République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou
Faculté des sciences
Département des Mathématiques

Thème : Gestion des stocks en période de pénurie Cas : ENIEM - Tizi-Ouzou

Présenté par :

Mlle. ALIANE MAYA

Soutenu publiquement le 25 /09/2025, devant le jury :

Mr Oukacha.B	Pr. UMMTO	Président
Mr AOUANE.M	MAA. UMMTO	Rapporteur
Mr KOURAT.H	MCB. UMMTO	Examinateur
Mme DIDAOUI. L	Cadre ENIEM	Promotrice entreprise

Promotion : 2024/2025

Remerciements

À Monsieur M. Aouane,
Permettez-moi de vous exprimer toute ma gratitude pour votre accompagnement aussi rigoureux qu'humain. Votre alliance unique d'exigence académique et de bienveillance a créé le cadre idéal pour cette recherche.
Plus qu'un encadrement, vous avez instauré un dialogue intellectuel précieux qui a profondément enrichi ma réflexion et mené ce travail à son aboutissement.
Avec ma plus sincère reconnaissance.

Je tiens à remercier chaleureusement les membres du jury qui me font l'honneur d'examiner mon mémoire et de me faire bénéficier de leurs remarques et conseils constructifs.

J'exprime toute ma reconnaissance à l'ensemble du corps administratif et pédagogique du département pour leur disponibilité et leurs efforts qui ont largement contribué à la réussite de ce projet.

À Madame L.Didaoui,
Votre encadrement a été bien plus qu'un accompagnement professionnel , c'était une main tendue et une présence rassurante
Merci pour cette confiance qui m'a fait grandir, et pour cette bienveillance qui a transformé une simple mission en une véritable leçon de vie

Dédicace

Avant tout, ce travail est le reflet d'un amour, d'un soutien et d'une présence. À ceux qui ont été là, dans le silence comme dans les tempêtes... cette page vous est dédiée.

À moi-même,à cette petite Maya ,merci d'avoir cru quand c'était difficile, persévéré quand c'était fragile, et transformé chaque défi en victoire. Le meilleur reste à venir !

à mon papa chéri, mon tout premier amour.Tu as su faire de moi une enfant comblée,merci d'avoir fait de ma vie un abri doux et solide,

à ma mamounette d'amour, mon miracle vivant, je te porte dans chaque battement de cœur,je te dois la vie, et bien plus encore, merci d'être ma maman ,

à Ania ma petite sœur qui me sert de jumelle ,tu es née un autre jour, mais en moi, tu as toujours été là,

à mes deux frères Massiles et Nassim, mes premiers protecteurs, vous êtes mes racines dans chaque tempête,

à Lila,à toi qui as su devenir ma sœur sans partager mon sang, Merci d'être ce cadeau que la vie m'a offert quand je m'y attendais le moins,

à ma meilleure amie Yamina , merci d'avoir fait de ce parcours une aventure exceptionnelle,

et à tout mes proches et amis je vous porte dans mon cœur.

Aliane Maya

RÉSUMÉ

Ce mémoire s'intéresse à la problématique cruciale de la gestion des stocks en période de pénurie au sein de l'Entreprise Nationale des Industries de l'Électroménager (ENIEM), et plus particulièrement dans son unité Froid, spécialisée dans la fabrication de réfrigérateurs, avec un focus sur le modèle stratégique de réfrigérateur 240L.

Confrontée à des ruptures récurrentes perturbant la production et entraînant des arrêts de chaîne, des commandes urgentes coûteuses et une insatisfaction client, l'entreprise fait face à des défis liés à des délais fournisseurs élevés, à des prévisions de demande imprécises et à l'absence d'outils mathématiques performants pour la planification.

L'objectif de ce travail est de proposer une solution scientifique permettant d'optimiser la gestion des stocks tout en intégrant les contraintes réelles de l'entreprise telles que les délais de livraison, les lots minimums et les coûts associés au stockage et à la production.

La méthodologie adoptée repose sur deux étapes complémentaires : une phase de diagnostic, consacrée à l'analyse des causes profondes des pénuries et de leurs impacts financiers et organisationnels, suivie d'une phase de modélisation dans laquelle le modèle dynamique de Wagner-Whitin est adapté au contexte de l'ENIEM afin de déterminer les quantités et les moments optimaux de commande. Ce modèle a été implémenté et simulé sous MATLAB pour comparer la gestion actuelle à la stratégie proposée. Les résultats obtenus démontrent que la méthode développée permet de réduire significativement les coûts totaux liés aux stocks, d'anticiper les fluctuations de la demande et de limiter les ruptures, tout en améliorant la coordination entre les services logistiques, achats et production. Ce travail offre ainsi à l'entreprise un outil décisionnel précieux qui contribue à renforcer la continuité des opérations, à réduire les pertes financières et à améliorer la compétitivité globale de l'unité Froid.

Table des matières

Table des figures

Liste des tableaux

Introduction Générale

La recherche opérationnelle est l'un des grands domaines d'application de l'informatique et des mathématiques appliquées dans l'industrie en particulier.Elle regroupe un ensemble de méthodes,modèles et d'outils informatiques et mathématiques permettant, de façon générale, d'optimiser un processus de prise de décision des problèmes socio-industriels.

La gestion des stocks est au cœur de la chaîne logistique de toute entreprise et constitue un levier stratégique essentiel pour garantir son succès.

Une gestion efficace des stocks ne se limite pas à minimiser les excès ou les ruptures de stock, elle peut également réduire significativement les coûts opérationnels, augmenter la satisfaction des clients en répondant à leurs attentes rapidement et optimiser le flux global des opérations.

Cependant, dans un marché de plus en plus compétitif et complexe, maîtriser cette discipline est un véritable défi. Cela nécessite une approche proactive, des outils adaptés et une compréhension approfondie des besoins de l'entreprise.

La gestion des stocks, bien que souvent associée à des concepts modernes d'économie et de logistique, trouve ses racines bien plus tôt, dans les comportements observés chez certains animaux. En effet, des espèces telles que les écureuils et les abeilles pratiquent le stockage de nourriture pour les périodes de pénurie, une forme primitive de gestion des stocks.

Ces stratégies de stockage sont basées sur des besoins biologiques fondamentaux et sont souvent intuitives, dictées par l'instinct de survie.

Avec l'évolution des sociétés humaines, la gestion des stocks est devenue plus complexe. Dans les civilisations anciennes, le stockage des récoltes et des ressources était une nécessité pour faire face aux périodes de famine ou de guerre. Les premières formes de gestion des stocks étaient rudimentaires, basées sur l'expérience et les cycles naturels.

Au fur et à mesure que les sociétés se sont industrialisées, notamment avec la Révolution industrielle, la gestion des stocks est devenue une discipline à part entière, intégrant des outils mathématiques et logistiques. C'est à ce moment-là que les entreprises ont commencé à mettre en place des méthodes systématiques pour gérer l'inventaire, avec l'objectif d'optimiser les coûts et les ressources.

Dans ce contexte, le modèle de Wilson (également connu sous le nom de modèle de la quantité économique de commande, ou EOQ pour Economic Order Quantity) est apparu comme une méthode clé pour déterminer la quantité optimale de commande qui minimise les coûts totaux liés à la gestion des stocks. Ce modèle repose sur un calcul mathématique qui prend en compte le coût de commande, le coût de stockage et la demande pour établir un équilibre optimal. Il a été formulé par l'économiste américain Frederick S. Wilson dans les années 1930, et a depuis été largement adopté dans le domaine de la logistique et de la gestion des stocks.

Aujourd'hui, la gestion des stocks continue d'évoluer avec l'intégration des technologies modernes, telles que l'intelligence artificielle et l'automatisation, qui permettent une gestion en temps réel et plus précise des inventaires(pour la gestion comptable). Cependant, les principes de base, notamment le stockage des biens et la prévision de la demande, restent les fondements d'une gestion efficace des stocks, aussi bien dans les entreprises que dans les stratégies de survie des espèces animales.

Après avoir exposé l'évolution et les enjeux de la gestion des stocks à travers l'histoire, il est pertinent de se pencher sur des exemples concrets d'application de ces principes dans le monde professionnel.

Notre travail s'articule autour de plusieurs axes essentiels. Il débutera par une présentation de l'Entreprise Nationale des Industries de l'Électroménager (ENIEM), cadre de réalisation du stage. Le second chapitre proposera une approche théorique en exposant les définitions clés relatives à la gestion des stocks ainsi que les resultats fondamentaux de celles-ci. Dans le troisième chapitre, nous analyserons les principales problématiques rencontrées, ainsi que les méthodes de résolution envisageables. Le quatrième chapitre sera dédié à l'application concrète des solutions retenues. Enfin, une conclusion générale viendra clore ce travail en récapitulant les résultats obtenus et en ouvrant des perspectives d'amélioration.

Dans cette optique, on va maintenant vous présenter l'établissement d'accueil de notre stage, [ENIEM], où les concepts étudiés prennent forme dans un environnement réel et dynamique.

Chapitre 01 : Présentation de l'établissement d'accueil

1 Présentation de l'organisme d'accueil

Les entreprises sont considérées comme l'élément essentiel de l'économie dans le monde pour un meilleur développement. Notre stage pratique a été effectue dans l'une des plus importante entreprise industrielle implantée dans la region de Tizi Ouzou, specialisee dans la fabrication des appariels électroménager, connue par l'ENIEM.

FIGURE 1 – Entreprise d'accueil Eniem ,Tizi-Ouzou

1.1 Historique de l'ENIEM

Le complexe d'appareils ménagers résulte d'un contrat « produit en main » établi dans le cadre du premier plan quadriennal, et signé le 21 août 1971 avec un groupe d'entreprises Allemandes représentées par le Chef de file D.I.A.G. (société Allemande) pour une valeur de 400 millions dinars. Les travaux de génie civil ont été entamés en 1972 et la réception des bâtiments avec tous les équipements nécessaires a eu lieu en Juin 1977.

En 1983 L'E.N.I.E.M. Est issue de la restructuration de la SONELEC, elle est donc une entreprise au statut de société Nationale.

En 1989, L'E.N.I.E.M. est passée à l'autonomie de gestion. Les premières Réformes ont été engagées et dans ce cadre, L'E.N.I.E.M fût doté de tous les organes de gestion légaux.

- Une assemblée Générale,
- Un conseil d'administration,
- Un Capital social.

Ainsi que le redéploiement des activités à l'intérieur et à l'extérieur de l'Unité.

Ces plans d'extension et de redéploiement du CAM se conjuguent directement avec ses autres programmes relatifs à la formation et à l'amélioration de la gestion, de la maintenance et de la qualité.

Depuis 1996, l'Entreprise est organisée en unités et a filialisé l'unité lampes de Mohammedia, En octobre 1998, l'ENIEM est une entreprise certifiée à l'ISO 9002 par un organisme international :

Dans le cadre de la restructuration de l'ENIEM initiée par le Holding, le Complexe d'appareils ménagers (CAM) a été éclaté en plusieurs unités :

- **Trois unités de productions** :

- Unité Froid
- Unité Cuisson
- Unité Climatisation

-**Deux autres unités** :

- Unité Prestations Techniques
- Unité commerciale

Ces unités sont implantées au niveau de la zone industrielle AISSAT IDIR-OUED-AISSI. Le siége de la direction générale est située au chef lieu de TIZI-OUZOU.

L'entreprise nationale des industries de l'électroménager « ENIEM », est issue de la restructuration de L'EX-SONELEC, société nationale d'électronique.

FIGURE 2 – Nouveau logotype de ENIEM depuis 2016

ENIEM est créé par décret présidentiel N°83/19 du 02 janvier 1983. Elle est constituée d'une :

Direction générale sise à TIZI-OUZOU boulevard STITI Unité froide : sise au complexe de Oued - aissi Unité cuisson : sise au complexe de Oued - aissi Unité climatisation : sise au complexe de Oued -aissi Unité prestations techniques : sise au complexe de Oued -aissi Unité commerciale : sise à Oued-aissi

L'ENIEM est dotée d'un potentiel équipement très important et humain avoisinant les 3500 travailleurs.

Son capitale sociale et de 10.279.800.000 DA

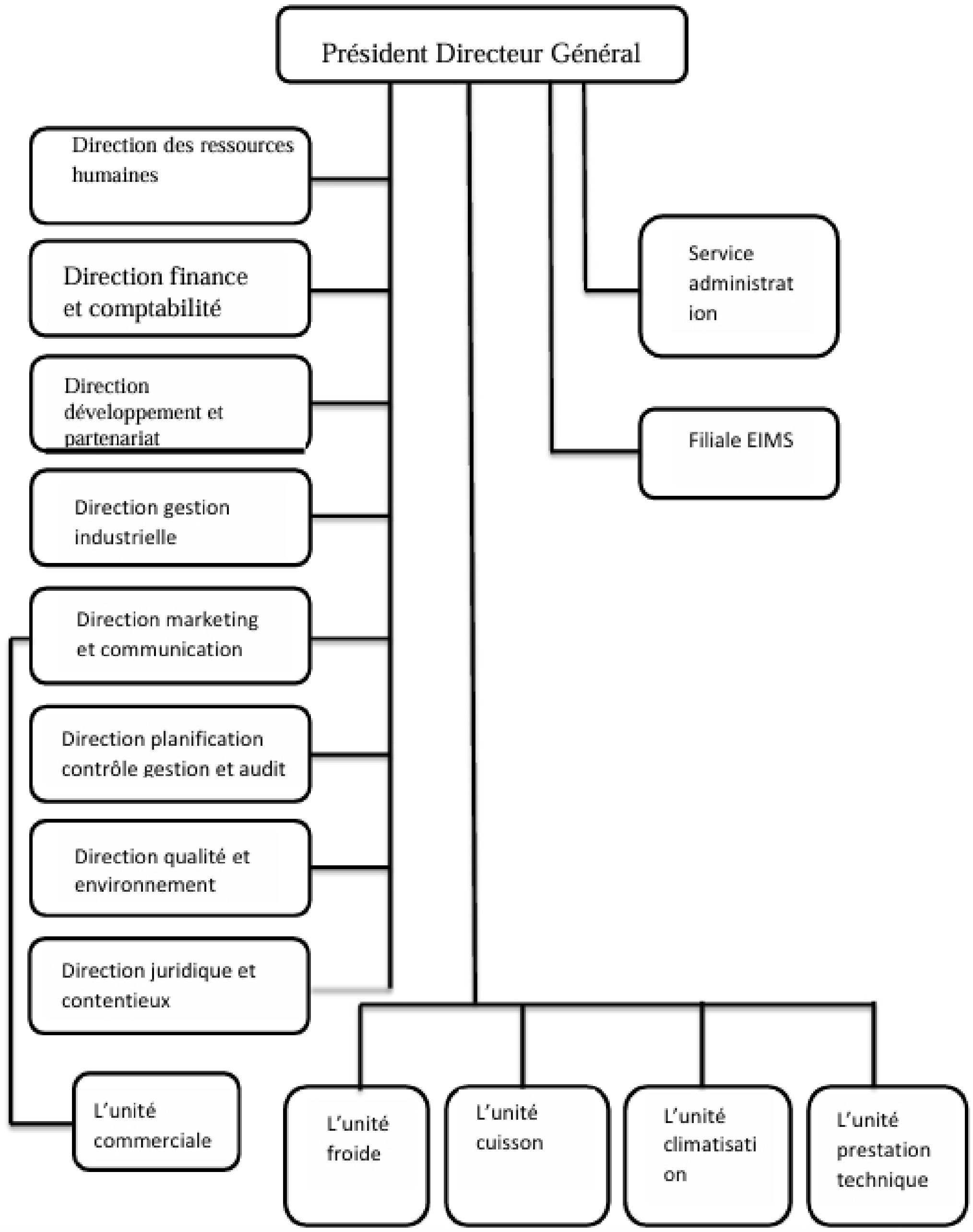


FIGURE 3 – Organigramme de l'ENIEM

1.2 PRESTATIONS DES UNITÉS

1. ORGANISATION DE L'ENTREPRISE ENIEM : Actuellement, l'entreprise ENIEM est constituée de :

. Direction Générale (DG)
. L'unité Commerciale (UC)
. L'unité Froid (UF)
. L'unité Cuisson (UC)
. L'unité Climatisation (UCLIM)
. L'unité Prestations Techniques (UPT)

. L'unité Miliana (Sanitaire) (U.S) = FILIALE . FILAMP = FILIALE DE L'ENIEM

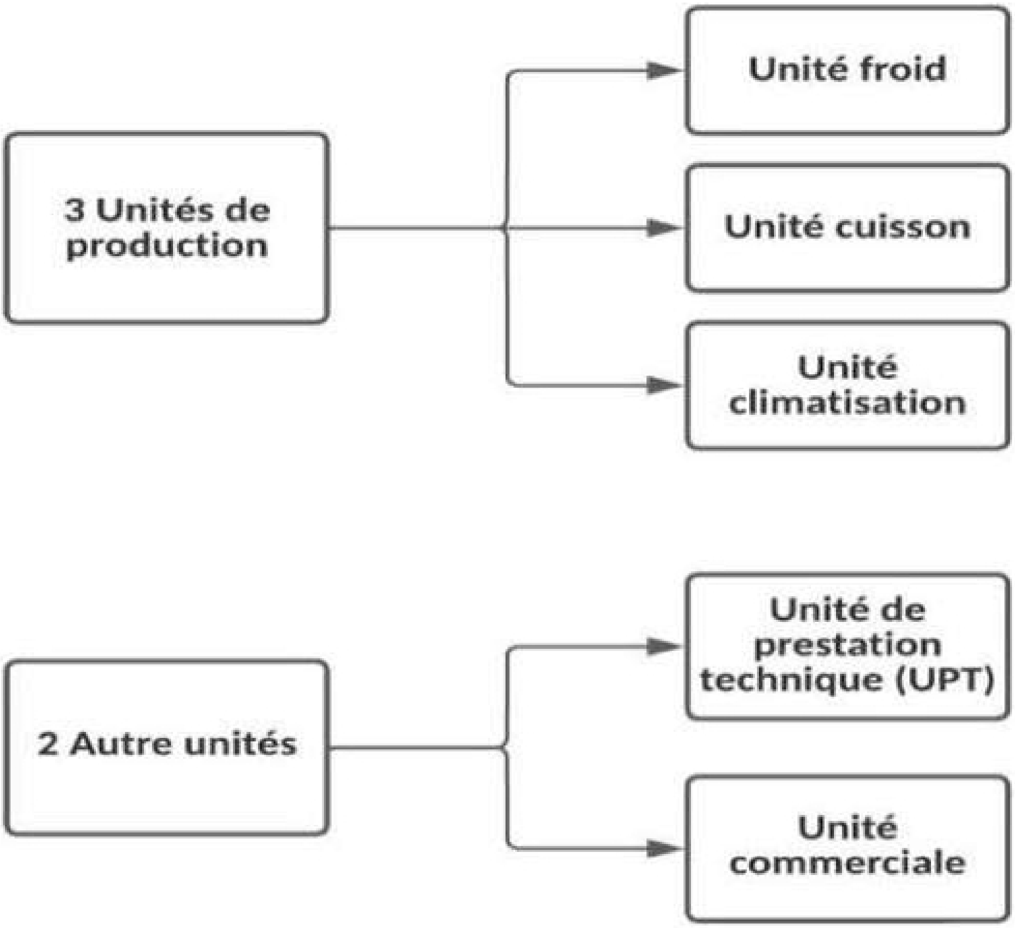


FIGURE 4 – Les différentes unités de l'entreprise

2. MISSIONS PRINCIPALES DE L'ENIEM L'ENIEM est l'une des entreprises stratégiques sur le plan économique du pays puisqu'elle participe à l'augmentation du produit intérieur brute (PIB)

Sa mission est d'assuré le montage, le développement et la recherche dans le domaine des différentes branches de l'électroménager, elle assure également la production des appareils de réfrigérations de cuisson et de climatisation avec une intégration nationale importante.

