

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

*Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou  
Faculté de Génie de Construction  
Département de Génie Civil*

*Laboratoire de Géo-matériaux, Environnement et Aménagement*

*(LGEA)*



## THÈSE DE DOCTORAT

*Spécialité : Génie Civil*

*Option : Géotechnique*

### Thème

## **L'influence de la dimension fractale en 3D sur les caractéristiques mécaniques des matériaux granulaires**

*Présentée par :*

**BOUZEBODJA Aldjia**

*Devant le jury composé de :*

**Mr AIT TAHAR Kamal**  
**Mr MELBOUCI Bachir**  
**Mr BAHAR Ramdane**  
**Mr NECHNECHE Ammar**  
**Mr HAMZA Ali**

Professeur à l'UMMTO  
Professeur à l'UMMTO  
Professeur à l'USTHB  
Professeur à l'USTHB  
Maitre de Conférences à l'UMMTO

Président.  
Rapporteur.  
Examineur.  
Examineur.  
Examineur.

*Soutenue le : 23/05/2016*

## *REMERCIEMENTS*

En premier lieu, je remercie DIEU, Le Tout-Puissant, de m'avoir aidé à arriver au terme de ce travail et grâce à Qui toutes bonnes choses arrivent.

Mes vifs remerciements vont à mon directeur de thèse, le Professeur MELBOUCI Bachir, pour m'avoir proposé ce sujet très intéressant et d'actualité, pour ses précieux conseils, ses orientations, sa prise en charge pédagogique, sa patience et sa disponibilité, ainsi que pour toutes les facilités qu'il a mises à ma disposition, en l'occurrence l'accès au matériel du laboratoire.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude au Professeur BAHAR Ramdane pour les moyens qu'il a mis à ma disposition afin de pouvoir réaliser ce travail. Aussi, je le remercie encore pour avoir eu l'amabilité d'accepter de faire partie du jury de ma soutenance de thèse de doctorat.

Je tiens à exprimer mes chaleureux remerciements au Professeur AIT TAHAR Kamal pour avoir accepté de présider le jury de cette thèse. Mes sincères remerciements vont aussi vers les membres du jury, le Professeur NECHNACH Ammar et au Maître de Conférences HAMZA Ali, qui me font l'honneur d'examiner ce modeste travail.

Enfin, mes sincères remerciements et ma profonde gratitude sont exprimés pour tous ceux qui m'ont apporté aide et encouragement de près ou de loin pour la réalisation de ce travail ; particulièrement, Monsieur BOUKHERROUB M<sup>ed</sup> Ameziane (Ingénieur du laboratoire pédagogique de mécanique des sols, Département de Génie Civil, UMMTO).

# DÉDICACES

*« Rien n'est plus beau à offrir que le fruit d'un labeur qu'on dédie du fond du cœur à ceux qu'on aime, qu'on remercie en exprimant gratitude et reconnaissance durant toute notre existence. »*

*Je dédie ce modeste travail*

*A ceux qui ont su planter en moi tout ce qui est le plus beau en ce monde, et qui se sont consacrés à m'inculquer la bonne éducation pour avoir la plus grande des satisfactions et me voir munie des plus grandes distinctions :*

*Ma très chère Mère que je ne saurais remercier assez pour tout ce qu'elle a consenti pour moi ;*

*Mon très cher Père qui a su se faire sentir dans chaque instant de bonheur qu'il m'a procuré ;*

*Ma gentille Fille et mon Mari qui m'a toujours encouragée et aidée ;*

*Mes Frères et Sœurs et leurs petites familles ;*

*Ma Belle famille ;*

*Mes amis (es) et mes collègues.*

*Aldjia*

# **TABLE DES MATIERES**

<b>Remerciements</b>	
<b>Résumé</b>	
<b>Abstract</b>	
<b>Liste des figures.</b>	
<b>Liste des tableaux</b>	
<b>Liste des principaux symboles et notations</b>	
<b>Introduction générale.....</b>	<b>1</b>

## **Chapitre I : Généralités sur les fractales et la dimension fractale**

I.1 INTRODUCTION .....	4
I.2 ORIGINE DES FRACTALES.....	5
I.3 CONCEPT DE FRACTAL.....	5
I.4 L'IMMENSITE DE L'UNIVERS DES FRACTALES.....	7
I.4.1 Objets fractals .....	7
I.4.2 Classification des fractales .....	7
I.4.2.1 Fractales déterministes.....	7
I.4.2.2 Fractales statistiques .....	13
I.4.2.3 Fractales non déterministes.....	15
I.4.3 Surfaces fractales.....	15
I.5 METHODES FRACTALES.....	17
I.6 DIMENSION FRACTALE .....	17
I.6.1 La dimension euclidienne ou topologique.....	18
I.6.2 Notion de la dimension fractale.....	19
I.6.3 Exemple de dimensions fractales.....	20
I.6.3.1 Application sur la courbe de Von Koch (objet auto-similaire).....	20
I.6.3.2 Autres dimensions fractales .....	23
I.7 LACUNARITE .....	25
I.8 RELATIVITE D'ECHELLE.....	27
I.9 CONCLUSION.....	28

## **Chapitre II : Méthodes fractales appliquées aux matériaux granulaires**

II.1 INTRODUCTION .....	29
II.2 STRUCTURE FRACTALE DU SOL ET SA DIMENSION .....	30
II.3 METHODES DE CALCUL COURAMMENT UTILISEES .....	31
II.3.1 Surface-Périmètre (Area-Perimeter).....	31
II.3.2 Méthode du diviseur (Line Divider).....	33
II.3.3 Méthode des lignes parallèles.....	35
II.3.4 Méthode de Comptage des Boîtes (Box Counting ou BC).....	37
II.3.4.1 Calcul de la dimension fractale du contour du grain seulement.....	38
II.3.4.2 Calcul de la dimension fractale de la surface intérieure du grain.....	39

II.3.5 Méthodes des masses .....	40
II.4. APPLICATIONS ET LIMITES .....	42
II.4.1 Méthodes calculatoires .....	42
II.4.2 Dimension .....	43
II.5 METHODE DE COMPTAGE DIFFERENTIELLE DE BOÎTES .....	45
II.6 CONCLUSION .....	50

### **Chapitre III : Matériaux et essais réalisés**

III.1 INTRODUCTION .....	52
III.2 PRÉSENTATION ET IDENTIFICATION DES MATÉRIAUX ÉTUDIÉS .....	53
III.2.1 Grès .....	53
III.2.2 Calcaire .....	53
III.2.3 Schiste .....	54
III.3 ESSAIS RÉALISÉS .....	59
III.3.1 Essai de cisaillement direct .....	59
III.3.2 Essai oedométrique .....	62
III.4 CONCLUSION .....	64

### **Chapitre IV : Présentation et interprétation des résultats des essais**

IV.1 INTRODUCTION .....	65
IV.2 RÉSULTATS ET ANALYSES .....	66
IV.2.1 Résultats des essais au cisaillement direct .....	66
IV.2.2 Résultats des essais oedométriques .....	70
IV.3 MISE EN ÉVIDENCE DU PHÉNOMÈNE D'ÉCRASEMENT DES GRAINS .....	73
IV.3.1 Analyse granulométrique .....	73
IV.3.2 Calcul du pourcentage des fines .....	77
IV.4 IMAGES AU MICROSCOPE ÉLECTRONIQUE À BALAYAGE (MEB) .....	82
IV.5 CONCLUSION .....	85

### **Chapitre V : Résultats des méthodes fractales bidimensionnelles (2D)**

V.1 INTRODUCTION .....	87
V.2 DIMENSION FRACTALE CALCULÉE AVANT ET APRÈS ESSAIS .....	88
V.2.1 Dimension fractale de fragmentation DFFR calculée par la méthode des masses .....	88
V.2.1.1 Influence du type d'essai .....	88
V.2.1.1.1 Essais à la boîte de cisaillement .....	88
V.2.1.1.2 Essais oedométriques .....	90
V.2.1.2 Influence de la classe granulométrique et la taille des grains .....	93
V.2.1.3 Influence de la nature du matériau .....	94
V.2.1.4 Influence de la forme des grains .....	96
V.2.2 Dimension fractale de rugosité $DF_R$ calculée par la méthode de Comptage des Boîtes (Box Counting) .....	98
V.2.2.1 Influence du type d'essai .....	100
V.2.2.1.1 Essais à la boîte de cisaillement .....	100

V.2.2.1.2 Essais œdométriques .....	101
V.2.2.2 Influence de la classe granulométrique et la taille des grains.....	102
V.2.2.3 Influence de la nature du matériau .....	104
V.2.2.4 Influence de la forme des grains.....	106
V.3 CONCLUSION .....	107

## **Chapitre VI : Résultats de la méthode tridimensionnelle (3D)**

VI.1 INTRODUCTION .....	108
VI.2 RESULTATS DE LA METHODE DE COMPTAGE DIFFERENTIELLE DE BOÎTES AVANT ET APRES ESSAIS .....	109
VI.2.1 Essais du cisaillement direct .....	109
VI.2.2 Essais oedométriques.....	112
VI.3 EVOLUTION DE LA DIMENSION FRACTALE APRES LES ESSAIS .....	114
VI.3.1 Influence de la contrainte normale.....	114
VI.3.2 Influence de la classe granulaire et de la taille des grains .....	116
VI.3.3 Influence de la forme des grains .....	118
VI.4 CONCLUSION.....	120
<b>Conclusions et perspectives .....</b>	<b>122</b>
<b>Annexes</b>	

### **Annexe A : phénomène d'écrasement des grains du sol**

A.1 INTRODUCTION	126
A.2 DIFFÉRENTS MODES DE RUPTURE DES GRAINS .....	127
A.2.1 Écrasement des grains selon Tabor et Bowden (1956) .....	127
A.2.2 Écrasement des grains selon Bishop et Henkel (1962) .....	127
A.2.3 Écrasement des grains selon Ramamurthy (1969).....	128
A.2.3.1 Rupture des aspérités.....	129
A.2.3.2 Rupture des angularités .....	129
A.2.3.3 Cisaillement des aspérités .....	129
A.2.3.4 Fendage des grains .....	130
A.2.4 Écrasement des grains selon Guyon et Troadec (1994).....	130
A.2.4.1 L'abrasion.....	130
A.2.4.2 L'écaillage (ou l'attrition) .....	130
A.2.4.3 La fracture .....	130
A.3 EFFET DE LA CROÛTE MOLLE.....	131
A.3.1 Cisaillement à l'interface .....	131
A.3.2 Cisaillement localisé dans la croûte plus molle .....	131
A.3.3 Cisaillement généralisé dans la croûte plus molle .....	132
A.4 PARAMÈTRES INFLUENÇANT LA RUPTURE DES GRAINS.....	133
A.5 CONSÉQUENCES DU PHÉNOMÈNE D'ÉCRASEMENT .....	137
A.6 CONCLUSION .....	138

## **Annexe B : Résultats des essais réalisés au laboratoire**

B.1 COURBES DE CONTRAINTES – DÉFORMATIONS .....	139
B.1.1 Grès .....	139
B.1.2 Schiste .....	143
B.1.3 Calcaire .....	147
B.2 COURBES ŒDOMÉTRIQUES .....	150
B.2.1 Grès .....	150
B.2.2 Schiste .....	154
B.2.3 Calcaire .....	157

## **Annexe C : Résultats des méthodes fractales bidimensionnelles (2D)**

C.1 LA DIMENSION FRACTALE DE FRAGMENTATION DFFR CALCULÉE PAR LA MÉTHODE DES MASSES .....	160
C.1.1 Essai du cisaillement .....	160
C.1.1.1 Grès.....	160
C.1.1.2 Calcaire.....	161
C.1.1.3 Schiste.....	162
C.1.2 Essai oedométrique .....	165
C.2 LA DIMENSION FRACTALE DE RUGOSITÉ DFR CALCULÉE PAR LA MÉTHODE DE BOX COUNTING .....	167
C.2.1 Essai du cisaillement .....	167
C.2.1.1 Grès.....	167
C.2.1.2 Schiste.....	169
C.2.1.2 Calcaire.....	171
C.2.2 Essai oedométrique .....	173
C.2.2.1 Grès.....	173
C.2.2.2 Schiste.....	175
C.2.2.3 Calcaire.....	177

## **Annexe D : Résultats de la méthode fractale tridimensionnelle (3D)**

D.1 VALEUR DE LA DIMENSION FRACTALE AVANT ET APRES ESSAIS .....	179
D.1.1 Essai du cisaillement .....	179
D.1.1.1 Grès .....	179
D.1.1.2 Schiste .....	180
D.1.1.3 Calcaire.....	181
D.1.2 Essai oedométrique .....	182
D.1.2.1 Grès .....	182
D.1.2.2 Schiste .....	183
D.1.2.3 Calcaire.....	184
D.2 EVOLUTION DE LA DIMENSION FRACTALE APRES LES ESSAIS .....	185
D.2.1 Calcaire .....	185
<b>Références bibliographiques .....</b>	<b>187</b>

# ***RÉSUMÉ***

L'intérêt des scientifiques pour le comportement des matériaux granulaires est justifié par la place très importante qu'ils occupent dans la réalisation de plusieurs projets en génie civil tels que les barrages, les chaussées, les chemins de fer, etc. La structure de ces matériaux est un amalgame de grains de compositions minéralogiques différentes, de tailles et de formes très diverses, qui sont intriqués par un système complexe de fissures et de fractures. L'étude de ces matériaux peut donc intégrer une identité propre à chaque grain à travers ses propriétés de composition, ce qui induit parfois la difficulté d'estimer son comportement. La géométrie euclidienne ne convient pas pour représenter toutes les géométries complexes, car les grains des matériaux granulaires ne s'avèrent jamais parfaits. Il devient essentiel alors d'étudier les irrégularités de forme et la fragmentation des grains ou des échantillons granulaires pour les comprendre davantage et de les caractériser à l'aide de la dimension fractale.

Dans cette étude, deux méthodes bidimensionnelles de calcul de la dimension fractale ont été utilisées (la méthode de Box Counting « BC » à l'échelle d'un grain et la méthode des masses à l'échelle d'un échantillon), ainsi qu'une troisième méthode tridimensionnelle (Comptage Différentiel de Boîtes « DBC »). Elles permettent de caractériser les changements de la surface et de la forme des grains-témoins de chaque échantillon des trois matériaux locaux étudiés (grés, schiste et calcaire) ; préparés sous trois formes (sous-arrondie, angulaire et allongée) et en trois classes granulométriques (3.15/8, 3.15/5 et 5/8 mm) ; après des écrasements engendrés par deux différents essais mécaniques exécutés au laboratoire, à savoir l'essai de cisaillement direct et l'essai oedométrique. Le taux d'écrasement est évalué en comparant les valeurs de la dimension fractale (calculées avant et après chaque essai mécanique) des différents échantillons en fonction du chemin et de l'intensité des contraintes. Ces résultats confirment l'existence d'une corrélation entre la dimension fractale et les différents paramètres pris en considération tels que la classe granulométrique et la nature des échantillons, la taille et la forme des grains ainsi que les fines produites lors de l'écrasement. Par conséquent, la dimension fractale a une incidence sur la mesure de ces caractéristiques mécaniques des trois matériaux granulaires, et permet de mieux comprendre leur comportement mécanique.

**Mots clés :** Matériaux granulaires, Granulométrie et formes des grains, Écrasement, Méthodes fractales 2D et 3D, Dimension fractale, Comportement mécanique.

# ***Abstract***

The interest of scientists for the behavior of granular materials is justified by the important place they occupy in the implementation of several civil engineering projects such as dams, roads, railways, etc. The structure of these materials is an amalgam of grains from different mineralogical compositions, various sizes and forms, which are infiltrated by a complex system of cracks and fractures. The study of these materials may therefore incorporate a proper identity to each grain through its constitution properties, which sometimes leads to the difficulty of estimating its behavior. Euclidean Geometry is not suitable for representing all complex geometries, because it is established that the grains of the granular materials are never perfect. It becomes essential to study the irregularities of shapes and the fragmentation of grains or granular samples to understand them more and to characterize them with the contribution of the Fractal Dimension.

In this study, two bidimensional methods for calculating the fractal dimension were used (the Box Counting “BC” at the scale of a grain and the method of the Masses at the scale of a sample), and a third one is tridimensional (Differential Box Counting “DBC”). They are used to characterize the changes in the surface condition and the shape of the grains of each control sample of the three studied local materials (sandstone, shale and limestone), made up of three shapes (under-rounded, angular and elongated) and in three size classes (3.15/8, 3.15/5 and 5/8 mm), after the crush caused by different mechanical tests performed in the laboratory, namely direct shear tests and odometer test. The crushing rate is evaluated by comparing the values of fractal dimension (calculated before and after each mechanical test) of the different samples according to the path and the intensity of the stresses. These results confirm the existence of a correlation between the Fractal Dimension and different considered parameters such as the granulometric class and the nature of the samples, the size and shape of the grains as well as the fines produced during the crushing. Therefore, the fractal dimension has an incidence in the measurement of the mechanical properties of the three granular materials, and enables to better understand their mechanical behavior.

**Keywords :** Granular materials, Granulometry and grains’ shapes, Crushing, 2D and 3D fractal methods, Fractal dimension, Mechanical behavior.

# ***LISTE DES FIGURES***

## **CHAPITRE I**

Figure I.1: Montagne fractale (BOUDET. A, 2008) et quelques objets fractals.....	6
Figure I.2 : Illustration des cinq premières étapes de la construction du pentagone de Durer, les couleurs ne servent qu'à faciliter la compréhension du processus (JOSIANE. L, 2006) .....	7
Figure I.3 : L'ensemble de Cantor (MANDELBROT. B, 1983).....	8
Figure I.4: Principe de construction de la courbe de Von Koch au bout de 5 itérations.....	9
Figure I.5 : Construction du flocon de Von Koch (BOUDET. A, 2008) .....	10
Figure I.6 : Les premières étapes dans la construction du triangle de Sierpinski .....	10
Figure I.7 : Les premières étapes dans la construction du tétraèdre de Sierpinski.....	11
Figure I.8 : Tapis de Sierpinski (MANDONNET. J, 2009) .....	11
Figure I.9 : Eponge de Menger ( <a href="http://www.dmae.upm.es/cursofractales/capitulo1/3.html">http://www.dmae.upm.es/cursofractales/capitulo1/3.html</a> ).....	12
Figure I.10 : Deux représentations, une en plan large et un zoom sur un détail (BELCASTRO. P, 2009).....	12
Figure I.11 : La texture lumineuse de modèle de sorbet de la version quadratique du Mandelbulb, (BELCASTRO. P, 2009).....	13
Figure I.12 : Ensemble de Julia, création en spirale (BOUDET. A, 2008).....	13
Figure I.13 : Générateur d'une fractale statistique .....	14
Figure I.14 : Fractale statistique engendrée avec le générateur précédent (JOSIANE. L, 2006). 14	14
Figure I.15 : Générateur d'une fractale statistique hétérogène.....	14
Figure I.16 : Fractale statistique hétérogène engendrée avec le générateur précédent (JOSIANE. L, 2006).....	14
Figure I.17 : Exemple de fractales aléatoires .....	15
Figure I.18 : Classification de surfaces fractales en trois catégories (BOUTOT. A, 1993 et RUSS. J.C, 1994).....	16
Figure I.19 : Les trois dimensions entières (FALCONER. K, 1990).....	19
Figure I.20 : Approximation de la longueur de la cote de Grande-Bretagne à l'aide d'une ligne polygonale (JOSIANE. L, 2006) .....	20
Figure I.21 : La dimension fractale D pour les courbes de Von Koch (LANTAGNE.K et al. 2002) .....	21
Figure I.22 : Deux surfaces de même dimension et de rugosité différente (LEHAMEL. M, 2011) .....	26

## CHAPITRE II

Figure II.1 : Exemple d'une image binaire obtenue après l'analyse d'image d'un grain de sable (ACHIR. M, 2011). .....	31
Figure II.2 : Calcul du périmètre et de la surface d'un grain ( $\Phi = 6.3$ mm) à l'aide de logiciel Auto-CAD 2009 .....	32
Figure II.3 : Application de la méthode Surface-Périmètre sur les grains du schiste (8 mm de diamètre).....	33
Figure II.4 : (a) Grain de sable après l'analyse de l'image. (b), (c) et (d) contiennent les polygones tracés sur le grain avec des tailles de mesure respectivement de 2 mm, 1 mm et 0.25 mm.....	34
Figure II. 5 : Calcul de la dimension fractale totale en (a), texturale (D1) et structurale (D2) en (b) .....	35
Figure II.6 : Présentation des exemples sur l'application de la méthode des lignes parallèles sur un grain de 5 mm (YEZLI. S, 2011).....	36
Figure II.7 : Détermination de la dimension fractale $D_f$ par la méthode des lignes parallèles (YEZLI. S, 2011).....	36
Figure II.8 : Différentes étapes de maillage de l'image du grain et illustration de la méthode de Box Counting.....	38
Figure II.9 : Application de la méthode de Comptage des Boîtes, calcul de la dimension fractale de rugosité du contour du grain (ACHIR. M, 2011) .....	39
Figure II.10 : Différentes étapes de maillage de l'image du grain avec prise en compte de la surface intérieure du grain .....	40
Figure II.11 : Calcul de la dimension fractale de fragmentation de la surface intérieure du grain .....	40
Figure II.12 : Détermination de la dimension fractale DFFR par la méthode des masses .....	42
Figure II.13 : La rugosité de la surface augmente avec la croissance de la dimension fractale, A ( $D \approx 2$ ), B ( $D \approx 2.1$ ), C ( $D \approx 2.3$ ), D ( $D \approx 2.5$ ), E ( $D \approx 2.8$ ) ( PETLAND, 1984)....	44
Figure II.14 : Une fractale 3D et sa projection 2D (LEMINEUR.G et al, 2003) .....	45
Figure II.15 : Technique de Comptage Différentielle de Boîtes (CDB) .....	46
Figure II.16 : Deux pixels appartenant à deux cubes différents d'altitude 3 alors que leur distance suivant (oz) est inférieure à 3 .....	48
Figure II.17 : Nombre $N_s$ de cubes qui couvre l'image .....	49

## CHAPITRE III

Figure III.1 : Matériaux étudiés respectivement grès, calcaire et schiste .....	53
Figure III.2 : Formes utilisées, respectivement sous-arrondie, angulaire et allongée.....	56
Figure III.3 : Courbes granulométriques avant essai des différentes classes pour les trois matériaux étudiés.....	56

Figure III.4 : Différentes classes granulométriques étudiées 3.15/5 mm en (a), 3.15/8 mm en (b), 5/8 mm en (c) sous forme sous arrondie, anguleuse et allongée respectivement du matériau grès utilisé.....	57
Figure III.5 : Différentes classes granulométriques étudiées 3.15/5 mm en (a), 3.15/8 mm en (b), 5/8 mm en (c) sous forme sous arrondie, angulaire et allongée respectivement du matériau schiste utilisé .....	58
Figure III.6 : Différentes classes granulométriques étudiées 3.15/5mm en (a), 3.15/8mm en (b), 5/8mm en (c) sous forme sous arrondie, anguleuse et allongée respectivement du matériau calcaire utilisé.....	59
Figure III.7 : Dispositif de l'essai de cisaillement direct asservi de type <i>Geocomp Corporation</i>	60
Figure III.8 : Principe de fonctionnement de la boîte de cisaillement direct vides en fonction de la contrainte verticale.....	61
Figure III.9 : Dispositif œdométrique asservi de type <i>Geocomp Corporation</i> .....	62
Figure III.10 : Principe de l'œdomètre.....	63

## CHAPITRE IV

Figure IV.1 : Courbes contrainte-déplacement du matériau grès de classe 3.15/5 mm de forme allongée en fonction de l'évolution de la contrainte normale .....	67
Figure IV.2 : Courbes contrainte-déplacement du matériau schiste de classe 3.15/8 mm de forme allongée en fonction de l'évolution de la contrainte normale.....	68
Figure IV.3 : Courbes contrainte-déplacement du matériau calcaire de classe 3.15/5 mm de forme allongée en fonction de l'évolution de la contrainte normale.....	69
Figure IV.4 : Courbes œdométriques du matériau grès de forme sous-arrondie de classe 5/8 mm, après 5 cycles de chargement-déchargement sous 6400 kPa .....	71
Figure IV.5 : Courbes œdométriques des grains de schiste de forme allongée et de classe 3.15/5 mm, après 5 cycles de chargement-déchargement sous 6400 kPa.....	71
Figure IV.6 : Courbes œdométriques des grains de calcaire de forme angulaire et de classe 3.15/8 mm, après 5 cycles de chargement-déchargement sous 6400 kPa.....	72
Figure IV.7 : Courbes granulométriques avant et après essais de cisaillement des différents matériaux étudiés (grès, schiste et calcaire) de forme allongée et de classe 3.15/8 mm.....	74
Figure IV.8 : Courbes granulométriques du grès de classe 3.15/8 mm, pour les différentes formes étudiées avant et après essais de cisaillement direct .....	74
Figure IV.9 : Etalement des courbes granulométriques du schiste de forme allongée et de la classe 3.15/8 mm, en fonction de nombre de cycles de chargement-déchargement de 1 à 5 cycles .....	75
Figure IV.10 : Écrasement des grains du grès de classe 3.15/8 mm de forme sous arrondie, allongé et angulaire, sous la contrainte normale de 400 kPa à l'essai de cisaillement direct.....	76
Figure IV.11 : Écrasement des trois classes étudiées du schiste allongé après cinq (05) cycles de chargement-déchargement à l'essai œdométrique .....	76
Figure IV.12 : Ecrasement de la classe 3.15/8 mm du matériau calcaire allongé sous 400 kPa à l'essai de cisaillement direct.....	76

Figure IV.13 : Grains du grès de $\varnothing = 8$ mm de formes sous arrondie, angulaire et allongée, après écrasement sous 400 kPa.....	77
Figure IV.14 : Évolution du pourcentage des fines en fonction de la contrainte normale pour les trois formes du grès de classe 3.15/8 mm, sous l'essai de cisaillement direct.....	78
Figure IV.15 : Évolution du pourcentage des fines en fonction de la contrainte normale pour les trois formes du grès de classe 3.15/5 mm .....	78
Figure IV.16 : Évolution du pourcentage des fines en fonction de la contrainte tangentielle pour les trois formes du grès de classe 3.15/8 mm.....	79
Figure IV.17 : Évolution du pourcentage des fines en fonction de la contrainte tangentielle pour les trois matériaux de classe 3.15/8 mm, pour les grains de forme allongée, sous l'essai de cisaillement direct.....	80
Figure IV.18 : Évolution du pourcentage des fines en fonction de nombre de cycles pour les trois formes du grès de classe 3.15/8 mm, sous l'essai œnométrique .....	81
Figure IV.19 : Évolution du pourcentage des fines en fonction de nombre de cycles pour les trois formes du schiste de classe 3.15/8 mm, sous l'essai œnométrique .....	81
Figure IV.20 : Évolution du pourcentage des fines en fonction de nombre de cycles pour les trois formes du calcaire de classe 3.15/8 mm, sous l'essai œnométrique .....	82
Figure IV.21 : Évolution du pourcentage des fines en fonction de nombre de cycles pour les trois formes du calcaire de classe 5/8 mm, sous l'essai œnométrique .....	82
Figure IV.22 : Images au MEB du matériau grès, respectivement, sous un agrandissement de x20, x250, x1500 et x2500 ( $160 \mu\text{m} \leq \text{fraction} < 2000 \mu\text{m}$ ) .....	83
Figure IV.23 : Images au MEB du matériau schiste, sous un agrandissement de x20, x250, x1000 et x2500, respectivement ( $160 \mu\text{m} \leq \text{fraction} < 2000 \mu\text{m}$ ).....	84
Figure IV.24 : Images au MEB du matériau calcaire, sous un agrandissement de x20, x250, x1000 et x2500, respectivement ( $160 \mu\text{m} \leq \text{fraction} < 2000 \mu\text{m}$ ).....	84
Figure IV.25 : Comparaison des images au MEB des trois matériaux étudiés (grès, schiste et calcaire) $160 \mu\text{m} \leq \text{fraction} < 2000 \mu\text{m}$ .....	85

## CHAPITRE V

Figure V.1 : (a&b) Dimensions fractales calculées avec la méthode des masses pour le schiste de forme sous-arrondie de classe 3.15/8 mm, sous l'essai de cisaillement direct.....	90
Figure V.2 : Courbes oedométriques de 5 cycles de chargement-déchargement sous 6400 kPa, du grès de classe 5/8 mm et de forme sous-arrondie.....	91
Figure V.3 : Évolution de la dimension fractale calculée avec la méthode des masses, pour l'échantillon de schiste de classe 3.15/8 mm et de forme angulaire, à l'essai œdométrique .....	92
Figure V.4 : Évolution de la dimension fractale ( $DF_{FR}$ ) pour tous les matériaux de classes granulométriques de forme sous-arrondie, à l'essai du cisaillement.....	93
Figure V.5 : Évolution de la dimension fractale ( $DF_{FR}$ ) pour tous les matériaux de classes granulaires de forme sous-arrondie, à l'essai oedométrique .....	94
Figure V.6 : Évolution de la dimension fractale, déterminée avec la méthode des masses, pour les trois échantillons de classe 5/8 mm des différentes formes des grains, à l'essai de cisaillement direct.....	95

Figure V.7 : Évolution de la dimension fractale, déterminée avec la méthode des masses, pour les trois échantillons de classe 3.15/5 mm des différentes formes des grains, à l'essai œdométrique .....	95
Figure V.8 : Évolution de la dimension fractale ( $DF_{FR}$ ) en fonction de la contrainte tangentielle, pour les trois formes de grès de classe 3.15/8 mm, à l'essai de cisaillement direct.	96
Figure V.9 : Évolution de la dimension fractale ( $DF_{FR}$ ) en fonction du pourcentage des fines, pour les trois formes de grès de classe 3.15/8 mm, à l'essai de cisaillement .....	97
Figure V.10 : Évolution de la dimension fractale ( $DF_{FR}$ ) en fonction de nombre de cycles, pour les trois formes de grès de classe 3.15/8 mm, à l'essai œdométrique .....	98
Figure V.11 : Évolution de la dimension fractale ( $DF_{FR}$ ) en fonction du pourcentage des fines, pour les trois formes de grès de classe 3.15/8 mm, à l'essai œdométrique .....	98
Figure V.12 : Calcul de la dimension fractale de rugosité avec <i>MATLAB R2009b</i> par la méthode de comptage des boîtes .....	99
Figure V.13 : Variations de la dimension fractale de rugosité ( $DF_R$ ) des grains de $\varnothing = 5$ mm, pour les trois classes granulaires du grès sous arrondie, en fonction de la contrainte normale appliquée.....	100
Figure V.14 : Variations de la dimension fractale de rugosité ( $DF_R$ ) de la classe 5/8 mm, en fonction de la contrainte normale appliquée, pour le schiste angulaire.....	101
Figure V.15 : Variations de la dimension fractale de rugosité ( $DF_R$ ) de la classe 3.15/5 mm, pour le schiste sous-arrondie, en fonction de nombre de cycles de chargement .....	101
Figure V.16 : Variations de la dimension fractale de rugosité ( $DF_R$ ) de la classe 5/8 mm, pour le calcaire sous-arrondie, en fonction de nombre de cycles de chargement.....	102
Figure V.17 (a&b) : Variations de $DF_R$ en fonction des diamètres analysés, pour les trois classes granulaires de calcaire et schiste de forme allongée, soumis à 400 kPa à l'essai de cisaillement direct.....	103
Figure V.18 (a&b) : Variations de $DF_R$ en fonction des diamètres analysés, pour les trois classes granulaires de calcaire de forme allongée et de grès de forme sous-arrondie, soumis à 5 cycles de chargement-déchargement à l'essai .....	104
Figure V.19 : Variation de $DF_R$ en fonction des diamètres des grains de forme allongée des trois matériaux, écrasés sous 400 kPa .....	105
Figure V.20 : Variation de $DF_R$ en fonction des diamètres des grains de forme sous-arrondie des trois matériaux, écrasés sous cinq cycles de chargement-déchargement .....	105
Figure V.21 : Variations de $DF_R$ en fonction des diamètres analysés, pour les trois formes de classe 3.15/5 mm du schiste, soumis à 400 kPa à l'essai de cisaillement direct .....	106
Figure V.22 : Variations de $DF_R$ en fonction des diamètres analysés, pour les trois formes de classe 3.15/5 mm du calcaire, soumis à cinq cycles de chargement-déchargement.....	107

## CHAPITRE VI

Figure VI.1 : Dimension fractale $DF$ avant et après essai du cisaillement direct pour toutes les formes des grains du grès .....	110
Figure VI.2 : Dimension fractale $DF$ avant et après essai du cisaillement direct pour toutes les formes des grains du schiste .....	111

Figure VI.3 : Dimension fractale DF avant et après essai du cisaillement direct pour toutes les formes des grains du calcaire.....	111
Figure VI.4 : Dimension fractale DF avant et après essai œdométrique pour toutes les formes des grains du grès .....	112
Figure VI.5 : Dimension fractale DF avant et après essai œdométrique pour toutes les formes des grains du schiste .....	113
Figure VI.6 : Dimension fractale DF avant et après essai œdométrique pour toutes les formes des grains du calcaire.....	114
Figure VI.7 : Évolution de la dimension fractale DF, pour toutes les classes granulaires des grains de forme allongée du schiste, en fonction de la contrainte normale.....	115
Figure VI.8 : Évolution de la dimension fractale DF, pour toutes les classes granulaires des grains de forme sous arrondie du calcaire, en fonction de la contrainte normale .....	116
Figure VI.9 : Évolution de la dimension fractale DF, pour toutes les classes granulaires des grains de forme allongée, en fonction de la contrainte normale.....	117
Figure VI.10 : Évolution de la dimension fractale DF pour toutes les classes de forme allongée du schiste, sous une contrainte normale de 400 kPa.....	117
Figure VI.11 : Évolution de la dimension fractale DF pour toutes les formes des grains de toutes les classes du calcaire, sous une contrainte normale de 400 kPa.....	118
Figure VI.12 : Évolution de la dimension fractale DF pour toutes les formes des grains du calcaire de la classe 5/8 mm .....	119
Figure VI.13 : Évolution de la dimension fractale DF pour toutes les formes des grains du calcaire de la classe 3.15/8 mm .....	119
Figure VI.14 : Évolution de la dimension fractale DF pour toutes les formes des grains de classe 3.15/5 mm du calcaire, sous une contrainte normale de 400 kPa .....	120

## **ANNEXES**

### **ANNEXE A**

Figure A.1 : Déformation au niveau du contact entre deux particules sous un chargement statique (TABOR. D et BOWDEN. F.P, 1956).....	127
Figure A.2 : Représentation schématique du comportement de contact (BISHOP. A.W et HENKEL. D.L, 1962) .....	128
Figure A.3 : Différents types de rupture des grains (RAMAMURTHY. T, 1969) .....	128
Figure A.4 : Différents modes de rupture des grains (TROADEC .J.P et GUYON. E, 1994).....	130
Figure A.5 : Cisaillement à l'interface .....	131
Figure A.6 : Cisaillement localisé dans la croûte plus molle .....	132
Figure A.7: Cisaillement généralisé dans la croûte molle.....	132

### **ANNEXE B**

Figure B.1 : Courbes contrainte - déplacement du matériau grès de classe 3.15/8 mm et de forme allongée en fonction de l'évolution de la contrainte normale.....	139
--	-----

Figure B.2 : Courbes contrainte - déplacement du matériau grès de classe 5/8 mm et de forme allongée en fonction de l'évolution de la contrainte normale .....	139
Figure B.3 : Courbes contrainte - déplacement du matériau grès de classe 3.15/8 mm et de forme sous arrondie en fonction de l'évolution de la contrainte normale .....	140
Figure B.4 : Courbes contrainte - déplacement du matériau grès de classe 3.15/5 mm et de forme sous arrondie en fonction de l'évolution de la contrainte normale .....	140
Figure B.5 : Courbes contrainte - déplacement du matériau grès de classe 5/8 mm et de forme sous arrondie en fonction de l'évolution de la contrainte normale.....	141
Figure B.6 : Courbes contrainte - déplacement du matériau grès de classe 3.15/8 mm et de forme angulaire en fonction de l'évolution de la contrainte normale.....	141
Figure B.7 : Courbes contrainte - déplacement du matériau grès de classe 3.15/5 mm et de forme angulaire en fonction de l'évolution de la contrainte normale.....	142
Figure B.8 : Courbes contrainte - déplacement du matériau grès de classe 5/8 mm et de forme angulaire en fonction de l'évolution de la contrainte normale .....	142
Figure B.9 : Courbes contrainte - déplacement du matériau schiste de classe 3.15/8 mm et de forme allongée en fonction de l'évolution de la contrainte normale.....	143
Figure B.10 : Courbes contrainte - déplacement du matériau schiste de classe 5/8 mm et de forme allongée en fonction de l'évolution de la contrainte normale .....	143
Figure B.11 : Courbes contrainte - déplacement du matériau schiste de classe 3.15/8 mm et de forme sous arrondie en fonction de l'évolution de la contrainte normale .....	144
Figure B.12 : Courbes contrainte - déplacement du matériau schiste de classe 3.15/5 mm et de forme sous arrondie en fonction de l'évolution de la contrainte normale .....	144
Figure B.13 : Courbes contrainte - déplacement du matériau schiste de classe 5/8 mm et de forme sous arrondie en fonction de l'évolution de la contrainte normale .....	145
Figure B.14 : Courbes contrainte - déplacement du matériau schiste de classe 3.15/8 mm et de forme angulaire en fonction de l'évolution de la contrainte normale.....	145
Figure B.15 : Courbes contrainte - déplacement du matériau schiste de classe 3.15/5 mm et de forme angulaire en fonction de l'évolution de la contrainte normale.....	146
Figure B.16 : Courbes contrainte - déplacement du matériau schiste de classe 5/8 mm et de forme angulaire en fonction de l'évolution de la contrainte normale.....	146
Figure B.17 : Courbes contrainte - déplacement du calcaire de classe 3.15/8 mm et de forme allongée en fonction de l'évolution de la contrainte normale .....	147
Figure B.18 : Courbes contrainte - déplacement du calcaire de classe 5/8 mm et de forme allongée en fonction de l'évolution de la contrainte normale .....	147
Figure B.19 : Courbes contrainte - déplacement du calcaire de classe 3.15/8 mm et de forme sous arrondie en fonction de l'évolution de la contrainte normale.....	148
Figure B.20 : Courbes contrainte - déplacement du calcaire de classe 3.15/5 mm et de forme sous arrondie en fonction de l'évolution de la contrainte normale.....	148
Figure B.21 : Courbes contrainte - déplacement du calcaire de classe 5/8 mm et de forme sous arrondie en fonction de l'évolution de la contrainte normale.....	149
Figure B.22 : Courbes contrainte - déplacement du calcaire de classe 3.15/8 mm et de forme angulaire en fonction de l'évolution de la contrainte normale .....	149

Figure B.23 : Courbes contrainte - déplacement du calcaire de classe 3.15/5 mm et de forme angulaire en fonction de l'évolution de la contrainte normale .....	160
Figure B.24 : Courbes contrainte - déplacement du calcaire de classe 5/8 mm et de forme angulaire en fonction de l'évolution de la contrainte normale .....	160
Figure B.25 : Courbes œdométriques du grès de classe respectivement 3.15/8, 3.15/5 et 5/8 mm et de forme allongée (de 1 à 5 cycles de chargement-déchargement).....	151
Figure B.26 : Courbes œdométriques du grès de classe respectivement 3.15/8, 3.15/5 et 5/8 mm et de forme sous arrondie (de 1 à 5 cycles de chargement-déchargement).....	152
Figure B.27 : Courbes œdométriques du grès de respectivement 3.15/8, 3.15/5 et 5/8 mm et de forme angulaire (de 1 à 5 cycles de chargement-déchargement) .....	153
Figure B.28 : Courbes œdométriques du schiste de classe respectivement 3.15/8, 3.15/5 et 5/8 mm et de forme allongée (de 1 à 5 cycles de chargement-déchargement).....	154
Figure B.29 : Courbes œdométriques du schiste de classe respectivement 3.15/8, 3.15/5 et 5/8 mm et de forme sous arrondie (de 1 à 5 cycles de chargement-déchargement).....	155
Figure B.30 : Courbes œdométriques du schiste de classe respectivement 3.15/8, 3.15/5 et 5/8 mm et de forme angulaire (de 1 à 5 cycles de chargement-déchargement) .....	156
Figure B.31 : Courbes œdométriques du calcaire de classe respectivement 3.15/8, 3.15/5 et 5/8 mm et de forme allongée (de 1 à 5 cycles de chargement-déchargement).....	157
Figure B.32: Courbes œdométriques du calcaire de classe respectivement 3.15/8, 3.15/5 et 5/8 mm et de forme sous arrondie (de 1 à 5 cycles de chargement-déchargement).....	158
Figure B.33 : Courbes œdométriques du calcaire de classes respectivement 3.15/8, 3.15/5 et 5/8 mm et de forme angulaire (de 1 à 5 cycles de chargement-déchargement) .....	159

# ***LISTE DES TABLEAUX***

## **CHAPITRE I**

Tableau I.1 : Valeurs de dimensions fractales de quelques courbes les plus connues .....	22
Tableau I.2 : Les définitions des dimensions fractales, les plus couramment rencontrées .....	23
Tableau I.3 : Les dimensions fractales, les plus rares dans la littérature.....	24

## **CHAPITRE III**

Tableau III.1 Compositions chimico-minéralogiques des trois matériaux utilisés .....	55
Tableau III.2 Caractéristiques physiques des trois matériaux étudiés.....	55
Tableau III.3 Caractéristiques mécaniques des trois matériaux étudiés.....	56

## **CHAPITRE V**

Tableau V.1 Calcul de la dimension fractale de fragmentation par la méthode des masses pour le schiste écrasé sous une contrainte de 100 kPa à l'essai de cisaillement direct.....	89
--	----

## **LISTE DES PRINCIPAUX SYMBOLES ET NOTATIONS**

<b>Notation</b>	<b>Définition</b>
DF	Dimension fractale
D	Dimension euclidienne
$D_t$	Dimension topologique
$D_c$	Dimension de corrélation
$D_i$	Dimension d'information
$D_H$	Dimension de Hausdorff
$D_{box}$	Dimension de Minkowski
$D_d$	Dimension "divider"
$\Lambda$	Lacunarité
Ma	Masse d'un ensemble fractal
$DF_R$	Dimension fractale de la rugosité
P	Périmètre du grain
c	Constante
m	Exposant de l'équation de la droite de régression la mieux adaptée aux nuages de points
x	Dimension des boîtes
X	Dimension linéaire des grains plus grande que la dimension x
$N(X>x)$	Nombre de boîtes
k	Constante de proportionnalité
$M(R<r)$	Masse cumulative des grains
$M_T$	Masse totale des grains
r	Taille de l'ouverture des tamis
$r_L$	Dimension maximale des grains définie par la plus grande ouverture de la taille des tamis
G	Le plus grand niveau de gris de l'image
$l'$	Numéro de la boîte cubique qui a le niveau de gris maximal
$k'$	Numéro de la boîte cubique qui a le niveau de gris minimal
$N_r$	Nombre total $N_r$ de cubes nécessaires pour recouvrir tout l'objet
$N$	Nombre de pixels situés dans le pavé $(l, k)$
$g(i, j)$	Niveau de gris d'un pixel du pavé
$m$	Niveau de gris moyen des pixels du pavé $(l, k)$

# ***INTRODUCTION GÉNÉRALE***

La structure du sol peut être décrite comme un assemblage d'éléments de tailles diverses, séparés par un système complexe de fissures et de fractures. On peut dire aussi que cette structure est l'arrangement géométrique des éléments solides en place dans le sol, puisque les grains du sol sont différenciés par leur forme, leur taille et leur orientation, donc ils peuvent être différemment associés et liés. Leurs masses peuvent former des configurations complexes et irrégulières qui sont en général extrêmement difficiles à caractériser en termes exacts géométriquement (HILLEL. D, 1982). Néanmoins, certaines propriétés mécaniques, liées directement au milieu poreux constituant les sols granulaires, peuvent être contrôlées en étudiant la dimension, la forme, l'angularité et la rugosité des grains. L'étude de ces paramètres joue un rôle très important pour comprendre le comportement mécanique des milieux granulaires, ils affectent leur résistance, leur compacité, etc. Cependant, certains phénomènes naturels demeurent inexplicables.

La géométrie euclidienne ne convient pas pour représenter tous les objets naturels comme les grains de sol, car ils ne s'avèrent jamais parfaits. Il devient essentiel d'étudier les irrégularités de leurs formes pour les comprendre davantage. Cette réalité de complexité de la structure matériaux granulaires s'avère être difficile à quantifier, ce qui a fait pousser Mandelbrot à introduire une nouvelle géométrie dite « géométrie fractale », caractérisée à l'aide de la « dimension fractale », qui est un caractère qui désigne le degré d'irrégularité et de fragmentation d'un grain. Le fondateur de cette théorie a démontré aussi que « la fractalité » d'un objet n'est autre que la perception intuitive de son irrégularité ou de sa rugosité ; plus un objet est irrégulier, plus sa dimension fractale est élevée (MANDELBROT. B, 1983).

Les fractales ont été considérées jusqu'au milieu du XXème siècle comme des curiosités mathématiques, elles n'acquièrent un statut à part entière que dans les années soixante-dix grâce au mathématicien Benoit Mandelbrot, qui en a fait l'objet d'une nouvelle discipline mathématique. Elles sont à la base d'un nouveau système de géométrie permettant de représenter des objets très irréguliers tels que les reliefs montagneux, les agrégats, les amas galactiques ou les côtes rocheuses très découpées, etc.

Le but de notre recherche est d'utiliser certaines méthodes basées sur la notion de la dimension fractale pour étudier le phénomène d'écrasement des grains de trois matériaux locaux (Schiste, Calcaire et Grés), pour des classes granulaires variables et de formes différentes et bien choisies ; en caractérisant les changements de l'état de leurs surfaces et de leurs formes, après la réalisation des différents essais mécaniques au laboratoire. Des techniques d'analyse d'image bidimensionnelles et tridimensionnelles sont appliquées aux grains des échantillons, afin de comprendre la corrélation existante entre les deux dimensions fractales, à savoir en 2D et en 3D, et d'étudier l'influence des différents paramètres sur les caractéristiques mécaniques des matériaux choisis.

Pour mener à bien ce travail, nous l'avons scindé en deux parties, associées à quatre annexes :

➤ **La première partie** est la partie bibliographique, comportant deux chapitres :

Dans le **premier chapitre** ; nous rappelons quelques généralités sur la notion fractale, l'origine du formalisme fractal, quelques objets fractals et les différentes formulations de la dimension fractale.

Le **deuxième chapitre** regroupe plusieurs méthodes bidimensionnelles et tridimensionnelles de calcul de la dimension fractale des grains de matériaux granulaires, expliquant ainsi leurs principes d'utilisation, accompagnées chacune d'une analyse critique.

➤ **La deuxième partie**, est purement expérimentale :

Elle débute par le **troisième chapitre**, qui présente toutes les informations nécessaires des différents matériaux étudiés, le principe et le mode opératoire des appareillages utilisés (l'essai de cisaillement direct à la boîte de Casagrande et l'essai œdométrique) permettant de déterminer les caractéristiques mécaniques des matériaux utilisés. Des photos ont été ensuite prises pour les différents grains avant et après essais.

Dans le **quatrième chapitre**, nous exposons les résultats des essais mécaniques réalisés au laboratoire, avec une interprétation judicieuse des différentes courbes obtenues, accompagnées des courbes granulométriques et des pourcentages de fines des échantillons, après écrasement sous l'effet des contraintes normales et de nombres bien définis de cycles de chargement-déchargement.

Le **cinquième chapitre** est consacré aux mesures de la dimension fractale effectuées sur les différents échantillons préparés des matériaux locaux utilisés, avant et après écrasement,

en utilisant deux méthodes bidimensionnelles : la méthode des masses à l'échelle d'un échantillon et la méthode de Box Counting à l'échelle d'un grain. Les résultats obtenus sont présentés en fonction de la méthode de calcul de la dimension fractale, du type de l'essai, de la nature du matériau, de la classe granulaire, de la taille des grains et de leurs formes. Les courbes les plus significatives sous différentes sollicitations sont analysées et interprétées.

**Le sixième chapitre** englobe les résultats de la méthode tridimensionnelle (3D) de Comptage Différentiel de Boîtes (DBC) appliquée aux grains des trois matériaux avant et après chaque essai, en usant des mêmes images pour les deux précédentes méthodes bidimensionnelles. Cette méthode est initiée pour améliorer la méthode bidimensionnelle de Comptage de Boîtes (BC).

➤ Enfin, les quatre annexes ont été organisées comme suit :

**L'Annexe A :** présente quelques explications du phénomène d'écrasement et des différents modes de rupture des grains des matériaux granulaires.

**L'Annexe B :** présente les résultats des essais réalisés au laboratoire.

**L'Annexe C :** présente les résultats des méthodes fractales bidimensionnelles (2D).

**L'Annexe D :** présente les résultats détaillés de la méthode fractale tridimensionnelle (3D).

# **CHAPITRE I**

## **GÉNÉRALITÉS SUR LES FRACTALES ET LA DIMENSION FRACTALE**

### **I.1. INTRODUCTION**

Il existe derrière la géométrie fractale une curiosité depuis longtemps et une théorie mathématique depuis peu, qui sont des outils précieux pour analyser, comprendre et même prévoir divers phénomènes naturels ou industriels. Diverses définitions des objets fractals ont été proposées, ces définitions mathématiques sont parfois un peu formelles et pas toujours très parlantes au premier abord pour le physicien.

Ce chapitre donne quelques notions et définitions sur la théorie fractale et introduit en particulier le concept de fractal ou objet fractal, tout en spécifiant les différentes catégories existantes : l'autosimilarité, la notion de dimension fractale, l'invariance d'échelle et la lacunarité. Avant de détailler les diverses catégories de structures fractales, on va parcourir les principales définitions utilisées sur des exemples très simples choisis parmi les figures de référence de la théorie fractale.

La dimension fractale est le complément qui manquait à la dimension euclidienne et à la symétrie cristalline. Comme l'a fait remarquer Mandelbrot, les nuages ne sont pas des sphères, ni les montagnes des cônes, ni les îles des cercles et leur description nécessite une géométrisation adaptée.

## I.2. ORIGINE DES FRACTALES

Depuis très longtemps, l'homme a été fasciné par les formes géométriques particulières qu'il observa dans la nature et qu'il créa pour décorer ses habitations, ses vêtements, ou encore ses lieux de culte. Au XIX<sup>ème</sup> siècle, elles sont considérées comme des « curiosités » mathématiques jusqu'au milieu du XX<sup>ème</sup> siècle. Elles n'acquièrent un statut à part entière que dans les années 1970, grâce au mathématicien franco-américain, **Benoît Mandelbrot**, né à Varsovie le 20 novembre 1924 et mort le 14 octobre 2010 à Cambridge, qui en a fait l'objet d'une nouvelle discipline mathématique : la géométrie fractale, rendue populaire par son ouvrage « *les Objets fractals : forme, hasard et dimension* » (MANDELBROT. B.B, 1975).

## I.3. CONCEPT DE FRACTAL

Le fondateur Mandelbrot invente l'adjectif « *fractal* » (du latin « *fractus* », du verbe « *frangere* » qui signifie brisé, irrégulier, fragmenté) pour décrire des figures géométriques d'une structure complexe. Mais, si l'on y réfléchit, il est en fait assez difficile de donner une définition exacte de ce mot car il regroupe plusieurs concepts différents : l'autosimilarité à toutes les échelles (exacte ou approchée), la non dérivabilité (souvent), la dimension non entière (souvent aussi), le hasard ou le chaos (parfois). Un objet fractal peut présenter une ou plusieurs de ses caractéristiques.

FALCONER. K affirmait que nous ne devons pas essayer de définir strictement les fractales, mais nous devons considérer comme fractal toute structure qui possède un certain nombre de caractéristiques minimales (FALCONER. K, 1990).

Plus généralement, une fractale est définie comme « une figure dont la dimension de Hausdorff est plus grande que la dimension topologique » (MANDELBROT. B, 1982). Il n'existe cependant aucune définition du concept de fractal qui soit unanimement acceptée. Les définitions de la dimension fractale et les propriétés d'autosimilarité et d'auto-affinité aident à la compréhension de ce concept.

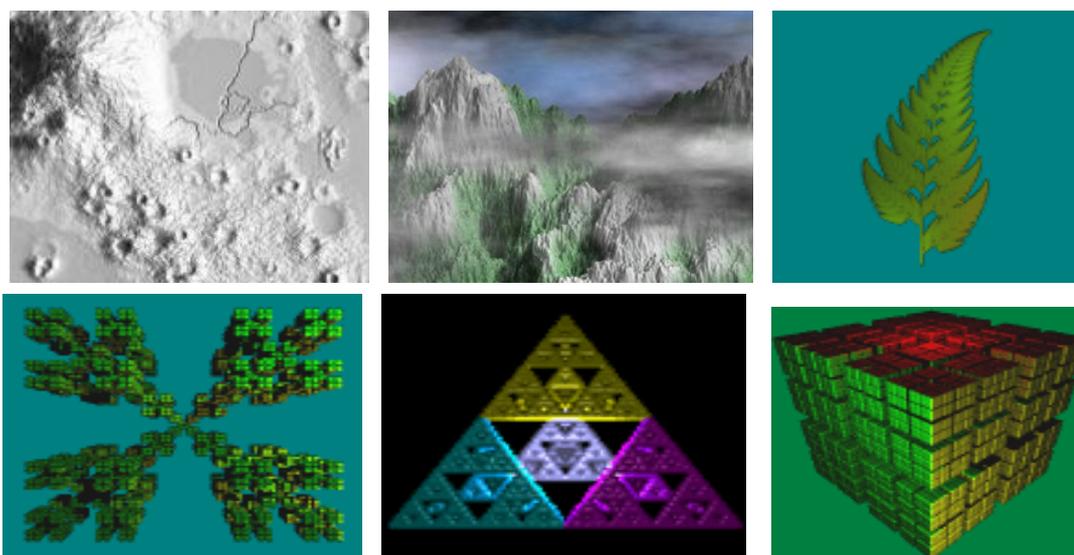
Les conditions de base en vertu desquelles une surface de rupture peut être reconnue comme fractale sont les suivantes (FALCONER. K, 1990) :

a) La surface doit avoir une « structure fine », c'est à-dire qu'elle doit présenter « des détails à toutes les échelles ». Plus l'échelle est petite plus on doit pouvoir remarquer plusieurs éléments.

b) La structure d'une surface doit être « trop irrégulière pour être décrite dans le langage de la géométrie euclidienne ». Les surfaces de rupture, par ses formes diverses, manifestent des représentations qui ne peuvent être comprises et expliquées selon les critères de la géométrie classique euclidienne.

c) Autosimilarité et auto-affinité : Les proportions de la structure sont modifiées par le même facteur d'échelle à divers niveaux d'observation. Les microstructures autosimilaires ont été mises en évidence sur le métal par Mandelbrot.

Une fractale peut être une forme géométrique, un objet, une réalité observable dans la nature comme les surfaces de rupture, le relief d'une montagne, un caillou ou la morphologie d'une plante, un modèle mathématique, les grains d'un matériau granulaire, ou tout cela à la fois (MANDELBROT. B, 1983) (Figure I.1). On peut utiliser le mot « fractale » comme l'adjectif pour qualifier une « réalité » ayant certaines ou toutes les propriétés des fractales.



**Figure I.1:** Montagne fractale (BOUDET. A, 2008) et quelques objets fractals.

L'extension de ce terme est très vaste mais il existe une caractéristique à laquelle toute les fractales se soumettent : l'autosimilarité ; qui veut dire qu'un agrandissement d'un objet est identique à lui-même quelle que soit l'échelle à laquelle on l'observe, à ceci près qu'elles sont à une échelle différente et peuvent être légèrement déformées. Cette propriété est appelée aussi par les mathématiciens homothétie interne.

Un bon exemple qui présente cette définition c'est le chou-fleur qui est une très jolie fractale naturelle, chaque morceau que vous détachez présente la même structure que le tout et ainsi de suite.

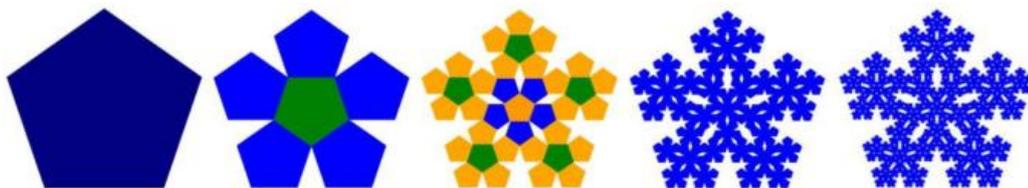
## I.4. IMMENSITÉ DE L'UNIVERS DES FRACTALES

### I.4.1. Objets fractals

Après Mandelbrot, bien d'autres mathématiciens et informaticiens ont utilisé les possibilités immenses offertes par l'informatique, en termes de calculs et d'imagerie, pour développer la théorie fractale. Les fractales sont toutes définies de façon constructive et itérative, cela implique que l'on ne peut en présenter que des approximations obtenues grâce à des calculs numériques.

#### Définition

Les objets fractals peuvent se définir comme des structures obtenues par l'itération d'un algorithme géométrique sur une figure géométrique particulière appelée **initiateur** qui constitue le rang **0**. L'initiateur est donc la figure sur laquelle on effectue la toute première modification permettant de commencer le tracé. Cette modification géométrique que l'on effectue sur la figure de rang **n** pour obtenir la figure suivante de rang **n+1** nommée **générateur**. Nous appliquons à l'infini les transformations choisies à l'objet de départ (Figure I.2).



**Figure I.2 :** Illustration des cinq premières étapes de la construction du pentagone de Durer. Les couleurs ne servent qu'à faciliter la compréhension du processus (JOSIANE. L, 2006).

### I.4.2. Classification des fractales

#### I.4.2.1. Fractales déterministes

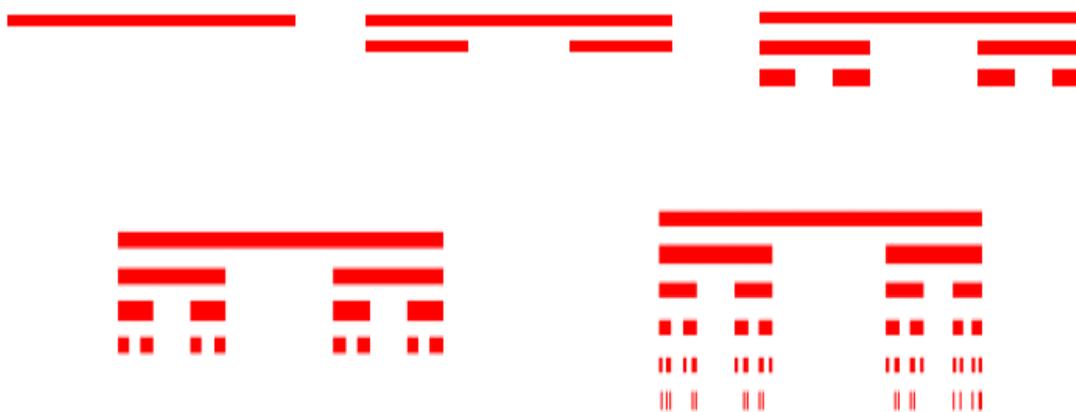
Les fractales déterministes regroupent certainement les plus complexes et les plus spectaculaires fractales : elles combinent la science des mathématiques et la beauté de l'art. Ces fractales sont obtenues par l'itération infinie de polynômes complexes.

### a. Systèmes de fonctions itérées (IFS : Iterated Function System)

Ce type de fractales peut être décrit par des règles fixes de remplacement géométrique. L'ensemble de Cantor, le tapis de Sierpinsky, la courbe de Peano, le flacon de Von Koch constituent des exemples bien connus dans le domaine appartenant à ce type de fractales.

#### a.1. Ensemble de Cantor

En 1883, Cantor publie son fameux ensemble triadique (ou poussières de Cantor). Il s'obtient de la façon suivante : il part du segment  $[0, 1]$  dont il ôte le tiers central  $]1/3, 2/3[$  en conservant les extrémités. Ensuite, il enlève le tiers central de chacun des nouveaux segments et ce indéfiniment. Les segments deviennent ainsi de plus en plus fins jusqu'à ce qu'ils se transforment en poussière de Cantor (Figure I.3).



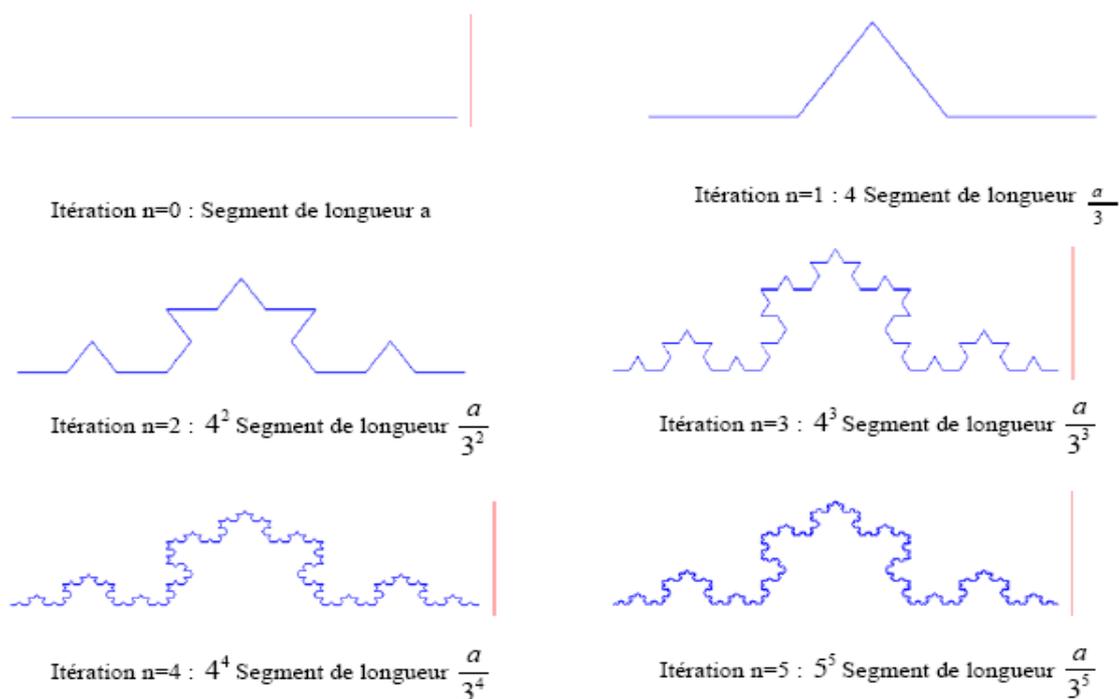
**Figure I.3 :** L'ensemble de Cantor (MANDELBROT. B, 1983).

#### a.2. Ensemble de Von Koch

##### a.2.1. Courbe triadique de Von Koch (1904)

Le mot « courbe » est utilisé pour désigner des dessins fractals qui ne ressemblent pas forcément à nos courbes ordinaires. La contribution de Von Koch à la science des mathématiques n'est pas très considérable, mais sa découverte nous permet d'étudier les fractales. Sa construction est simple. C'est une courbe composée de segments identiques de même longueur et dont la longueur totale peut tendre vers l'infini. Elle est obtenue par itération à partir d'un segment de longueur « a ». Nous devons premièrement prendre un objet initiateur, une ligne par exemple. Puis on l'itère avec un générateur qui transformera l'initiateur. Le générateur pour la courbe de Von Koch peut s'expliquer de cette façon : pour

chaque initiateur (ligne) il faut retirer le deuxième tiers de la ligne et mettre à la place deux lignes de la même longueur que l'on a retirée, puis les placer pour former un angle. Cette dernière étape s'appelle itération et sa répétition produit la courbe de Von Koch. Dans la représentation suivante on peut voir l'évolution de la courbe de Von Koch la plus connue, elle est construite depuis l'initiateur  $n = 0$  jusqu'à la cinquième itération  $n = 5$  (Figure I.4).



**Figure I.4:** Principe de construction de la courbe de Von Koch au bout de 5 itérations.

### ***a.2.2. Flocon de neige de Von Koch***

Le flocon de Von Koch n'est autre que la figure résultant de l'assemblage de trois courbes de Von Koch mises bout à bout : il conserve donc la structure et les propriétés de cette dernière si ce n'est qu'il possède une aire, c'est pourquoi on se propose de l'étudier.

Voici son principe de construction (Figure I.5) : Pour tracer ce flocon, il faut :

- Tracer un triangle équilatéral.
- Remplacer le tiers central de chaque côté par un point dont la longueur de chaque côté est égale aussi au tiers du côté.
- Recommencer cette construction sur chaque côté des triangles ainsi formés.

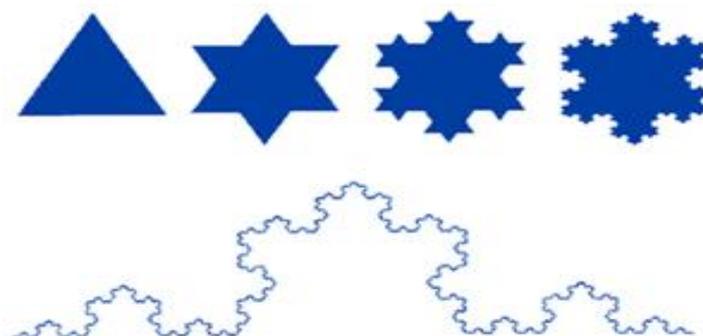


Figure I.5 : Construction du flocon de Von Koch (BOUDET. A, 2008).

### a.3. Fractale de Sierpinski

#### a.3.1. Triangle (tamis) de Sierpinski

Le triangle de Sierpinski (appelé aussi « tamis de Sierpinski ») est une fractale réalisée grâce à un système d'itération, son initiateur est un triangle plein. Il se construit à partir d'un triangle équilatéral ayant une base parallèle à l'axe des abscisses.

- On trace trois segments entre les trois milieux des côtés du triangle, ce qui délimite 4 nouveaux triangles, et on enlève le petit triangle central. On obtient trois petits triangles qui se touchent deux à deux par un sommet, dont les longueurs des côtés sont la moitié de celles du triangle de départ, et dont la surface est divisée par 4.
- On répète l'étape précédente avec chacun des petits triangles obtenus.

La véritable fractale correspond à ce que l'on obtiendrait après un nombre infini d'itérations (Figure I.6).

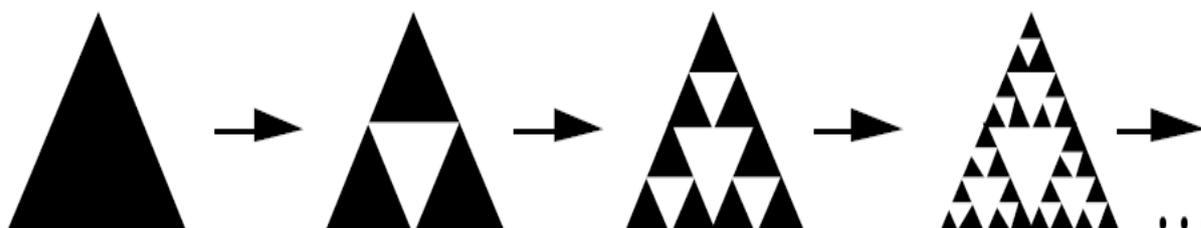
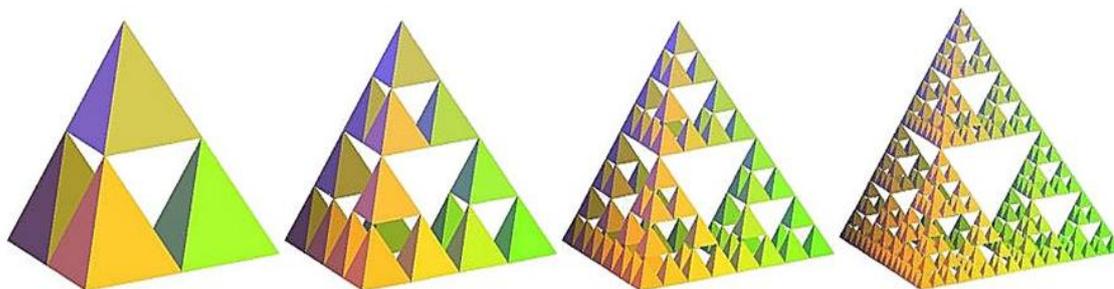


Figure I.6 : Les premières étapes dans la construction du triangle de Sierpinski

<http://www.mathcurve.com/courbes2d/tautochrone/tautochrone.shtml>.

Mais il existe aussi une version 3D du tamis, le tétraèdre de Sierpinski, attracteur de 4 homothéties de rapport  $\frac{1}{2}$  centrées aux sommets d'un tétraèdre, de dimension fractale pile égale à 2 (Figure I.7) :

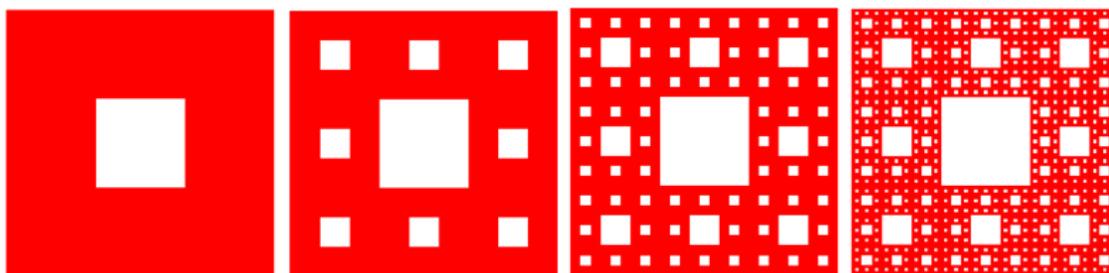


**Figure I.7 :** Les premières étapes dans la construction du tétraèdre de Sierpinski

<http://www.mathcurve.com/courbes2d/tautochrone/tautochrone.shtml>.

### *a.3.2. Carré (tapis) de Sierpinski*

Le tapis de Sierpinski est aussi une fractale itérative. C'est une fractale dont l'initiateur est un carré de 3 unités de chaque côté, et à chaque itération on supprime le carré central. On sépare chaque nouveau carré en trois parties égales afin de supprimer à nouveau le centre (Figure I.8).

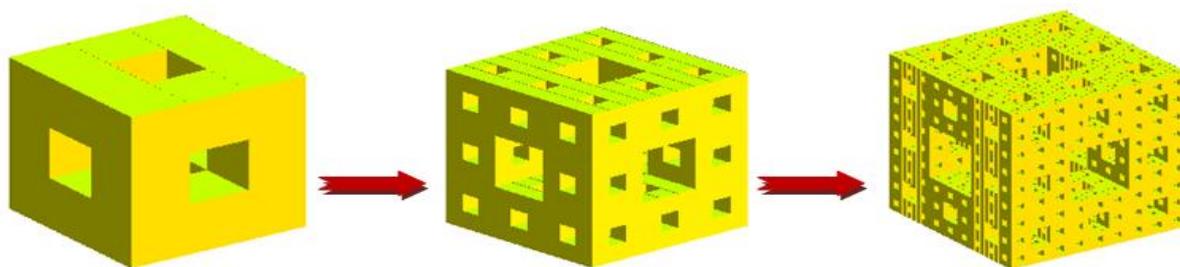


**Figure I.8 :** Tapis de Sierpinski (MANDONNET. J, 2009).

### *a.4. Éponge de Menger*

L'éponge de Menger (Figure I.9) est un milieu poreux, régulier, de type lacunaire, qui sert de référence à plusieurs modèles de structures de sols. L'initiateur est un cube unitaire et le générateur est tel que l'espace vide dégagé dans chaque élément à toute étape du développement du fractale, un cube de longueur « 1 » est divisé en 27 petits cubes de même taille qui seront enlevés du centre de chaque face ainsi que du centre du cube de référence; une décomposition identique est appliquée aux 20 cubes restant, enlevant 20 x 7 petits cubes de taille 1/9 et laissant 20 x 20 cubes de taille 1/9 sur lesquels le procédé est réitéré ; et ainsi de suite à l'infini pour obtenir une éponge infiniment « trouée ».

On remarque que le tapis de Sierpinski n'est qu'une face de l'éponge de Menger, d'ailleurs considéré comme un modèle simple le plus utilisé en science du sol.



**Figure I.9** : Eponge de Menger (<http://www.dmae.upm.es/cursofractales/capitulo1/3.html>).

### *b. Fractales réalisées grâce à une suite de points*

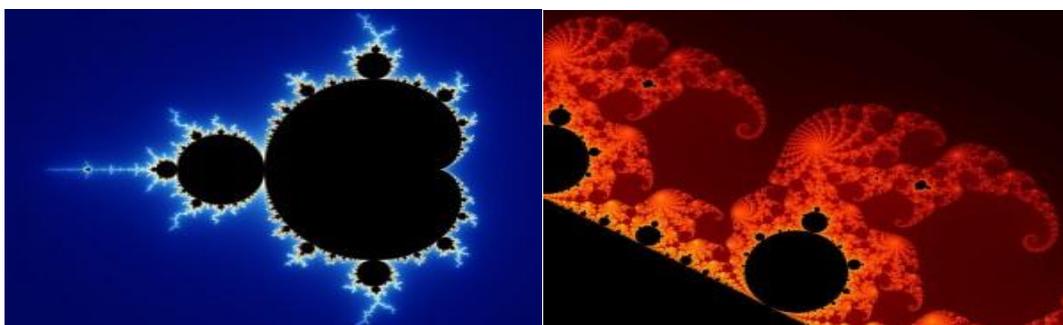
Sont des fractales définies par une relation de récurrence pour tous les points de l'espace (tel que le plan complexe). Nous retrouvons dans cette catégorie les ensembles de Mandelbrot et celles de Julia.

#### *b.1. Ensemble de Mandelbrot*

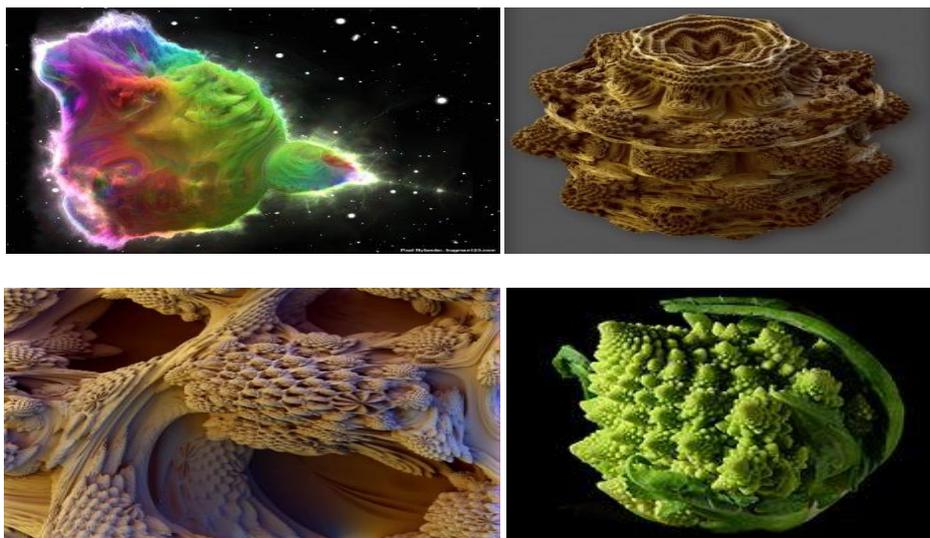
La fractale de Mandelbrot est la visualisation d'un objet mathématique. Il s'agit en réalité d'une matrice de nombres, où la valeur de chaque nombre est représentée par une couleur. Chaque point de l'image est un nombre calculé par l'ordinateur selon une équation très simple :

$$Z_{n+1} = Z_n^2 + C \quad (\text{I.1})$$

Le plus étonnant est que, comme la nature, cette équation produit des formes complexes d'une grande beauté, en voici deux représentations (Figure I.10), une en plan large et un zoom sur un détail et la texture lumineuse de modèle de sorbet de la version quadratique du Mandelbulb, créée par Paul Nylandere et enfin des autres modèles de Mandelbrot (Figure I.11).



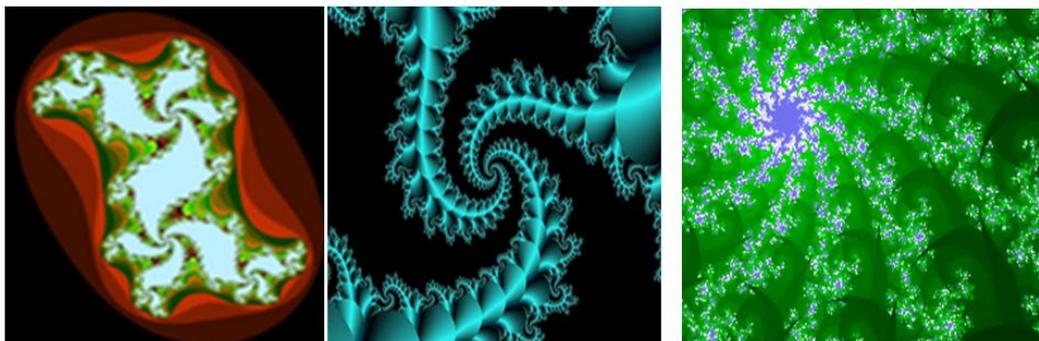
**Figure I.10** : Deux représentations, une en plan large et un zoom sur un détail (BELCASTRO. P, 2009).



**Figure I.11** : La texture lumineuse de modèle de sorbet de la version quadratique du Mandelbulb, (BELCASTRO. P, 2009).

### *b.2. Ensemble de Julia*

L'ensemble de Julia, du nom du mathématicien qui l'a étudié en 1918 en même temps qu'un autre du nom de Fatou, est un autre exemple d'images fractales obtenues par ce procédé. La fonction de transformation est seulement légèrement différente de celle de l'ensemble de Mandelbrot. Mais cette légère différence produit des résultats d'un esthétisme incomparable (Figure I.12).



**Figure I.12** : Ensemble de Julia, création en spirale (BOUDET. A, 2008).

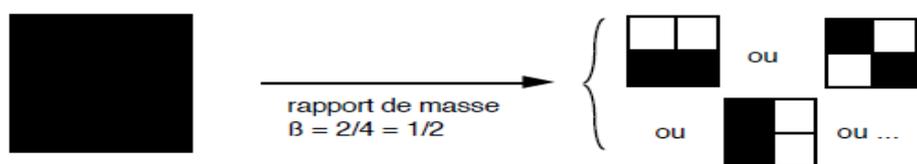
#### *1.4.2.2. Fractales statistiques*

Nous avons donné jusqu'à présent des exemples de fractales déterministes (on dit aussi exactes) mais on peut aisément définir des structures statistiques. Dans ces structures la récurrence définissant la hiérarchie est régie par une ou plusieurs lois probabilistes précisant le choix de l'application de tel ou tel générateur à chaque itération.

**a. Fractales homogènes**

Une fractale statistique est homogène quand le volume (ou la masse) de structure est répartie uniformément à chaque niveau de hiérarchie, c'est-à-dire que les divers générateurs servant à construire la fractale conservent le rapport de masse d'un niveau au suivant.

Ainsi à partir de la récurrence (Figure I.13 et I.14) :



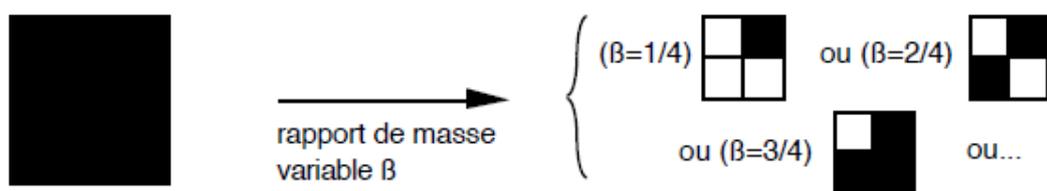
**Figure I.13 :** Générateur d'une fractale statistique.



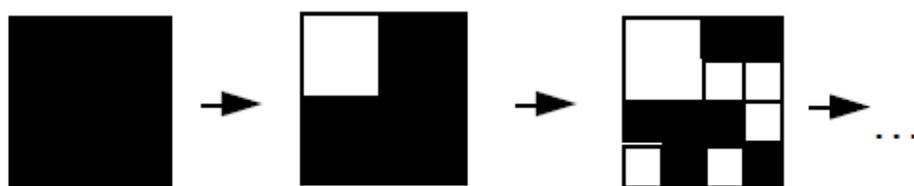
**Figure I.14 :** Fractale statistique engendrée avec le générateur précédent (JOSIANE. L, 2006).

**b. Fractales hétérogènes**

Le rapport de masse  $\beta$  peut lui-même varier : la fractale ainsi engendrée est dite hétérogène (Figure I.15). Une telle fractale peut servir de base à un modèle de turbulence. Partant d'une relation de récurrence où la statistique sur  $\beta$  est donnée (Figure I.16) :



**Figure I.15 :** Générateur d'une fractale statistique hétérogène.



**Figure I.16 :** Fractale statistique hétérogène engendrée avec le générateur précédent (JOSIANE. L, 2006).

### ***I.4.2.3. Fractales non déterministes***

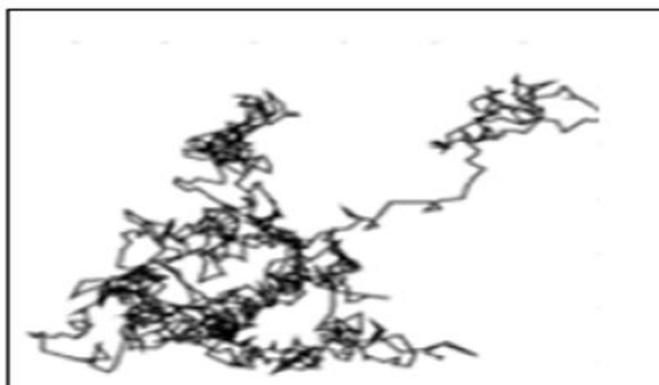
Par opposition aux fractales déterministes et statistiques, il existe des fractales liées au hasard ou à des phénomènes aléatoires (le mode de réplique fait intervenir une composante aléatoire). Elles se présentent sous deux formes :

#### ***a. Objets fractals naturels***

Objets aléatoires ou non déterministes, car le processus dynamique qui permet leur création varie lui même avec le temps de façon aléatoire. Citons les vaisseaux sanguins, les paysages fractals (les nuages, les montagnes, les flacons de neige, le chou-fleur, les grains de sol...), etc.

#### ***b. Ensembles fractals aléatoires***

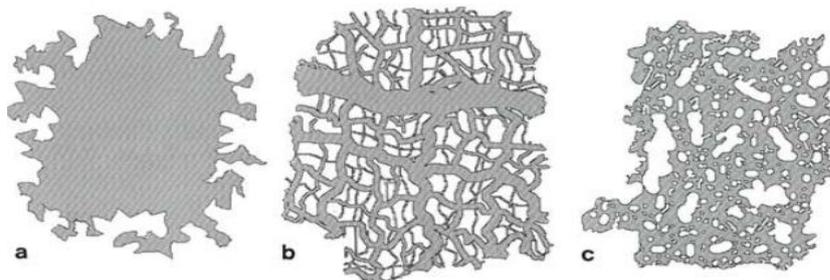
Des fractales irrégulières peuvent être construites par simulation en introduisant des composantes aléatoires dans une procédure de construction élaborée au départ pour générer une fractale (FALCONER. K, 1990). La figure (I.17) montre le mouvement aléatoire d'une minuscule particule en suspension appelée mouvement Brownien.



**Figure I.17 :** Exemple de fractales aléatoires.

### **I.4.3. Surfaces fractales**

L'extension aux surfaces du concept de dimension fractale relève généralement de la modification de la forme d'une surface par un processus physique d'actions locales. Il existe trois catégories de surfaces fractales présentées dans la figure I.18 (BOUTOT. A, 1993 ; RUSS. J.C, 1994).



**Figure I.18 :** Classification de surfaces fractales en trois catégories  
(BOUTOT. A, 1993 ; RUSS. J.C, 1994).

(a) Les fractales de surface ou "contour fractal" peuvent être de type réseau de fibres (par exemple le système vasculaire et nerveux humain), ou plutôt sous la forme d'un ensemble de différents types de fibres, comme le serait par exemple, l'ensemble de celles utilisées pour filtrer les matériaux absorbants. La perméabilité, la capacité d'absorption et d'autres propriétés de telles structures sont liées probablement à la structure fractale. Toutefois, cette classe d'objets n'a pas de surface (dans le sens commun de l'ingénierie) qui puisse être mesurée.

Par contre, les faisceaux de particules agglomérées par des processus de diffusion, engendrent le même type de réseau ramifié, et peuvent être décrits par la géométrie fractale.

(b) Les fractales de masse (réseau ou faisceaux de particules résultant d'un phénomène d'agglomération) représentent, quant à elles, une structure dans laquelle différentes surfaces présentent une invariance au changement de l'échelle de représentation. Ces surfaces peuvent être auto-similaires (lorsqu'elles peuvent résulter, dans un grand nombre de cas, de l'addition ou de l'éloignement de matériaux) ou auto-affinées (lorsqu'elles résultent de la suite de processus industriels).

La notion d'autosimilarité ou d'autosimilarités régissant certaines fractales est particulièrement importante. Elle signifie, comme d'ailleurs pour certaines courbes fractales, que toute partie de la surface, excepté sa taille, a la même forme que le tout.

Par contre, l'auto-affinité traduit, pour la surface étudiée, un agrandissement égal dans toutes les directions.

Du fait de sa lacunarité, une fractale de masse doit vérifier la relation :  $1 < DF < 3$ . Plus elle est lacunaire plus sa dimension fractale est petite, tout en restant supérieure à 1, parce que l'objet est continu. Si la structure est discontinue, celle-ci pourra être assimilée à un ensemble de points de dimension fractale  $DF > 0$ .

(c) La fractale de porosité représente un objet dense contenant des pores, comme par exemple, les céramiques poreuses, les sols sédimentaires et les pierres qui contiennent des réserves souterraines de pétrole. Ce sont les caractéristiques fractales de son réseau de pores qui déterminent sa perméabilité.

Il est à noter que les mesures sur une surface, bien que parfaitement définie, d'une fractale de porosité, n'en dévoilent nullement l'aire totale ; encore moins l'importance de la typologie tridimensionnelle ou les dimensions de la structure du pore.

## **I.5. MÉTHODES FRACTALES**

La géométrie fractale n'est pas qu'une théorie abstraite. En effet, les fractales se sont révélées adaptées à la représentation d'objets naturels complexes : montagnes, sols, nuages, amas galactiques, réseaux hydrographiques, poumons, etc. L'évolution de certains phénomènes dynamiques peut être caractérisée par une figure fractale. Par ailleurs, la beauté des fractales en a fait un élément clé de l'infographie. Les scientifiques ont utilisé cette propriété pour modéliser certains aspects de la nature et de la matière. La géométrie fractale prend donc le relais et permet d'étudier avec succès ces objets appelés objets fractals ou encore fractals. Au près de ces utilités, nous pouvons alors, diviser les méthodes fractales en imagerie en deux classes :

1) Les méthodes basées sur le Système de Fonctions Itérées (IFS). Les IFS interviennent dans la génération d'objets fractals à forte caractéristique auto similaire. Ils ont servi à développer des méthodes de compression des images.

2) Les méthodes basées sur le calcul de la dimension fractale. La dimension fractale (notée  $D$ ) d'une image peut être calculée en utilisant plusieurs méthodes inventées et les niveaux de gris qui lui correspondent. C'est une bonne mesure de la structure géométrique d'une image, et elle a été utilisée comme modèle approprié pour la caractérisation de sa texture.

## **I.6. DIMENSION FRACTALE**

Pour mesurer une longueur, une surface ou un volume, une méthode usuelle consiste à recouvrir ces ensembles de pavés dont la longueur, la surface ou le volume sont pris comme unité de mesure. C'est précisément ce que l'on fait avec les méthodes classiques lorsqu'on calcule ces grandeurs au moyen de la dimension euclidienne. La dimension fractale est le

complément qui manquait à cette dernière ainsi qu'à la symétrie cristalline pour avoir des résultats très proches de la réalité.

### I.6.1. Dimension euclidienne ou topologique

En géométrie euclidienne on travaille avec des dimensions entières 0, 1, 2, 3,...

**Exemple :** La dimension d'un point est zéro (0), une ligne droite a pour support un espace de dimension un (1), un plan est un espace de dimension deux (2), un volume est inscrit dans un espace de dimension trois (3).

On remarque qu'il existe un lien directe entre la dimension de l'objet étudié et son unité de mesure, un objet de dimension deux se mesure en m<sup>2</sup> et un objet de dimension trois en m<sup>3</sup> et ce qui n'est pas forcément le cas pour une courbe fractale.

#### Approche didactique :

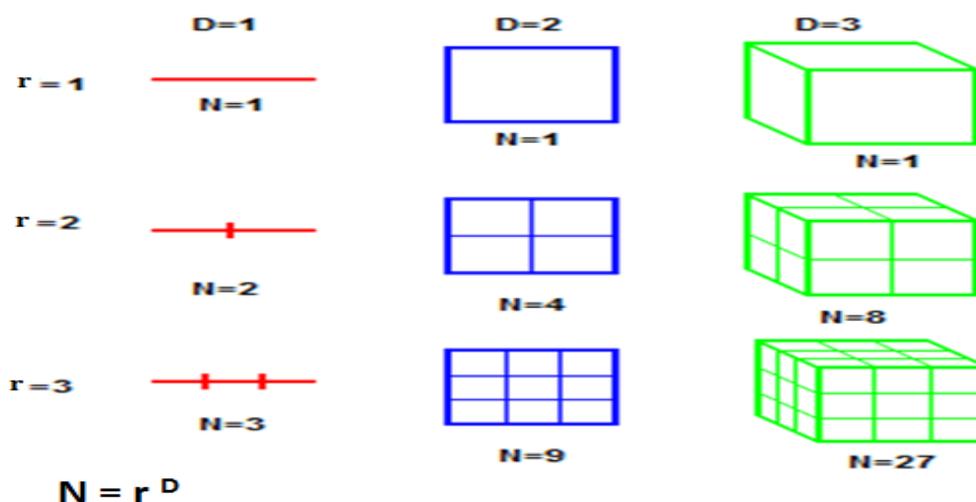
Si nous prenons un objet qui réside dans la dimension euclidienne D et nous réduisons sa taille linéaire de 1/r dans chaque direction spatiale, sa mesure (longueur, surface, ou en volume) augmenterait à  $N = r^D$  fois l'original. Ceci est illustré dans la figure (I.19) suivante.

Nous considérons  $N = r^D \Rightarrow \log(N) = D \log(r)$ .

Si l'on résout pour D, on trouve que :

$$D = \log(N) / \log(r) \tag{I.2}$$

D doit être un entier, car c'est le cas de la géométrie euclidienne. Ce traitement généralisé de dimension est nommé d'après le mathématicien allemand Félix Hausdorff. Il s'est avéré utile pour décrire les objets naturels et d'évaluation des trajectoires des systèmes dynamiques.



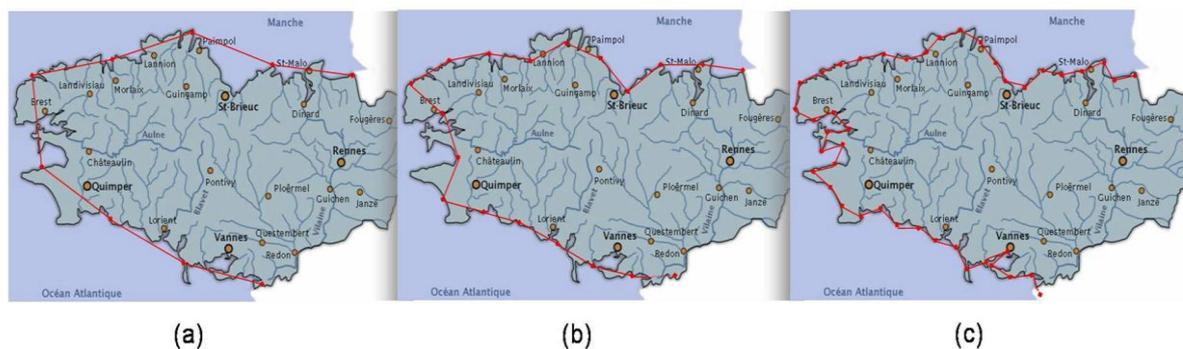
**Figure I.19** : Les trois dimensions entières (FALCONER. K, 1990).

