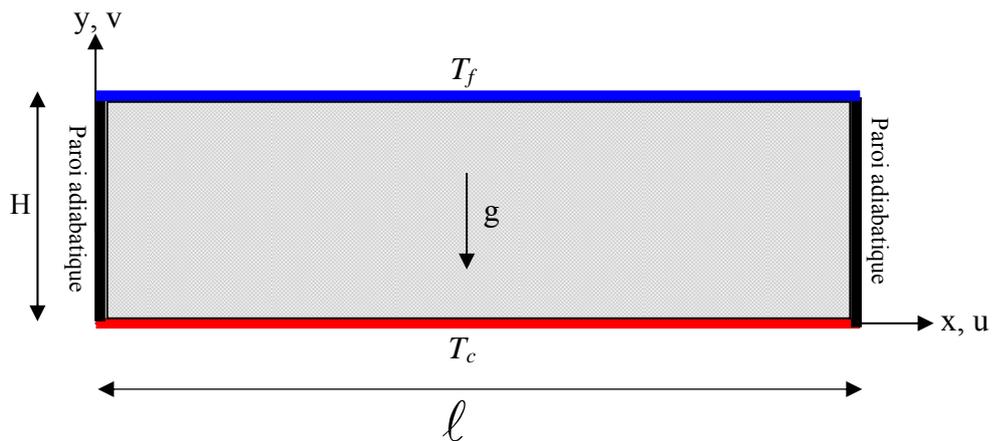


Fig II.2 : Géométrie du domaine physique- Cavité fermée rectangulaire allongée-

II.3. HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES:

Pour rendre possible la résolution du problème physique et afin de simplifier la modélisation de ce dernier, certaines hypothèses sur le régime d'écoulement, la nature du fluide, les champs dynamique et thermique, sont admises :

- Fluide newtonien et incompressible
- Ecoulement bidimensionnel en coordonnées cartésiennes
- Régime d'écoulement laminaire et permanent
- Absence de source interne de chaleur, de source de masse ou de réaction chimique
- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable
- La dissipation visqueuse est négligeable

Les propriétés thermo physiques du fluide à l'intérieure de la cavité sont constantes sauf pour la masse volumique dont les variations dues aux différences de températures engendrent le mouvement. On admet, à cet effet, l'approximation de **BOUSSINESQ** [10]:

$$\rho = \rho_0[1 - \beta(T - T_c)] \quad (\text{II.1})$$

Où β est le coefficient d'expansion volumique thermique, il est défini comme étant le rapport de la variation relative du volume v sur la variation de température t a pression constante p :

$$\beta = \frac{\partial v/v}{\partial t} = \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)_p \quad (\text{II.2})$$

Pour une unité de masse de fluide $v = \frac{1}{\rho}$, remplaçant cette expression dans l'expression de

β , on aura :

$$\beta = \rho \frac{\partial \left(\frac{1}{\rho} \right)}{\partial t} = \rho \frac{-\frac{\partial \rho}{\rho^2}}{\partial t}$$

Qu'on peut écrire :

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_p \quad (\text{II.3})$$

II.4. EQUATIONS GOUVERNANTES

En tenant compte des hypothèses simplificatrices, le système d'équations aux dérivées partielles est composé de l'équation de continuité, des équations de la quantité de mouvement et de l'équation d'énergie. Elles s'expriment en coordonnées cartésiennes, comme suit :

II.4.1. Equation de continuité :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.4})$$

II.4.2. Equations de la quantité de mouvement :

L'équation de mouvement suivant la direction x :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{-1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (\text{II.5})$$

L'équation de mouvement suivant la direction y :

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{-1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + g\beta(T - T_f) + \nu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] \quad (\text{II.6})$$

II.4.3. Equation de l'énergie :

$$\rho c \left[u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right] = k \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \quad (\text{II.7})$$

II.4.4. Conditions aux limites :

La solution du système d'équations non linéaires dépend essentiellement des conditions aux limites. Comme mentionné précédemment, nous avons considéré dans le présent travail deux cas de figure qui traitent deux aspects différents, l'un est lié à l'effet de la géométrie et l'autre est lié à l'effet des conditions aux limites et ce en prenant, pour chaque cas de figure, les conditions aux limites spécifiques :

1^{er} cas : cavité fermée carrée

- Au niveau des parois verticales gauche et droites, la condition de non glissement sur les vitesses est imposée pour le champ dynamique et la condition des parois isothermes froides pour le champ thermique :

$$u(x = 0, 0 < y < H) = v(x = 0, 0 < y < H) = 0 \quad (\text{II.8})$$

$$u(x = \ell, 0 < y < H) = v(x = \ell, 0 < y < H) = 0 \quad (\text{II.9})$$

$$T(x = 0, 0 < y < H) = T(x = \ell, 0 < y < H) = T_f \quad (\text{II.10})$$

- Au niveau de la paroi inférieure, le champ dynamique est caractérisé par la condition de non glissement et le champ thermique par la condition de paroi isotherme chaude :

$$u(0 < x < \ell, y = 0) = v(0 < x < \ell, y = 0) = 0 \quad (\text{II.11})$$

$$T(0 < x < \ell, y = 0) = T_c \quad (\text{II.12})$$

- Quand à la paroi horizontale supérieure, les conditions de non glissement et de paroi adiabatique sont imposées pour le champ dynamique et thermique, respectivement :

$$u(0 < x < \ell, y = H) = v(0 < x < \ell, y = H) = 0 \quad (\text{II.13})$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{(0 < x < \ell, y = H)} = 0 \quad (\text{II.14})$$

2^{eme} cas : cavité fermée rectangulaire allongée

- Au niveau de la paroi horizontale inférieure, la paroi est portée à une température constante chaude et les deux composantes de la vitesse, longitudinale et transversale sont nulles :

$$u(0 < x < \ell, y = 0) = v(0 < x < \ell, y = 0) = 0 \quad (\text{II.15})$$

$$T(0 < x < \ell, y = 0) = T_c \quad (\text{II.16})$$

- Pour les parois verticales (gauche et droite), les conditions aux limites pour le champ dynamique sont de type Dirichlet (condition de non glissement) et de type Newman pour le champ thermique (parois adiabatiques) :

$$u(x = 0, 0 < y < H) = v(x = 0, 0 < y < H) = 0 \quad (\text{II.17})$$

$$u(x = \ell, 0 < y < H) = v(x = \ell, 0 < y < H) = 0 \quad (\text{II.18})$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{(x=0, 0 < y < H)} = \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{(x=\ell, 0 < y < H)} = 0 \quad (\text{II.19})$$

- La paroi horizontale supérieure, les conditions aux limites à ce niveau sont de type Dirichlet pour le champ dynamique (condition de non glissement) et thermique (paroi isotherme) :

$$u(0 < x < \ell, y = H) = v(0 < x < \ell, y = H) = 0 \quad (\text{II.20})$$

$$T(0 < x < \ell, y = H) = T_f \quad (\text{II.21})$$

II.5. LA MISE EN FORME ADIMENSIONNELLES DES EQUATIONS :

II.5.1. Variables adimensionnelles :

L'emploi des variables adimensionnelles dans les équations gouvernantes permet une généralisation des résultats et par conséquent une large utilisation et ce indépendamment du système d'unités de mesure utilisé. Pour ramener les équations précédentes à une forme adimensionnelle, il est nécessaire de définir des changements de variables suivants [10] :

$$X = \frac{x}{H}, Y = \frac{y}{H}, \theta = \frac{T - T_f}{T_c - T_f} \quad \text{d'où } T = (T_c - T_f)\theta + T_f$$

$$U = \frac{uH}{\alpha}, \quad V = \frac{vH}{\alpha}, \quad P = \frac{pH^2}{\rho\alpha^2}, \quad L = \frac{\ell}{H}$$

$$\text{Avec : } \alpha = \frac{k}{\rho \cdot C_p}$$

En portant les changements de variables ci-dessus dans les équations gouvernantes précédentes, on obtient :

II.5.2. Equations de continuité:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (\text{II.22})$$

II.5.3. Equation du mouvement suivant X :

$$\frac{\alpha}{H} U \frac{\partial(\frac{\alpha}{H} U)}{\partial(XH)} + \frac{\alpha}{H} V \frac{\partial(\frac{\alpha}{H} U)}{\partial(YH)} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\frac{\rho\alpha^2 P}{H^2})}{\partial(XH)} + \nu \left[\frac{\partial^2(\frac{\alpha}{H} U)}{\partial(HX)^2} + \frac{\partial^2(\frac{\alpha}{H} U)}{\partial(HY)^2} \right]$$

Soit :

$$\frac{\alpha}{H^3} U \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\alpha}{H^3} V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\rho \alpha^2}{H^3} \frac{\partial P}{\partial X} + \nu \frac{\alpha}{H^3} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right]$$

Après simplifications on obtient :

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left[\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] \quad (II.23)$$

II.5.4. Equation du mouvement suivant Y:

En portant les changements de variables dans l'équation (II.6), on aura :

$$\frac{\alpha}{H} U \frac{\partial(\frac{\alpha V}{H})}{\partial(XH)} + \frac{\alpha}{H} V \frac{\partial(\frac{\alpha V}{H})}{\partial(YH)} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\frac{\rho \alpha^2 P}{H^2})}{\partial(YH)} + \nu \cdot \left[\frac{\partial^2(\frac{\alpha V}{H})}{\partial(HX)^2} + \frac{\partial^2(\frac{\alpha V}{H})}{\partial(HY)^2} \right] + g\beta(T_c - T_f)\theta$$

En multipliant et divisant le terme $g\beta(T_c - T_f)\theta$ par ν^2 et après arrangement on obtient:

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left[\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right] + Ra \cdot Pr \cdot \theta \quad (II.24)$$

Avec :

$$G_r = \frac{g\beta(T_c - T_f)H^3}{\nu^2} : \text{Nombre de Grashof}$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} : \text{Nombre de Prandtl}$$

$$Ra = G_r * Pr : \text{Nombre de Rayleigh}$$

II.5.5. Equation d'énergie :

$$\frac{\alpha U}{H} \frac{(T_c - T_f)}{H} \frac{\partial \theta}{\partial X} + \frac{\alpha V}{H} \frac{(T_c - T_f)}{H} \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\alpha (T_c - T_f)}{H^2} \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right]$$

La forme finale de l'équation d'énergie sous sa forme adimensionnelle est donnée comme suit :

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \quad (\text{II.25})$$

II.5.6. Conditions aux limites adimensionnelles :

Les équations (II.8) à (II.21) représentant les conditions aux limites vont s'exprimer sous la forme adimensionnelle en adoptant les mêmes changements de variables, on obtient à cet effet :

1^{er} cas : cavité fermée carrée**Paroi verticale gauche:**

$$U(X = 0, 0 < Y < 1) = V(X = 0, 0 < Y < 1) = 0 \quad (\text{II.26})$$

$$\theta(X = 0, 0 < Y < 1) = 0 \quad (\text{II.27})$$

Paroi verticale droite :

$$U(X = L, 0 < Y < 1) = V(X = L, 0 < Y < 1) = 0 \quad (\text{II.30})$$

$$\theta(X = L, 0 < Y < 1) \quad (\text{II.31})$$

Paroi horizontale inférieur:

$$U(0 < X < L, Y = 0) = V(0 < X < L, Y = 0) = 0 \quad (\text{II.31})$$

$$\theta(0 < X < L, Y = 0) = 1 \quad (\text{II.32})$$

Paroi horizontale supérieure:

$$U(0 < X < L, Y = 1) = V(0 < X < L, Y = 1) = 0 \quad (\text{II.33})$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y}(0 < X < L, Y = 1) = 0 \quad (\text{II.34})$$

2^{ème} cas : cavité fermée rectangulaire allongée

Paroi horizontale inférieure:

$$U(0 < X < L, Y = 0) = V(0 < X < L, Y = 0) = 0 \quad (\text{II.35})$$

$$\theta(0 < X < L, Y = 0) = 0 \quad (\text{II.36})$$

Paroi horizontale supérieure :

$$U(0 < X < L, Y = 1) = V(0 < X < L, Y = 1) = 0 \quad (\text{II.37})$$

$$\theta(0 < X < L, Y = 1) = 0 \quad (\text{II.38})$$

Paroi verticale gauche:

$$U(X = 0, 0 < Y < 1) = V(X = 0, 0 < Y < 1) = 0 \quad (\text{II.39})$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y}(X = 0, 0 < Y < 1) = 0 \quad (\text{II.40})$$

Paroi verticale droite :

$$U(X = L, 0 < Y < 1) = V(X = L, 0 < Y < 1) = 0 \quad (\text{II.41})$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y}(X = L, 0 < Y < 1) = 0 \quad (\text{II.42})$$

Cette mise sous forme adimensionnelle a permis la mise en évidence des paramètres de contrôle qui caractérisent le problème étudié à savoir les nombres de Grashof, le nombre de Prandtl et le nombre de Rayleigh.

II.6. CALCUL DU NOMBRE DE NUSSOLT :

Afin de mieux évaluer les transferts de chaleur à travers les parois délimitant la cavité, nous allons définir les nombres de Nusselt (locaux et moyens) au niveau de chaque paroi concerné par l'échange de chaleur, pour les deux cas de figures considérés [28] :

1^{er} cas : cavité fermée carrée :

- **Paroi horizontale inférieure :**

Comme à l'interface ($Y=0$) la chaleur s'écoule seulement par conduction de la paroi chaude vers le fluide, densité du flux de chaleur (q) peut être calculée à partir de l'équation suivante (loi de Fourier):

$$q = -k \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (\text{II.43})$$

Le signe (-) signifie que quand le gradient de température est négatif, le transfert de chaleur se fait dans le sens positif, c'est-à-dire dans le sens de la diminution de la température.

La quantité de chaleur transmise par convection entre la paroi solide (paroi horizontale inférieure) et le fluide adjacent peut être exprimée au moyen de l'équation suivante :

$$q' = h(T_c - T_f) \quad (\text{II.44})$$

En égalant terme à terme les équations (II.43) et (II.44), on obtient l'expression de coefficient du transfert convectif, donnée par :

$$h = \frac{-k \frac{\partial T}{\partial y}(0 < x < l, y = 0)}{(T_c - T_f)} \quad (\text{II.45})$$

Le nombre de Nusselt local est obtenu en combinant le coefficient d'échange de chaleur convectif h , la longueur caractéristique H et la conductivité thermique du fluide k , sous la forme suivante :

$$\text{Nu}_c = \frac{hH}{k} = - \frac{H \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}}{(T_c - T_f)} \quad (\text{II.46})$$

En faisant intervenir les variables adimensionnelles, définies dans le paragraphe II.5.1, dans l'équation (II.46), on obtient :

$$\text{Nu}_c = - \frac{(T_c - T_f) \frac{H}{H} \frac{\partial \theta}{\partial Y}(0 < X < L, Y = 0)}{(T_c - T_f)}$$

Après arrangement, on obtient l'expression de nombre de Nusselt local le long de la plaque horizontale inférieure, exprimé moyennant les variables adimensionnelles :

$$\text{Nu}_c = -\frac{\partial\theta}{\partial Y}(0 < X < L, Y = 0) \quad (\text{II.47})$$

Le nombre de NUSSELT moyen le long de la plaque horizontale inférieure est donné par :

$$\overline{\text{Nu}}_c = \frac{1}{L} \int_0^L \text{Nu}_c \, dx \quad (\text{II.48})$$

- **La paroi verticale gauche:**

Le nombre de Nusselt local le long de la plaque verticale gauche, sous sa forme adimensionnelle est donnée par :

$$\text{Nu}_g = -\frac{\partial\theta}{\partial X}(X = 0, 0 < Y < 1) \quad (\text{II.49})$$

Le nombre de Nusselt moyen est donnée par :

$$\overline{\text{Nu}}_g = \frac{1}{H} \int_0^H \text{Nu}_g \, dY \quad (\text{II.50})$$

Paroi verticale droite :

Le nombre de Nusselt local le long de la plaque verticale droite, sous sa forme adimensionnelle est donnée par :

$$\text{Nu}_d = -\frac{\partial\theta}{\partial X}(X = L, 0 < Y < H) \quad (\text{II.51})$$

Le nombre de Nusselt moyen est donnée par :

$$\overline{\text{Nu}}_d = \frac{1}{H} \int_0^H \text{Nu}_d \, dY \quad (\text{II.52})$$

2^{ème} cas : cavité fermée rectangulaire allongée :

En suivant le même raisonnement, les nombres de Nusselt pour les deux plaques concernées par le transfert de chaleur à savoir les plaques horizontales, sont données comme suit :

Paroi horizontale inférieur :

$$\text{Nu}_c = -\frac{\partial\theta}{\partial Y}(0 < X < L, Y = 0) \quad (\text{II.53})$$

Le nombre de Nusselt moyen le long de la plaque horizontale inférieur est exprimé par :

$$\overline{\text{Nu}}_c = \frac{1}{L} \int_0^L \text{Nu}_c \, dx \quad (\text{II.54})$$

Paroi horizontale supérieur :

$$\text{Nu}_f = -\frac{\partial \theta}{\partial Y} (0 < X < L, Y = H) \quad (\text{II.51})$$

Le nombre de Nusselt moyen le long de la plaque horizontale supérieur est exprimé par :

$$\overline{\text{Nu}}_f = \frac{1}{L} \int_0^L \text{Nu}_f \, dx \quad (\text{II.52})$$

II.7. EVALUATION DE LA FONCTION DE COURANT :

Le mouvement de fluide (lignes de courant) peut être montré en utilisant la fonction de courant ψ obtenus a partir des composantes de la vitesse. Elle est donnée pour un écoulement bidimensionnel comme suit:

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial Y} \quad , \quad V = -\frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (\text{II.53})$$

Des valeurs de ψ positives signifient que l'écoulement est dans le sens trigonométrique par contre aux valeurs négatives, l'écoulement se fait dans le sens antitrigonométrique.

L'évaluation de la fonction de courant se fait par integral numerique

II.8. CONCLUSION :

Le phénomène physique a été décrit mathématiquement par les différentes équations de conservation. Une mise sous une forme adimensionnelle de ces équations a été adoptée permettant ainsi de dégager quelques groupements adimensionnels : nombre de Prandtl, nombre de Grashof, nombre de Rayleigh, qui servent des paramètres de contrôle pour les différents cas de figures.

CHAPITRE III :

MODELISATION NUMERIQUE

III.1. INTRODUCTION :

La non linéarité et le couplage des équations aux dérivées partielles décrivant la convection naturelle dans une cavité fermée, obtenues dans le chapitre précédent, rend la résolution analytique des plus ardues, sauf pour des cas simplifiés. Pour cette raison, une approche numérique s'impose afin de ramener les équations aux dérivées partielles à un système d'équations algébriques moyennant une méthode de discrétisation. Nous avons porté notre choix sur la méthode des volumes finis, que nous détaillerons le long de ce chapitre.

III.1. PRESENTATION GENERALE DE LA METHODE DES VOLUMES FINIS :

III.2.1. Description :

La méthode des volumes finis, décrites par Patankar 1980 [27], a été parmi les premières méthodes à atteindre un stade de développement avancé dans la résolution des problèmes liés à la mécanique des fluides. C'est une méthode semi intégrale qui consiste à fractionner le domaine physique en un nombre de volumes dits **volumes finis** (volumes de contrôle), ensuite d'intégrer les équations de conservation dans chaque volume. Le résultat de cette intégration, est l'obtention des équations algébriques, dites équations discrétisées [28]. La réunion de tous les volumes de contrôle couvre l'ensemble du domaine de calcul. Cette propriété fondamentale va permettre la mise en évidence des propriétés de conservation des flux locaux et globaux.

III.2.2. Forme générale des équations gouvernantes :

Les équations aux dérivées partielles adimensionnelles (équations II.22—II.25) régissant les phénomènes physiques, peuvent se mettre sous une forme générale qui les regroupera en une seule équation de type convection diffusion de la forme suivante :

$$\frac{\partial}{\partial X}(U\varphi) + \frac{\partial}{\partial Y}(V\varphi) = \frac{\partial}{\partial X}\left(\Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial X}\right) + \frac{\partial}{\partial Y}\left(\Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial Y}\right) + S_c + S_p \quad (\text{III.1})$$

Avec : φ est la variable dépendante qui peut correspondre, dans notre cas, aux vitesses longitudinale et transversale et à la température. Γ : est le coefficient de diffusion qui représente les propriétés thermo physiques du fluide qui, dans notre cas, s'exprime en fonction des paramètres adimensionnels et S_c : représente le terme source qui diffère d'une équation à une autre. Nous allons récapituler dans le tableau ci après les différentes valeurs de ces trois paramètres en fonction de l'équation considérée :

Equation	φ	Γ	S_c	S_p
Continuité	1	0	0	0
Quantité de mouvement suivant X	U	Pr	$-\frac{\partial P}{\partial X}$	0
Quantité de mouvement suivant Y	V	Pr	$-\frac{\partial P}{\partial Y} + \text{Pr. Ra. } \theta$	0
Energie	θ	1	0	0

Tbaleau III.1 : Valeurs des paramètres définissant l'équation de convection diffusion

III.2.3.Maillage :

La phase du maillage consiste à diviser le domaine d'étude en petits volumes appelés « **volumes de contrôle** » ou « **mailles** » sur lesquels les différentes équations de conservation seront écrites. Le centre de chaque volume est placé exactement au milieu de la maille correspondante. Les facettes des volumes de contrôle (mailles) doivent coïncider avec les limites physiques du domaine physique ainsi qu'avec les positions pour lesquelles un traitement spécial est nécessaire (conditions aux limites).