3.LA Mission et activité Principale de Chaque Unité :

a. Direction Générale : La direction générale est l'entité qui est responsable de la stratégie et du développement de l'entreprise et ce en tenant compte de résolution de son conseil d'administration. Elle exerce son autorité hiérarchique et fonctionnelle sur l'ensemble des directions et des unités. Le Président Directeur Général est assisté par des cadres dirigeants chargés des principales fonctions, de l'entreprise, suivantes :

. Direction Industrielle (DGI)
. Direction Développement et Partenariat (DDP)
. Direction Centrale Finances et Comptabilité (DFC)
. Direction des Ressources Humaines (DRH)
. Direction Planification et Contrôle de Gestion (DPCG)
. Direction Marketing et Communication (DMC)
. Direction Qualité (DQ)

b. Unité cuisson : Cette unité est spécialisée dans la production de différents Types de cuisinières.

La mission globale de l'unité est de produire et développer des différents modèles de cuisinières.Son activité consiste à :

. Transformer la tôle
. Traiter et revêtir de la surface (Emaillage, Zingage, Chromage)
. Assembler des cuisinières

c. Unité climatisation : Comme son nom l'indique, elle est spécialisée dans la fabrication et montage de plusieurs types de climatiseurs. La mission globale de l'unité est de produire et développer Les produits de climatisation,Son activité consiste à :

.Transformer de la tôle.
.Traiter et revêtir les surfaces (peinture).
.Assembler les climatiseurs.

d. Unités prestations techniques : C'est une unité de soutien aux autres unités de production, elle est chargée de la gestion :

.Des énergies et fluides .
.De l'entretien des équipements.
.Des engins roulants.
.De l'entretien des bâtiments.
.De fonction informatique au sein des complexes appareils ménagers.

L'unité est chargée de fournir et d'exploiter les moyens Techniques Communs ainsi que de la gestion de la totalité des infrastructures Communes (bâtiments, voiries, éclairages etc. . . ..)

Cette unité assure également la réalisation de pièces de Rechanges pour la production, la conception et la fabrication d'outillage (moules, outils etc.. . ..), Assure toutes les activités informatiques des unités.Parmis ses activité on site :

.Conception et réalisation des outils/moules.
.Réalisation (usinage) de diverses pièces.

.Étalonnage/vérification des instruments de mesure.
.Impression, Prestations Sociales.
.Production d'énergies et des fluides.
.Entretien des bâtiments.
.Fabrication de palettes (menuiserie).
.Neutralisation des rejets industriels avant évacuation vers l'Oued.
.Transport marchandises.
.Surveillance du Site.

e. Unité commerciale : L'unité Commerciale est implantée dans las zone Industrielle de OUED-AISSI Wilaya de TIZI-OUZOU. Elle est chargée de la commercialisation des produits de l'entreprise, de la Gestion du Réseau et du service après vente.

Sa mission étant l'étude du marché national et l'écoulement de tous les produits des unités de production.Ses activités sont :
.Marketing
.La Vente (à travers ses moyens propres et un réseau D'agent agréé)
.Service après vente
.Gestion des stocks des produits finis des produits ENIEM
.La distribution et l'exportation des produits ENIEM

f. Filiale MILIANA (U.Sanitaire) : Elle fabrique du matériel sanitaire (baignoire, évier, lavabo.....) elle est acquise par l'entreprise ENIEM en l'an 2000, elle n'entre pas Dans le champ de certification de l'entreprise.

L'unité lampe de MOHAMMADIA (ULM) qui a démarré en janvier 1979 pour fabriquer des lampes d'éclairages domestiques ainsi que des lampes de réfrigérateurs est devenue filiale à 100 pour cent ENIEM le premier janvier 1997. Elle est dénommée (FILAMP).

g.Unité froid : notre departement d'acceuil Elle est l'unité la plus importante de l'ENIEM en termes d'effectif, avec environ 1880 travailleurs. Elle est spécialisée dans la production de réfrigérateurs, de congélateurs et des climatiseurs à usage domestique.

Sa mission est de produire et développer des équipements de froid adaptés aux besoins du marché.

Ses activités incluent la transformation de la tôle, le traitement et le revêtement de surface (peinture, plastification), l'injection plastique et polystyrène, la fabrication de pièces métalliques (condenseurs, évaporateurs...), l'isolation, le thermoformage et l'assemblage des produits.

C'est dans cette unité qu'on a réalisé notre stage de fin d'études. notre étude se concentre spécifiquement sur le modèle du réfrigérateur, 240 litres, un modèle phare de l'unité.

L'unité Froid, étant au cœur de la production de l'entreprise, nous a permis de mieux comprendre les défis liés à la gestion des stocks, surtout dans un environnement où la demande est souvent fluctuante et où les ruptures de stock peuvent affecter la production.

Pendant notre stage, on a pu observer la gestion des matières premières et des composants nécessaires à la fabrication de ce modèle particulier.

Nous avons remarqué l'importance de la coordination entre les différents départements pour maintenir une production fluide et éviter les pénuries.

Nous avons également vu comment l'équipe gère les délais de livraison et les ajustements nécessaires lorsqu'une pénurie survient, en cherchant à optimiser les ressources disponibles pour ne pas perturber le processus de fabrication.

En plus de ces activités de réalisation, l'unité Froid, tout comme les autres unités de production, assure également des fonctions essentielles telles que :

.L'étude et méthodes de fabrication.

.L'achat de matières premières et composants.

.Le contrôle de qualité à différentes étapes : réception, en cours de fabrication, et final.

.Le stockage des produits finis, des matières premières et des pièces dans les magasins et ateliers.

.La maintenance des équipements de production.

.La Sécurité industrielle, afin de garantir un environnement de travail sûr pour tous les employés.

En résumé, l'ENIEM est une entreprise de grande importance, structurée autour de plusieurs unités de production clés, telles que celles de Froid, Cuisson, et Climatisation, qui travaillent en harmonie pour produire des appareils de haute qualité.

L'unité Froid, dans laquelle nous avons eu la chance de réaliser notre stage de fin d'études, joue un rôle crucial dans la production des réfrigérateurs et congélateurs domestiques, et fait face à des défis constants liés à la gestion des stocks, particulièrement en période de pénurie.

L'étude que nous avons menée, centrée sur le modèle de réfrigérateur de 240 litres, nous a permis de découvrir les processus complexes de gestion des stocks, ainsi que les stratégies mises en place pour optimiser la production et éviter les ruptures.

Cette première partie nous a permis de comprendre le cadre dans lequel notre stage s'est déroulé.

Dans le chapitre suivant, nous aborderons plus en détail les notions et définitions fondamentales de notre étude.

Chapitre 02 :Définitions et généralités sur la gestion des stocks

Pour mieux gérer les stocks et réduire les coûts, il est important de classer les produits selon leur importance. La méthode ABC, basée sur la règle des 20/80 de Pareto, est la plus utilisée pour cela. Elle permet de séparer les articles en trois catégories :

A Ceux qui ont le plus de valeur (classe A)

B Ceux de valeur moyenne (classe B)

C Ceux de moindre valeur (classe C)

Cette méthode repose sur un principe simple : généralement, 20 % des produits représentent 80 % de la valeur du stock. Nous allons maintenant voir comment elle fonctionne en détail.

2 Méthodes de classification ABC (Loi de Pareto)

Depuis l'émergence des premières réflexions sur la gestion des stocks, la méthode ABC classique est la plus populaire et la plus utilisée.

Son principal atout réside dans sa facilité de mise en œuvre puisqu'elle ne nécessite pas d'analyses approfondies préalables.

Elle se base, en fait, sur le principe de Vilfredo Pareto, économiste italien qui a constaté que 20 % de la population détenait 80 %des richesses .

Cette loi a été observée pour la première fois par Pareto dans la répartition de l'impôt foncier en Italie.

Cette constatation, connue aujourd'hui comme le principe de Pareto ou la loi des 80-20, a été traduite, en 1941, par Joseph Juran : « Dans tout groupe de choses contribuant à un effet commun, la majeure partie de l'effet est attribuable à un nombre relativement faible de ces choses ».

Contrôler approximativement 20 %des produits en stock pourrait donc améliorer la gestion des stocks de façon significative.

L'identification de ces produits est tout l'enjeu de la méthode ABC qui, en représentant graphiquement les produits selon leur importance relative, permet de les classer en trois catégories :

A (les produits jugés importants et nécessitant une attention particulière), B (les produits d'importance moyenne), C (les produits moins importants).

L'ultime objectif de la méthode est de définir des politiques d'approvisionnement et de stockage différentes, en fonction de la catégorie.

D'une façon générale, les produits de la catégorie A feront l'objet d'un contrôle plus rigoureux et seront la cible d'inventaires plus fréquents que ceux de la catégorie C.

Le principe de l'analyse ABC consiste à reclasser dans un tableau les éléments étudiés en 3 groupes distincts :

- Le groupe A : les éléments les plus importants (souvent environ 20du % nombre total d'éléments),

- Le groupe B : les éléments de la classe « intermédiaire » (souvent entre 20 et 40 % dunombre total d'éléments),

- Le groupe C : reste des éléments étudiés.

2.1 Principe 20/80

Au XVIIIe siècle, Vilfredo Pareto (1896, réédité en 1965) a avancé que 80 % de toutes les richesses de la Terre étaient possédées par seulement 20 % des individus du globe. Ce constat a servi de base à tous les systèmes de classification utilisés. En effet, dans le domaine de la gestion des stocks, on peut affirmer qu'environ 20 % des articles en stock représentent 80 % de la valeur monétaire de ce même stock. Il s'agit alors de grouper les articles selon leur importance.

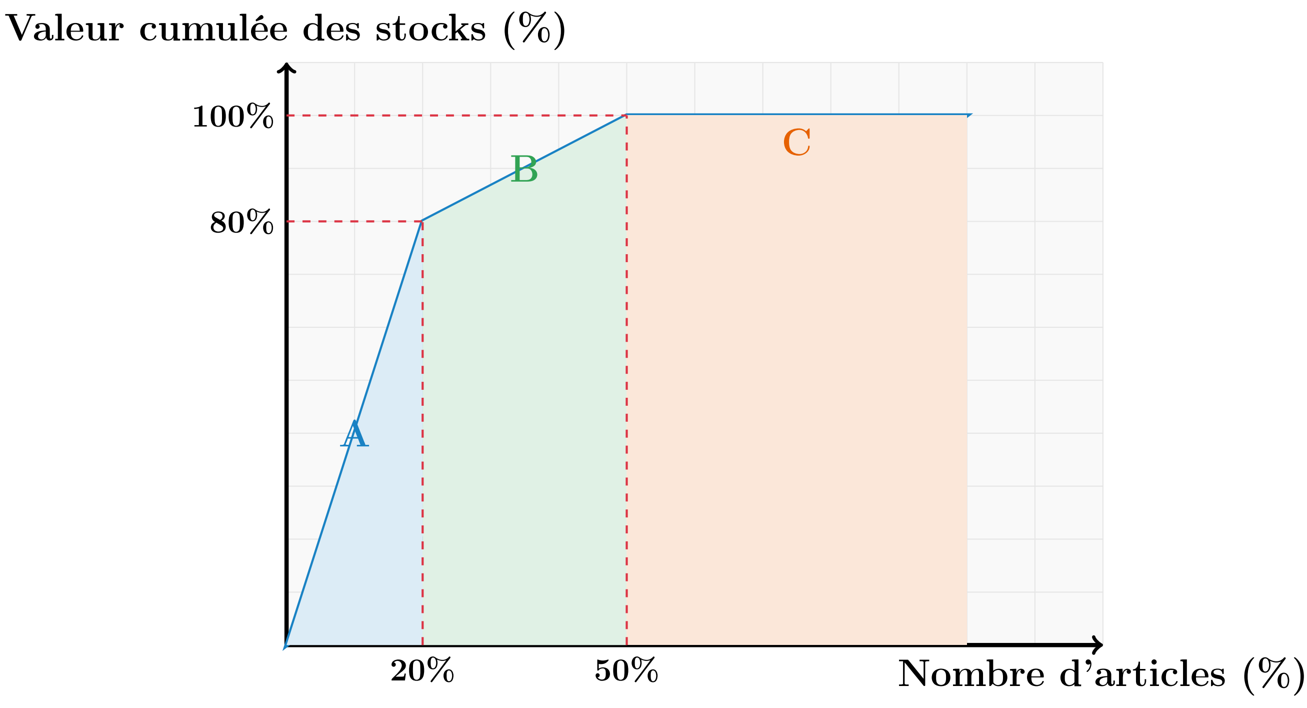


FIGURE 5 – Analyse ABC des stocks — Méthode de Pareto

2.2 Importance pour les acheteurs

Il est essentiel pour un acheteur de connaître ce fondement, car il convient d'accorder beaucoup plus de temps aux articles qui correspondent à une importante somme d'argent. Les critères permettant de faire ce genre de classification sont :

— Le volume d'un article dans une période préétablie (souvent une année)
— Le délai de livraison
— L'espace d'entreposage
— La disponibilité du matériel et de la main-d'œuvre
— Le risque de vol
— Le coût de rupture

2.3 Procédure pour établir une classification ABC sur une base annuelle

1. On détermine la quantité consommée pour chaque article.
2. On associe la quantité consommée de chaque article à son coût unitaire.
3. On trouve la valeur monétaire de chaque article en multipliant la quantité consommée par le coût unitaire de l'article correspondant.
4. On calcule la valeur monétaire totale en faisant la somme des valeurs monétaires des différents articles.
5. On détermine le pourcentage de la valeur monétaire pour chaque article par rapport à la valeur monétaire totale.
6. On dresse la liste des articles par ordre décroissant selon les pourcentages trouvés.
7. On refait la séquence, c'est-à-dire que l'on réinscrit la description de chaque produit, mais cette fois dans le même ordre que celui établi au point 6.
8. On établit le pourcentage cumulé afin de se faciliter la tâche lors de la conception des classes.
9. Finalement, on est prêt à former les classes.

La classification ABC peut être utilisée chaque fois que l'on juge nécessaire de distinguer les éléments importants de ceux qui le sont moins.

Dans le contexte d'une entreprise, on pourrait essayer de classer les déplacements d'un magasinier dans un entrepôt pour déterminer les articles qui devraient être entreposés près de lui.

De même, on pourrait, grâce à cette classification, évaluer l'importance des clients et celle des fournisseurs.

Il faut cependant agir avec circonspection quand on applique la classification ABC, surtout quand il est question d'établir les quantités consommées pour chaque article.

Certains articles peuvent être consommés de manière très cyclique. De ce fait, les quantités de ces articles peuvent varier substantiellement d'une unité de temps à une autre, le tout pouvant modifier un peu le résultat si le processus est appliqué à des intervalles trop fréquents.

Si le coût des articles varie à l'intérieur de l'espace de temps (souvent une année) sur lequel on travaille, on utilise une moyenne pondérée pour déterminer la résultante du coût.

En conclusion, on pourrait affirmer que la classification ABC est un bon point de départ pour la gestion des stocks, car elle est un outil de diagnostic fiable.

3 Introduction au stock

3.1 Définition d'un stock

Un stock correspond à l'ensemble des articles ou marchandises entreposés dans un magasin ou un espace de stockage, en attente d'être vendus aux utilisateurs ou transformés pour les besoins de fabrication.

Les stocks permettent de satisfaire immédiatement les besoins des utilisateurs sans leur imposer les délais ou les coûts d'une fabrication ou d'un approvisionnement. Ils évitent également les perturbations causées par des achats ou livraisons trop fréquentes, ainsi que les longs délais d'attente en cas de non-disponibilité sans stock.

Cependant, les stocks peuvent présenter certains inconvénients majeurs. Une mauvaise gestion peut entraîner des ruptures de stock, conduisant à une perte de confiance des clients ou à l'arrêt des lignes de production dans une usine. À l'inverse, des stocks excessifs génèrent des coûts de stockage élevés et des risques d'obsolescence.