- La dimension  $D$  d'un segment, d'un cercle et d'une courbe régulière est de 1. Sa longueur est multipliée par 2 lorsque sa taille double.
- La dimension  $D$  d'une surface simple et bornée est de 2. Elle a une aire finie et cette aire est multipliée par  $4 = 2^2$  lorsque sa taille double.
- La dimension  $D$  d'un volume simple et borné dans l'espace est de 3. Il a un volume fini et ce volume est multiplié par  $8 = 2^3$  lorsque sa taille double.

Si  $D$  est la dimension d'un objet, alors la mesure de cet objet est multipliée par  $n^D$  lorsque la taille de cet objet est multipliée par  $n$ .

### I.6.2. Notion de la dimension fractale

Benoît Mandelbrot a commencé son traité sur la géométrie fractale dans son livre «*Les objets fractals*» et «*How Long Is the Coast of Britain?*» (MANDELBROT. B, 1967), où il a proposé plusieurs définitions de la dimension fractale. La notion de longueur « exacte » des côtes n'existe pas car ces dernières sont trop irrégulières (MANDELBROT. B.B, 1975). Ce qui a poussé Benoît Mandelbrot à introduire une nouvelle dimension qu'il a nommée « dimension fractale » qui permettra de mesurer cette irrégularité. Afin de comprendre le raisonnement, il a considéré la question suivante : quelle est la longueur d'une ligne fractale? Résolvons plutôt un problème très concret : quelle est la longueur des côtes de Grande-Bretagne? Dans la figure suivante (Figure I.20), nous mesurons une partie de la côte à deux reprises, la règle sur la droite est la moitié de celle utilisée sur la gauche.



**Figure I.20 :** Approximation de la longueur de la côte de Grande-Bretagne à l'aide d'une ligne polygonale (JOSIANE. L, 2006).

Donc la dimension fractale est un nombre qui mesure le degré d'irrégularité ou de la fragmentation d'un objet, ou la mesure de la rugosité d'une surface, et cette notion de dimension fractale s'applique aux objets invariants d'échelle.

En géométrie fractale, la dimension fractale  $DF$  est une grandeur qui a vocation à traduire la façon qu'a un ensemble fractal de remplir l'espace, à toutes les échelles. Dans le cas des fractales, elle est non entière et supérieure à la dimension topologique. Ce terme est un terme générique qui recouvre plusieurs définitions. Chacune peut donner des résultats différents selon l'ensemble considéré, il est donc essentiel de mentionner la définition utilisée lorsqu'on valorise la dimension fractale d'un ensemble. Les définitions les plus importantes sont la dimension de Hausdorff-Besicovitch, la dimension de Minkowski (ou "box-counting"), et la dimension de corrélation. Dans le cas d'ensembles fractals simples (auto-similarité stricte) on conjecture (SCHROEDER. M.R, 1991) que ces définitions donnent des résultats identiques.

Par abus de langage, on trouve parfois le terme "dimension fractale" pour désigner des grandeurs non géométriques telles que l'exposant de lois de puissance dans des lois de distribution statistiques ou des séries temporelles, invariante d'échelle, notamment en finance.

### I.6.3. Exemple de dimensions fractales

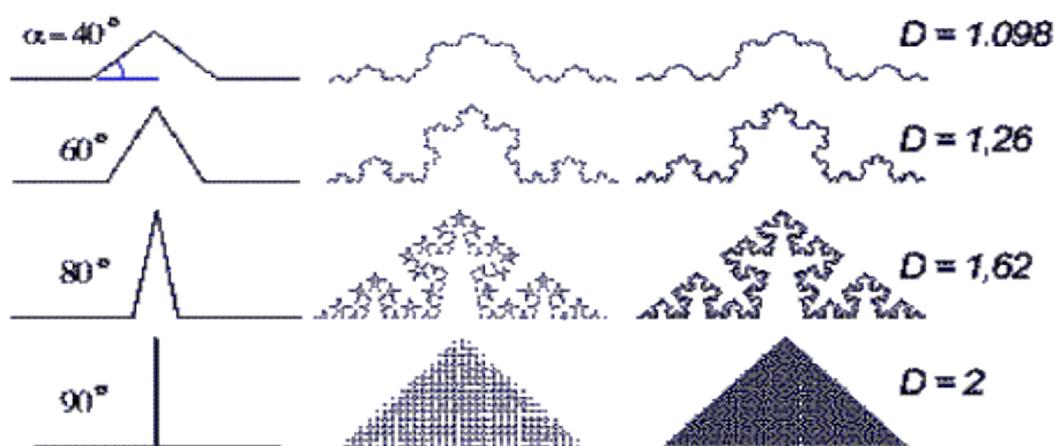
#### I.6.3.1. Application sur la courbe de Von Koch (objet auto-similaire)

On peut facilement évaluer  $DF$  pour les courbes de Von Koch (Equation I.3), où chacune des étapes d'itération fournit à chaque fois une approximation polygonale

convenable. Dans le cas illustré ci-dessous (Figure I.21), les mathématiciens trouvent, ce qui conduit aux valeurs indiquées sur la droite.

$$DF = \frac{\log 2}{\log(2\cos\frac{\alpha}{2})} \quad (I.3)$$

En fonction de l'angle de départ, on obtient des résultats très différents. Selon la Théorie du Chaos, une infime variation des conditions initiales peut en effet entraîner des formes ou des évolutions très distinctes.



**Figure I.21** : La dimension fractale  $D$  pour les courbes de Von Koch  
(LANTAGNE. K et al, 2002).

La figure montre successivement le schéma de chaque segment, le tracé au bout de trois ou quatre étapes ainsi que le tracé «final» de la fractale. Le point intéressant est le suivant : on obtient des valeurs proches de un (1) pour les fractales peu accidentées (1ère ligne ci-dessus) alors qu'on se rapproche de plus en plus de deux (2) au fur et à mesure que la courbe se complexifie et, par le fait même, occupe davantage la surface sur laquelle elle est tracée. Dans le cas limite où  $\alpha = 90^\circ$ , la courbe remplit alors tout le triangle ;  $DF$  est donc égal à 2.

D'autre part, en géométrie euclidienne, on dit qu'une courbe est un espace à une dimension parce qu'on sait mesurer les longueurs le long de la courbe et qu'on peut repérer n'importe quel point de la courbe par un seul nombre, son abscisse, c'est-à-dire sa distance depuis le point d'origine. De même, toujours en géométrie euclidienne, on dit que les surfaces sont des espaces à deux dimensions parce qu'il suffit de deux coordonnées pour en repérer les points. Ces nombres entiers, 1 ou 2, sont appelés dimensions euclidiennes. Cependant, il est impossible de désigner ainsi un point d'une fractale puisqu'on ne peut pas mesurer la longueur

de cette fractale. Une ligne fractale dessinée dans un plan appartient bien à ce plan, mais la ligne fractale n'est ni de dimension 2 ni de dimension 1. Par contre, on dispose du nombre  $D$ , nombre réel, qui est proche de 1 quand la fractale est plutôt lisse, qui augmente quand la fractale devient plus accidentée, et qui tend vers 2 quand la fractale ressemble à une surface. En quelque sorte, ces fractales réalisent une sorte d'évolution entre les courbes lisses et les surfaces de la géométrie classique, alors que le nombre  $D$  évolue de 1, dimension euclidienne d'une courbe lisse, à 2, dimension euclidienne d'un morceau de plan. Pour cette raison, ce nombre  $D$  est appelé dimension fractale.

### Quelques exemples

- Un côté du flocon de Von Koch est formé de  $n = 4$  exemplaires de lui-même réduit d'un facteur  $h = 3$ . Sa dimension fractale vaut :

$$d = \frac{\ln(4)}{\ln(3)} \approx 1,2618595$$

- Le triangle de Sierpinski est formé de  $n = 3$  exemplaires de lui-même réduit d'un facteur  $h = 2$ , sa dimension fractale vaut :

$$d = \frac{\ln(3)}{\ln(2)} \approx 1,5849625$$

- Le tapis de Sierpinski est formé de  $n = 8$  exemplaires de lui-même réduit d'un facteur  $h = 3$ . Sa dimension fractale vaut :

$$d = \frac{\ln(8)}{\ln(3)} \approx 1,892789$$

**Tableau I.1 :** Valeurs de dimensions fractales de quelques courbes les plus connues.

Objet	Dimension	Formule
• Cantor	<b>0,6309297534</b>	<b><math>\log 2 / \log 3</math></b>
• Triangle de Sierpinski	<b>1,584962501</b>	<b><math>\log 3 / \log 2</math></b>
• Tapis de Sierpinski	<b>1,7227</b>	<b><math>\log 16 / \log 5</math></b>
• Fougères 3D	<b>2,5</b>	
• Éponge de Menger • Éponge de Sierpinski	<b>2,726833027</b>	<b><math>\log 20 / \log 3</math></b>

## I.6.3.2. Autres dimensions fractales

Les définitions suivantes, les plus couramment rencontrées, abondent dans la littérature (FALCONER. K et al, 1990 & 2003).

**Tableau I.2 :** Les définitions des dimensions fractales, les plus couramment rencontrées.

Définition	Applicabilité	Formule	Commentaires
Dimension de Hausdorff	la plus rigoureuse, elle est peu aisée à mettre en œuvre.	$D_H = \inf \{s, H^s(X) = 0\} = \sup \{s, H^s(X) = \infty\}$ où $H^s(X)$ est la mesure de Hausdorff de l'ensemble.	Elle s'appuie sur une mesure, la mesure de Hausdorff. C'est la valeur critique de « s » pour laquelle la valeur de la mesure $H^s(X)$ passe de 0 à l'infini.
Dimension d'homothétie (1)	Limitée aux ensembles à homothéties internes.	$D_h$ est la solution de $\sum_{k=1}^N r_k^{D_h} = 1$ où N est le nombre d'homothéties et $r_k$ le rapport de l'homothétie de rang k. Dans le cas de rapports identiques, elle admet une solution analytique simple (voir ci-dessous).	C'est la traduction la plus simple de la dimension de Hausdorff, applicable aux seuls ensembles fractals à homothétie interne. Attention, cette formule n'est pas applicable dans le cas de transformations affinées ou non-linéaires.
Dimension d'homothétie (2)	Limitée aux ensembles à homothéties internes de même rapport	$D_h = \frac{\ln N}{\ln \left(\frac{1}{r}\right)}$ où N est le nombre d'homothéties et r le rapport d'homothétie.	C'est un cas particulier de solution pour l'équation générale ci-dessus. La dimension d'homothétie vaut alors le quotient logarithmique entre le nombre d'homothéties internes de l'ensemble, sur l'inverse du rapport d'homothétie.
Dimension de Minkowski–Bouligand ou "Box-counting"	Tout ensemble	$D_{\text{box}} = \lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \frac{\log N(\varepsilon)}{\log \left(\frac{1}{\varepsilon}\right)}$ où $N(\varepsilon)$ est un nombre de sous-ensembles de diamètre au plus $\varepsilon$ nécessaires pour recouvrir l'ensemble.	La plus courante et la plus simple pour mesurer numériquement la dimension d'une fractale. Elle prend pour base la couverture de l'ensemble fractal par des ensembles de taille décroissants. S'appuie sur une notion de comptage et non de mesure, ce qui la rend moins universelle. Peut alors être supérieure à la dimension de Hausdorff mais jamais inférieure.

Ces définitions sont plus rares dans la littérature. Elles sont utilisées dans des contextes spécifiques (théorie du chaos, par exemple).

**Tableau I.3 :** Les dimensions fractales, les plus rares dans la littérature (WEISSTEIN. E, 1999-2012).

Définition	Applicabilité	Formule	Commentaires
Dimension de corrélation (Weisstein. E, 1999-2012)	Appliquée aux ensembles de points (attracteurs notamment)	$D_c = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0, M \rightarrow \infty} \frac{\log(g_\varepsilon/M^2)}{\log \varepsilon}$ <p>Où M est le nombre de points utilisés pour générer la fractale, et <math>g_\varepsilon</math> le nombre de paires de points dont la distance mutuelle est inférieure à <math>\varepsilon</math>.</p>	Dimension de Rényi d'ordre 2. Principalement utilisée en théorie du chaos pour estimer la dimension fractale d'attracteurs, représentés par un ensemble de points calculés. Elle considère le nombre de paires de points dont la distance mutuelle est inférieure à une distance donnée. Elle a pour avantage de permettre des calculs rapides et souvent en accord avec les autres méthodes de calcul.
Dimension d'information (WEISSTEIN. E, 1999-2012)	Appliquée aux ensembles de points (attracteurs notamment)	$D_i = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^N P_i \log P_i}{\log \frac{1}{\varepsilon}}$ <p>où N est le nombre d'hypercubes de côté <math>\varepsilon</math> qui partagent l'espace et <math>P_i</math> la probabilité pour un point de tomber dans le cube d'index i</p>	Dimension de Rényi d'ordre 1. La dimension d'information considère l'information nécessaire pour décrire les cases occupées par les points de l'attracteur, à mesure que la taille de ces cases diminue.
Dimension "diviser" (Falconer. K et al. 1990 et 2003)	Appliquée aux courbes sans auto-intersection	$D_d = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log(N_\varepsilon)}{\log \frac{1}{\varepsilon}}$ <p>ou <math>N_\varepsilon</math> est le plus grand nombre de points de la courbe successivement équidistants d'une longueur donnée (<math>x_k</math> tels que <math> x_{k+1} - x_k  = \varepsilon</math>)</p>	Considère l'application répétée d'une unité de mesure de longueur de plus en plus petite. Utilisée par Lewis Fry Richardson pour mesurer la dimension de la côte de Grande-Bretagne.

**Relations entre les dimensions**

On montre, dans le cas général, que :  $D_t \leq D_c \leq D_i \leq D_H \leq D_{\text{box}} \leq D_d$  (FALCONER. K et al, 1990 & 2003) où :

$D_t$  est la dimension topologique de l'ensemble ;

$D_c$  est la dimension de corrélation de l'ensemble (Rényi d'ordre 2) ;

$D_i$  est la dimension d'information de l'ensemble (Rényi d'ordre 1) ;

$D_H$  est la dimension de Hausdorff de l'ensemble (ou dimension d'homothétie) ;

$D_{\text{box}}$  est la dimension de Minkowski de l'ensemble ;

$D_d$  est la dimension "divider" de l'ensemble.

En cas d'autosimilarité stricte, on conjecture (SCHROEDER, 1991) que  $D_H$  et  $D_{\text{box}}$  sont égales.

Pour un attracteur, si chaque élément de l'attracteur a une probabilité identique d'être visitée, alors  $D_i$  et  $D_{\text{box}}$  sont égales (WEISSTEIN. E, 1999-2012).

## 1.7. LACUNARITÉ

Les idées résultantes de cette nouvelle branche (dimension fractale), qui est venue compléter la géométrie classique, permettaient aussi de définir le concept de la lacunarité par Mandelbrot. La notion de lacunarité, étroitement liée à celle de la rugosité, propose de caractériser la distribution de la taille des trous dans une surface.

L'estimation fractale (dimension fractale et/ou lacunarité) a engendré un large panel de méthodes qui ont été énergiquement appliquées dans bien des domaines parmi lesquels nous pouvons citer les sciences de la terre, la physique, la chimie, la biologie, la médecine, la géographie, l'informatique, le graphisme informatique (création et compression d'images).

### Définition

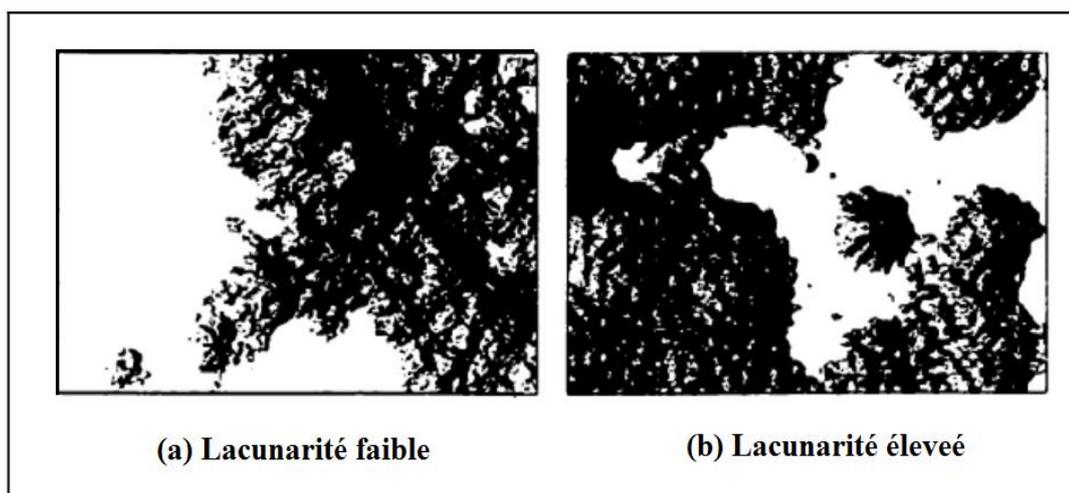
Parallèlement à la dimension fractale, la lacunarité est une autre mesure fractale multi-échelle capable de caractériser la texture d'un objet. Elle caractérise la distribution de la taille des trous dans une texture à une échelle donnée. Une image à faible lacunarité est homogène et invariante par translation. Tandis que la variété de trous dans une image à lacunarité élevée est grande. Il est aussi important de savoir que si une image est hétérogène à des petites échelles, elle peut être tout à fait homogène lors de son examen à des échelles plus grandes et vice versa (GUO. Q et al, 2009).

Si nous observons les textures comme des surfaces à niveaux de gris, nous comprenons aisément que deux surfaces qui présentent un même encombrement peuvent néanmoins être

distinctes par la présence, la forme et la densité de trous qu'elles contiennent, et c'est précisément ces caractéristiques qui font de la mesure de lacunarité un très bon estimateur de rugosité de surface.

MANDELBROT et VAN NESS (MANDELBROT. B.B et VAN NESS. J.W, 1968), ainsi que Voss (VOSS.R, 1986) ont montré que des textures différentes peuvent partager une dimension fractale. Ainsi la lacunarité seule ou une combinaison de la dimension fractale sont souvent utilisées comme des outils appropriés pour la segmentation d'images (KELLER. J et al, 1989 ; DONG. P.L, 2000).

Sur la figure (I.22), deux exemples de fractals de mêmes dimensions sont présentés : elles possèdent la même propriété d'auto similarité bien qu'elles n'aient qu'une très faible ressemblance, surtout en termes de la rugosité de surface. La mesure de lacunarité permet de distinguer ces deux ensembles : la surface de forte rugosité possède une lacunarité faible, et inversement, la surface la plus lisse possède une caractéristique lacunaire élevée.



**Figure I.22 :** Deux surfaces de même dimension et de rugosité différente (LEHAMEL. M, 2011).

La lacunarité notée  $\Lambda$  a été introduite par Mandelbrot (MANDELBROT, 1983) comme suit :

$$\Lambda = E \left\{ \left( \frac{Ma}{E(Ma)} - 1 \right)^2 \right\} \quad (I.4)$$

$Ma$  est la masse d'un ensemble fractal (le nombre de pixel),  $E\{. \}$  la valeur moyenne de la quantité qui se trouve à l'intérieur des crochets.

La dimension fractale ne suffit nullement à caractériser une surface de rupture. On peut également lui associer la lacunarité, qui en est la mesure de la présence de trous (GOUYET. J.F, 1992). La propriété de lacunarité des fractals peut être prise en considération pour comparer des structures de même dimension, mais n'admettant pas une même distribution de trous (défauts, microfissures) (SECRIERU. C, 2009). Il est aussi important de savoir que si une image est hétérogène à des petites échelles, elle peut être tout à fait homogène lors de son examen à des échelles plus grandes et vice versa (GUO. Q et al, 2009). Il a été en effet observé, que des matériaux présentant différentes distributions de trous, ont généralement des comportements mécaniques différents, comme l'attestent des recherches menées sur le béton.

### **I.8. RELATIVITÉ D'ECHELLE**

La théorie de la relativité d'échelle, développée par le physicien français LAURENT NOTTALE, est une tentative qui vise à concevoir une théorie géométrique de l'espace-temps valable à toutes les échelles, compatible avec le principe de relativité. Pour cela, l'hypothèse classique de la différentiabilité de l'espace-temps est remplacée par celle plus générale de non-forcément-différentiable : l'espace-temps serait non-différentiable à certaines échelles (relativement plus petites), et différentiables à d'autres (celles de la physique classique). L'espace-temps posséderait ainsi un caractère fractal de dépendance d'échelle qui doit transparaître dans la définition même des systèmes de coordonnées, et des équations de la physique. Le résultat des mesures d'un phénomène physique serait alors dépendant de notre choix de référentiel en termes de position, d'orientation, de mouvement et d'échelle (ce qui produit une variation des résultats de la mesure selon la résolution des instruments utilisés).

La relativité d'échelle est une jeune théorie en pleine construction. Elle reste peu connue et sujette à discussion.

## I.9. CONCLUSION

Les fractales sont des images de synthèse obtenues par un procédé de construction graphique très simple répété sur une large gamme d'échelle. Une harmonie étrange et fascinante émerge de ce mariage de l'ordre et du désordre des formes fractales. Une géométrie du complexe, simple dans son principe mais compliquée dans ses résultats, participe activement des deux. Les scientifiques ont utilisé les propriétés sus-citées pour modéliser certains aspects de la matière, tout en mettant en évidence la dépendance de la dimension fractale à la fois de l'échelle de représentation et des méthodes de mesure.

Une dimension fractale peut être une fraction, à l'inverse de la dimension topologique qui doit être un entier, c'est pour cela que Mr Mandelbrot a eu la bonne idée d'introduire de nouvelles dimensions fractales. Différentes modalités de définition de la dimension fractale ont été passées en revue, en raison de l'inexistence à ce jour d'un point de vue unanime. En effet, avec une forme fractale, il devient difficile d'associer une dimension. De plus, ce qui est formidable avec les dimensions fractales, c'est qu'elles sont totalement compatibles avec les dimensions topologiques, lesquelles sont toujours inférieures aux premières.

La dimension fractale représente, indépendamment de l'échelle d'observation, la complexité géométrique de la surface, en tant qu'objet supposé rigoureusement fractal, tandis que la lacunarité représente un paramètre de forme dépendant de l'échelle d'observation. La relativité d'échelle est une jeune théorie en pleine construction. Elle reste peu connue et sujette à discussion.

## **CHAPITRE II**

# **MÉTHODES FRACTALES APPLIQUÉES AUX MATÉRIAUX GRANULAIRES**

### **II.1. INTRODUCTION**

Les granulats est un terme utilisé pour désigner une vaste famille de matériaux, présents partout dans la nature et dans le monde industriel, pouvant subir un phénomène de rupture ou d'écrasement (Annexe A) sous les effets de cisaillement, de compression ou de tassement et même sous l'effet d'un petit projectile de petite taille (ALLEN. W.A et al, 1957). Ces effets montrent aussi que la rupture des grains est généralement limitée aux points de contact et qu'elle peut se prolonger vers l'intérieur du grain, qui est considéré dans cette étude comme un objet fractal avant et après écrasement, qui entraîne sous des contraintes un cisaillement des angularités et des aspérités pointues et une diminution de leur taille ; ce qui entraîne une modification de la distribution granulométrique et une modification de l'état de surface des grains et par conséquent la variation de sa dimension fractale initiale.

La dimension fractale est l'une des caractéristiques principales de la géométrie fractale, son calcul est un outil théorique servant à interpréter les problèmes à partir des dimensions des grandeurs physiques mises en jeu. L'analyse dimensionnelle permet surtout de vérifier la viabilité d'une équation ou du résultat d'un calcul. Elle est utile également pour formuler des hypothèses simples sur les grandeurs qui gouvernent l'état d'un système physique avant qu'une théorie plus complète ne vienne valider ces hypothèses. Elle a été utilisée entre autres dans le domaine de génie civil. Elle décrit bien l'irrégularité d'un grain de matériau granulaire.

Par ailleurs, pour déterminer la dimension d'un grain, on associe sa forme à celle d'une sphère équivalente, la dimension d'une particule est alors mesurée selon un diamètre équivalent, ce qui ne suffit pas pour décrire la forme réelle du grain et analyser le comportement d'un matériau. C'est dans ce but que plusieurs méthodes ont été développées pour calculer la dimension fractale d'un matériau granulaire.

## II.2. STRUCTURE FRACTALE DU SOL ET SA DIMENSION

L'introduction de la notion fractale a permis d'offrir des modèles très proches de la réalité de plusieurs objets naturels. C'est ainsi que ces dernières années, la recherche s'est orientée vers des domaines où de nombreux phénomènes physiques ou des objets présentent une structure fractale (CHEN. J et al, 1996 ; JAKEMAN. E, 1982 ; KELLER. J.M et al, 1987). La mesure de la dimension fractale trouve des applications dans de nombreux domaines de recherche tels que la physique (DUBUC. B et autres, 1989), l'analyse d'image (SOILLE. P et RIVEST. J-F, 1996 ; TOLLE. C.R et autres, 2003), l'acoustique (MARAGOS. P et POTAMIANOS. A, 1999), l'analyse des zéros de la fonction de Riemann (SHANKER. O, 2006) [Riemann : mathématicien allemand du XIX<sup>ème</sup> siècle, qui est notamment à l'origine des géométries non euclidiennes] ou les processus électrochimiques (EFTEKHARI. A, 2004).

D'après les définitions utilisées dans la science des sols (BAVER. E.D et RHOADES. H.F.R, 1932), le sol est un mélange hiérarchique, hétérogène et complexe, sa structure est faite de particules et d'éléments structuraux formés par l'agrégation de particules plus petites et qui peuvent être dans une certaine mesure auto similaires. Il y a bien longtemps que les physiciens de sol ont étudiés intensivement la structure de ce dernier en appliquant les mathématiques. On parle d'une représentation fractale du sol car il est un milieu fragmentaire et poreux (MANDELBROT. B, 1983 ; TURCOTTE. D. L, 1986 ; FEDER. J, 1988). Cette notion de modèle fractal met en jeu la définition d'un domaine d'échelle dans lequel une structure fractale est développée, ainsi que de la fragmentation incomplète d'un élément de sol en classes de fractures semblables et un volume résiduel.

En effet, la géométrie fractale peut être employée pour la caractérisation du sol, des relations générales ont été établies entre la porosité, la dimension fractale et le rapport de similitude qui sont:

- (i) Une dimension fractale à 3D ;
- (ii) Une relation inverse entre la taille et la densité des agrégats ;
- (iii) Une relation exponentielle entre la taille et le nombre des agrégats.

L'étude de la rugosité du sol basée sur les deux paramètres : écart type des hauteurs et longueur de corrélation a montré une insuffisance dans la description de la structure

géométrique de la surface du sol. Cette dernière nécessite l'introduction dans un modèle du sol la complexité de la structure locale.

### II.3. MÉTHODES DE CALCUL COURAMMENT UTILISÉES

Pour calculer la dimension fractale, des techniques d'analyse d'image sont importantes après avoir photographié les grains (SEZER. A et al, 2008).

La technique d'analyse est simple, elle consiste à réaliser un seuillage de l'image grise jusqu'à un niveau raisonnable afin d'extraire la surface du grain à partir du fond de l'image. Puis, appliquant un certain nombre d'opérations comprenant l'ouverture, fermeture, et remplissage en blanc, l'image binaire est obtenue comme une couche au-dessus de l'image grise (Figure II.1). Cette image binaire est utilisée pour calculer la dimension fractale du grain.



**Figure II.1 :** Exemple d'une image binaire obtenue après l'analyse d'image d'un grain de sable (ACHIR. M, 2011).

#### II.3.1. Surface-Périmètre (Area-Perimeter)

La méthode Surface-Périmètre est l'une des méthodes bidimensionnelles ; de calcul de la dimension fractale de rugosité, les plus faciles à appliquer à la géométrie fractale des grains du sol.

Après l'obtention de leurs images, des techniques de traitement d'images sont utilisées pour l'obtention du périmètre et de la surface des grains à l'aide de plusieurs logiciels, comme l'Auto-CAD 2009 (Figure II.2).



**Figure II.2 :** Calcul du périmètre et de la surface d'un grain ( $\Phi = 6.3$  mm) à l'aide de logiciel Auto-CAD 2009.

En introduisant les résultats obtenus, les périmètres en fonction des surfaces, avec le logiciel Excel, un graphe logarithmique et pour une loi en puissance, la dimension fractale est ainsi obtenue tel que détaillé dans ce qui suit. Dans ce processus, la proposition de Mandelbrot de « Linear Ratio of Extents » (rapport linéaire d'estimation) peut être employée (MANDELBROT. B, 1983) :

$$c = \frac{P^{1/DF_R}}{A^{0,5}} \quad (\text{II. 1})$$

Dans cette équation « c » est une valeur constante qui décrit la similitude de la forme fractale, P est le périmètre du grain, A est la surface du grain, et le  $DF_R$  est la dimension fractale de la rugosité moyenne des grains. Prenant le logarithme des deux côtés dans l'équation (II.1), on peut obtenir l'expression suivante :

$$\frac{1}{DF_R} \log P = \log (c\sqrt{A}) \quad (\text{II. 2})$$

- Faire certains arrangements nécessaires :

$$\log P = \frac{DF_R}{2} (\log c^2 + \log A) \quad (\text{II. 3})$$

- Finalement, on obtient l'équation suivante :

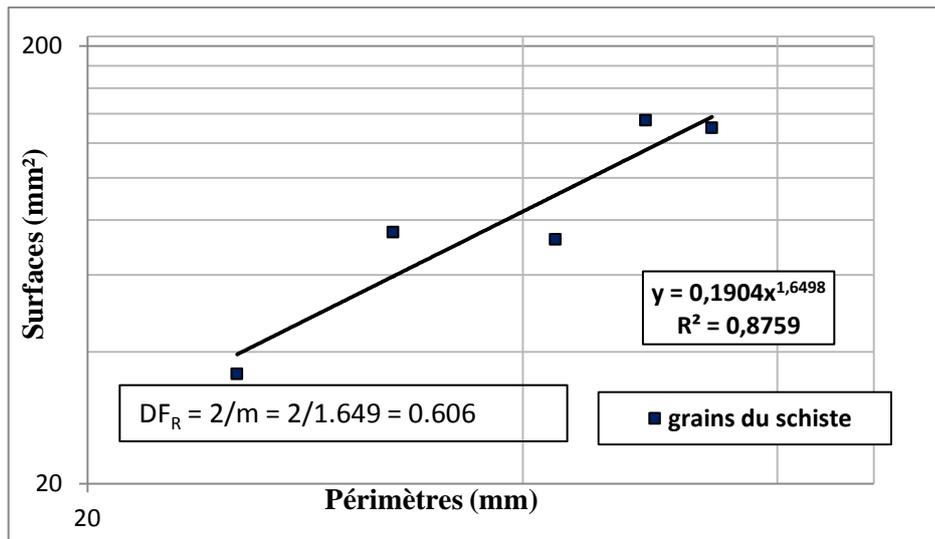
$$\log P = K + \frac{DF_R}{2} (\log A) \quad (\text{II. 4})$$

- D'où l'approche surface/périmètre utilise la relation:

$$P = C.A^m \quad (\text{II. 5})$$

De l'équation (II.5) les valeurs des surfaces et périmètres pour un groupe de grains sont portées sur un papier d'échelle logarithmique et (m) représente l'exposant de l'équation de la droite de régression la mieux adaptée aux nuages de points (Figure II.3), la dimension fractale ( $DF_R$ ) est ensuite calculée par le rapport :

$$DF_R = 2/m \quad (II.6)$$



**Figure II.3 :** Application de la méthode Surface-Périmètre sur les grains du schiste (8 mm de diamètre).

### II.3.2. Méthode du diviseur (Line Divider)

Selon Mandelbrot (1983), des segments d'une même longueur (l) peuvent être tracés pour former un polygone à l'intérieur des frontières d'un grain; ainsi, le périmètre de ce polygone peut être décrit comme suit :

$$P(l) = nl^{1-DF_R} \quad (II.7)$$

$P(l)$  : périmètre totale de polygone ;

(l) : unité de mesure;

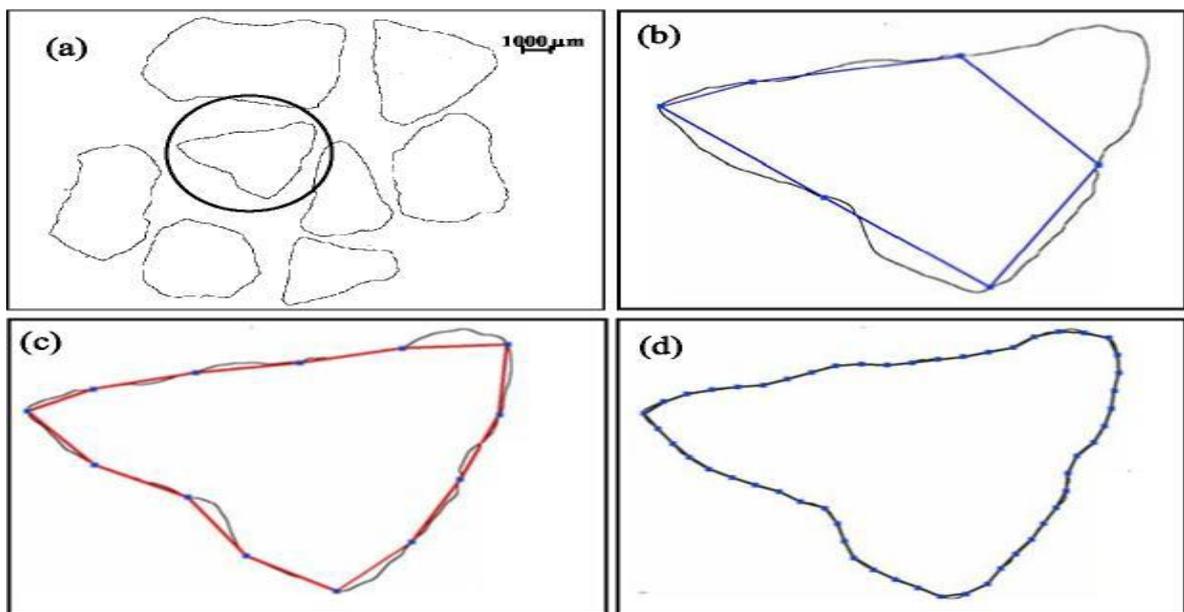
$DF_R$  : dimension fractale du grain étudié.

Cette méthode est particulièrement utilisée dans des images digitalisées (numérisées en noir et blanc) avec des mesures de tailles décroissantes. Traçant le périmètre de polygone  $P(l)$  obtenu en fonction de l'unité de mesure (l), la dimension fractale est alors liée à la pente

« m » de la meilleure droite de régression obtenue en utilisant les données de l'équation (II.7) et sera calculée comme suit :

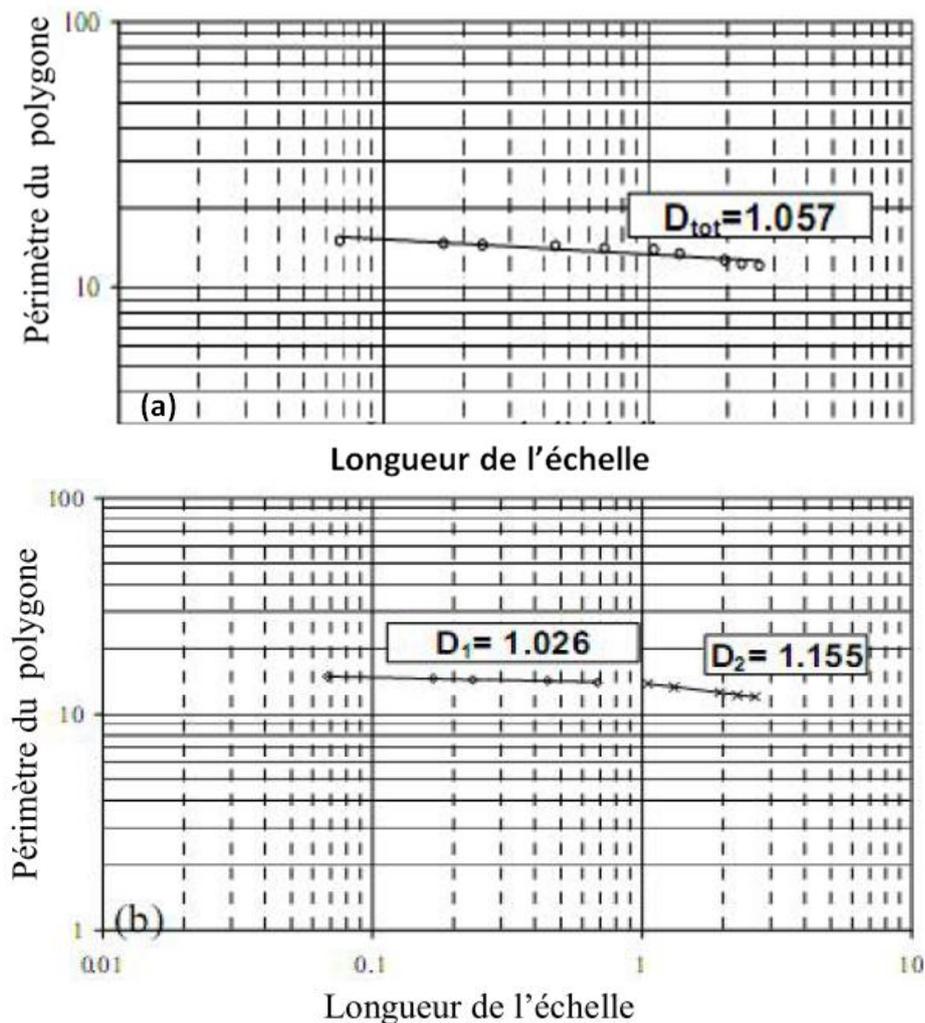
$$D_R = 1 - m \quad (\text{II.8})$$

Soit un grain simple donné dans la figure (II.4.a), des lignes de mêmes tailles sont reliées entre elles pour former des polygones de différentes tailles à l'intérieur du grain (Figure II.4 b, c, d). Tout le périmètre du grain obtenu est tracé en fonction de l'unité de mesure, et ce rapport est utilisé pour calculer les dimensions fractales de rugosité, comme représenté sur la figure (II.5).



**Figure II.4 :** (a) Grain de sable après l'analyse de l'image. (b), (c) et (d) contiennent les polygones tracés sur le grain avec des tailles de mesure respectivement de 2 mm, 1 mm et 0.25 mm.

A partir de cette méthode, trois types de dimension fractale peuvent être déduits. La courbe  $P(l)$  possède habituellement deux lignes de l'ajustement normal : Tandis que les polygones de plus petites tailles de mesure représentent la dimension "de texture" de fractale ( $D_1$ ) dans la figure (II.5.b), la ligne à la droite du point d'arrêt représente la dimension "structurale" de fractale ( $D_2$ ) dans la figure (II.5.b). La dimension totale de fractale ( $D_{tot}$ ) représente la ligne de l'ajustement normal aux points de repères entiers (Figure II.5.a), qui ne concernent pas le point d'arrêt des tendances structurales et de textures.



**Figure II. 5 :** Calcul de la dimension fractale totale en (a), texturale ( $D_1$ ) et structurale ( $D_2$ ) en (b).

### II.3.3. Méthode des lignes parallèles

La mesure de la dimension fractale par la méthode des lignes parallèles ressemble à la méthode précédente qui consiste à superposer l'image du grain sur un ensemble de lignes parallèles à espacement constant  $\lambda$  (Figure II.6), et joindre à l'aide d'un segment de droite les points d'intersections du contour du grain avec ces lignes (HAMMER. K.P, 2005). On fait la mesure du périmètre ainsi obtenu  $P(\lambda)$ . En diminuant de plus en plus le pas entre les lignes, on se rapproche au fur à mesure du contour réel du grain. En employant une unité de mesure en fonction de toute la longueur du périmètre des grains pour tracer des courbes à l'aide du logiciel Excel (Figure II.7), comme décrit par Vallejo et Hyslip (HYSLIP. J, VALLEJO. L, 1997).

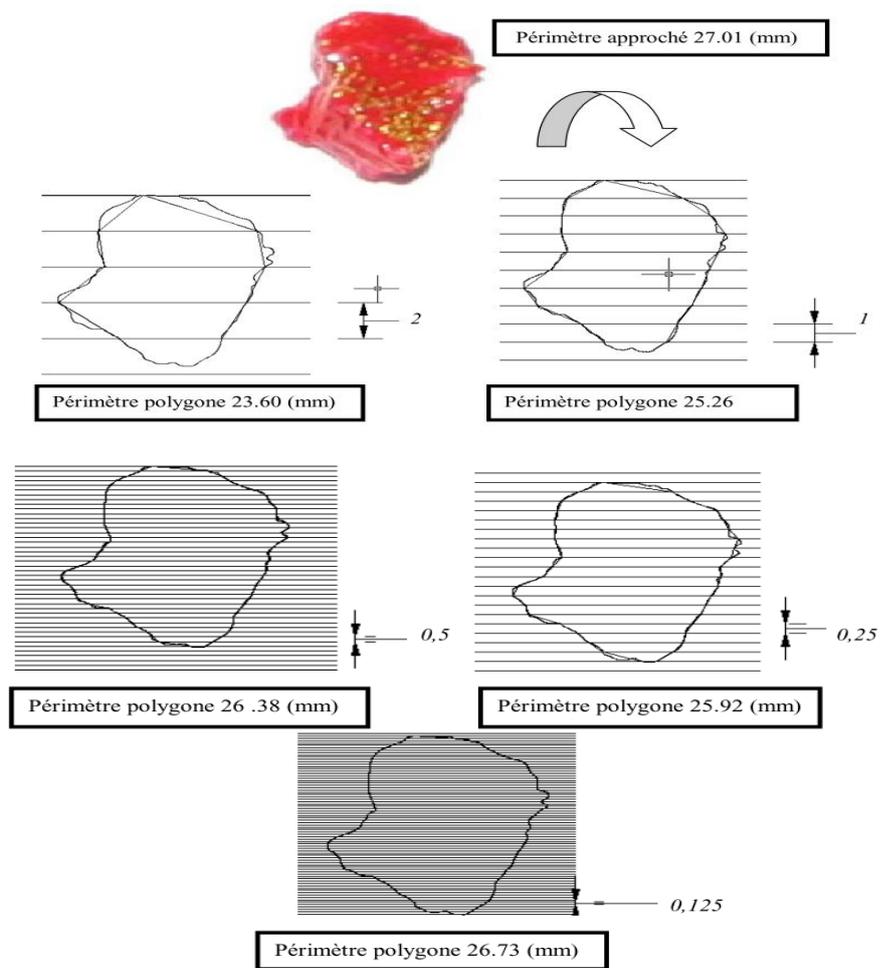


Figure II.6 : Présentation des exemples sur l’application de la méthode des lignes parallèles sur un grain de 5 mm (YEZLI. S, 2011).

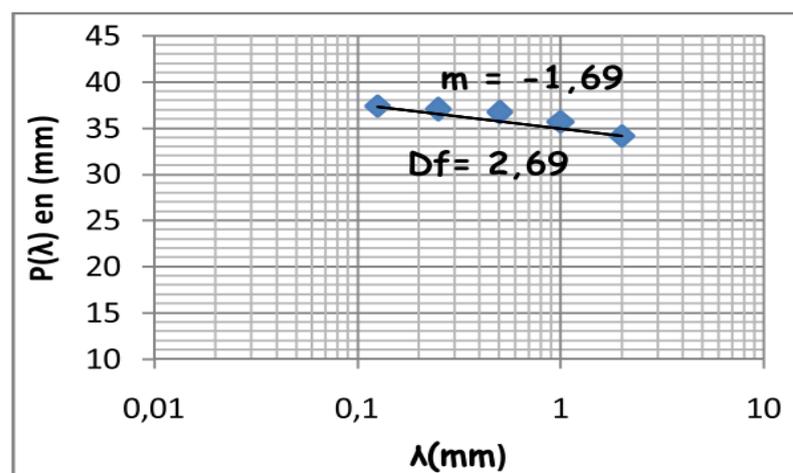


Figure II.7 : Détermination de la dimension fractale par la méthode des lignes parallèles (YEZLI. S, 2011).

### II.3.4. Méthode de Comptage des Boîtes (Box Counting ou « BC »)

Cette méthode a été définie dans le travail de Russel et al en 1980 (RUSSEL et al, 1980), c'est la plus fréquemment utilisée et la plus populaire en pratique, dans le cas de la "fragmentation", La dimension fractale calculée par cette méthode nous donne une idée sur la distribution dimensionnelle des grains dans le sol et sur le procédé de fragmentation. Mandelbrot a montré que la distribution des fragments de roche est une distribution fractale. Comme il a aussi suggéré que la fragmentation fractale pourrait être mesurée en développant la dimension fractale de l'équation (II.9).

Cette méthode consiste à diviser l'image d'un grain en petits carrés et de dimensions identiques (faire un maillage), ainsi le contour du grain qui passe par ces boîtes est compté, et on refait la même opération mais cette fois avec des boîtes de tailles décroissantes et ainsi de suite...

Cette méthode est basée sur le principe que l'image du grain correspond au nombre de boîtes en fonction de ses tailles, et cette relation est représentée par la formule suivante :

$$N(X > x) = Kx^{-DF_{FR}} \quad (II.9)$$

$x$  : dimension des boîtes ;

$X$  : dimension linéaire des grains plus grande que la dimension  $x$  ;

$N(X > x)$  : nombre de boîtes ;

$k$  : constante de proportionnalité ;

$DF_{FR}$  : dimension fractale de fragmentation (Huang et Zhan, 2002 ; Wang et al, 2006).

En traçant ces valeurs ; taille des boîtes en fonction du nombre de boîtes dans un graphe logarithmique, la dimension fractale est obtenue suivant la pente la mieux adaptée à la droite de régression et peut être calculée par l'équation suivante :

$$DF_{FR} = -m \quad (II.10)$$

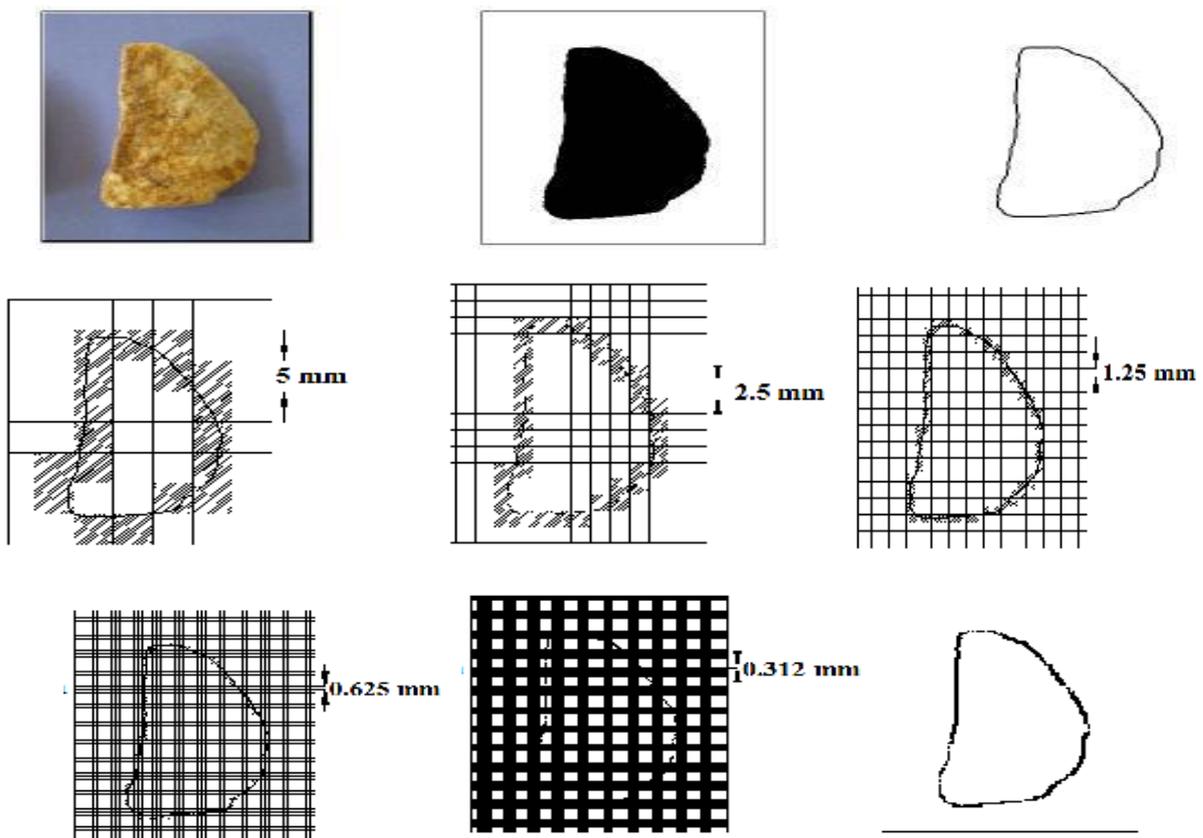
$m$  : l'exposant de la droite la mieux adaptée au nuage de points.

**Remarque :** Dans ce paragraphe on parle souvent de boîtes, mais en réalité ce sont des carrés, car le calcul de la dimension fractale se fera en 2 dimensions (boîtes correspondant à un volume, et carré correspondant à une surface). D'après l'étude faite par (HYSLIP. J et

VALLEJO. L, 1997) une équation semblable à l'équation (II.10) peut être obtenue. Dans ce cas la dimension fractale est égale à  $(-2m)$ .

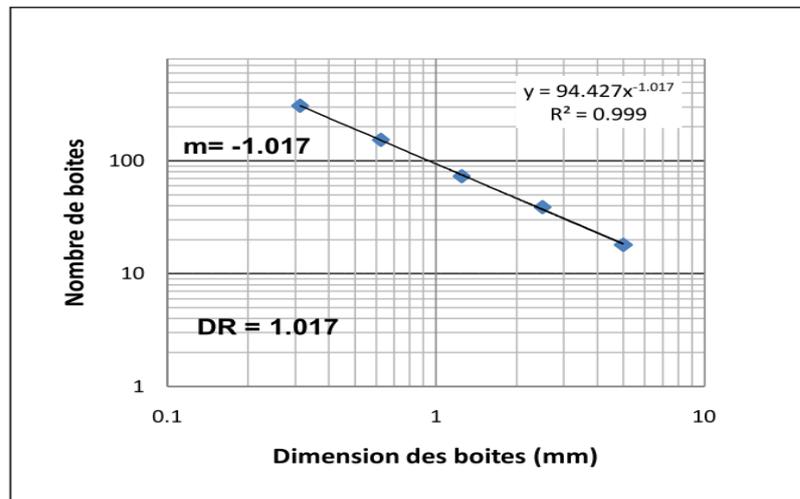
#### II.3.4.1. Calcul de la dimension fractale du contour du grain seulement

Soit un grain donné, voir la figure (II.8), après prise de photos et traitement d'image on délimite le contour du grain et on lui applique le maillage par des carrés de dimensions identiques prédéterminées, on remarque que le contour du grain est situé à l'intérieur des grilles. Les carrés contenus dans le contour du grain sont comptés, et on refait la même opération du maillage mais cette fois-ci avec des dimensions décroissantes des cases et ainsi de suite jusqu'à arriver à une dimension des cases qui est le pixel de l'image. Le nombre de ces cases est représenté sur un graphe logarithmique en fonction de la taille de ces cases (Figures II.9 et II.11). La dimension fractale est ainsi calculée. Ce processus est répété pour chaque grain.



**Figure II.8 :** Différentes étapes de maillage de l'image du grain et illustration de la méthode de Box Counting.

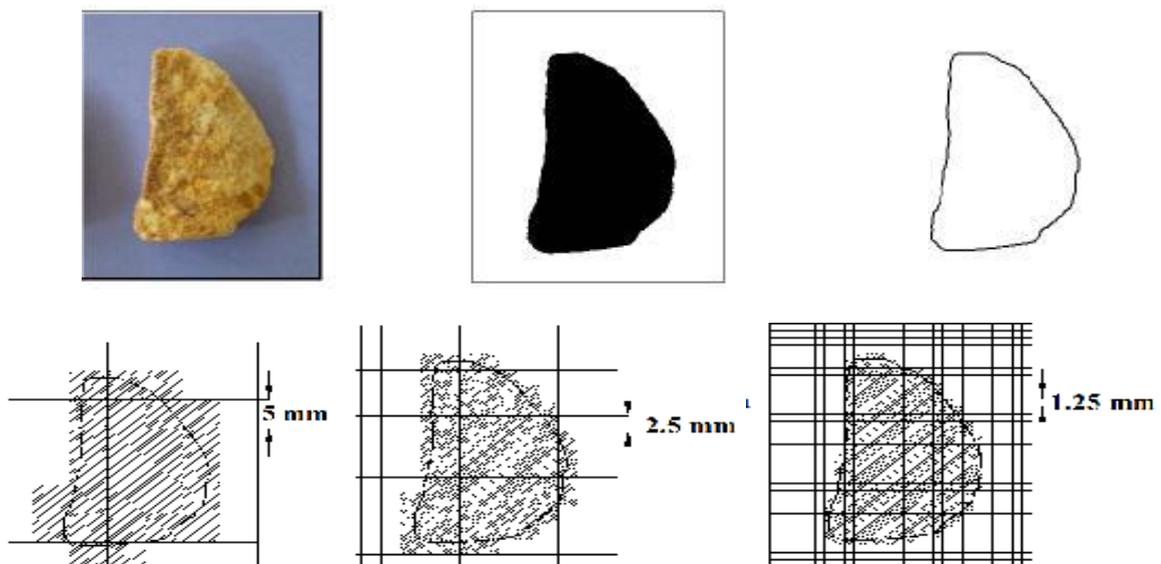
Dans la figure (II.9) la dimension fractale calculée est une dimension de rugosité seulement, la surface intérieure du grain n'est pas prise en considération ( $DR = DF_R = -m = 1.017$ ).

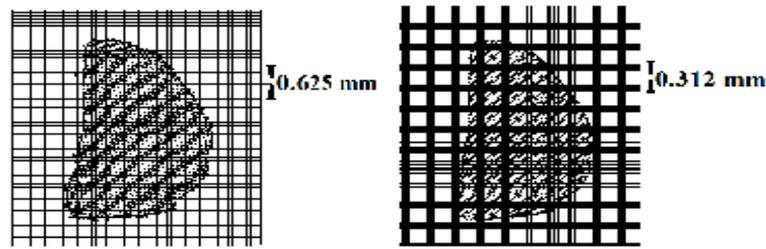


**Figure II.9 :** Application de la méthode de Comptage des Boîtes, calcul de la dimension fractale de rugosité du contour du grain (ACHIR. M, 2011).

#### II.3.4.2. Calcul de la dimension fractale de la surface intérieure du grain

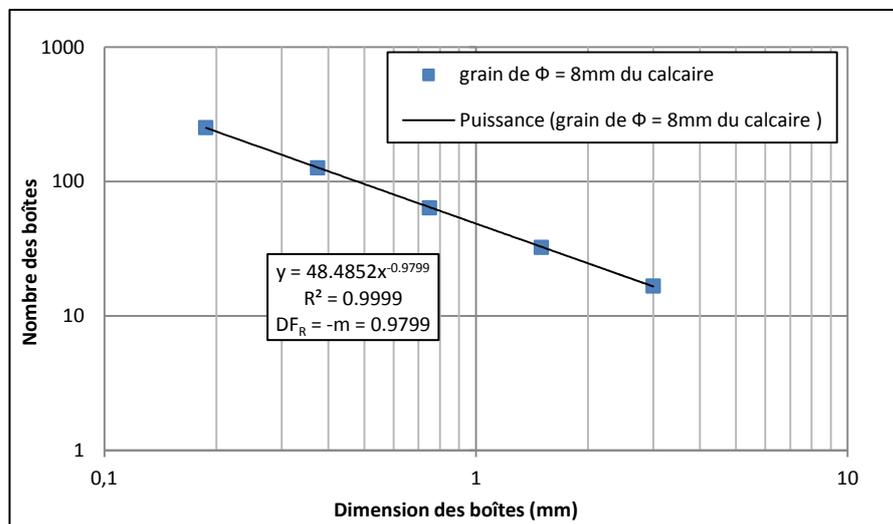
Soit le même grain donné dans la figure (II.8), on refait les mêmes opérations (maillage de l'image) que l'exemple N°1, mais cette fois-ci avec prise en compte du nombre de boîtes se trouvant à l'intérieur de la surface du grain ; voir la figure (II.10).





**Figure II.10 :** Différentes étapes de maillage de l'image du grain avec prise en compte de la surface intérieure du grain.

La figure (II.11) est l'application de la méthode de Comptage des Boîtes (Box Counting) avec prise en compte de la surface intérieure du grain. La dimension fractale calculée est une dimension de fragmentation ( $DF_{FR} = -m = 0.9799$ ).



**Figure II.11 :** Calcul de la dimension fractale de fragmentation de la surface intérieure du grain.

### II.3.5. Méthodes des masses

Le principe de la méthode des masses est la détermination de la dimension fractale  $DF$  par la relation entre la masse de l'agrégat  $M$  et de sa taille  $L$  correspondant au rayon de giration et au diamètre maximal.

$$M \propto L^{DF} \quad (II.11)$$

$\alpha$  (Alpha) : proportionnel à.

Cette méthode est basée sur la distribution des grandeurs des grains de l'échantillon, après avoir choisi une granulométrie bien définie d'un échantillon de matériau. Tyler et Wheatcraft ont développé une formule en utilisant l'analyse granulométrique pour le calcul de la dimension fractale de fragmentation  $DF_{FR}$  (TYLER et WHEATCRAFT, 1992). Cette méthode de calcul emploie la masse du refus du tamis et son diamètre correspondant. Cette équation est définie comme suit :

$$\frac{M(R < r)}{M_T} = \left(\frac{r}{r_L}\right)^{3-DF_{FR}} \quad (\text{II. 12})$$

Où  $M(R < r)$  : masse cumulative des grains ; la taille  $R$  est plus petite qu'un comparatif donné de classe  $r$  ;

$M_T$  : masse totale des grains ;

$r$  : taille de l'ouverture des tamis;

$r_L$  : dimension maximale des grains définie par la plus grande ouverture de la taille des tamis ;

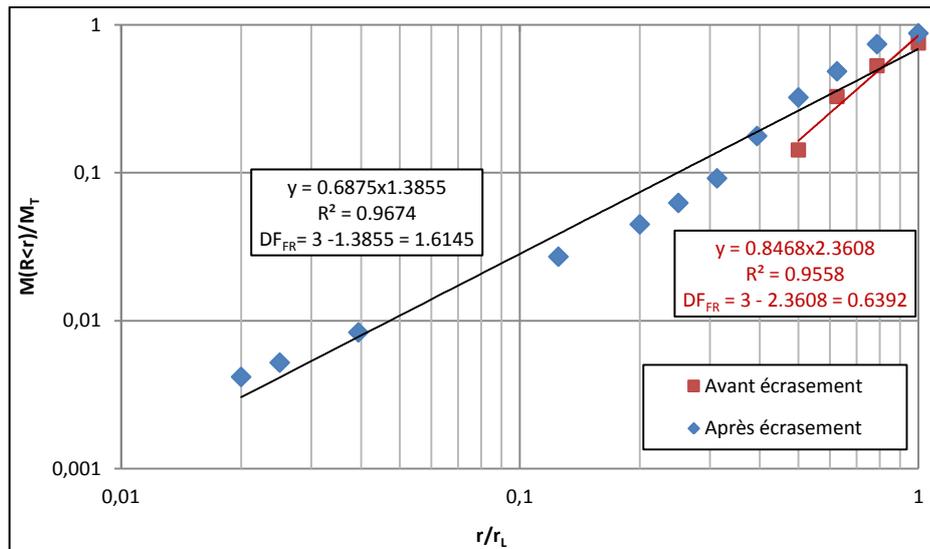
$DF_{FR}$  : dimension fractale de fragmentation.

La dimension fractale est calculée en utilisant l'équation suivante :

$$DF_{FR} = 3 - m \quad (\text{II.13})$$

Avec «  $m$  » est l'exposant de la droite de régression la mieux adaptée au nuage de points (Figure II.12).

La mesure est ici en général une masse, elle peut également être une surface ou toute autre grandeur scalaire attachée au support.



**Figure II.12 :** Détermination de la dimension fractale  $DF_{FR}$  par la méthode des masses.

Ces méthodes sont les plus utilisées pour la quantification de l'irrégularité des grains constituant le sol, basées sur les techniques d'analyse bidimensionnelles implémentées des théories fractales, ces deux dernières restent un bon moyen pour quantifier les caractéristiques du matériau granulaire, comme la rugosité et le taux d'écrasement de ses grains, qui sont deux paramètres intrinsèques influençant sur son comportement. Afin de mieux comprendre ce dernier, il est indispensable de les étudier.

## II.4. APPLICATIONS ET LIMITES

### II.4.1. Méthodes calculatoires

Un problème récurrent avec la géométrie fractale est l'existence de nombreuses méthodes pour estimer la dimension fractale d'un objet, qui donnent des résultats le plus souvent différents. Dans ce cas, la question qu'on est à même de se poser est de savoir quelle est la plus adéquate à l'application étudiée.

Etant donné que les formalismes utilisés sont définis pour ne fournir qu'une estimation de la dimension fractale

Dans les méthodes de Comptage des Boîtes (Box Counting), des lignes parallèles et du diviseur, la dimension fractale est calculée pour chaque grain, à la différence de la méthode de surface-périmètre, la dimension fractale déterminée est une valeur "commune" elle est calculée pour un ensemble de grains. En outre, à un niveau acceptable de résolution, la

méthode des lignes parallèles ou de diviseur est capable de déterminer correctement la rugosité d'un grain et cela avec l'utilisation des mesures de petites tailles. Dans la littérature, on suggère que la taille maximale de mesure ne devrait pas excéder 0.3 fois le diamètre maximal des grains (HYSLIP. J et VALLEJO. A, 1997). Mais la méthode de Box Counting, utilisée dans la plupart des études, permet une quantification plus proche du réel et ce grâce à l'utilisation des programmes implémentés avec des logiciels très avancés.

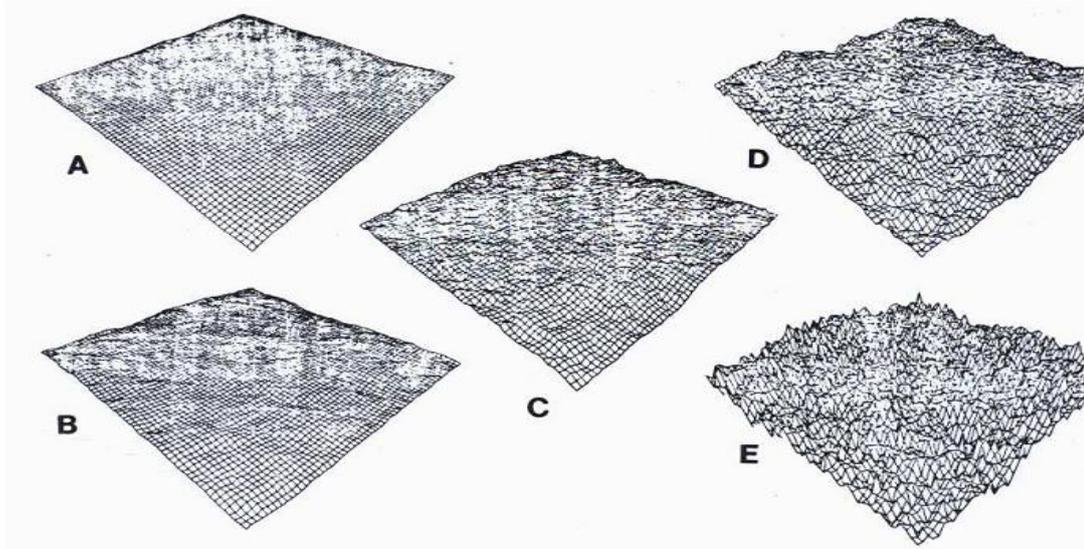
Pour la méthode des masses, elle est calculée en utilisant l'analyse granulométrique d'un échantillon de sol. L'avantage de cette méthode est que l'on peut utiliser les données de la courbe granulométrique. Un autre avantage de cette méthode est que DF tient compte de plus de points dans la courbe granulométrique (à l'échelle d'un échantillon) que les autres méthodes. En conséquence, la valeur de DF qui est déterminée peut représenter une distribution de grandeurs plus précises. En outre, on note que quand la valeur de DF est petite, il indique que la distribution de grandeur n'est pas complètement fractale. Ceci se produit généralement sur un échantillon qui n'a pas été encore soumis à un effort élevé.

Ces méthodes sont les plus utilisées pour la quantification de l'irrégularité des grains constituant le sol, elles sont basées sur les techniques d'analyse bidimensionnelles implémentées des théories fractales, mais elles ont montré une insuffisance dans la description de la structure géométrique réelle de la surface des grains. Ces méthodes classiquement utilisées, en une ou deux dimensions, engendre des difficultés lors de son application en trois dimensions. L'objet à analyser par ces méthodes doit être digitalisé ou généré de façon à être utilisable.

#### **II.4.2. Dimension**

L'analyse de la texture d'image d'un grain donnée peut être essentielle pour plus d'une raison. Nous pouvons avoir besoin de trouver différentes régions dans une image d'un grain qui sont séparées par leurs textures distinctives. On peut utiliser l'analyse de texture pour déterminer si une texture particulière, connue à priori, est présente ou non dans une image donnée. Ceci est connu comme « la classification de texture ». Une telle classification a des applications où il est souvent besoin d'égaliser ou de comparer deux textures différentes et d'identifier le degré de similarité ; par exemple, le critère de classification peut avoir pour objectif de différencier entre les textures d'un grain avant et après écrasement.

Mandelbrot a développé plusieurs modèles mathématiques fractals. Le premier paramètre caractérisant est la dimension fractale. Pour le cas d'une surface, cette dimension est une notion très proche de celle de la rugosité. En effet, si on génère des surfaces avec une même forme mais avec des dimensions fractales différentes, on remarque une croissance de la rugosité du sol avec cette dimension (Figure II.13).

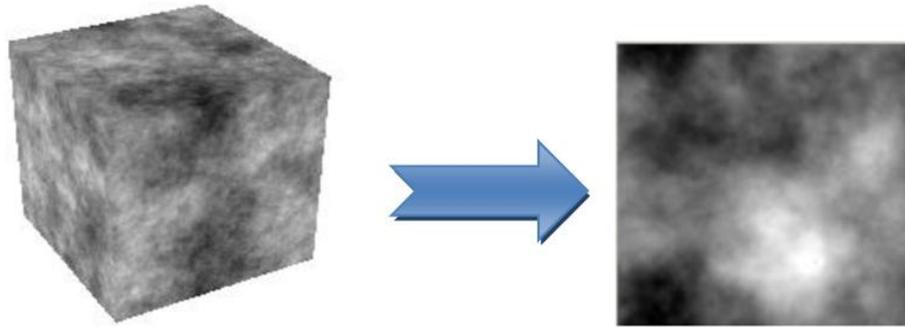


**Figure II.13 :** La rugosité de la surface augmente avec la croissance de la dimension fractale, A ( $D \approx 2$ ), B ( $D \approx 2.1$ ), C ( $D \approx 2.3$ ), D ( $D \approx 2.5$ ), E ( $D \approx 2.8$ ) (PETLAND, 1984).

Les résultats montrent l'utilité de ce paramètre dans une description précise d'une surface naturelle. Les possibilités d'imagerie rapides de plus en plus performantes ont conduit à la mise au point de séquences d'acquisition 3D. De ce fait, les méthodes d'analyse de texture ont été contraintes à s'adapter. Or, aujourd'hui encore la plupart des calculs de la géométrie fractale ont été testés uniquement en 2D. Il y a encore peu d'applications concernant leur utilisation sur les images 3D.

Une autre application peut être l'extraction ou la construction de surfaces 3D à partir des variations des propriétés texturales d'une image. Une telle application nous aide à recréer la surface 3D dont la projection sur une image 2D est la texture donnée (Figure II.14). Comme la texture ne peut être complètement décrite en une définition particulière, nous ne pouvons pas non plus trouver juste une seule manière qui nous permettra de caractériser complètement une texture donnée et d'extraire ses traits caractéristiques avec succès pour toutes les différentes applications. En conséquence, il y a différentes approches pour

analyser la texture selon le genre d'application et le type de texture qui doit être analysée.



**Figure II.14 :** Une fractale 3D et sa projection 2D (LEMINEUR. G et al, 2003).

Pour ce faire et dans le but de surmonter la contrainte rencontrée par la méthode de Comptage de Boîtes (CB, méthode de Russel), Sarkar et Chaudhuri ont proposé en 1992 la méthode dite Comptage Différentiel de Boîtes (CDB) (SARKAR. N et CHAUDHURI. B.B, 1992).

## II.5. MÉTHODE DE COMPTAGE DIFFÉRENTIELLE DE BOÎTES

Soit,  $(M \times M)$  une image en niveaux de gris, considérée comme une surface 3D, représentée dans un espace  $(o, x, y, z)$  tel que  $(o, x, y)$  est le plan des positions des pixels et  $(o, z)$  est la troisième dimension qui représente l'axe des positions des niveaux de gris. Soit  $G$  le plus grand niveau de gris de l'image.

Le plan  $(o, x, y)$  est partitionné en pavés réguliers (non chevauchés) de taille  $(s \times s)$ ,  $s$  est un entier tel que :

$$\frac{M}{2} \geq s > 1 \quad (\text{II.14})$$

Le rapport de partitionnement est alors :

$$r = \frac{s}{M} \quad (\text{II.15})$$

Des cubes de taille  $(s \times s \times s')$  où  $G/s' = M/s$  sont empilés sur chaque pavé  $(l, k)$ , de la grille pour qu'ils soient alignés verticalement le long de l'axe des intensités et prenant de bas en haut des étiquettes chiffrées comme suit : 1, 2, 3, ... Il existe ainsi sur chaque pavé de la grille, une colonne quadratique comme le montre la figure (II.15).

Soit  $n_r(l, k)$  le nombre de cubes nécessaires pour contenir une portion de l'objet

correspondant au  $(l, k)^{ème}$  pavé de la grille tel que :

$$n_r(l, k) = l' - k' + 1 \quad (\text{II.16})$$

$l'$  : numéro de la boîte cubique qui a le niveau de gris maximal dans la colonne quadratique considérée.

$k'$  : numéro de la boîte cubique qui a le niveau de gris minimal dans la colonne quadratique considérée.

Dans l'exemple de la figure (II.15), nous avons :

$$s = s' = 3 \text{ et } n_r(l, k) = 6 - 1 + 1 = 6 \text{ cubes.} \quad (\text{II.17})$$

Le nombre total  $N_r$  de cubes nécessaires pour recouvrir tout l'objet est donné comme suit:

$$N_r = \sum_{l,k} n_r(l, k) \quad (\text{II.18})$$

$N_r$  est calculé pour les différentes valeurs de  $s$  ou de  $r$ .

La dimension fractale peut être alors estimée en utilisant l'équation suivante:

$$DF = \frac{\log(N_r)}{\log(1/r)} \quad (\text{II.19})$$

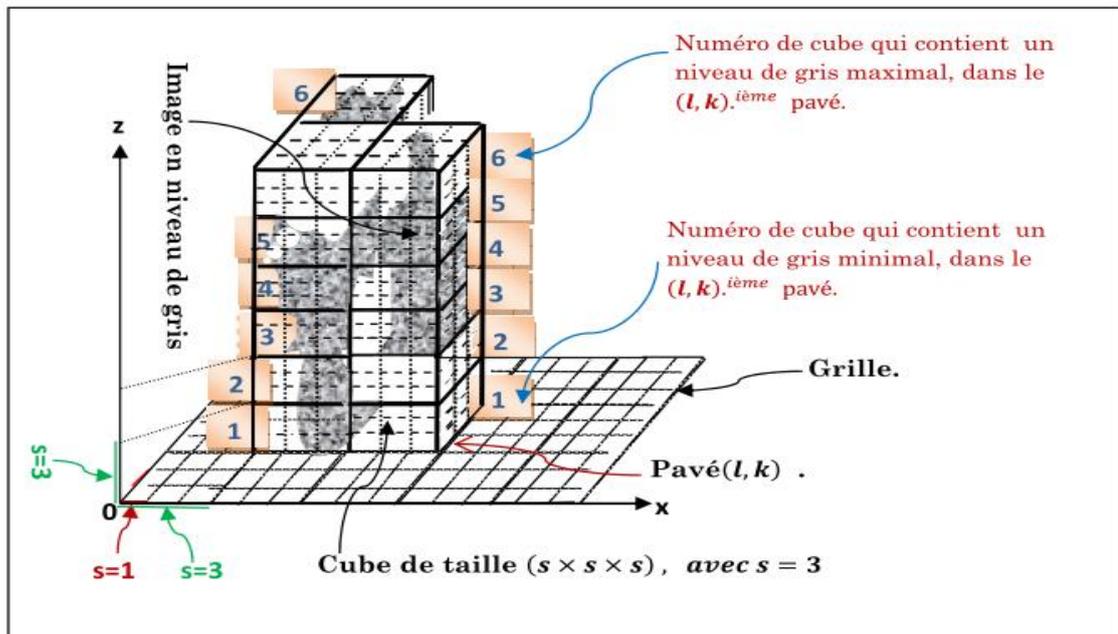


Figure II.15 : Technique de Comptage Différentiel de Boîtes (CDB).

Tso et Mather (SUN. W et al. 2006) ont montré que l'application de cette méthode dans le domaine de la télédétection, ne donne pas de résultats satisfaisants. De plus, l'altitude des cubes ( $s'$ ) a une grande influence sur le nombre minimal de cubes nécessaires pour couvrir un objet fractal. En effet «  $s'$  » augmente lorsque «  $s$  » augmente car :

$$s' = (s \times G)/M \quad (\text{II.20})$$

Ce phénomène peut produire une erreur lors du calcul de nombre de cubes de chaque bloc ( $n_r(l, k)$ ) et par conséquent le nombre total  $N_r$  (LI. J et al. 2009).

En effet, si on considère deux pixels  $A$  et  $B$  appartenant au même pavé (même bloc). La méthode (CDB) construit sur ce pavé une colonne à base des cubes ayant les mêmes dimensions. Supposant que la taille de chaque cube est  $3 \times 3 \times 3$ , alors les pixels  $A$  et  $B$  sont assignés respectivement aux cubes numéros 2 et 3 (Figure II.16). Dans ce cas, il faut deux cubes pour couvrir ces pixels, alors qu'en réalité il ne faut qu'un seul cube puisque la distance entre ces deux pixels suivant la direction ( $oz$ ) est inférieure à 3. Cette quantité produit alors une erreur lors du calcul de la quantité totale  $N_r$  puisque cette dernière ne sera pas égale au nombre minimum (optimum) de cubes qui peuvent couvrir l'objet.

Afin d'éviter ce problème une version améliorée de la méthode de Comptage Différentiel des Boîtes a été proposée.

Celle-ci consiste à choisir  $r = s$  tel que :

$$\left(\frac{M}{2}\right) \geq s > 1 \text{ et } s' = \frac{s}{\alpha} \quad (\text{II.21})$$

$\alpha$  : un entier supérieur ou égal à 1.

Pour que le nombre  $n_s(l, k)$ , i.e  $n_r(l, k)$ , soit optimal, il faut attribuer une grande valeur pour  $\alpha$  afin d'avoir des cubes d'altitude «  $s'$  » très fine.  $n_r(l, k)$  prend alors la forme suivante :

$$n_r(l, k) = \begin{cases} \text{ceil} \left[ \frac{(l'-k')}{s'} \right] & \text{si } (l \neq k). \\ 1 & \text{si } (l = k). \end{cases} \quad (\text{II.22})$$

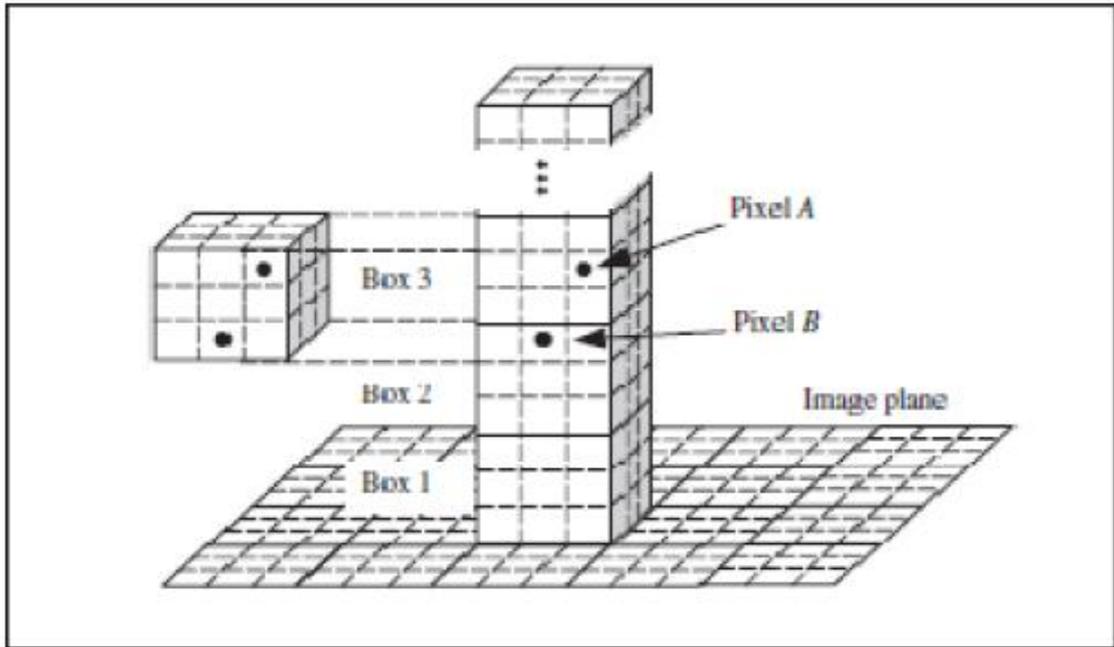
➤ La fonction  $\text{ceil}(x)$  permet d'arrondir la valeur  $x$  au plus petit entier supérieur ou égal à  $x$  (partie entière par excès).

La dimension fractale  $D$  peut être déduite à partir de nuage de points :

$$\left(\log\left(\frac{1}{r}\right), \log(N_r)\right) = \left(\log\left(\frac{1}{s}\right), \log(N_s)\right) \quad (\text{II.23})$$

Considérant l'exemple précédant. Pour  $\alpha = 1$  ; On aura :

$$s' = s = 3 \text{ et } n_r(l, k) = \left[\frac{(3-2)^l}{3}\right] = 1 \text{ cube} \quad (\text{II.24})$$



**Figure II.16 :** Deux pixels appartenant à deux cubes différents d'altitude 3 alors que leur distance suivant (oz) est inférieure à 3.

Le choix du nombre et des valeurs de «  $s$  » constitue un autre problème. En effet, le nombre de paramètres peut influencer sur la valeur de  $DF$ . Dans ce cas, la solution proposée par Pleshanov (PLESHANOV. V.S et al, 2010) se définit comme suit : pour une image de taille  $(M \times M)$  prenant pour  $\frac{M}{2} \geq s > 1$ , des cubes de taille  $(s \times s \times s')$  tel que :

$$r = s \quad (\text{II.25})$$

$$s = 2^g \quad (\text{II.26})$$

$$g = 1, 2, \dots, \log(M) - 1 \quad (\text{II.27})$$

$$G/s' = M/s \quad (\text{II.28})$$

$G$  est le nombre de niveau de gris total de l'image, et  $DF = -B$ , tel que  $B$  est la pente de la droite de régression  $(\log(s), \log(N_s))$ .

D'autres modifications de la méthode de Comptage Différentiel de Boîtes ont été apportées par Cheng (CHENG. Q, 1999), Du (DU. G et YEO. T.S, 2002) et Lee (LEE. W.L et HSIEH. K.S, 2010). L'une d'elles a été proposée par Jin (JIN. X.C et al, 1995) ; elle est connue sous le nom de Relative Differential Box Counting (RBCD). Le nombre  $n_s(l, k)$  est calculé comme suit :

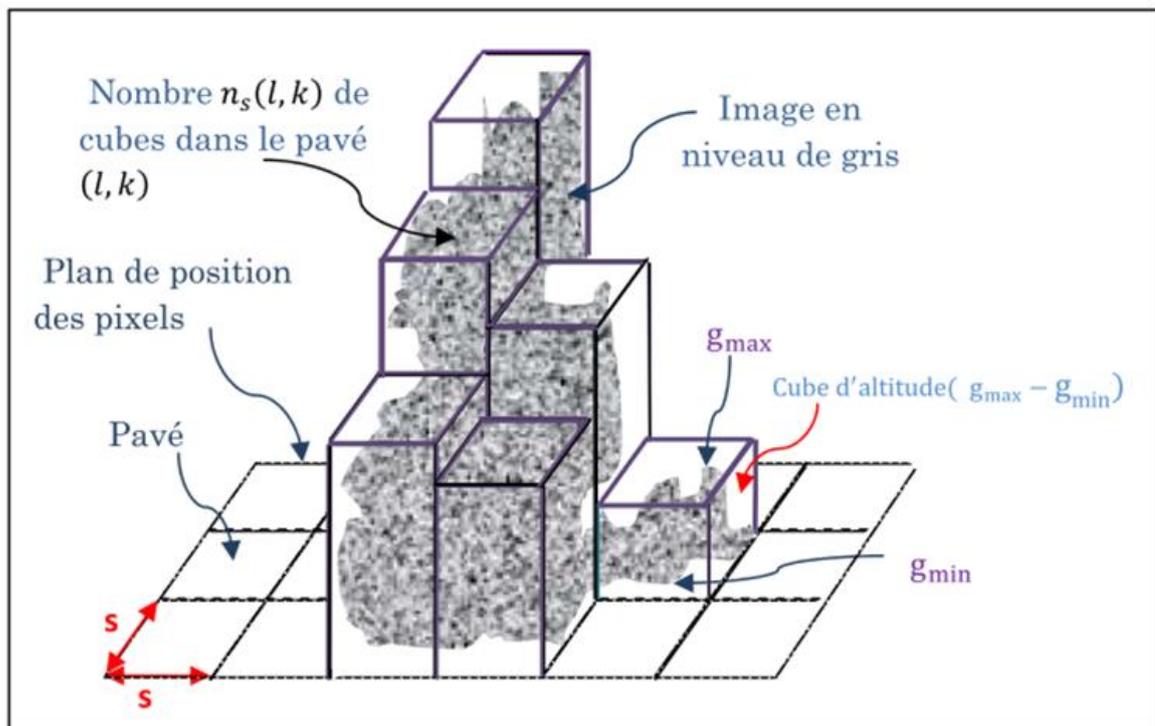
$$n_s(l, k) = g_{max}(l, k) - g_{min}(l, k) \quad (\text{II.29})$$

Où :  $g_{max}(l, k)$  et  $g_{min}(l, k)$  sont respectivement le niveau de gris minimal et le niveau de gris maximal des pixels du pavé de taille  $(s \times s)$  et de coordonnées  $(l, k)$  (Figure II.17).

Dans ce cas, le nombre  $N_s$  de cubes nécessaires pour couvrir tout l'objet est estimé comme suit :

$$N_s = \sum_{l,k} \text{ceil} \left[ \frac{M \times (n_s(l,k))}{s \times G} \right] \quad (\text{II.30})$$

$G$  étant le niveau de gris maximal de l'image.



**Figure II.17** : Nombre  $N_s$  de cubes qui couvre l'image.

Cheng (CHENG. Q, 1999) a proposé d'utiliser une fenêtre glissante de taille  $(r \times r)$ , centrée sur chaque pixel de coordonnées  $(i, j)$  d'une image de taille  $(M \times M)$ . Il détermine

ensuite  $n_r(i, j)$  et  $N_r$  de la même manière que dans la méthode de CDB.

Quant à Du et Yeo (DU. G et YEO. T.S, 2002), ils combinent la méthode de Jin (JIN et al, 1995) avec celle de Cheng (CHENG. Q, 1999) de la manière suivante :

Un pavé de taille  $(r \times r)$  est déplacé et centré sur les pixels  $(i, j)$  de la fenêtre de voisinage de taille  $(M \times M)$  avec  $r < M$ .

Le nombre  $n_r(i, j)$  est déterminé comme suit :

$$n_r(i, j) = g_{max}(i, j) - g_{min}(i, j) \quad (\text{II.31})$$

$g_{max}(i, j)$  et  $g_{min}(i, j)$  sont respectivement les niveaux de gris maximal et minimal des pixels situés dans la fenêtre de voisinage  $(r \times r)$ . La contribution de tous les cubes est alors :

$$N_r = \sum_{i,j} \text{ceil} \left[ \frac{M}{g} (n_r(i, j)) / r \right] \quad (\text{II.32})$$

Une autre modification proposée récemment par Lee et Hsieh (LEE. W.L et HSIEH. K.S, 2010) consiste à calculer  $n_r(l, k)$ , avec  $r = s/M$ , de la façon suivante :

$$n_r(l, k) = 2 \left( \frac{\sigma(l, k)}{s'} \right) + 1 \quad (\text{II.33})$$

Où  $\sigma(l, k)$  est l'écart type des niveaux de gris des pixels situés dans une boîte de coordonnées  $(l, k)$ . Il mesure le degré de la dispersion des niveaux de gris.

$$\sigma(l, k) = \sqrt{\frac{\sum_{i,j} (g(i, j) - m)^2}{N}} \quad (\text{II.34})$$

$N$  : nombre de pixels situés dans le pavé  $(l, k)$ ,

$g(i, j)$  : niveau de gris d'un pixel du pavé  $(l, k)$ ,

$m$  : niveau de gris moyen des pixels du pavé  $(l, k)$ .

## II.6. CONCLUSION

Il existe plusieurs méthodes utilisées pour la quantification de l'irrégularité des grains constituant le sol. Elles sont basées sur les techniques d'analyse bidimensionnelles implémentées de théories fractales, elles ont montré une insuffisance dans la description de la structure géométrique de la surface du sol, de sorte que si on génère des surfaces de même forme mais avec des dimensions fractales croissantes (par exemple 2D et 3D) on remarque

une augmentation de la rugosité du sol. Les résultats montrent que la dimension fractale en 3D est plus pratique pour la description précise d'une surface naturelle.

Ce chapitre nous a permis de constater que les approches basées sur le calcul de la dimension fractale sont faciles à développer. Ce travail peut être également enrichi par d'autres méthodes de calcul de la dimension fractale. D'autres méthodes de calcul des fonctions de partitions peuvent être envisagées.

## ***Chapitre III***

# ***MATÉRIAUX ET ESSAIS RÉALISÉS***

### **III.1. INTRODUCTION**

Pour effectuer cette étude, trois matériaux naturels locaux ont été utilisés : grès, calcaire et schiste. Les échantillons des trois matériaux reconstitués au laboratoire sont préparés de manière à pouvoir étudier l'influence de la forme et de la taille des grains, de la distribution granulométrique et de la nature des échantillons sur le phénomène d'écrasement. Deux modes opératoires ont été sélectionnés : l'essai de cisaillement direct et l'essai œdométrique, réalisés au Laboratoire de Géo-matériaux, Environnement et Aménagement (LGEA) de Tizi-Ouzou. Dans ce qui suit, nous allons présenter et identifier les trois matériaux utilisés et les différents échantillons préparés, ainsi que l'appareillage d'essais utilisé et le principe des modes opératoires suivis selon les normes françaises.

## III.2. PRÉSENTATION ET IDENTIFICATION DES MATÉRIAUX ÉTUDIÉS

La physique des roches couvre, selon les auteurs, un domaine plus ou moins vaste. Une roche peut être définie comme un assemblage de minéraux ayant hérité de liaisons plus ou moins fortes au cours de son histoire géologique. L'étude géologique de matériaux granulaires et leurs présentations relèvent d'une importance capitale dans les domaines futurs de leurs utilisations. La curiosité d'un universitaire à connaître leurs paramètres physiques le guide systématiquement à mieux les analyser par les différentes méthodes existantes en géotechnique et connaître ainsi les différents types de minéraux qui les composent.

Dans notre travail, nous nous intéresserons essentiellement aux granulats les plus rencontrés au cours des différents travaux de génie civil (bâtiments, routes, ponts, barrages, barrières étanches...), issus des trois roches : grès, calcaire et schiste (Figure III.1).



**Figure III.1** : Matériaux étudiés respectivement grès, calcaire et schiste.

**III.2.1 Grès** : n. m. [du francique *griot*, cf. l'allemand *Griess*, gravier] - Roche sédimentaire détritique terrigène. Ce sont des roches communes, constituant l'essentiel de nombreuses séries stratigraphiques, en bancs, réguliers ou non, ou encore en lentilles. Ces roches sont blanchâtres à gris clair, ou diversement colorées, selon la nature du ciment, en rouge (oxydes de fer), en vert (glauconie),... Les variétés sont distinguées d'après le grain, la nature du ciment, et/ou la présence d'éléments particuliers.

Le grès utilisé dans cette étude est d'origine Miocène silico-argileuse, extrait au lieu « Yakourène » situé à 70 Km à l'Est du chef lieu de la wilaya de Tizi-Ouzou.

**III.2.2. Calcaire** : n. m. [du latin *calcarius*, même signification, de *calx*, *calcis*, chaux] - Roche sédimentaire carbonatée contenant au moins 50% de calcite et font effervescence (dégagement bouillonnant de CO<sub>2</sub>) à froid sous l'action d'un acide dilué (par exemple : HCl à 10%), ce qui les distingue des dolomies, qui ne le font pas, et ont de nombreuses applications pratiques (pierres de construction, fabrication de chaux et de ciment, réservoir d'eau, d'hydrocarbures, de gaz...). Dans la plupart des cas, ils tirent leur origine de

l'accumulation de squelettes ou de coquilles calcaires soit visibles à l'œil nu (débris de bivalves, Madréporaires...), soit seulement au microscope optique (Foraminifères), ou au microscope à balayage (coccolithes). Les calcaires sont très divers et se présentent en bancs d'épaisseur variable (calcaires lités), alternant ou non avec des marnes ou des argiles, ou en masses peu ou pas stratifiées (calcaires massifs).

Le calcaire utilisé est d'âge jurassique, extrait d'un gisement situé à une distance de 6 Km de la ville de Bejaia (soit 12 Km à l'Ouest de la ville sur le littoral).

### III.2.3. Schiste :

n. m. [du grec *skhistos*, qu'on peut tendre].

1. Au sens large (qu'il vaut mieux éviter), toute roche susceptible de se débiter en feuillets. Ex. : les schistes houillers, qui sont souvent des pélites psammitiques ; les **schistes carburés** ou **schistes bitumineux**, noirs, à toucher gras, riches en matières organiques sapropéliques ; les schistes **ampélitiques** (Syn. ampélite) contenant des matières organiques et riches en pyrite.

2. Roche ayant acquis une schistosité sous l'influence de contraintes tectoniques. Ces schistes sont caractérisés par un débit plus ou moins facile en feuillets, dû soit à une fracturation (schistosité de fracture), soit à une orientation des cristaux de la roche parallèlement à ces plans de clivage (schistosité de flux), et ce sont alors des roches métamorphiques. On distingue généralement à métamorphisme croissant :

- Les schistes du métamorphisme général très faible (anchizonal) à la limite du domaine du métamorphisme, ils sont souvent considérés encore comme des roches sédimentaires Ex : **schistes ardoisiers**, à grain fin et homogène, à surfaces parfois légèrement satinées, noirs, gris, violacés ; les variétés à débit régulier sont exploitées pour les ardoises.
- Les schistes du métamorphisme général faible (épizonal) : ils montrent des recristallisations minérales plus nettes, et des cristaux à la limite du visible à l'œil ou à la loupe. Exemple : **Schistes sériciteux** (ou séricito-schistes) de teinte générale grise, à surfaces blanchâtres nacrées ou satinées.

Le schiste utilisé dans ce travail est classé parmi les schistes satinés, se localise sur le massif Belloua et Djbel Aissa Mimoune, qu'est une grande partie des séries antécambriennes et paléozoïques.

Les compositions chimico-minéralogiques des trois matériaux sont regroupées dans le tableau (III.1).

**Tableau III.1 :** Compositions chimico-minéralogiques des trois matériaux utilisés.

Composition Matériau	Quartz %	Oxyde de calcium %	Alumine %	Oxyde de fer %	PAF %	Biotite %	Muscovite %	Tourmaline %
Calcaire	1 à 5	55 à 63	-	-	35 à 42	-	-	-
Schiste	35 à 40		-	-	-	15 à 20	15 à 20	20 à 25
Grès	46 à 65	12 à 15	9 à 14	1 à 3	12.58 à 13.69	-	-	-

Les propriétés physico-mécaniques de ces roches montrent qu'elles ne sont pas très homogènes (particulièrement la porosité et le poids volumique optimal) (Tableaux III.2 et III.3). Le grès est le matériau le plus fragmentable en comparaison au schiste et au calcaire : le coefficient de fragmentabilité FR (NF P94-066) du calcaire et du schiste satiné est inférieur à 7, donc ils sont peu fragmentables, mais celui du grès est supérieur à 7, donc il est fragmentable.