Pour une maille principale de centre **P**, on notera **W** (ouest), **E** (est), **N** (nord) et **S** (sud) les nœuds principaux des mailles voisines, et (w, e, n et s) les facettes (interfaces) de la maille considérée. Un élément de volume est représenté sur la figure (III.1). Dans la présente étude, nous avons opté pour un maillage bidimensionnel, cartésien et régulier (toutes les mailles sont identiques).

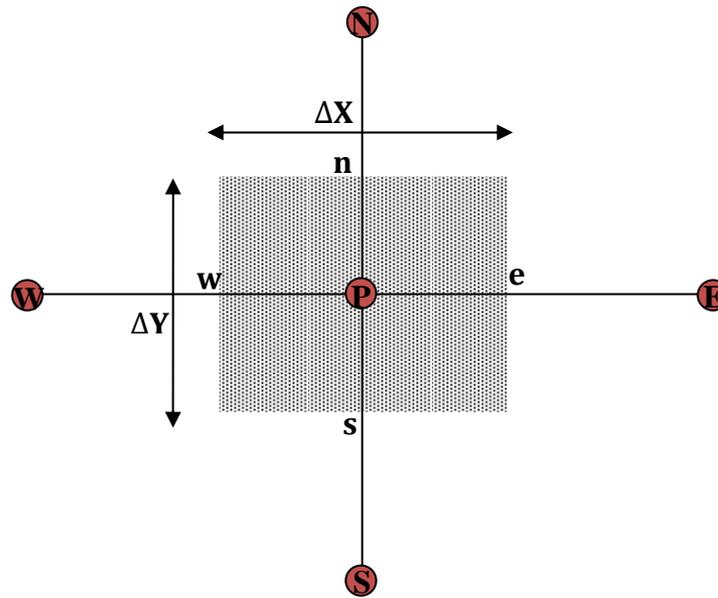


Fig.III.1 : volume de contrôle principal

III.2.4. Notion du maillage décalé :

Indépendamment de la géométrie des mailles, il existe deux grandes catégories de maillage utilisées dans la méthode des volumes finis, relatives au stockage des grandeurs calculées. Le maillage principal (non décalé) et le maillage décalé. Le maillage principal consiste à évaluer toutes les grandeurs scalaires et vectorielles au même endroit (nœud principal), cette configuration peut présenter quelques inconvénients en obtenant une solution numérique spatialement oscillatoire (distribution en damier des composantes de la vitesse), qui peut satisfaire l'équation de continuité et qui réellement n'a aucun sens physique. Pour y remédier à cette insuffisance, une autre approche est largement utilisée, communément appelée maillage décalé, et consiste à évaluer les composantes de la vitesse au niveau des facettes du volume de contrôle en les décalant d'une demi maille. Ce décalage peut être effectué soit en amont ou en aval du maillage principal, dans les deux directions longitudinale et transversale. La figure III.2 illustre un décalage du maillage dans la direction longitudinale. Des configurations plus complètes seront détaillées dans la suite de ce chapitre en abordant la discrétisations des différentes équations de conservation.

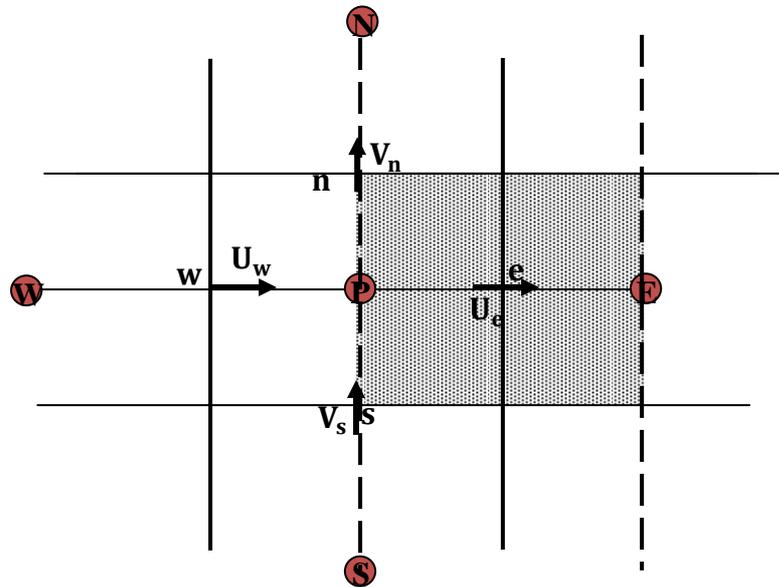


fig.III.2 : volume de contrôle décalé dans la direction X

III.3. DISCRETISATION DES EQUATIONS:

La phase de discrétisation consiste essentiellement à intégrer les équations aux dérivées partielles au niveau de chaque volume de contrôle constituant le maillage, pour donner lieu à un problème discret [28]. Les équations ainsi que les conditions aux limites sont approchées par des équations et conditions discrètes. Physiquement, la température et la pression sont des grandeurs scalaires faciles à calculer en un point, contrairement à la vitesse est plutôt liée à un flux (que l'on considérera constant) à travers une facette. Vues les hypothèses effectuées (grandeurs et flux constants), il conviendra de prendre des maillages suffisamment petits de façon à ce que les moyennes effectuées soient représentatives. Nous allons dans ce qui suit, définir une formulation générale de la méthode de discrétisation en adoptant la notion de densité de flux tel que détaillé par Patankar [27].

III.3.1. Notion de la densité de flux :

Dans le cas d'une étude à une dimension de l'espace, le maillage est constitué d'une droite subdivisée en un nombre fini de segments réguliers. Ceux-ci constituent les volumes de contrôle dans le cas unidimensionnel. Comme le montre la figure (III.3), nous donnons l'exemple d'un maillage comprenant trois volumes de contrôle.

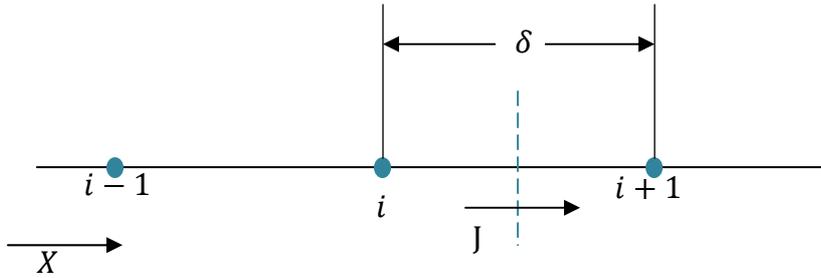


fig III.3 : la densité de flux entre deux points

On définit la densité de flux J traversant une facette entre deux nœuds (i) et ($i+1$) distant de δ comme le montre la figure (III.3) ci-dessus, Comme étant la somme du flux convectif ($\rho U\varphi$) et le flux diffusif ($-\Gamma \frac{d\varphi}{dx}$), C'est-à-dire :

$$J = \rho U\varphi - \Gamma \frac{d\varphi}{dx} \quad (III.2)$$

$$\frac{dJ}{dx} = \frac{d(\rho U\varphi)}{dx} - \frac{d(\Gamma \frac{d\varphi}{dx})}{dx} = 0 \quad (III.3)$$

Car d'après l'équation de continuité on a $\frac{d(U\varphi)}{dx} = 0$ Et aussi $\frac{d(U\varphi)}{dx} = \frac{d(\Gamma \frac{d\varphi}{dx})}{dx}$ d'après l'équation générale de conservation.

En multipliant l'équation (III.2) par $(\frac{\delta}{\Gamma})$, elle devient :

$$j = J \frac{\delta}{\Gamma} = P_e \varphi - \frac{d\varphi}{d(\frac{x}{\delta})} \quad (III.4)$$

Où $P_e = \frac{\rho U \delta}{\Gamma}$: est le nombre de PECLLET

La valeur de φ à l'interface est peut être donnée par interpolation [27]

$$\alpha \varphi_i + (1 - \alpha) \varphi_{i+1} \quad \text{Et} \quad \frac{d\varphi}{d(\frac{x}{\delta})} = \beta (\varphi_{i+1} - \varphi_i)$$

Avec α et β sont des coefficients sans dimension qui dépend de P_e .

On peut mettre l'équation (III.4) sous la forma suivante :

$$j = B\varphi_i - A\varphi_{i+1} \quad (III.5)$$

Avec

$$A = P_e \alpha - P_e + \beta = \frac{P_e}{\exp(P_e) - 1} \quad (\text{III.6})$$

Et

$$B = P_e \alpha + \beta = \frac{P_e \exp P_e}{\exp P_e - 1} \quad (\text{III.7})$$

Ce qui donne:

$$B = A + P_e \quad (\text{III.7.a})$$

Et

$$\begin{cases} B(P_e) = A(-P_e) \\ A(P_e) = B(-P_e) \end{cases}$$

Pour les valeurs positives et négatives de P_e on peut écrire :

$$A(P_e) = A(|P_e|) + \max(-P_e, 0) \quad (\text{III.8})$$

$$B(P_e) = A(|P_e|) + \max(P_e, 0) \quad (\text{III.9})$$

La fonction $A(|P_e|)$ peut prendre différentes expressions. Cinq schémas ont été cités par Patankar (1980) qui représentent l'approximation de flux convectifs au niveau des interfaces des volumes de contrôle, ils sont résumés dans le tableau suivant :

Schéma	La fonction A ($ P_e $)
Centré	$1 - 0.5(P_e)$
Amont	1
Hybride	$\max(0, 1 - 0.5(P_e))$
Loi de puissance	$\max(0, (-0.1(P_e)^5))$
Exponentiel (exacte)	$ P_e / [\exp(P_e) - 1]$

Tableau III.2: Expressions des différents schémas d'approximation des flux convectifs

Dans le présent travail, le choix du schéma d'approximation des flux convectifs s'est porté sur le schéma amont. Dans ce cas la fonction $A(|P_e|)$ prend la valeur unité, cette formulation est très facile à mettre en oeuvre et par conséquent permet un gain considérable dans le temps de calcul. Le schéma amont consiste en une approximation des flux convectifs aux interfaces des volumes de contrôle, de sorte à ce que la valeur de la variable à l'interface soit égale à la valeur du nœud amont adjacent, la position de l'interface par rapport au nœud est déterminée par la direction de l'écoulement.

En procédant à la soustraction des termes $P_e \varphi_i$ puis $P_e \varphi_{i+1}$, respectivement, de l'équation (III.5) et en faisant intervenir l'équation (III.7.a), on obtient les deux équations suivantes :

$$j - P_e \varphi_i = A(\varphi_i - \varphi_{i+1}) \quad (\text{III.10.a})$$

$$j - P_e \varphi_{i+1} = B(\varphi_i - \varphi_{i+1}) \quad (\text{III.10.b})$$

En reprenant l'équation (III.10.a) pour l'appliquer au niveau des interfaces e et w du volume de contrôle, on obtient:

$$j_e - P_e \varphi_P = A(P_e)(\varphi_P - \varphi_E)$$

En remplaçant la fonction $A(|P_e|)$ par son expression donnée par l'équation (III.8), on obtient :

$$j_e - P_e \varphi_P = [A(|P_e|) + \max(-P_e, 0)](\varphi_P - \varphi_E) \quad (\text{III.11})$$

Et de même :

$$j_w - P_{e_w} \varphi_P = A(P_{e_w})(\varphi_W - \varphi_P)$$

$$j_w - P_{e_w} \varphi_P = [A(|P_{e_w}|) + \max(-P_{e_w}, 0)] (\varphi_W - \varphi_P) \quad (\text{III.12})$$

Une forme plus compacte de ces équations est possible en multipliant les équations (III.11) et (III.12) par les coefficients de diffusion D_e et D_w , respectivement, tout en sachant que par définition, le nombre de Peclet est le rapport entre le coefficient de convection et celui de diffusion $P_e = F/D$, on obtient à cet effet :

$$J_e - F_e \varphi_P = D_e \cdot [A(|P_{e_e}|) + \max(-F_e, 0)](\varphi_P - \varphi_E) \quad (\text{III.13.a})$$

$$J_w - F_w \varphi_P = D_w [A(|P_{e_w}|) + \max(-F_w, 0)](\varphi_W - \varphi_P) \quad (\text{III.13.b})$$

Pour une formulation en bidimensionnelle, les coefficients de diffusion, en tenant compte des interfaces nord et sud, en plus de celles relatives aux frontières est et ouest, sont donnés par les expressions suivantes :

$$D_e = \frac{\Delta Y.P_r}{X_{PE}}, \quad D_w = \frac{\Delta Y.P_r}{X_{PW}}, \quad D_n = \frac{\Delta X.P_r}{Y_{PN}}, \quad D_s = \frac{\Delta X.P_r}{Y_{PS}}$$

En adoptant le même raisonnement que les équations (III.13), on obtient pour les interfaces nord et sud les équations suivantes :

$$J_n - F_n \varphi_P = D_n [A(|P_{e_n}|) + \max(P_{e_n}, 0)] (\varphi_P - \varphi_N) \tag{III.13.c}$$

$$J_s - F_s \varphi_P = D_s [A(|P_{e_s}|) + \max(-P_{e_s}, 0)] (\varphi_P - \varphi_S) \tag{III.13.d}$$

III.3.2. Discrétisation de l'équation de continuité :

Le bilan de la conservation de la masse sur un volume de contrôle est traduit comme étant un bilan des flux convectifs à travers les facettes du volume de contrôle, comme l'illustre la figure (III.4).

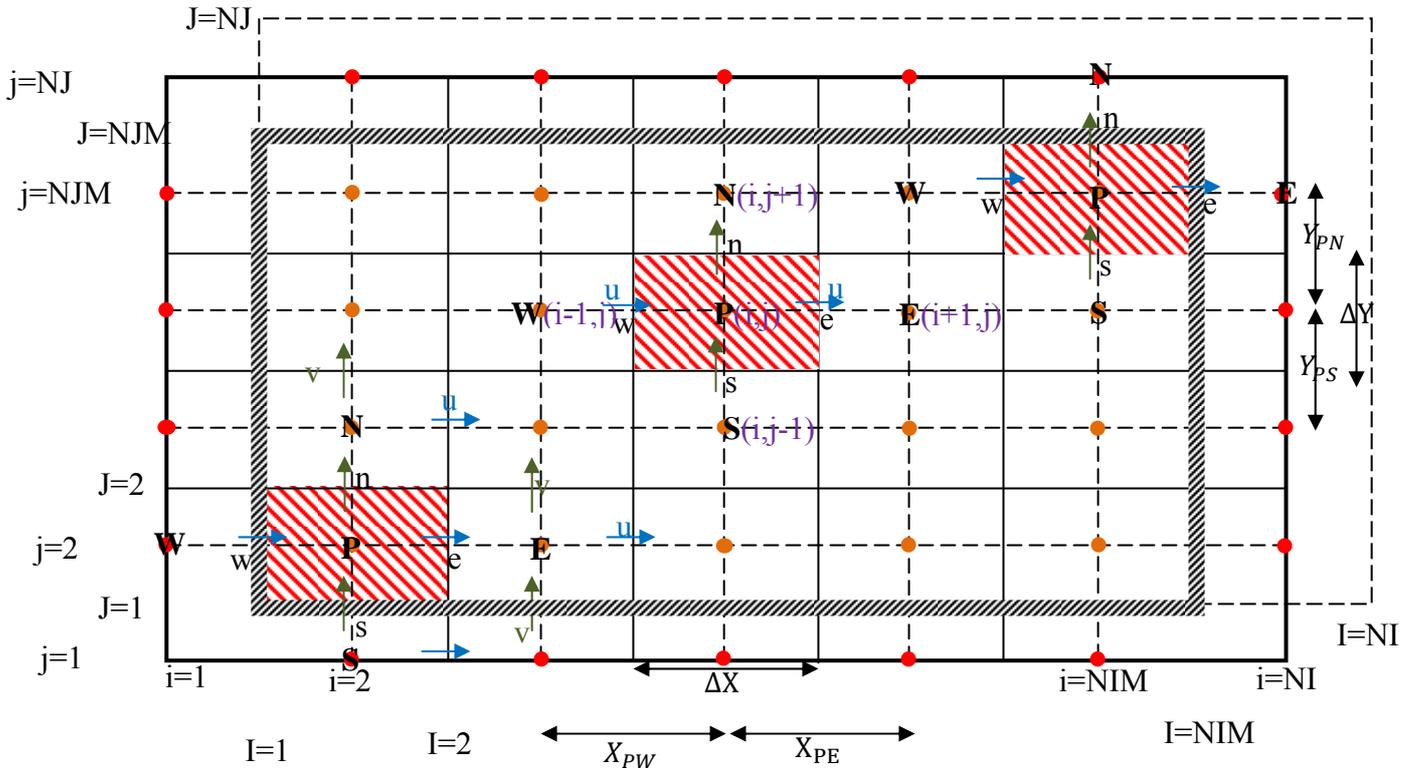


Fig (III.4) : maillage principal pour les grandeurs scalaires.

Cette figure montre le maillage principal où sont évaluées les grandeurs scalaires (pression, température,...), il est à noter que les vitesses sont évaluées au niveau des interfaces des volumes de contrôle, donc dans des positions décalées par rapport aux positions des points nœuds. Cette disposition va permettre d'évaluer directement les valeurs des composantes de la vitesse, sans pour autant procéder à une quelconque interpolation.

L'intégration de l'équation de continuité, définie dans le chapitre précédent, sur le volume de contrôle, défini sur la figure (III.4), donne :

$$\int_w^e \int_s^n \left[\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} \right] dX dY = 0 \quad (\text{III.14})$$

En développant cette intégrale, on aura :

$$\Delta Y(U_e - U_w) + \Delta X(V_n - V_s) = 0 \quad (\text{III.15})$$

Les flux convectifs à travers les facettes des volumes de contrôle sont définis comme suit:

$$F_e = \Delta Y(U_e) \quad (\text{III.16.a})$$

$$F_w = \Delta Y(U_w) \quad (\text{III.16.b})$$

$$F_n = \Delta X(V_n) \quad (\text{III.16.c})$$

$$F_s = \Delta X(V_s) \quad (\text{III.16.d})$$

En portant les expressions ci-dessus dans l'équation (III.15), on obtient ainsi l'équation de conservation de la masse en fonction des flux convectifs à travers les facettes du volume de contrôle :

$$(F_e - F_w) + (F_n - F_s) = 0 \quad (\text{III.17})$$

Cette équation, en plus de sa contribution dans l'établissement et la simplification de l'équation de correction de pression, présente l'avantage d'être utilisée comme moyen de contrôle de la viabilité des résultats. Elle est souvent utilisée comme l'un des critères de convergence (conservation de la masse). L'évaluation de cette équation repose essentiellement sur l'évaluation des flux convectifs à travers les facettes, donc les vitesses horizontales et verticales. C'est pour cette raison qu'on définit deux autres maillages décalés par rapport au maillage principal; un pour la composante de la vitesse horizontale et l'autre pour la composante verticale.

III.3.3. Discrétisation de l'équation du mouvement suivant X :

La discrétisation de l'équation de mouvement suivant la direction longitudinale se fera sur un sur maillage décalé d'une demi maille, comme le montre la figure (III.5). Les positions sur lesquelles les vitesses longitudinales seront évaluées sont considérées, dans ce cas, comme les points nodaux et qui dans le maillage principale (pour les grandeurs scalaires) étaient positionnées sur les interfaces des volumes de contrôle.