3.2 Objectifs d'avoir des stocks

Le succès d'une entreprise repose en partie sur sa capacité à fournir le bon produit, au bon moment et au bon endroit. Une gestion scientifique des stocks joue un rôle clé dans l'atteinte de cet objectif stratégique.

L'objectif principal du stock est de maîtriser les ressources disponibles afin de répondre efficacement aux demandes futures. Cette gestion doit permettre de satisfaire les besoins : - Au bon moment - Dans les quantités requises - Selon des modalités d'utilisation optimales

L'incapacité de satisfaire une demande en raison d'un stock insuffisant constitue une rupture de stock. L'équilibre à trouver réside dans le maintien d'un niveau de stock : - Suffisant pour couvrir les besoins - Mais pas excessif pour éviter les coûts associés (acquisition, stockage, dépréciation, etc.)

3.3 L'importance des stocks

La détention de stocks permet principalement de répondre rapidement aux demandes clients tout en assurant la poursuite du fonctionnement normal de l'entreprise grâce à la disponibilité permanente des produits nécessaires. Cependant, cette pratique génère également des coûts significatifs qui impactent la trésorerie.

Les stocks immobilisent, en effet, des ressources financières qui pourraient être affectées au développement d'autres activités. Cette situation peut potentiellement fragiliser la santé financière de l'organisation si la gestion n'est pas optimisée.

Pour les entreprises industrielles, en particulier, la gestion des stocks représente un défi stratégique majeur. Elle nécessite de trouver le juste équilibre entre :

— La qualité de service attendue par les clients

— La minimisation des coûts de gestion
— Le maintien d'un niveau de service satisfaisant

Un contrôle rigoureux des stocks s'impose donc comme une nécessité opérationnelle. Cette gestion efficace repose sur plusieurs paramètres clés :

— La maîtrise des coûts de possession et de commande
— L'optimisation des taux de rotation, des quantités commandées et des périodes de réapprovisionnement
— La standardisation des stocks avec des niveaux de tolérance définis
— L'anticipation des aléas de consommation et des délais grâce à des stocks de sécurité
— L'application de méthodes de sélection pour prioriser la gestion des articles stratégiques

3.4 Types de stocks

Les entreprises gèrent généralement quatre catégories principales de stocks :

— **Stock de matières premières** :
  — Produits achetés auprès des fournisseurs
  — Destinés à être transformés par l'entreprise
— **Stock de produits en cours** :
  — Articles semi-finis en processus de transformation
  — Non commercialisables dans leur état actuel
— **Stock de produits finis** :
  — Articles ayant terminé leur cycle de production
  — Prêts à être commercialisés
— **Stock de marchandises** :
  — Produits achetés pour revente sans transformation
  — Valeur ajoutée par la marge commerciale seulement

3.5 Avantages et inconvénients des stocks

Les atouts de la gestion de stocks : La constitution de stocks répond à des impératifs stratégiques pour les entreprises. Elle garantit la continuité de la production malgré les aléas d'approvisionnement et permet de répondre rapidement aux fluctuations de la demande client. Cette pratique compense également les délais de fabrication en maintenant une disponibilité permanente des produits, y compris pour les articles à production saisonnière. Sur le plan économique, les stocks facilitent les achats groupés, générant des économies d'échelle sur les coûts logistiques et d'acquisition.

Les limites à considérer :

Garder trop de stocks peut créer des soucis. D'abord, les produits peuvent se périmer ou devenir vieux. L'argent utilisé pour acheter ces stocks ne rapporte rien et pourrait servir à autre chose. Parfois, la valeur des stocks représente même une grosse partie de tout l'argent de l'entreprise. Il y a aussi des risques comme le vol, les incendies ou les produits abîmés. Et il faut assumer l'intégralité des frais engendrés par ces stocks, incluant non seulement les coûts de stockage proprement dits (location d'entrepôt, électricité, maintenance), mais aussi les charges annexes telles que l'assurance.

3.6 Niveaux de stocks

Le stock réel de chaque produit fluctue en permanence en fonction des achats et des consommations. Il est donc préférable de raisonner en termes de stock moyen.

— **Stock minimum** :

Correspond à la quantité nécessaire pour répondre à la demande courante Détermine le point de réapprovisionnement(niveau déclencheur de commande) Une nouvelle commande est passée lorsque le stock atteint ce niveau critique

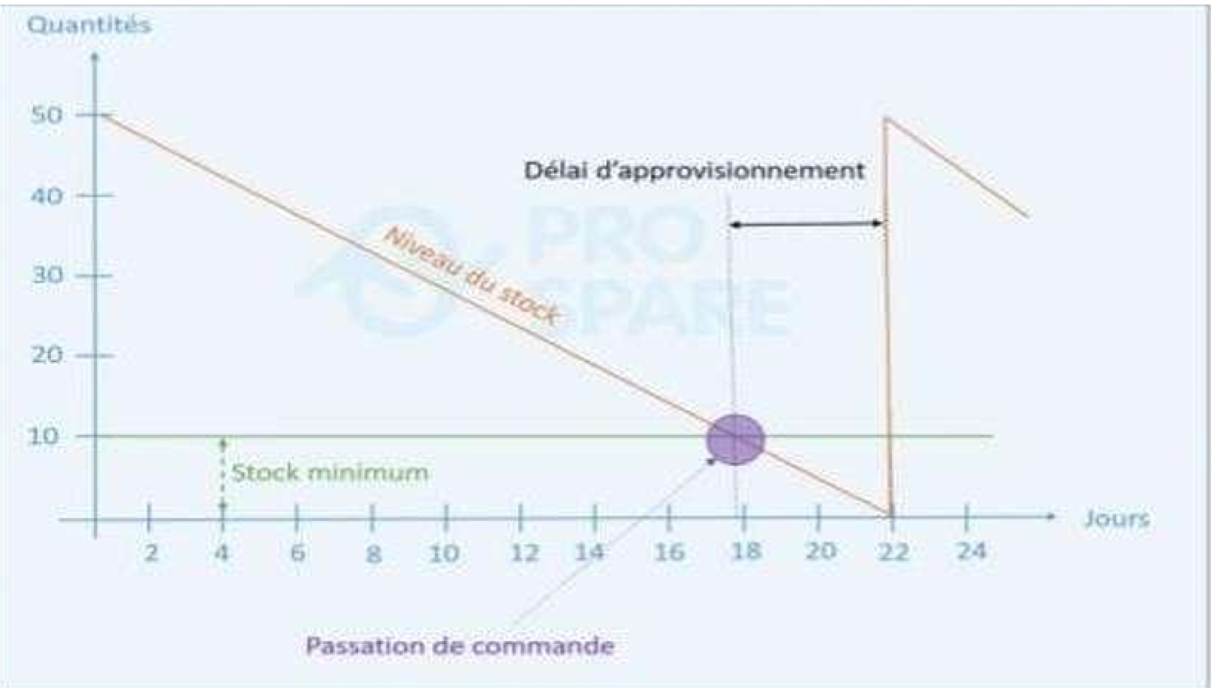


FIGURE 6 – Variations du stock minimum

Conséquence opérationnelle :
Si l'entreprise attend l'épuisement total du stock (stock nul) avant de commander, elle subira une rupture de stock pendant la période de réapprovisionnement (délai entre la commande et la livraison). Cette situation entraîne :

— Perte de ventes potentielles
— Insatisfaction client
— Perturbation de la chaîne de production (pour les matières premières)

Pour éviter la rupture de stock, il faut donc qu'au moment où l'on passe la commande il y ait encore en stock une quantité suffisante pour couvrir les besoins pendant la période qui sépare la date de commande et le jour de livraison. Le stock minimum répond à cette exigence et sa formule fait partie des méthodes de gestion des stocks les plus ancrées en entreprise.

— **Stock maximum** : C'est le niveau maximal, le plafond de stock à ne pas dépasser pour un article donné,il dépend de la capacité de stockage de l'entrepôt, de sa politique d'achats et d'approvisionnement .

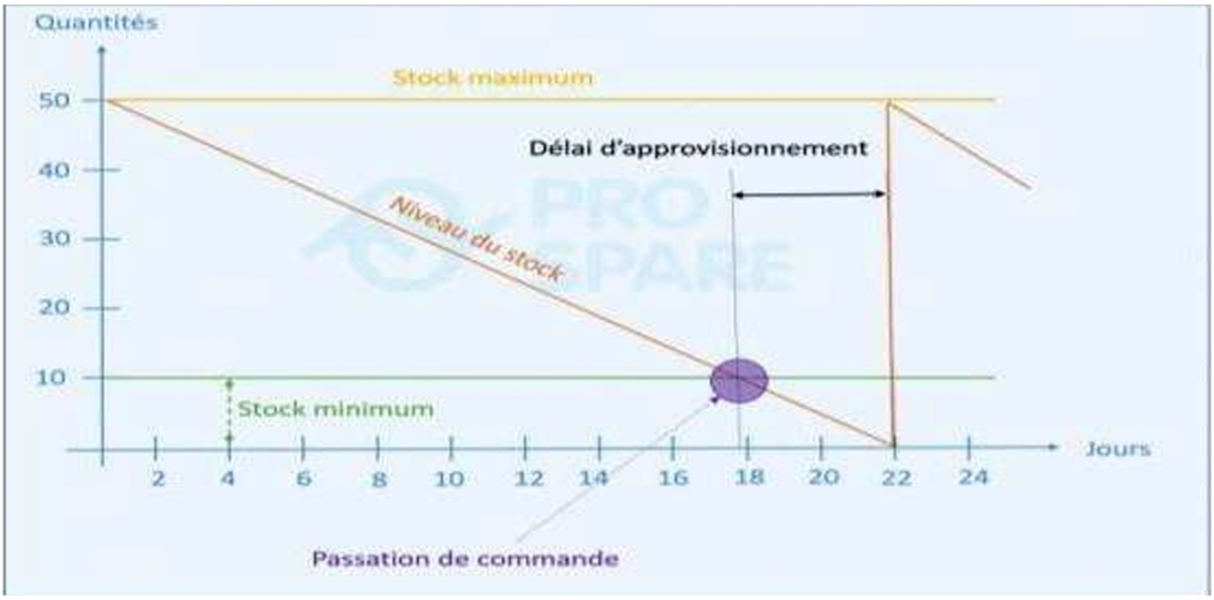


Figure 7 – Évolution du stock maximum

— **Stock de sécurité** : Le stock de sécurité (également appelé stock de protection ou stock dormant) correspond à une quantité supplémentaire d'articles conservée en réserve au-delà du stock minimum. Sa fonction principale est de servir de marge de sécurité contre les ruptures imprévues.

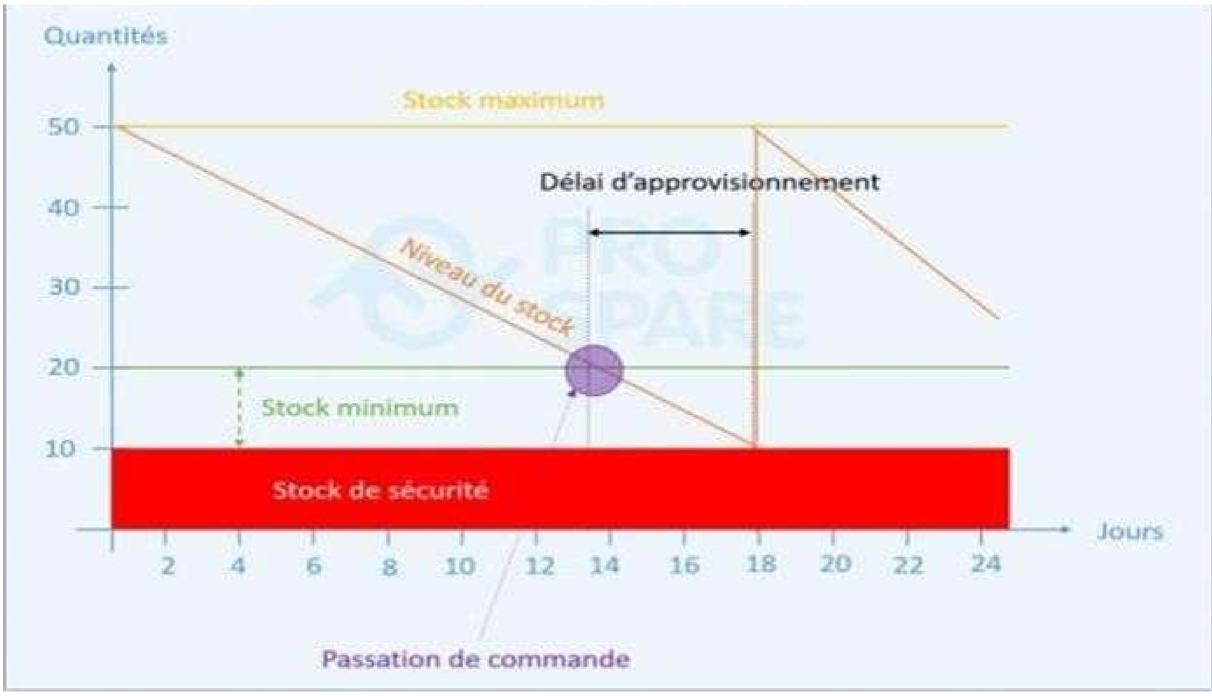


FIGURE 8 – Stock de sécurité

Une entreprise disposant d'un stock minimum peut néanmoins subir des ruptures dans deux cas principaux :

— Retard de livraison : Lorsque le fournisseur ne respecte pas le délai contractuel, épuisant le stock disponible avant la réception de la nouvelle commande.

— Livraison non conforme : Si les produits livrés sont défectueux ou non conformes, nécessitant leur retour et créant une attente prolongée jusqu'à la livraison corrective.

Ces situations critiques mettent en évidence l'importance complémentaire du stock de sécurité pour pallier les aléas de la chaîne d'approvisionnement.

— **Stock de couverture** :

Le stock de couverture représente un indicateur clé de gestion qui évalue l'autonomie du stock actuel. Calculé à partir des sorties quotidiennes moyennes et du niveau de stock disponible, il exprime :

$$\text{Stock de couverture (jours)} = \frac{\text{Stock actuel}}{\text{Consommation moyenne journalière}}$$

Cet indicateur permet :

- D'anticiper les besoins en réapprovisionnement
- De comparer la performance réelle avec les prévisions
- D'ajuster les politiques d'achat en fonction des tendances

— **Stock d'alerte** :

Le stock d'alerte (ou point de commande) est un seuil stratégique déterminé par le gestionnaire, situé systématiquement au-dessus du stock de sécurité. Calculé par la formule :

$$\text{Stock d'alerte} = \text{Stock minimum} + \text{Stock de sécurité}$$

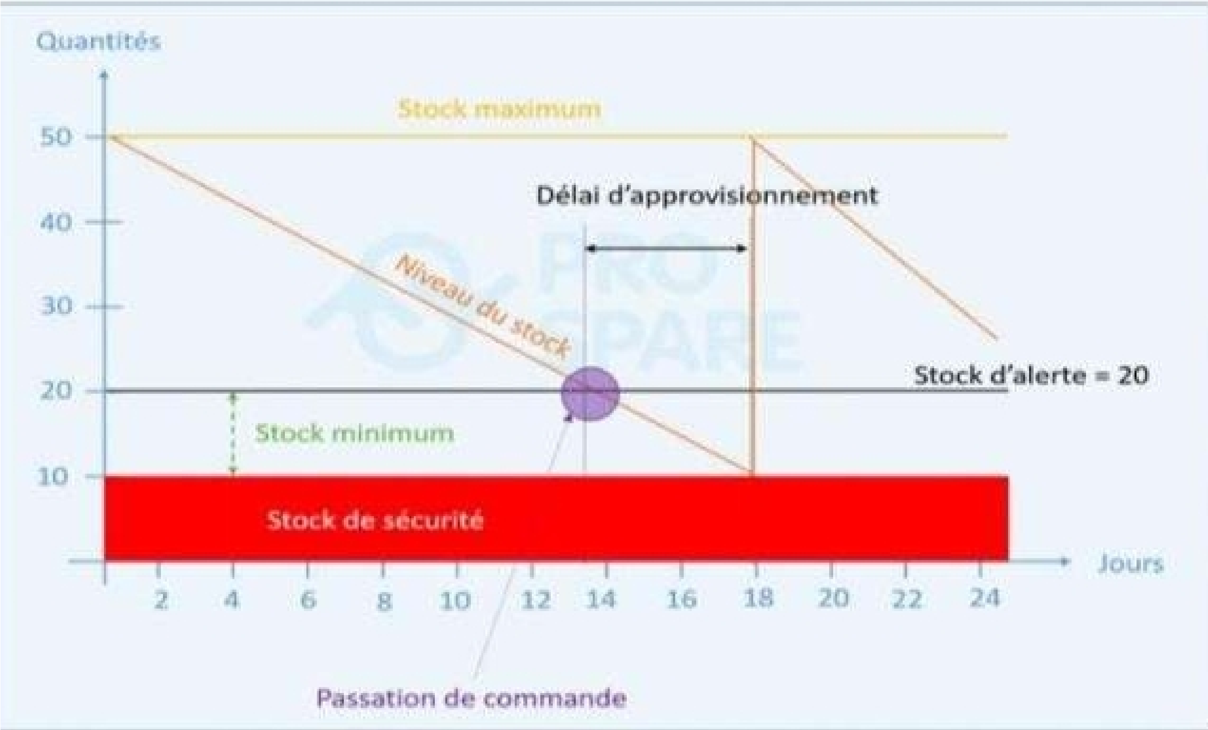


Figure 9 – Évolution du stock d'alerte

Ce niveau déclencheur remplit trois fonctions essentielles :

- Couvrir la consommation pendant le délai de réapprovisionnement
- Compenser les variations imprévues de la demande
- Donner la marge nécessaire pour traiter administrativement la commande

4 Gestion des stocks

La gestion des stocks regroupe l'ensemble des méthodes et techniques scientifiques visant à maintenir un niveau optimal de produits disponibles, permettant de répondre aux demandes clients tout en minimisant les coûts associés. Elle cherche à trouver le juste équilibre entre la satisfaction des besoins (en évitant les ruptures) et la rentabilité (en limitant les stocks excédentaires). Cette gestion impacte directement la trésorerie, l'espace de stockage et la compétitivité globale de l'entreprise.