**Tableau III.2 :** Caractéristiques physiques des trois matériaux étudiés.

Caractéristique Matériau	Poids volumique optimal $\gamma_{opt}$ [kN/m <sup>3</sup> ]	Teneur en eau optimale $W_{opt}$ [%]	Porosité n [%]	Poids volumique des grains solides $\gamma_s$ [kN/m <sup>3</sup> ]
Calcaire	21,6	5,1	9	27,4
Schiste	21	6,5	15	27,1
Grès	17,6	8,33	24,5	26,3

Le coefficient de dégradabilité DG (NF P94-067) des trois matériaux (calcaire, grès et schiste) est inférieur à 5, donc ils sont peu dégradables (Tableau III.3).

Le coefficient Micro-Deval MDE (NF P18-572) du grès est très élevé, il est supérieur à 45 ; donc ce matériau n'est utilisable ni pour les corps de chaussée ni pour les couches de forme. Par contre, le coefficient MDE du calcaire est inférieur à 20 ; donc ce matériau peut être utilisé pour les corps de chaussée. Celui du schiste est compris entre 20 et 45, il peut être utilisé pour les couches de forme (Tableau III.3).

Pour le grès, le coefficient Los Angeles LA (NF P18-573) est très élevé, supérieur à 45, donc ce matériau n'est utilisable ni pour les corps de chaussée ni pour les couches de forme.

Par contre, pour le calcaire et le schiste, les coefficients LA sont supérieurs à 20 et inférieurs à 45, donc ces matériaux sont utilisables uniquement pour les couches de forme (Tableau III.3).

**Tableau III.3 :** Caractéristiques mécaniques des trois matériaux étudiés.

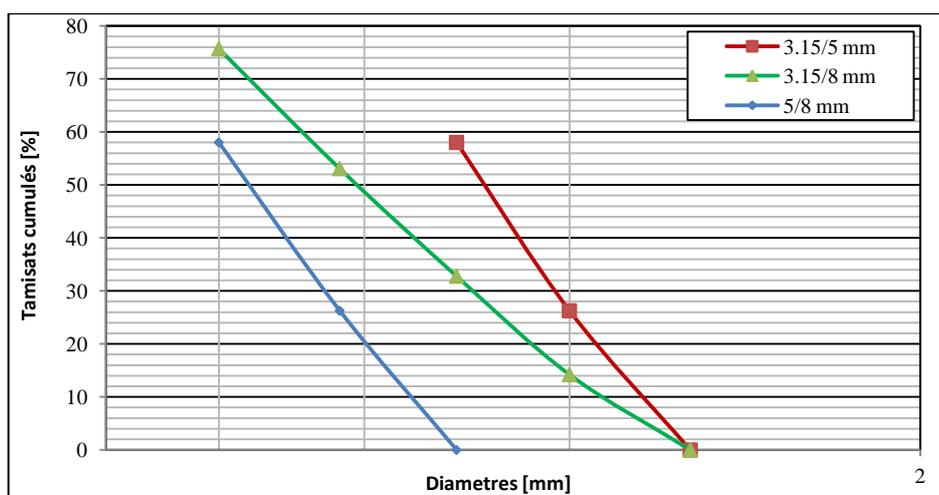
Caractéristique Matériau	Fragmentabilité FR	Dégradabilité DG	Micro-Deval MDE	Los-Angeles LA [%]
Calcaire	2	1.03	12.5	20
Schiste	6.7	2	35.2	29
Grès	118	1.04	91	92

Les échantillons ont été confectionnés de telle sorte que chaque éprouvette est constituée d'une seule forme de grains. Trois formes de grains ont été sélectionnées visuellement : la forme sous-arrondie (grossièrement arrondie, présentant peu d'angles et qui sont très ouverts), la forme angulaire (présentant plusieurs arêtes vives) et la forme allongée (où la longueur du grain est d'au moins 1,5 fois sa largeur) (Figure III.2).



**Figure III.2 :** Formes utilisées, respectivement sous-arrondie, angulaire et allongée.

Trois classes granulométriques ont été retenues pour cette étude : 3.15/5 mm, 3.15/8 mm et 5/8 mm (Figure III.3).



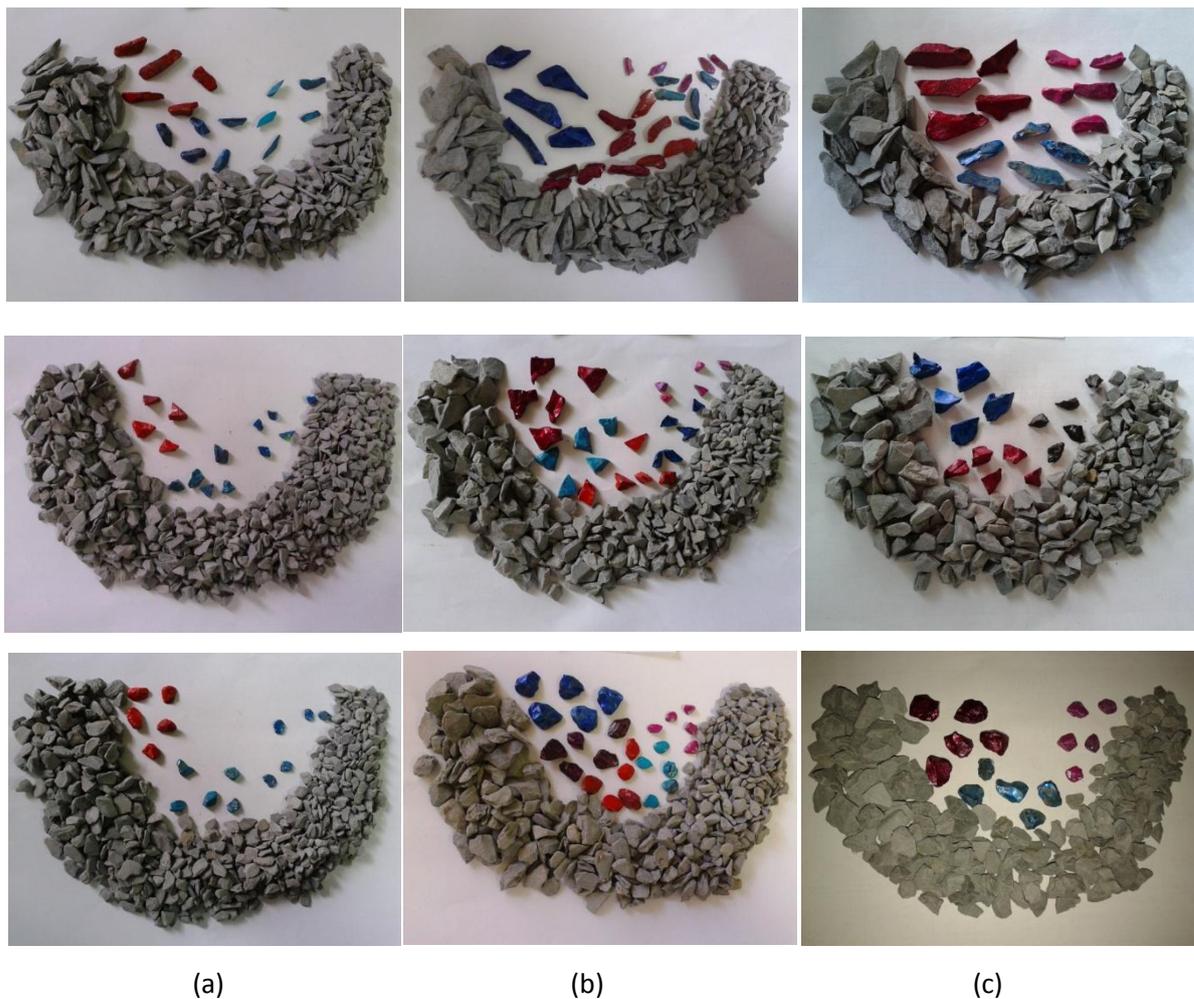
**Figure III.3 :** Courbes granulométriques avant essais des différentes classes pour les trois matériaux étudiés.

Cinq grains témoins, de chaque diamètre des trois classes, ont été colorés de façon à mieux évaluer leur fragmentation après écrasement aux essais de cisaillement et aux essais oedométriques, lesquels sont représentés dans les figures (III.4, III.5 et III.6).

Un appareil photo de bonne résolution a été utilisé afin de mettre en évidence une meilleure analyse des images des grains avant et après chaque essai. Les photos sont traitées à l'aide des logiciels *Auto-CAD 2009* et *MATLAB 7.9.0 (R2009b)* et les résultats de la dimension fractale obtenus sont interprétés à l'aide de l'*Excel*.

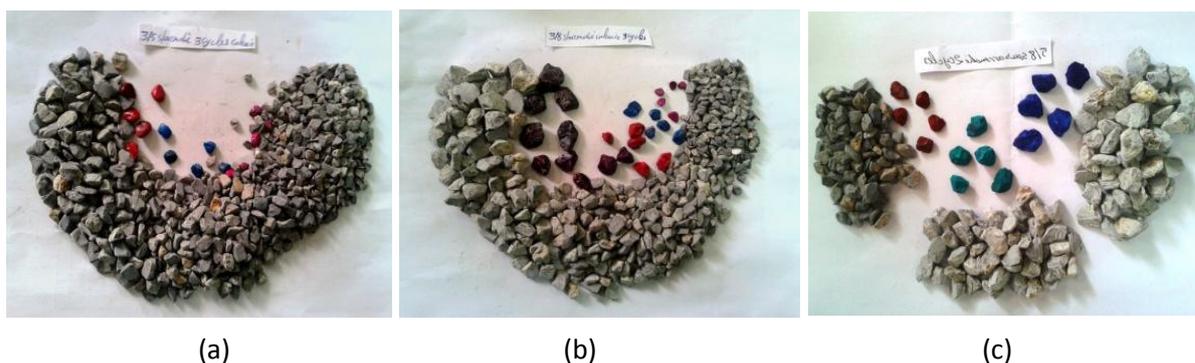


**Figure III.4 :** Différentes classes granulométriques étudiées 3.15/5 mm en (a), 3.15/8 mm en (b), 5/8 mm en (c) sous forme sous arrondie, anguleuse et allongée respectivement du matériau grès utilisé.



**Figure III.5 :** Différentes classes granulométriques étudiées 3.15/5 mm en (a), 3.15/8 mm en (b), 5/8 mm en (c) sous forme sous arrondie, angulaire et allongée respectivement du matériau schiste utilisé.





**Figure III.6 :** Différentes classes granulométriques étudiées 3.15/5mm en (a), 3.15/8mm en (b), 5/8mm en (c) sous forme sous arrondie, anguleuse et allongée respectivement du matériau calcaire utilisé.

### III.3. ESSAIS RÉALISÉS

Le but d'un essai de laboratoire est de suivre l'évolution et le comportement mécanique d'une éprouvette du sol soumise à un chargement déterminé. Dans certains cas géotechniques, il est impossible d'estimer le comportement du sol vu son anisotropie et sa complexité. Néanmoins, certaines propriétés mécaniques des sols peuvent être contrôlées en étudiant la dimension, la taille, la forme des grains et leur distribution granulométrique. Dans ce qui suit nous présentons les deux essais utilisés en laboratoire: l'essai de cisaillement direct et l'essai œdométrique. L'objectif de ce travail est non seulement d'étudier le comportement des matériaux granulaires mais aussi d'étudier l'évolution de la dimension fractale des grains des différents échantillons étudiés après la réalisation des essais cités ci-dessus.

#### III.3.1. Essai de cisaillement direct

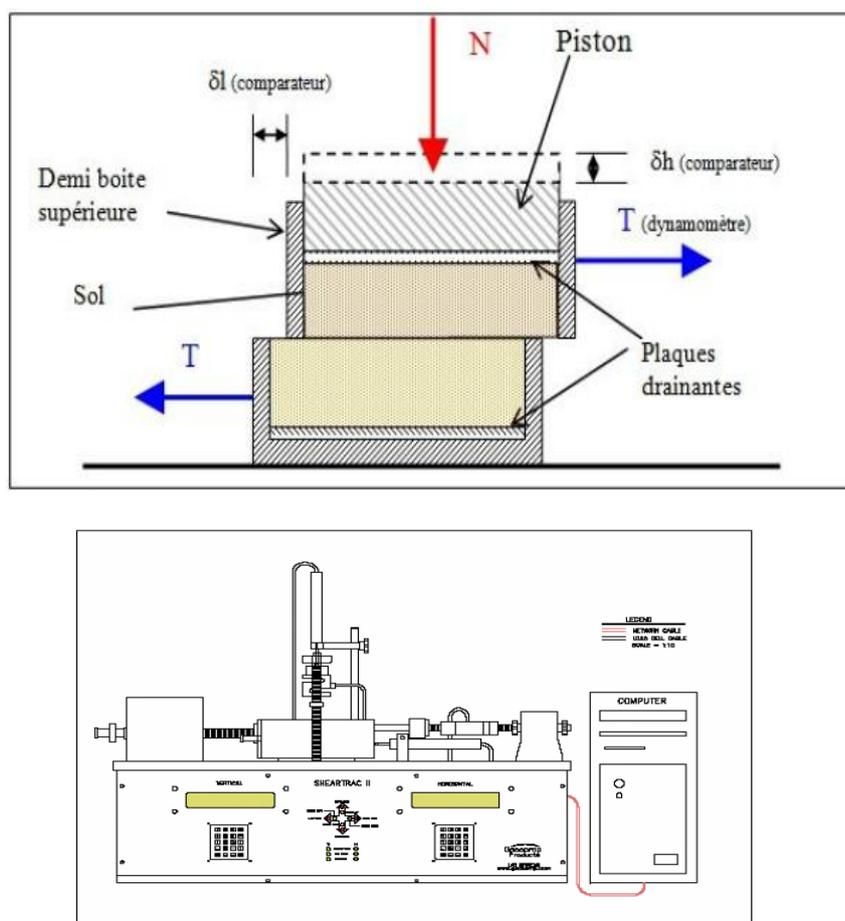
L'essai à la boîte de cisaillement dite «boîte de Casagrande» est l'essai le plus ancien pratiqué en mécanique des sols. Issu des expériences de Coulomb, il reste très utilisé en raison de la simplicité de sa mise en œuvre. Il permet de caractériser rapidement le comportement à la rupture du sol. Le matériel nécessaire et la procédure sont cependant beaucoup plus simples. La boîte de cisaillement est circulaire de dimension :  $\varnothing = 63.5$  mm et  $H = 25.4$  mm asservie de type *Geocomp Corporation* (Figure III.7).



**Figure III.7 :** Dispositif de l'essai de cisaillement direct asservi de type *Geocomp Corporation*.

La machine de cisaillement comporte essentiellement :

- La boîte de cisaillement ou boîte de Casagrande : Il existe différents modèles de boîte de cisaillement dans laquelle est mise l'éprouvette d'essai, mais tous répondent au même principe.
- Une boîte de cisaillement comprend essentiellement (Figure III.8) :
  - Une demi-boîte inférieure, munie d'une pierre poreuse plate et d'une plaque métallique dentée de même dimension ;
  - Une demi- boîte supérieure ;
  - Un piston muni à sa base d'une plaque métallique dentée glissant librement dans la demi- boîte supérieure et transmettant à l'éprouvette l'effort vertical exercé ;
  - Deux goupilles solidarissant les deux demi-boîtes avant l'essai. Le piston et la demi-boîte possèdent des orifices pour la mise en eau des pierres poreuses ;
  - Un chariot porte-boîte, entraîné horizontalement à vitesse constante, entraînant lui-même la demi-boîte inférieure et l'éprouvette de l'essai ;
  - Un anneau dynamométrique, retenant la demi-boîte supérieure, dont les déformations indiquent les efforts tangentiels développés dans le plan de cisaillement.



**Figure III.8 :** Principes du fonctionnement de la boîte de cisaillement direct.

### Principes de l'essai

L'échantillon à étudier est placé entre deux demi-boîtes qui peuvent se déplacer horizontalement l'une par rapport à l'autre. Un piston permet d'exercer sur l'échantillon une contrainte normale déterminée (varie de 100 kPa, 200 kPa, 300 kPa et 400 kPa).

L'essai consiste à :

- Appliquer sur la face supérieure de l'éprouvette un effort vertical (N) maintenu constant durant la durée de l'essai ( $\sigma = N/s$ ) ;
- Produire, après consolidation de l'éprouvette sous l'effort (N), un cisaillement dans l'éprouvette selon le plan horizontal de glissement des deux demi-boîtes l'une par rapport à l'autre en leur imposant un déplacement relatif  $\Delta l$  à vitesse constante ;
- Un anneau dynamométrique, fixe à la demi-boîte supérieure, mesure l'effort total de cisaillement (T) correspondant à  $\tau = T/s$  (Figure III.8).
- Un comparateur mesure la déformation verticale de l'échantillon.

- L'essai réalisé sur une série d'au-moins 3 éprouvettes en faisant augmenter à chaque éprouvette la valeur de l'effort vertical (N).
- La contrainte verticale maximale  $\sigma_{\max}$  ( $= N_{\max} / s$ ) appliquée à la série d'éprouvettes doit être supérieure à la contrainte effective verticale induite dans le sol après travaux.

### III.3.2. Essai œdométrique

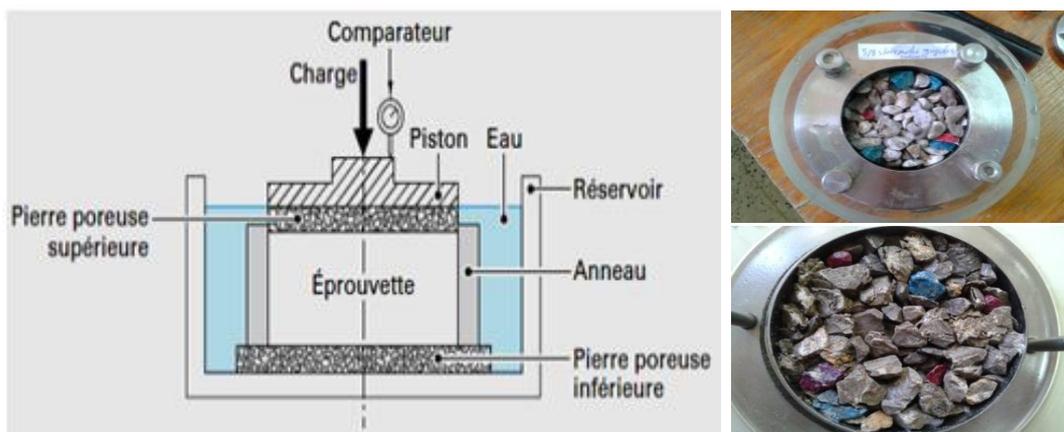
L'œdomètre permet de réaliser des essais de compressibilité au laboratoire sur des éprouvettes de sol cylindriques et placées à l'intérieur d'une enceinte cylindrique indéformable (Figure III.9). Cet essai permet d'évaluer l'amplitude des tassements des ouvrages ainsi que leur évolution dans le temps, en caractérisant l'évolution de l'indice des vides en fonction de la contrainte verticale.



**Figure III.9 :** Dispositif œdométrique asservi de type *Geocomp Corporation*.

Le moule œdométrique dit moule de Terzaghi (Figure III.10) comprend essentiellement :

- Un moule cylindrique (Enceinte œdométrique) ;
- Un système de mesure (comparateur) qui a pour but de mesurer toute déformation enregistrée (tassements et gonflements) ;
- Dispositif de chargement et un piston creux coulissant sans jeu ni frottement qui répartit l'effort (la charge) ;
- Éprouvette de matériau (sol saturé) ;
- Deux pierres poreuses bien encastrées jusqu'à affleurement, l'une dans la base du moule et l'autre dans le piston creux, qui permettent le drainage de l'échantillon ;
- Réservoir contenant le liquide d'imbibition.



**Figure III.10** : Principe de l'œdomètre.

### Principes de l'essai

Des essais de compressibilité (selon la norme AFNOR 1997) à l'aide de cet appareil œdométrique ( $\varnothing = 63.5$  mm et  $H=25.4$  mm) asservi de type *Geocomp Corporation* (Figure III.9). Ces essais œdométriques sont soumis respectivement à un, deux, trois et cinq cycles de chargement atteignant 6400 kPa suivi de déchargement jusqu'à 700 kPa. Cet appareil a l'avantage d'appliquer un chargement continu et croissant de manière à garder le même volume de l'échantillon. En outre, l'effet de traction du bras de levier est éliminé puisque l'application des contraintes sur l'échantillon est directe (Figure III.9).

Après avoir placé l'échantillon de sol dans le moule cylindrique, par l'intermédiaire d'un piston rigide ; le dispositif applique sur cette éprouvette un effort axial vertical, l'éprouvette étant drainée en haut et en bas par des pierres poreuses (placées en face supérieure et inférieure) est maintenue saturée pendant l'essai (Figure III.10).

La charge est appliquée par paliers successivement croissant et décroissant suivant un programme défini ; chaque palier étant maintenu constant jusqu'à ce que les déformations, sous l'effet de la charge constante, aient fini d'évoluer.

Les variations de hauteur de l'éprouvette sont mesurées pendant l'essai en fonction de la durée d'application de la charge.

On peut considérer le moule œdométrique en acier comme un élément parfaitement rigide. Si le dispositif de drainage est fermé, le piston ne peut pas s'enfoncer lorsque l'éprouvette de sol est constituée d'un sol saturé (puisque l'eau et les grains sont supposés être incompressibles en première approximation). En effet, compte tenu de la rigidité des parois, tout mouvement du piston ne peut résulter que d'une variation de volume de

l'échantillon. C'est la raison pour laquelle les essais à l'œdomètre s'effectuent toujours à drainage ouvert.

A la fin de chaque essai, on démoule et on réalise la pesée après séchage à l'étuve tout en recalculant la nouvelle dimension fractale des grains colorés.

### **III.4. CONCLUSION**

Les matériaux grès, schiste et calcaire, sont d'usage fréquent dans la construction en génie civil et depuis longtemps. Leur fragmentation dépend de leurs caractéristiques physico-mécaniques, de leur composition minéralogique, de la fissuration et de la frontière de jonction des minéraux. C'est là qu'interviennent le type, la nature et la distribution granulométrique des échantillons, la taille et la forme des agrégats (sous arrondie, angulaire et allongée) dont le comportement différera lors des essais mécaniques. Pour cela des spécifications sont imposées selon leur utilisation. Chacune de ces propriétés peut être mesurée par des essais conventionnels définis par des normes précises.

L'essai de cisaillement direct et l'essai œdométrique sont des essais précis, facilement reproductibles et dans une certaine mesure aisés à réaliser. Ils permettent d'estimer les propriétés et le comportement des matériaux en vue de la compréhension des phénomènes et des mécanismes qui se produisent dans les milieux granulaires.

# ***Chapitre IV***

## ***PRÉSENTATION ET INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS DES ESSAIS***

### **IV.1. INTRODUCTION**

Le matériau granulaire peut être décrit comme un assemblage des granulats de tailles diverses. Il est l'arrangement géométrique des éléments solides en place, donc ils peuvent être différemment associés et liés, leurs masses peuvent former des configurations complexes et irrégulières qui sont en général extrêmement difficiles à caractériser en termes exacts géométriquement. L'étude de son comportement passe par la caractérisation de ces granulats. Ces derniers font partie des structures de génie civil tels que : les barrages, les fondations, les chaussées, etc. Par exemple, dans la composition des bétons, il faut autant que possible, pour des raisons économiques et techniques, utiliser les matériaux locaux. En général, les sables et gravillons naturels alluvionnaires obtenus par criblage parfois avec concassage, sont satisfaisants, de même les roches éruptives ou sédimentaires concassés. Cependant, ces matériaux sont soumis aux conditions environnementales dures et aux fortes contraintes de compression. En raison de ces charges compressives, ces granulats se fragmentent en morceaux de différentes tailles. Ce qui provoque une modification de la granulométrie (dimension, taille et forme) des grains et de la porosité de ces matériaux, induisant alors à une variation de leurs caractéristiques mécaniques.

Cette étude est réalisée dans le but, de comprendre le comportement et de déterminer les caractéristiques mécaniques et l'influence de certains paramètres (à savoir la nature, la forme et la taille des grains ainsi que la sollicitation appliquée) en effectuant des essais de cisaillement direct à la boîte de Casagrande et des essais oedométriques, sur des échantillons reconstitués au laboratoire par des matériaux locaux naturels (grès, schiste et calcaire) ; tout en tenant compte du phénomène d'écrasement lors de ces essais.

## IV.2. RÉSULTATS ET ANALYSES

Les résultats obtenus sont présentés sous forme de courbes de contraintes-déplacements pour l'essai de cisaillement direct, et de courbes œdométriques pour l'essai oedométrique.

Le comportement des matériaux granulaires est fortement influencé par le degré d'écrasement et de rupture des grains. Ainsi, le facteur le plus important affectant la résistance à la fois aux sollicitations de cisaillement et de compressibilité est le phénomène de fragmentation subi par le corps granulaire.

En effet, lors de nos essais, les échantillons ont subi des déformations et des ruptures de leurs grains. La quantité de fines produites augmente avec l'augmentation de l'intensité de la sollicitation.

Nous rappelons que la mise en place des échantillons est identique pour tous les essais et que chaque essai a été répété plusieurs fois de façon à confirmer systématiquement la reproductibilité des résultats obtenus et pour quantifier les caractéristiques mécaniques des matériaux granulaires.

Une interprétation judicieuse des courbes nous permet d'apprécier et d'analyser les phénomènes qui se produisent à travers la combinaison et l'influence des différents paramètres à savoir :

- Le type d'essai réalisé ;
- La nature des grains ;
- Le niveau de confinement ;
- La distribution granulométrique ;
- La rugosité de la surface des grains ;
- La morphologie des grains ;
- La taille des grains.

### IV.2.1. Résultats des essais au cisaillement direct

Les courbes de contrainte-déplacement présente l'évolution de la contrainte tangentielle ( $\tau$  [kPa]) en fonction des déplacements horizontaux ( $\Delta L$  [mm]) ( $\tau = f(\Delta L)$ ), qui permettent de décrire l'évolution de la résistance au cisaillement des échantillons en fonction des paramètres étudiés pour les trois matériaux (grès, schiste et calcaire) sous différentes contraintes normales appliquées (100, 200, 300 et 400 kPa). Au cours des essais du cisaillement direct à la boîte de Casagrande, la rupture de l'échantillon se produit le long du plan séparant les demi-boîtes où

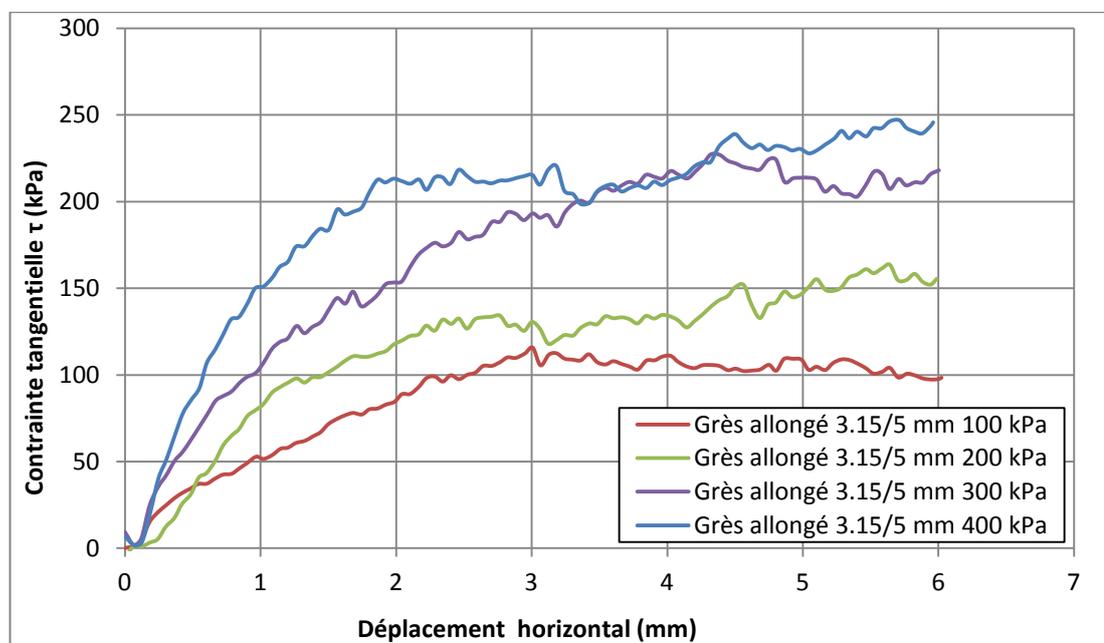
la déformation est imposée.

Les contraintes de cisaillement ( $\tau$ ) des échantillons augmentent avec l'augmentation de la contrainte normale ( $\sigma$ ) appliquée, pour toutes les classes granulaires et toutes les formes des grains étudiées, quelque soit la nature de matériau utilisé (Figures IV.1, IV.2 et IV.3).

Les autres figures des courbes de contraintes-déplacements de différents échantillons étudiés en fonction de l'évolution de la contrainte normale sont représentées dans l'annexe B.

Les courbes de contraintes-déplacements correspondant aux échantillons du matériau grès présentent un palier de résistance pour des déplacements horizontaux très faibles (2 mm à 3 mm). Sous les contraintes normales élevées (300 et 400 kPa), les échantillons du grès développent une nouvelle résistance après avoir épuisé une bonne partie de sa résistance au cisaillement. Ceci peut être expliqué par une nouvelle restructuration des grains au cours de leur déplacement et rotation, ce qui a formé une nouvelle matrice plus dense avec une meilleure réorientation des grains développant par conséquent une nouvelle résistance.

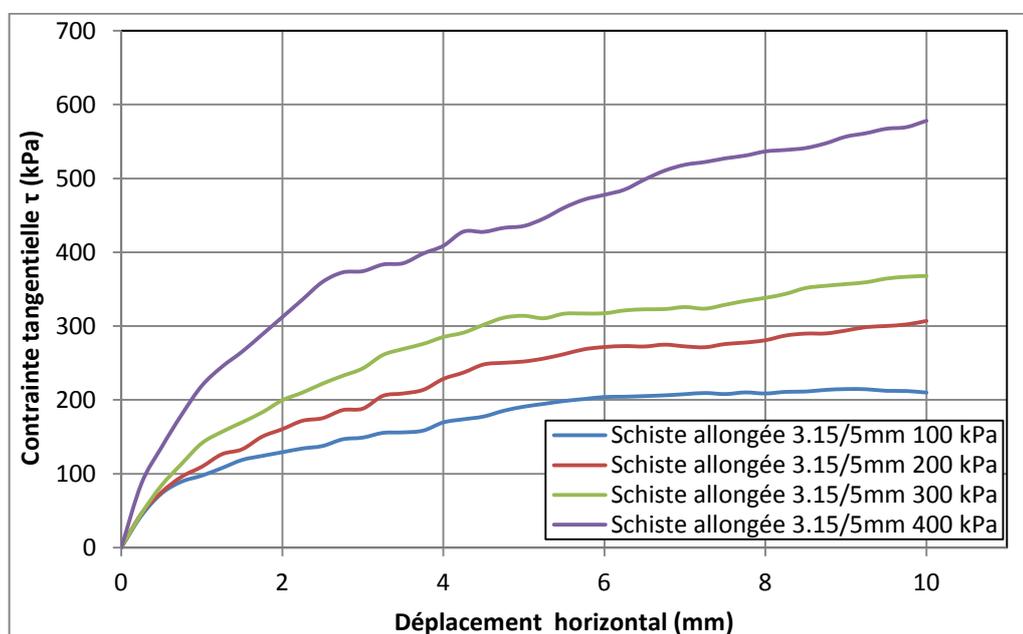
A la suite du cisaillement, la résistance du matériau diminue, avec une tendance à se stabiliser à une valeur de contrainte tangentielle plus faible, à partir d'un déplacement égal à 5 mm ; dans la plus part des résultats obtenus. Le phénomène apparait clairement sous la contrainte de 100 kPa (Figure IV.1).



**Figure IV.1 :** Courbes contrainte-déplacement du matériau grès de classe 3.15/5 mm de forme allongée en fonction de l'évolution de la contrainte normale.

Par contre, les courbes de contraintes-déplacements correspondant au matériau schiste (Figure IV.2) ne présentent pas un pic de résistance remarquable même pour des déplacements horizontaux très élevés (9 mm). Ce qui revient à la structure schisteuse du matériau et à la nature de sa surface moyennement lisse ; qui favorise le glissement des grains à l'intérieur de la boîte de Casagrande au cours des essais. Ainsi les grains se déplacent plus facilement les uns par rapport aux autres, et l'essai se termine par un palier remarquable même sous les contraintes très élevée 300 et 400 kPa.

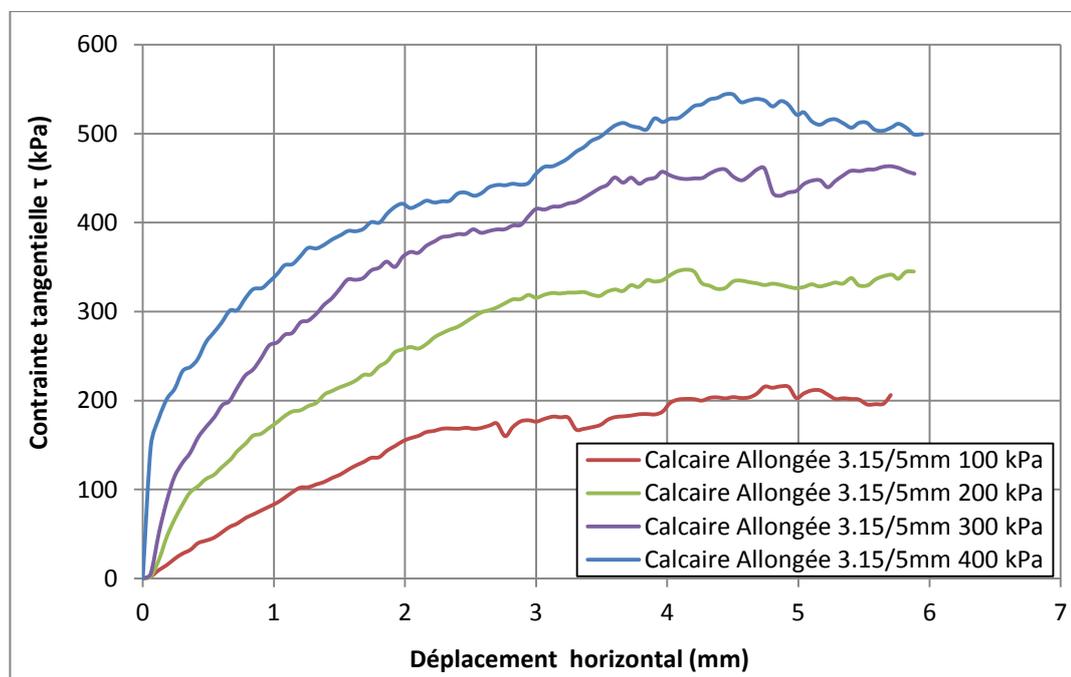
Ceci est l'une des limitations principales des essais du cisaillement direct à la boîte. Donc, le taux de cisaillement ne peut pas être très important car l'aire du plan cisailé diminue le long de l'essai.



**Figure IV.2 :** Courbes contrainte-déplacement du matériau schiste de classe 3.15/8 mm de forme allongée en fonction de l'évolution de la contrainte normale.

Cependant, l'influence de la contrainte normale paraît plus sensible pour le calcaire (Figure IV.3) : à des contraintes plus élevées, la résistance au cisaillement des échantillons étudiés dépasse 300 kPa et atteint 400 kPa, juste après un déplacement horizontal de 2 mm, ce qui n'est pas le cas pour les deux autres matériaux (le grès et le schiste) où leur résistance au cisaillement augmente légèrement avec l'augmentation de la contrainte normale. Ce qui peut être expliqué par la présence des angles dans les grains du matériau calcaire et leur surface très rugueuse. Par conséquent, l'application d'une contrainte normale de plus en plus importante engendre un enchevêtrement et un frottement de plus en plus élevé entre les

grains, ce qui empêche leur déplacement horizontal les uns par rapport aux autres et seront donc plus susceptibles de se casser que de se déplacer, tout en sachant que la force nécessaire pour casser un grain est beaucoup plus importante que celle nécessaire à le déplacer.



**Figure IV.3** : Courbes contrainte-déplacement du matériau calcaire de classe 3.15/5 mm de forme allongée en fonction de l'évolution de la contrainte normale.

Les sols pulvérulents sont constitués de particules volumineuses ; leur résistance au cisaillement provient du frottement et de l'enchevêtrement des grains (plus ou moins angulaires), qui en s'emboîtant dans les interstices entre les autres grains sous l'effort normal, créent une résistance au mouvement. Ainsi, lorsque la contrainte normale ( $\sigma$ ) est nulle, la résistance au cisaillement des sols pulvérulents devient presque nulle et les grains n'offrent pratiquement aucune résistance au déplacement. Par ailleurs, la valeur de la contrainte tangentielle est plus ou moins proche de la valeur de la contrainte normale appliquée dans le cas des échantillons du grès. Tandis que, l'écart entre les deux contraintes ( $\tau$  et  $\sigma$ ) est important dans le cas des échantillons du schiste et plus important pour le calcaire.

La résistance au cisaillement augmente avec l'augmentation de la contrainte normale, ceci est confirmé pour les différents matériaux étudiés. Effectivement, avec l'accroissement de l'effort vertical, les grains sont de plus en plus serrés les uns contre les autres, les vides sont réduits, ce qui augmente les forces d'enchevêtrement et de frottement entre les grains. Ces forces s'opposent aux mouvements issus de la force horizontale de cisaillement.

On constate que lorsqu'on effectue un essai de cisaillement direct sur un matériau granulaire à l'état lâche, les courbes de contraintes-déplacements croissent de plus en plus lentement pour tendre vers un palier dans le domaine des grandes déformations. Toutefois, si les grains sont très résistants, on aura un réarrangement plus compact des grains et seules les formes anguleuses et allongées des grains risquent de subir un écrasement de leurs arêtes vives sous de fortes sollicitations.

En effet, la rupture des grains a un effet sur la relation contraintes-déplacements des matériaux granulaires (MARSAL. R.J, 1967, MARACHI. N.D et al, 1969, LÊ LONG, 1968, LEPS. T.M, 1970, CHARLES. J.A et WATTS. K.S, 1980, BARTON. N et KJAERNSLI. B, 1981, HARDIN. B.O, 1985, KIM. M.S, 1995, LADE. P.V et al, 1996, BIAREZ. J et HICHER. P.Y, 1997, FROSSARD. E, 2009 et FROSSARD. E et al, 2012).

La caractéristique qui influe sur la résistance au cisaillement des matériaux granulaires est l'angle de frottement interne développé au sein de ces matériaux à la suite d'une charge extérieure agissant sur eux. Ce frottement résulte de la rugosité superficielle des grains qui sont en contact les uns avec les autres. L'enchevêtrement est surtout causé par les arêtes plus au moins angulaires de certains grains qui, en s'emboitant dans les interstices, créent une meilleure résistance. Effectivement la valeur de l'angle de frottement interne la plus importante calculée après les essais est celle du calcaire. En fonction des trois formes, l'angle de frottement interne obtenu varie de 43° à 48° pour le calcaire, de 39° à 43° pour le schiste et de 24° à 32° pour le grès. L'angle de frottement le plus faible est obtenu pour la forme sous-arrondie qui facilite le glissement et le réarrangement des grains à l'essai de cisaillement, contrairement aux formes sous anguleuse et allongée qui provoquent un enchevêtrement des grains lors du cisaillement.

#### **IV.2.2. Résultats des essais oedométriques**

L'essai œdométrique est un essai simple qui permet d'évaluer l'amplitude des tassements des ouvrages ainsi que leur évolution dans le temps en caractérisant l'évolution de l'indice des vides ( $e$ ) en fonction de la contrainte verticale ( $\sigma$ ). Mais, cet essai est assez peu utilisé dans la pratique pour les sols pulvérulents.

Il fournit cependant quelques résultats sur le comportement de tels sols. Dans notre cas, cet essai est utilisé essentiellement pour étudier l'écrasement des grains des matériaux locaux. La charge est appliquée par paliers de chargement-déchargement, avec la présence d'eau. Les déformations sont à peu près instantanées et l'indice des vides diminue avec l'augmentation

de la contrainte. Si on représente la variation de l'indice des vides en fonction de la contrainte  $\sigma$  appliquée sur la surface de l'échantillon, nous obtiendrons les courbes appelées courbes œdométriques de compressibilité (Figures IV.4, IV.5 et IV.6).

Durant les essais, les matériaux s'écrasent de plus en plus avec l'augmentation du nombre de cycles allant de 1 à 5 cycles (Figure IV.4, IV.5 et IV.6), quelque soit la classe granulaire, la forme des grains et la nature des matériaux. Ce qui engendre une meilleure compacité avec un réarrangement optimal des grains et donc une diminution progressive de l'indice des vides. En effet, avec l'augmentation de la teneur en fines, le volume des vides diminue. Les courbes de compressibilité de tous les échantillons étudiés (Annexe B) présentent pratiquement une partie à faible pente au début du chargement, suivi d'une partie à forte pente au-delà de la contrainte de pré-consolidation.

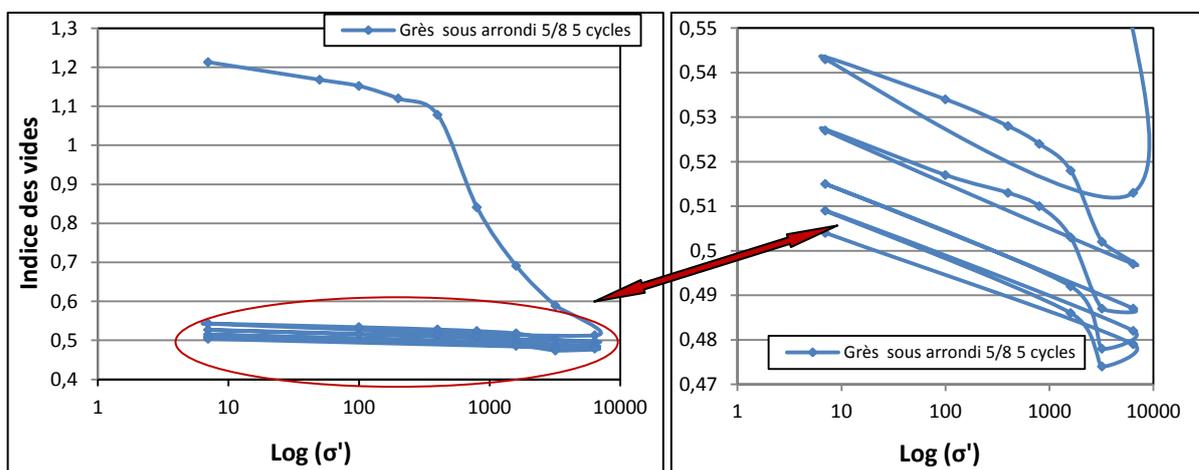


Figure IV.4 : Courbes œdométriques du matériau grès de forme sous-arrondi de classe 5/8 mm, après 5 cycles de chargement-déchargement sous 6400 kPa.

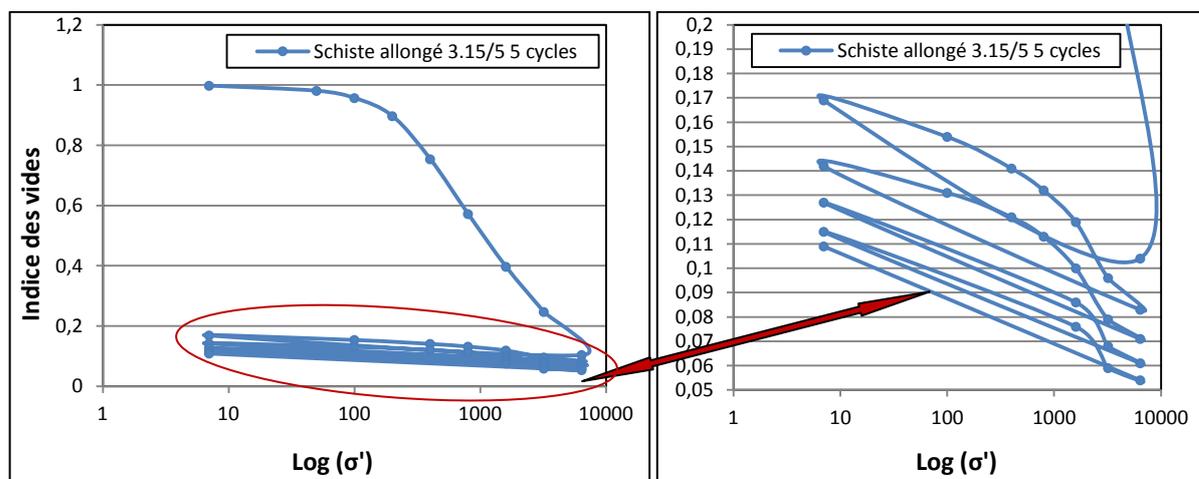
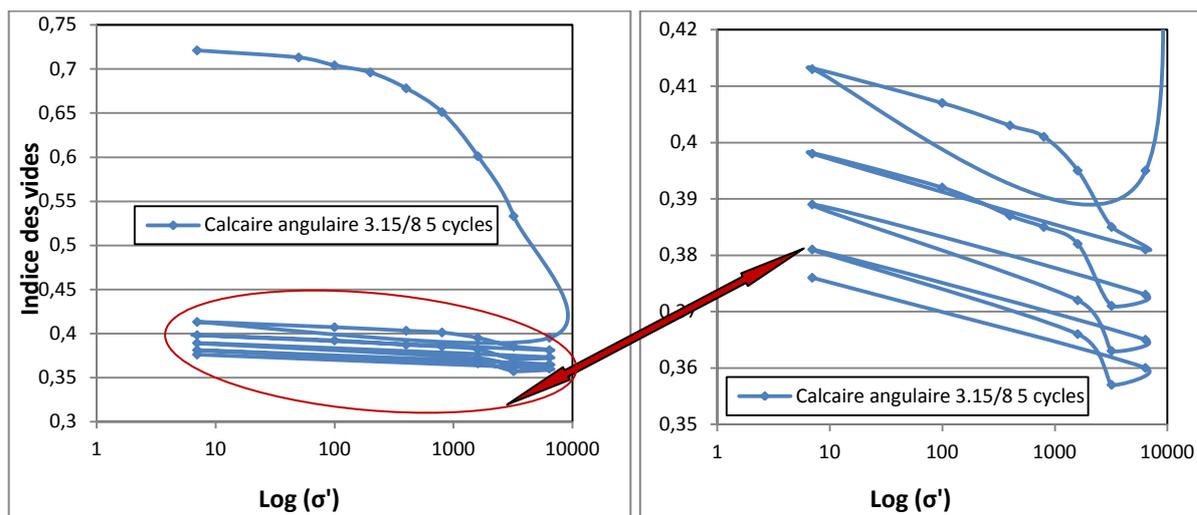


Figure IV.5 : Courbes œdométriques des grains de schiste de forme allongée et de classe 3.15/5 mm, après 5 cycles de chargement-déchargement sous 6400 kPa.



**Figure IV.6 :** Courbes œdométriques des grains de calcaire de forme angulaire et de classe 3.15/8 mm, après 5 cycles de chargement-déchargement sous 6400 kPa.

Quand une masse granulaire est soumise à une charge de compression, les grains résistent à la charge à travers une série de contacts entre eux. Certains grains peuvent avoir plus de contacts que d'autres, ils portent donc une plus grande charge, ce qui explique que ceux-ci s'écrasent plus que d'autres. La fragmentation commence lorsque les grains hautement sollicités ne peuvent plus résister et se cassent en petits morceaux. Certains de ces morceaux se déplacent dans les vides de la structure originale du matériau, ce qui engendre d'autres chaînes de force et d'autres assemblages de grains. En gardant des charges élevées des micro-ruptures apparaissent au voisinage des contacts des grains, ce qui peut entraîner une modification de la structure granulaire.

Signalons que le tassement sous un chargement statique est d'autant plus important que la compacité initiale est lâche. Ainsi, les tassements surviennent très vite dans un milieu à gros grains, donc d'un milieu suffisamment perméable.

Les travaux de Sowers et al. (SOWERS. G et al., 1965), Marsal (MARSAL. R.J, 1973 MARSAL. R.J et al., 1965) et Nobari (NOBARI. E et DUNCAN. J, 1972) sur des enrochements et des graviers ont montré que la rupture des grains est augmentée en présence d'eau. Ces études furent motivées par les problèmes de tassement parfois excessifs et différés dans le temps des remblais et des barrages. Ils ont pu montrer que la variation de la teneur en eau, même faible, pouvait augmenter la compressibilité du matériau par rupture des grains. Cet effet peut s'observer en condition de charge constante (fluage) ou de déformation constante (relaxation).

### IV.3. MISE EN ÉVIDENCE DU PHÉNOMÈNE D'ÉCRASEMENT DES GRAINS

#### IV.3.1. Analyse granulométrique

L'écrasement des grains influe sur les caractéristiques des matériaux granulaires particulièrement sur l'étalement des courbes granulométriques.

Afin de quantifier la rupture des grains et mettre en évidence ce phénomène d'écrasement aux essais réalisés, plusieurs mesures quantitatives du taux de rupture ont été proposées (LEE. K.L et FARHOOMAND. I, 1967, MARSAL. R.G, 1967, HARDIN. B.O, 1985, LADE. P.V et al, 1996 et EINAIV. I, 2007a). L'idée est de se doter d'un paramètre quantitatif qui sert à comparer entre divers niveaux de rupture, par rapport à une granulométrie de référence. Cette référence peut être la granulométrie initiale, une granulométrie ultime supposée ou bien tout simplement une taille limite donnée. En effet, une analyse granulométrique avant et après chaque essai a été effectuée et comparée à la courbe granulométrique initiale.

Les figures (IV.7, IV.8 et IV.9) montrent clairement l'étalement de l'ensemble des courbes granulométriques après les essais par rapport aux courbes initiales et ceci quelque soit l'essai exécuté (cisaillement direct ou oedomètre), quelle soit la nature de l'échantillon (grès, schiste ou calcaire) et quelle que soit leur classe granulométrique (3.15/5, 3.15/8 ou 5/8 mm) ou la forme des grains (sous-arrondie, allongée ou angulaire). Cet étalement démontre la présence de particules fines et de diamètres inférieurs aux diamètres initiaux des grains utilisés, produits d'un écrasement engendré par les différentes contraintes normales et de cisaillement, sous les différents cycles de chargement-déchargement appliqués. Ce qui a induit un changement dans la distribution granulométrique initiale des différents échantillons étudiés.

En outre, nous avons remarqué que plus la contrainte est importante (Figures IV.7 et IV.8), ou le nombre de cycles de chargement-déchargement est élevé (Figure IV.9), plus l'écrasement est significatif. En effet, en fonction de l'augmentation de l'intensité de la sollicitation, la structure granulaire connaîtra des changements graduels dans les tailles des grains avant qu'elle n'atteigne une distribution de tailles de grains fractals.

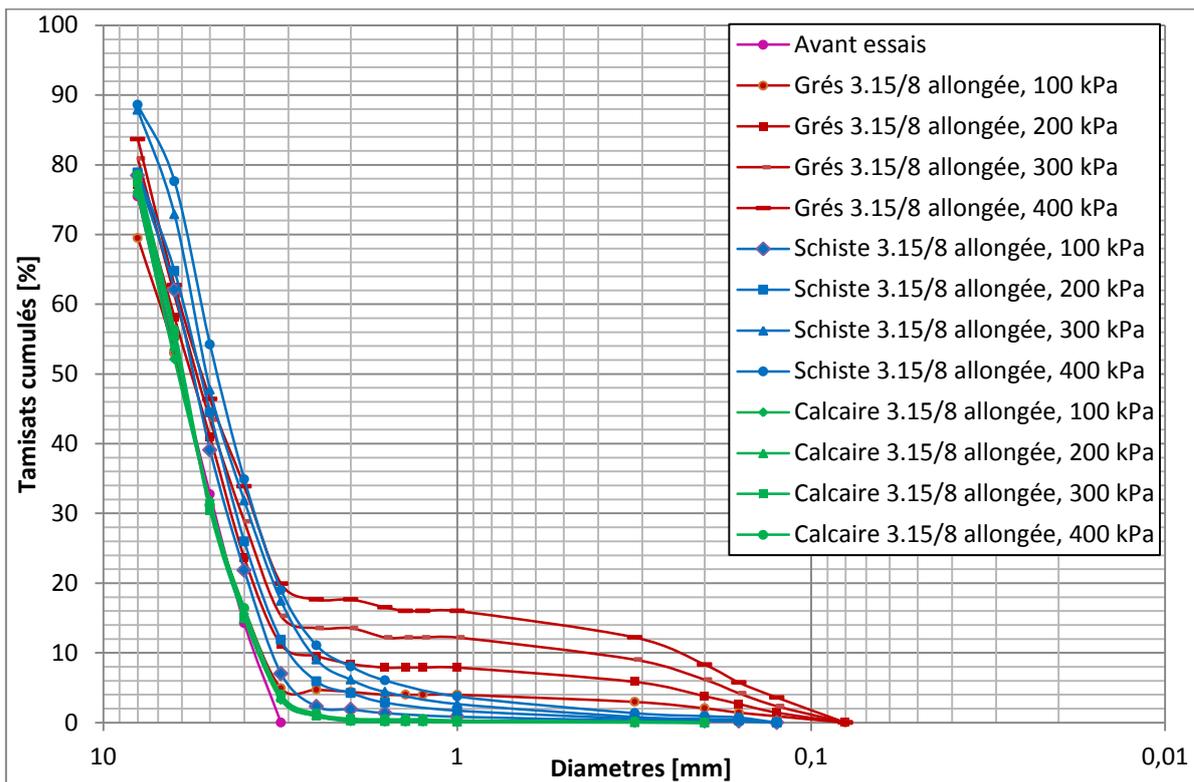


Figure IV.7 : Courbes granulométriques avant et après essais de cisaillement des différents matériaux étudiés (grès, schiste et calcaire) de forme allongée et de classe 3.15/8 mm.

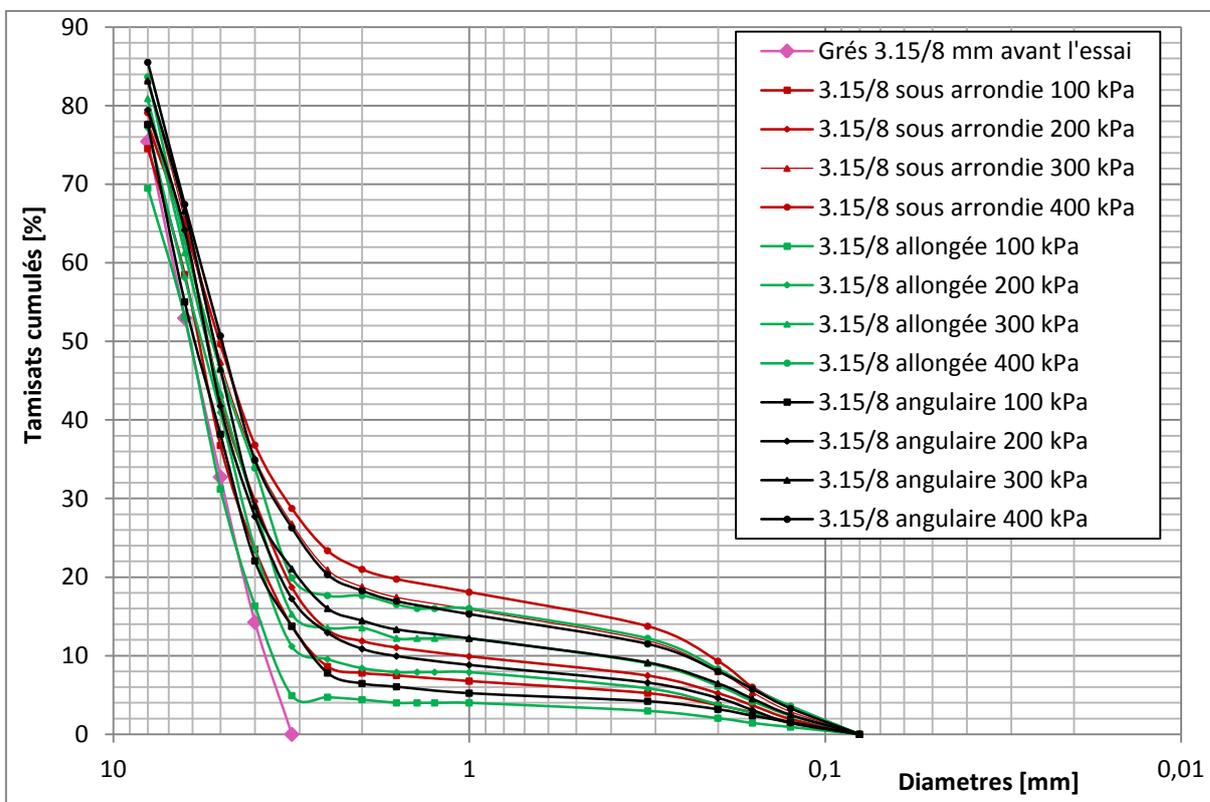
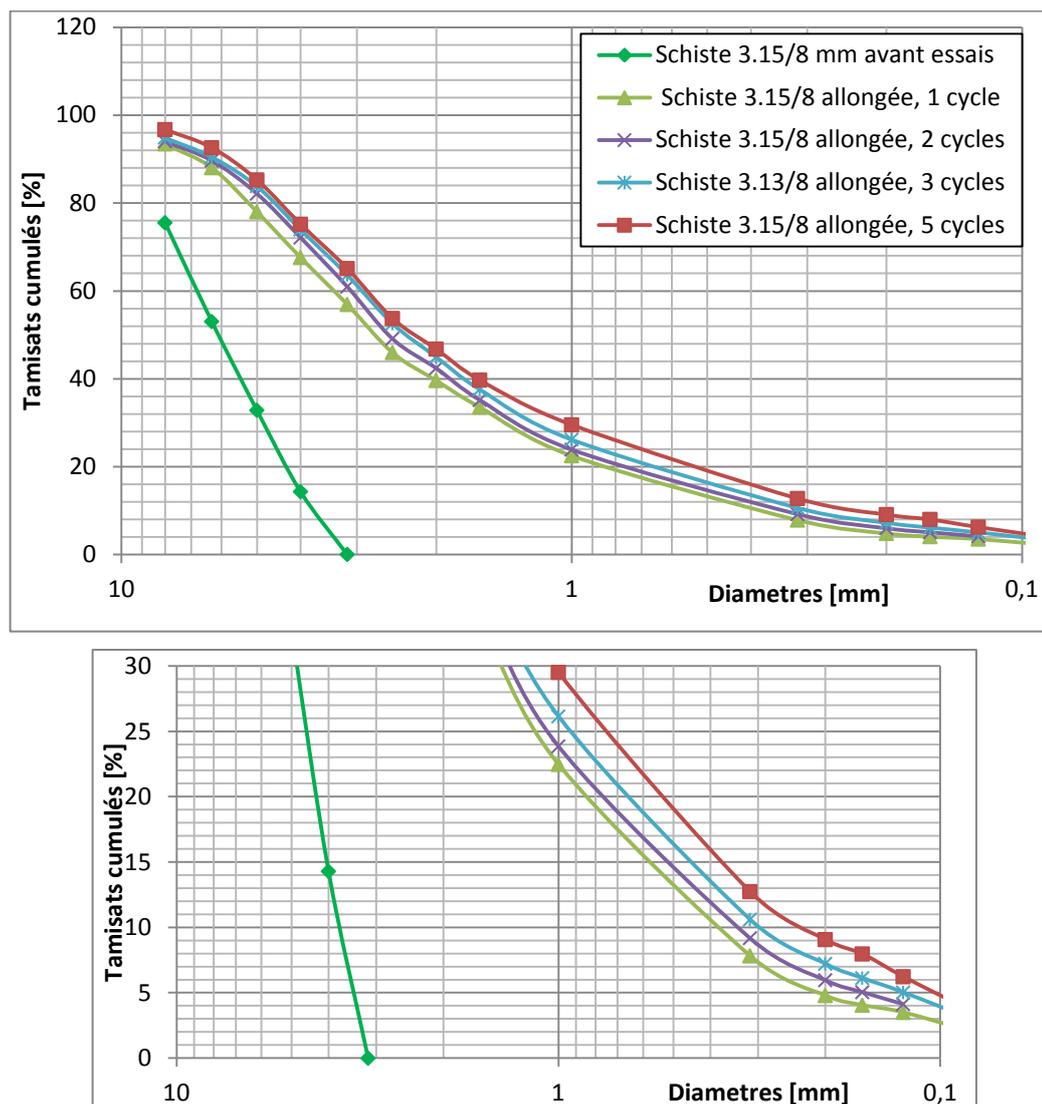


Figure IV.8 : Courbes granulométriques du grès de classe 3.15/8 mm, pour les différentes formes étudiées avant et après essais de cisaillement direct.



**Figure IV.9 :** Etalement des courbes granulométriques du schiste de forme allongée et de la classe 3.15/8 mm, en fonction de nombre de cycles de chargement-déchargement de 1 à 5 cycles.

Les photos prises après les essais témoignent que l'écrasement des grains a eu lieu lors des essais réalisés. En effet, au cours des essais du cisaillement direct (Figure IV.10) et des essais œdométriques (Figure IV.11), il s'est produit un écrasement ou une fragmentation des grains suivant un ou plusieurs modes de rupture (écaillage, abrasion et fracture) définis par Guyon et Troadec en 1994 et le fendage des grains au cours des essais œdométriques selon (RAMAMURTHY. T, 1969 et TABOR. D, 1956). Cette rupture entraîne une diminution de la taille du grain avec une modification de sa forme et de son état de surface. Ce qui a été remarqué même dans le cas des échantillons du matériau calcaire considéré comme le plus résistant et le dure (Figure IV.12).



Figure IV.10 : Écrasement des grains du grès de classe 3.15/8 mm de forme sous arrondie, allongé et angulaire, sous la contrainte normale de 400 kPa à l’essai de cisaillement direct.



Figure IV.11 : Écrasement des trois classes étudiées du schiste allongé après cinq (05) cycles de chargement-déchargement à l’essai oedométrique.

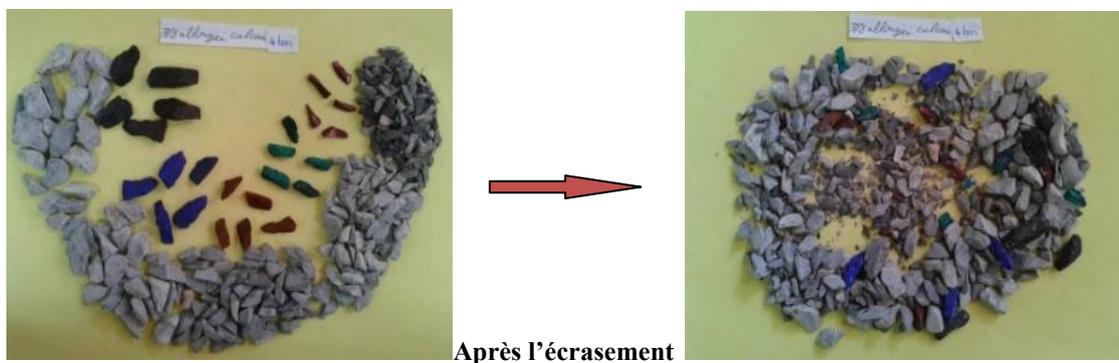


Figure IV.12 : Écrasement de la classe 3.15/8 mm du matériau calcaire allongé sous 400 kPa à l’essai de cisaillement direct.

La figure (IV.13) présente les grains du grès les plus écrasés, du plus grand diamètre utilisé égal à 8 mm, de formes sous arrondie, angulaire et allongée, après écrasement à l'essai du cisaillement direct sous une contrainte normale de 400 kPa.



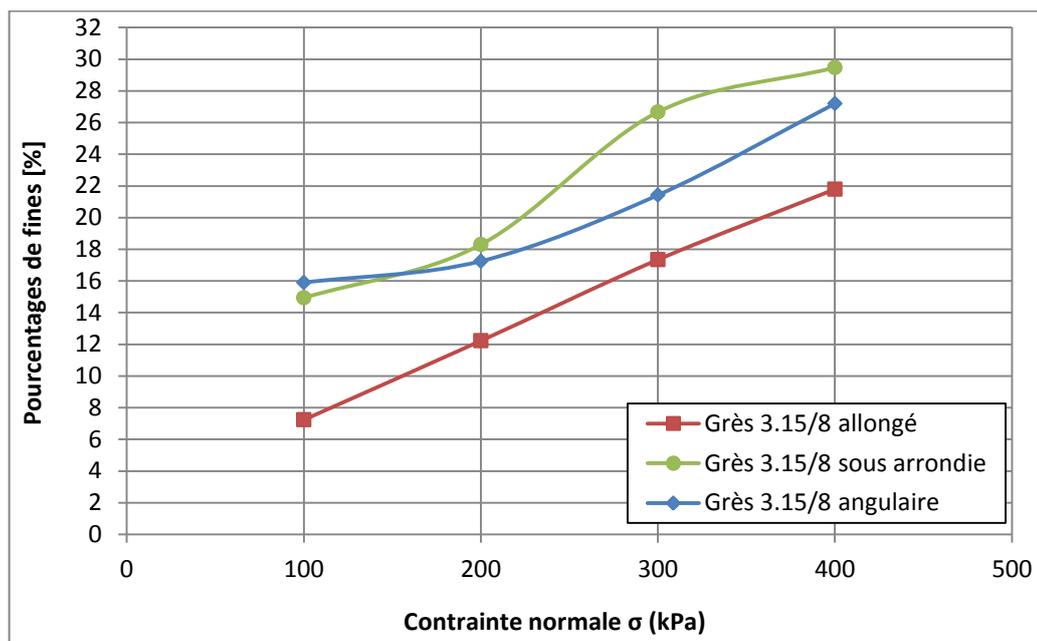
**Figure IV.13 :** Grains du grès de  $\varnothing = 8$  mm de formes sous arrondie, angulaire et allongée, après écrasement sous 400 kPa.

Il est intéressant de noter que la fragmentation a eu lieu aux points de contact des grains soumis aux différentes sollicitations. Et quand l'écrasement survient, il s'ensuit une production de fines. Des fragments plus fins commencent à déplacer les plus gros grains, comme ils peuvent glisser ou rouler sans trop de difficulté autour d'autres grains.

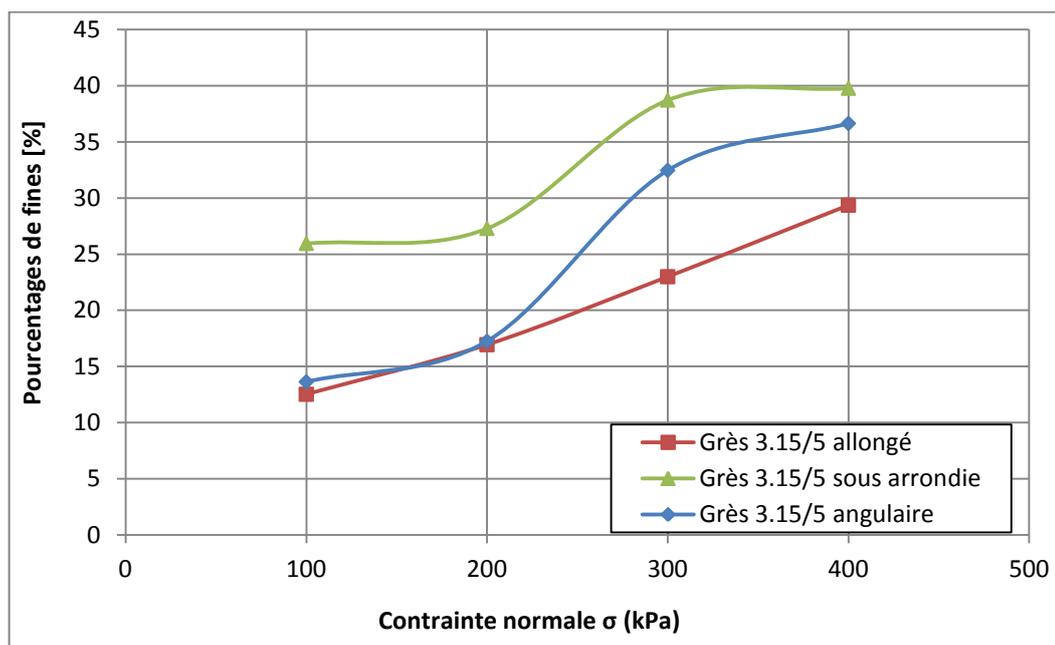
#### IV.3.2. Calcul du pourcentage des fines

Les figures (IV.14 et IV.15) montrent que plus la contrainte normale augmente, plus la quantité de fines produites est élevée et cela quelle que soit la forme des grains et la classe granulaire. Le nombre de grains écrasés est en fonction de l'intensité de la contrainte normale. Plus cette contrainte est élevée, plus le nombre de grains concernés par l'écrasement sera important. Cette liaison n'est pas tout à fait proportionnelle du fait que les grains ne s'écrasent pas tous de la même façon.

En effet, l'écrasement dépend des points de contact entre les grains. Selon Lade et al, certains grains ne sont pas brisés ou n'ont subi que peu d'écrasement du fait de la tendance à la diminution de l'effort moyen engendré par les grains de tailles plus petites qui les entourent. Ils ont également suggéré que la quantité de fines produite sous une sollicitation tend à diminuer avec l'augmentation de la concentration de grains, parce que les forces de contact seront réduites par l'augmentation de cette concentration (LADE. P.V et al, 1996).



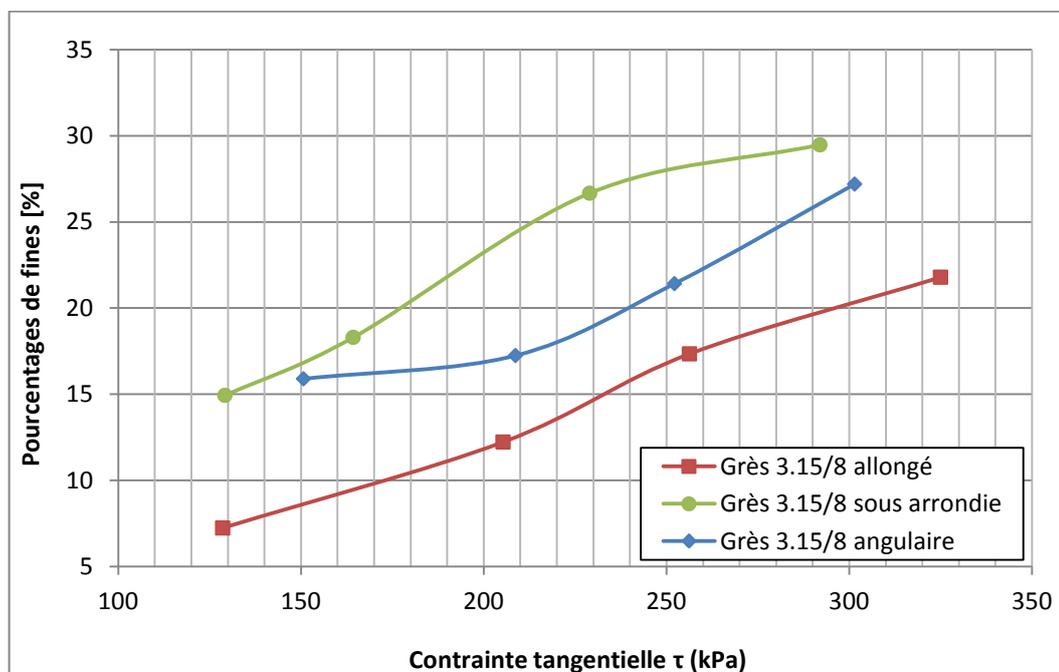
**Figure IV.14 :** Évolution du pourcentage des fines en fonction de la contrainte normale pour les trois formes du grès de classe 3.15/8 mm, sous l'essai de cisaillement direct.



**Figure IV.15 :** Évolution du pourcentage des fines en fonction de la contrainte normale pour les trois formes du grès de classe 3.15/5 mm.

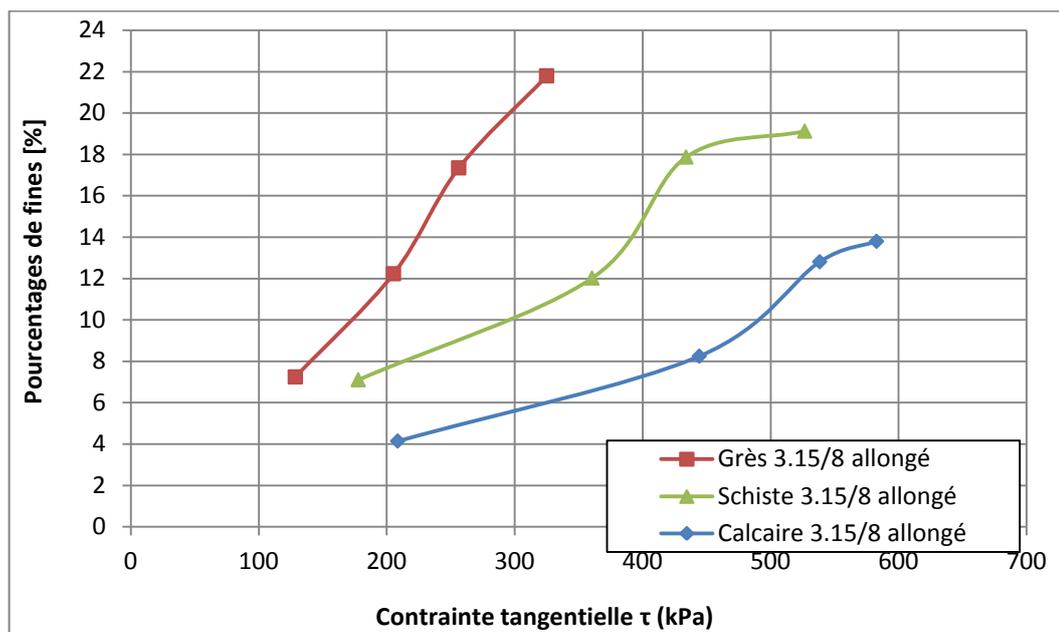
Il est intéressant de noter que pour les faibles contraintes normales de 100 et 200 kPa, la teneur en fines produite est sensiblement identique pour les deux formes sous-arrondie et angulaire de classe 3.15/8 mm (Figure IV.14), et pour les formes allongée et angulaire de classe 3.15/5 mm (Figure IV.15) des échantillons de grès.

De même, la quantité de fines produite augmente avec l'augmentation de la contrainte de cisaillement et cela quelle que soit la forme des grains, la classe granulométrique et la nature du matériau. La relation obtenue est sensiblement linéaire pour la forme allongée, alors qu'elle ne l'est pas pour les formes sous-arrondie et angulaire. La teneur en fines est plus élevée pour la forme sous-arrondie que pour les deux autres formes (Figure IV.16).



**Figure IV.16 :** Évolution du pourcentage des fines en fonction de la contrainte tangentielle pour les trois formes du grès de classe 3.15/8 mm.

La figure (IV.17) montre que le calcaire est un matériau très difficile à écraser. Cependant, une petite quantité de fines a été produite durant tous les essais réalisés, elle augmente avec l'augmentation de la contrainte tangentielle du cisaillement direct. En effet, plus cette contrainte est élevée, plus le nombre de grains concerné par l'écrasement sera important. Cette quantité est plus importante pour le matériau grès à chaque étape de l'écrasement. Bien qu'il soit riche en quartz, il est le matériau le plus fragile et c'est celui qui s'est écrasé le plus. Ceci est dû à la fragilité du ciment reliant les grains de quartz qui est un amalgame de calcite et d'alumine. Le schiste est le matériau qui présente une résistance intermédiaire. Le pourcentage de fines produites par les grains du Calcaire est moindre en comparaison au pourcentage de fines obtenues à partir des échantillons du grès ou du schiste.



**Figure IV.17 :** Évolution du pourcentage des fines en fonction de la contrainte tangentielle pour les trois matériaux de classe 3.15/8 mm, pour les grains de forme allongée, sous l'essai de cisaillement direct.

Les figures (IV.18, IV.19, IV.20 et IV.21) montrent que la quantité de fines produite augmente avec le nombre de cycles de chargement-déchargement appliqués à l'essai oedométrique et cela quelle que soit la forme des grains, la classe granulaire et la nature du matériau. En effet, le nombre de grains écrasés est en fonction du nombre de cycles. Cette quantité est plus importante pour la forme sous-arrondie et reste sensiblement identique pour les formes allongée et angulaire en ce qui concerne le grès (Figure IV.18), et elle varie de la même manière dans le cas du schiste (Figure IV.19) et elle se rapproche au niveau du premier et du deuxième cycle de chargement-déchargement pour le calcaire (Figure IV.20 et IV.21).

La quantité de fragments produite par les grains de calcaire de forme angulaire (Figures IV.20 et IV.21) est moindre en comparaison aux quantités de fines obtenues à partir des échantillons de grès (Figure IV.18) ou du schiste (Figure IV.19). Il a été observé que le taux d'écrasement du grès diffère en termes de fragments produits. La structure anguleuse des grains de grès produit beaucoup de fines à chaque étape de l'écrasement.

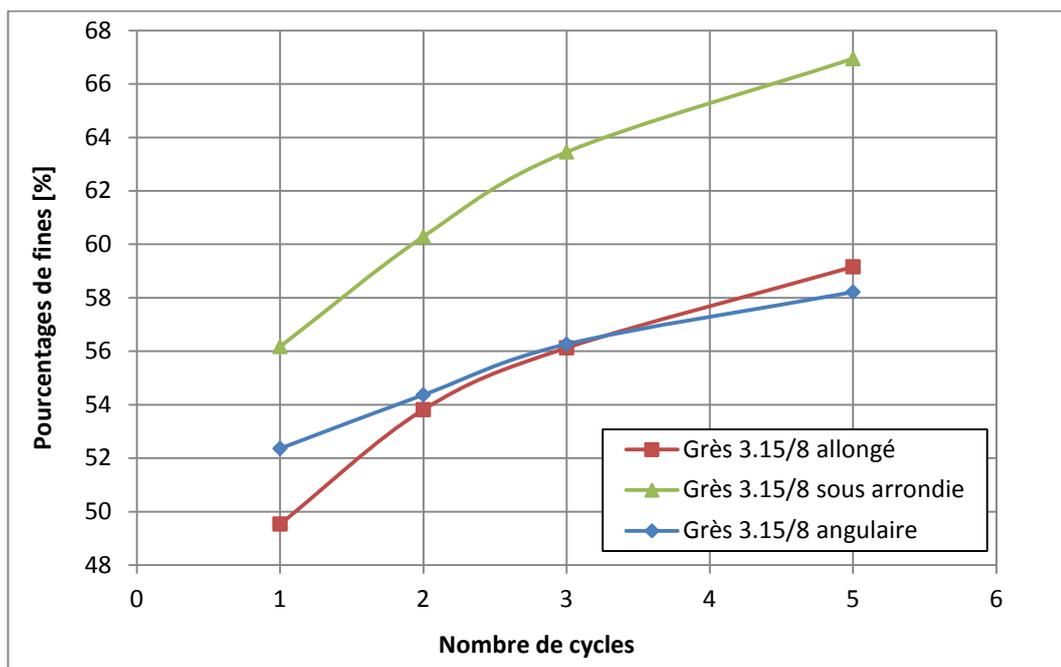


Figure IV.18 : Évolution du pourcentage des fines en fonction de nombre de cycles pour les trois formes du grès de classe 3.15/8 mm, sous l'essai œdométrique.

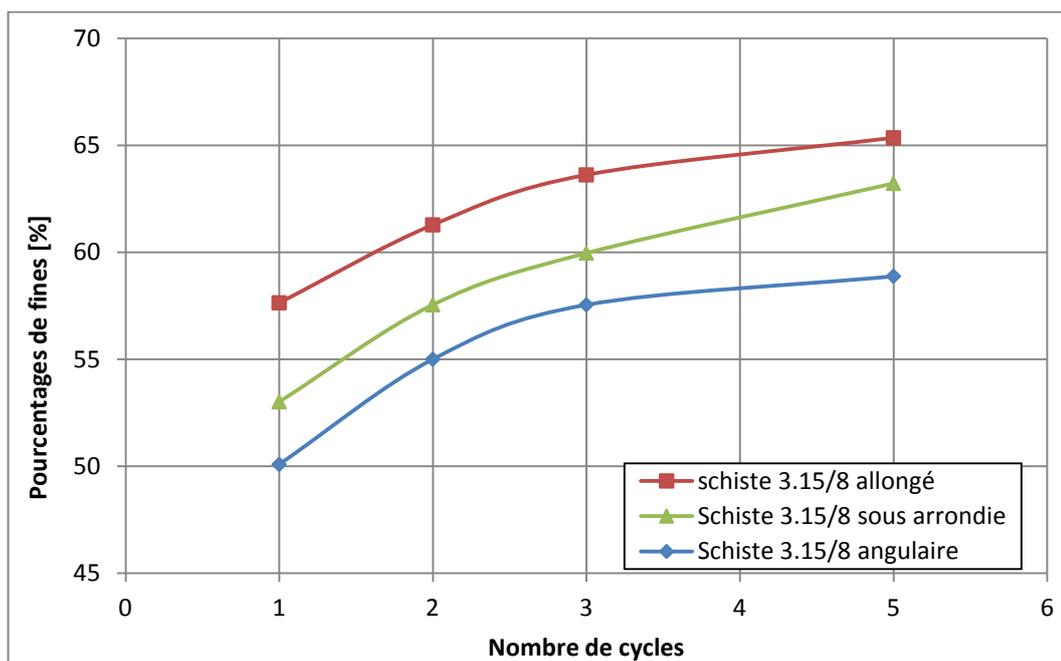


Figure IV.19 : Évolution du pourcentage des fines en fonction de nombre de cycles pour les trois formes du schiste de classe 3.15/8 mm, sous l'essai œdométrique.

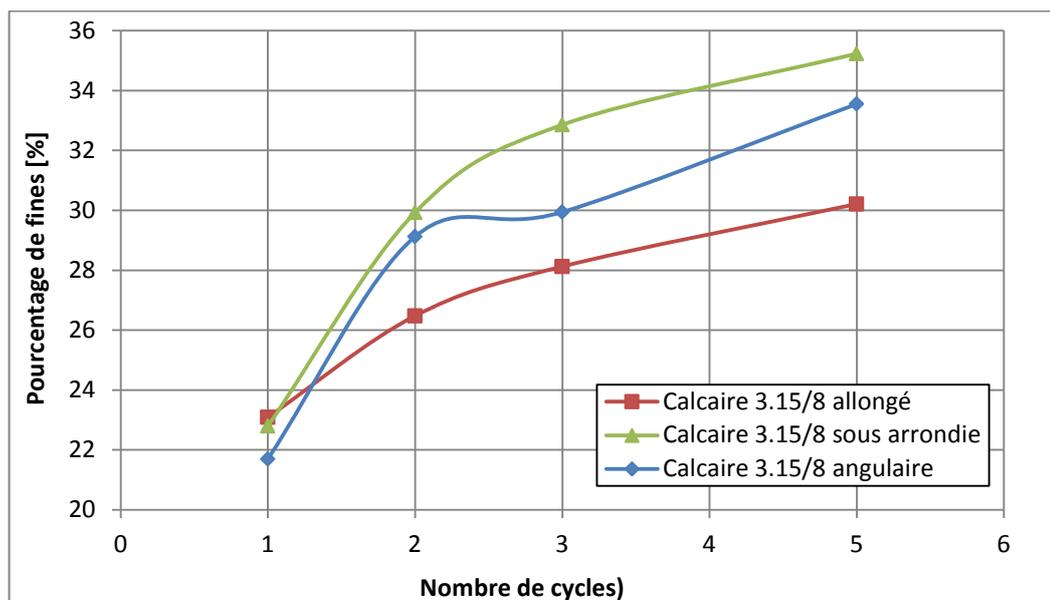


Figure IV.20 : Évolution du pourcentage des fines en fonction de nombre de cycles pour les trois formes du calcaire de classe 3.15/8 mm, sous l’essai œdométrique.

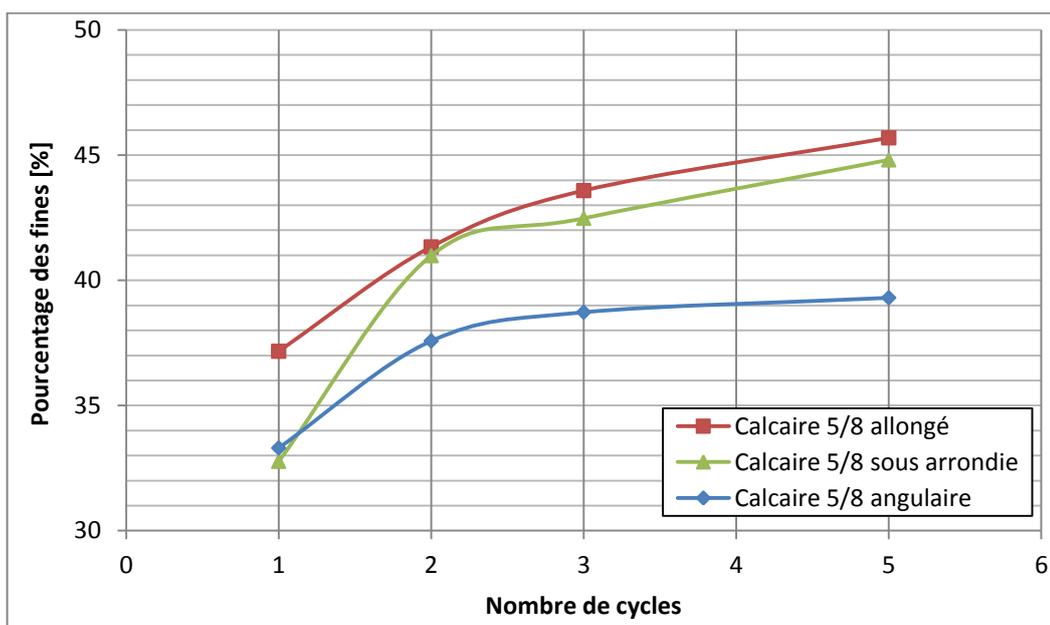


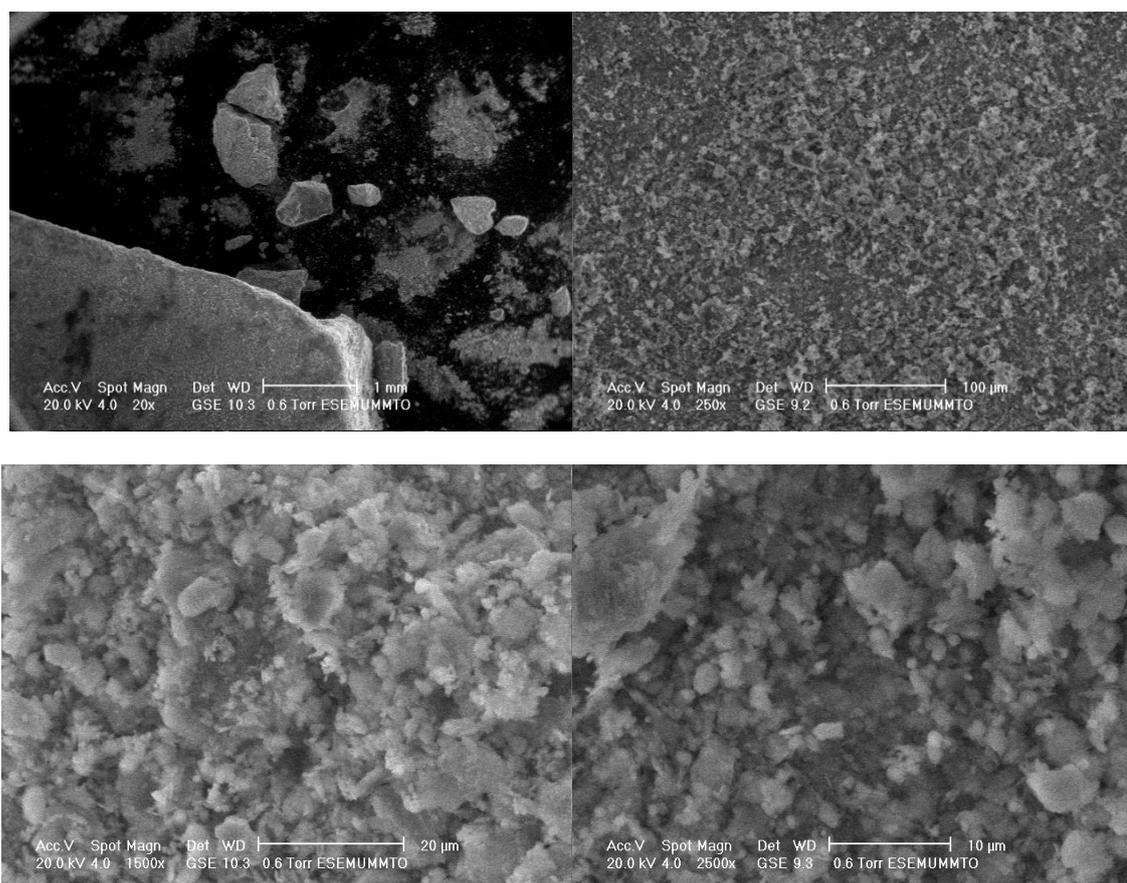
Figure IV.21 : Évolution du pourcentage des fines en fonction de nombre de cycles pour les trois formes du calcaire de classe 5/8 mm, sous l’essai œdométrique.

#### IV.4. IMAGES AU MICROSCOPE ÉLECTRONIQUE À BALAYAGE (MEB)

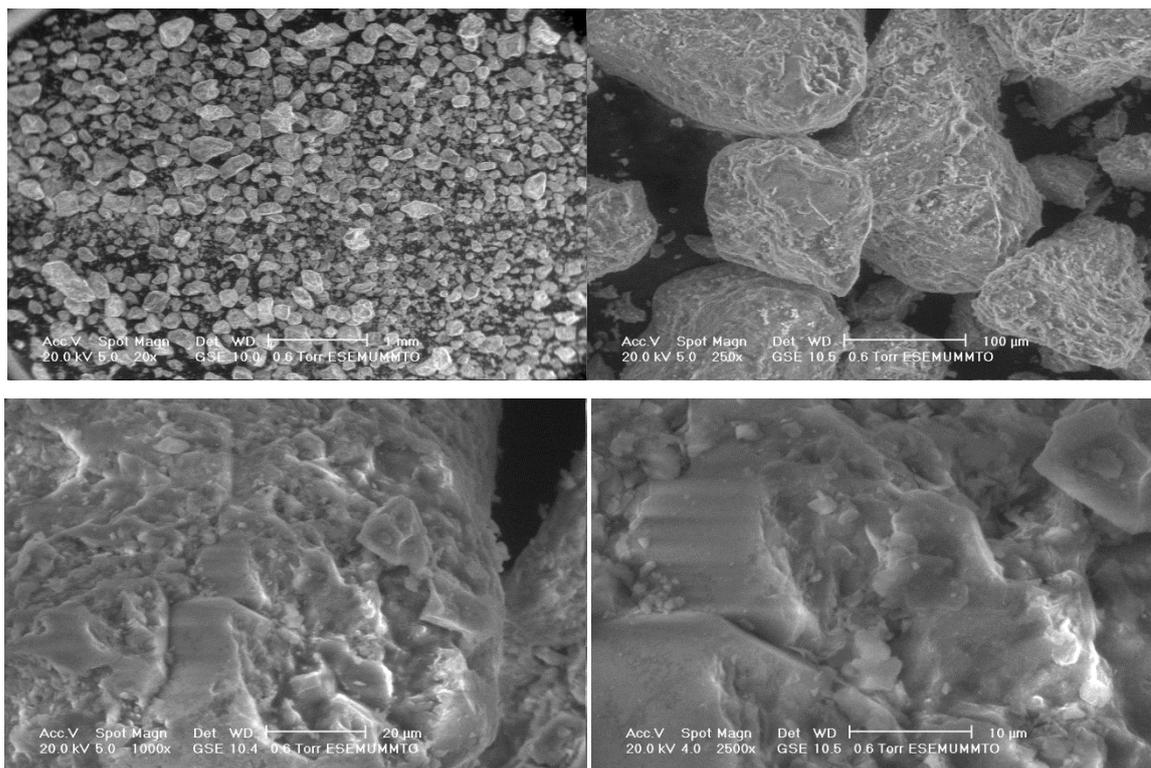
Afin d’obtenir des informations sur la structure et l’état de surface des grains, des images au MEB (Microscope Électronique à Balayage) ont également été effectuées. L’évaluation a été obtenue pour chaque matériau et les fractions analysées correspondent aux grains passant le tamis 2 mm et retenues sur le tamis 160  $\mu\text{m}$ .