L'Intégration de l'équation de la quantité de mouvement suivant la direction X, définie dans le chapitre précédent, sur le volume de contrôle considéré sur la figure (III.5), conduit à :

$$\int_w^e \int_s^n \left[U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right] dX dY = - \int_w^e \int_s^n \frac{\partial P}{\partial X} dX dY + \int_w^e \int_s^n Pr \left[\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] dX dY \quad (III.18)$$

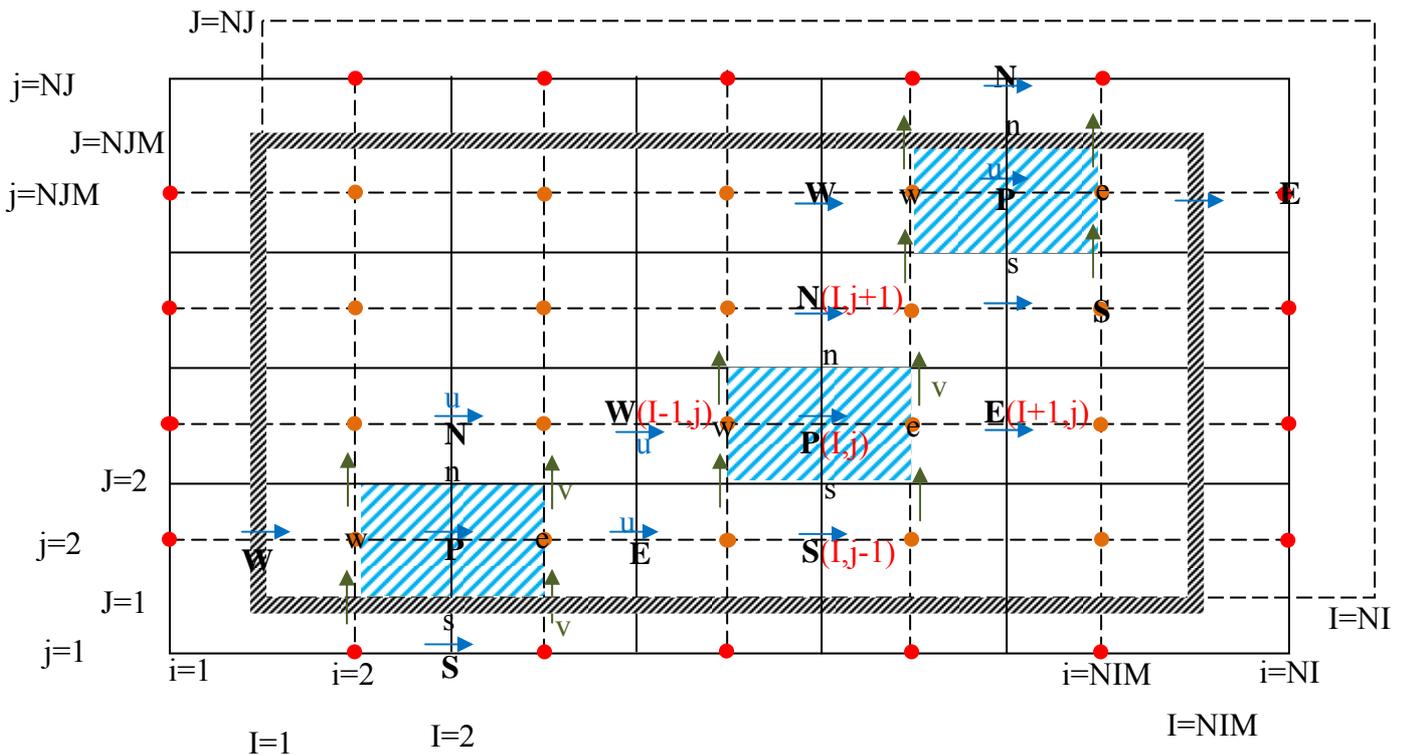


Fig (III .5) : maillage décalé en U

En arrangeant de façon adéquate l'équation précédente afin de faire apparaître les expressions des densités de flux, on obtient à cet effet :

$$\int_w^e \int_s^n \left[U \frac{\partial U}{\partial X} - Pr \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \right] dX dY + \int_w^e \int_s^n \left[V \frac{\partial U}{\partial Y} - Pr \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] dX dY = - \int_w^e \int_s^n \frac{\partial P}{\partial X} dX dY \quad (III.19)$$

On constate à travers cette mise en forme que les densités de flux peuvent s'écrire :

$$J_X = U \cdot U - P_r \frac{\partial U}{\partial X} \quad \text{et} \quad J_Y = V \cdot U - P_r \frac{\partial U}{\partial Y}$$

En portant ces expressions dans l'équation (III.19), on aura :

$$\int_w^e \int_s^n \frac{\partial J_X}{\partial X} dX dY + \int_w^e \int_s^n \frac{\partial J_Y}{\partial Y} dX dY = - \int_w^e \int_s^n \frac{\partial P}{\partial X} dX dY \quad (\text{III.20})$$

En développant cette intégrale, on obtient :

$$\Delta Y (J_e - J_w) + \Delta X (J_n - J_s) = \Delta Y (P_w - P_e) \quad (\text{III.21})$$

En faisant entrer ΔX et ΔY à l'intérieure, l'équation (III.21) se met sous la forme :

$$(j_e - j_w) - (j_n - j_s) = \Delta Y (P_w - P_e) \quad (\text{III.22})$$

En multipliant l'équation (III.17) par U_P et la soustrayant de l'équation (III.22), on aura :

$$(j_e - F_e U_P) - (j_w - F_w U_P) + (j_n - F_n U_P) - (j_s - F_s U_P) = \Delta Y (P_w - P_e) \quad (\text{III.23})$$

On constate à travers l'équation (III.23), qu'il y a une analogie avec les équations (III.13), en remplaçant la variable générale (φ) par (U), on obtient:

$$(j_e - F_e U_P) = [D_e(A|P_{e_e}|) + \max(-F_e, 0)](U_P - U_E) = a_E(U_P - U_E) \quad (\text{III.24.a})$$

$$(j_w - F_w U_P) = [D_w(A|P_{e_w}|) + \max(F_w, 0)](U_W - U_P) = a_W(U_W - U_P) \quad (\text{III.24.b})$$

$$(j_n - F_n U_P) = [D_n(A|P_{e_n}|) + \max(-F_n, 0)](U_P - U_N) = a_N(U_P - U_N) \quad (\text{III.24.c})$$

$$(j_s - F_s U_P) = [D_s(A|P_{e_s}|) + \max(F_s, 0)](U_S - U_P) = a_S(U_S - U_P) \quad (\text{III.24.d})$$

D'où l'équation (III.23) qui se mettra sous la forme :

$$a_N(U_P - U_N) + a_E(U_P - U_E) + a_W(U_W - U_P) + a_S(U_S - U_P) = S_c \quad (\text{III.25})$$

En arrangeant de part et d'autre les termes de l'équation (III.25) la forme finale de l'équation de mouvement selon la direction X, sous sa forme discrétisée est donnée par :

$$a_P U_P = a_E U_E + a_W U_W + a_N U_N + a_S U_S + S_c \quad (\text{III.26})$$

Avec :

$$a_E = D_e(A|P_{e_e}|) + \max(-F_e, 0) \quad (\text{III.27.a})$$

$$a_w = D_w(A|P_{e_w}|) + \max(F_w, 0) \quad (III.27.b)$$

$$a_n = D_n(A|P_{e_n}|) + \max(-F_n, 0) \quad (III.27.c)$$

$$a_s = D_s(A|P_{e_s}|) + \max(F_s, 0) \quad (III.27.d)$$

$$a_p = a_E + a_w + a_n + a_s \quad (III.27.e)$$

$$S_c = \Delta Y(P_w - P_e) \quad (III.27.f)$$

Les flux convectifs traversant les facettes du volume de contrôle pour la vitesse U (F_e, F_w, F_n, F_s) ne sont pas connus, ils doivent être évalués en procédant avec des interpolations linéaires, ils s'écrivent sous la forme suivante:

$$F_e = \Delta Y(U_e) = \Delta Y. \frac{U_{i+1,j} + U_{i,j}}{2} \quad (III.28.a)$$

$$F_w = \Delta Y(U_w) = \Delta Y. \frac{U_{i,j} + U_{i-1,j}}{2} \quad (III.28.b)$$

$$F_n = \Delta Y(V_n) = \Delta X. \frac{V_{i,j+1} + V_{i,j}}{2} \quad (III.28.c)$$

$$F_s = \Delta Y(V_s) = \Delta X. \frac{V_{i,j} + V_{i,j-1}}{2} \quad (III.28.d)$$

Quant aux expressions des conductances (D_e, D_w, D_n, D_s), apparues dans la définition des coefficients, elles sont données par :

$$D_e = \frac{\Delta Y.P_r}{X_{PE}} \quad (III.29.a)$$

$$D_w = \frac{\Delta Y.P_r}{X_{PW}} \quad (III.29.b)$$

$$D_n = \frac{\Delta X.P_r}{Y_{PN}} \quad (III.29.c)$$

$$D_s = \frac{\Delta X.P_r}{Y_{PS}} \quad (III.29.d)$$

III.3.4. Discrétisation de l'équation du mouvement suivant Y :

En suivant le même raisonnement, l'équation de la quantité de mouvement dans la direction transversale se discrétise en choisissant un maillage décalé d'une demi maille dans la même direction, comme le montre la figure (III.6) :

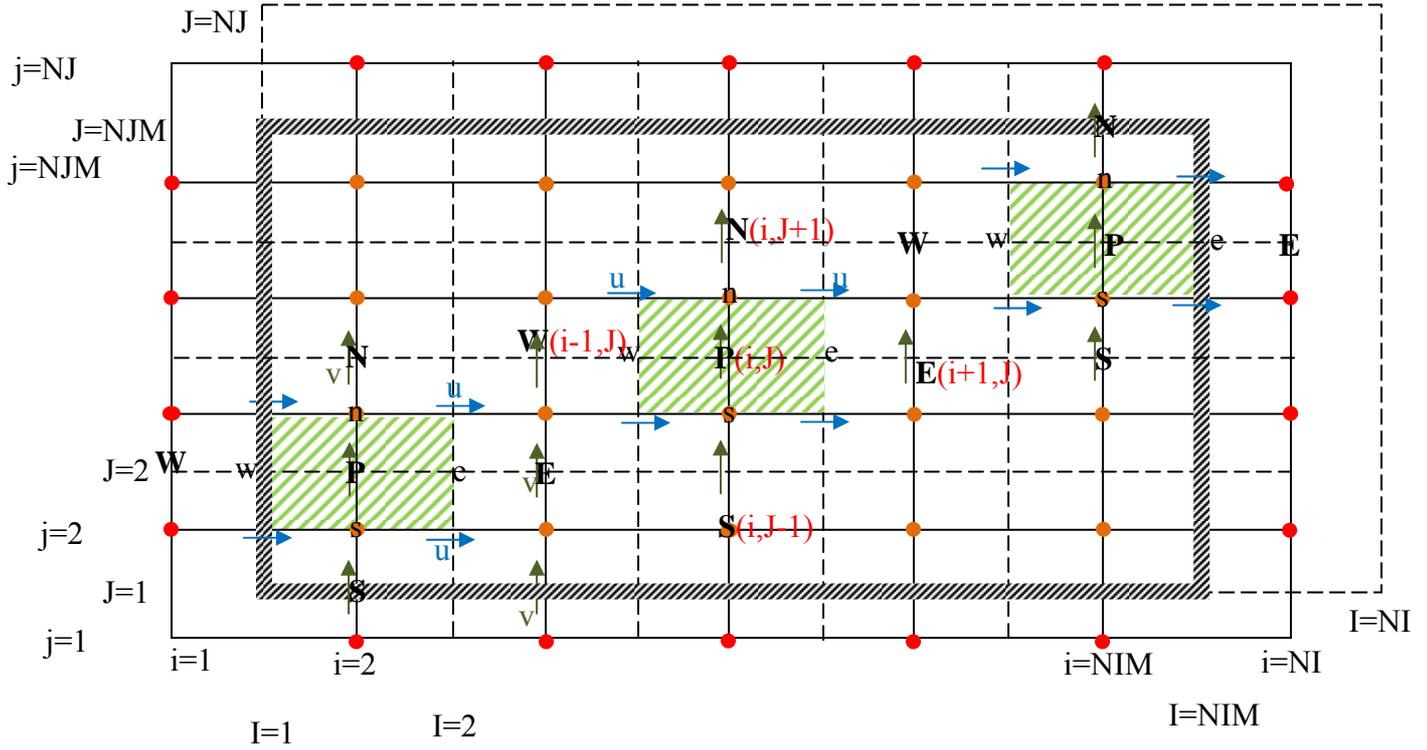


Fig (III .6) : Maillage décalé pour l'équation du mouvement dans la direction transversale

Soit l'équation de mouvement qu'on intègre sur le volume de contrôle de la figure III.6 :

$$\int_w^e \int_s^n \left[U \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \right] dX dY + \int_w^e \int_s^n \left[V \frac{\partial V}{\partial Y} - \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right] dX dY = - \int_w^e \int_s^n \frac{\partial P}{\partial Y} dX dY + \int_w^e \int_s^n [R_a \cdot P_r \cdot \theta] dX dY \quad (III.30)$$

Soit : $J_X = U \cdot V - P_r \frac{\partial V}{\partial X}$ et $J_Y = V \cdot V - P_r \frac{\partial V}{\partial Y}$, les densités de flux dans la direction longitudinale et transversale, respectivement. En introduisant ces expressions, l'équation (III.30), devient:

$$\int_w^e \int_s^n \frac{\partial J_X}{\partial X} dX dY + \int_w^e \int_s^n \frac{\partial J_Y}{\partial Y} dX dY - \int_w^e \int_s^n \frac{\partial P}{\partial Y} dX dY + \int_w^e \int_s^n [R_a \cdot P_r \cdot \theta] dX dY \quad (III.31)$$

Le développement de cette équation conduit à :

$$\Delta Y (J_e - J_w) + \Delta X (J_n - J_s) = \Delta X (P_s - P_n) + \Delta X \Delta Y (R_a \cdot P_r \cdot \theta) \quad (III.32)$$

En faisant rentrer ΔX et ΔY à l'intérieur, on obtien :

$$(j_e - j_w) - (j_n - j_s) = \Delta X(P_s - P_n) + \Delta X \Delta Y (R_a \cdot P_r \cdot \theta) \quad (\text{III.33})$$

En multipliant l'équation (III.17) par V_P et la soustrayant de l'équation (III.32), on aura :

$$(j_e - F_e V_P) - (j_w - F_w V_P) + (j_n - F_n V_P) - (j_s - F_s V_P) = \Delta X(P_s - P_n) + \Delta X \Delta Y (R_a \cdot P_r \cdot \theta) \quad (\text{III.34})$$

En remplaçant la variable générale (φ) par (V) et se référant aux expressions des équations (III.13), on obtient :

$$(j_e - F_e V_P) = [D_e(A|P_e|) + \max(-F_e, 0)](V_P - V_E) = a_E(V_P - V_E) \quad (\text{III.35.a})$$

$$(j_w - F_w V_P) [D_w(A|P_w|) + \max(F_w, 0)](V_W - V_P) = a_W(V_W - V_P) \quad (\text{III.35.b})$$

$$(j_n - F_n V_P) [D_n(A|P_n|) + \max(-F_n, 0)](V_P - V_N) = a_N(V_P - V_N) \quad (\text{III.35.c})$$

$$(j_s - F_s V_P) [D_s(A|P_s|) + \max(F_s, 0)](V_E - V_P) = a_S(V_S - V_P) \quad (\text{III.35.d})$$

D'où l'équation (III.34) qui se mettra sous la forme :

$$a_E(V_P - V_E) - a_W(V_W - V_P) + a_N(V_P - V_N) - a_S(V_S - V_P) = \Delta X(P_s - P_n) + \Delta X \Delta Y (R_a \cdot P_r \cdot \theta) \quad (\text{III.36})$$

En arrangeant de part et d'autre les termes de l'équation (III.36) la forme finale de l'équation de mouvement selon la direction Y, sous sa forme discrétisée est donnée par :

$$a_P V_P = a_E V_E + a_W V_W + a_N V_N + a_S V_S + S_c \quad (\text{III.37})$$

Avec :

$$a_E = D_e(A|P_e|) + \max(-F_e, 0) \quad (\text{III.38.a})$$

$$a_W = D_w(A|P_w|) + \max(F_w, 0) \quad (\text{III.38.b})$$

$$a_N = D_n(A|P_n|) + \max(-F_n, 0) \quad (\text{III.38.c})$$

$$a_S = (A|P_s|) + \max(F_s, 0) \quad (\text{III.38.d})$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (\text{III.38.e})$$

$$S_c = \Delta Y(P_s - P_n) + \Delta X \Delta Y (R_a \cdot P_r \cdot \theta) \quad (\text{III.38.f})$$

De même, les flux convectifs traversant les facettes du volume de contrôle pour la vitesse V (F_e, F_w, F_n, F_s) ne sont pas connus, ils doivent être évalués en procédant avec des interpolations linéaires, selon le maillage présenté sur la figure (III.6):

$$F_e = \Delta Y(U_e) = \Delta Y. \frac{U_{i,j} + U_{i,j+1}}{2} \quad (III.39.a)$$

$$F_w = \Delta Y(U_w) = \Delta Y. \frac{U_{i-1,j} + U_{i-1,j+1}}{2} \quad (III.39.b)$$

$$F_n = \Delta X(V_n) = \Delta X. \frac{V_{i,j} + V_{i,j+1}}{2} \quad (III.39.c)$$

$$F_s = \Delta X(V_s) = \Delta X. \frac{V_{i,j} + V_{i,j-1}}{2} \quad (III.39.d)$$

Les expressions des conductances (D_e, D_w, D_n, D_s), apparues dans la définition des coefficients, elles sont données par :

$$D_e = \frac{\Delta Y.P_r}{X_{PE}} \quad (III.40.a)$$

$$D_w = \frac{\Delta Y.P_r}{X_{PW}} \quad (III.40.b)$$

$$D_n = \frac{\Delta X.P_r}{Y_{PN}} \quad (III.40.c)$$

$$D_s = \frac{\Delta X.P_r}{Y_{PS}} \quad (III.40.d)$$

III.3.5. Discrétisation de l'équation de l'énergie :

La discrétisation de l'équation d'énergie se fait de la même manière que les équations de mouvement à l'exception du type du maillage utilisée. Dans ce cas, la discrétisation se fait sur le maillage principal (Figure III.4). L'intégration de l'équation de l'énergie, définie dans le chapitre II, sur le volume de contrôle de la figure (III.4), donne :

$$\int_w^e \int_s^n \left[U \frac{\partial \theta}{\partial X} - \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} \right] dX dY - \int_w^e \int_s^n \left[V \frac{\partial \theta}{\partial Y} - \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right] dX dY = 0 \quad (III.41)$$

De la même manière que les équations du mouvement, on introduit les expressions des densités du flux définies par : $J_X = U. \theta - \frac{\partial \theta}{\partial X}$ et $J_Y = V. \theta - \frac{\partial \theta}{\partial Y}$, dans l'équation (III.41), on aura à cet effet la forme suivante :

$$\int_w^e \int_s^n J_X dX dY - \int_w^e \int_s^n J_Y dX dY = 0 \quad (III.42)$$

En adoptant la même procédure que celle appliquée pour la discrétisation des équations de mouvement, la forme finale de l'équation discrétisée pour le champ thermique sera :

$$a_P \theta_P = a_E \theta_P + a_W \theta_W + a_N \theta_N + a_S \theta_S \quad (\text{III.43})$$

Avec :

$$a_E = [D_e(A|P_{e_e}|) + \max(-F_e, 0)] \quad (\text{III.44.a})$$

$$a_W = [D_w(A|P_{e_w}|) + \max(F_w, 0)] \quad (\text{III.44.b})$$

$$a_N = [D_n(A|P_{e_n}|) + \max(-F_n, 0)] \quad (\text{III.44.c})$$

$$a_S = [D_s(A|P_{e_s}|) + \max(F_s, 0)] \quad (\text{III.44.d})$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (\text{III.44.e})$$

Dans cette équation, les coefficients convectifs sont directement évalués en fonctions des valeurs des composantes longitudinale et transversale de la vitesse au niveau des interfaces du volume de contrôle, dans le maillage principale considéré pour le champ de température, qui représentent les points nodaux dans les maillages décalés, comme nous l'avons expliqué précédemment. Les valeurs des conductances, quant à elles, sont données par les expressions suivantes :

$$D_e = \frac{\Delta Y}{X_{PE}} \quad (\text{III.45.a})$$

$$D_w = \frac{\Delta Y}{X_{PW}} \quad (\text{III.45.b})$$

$$D_n = \frac{\Delta X}{Y_{PN}} \quad (\text{III.45.c})$$

$$D_s = \frac{\Delta X}{Y_{PS}} \quad (\text{III.45.d})$$

III.3.6. Equation de correction de pression :

Les équations de la quantité de mouvement sont couplées entre elles par l'intermédiaire du champ de la pression et le problème est accentué d'avantage par l'absence d'une équation explicite régissant le champ de pression. En d'autres termes, pour résoudre les équations des

vitesse, il nous faut la pression (inconnue) et pour résoudre l'équation de la pression nous avons besoin des vitesses (inconnues). Ce couplage des équations des vitesses et de la pression nécessite une solution simultanée et itérative. Cet algorithme consiste à donner une valeur initiale pour la pression (valeur estimée P^*) permettant de déterminer le champ de vitesse. La méthode choisie pour traiter ce couplage, dans le présent travail, est l'algorithme S.I.M.P.L.E (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations), développée par Patankar et Spalding en (1972). Les équations de mouvement discrétisées (III.26) et (III.37) peuvent se mettre sous la forme :

$$a_{ij}U_{ij} = \sum a_{nb}U_{nb} + (P_{i-1,j} - P_{i,j})\Delta Y \quad (III.46)$$

$$a_{ij}V_{ij} = \sum a_{nb}V_{nb} + (P_{i,j-1} - P_{i,j})\Delta X + b_{i,j} \quad (III.47)$$

Avec :

$$\sum a_{nb}U_{nb} = a_E U_E + a_W U_W + a_N U_N + a_S U_S \quad (III.48)$$

et

$$\sum a_{nb}V_{nb} = a_E V_E + a_W V_W + a_N V_N + a_S V_S \quad (III.49)$$

Pour un champ de vitesse résultant d'un champ de pression estimé P^* , les équations de mouvement (III.46) et (III.47) s'écrivent comme suit :

$$a_{I,j}U_{I,j}^* = \sum a_{nb}U_{nb}^* + (P_{i-1,j}^* - P_{i,j}^*)\Delta Y \quad (III.50)$$

$$a_{I,j}V_{I,j}^* = \sum a_{nb}V_{nb}^* + (P_{i,j-1}^* - P_{i,j}^*)\Delta X + b_{I,j} \quad (III.51)$$

On définit maintenant des nouvelles valeurs de pression et de vitesse: P', U', V' de sorte que :

$$P = P^* + P' \quad (III.52)$$

$$U = U^* + U' \quad (III.53)$$

$$V = V^* + V' \quad (III.54)$$

Où P', U', V' sont respectivement, la correction de pression, la correction de la vitesse longitudinale et la correction de la vitesse transversale.