4.1 Objectifs et missions de la gestion des stocks

4.1.1 Objectifs principaux

La gestion des stocks poursuit deux objectifs clés :

— Maintenir un suivi quantitatif et financier des matières premières, en-cours et produits finis

— Minimiser les niveaux de stock sur base de données fiables pour :

 — Réduire les coûts de revient

 — Limiter les risques d'obsolescence technique

4.1.2 Objectifs complémentaires

— Comprendre l'impact des stocks dans un marché concurrentiel

— Adapter les méthodes de gestion aux spécificités de l'entreprise

— Maîtriser la typologie des stocks et leur destination

— Prévoir les besoins futurs pour éviter les pénuries

4.2 Missions clés

4.2.1 Prévision

— Déterminer les quantités économiques à commander

— Anticiper les besoins des différents services

— Gérer les délais (prospection, analyse, livraison)

— Planifier le nombre de commandes annuelles

— Analyser le marché et constituer des stocks de sécurité

4.2.2 Coordination

— Relier les fonctions achat, production et commerciale

— Faire le lien entre services opérationnels et financiers

4.2.3 Organisation

— Structurer la gestion des stocks

— Mettre en place des documents et flux d'information

— Aménager les espaces de stockage

4.2.4 Contrôle

— Vérifier les écarts entre stocks physiques et théoriques

— Justifier les différences (vols, erreurs, détériorations)

— Prendre des mesures correctives

4.3 Techniques de gestion

— **Nomenclature** : Liste complète des articles en stock
— **Codification** : Système d'identification des articles
— **Normalisation** : Réduction de la variété des articles

L'objectif de la gestion scientifique des stocks est donc de minimiser ses aspects négatifs comme les coûts de stockage ,pénuries et les coûts d'entretiens, tout en assurant un bon déroulement de l'activité de l'entreprise .

La recherche opérationnelle nous propose une séries de modèles permettant d'obtenir des règles de gestion optimale ou quasi optimal et de résoudre ainsi la problématique liée a la gestion des stocks qui est :

- Qu'elle est la quantité qu'on doit commander ?

-A quel moment doit-on commander ?

La réponse a ces deux questions qui constituent la problématique de la gestion de stock dépend du contexte mathématique générale .

Ces modèles sont essentiellement classé selon les hypothèses retenues lors de la modélisation des trois éléments réel du stock : la demande, les coûts et les aspects physiques du système,mais ce ne sont pas les seuls qui nous permettent de classer un modèle de système de stock .

4.4 La demande :

Elle représente l'élément le plus influent sur la complexité et la difficulté d'exploitation d'un modèle mathématique de gestion de stock.

Elle est supposée constante et uniforme au court du temps donc connue dans les modèles déterministe,ce qui constitue un avantage du fait de la simplicité du calcul des politiques optimales de la gestion,cependant l'inconvénient majeur de ces modèles déterministes est l'utilisation pratique de ces politiques qui est très limitée .

Contrairement aux modèles déterministes , les modèles stochastique (non déterministes) supposent que la demande est une variable aléatoire continue ou discrète.

4.5 Les coûts :

Il y a essentiellement 04 types de coûts qui sont :

-Les coûts fixes .

-Les coûts variables.

-Les coût de stockage .

-Les coûts de pénuries .

4.5.1 Les coûts fixes :

Ce sont des coûts fixes de commande ,il représente le montant a payer à chaque fois qu'un ordre de commande est émis.Ce montant est indépendant de la quantité demandée. Par exemple, le coût de de revient d un bon de commande, impression, est indépendant de la quantité commandée dans ce même bon.

4.5.2 Les coûts variables :

Les coûts variables sont les coûts liées a la production ou réapprovisionnement.Ils augmentent en fonction du nombre d'articles commandés.

4.5.3 Les coûts de stockage :

Ils sont des frais liés à la présence d'article dans le stock (coût de location , coût d'entretiens), ils augmentent avec le niveau du stock . Ils sont modéliser par un coût unitaire "h" devant être payer pour chaque unité de temps.

4.5.4 Les coûts de pénurie :

Il y a rupture de stock lorsque l'entreprise ne peut satisfaire à une demande. Sa position pourra être de refuser la commande ou de la remplir de toute urgence. Peu importe sa décision, l'entreprise devra tenir compte des coûts de rupture, c'est-à-dire : • l'interruption de la production, avec des coûts additionnels d'expédition, d'heures supplémentaires, de mise en route de la machinerie, d'embauche et de formation de la main-d'œuvre ;

• un coût supplémentaire pour poursuivre la production qui ne rapporte pas ; • un manque à gagner sur les ventes perdues ;

• des escomptes sur quantité éventuellement perdus ;

• des achats supplémentaires et des coûts de transport accrus ;

• une perte de prestige

Ils sont donc modéliser par un coût unitaire p , devant être payer pour chaque unité en défaut et pour chaque unité de temps .

Pour une entreprise, certains éléments du coût de rupture ont des répercussions à l'interne comme les arrêts de production occasionnant de l'embauche ou de la formation. D'autres éléments du coût de rupture auront des répercussions à l'externe comme la perte de prestige aux yeux des clients qui font affaire avec l'entreprise.

Mathématiquement, on considère le coût de rupture ainsi : le coût de rupture unitaire (coût d'une unité manquante) multiplié par la sommation du nombre d'unités manquantes multiplié par le taux de rupture, et ce pour chaque palier de consommation mensuelle i où une rupture se produit c'est-à-dire lorsque la consommation mensuelle est supérieure à la consommation mensuelle moyenne trouvée au préalable. On a donc :

$$C_r = C_{r_u} \times \sum_{i=1}^{n} (U_{m_i} \times t_{r_i}) \tag{1}$$

où

— C_{r_u} = le coût de rupture unitaire ;
— U_{m_i} = le nombre d'unités manquantes ;
— t_{r_i} = le taux de rupture.

4.6 Les aspects physiques :

ce sont les éléments jouant un rôle important dans l'évolution temporelle du stock ou dans les déterminations des politiques optimales de gestion .

4.6.1 Le modèle de révision :

Si le nombre d'unité en stock est connue en tout instant ainsi qu'un ordre de commande peut être émis a tout moment , alors on dit que le modèle est un examen continue. Le plus souvent la politique optimale est obtenue en minimisant les coûts totaux par unité de temps . Si le nombre d'unité en stock est connu en des périodes ou intervalles de temps ainsi que l'ordre de commande ne peut être émis a tout moment , alors on dit que le modèle de révision est un examen periodique , les règles de commandes d'un tel modèle de révision ne peuvent être appliquées qu'au début de chaque période et la politique optimale revient a déterminer pour chaque période une règle de commande minimisant la somme de tout les coûts sur toutes les périodes de gestion ou l'horizon de planification .

4.6.2 Le délai de livraison :

Ils sont souvent suppose constants (voir nuls) dans les modèles déterministes.Ils sont aussi supposé constants dans les modèles stochastiques, néanmoins il existe des modèles stochastiques aléatoires .

4.7 Limiter les ruptures de stock :

Un processus d'optimisation de la gestion des stocks consiste en premier lieu à éviter,autant que possible le phénomène de rupture.

En effet, un stock vide ne permet plus de répondre aux commandes, ils S'en suivent bien souvent un manque à gagner plus ou moins important et parfois la perte temporaire ou définitive des clients. On distingue toutefois deux types de rupture de stock :

-Les ruptures temporaires : où l'entreprise ne parvient plus à satisfaire la demande pour une durée plus ou moins longue, ainsi la demande est retardée pour une autre période.

-Les ruptures définitives : lorsque l'entreprise choisit délibérément de ne plus se réapprovisionner sur certains produits, ainsi la demande est perdue à plus jamais.

En générale, une rupture de stock peut avoir différentes causes telle que :

- Une augmentation subite du nombre de commandes que ne peuvent pas encaisser les stocks existants ;

- Des fournisseurs peu réactifs ou eux-mêmes confrontés à des difficultés d'approvisionnement ;

- Un mauvais pilotage interne : lenteur des procédures, mauvaise interprétation des chiffres, oublis. . . ;

- Des factures externes telles qu'un incendie, une inondation, un vol. . .

4.7.1 Traitements des pénurie :

Dans les modèles déterministes on interdit toute forme de pénuries et on impose au stock de toujours satisfaire la demande. Cependant lorsque des pénuries temporelles sont autorisées, on peut alors les traitées de la façon suivante :

a) La demande non satisfaite est mise en attente jusqu'à la réception de nouvelles unités pour la satisfaire.

b) La demande non satisfaite ne peut être mise en attente et elle est perdue a jamais .

On distingue principalement deux types de modèles : les modèles déterministes et les modèles stochastiques, chacun répondant à des contextes spécifiques et à des incertitudes différentes.

5 Modèles Déterministes

5.1 Modèle du lot économique

Pour élaborer le modèle du lot économique on considère que la demande est connue et uniforme au cour du temps sous les hypothèses suivantes :

1-La demande est constante et uniforme et on suppose que (U) unités est retirés du stock durant chaque unité de temps .

2-Un coût $K \geq 0$doit être payer a chaque commande.

3-Pour chaque unité en stock et pendant chaque unité de temps, un coût unitaire de stockage (h)doit être payer.

4-Les pénuries ne sont pas autorisées .

5-Les livraisons sont immédiate (le temps qui s'écoule entre la demande et la réception est nul) .

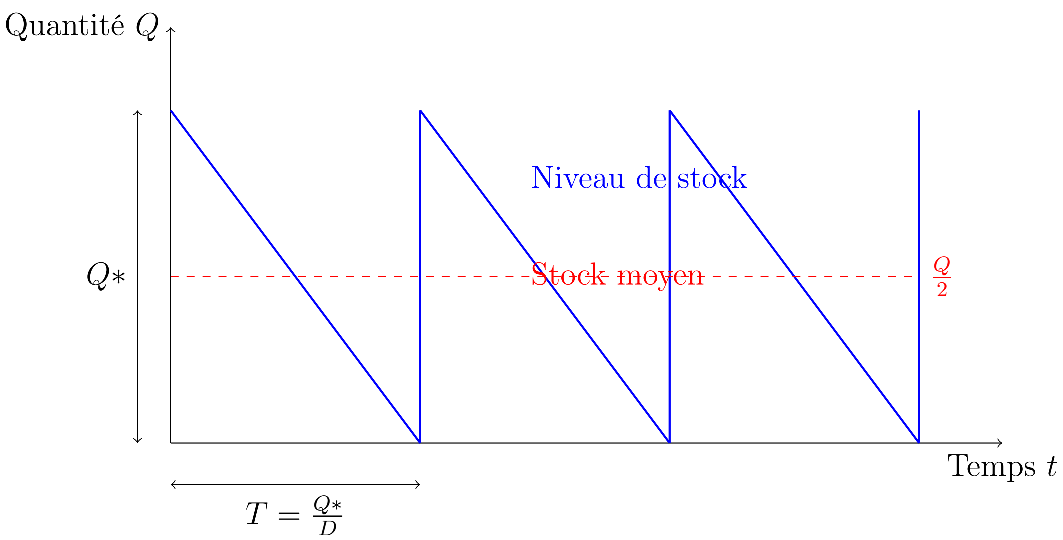


FIGURE 10 – Modèle du lot économique

5.2 Théorème du lot économique :

Dans le modèle du lot économique la politique optimale est cyclique (périodique),elle consiste à commander Q^* unités chaque T^* unité de temps. Ce théorème s'applique pas uniquement au lot économique mais a toute famille du modèle et on note :

.C :les coûts totaux par période .

.$\bar{C}$:les coûts totaux par unités de temps .

.$\bar{C} = \frac{C}{T}$

On a :

$$C = K + C_v + C_s$$
$$= K + CQ + \frac{1}{2}QTh$$

Donc :

$\overline{C} = \frac{C}{T} = \frac{K+CQ+\frac{1}{2}QT_h}{T}$

Or $Q = uT$, donc $T = \frac{Q}{u}$, d'où : $\overline{C} = \frac{K+C_Q+\frac{1}{2}QT_h}{\frac{Q}{T}} = \frac{K\cdot u}{Q} + C_Q \cdot u + \frac{1}{2}Q \cdot h$

Donc $\frac{\partial \overline{C}}{\partial Q} = -\frac{K\cdot u}{Q^2} + \frac{1}{2}h$

$\frac{\partial^2 \overline{C}}{\partial Q^2} = \frac{2Ku}{Q^3}$, donc $\frac{\partial^2 \overline{C}}{\partial Q^2} \geq 0$ pour les valeurs positives de (Q) donc les coûts totaux $\bar{C}$ par unité de temps sont convexes pour les valeurs positives de Q . Les coûts totaux par unité de temps sont donc convexes ,leur minimum est atteint au point Q^* solution de $\frac{\partial \overline{C}}{\partial Q} = 0$.

Ainsi, $\frac{\partial \overline{C}}{\partial Q} = 0 \Rightarrow -\frac{Ku}{Q^2} + \frac{1}{2}h = 0$

Donc $Q^2 = \frac{2Ku}{h}$, ce qui implique $Q = \pm\sqrt{\frac{2Ku}{h}}$

Or $Q^2 \geq 0$, donc $Q^* = \sqrt{\frac{2Ku}{h}}$, d'où $T^* = \frac{Q^*}{u} = \frac{\sqrt{2Ku/h}}{u} = \sqrt{\frac{2Ku}{u^2h}} = \sqrt{\frac{2K}{uh}}$

avec Q^* : c'est la quantité optimale, et T^* : la période optimale.

Donc la politique optimale est cyclique et consiste a commander $\sqrt{\frac{2Ku}{h}}$ unités chaque $\sqrt{\frac{2K}{hu}}$ unité de temps .

Donc $Q^* = \sqrt{\frac{2Ku}{h}}$ et $T^* = \sqrt{\frac{2K}{hu}}$ sont dites les formules de WILSON .

Les formules de WILSON (lot économique) ne dépendent pas du coût unitaire de revient C car :

a)-Le prix unitaire C est constante quelque soit le coût unitaire .

b)-Le nombre totale d'articles reçus est indépendants de la politique mise en œuvre,la demande est connue et les pénuries ne sont pas autorisée .

Les formules de WILSON réalisent le meilleur compromis entre les coûts fixes de commande et les coûts de stockage.

5.3 Généralisation du modèle du lot économique

Les résultats obtenus par les formules de WILSON peuvent être généraliser a des cas plus réels (délai de livraison non nul,coût unitaire C non constant , autorisation des pénuries ,demande connue mais variable et enfin K, h, C, sont connues mais variables au fil du temps .

5.3.1 Délai de livraison non nul :

Nous allons supposé qu'un temps L strictement positif s'écoule entre le temps ou un ordre de commande est émis et le moment de la réception de la commande ,on distingue alors deux cas a savoir : Le délais L de livraison est strictement inférieur a la période T et le cas ou le délais de livraison est supérieur a la période T.

Cas 01 :

Le point de commande est UL unités, c'est a dire un ordre de commande doit être émis des qu'il ne reste que UL unités dans le stock .

Cas 02 :

Si le délai de livraison L est strictement supérieur à T,($L > T$),alors le point de commande est égale au reste de la division entière de $\frac{UL}{Q^*}$.

5.3.2 Retard de livraison λ_i

Le retard de livraison est défini comme le rapport entre le stock disponible au moment prévu de la livraison et la consommation moyenne par unité de temps durant la période suivante.

5.4 Généralisation aux cas des coûts unitaires dégressifs :

Nous avons vu que les coûts variables sont proportionnel a la quantité commandée avec un coût unitaire fixe C , ce qui cause un problème dans les situation ou une remise de quantité est accordée par un fournisseur , ou lorsque le coût marginale de revient d'un article diminue lorsque la quantité augmente .

Supposons qu'un système de stock basé sur une diminution incrémentable du prix unitaire ,pour un tel système, le coût de revient dune unité supplémentaire diminue lorsque la quantité commandée augmente . Les coûts variables en fonction de la quantité Q du lot sont donnés par la fonction suivante :

$$C_v(Q) = \begin{cases} C_1 Q & \text{si } 0 \leq Q \leq Q_1 \\ C_1 Q_1 + C_2(Q - Q_1) & \text{si } Q_1 \leq Q \leq Q_2 \\ \sum_{k=1}^{N-1} C_k Q_k + C_N(Q - Q_{N-1}) & \text{si } Q \geq Q_{N-1} \end{cases}$$

$$C_1 > C_2 > \cdots > N$$

La fonction $C_v(Q)$ est donc concave linéaire par morceaux,alors $-C_v(Q)$ est convexe . La forme de la politique optimale reste inchangée mais les coût totaux par unité de temps deviennent :

$$\overline{C}(Q) = \frac{K + C_v(Q) + \frac{1}{2} h \cdot Q \cdot \left(\frac{Q}{u}\right)}{\left(\frac{Q}{u}\right)}$$

Donc $\overline{C}$ n'est plus convexe mais convexe par morceaux et le min de $C(Q)$ corresponds au min des n fonctions convexes .