L'inégalité du taux d'écrasement des grains des trois matériaux étudiés peut être expliquée par les images faites au MEB. Les informations recueillies confirment les différences existant entre les trois matériaux étudiés ; le grès (Figure IV.22), le schiste (Figure IV.23) et le calcaire (Figure IV.24).

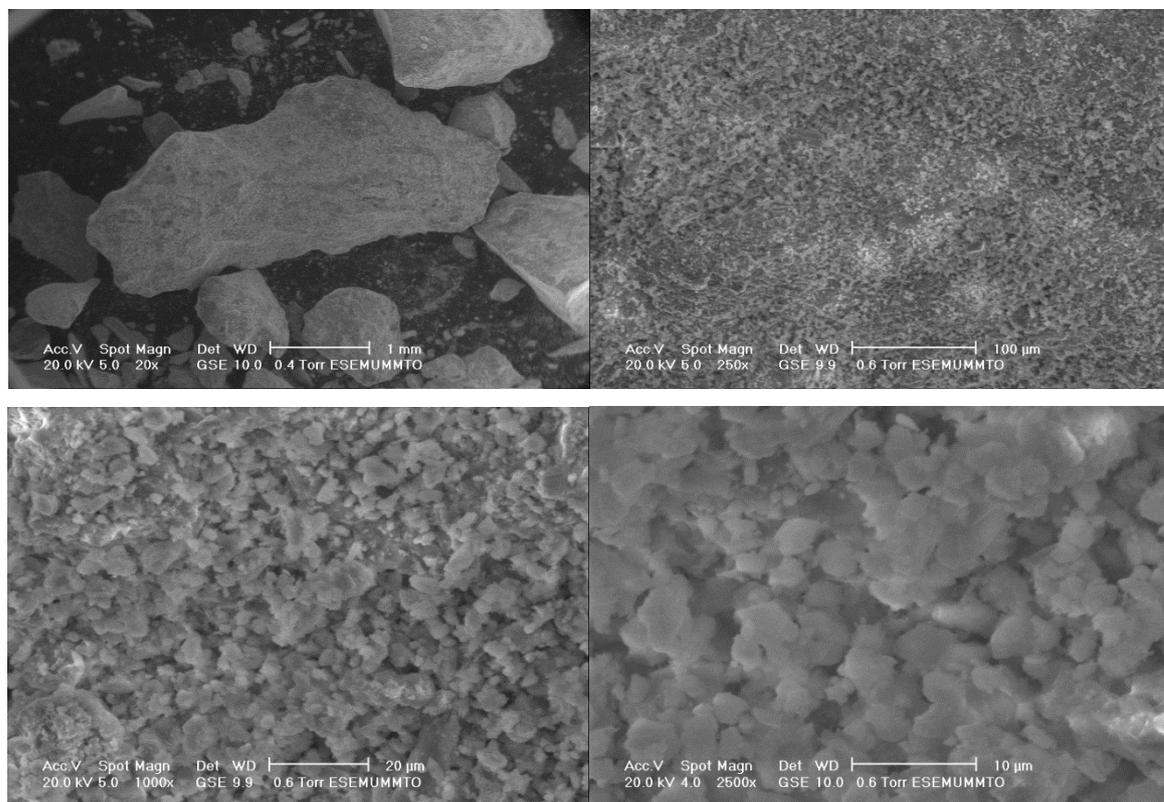
Sur les photos au MEB, on a mis en évidence l'existence de porosité inter granulaire peu importante, des surfaces rugueuses et des fissures (Figure IV.25.a), qui sont des facteurs conduisant à justifier l'importance de l'écrasement du matériau grès par rapport aux deux autres. Des surfaces moyennement lisses avec une structure en feuillets disposées en couches parallèles pour le schiste (Figure IV.25.b), lequel est plus disposé à s'écraser que le calcaire. Il présente une structure dense avec une porosité inter granulaire très faible et une surface granulaire moyennement rugueuse avec des angularités très résistantes, qui lui donnent une forte rigidité et une résistance intense aux différents modes d'écrasement (Figure IV.25.c).



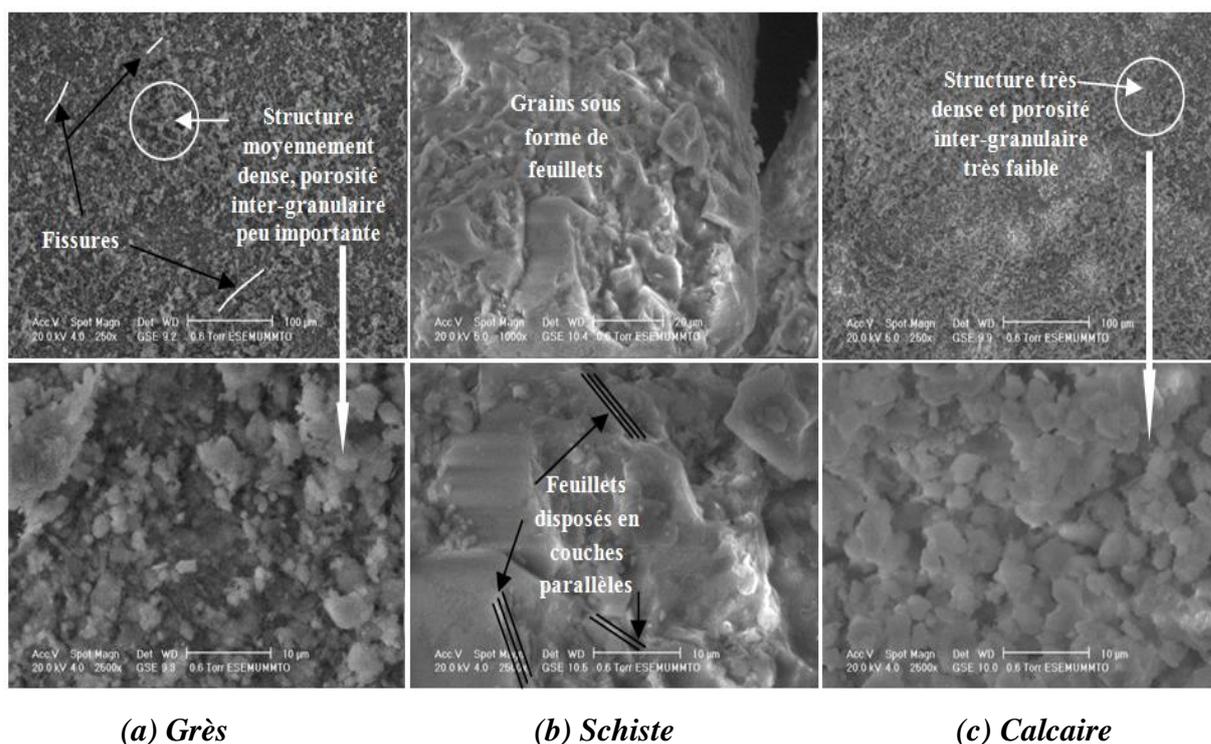
**Figure IV.22 :** Images au MEB du matériau grès, respectivement, sous un agrandissement de x20, x250, x1500 et x2500 ( $160 \mu\text{m} \leq \text{fraction} < 2000 \mu\text{m}$ ).



**Figure IV.23 :** Images au MEB du matériau schiste, sous un agrandissement de x20, x250, x1000 et x2500, respectivement ( $160 \mu\text{m} \leq \text{fraction} < 2000 \mu\text{m}$ ).



**Figure IV.24 :** Images au MEB du matériau calcaire, sous un agrandissement de x20, x250, x1000 et x2500, respectivement ( $160 \mu\text{m} \leq \text{fraction} < 2000 \mu\text{m}$ ).



**Figure IV.25 :** Comparaison des images au MEB des trois matériaux étudiés (grès, schiste et calcaire)  $160 \mu\text{m} \leq \text{fraction} < 2000 \mu\text{m}$ .

Cette différence du taux d'écrasement des trois matériaux est également confirmée par les grandes variations des coefficients de résistance à la fragmentation (FR) et des coefficients de résistance à l'usure (MDE) obtenus dans le tableau (III.3).

#### IV.5. CONCLUSION

La résistance et la déformation d'un matériau granulaire pendant son chargement sont affectées considérablement par le degré d'écrasement des grains. Les essais réalisés ont montré le comportement des différents matériaux étudiés (grès, schiste et calcaire) et ont permis également la détermination de leurs caractéristiques mécaniques, en particulier, d'étudier l'effet des différents paramètres, à savoir : le type, la nature et la distribution granulométrique des échantillons, la taille et la forme des grains (sous-arrondie, angulaire et allongée), les contraintes normales et le nombre des cycles de chargement-déchargement appliqués.

Cependant, les échantillons étudiés ne présentent pas le même comportement sous les différents types de sollicitations. En effet, les paramètres variés n'agissent pas exactement de la même manière sur le comportement des différents échantillons étudiés en cisaillement et en compressibilité. En effet, ces paramètres conditionnent leurs propriétés mécaniques.

Le phénomène d'écrasement des grains est significatif pour les chargements assez élevées, il entraîne une diminution de leur taille, ce qui favorise l'augmentation du pourcentage des particules fines et par conséquent une modification de la distribution granulométrique initiale et une modification de l'état de surface des grains. L'étalement granulométrique après les essais est la preuve de leur fragmentation. L'angle de frottement le plus élevé est celui de la forme angulaire qui présente des arrêtes vives favorisant le frottement entre les grains. Le calcaire, de part de sa minéralogie et sa structure, est plus résistant que le grès et le schiste.

Ces résultats permettent d'une part, de caractériser et de comprendre le comportement des matériaux granulaires, et d'autre part, de bien choisir les matériaux adéquats selon la fonction à assurer dans les ouvrages en terre, (barrages, routes, barrières étanches, colonnes ballastées...).

Pour mieux comprendre le comportement de ces matériaux en fonction des paramètres cités précédemment, il est recommandé de les soumettre à d'autres types de sollicitations (tels que les essais de compactage et de portance).

## *Chapitre V*

# ***RÉSULTATS DES MÉTHODES FRACTALES BIDIMENSIONNELLES (2D)***

### **V.1. INTRODUCTION**

La complexité de la géométrie des grains (forme, sphéricité, angularité, rugosité, pores, fissures, distribution en taille et diamètre...) et leur modification durant l'écrasement jouent un rôle très important dans le comportement mécanique des matériaux granulaires. Il devient essentiel de les étudier pour les comprendre davantage. Cette réalité de la structure complexe de ces matériaux s'avère être difficile à quantifier et la géométrie euclidienne ne convient pas pour représenter tous les objets naturels comme les grains étant donné que ceux-ci ne sont jamais parfaits ; ce qui a incité Mandelbrot à introduire une nouvelle géométrie dite « fractale ». Les objets fractals sont des figures géométriques, qui sont caractérisés essentiellement par leur irrégularité. Le sol qui est à la fois un milieu fragmentaire et poreux à structure assez complexe où une représentation fractale pourrait lui être particulièrement appropriée. Il est nécessaire alors de caractériser la forme des grains à l'aide de la dimension fractale.

Deux méthodes bidimensionnelles de calcul de la dimension fractale (la méthode des masses à l'échelle d'un échantillon et la méthode de Box Counting à l'échelle d'un grain) ont été appliquées à trois différents matériaux locaux (grès, schiste et calcaire) pour des classes granulaires variables avec des formes de grains bien choisies, avant et après écrasement aux essais de cisaillement direct et aux essais oedométriques. Les résultats obtenus sont présentés en fonction de la méthode de calcul de la dimension fractale, du type de l'essai, de la nature du matériau, de la classe granulaire, de la taille des grains et de leurs formes. Les courbes les plus significatives sous différentes sollicitations seront analysées et interprétées.

## V.2. DIMENSION FRACTALE CALCULÉE AVANT ET APRÈS ESSAIS

L'introduction de la théorie fractale a permis d'améliorer la compréhension du phénomène d'écrasement des grains et d'encourager l'application de la notion de dimension fractale dans les travaux de génie civil. Les caractéristiques de la résistance, tant au cisaillement qu'à l'essai œnométrique, ainsi que les différents taux d'écrasement observés lors des essais ont permis de comprendre les variations des propriétés et les limitations des matériaux granulaires étudiés.

Différents essais de cisaillement à la boîte de Casagrande et à l'oedomètre ont été effectués sur trois matériaux (grès, schiste et calcaire) pour trois formes des grains (allongée, sous-arrondie et angulaire) et pour trois classes granulométriques initiales (3.15/5, 3.15/8 et 5/8 mm). Pour chaque diamètre, cinq grains témoins colorés ont été utilisés de façon à mieux évaluer leur fragmentation après écrasement. En comparant les résultats des calculs de la dimension fractale réalisés avec les deux méthodes fractales bidimensionnelles citées ci-dessus, une interprétation judicieuse a été effectuée sur l'influence de la dimension fractale en 2D sur le comportement mécanique des matériaux granulaires étudiés.

### V.2.1. Dimension fractale de fragmentation $DF_{FR}$ calculée par la méthode des masses

La dimension fractale calculée par la méthode des masses est appelé dimension fractale de fragmentation « $DF_{FR}$ ». Cette méthode nous donne une idée générale sur la distribution de la grandeur des grains du sol et du procédé de fragmentation. Des graphes logarithmiques avec application des lois en puissance seront représentés pour les masses des échantillons en fonction des diamètres des tamis. Les résultats obtenus après les essais à la boîte de cisaillement et les essais oedometriques nous permettent d'effectuer l'analyse suivante :

#### V.2.1.1. Influence du type d'essai

##### V.2.1.1.1. Essais à la boîte de cisaillement

Les échantillons préparés des matériaux grès, schiste et calcaire sont soumis aux différentes contraintes de cisaillement (100, 200, 300 et 400 kPa) en variant les paramètres cités précédemment. Le but de cet essai est le calcul de la dimension fractale des grains avant et après chaque écrasement. La méthode des masses sera utilisée pour l'évaluation de cette dimension. Une analyse granulométrique, pour les différents échantillons, sera réalisée avant et après chaque essai de cisaillement direct. Un exemple du calcul de la dimension fractale de fragmentation par la méthode des masses pour le schiste ; de forme sous-arrondie, de classe 3.15/8 mm,

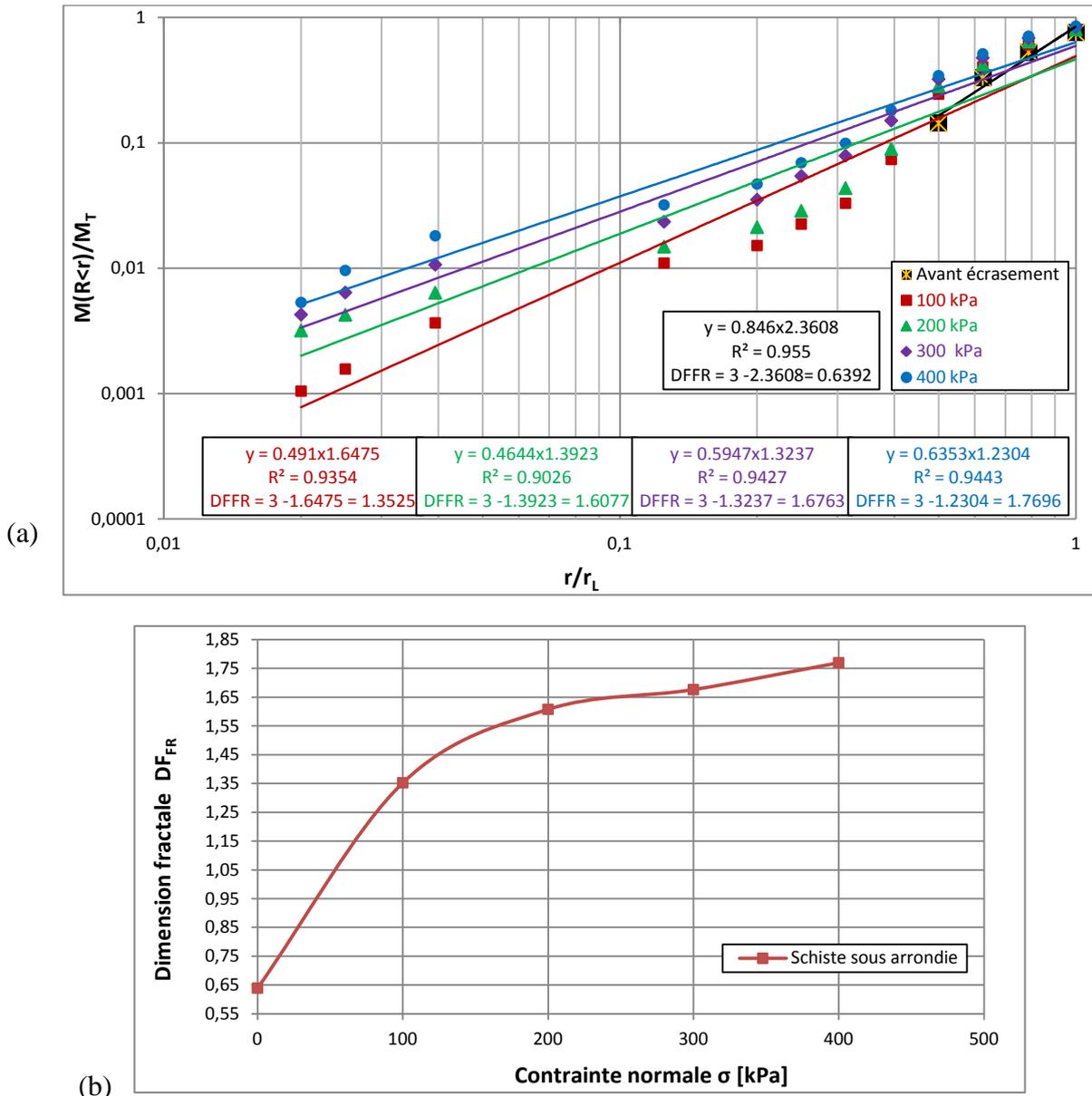
après l'essai de cisaillement direct, sous une contrainte de 100 kPa ; est présenté dans le tableau (V.1). La méthode de détermination de la dimension fractale de fragmentation, avant et après essai pour les différentes contraintes appliquée au même échantillon, est présentée dans la figure (V.1-a). La même procédure a été suivie pour les autres échantillons, les figures obtenues sont présentées dans l'annexe C.

**Tableau V.1** Calcul de la dimension fractale de fragmentation par la méthode des masses pour le schiste écrasé sous une contrainte de 100 kPa à l'essai de cisaillement direct.

$\emptyset$ [mm]	Refus [g]	Refus cumulés [g]	Tamisats cumulés [g]	$r/r_L$	$M(R<r)/M_T$
8	19.6	19.6	75.35	1	0.79357557
6.3	17.6	37.2	57.75	0.7875	0.60376372
5	19.2	56.4	38.55	0.625	0.40303189
4	15.2	71.6	23.35	0.5	0.24411918
3.15	16.3	87.9	7.05	0.39375	0.07370622
2.5	3.9	91.8	3.15	0.3125	0.03293257
2	1	92.8	2.15	0.25	0.02247778
1.6	0.7	93.5	1.45	0.2	0.01515944
1	0.4	93.9	1.05	0.125	0.01097752
0.315	0.7	94.6	0.35	0.039375	0.00365917
0.2	0.2	94.8	0.15	0.025	0.00156822
0.16	0.05	94.85	0.1	0.02	0.00104548
0.125	0.1	94.95	0	0.015625	0

D'après les résultats obtenus, la dimension fractale  $DF_{FR}$  des trois matériaux étudiés a augmenté après les essais, son évolution est en fonction de l'intensité de la contrainte normale (de 100 kPa à 400 kPa) à l'essai de cisaillement direct (Figure V.1). La même démarche a été appliquée pour tous les échantillons, ce qui a pour conséquence une évolution du taux d'écrasement des grains au cours des essais.

Les courbes de tendance représentées sur la figure (V.1-a) montrent un bon ajustement des données de la loi puissance avec un degré élevé de corrélation ( $R^2 > 0.90$ ). Pour des contraintes normales élevées, les valeurs de  $R^2$  sont assez proches de 1, montrant une meilleure corrélation entre les deux paramètres  $M(R<r)/M_T$  et  $r/r_L$  des différents diamètres des échantillons étudiés.



**Figure V.1 : (a&b)** Dimensions fractales calculées avec la méthode des masses pour le schiste de forme sous-arrondie de classe 3.15/8 mm, sous l’essai de cisaillement direct.

La valeur élevée de cette dimension indique que l’échantillon est fractal ou a une plus grande quantité de particules fines (Figure V.1). Turcotte a démontré en 1997, en analysant les résultats de plusieurs essais sur différents matériaux, que  $DF_{FR}$  peut avoir la valeur de 2.5 si l’écrasement qui s’est produit est pur.

**V.2.1.1.2. Essais œdométriques**

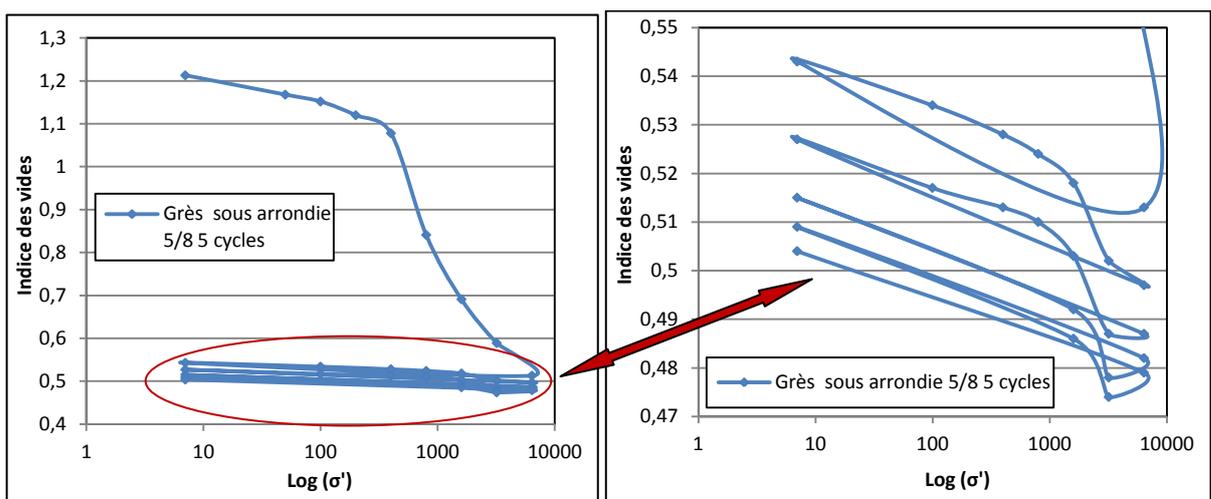
Pour mettre en évidence le phénomène d’écrasement des grains, nous avons également réalisé des essais œdométriques. Nous nous sommes intéressés à l’évolution de la dimension fractale des grains au cours de ces essais sous l’effet des contraintes unidimensionnelles. Les

essais ont été réalisés à l'état saturé avec un nombre de cycles allant de 1 jusqu'à 5 cycles de chargement-déchargement.

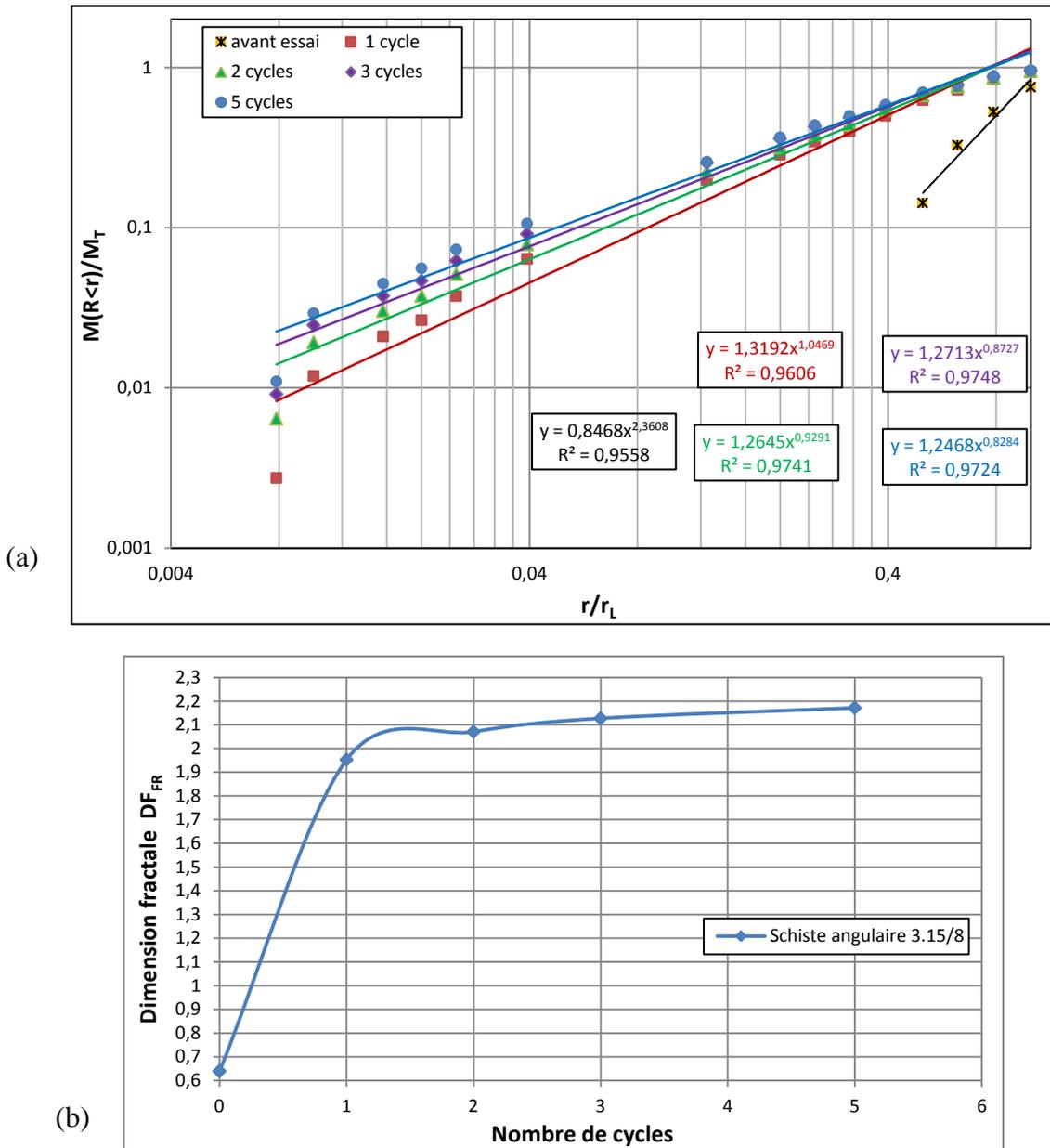
Les échantillons ont été soumis à des contraintes verticales à l'aide d'un piston relié à un dispositif de chargement, on a comprimé verticalement l'échantillon en mesurant son tassement. A la fin de chaque essai, on a procédé au démoulage et on a réalisé la pesée après séchage à l'étuve, tout en recalculant la nouvelle dimension fractale de l'échantillon écrasé.

Les résultats obtenus sur la variation de la dimension fractale après les essais œdométriques sont assez comparables à ceux obtenus aux essais du cisaillement direct. La dimension fractale des différents échantillons a augmenté après chaque cycle, ceci est dû au fait que les grains étaient écrasés et que leurs tailles étaient donc de plus en plus petites.

Au cours de l'augmentation du nombre de cycles de chargement-déchargement, les différents matériaux continuent à s'écraser en fonction de l'augmentation du nombre de cycles (Figure V.2). En effet, le tassement œdométrique et l'augmentation de la dimension fractale sont surtout importants après le premier cycle. Les autres cycles ne font qu'accroître l'écrasement (Figure V.3). La courbe granulométrique est tracée pour chaque cycle, le taux d'écrasement correspondant est ensuite calculé et la dimension fractale de fragmentation est simultanément déduite par la méthode des masses. Les courbes qui montrent l'évolution de la dimension fractale de fragmentation sous l'effet de la variation du nombre de cycles, sont présentées ci-après.



**Figure V.2 :** Courbes œdométriques de 5 cycles de chargement-déchargement sous 6400 kPa, du grès de classe 5/8 mm et de forme sous-arrondie.



**Figure V.3 :** Évolution de la dimension fractale calculée avec la méthode des masses, pour l'échantillon de schiste de classe 3.15/8 mm et de forme angulaire, à l'essai œdométrique.

Les déformations observées lors de cet essai ont plusieurs origines :

- ❖ Premièrement, les grains conservent leurs volumes, et par conséquent les déformations que l'on met en évidence ne peuvent provenir que d'une diminution de l'indice des vides.
- ❖ Deuxièmement, la modification de la structure du squelette de l'échantillon est due au glissement des grains par rapport aux autres. Les déformations de ce type sont essentiellement irréversibles suite aux micro-ruptures au voisinage des points de contacts des grains.

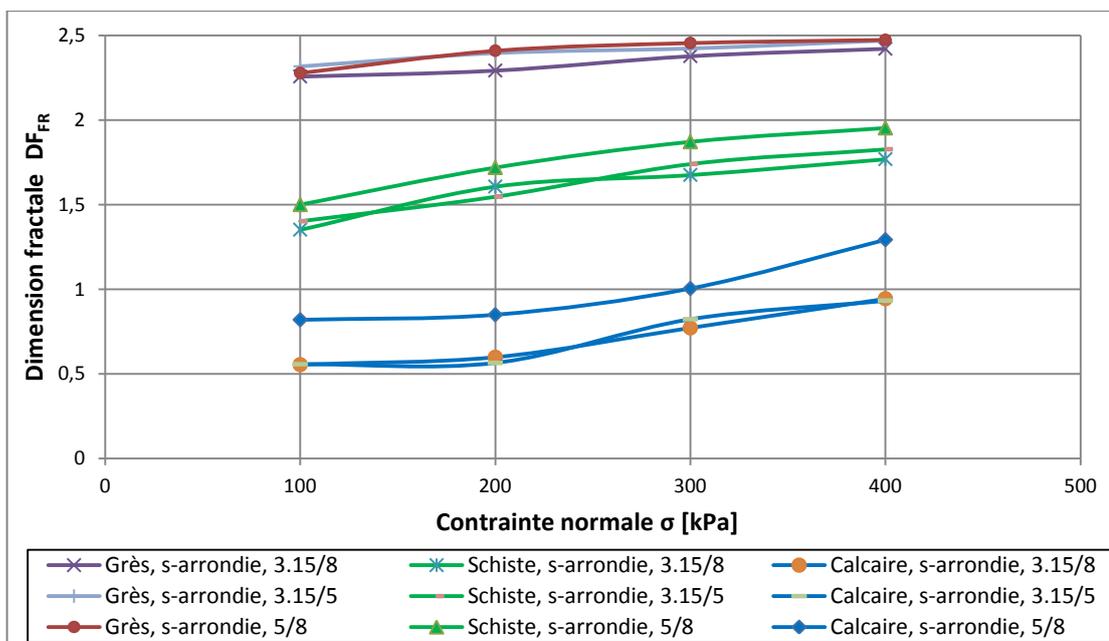
### V.2.1.2. Influence de la classe granulométrique et la taille des grains

La dimension fractale de fragmentation  $DF_{FR}$  dépend de la granulométrie choisie initialement avant la réalisation des essais.

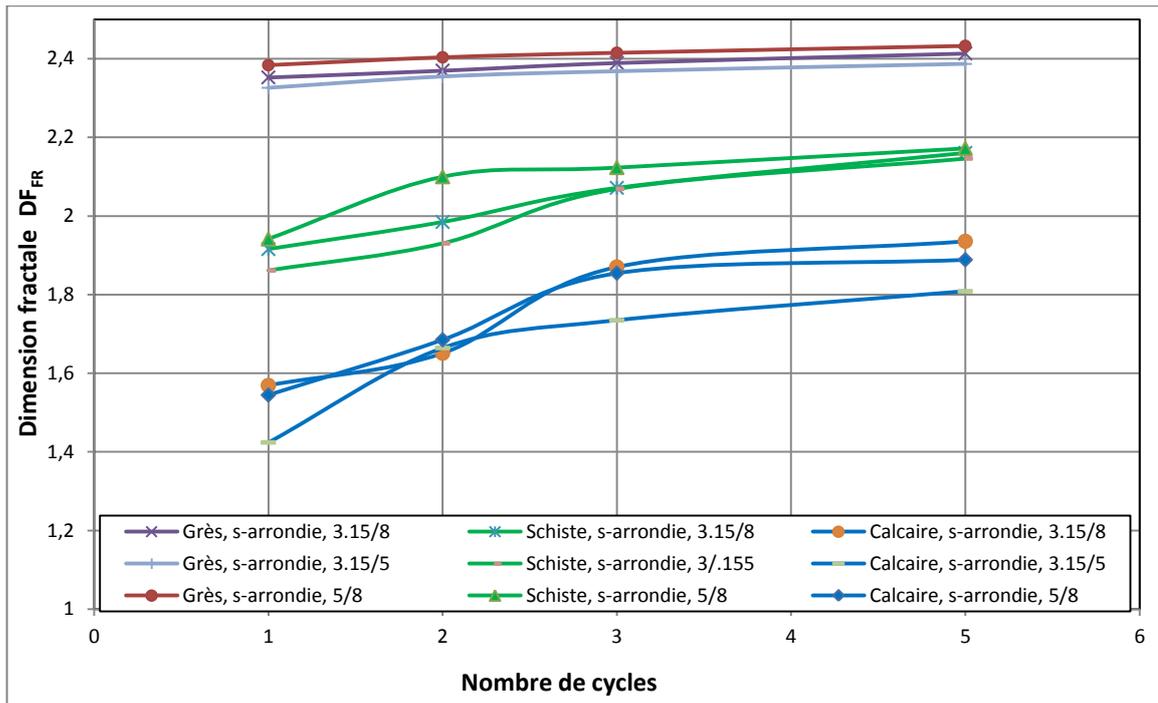
Les figures (V.4 et V.5) montrent bien que la dimension fractale de fragmentation ( $DF_{FR}$ ) augmente pour toutes les classes granulaires étudiées lorsque la contrainte ou le nombre de cycle augmente. En effet,  $DF_{FR}$  est d'autant plus importante que le nombre de cycle est élevé à l'essai œnométrique (Figure V.5).  $DF_{FR}$  obtenue après cinq cycles est supérieure à celle de trois cycles, qui est elle-même supérieure à celle de deux cycles, qui est elle aussi supérieure à celle d'un seul cycle. Ceci peut s'expliquer par le fait qu'au cours des cinq cycles de chargement-déchargement, il s'est produit un écrasement plus important lorsque les contacts entre les grains sont maximaux, ce qui réduit la taille des grains et produit des particules fines.

Les figures (V.4 et V.5) ont aussi montré que la classe granulométrique 5/8 mm s'écrase plus que les deux autres classes. En effet, plus la taille augmente, plus la probabilité de présence des zones de faiblesse (ou de fissuration) dans le grain augmente.

La rupture des grains est plus importante dans les matériaux de granulométrie uniforme, d'indice des vides élevé, sous fortes contraintes, avec une angularité élevée (MARACHI. N.D et al. 1969).



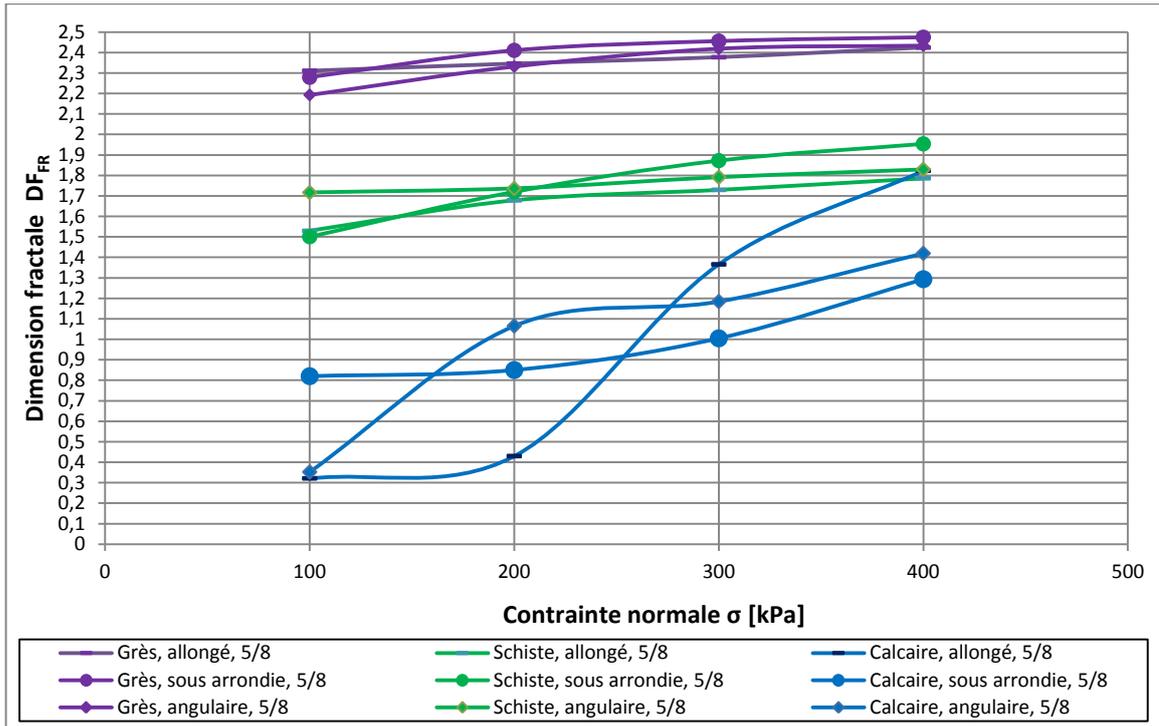
**Figure V.4 :** Évolution de la dimension fractale ( $DF_{FR}$ ) pour tous les matériaux de classes granulométriques de forme sous-arrondie, à l'essai du cisaillement.



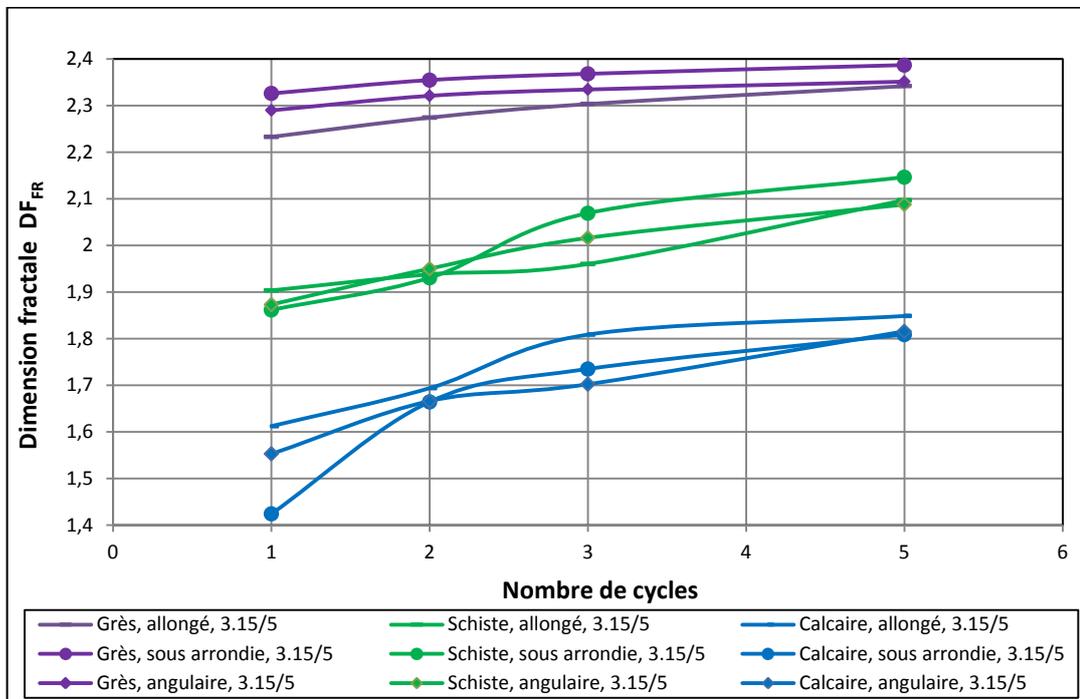
**Figure V.5 :** Évolution de la dimension fractale ( $DF_{FR}$ ) pour tous les matériaux de classes granulaires de forme sous-arrondie, à l'essai oedométrique.

### V.2.1.3. Influence de la nature du matériau

On peut apprécier l'évolution du taux d'écrasement des différents matériaux étudiés en fonction de la variation de la dimension fractale. En effet, les valeurs obtenues après les essais de cisaillement avec la méthode des masses (Figure V.6) sont comprises entre 2.1 et 2.5 pour le grès, alors qu'elles varient de 1.5 à 1.95 pour le schiste, et qu'elles ne dépassent pas 1.85 pour le calcaire. On peut donc déduire à partir des valeurs obtenues que le grès s'écrase plus que le schiste, lequel s'écrase plus que le calcaire. Cette augmentation du taux d'écrasement des grains est en fonction de l'intensité des contraintes appliquées, de la classe granulaire et de la forme des grains. Cet ordre grès-schiste-calcaire est cohérent avec les résultats des essais tels que les essais oedométriques (Figure V.7), la fragmentabilité, Micro-Deval et Los Angeles (Tableau IV.3).



**Figure V.6 :** Évolution de la dimension fractale, déterminée avec la méthode des masses, pour les trois échantillons de classe 5/8 mm des différentes formes des grains, à l’essai de cisaillement direct.

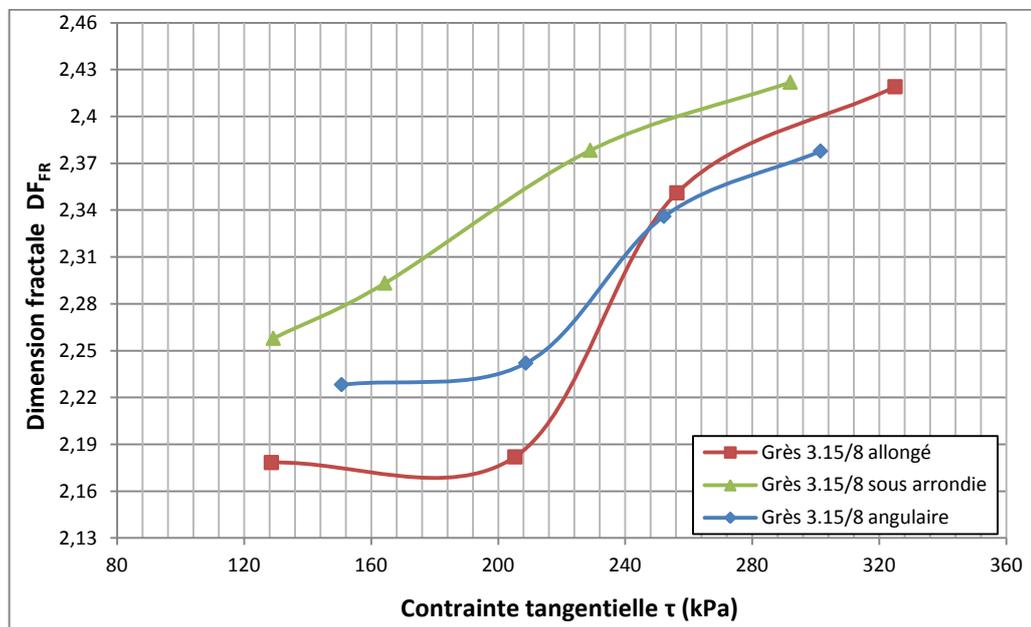


**Figure V.7 :** Évolution de la dimension fractale, déterminée avec la méthode des masses, pour les trois échantillons de classe 3.15/5 mm des différentes formes des grains, à l’essai œdométrique.

### V.2.1.4. Influence de la forme des grains

Les figures (V.6 et V.7) montrent que la forme allongée a un effet assez important sur l'évolution de la dimension fractale en fonction de la contrainte normale pour le matériau calcaire, alors que son effet est moindre pour le grès et le schiste. La forme sous-arrondie du grès s'écrase plus que les deux autres formes. Enfin, pour le schiste, la forme sous-arrondie s'écrase plus que la forme angulaire qui elle-même s'écrase plus que la forme allongée. La quantité de fragments produite dans les grains de calcaire de forme sous-arrondie est moindre que les quantités de fines obtenues à partir des échantillons du grès ou du schiste.

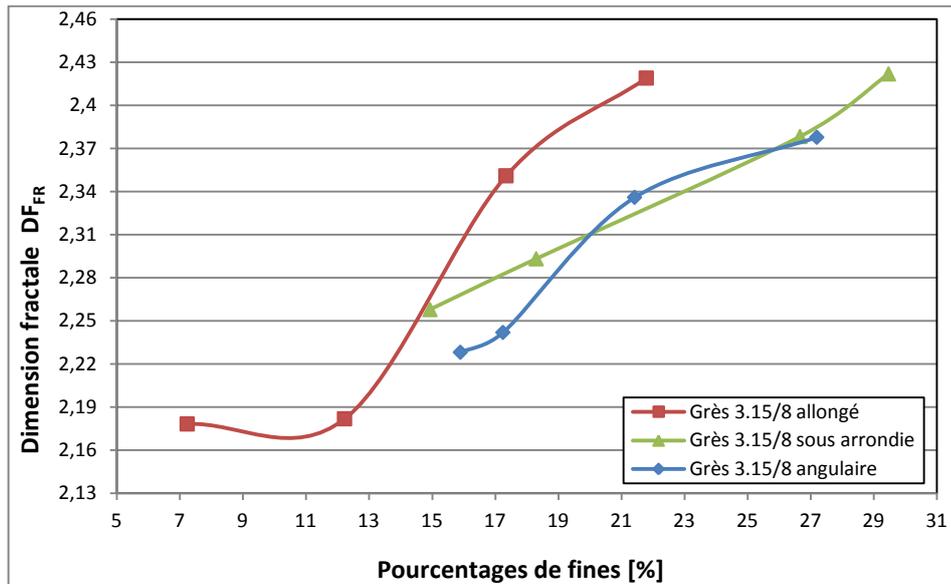
La figure (V.8) montre que les résultats sont assez similaires avec la figure (IV.18). En effet, elle présente l'évolution de la dimension fractale après cisaillement, en fonction de la contrainte tangentielle maximale, qui augmente en fonction de la charge appliquée. Les grains de forme allongée sont ceux qui ont subi une grande variation de la dimension fractale, ceci est confirmé par la figure (V.9) qui montre la grande quantité de fines produites par cette forme. Les plus grandes valeurs de  $DF_{FR}$  ont été obtenues par la forme sous-arrondie. Comme les contraintes appliquées augmentent, le grain est écrasé à chaque fois que la contrainte supplémentaire dépasse de nouveau la contrainte critique du grain.



**Figure V.8 :** Évolution de la dimension fractale ( $DF_{FR}$ ) en fonction de la contrainte tangentielle, pour les trois formes de grès de classe 3.15/8 mm, à l'essai de cisaillement direct.

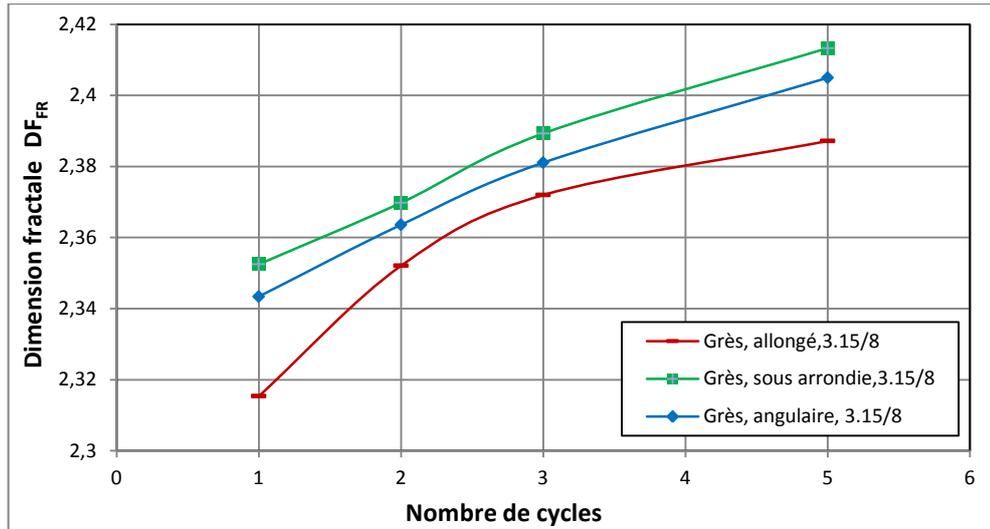
Pour la forme sous-arrondie et angulaire, les quantités de fines produites sont assez proches, toutefois les dimensions fractales sont plus élevées pour la forme sous-arrondie

(Figure V.9). Comme la contrainte normale appliquée est devenue de plus en plus élevée, il y a une augmentation de la fragmentation engendrant une augmentation de la production de particules fines comme le montre l'augmentation de  $DF_{FR}$  dans la figure (V.9). À la contrainte normale de 400 kPa, la  $DF_{FR}$  la plus élevée est 2.4219 pour la forme sous-arrondie. Selon Turcotte (1997), un échantillon a atteint l'écrasement total lorsque la dimension fractale est de 2.5. Ces valeurs de  $DF_{FR}$  montrent que les grains de grès n'ont pas été « totalement écrasés » même si, à ce niveau de contrainte, l'échantillon a connu un écrasement important.

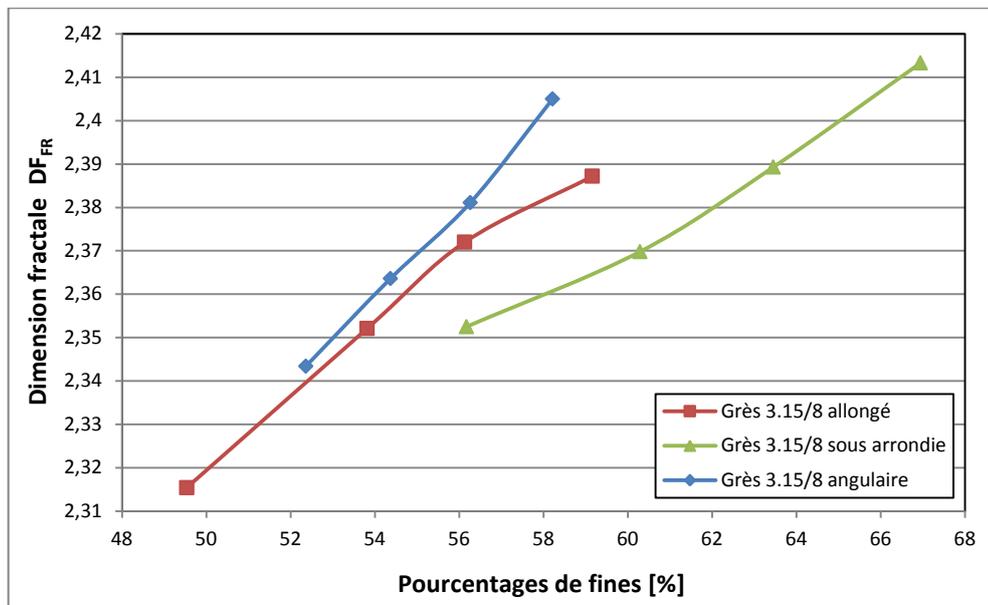


**Figure V.9 :** Évolution de la dimension fractale ( $DF_{FR}$ ) en fonction du pourcentage des fines, pour les trois formes de grès de classe 3.15/8 mm, à l'essai de cisaillement direct.

Comme le nombre de cycles appliqués augmente, il y a aussi une augmentation de la fragmentation (quantité de fines de plus en plus élevée), comme le montre l'augmentation de  $DF_{FR}$  sur la figure (V.10 et V.11). Au cinquième cycle, la  $DF_{FR}$  la plus élevée est de 2.4133, elle est obtenue pour la forme sous-arrondie. La valeur  $DF_{FR}$  obtenue pour le grès est inférieure à 2.5, cela montre que les grains n'ont pas été « totalement écrasés » à ce niveau de chargement (TURCOTTE. D.L, 1997). La forme allongée a présenté les plus petites valeurs de  $DF_{FR}$  en fonction du nombre de cycles.



**Figure V.10 :** Évolution de la dimension fractale ( $DF_{FR}$ ) en fonction de nombre de cycles, pour les trois formes de grès de classe 3.15/8 mm, à l'essai œdométrique.



**Figure V.11 :** Évolution de la dimension fractale ( $DF_{FR}$ ) en fonction du pourcentage des fines, pour les trois formes de grès de classe 3.15/8 mm, à l'essai œdométrique.

## V.2.2. Dimension fractale de rugosité $DF_R$ calculée par la méthode de Comptage des Boîtes (Box Counting)

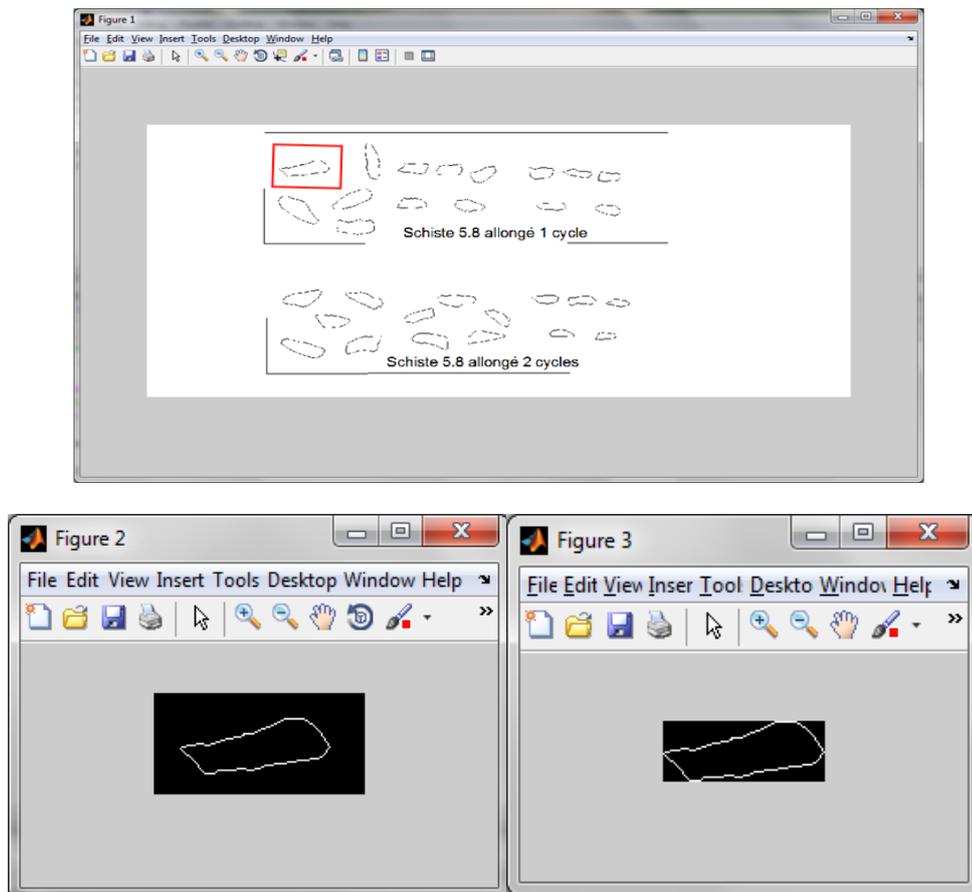
Pour cette méthode, la dimension fractale calculée est appelé dimension fractale de rugosité ( $DF_R$ ), elle dépend des paramètres suivants :

- ❖ La forme (sous-arrondie, allongée et angulaire) et la taille (grande ou petite) du grain étudié;

- ❖ L'échelle de mesure, plus l'échelle est grande, plus on aura une dimension fractale très précise ;
- ❖ La façade choisie du grain pour la prise d'image ;
- ❖ La qualité de l'image prise (nombre de pixels).

Pour calculer la dimension fractale de rugosité des grains de différents échantillons étudiés avec la méthode de Box Counting, avant et après écrasement ; un appareil photographique de bonne résolution a été utilisé afin d'avoir une meilleure analyse des contours des cinq grains colorés de chaque diamètre ; et les images ont été traitées à l'aide du logiciel *Auto-CAD 2009*.

Pour faciliter les calculs de  $DF_R$ , le logiciel *MATLAB R2009b* a été utilisé. En diminuant de plus en plus le nombre de pixels de la boîte de calcul, on se rapproche au fur et à mesure du contour réel du grain. Un exemple du calcul est présenté ci-dessous (Figure V.12), intéressant un grain de schiste de forme allongée, de  $\varnothing = 8$  mm et de classe 5/8 mm, après un cycle de chargement-déchargement, à l'essai œnométrique.



**Figure V.12** : Calcul de la dimension fractale de rugosité avec *MATLAB R2009b* par la méthode de comptage des boîtes.

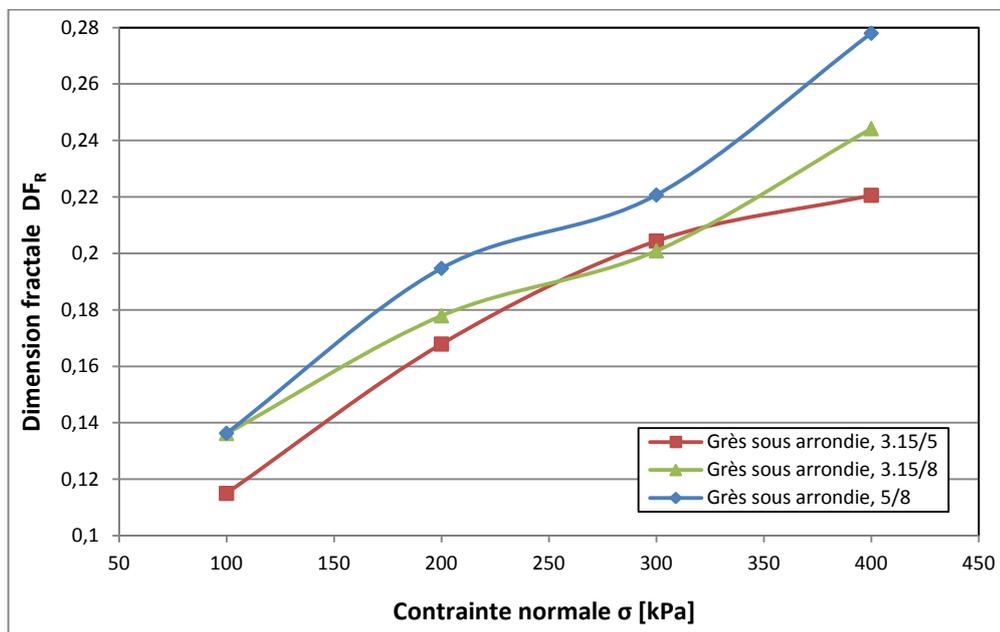
Après le calcul de  $DF_R$  pour les grains de différents échantillons écrasés au cours des essais à la boîte de Casagrande et les essais oedométriques, sous les différents chargements appliqués, les résultats suivants ont été synthétisés (les autres figures sont présentées dans l'annexe C).

### V.2.2.1. Influence du type d'essai

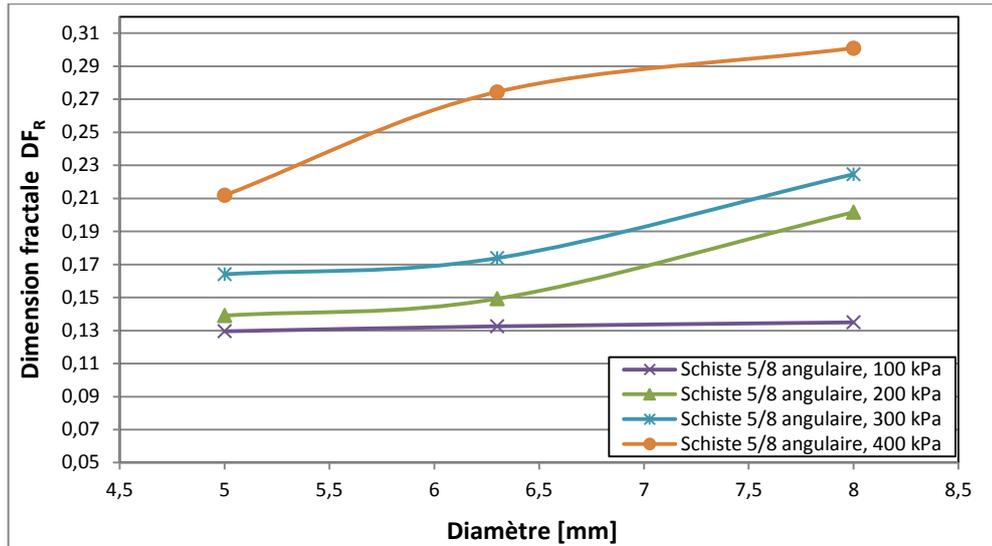
#### V.2.2.1.1. Essais à la boîte de cisaillement

Les résultats obtenus sur la dimension fractale de rugosité des grains par la méthode de Box Counting dépendent du mode de rupture qu'ils subissent. En effet, la dimension fractale diminue dans le cas d'un « fendage » et / ou d'une « rupture des aspérités » et elle augmente dans le cas d'un « écaillage » qui provoque l'augmentation des irrégularités superficielles.

C'est ce qui explique la variation de  $DF_R$  des grains des matériaux étudiés (grès, schiste et calcaire), les figures (V.13 et V.14) montrent que la valeur de  $DF_R$  des grains augmente avec l'augmentation de la contrainte normale appliquée (de 100 à 400 kPa) aux essais de cisaillement direct et cela quelle que soit la classe granulaire, la forme des grains et la nature du matériau.



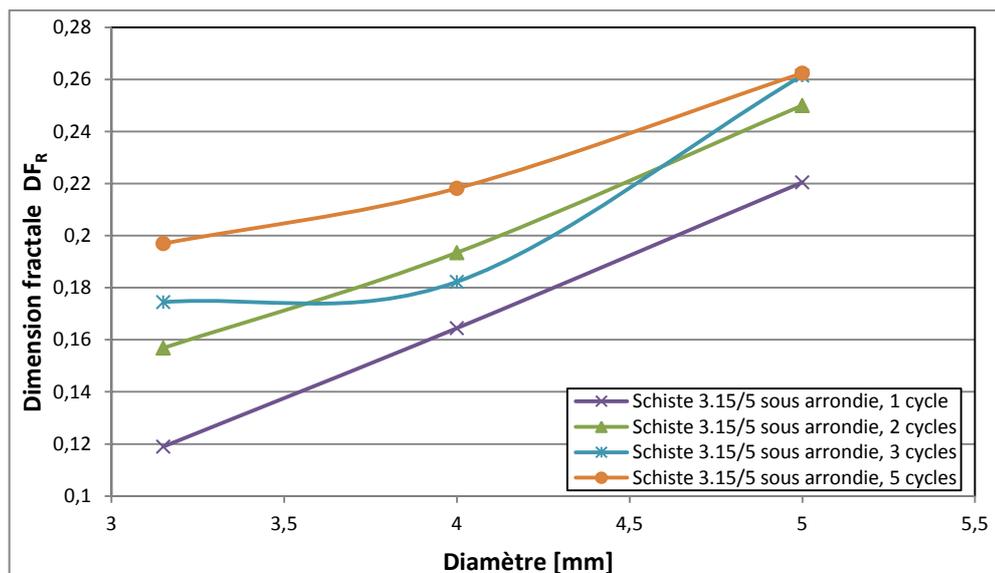
**Figure V.13 :** Variations de la dimension fractale de rugosité ( $DF_R$ ) des grains de  $\varnothing = 5$  mm, pour les trois classes granulaires du grès sous arrondi, en fonction de la contrainte normale appliquée.



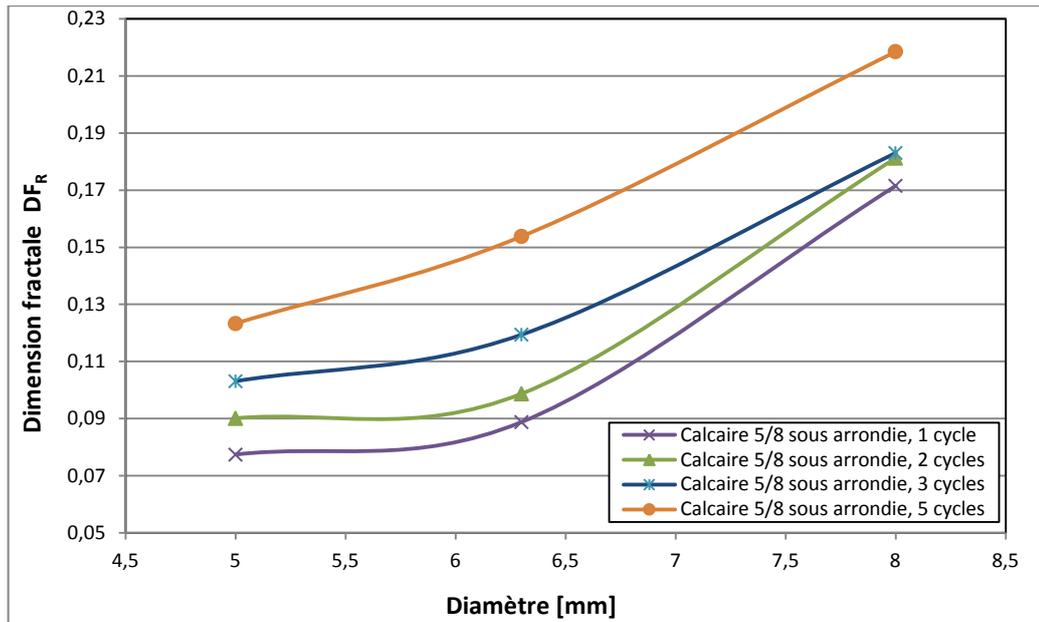
**Figure V.14 :** Variations de la dimension fractale de rugosité ( $DF_R$ ) de la classe 5/8 mm, en fonction de la contrainte normale appliquée, pour le schiste angulaire.

#### V.2.2.1.2. Essais œdométriques

Sous l'effet de l'augmentation du nombre de cycles de chargement-déchargement (de 1 à 5 cycles), il s'est produit un décalage des courbes dans l'ordre croissant pour tous les échantillons étudiés aux essais œdométriques. En effet, plus le nombre de cycles est élevé plus l'écrasement des grains augmente, ce qui induit une augmentation de l'écart de la dimension fractale de rugosité ( $DF_R$ ). Les résultats des grains de schiste et de calcaire de forme sous-arrondie sont présentés dans les figures (V.15 et V.16).



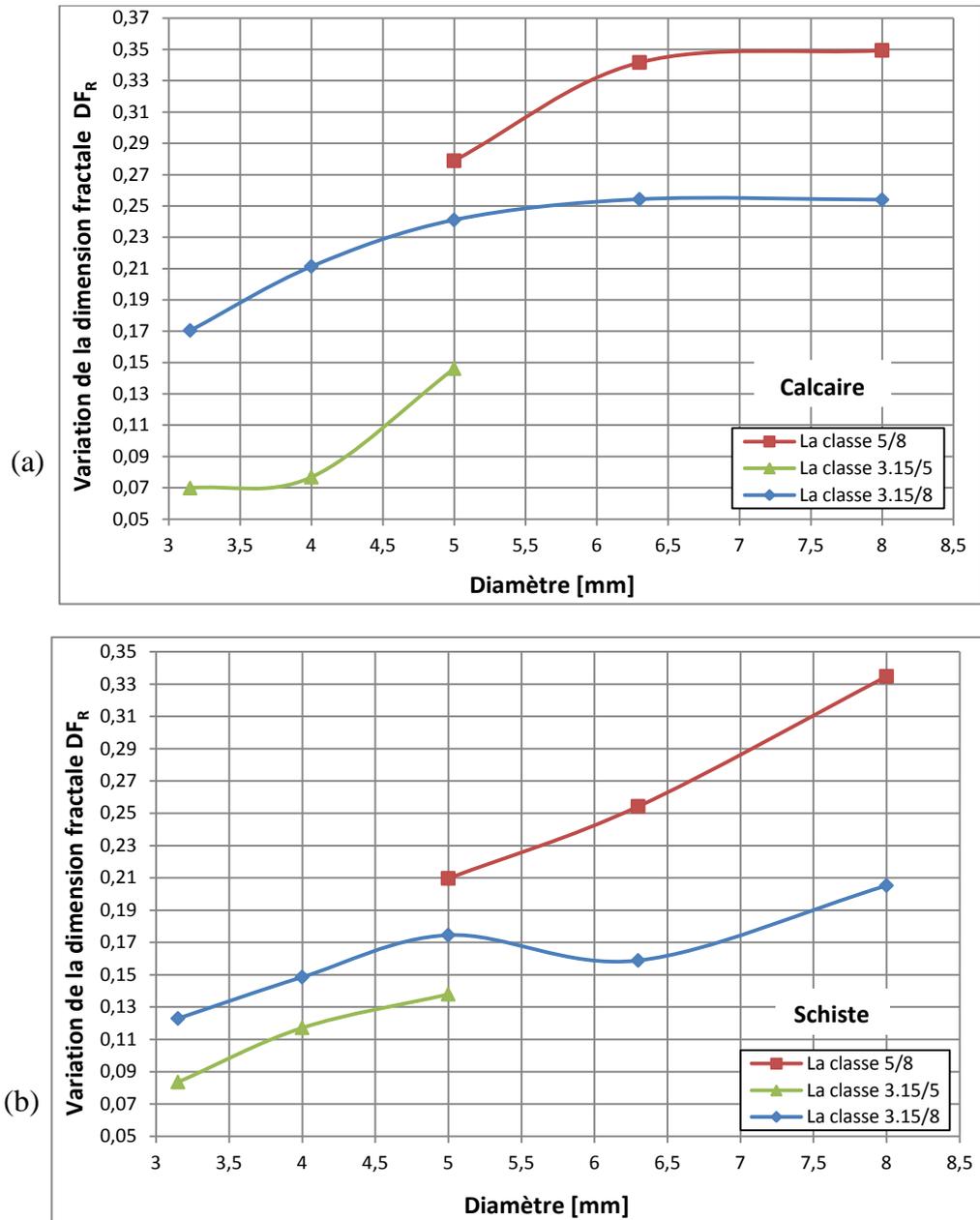
**Figure V.15 :** Variations de la dimension fractale de rugosité ( $DF_R$ ) de la classe 3.15/5 mm, pour le schiste sous-arrondi, en fonction de nombre de cycles de chargement.



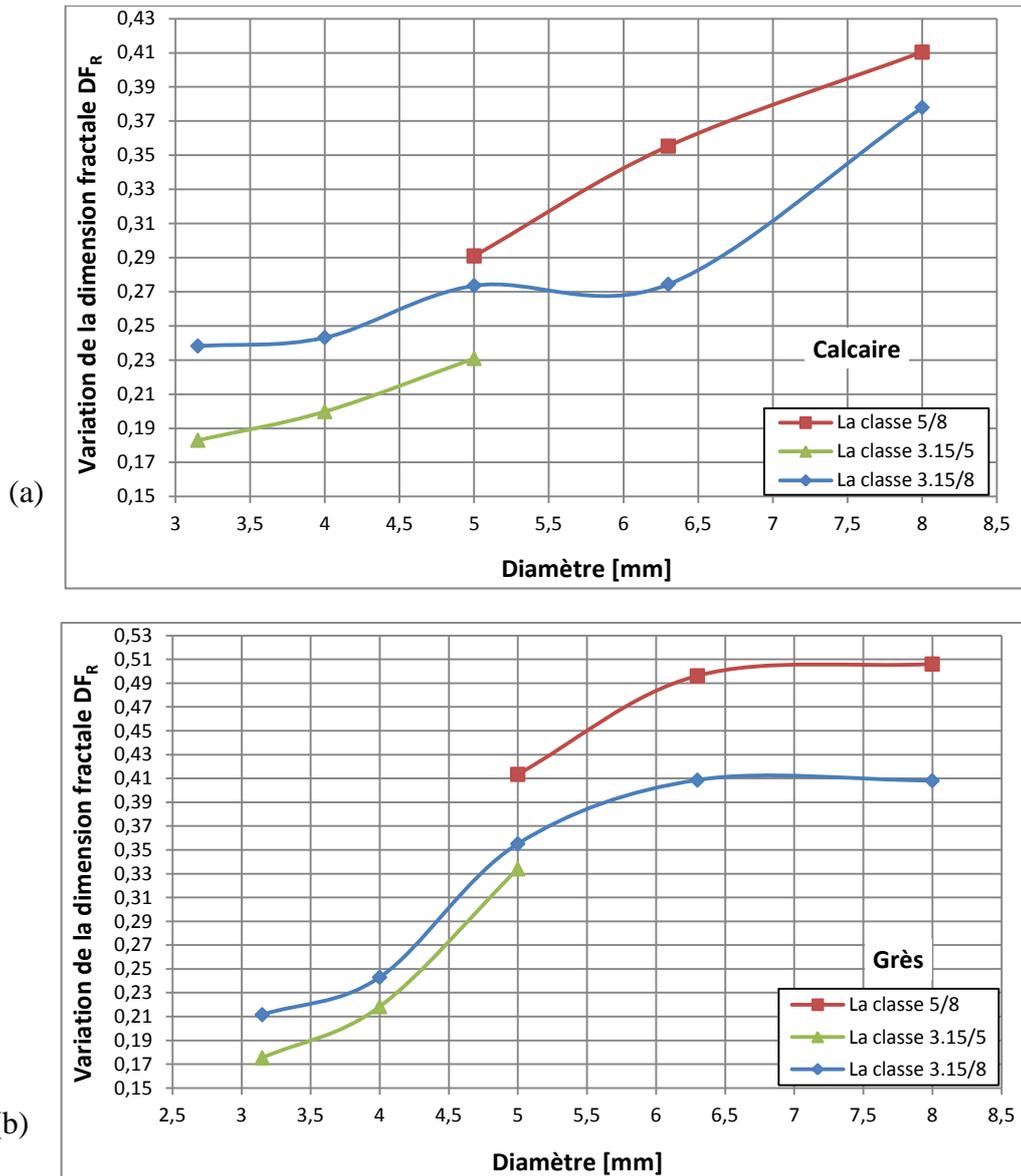
**Figure V.16 :** Variations de la dimension fractale de rugosité ( $DF_R$ ) de la classe 5/8 mm, pour le calcaire sous-arrondi, en fonction de nombre de cycles de chargement.

#### V.2.2.2. Influence de la classe granulométrique et la taille des grains

Les figures (V.17, a&b ; V.18, a&b) montrent que la classe granulométrique 5/8 mm s'écrase plus que la classe 3.15/8 mm, laquelle s'écrase plus que la classe 3.15/5 mm. La  $DF_R$  calculée augmente avec l'augmentation de la taille des grains (diamètre des grains) tant pour le calcaire que pour le schiste et le grès et cela quels que soient la classe granulaire et le chemin des contraintes suivi (cisaillement ou oedométrique). La production de fines lors des essais est plus importante dans le cas des grains de gros diamètres (8 et 6.3 mm) que dans le cas de grains de petits diamètres (4 et 3.15 mm). Les grains de 8 mm ont subi un écrasement plus important, dû à la rupture des angularités par abrasion ; par contre pour les petits grains 3.15 et 4 mm, c'est une rupture par écaillage qui a provoqué l'augmentation de la rugosité des grains. Ce résultat s'explique par le fait que les grains les plus petits sont plus résistants que les plus gros. En effet, plus la taille augmente, plus la probabilité de présence des zones de faiblesse (ou de fissuration) dans le grain augmente.



**Figure V.17 (a&b) :** Variations de  $DF_R$  en fonction des diamètres analysés, pour les trois classes granulaires de calcaire et schiste de forme allongée, soumis à 400 kPa à l'essai de cisaillement direct.



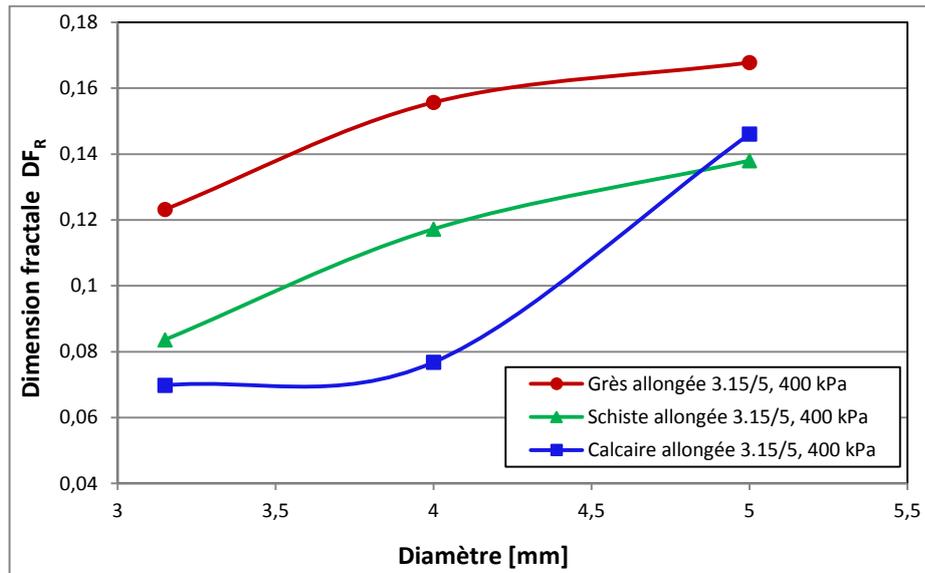
**Figure V.18 (a&b) :** Variations de  $DF_R$  en fonction des diamètres analysés, pour les trois classes granulaires de calcaire de forme allongée et de grès de forme sous-arrondie, soumis à 5 cycles de chargement-déchargement à l'essai œdométrique.

### V.2.2.3. Influence de la nature du matériau

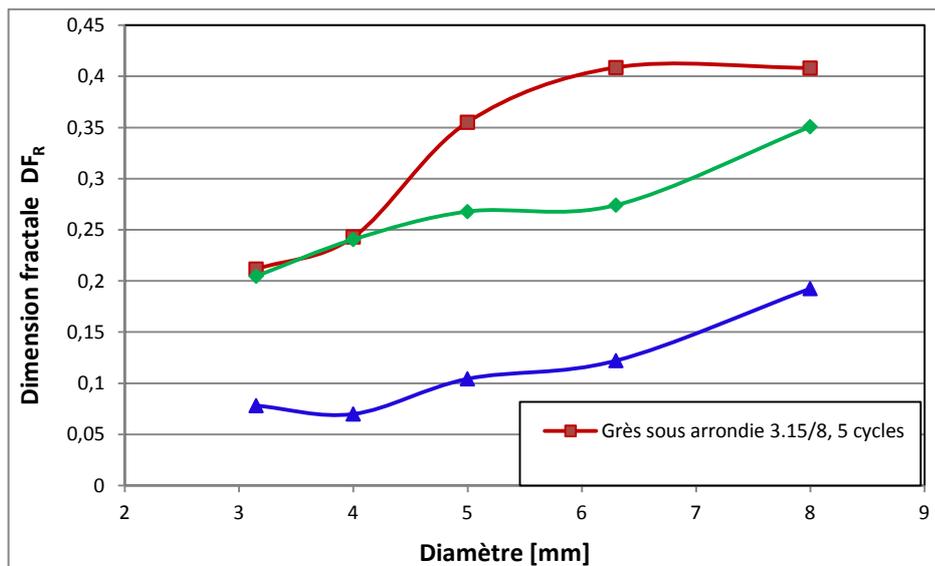
Sous l'effet de l'augmentation de l'intensité de chargement et le nombre des cycles pour les trois matériaux, il s'est produit un décalage des courbes dans un ordre croissant, ce qui a induit une augmentation de l'écart de  $DF_R$  (Figures V.19 et V.20). Cependant, sous une sollicitation faible, la variation de la dimension fractale des grains est faible.

L'augmentation de l'écart de  $DF_R$  montre que le matériau grès s'écrase plus que les deux autres matériaux (schiste et calcaire) et cela quel que soit le diamètre des grains 3.15, 4,

5, 6.3 ou 8 mm. Ce qui n'est pas le cas pour le calcaire qui s'écrase beaucoup moins que le grès et le schiste, confirmant les résultats présentés dans les figures (V.19 et V.20) et correspondant aux constatations au MEB, particulièrement pour les grains du grès. Ces microfissures se propagent lorsque les grains sont soumis à un chargement élevé. La taille des grains des trois matériaux a diminué lorsque la contrainte ou le nombre de cycles augmente. En fait, une fois que les aspérités du grain ont été brisées, son corps principal est soumis à l'abrasion et à la fragmentation rendant la surface du nouveau grain rugueuse.



**Figure V.19 :** Variation de  $DF_R$  en fonction des diamètres des grains de forme allongée des trois matériaux, écrasés sous 400 kPa.



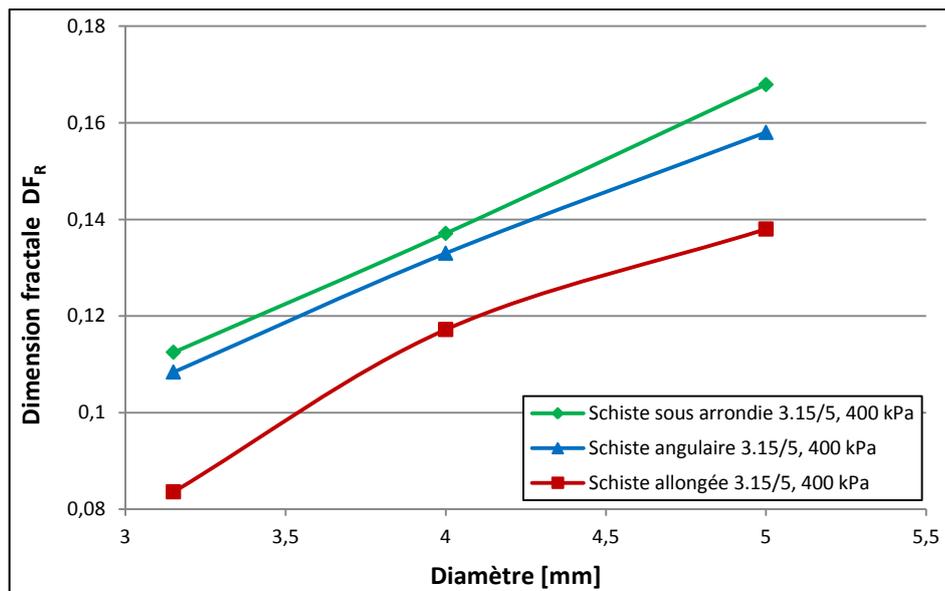
**Figure V.20 :** Variation de  $DF_R$  en fonction des diamètres des grains de forme sous-arrondie des trois matériaux, écrasés sous cinq cycles de chargement-déchargement.

#### V.2.2.4. Influence de la forme des grains

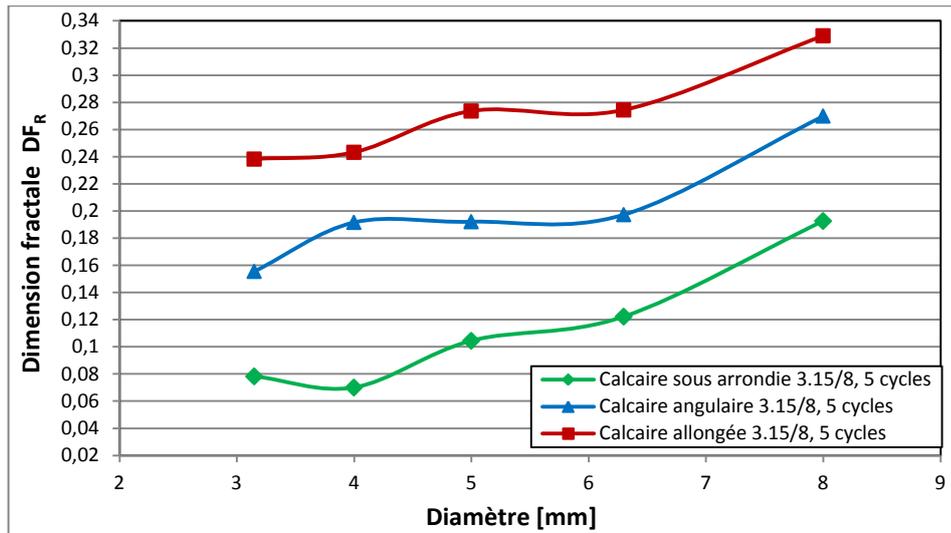
Il a été constaté que la forme sous arrondie s'écrase plus que les deux autres formes, tant pour le grès que pour le schiste. Pour les formes sous-arrondie et angulaire, la variation de  $DF_R$  est assez proche, toutefois elle est plus élevée pour la forme sous-arrondie (Figure V.21).

L'évolution de la dimension fractale des grains de forme allongée du calcaire présente des valeurs plus élevées que celles des échantillons de grains de formes sous-arrondie et angulaire, et cela quels que soient le nombre de cycles de chargement-déchargement et la contrainte appliquée. Ceci peut être expliqué par le taux d'écrasement qui est plus important pour la forme allongée que pour les deux autres formes étudiées (Figure V.22).

La forme allongée a un effet assez important sur l'évolution de la dimension fractale pour le matériau calcaire (Figure V.22), alors que son effet est moindre pour le grès et le schiste (Figure V.21).



**Figure V.21 :** Variations de  $DF_R$  en fonction des diamètres analysés, pour les trois formes de classe 31.5/5 mm du schiste, soumis à 400 kPa à l'essai de cisaillement direct.



**Figure V.22 :** Variations de  $DF_R$  en fonction des diamètres analysés, pour les trois formes de classe 3.15/5 mm du calcaire, soumis à cinq cycles de chargement-déchargement.

### V.3 CONCLUSION

Les matériaux granulaires, dans la nature et les différents ouvrages construits, subissent différents niveaux de fragmentation. Il est reconnu l'existence de problèmes liés à la structure fragile de certaines roches telles que le schiste, le grès ou le calcaire, utilisées dans cette étude. La dimension fractale est un paramètre qui permet une meilleure compréhension des changements induits par l'écrasement des grains lors des différentes sollicitations. Elle est affectée par plusieurs paramètres (la dimension, la taille et la forme des grains ainsi que le chemin de contraintes, etc.) qui influent significativement sur le mode de rupture des grains, lequel conduit soit à l'augmentation des irrégularités des grains ou à la diminution de celles-ci. Les valeurs élevées de la dimension fractale sont associées à de fortes contraintes normales à l'essai du cisaillement ou à un nombre élevé de cycles à l'essai oedométrique, qui provoquent des changements de taille et de forme des grains engendrant une diminution de la résistance au cisaillement.

Il a été déterminé qu'avec une augmentation de la teneur en fines la dimension fractale augmente. L'essai oedométrique génère plus de rupture des grains, ce qui conduit à une grande variation de la dimension fractale en comparaison avec l'essai de cisaillement. Ceci nous a permis de relier la dimension fractale aux contraintes normales de cisaillement et au nombre de cycles de chargement-déchargement. Ces rapports ont été comparés en fonction de la quantité de fines produites, de la dureté et la nature des matériaux, de la classe granulométrique ainsi que de la taille et la forme des grains.

## *Chapitre VI*

# *RÉSULTATS DE LA MÉTHODE TRIDIMENSIONNELLE (3D)*

### **VI.1. INTRODUCTION**

Les différents problèmes de stabilité structurelle des sols et leur comportement mécanique ont été largement étudiés. Ainsi, on sait que sous confinement la réponse aux chargements dépend du niveau et du chemin de contraintes, et engendre le phénomène de rupture et d'écrasement des grains par une action mécanique. Celle-ci génère une réduction de la taille des grains et une modification de leur forme et de leur structure externe. Ce comportement est rendu plus complexe en raison de plusieurs paramètres influençant leur comportement. La notion de dimension fractale est en accord avec le concept de dimension et de complexité de la structure des grains.

Des techniques de mesure de la dimension fractale ont été utilisées et de nombreuses méthodes ont été inventées et sont à disposition, comme la méthode des masses et la méthode de Box Counting déjà utilisées dans cette étude.

L'étude d'une image par l'analyse fractale consiste à mesurer la répétition de structure à une certaine échelle. Cette analyse peut donc être mise en œuvre sur le contour du grain (la méthode de Box Counting) ou bien encore sur les niveaux de gris de l'image par la méthode de Comptage Différentiel de Boîtes tridimensionnelles (DBC), qui est inventée pour améliorer la méthode de Comptage de Boîtes bidimensionnelles (BC). L'information essentielle ainsi obtenue est la dimension fractale du grain considéré.

## **VI.2. RÉSULTATS DE LA MÉTHODE DE COMPTAGE DIFFÉRENTIEL DE BOÎTES AVANT ET APRÈS ESSAIS**

Les phénomènes de rupture et d'écrasement des grains par une action mécanique génèrent une réduction de leur taille, une évolution de la granulométrie et donc un changement de leur forme et de l'état de leur surface externe. Pour tenir compte de tous ces changements localisés, un programme a été implémenté à base de la méthode de Comptage Différentiel de Boîtes ou Differential Box Counting (DBC), qui permet de faire un calcul des dimensions fractales globale et locale ; ce qui rend l'algorithme puissant et un peu plus compliqué que le précédent (celui de la méthode bidimensionnelle de Box Counting). Cependant, aucun pré-traitement n'est requis puisque son principe repose sur l'étude des niveaux de gris.

Une série d'essais de cisaillement direct et d'essais œdométriques monotones a été réalisée pour étudier l'influence des principaux paramètres pris en compte dans cette étude (la rugosité, la forme et la taille des grains, la classe granulométrique...) sur le comportement mécanique des matériaux granulaires locaux choisis (grès, schiste et calcaire).

Le calcul de la dimension fractale a été effectué par la méthode tridimensionnelle appliquée, avant et après chaque essai, sur les mêmes images des grains sélectionnés pour les autres méthodes de calcul déjà utilisées, à l'aide du programme MATLAB R2009b. L'ensemble des valeurs obtenues est présenté ci-après, les résultats détaillés étant présentés en annexe D.

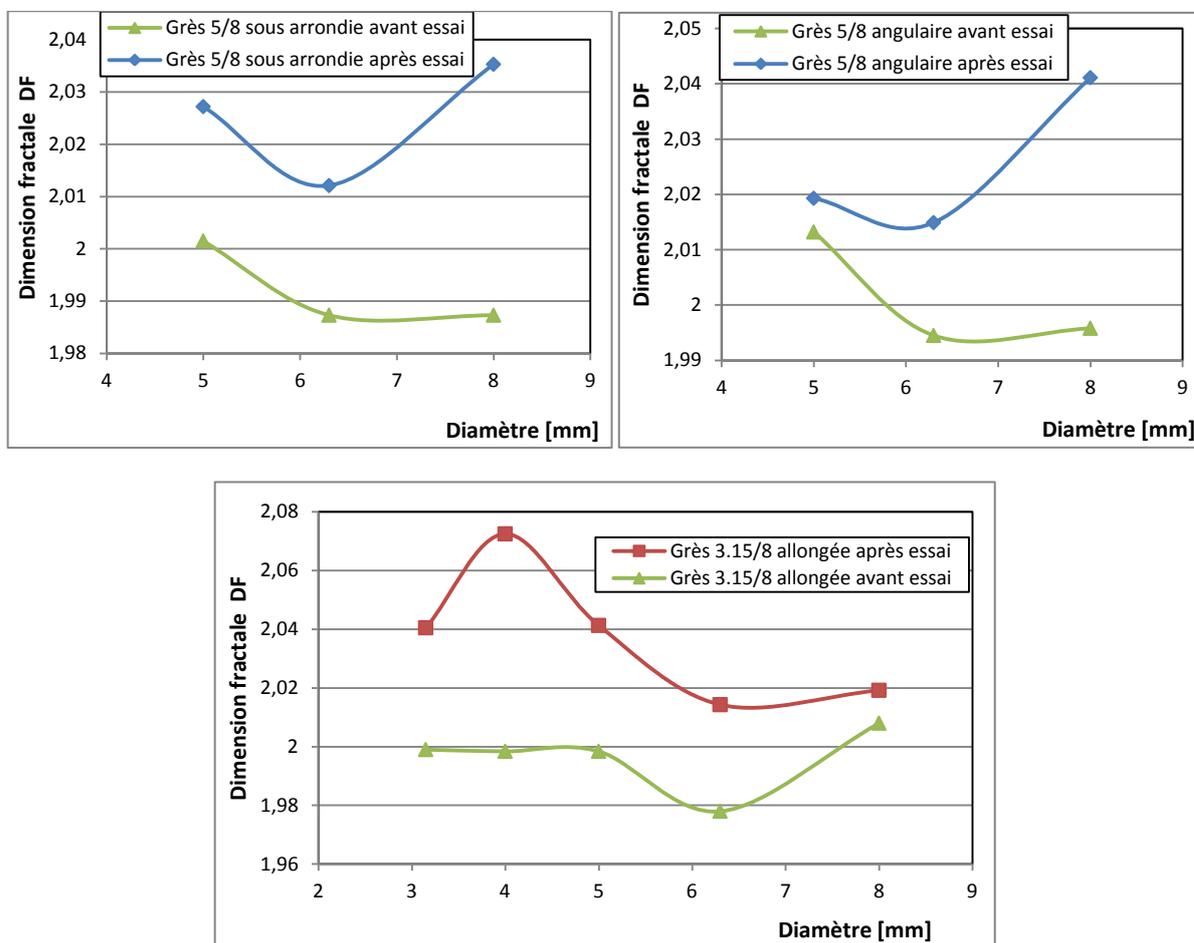
### **VI.2.1. Essais de cisaillement direct**

Les essais ont été réalisés avec un chemin de chargement à contrainte normale constante. Une gamme de contraintes de 100 à 400 kPa a été explorée, ce qui nous a permis de faire des comparaisons entre les résultats.