En soustrayant l'équation (III.50) de l'équation (III.46), on obtient :

$$a_{i,j}(U_{i,j} - U^*_{i,j}) = \sum [a_{nb}(U_{nb} - U^*_{nb})] + [(P_{i-1,j} - P^*_{i-1,j}) - (P_{i,j} - P^*_{i,j})]\Delta Y$$

En tenant compte de l'équation (III.53), l'équation ci-dessus se met sous la forme suivante :

$$a_{i,j}U'_{i,j} = \sum a_{nb}U'_{nb} + \Delta Y(P'_{i-1,j} - P'_{i,j}) \quad (III.55)$$

L'une des hypothèses simplificatrices introduite dans l'algorithme SIMPLE est de considérer que le terme $\sum a_{nb}U'_{nb}$ est négligeable. En adoptant cette simplification, l'équation (III.55) devient :

$$U'_{i,j} = d_{i,j}(P'_{i-1,j} - P'_{i,j}) \quad (III.56)$$

En suivant le même raisonnement pour l'équation de mouvement en V, on obtient :

$$V'_{i,j} = d_{i,j}(P'_{i,j-1} - P'_{i,j}) \quad (III.57)$$

Avec :

$$d_{i,j} = \frac{\Delta Y}{a_{i,j}} \quad \text{et} \quad d_{i,j} = \frac{\Delta X}{a_{i,j}}$$

Les équations de correction des vitesses U et V s'écrivent sous la forme :

$$U_{i,j} = U^*_{i,j} + d_{i,j}(P'_{i-1,j} - P'_{i,j}) \quad (III.58)$$

$$V_{i,j} = V^*_{i,j} + d_{i,j}(P'_{i,j-1} - P'_{i,j}) \quad (III.59)$$

En remplaçant dans l'équation de continuité, les vitesses par leurs expressions corrigées correspondantes, on obtient :

$$\Delta Y[U^*_{i+1,j} + d_{i+1,j}(P'_{i,j} - P'_{i+1,j}) - U^*_{i,j} - d_{i,j}(P'_{i-1,j} - P'_{i,j})] + \Delta X[V^*_{i,j+1} + d_{i,j+1}(P'_{i,j} - P'_{i,j+1}) - V^*_{i,j} - d_{i,j}(P'_{i,j-1} - P'_{i,j})] = 0 \quad (III.60)$$

Soit :

$$(\Delta Y. d_{i+1,j} + \Delta Y d_{i,j} + \Delta X. d_{i,j+1} + \Delta X d_{i,j}). P'_{i,j} = \Delta Y. d_{i+1,j}. P'_{i+1,j} + \Delta Y. d_{i,j}. P'_{i-1,j} + \Delta X. d_{i,j+1}. P'_{i,j+1} + \Delta X. d_{i,j}. P'_{i,j-1} + \Delta Y. U^*_{i+1,j} + \Delta Y. U^*_{i,j} + \Delta X. V^*_{i,j+1} + \Delta X. V^*_{i,j} \quad (III.61)$$

Après arrangement, on obtient l'expression de l'équation discrétisée pour la correction de pression qui s'écrit sous la forme :

$$a_{i,j} P'_{i,j} = a_{i+1,j} P'_{i+1,j} + a_{i-1,j} P'_{i-1,j} + a_{i,j+1} P'_{i,j+1} + a_{i,j-1} P'_{i,j-1} + b'_{i,j} \quad (\text{III.62})$$

Avec :

$$a_{i+1,j} = \Delta Y. d_{i+1,j} \quad (\text{III.63.a})$$

$$a_{i-1,j} = \Delta Y. d_{i,j} \quad (\text{III.63.b})$$

$$a_{i,j+1} = \Delta X. d_{i,j+1} \quad (\text{III.63.c})$$

$$a_{i,j-1} = \Delta X. d_{i,j} \quad (\text{III.63.d})$$

$$a_{i,j} = a_{i+1,j} + a_{i-1,j} + a_{i,j+1} + a_{i,j-1} \quad (\text{III.62.e})$$

$$b'_{i,j} = \Delta Y. U^*_{i+1,j} + \Delta Y. U^*_{i,j} + \Delta X. V^*_{i,j+1} + \Delta X. V^*_{i,j} \quad (\text{III.62.f})$$

III.4. RESOLUTION DU SYSTEME D'EQUATIONS :

La discrétisation des équations gouvernantes a conduit à un système des équations algébriques. Les méthodes de résolution des systèmes d'équations algébriques peuvent être classées en deux classes, **directes** (inversement d'une matrice, Gauss, Gauss Jordan avec Pivot, L.U.avec substitution) et **indirectes** (ou **itératives**) (Jacobi, Gauss- Seidel; méthode de Balayage). Dans la majorité des cas, la résolution est entamée par les méthodes itératives surtout pour les problèmes non linéaires, d'autre côté, les méthodes directes exigent une mémoire énorme et un temps de calcul plus grand. Dans le présent travail, nous avons porté notre choix sur la méthode SIP (**S**trongly **I**mplicit **P**rocedure), développée par STONE en 1968.

Elle est conçue pour le système d'équation résultant de la discrétisation des équations partielles. Elle emploie une décomposition incomplète de LU (**ILU**) et ce ci a cause de la non symétrie de la matrice de factorisation ; elle rapproche la décomposition exacte de LU (Lower and Upper) pour obtenir une solution itérative du problème.

III.4.1. Principe de la méthode :

On considère le système linéaire à résoudre sous une forme générale suivante:

$$[A]\phi = C \quad (\text{III.63})$$

Avec :

[A] une matrice des facteurs a_{ij} et Φ est le vecteur des inconnues.

C est un vecteur des constantes.

Cette méthode consiste à décomposer la matrice A en deux matrices élémentaires tel que :

$$A = M - N \quad (\text{III.64})$$

Ensuite utilisant la décomposition de LU pour la matrice M, et le choix de ses deux matrices se d'une façon a ce que M soit une bonne approximation de A. Au minimum, N doit contenir les deux diagonales de M qui correspondent aux diagonales nulles de A.

$$M = L.U \quad (\text{III.65})$$

Où L et U sont deux matrices diagonales, qui ont des éléments différents de zéro seulement sur les diagonales sur lesquelles la matrice A a des éléments non nuls. Le choix de ces éléments se fait comme suit :i,j

$$M_W^{ij} = L_W^{ij} \quad (\text{III.66.a})$$

$$M_{NW}^{ij} = L_W^{ij} U_N^{i-1,j} \quad (\text{III.66.b})$$

$$M_S^{ij} = L_S^{ij} \quad (\text{III.66.c})$$

$$M_P^{ij} = L_W^{ij} U_E^{i-1,j} + L_S^{ij} U_N^{ij+1} + L_P^{ij} \quad (\text{III.66.d})$$

$$M_N^{ij} = U_N^{ij} L_P^{ij} \quad (\text{III.66.e})$$

$$M_{SE}^{ij} = L_S^{ij} U_E^{ij+1} \quad (\text{III.66.f})$$

$$M_E^{ij} = U_E^{ij} L_P^{ij} \quad (\text{III.66.g})$$

La méthode sera plus facile en considérant le vecteur $M\phi$ suivant :

$$(M\phi)_P = M_P\phi_P + M_S\phi_S + M_N\phi_N + M_E\phi_E + M_W\phi_W + M_{NW}\phi_{NW} + M_{SE}\phi_{SE} \quad (\text{III.67})$$

Les deux derniers termes de cette équation sont des termes supplémentaires. La matrice N contient ces deux derniers termes de M, et les autres éléments des diagonales restantes on les choisi de sorte que $[N]\Phi = 0$, en d'autres mots :

$$N_P\Phi_P + N_S\Phi_S + N_N\Phi_N + N_E\Phi_E + N_W\Phi_W + N_{NW}\Phi_{NW} + N_{SE}\Phi_{SE} \approx 0 \quad (\text{III.68})$$

Ceci exige que la contribution des deux termes en plus dans l'équation ci-dessus doit être supprimée par la contribution des autres diagonales, pour cela l'équation (III.68) devient :

$$M_{NW}(\Phi_{NW} - \Phi_{NW}^*) + M_{SE}(\Phi_{SE} - \Phi_{SE}^*) \approx 0 \quad (\text{III.69})$$

Où Φ_{NW}^* et Φ_{SE}^* sont des approximations pour Φ_{NW} et Φ_{SE} respectivement. Ils sont proposés par STONE de la manière suivante :

$$\Phi_{NW}^* = \alpha(\Phi_W + \Phi_N - \Phi_P) \quad (\text{III.70.a})$$

$$\Phi_{SE}^* = \alpha(\Phi_S + \Phi_E - \Phi_P) \quad (\text{III.70.b})$$

Les valeurs de α doivent être inférieure a l'unité pour assurer la stabilité de Φ

Remplaçant maintenant ces deux termes dans l'équation (III.69), le résultat obtenu est égalisée avec l'équation (III.68), on obtient les éléments de la matrice N comme des combinaisons linéaires des éléments : M_{SE} et M_{NW} puis les éléments de la matrice M peuvent maintenant être calculés de la somme des éléments des matrices A et N,

$$L_W^{ij} = A_W^{ij} / (1 + \alpha U_N^{i-1,j})$$

$$L_S^{ij} = A_S^{ij} / (1 + \alpha U_E^{i,j+1})$$

$$L_P^{ij} = A_P^{ij} + \alpha(L_W^{ij} U_N^{i-1,j} + L_S^{ij} U_E^{i,j+1}) - L_W^{ij} U_E^{i-1,j} - L_S^{ij} L_N^{i,j+1}$$

$$U_N^{ij} = (A_N^{ij} - \alpha L_W^{ij} U_N^{i-1,j}) / L_P^{ij}$$

$$U_E^{ij} = (A_E^{ij} - \alpha L_S^{ij} U_E^{i,j+1}) / L_P^{ij}$$

Après k itérations la solution approchée Φ^k ne satisfaire pas l'équation (III.63) exactement ce qui signifie qu'il existe un résiduel différent de zéro noté σ^k tel que

$$A\Phi^k = C - \sigma^k \quad (\text{III.71})$$

L'erreur est donnée comme suit

$$\varepsilon^k = \phi - \phi^k \quad (\text{III.72})$$

On pose $\omega^k = \phi^{k+1} - \phi^k$ la correction

Donc on aura :

$$LU\omega^k = \sigma^k \quad (\text{III.73})$$

car on a :

$$M(\phi^{k+1} - \phi^k) = C - (M - N)\phi^k \quad (\text{III.74})$$

Les équations sont résolues comme dans la décomposition de LU, la multiplication de l'équation (III.73) ci-dessus par L^{-1} nous donne :

$$U\omega^k = L^{-1}\sigma^k = R^k \quad (\text{III.75})$$

R^k Sera donc facile à calculer

$$R^{i,j} = (\sigma^{i,j} - L_S^{i,j} R^{i,j-1} - L_W^{i,j} R^{i,j-1}) / L_P^{i,j} \quad (\text{III.76})$$

La solution de Cette équation sera obtenue dans l'ordre croissant de l'élément (i,j), et quand R est complètement calculé, on passe a la résolution de l'équation (III.75) mais cette fois ci l'élément (i ;j) est dans l'ordre décroissant

$$\omega^{i,j} = R^{i,j} - U_n^{i,j} \omega^{i+1,j} - U_n^{i,j} \omega^{i,j+1} \quad (\text{III.77})$$

Dans la méthode **SIP** les éléments des matrices L et U sont calculés une seul foi avant la première itération, dans itérations qui suivent, nous devons calculer seulement le résiduel, puis R et finalement ω , en résolvant les deux systèmes triangulaires

La méthode itérative converge si

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \varepsilon^k = 0.$$

III.5. PROCEDURE DE CALCUL DE L'ALGORITHME SIMPLE :

L'algorithme SIMPLE, comme il a été expliqué ci précédemment, consiste à résoudre le couplage vitesse- pression dans les équations de mouvement, il se déroule selon la procédure suivante :

1. Donner le de pression P^* estimé.
2. Résoudre les équations de mouvements pour obtenir U^*, V^* .
3. Résoudre l'équation de correction de pression P' .
4. Correction du champ de pression et de vitesse.
5. Résoudre toutes les équations discrétisées pour la variable générale ϕ (les vitesses U , V et la température).
6. traitez la pression corrigée P comme une nouvelle pression estimée P^* avec la prise en considération de la sous-relaxation, retourner à l'étape 2, et répétez le procédé jusqu'à ce qu'une solution convergée soit obtenue

- **Technique de la sous relaxation :**

La résolution du système d'équations discrétisé, moyennant un système itératif, requiert l'utilisation de la technique de la sous relaxation afin d'accélérer, ou dans certaines situations assurer, la convergence et permettre ainsi la stabilité du schéma numérique. Cette technique consiste à multiplier la valeur faisant objet de la correction par un facteur compris entre 0 et 1, l'expression de la grandeur sous relaxée est la suivante :

$$\varphi_p^{k+1} = \varphi_p^k + \alpha_\varphi \left[\frac{\sum_{nb} a_{nb} \varphi_{nb}^{k+1} + b}{a_p} - \varphi_p^k \right] \quad (\text{III.78})$$

Avec :

φ_p^{k+1} : représente la valeur de la grandeur à l'itération (k+1)

α_φ : représente le facteur de sous relaxation, sa valeur est comprise entre 0 et 1 et dépend de chaque grandeur concernée par le calcul, dans notre cas on déterminera un facteur de sous relaxation pour chaque grandeur de calcul à savoir la vitesse U , la vitesse V , la pression P et la température θ . La valeur optimale du facteur de sous relaxation, celle qui donnera une con-

vergence rapide, est obtenue par tâtonnement. Néanmoins, il existe des plages de variations des valeurs de ces paramètres dans lesquelles il faut opérer.

III.6. CONCLUSION:

Dans ce chapitre, nous avons présenté la méthode des volumes finis adoptée pour la discrétisation des équations dynamique et thermique établies dans le chapitre précédent. Différents schéma d'approximation des flux convectifs ont été présentés et le choix est porté, pour notre travail, sur le schéma amont. L'algorithme SIMPLE a été introduit pour résoudre le couplage vitesse- pression et la méthode SIP a été adoptée pour la résolution du système d'équation algébrique en incluant la technique de la sous relaxation.

Chapitre IV :

RESULTATS ET INTERPRETATIONS

IV.1. INTRODUCTION :

Ce chapitre est consacré, d'une manière générale, à la présentation et interprétation des différents résultats obtenus. Le présent chapitre est scindé en cinq parties ; la première concernera la présentation du code de calcul en donnant les différents paramètres utilisés pour sa conception et lors de ses exécutions, la seconde partie portera sur l'étude de l'impact du choix de la grille de calcul (maillage) sur les résultats obtenus. La troisième partie sera consacrée à la validation du code de calcul en essayant de reproduire les résultats existants dans la littérature pour les mêmes configurations géométriques et conditions opératoires. Dans la quatrième partie, on présentera les différents résultats obtenus relatifs au cas de la cavité carrée, et la cinquième et dernière partie concernera les résultats obtenus pour le cas de la cavité rectangulaire allongée.

IV.2. PARAMETRES DE CALCUL :

- **Architecture du programme** : Le code de calcul a été réalisé en utilisant le langage de programmation FORTRAN 6.6.0, il est basé sur la méthode des volumes finis. Le code est composé essentiellement d'un programme principal dont lequel sont définies toutes les variables utilisées, est effectué la lecture des données et l'affichage des résultats. Il est composé aussi d'une boucle principale portant sur les itérations externes. A l'intérieur de cette boucle, on effectue des appels à des sous-routines, qui sont une sorte de sous-programmes dont la tâche est très spécifique. Dans le présent code de calcul, les différentes sous-routines utilisées sont : une sous-routine pour la création du maillage principal et décalé, une sous-routine pour la résolution de l'équation en U, une sous-routine pour la résolution de l'équation en V, une sous-routine pour la résolution de l'équation de la correction de pression et une sous-routine pour la résolution de l'équation de la température.
- **Coefficients de sous-relaxation** : Nous avons abordé dans le chapitre précédent la notion de la sous-relaxation qui est utilisée pour accélérer, et dans certains cas assurer la convergence du code de calcul. L'expression de la sous-relaxation donnée par l'équation (III.78) dépend étroitement de la valeur du coefficient de sous-relaxation dont la valeur optimale est du domaine de l'expérience numérique. Les valeurs des facteurs de sous-relaxations que nous avons adoptées dans le présent travail sont comme suit :

Grandeur sous relaxée	Valeur du coefficient de sous relaxation
Vitesse U	$\alpha_U = 0.2$
Vitesse V	$\alpha_V = 0.2$
Correction de pression p'	$\alpha_{p'} = 0.2$
Température θ	$\alpha_\theta = 0.3$

Tableau IV.1 : Valeurs des coefficients de sous relaxation

- **Critère de convergence :** La convergence d'un processus itératif, qui veut dire approcher au mieux la solution stable du système d'équations en un nombre optimal d'opérations, est atteinte lorsque les itérations ultérieures ne produisent aucun changement significatif dans les valeurs des variables dépendantes Φ . Pratiquement, on exprime cette convergence par un test d'arrêt du processus itératif appelé communément test de convergence qui dépend essentiellement de la nature du problème et des objectifs du calcul. Dans le présent travail, nous avons opté pour un critère approprié qui porte sur les résidus des équations de la quantité de mouvement, de la correction de pression et de la température, ils sont définis comme suit :

$$\varepsilon_\Phi = \sum_{i,j} |\sum a_{nb} \Phi_{nb} + S_c - a_p \Phi_p| \quad (IV.1)$$

Où en d'autres termes :

$$\varepsilon_\Phi = \sum_{i,j} |\Phi_{i,j}^{n+1} - \Phi_{i,j}^n| \quad (IV.2)$$

Où :

$\Phi_{i,j}^{n+1}$: La valeur de grandeur Φ à l'itération (n+1)

$\Phi_{i,j}^n$: La valeur de grandeur Φ à l'itération (n)

Les valeurs des résidus pour les différentes grandeurs que nous avons utilisées dans la présente étude sont données par les expressions suivantes :

$$\varepsilon_U = \sum_{i,j} |U_{i,j}^{n+1} - U_{i,j}^n| \quad (IV.3)$$

$$\varepsilon_V = \sum_{i,j} |V_{i,j}^{n+1} - V_{i,j}^n| \quad (IV.4)$$

$$\varepsilon_{p'} = \sum_{i,j} |p'_{i,j}{}^{n+1} - p'_{i,j}{}^n| \quad (\text{IV.5})$$

$$\varepsilon_{\theta} = \sum_{i,j} |\theta_{i,j}^{n+1} - \theta_{i,j}^n| \quad (\text{IV.6})$$

Etant donné que le système d'équations, adopté dans cette étude, pour décrire la convection naturelle dans les cavités est composé de quatre équations de conservation (en plus de l'équation de continuité) fortement liées entre elles, la convergence de l'un de ces résidus ne signifie guère la convergence du processus itératif en entier. C'est pour cette raison qu'il faut définir une valeur d'un résidu ε représentant la valeur maximale de tous les autres résidus, à savoir:

$$\varepsilon = \max(\varepsilon_U, \varepsilon_V, \varepsilon_{p'}, \varepsilon_{\theta}) \quad (\text{IV.7})$$

De ce fait, la convergence du système itératif est prononcée lorsque la valeur de la grandeur ε soit inférieure à une valeur de référence, que l'on détermine selon la nature de l'étude et le degré de précision recherché. Dans notre cas, la précision choisie est 10^{-6} , donc le critère de convergence s'écrira :

$$\varepsilon = \max(\varepsilon_U, \varepsilon_V, \varepsilon_{p'}, \varepsilon_{\theta}) < 10^{-6} \quad (\text{IV.8})$$

IV.3. ETUDE DE LA SENSIBILITE AU MAILLAGE :

Nous avons opté dans le présent travail pour un maillage uniforme régulier dans les deux directions, longitudinale et transversale. La taille des mailles, qui dépendent du nombre de nœuds dans les deux directions, joue un rôle primordial dans le degré de précision des résultats, d'où la nécessité d'utiliser des mailles très fines afin de pouvoir détecter les variations des gradients thermiques au niveau des interfaces.