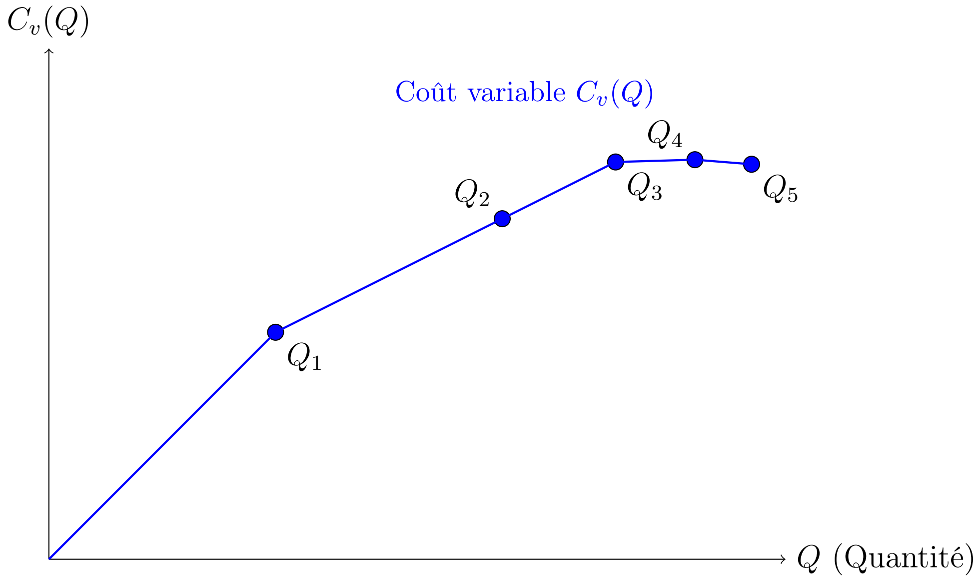


FIGURE 11 – Coût variable en fonction de la quantité

5.5 Généralisation des cas de pénuries

Les retards de la réception des articles permettent de diminuer le niveau moyen de stock mais engendre des coûts de pénuries .Cette situation ne modifie pas la forme de la politique optimale qui reste toujours cyclique ,comme on a pas de délai de livraison dans de telles situations alors les livraisons n'ont plus lieux a chaque fois que le niveau de stock s'annule mais a chaque fois que S articles n'ont pas pu être livrés.

Pour connaître la politique de commande il faut non seulement connaître la quantités optimale du lot donc $T^{\star}$ mais l faut préciser aussi le nombre d'article optimale $S^{\star}$, non livré qui déclenchent un ordre de commande .Ceci engendre un nouveau coût dit "Coût de Pénurie "

$$\overline{C}(Q,S) = \frac{K + C \cdot Q + \frac{1}{2u} \cdot h(Q-S)^2 + \frac{1}{2u} \cdot (P \cdot S)^2}{\frac{Q}{u}}$$

5.6 Généralisation au cas d'un modèle dynamiques

Nous nous intéressons maintenant aux cas des modèles du lot économique dynamique a examen periodique du niveau du stock, pour une bonne modélisation d'un système de stock ou la demande moyenne n'est pas constante au cours du temps mais connue. Dans de telles situations on considère la gestion d'un seul article pendant T périodes consécutives sous les hypothèses et les conditions suivantes :

-La demande d_t de la période t est connue pour les T périodes de la planification.

-Le coût de revient de x_t unités pendant la période t est égale à :

$$C_t(x_t) = \begin{cases} 0 & \text{si } x_t = 0, \\ K_t + c_t \cdot x_t & \text{si } x_t > 0 \end{cases}$$

$$\sigma(x_t) = \begin{cases} 0 & \text{si } x_t = 0 \\ 1 & \text{si } x_t > 0 \end{cases}$$

Où K_t est le coût fixe de la période t et c_t est le coût unitaire de revient de la période t.

-Les pénuries ne sont pas autorisées mais la demande d_t la période t peut être satisfaite aussi bien a partir des unités en stock au début de la période t qu'à partir des unités reçues de cette même période .

- À la fin de chaque période t le niveau y_t du stock est observé et n coût de stockage $h_t \times y_t$ est encouru, où h_t est le coût unitaire de stockage par unité d'article et par unité de temps pendant la période t .

-Le stock initiale y_0 au début de la première période et le stock final y_t sont nuls. -La politique optimale d'un tel système consiste en la détermination de la quantité de la commande x_t de chaque période t a satisfaire sans retards,tout en minimisant les coût totaux de gestion de stock pour les T périodes de planification .

Le problème dynamique suivant :

$$\begin{cases} \min Z = \sum_{t=1}^{T} \left(K_t \cdot \sigma(x_t) + c_t \cdot x_t + h_t \cdot y_t \right) \\ y_0 = y_T = 0 \\ y_t = y_{t-1} + x_t - d_t, \quad t = 1, \dots, T \\ y_t \geq 0, \quad t = 1, \dots, T \\ x_t \geq 0, \quad t = 1, \dots, T \end{cases} \tag{2}$$

Admet toujours une solution optimale, où une commande n'a lieu à une période t que si le stock y_{t-1} au début de cette période est nul, autrement dit il existe toujours un vecteur de décision optimal :

$$\mathbf{x}^* = \begin{pmatrix} x_1^* \\ x_2^* \\ \vdots \\ x_T^* \end{pmatrix}$$

vérifiant

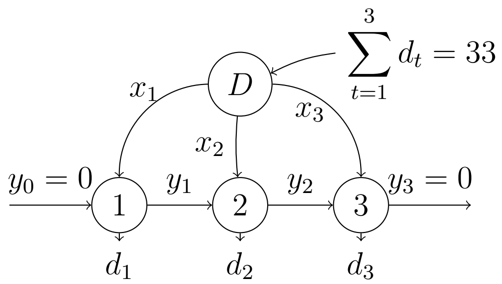
$$x_t^* \cdot y_{t-1}^* = 0 \quad \text{pour } t = 1, \dots, T$$

5.6.1 Exemple

le programme linéaire :

$$\begin{cases} \min 40\delta(x_1) + 14x_1 + 4y_1 + 50\delta(x_2) + 15x_2 + 3y_2 + 45\delta(x_3) + 17x_2, & ; \\ y_{t+1} = y_t + x_t - d_t, t = 1, 2, 3 & ; \\ y_0 = 0,\ y_3 = 0, & ; \\ y_y \geq 0,\ t = 1, 2, & ; \\ x_t \geq 0,\ t = 1, 2, 3, & . \end{cases}$$

Le graphe :



5.6.2 Algorithme de Wagner-Whitin

L'algorithme de Wagner-Whitin est une méthode dynamique utilisée en gestion des stocks pour déterminer un plan de commande optimal sur un horizon fini et connu. Il s'applique dans un contexte de demande variable où les coûts de commande, de possession et d'achat sont considérés. Cet algorithme permet de minimiser le coût total en décidant à quelles périodes il est préférable de lancer une commande, tout en évitant les ruptures de stock.

Le principe est de comparer, pour chaque période, le coût d'une commande couvrant plusieurs périodes de demande, afin d'identifier la solution optimale par programmation dynamique. La formule générale du coût total d'une commande passée à la période t pour satisfaire la demande jusqu'à la période s est donnée par :

$$C_{t,s} = K_t + c_t \cdot \left(\sum_{i=t}^{s} d_i \right) + \sum_{k=t}^{s-1} h_k \cdot \left(\sum_{l=k+1}^{s} d_l \right)$$

où :

— $C_{t,s}$: coût total de la commande couvrant les périodes de t à s,

— K_t : coût fixe de passation de commande à la période t,

— c_t : coût unitaire d'achat à la période t,

— d_i : demande à la période i,

— h_k : coût unitaire de stockage de la période k à $k+1$.

L'algorithme parcourt toutes les possibilités de commande et sélectionne celle qui minimise le coût cumulé à chaque étape. Il est particulièrement adapté aux environnements où les besoins sont déterministes et connus à l'avance.

Notons J^* le coût d'un plan optimal et J_t celui d'une solution optimale pour les période de t à T .

On suppose nuls les stocks au début de la période t et à la fin de la période T.

Le coût optimale $J_s^* = J_1$, et les différente grandeurs J_t seront obtenues en résolvant la récurrence suivante :

$$\begin{cases} J_{T+1} = 0 \\ J_t = \min_{s \geq t} \left\{ C_{ts} + J_{s+1} \right\} \\ \text{pour } t = T, T-1, \ldots, 1 \end{cases}$$

En effet la décision optimale de de l'étape noté $u(t)$ représente la dernière période dans la demande qui sera satisfaite a l'aide de la commande de la période t.

Ainsi si $\mu(t)$=s une nouvelle commande ne peut prendre place avant le début de la période de $(s+1)$ moment ou le stock atteint à nouveau la valeur 0.

$$\begin{cases} J_T = 0 \\ J_t = \min_{s \geq t} \{C_{ts} + J_{s+1}\}, \quad \text{pour } t = T-1, \ldots, 1 \\ u^*(t) =_{s \geq t} \{C_{ts} + J_{s+1}\} \end{cases}$$

donc il est optimal de commander une quantité qui va satisfaire la commande du début de la période t à la fin de la période s_0 . Une nouvelle commande ne peut avoir lieu avant le début de la période s_{0+1} .

5.7 Exemples numériques de l'Algorithme Wagner-Whitin

5.7.1 Exemple 01 :

Données Initiales

Période (t)	1	2	3	4
Demande (d_t)	50	60	90	40

- Coût fixe de commande $K = 10\,000$ DA
- Coût unitaire $c = 200$ DA
- Coût de stockage $h = 100$ DA/unité/période

Calculs Détaillés Période par Période

1. **Période 4** :

$$\begin{aligned} C_{4,4} &= K + c \cdot d_4 \\ &= 10\,000 + 200 \times 40 \\ &= 10\,000 + 8\,000 \\ &= 18\,000 \text{ DA} \\ J_4 &= \min\{C_{4,4} + J_5\} \\ &= \min\{18\,000 + 0\} \\ &= \boxed{18\,000 \text{ DA}} \end{aligned}$$

2. **Période 3** :

$$\begin{aligned} C_{3,3} &= 10\,000 + 200 \times 90 \\ &= 10\,000 + 18\,000 \\ &= 28\,000 \text{ DA} \\ C_{3,4} &= 10\,000 + 200 \times (90 + 40) + 100 \times 40 \\ &= 10\,000 + 200 \times 130 + 4\,000 \\ &= 10\,000 + 26\,000 + 4\,000 \\ &= 40\,000 \text{ DA} \\ J_3 &= \min\{28\,000 + 18\,000,\ 40\,000 + 0\} \\ &= \min\{46\,000,\ 40\,000\} \\ &= \boxed{40\,000 \text{ DA}} \end{aligned}$$

3. **Période 2** :

$$
\begin{aligned}
C_{2,2} &= 10\,000 + 200 \times 60 \\
&= 10\,000 + 12\,000 \\
&= 22\,000 \text{ DA} \\
C_{2,3} &= 10\,000 + 200 \times (60 + 90) + 100 \times 90 \\
&= 10\,000 + 30\,000 + 9\,000 \\
&= 49\,000 \text{ DA} \\
C_{2,4} &= 10\,000 + 200 \times (60 + 90 + 40) \\
&\quad + [100 \times 60 + 200 \times 40] \\
&= 10\,000 + 38\,000 + 14\,000 \\
&= 62\,000 \text{ DA} \\
J_2 &= \min\{22\,000 + 40\,000,\ 49\,000 + 18\,000, \\
&\quad 62\,000 + 0\} \\
&= \min\{62\,000,\ 67\,000,\ 62\,000\} \\
&= \boxed{62\,000 \text{ DA}}
\end{aligned}
$$

4. **Période 1** :

$$\begin{aligned}
C_{1,1} &= 10\,000 + 200 \times 50 \\
&= 10\,000 + 10\,000 \\
&= 20\,000 \text{ DA} \\
C_{1,2} &= 10\,000 + 200 \times (50 + 60) + 100 \times 60 \\
&= 10\,000 + 22\,000 + 6\,000 \\
&= 38\,000 \text{ DA} \\
C_{1,3} &= 10\,000 + 200 \times (50 + 60 + 90) \\
&\quad + [100 \times 60 + 200 \times 90] \\
&= 10\,000 + 40\,000 + 24\,000 \\
&= 74\,000 \text{ DA} \\
C_{1,4} &= 10\,000 + 200 \times (50 + 60 + 90 + 40) \\
&\quad + [100 \times 60 + 200 \times 90 + 300 \times 40] \\
&= 10\,000 + 48\,000 + 36\,000 \\
&= 94\,000 \text{ DA} \\
J_1 &= \min\{20\,000 + 62\,000,\ 38\,000 + 40\,000, \\
&\quad 74\,000 + 18\,000,\ 94\,000 + 0\} \\
&= \min\{82\,000,\ 78\,000,\ 92\,000,\ 94\,000\} \\
&= \boxed{78\,000 \text{ DA}}
\end{aligned}$$

Plan Optimal de Commandes

Période	**Quantité Commandée**
1	110 unités (P1 + P2)
3	130 unités (P3 + P4)

$$\boxed{\text{Coût total minimal} = 78\,000 \text{ DA}}$$

Interprétation des Résultats

— **Stratégie optimale** : La solution recommande deux commandes principales :
  — **Commande initiale** : 110 unités en P1 (couvrant P1 et P2)
  — **Commande complémentaire** : 130 unités en P3 (couvrant P3 et P4)

Conclusion Cette solution démontre l'efficacité de l'algorithme Wagner-Whitin pour minimiser les coûts totaux dans un environnement à demande déterminée, tout en maintenant des niveaux de stock optimaux.

5.7.2 Exemple 02 :

Une entreprise veut planifier la production semestrielle pour un article donné,$\forall t = \overline{1,3}, K_t = 30, C_t = 20, d_t = 10$ et $h_t = 7, t = 1,2$. Partant d'un stock initial vide, on veut déterminer un plan de production optimal (minimisant les coûts), tel que le stock à la fin du $3^{ème}$ mois soit nul et tel que la demande à chaque période soit satisfaite sans retard.

1. Écrire le programme linéaire modélisant ce problème. Donner une solution admissible de celui-ci et justifier l'existence d'une solution optimale.
2. Établir un plan optimal de production, celui-ci est-il unique ? si oui pourquoi, sinon donner tous les plan optimaux.
3. Donner une illustration par un graphe orienté de cette solution optimale.

Solution proposée :

1.
2.

$$\begin{cases} \min 30\delta(x_1) + 20x_1 + 7y_1 + 30\delta(x_2) + 20x_2 + 7y_2 + 30\delta(x_3) + 20x_3, & ; \\ y_{t+1} = y_t + x_t - d_t, t = 1,2,3 & ; \\ y_0 = 0,\ y_3 = 0, & ; \\ y_t \geq 0,\ t = 1,2, & ; \\ x_t \geq 0,\ t = 1,2,3, & . \end{cases}$$

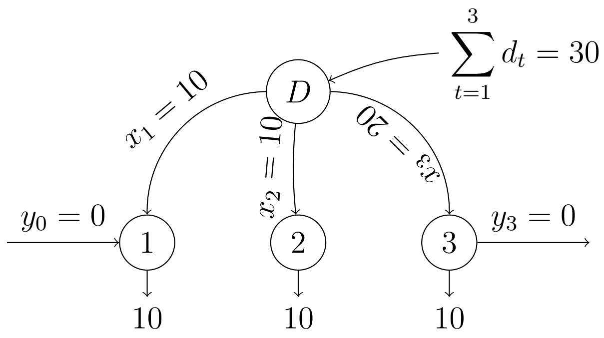
. $x_1 = d_1, x_2 = d_2, x_3 = d_3$ est une solution admissible donc le polyèdre défini par le système des contraintes de ce problème n'est pas vide et comme la fonction objectif est concave donc le problème admet toujours une solution optimale. de celui-ci et justifier l'existence d'une solution optimale.

3. On calculant les coûts $c_{ts}, \forall 0 \leq t \leq s \leq 3$ par la formule $c_{ts} = K_t + c_T \sum_{k=t}^{s} d_k + \sum_{k=t}^{s-1} h_k \sum_{l=k+1}^{s} d_l$, on obtient :
   $C_{11} = 30 + 20 \times 10 = 230,$
   $C_{12} = 30 + 20 \times (10 + 10) + 7 \times 10 = 500,$
   $C_{13} = 30 + 20 \times (10 + 10 + 10) + 7 \times (10 + 10) + 7 \times 10 = 840$
   $C_{22} = 30 + 20 \times 10 = 230,$
   $C_{23} = 30 + 20 \times (10 + 10) + 7 \times 10 = 500$
   $C_{33} = 30 + 20 \times 10 = 230$
   On pose alors $J_4 = 0$ alors $J_3 = c_{33} + J_4$ donc $\mu^*(3) = 3,$

   $J_2 = \min 2 \leq t \leq 3\{c_{ts} + J_{s+1}\} = \min\{230+230, 500+0\} = 460 = c_{22} + J_{2+1}$ donc $\mu^*(2) = 2$ $J_1 = \min 1 \leq t \leq 3\{c_{ts} + J_{s+1}\} = \min\{230+460, 500+230, 840+0\} = 690 = c_{11} + J_{1+1}$ donc $\mu^*(1) = 1.$

Donc le plan optimal est $x_{=}20, x_2 = 20, x_3 = 20$

4. Illustration par un graphe orienté.



6 Modèles non Déterministes (stochastiques)

6.1 Introduction

Nous allons nous intéresser dans cette partie à l'étude d'un autre type de modèle dit : modèle non déterministe (probabiliste) où la demande n'est plus supposé connue, mais corresponds à la réalisation d'une variable aléatoire .

Cependant comme on distingue essentiellement deux types de variables ,(continue et discrète), nous allons donc aborder des modèles stochastiques de gestion de stock à demande aléatoire discrète et continue a examen periodique .

Nous avons déjà vu, que la demande n'est pas le seul aspect qui permet de classer un modèle de gestion de stock comme déterministe ou probabiliste , il suffit qu'un seul aspect, des aspects physiques du système soit aléatoire pour que le modèle soit non déterministe. Pour faciliter la compréhension de ce qui suit, on commence d'abord par l'élaboration du modèle de base, dit modèle a une période.

6.2 Modèle stochastique à une seule période

Ce modèle de gestion des stock est connu, beaucoup plus, par le modèle du vendeur de journaux, où chaque matin un vendeur de journaux se présente a une maison d'édition pour récupérer les quotidiens qu'il doit vendre pendant la journée.