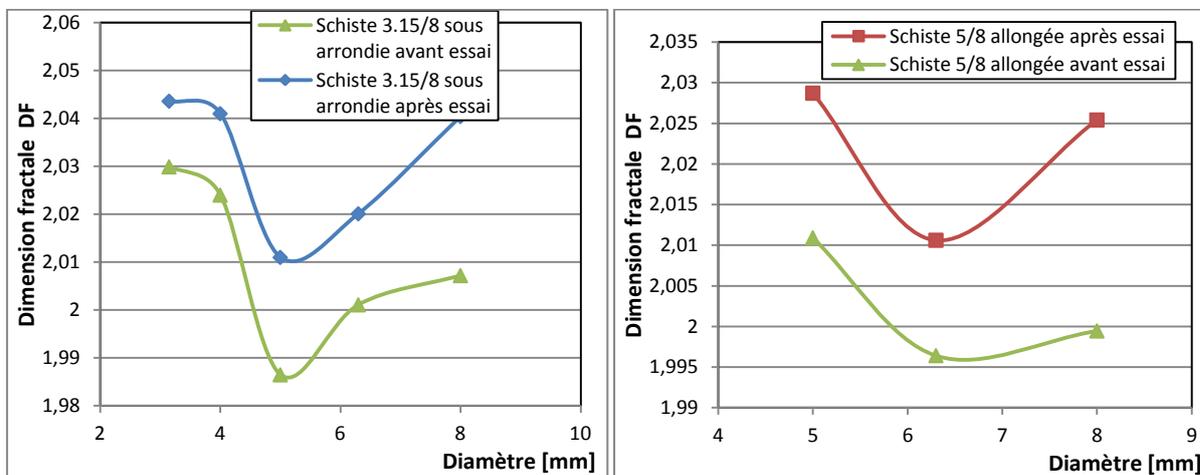
L'évolution des valeurs de la dimension fractale calculée avec la méthode tridimensionnelle (DBC), avant et après écrasement sous une contrainte normale de 400 kPa, est illustrée dans les figures (VI.1 à VI.3). L'analyse de ces figures a montré que la valeur de la dimension fractale augmente considérablement après chaque essai et cela quelle que soit la contrainte appliquée, la forme des grains, la classe granulaire et le type de matériau.

L'analyse des résultats obtenus montre que dans le cas des fortes contraintes, le taux d'écrasement et le frottement des grains des différents échantillons augmentent, ce qui conduit à la modification de l'état des surfaces externes des grains, engendrant un changement de la

texture et de la couleur des grains des matériaux vers une couleur plus claire que l'initiale. Ceci est causé par la dégradation (écrasement) des grains au cours de l'essai, donnant une différence remarquable des niveaux de la couleur grise des images analysées des grains après les essais, se traduisant par des augmentations des dimensions fractales calculées.



**Figure VI.1 :** Dimension fractale (DF) avant et après essais de cisaillement direct pour toutes les formes de grains du grès.



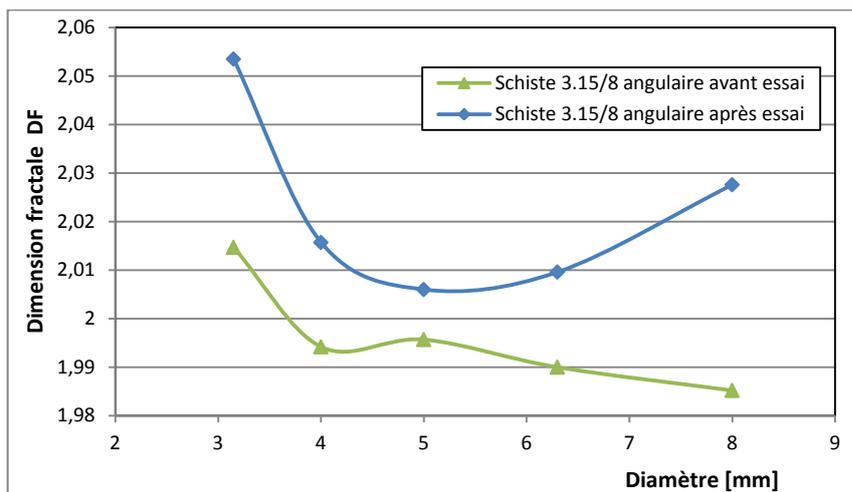


Figure VI.2 : Dimension fractale (DF) avant et après essais de cisaillement direct pour toutes les formes de grains du schiste.

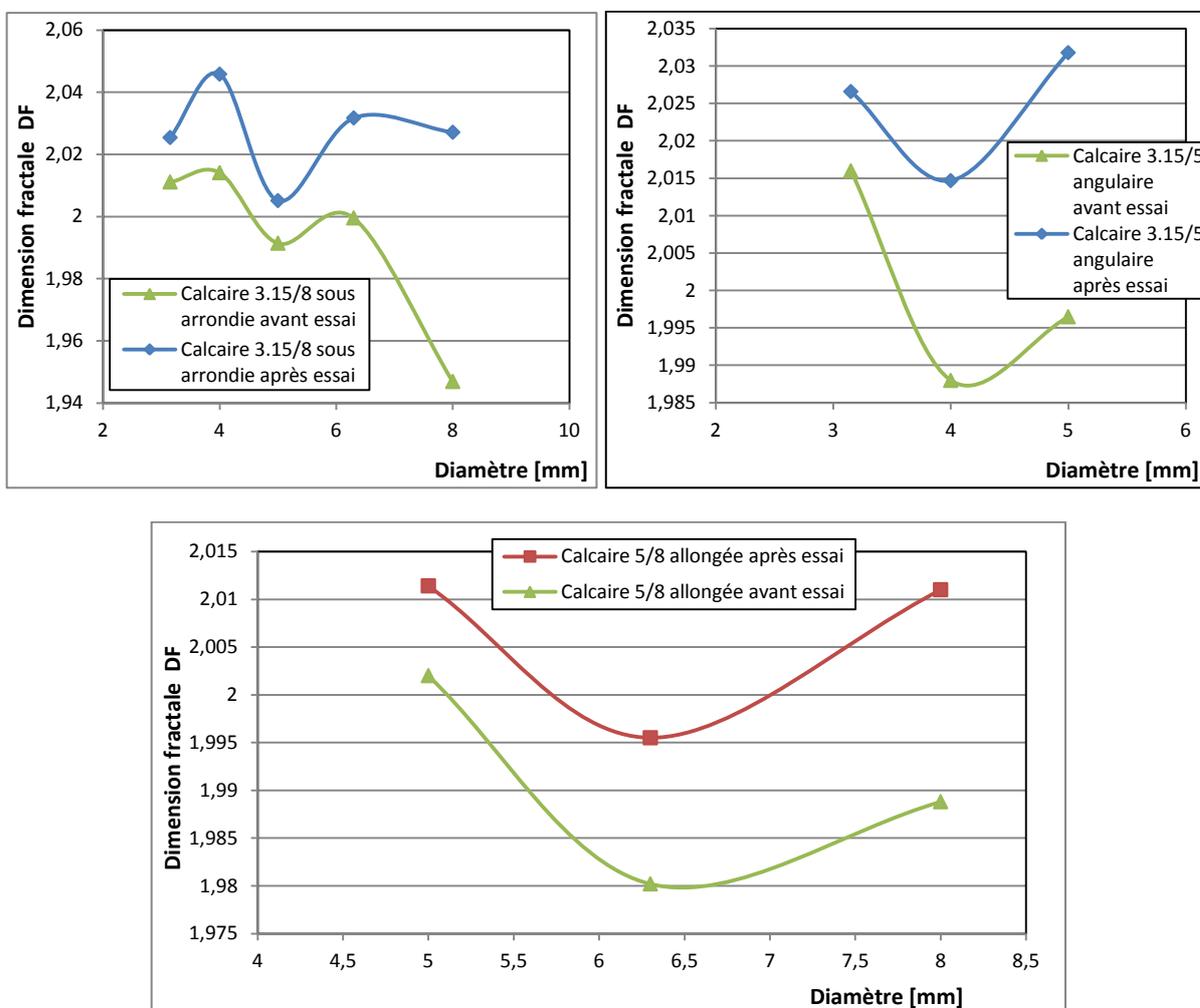
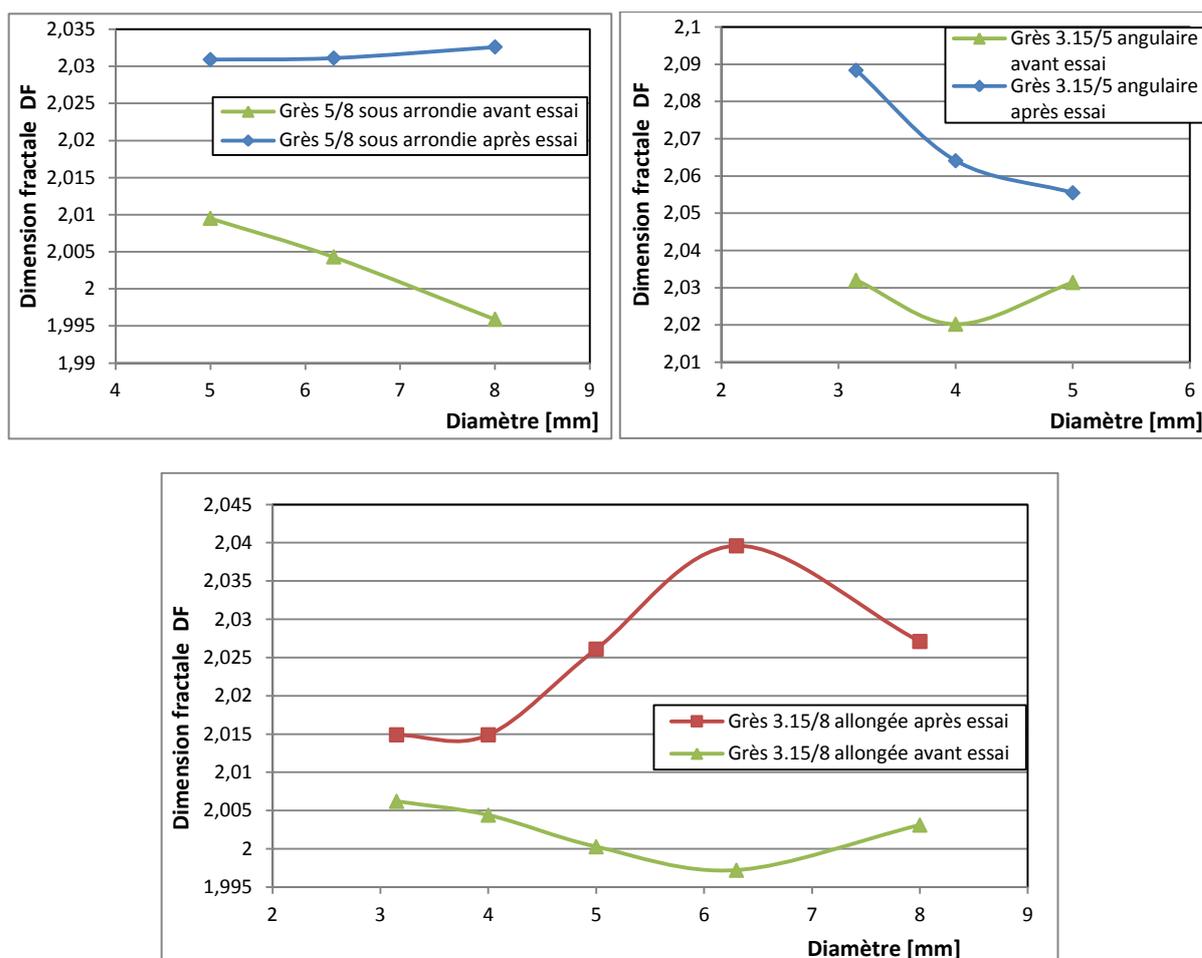


Figure VI.3 : Dimension fractale (DF) avant et après essais de cisaillement direct pour toutes les formes de grains du calcaire.

### VI.2.2. Essais œdométriques

Les résultats du calcul de la dimension fractale trouvés pour les essais œdométriques sont différents de ceux trouvés dans les essais de cisaillement : l'écart entre les valeurs de la dimension fractale avant et après essais œdométriques (Figures VI.4 à VI.6) est plus important que celui constaté avant et après les essais de cisaillement direct. Ce qui nous emmène à dire que sous l'effet des cycles de chargement-déchargement, les grains des matériaux étudiés ont subi un écrasement plus intense qu'au cours de l'application des contraintes normales à l'essai de cisaillement direct, ce qui induit une modification remarquable de l'état de leur texture externe au niveau des points de contact. Effectivement, une fois que les grains occupent les interstices, ils subissent un écrasement suivant le mode d'abrasion et parfois même suivant le mode d'écaillage. En effet, en augmentant le nombre de cycles et l'intensité de chargement-déchargement, on engendre plus d'écrasement et de frottement interne, et par conséquent la dimension fractale de la texture des grains augmente.



**Figure VI.4 :** Dimension fractale (DF) avant et après essais œdométriques pour toutes les formes des grains du grès.

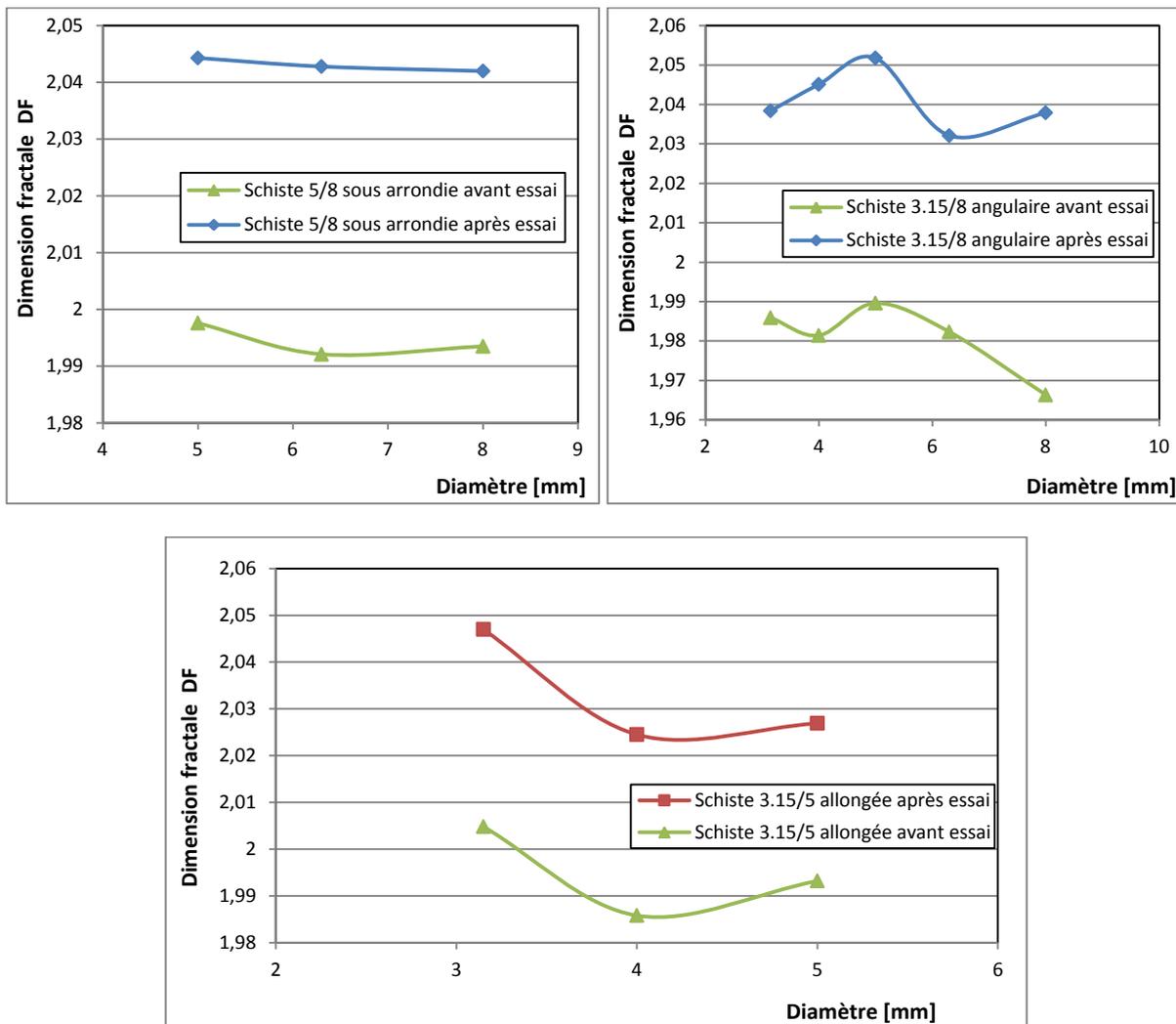
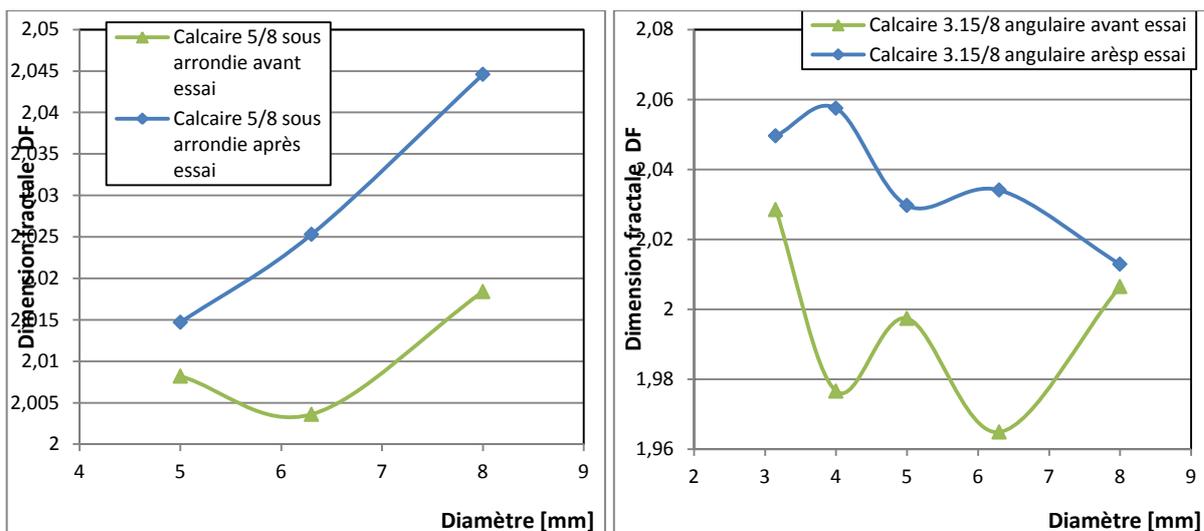
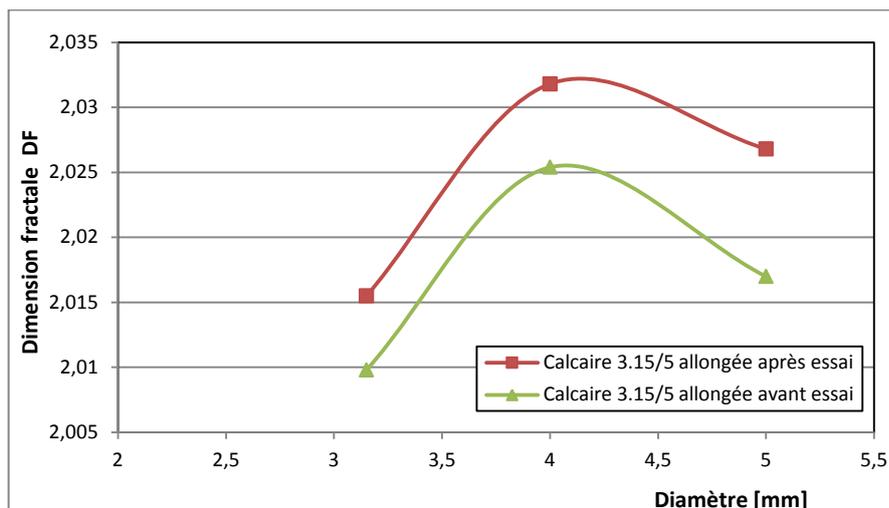


Figure VI.5 : Dimension fractale (DF) avant et après essais œdométriques pour toutes les formes des grains du schiste.





**Figure VI.6 :** Dimension fractale (DF) avant et après essais œdométriques pour toutes les formes des grains du calcaire.

Les valeurs élevées de cette dimension indiquent que les grains sont fractals. La caractéristique remarquable de la dimension fractale est qu'elle augmente toujours après les essais, avec une plus grande quantité de particules fines produites.

L'augmentation de la contrainte appliquée fait augmenter l'écrasement des grains : plus son degré est important, plus la dimension fractale calculée par la méthode de Differential Box Counting (DBC) présente des valeurs élevées.

### VI.3. ÉVOLUTION DE LA DIMENSION FRACTALE APRÈS LES ESSAIS

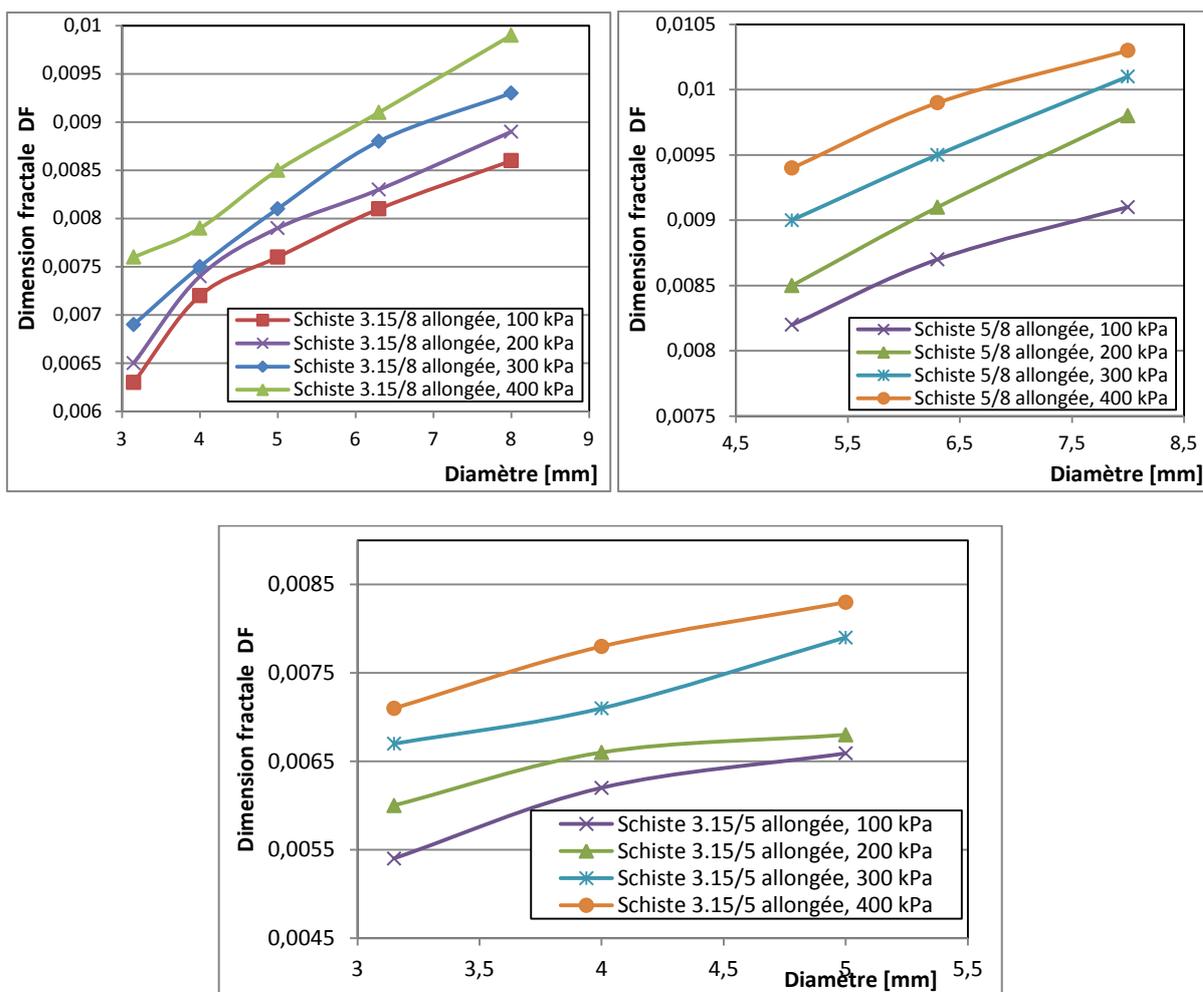
Toutes les figures présentées ci-dessus ne varient pas linéairement, elles présentent des pentes différentes qui varient selon la classe granulaire et la taille des grains, leur rugosité et leur forme, qui influent sur la variation du degré d'écrasement et donc de la dimension fractale. Ce qui nous pousse à étudier l'influence des différents paramètres sur l'évolution de la dimension fractale après les essais réalisés.

#### VI.3.1. Influence de la contrainte normale

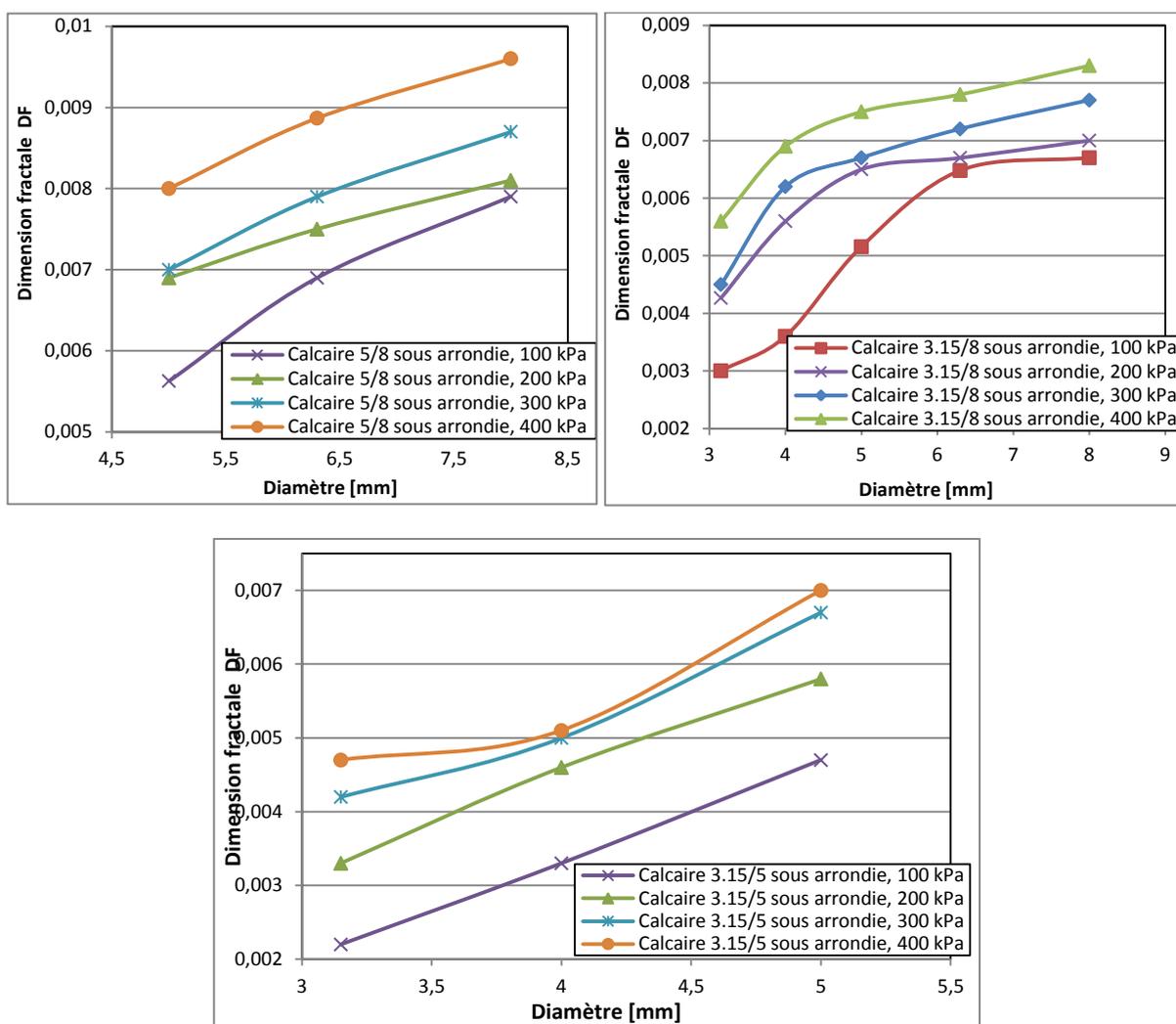
Plus la contrainte normale appliquée augmente, plus les courbes granulométriques après essais se décalent et s'étalent (Chapitre IV), ce qui montre qu'il y a eu plus d'écrasement des grains. Cet écrasement entraîne une diminution de leur taille et une modification de leur forme et de leur texture, et donc une modification de la valeur de la dimension fractale (Figures VI.7 et VI.8).

On constate après l'analyse de ces dernières (Figures VI.7 et VI.8) que l'écart de DF

augmente après les essais ; ainsi cette augmentation est d'autant plus importante que la contrainte normale appliquée est plus élevée (variant de 100 à 400 kPa). Des résultats similaires ont été obtenus pour tous les matériaux, pour toutes les classes granulaires et pour toutes les formes des grains étudiés. Par conséquent, plus la contrainte appliquée est importante plus les grains se fragmentent et la dimension fractale calculée par la méthode DBC augmente.



**Figure VI.7 :** Évolution de la dimension fractale (DF) pour toutes les classes granulaires des grains de forme allongée du schiste, en fonction de la contrainte normale.



**Figure VI.8 :** Évolution de la dimension fractale (DF) pour toutes les classes granulaires des grains de forme sous-arrondie du calcaire, en fonction de la contrainte normale.

### VI.3.2. Influence de la classe granulaire et de la taille des grains

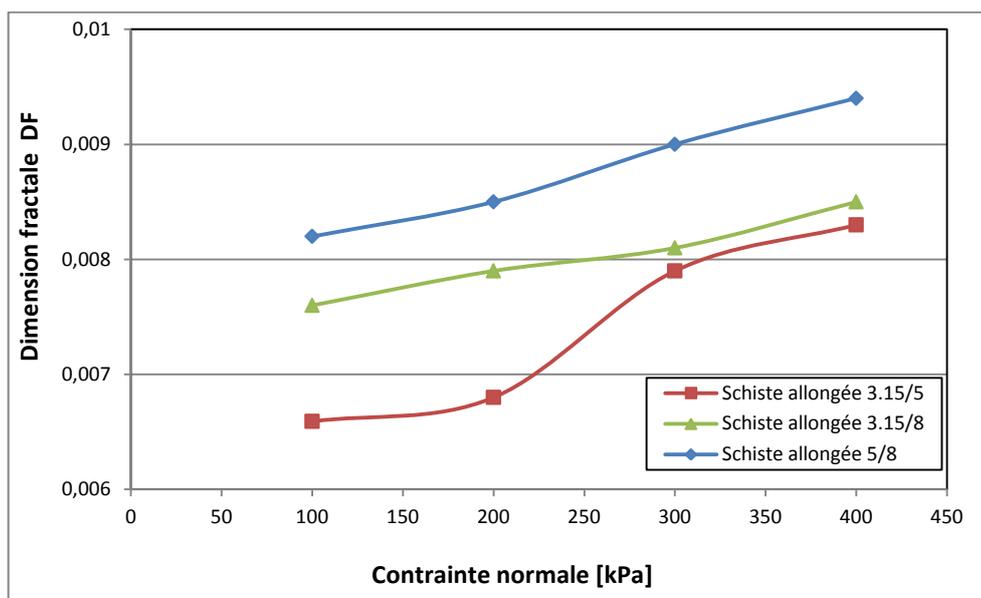
Les figures (VI.9, VI.10 et VI.11) illustrent la variation de la dimension fractale après écrasement, en fonction des classes granulaires (3.15/5, 5/8 et 3.15/8 mm) des échantillons étudiés. DF augmente pratiquement pour toutes les dimensions des grains.

La figure (VI.9) montre que l'écart de DF augmente en fonction de l'augmentation de la contrainte normale appliquée et ceci pour toutes les classes granulaires. Cet écart est d'autant plus important que le grain est gros (Figures VI.10 et VI.11) ; ce qui s'explique par la présence des angularités ou des fissures au niveau du grain qui peuvent éventuellement favoriser son écrasement. Cette variation de la dimension fractale est d'autant plus importante que la dimension des grains augmente de 3.15 à 8 mm.

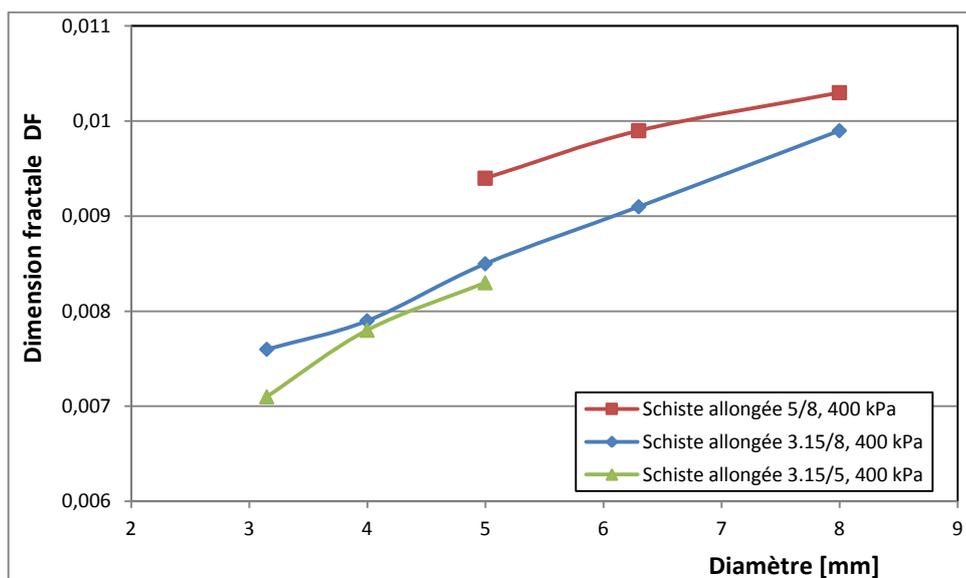
Effectivement, la classe granulaire 5/8 mm s'écrase plus que la classe 3.15/8 mm qui à son

tour s'écrase plus que la classe granulaire 3.15/5 mm (Figures VI.9 à VI.11).

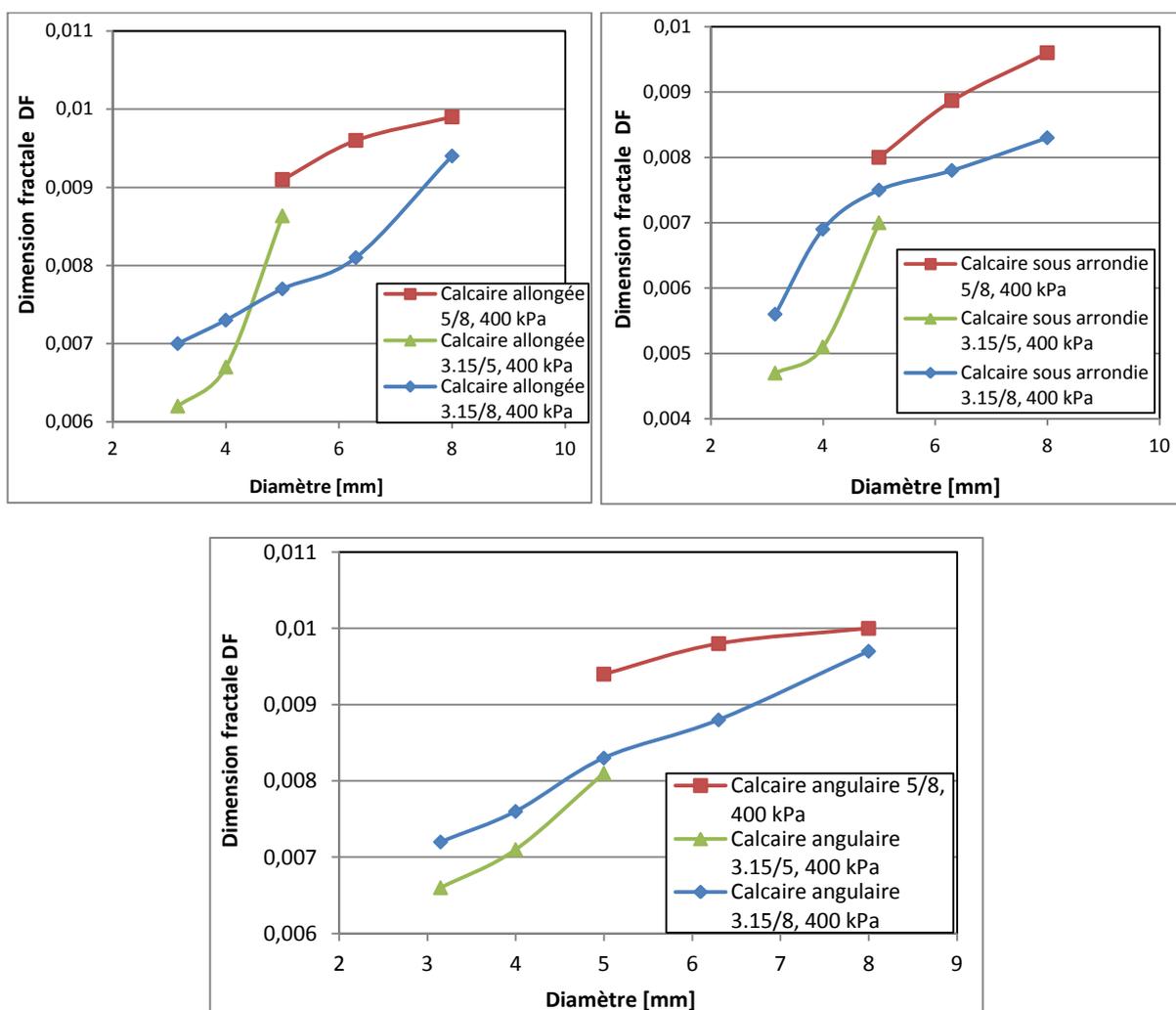
L'explication donnée est que les grains de 8 mm et de 6.3 mm de diamètre ont subi un écrasement plus important engendrant une « rupture des angularités », une « fracture » et un « fendage » qui augmentent ainsi le degré de leur irrégularité. Quant aux grains de 3,15 mm et 4 mm, leur écrasement se fait par un « écaillage » qui provoque l'augmentation de la rugosité de leurs parties surfaciques.



**Figure VI.9 :** Évolution de la dimension fractale (DF) pour toutes les classes granulaires des grains de forme allongée, en fonction de la contrainte normale.



**Figure VI.10 :** Évolution de la dimension fractale (DF) pour toutes les classes de forme allongée du schiste, sous une contrainte normale de 400 kPa.



**Figure VI.11 :** Évolution de la dimension fractale (DF) pour toutes les formes de grains de toutes les classes du calcaire, sous une contrainte normale de 400 kPa.

### VI.3.3. Influence de la forme des grains

La forme du grain joue un rôle très important sur la détermination de la dimension fractale et de son évolution.

L'analyse des figures (VI.12, VI.13 et VI.14) montre que la dimension fractale augmente toujours après les essais, et les valeurs de la dimension fractale de rugosité pour la forme angulaire sont plus considérables que celles de la forme allongée, qui elles-mêmes sont plus élevées que celles de la forme sous-arrondie. Cela s'explique par le fait que les grains de forme angulaire ont subi plus d'écrasement, suivis des grains de forme allongée et enfin les grains de forme sous-arrondie.

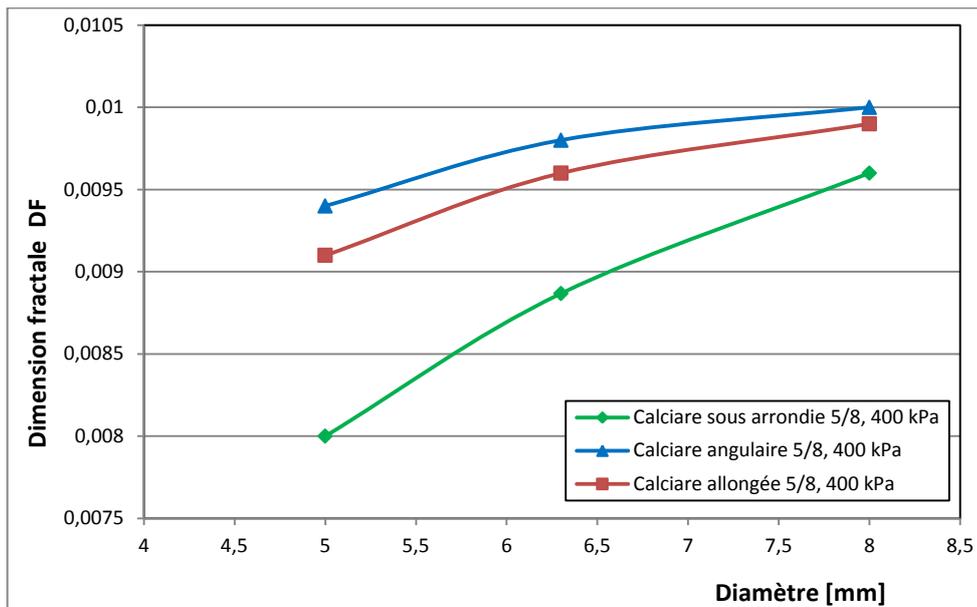


Figure VI.12 : Évolution de la dimension fractale (DF) pour toutes les formes de grains du calcaire de la classe 5/8 mm.

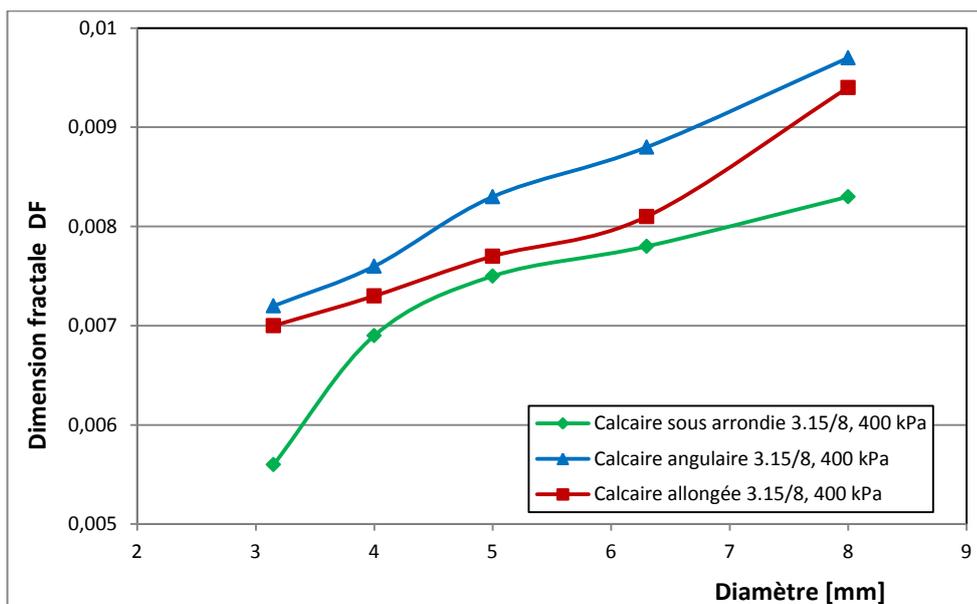
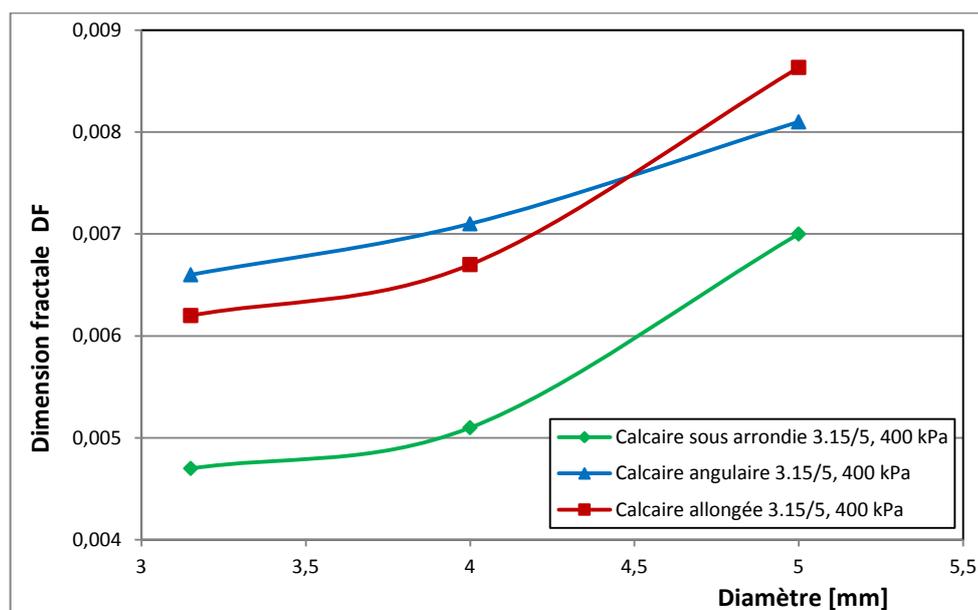


Figure VI.13 : Évolution de la dimension fractale (DF) pour toutes les formes des grains du calcaire de la classe 3.15/8 mm.



**Figure VI.14 :** Évolution de la dimension fractale (DF) pour toutes les formes de grains de classe 3.15/5 mm du calcaire, sous une contrainte normale de 400 kPa.

#### VI.4. CONCLUSION

La méthode de Differential Box Counting est une bonne méthode pour le calcul de la dimension fractale de rugosité. Cette dimension est l'une des caractéristiques principales de la géométrie fractale. Elle permet de mettre en évidence l'irrégularité des grains des différentes formes, ce qui aide à analyser le phénomène d'écrasement des grains et à comprendre leur comportement.

L'étude du comportement des matériaux granulaires, suivant différents chemins de contraintes (compression œdométrique et cisaillement direct), a permis d'évaluer le paramètre dimension fractale en fonction de plusieurs paramètres. L'ensemble des résultats obtenus se résume comme suit :

Les résultats du calcul de la dimension fractale obtenus avec cette méthode témoignent du degré d'écrasement des grains des différents matériaux étudiés. Ces résultats sont similaires avec les résultats des méthodes bidimensionnelles dans cette étude, et ceci prouve son efficacité.

L'augmentation de la contrainte normale appliquée et du nombre de cycles de chargement-déchargement fait augmenter le taux d'écrasement des grains et influe ainsi sur la variation de la dimension fractale, et cela pour les trois types des matériaux utilisés. En effet,

l'augmentation du degré d'écrasement se traduit généralement par l'augmentation de la dimension fractale des grains.

Les grains des différentes formes, tailles et classes granulaires, donnent des dimensions fractales finales très variées ; cela prouve qu'elles sont affectées par plusieurs paramètres (la dimension, la taille et la forme des grains, leur nature ainsi que le chemin et l'intensité du chargement appliqué, etc.). Ceux-ci influent significativement sur le mode de rupture des grains et conduisent par conséquent à l'augmentation ou à la diminution des irrégularités des grains.

L'analyse de la dimension fractale d'une image semble être véritablement un outil puissant pour comparer les caractéristiques intrinsèques des grains liées à leur fragmentation. Les algorithmes donnent donc une estimation satisfaisante de la dimension fractale.

## **REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**

- **ACHIR. M (2011)** « Caractérisation du phénomène d'écrasement par l'étude de la dimension fractale des grains » Mémoire de magister en génie civil option Géotechnique et Environnement, LGEA, Université mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou.
- **AFNOR (1994)** « Essai de cisaillement rectiligne à la boîte, Partie1: Cisaillement direct » XPP 94-071-1, p 16.
- **AFNOR (1997)** « Essai oedométrique. Essai de compressibilité sur les matériaux fins quasi saturés avec chargement par paliers » XPP 94-090-1, p 24.
- **ALLIN. W.A, MAYFIELD. E.D et MORRISON. H.L (1957a)** « Dynamics of a projectile penetrating sand » J. of Applied Physics, **28**(3): 370-376.
- **ALLIN. W.A, MAYFIELD. E.D et MORRISON. H.L (1957b)** « Dynamics of a projectile penetrating sand » Part II. J. of Applied Physics, **28**(11): 1331-1335.
- **ARQUIE. G et TOURENQ. C (1990)** « Granulats » Presses de l'Ecole des Ponts et chaussées.
- **BARD. E et BIAREZ. J (1993)** « Comportement des matériaux granulaires secs et à liant hydrocarbone » Thèse doctorat. No : 93. ECAP 0320 Ecole centrale des arts et manufactures, Chatenay-Malabry, FRANCE.
- **BARTON. N et KJAERNSLI. B (1981)** « Shear strength of rockfills » J. Geotech. Eng. 107(7), 873-891.
- **BAYER. E.D et RHODES. H.F.R (1932)** « Aggregate analysis as an aid in the study of soil structure relationships » 3. Amer. Soc. Agron. 24920-930.
- **BELCASTRO. P (2009)** « Mandelbulb: Mandelbrot en 3D » Publié dans la rubrique AILLEURS.
- **BIAREZ. J (1962)** « Contribution à l'étude des Propriétés Mécaniques des Sols et des Matériaux Pulvérulents » Thèse de doctorat des sciences, Faculté des sciences de Grenoble, FRANCE.
- **BIAREZ. J et HICHER. P.Y (1997)** « Influence de la granulométrie et de son évolution par ruptures de grains sur le comportement mécanique de matériau granulaires » Revue française de génie civil, vol 1, N° 4, pp 607-631, 1997.
- **BISHOP. A.W et HENKEL. D.L (1962)** « The Measurement of Soil Properties in The Triaxial Test » Edward Arnold publication Ltd, London.
- **BOLTON. M.D et Mc DOWELL. G.R (1998)** « On the Micromechanics of Crushable Aggregates » Géotechnique 48, N°5.
- **BOUDET. A (2008)** « Objets fractals, une initiation au concept et à ses applications » Site web Techno-science, l'actualité technologique et scientifique.
- **BOULIFA. DJ (2007)** « Influence de chemin de contrainte sur l'écrasement des grains » Mémoire de MAGESTER en génie civil ; option : Structure et Matériaux, LGEA, Université mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou.
- **BOUTOT. A (1993)** « L'invention des formes » Odile Jacob Philosophie, Paris. 376 p.
- **BRIDGMAN. P et ŠIMON. I (1953)** « Effects of very high pressures on glass » J Appl Phys, t. 24, no 4, p. 405-413.
- **CAMBOU. B (1972)** « Compressibilité d'un milieu pulvérulent : influence de la forme et de la dimension des particules sur les propriétés mécaniques d'un milieu pulvérulent » Thèse de docteur de spécialité- université scientifique et médicale, Grenoble, FRANCE.
- **CHARLES. J.A et WATTS. K.S (1980)** « The influence of confining pressure on the shear strength of compacted rockfill ». Géotechnique 30(4), 353-367.
- **CHEN. J, LO. K.Y, LEUNG. H et LITVA. J (1996)** « The Use of Fractals for Modeling EM Waves Scattering from Rough Sea Surface » IEEE Transactions On Geoscience and Remote Sensing, Vol. 34, NO. 4.
- **CHENG. Q (1999)** « The gliding box method for multifractal modeling » Computer. Geoscience,

vol. 25, pp. 1073-1079.

- **COLLIAT-DANGUS. J-L, DESRUCS. J et FORAY. P (1988)** « Triaxial testing of granular soil under elevated cell pressure » *Advanced Triaxial Testing of Soil and Rocks*, American Society for Testing and Materials, ASTM STP 977, pp. 290-310.
- **DONG. P.L (2000)** « Test of a new lacunarity estimation method for image texture analysis » *International Journal of Remote Sensing*, vol.17, pp. 3369–3373.
- **DU. G et YEO. T.S (2002)** « A novel Multifractal Estimation Method and Its Application to Remote Image Segmentation » *IEEE Transactions on Geosciences and Remote Sensing*, vol. 40, no.4, pp. 980-982.
- **DUBUC. B, QUINIOU. J.F, ROQUES-CARMES. C, TRICOT. C et ZUCKER. S.W (1989)** « *Evaluating the fractal dimension of profiles* » *Phys. Rev. A*, vol. 39, 1989, p. 1500–12.
- **EFTEKHARI. A (2004)** « *Fractal Dimension of Electrochemical Reactions* » *Journal of the Electrochemical Society*, vol. 151, n° 9, 2004, p. E291–6.
- **EINAV. I (2007a)** « Breakage mechanics » Part I: Theory. *J. Mech. Phys. Solids* 55(6), 1274-1297.
- **FALCONER. K, CHICHESTER, WILEY. J et SONS (1990)** « *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications* » 2<sup>e</sup> éd, poche (ISBN 978-0 470-84862-3) (LCCN 2004271361).
- **FEDER. J (1988)** « *Fractals*. Plenum Press » New York, NY.
- **FROSSARD. E (2009)** « Scale effects in granular fill shear strength and in stability of large rockfill structures » XVIIth ICSMFE, Alexandria, Egypt, 5-9 Oct.
- **FROSSARD. E, HU. W, DANO. C et HICHER. P.Y (2012)** « Rockfill shear strength evaluation: a rational method based on size effects » *Géotechnique* 62(5), pp. 415-428.
- **GEORGE. A et CLAUDE. T (1990)** « *Granulats* » Presse de L'école des Ponts et chaussées.
- **GOUYET. J.F (1992)** « *Physique et Structure Fractales* » Paris New York, Ed .MASSON.
- **GRIGGS. D.T (1936)** « Deformation of rocks under high confining pressures » *J. Geol.*44, 541-577.
- **GUO. Q, SHAO. J et RUIZ. V.F (2009)** « Characterization and classification of tumor lesions using computerized fractal-based texture analysis and support vector machines in digital mammograms » *Cars*, vol. 4, pp. 11-25.
- **HADDAD. R (2005)** « Modélisation du phénomène d'écrasement des grains : Application aux matériaux locaux (Pegmatite, Grés et Schiste) » Mémoire de magister en génie civil, Structure et Matériaux, LGEA, Université mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou.
- **HAMMER. K.P (2005)** « *Analyis of Granular Materials in Pennsylvania Highways* » Thèse de Master en Science, Université de Pittsburgh.
- **HARDIN. B.O (1985)** « Crushing of soil particles » *J. Geotech. Eng.* 111(10), 1177-1192.
- **HILLEL. D (1982)** « *Introduction to soil physics* » Academic Press Inc, San Diego, CA, New York, ISBN 9780123485 205, Hardback, p 392.
- **HUANG. G.H et ZHAN. W.H (2002)** « Fractal property of soil particle size distribution and its application », *Acte Pedologica Sinica*, 39, pp. 490-497.
- **HYSLIP. J et VALLEJO. L (1997)** « Fractal analysis of the roughness and size distribution of granular material » *Engineering Geology*, vol 48, 3-4, 1 pp. 231-244.
- **JAKEMAN. E (1982)** « Fresnel Scattering by a Corrugated Random Surface with Fractal Slope » *J. Opt. Soc. Am/Vol. 72*, NO. 8.
- **JIN. X.C, HONG. S.H et JAYASOORIAH (1995)** « A practical method for estimating fractal dimension » *Pattern Recognition Letters*, vol. 16, pp. 457-464.
- **JOSIANE. L (2006)** « *La géométrie fractale* » Mémoire comme exigence partielle de la maîtrise en Mathématiques et Informatique Appliquées Université du QUEBEC A TROIS-RIVIÈRES.
- **KELLER. J, KELLER. M, CROWNOVER. R.M et CHEN. R.Y (1987)** « Characteristics of Natural Scenes Related to the Fractal Dimension » *IEEE Transactions On Pattern Analysis And Machine Intelligence*, Vol. PAMI-9, NO. 5.
- **KELLER. J, CHEN. S et CROWNOVER. R (1989)** « Texture description and segmentation through fractal geometry » *Computer Vision Graphics and Image Processing*, vol. 45, pp.150-166.

- **KIM. M.S (1995)** « Etude Expérimentale Du Comportement Mécanique Des Matériaux granulaires sous Fortes contraintes », Thèse de doctorat de l'école centrale de paris.
- **LADE. P.V, YAMAMURO. J.A. et al. (1996)** « Significance of particule crushing in granular materials » Journal de la technologie géotechnique, vol.122, N° 4, pp. 3109-3116.
- **LANTAGNE. K, ALLIGAND. Q, BERUBE. P-L, HAMON. M et HUDON. S (2002)** « Les fractales » Un travail de vulgarisation scientifique réalisé par des étudiants du Cégep de Rimouski et de l'Institut Universitaire de Technologie de Cachan, Université Paris-Sud.
- **LÊ LONG (1968)** « Contribution à l'étude des propriétés mécanique des sols sous fortes pressions ». Thèse de Doctorat, Université de Grenoble, FRANCE.
- **LEE. K.L et FARHOOMAND. I (1967)** « Compressibility and crushing of granular soil in anisotropic triaxial compression » Can. Geotech. J. 4(1), pp. 68-86.
- **LEE. W.L et HSIEH. K.S (2010)** « A robust algorithm for the fractal dimension of images and its applications to the classification of natural images and ultrasonic liver images » Signal Processing, vol. 90, pp. 1894-1904.
- **LEHAMEL. M (2011)** « Segmentation d'images texturées à partir des attributs fractals » Mémoire de magister, Faculté de Génie Electrique et Informatique, Département Automatique Option Traitement d'image et reconnaissance de formes, Université mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou.
- **LEMINEUR. G, HARBA. R, BRETTEIL. S, JENNANE. R, ESTRADE. A, BONAMI. A, et BENHAMOU. C.L (2003)** « Relation entre la régularité de fractals 3D et celle de leurs projections 2D. Application à l'os trabéculaire » Laboratoire d'Electronique, Signaux, Images Université d'Orléans, France.
- **LEPS. T.M (1970)** « Review of shearing strength of Rockfill » J. Soil Mech. Found. Div. ASCE 96(4), pp. 1159-1170.
- **LEUNG. C.F, LEE. F.H et YET. N.S (1996)** « The role of particle breakage in pile creep in sand » Abstractxml. Canadian Geotechnical Journal, Volume 33.
- **LI. J, DU. Q et SUN. C (2009)** « An improved box-counting method for image fractal dimension estimation » Pattern Recognition, vol. 42, pp. 2460-2469.
- **LOVEJOY. S et SCHERTZER. D (1992)** « Multifractals in geophysics » Lecture notes, AGU-CGU-MSA Spring meeting, Canada.
- **MANDELBROT. B (1967)** « How long is the coastline of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension » Science, 155: 636 – 638.
- **MANDELBROT. B.B et VAN NESS. J.W (1968)** « Fractional Brownian motion, fractional noise and applications » SIAM Review, vol. 10. pp. 422-437.
- **MANDELBROT. B.B (1975)** « Les objets fractals, forme, hasard et dimension » 190 pp. Editions Flammarion, Paris.
- **MANDELBROT. B (1982)** « The Fractal Geometry of Nature » New York : Freeman.
- **MANDELBROT. B (1983)** « The fractal geometry of nature » Edition W.II. Freeman, San Francisco, 461 pp.
- **MARACHI. N.D, CHAN. C.K, SEED. H.B et DUNCAN. J.M (1969)** « Strength and deformation characteristics of rockfills materials » Report No. TE-69-5, Department of civil engineering, University of California, Berkeley.
- **MARAGOS. P et POTAMIANOS. A (1999)** « Fractal dimensions of speech sounds: Computation and application to automatic speech recognition », dans Journal of the Acoustical Society of America, vol. 105, n° 3, 1999, p. 1925.
- **MARSAL. R.J (1967)** « Large Scale Testing of Rock fills Materials » journal of the soil Mechanics and Fondations Division 93(SM2), 1967.pp 27-43 journal de la mécanique de sol et de la Division de Fondations.
- **MARSAL. R.J, MORENO. E, NUNEZ. A et MORENO. R (1965)** « Research on the behaviour of granular materials and rockfill samples » Research report, Comision Federal de Electricidad de Mexico.
- **MARSAL. R.J (1973)** « Mechanical properties of rockfill » In Embankment Dam Engineering J, Wiley and Sons, N. Y, 109-201.

- **MELBOUCI. B (2002)** « Pegmatite de la grande Kabylie : caractéristiques et comportement en géotechniques routiers » ; Thèse de doctorat d'Etat, Université mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou.
- **NOBARI. E et DUNCAN. J (1972)** « Effect of reservoir filling on stresses and movements in earth and rockfill dams » International Report N°.TE-72-1, University of California, pp. 1-186.
- **OVALLE. C (2013)** « contribution a l'étude de la rupture des grains dans les matériaux granulaires » MECHANICS OF MATERIALS. Ecole Centrale de Nantes (ECN), French.
- **PETLAND. A (1984)** « Fractal Based Description of Natural Sciences » IEEE Transactions On Pattern Analysis And Machine Intelligence, Vol. PAMI-6, NO. 6.
- **PLESHANOV. V.S, NAPRYUSHKIN. A.A et KIBITKIN. V.V (2010)** « Use of the Theory of Fractals in Image Analysis Tasks » vol. 46, no. 1, pp. 86-97.
- **RAMAMURTHY. T (1969)** « Crushing Phenomena in Granular Soils »; Journal of the Indian National Society of Soil Mechanics and Foundation Eng. Vol. 8.
- **RAMAMURTHY. T. KANITKAR. V.K. et al (1974)** « Behaviour of coarse-Grained Soils under High Stresses » Indian Geotechnical journal, vol 4, 1974. pp. 39-63.
- **RUSS. J.C (1994)** « Fractal surfaces » Plenum Press, New York.
- **RUSSEL. D, HANSON. J et OTT. E (1980)** « Dimension of strange attractors » Physical review Letters 45, 1175-1178.
- **SARKAR. N et CHAUDHURI. B.B (1992)** « An efficient Differential Box-Counting approach to compute fractal dimension of textural images » Pattern. Recognition Letters, vol. 25, pp. 1035-1041.
- **SCHROEDER. M.R (1991)** « Fractals, Chaos, Power Laws: Minutes from an Infinite Paradise » New York, W H Freeman & Co (Sd), (ISBN 978-0-7167-2136-9) (LCCN 90036763), 6<sup>e</sup> éd.
- **SECRIERU. C (2009)** « Applications de l'analyse fractale dans le cas de ruptures dynamiques » Thèse de Doctorat, Faculté de Génie Mécanique, Département de Résistance des Matériaux et Ecole doctorale n° 432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur, Paris.
- **SEZER. A, ALTUN. S et ERDOGAN. D (2008)** « Correlation between CBR Strength and fractal Dimensions of Sands » 12<sup>eme</sup> Conference internationale de (IACMAG), 1-6 October, Goa Indian.
- **SHANKER. O (2006)** « Random matrices, generalized zeta functions and self-similarity of zero distributions » *J. Phys. A: Math. Gen.*, vol. 39, 2006, p. 13983-97.
- **SOILLE. P et RIVEST. J-F (1996)** « On the validity of fractal dimension measurements in image analysis » Journal of Visual Communication and Image Representation, vol. 7, p. 217-229.
- **SOWERS. G, WILLIAMS. R et WALLACE. T (1965)** « Compressibility of broken rock and settlement of rockfills » Proc, 6th ICSMFE, Montreal, Vol. 2, pp. 561-565.
- **SUN. W, XU. G, GONG. P et LIANG. S (2006)** « Fractal analysis of remotely sensed images : A review of methods and applications » International Journal of Remote Sensing, vol. 27, no. 22, pp. 4963-4990.
- **TABOR. D et BOWDEN. F.P (1956)** « Friction and lubrication » Methuen's Monographs on physical Subjects, Oxford.
- **TERZAGHI. K et PICK. R.B (1967)** « Soils Mechanics in Engineering Practice » New York, John Wiley Sons.
- **TOLLE. C.R, MC-JUNKIN. T.R et GORISCH. D.J (2003)** « Suboptimal Minimum Cluster Volume Cover-Based Method for Measuring Fractal Dimension » IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell, vol. 25, n° 1, p. 32-41.
- **TROADEC. J.P et GUYON. E (1994)** « Du Sac de Billes au tas de Sables » Editions Odile JACOB Sciences, Paris.
- **TURCOTTE. D.L (1986)** «Fractals and fragmentation»; *J. Geophys. Res.* 91(B2), pp. 1921-1926.
- **TYLER. SW and WHEATCRAFT. SW (1992)** « Fractal scaling of soil particle-size distributions: analysis and limitations » *Soil Sei. Soc. Am. J.* 56: 362-369.
- **VESIC. A.C and CLOUGH. G.W (1968)** « Behavior of Granular Materials under high stresses » journal of the soil mechanics and foundations divisions, ASCE, Vol 94, pp 661-688.

- **VOSS. R (1986)** « Random fractals: characterization and measurement in scaling phenomena in disordered systems » R. Pynn and Skjeltorp, Plenum, New York. Pynn et Skjeltorp, espace, New York.
- **WANG. X, LI. M-H, LUI. S and LUI. G (2006)** « Fractal characteristics of soils under different land-use patterns in the arid and semiarid regions of the Tibetan plateau » China, Geoderma, 134 (1-2), pp. 56-61.
- **WEISSTEIN. E (1999-2012)** « Information Dimension » Dernier mis à jour : Avr.26.2012 à la recherche de wolfram, Inc. | Terms of Use © 1999-2012.
- **YEZLI. S (2011)** « influence de la dimension fractale sur les caractéristiques mécaniques des matériaux » Mémoire de magister en génie civil option Géotechnique et Environnement, LGEA, Université mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou.

## ***SITES D'INTERNET***

- <http://macsancho.wordpress.com/2009/01/21/23/>
- <http://www.mathcurve.com/courbes2d/tautochrone/tautochrone.shtml>
- <http://www.dmae.upm.es/cursofractales/capitulo1/3.html>
- [http://fractals.nsu.ru/gallery\\_en.htm](http://fractals.nsu.ru/gallery_en.htm)
- [http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Relativit%C3%A9\\_d%27%C3%A9chelle&oldid=73896617](http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Relativit%C3%A9_d%27%C3%A9chelle&oldid=73896617)
- <https://www.sndl.cerist.dz/>

# **ANNEXE A**

## **PHÉNOMÈNE D'ÉCRASEMENT DES GRAINS DU SOL**

### **A.1. INTRODUCTION**

Les matériaux granulaires peuvent subir un phénomène de rupture ou d'écrasement sous les effets de cisaillement, de compression ou de tassement et même sous l'effet d'un projectile de petite taille. Ce phénomène provoque leur fragmentation sous différents aspects. La mise en évidence de ce phénomène a été publiée dans plusieurs études (BIAREZ. J, 1962 ; MARSAL. R.J, 1967 ; TERZAGHI. K et PICK. R.B, 1967 ; VESIC. A.S et CLOUGH. G.W ; 1968 et CAMBOU. B, 1972) sur des matériaux sableux soumis à des essais œdométriques, et plus récemment (KIM. M.S, 1995 ; LADE. P.V et YAMAMURA. J.A, 1996 ; DOMEL. M.C et BOLTON. M.D, 1998 ; MELBOUCI. B, 2002 et OVALLE. C, 2013). Les premières études menées ont permis de comprendre comment le phénomène d'écrasement des grains se manifeste, et quels sont les facteurs qui permettent de quantifier cette rupture. Ces études montrent aussi que la rupture des grains est généralement limitée aux points de contact et qu'elle peut se prolonger vers l'intérieur du grain. Quand les grains sont solides, durs et assez arrondis, ils peuvent résister à des grandes contraintes qui nécessitent par exemple l'utilisation d'engins ou de compacteurs lourds dans la construction de hauts barrages en terre et en enrochement pour répondre aux exigences de la densité élevée. Par contre, les grains de forme anguleuse de matériaux de carrière fraîchement extraits subissent une fragmentation due à la cassure des aspérités sous des contraintes moins importantes, et atteignent des densités plus élevées (RAMAMURTHY. T, 1969).

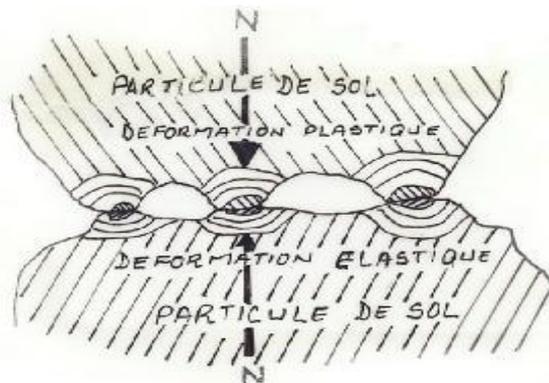
## A.2. DIFFÉRENTS MODES DE RUPTURE DES GRAINS

Les différentes études expérimentales consacrées à ce sujet ont montré que ce phénomène est lié aux propriétés physiques et mécaniques des grains, ainsi qu'aux chemins des contraintes appliquées.

### A.2.1. Écrasement des grains selon Tabor et Bowden (1956)

Des auteurs, entre autres Tabor et Bowden, ont proposé un autre développement sur d'autres formes de grains que nous allons analyser ci-dessous. En référence à la (figure A.1), sous une charge appliquée, une déformation plastique se développe dans la zone de contact des grains, par contre la déformation élastique se produit loin vers l'intérieur du grain.

Lorsque l'intensité de la pression au contact des grains est réduite ou annulée, les déformations élastiques subissent des variations semblables ; cette réversibilité des contraintes brise le matériau. Un phénomène semblable peut être prévu lorsque les grains du sol perdent ou gagnent des contacts pendant ce cisaillement (RAMAMURTHY. T, 1969).

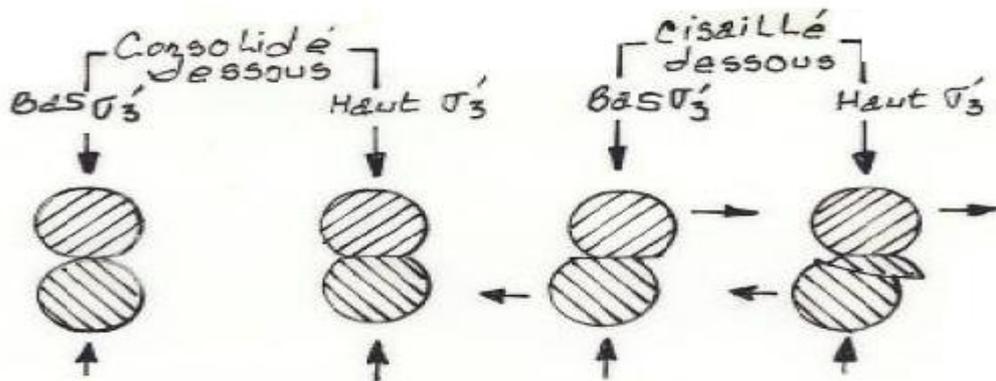


**Figure A.1** : Déformation au niveau du contact entre deux particules sous un chargement statique (TABOR. D et BOWDEN. F.P, 1956).

### A.2.2. Écrasement des grains selon Bishop et Henkel (1962)

La première étude concernant les contacts et l'écrasement des grains a été faite par Bishop et Henkel (BISHOP. A.W et HENKEL. D.L, 1962). Cette étude, basée sur la relation contrainte-déformation, est effectuée sur des échantillons cylindriques soumis à deux cycles de chargement et de déchargement. Des observations faites au niveau des contacts cisailés ont démontré qu'il n'y a pas eu de glissement des grains mais un cisaillement au niveau des

points de contact ; en outre, aucune diminution de volume n'a été observée. Le comportement de deux grains en contact sous une contrainte croissante est schématisé sur la (figure A.2).

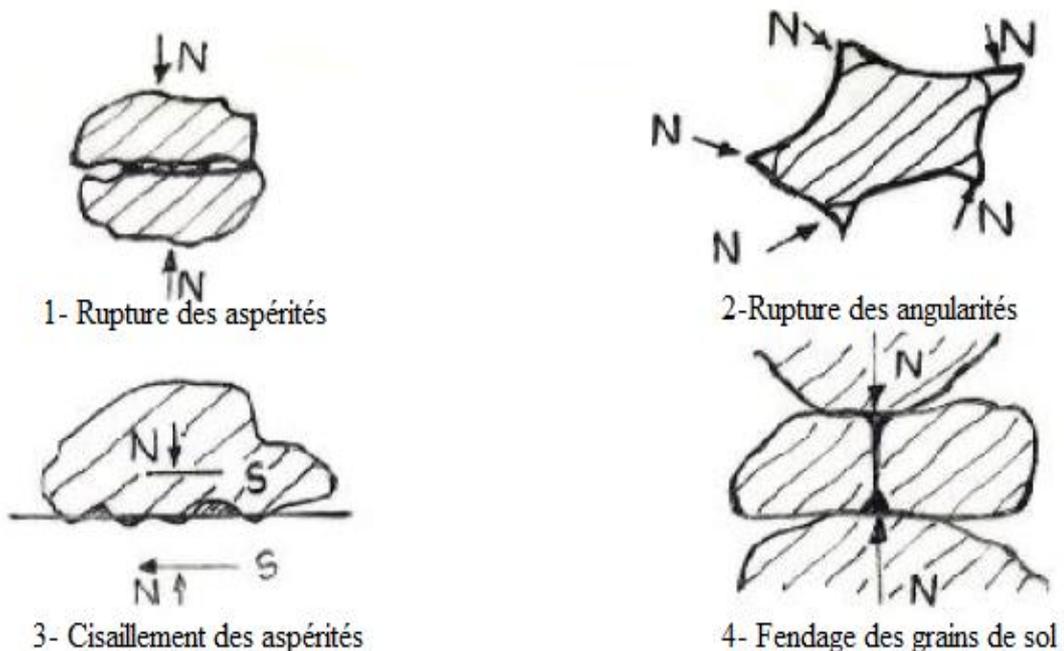


**Figure A.2 :** Représentation schématique du comportement de contact

(BISHOP. A.W et HENKEL. D.L, 1962).

### A.2.3. Écrasement des grains selon Ramamurthy (1969)

Ramamurthy a proposé une classification des différents types d'écrasement des grains (RAMAMURTHY. T, 1969), suivant les quatre modes suivants (Figure A.3) :



**Figure A.3 :** Différents types de rupture des grains (RAMAMURTHY. T, 1969).

### ***A.2.3.1. Rupture des aspérités***

La résistance au frottement entre les grains du sol dépend de leurs propriétés extérieures et de leurs constituants minéraux. Selon Tabor (1956), la proportion du matériau écrasé est très petite puisqu'elle concerne seulement les aspérités dans les régions où les efforts de cisaillement sont plus élevés (Figure A.3.1). Une aspérité peut rayer une surface si sa dureté extérieure est au moins égale à (1 à 2) fois la dureté de la surface rayée. La résistance développée pendant la rayure caractérise essentiellement les propriétés élastiques du matériau. Bridgeman et Šimon ont démontré en 1953 qu'en utilisant des pressions hydrostatiques élevées, les matériaux fragiles subissent des déformations plastiques mais peuvent ne pas être cassés (BRIDGEMAN. P et ŠIMON. I, 1953) ; par conséquent, on admet que les aspérités des matériaux fraîchement extraits ou désagrégés puissent se déformer sous des pressions plus élevées, et que la réduction de la résistance au cisaillement sur la surface de contact est due à l'écoulement du matériau (GRIGGS. D.T, 1936).

### ***A.2.3.2. Rupture des angularités***

Dans les matériaux extraits, les coins pointus des particules se cassent pendant le tassement ou le cisaillement, réduisant ainsi le schéma global d'angularité (Figure A.3.2). Les surfaces et les coins nouvellement formés sont relativement plus forts. Les aspérités sur les surfaces nouvellement formées sont fortes à de basses pressions, et peuvent cependant se comporter différemment sous des intervalles d'efforts plus élevés.

### ***A.2.3.3. Cisaillement des aspérités***

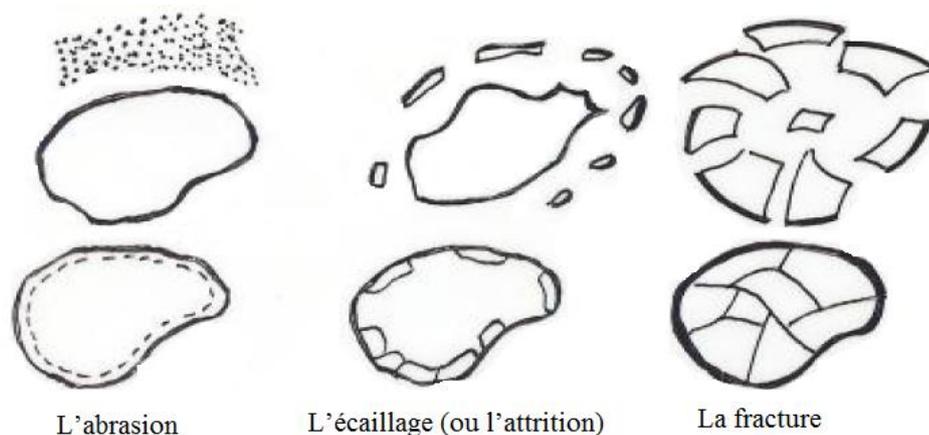
Ce type d'écrasement se produit pour les grains durs qui sont soumis à des efforts à leurs points de contact (Figure A.3.3). Cette rupture des grains est rencontrée au cours du tassement lorsque les granulats sont soumis à de hautes contraintes de compression. L'importance de la rupture dépend de la forme géométrique du grain (à savoir sa taille et plus particulièrement sa forme), des efforts appliqués aux points de contact des différents grains, ainsi que des contraintes appliquées en ces points (force-surface). La rupture peut se prolonger vers l'intérieur des grains. Les fragments formés par la rupture d'un grain sont plus durs que ceux formés par le cisaillement ou par l'écrasement des aspérités en surface du grain.

#### A.2.3.4. Fendage des grains

Ce type d'écrasement se produit quand les grains durs du sol sont soumis à des efforts de sens opposé à leurs points de contact. Sous un contact plus important, les obliquités et les aspérités des particules subissent des déformations élastiques. En présence des contraintes de cisaillement, certains points de contact peuvent être déchargés quand les chargements sont reportés sur de nouveaux points de contact (Figure A.3.4). Ces efforts de sens opposé ont comme conséquence la fragmentation.

#### A.2.4. Écrasement des grains selon Guyon et Troadec (1994)

Guyon et Troadec (TROADEC .J.P et GUYON. E, 1994) ont classé la rupture des grains selon trois modes : l'abrasion, l'écaillage, et la fracture (Figure A.4) :



**Figure A.4** : Différents modes de rupture des grains (TROADEC .J.P et GUYON. E, 1994).

##### A.2.4.1. Abrasion

Le résultat en est un grain ayant sensiblement la même taille que l'originale, mais avec une production de particules de tailles très fines.

##### A.2.4.2. Écaillage (ou attrition)

Un grain se casse pour devenir de taille inférieure, tout en donnant plusieurs grains de plus petite taille.

##### A.2.4.3. Fracture

Un grain se casse pour en donner de nouveaux sensiblement égaux en taille et plus petits que le grain original.

### A.3. EFFET DE LA CROÛTE MOLLE

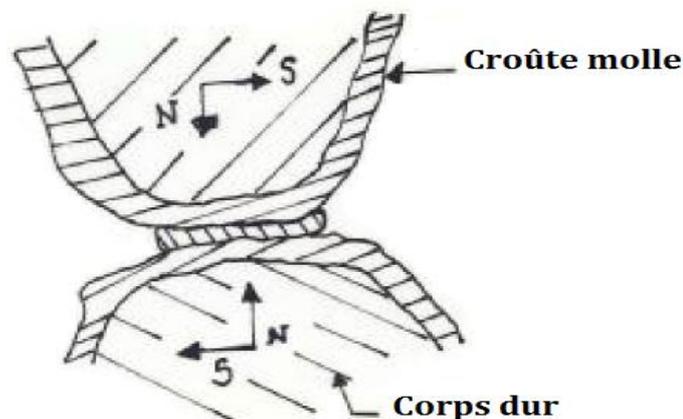
En présence de la croûte molle sur le grain, l'importance de la résistance au cisaillement dépend des propriétés du matériau et des points de contact.

Quand les efforts de contact excèdent l'effort de fléchissement de la croûte des grains, les résidus de ceux-ci provoquent des écoulements, et se comportent comme un lubrifiant plein interposé entre les surfaces de contact (RAMAMURTHY. T, 1969).

Les types de cisaillement en présence de la croûte plus molle dépendent de l'importance de la force de contact et des grains constituant la croûte. Les défaillances de cisaillement peuvent avoir lieu de la manière suivante (HADDAD. R, 2005 et BOULIFA. DJ, 2007) :

#### A.3.1. Cisaillement à l'interface

Pendant le glissement sous de basses pressions, l'écrasement ne peut pas être assumé, mais prend place avec précision le long du plan séparant les surfaces initiales. Ce plan résulte de l'adhérence, en raison du transfert des particules fines aux interfaces. La zone de défaillance du cisaillement sera limitée à une région discontinue très étroite, et la résistance au cisaillement sera celle de la croûte molle du grain glissant au-dessus d'elle-même ou de son adhérence au support (Figure A.5).

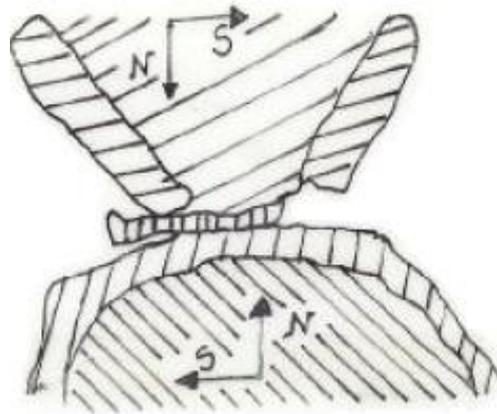


**Figure A.5** : Cisaillement à l'interface.

#### A.3.2. Cisaillement localisé dans la croûte plus molle

Sous une pression de contact plus élevée, une couche épaisse d'un grain plus mou (fragile) adhère à la surface de l'autre grain ; ainsi, le cisaillement a lieu entièrement dans le grain le plus mou. La résistance au cisaillement sera la somme des résistances partielles d'un

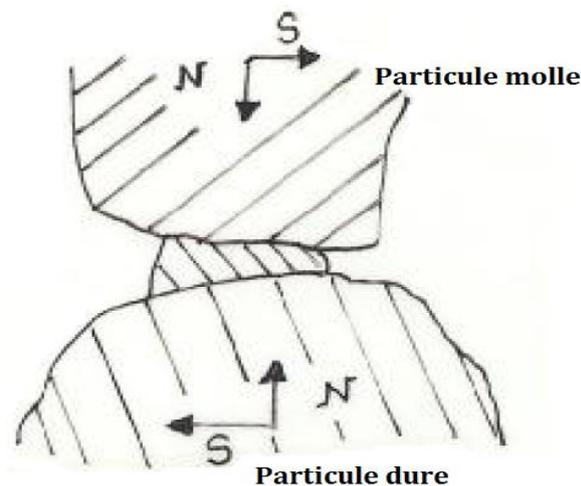
grain plus mou glissant sur lui-même plus le travail supplémentaire effectué par le glissement des deux grains (Figure A.6).



**Figure A.6** : Cisaillement localisé dans la croûte plus molle.

### A.3.3. Cisaillement généralisé dans la croûte plus molle

Quand les effets de la transformation climatique sont limités à la croûte supérieure et ne pénètrent pas dans les grains du sol, une épaisseur limitée de croûte sera ramollie. Sous des pressions de contact élevées, la défaillance peut avoir lieu en cisillant le grain plus mou le long de la borne séparant la croûte molle du noyau intérieur plus dur (Figure A.7).



**Figure A.7** : Cisaillement généralisé dans la croûte molle.

#### **A.4. PARAMÈTRES INFLUENÇANT LA RUPTURE DES GRAINS**

La résistance mécanique des grains dépend de l'histoire de la formation (nature minéralogique) des dépôts naturels ou de l'histoire de fabrication (concassage) des mélanges artificiels (ARQUIE. G et TOURENQ. C, 1990).

Plusieurs études faites par différents auteurs (SOWERS. G et al, 1965 ; NOBARI. E et DUNCAN. J, 1972 ; MARSAL R.J, 1973 ; BARD. E, 1993 ; COLLIAT. DJ.L, 1998 ; KIM. M.S, 1995 ; VESIC. A.S et CLOUGH. G.W, 1968) ont permis de mettre en évidence de façon claire les paramètres influençant la rupture des grains :

- 1) La forme des grains (arrondis ou anguleux) ;
- 2) La taille des grains ;
- 3) La présence ou l'absence d'eau ;
- 4) La répartition granulométrique (granulométrie étalée ou serrée) ;
- 5) L'altération naturelle des grains ;
- 6) La compacité ;
- 7) Le chemin des contraintes ;
- 8) L'état de déformation ;
- 9) L'écrasement en fonction du temps (fluage) ;
- 10) La texture interne (composition minéralogique) des grains.

##### **A.4.1. Forme des grains (arrondis ou anguleux)**

La rupture des grains augmente avec leur angularité. Cette forme anguleuse obtenue par concassage favorise la concentration des contraintes (les surfaces de contact étant très réduites), et la résistance des grains à la rupture est plus rapidement atteinte (MELBOUCI. B, 2002). D'autre part, les matériaux alluvionnaires ont une forme arrondie, par ce qu'ils ont subi des transformations de texture causées par l'effet du transport par l'eau ; dans ce cas, la rupture des grains est moins rapide. Les éléments roulés assurent donc une meilleure maniabilité, mais ils donnent des performances mécaniques faibles au mélange, alors que la bonne angularité confère au mélange granulaire une meilleure stabilité mécanique.

#### **A.4.2. Taille des grains**

Les grains présentent des tailles différentes, allant de l'ordre du micron à l'ordre du centimètre. Des microfissures se propagent lorsque les grains sont soumis à un chargement élevé, ce qui constitue une cause importante de rupture des grains (MELBOUCI. B, 2002). En effet, plus la taille du grain augmente, plus la probabilité de présence en son sein de zones de faiblesse augmente.

#### **A.4.3. Présence ou absence d'eau**

Marshal en 1997 a mis en évidence l'effet de l'eau sur la réponse contrainte-déformation des matériaux granulaires. Il a effectué des tests sur des échantillons saturés en eau et des échantillons à l'état sec. Il en a déduit qu'il y avait une diminution de la résistance des matériaux granulaires en présence d'eau. En outre, l'étude menée par Melbouci (MELBOUCI. B, 2007) sur les matériaux granulaires, montra que l'effet de l'eau a favorisé l'étalement granulométrique. En effet, l'eau a ramolli la surface superficielle des grains, ce qui a facilité leur écrasement. Lade et ses collaborateurs (LADE. P.V, YAMAMURO. J.A. et al, 1996) ont démontré, sur des essais drainés et non drainés, que le cisaillement drainé produit plus de rupture car les contraintes effectives augmentent, mais ces mêmes contraintes effectives diminuent en cas d'essais non drainés.

#### **A.4.4. Étalement granulométrique (granulométrie étalée ou serrée)**

La répartition granulométrique est également un facteur très important, et les différentes études concordent sur le fait qu'une granulométrie initiale serrée favorise la rupture des grains (MELBOUCI. B, 2002). Biarez a démontré en 1997 que l'effet de l'étalement granulométrique peut s'expliquer par une meilleure distribution des forces intergranulaires dans un milieu à granulométrie étalée. En effet, pour obtenir une granulométrie étalée, les vides que laissent les gros gravillons en contact peuvent être occupés par des gravillons plus petits, et les vides qui subsistent encore peuvent être remplis par le sable, ainsi de suite jusqu'aux éléments les plus fins. En fait, si un mélange granulaire est riche en éléments fins et présente une discontinuité par manque de certains diamètres, il sera maniable et se mettra facilement en place ; mais il manquera de stabilité et se déformera facilement. Par contre, si ce même mélange manque d'éléments fins, il sera moins maniable et plus raide ; mais plus sensible à la ségrégation.

#### **A.4.5. Altération naturelle des grains**

On appelle altérabilité la sensibilité d'une roche aux modifications du milieu qui l'entoure. La gélivité des roches est un des phénomènes importants de l'altérabilité. Deux facteurs essentiels y interviennent :

- a) La structure du milieu poreux (importance de la porosité et de la dimension des pores) et l'état de fissuration.
- b) La teneur en eau de la roche au moment où survient le gel.

La transformation de l'eau en glace se fait avec une augmentation de volume. Dans le cas où les pores seraient entièrement remplis par l'eau, les contraintes de traction exercées par la glace sur les roches peuvent dépasser largement leur limite de résistance. Pour la détermination de la sensibilité du granulat au gel, George et Claude ont fait une étude sur l'essai Los Angeles provoquant la fragmentation des granulats dans un broyeur (GEORGE. A et CLAUDE. T, 1990). Deux échantillons ont été testés, le premier étant intact et le second ayant subi 25 cycles de gel-dégel entre « 25°C » et « -25°C ». Ces auteurs ont déduit qu'il y a une diminution relative du coefficient Los Angeles. On peut conclure que l'altérabilité a une influence directe sur la résistance des granulats.

#### **A.4.6. Compacité**

La rupture des grains est considérablement influencée par le paramètre de la compacité. Ce dernier est lié à la densité relative des matériaux granulaires. En effet, un matériau granulaire de faible densité initiale aura une rupture des grains plus importante qu'un matériau de forte densité relative initiale. Une faible valeur de densité nous donne un nombre peu élevé de contacts entre les grains et par conséquent une intensité de contrainte élevée, ce qui provoque l'écrasement des grains. Pour un milieu peu dense à grains anguleux, la rupture des grains est importante au début du chargement puis devient semblable à celle du milieu dense (MELBOUCI. B, 2002).

#### **A.4.7. Chemin des contraintes**

L'intensité des contraintes appliquées est un facteur prépondérant sur le développement de l'écrasement des grains. En effet, le chemin des contraintes joue également un rôle marquant sur la rupture des grains (BIAREZ. J, 1997). Les études expérimentales réalisées

par Melbouci en 2002 ont montré que l'essai triaxial génère plus de rupture que l'essai œdométrique pour une même contrainte moyenne. De son côté, Kim a montré en 1995 que plus la contrainte de confinement au triaxial augmente et plus la rupture des grains est importante.

#### **A.4.8. État de déformation**

Plusieurs études faites par différents auteurs (RAMAMURTHY. T et al, 1974 ; KIM. M.S, 1995 ; MELBOUCI. B, 2002) ont montré que, pour une même contrainte moyenne, plus la déformation axiale est élevée plus l'écrasement des grains est significatif. Ramamurthy et Kim ont aussi constaté que l'écrasement des grains se poursuit après le pic des contraintes. L'amplitude des déformations a un incident notable sur l'importance du phénomène d'écrasement des grains.

#### **A.4.9. Écrasement en fonction du temps (fluage)**

Des études expérimentales ont été réalisées pour l'investigation sur le mécanisme de fluage des pieux dans le sable. Les résultats des essais de tassement du sable par des fondations sur pieux sous des charges soutenues, montrent qu'il augmente en fonction du logarithme du temps, et que son taux d'augmentation est lié directement à la grandeur de la charge appliquée et à la densité du sable.