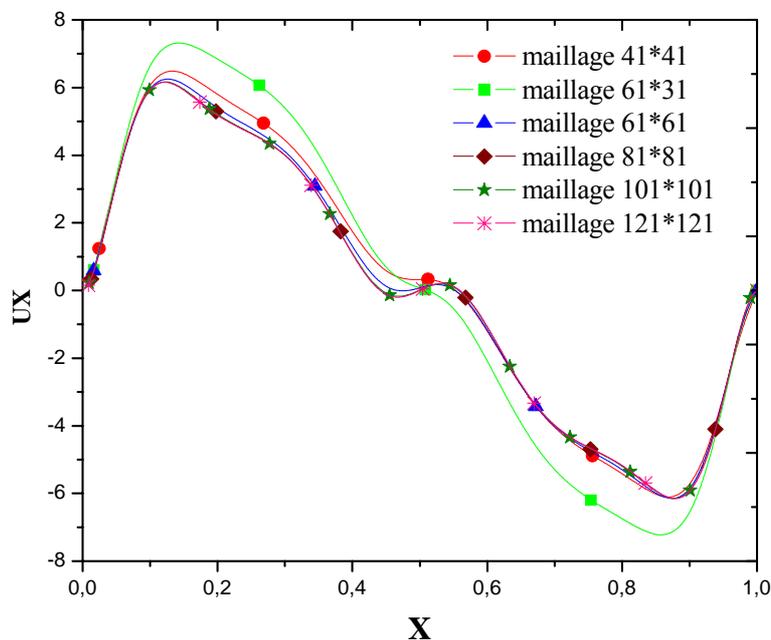
Or ce degré de précision, tant souhaité, ne peut se faire au détriment du temps de calcul, qui demeure comme même l'un des critères les plus pesants dans un travail de simulation numérique. Par conséquent, il faut déterminer un maillage optimal qui répond aux besoins de la précision sans pour autant qu'il soit gourmand en temps machine.

Pour cela, nous avons réalisé plusieurs calculs avec différentes variantes pour le maillage avec un nombre de Rayleigh égale à 10^5 et un nombre de Prandtl égale a 0.7 (le cas de l'air) et nous avons comparé les résultats obtenus de façon à ce qu'au-delà du maillage choisi, les résul-

tats ne seront plus affectés de façon remarquable. Les résultats sont présentés par des lignes de courant, des profils de vitesses et des profils du nombre de Nusselt local avec une estimation de l'erreur commise sur la valeur du nombre de Nusselt moyen. Cette étude est menée simultanément pour le cas de la cavité carrée et la cavité rectangulaire allongée.

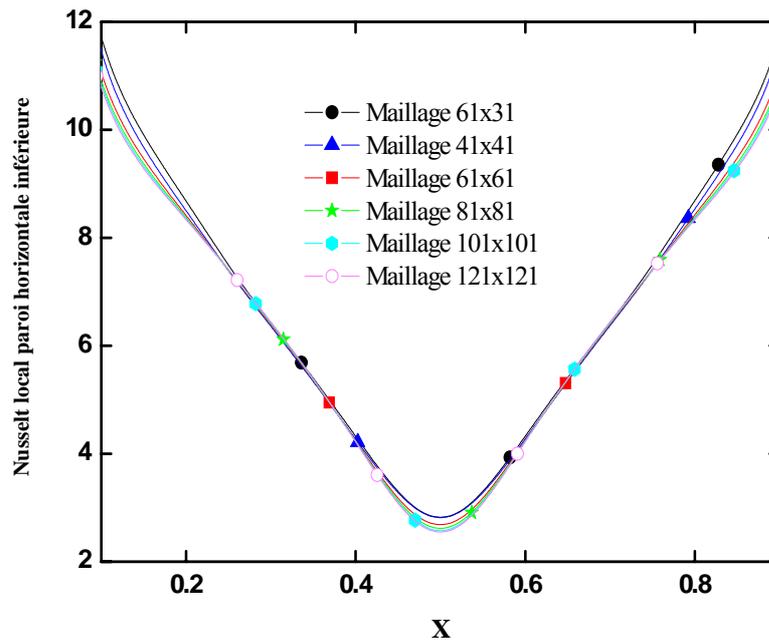
IV.3.1. cavité fermée carrée :

La figure (IV.1) ci-dessous représente les profils de la vitesse horizontale au milieu de la cavité fermée carrée pour des différents maillages. ($L=1$)



Profil des vitesses horizontales au milieu de la cavité carrée pour différents maillages

On remarque qu'à l'exception des trois premiers maillages (41*41), (61*31) et (61*61) le profil de la vitesse longitudinale ne subit plus de changement surtout à partir du maillage (81*81). Cette condition n'est pas suffisante pour le choix définitif du maillage, d'où la nécessité de vérifier quantitativement la valeur de l'erreur commise sur le calcul des nombre de Nusselt local et moyens. A cet effet, nous avons représenté sur la figure IV.2 les profils du nombre de Nusselt local de la paroi horizontale inférieure, pour différents maillages.



Profil du nombre de Nusselt local de la paroi inférieure pour différents maillages

On constate à travers cette figure que les profils qu'à partir du maillage 81x81, les profils du nombre de Nusselt local le long de la plaque horizontale inférieure demeurent inchangés. Le tableau IV.2 représente les valeurs des nombres de Nusselt moyens le long de la paroi horizontale inférieure et des deux parois verticales. La dernière colonne contient les valeurs de nombre de Nusselt local le long de la paroi horizontale inférieure juste au milieu de celle-ci, c'est la valeur du point correspondant au minima sur la figure IV.2 :

N°	maillage	Nombres de Nussel Moyens						Nusselt Local	
		\overline{Nu}_{phi}	Err (%)	\overline{Nu}_{pvg}	Err (%)	\overline{Nu}_{pvd}	Err (%)	Nu_{lphi}	Err (%)
1	61x31	09,9993	9,94	5,1655	7,11	5,1673	7,08	2,8025	7,52
2	41x41	10,1230	8,83	5,0748	8,74	5,0812	8,63	2,7746	6,59
3	61x61	10,5334	5,13	5,2769	5,11	5,2788	5,08	2,6651	2,75
4	81x81	10,8522	2,26	5,4341	2,28	5,4349	2,27	2,6057	0,53
5	101x101	11,1039	****	5,5612	****	5,5615	****	2,5917	****

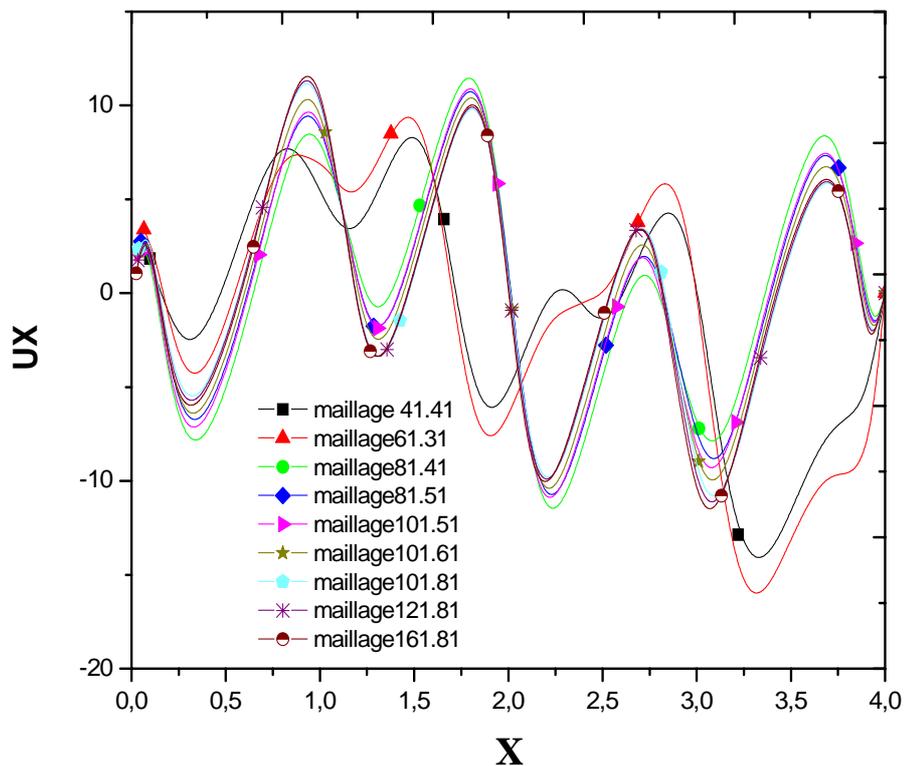
Tableau IV.2 : Effet du maillage sur les valeurs des nombres de Nusselt local et moyens

L'erreur est calculer avec le maillage de reffernce (101*101).

On constate à travers ce tableau qu'à partir d'un maillage 81x81, la valeur de l'erreur est de l'ordre de 2 % pour les Nusselt moyens et de 0.53 % pour la valeur du Nusselt local, ce qui peut être largement acceptable.

IV.3.2. Cavite fermée rectangulaire :

De même pour le cas de figure, nous représenterons les profils de la vitesse horizontale pour les différents maillages suivants : (41*41), (61*31), (81*41), (81*51), (101*51), (101*61), (101*81), (121*81) et (161*81) dans la figure (IV.3) , ainsi que les profils du nombre de Nusselt local pour la paroi horizontale inférieure (paroi chaude):



Profil des vitesses horizontales au milieu de la cavité rectangulaire pour différents maillages

On remarque d'après ces profils des vitesses horizontales obtenus au milieu de la cavité, et le profil du nombre de Nusselt local de la paroi inférieure, qu'à partir d'un certain nombre de mailles, le profil ne change plus, alors dans le but d'avoir un gain du temps de calcul et d'avoir

aussi un degré de précision acceptable, on a choisi d'utiliser le maillage (101*81) à partir du quel les profils demeurent inchangés.

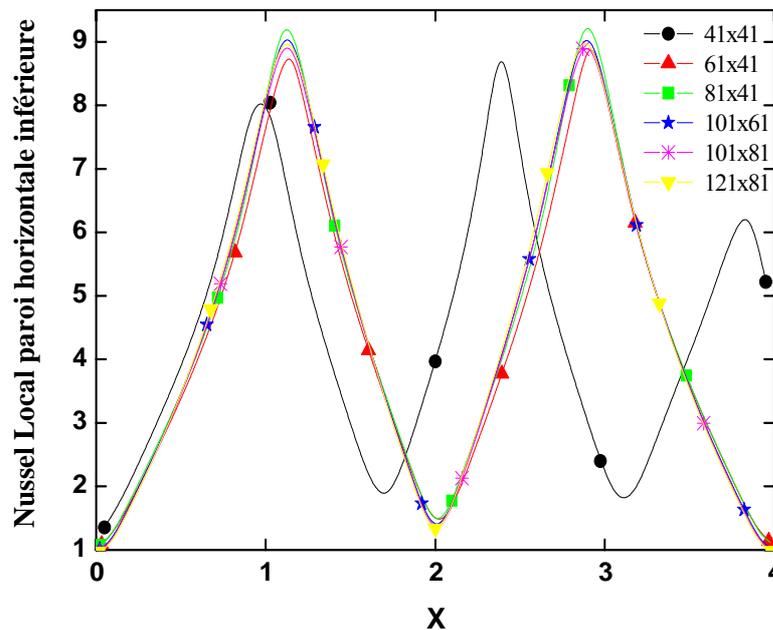


Fig. IV.4: Profil du nombre de Nusselt local de la paroi inférieure pour différents maillages

On présente dans le tableau IV.3 les valeurs des nombre de Nusselt moyens pour la paroi horizontale inférieure et supérieure ainsi que la valeur du nombre de Nussel local au milieu de la paroi horizontal inférieure, pour différent maillages. On a évalué l'erreur par rapport au maillage le plus fin considéré, on constate que pour le maillage choisi (101x81) l'erreur est d'environ 0,8% pour les valeurs du Nussel moyens et d'environ 1 % pour la valeur du Nussel local, ce qu'on considère acceptable. (L'erreur est calculer avec le maillage de referrence (121*81))

N°	maillage	Nombres de Nussel Moyens				Nusselt Local	
		\bar{Nu}_{phi}	Err (%)	\bar{Nu}_{phs}	Err (%)	Nu_{lphi}	Err (%)
1	41x41	4.475969	2,23	4.450363	2,97	3.969837	66,20
2	61x61	4.436680	3,09	4.449721	2,98	1.446358	7,25
3	81x41	4.594749	0.35	4.607188	0.44	1.466541	8,52
4	101x61	4.574437	0.08	4.584611	0.045	1.386974	3,28
5	101x81	4.538956	0.86	4.549075	0.82	1.355754	1,05
6	121x81	4.578338	*****	4.586689	*****	1.341451	*****

Tableau IV.3 : Effet du maillage sur les valeurs des nombres de Nusselt local et moyens,

Cavité rectangulaire

IV.4. VALIDATION DU CODE DE CALCUL :

Afin de pouvoir valider le code de calcul et vérifier l'exactitude numérique de la présente étude, nous avons repris quelques cas de figure déjà étudiés dans la littérature. L'objectif visé est de reproduire fidèlement certains de ces résultats tout en se mettant dans les mêmes conditions pour lesquels ils sont trouvés. Nous avons porté notre choix sur une publication réalisée par *M. Sathiyamoorthy et col* [29]. Le travail concerne l'étude de la convection naturelle dans une cavité fermée carrée constituée par une paroi horizontale inférieure portée à une température chaude, la paroi horizontale supérieure adiabatique, la paroi verticale gauche avec une distribution linéaire de la température adimensionnelle suivant la fonction $\theta(0, Y) = 1 - Y$, et une paroi verticale droite portée à une température froide. Nous résumons dans le schéma de la figure IV.5 le cas considéré par les auteurs et que nous avons repris par notre code de calcul.

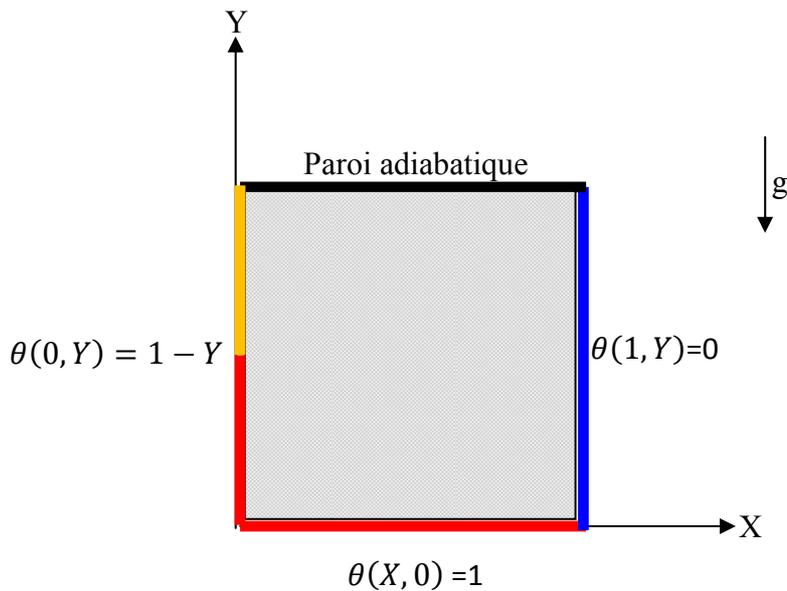
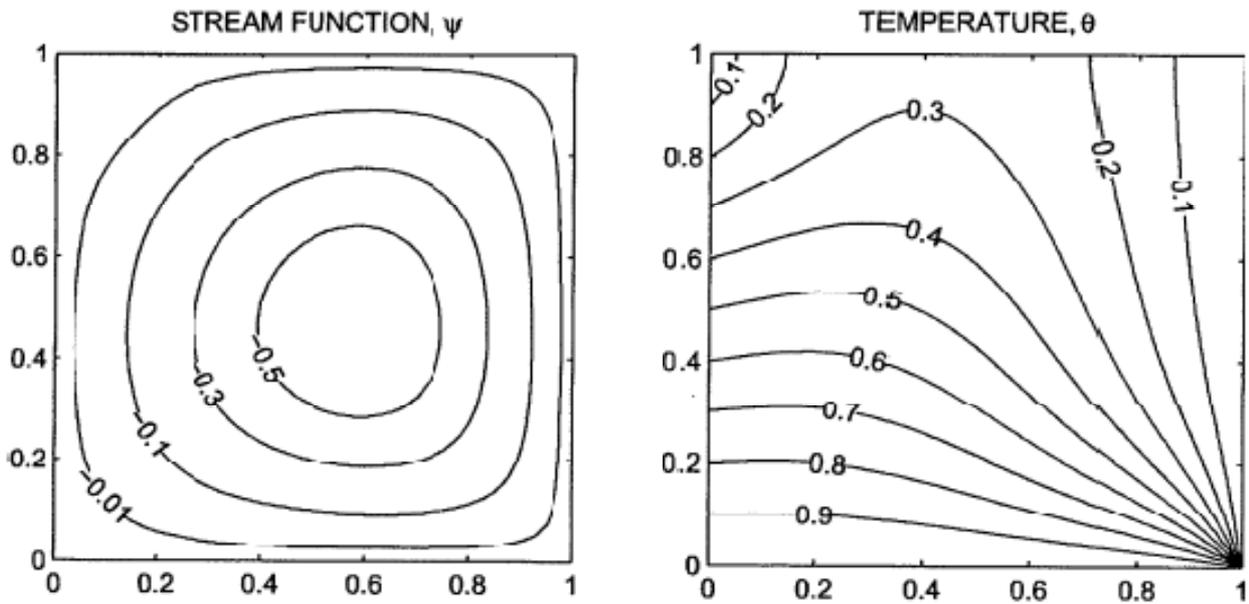
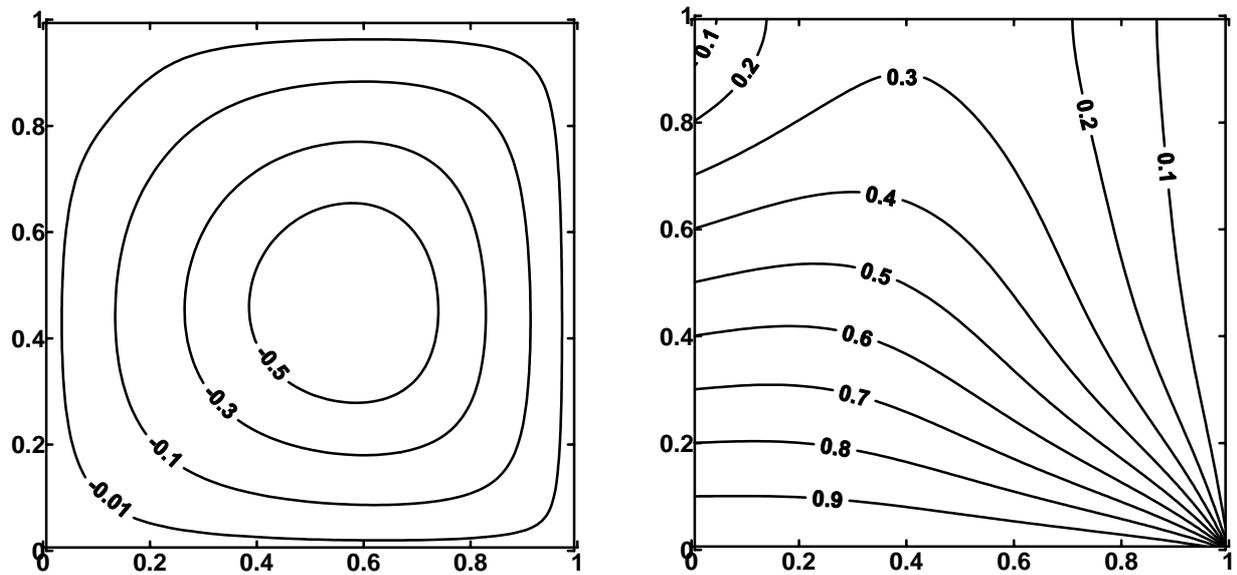


Fig IV.5 : Représentation schématique de la géométrie considérée par
M. Sathiyamoorthy et col [29]

La validation des résultats se fera sur les lignes de courant et les isothermes pour deux valeurs du nombre de Rayleigh à savoir 10^3 et 10^5 et un nombre de Prandtl de 0.7. Nous allons aussi présenter les nombre de Nusselt locaux pour la paroi horizontale inférieure et la paroi verticale gauche, pour les Rayleigh de 10^3 , 10^4 et 10^5 avec un nombre de Prandtl de 0.7 et Rayleigh de 10^5 avec un Prandtl de 10.