Si le vendeur demande une quantité assez grande , il risque de se retrouver à la fin de la journée avec des quotidien non vendus et qui n'ont plus aucune valeur. Contrairement , au cas où il commande une quantité assez petite, il risque de se retrouver en face d'un client qu'il ne peut pas satisfaire à jamais . Il dois, alors décider, chaque matin du nombre optimal de quotidiens qu'il doit commander afin de minimiser l'espérance des coûts totaux.

Le problème de base corresponds à un processus d'une seule décision, ce qui peut être modéliser par ce qui suit :

-On suppose qu'on dispose d'un stock initiale de sécurité d'un certain produit au début, on décide de faire une commande de U unités pour amener notre stock à y unités $y{=}x{+}U$.

-Après cette unique livraison la commande est satisfaite dans la limite du stock disponible.

La demande ω dépends de plusieurs facteurs et ne peut être connue, mais on suppose que ω est une réalisation de variable aléatoire de fonction de répartition $f(\omega)$ connue.

En fonction des grandeurs x,μ et ω un coût $g(x, \mu, \omega)$ doit être payer .

6.3 Calcul de la politique optimale

Elle consiste, dans ce cas, à déterminer, en fonction de stock initiale x, la quantité μ de commande qui minimise l'espérance du coût $g(x, \mu, \omega)$, où $g(x, \mu, \Omega)$ est la fonction coût donnée :

$$g(x, \mu, \omega) = C \cdot \mu + h + P \max(0, \omega - \mu)$$

où :

— C est le coût unitaire de revient,

— h est le coût de stockage par unité d'article et par unité de temps,

— P est le coût de pénurie par unité d'article et par unité de temps.

Remarque : Pour que le problème soit bien posé les coûts unitaires C,h et P doivent vérifier - h<C<P .

En effet si $P \leq C$, la politique optimale consiste à ne rien commandé .

Et si $C \leq -h$, la politique optimale consiste à commandé des quantités infiniment grandes. En remplaçant U par y-x dans $g(x, \mu, \omega)$ on obtient :

$$g(x, y, \omega) = c(y - x) + h \max\{0, y - \omega\} + p \max\{0, \omega - y\}$$

$$g(x, y, \omega) = c(y - x) + h[y - \omega]^+ + p[\omega - y]^+$$

6.4 Calcul de l'espérance de $g(x, \mu, \omega)$

Le calcule de l'espérance de $g(x, \mu, \omega)$ dépends de la nature de la variable aléatoire ω pour ce faire on distingue deux cas a savoir :

cas 01 :

La demande ω est une variable aléatoire continue de fonction de répartition $F(\omega)$ connue, et nous supposons que la demande aléatoire est non négative et prends sa valeur dans l'intervalle $[0, M]$.

$$\mathbb{E}\big[g(x, y, \omega)\big] = C(y - x) + \mathbb{E}\Big[h(y - \omega)^+ + P(\omega - y)^+\Big]$$

$$= c \cdot y - cx + h \int_0^y (y - w)\, dF(w)$$

$$+p \int_y^\infty (w - y)\, dF(w)$$

on pose ;

$$L(y) = h \int_0^y (y - w)\, dF(w) + p \int_y^\infty (w - y)\, dF(w)$$

dite fonction perte.

Le niveau optimale y du stock après une commande U qui est égale a un niveau S vérifiant :

$$G(s) = \min_{y \geq x} \{G(y)\} = \min_{y \geq x}\{c(y) + L(y)\}$$

Ce qui est très facile à résoudre car les fonctions $G(y)$ et $L(y)$ sont convexes et vérifient :

$$\lim_{|y| \to +\infty} G(y) = \lim_{|y| \to +\infty} L(y) = +\infty$$

Pour montrer la convexité de $G(y)$ et $L(y)$ il suffit de remarquer que la fonction $\max\{0, y - \omega\}$ et $\max\{0, \omega - y\}$ sont convexes en y, quelque soit la valeur de la variable aléatoire ω et que cette propriété est préservée lors du passage a l'espérance.

Après calculs on obtient :

La quantité optimale μ de commande (la décision optimale) consiste à commander la quantité nécessaire à amener le niveau du stock jusqu'à S si : $x < S$ et ne rien commander si :$x \geq S$.

Autrement dit :

$$\mu(x) = \begin{cases} S - x & \text{si x < S,} \\ 0 & \text{si } x \geq S \end{cases}$$

Une telle règle de gestion est dite politique optimale à une valeur .

cas où un coût fixe de commande k doit être payer :

$$g(x, y, \omega) = k \cdot \sigma(y - x) + g(x, y, \omega)$$

où :

$$\sigma(y - x) = \begin{cases} 1 & \text{si } y - x > 0, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Donc :

$$\mathbb{E}_{\tilde{g}}(x, y, \omega) = k \cdot \sigma\left((y - x) + \mathbb{E}_g(x, y, \omega)\right)$$

Cette règle de décision est dite politique a deux valeurs :

$$\mu(x) = \begin{cases} S - x & \text{si } x < s \\ 0 & \text{si } x \geq s \end{cases}$$

cas 02 :

Si la variable ω est modélisée par une variable discrète, alors la forme de la politique optimale n'est pas modifiée mais le calcul des valeurs (s, S) doit être légèrement adapté au cas d'une variable aléatoire discrète. Supposons alors que ω est une variable aléatoire discrète à valeurs entières $[0, 1, 2, 3, \dots]$ de **loi de probabilité** $P(\omega = k) = p_k$ pour tout $k \in \mathbb{N}$.

Après réception de μ unités,le stock est amené de x à y c'est à dire :

$$y = x + \mu$$

et la fonction perte du modèle est donné par :

$$\begin{aligned} L(y) = &\ h \cdot E(y-\omega)^+ + P \cdot E(\omega - y)^+ \\ &= h \cdot \sum_{k=0}^{M}(y-k)P(\omega = k) \\ &\quad + P\sum_{k=1}^{M}(\omega - k)P(\omega = k) \\ = &\quad h\sum_{k=0}^{M}(y-k) + \prod_{k} + P\sum_{k=y+1}^{M}(\omega - k)\prod_{k} \end{aligned}$$

Le niveau optimal S est :

$$G(S) = \min_{y \geq x}\{G(y)\} = \min_{y \geq x}\{C.y + L(y)\}$$

où $x=$ stock initiale .

Pour des raisons identiques a celle évoquées dans le cas d'une demande aléatoire continue, la fonction $G(y)$ est convexe,elle vérifie :

$$\lim_{|y| \to +\infty} G(y) = +\infty$$

Donc elle admet un minimum global fini.

$$\Delta_k = G(k+1) - G(k), \quad k = 0, 1, \dots, M-1$$

où Δ_k représente *l'incrément de coût* induit par l'ajout d'une unité supplémentaire à la commande.

La valeur optimale s minimisant $G(y)$ corresponds au plus petit entier s satisfaisant :

$$\Delta_s = G(s+1) - G(s) \geq 0 \tag{3}$$
$$s \in \{0, \ldots, M-1\}$$

on distingue alors deux cas :

cas 01 :

Si la demande $\omega \leq k$, la passation d'une commande supplémentaire est inutile et augmente le coût total d'un montant C_0 (coût de surstock) :

$$C_0 = h \cdot \max(0, k - \omega)$$

où :

— h est le coût unitaire de stockage

— k est le niveau de stock actuel

— ω est la demande réelle

cas 02 :

Si $\omega \geq k+1$, la commande d'une unité supplémentaire diminue le nombre d'articles manquants. Ceci se traduit par une réduction du coût total de :

$$C_\mu \quad \text{(coût de sous-stock)}$$

où :

— ω est la demande réelle

— k est le niveau de stock actuel

— C_μ représente le coût unitaire de rupture de stock

La politique optimale (à une seule valeur s) est décrite par la fonction suivante :

$$\mu(x) = \begin{cases} S - x & \text{si } x \leq s \\ 0 & \text{si } x > s \end{cases}$$

où :

— x : Stock actuel

— s : Seuil de commande (point de recomplètement)

— S : Niveau cible après commande

Cas avec un coût fixe k :

$$\mu(x) = \begin{cases} S - x & \text{si } x \leq s \\ 0 & \text{si } x > s \end{cases}$$

dite politique optimale à deux valeurs (S, s)

6.5 Généralisation aux Modèles stochastiques de plusieurs périodes

Le modèle stochastique de gestion des stock à plusieurs périodes est une généralisation du modèle à une période. Gardons les mêmes notations du modèle à une période donc :

k=1,2,3,....N : les N périodes de planification.

x_k : le stock initial au début de la période k,k=1,..N.

U_k : la commande (la décision) de période k,k=1,..N.

ω_k : la demande aléatoire de la période k à satisfaire,k=1,..N.

K_k : coût fixe de commande de la période k,k=1,..N.

C_k : coût unitaire de revient de la période$k$,k=1,..N.

h_k : coût unitaire de stockage par unité d'article et unité de temps de la période k,k=1,..N.

p_k : coût unitaire de pénurie par unité d'article et unité de temps de la période k,k=1,..N.

Coïnciderons alors le processus stochastique de décision séquentiel à plusieurs périodes 1....N.

Nous avons donc $\forall$ k=1,..N, l'équation de l'évolution du processus est donnée par :

$$\boldsymbol{x_{k+1} = x_k + u_k - \omega_k}$$

Les demandes ω_k des N périodes sont indépendantes,à valeurs dans des intervalles bornés ou des ensembles finis{ 0,......,M }.

En réalité les fonctions de répartitions des demandes aléatoires ω_k sont tel que

$$F_{\omega_k} + F_{\omega_{k'}}, \quad \forall k = k'$$

mais pour simplifier le calcul des politiques optimales , nous supposons que les demandes aléatoires ω_k sont identiquement distribuées sur les N périodes de planifications.

Comme dans le modèle à une période le coût $g(x_k, \mu_k, \omega_k)$ de chaque période k $k = 1, ..., N$, est définie comme suit :

$$g(x_k, \mu_k, \omega_k) = k_k \cdot \sigma(\mu_k) + G_k \cdot \mu_k + h_k \cdot [x_k + \mu_k - \omega_k]^+ + P_k \, [\omega_k - x_k - \mu_k]^+$$

$$\sigma(\mu_k) = \begin{cases} 1 & \text{si } \mu_k > 0, \\ 0 & \text{si } \mu_k = 0. \end{cases}$$

Comme dans le problème à une période, pour que le problème soit bien posé pendant chaque période k, k=1,....,N, les coûts unitaires doivent vérifier :

$$-h_k < C_k < P$$

En effet, si pendant une période k on a :

$$C_{k_0} \leq -h_{k_0}$$

il est optimale de commander des quantités infiniment grandes pendant la période k_0 .

Et si on a :

$$C_{k_0} \geq P_{k_0}$$

donc il est optimale de ne rien commander pendant cette période k_0.

Dans la réalité on a :

$$h_k \neq h_{k'}, \quad C_k \neq C_{k'}, \quad K_k \neq K_{k'}, \quad P_k \neq P_{k'}$$

mais pour simplifier les calculs on suppose que :

$$h_k = h_{k'}, \quad C_k = C_{k'}, \quad K_k = K_{k'}, \quad P_k = P_{k'}$$

pour toutes les périodes de planifications k=1,....,N.

Le calcul des politiques optimales consiste donc la détermination des décisions optimales μ_k, k=1,.....,N, en fonction du stock initiale x_k de cette période minimisant l'espérance des coûts totaux des N périodes, ce qui peut se faire a l'aide d'un programme stochastique dynamique .

La politique optimale du problème de gestion des stocks stochastique de plusieurs périodes décrite ci dessus est identique à celle du problème à une seule période.

Si le problème est sans coût fixe alors, il existe une suite de valeurs $\Big\{s_1, s_2, \ldots, s_N\Big\}$, tel que :

$$\mu_k^*(x_k) = \begin{cases} s_k - x_k & \text{si } x_k < s_k \\ 0 & \text{si } x_k \geq s_k \end{cases}$$

qui est une politique optimale à une valeur pour les périodes de 1,.....,N.

Si le problème est avec coût fixe de commande, alors il existe une suite de couples : $\{(s_1, S_1), (s_2, S_2), \ldots, (s_N, S_N)\}$, tel que :

$$\mu_k^*(x_k) = \begin{cases} S_k - x_k & \text{si } x_k < s_k \\ 0 & \text{si } x_k \geq s_k \end{cases}$$

qui est une politique optimale à deux valeurs : (s_k,S_k) .

Les resultat de ce théorème à une valeur où a deux valeurs restent valables pour de nombreux modeles stochastiques périodiques de gestion des stock tel que : le cas où la demande non satisfaite est perdue à jamais où partiellement perdue, ou lorsque les coûts sont actualisés ou mis à jour à fin de tenir compte de la durée (parfois importante) de l'horizon de planificationdu problème, ou encore lorsque les coûts de stockage et de pénurie sont donné par des fonctions convexes plus générales

Chapitre 03 : Analyse de la problématique

7 Analyse de la problématique

Durant notre stage à l'ENIEM, nous avons constaté que la gestion des stocks de composants pour la fabrication des réfrigérateurs est confrontée à plusieurs défis, notamment en période de pénurie. Ces pénuries, souvent liées à des retards d'approvisionnement, où à des problèmes au niveau de la trésorerie ,entraînent une interruption du processus de production.

Le système actuel nécessite des mises à jour, ce qui implique le recours à des modèles d'optimisation rigoureux. Cela engendre des coûts supplémentaires : augmentation des délais de production, pertes économiques liées à l'arrêt d'une chaîne ou, au contraire.

Dès lors, une question centrale se pose :

Comment modéliser une politique de gestion des stocks qui tienne compte des risques de pénurie et permette d'assurer la continuité de la production tout en maîtrisant les coûts associés ?

7.1 Situation au sein de L'ENIEM

L'ENIEM (Entreprise Nationale des Industries de l'Electroménager) est un acteur majeur dans la fabrication d'appareils électroménagers en Algérie, notamment dans la production de réfrigérateurs. Malgré son savoir-faire industriel et son importance sur le marché local, l'entreprise fait face à une problématique persistante : le manque de trésorerie.

Ce déficit financier crée un cercle vicieux dans lequel l'entreprise est actuellement enfermée. Faute de fonds suffisants, les bons de commande ne peuvent pas être honorés à temps, ce qui retarde l'approvisionnement en matières premières. En l'absence de ces composants essentiels, la production est suspendue ou fortement ralentie, générant ainsi des retards de livraison, une insatisfaction des clients, et une perte de crédibilité commerciale.

De plus, l'entreprise est souvent confrontée à des commandes imprévues qui doivent être réalisées en urgence, prenant le dessus sur les commandes déjà programmées pour l'année. Cela perturbe considérablement le planning de production initialement établi, accentuant davantage les déséquilibres dans la gestion des stocks et la planification des ressources

Ainsi, la combinaison du manque de fonds et de la variabilité non maîtrisée de la demande rend la gestion des stocks particulièrement complexe et stratégique. Cette situation justifie la mise en place d'un modèle d'optimisation adapté, prenant en compte à la fois les contraintes financières et les aléas liés aux commandes urgentes

7.2 Présentation du produit étudié : le réfrigérateur 240 L

Dans le cadre de cette étude, nous avons choisi de concentrer notre analyse sur un modèle emblématique de la production de l'ENIEM : le réfrigérateur à une porte d'une capacité de 240 litres. Ce produit occupe une place centrale dans la gamme de fabrication de l'entreprise, tant par son volume de production que par sa forte demande sur le marché national. Il représente un excellent terrain d'analyse pour étudier les enjeux concrets de la gestion des stocks en période de pénurie, en raison de la fréquence de son assemblage et de la diversité des composants nécessaires à sa fabrication.

Le réfrigérateur 240 L est conçu pour un usage domestique standard. Il est constitué de plusieurs sous-ensembles techniques qui nécessitent un approvisionnement rigoureux. Parmi les éléments principaux figurent le compresseur, qui assure la compression et la circulation du fluide frigorigène ; l'évaporateur et le condenseur, composants du système de réfrigération ; le thermostat, pour la régulation de la température ; l'isolation thermique interne, généralement en mousse polyuréthane injectée ; et la carrosserie métallique. S'y ajoutent divers éléments d'habillage et d'aménagement intérieur : clayettes, profilés plastiques, joints d'étanchéité, éclairage, câblage électrique, ainsi que la porte principale et ses charnières.

La fabrication de ce modèle exige donc une planification précise de l'approvisionnement en pièces détachées. Or, dans le contexte actuel de l'ENIEM marqué par un manque chronique de trésorerie, les difficultés d'acquisition de ces composants ont un impact direct sur la capacité de production. Retards de livraison, ruptures de stock, commandes urgentes imposées par les clients sans préavis : autant de contraintes qui désorganisent le processus industriel.

C'est autour de ce modèle que notre étude s'est articulée, afin de proposer une modélisation adaptée à la réalité du terrain. Le réfrigérateur 240 L nous a ainsi servi de cas d'application concret pour analyser les défaillances du système de gestion des stocks actuel et évaluer les possibilités d'amélioration, notamment en période de pénurie.

Nomenclature simplifiée du réfrigérateur ENIEM 240 L

N°	Composant	Fonction / Description
1	Compresseur	Élément principal assurant la compression du fluide frigorifique
2	Système de refroidissement	Comprend le condenseur, l'évaporateur, le ventilateur et les serpentins nécessaires à la circulation du fluide
3	Thermostat	Dispositif de régulation de la température interne du réfrigérateur
4	Isolation	Mousse polyuréthane assurant l'isolation thermique de l'enceinte
5	Profilés plastiques	Élément d'étanchéité au niveau de la porte et finitions internes
6	Porte et joints d'étanchéité	Fermeture de la cavité froide avec maintien de l'étanchéité thermique
7	Grilles et étagères	Supports intérieurs pour l'organisation du stockage des aliments
8	Éclairage intérieur	Éclairage à ampoule ou LED pour la visibilité dans la cavité
9	Interrupteurs et circuit électrique	Composants de commande et sécurité électrique
10	Revêtements extérieurs	Panneaux métalliques ou plastiques assurant l'enveloppe extérieure

TABLE 1 – Nomenclature simplifiée du réfrigérateur ENIEM 240 L

Le tableau ci-dessus récapitule les composants essentiels du réfrigérateur ENIEM 240 L, autour duquel se concentre notre étude. Le choix de ce modèle s'explique par sa large diffusion dans la production de l'entreprise, mais aussi par la complexité logistique que représente l'approvisionnement de ses différents éléments en période de pénurie. En analysant ce modèle, nous mettons en lumière les difficultés concrètes rencontrées par l'ENIEM dans sa gestion des stocks et les impacts directs sur la chaîne de production.