Le tassement résultant de la surface du sol montre que le fluage est en relation avec la compression volumétrique plutôt qu'avec la dilatation du sable. L'examen des particules de sable, avant et après application d'une charge de compression soutenue, révèle que les grains de sable ont été fracturés avec des protubérances angulaires graduellement broyées avec le temps. Les phénomènes de broyage de particules de sable et de relaxation des contraintes autour de la pointe du pieu fournissent une évidence en faveur de l'hypothèse que le fluage observé est dû au broyage progressif des particules de sable (LEUNG. C.F, LEE. F.H et YET. N.S, 1996).

#### **A.4.10. Texture interne des grains**

La texture interne des grains est aussi un facteur très important, il s'agit de sa composition chimique (minéralogique) qui donne une bonne ou une faible résistance aux grains constituant le sol.

## A.5. CONSÉQUENCES DU PHÉNOMÈNE D'ÉCRASEMENT

Dans les milieux granulaires, les cassures qui se produisent pendant le compactage sont dépendantes de la forme et de la dureté des grains du sol et du mode de compactage. Les grains du sol peuvent subir la dégradation même pendant le premier compactage. Un écrasement graduel pendant le compactage ou le cisaillement indique un changement graduel de l'indice des vides, ce qui influence par la suite la résistance du sol.

L'importance de la fragmentation des grains peut ne pas influencer la conception et la stabilité des structures. L'écrasement excessif pendant le compactage améliore la densité. Cette dernière est prise en considération en évaluant les avantages d'un équipement plus lourd de compactage.

L'avantage de l'écrasement est non seulement de casser les grains plus fragiles mais aussi d'améliorer la performance des milieux granulaires en diminuant leur compressibilité et leur perméabilité (RAMAMURTHY. T, 1969).

L'influence de l'écrasement des grains sur les propriétés des milieux granulaires est donnée comme suit :

- ❖ Une augmentation du pourcentage des particules fines ; et par conséquent une modification de la distribution granulométrique, ainsi qu'une modification de l'état de surface des grains.
- ❖ Réduction du déviateur de contrainte ou décroissance du rapport principal des contraintes.
- ❖ Accroissement du coefficient des pressions des terres au repos ( $K_0$ ).
- ❖ Changement du coefficient d'uniformité résultant du changement de la densité à l'état sec maximal et à l'humidité optimale.
- ❖ Décroissance du degré de saturation résultant du changement de la pression sur les pores.
- ❖ Changement de la structure interne du matériau de la phase plastique à la phase de rupture.
- ❖ Diminution de l'angle de frottement interne ( $\Phi$ ) au pic (ce pic s'estompe en présence de ruptures voire tend à disparaître) avec accroissement de la cohésion.
- ❖ Augmentation de la déformation axiale correspondant au pic.

- ❖ Accroissement de la chute de l'effort.

## A.6. CONCLUSION

Les grains du sol peuvent subir l'écrasement pendant le compactage, le cisaillement et la compression. La résistance et la déformation d'un matériau granulaire pendant son chargement sont affectées considérablement par le degré d'écrasement des grains, pendant lequel il y a production de fines qui peuvent se lier entre elles par les efforts de contact sous l'effet de contraintes élevées.

Le taux d'écrasement des grains dépend de :

- leur granulométrie, leur taille, leur forme et leur dureté ;
- la contrainte appliquée ;
- la présence ou l'absence de l'eau et de l'indice des vides.

L'écrasement entraîne la diminution de la taille des grains, donc une modification de la distribution granulométrique et de l'état de surface de ces grains.

Si le matériau est de nature fragile, ses points de contact subissent une déformation plastique sous des contraintes statiques. Sous des contraintes croissantes, les aspérités sont susceptibles de subir un écrasement progressif jusqu'à ce que la surface de contact soit suffisamment importante pour arriver à des contraintes sans écrasement supplémentaire. Sous un chargement appliqué, on peut remarquer l'apparition de déformations plastiques qui se développent dans les zones de contact, et de déformations élastiques qui se produisent loin du contact vers l'intérieur du grain.

# **ANNEXE A**

## **PHÉNOMÈNE D'ÉCRASEMENT DES GRAINS DU SOL**

### **A.1. INTRODUCTION**

Les matériaux granulaires peuvent subir un phénomène de rupture ou d'écrasement sous les effets de cisaillement, de compression ou de tassement et même sous l'effet d'un projectile de petite taille. Ce phénomène provoque leur fragmentation sous différents aspects. La mise en évidence de ce phénomène a été publiée dans plusieurs études (BIAREZ. J, 1962 ; MARSAL. R.J, 1967 ; TERZAGHI. K et PICK. R.B, 1967 ; VESIC. A.S et CLOUGH. G.W ; 1968 et CAMBOU. B, 1972) sur des matériaux sableux soumis à des essais œdométriques, et plus récemment (KIM. M.S, 1995 ; LADE. P.V et YAMAMURA. J.A, 1996 ; DOMEL. M.C et BOLTON. M.D, 1998 ; MELBOUCI. B, 2002 et OVALLE. C, 2013). Les premières études menées ont permis de comprendre comment le phénomène d'écrasement des grains se manifeste, et quels sont les facteurs qui permettent de quantifier cette rupture. Ces études montrent aussi que la rupture des grains est généralement limitée aux points de contact et qu'elle peut se prolonger vers l'intérieur du grain. Quand les grains sont solides, durs et assez arrondis, ils peuvent résister à des grandes contraintes qui nécessitent par exemple l'utilisation d'engins ou de compacteurs lourds dans la construction de hauts barrages en terre et en enrochement pour répondre aux exigences de la densité élevée. Par contre, les grains de forme anguleuse de matériaux de carrière fraîchement extraits subissent une fragmentation due à la cassure des aspérités sous des contraintes moins importantes, et atteignent des densités plus élevées (RAMAMURTHY. T, 1969).

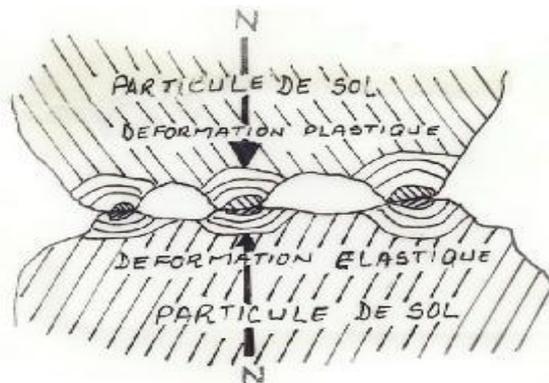
## A.2. DIFFÉRENTS MODES DE RUPTURE DES GRAINS

Les différentes études expérimentales consacrées à ce sujet ont montré que ce phénomène est lié aux propriétés physiques et mécaniques des grains, ainsi qu'aux chemins des contraintes appliquées.

### A.2.1. Écrasement des grains selon Tabor et Bowden (1956)

Des auteurs, entre autres Tabor et Bowden, ont proposé un autre développement sur d'autres formes de grains que nous allons analyser ci-dessous. En référence à la (figure A.1), sous une charge appliquée, une déformation plastique se développe dans la zone de contact des grains, par contre la déformation élastique se produit loin vers l'intérieur du grain.

Lorsque l'intensité de la pression au contact des grains est réduite ou annulée, les déformations élastiques subissent des variations semblables ; cette réversibilité des contraintes brise le matériau. Un phénomène semblable peut être prévu lorsque les grains du sol perdent ou gagnent des contacts pendant ce cisaillement (RAMAMURTHY. T, 1969).

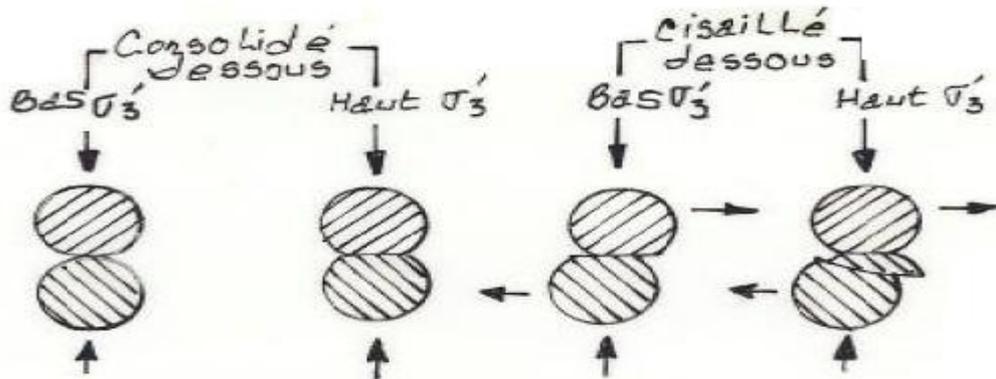


**Figure A.1** : Déformation au niveau du contact entre deux particules sous un chargement statique (TABOR. D et BOWDEN. F.P, 1956).

### A.2.2. Écrasement des grains selon Bishop et Henkel (1962)

La première étude concernant les contacts et l'écrasement des grains a été faite par Bishop et Henkel (BISHOP. A.W et HENKEL. D.L, 1962). Cette étude, basée sur la relation contrainte-déformation, est effectuée sur des échantillons cylindriques soumis à deux cycles de chargement et de déchargement. Des observations faites au niveau des contacts cisailés ont démontré qu'il n'y a pas eu de glissement des grains mais un cisaillement au niveau des

points de contact ; en outre, aucune diminution de volume n'a été observée. Le comportement de deux grains en contact sous une contrainte croissante est schématisé sur la (figure A.2).

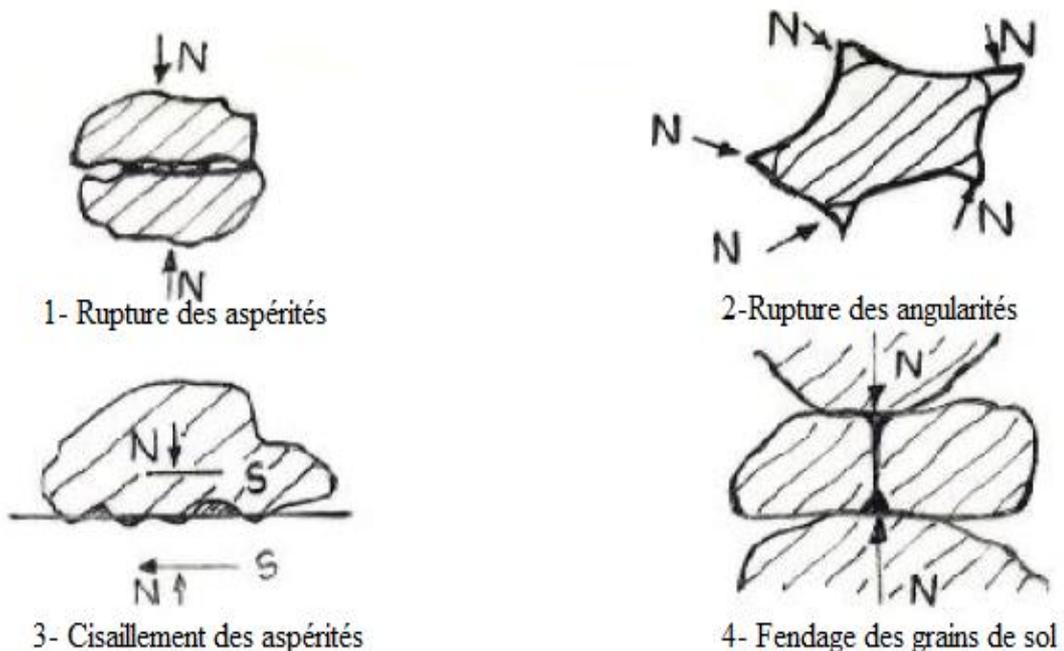


**Figure A.2 :** Représentation schématique du comportement de contact

(BISHOP. A.W et HENKEL. D.L, 1962).

### A.2.3. Écrasement des grains selon Ramamurthy (1969)

Ramamurthy a proposé une classification des différents types d'écrasement des grains (RAMAMURTHY. T, 1969), suivant les quatre modes suivants (Figure A.3) :



**Figure A.3 :** Différents types de rupture des grains (RAMAMURTHY. T, 1969).

### ***A.2.3.1. Rupture des aspérités***

La résistance au frottement entre les grains du sol dépend de leurs propriétés extérieures et de leurs constituants minéraux. Selon Tabor (1956), la proportion du matériau écrasé est très petite puisqu'elle concerne seulement les aspérités dans les régions où les efforts de cisaillement sont plus élevés (Figure A.3.1). Une aspérité peut rayer une surface si sa dureté extérieure est au moins égale à (1 à 2) fois la dureté de la surface rayée. La résistance développée pendant la rayure caractérise essentiellement les propriétés élastiques du matériau. Bridgeman et Šimon ont démontré en 1953 qu'en utilisant des pressions hydrostatiques élevées, les matériaux fragiles subissent des déformations plastiques mais peuvent ne pas être cassés (BRIDGEMAN. P et ŠIMON. I, 1953) ; par conséquent, on admet que les aspérités des matériaux fraîchement extraits ou désagrégés puissent se déformer sous des pressions plus élevées, et que la réduction de la résistance au cisaillement sur la surface de contact est due à l'écoulement du matériau (GRIGGS. D.T, 1936).

### ***A.2.3.2. Rupture des angularités***

Dans les matériaux extraits, les coins pointus des particules se cassent pendant le tassement ou le cisaillement, réduisant ainsi le schéma global d'angularité (Figure A.3.2). Les surfaces et les coins nouvellement formés sont relativement plus forts. Les aspérités sur les surfaces nouvellement formées sont fortes à de basses pressions, et peuvent cependant se comporter différemment sous des intervalles d'efforts plus élevés.

### ***A.2.3.3. Cisaillement des aspérités***

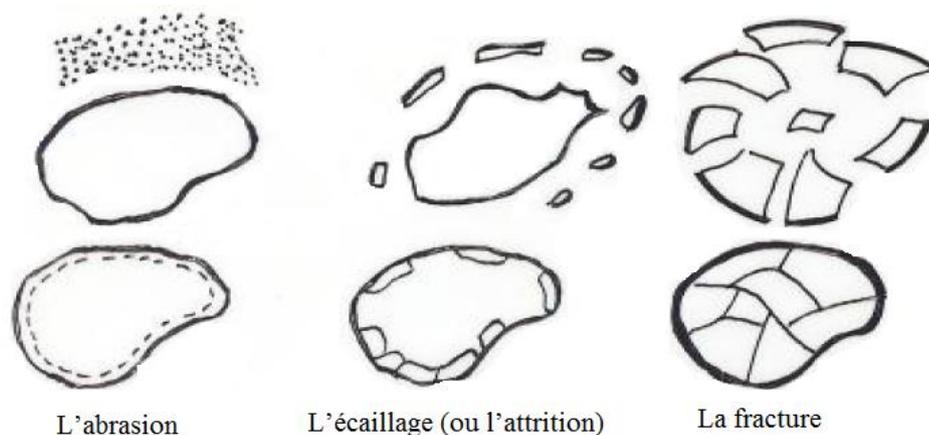
Ce type d'écrasement se produit pour les grains durs qui sont soumis à des efforts à leurs points de contact (Figure A.3.3). Cette rupture des grains est rencontrée au cours du tassement lorsque les granulats sont soumis à de hautes contraintes de compression. L'importance de la rupture dépend de la forme géométrique du grain (à savoir sa taille et plus particulièrement sa forme), des efforts appliqués aux points de contact des différents grains, ainsi que des contraintes appliquées en ces points (force-surface). La rupture peut se prolonger vers l'intérieur des grains. Les fragments formés par la rupture d'un grain sont plus durs que ceux formés par le cisaillement ou par l'écrasement des aspérités en surface du grain.

#### A.2.3.4. Fendage des grains

Ce type d'écrasement se produit quand les grains durs du sol sont soumis à des efforts de sens opposé à leurs points de contact. Sous un contact plus important, les obliquités et les aspérités des particules subissent des déformations élastiques. En présence des contraintes de cisaillement, certains points de contact peuvent être déchargés quand les chargements sont reportés sur de nouveaux points de contact (Figure A.3.4). Ces efforts de sens opposé ont comme conséquence la fragmentation.

#### A.2.4. Écrasement des grains selon Guyon et Troadec (1994)

Guyon et Troadec (TROADEC .J.P et GUYON. E, 1994) ont classé la rupture des grains selon trois modes : l'abrasion, l'écaillage, et la fracture (Figure A.4) :



**Figure A.4** : Différents modes de rupture des grains (TROADEC .J.P et GUYON. E, 1994).

##### A.2.4.1. Abrasion

Le résultat en est un grain ayant sensiblement la même taille que l'originale, mais avec une production de particules de tailles très fines.

##### A.2.4.2. Écaillage (ou attrition)

Un grain se casse pour devenir de taille inférieure, tout en donnant plusieurs grains de plus petite taille.

##### A.2.4.3. Fracture

Un grain se casse pour en donner de nouveaux sensiblement égaux en taille et plus petits que le grain original.

### A.3. EFFET DE LA CROÛTE MOLLE

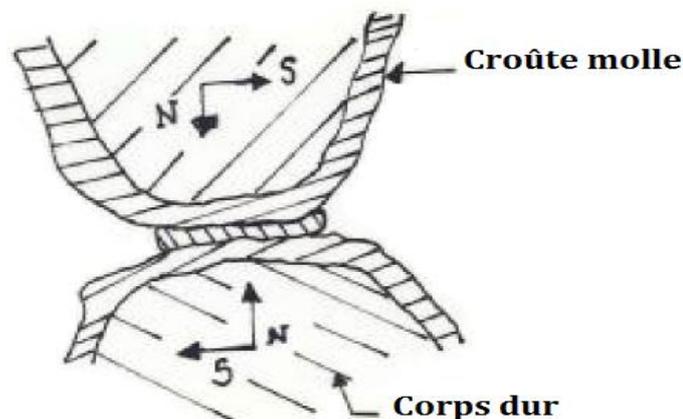
En présence de la croûte molle sur le grain, l'importance de la résistance au cisaillement dépend des propriétés du matériau et des points de contact.

Quand les efforts de contact excèdent l'effort de fléchissement de la croûte des grains, les résidus de ceux-ci provoquent des écoulements, et se comportent comme un lubrifiant plein interposé entre les surfaces de contact (RAMAMURTHY. T, 1969).

Les types de cisaillement en présence de la croûte plus molle dépendent de l'importance de la force de contact et des grains constituant la croûte. Les défaillances de cisaillement peuvent avoir lieu de la manière suivante (HADDAD. R, 2005 et BOULIFA. DJ, 2007) :

#### A.3.1. Cisaillement à l'interface

Pendant le glissement sous de basses pressions, l'écrasement ne peut pas être assumé, mais prend place avec précision le long du plan séparant les surfaces initiales. Ce plan résulte de l'adhérence, en raison du transfert des particules fines aux interfaces. La zone de défaillance du cisaillement sera limitée à une région discontinue très étroite, et la résistance au cisaillement sera celle de la croûte molle du grain glissant au-dessus d'elle-même ou de son adhérence au support (Figure A.5).

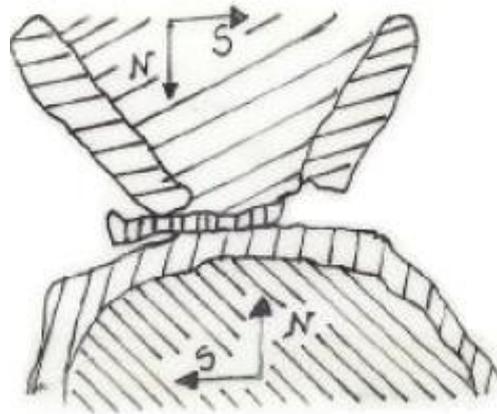


**Figure A.5** : Cisaillement à l'interface.

#### A.3.2. Cisaillement localisé dans la croûte plus molle

Sous une pression de contact plus élevée, une couche épaisse d'un grain plus mou (fragile) adhère à la surface de l'autre grain ; ainsi, le cisaillement a lieu entièrement dans le grain le plus mou. La résistance au cisaillement sera la somme des résistances partielles d'un

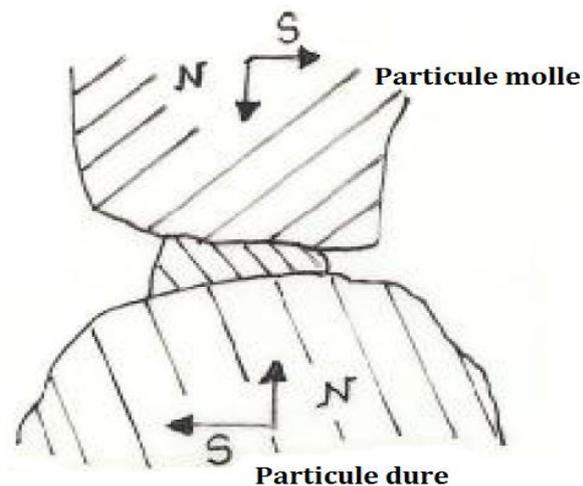
grain plus mou glissant sur lui-même plus le travail supplémentaire effectué par le glissement des deux grains (Figure A.6).



**Figure A.6** : Cisaillement localisé dans la croûte plus molle.

### A.3.3. Cisaillement généralisé dans la croûte plus molle

Quand les effets de la transformation climatique sont limités à la croûte supérieure et ne pénètrent pas dans les grains du sol, une épaisseur limitée de croûte sera ramollie. Sous des pressions de contact élevées, la défaillance peut avoir lieu en cisillant le grain plus mou le long de la borne séparant la croûte molle du noyau intérieur plus dur (Figure A.7).



**Figure A.7** : Cisaillement généralisé dans la croûte molle.

#### **A.4. PARAMÈTRES INFLUENÇANT LA RUPTURE DES GRAINS**

La résistance mécanique des grains dépend de l'histoire de la formation (nature minéralogique) des dépôts naturels ou de l'histoire de fabrication (concassage) des mélanges artificiels (ARQUIE. G et TOURENQ. C, 1990).

Plusieurs études faites par différents auteurs (SOWERS. G et al, 1965 ; NOBARI. E et DUNCAN. J, 1972 ; MARSAL R.J, 1973 ; BARD. E, 1993 ; COLLIAT. DJ.L, 1998 ; KIM. M.S, 1995 ; VESIC. A.S et CLOUGH. G.W, 1968) ont permis de mettre en évidence de façon claire les paramètres influençant la rupture des grains :

- 1) La forme des grains (arrondis ou anguleux) ;
- 2) La taille des grains ;
- 3) La présence ou l'absence d'eau ;
- 4) La répartition granulométrique (granulométrie étalée ou serrée) ;
- 5) L'altération naturelle des grains ;
- 6) La compacité ;
- 7) Le chemin des contraintes ;
- 8) L'état de déformation ;
- 9) L'écrasement en fonction du temps (fluage) ;
- 10) La texture interne (composition minéralogique) des grains.

##### **A.4.1. Forme des grains (arrondis ou anguleux)**

La rupture des grains augmente avec leur angularité. Cette forme anguleuse obtenue par concassage favorise la concentration des contraintes (les surfaces de contact étant très réduites), et la résistance des grains à la rupture est plus rapidement atteinte (MELBOUCI. B, 2002). D'autre part, les matériaux alluvionnaires ont une forme arrondie, par ce qu'ils ont subi des transformations de texture causées par l'effet du transport par l'eau ; dans ce cas, la rupture des grains est moins rapide. Les éléments roulés assurent donc une meilleure maniabilité, mais ils donnent des performances mécaniques faibles au mélange, alors que la bonne angularité confère au mélange granulaire une meilleure stabilité mécanique.

#### **A.4.2. Taille des grains**

Les grains présentent des tailles différentes, allant de l'ordre du micron à l'ordre du centimètre. Des microfissures se propagent lorsque les grains sont soumis à un chargement élevé, ce qui constitue une cause importante de rupture des grains (MELBOUCI. B, 2002). En effet, plus la taille du grain augmente, plus la probabilité de présence en son sein de zones de faiblesse augmente.

#### **A.4.3. Présence ou absence d'eau**

Marshal en 1997 a mis en évidence l'effet de l'eau sur la réponse contrainte-déformation des matériaux granulaires. Il a effectué des tests sur des échantillons saturés en eau et des échantillons à l'état sec. Il en a déduit qu'il y avait une diminution de la résistance des matériaux granulaires en présence d'eau. En outre, l'étude menée par Melbouci (MELBOUCI. B, 2007) sur les matériaux granulaires, montra que l'effet de l'eau a favorisé l'étalement granulométrique. En effet, l'eau a ramolli la surface superficielle des grains, ce qui a facilité leur écrasement. Lade et ses collaborateurs (LADE. P.V, YAMAMURO. J.A. et al, 1996) ont démontré, sur des essais drainés et non drainés, que le cisaillement drainé produit plus de rupture car les contraintes effectives augmentent, mais ces mêmes contraintes effectives diminuent en cas d'essais non drainés.

#### **A.4.4. Étalement granulométrique (granulométrie étalée ou serrée)**

La répartition granulométrique est également un facteur très important, et les différentes études concordent sur le fait qu'une granulométrie initiale serrée favorise la rupture des grains (MELBOUCI. B, 2002). Biarez a démontré en 1997 que l'effet de l'étalement granulométrique peut s'expliquer par une meilleure distribution des forces intergranulaires dans un milieu à granulométrie étalée. En effet, pour obtenir une granulométrie étalée, les vides que laissent les gros gravillons en contact peuvent être occupés par des gravillons plus petits, et les vides qui subsistent encore peuvent être remplis par le sable, ainsi de suite jusqu'aux éléments les plus fins. En fait, si un mélange granulaire est riche en éléments fins et présente une discontinuité par manque de certains diamètres, il sera maniable et se mettra facilement en place ; mais il manquera de stabilité et se déformera facilement. Par contre, si ce même mélange manque d'éléments fins, il sera moins maniable et plus raide ; mais plus sensible à la ségrégation.

#### **A.4.5. Altération naturelle des grains**

On appelle altérabilité la sensibilité d'une roche aux modifications du milieu qui l'entoure. La gélivité des roches est un des phénomènes importants de l'altérabilité. Deux facteurs essentiels y interviennent :

- a) La structure du milieu poreux (importance de la porosité et de la dimension des pores) et l'état de fissuration.
- b) La teneur en eau de la roche au moment où survient le gel.

La transformation de l'eau en glace se fait avec une augmentation de volume. Dans le cas où les pores seraient entièrement remplis par l'eau, les contraintes de traction exercées par la glace sur les roches peuvent dépasser largement leur limite de résistance. Pour la détermination de la sensibilité du granulat au gel, George et Claude ont fait une étude sur l'essai Los Angeles provoquant la fragmentation des granulats dans un broyeur (GEORGE. A et CLAUDE. T, 1990). Deux échantillons ont été testés, le premier étant intact et le second ayant subi 25 cycles de gel-dégel entre « 25°C » et « -25°C ». Ces auteurs ont déduit qu'il y a une diminution relative du coefficient Los Angeles. On peut conclure que l'altérabilité a une influence directe sur la résistance des granulats.

#### **A.4.6. Compacité**

La rupture des grains est considérablement influencée par le paramètre de la compacité. Ce dernier est lié à la densité relative des matériaux granulaires. En effet, un matériau granulaire de faible densité initiale aura une rupture des grains plus importante qu'un matériau de forte densité relative initiale. Une faible valeur de densité nous donne un nombre peu élevé de contacts entre les grains et par conséquent une intensité de contrainte élevée, ce qui provoque l'écrasement des grains. Pour un milieu peu dense à grains anguleux, la rupture des grains est importante au début du chargement puis devient semblable à celle du milieu dense (MELBOUCI. B, 2002).

#### **A.4.7. Chemin des contraintes**

L'intensité des contraintes appliquées est un facteur prépondérant sur le développement de l'écrasement des grains. En effet, le chemin des contraintes joue également un rôle marquant sur la rupture des grains (BIAREZ. J, 1997). Les études expérimentales réalisées

par Melbouci en 2002 ont montré que l'essai triaxial génère plus de rupture que l'essai œdométrique pour une même contrainte moyenne. De son côté, Kim a montré en 1995 que plus la contrainte de confinement au triaxial augmente et plus la rupture des grains est importante.

#### **A.4.8. État de déformation**

Plusieurs études faites par différents auteurs (RAMAMURTHY. T et al, 1974 ; KIM. M.S, 1995 ; MELBOUCI. B, 2002) ont montré que, pour une même contrainte moyenne, plus la déformation axiale est élevée plus l'écrasement des grains est significatif. Ramamurthy et Kim ont aussi constaté que l'écrasement des grains se poursuit après le pic des contraintes. L'amplitude des déformations a un incident notable sur l'importance du phénomène d'écrasement des grains.

#### **A.4.9. Écrasement en fonction du temps (fluage)**

Des études expérimentales ont été réalisées pour l'investigation sur le mécanisme de fluage des pieux dans le sable. Les résultats des essais de tassement du sable par des fondations sur pieux sous des charges soutenues, montrent qu'il augmente en fonction du logarithme du temps, et que son taux d'augmentation est lié directement à la grandeur de la charge appliquée et à la densité du sable.

Le tassement résultant de la surface du sol montre que le fluage est en relation avec la compression volumétrique plutôt qu'avec la dilatation du sable. L'examen des particules de sable, avant et après application d'une charge de compression soutenue, révèle que les grains de sable ont été fracturés avec des protubérances angulaires graduellement broyées avec le temps. Les phénomènes de broyage de particules de sable et de relaxation des contraintes autour de la pointe du pieu fournissent une évidence en faveur de l'hypothèse que le fluage observé est dû au broyage progressif des particules de sable (LEUNG. C.F, LEE. F.H et YET. N.S, 1996).

#### **A.4.10. Texture interne des grains**

La texture interne des grains est aussi un facteur très important, il s'agit de sa composition chimique (minéralogique) qui donne une bonne ou une faible résistance aux grains constituant le sol.

## A.5. CONSÉQUENCES DU PHÉNOMÈNE D'ÉCRASEMENT

Dans les milieux granulaires, les cassures qui se produisent pendant le compactage sont dépendantes de la forme et de la dureté des grains du sol et du mode de compactage. Les grains du sol peuvent subir la dégradation même pendant le premier compactage. Un écrasement graduel pendant le compactage ou le cisaillement indique un changement graduel de l'indice des vides, ce qui influence par la suite la résistance du sol.

L'importance de la fragmentation des grains peut ne pas influencer la conception et la stabilité des structures. L'écrasement excessif pendant le compactage améliore la densité. Cette dernière est prise en considération en évaluant les avantages d'un équipement plus lourd de compactage.

L'avantage de l'écrasement est non seulement de casser les grains plus fragiles mais aussi d'améliorer la performance des milieux granulaires en diminuant leur compressibilité et leur perméabilité (RAMAMURTHY. T, 1969).

L'influence de l'écrasement des grains sur les propriétés des milieux granulaires est donnée comme suit :

- ❖ Une augmentation du pourcentage des particules fines ; et par conséquent une modification de la distribution granulométrique, ainsi qu'une modification de l'état de surface des grains.
- ❖ Réduction du déviateur de contrainte ou décroissance du rapport principal des contraintes.
- ❖ Accroissement du coefficient des pressions des terres au repos ( $K_0$ ).
- ❖ Changement du coefficient d'uniformité résultant du changement de la densité à l'état sec maximal et à l'humidité optimale.
- ❖ Décroissance du degré de saturation résultant du changement de la pression sur les pores.
- ❖ Changement de la structure interne du matériau de la phase plastique à la phase de rupture.
- ❖ Diminution de l'angle de frottement interne ( $\Phi$ ) au pic (ce pic s'estompe en présence de ruptures voire tend à disparaître) avec accroissement de la cohésion.
- ❖ Augmentation de la déformation axiale correspondant au pic.

- ❖ Accroissement de la chute de l'effort.

## A.6. CONCLUSION

Les grains du sol peuvent subir l'écrasement pendant le compactage, le cisaillement et la compression. La résistance et la déformation d'un matériau granulaire pendant son chargement sont affectées considérablement par le degré d'écrasement des grains, pendant lequel il y a production de fines qui peuvent se lier entre elles par les efforts de contact sous l'effet de contraintes élevées.

Le taux d'écrasement des grains dépend de :

- leur granulométrie, leur taille, leur forme et leur dureté ;
- la contrainte appliquée ;
- la présence ou l'absence de l'eau et de l'indice des vides.

L'écrasement entraîne la diminution de la taille des grains, donc une modification de la distribution granulométrique et de l'état de surface de ces grains.

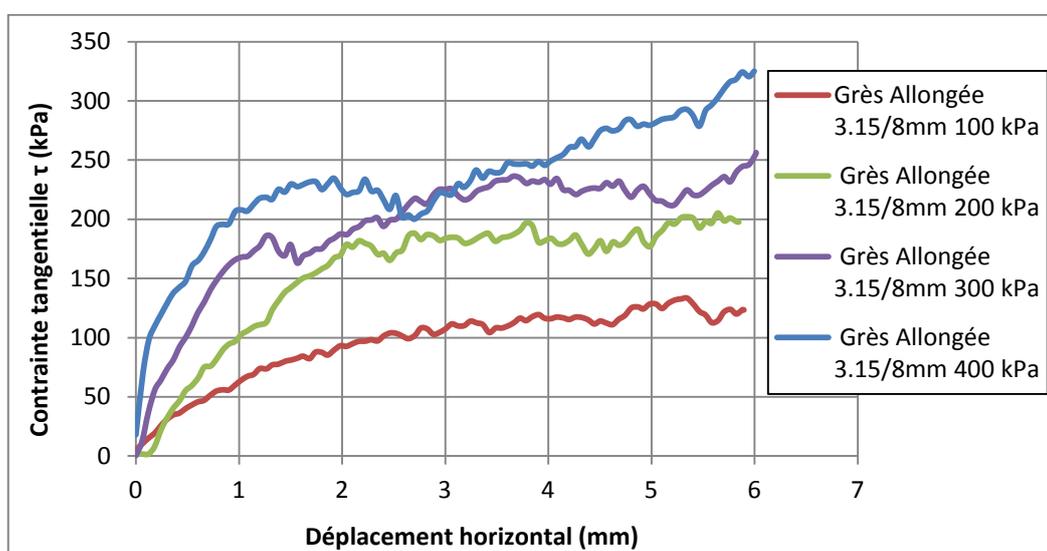
Si le matériau est de nature fragile, ses points de contact subissent une déformation plastique sous des contraintes statiques. Sous des contraintes croissantes, les aspérités sont susceptibles de subir un écrasement progressif jusqu'à ce que la surface de contact soit suffisamment importante pour arriver à des contraintes sans écrasement supplémentaire. Sous un chargement appliqué, on peut remarquer l'apparition de déformations plastiques qui se développent dans les zones de contact, et de déformations élastiques qui se produisent loin du contact vers l'intérieur du grain.

# ANNEXE B

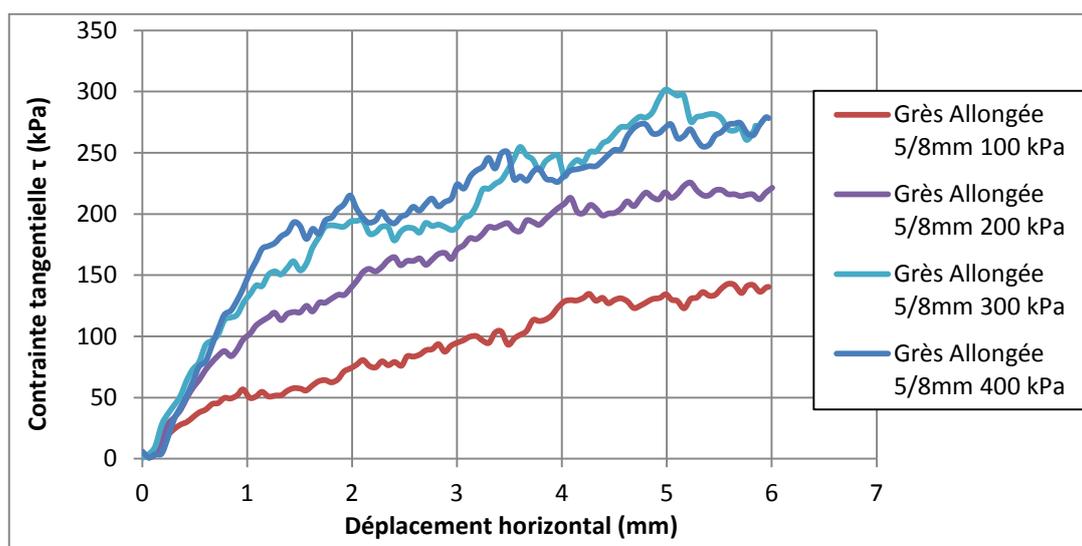
## RÉSULTATS DES ESSAIS RÉALISÉS AU LABORATOIRE

### B.1 COURBES DE CONTRAINTES - DÉFORMATIONS

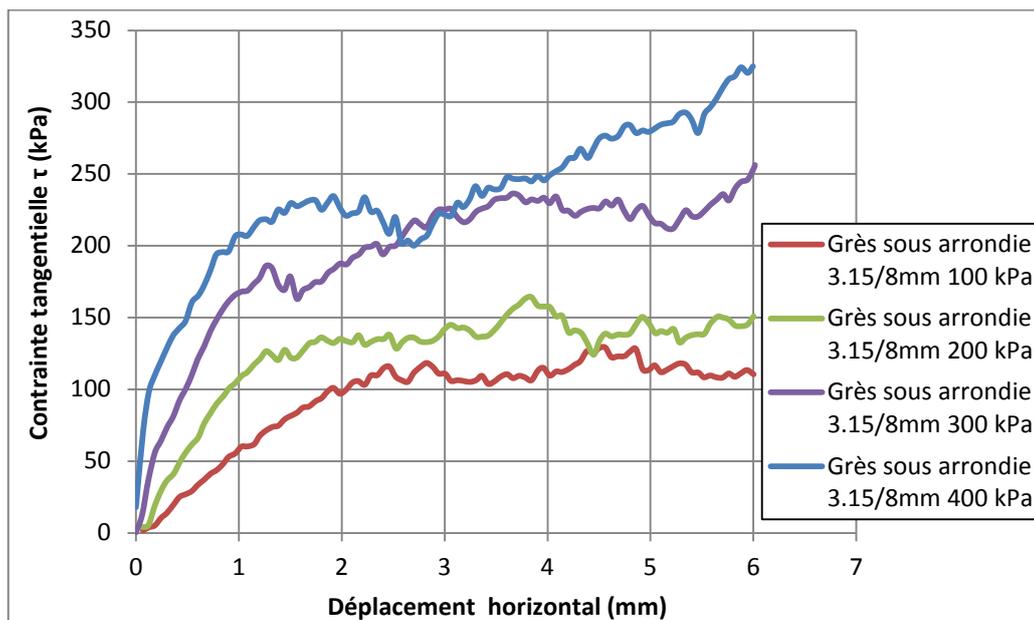
#### B.1.1 Grès



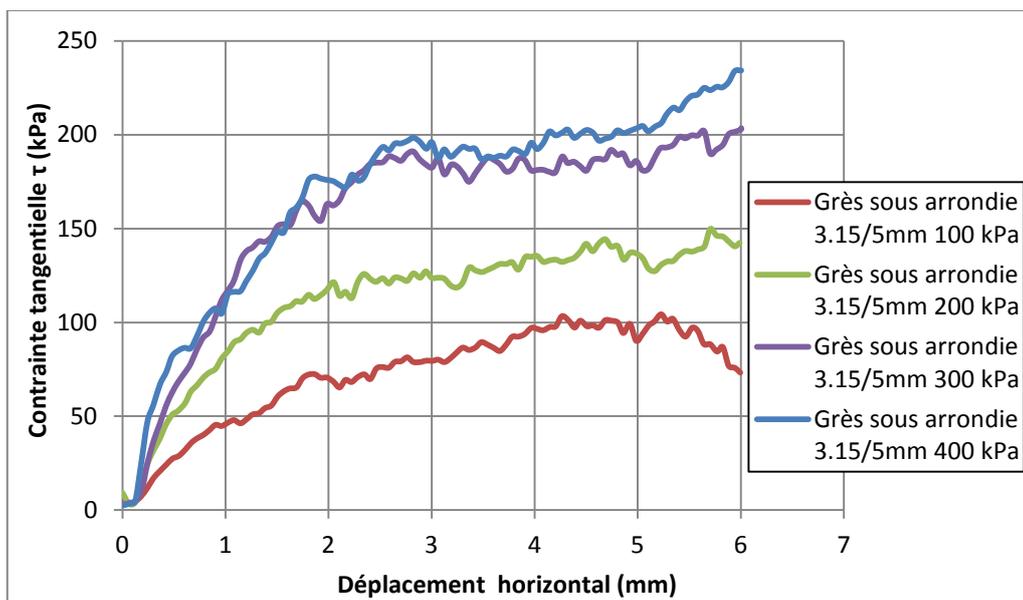
**Figure B.1** : Courbes contrainte - déplacement du matériau grès de classe 3.15/8 mm et de forme allongée en fonction de l'évolution de la contrainte normale.



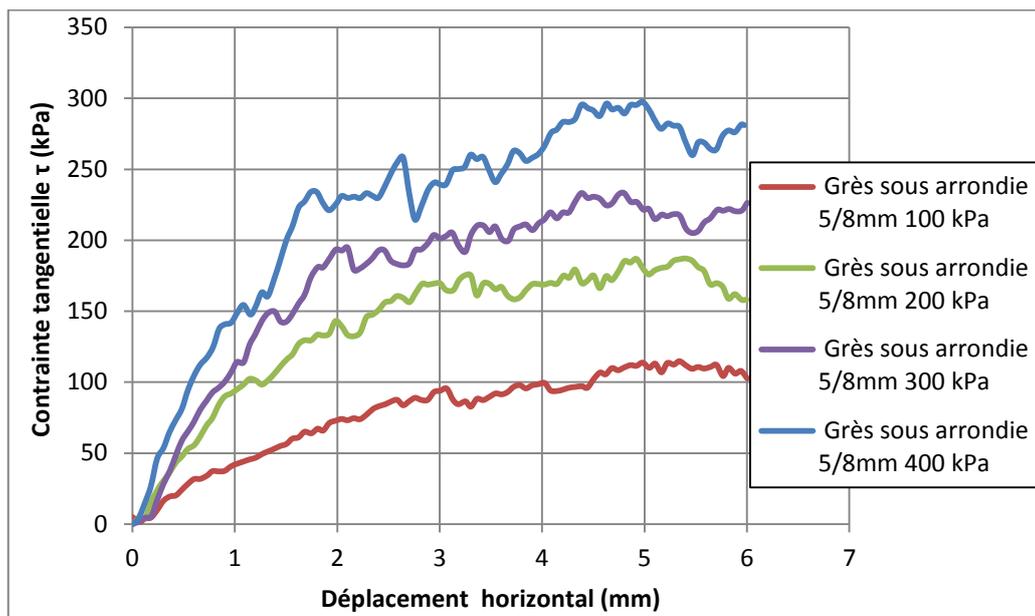
**Figure B.2** : Courbes contrainte - déplacement du matériau grès de classe 5/8 mm et de forme allongée en fonction de l'évolution de la contrainte normale.



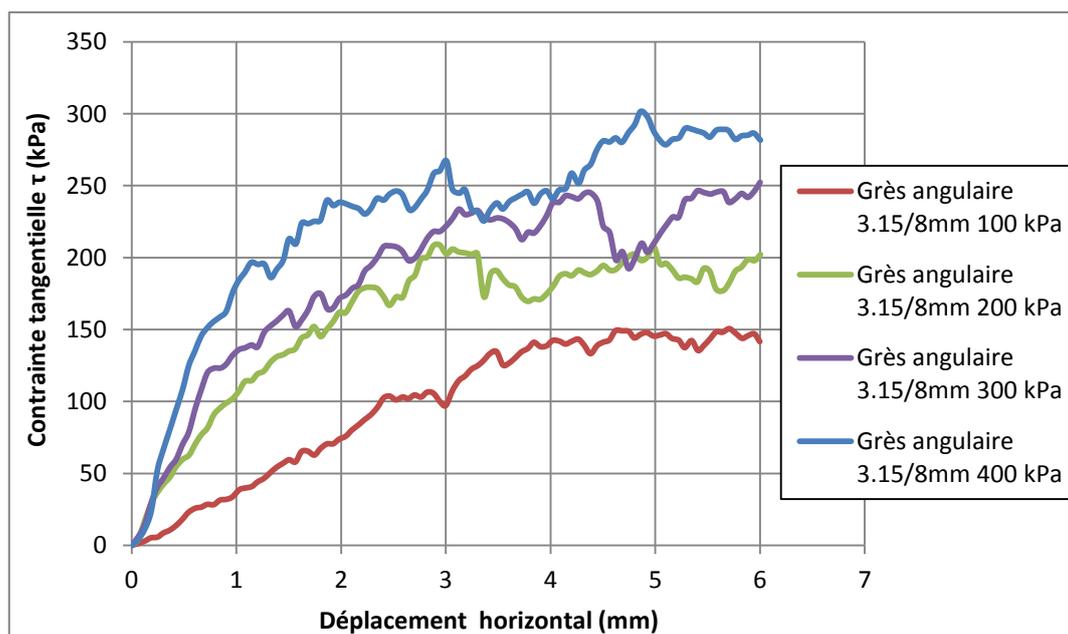
**Figure B.3 :** Courbes contrainte - déplacement du matériau grès de classe 3.15/8 mm et de forme sous arrondie en fonction de l'évolution de la contrainte normale.



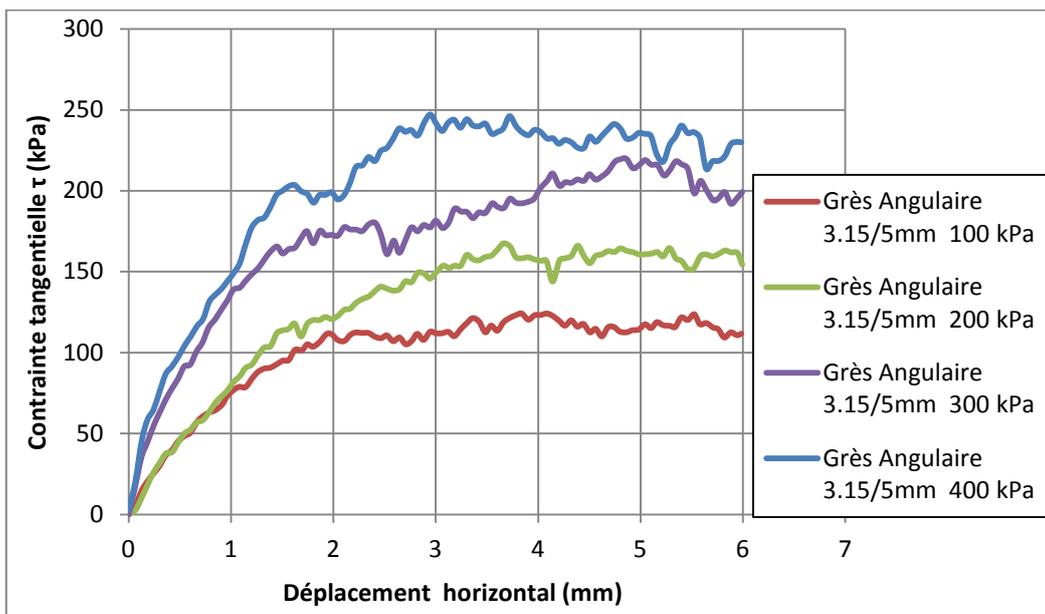
**Figure B.4 :** Courbes contrainte - déplacement du matériau grès de classe 3.15/5 mm et de forme sous arrondie en fonction de l'évolution de la contrainte normale.



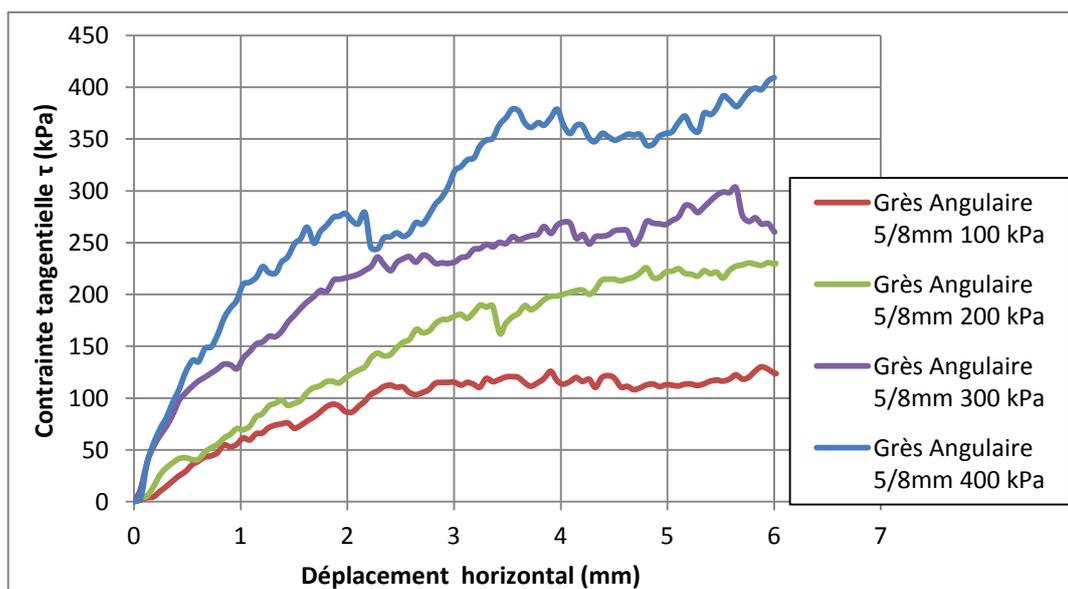
**Figure B.5 :** Courbes contrainte - déplacement du matériau grès de classe 5/8 mm et de forme sous arrondie en fonction de l'évolution de la contrainte normale.



**Figure B.6 :** Courbes contrainte - déplacement du matériau grès de classe 3.15/8 mm et de forme angulaire en fonction de l'évolution de la contrainte normale.

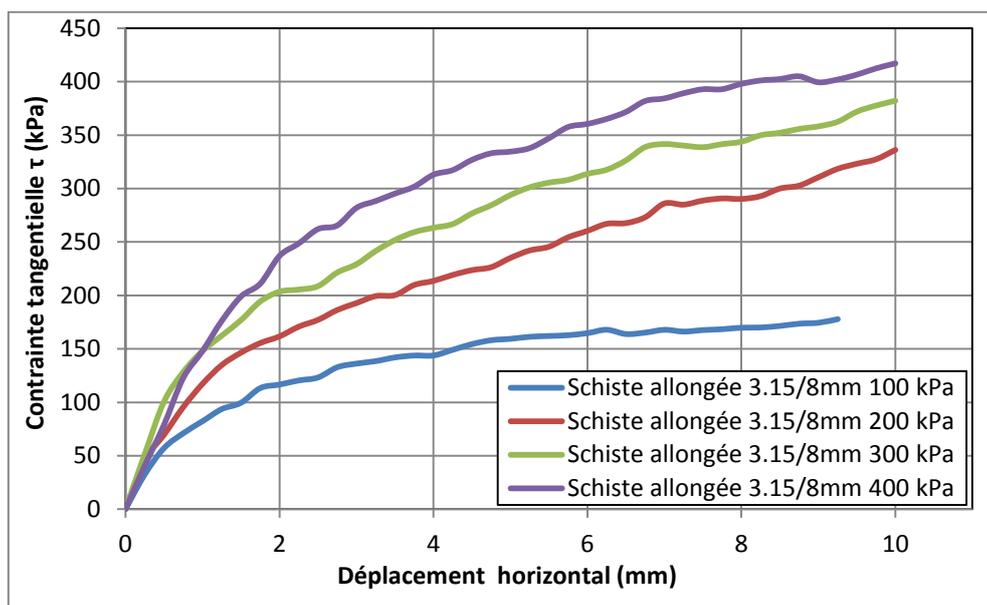


**Figure B.7 :** Courbes contrainte - déplacement du matériau grès de classe 3.15/5 mm et de forme angulaire en fonction de l'évolution de la contrainte normale.

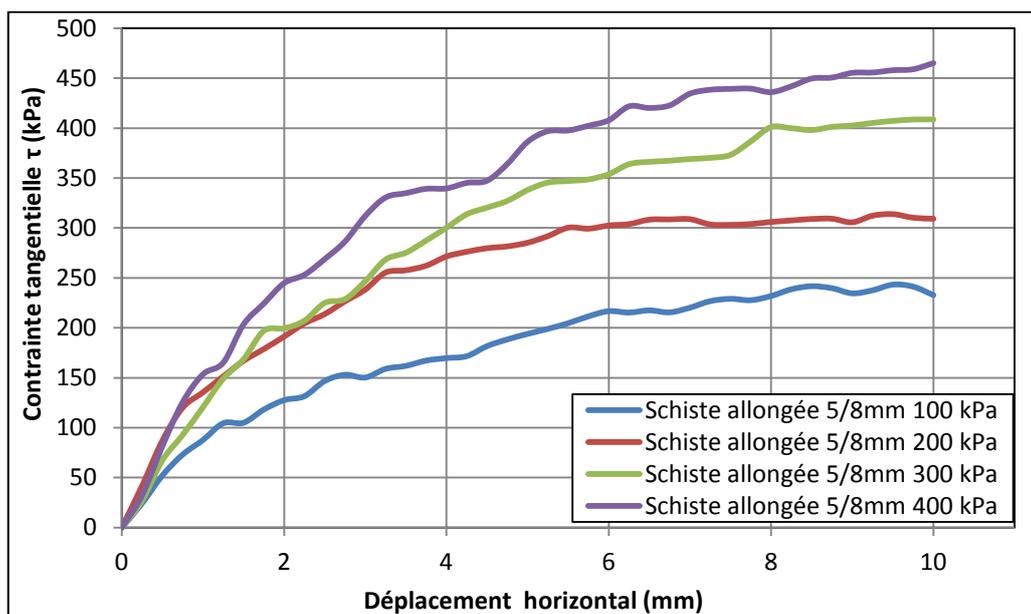


**Figure B.8 :** Courbes contrainte - déplacement du matériau grès de classe 5/8 mm et de forme angulaire en fonction de l'évolution de la contrainte normale.

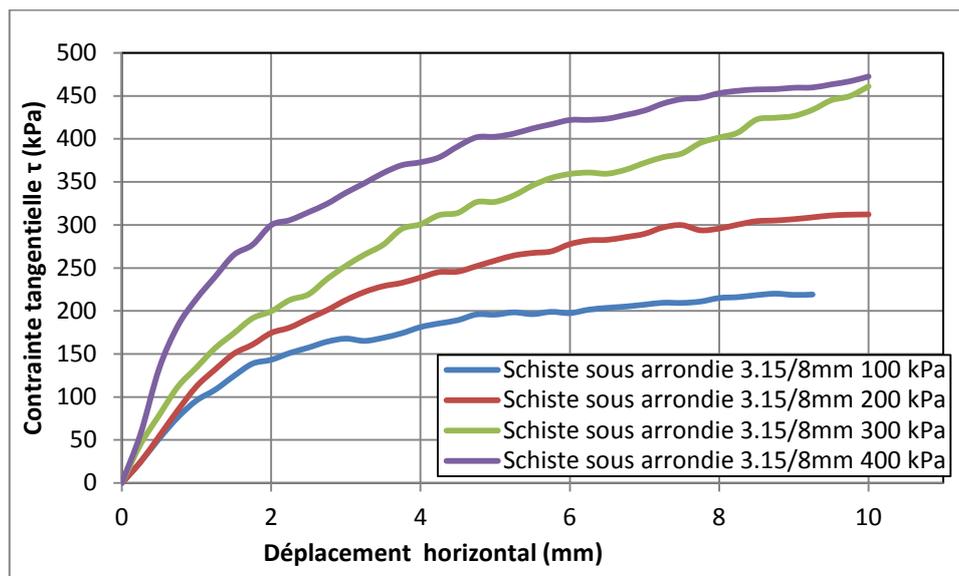
## B.1.2 Schiste



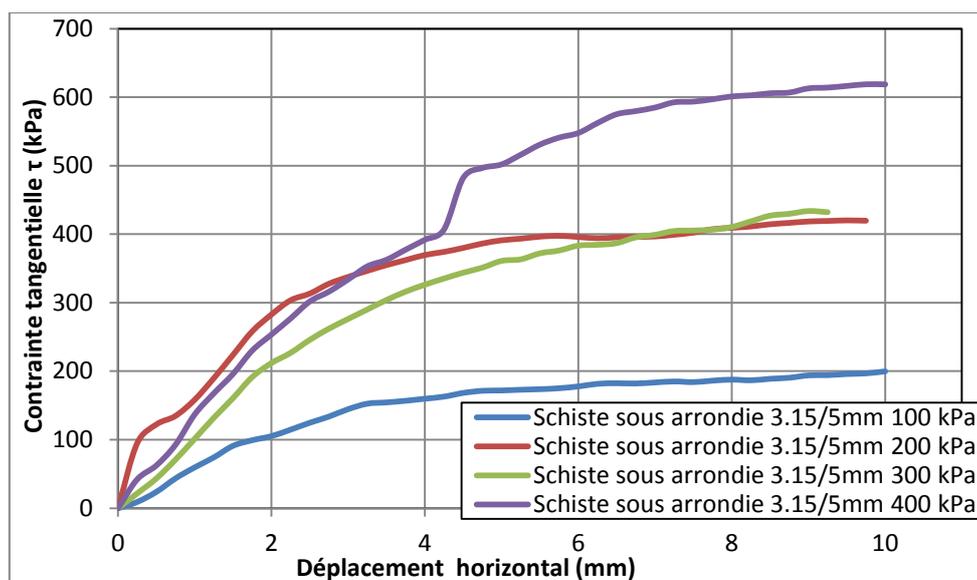
**Figure B.9 :** Courbes contrainte - déplacement du matériau schiste de classe 3.15/8 mm et de forme allongée en fonction de l'évolution de la contrainte normale.



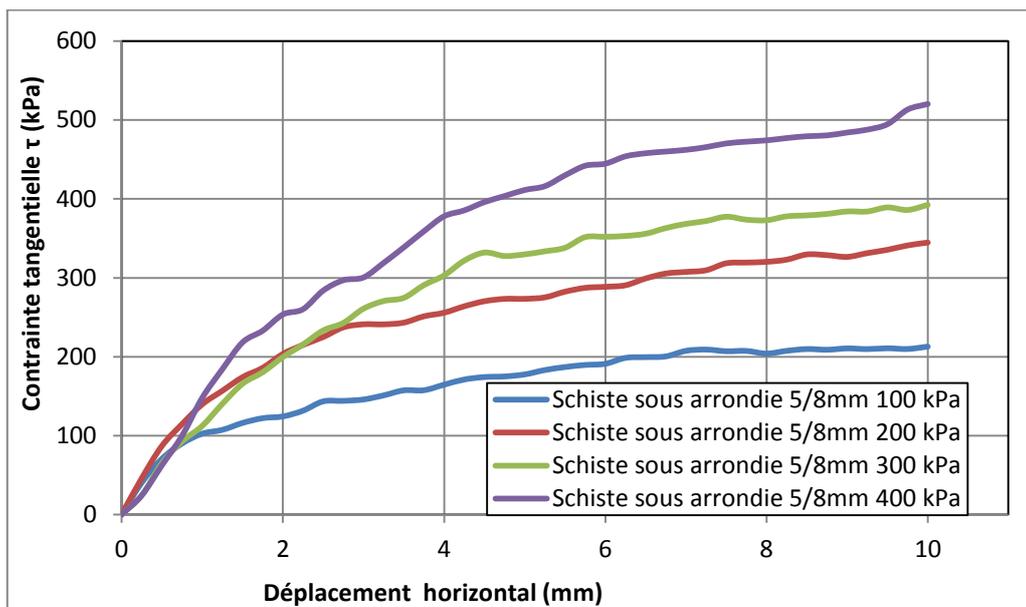
**Figure B.10 :** Courbes contrainte - déplacement du matériau schiste de classe 5/8 mm et de forme allongée en fonction de l'évolution de la contrainte normale.



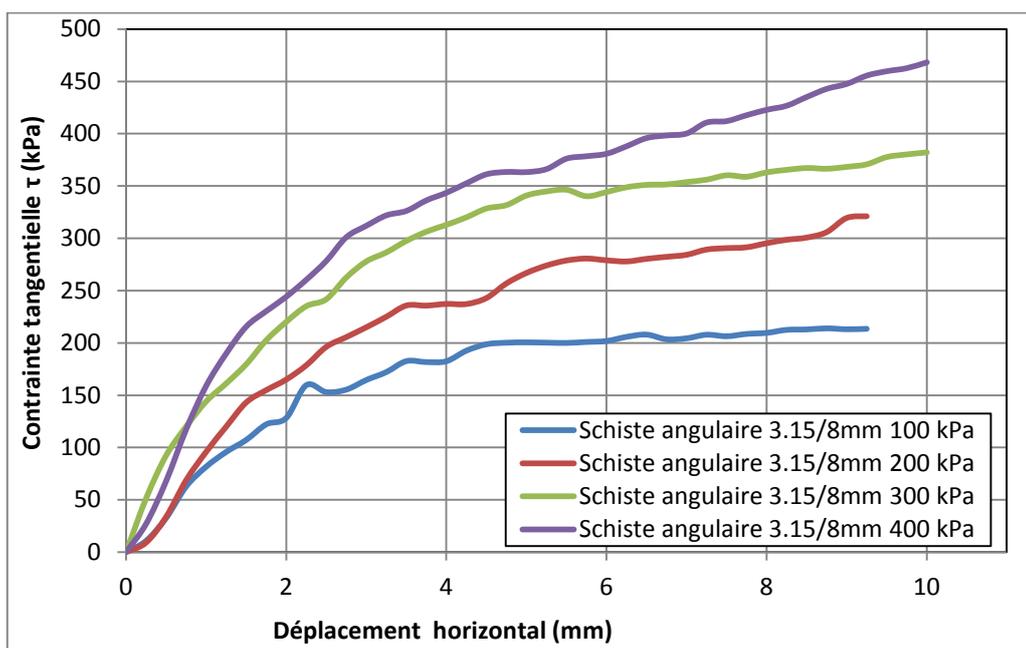
**Figure B.11** : Courbes contrainte - déplacement du matériau schiste de classe 3.15/8 mm et de forme sous arrondie en fonction de l'évolution de la contrainte normale.



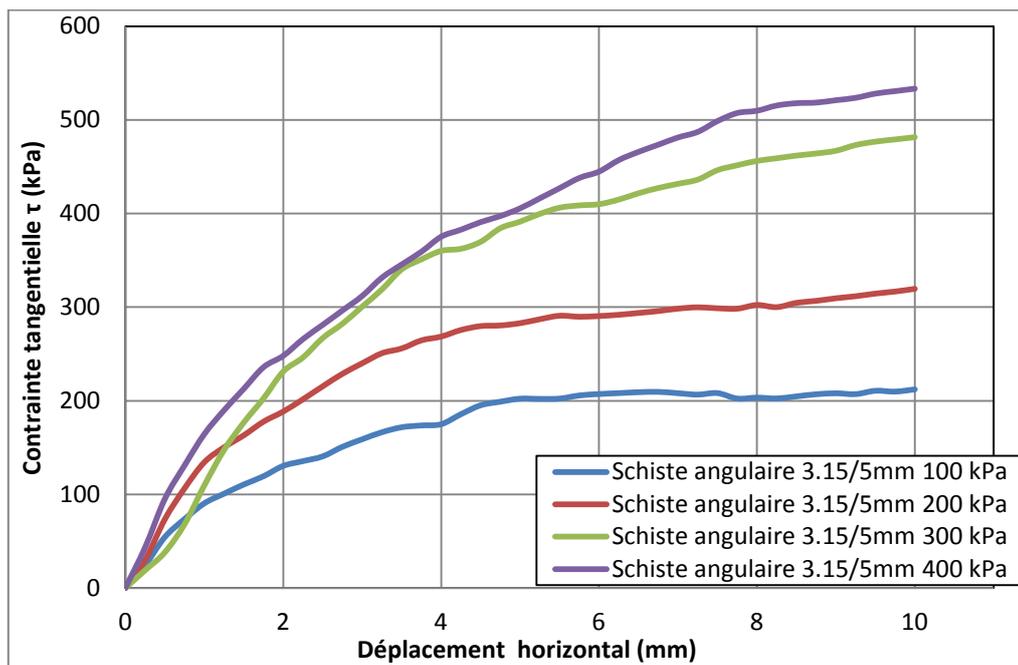
**Figure B.12** : Courbes contrainte - déplacement du matériau schiste de classe 3.15/5 mm et de forme sous arrondie en fonction de l'évolution de la contrainte normale.



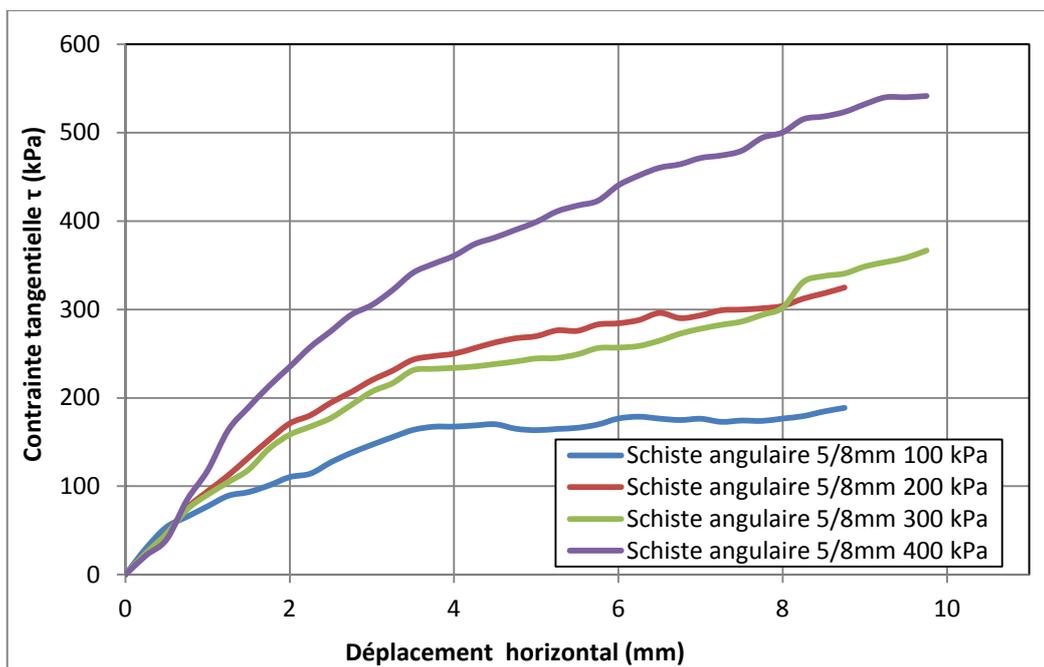
**Figure B.13 :** Courbes contrainte - déplacement du matériau schiste de classe 5/8 mm et de forme sous arrondie en fonction de l'évolution de la contrainte normale.



**Figure B.14 :** Courbes contrainte - déplacement du matériau schiste de classe 3.15/8 mm et de forme angulaire en fonction de l'évolution de la contrainte normale.

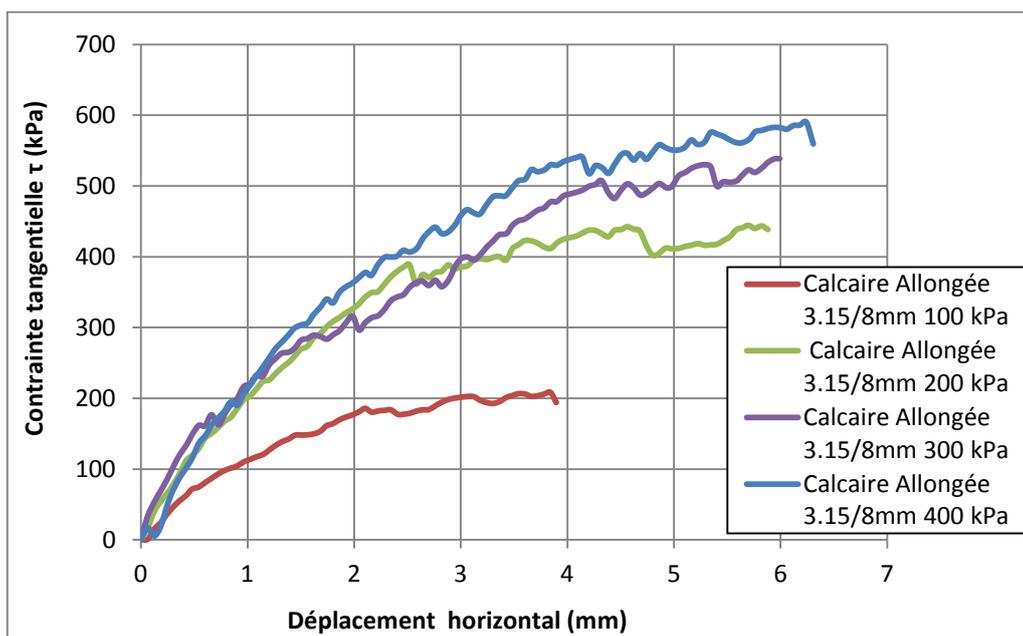


**Figure B.15 :** Courbes contrainte - déplacement du matériau schiste de classe 3.15/5 mm et de forme angulaire en fonction de l'évolution de la contrainte normale.

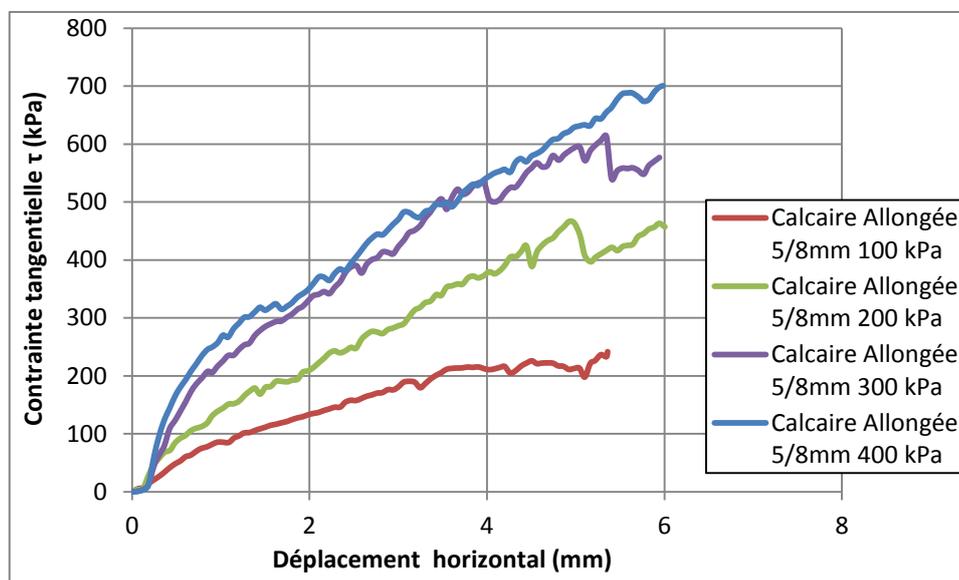


**Figure B.16 :** Courbes contrainte - déplacement du matériau schiste de classe 5/8 mm et de forme angulaire en fonction de l'évolution de la contrainte normale.

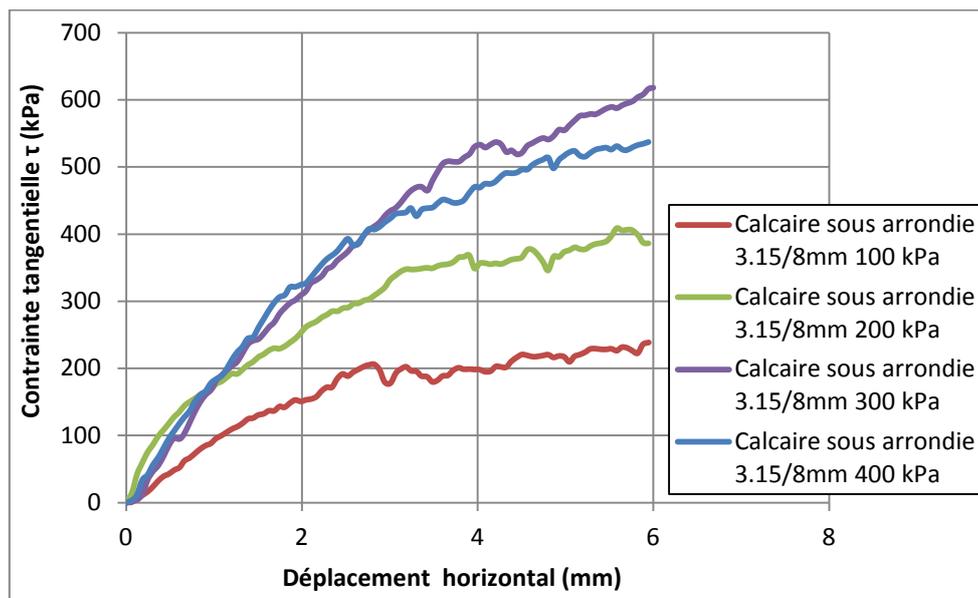
## B.1.3 Calcaire



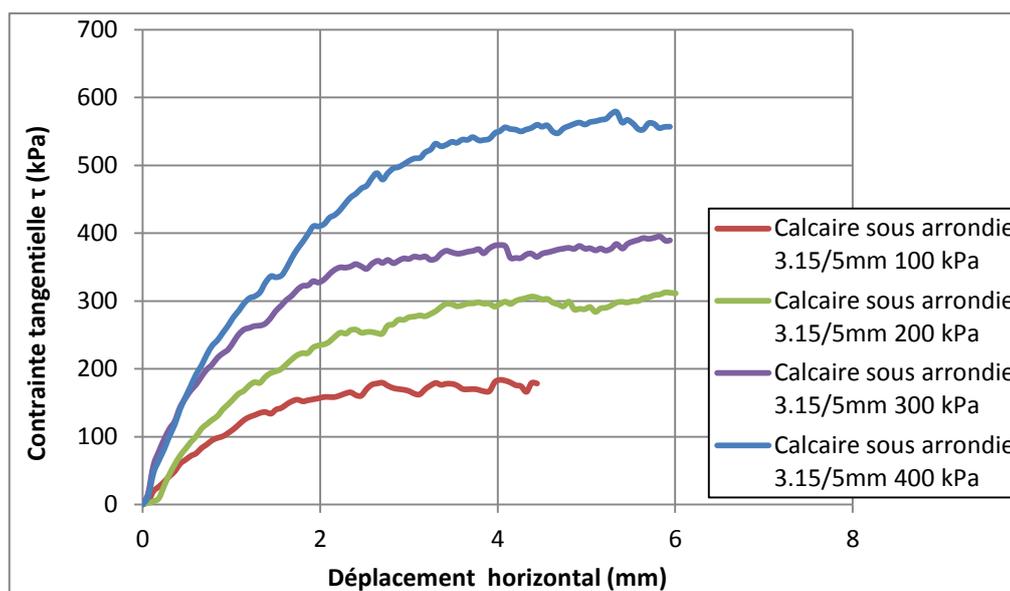
**Figure B.17 :** Courbes contrainte - déplacement du calcaire de classe 3.15/8 mm et de forme allongée en fonction de l'évolution de la contrainte normale.



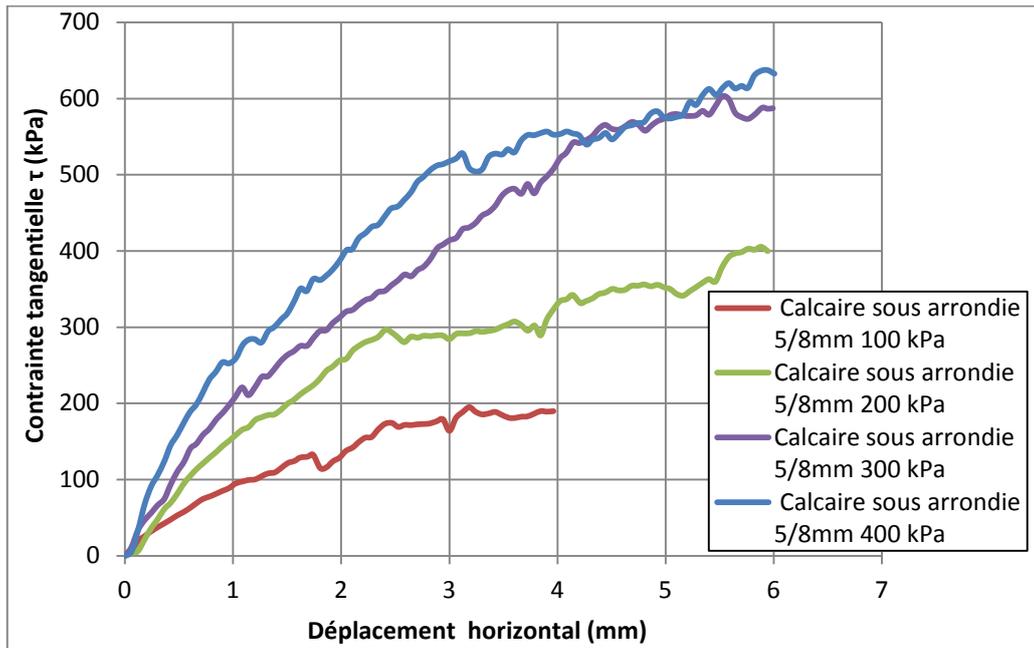
**Figure B.18 :** Courbes contrainte - déplacement du calcaire de classe 5/8 mm et de forme allongée en fonction de l'évolution de la contrainte normale.



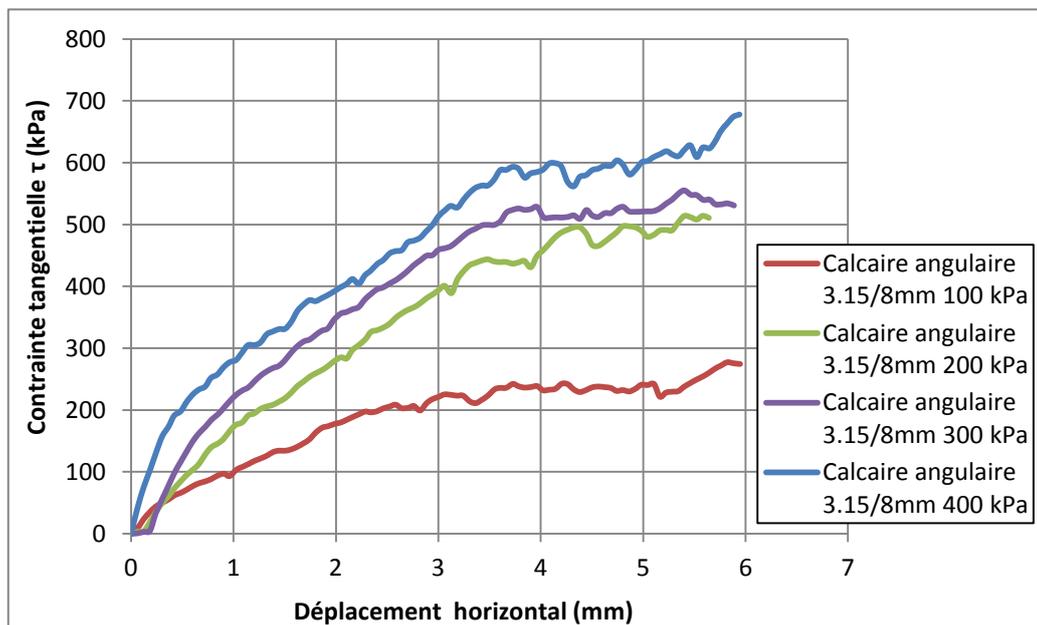
**Figure B.19 :** Courbes contrainte - déplacement du calcaire de classe 3.15/8 mm et de forme sous arrondie en fonction de l'évolution de la contrainte normale.



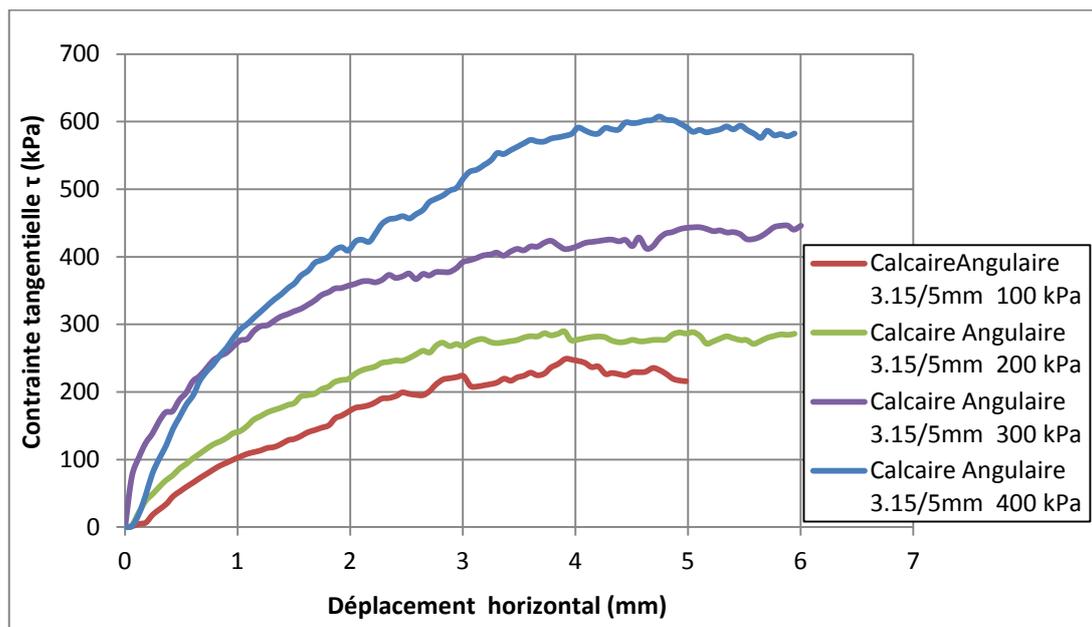
**Figure B.20 :** Courbes contrainte - déplacement du calcaire de classe 3.15/5 mm et de forme sous arrondie en fonction de l'évolution de la contrainte normale.



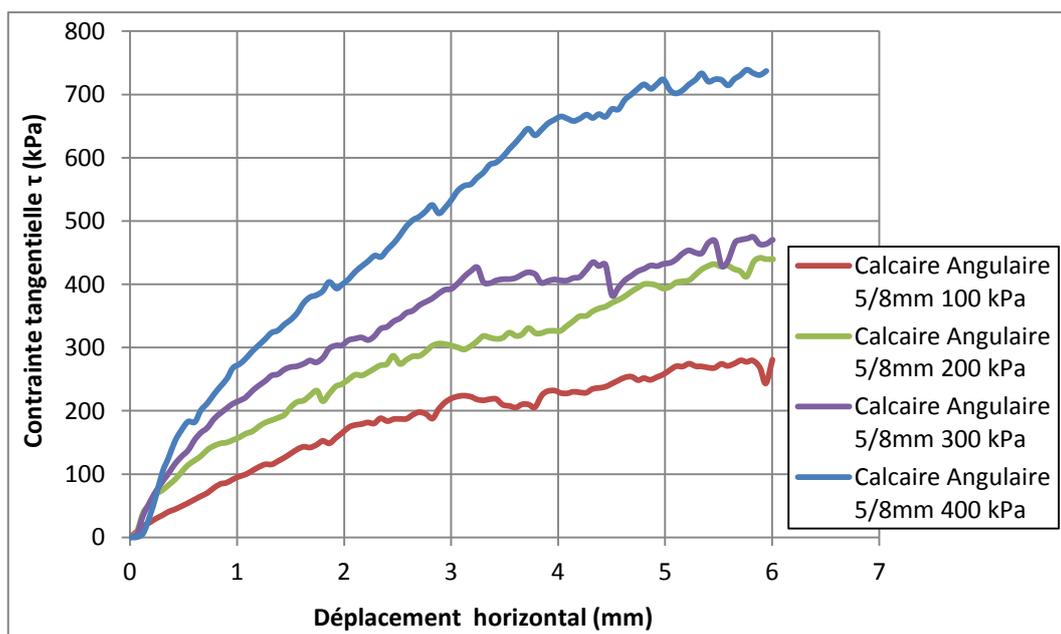
**Figure B.21 :** Courbes contrainte - déplacement du calcaire de classe 5/8 mm et de forme sous arrondie en fonction de l'évolution de la contrainte normale.



**Figure B.22 :** Courbes contrainte - déplacement du calcaire de classe 3.15/8 mm et de forme angulaire en fonction de l'évolution de la contrainte normale.



**Figure B.23 :** Courbes contrainte - déplacement du calcaire de classe 3.15/5 mm et de forme angulaire en fonction de l'évolution de la contrainte normale.



**Figure B.24 :** Courbes contrainte - déplacement du calcaire de classe 5/8 mm et de forme angulaire en fonction de l'évolution de la contrainte normale.

## B.2 COURBES ŒDOMÉTRIQUES

### B.2.1 Grès

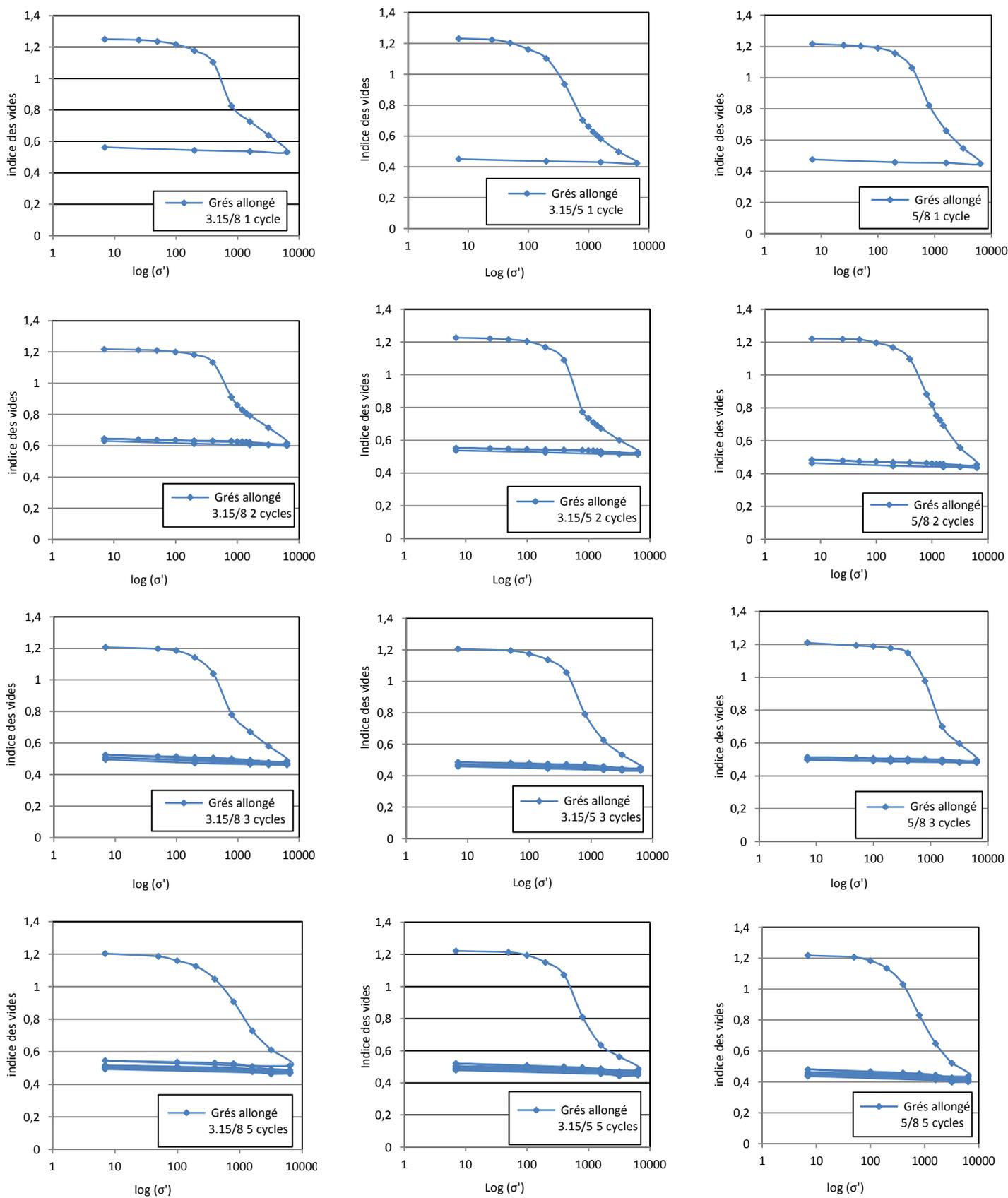


Figure B.25 : Courbes œdométriques du grès de classe respectivement 3.15/8, 3.15/5 et 5/8 mm et de forme allongée (de 1 à 5 cycles de chargement-déchargement).