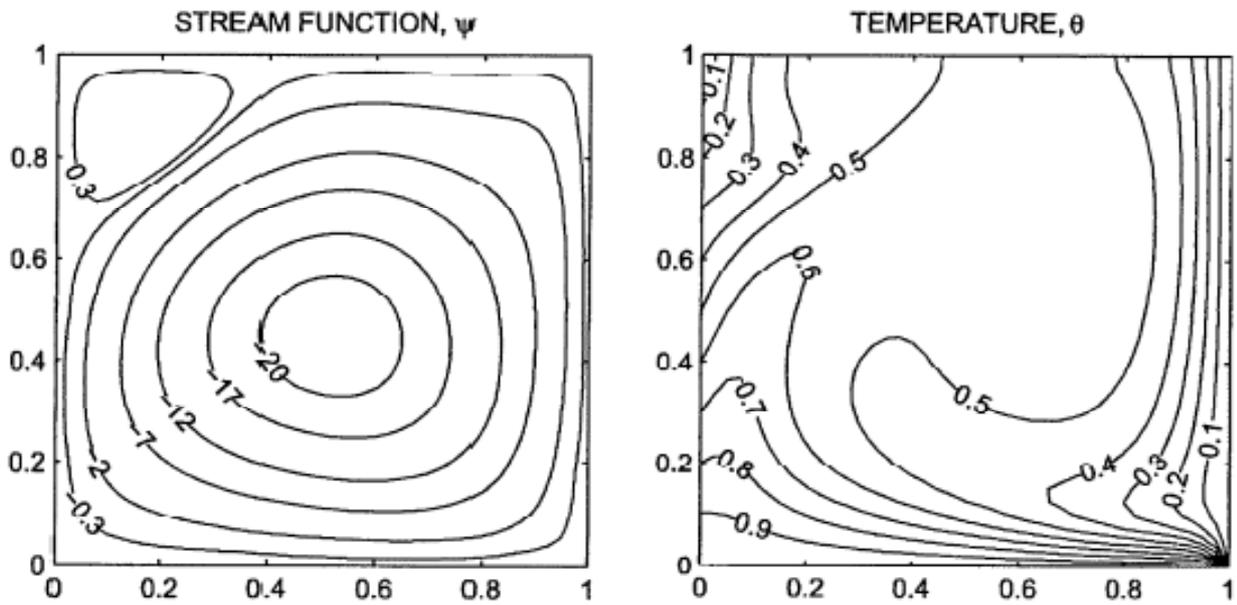


a) Résultats de : M. Sathiyamoorthy et col [29]

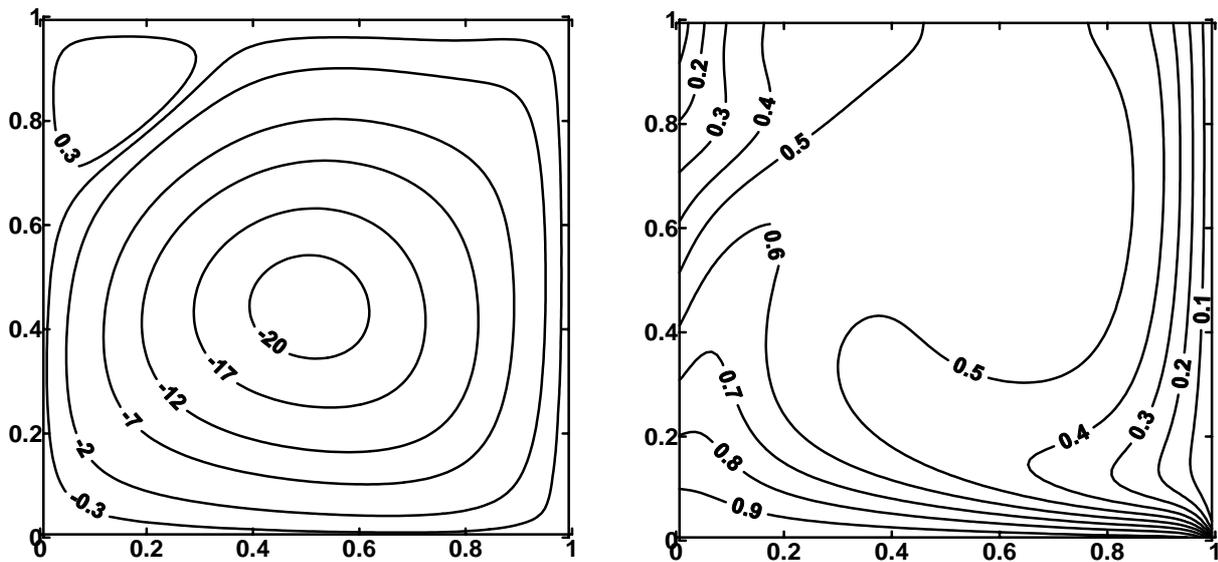


b) Résultats de la présente étude

Fig IV.6 : Comparaison des lignes de courants et des isothermes entre les résultats de M. Sathiyamoorthy et col [29] et Résultats de la présente étude pour $Ra = 10^3$ et $Pr = 0.7$



a) Résultats de M. Sathiyamoorthy et col [29]



b) Résultats de la présente étude

Fig IV.7 : Comparaison des lignes de courants et des isothermes entre les résultats de M. Sathiyamoorthy et col [29] et les Résultats de la présente étude pour $Ra = 10^5$ et $Pr = 0.7$

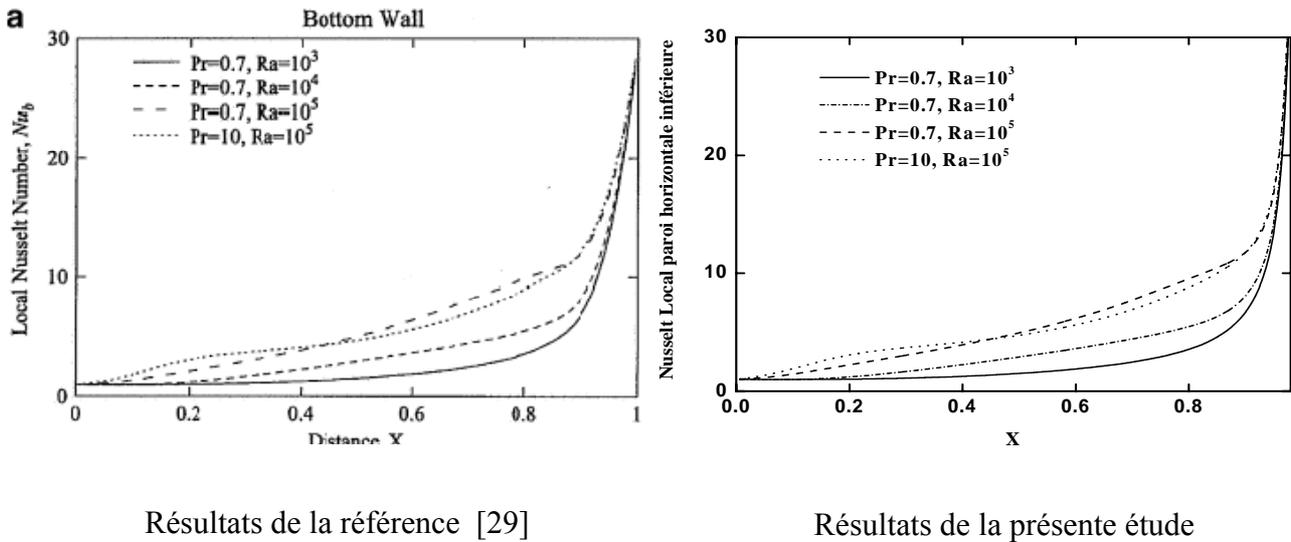


Fig IV.8 : Comparaison des profils des nombre du nombre de Nusselt local pour la paroi horizontale inférieure pour différents Rayleigh et Prandtl

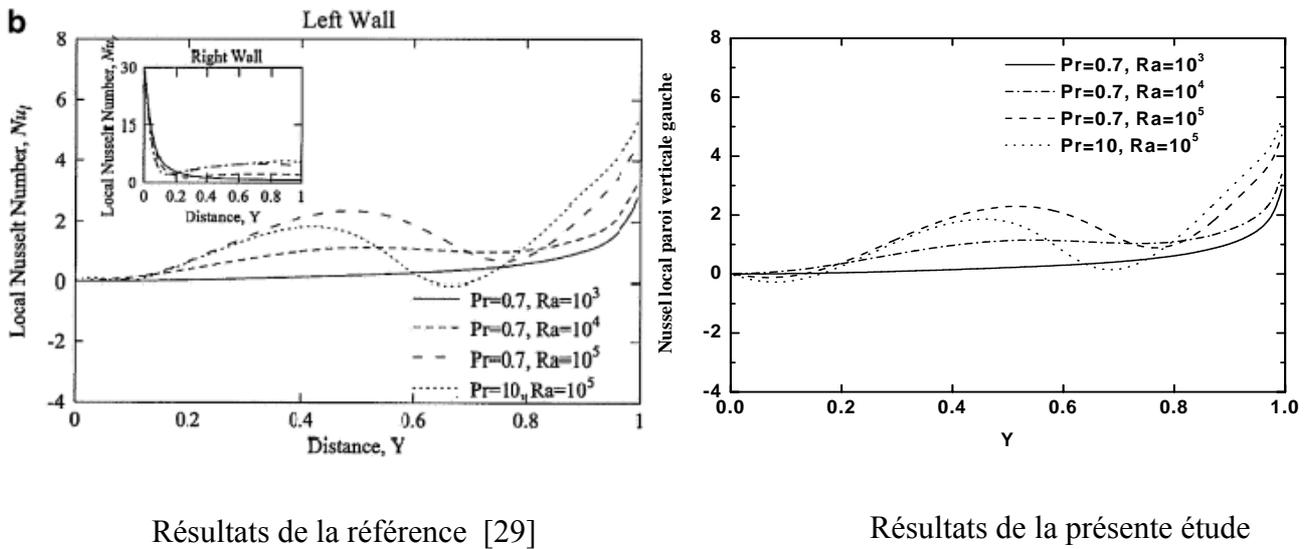


Fig IV.9 : Comparaison des profils des nombre du nombre de Nusselt local pour la paroi verticale gauche pour différents Rayleigh et Prandtl

On constate à travers les figures IV.6, IV.7, représentant les lignes de courant et les températures que les résultats de la présente étude se rapprochent étroitement de ceux trouvés par M. Sathiyamoorthy et col. Sur les figures IV.8 et IV.9 représentant les profils des nombre de Nusselt locaux pour différentes valeurs de Rayleigh et Prandtl, on constate aussi une très bonne concordance des résultats de la présente étude et de ceux de la référence.

IV.5. RESULTATS :

Dans cette partie, nous allons présenter les résultats obtenus pour les deux géométries considérées. Nous allons voir l'effet des variations des nombres de Prandtl et de Rayleigh sur les lignes de courant, les isothermes, les nombres de Nusselt locaux et moyens.

IV.5.1 Etude de la cavité fermée carrée :

Pour le cas de la cavité carrée avec la paroi horizontale inférieure portée à une température chaude et les deux parois verticales à une température froide, les calculs ont été réalisés pour les paramètres de contrôle suivants : $(Pr = 0.7, Ra=10^3)$, $(Pr = 0.7, Ra=5 \times 10^3)$, $(Pr = 0.7, Ra=10^5)$ et $(Pr = 10, Ra=10^5)$.

IV.5.1.1 Effet de nombre de Rayleigh et de Prandtl sur les lignes de courant et les isothermes :

Les figures (IV.10-IV.13) montrent les profils des lignes de courant et des isothermes pour les résultats numériques obtenus pour les valeurs des nombres de Rayleigh et Prandtl citées ci-dessus.

On constate à travers ces figures qu'en raison des parois verticales froides, les particules de fluide se déplacent vers le haut à partir du centre de la paroi horizontale inférieure et s'écoulent vers le bas le long des deux parois verticales. Ces mouvements ascendant et descendant des particules fluides donnent naissance à deux cellules symétriques contrarotatives à l'intérieur de la cavité, l'une dans le sens horaire et l'autre dans le sens antihoraire et qui sont montrées, respectivement, par des signes négatifs et positifs des fonctions de courant.

Pour une valeur de $Ra = 10^3$ et de $Pr = 0.7$ (figure IV.10), l'intensité des fonctions de courant est très faible et dans ce cas, le transfert de chaleur se fait principalement par conduction. Dans ce cas, on constate que le profile de température correspondant à $\theta = 0,1$ apparaît symétriquement au voisinage des parois verticales de la cavité. Pour les autres profiles de températures correspondant à $\theta \geq 0,2$, ils ont une distribution parabolique le long de la cavité et présentent une symétrie par rapport à l'axe médian de la cavité. Ils restent inchangés jusqu'à la valeur critique $Ra < 5 \cdot 10^3$.

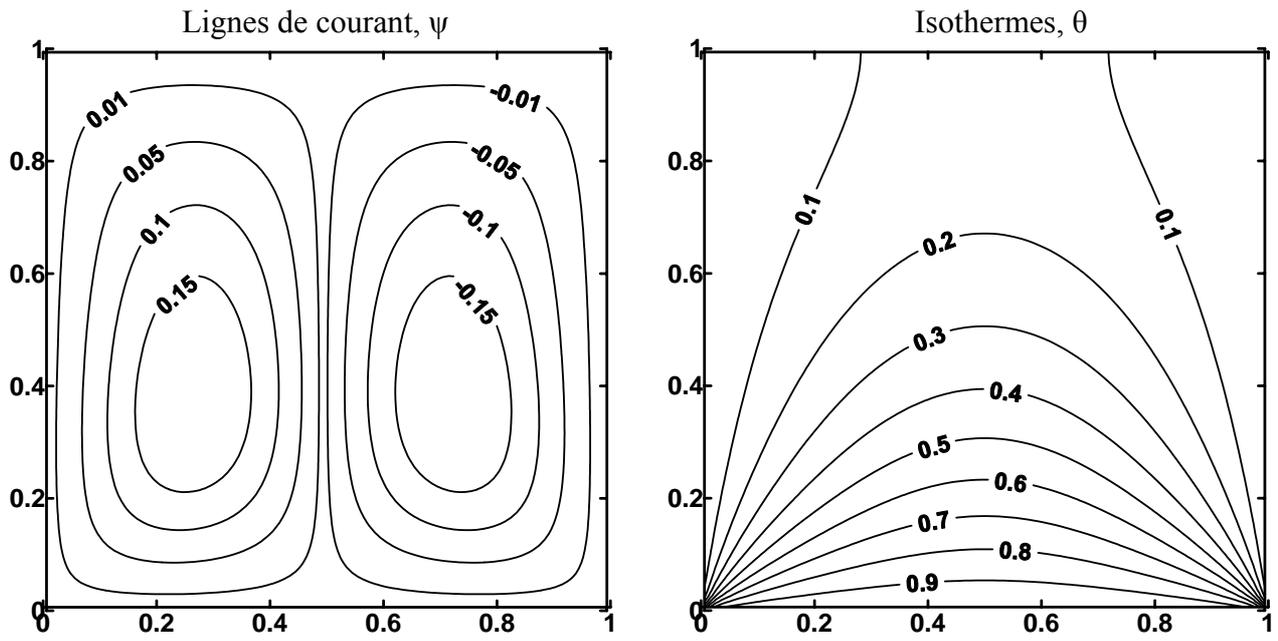


Fig IV.10: Lignes de courant et isothermes pour $Ra=10^3$ et $Pr=0.7$

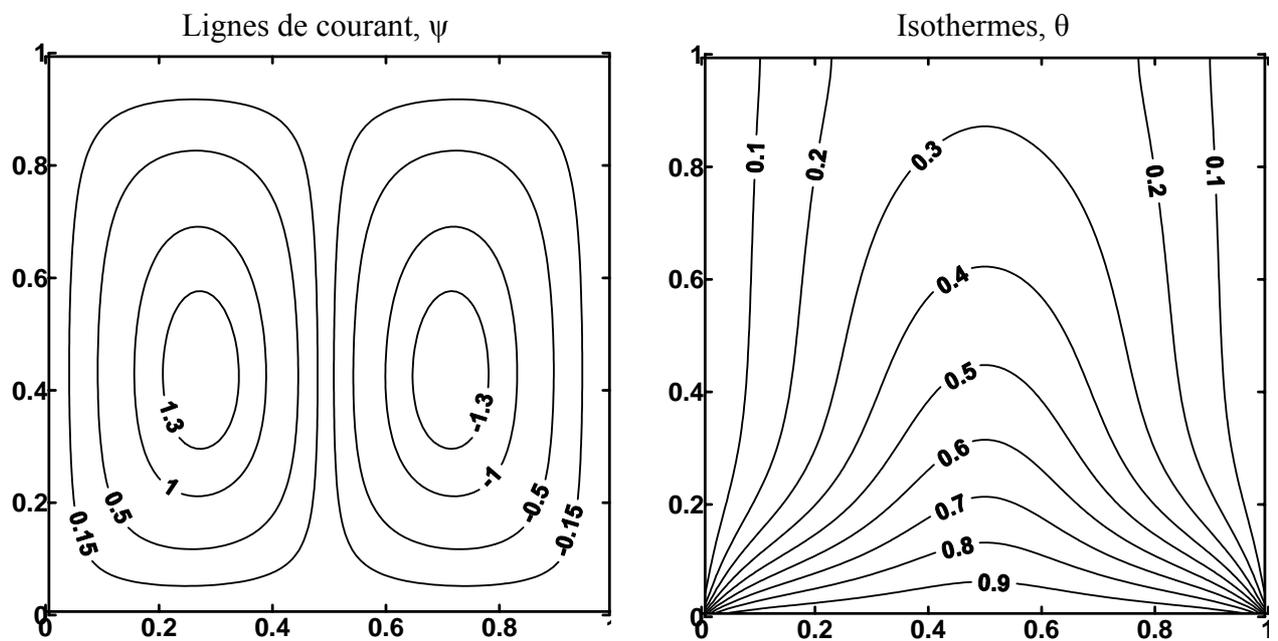


Fig IV.11: Lignes de courant et isothermes pour $Ra= 5 \times 10^3$ et $Pr=0.7$

Pour le cas où la valeur de $Ra = 5 \cdot 10^3$ (figure IV.11), on constate à travers la courbe des lignes de courant que l'intensité du mouvement au centre des cellules a augmenté et par conséquent, le profil de température correspondant à $\theta = 0,2$ commence à rejoindre le voisinage des parois verticales en se scindant en deux courbes symétriques. La présence de la convection est également montrée par les autres profils de température qui commencent à se déformer et qui s'étirent vers la paroi supérieure.

Au fur et à mesure que le nombre de Rayleigh augmente pour atteindre de la valeur de 10^5 , l'intensité du mouvement due aux effets de la poussée d'Archimède augmente, cela est illustré par les valeurs des fonctions de courant sur la figure IV.12. On constate que le mouvement du fluide est plus intense au centre et plus faible au voisinage des parois à cause des conditions aux limites de non glissement imposée à ces dernières. La forte circulation du fluide dans chaque moitié de la cavité entraîne un enveloppement des particules fluides autour du centre des cellules, où se trouve l'axe de rotation et par conséquent une densification des isothermes au voisinage des parois. On constate aussi que les gradients de températures au niveau de la paroi inférieure et des parois verticales, tend à être significatif menant ainsi à au développement de la couche limite thermique, contrairement à la partie centrale supérieure de la cavité où les gradients de températures restent faibles à cause de la forte intensité de l'écoulement au voisinage immédiat des noyaux de cellules.

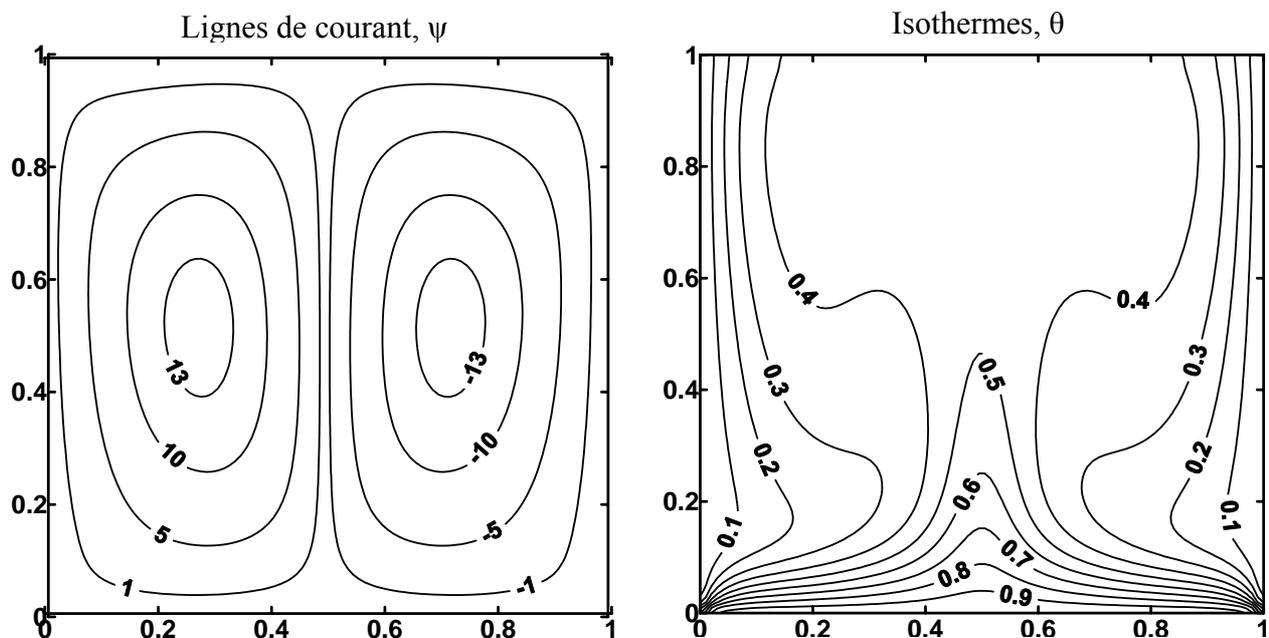


Fig IV.12: Lignes de courant et isothermes pour $Ra= 10^5$ et $Pr=0.7$

Cependant, on remarque une apparition d'une zone de stratification de la température au niveau de la partie supérieure de la ligne médiane à cause de la stagnation de l'écoulement.