Figure 12 – Réfrigérateur modèle 240L

7.3 Impacts de la pénurie sur la chaîne de production

La pénurie de composants au sein de l'ENIEM affecte directement la fluidité et l'efficacité de la chaîne de production, notamment celle du réfrigérateur 240 L étudié. Le manque de trésorerie empêche l'entreprise de passer des commandes à temps ou de solder les bons de commande déjà établis. En conséquence, plusieurs matières premières et pièces essentielles ne sont pas disponibles au moment opportun.

Ce déséquilibre entraîne des interruptions fréquentes sur les lignes de production, un allongement des délais de fabrication et une accumulation de retards dans la livraison des produits finis. Par ailleurs, l'obligation de traiter certaines commandes urgentes — non prévues dans le plan annuel — aggrave encore la situation en désorganisant l'ordre de fabrication établi. Ainsi, des lots programmés sont mis en attente, au détriment de la planification initiale.

Cette instabilité se répercute également sur la satisfaction client et la performance globale de l'entreprise. L'absence de visibilité à moyen terme limite la capacité d'anticipation des besoins, freine l'optimisation des stocks et accroît les coûts liés aux arrêts de production, à la gestion de crise et aux réclamations.

7.4 Gestion des commandes imprévues et urgentes

L'un des problèmes majeurs rencontrés par l'ENIEM dans sa gestion de production réside dans la réception fréquente de commandes imprévues, souvent imposées en urgence par les partenaires ou clients institutionnels. Ces commandes ne figurent pas dans le planning annuel et doivent être réalisées dans des délais très courts, avant même celles déjà prévues.

Ce fonctionnement bouleverse profondément le cycle de production établi. Il nécessite de reconfigurer la ligne, de mobiliser rapidement les ressources disponibles, et parfois d'interrompre la fabrication d'autres produits. Cette réactivité exigée à répétition désorganise la gestion des flux, provoque des retards sur les commandes planifiées, et empêche une utilisation optimale des capacités de production.

Les commandes urgentes, qui arrivent souvent sans préavis, aggravent les difficultés déjà existantes liées au manque de composants ou de matières premières. Cela rend la planification quasi impossible, crée des déséquilibres dans les stocks — avec parfois un excès d'éléments peu utiles et une pénurie de pièces essentielles — et perturbe gravement l'organisation de la production.

À terme, cette instabilité affecte la qualité du service rendu aux clients finaux, fragilise la rentabilité et freine toute tentative de mise en place d'un modèle de gestion rigoureux et durable.

7.5 Nécessité d'un modèle de gestion adapté

Face à ces contraintes, il devient indispensable pour l'ENIEM de repenser sa stratégie de gestion des stocks afin de mieux anticiper les ruptures, d'optimiser l'utilisation de ses ressources limitées, et de garantir un niveau de service acceptable, même en contexte difficile.

Un modèle de gestion performant doit répondre à plusieurs objectifs essentiels :

-Minimiser les coûts globaux liés aux commandes, au stockage et aux ruptures.

-Mettre en avant les demandes urgentes sans perturber complètement le plan de production annuel.

-Intégrer les contraintes de trésorerie afin de planifier les achats de manière réaliste et réalisable.

-Renforcer la flexibilité du système pour s'adapter aux variations de la demande, notamment les commandes non anticipées.

Dans ce cadre, la mise en œuvre d'un modèle mathématique d'optimisation en période de pénurie apparaît comme une solution pertinente. Ce type de modèle permet d'arbitrer intelligemment entre ce qui peut être produit, stocké ou reporté, en tenant compte des priorités, des coûts et de la capacité réelle de production et d'achat de l'entreprise.

Ce travail de recherche vise donc à proposer un modèle inspiré des méthodes classiques de la recherche opérationnelle, adapté aux spécificités de l'ENIEM, en particulier à la production de réfrigérateurs, tout en tenant compte des difficultés liées à la pénurie de matières premières et au manque de trésorerie.

Chapitre 04 : Modélisation mathématique du problème et implémentation des résultats

Dans ce chapitre, nous proposons une modélisation mathématique du problème de gestion des stocks de réfrigérateurs $240L$ au sein de l'entreprise ENIEM, particulièrement en période de pénurie. Cette modélisation vise à représenter de manière rigoureuse les différents paramètres et contraintes rencontrés afin de permettre une optimisation efficace.

Nous commencerons par définir les variables décisionnelles, puis présenterons la fonction objectif qui traduit le coût total à minimiser. Ensuite, nous détaillerons les contraintes spécifiques liées à la capacité de stockage, aux quantités commandées, aux pénuries possibles ainsi qu'aux conditions opérationnelles imposées par l'entreprise.

Cette étape est essentielle pour formaliser le problème réel rencontré lors de notre stage et pour faciliter la résolution à l'aide d'outils mathématiques adaptés.

8 Justification du choix de la méthode mathématique

Face aux nombreuses limites observées dans la gestion actuelle des stocks à l'ENIEM - notamment les pénuries, les commandes imprévues et le manque de visibilité sur les ressources - il devient essentiel de mettre en place une approche plus rigoureuse, objective et optimisée. C'est dans cette optique que la modélisation mathématique prend tout son sens.

Elle permet de représenter de manière formelle et structurée les différents paramètres de la chaîne d'approvisionnement : niveaux de stock, délais, capacités, coûts, demandes prévisionnelles, contraintes budgétaires, etc.

Grâce à cela, il est possible de simuler différents scénarios, d'anticiper les besoins, d'évaluer les performances et surtout d'identifier des solutions optimales qui respectent les contraintes de l'entreprise.

La modélisation offre aussi un cadre clair pour la prise de décision, limitant ainsi les choix arbitraires ou improvisés. Elle permet de rationaliser l'allocation des ressources, de prioriser les commandes, et d'assurer une meilleure planification de la production, même en contexte de forte incertitude.

Enfin, l'utilisation d'un modèle mathématique adapté constitue une étape indispensable vers l'amélioration durable du système logistique de l'entreprise et son passage vers une gestion plus moderne, plus fiable et plus compétitive.

9 Présentation du langage de programmation MATLAB

9.1 Introduction

MATLAB est un langage de programmation de haut niveau, dont le nom vient de "Matrix Laboratory". Il s'agit aussi d'un environnement de développement interactif, principalement conçu pour le calcul scientifique,la modélisation mathématique, la simulation numérique et la visualisation de données. Il est largement utilisé dans les domaines de l'ingénierie, des sciences appliquées, de l'économie et de la recherche opérationnelle.

Figure 13 – Matlab

9.2 Origine et évolution

Développé à l'origine dans les années 1980 par Cleve Moler, MATLAB a été conçu pour permettre aux étudiants et chercheurs d'accéder plus facilement aux routines de calcul matriciel du langage Fortran sans en maîtriser la complexité. Depuis, MATLAB n'a cessé d'évoluer pour intégrer des fonctionnalités avancées, notamment en optimisation, traitement du signal, analyse statistique, apprentissage automatique, et intelligence artificielle.

10 Utilisation de MATLAB dans la programmation dynamique : application à l'algorithme de Wagner-Whitin

Dans le cadre de la résolution de problèmes d'optimisation liés à la gestion des stocks, notamment en période de pénurie, MATLAB représente un outil de programmation puissant et bien adapté. Il permet non seulement de modéliser rigoureusement les différentes contraintes liées à la planification de la production, mais aussi d'implémenter efficacement des algorithmes issus de la programmation dynamique tels que l'algorithme de Wagner-Whitin.

MATLAB (Matrix Laboratory) est un langage de programmation à haute performance, utilisé principalement pour le calcul numérique, la visualisation de données et le développement d'algorithmes. Sa syntaxe relativement intuitive et sa vaste bibliothèque de fonctions intégrées en font un outil particulièrement pertinent pour les chercheurs et les ingénieurs en optimisation.

L'algorithme de Wagner-Whitin est une méthode classique de programmation dynamique utilisée pour résoudre des problèmes de gestion des stocks sur un horizon fini. Il permet de déterminer un plan de production optimal en minimisant les coûts totaux, notamment les coûts liées aux commandes (lancement), de stockage et de pénurie.

Lorsqu'une pénurie est autorisée, il devient nécessaire d'introduire des variables supplémentaires dans le modèle pour tenir compte du coût et du volume des ruptures de stock. MATLAB facilite la gestion de cette complexité grâce à ses structures de contrôle (boucles, conditions), ses tableaux dynamiques et sa capacité à gérer efficacement des matrices de coût.

L'implémentation de l'algorithme dans MATLAB repose généralement sur la création d'une matrice des coûts , dans laquelle chaque élément représente le coût total associé à la décision de produire à une période donnée pour couvrir la demande sur un certain nombre de périodes à venir.

À travers un parcours itératif, le programme évalue toutes les combinaisons possibles et sélectionne celle qui minimise les coûts globaux.

Le langage MATLAB permet d'exécuter ces calculs de manière fluide, tout en offrant la possibilité de visualiser les résultats (plans de production, niveaux de stock, périodes de pénurie) sous forme de graphiques.

En résumé, l'utilisation de MATLAB dans ce contexte offre une grande flexibilité dans la modélisation, une exécution rapide des algorithmes et une interprétation facilitée des résultats.

Cela en fait un choix pertinent pour aborder des problématiques complexes de gestion de la chaîne d'approvisionnement, surtout lorsque des incertitudes ou des contraintes spécifiques telles que les pénuries doivent être prises en compte.

11 Application de la méthode mathématique choisie

Avant de procéder à l'application de la méthode de Wagner-Whitin, il convient de souligner que certaines données nécessaires à l'implémentation de cette méthode ne sont pas directement fournies par l'entreprise. Il a donc été nécessaire d'estimer deux paramètres essentiels, à savoir le coût fixe de commande et le coût unitaire de stockage. Ces estimations permettront de compléter les données collectées et d'assurer la continuité de l'étude.

11.1 Estimation des coûts de possession et des coûts fixes de commande

L'un des défis rencontrés dans cette étude est l'absence d'informations internes précises concernant les coûts de possession (h_t) et les coûts fixes de commande (K_t). Afin d'assurer la cohérence du modèle appliqué, une estimation prudente et justifiée par la littérature a été retenue.

Comme l'explique Investopedia, une référence reconnue en finance et en gestion :

> *Calculating Holding Costs : A company's inventory carrying cost can be expressed as a percentage. It is calculated by totaling carrying costs and dividing that figure by the total value of the inventory, then multiplying by 100. The resulting figure can be used to determine if inventory carrying costs are optimum or whether they can be reduced. Carrying costs generally run between 20% and 30% of the total inventory, although that varies depending on the industry and the business size. Suppose ABC Company has an annual inventory value of $1 million. Its carrying cost is 20% of its inventory or $200,000. Like ABC Company, XYZ Company has an inventory value of $1 million, but its carrying cost is 25%. The annual inventory carrying cost for XYZ is $250,000.*

Cette approche repose sur une méthode largement utilisée, qui consiste à estimer les coûts de possession comme une proportion de la valeur totale des stocks ou du coût unitaire de production. En l'absence de données spécifiques à l'entreprise, une estimation prudente de 20% est retenue dans cette étude. Ainsi, les coûts de possession sont calculés comme suit :

$$h_t = 0{,}20 \cdot c_t$$

Cette hypothèse est également retenue pour les coûts fixes de commande :

$$K_t = 0{,}20 \cdot c_t$$

Ce choix permet de garantir une certaine symétrie dans les paramètres du modèle tout en restant conforme aux plages recommandées dans la littérature spécialisée. Dans le contexte de la logistique inverse, Lambert et Riopel (2003) soulignent l'importance d'une bonne gestion des flux logistiques et de la structuration des coûts, notamment pour les décisions stratégiques de production et de récupération. Le recours à des estimations empiriques, fondées sur des standards industriels, constitue donc une solution rigoureuse et justifiée en l'absence de données internes détaillées(comme dans notre cas).

Les tableaux suivant présentent les données annuelles de suivi de la production fournies par l'entreprise pour les années de 2020 à 2024. Ces données incluent notamment les quantités demandées chaque année, qui serviront de base à l'application de l'algorithme de Wagner-Whitin.

	TAUX DE REALISATION POUR L'ANNÉE 2024							
	Realisation Annuelle		Prévision Annuelle		Solde Annuel		Taux de Realisation annuelle	
	quantité	Valeur KDA	quantité	Valeur KDA	quantité	Valeur KDA	quantité	valeur
REF 240L BLANC	1536	43822,14144	3100	88443,124	-1564	-44620,98256	50%	50%
REF 240L GRIS	0	0	1000	28787,04	-1000	-28787,04	0%	0%
REF 240L NOIR	0	0	1000	28780,04	-1000	-28780,04	0%	0%

FIGURE 14 – Analyse de la réalisation en 2024

	TAUX DE REALISATION POUR L'ANNÉE 2023							
	Realisation Annuelle		Prévision Annuelle		Solde Annuel		Taux de Realisation annuelle	
	quantité	Valeur KDA	quantité	Valeur KDA	quantité	Valeur KDA	quantité	Valeur KDA
REF 240L BLANC	2189	48375,411	1700	37568,84	489	10806,57	129%	129%
REF 240L GRIS	0	0	2000	43421,74	-2000	-43421,7	0%	0%
REF 240L NOIR	0	0	1200	27724,51	-1200	-27724,5	0%	0%

FIGURE 15 – Analyse de la réalisation en 2023

	TAUX DE REALISATION POUR L'ANNÉE 2022							
	Realisation Annuelle		Prévision Annuelle		Solde Annuel		Taux de Realisation annuelle	
REF 240L BLANC	2589	59422,90923	6000	137712,42	-3411	-78289,51	43%	43%
REF 240L GRIS	0	0	7000	160715,45	-7000	-160715,5	0%	0%
REF 240L NOIR	322	7315,88508	7000	159040,98	-6678	-151725,1	5%	5%

FIGURE 16 – Analyse de la réalisation en 2022

	TAUX DE REALISATION POUR L'ANNÉE 2021							
	Realisation Annuelle		Prévision Annuelle		Solde Annuel		Taux de Realisation annuelle	
REF 240L BLANC	1140	24029,4102	4000	84313,72	-2860	-60284,31	29%	29%
REF 240L GRIS	1	22,24946	2000	44498,92	-1999	-44476,671	0%	0%
REF 240L NOIR	530	0		0	530	0	#DIV/0!	#DIV/0!
REF 240L GRIS RAL 7030	4	0		0	4	0	#DIV/0!	#DIV/0!

FIGURE 17 – Analyse de la réalisation en 2021

	TAUX DE REALISATION POUR L'ANNÉE 2020							
	Realisation Annuelle		Prévision Annuelle		Solde Annuel		Taux de Realisation annuelle	
240L GRIS	0	0	2000	44958,84	-2000	-44958,84	0%	0%
240L BLANC	381	7744,80798	2000	40655,16	-1619	-32910,35202	19%	19%

FIGURE 18 – Analyse de la réalisation en 2020

Afin d'avoir une vision globale de l'évolution des charges liées à la production, le tableau suivant présente la structure des coûts de production pour les différentes références du modèle 240L, répartis par année de 2020 à 2023. Il distingue les coûts de matières premières et les coûts de production pour chaque produit.

	Structure des coûts de production							
	2020		2021		2022		2023	
PRODUITS	COUT MAT	COUTS DE PROD	COUT MAT	COUTS DE PROD	COUT MAT	COUTS DE PROD	COUT MAT	COUTS DE PROD
REF 240 L PB	13 259,495	74 569,97	13 923,16	56 894,13	18 851,02	29 340,11	21 127,25	38 268,32
REF 240 L PB GRIS			13 548,58	56 436,27				
REF 240 L PB NOIR			14 891,73	58 078,06	18 528,94	28 954,59		
REF 240 L GRIS RAL			14 638,59	57 768,64				

FIGURE 19 – Suivi des coûts de production par référence et par année

En l'absence de données internes précises sur les coûts administratifs fixes et les frais liés à la possession des stocks, le coût fixe de passation de commande K_t ainsi que le coût de possession unitaire h_t ont été estimés à partir d'une approche prudente basée sur la littérature professionnelle et académique.

Conformément aux pratiques recommandées par des sources telles qu'Investopedia (2025), ces coûts sont souvent compris entre 20% et 30% du coût unitaire du produit. Par souci de rigueur et de prudence, une estimation de 20% du coût unitaire c_t a été retenue :

$$h_t = K_t = 0{,}20 \cdot c_t = 0{,}20 \cdot 43\,822{,}14 = 8\,764{,}43 \text{ DA}$$

Cette hypothèse nous permet de configurer le modèle de Wagner-Whitin de manière cohérente et réaliste pour optimiser les décisions d'approvisionnement sur l'horizon annuel, tout en respectant les recommandations issues de la logistique inverse concernant les systèmes à données partielles.