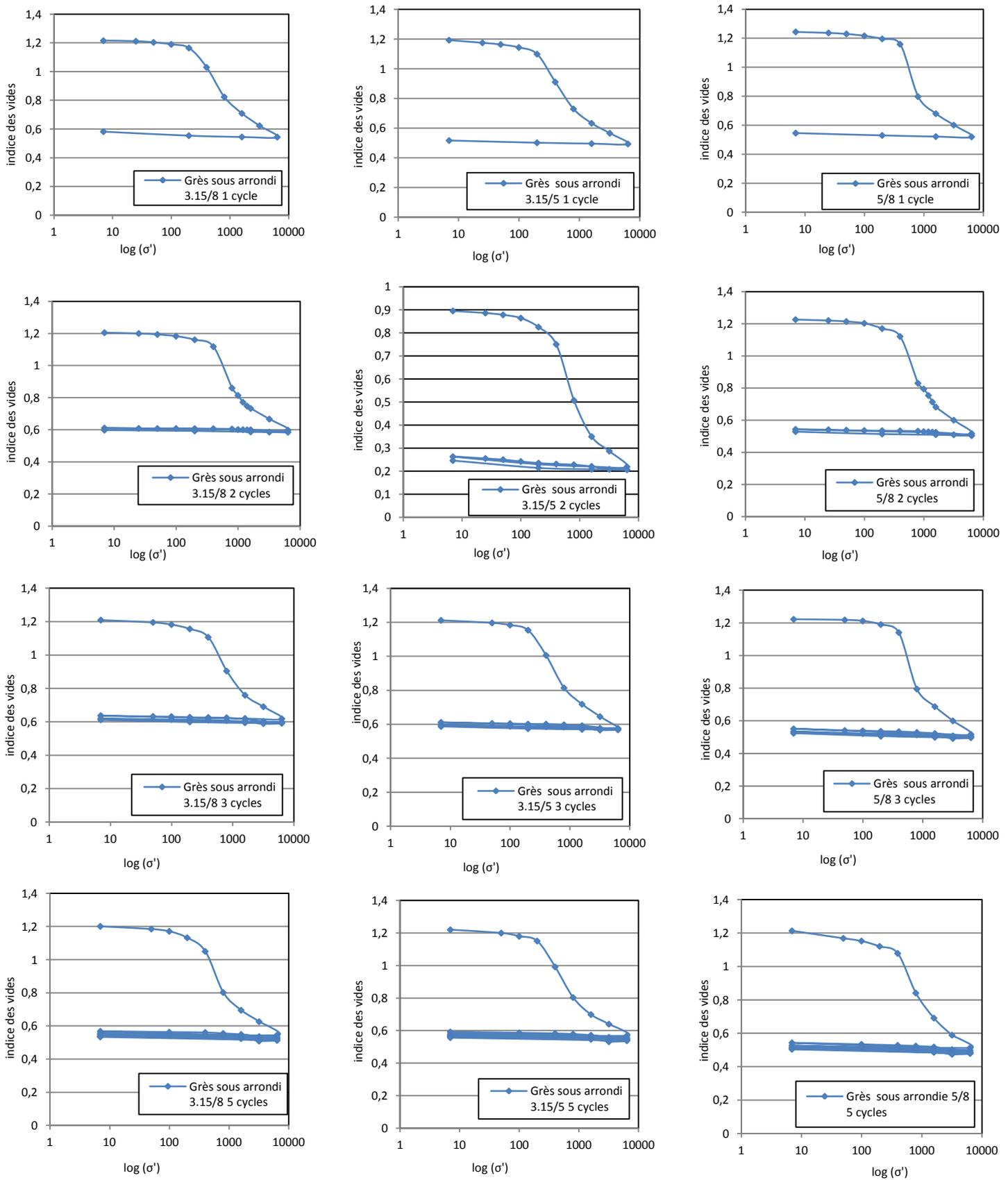


Figure B.26 : Courbes œdométriques du grès de classe respectivement 3.15/8, 3.15/5 et 5/8 mm et de forme sous arrondie (de 1 à 5 cycles de chargement-déchargement)

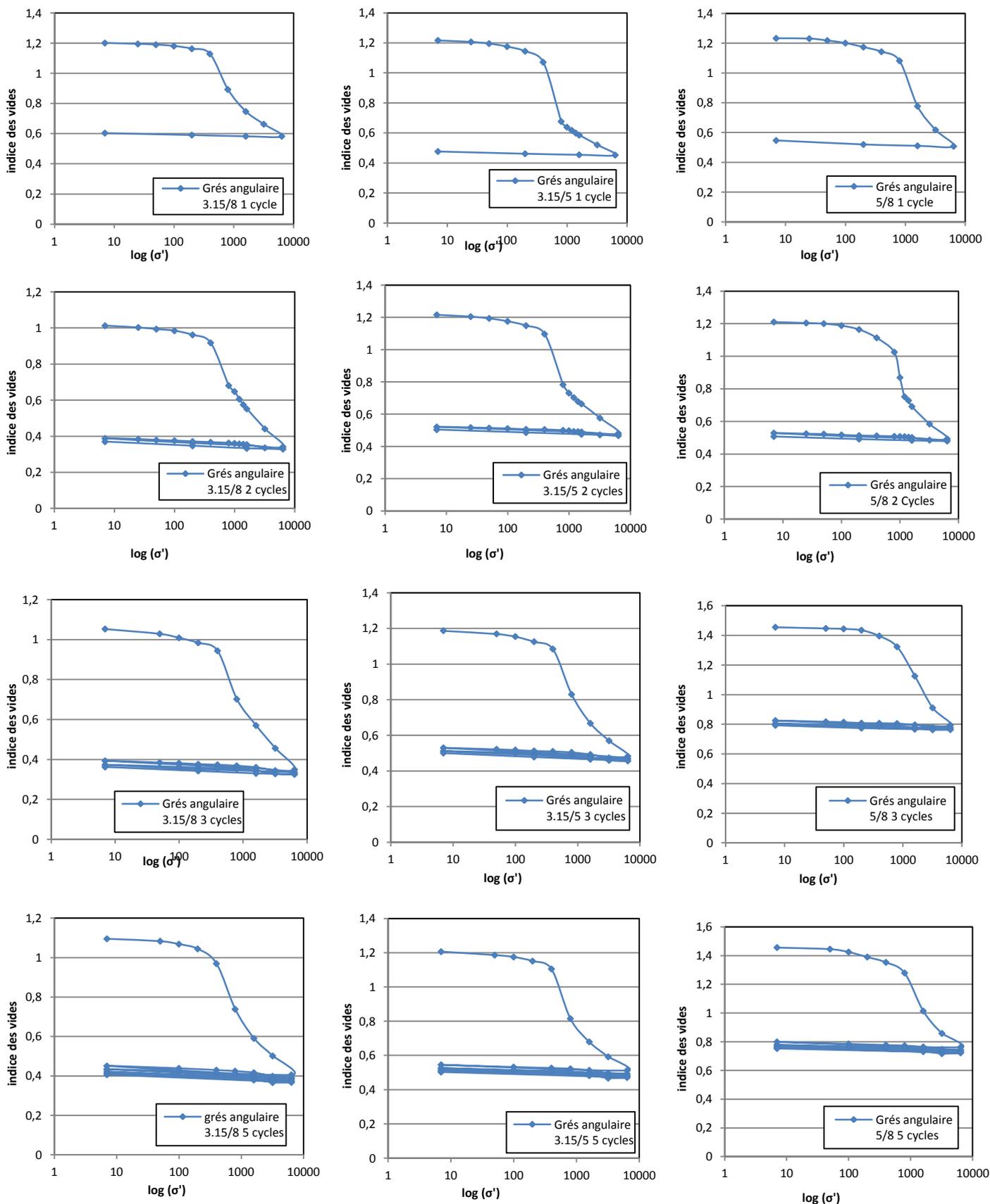
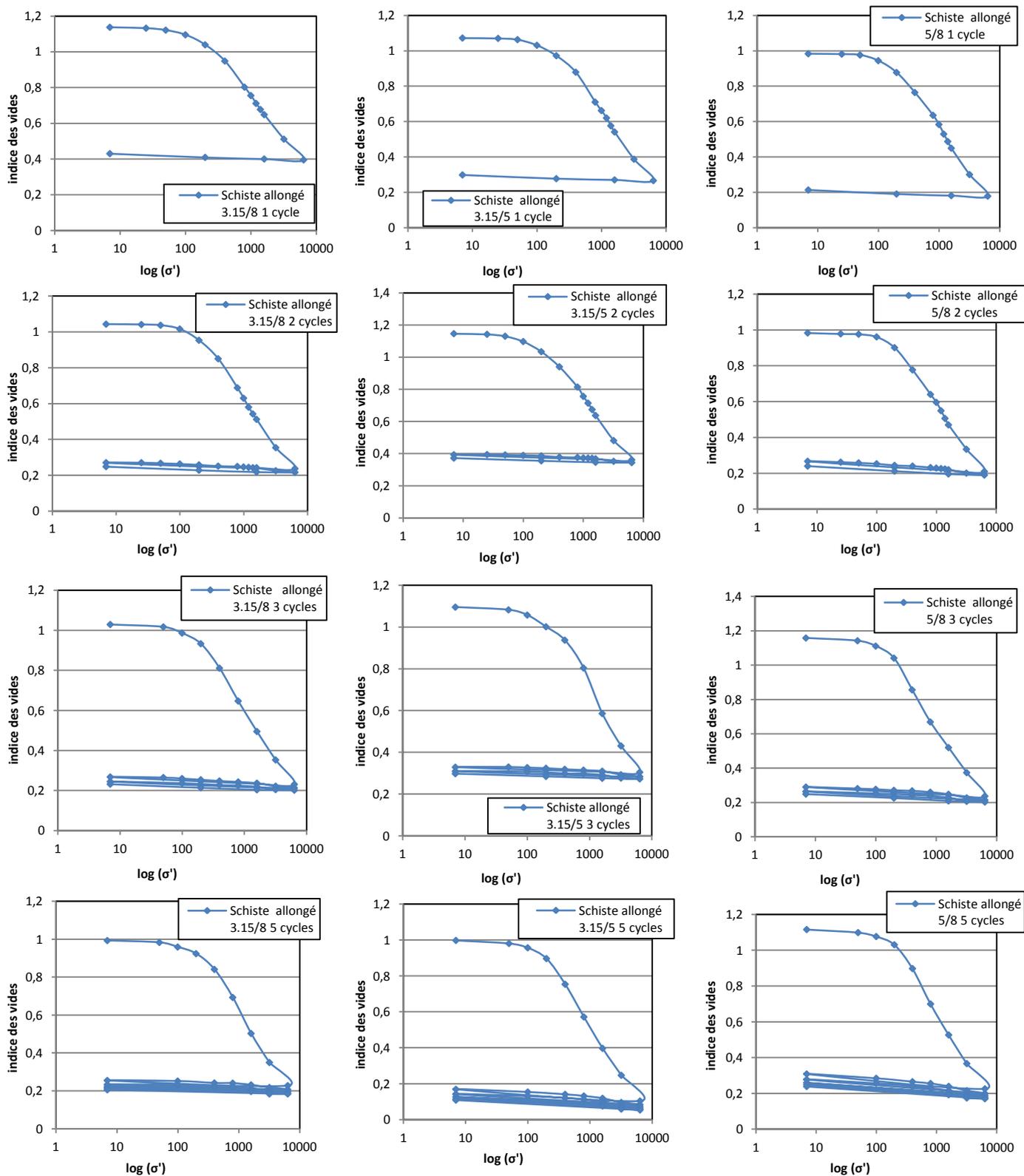


Figure B.27 : Courbes œdométriques du grès de respectivement 3.15/8, 3.15/5 et 5/8 mm et de forme angulaire (de 1 à 5 cycles de chargement-déchargement).

## B.2.2 Schiste



**Figure B.28 :** Courbes œdométriques du schiste de classe respectivement 3.15/8, 3.15/5 et 5/8 mm et de forme allongée (de 1 à 5 cycles de chargement-déchargement).

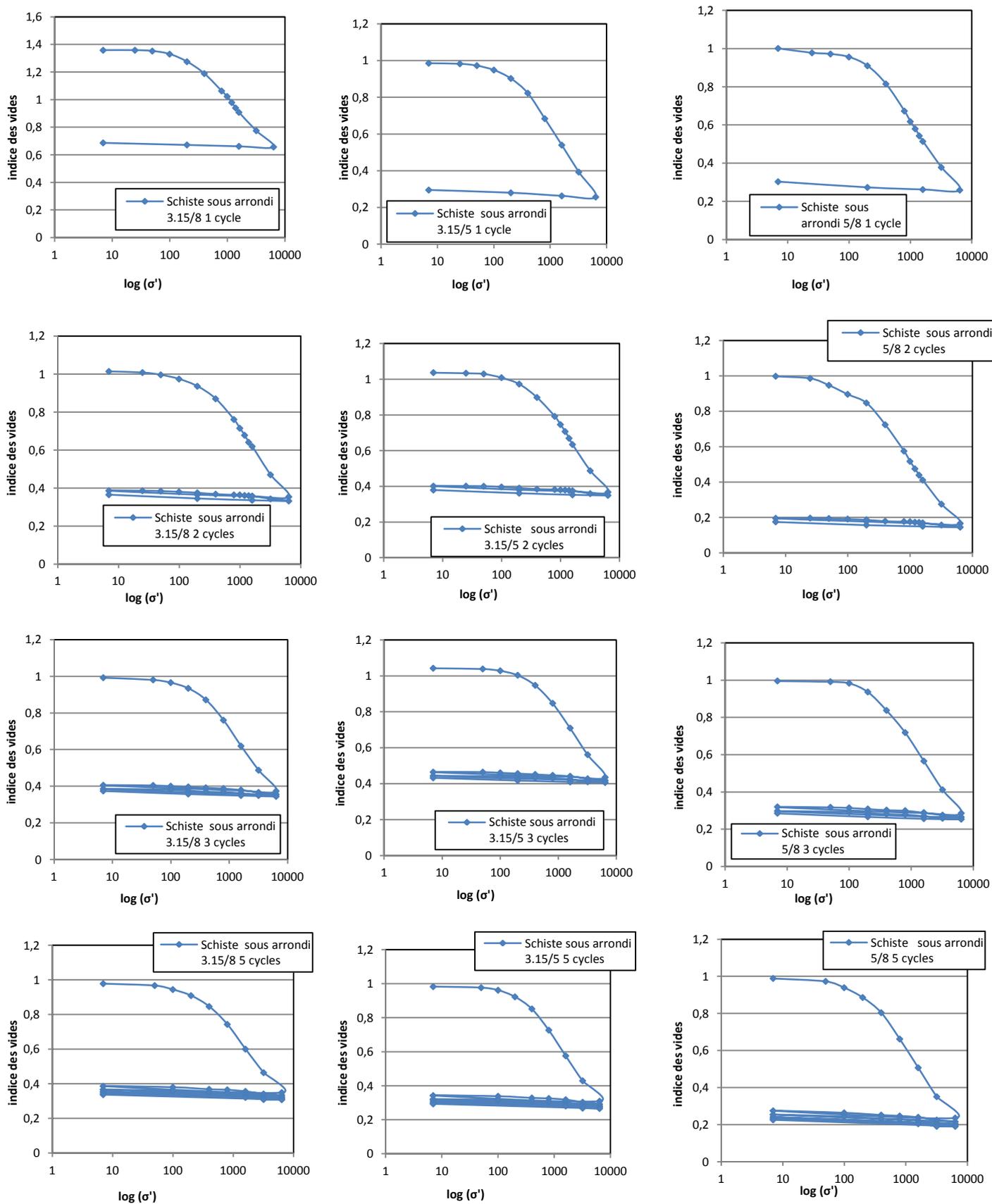


Figure B.29 : Courbes œdométriques du schiste de classe respectivement 3.15/8, 3.15/5 et 5/8 mm et de forme sous arrondie (de 1 à 5 cycles de chargement-déchargement).

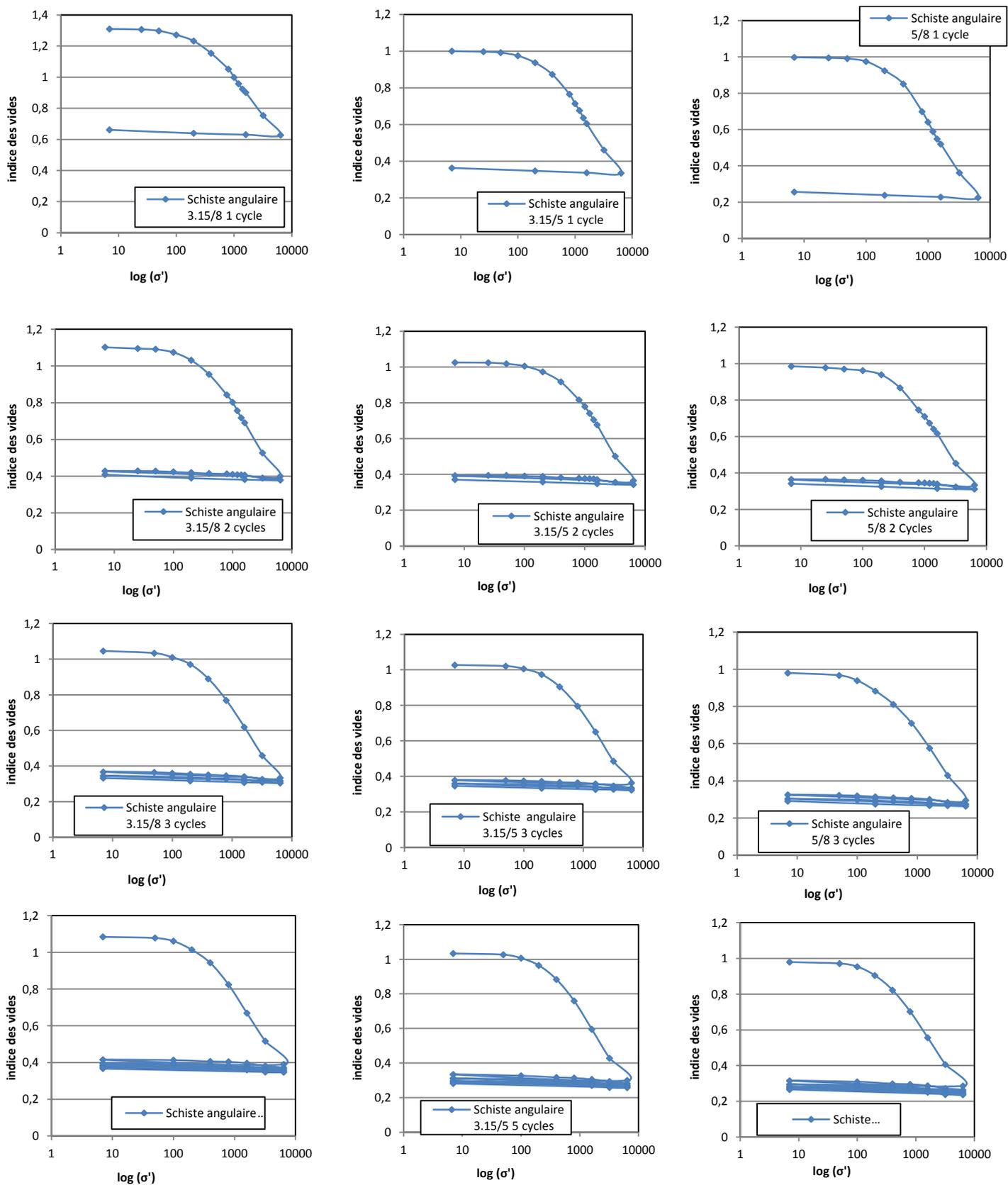
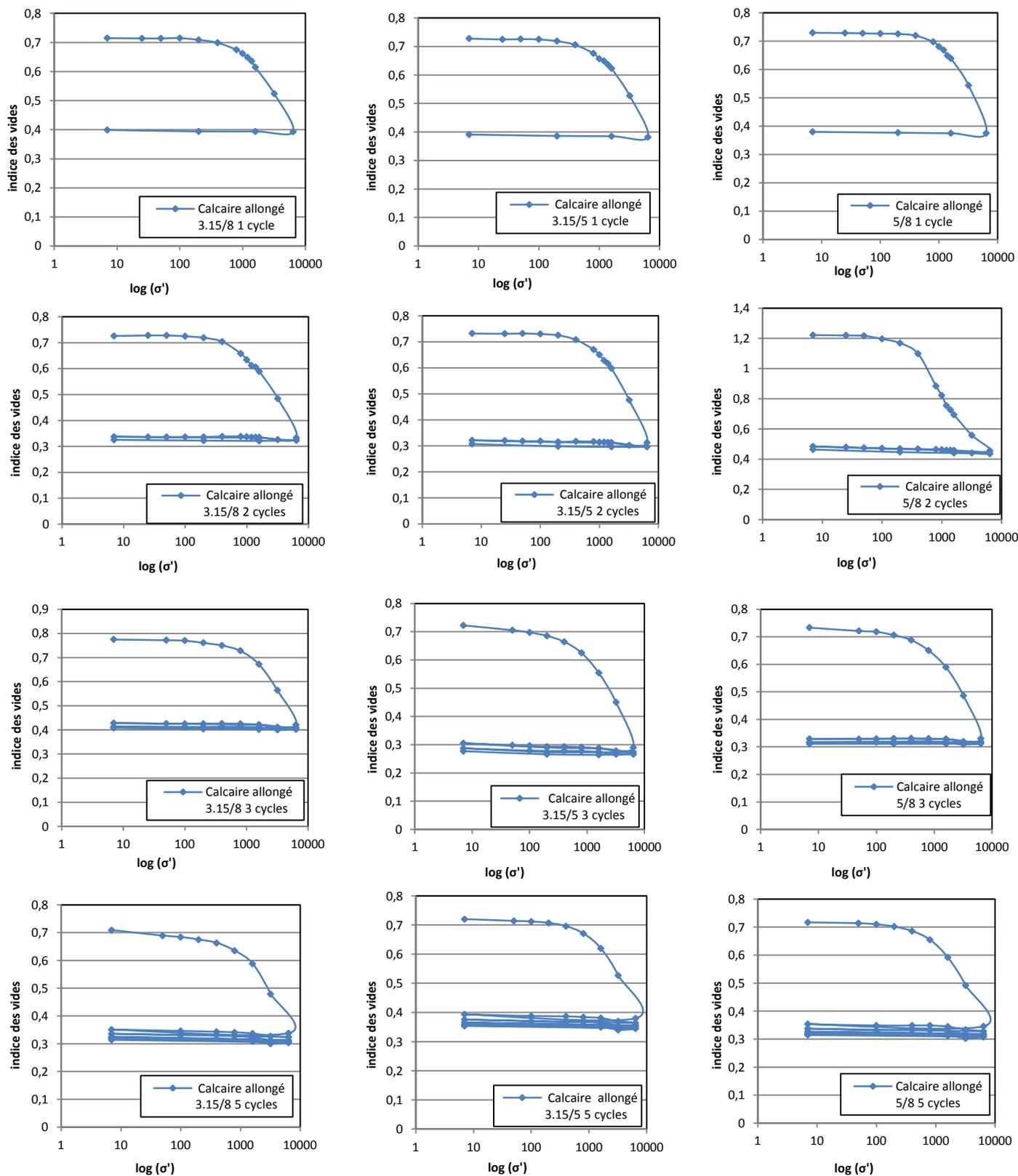
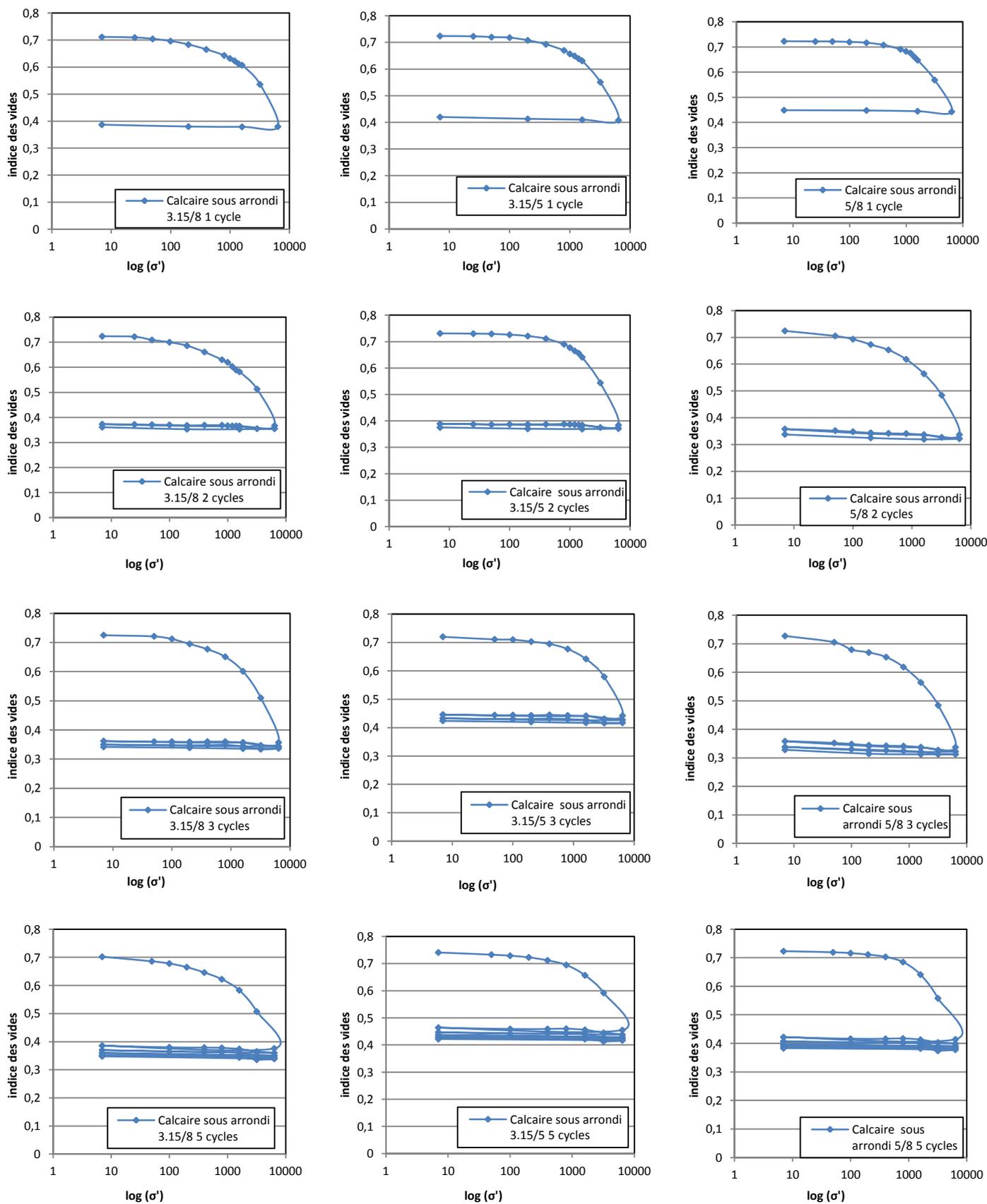


Figure B.30 : Courbes œdométriques du schiste de classe respectivement 3.15/8, 3.15/5 et 5/8 mm et de forme angulaire (de 1 à 5 cycles de chargement-déchargement).

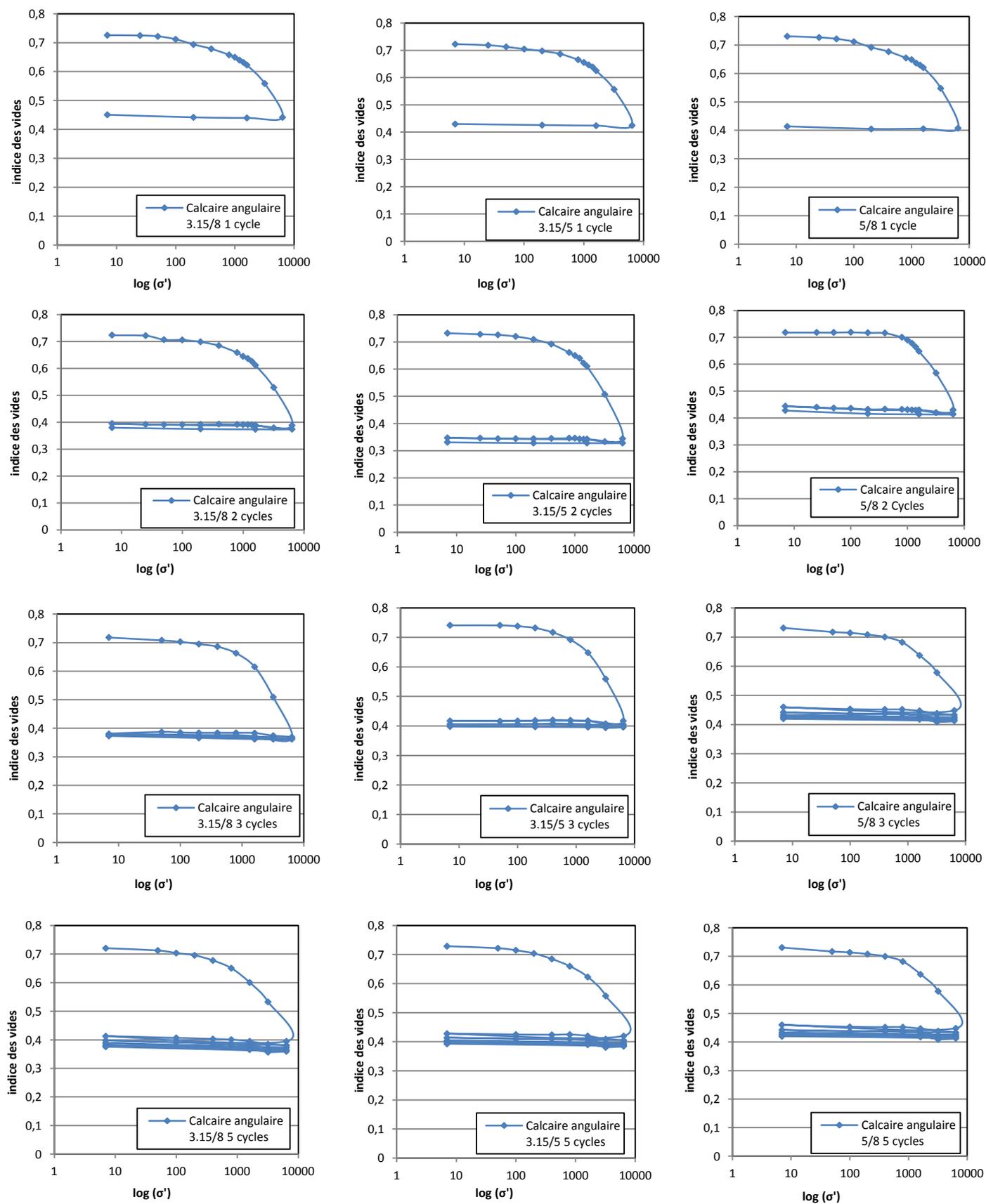
## B.2.3 Calcaire



**Figure B.31 :** Courbes œdométriques du calcaire de classe respectivement 3.15/8, 3.15/5 et 5/8 mm et de forme allongée (de 1 à 5 cycles de chargement-déchargement).



**Figure B.32:** Courbes œdométriques du calcaire de classe respectivement 3.15/8, 3.15/5 et 5/8 mm et de forme sous arrondie (de 1 à 5 cycles de chargement-déchargement).



**Figure B.33 :** Courbes œdométriques du calcaire de classes respectivement 3.15/8, 3.15/5 et 5/8 mm et de forme angulaire (de 1 à 5 cycles de chargement-déchargement).



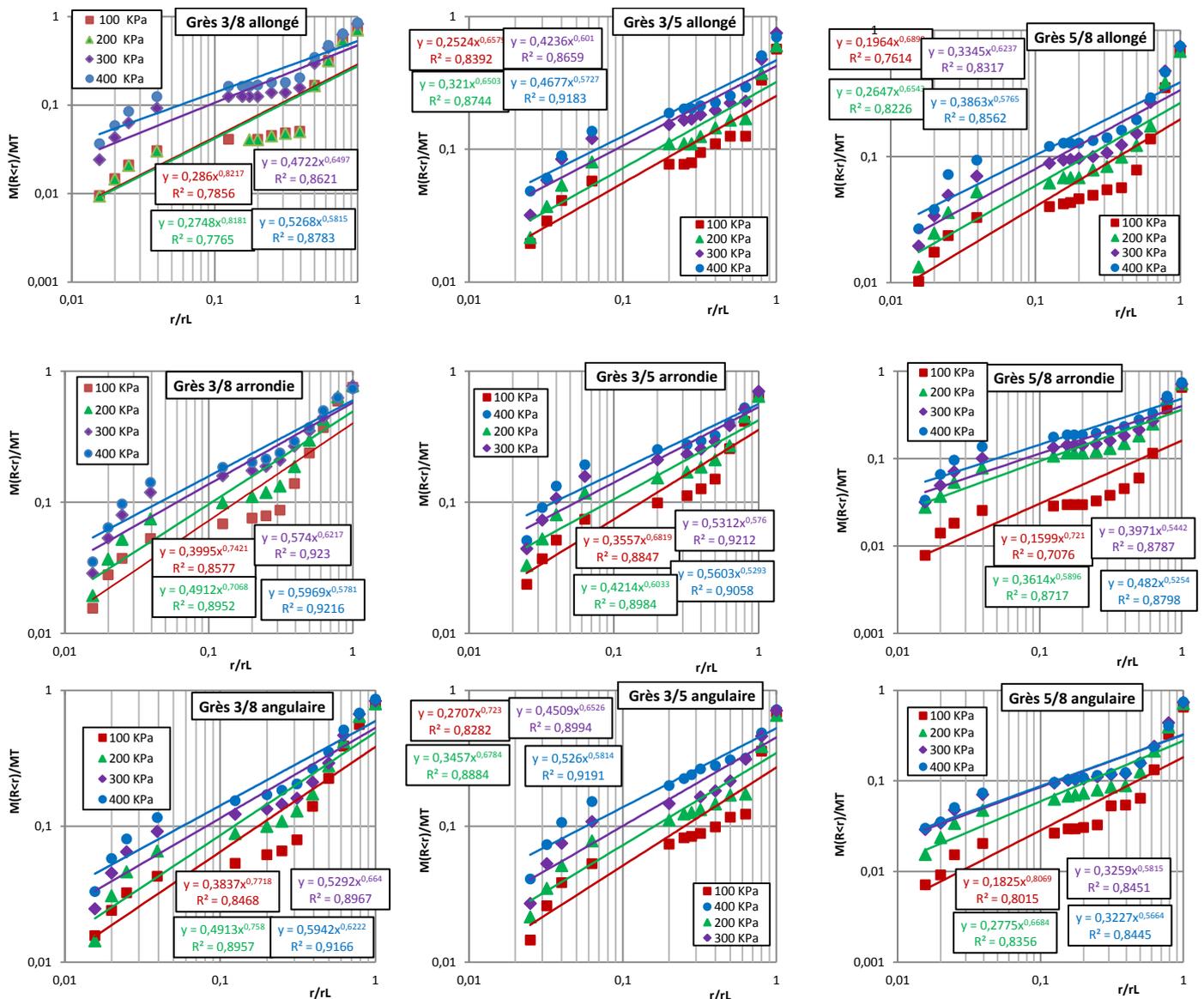
# ANNEXE C

## RÉSULTATS DES MÉTHODES FRACTALES BIDIMENSIONNELLES (2D)

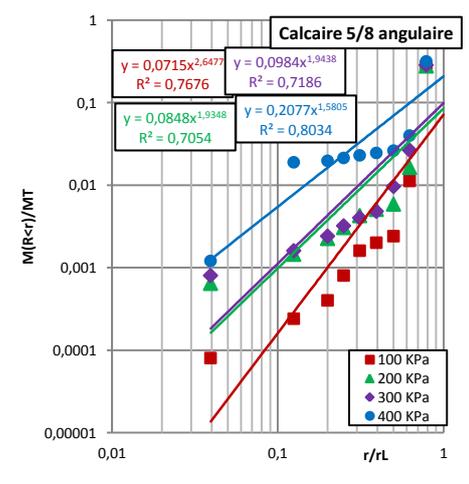
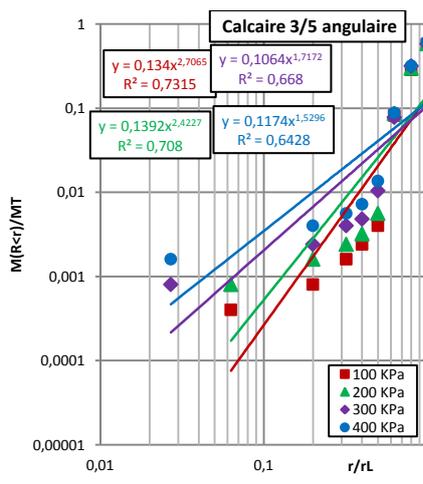
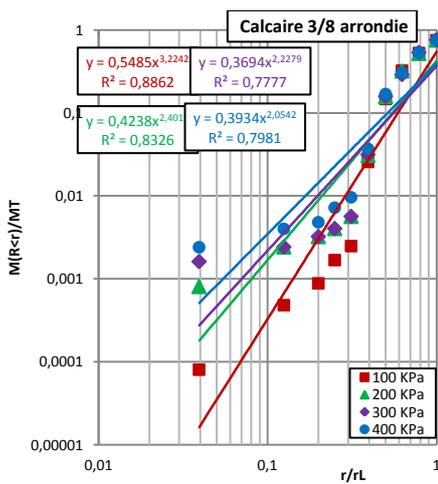
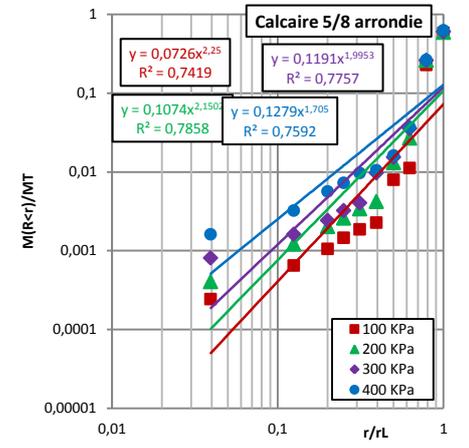
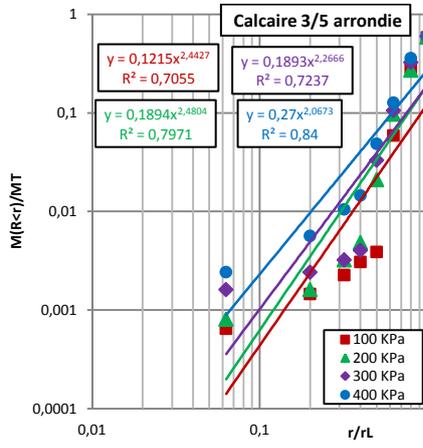
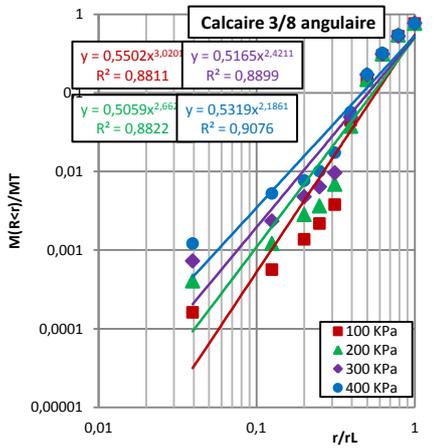
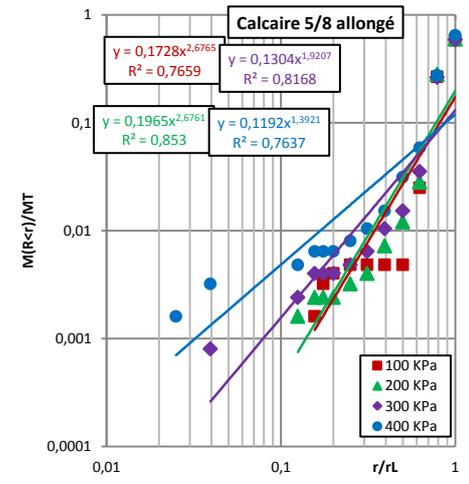
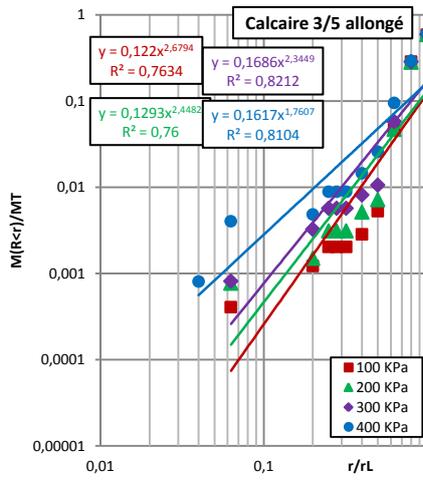
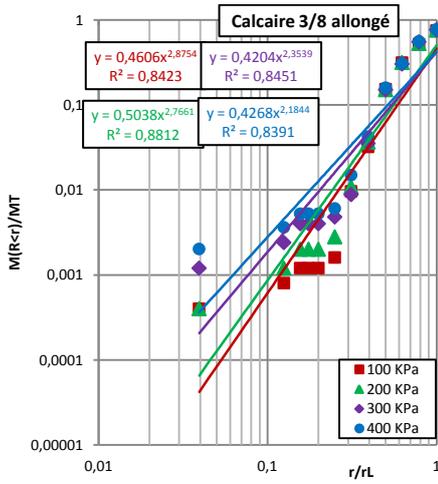
### C.1 LA DIMENSION FRACTALE DE FRAGMENTATION $DF_{FR}$ CALCULÉE PAR LA MÉTHODE DES MASSES

#### C.1.1 Essai du cisaillement

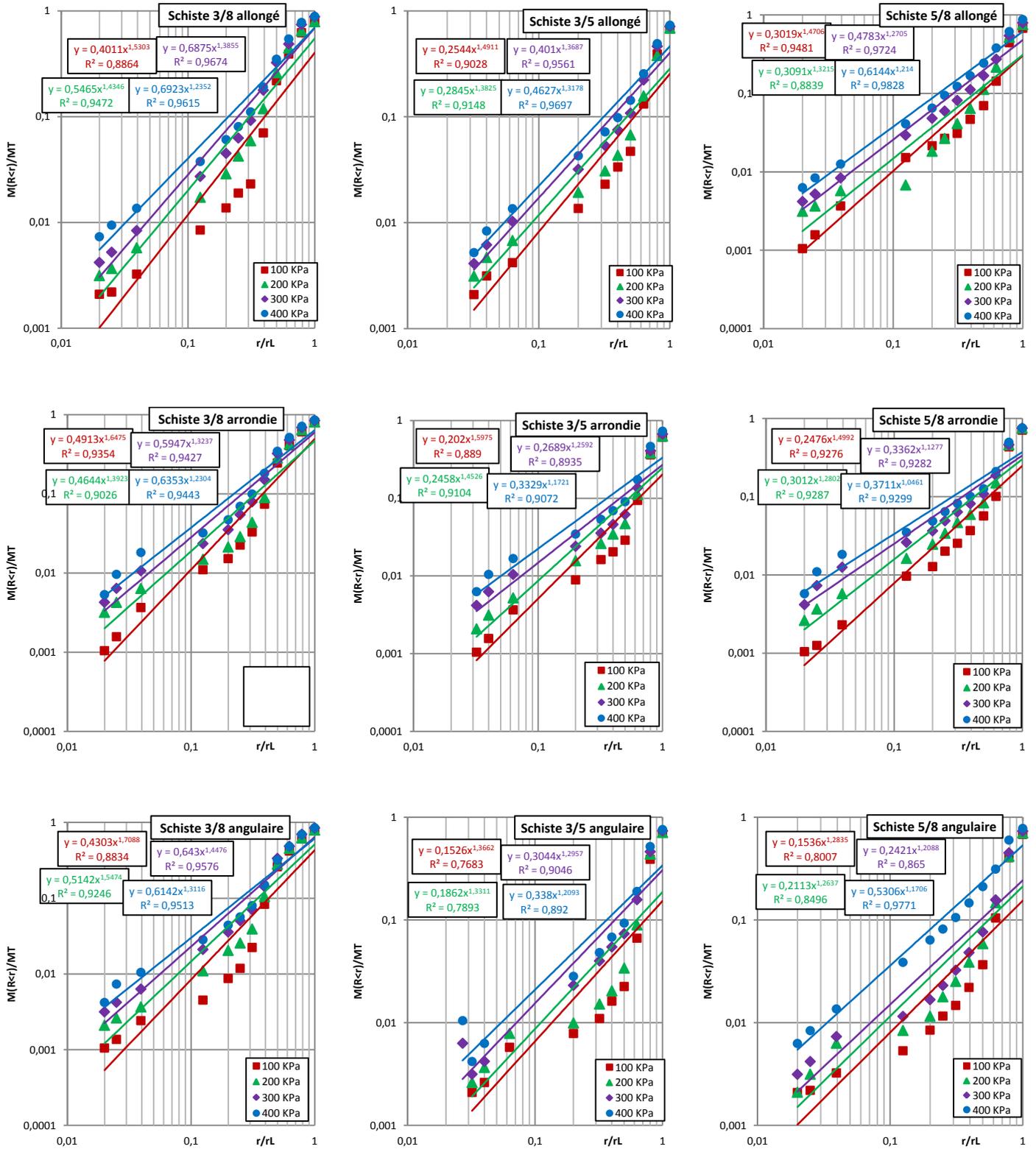
##### C.1.1.1 Grès

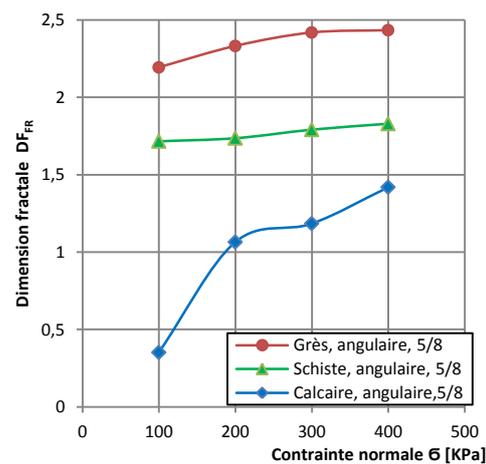
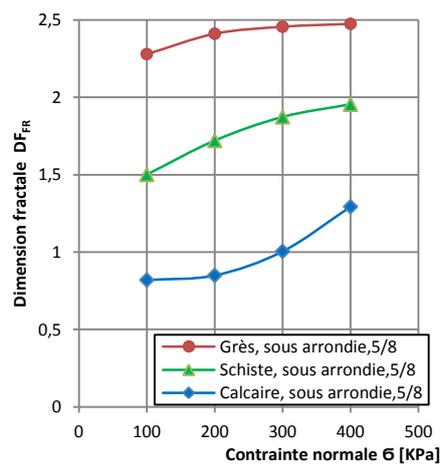
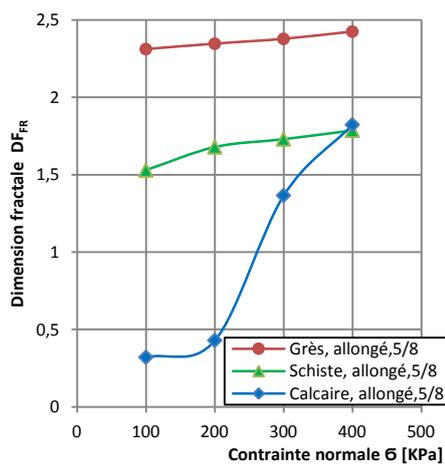
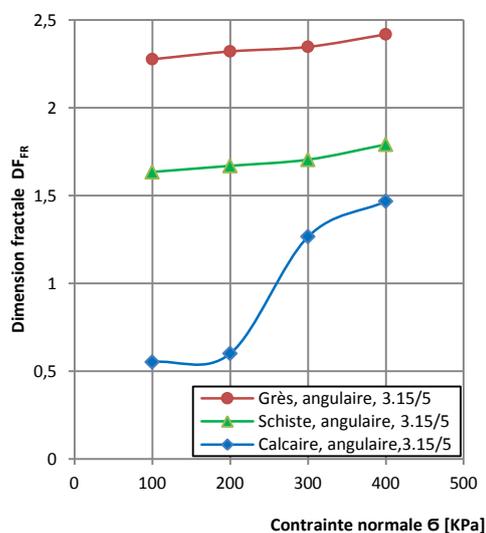
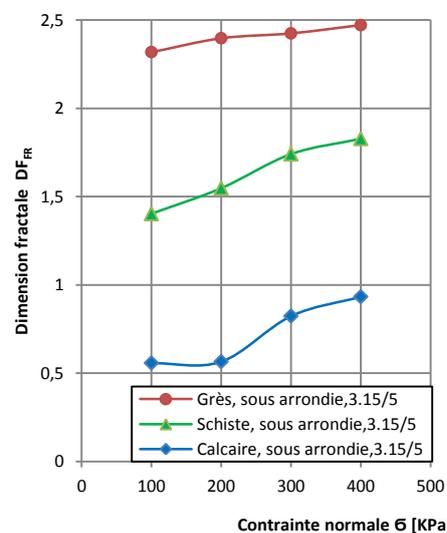
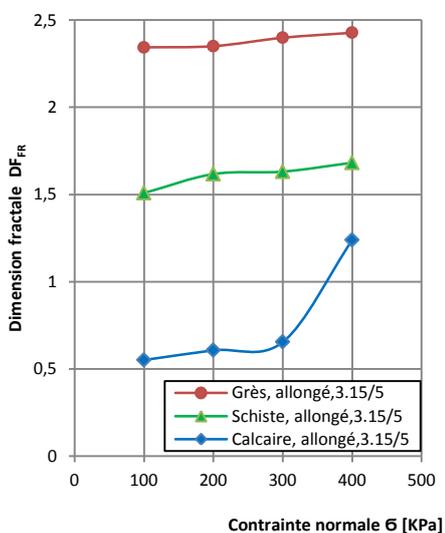
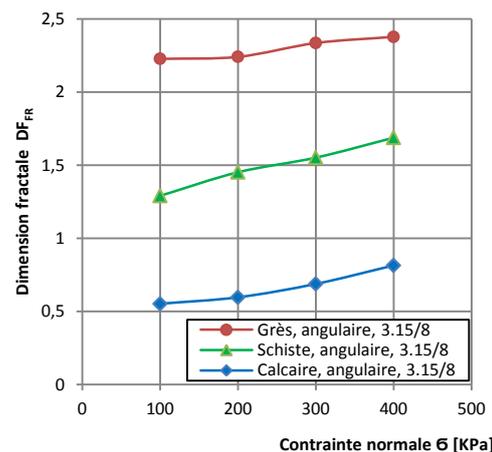
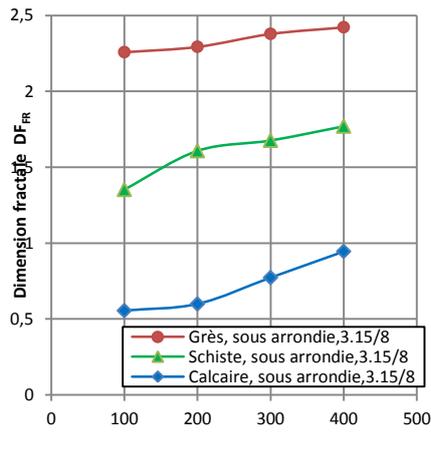
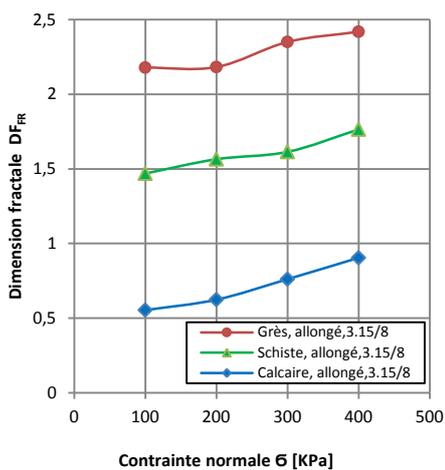


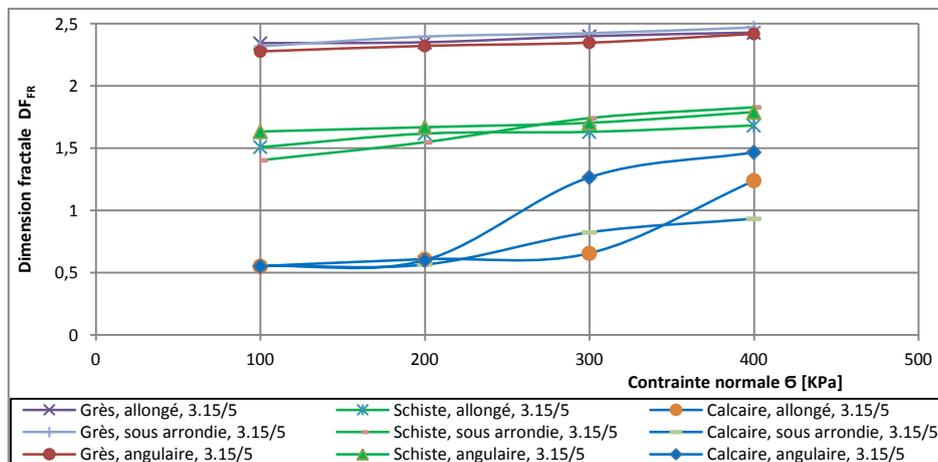
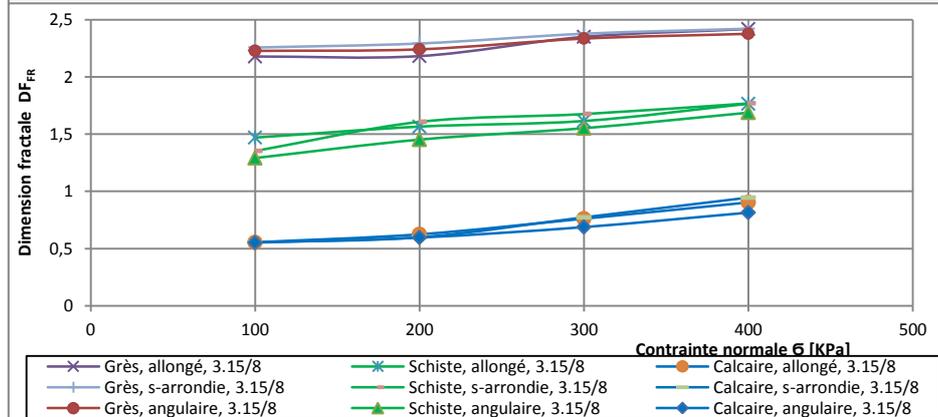
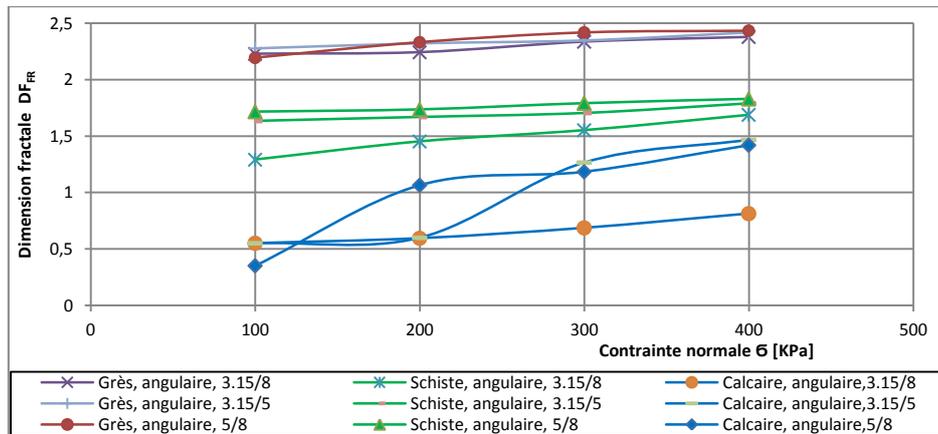
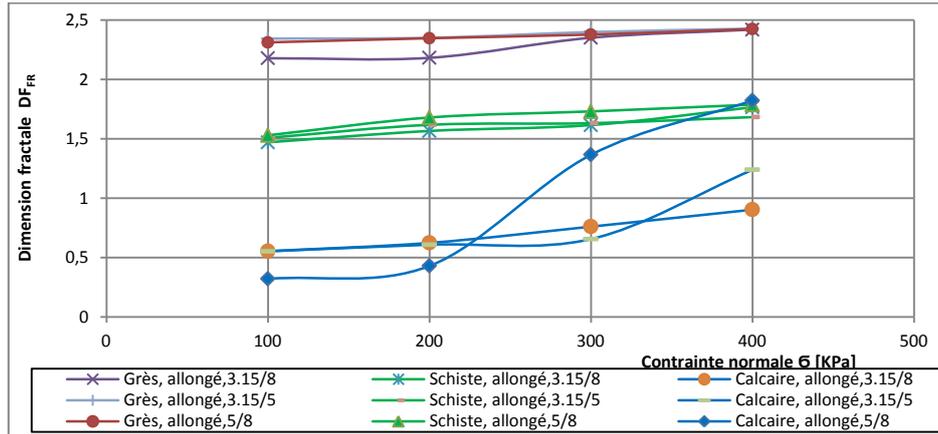
C.1.1.2 Calcaire



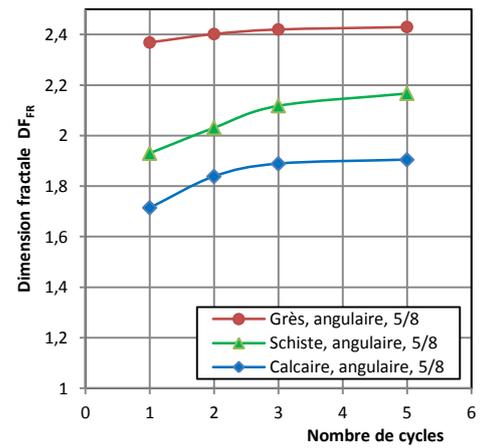
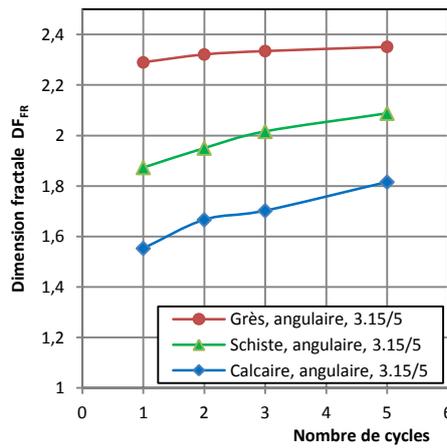
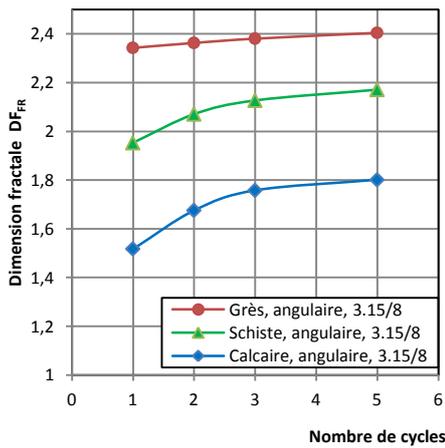
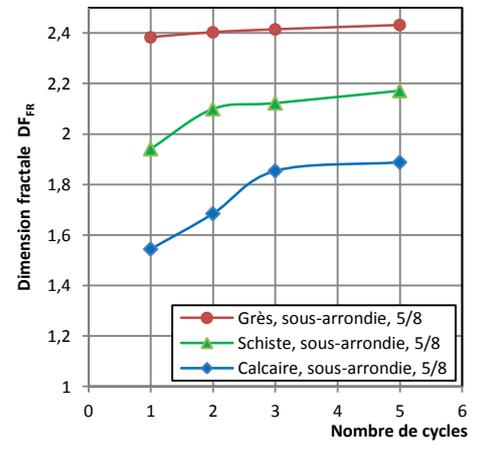
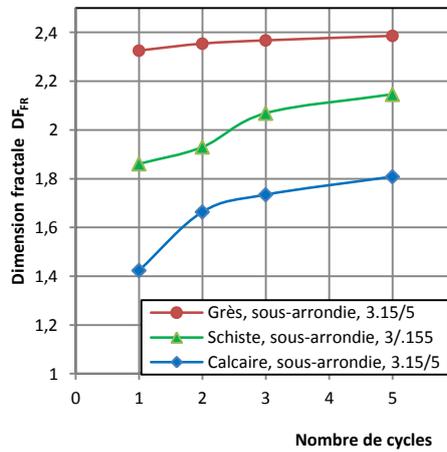
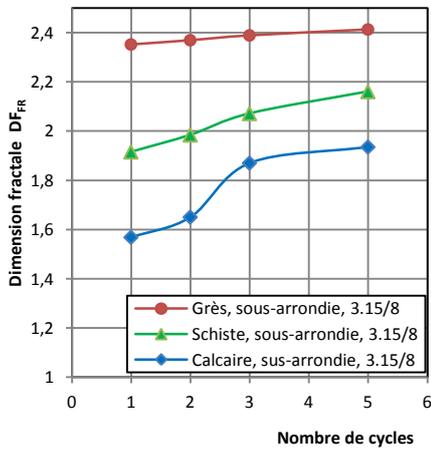
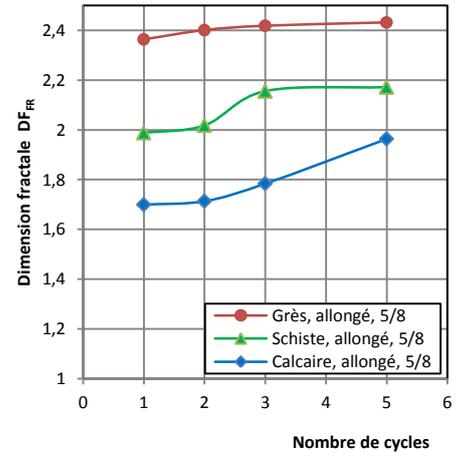
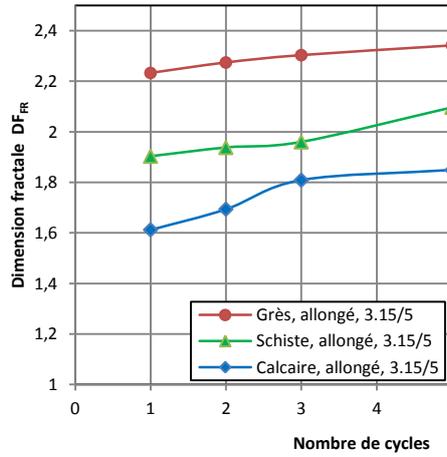
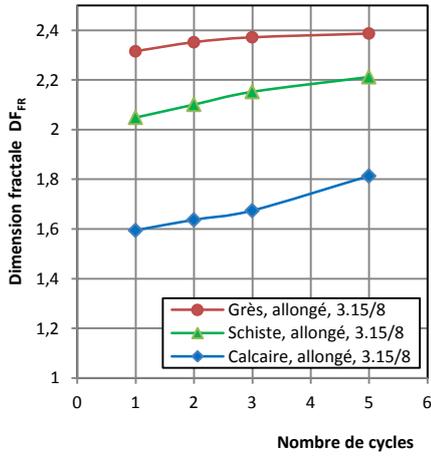
C.1.1.3 Schiste

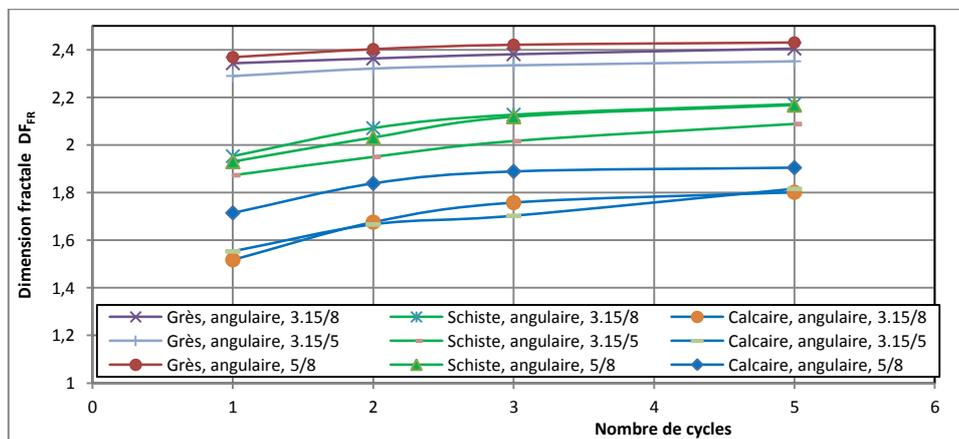
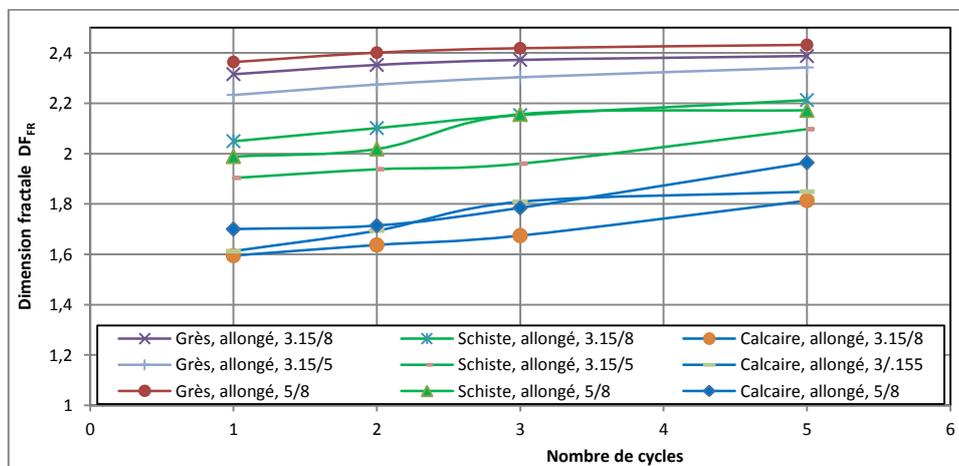
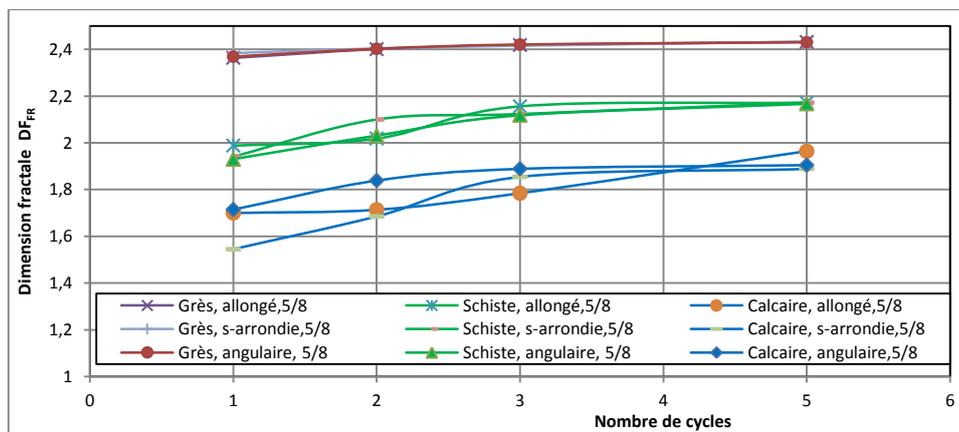
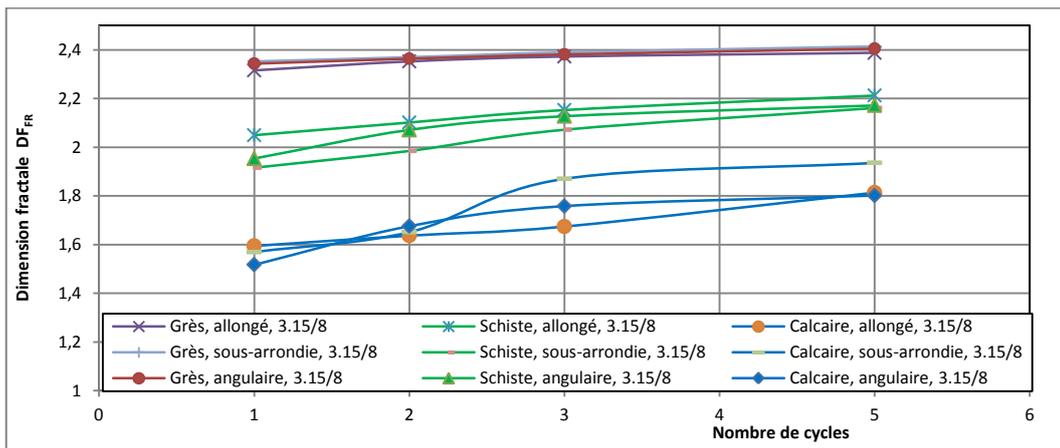






C.1.2 Essai oedométrique

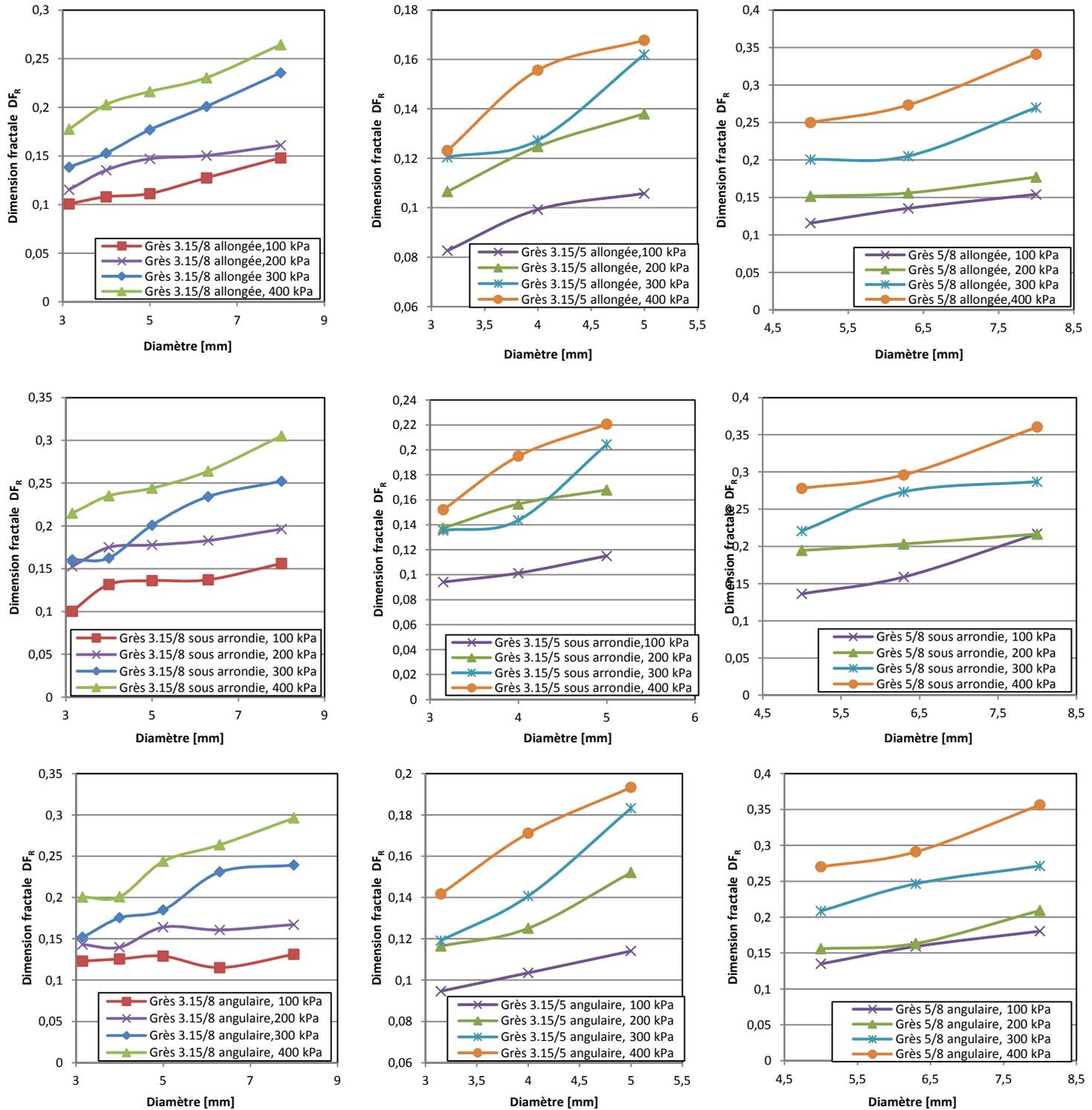


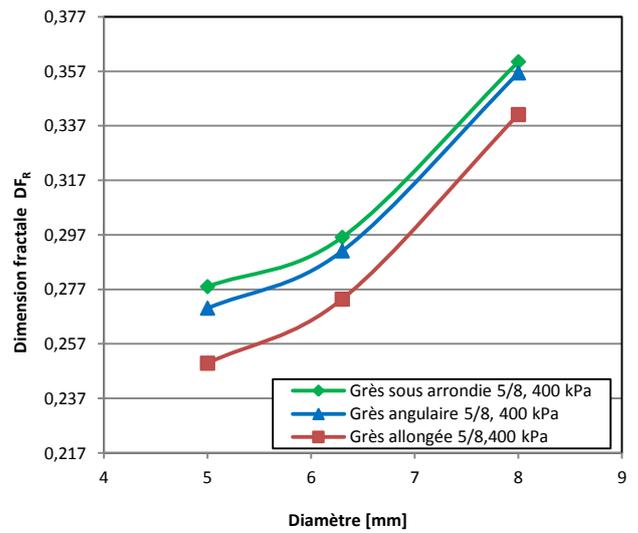
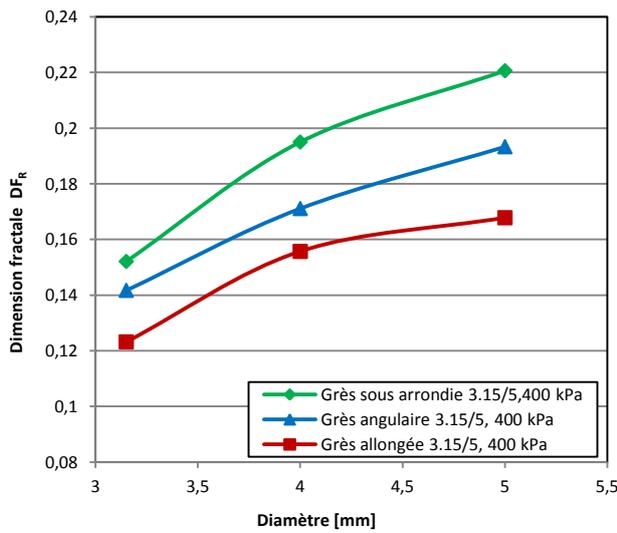
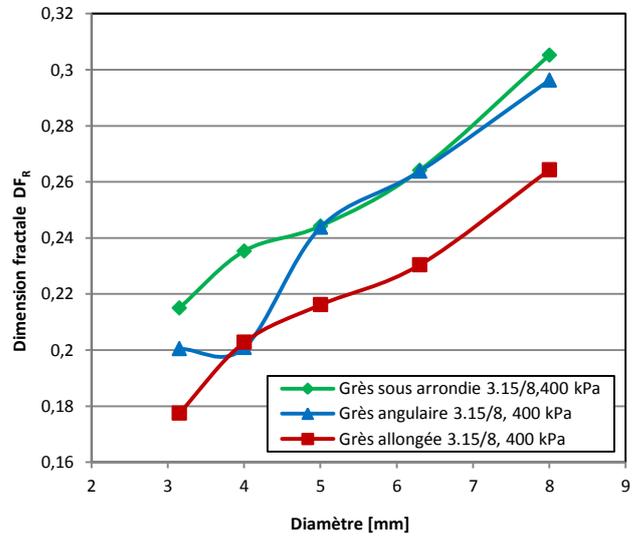
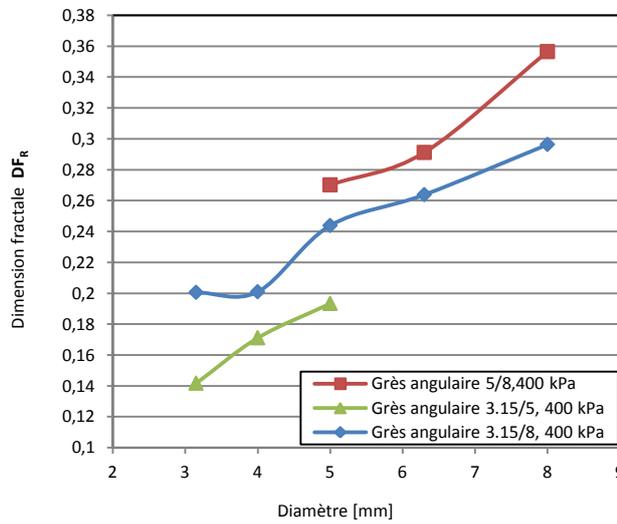
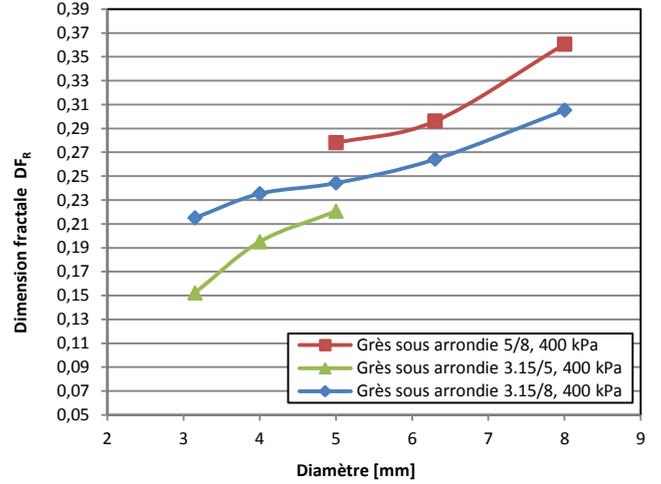
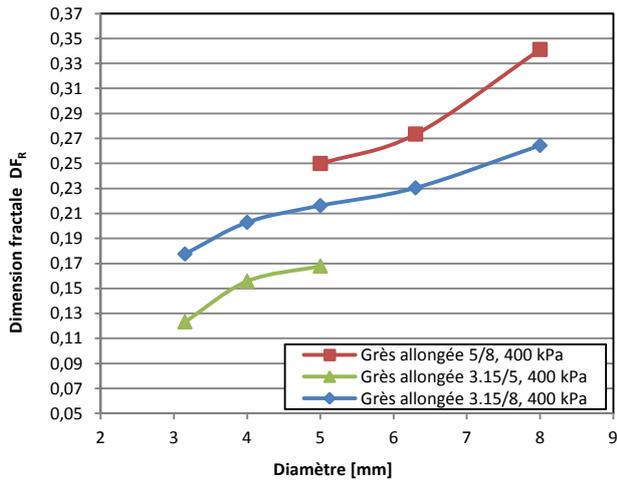


## C.2 LA DIMENSION FRACTALE DE RUGOSITÉ $DF_R$ CALCULÉE PAR LA MÉTHODE DE BOX COUNTING

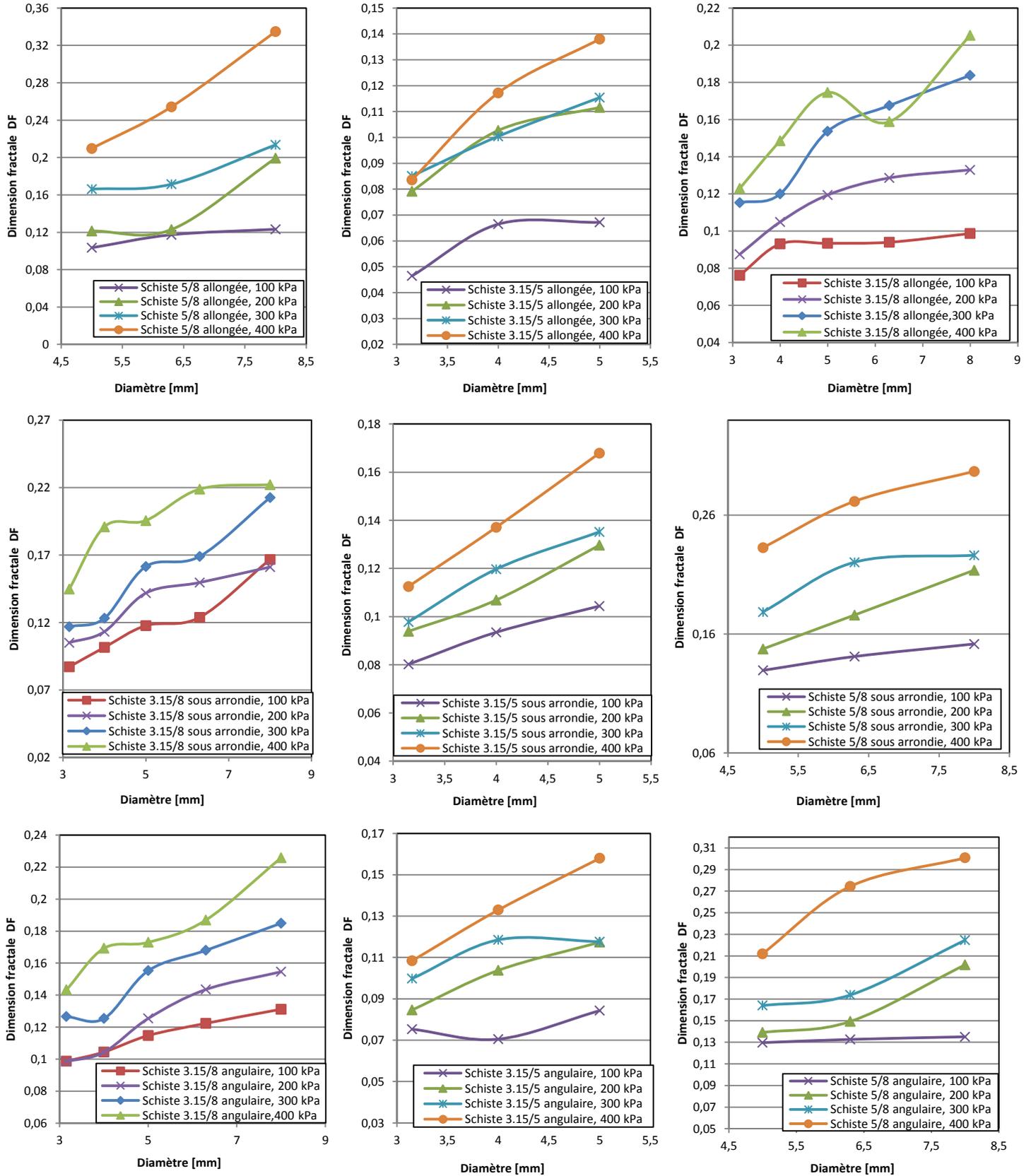
### C.2.1 Essai du cisaillement

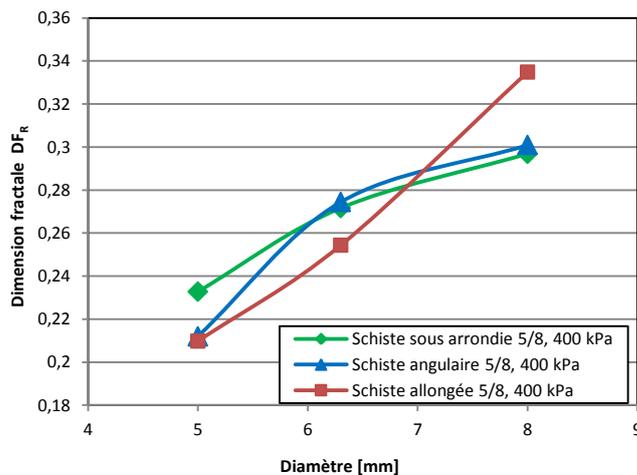
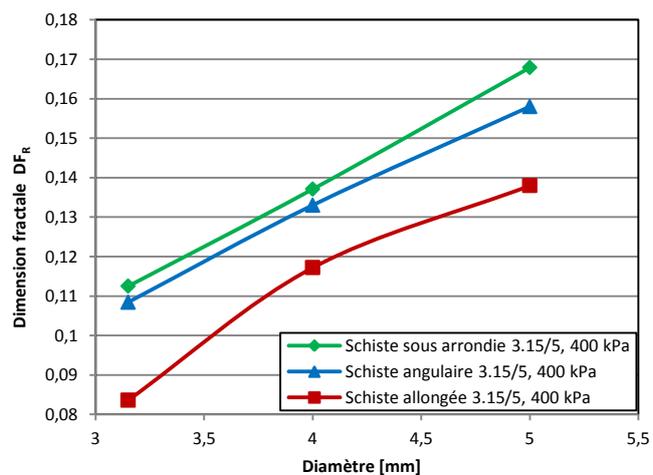
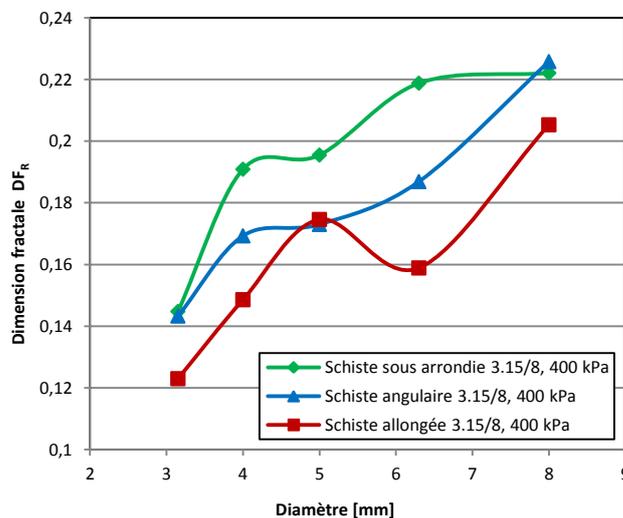
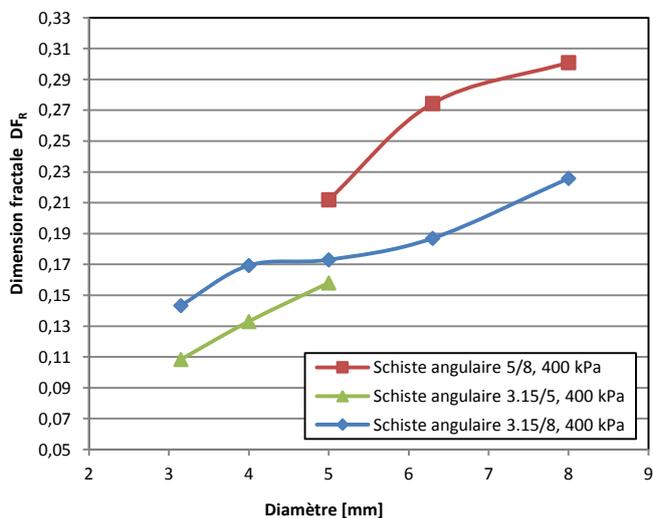
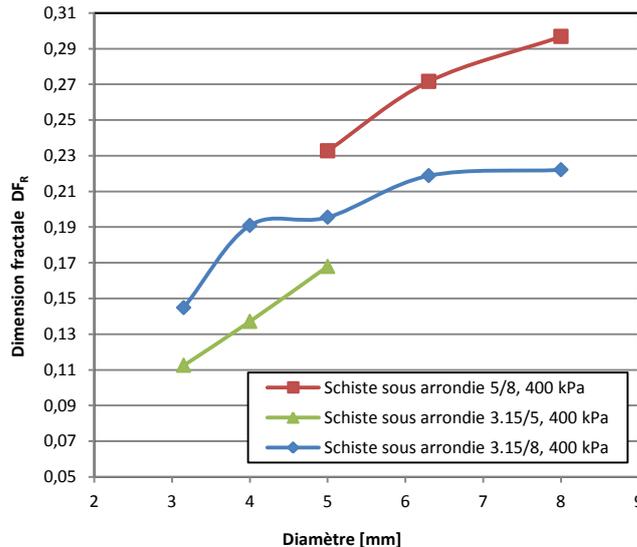
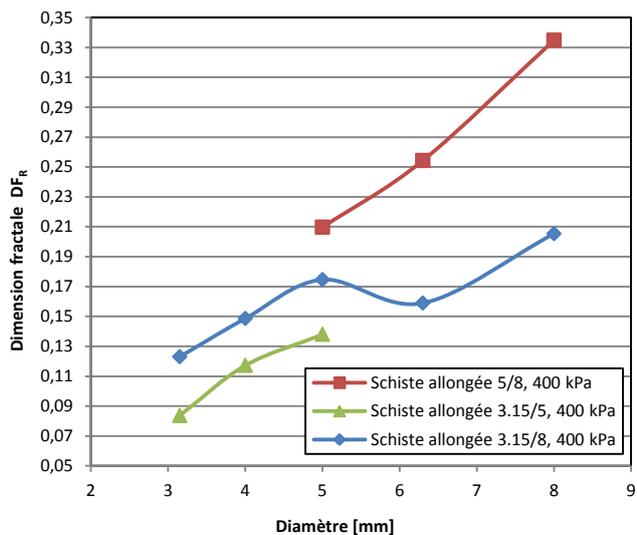
#### C.2.1.1 Grès



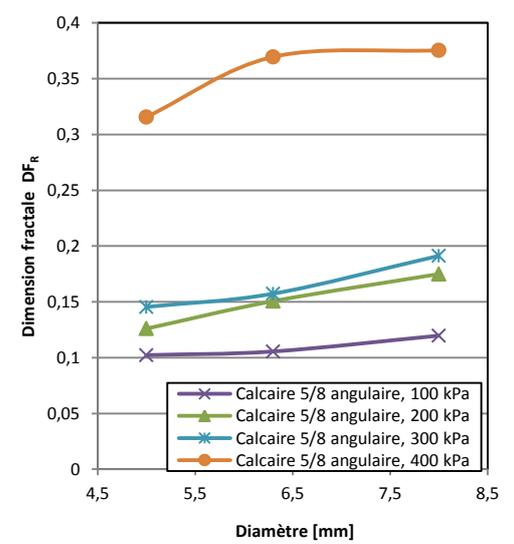
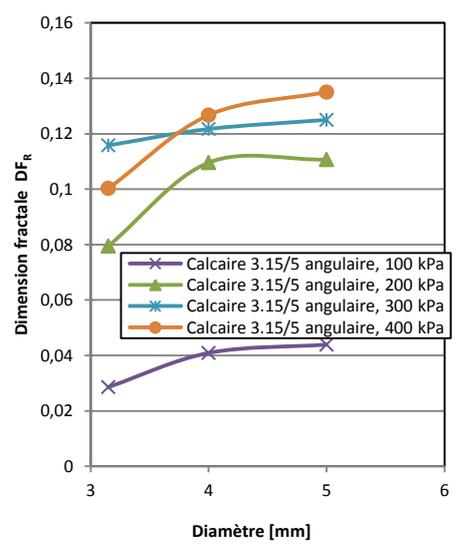
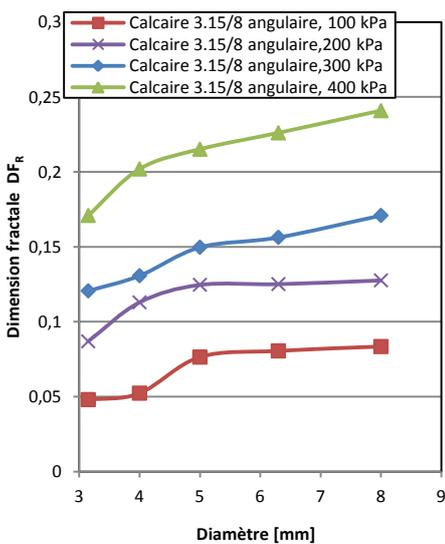
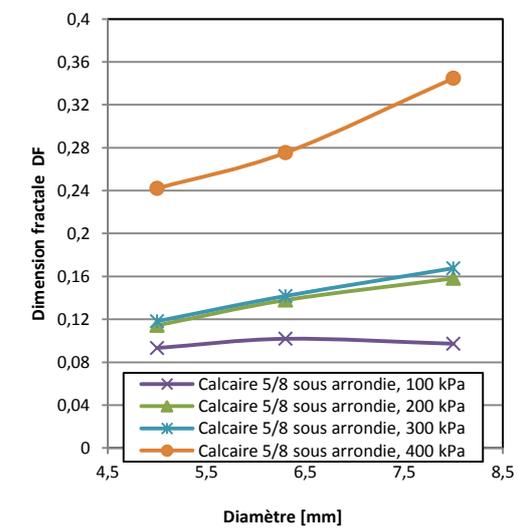
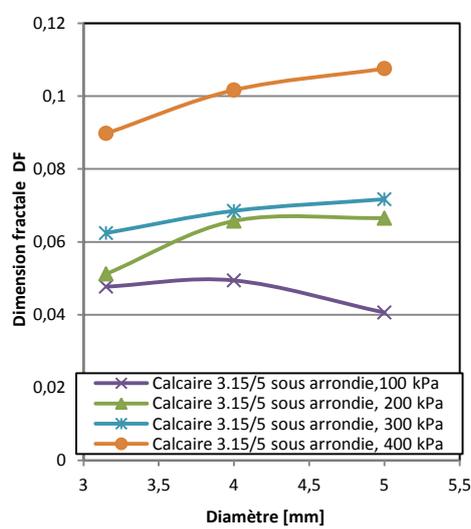
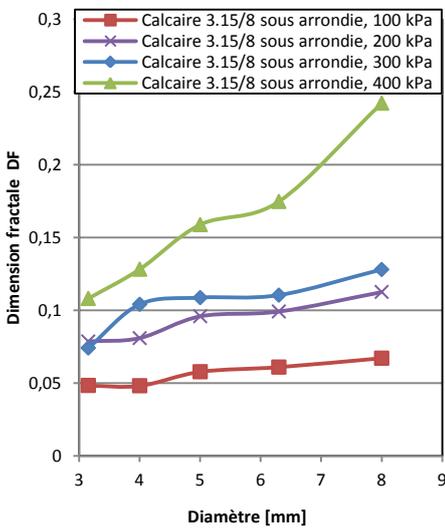
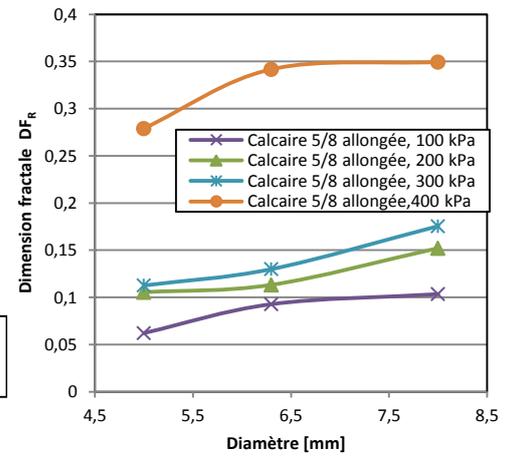
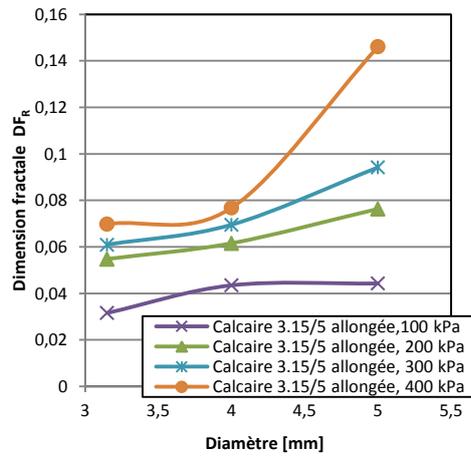
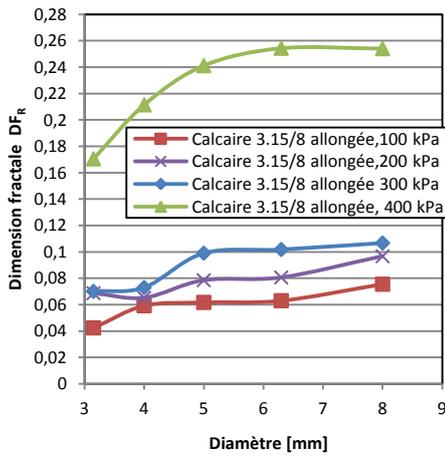