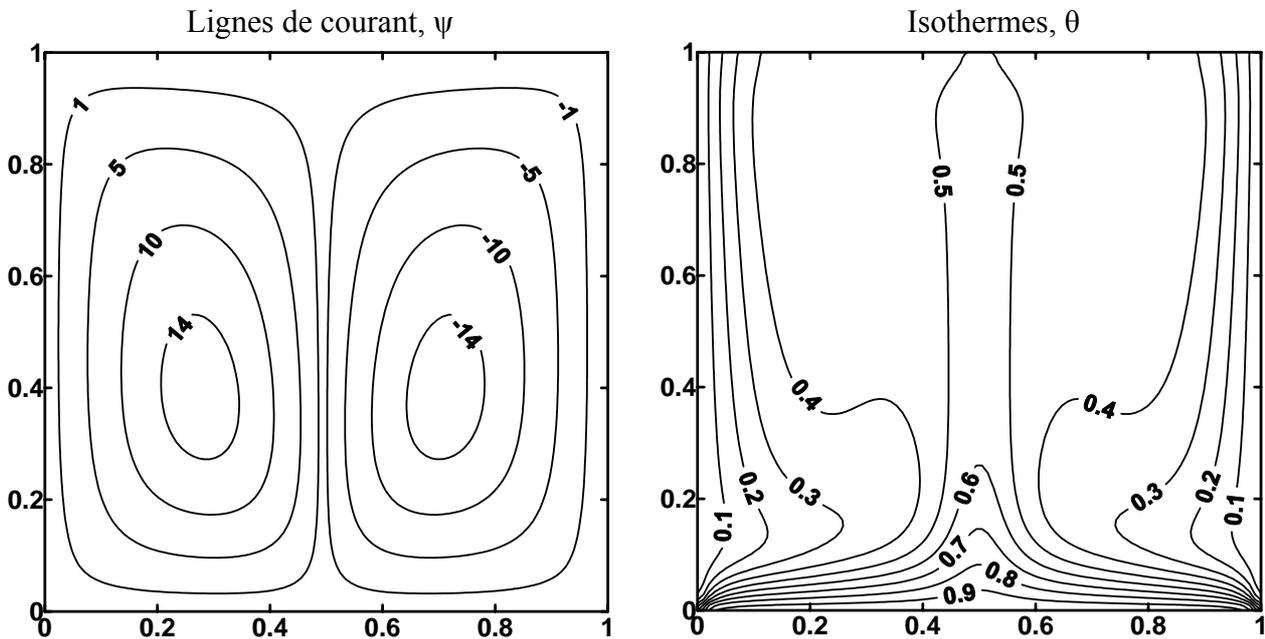


Fig IV.13: Lignes de courant et isothermes pour $Ra= 10^5$ et $Pr= 10$

Une comparaison des figures (IV.12)-(IV.13) montre qu'au fur et à mesure que le nombre de Prandtl augmente de 0,7 à 10, les valeurs de la fonction de courant et les isothermes au centre de la cavité augmentent avec. Bien que les fonctions de courant sont qualitativement semblables, la circulation qui est plus grande dans la zone centrale distribue une énergie ayant pour résultat une température plus grande près de la ligne médiane verticale symétrique comme le montre la figure IV.13. On peut constater que la température varie entre de 0,4 – 0,5 pour $Pr= 0,7$ (fig. IV.12) dans la partie supérieure du centre de la cavité tandis que la température change de 0,5 – 0,6 pour $Pr= 10$. On constate aussi que la zone de stratification est réduite en raison d'une plus grande intensité de l'écoulement pour $Pr=10$.

IV.5.1.2 Taux de transfert de chaleur : Nombres de Nusselt locaux et moyens :

Les figures (IV.14) –(IV.15) montrent les effets du nombre de Rayleigh et de Prandtl sur les nombres de Nusselt locaux de la paroi horizontale inférieure et les parois verticales.

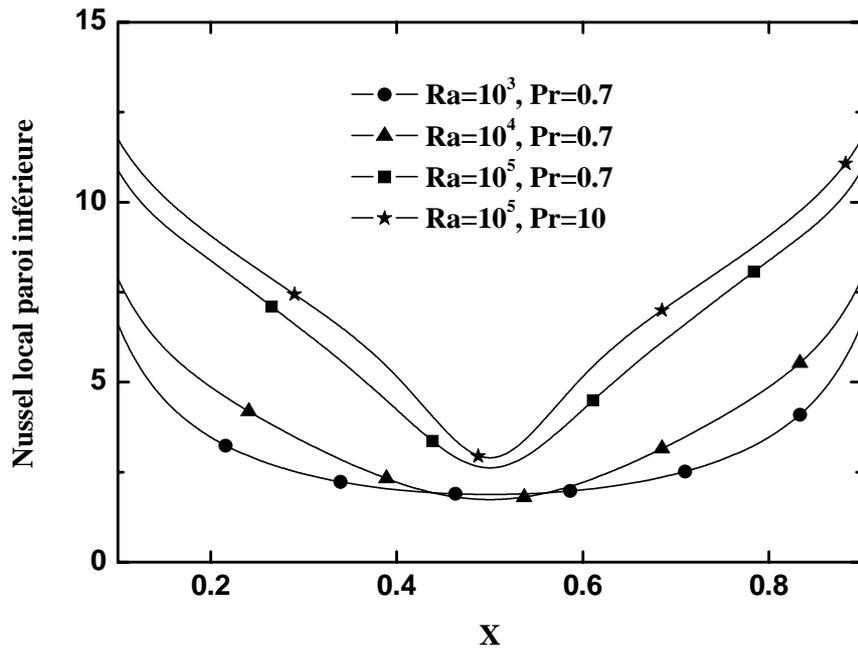


Fig IV.14: Variation du nombre de Nusselt local en fonction de la distance le long de la paroi horizontale inférieure, pour différentes valeurs des nombres de Rayleigh et Prandtl

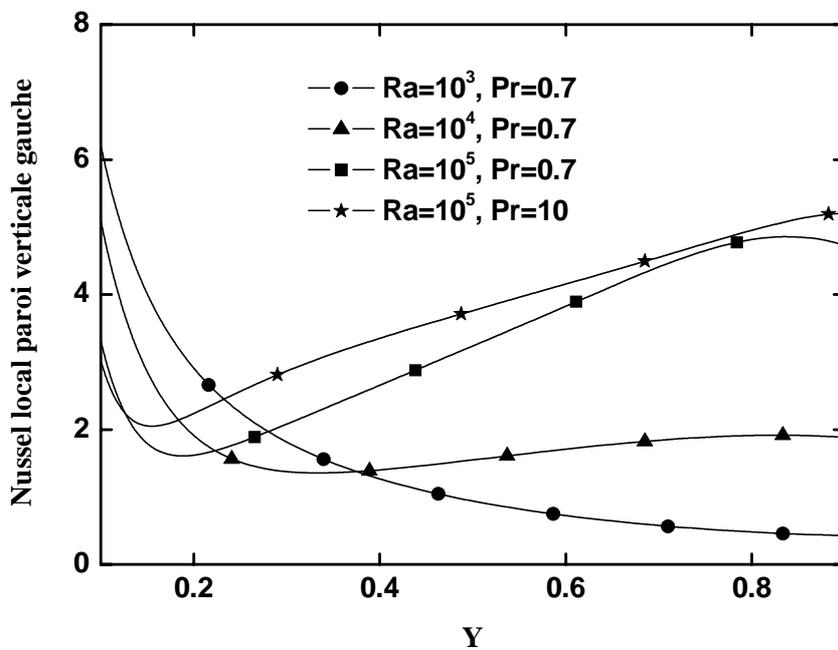


Fig IV.15: Variation du nombre de Nusselt local en fonction de la distance le long de la paroi verticale gauche, pour différentes valeurs des nombres de Rayleigh et Prandtl

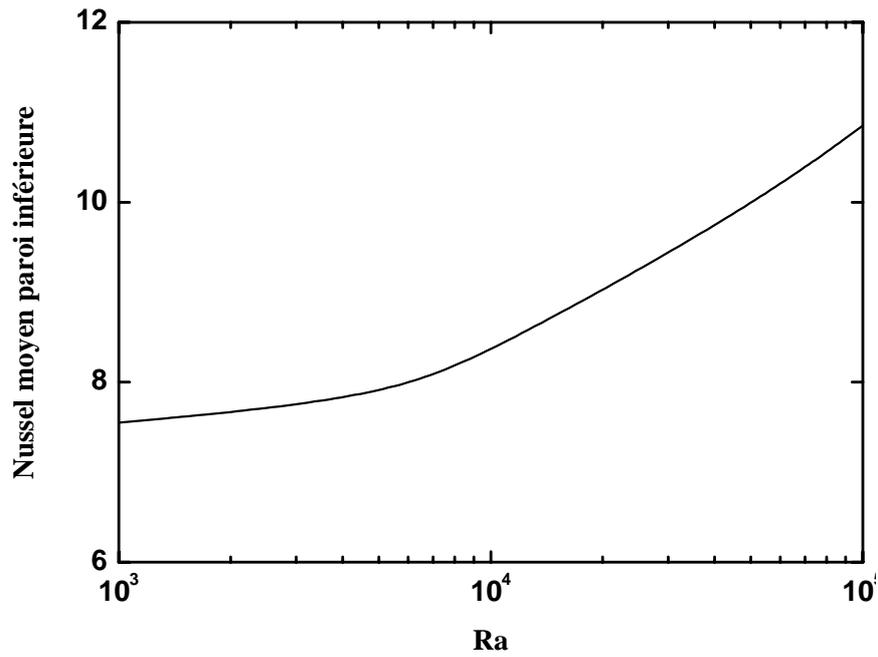


Fig IV.16: Variation du nombre de Nusselt moyen, de la paroi horizontale inférieure, en fonction du nombre de Rayleigh pour $Pr = 0.7$

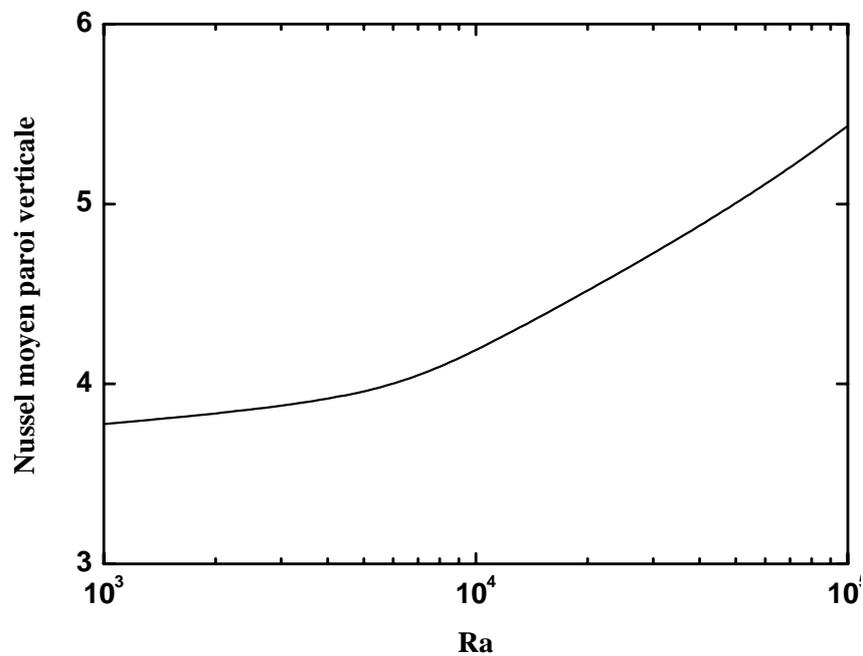


Fig IV.17: Variation du nombre de Nusselt moyen, de la paroi verticale gauche, en fonction du nombre de Rayleigh pour $Pr = 0.7$

On constate à travers la figure IV.14 que le taux du transfert thermique représenté par la valeur du nombre de Nussel local pour la paroi horizontale inférieure est plus important aux extrémités de cette dernière. Ceci est généré par la discontinuité de la condition aux limites sur la température au niveau des extrémités de la paroi. On a constaté sur les figures des profils de température que les isothermes augmentent en allant de l'extrémité vers le centre de la cavité de part et d'autre, par conséquent le nombre de Nusselt diminue de façon monotone en suivant le même chemin pour ainsi atteindre son minimum au centre du canal.

La figure IV.15 illustre le taux du transfert thermique au niveau des parois verticales. On constate à travers cette figure que le nombre de Nusselt local diminue avec la distance pour le cas $Ra = 10^3$ et $Pr = 0.7$. On peut remarquer aussi que pour $Ra = 10^3$ et $Pr = 0.7$ et $Pr=10$, le nombre de Nusselt diminue pour une certaine distance de l'extrémité inférieure de la paroi, ensuite il commence à augmenter. Pour les valeurs élevées de Rayleigh, la forte intensité de l'écoulement conduit à un resserrage des profils de température dans la partie supérieure de la cavité et qui viennent contrebalancer l'effet du régime de pure conduction illustré sur la figure IV.10 et favorisent ainsi l'augmentation du taux du transfert thermique au fur et à mesure qu'on s'éloigne des extrémités inférieures des parois verticales.

Les figures IV.16 et IV.17 illustrent l'effet global sur les taux du transfert thermique avec la présentation des variations des nombres de Nusselt moyens pour la paroi inférieure et les parois verticales, respectivement, en fonction du nombre de Rayleigh. On constate à travers ces figures que les nombres de Nusselts moyens suscités demeurent quasi constants jusqu'à la valeur approximative de Rayleigh de l'ordre de $5 \cdot 10^3$, correspondant au régime de conduction. Au-delà de cette valeur, les nombres de Nusselts moyens augmentent sensiblement avec le nombre de Rayleigh.

IV.5.2 Etude de la cavité fermée rectangulaire :

Dans cette deuxième partie, nous allons présenter les résultats correspondant au cas de la cavité rectangulaire allongée avec la paroi inférieure portée à une température uniforme chaude et la paroi supérieure à une température uniforme froide, les deux parois verticales sont maintenues adiabatiques. Les résultats porteront sur les profils des lignes de courant, les isothermes et les nombres de Nusselt locaux pour les valeurs des paramètres de contrôle suivantes : ($Pr = 0.7$, $Ra=10^3$), ($Pr = 0.7$, $Ra=10^5$) et ($Pr = 10$, $Ra=10^5$).

IV.5.2.1 Effet de nombre de Rayleigh et de nombre de Prandtl sur les lignes de courant et les isothermes:

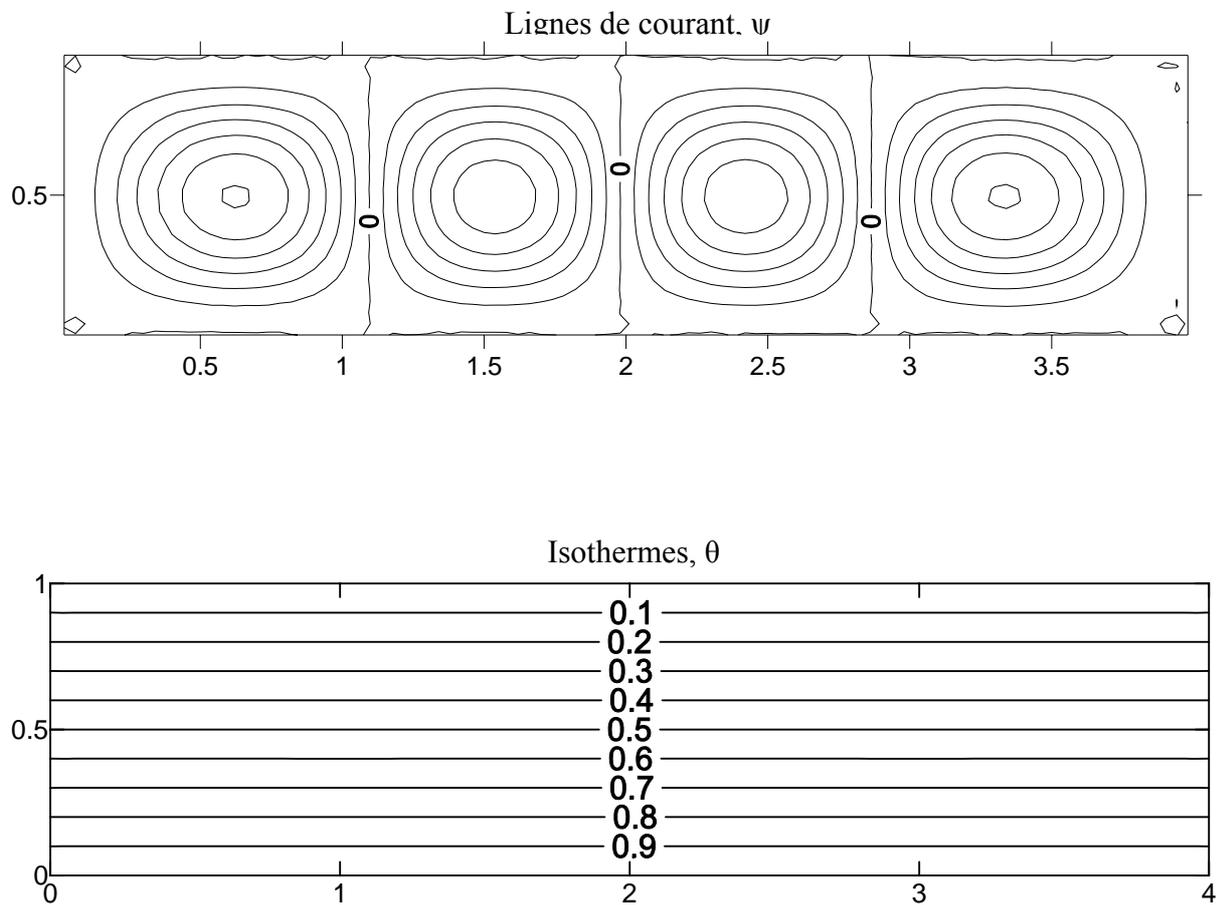


Fig.IV.18 : Lignes de courant et isothermes pour $Ra=10^3$, $Pr=0.7$, $L=4$

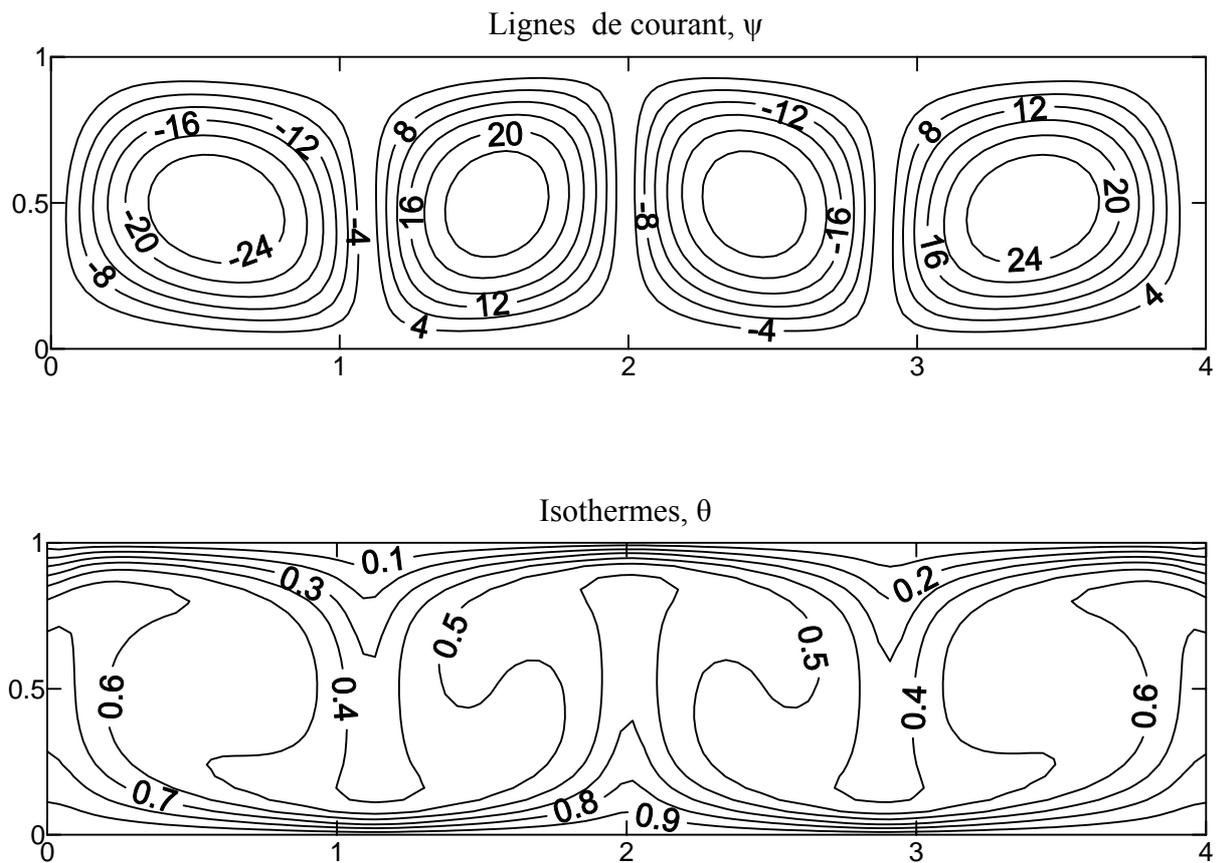


Fig. IV.19 : Lignes de courant et isothermes pour $Ra=10^5$, $Pr=0.7$, $L=4$

Les figures IV.18-IV.20 montrent les profils de lignes de courant et des températures pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh et du nombre de Prandtl. Pour une valeur du nombre de Rayleigh de 10^3 (Fig IV.18), on constate que les valeurs des fonctions de courants sont quasi nulles, elles sont de l'ordre de 10^{-10} , et le fluide est considéré en état de stagnation à l'intérieur de la cavité. Les profils de température sont en forme de lignes droites parallèles avec des valeurs décroissantes linéairement en allant de la paroi inférieure vers la paroi supérieure. Dans ce cas, le transfert de chaleur à l'intérieur de la cavité se fait essentiellement par conduction, du fait de la faible valeur du nombre de Rayleigh ($Ra=10^3$) qui est inférieure à la valeur critique, évoquée dans le chapitre I, qui est de l'ordre de 1708.