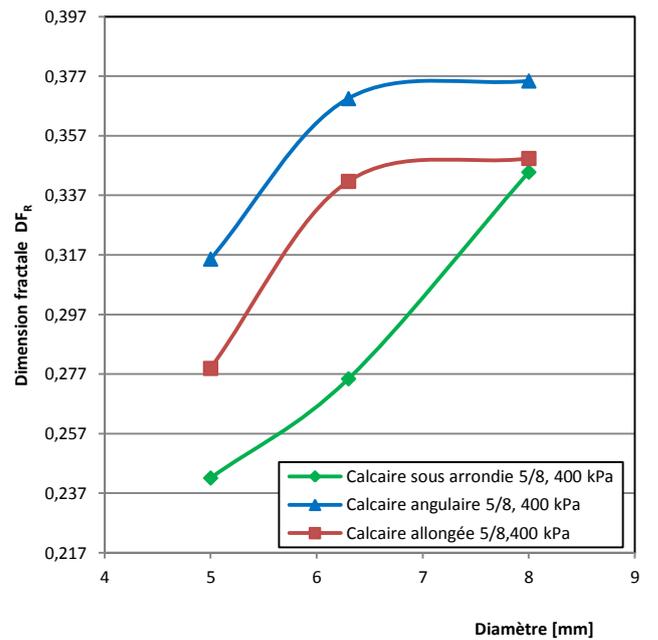
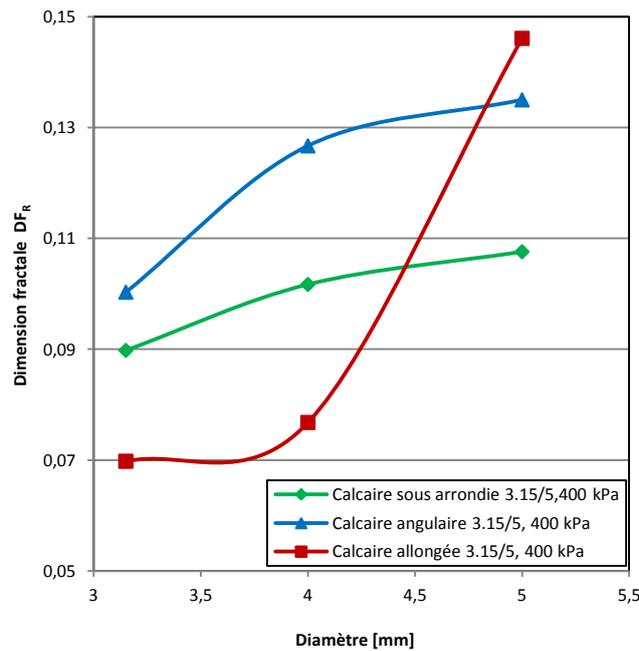
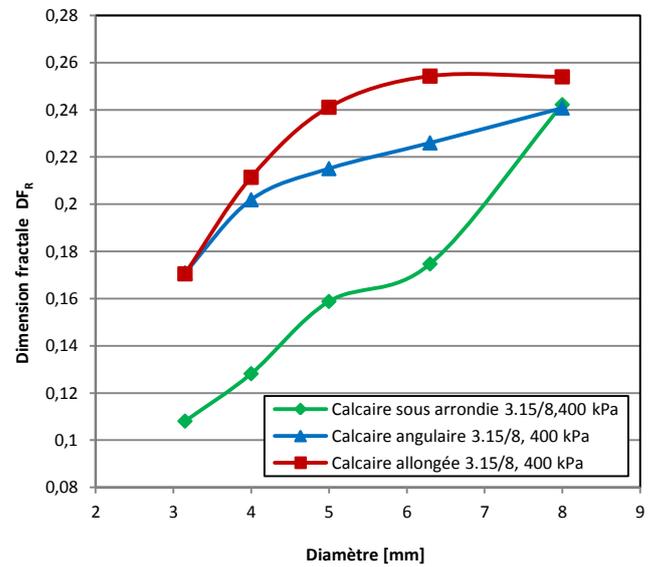
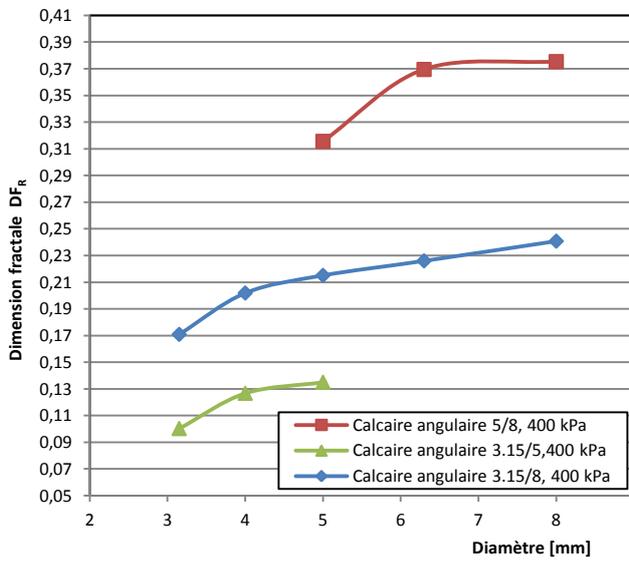
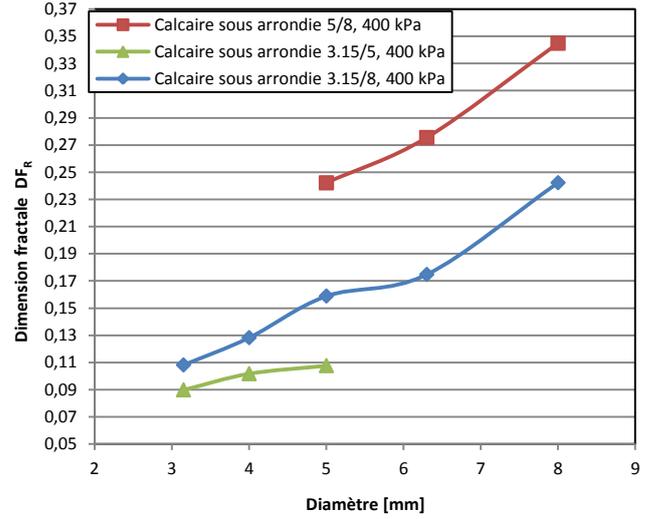
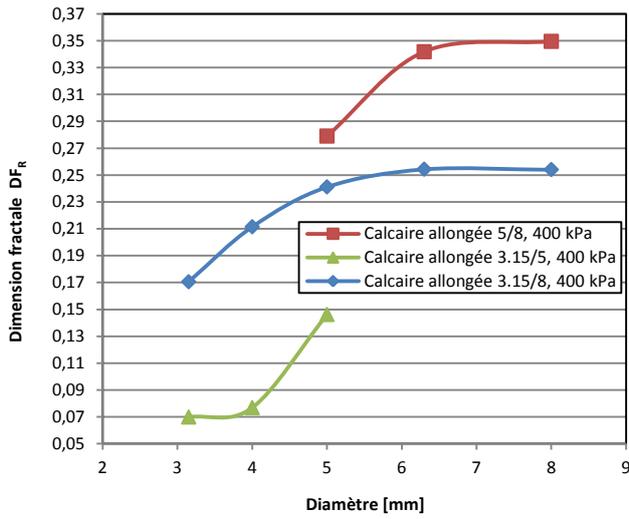
C.2.1.2 Schiste





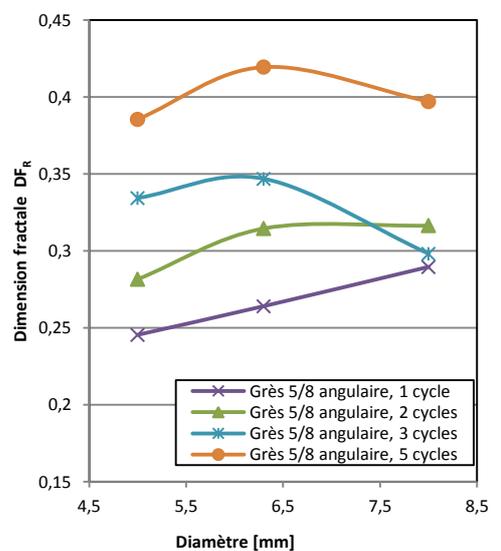
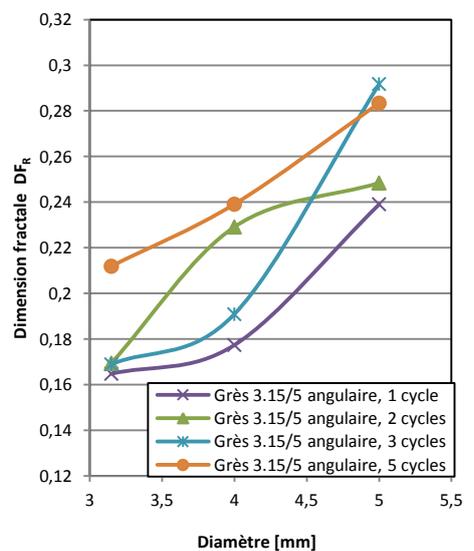
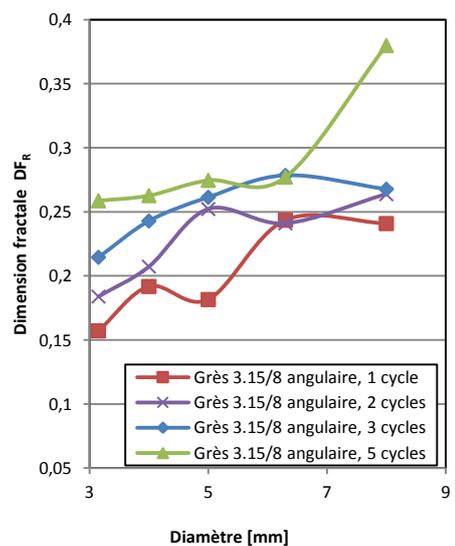
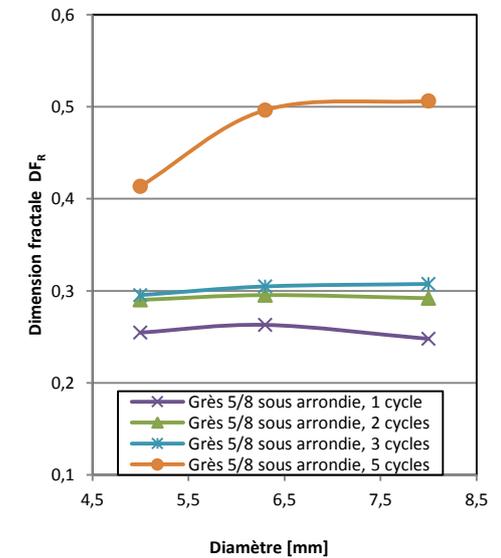
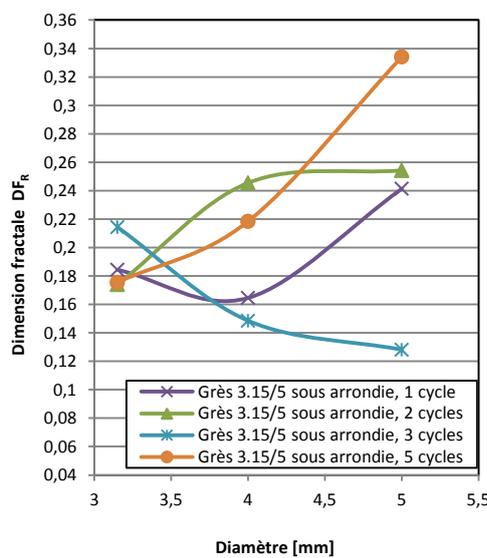
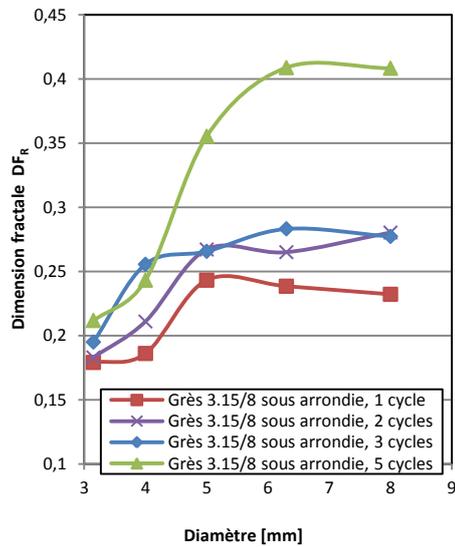
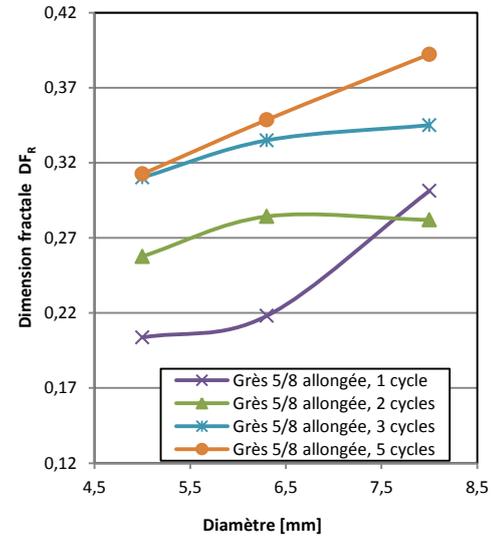
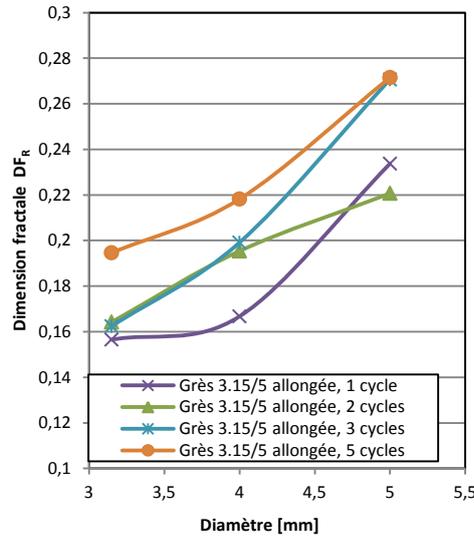
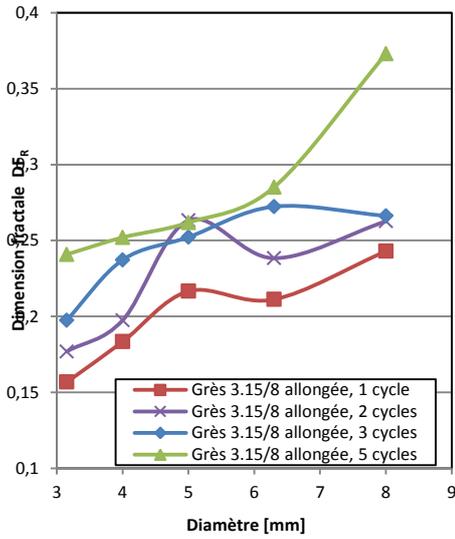
C.2.1.2 Calcaire

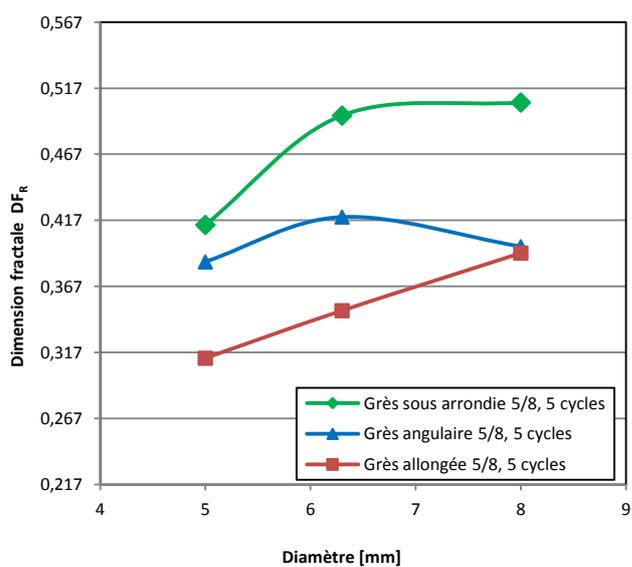
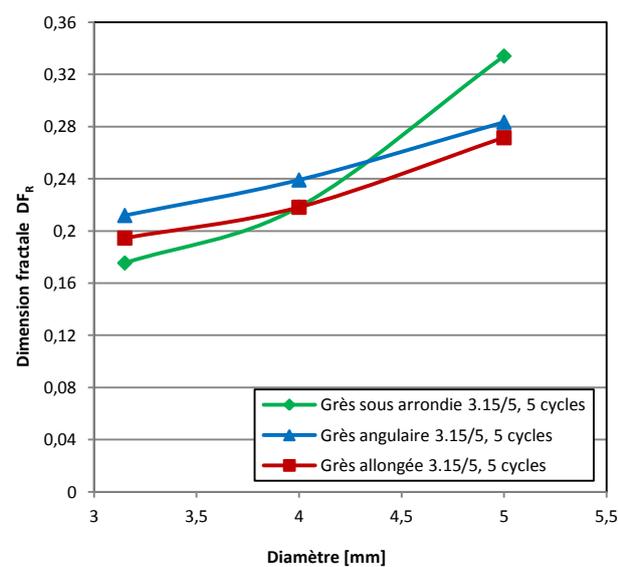
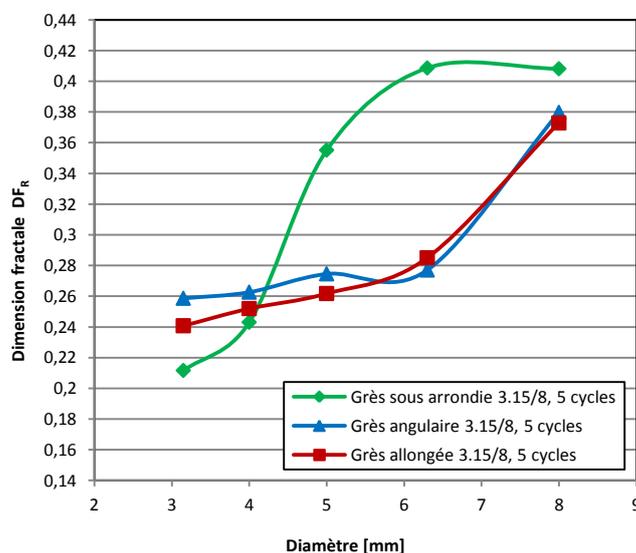
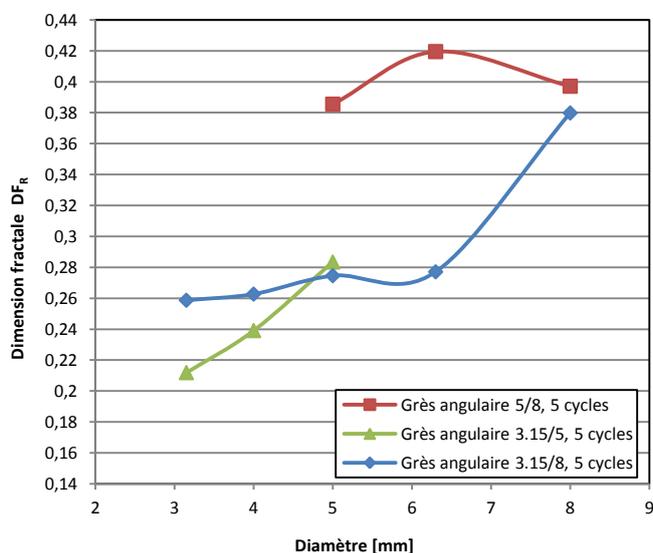
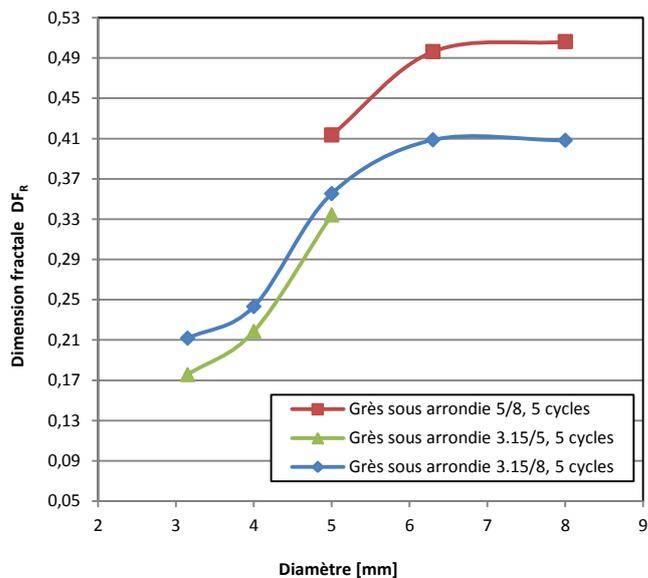
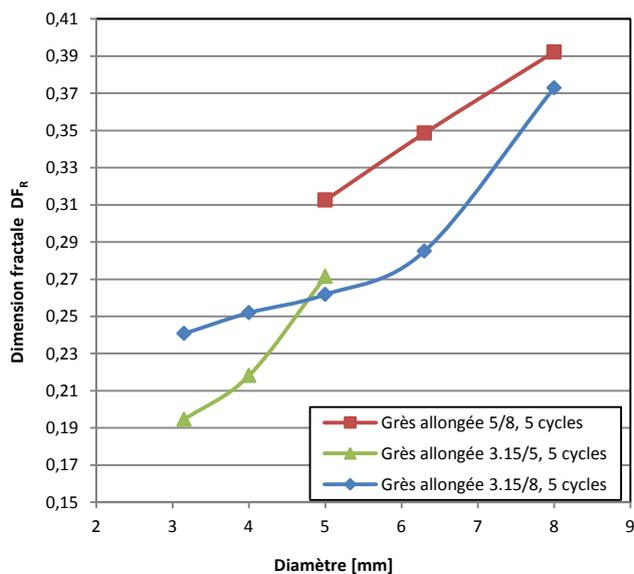




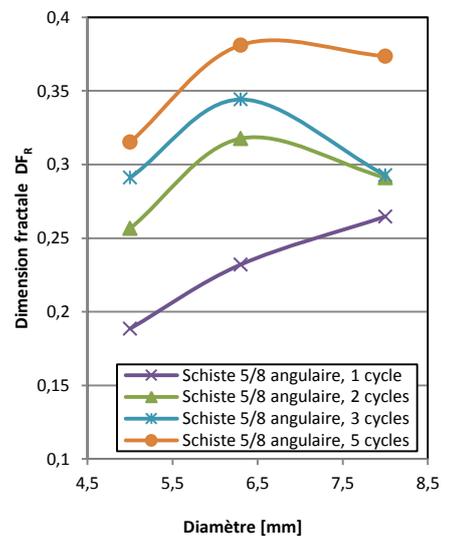
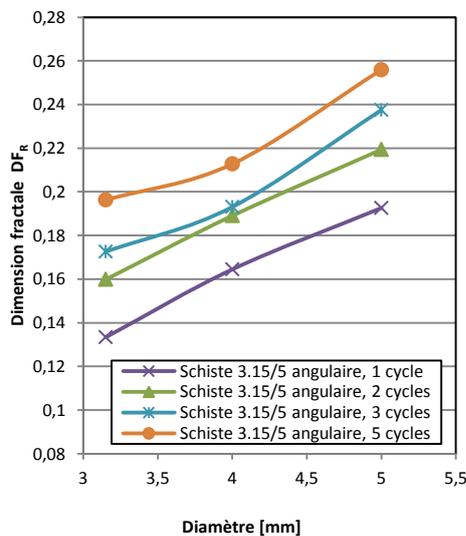
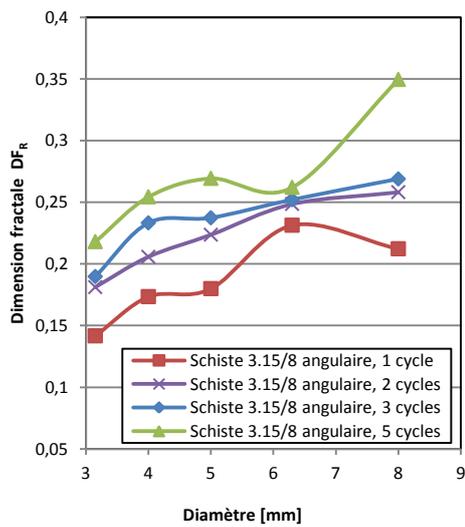
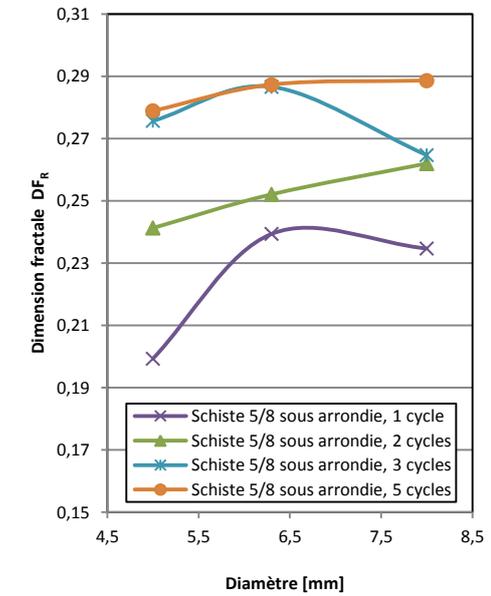
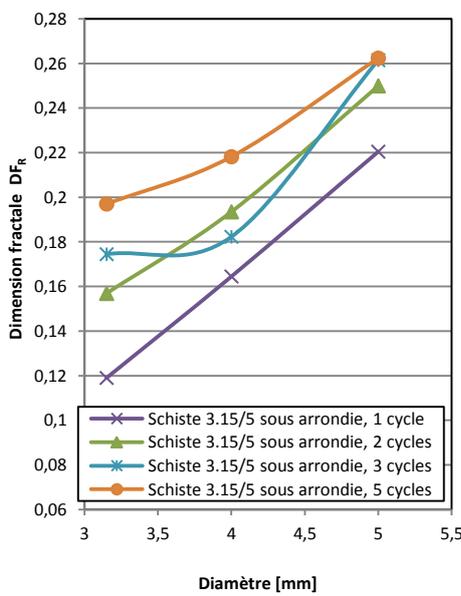
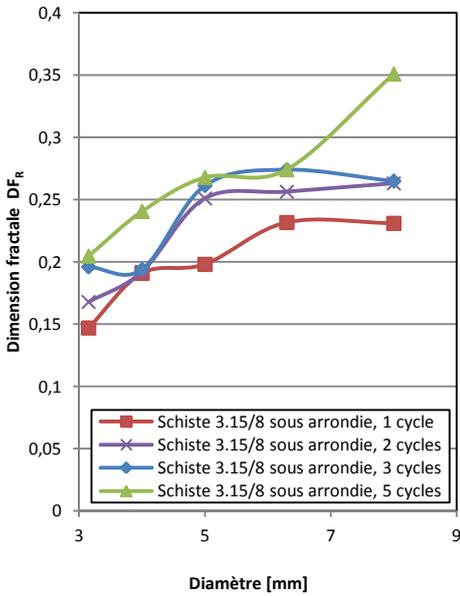
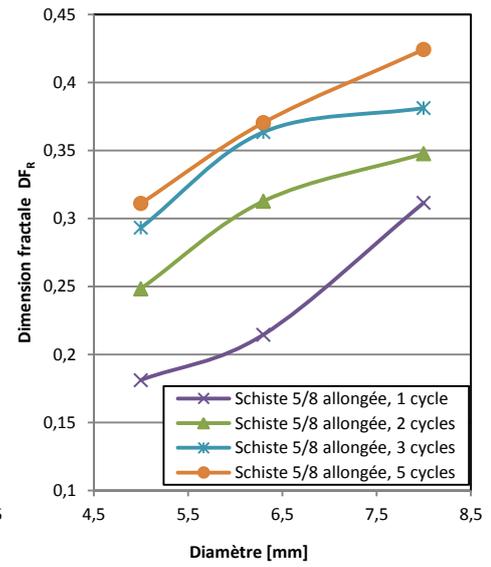
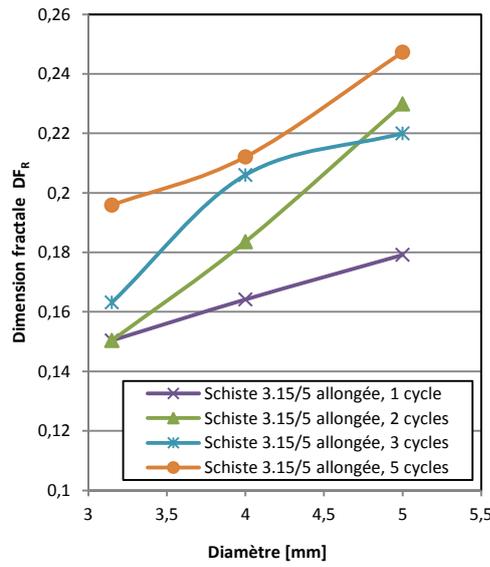
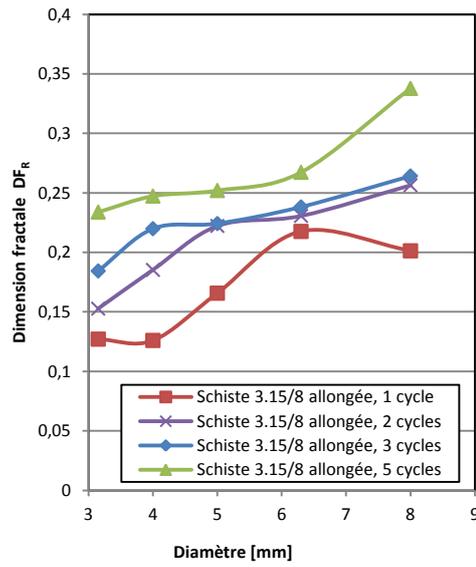
### C.2.2 Essai oedométrique

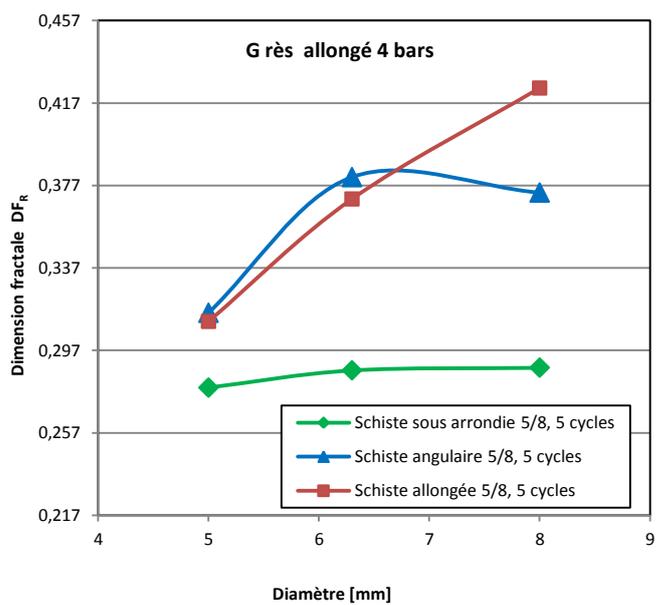
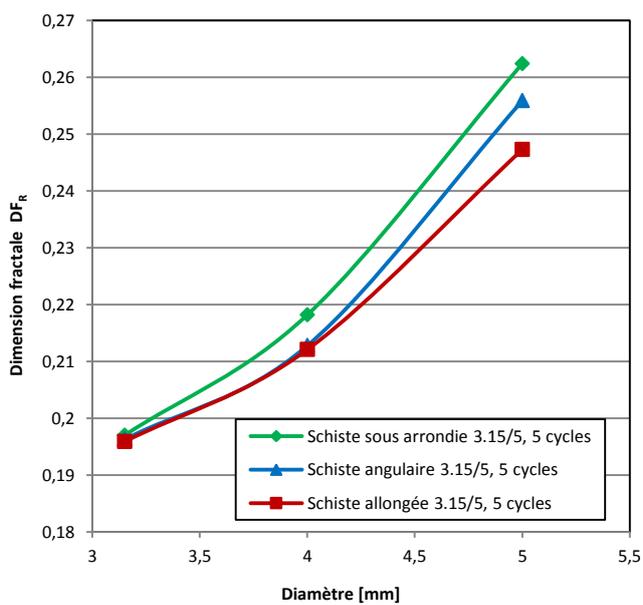
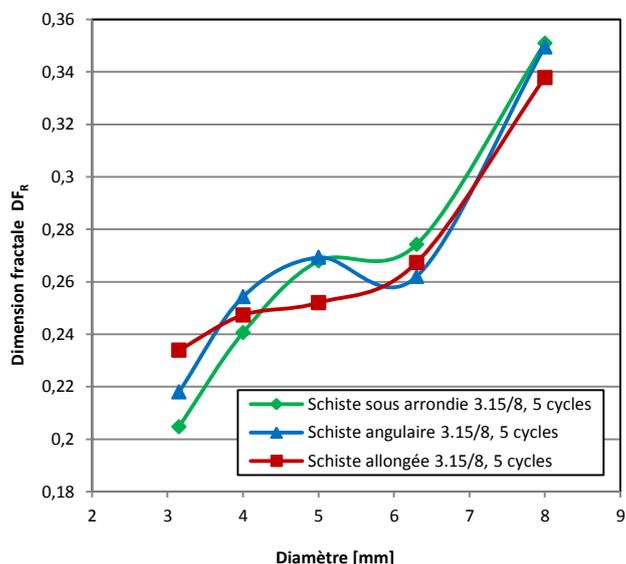
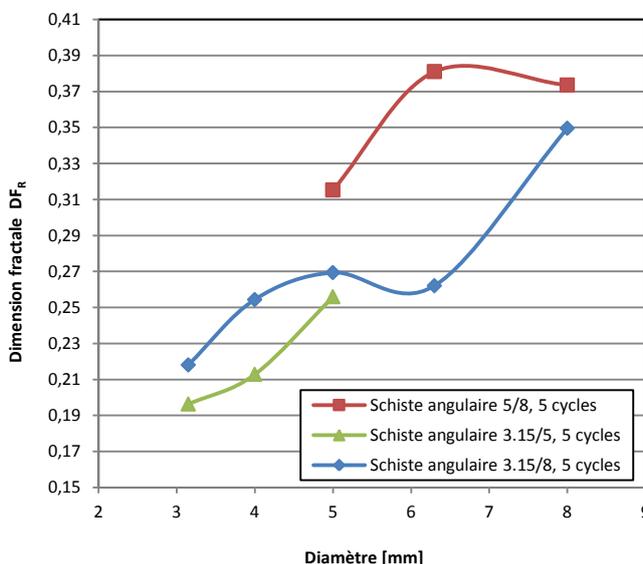
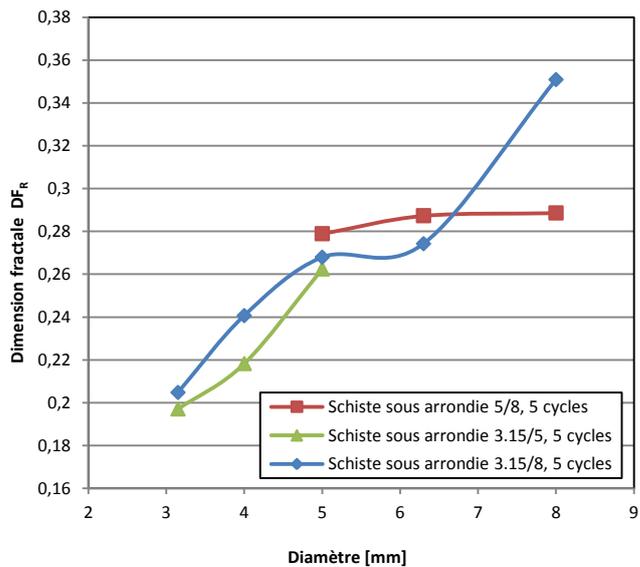
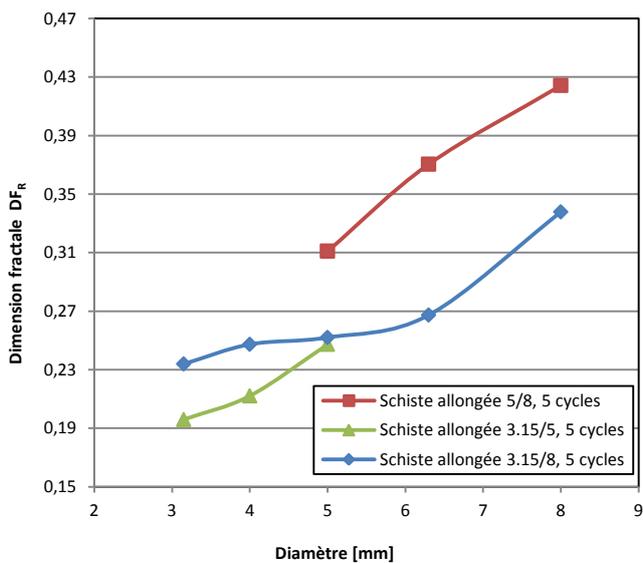
#### C.2.2.1 Grès



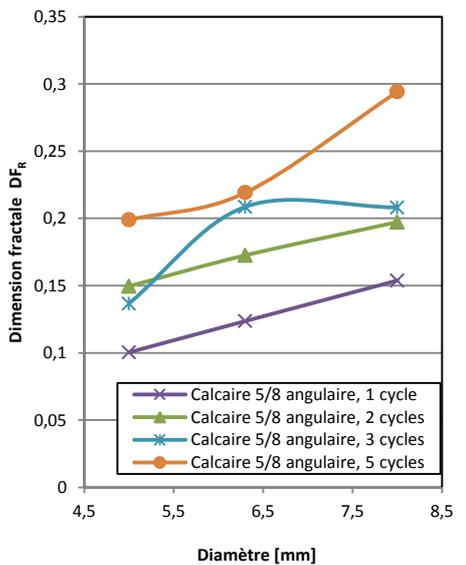
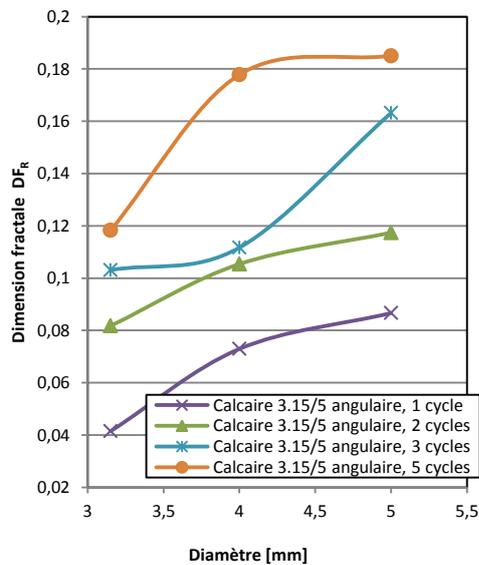
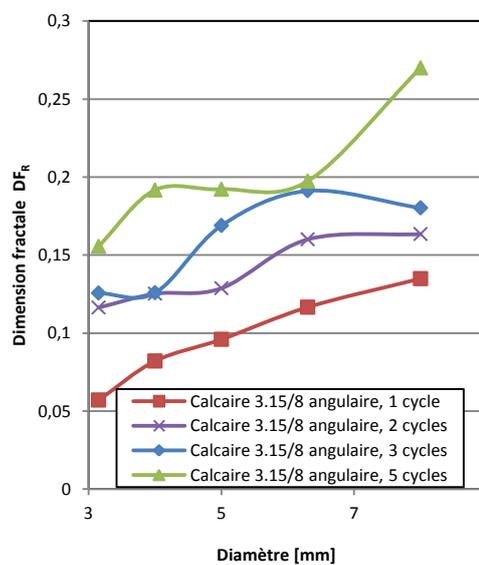
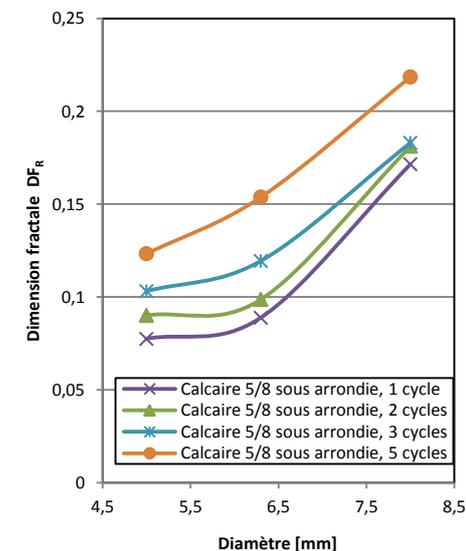
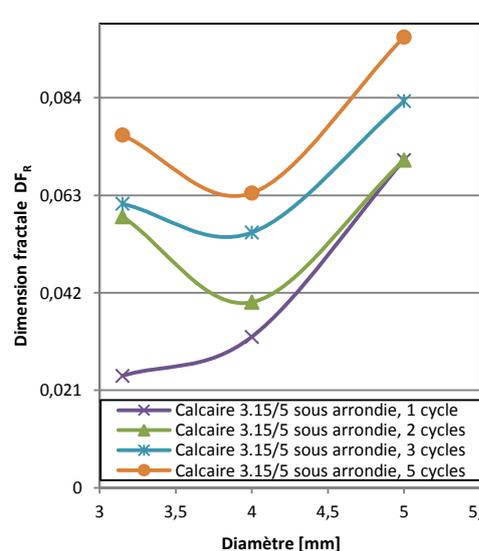
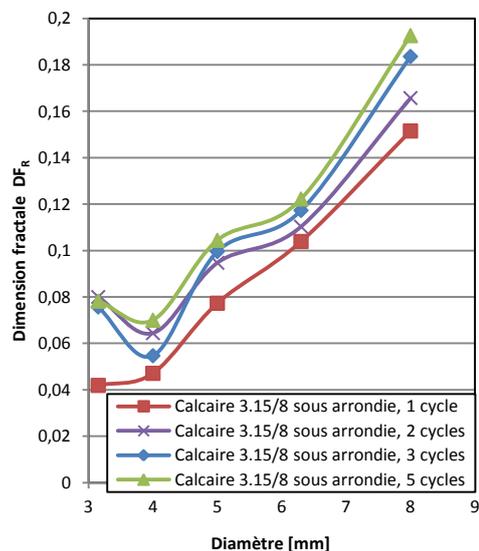
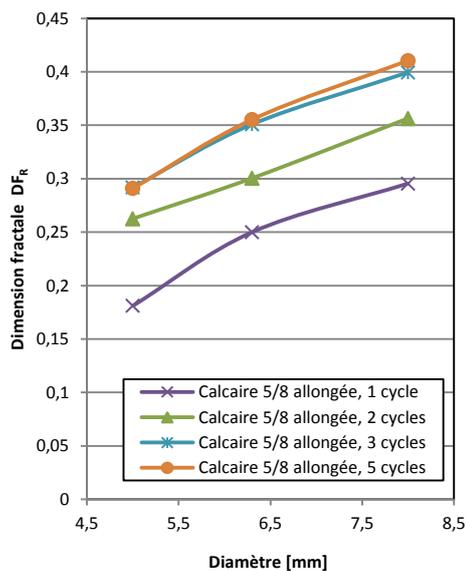
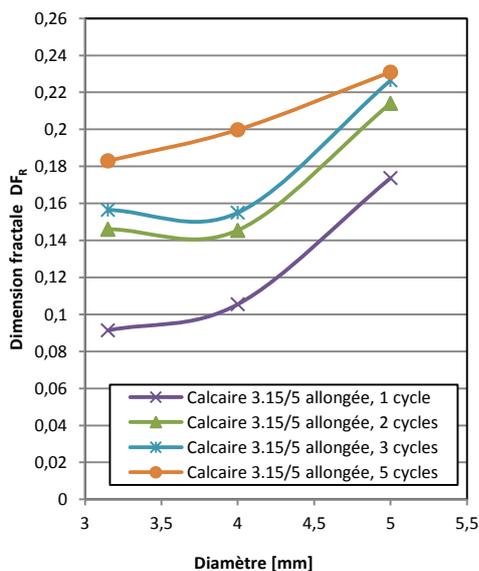
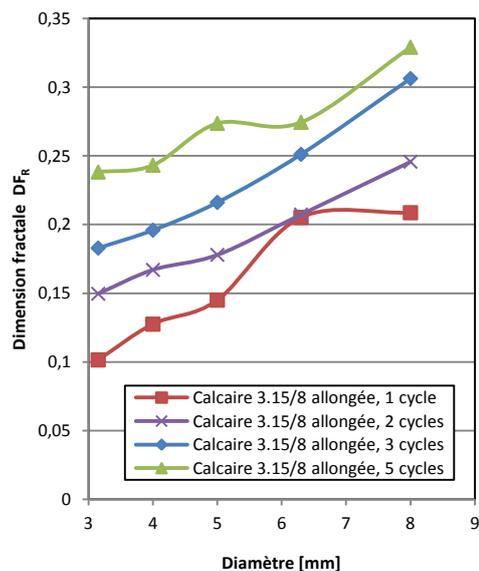


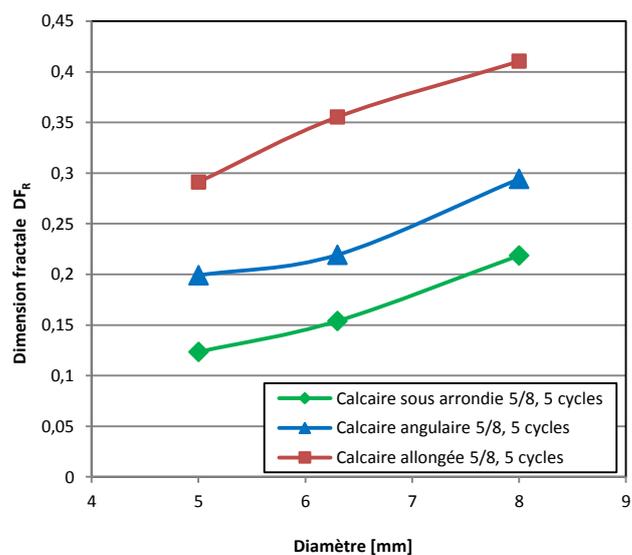
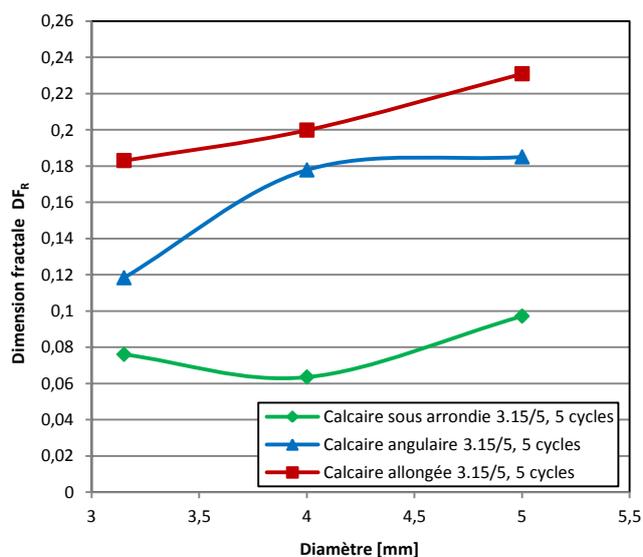
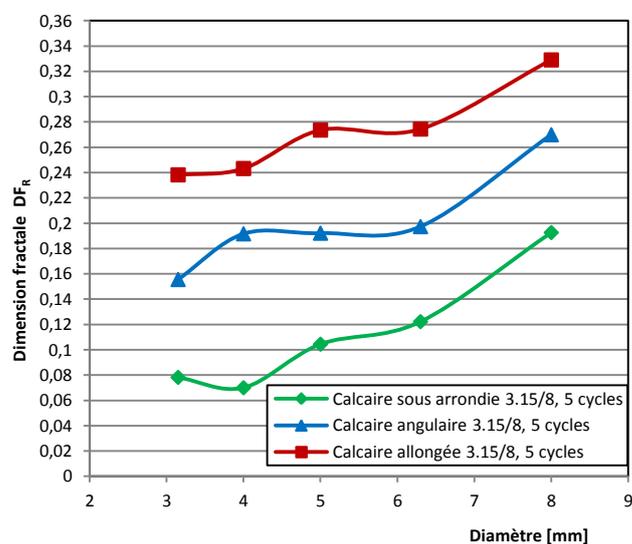
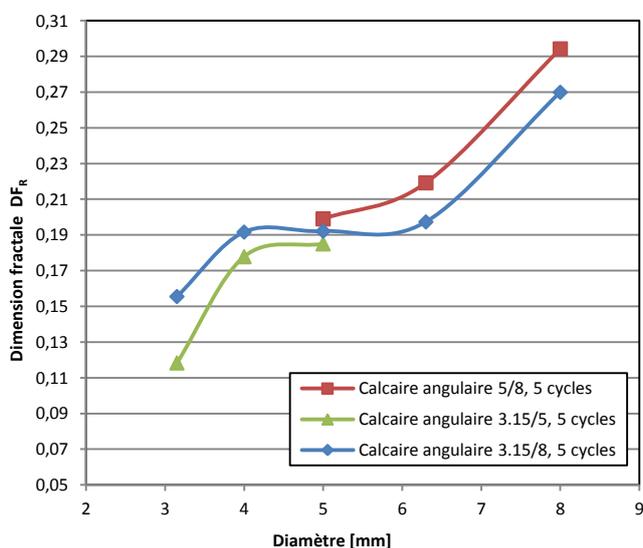
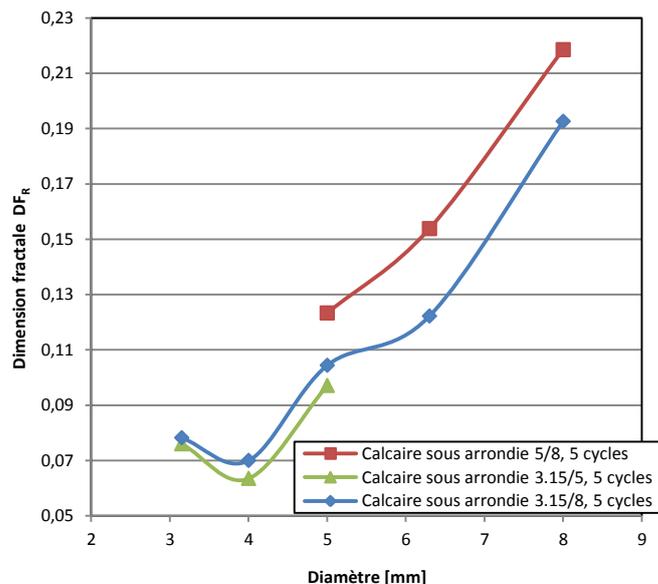
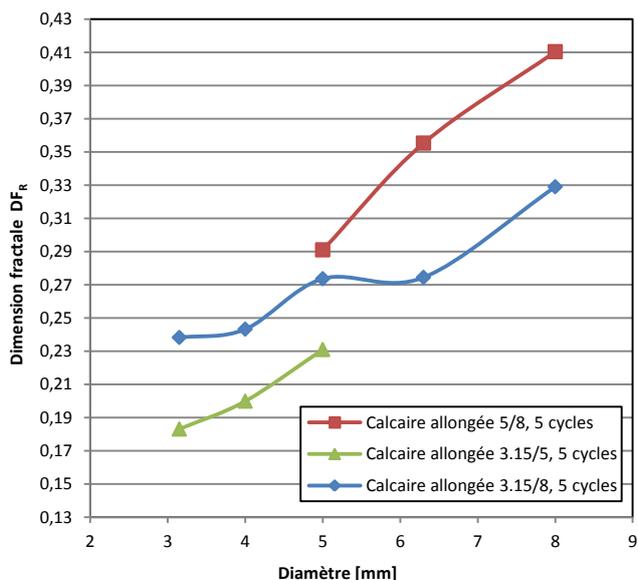
C.2.2.2 Schiste





C.2.2.3 Calcaire





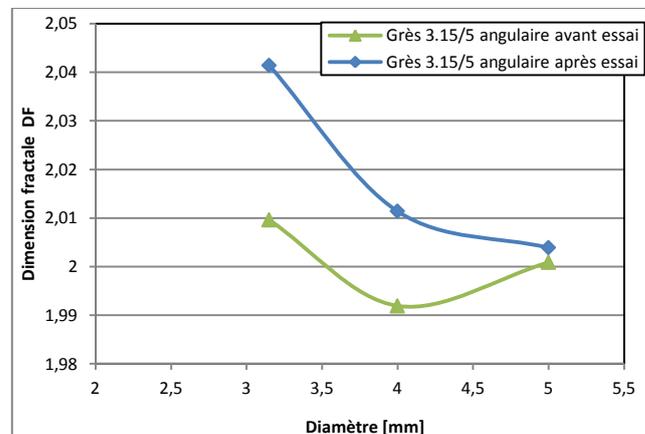
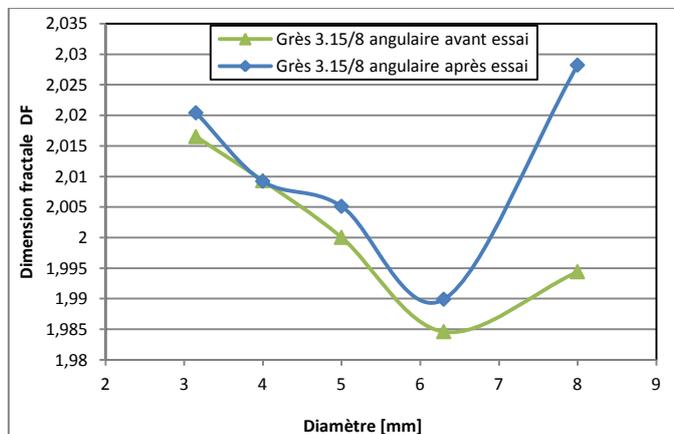
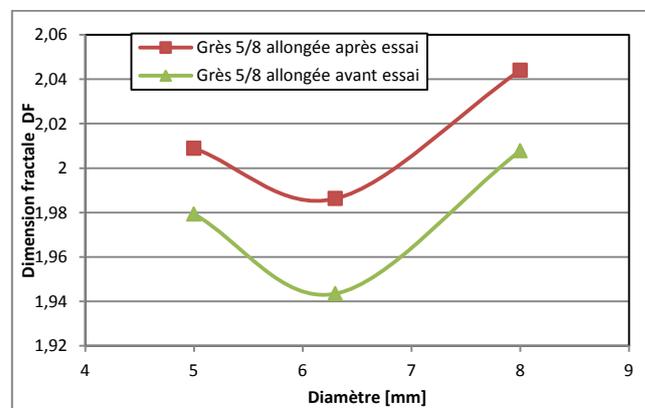
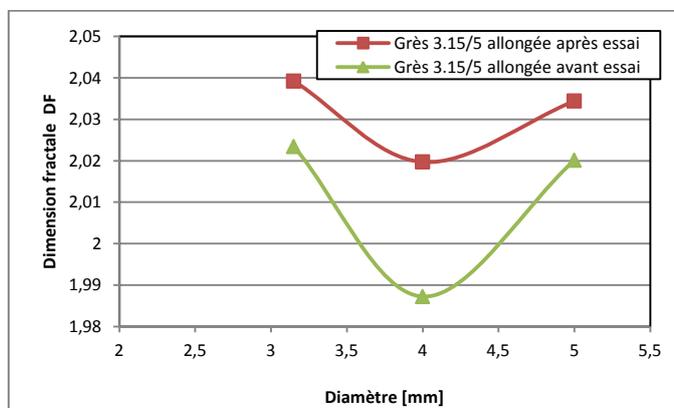
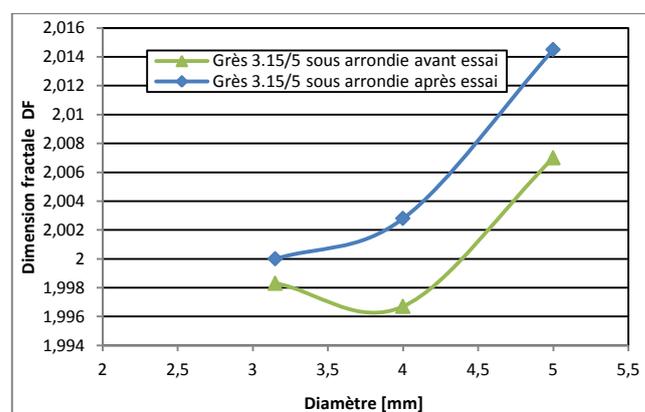
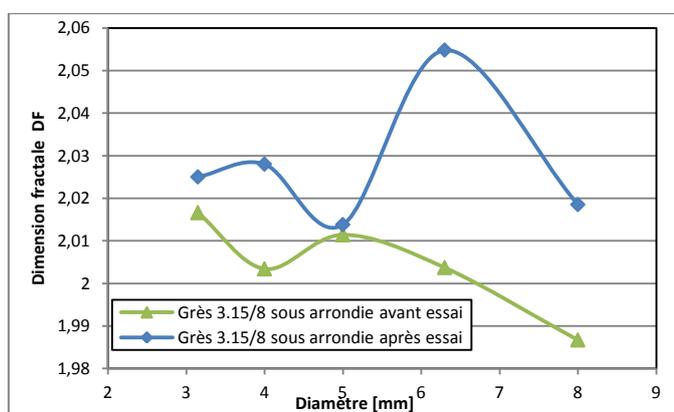
# ANNEXE D

## RÉSULTATS DE LA MÉTHODE FRACTALE TRIDIMENSIONNELLE (3D)

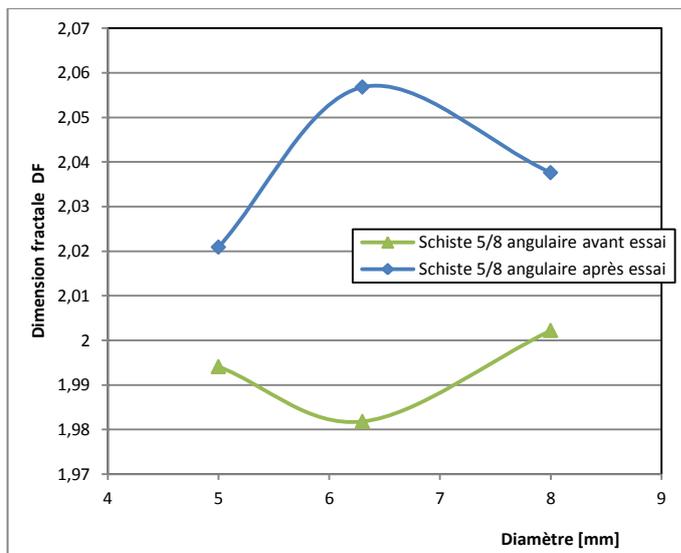
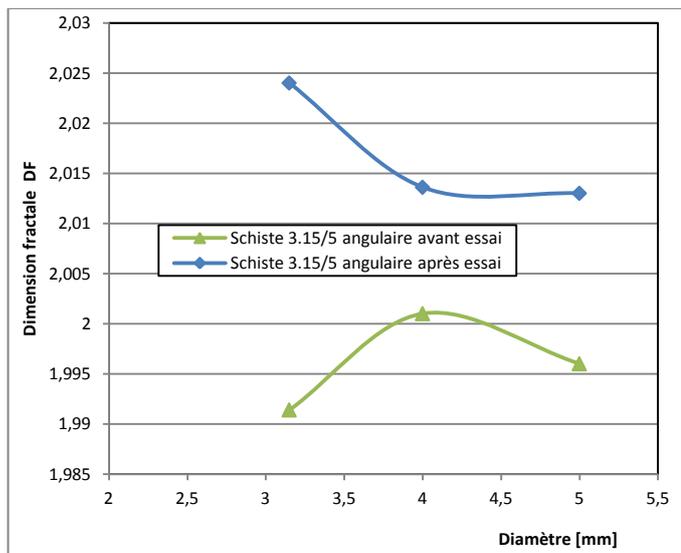
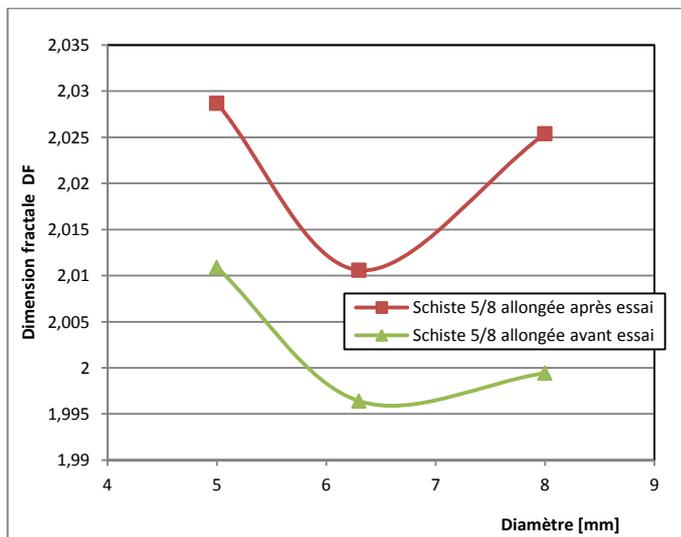
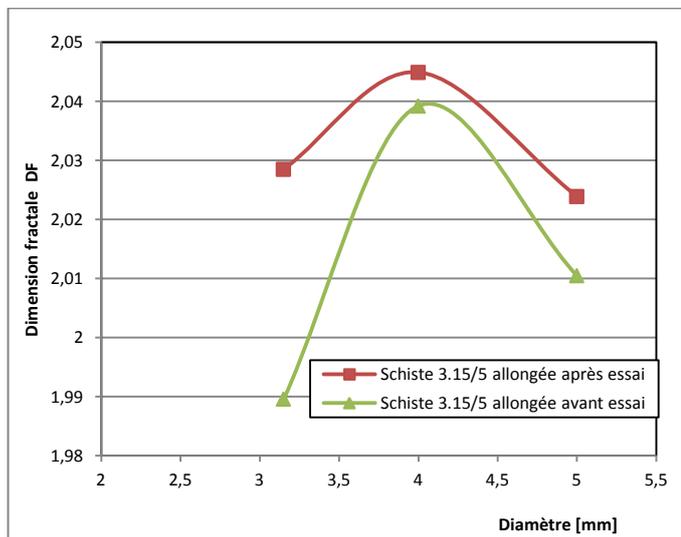
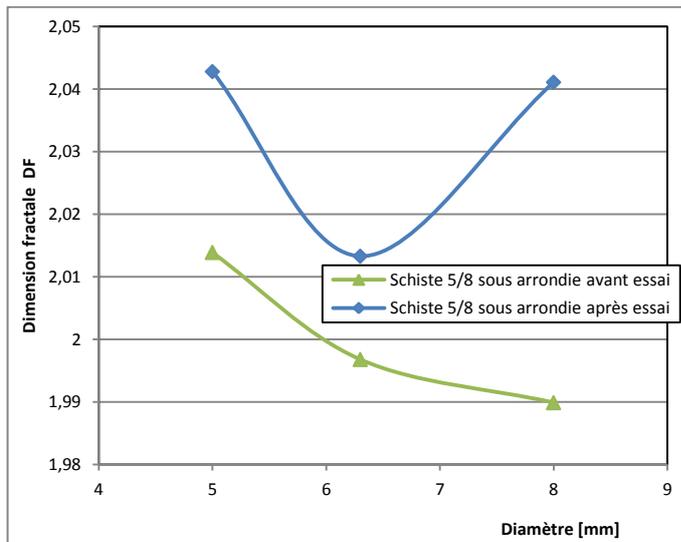
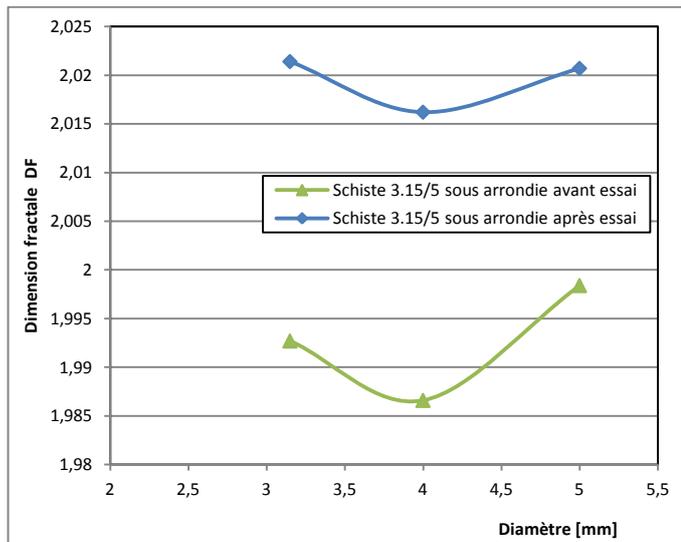
### D.1 VALEUR DE LA DIMENSION FRACTALE AVANT ET APRES ESSAIS

#### D.1.1 Essai du cisaillement

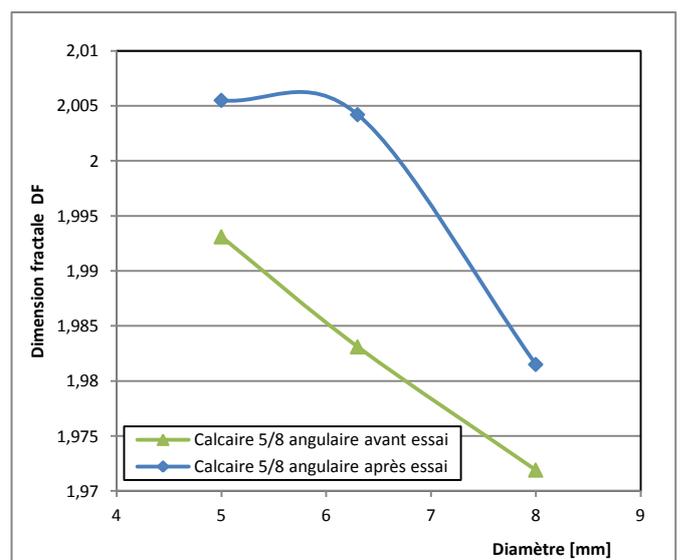
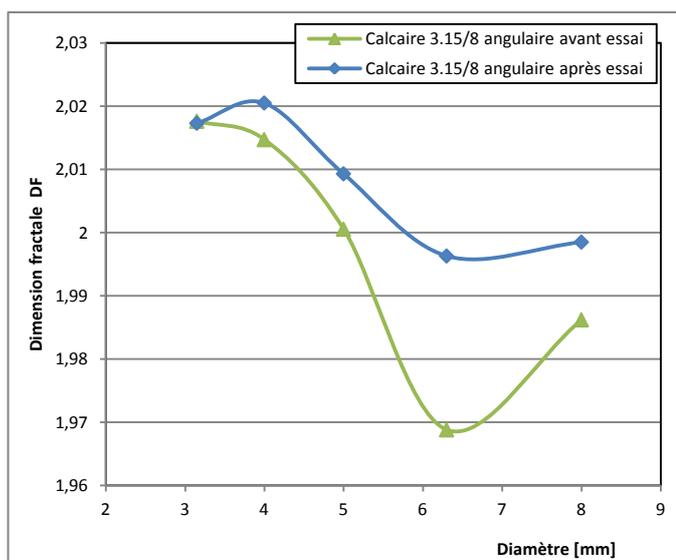
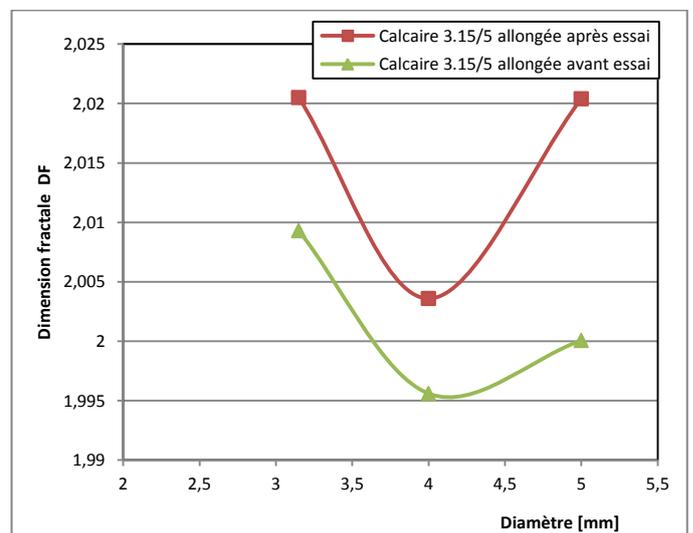
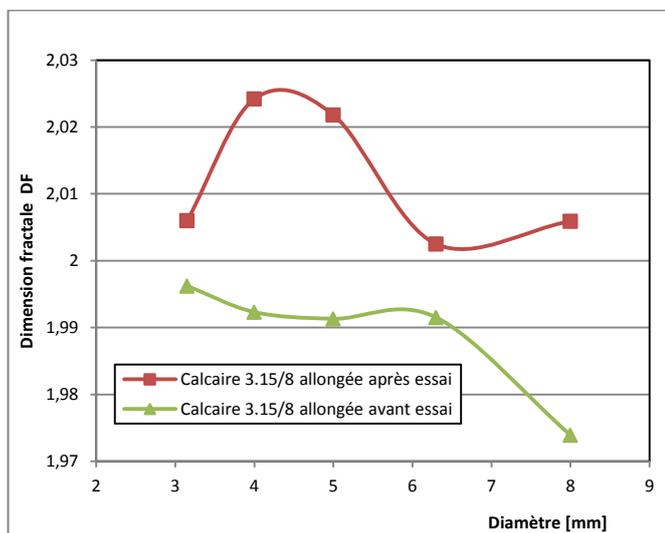
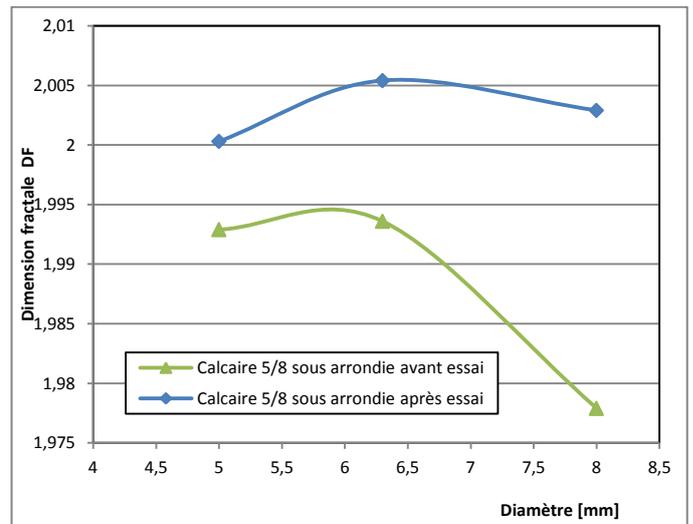
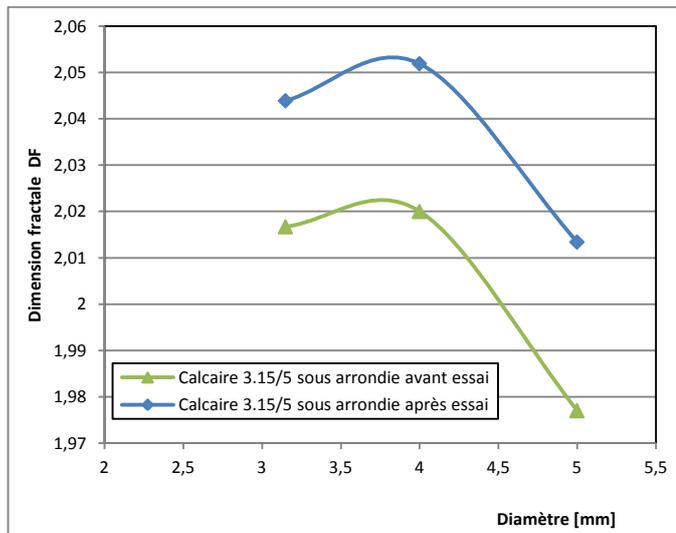
##### D.1.1.1 Grès



D.1.1.2 Schiste

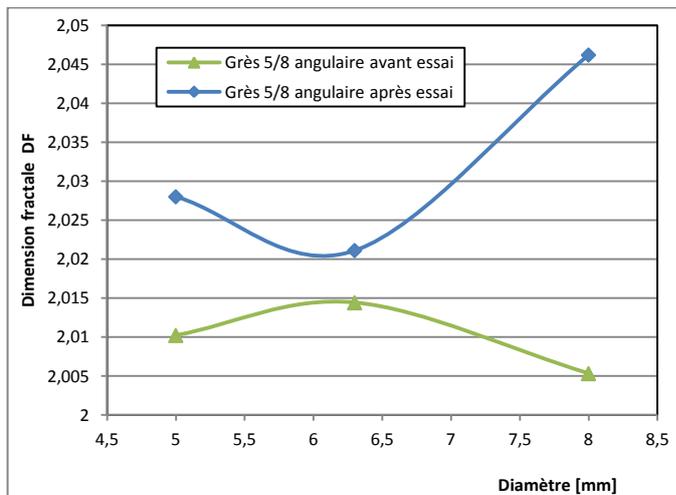
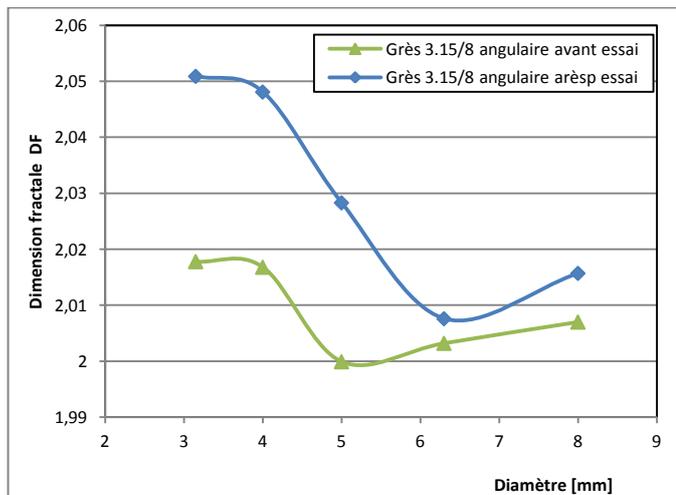
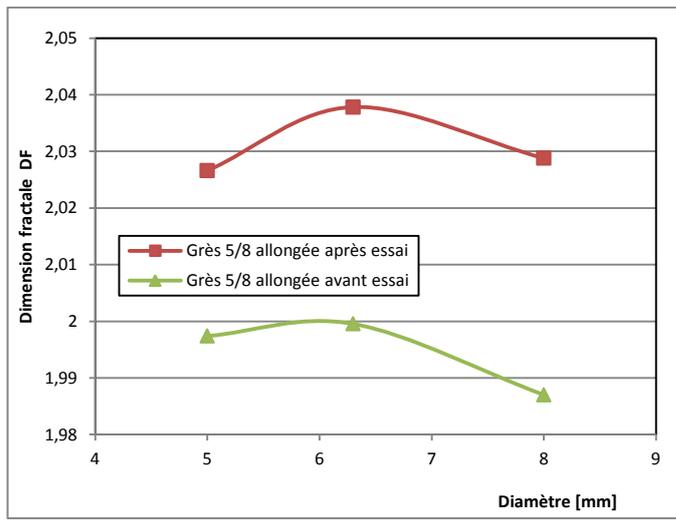
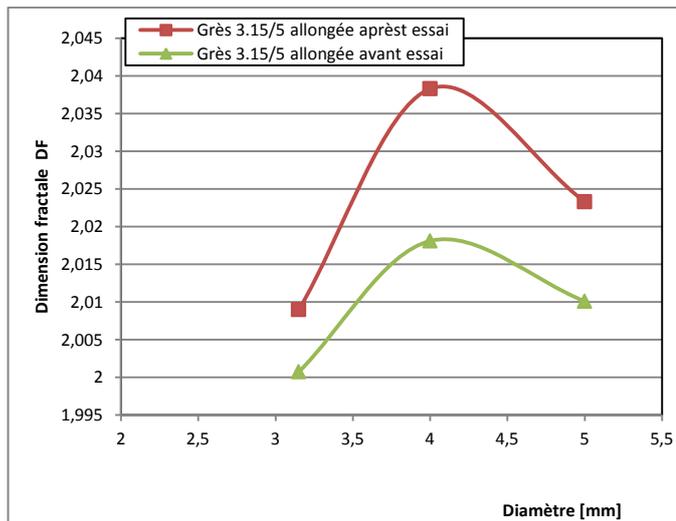
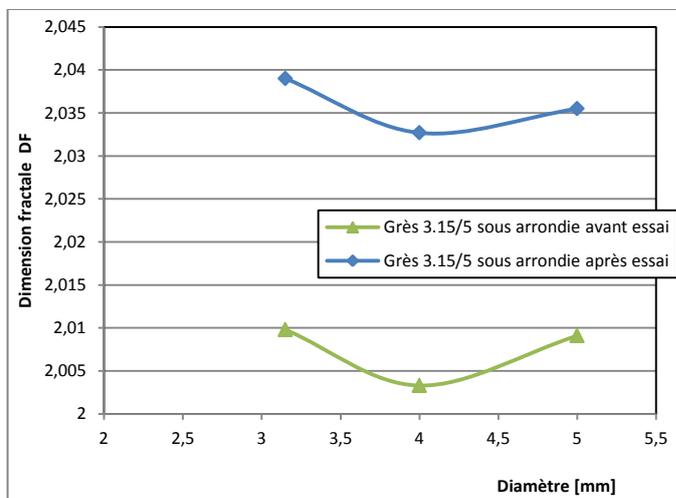
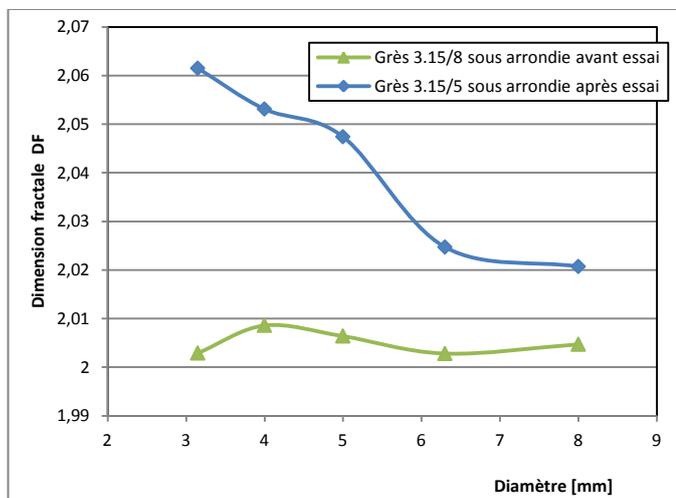


D.1.1.3 Calcaire

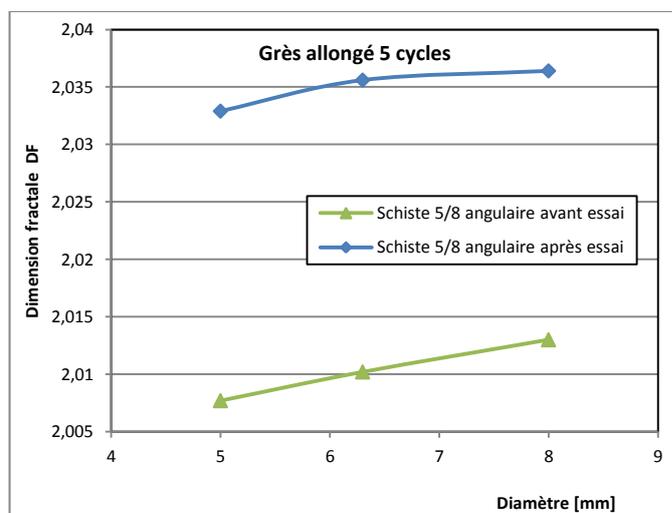
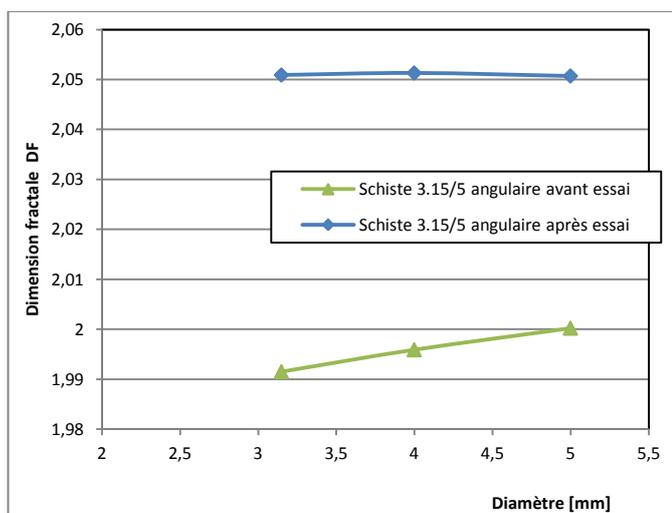
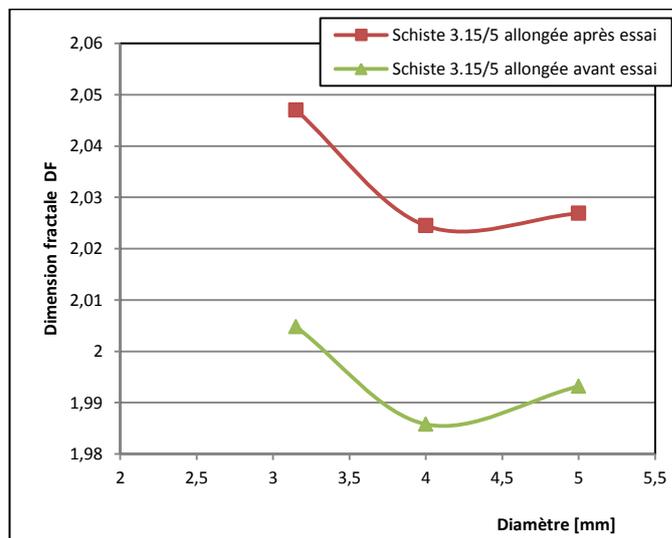
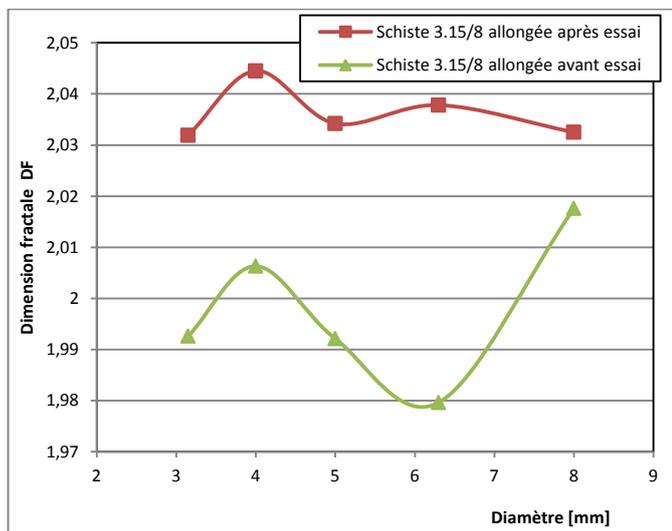
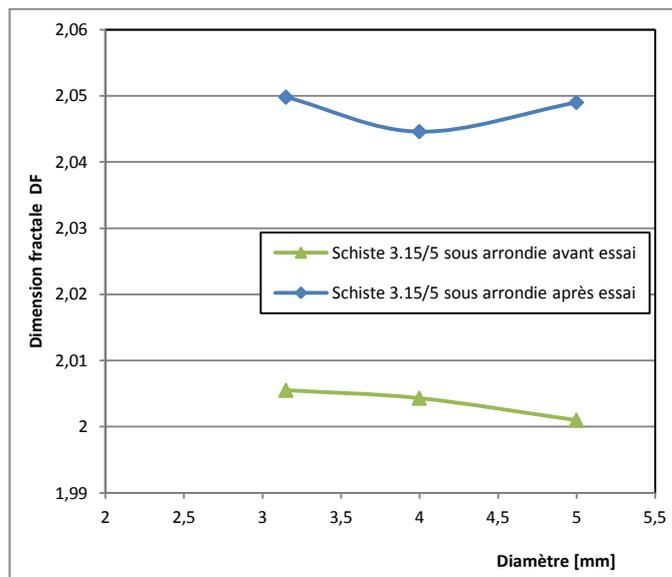
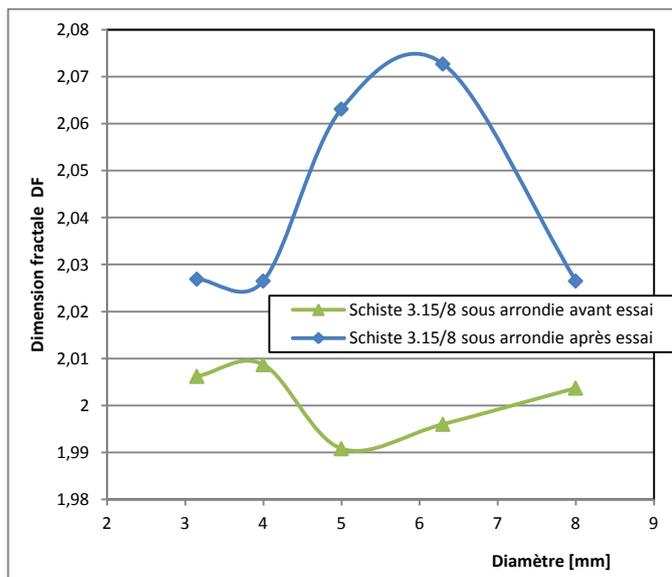


### D.1.2 Essai oedométrique

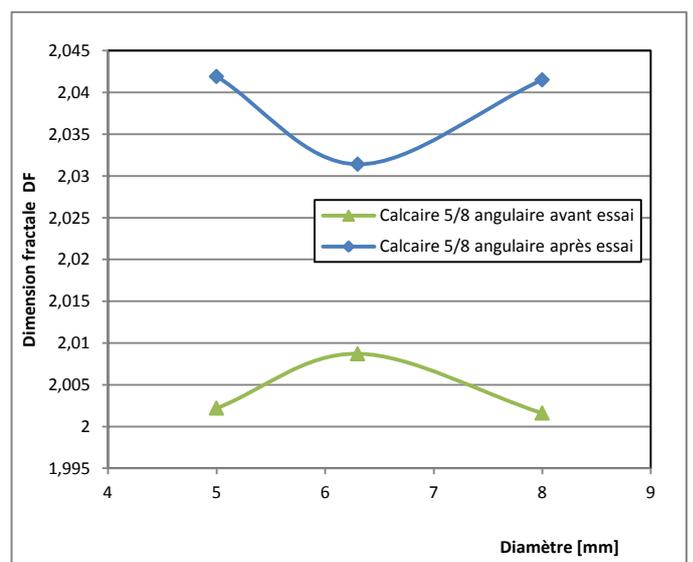
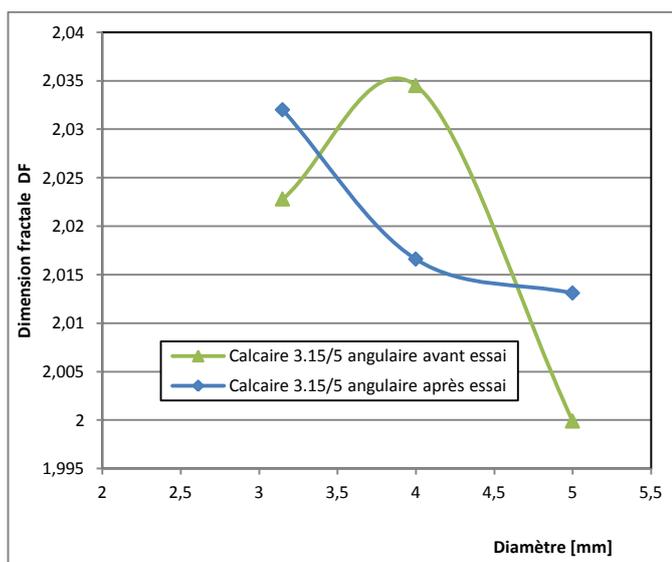
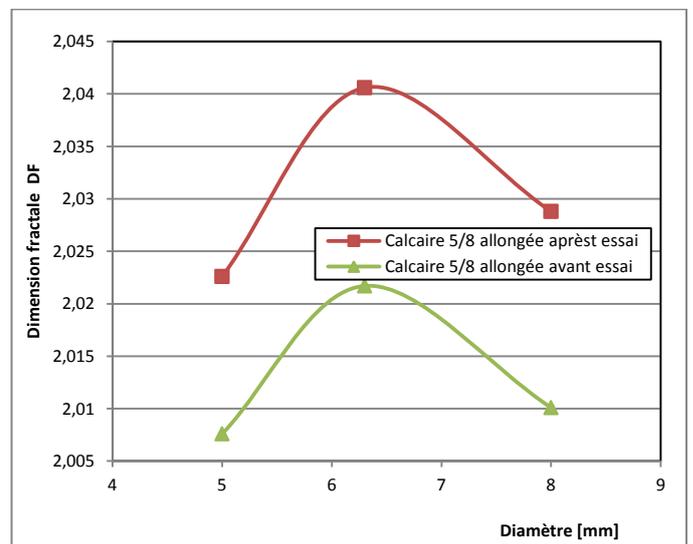
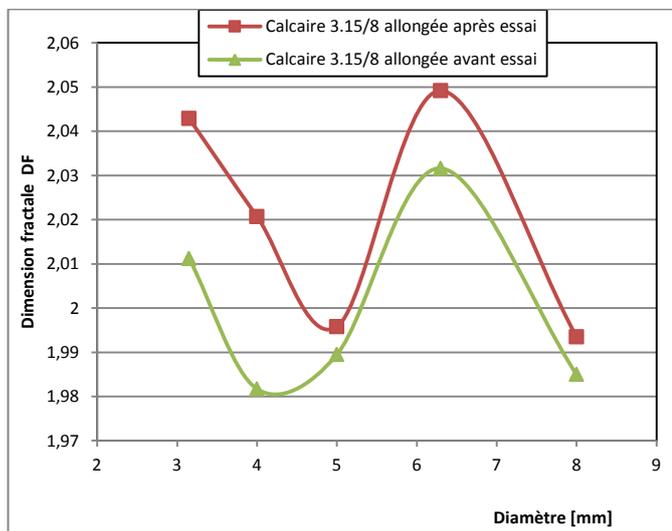
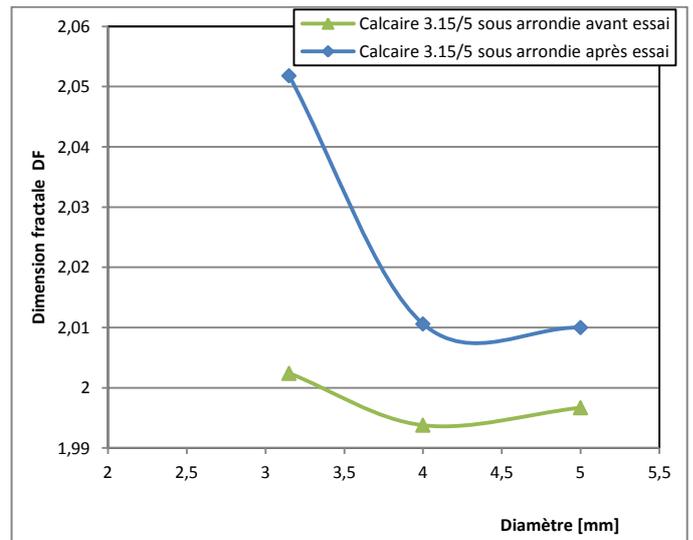
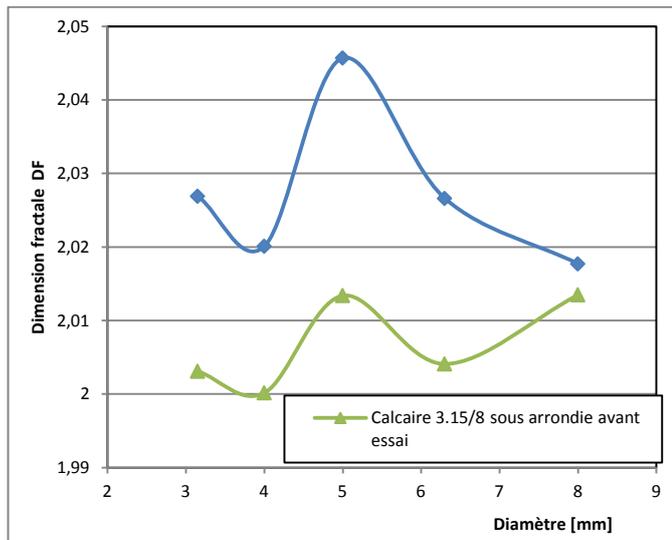
#### D.1.2.1 Grès



D.1.2.2 Schiste



D.1.2.3 Calcaire



## D.2 EVOLUTION DE LA DIMENSION FRACTALE APRES LES ESSAIS

## D.2.1 Calcaire