Pour la valeur du nombre de Rayleigh de 10^5 (figure IV.19), on remarque l'apparition d'un écoulement cellulaire, avec quatre cellules symétrique dans la forme et le sens de rotation. Cette formation des cellules rotatives est due principalement à la présence des parois verticales adiab-

tiques, de part et d'autre de la cavité. Les particules fluides au voisinage des parois verticales, devenant moins denses en raison de la chaleur acquise auprès de la paroi horizontale inférieure suivent un mouvement ascendant le long des parois verticales, du fait qu'elles sont adiabatiques, et en contact avec la paroi supérieure froide, les particules fluides deviendront plus denses et entameront un mouvement descendant, ce qui peut expliquer le sens de rotation des cellules à l'extrémité de la cavité, qui est positif (antihoraire) pour la cellule droite et négatif (horaire) pour la cellule gauche, et on observe le phénomène inverse en allant du centre de la cavité vers les extrémités. On constate aussi, à travers les valeurs des fonctions de courant, la forte intensité du régime d'écoulement, cette intensité est beaucoup plus prononcée aux noyaux de cellules qu'aux extrémités, à cause de la condition de non glissement imposées sur les parois. La présence de la convection est également montrée par les autres profils de température qui ont subi une déformation et qui s'étirent vers la paroi supérieure. La forte intensité de l'écoulement (mouvement de rotation des particules fluide s'enveloppant autour des noyaux des cellules) conduit à la compression des isothermes aux voisinages des deux parois horizontales.

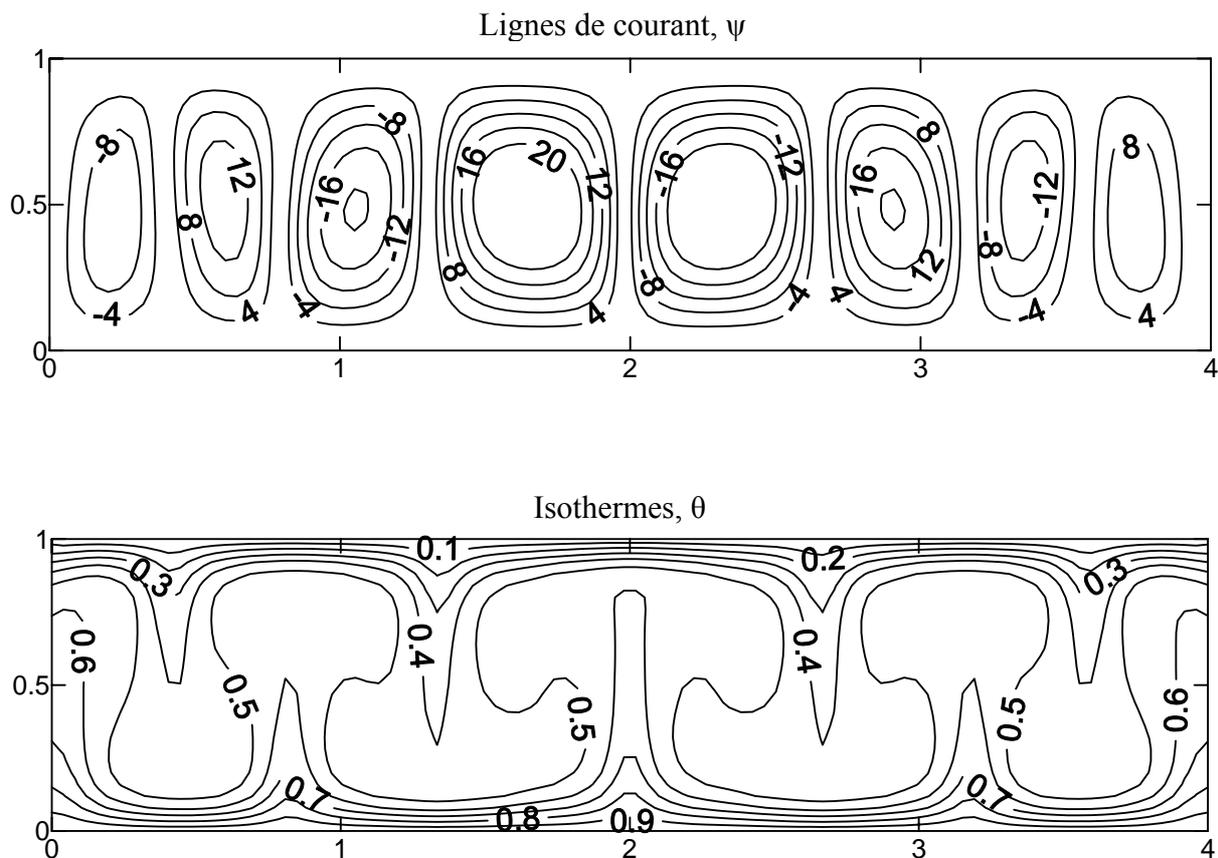


Fig.IV.20 : Lignes de courant et isothermes pour $Pr=10$, $Ra=10^5$, $L=4$

Pour la même valeur du nombre de Rayleigh ($Ra = 10^5$) et un nombre de Prandtl de 10 (Figure IV.20), on constate un changement dans la structure de l'écoulement, représentée par les lignes de courant. On remarque l'apparition de cellules contrarotative symétrique au nombre de huit, soit le double du cas pour $Pr = 0.7$. Ces cellules diminuent d'intensité en allant du centre de la cavité vers les extrémités. Il est à noter que comparativement au cas où $Pr=0.7$, il ya une diminution dans les valeurs des fonctions de courant, donc de l'intensité du régime d'écoulement, ce qui se traduit par des cellules moins enveloppante augmentant ainsi la zone de faible intensité au voisinage des parois. Les profils de températures montrent clairement cette différence, on constate un resserrage plus important des isothermes aux voisinages des parois horizontales inférieure et supérieure, ce qui va amener à la diminution des effets convectifs.

IV.5.2.2 Taux de transfert de chaleur : Nombre de Nusselt locale :

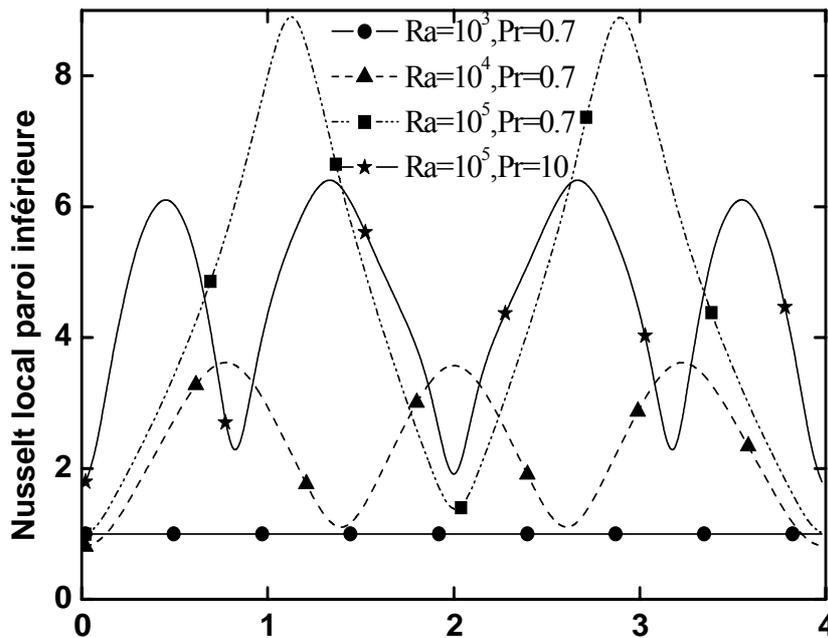


Fig . IV.21 : Nombre de Nusselt local de la paroi horizontale inferieure pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh et Prandtl

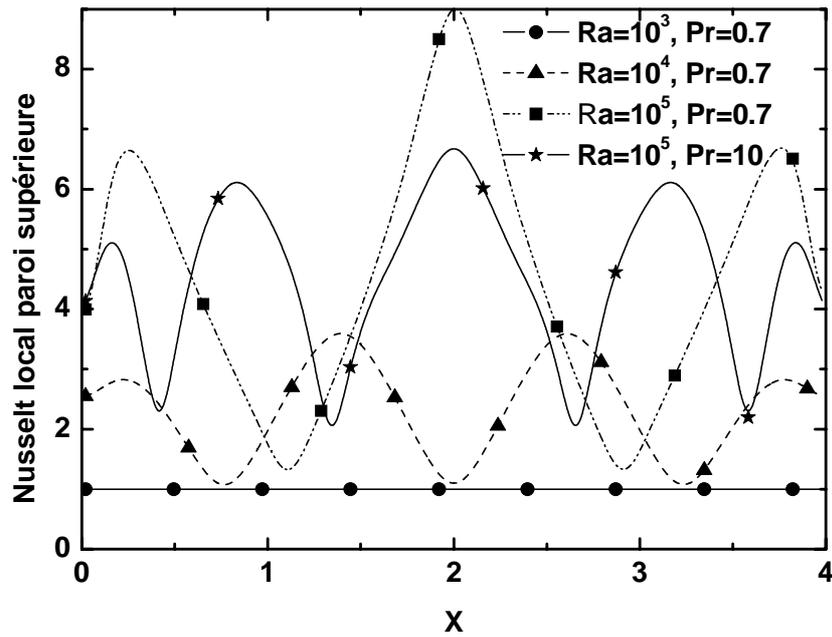


Fig. IV.22 : Nombres de Nusselt local de la paroi horizontale supérieure pour différentes valeurs de nombre de Rayleigh et Prandtl

Les figures IV.21 et IV.22 illustrent la variation des nombre de Nusselt locaux, des parois inférieure et supérieure, en fonction de la longueur de la cavité pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh et de Prandtl. On constate globalement que le nombre de Nusselt local, pour la paroi inférieure et supérieure, augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. Pour la valeur du nombre de Rayleigh de $Ra = 10^3$, le nombre de Nusselt local est constant le long de la longueur de la cavité, pour les deux parois, ce qui caractérise le régime de pure conduction. Pour $Ra=10^5$, on remarque le nombre de Nusselt local évolue suivant une forme sinusoïdale le long de la longueur de la cavité avec une valeur minimale au centre de la paroi inférieure de la cavité et deux valeurs maximales au niveau de chaque centre de la demi longueur de la paroi. Ces maximales correspondent exactement avec les zones où l'on observe une densité importante des profils de températures au voisinage de la paroi inférieure (Fig IV.19), qui est le résultat d'une forte intensité du mouvement dans ces zones (fonction de courant), générant ainsi des gradients de températures importants. Pour le cas où $Pr=10$, on constate toujours un comportement sinusoïdale du nombre de Nusselt avec plusieurs maxima et minima. Contrairement au cas de la cavité carrée, l'augmentation dans la valeur de Pr de 0.7 à 10 n'a pas généré une augmentation des valeurs du nombre de Nusselt.

Pour le nombre de Nusselt de la paroi supérieure, il se comporte exactement à l'opposé de celui de la paroi inférieure, ce qui correspond parfaitement avec la structure de l'écoulement (lignes de courant) et la distribution des profils de températures (zone de densité des profils de température).

CONCLUSION GENERALE

La présente étude se veut une contribution à l'étude des transferts convectifs dans les cavités, qui ne cessent de faire l'objet de plusieurs travaux de recherche dont le but principal est d'améliorer les rendements des transferts ou le cas échéant d'améliorer l'isolation et par conséquent les déperditions énergétiques.

C'est dans cette optique qu'une étude numérique sur la convection naturelle dans une cavité carrée et rectangulaire fermées a été entreprise. Le problème physique a été modélisé par les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Le système d'équation obtenu a été résolu moyennant la méthode des volumes finis en utilisant un maillage décalé et l'algorithme simple pour le couplage vitesse pression.

Les résultats obtenus sont présentés en mettant en évidence l'influence des différents paramètres adimensionnels qui servent de paramètres de contrôle, entre autre, le nombre de Rayleigh et le nombre de Prandtl. Deux configurations portant sur le type de géométrie ont été considérées à savoir la cavité carrée avec chauffée de la paroi inférieure et refroidie par les parois verticales et la cavité rectangulaire allongée chauffée par le bas et refroidie par le haut. Les différents résultats sont traduits sous forme de courbe de ligne de courant, de profils de température et des profils des nombres de Nusselt locaux et moyens. L'exploitation des résultats obtenus a permis d'aboutir à un certain nombre d'observations :

- Pour des faibles nombres de Rayleigh, le transfert de chaleur dans les cavités (pour les deux cas) est dominé par le régime conductif et jusqu'à une valeur critique qui diffère selon qu'on est dans une cavité carrée ou rectangulaire.
- Pour des valeurs élevées du nombre de Rayleigh, le régime convectif apparaît et l'intensité du mouvement influe considérablement sur la structure de l'écoulement, représentée par les lignes de courant, en donnant naissance à un écoulement cellulaire contrarotatif. Le nombre de cellule dépend de la géométrie de la cavité et du nombre de Rayleigh et même du nombre de Prandtl. Nous avons observé un écoulement à deux cellules pour la cavité carrée et quatre cellules pour la cavité rectangulaire. Dans cette dernière et avec un nombre de Prandtl de 10, l'écoulement est passé à huit cellules contrarotatives.

- L'augmentation du nombre de Rayleigh conduit à une augmentation des taux de transferts traduits par les nombres de Nusselt moyens et locaux, qui est la conséquence directe de l'augmentation des effets convectifs.

Enfin le présent travail ouvre des perspectives de développement et d'amélioration en s'intéressant notamment à l'étude de l'influence de différentes conditions aux limites, à l'influence du degré d'inclinaison de la cavité par rapport à l'axe horizontal.

BIBLIOGRAPHIE:

- [1] : Latif M. Jiji, « Heat convection», Springer Berlin Heidelberg New York, 2006
- [2] : Globe, S. and D. Dropkin, «Natural Convection Heat Transfer in Liquids confined by Horizontal Plates and Heated from Below, »J. Heat Transfer, Vol. 18, 1959, pp.24-28.
- [3]: Catton, I. « Natural Convection in Enclosures» Proceedings of Sixth International Heat Transfer Conference, Toronto, Canada, 1978, Vol. 6, pp.13-31.
- [4]: MacGregor, R.K. and A. P. Emery, «Free Convection through Vertical Plane Layers: Moderate and High Prandtl Number Fluids » J. Heat Transfer, Vol. 91, 1969, p.391.
- [5]: Catton, I., «Natural Convection in Enclosures, » 6th Int. Heat Transfer Conference, Toronto, Hemisphere Publishing, Washington, D.C., 1978, Vol. 6, pp. 13-31.
- [6]: Hollands, K.G.T., T.E. Emery, G.D. Raithby and L.J. Konicek, « Free Convection Heat Transfer across Inclined Air Layers, » J. Heat Transfer, Vol. 98, 1976, pp. 189-193.
- [7]: Arnold, J.N., P.N. Bonaparte, I. Catton and D.K. Edwards, « Experimental Investigation of Natural Convection in a Finite Rectangular Regions Inclined at Various Angles from to » Proc. 1974 Heat Transfer and Fluid Mech. Inst., Corvallis, Oregon, Stanford University Press, Stanford, CA, 1974, pp. 321-329.
- [8]: Ayyaswamy, P.S. and I. Catton, « The Boundary Layer Regime for Natural Convection in Differentially Heated Tilted Rectangular Cavity»J. Heat Transfer, Vol. 95, 1973, pp. 543-545.
- [9] :F. Penot « Transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité rectangulaire isotherme ouverte sur une face » Revue Physique. Appliquée. 15 (1980) 207-212 (Laboratoire d'Etudes Aérodynamiques et Thermiques, 40, avenue du Recteur-Pineau, 86022)

- [10] Al Nadawe Abdul Salam: « Etude de la convection naturelle thermique, laminaire et permanente, dans une cavité fermée, constituée par les parois de trois cylindres horizontaux »
These pour l'obtention du grade de docteur de l'université de NICE-SOPHIA-ANTIPOLIS (1990).
- [11] G.Cesini et col « Natural convection from a horizontal cylinder in a rectangular cavity »
International Journal of Heat and Mass Transfer 41(1999) 1801-1811.
- [12] Heinrich Manz « Numerical simulation of heat transfer by natural convection in cavities of facade elements » Energy and Buildings 35 (2003) 305–311
- [13] L.F. Jin et col: « Effects of rotation on natural convection cooling from three rows of heat sources in a rectangular cavity» International Journal of Heat and Mass Transfer 48 (2005) 3982–3994
- [14] Belkacem Ould Said, Noureddine Retiel « Etude Numérique De La Convection Naturelle Dans Une Cavite Pyramide » 13èmes Journées Internationales de Thermique (Albi, France du 28 au 30 Août 2007) Université de Mostaganem, Département de Mécanique B.P. 188 27000 Mostaganem, Algérie
- [15] Bairi, N. Laraqi, J.M. Garcia DE Maria: «Numerical and experimental study of natural convection in tilted parallelepipedic cavities for large Rayleigh numbers»
Experimental Thermal and Fluid Science 31 (2007) 309–324
- [16]T. Pessa, S. Piva : «Laminar natural convection in a square cavity: Low Prandtl numbers and large density differences» International Journal of Heat and Mass Transfer 52 (2009) 1036–1043
- [17] Assunta Andreozzi , Antonio Campo et Oronzio Manca : « Compounded natural convection enhancement in a vertical parallel-plate channel»International Journal of Thermal Sciences 47 (2008) 742–748

- [18] Rejane De C. Oliveski et col « Entropy generation and natural convection in rectangular cavities » *Applied Thermal Engineering* 29 (2009) 1417–1425.
- [19] N. Nithyadevi, P. Kandaswamy, J. Lee: « Natural convection in a rectangular cavity with partially active side walls » *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50 (2007) 4688–4697
- [20] Yasin Varol et col « Natural convection and fluid flow in inclined enclosure with a corner heater » *Applied Thermal Engineering* 29 (2009) 340–350.
- [21] Mohamed A. Teamah: « Numerical simulation of double diffusive natural convection in rectangular enclosure in the presences of magnetic field and heat source » *International Journal of Thermal Sciences* 47 (2008) 237–248
- [22] Belkacem Ould Said, Noureddine Retiel : « Etude numerique de la convection naturelle dans une cavite pyramide » 13èmes Journées Internationales de Thermique. Université de Mostaganem, Département de Mécanique B.P. 188 27000 Mostaganem, Algérie Manuscrit auteur, publié dans "JITH 2007, Albi : France (2007)"
- [23] Qi-Hong Deng: « Fluid flow and heat transfer characteristics of natural convection in square cavities due to discrete source–sink pairs » *International Journal of Heat and Mass Transfer* 51 (2008) 5949–5957
- [24] Guestal Mabrouk : « Modélisation De La Convection Naturelle Laminaire Dans Une Enceinte Avec Une Paroi Chauffée Partiellement » Mémoire de magistère. Spécialité: Génie Mécanique. Option: Énergétique Appliquée En Engineering (2010).
- [25] Jean Félix Durastanti, Raouf Khelalfa, Youssef Sfaxi : « Etude de la convection naturelle dans une cavité par une méthode de réanalyse » IUT de Sénart- Université de

PARIS EST .Département Génie Industriel et Maintenance. Avenue Pierre Point -
77567 Lieusaint cedex .Section de rattachement : 62.

[26]Nat Kasayapanand : «Numerical modeling of natural convection in partially open square cavities under electric field» International Communications in Heat and Mass Transfer 34 (2007) 630–643

[27]Suhas V.Patankar « numerical heat transfer and fluid flow »(1980)

[28] Kamal Gueraoui : Cours « Analyse numérique. Méthode des volumes finis».Université
MOHAMMED V– AGDAL. Faculté des sciences. Rabat ANNÉE
UNIVERSITAIRE : 2009 - 2010

[29] M. Sathiyamoorthy et col: «Steady natural convection flows in a square cavity with linearly heated side wall(s) ». International Journal of Heat and Mass Transfer 50 (2007) 766–775