TABLE 2 – Estimation des paramètres K_t et h_t pour le modèle 240L blanc

Période	**Année**	**Demande D_t**	**Coût unitaire c_t (DA)**	$K_t = 0{,}2 \cdot c_t$ **(DA)**	h_t **(DA)**
1	2020	381	7 744,808	1 548,96	1 548,96
2	2021	1140	24 029,41	4 805,88	4 805,88
3	2022	2589	59 422,909	11 884,58	11 884,58
4	2023	2189	48 375,411	9 675,08	9 675,08
5	2024	1536	43 822,14	8 764,43	8 764,43

11.2 Construction de la matrice des coûts pour l'optimisation dynamique

TABLE 3 – Matrice des coûts $C_{t,s}$ pour le modèle 240L blanc

t \ s	1	2	3	4	5
1	2 952 320,81	13 547 216,33	50 051 200,47	106 930 670,93	161 703 400,72
2	–	27 398 333,28	102 052 887,68	191 188 744,68	268 595 273,13
3	–	–	153 857 798,57	309 949 884,67	434 339 098,87
4	–	–	–	105 903 424,59	195 068 951,86
5	–	–	–	–	67 319 569,57

La matrice $C_{t,s}$ ci-dessus représente le coût total associé à une commande passée à la période t pour satisfaire les demandes jusqu'à la période s. Chaque valeur $C_{t,s}$ est calculée à partir de la formule suivante :

$$C_{t,s} = K_t + c_t \cdot \left(\sum_{i=t}^{s} d_i \right) + \sum_{k=t}^{s-1} h_k \cdot \left(\sum_{l=k+1}^{s} d_l \right)$$

Ce calcul prend en compte :

— le coût fixe de passation de commande K_t,

— le coût d'achat total des produits commandés au prix unitaire c_t,

— et les coûts de possession générés par le stockage des unités non utilisées immédiatement.

L'objectif est de déterminer les combinaisons de périodes t et s minimisant le coût total d'approvisionnement. Cette matrice constitue la base sur laquelle repose l'algorithme dynamique de Wagner-Whitin.

11.3 Résolution de la fonction de coût optimale J_t

La fonction de coût optimale J_t permet d'identifier le plan d'approvisionnement minimisant le coût total sur l'horizon d'étude. Elle est calculée par la relation de récurrence suivante :

$$J_t = \min_{s \geq t} \{C_{t,s} + J_{s+1}\}, \quad \text{avec } J_{T+1} = 0$$

Dans notre cas, les coûts unitaires c_t, les coûts fixes de commande K_t et les coûts de possession h_t varient selon les périodes. Chaque coût total $C_{t,s}$ est donc calculé en tenant compte du coût unitaire de la période t (puisque toute la commande est passée à cette date), ainsi que des frais de stockage pour les périodes postérieures.

Les calculs de la fonction J_t sont menés de manière rétroactive, de la dernière période vers la première. Ils permettent de déterminer à chaque étape si une commande unique ou une commande partielle permet de minimiser le coût global. Les résultats sont présentés ci-dessous.

$$\mathrm{J}_5 = \min\left(C_{5,5} + J_6\right) = 67\,319\,571{,}47 + 0 = \boxed{67\,319\,571{,}47}$$

$$\mathrm{J}_4 = \min \left\{ \begin{array}{l} C_{4,4} + J_5 = 105\,903\,449{,}76 + 67\,319\,571{,}47 = 173\,223\,021{,}23 \\ C_{4,5} + J_6 = 195\,069\,003{,}94 + 0 = 195\,069\,003{,}94 \end{array} \right\} = \boxed{173\,223\,021{,}23}$$

$$\mathrm{J}_3 = \min \left\{ \begin{array}{l} C_{3,3} + J_4 = 153\,857\,795{,}98 + 173\,223\,021{,}23 = 327\,080\,817{,}21 \\ C_{3,4} + J_5 = 309\,949\,889{,}40 + 67\,319\,571{,}47 = 377\,269\,460{,}87 \\ C_{3,5} + J_6 = 434\,339\,115{,}39 + 0 = 434\,339\,115{,}39 \end{array} \right\} = \boxed{327\,080\,817{,}21}$$

$$\mathrm{J}_2 = \min \left\{ \begin{array}{l} C_{2,2} + J_3 = 27\,398\,333{,}28 + 327\,080\,817{,}21 = 354\,479\,150{,}49 \\ C_{2,3} + J_4 = 102\,052\,899{,}09 + 173\,223\,021{,}23 = 275\,275\,920{,}32 \\ C_{2,4} + J_5 = 191\,188\,694{,}52 + 67\,319\,571{,}47 = 258\,508\,265{,}99 \\ C_{2,5} + J_6 = 268\,595\,337{,}72 + 0 = 268\,595\,337{,}72 \end{array} \right\} = \boxed{258\,508\,265{,}99}$$

$$\mathrm{J}_1 = \min \left\{ \begin{array}{l} C_{1,1} + J_2 = 2\,952\,320{,}81 + 258\,508\,265{,}99 = 261\,460\,586{,}80 \\ C_{1,2} + J_3 = 13\,547\,216{,}33 + 327\,080\,817{,}21 = 340\,628\,033{,}54 \\ C_{1,3} + J_4 = 50\,051\,205{,}00 + 173\,223\,021{,}23 = 223\,274\,226{,}23 \\ C_{1,4} + J_5 = 106\,930\,680{,}09 + 67\,319\,571{,}47 = 174\,250\,251{,}56 \\ C_{1,5} + J_6 = 161\,703\,377{,}18 + 0 = 161\,703\,377{,}18 \end{array} \right\} = \boxed{161\,703\,377{,}18}$$

11.4 Stratégie d'approvisionnement optimale

L'analyse de la fonction de coût optimale J_t révèle que la solution la plus économique consiste à passer une seule commande dès la première période ($t = 1$), couvrant ainsi l'ensemble des besoins sur l'horizon de cinq périodes. Cette stratégie minimise le coût global en profitant du coût unitaire relativement bas au départ, tout en acceptant les frais de stockage nécessaires pour conserver les produits jusqu'à leur consommation effective.

Ce résultat découle directement du fait que le coût total $C_{1,5}$, qui inclut le coût de commande, les achats au prix de la période 1 et les coûts de possession pour les périodes suivantes, est inférieur à toutes les autres combinaisons possibles de commandes réparties sur plusieurs périodes. Ainsi, toute autre stratégie impliquerait un coût cumulé supérieur.

Ce type de politique est particulièrement pertinent dans les environnements où les prix d'achat augmentent au fil du temps, ce qui justifie un approvisionnement anticipé malgré les frais de stockage. Le modèle de Wagner-Whitin permet ici d'établir cette décision de manière rigoureuse et quantitative.

11.5 Limites du modèle

L'algorithme de Wagner-Whitin donne une solution optimale quand la demande est connue à l'avance. Cependant, certaines hypothèses restent simplificatrices. Par exemple, les coûts de stockage sont supposés constants et on ne tient pas compte d'éventuels imprévus dans la demande. De plus, faire une seule commande peut poser des problèmes pratiques, comme un manque d'espace ou un risque que les produits deviennent inutilisables. Il serait donc utile d'étudier des modèles plus proches de la réalité.

11.6 Conclusion

L'application de l'algorithme de Wagner-Whitin a permis d'identifier une stratégie d'approvisionnement optimale en contexte de demande connue. Les résultats obtenus mettent en lumière l'intérêt d'une commande anticipée dans le cas étudié, tout en soulignant l'importance d'une bonne estimation des paramètres économiques. Cette approche constitue une base solide pour une optimisation globale du processus de gestion des stocks.

11.7 Implémentation sous MATLAB

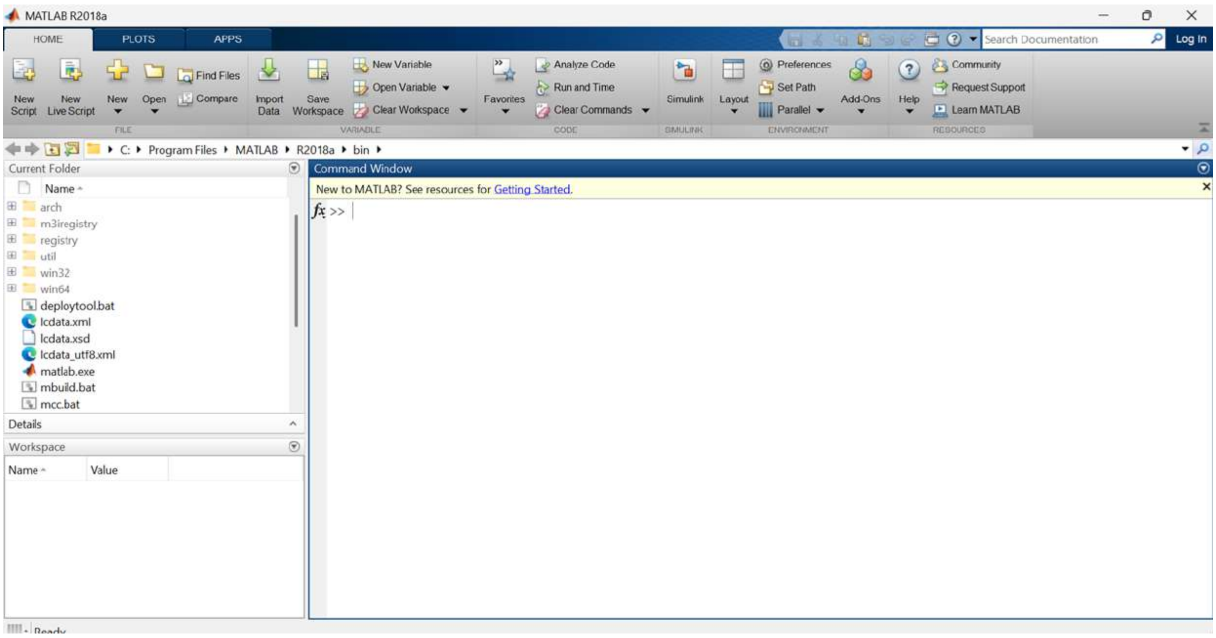


Figure 20 – Interface de MATLAB R2018a , zone de commande, éditeur de script, explorateur de fichiers

L'algorithme de Wagner-Whitin a été codé sur MATLAB en suivant les étapes suivantes :

— Initialisation des données : demande, coûts fixes, coûts unitaires, coûts de stockage.

— Construction de la matrice des coûts $C(t, s)$.

— Application de la programmation dynamique pour minimiser le coût total.

— Extraction et affichage de la stratégie optimale.

Les captures d'écran suivantes illustrent cette implémentation.

```
Command Window
New to MATLAB? See resources for Getting Started.
>> % === Données ===
D = [381, 1140, 2589, 2189, 1536];                  % Demande par période
K = [1548.96, 4805.88, 11884.58, 9675.08, 8764.43]; % Coût fixe de commande
c = [7744.808, 24029.41, 59422.909, 48375.411, 43822.14]; % Coût unitaire d'achat
h = [1548.96, 4805.88, 11884.58, 9675.08, 8764.43];       % Coût de possession

n = length(D);
C = inf(n);    % Matrice des coûts C(t,s)

% === Construction de la matrice C_t_s ===
for t = 1:n
    for s = t:n
        total_d = sum(D(t:s));
        stockage = 0;
        for k = t:s-1
            stockage = stockage + h(k) * sum(D(k+1:s));
        end
        C(t,s) = K(t) + c(t) * total_d + stockage;
    end
end

% === Programmation dynamique : fonction de coût optimale J_t ===
J = inf(1, n+1);
J(n+1) = 0;  % coût nul après la dernière période
```

FIGURE 21 – Initialisation des paramètres du modèle de Wagner-Whitin sur MATLAB

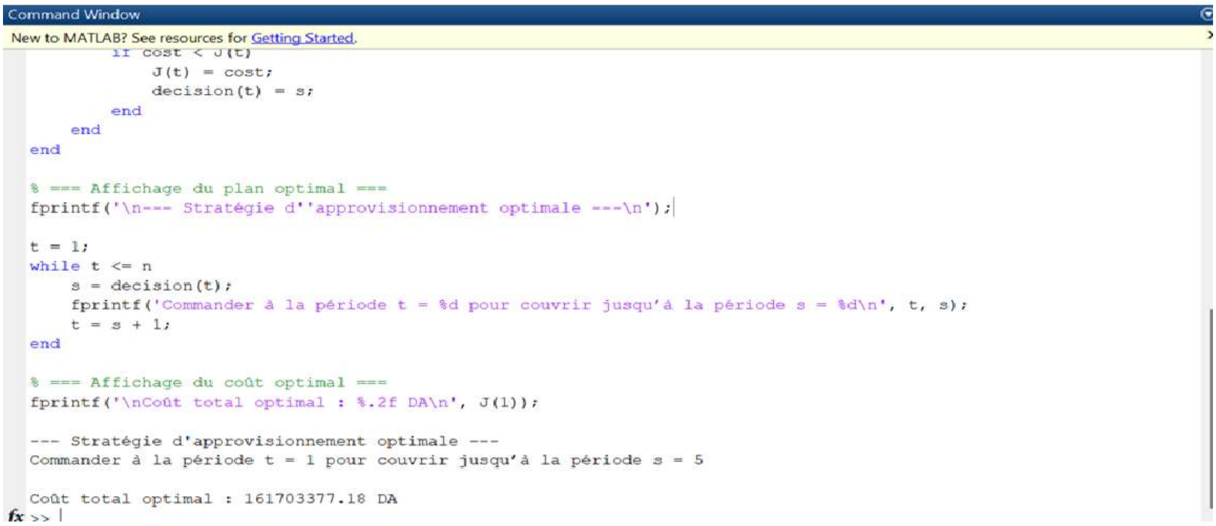
```
Command Window
New to MATLAB? See resources for Getting Started.
% === Programmation dynamique : fonction de coût optimale J_t ===
J = inf(1, n+1);
J(n+1) = 0;  % coût nul après la dernière période
decision = zeros(1, n);

for t = n:-1:1
    for s = t:n
        cost = C(t,s) + J(s+1);
        if cost < J(t)
            J(t) = cost;
            decision(t) = s;
        end
    end
end

% === Affichage du plan optimal ===
fprintf('\n--- Stratégie d''approvisionnement optimale ---\n');

t = 1;
while t <= n
    s = decision(t);
    fprintf('Commander à la période t = %d pour couvrir jusqu’à la période s = %d\n', t, s);
    t = s + 1;
fx end
```

Figure 22 – Saisie du code de l’algorithme de Wagner-Whitin dans l’interpréteur MATLAB



```
Command Window
New to MATLAB? See resources for Getting Started.
        if cost < J(t)
            J(t) = cost;
            decision(t) = s;
        end
    end
end

% === Affichage du plan optimal ===
fprintf('\n--- Stratégie d''approvisionnement optimale ---\n');

t = 1;
while t <= n
    s = decision(t);
    fprintf('Commander à la période t = %d pour couvrir jusqu'à la période s = %d\n', t, s);
    t = s + 1;
end

% === Affichage du coût optimal ===
fprintf('\nCoût total optimal : %.2f DA\n', J(1));

--- Stratégie d'approvisionnement optimale ---
Commander à la période t = 1 pour couvrir jusqu'à la période s = 5

Coût total optimal : 161703377.18 DA
fx >>
```

Figure 23 – Exécution du code et affichage des résultats dans l'interpréteur MATLAB

L'exécution du script dans l'interpréteur MATLAB donne les résultats précédents. On y retrouve les coûts minimaux et la politique d'approvisionnement optimale, en parfaite cohérence avec les résultats obtenus par la méthode analytique du modèle de Wagner-Whitin. Ces résultats confirment la validité de l'implémentation.

Cette étape finalise l'implémentation du modèle de Wagner-Whitin sous MATLAB.

Synthèse et Perspectives

Ce mémoire a porté sur l'optimisation de la gestion des stocks dans un contexte industriel, à travers l'étude du produit 240L blanc de l'entreprise ENIEM. L'objectif principal était de proposer une stratégie d'approvisionnement permettant de minimiser les coûts globaux, en tenant compte des coûts fixes de commande, des coûts de possession et des coûts d'achat, sur un horizon de cinq années.

Après une phase de collecte et d'analyse des données, nous avons adopté le modèle déterministe de Wagner-Whitin. Faute d'informations précises sur certains paramètres, une méthode d'estimation prudente a été appliquée, en se basant sur des références professionnelles reconnues. L'algorithme a été mis en œuvre de manière rigoureuse et a permis de déterminer une stratégie optimale : une commande unique dès la première période, couvrant l'ensemble de l'horizon étudié.

Cette approche a mis en évidence les avantages du modèle de Wagner-Whitin en termes de simplicité d'application et de clarté des résultats, mais aussi certaines limites, notamment l'absence de prise en compte de l'incertitude et des contraintes logistiques réelles.

Pour approfondir ce travail, plusieurs perspectives peuvent être envisagées. Il serait pertinent d'intégrer des données réelles plus complètes, notamment en ce qui concerne les frais administratifs et les capacités de stockage. De plus, l'extension à des modèles plus complexes, intégrant la variabilité de la demande ou des délais d'approvisionnement, permettrait de mieux représenter la réalité industrielle. Enfin, l'introduction de considérations liées à la logistique inverse ouvrirait la voie à une gestion plus circulaire et durable des stocks.

12 Conclusion générale

Ce mémoire a permis d'aborder une problématique concrète de gestion des stocks en entreprise, en appliquant un modèle théorique à des données issues du terrain. Plus précisément, l'objectif était d'optimiser le plan d'approvisionnement du produit 240L blanc de l'entreprise ENIEM, sur un horizon de cinq années.

Pour ce faire, le modèle déterministe de Wagner-Whitin a été retenu, en raison de sa capacité à fournir une solution optimale sur un horizon fini avec des demandes connues à l'avance. Les paramètres du modèle, notamment les coûts fixes de commande et les coûts de possession unitaires, ont été estimés avec prudence à partir de la littérature professionnelle, en l'absence de données internes complètes.

L'application de l'algorithme de Wagner-Whitin a conduit à un résultat clair et exploitable : la solution optimale consiste à passer une commande unique dès la première période, couvrant la totalité des cinq années, pour un coût total minimal de 161 703 377,18 DA.

Ce résultat témoigne de la pertinence du modèle dans un contexte où les coûts varient mais sont connus à l'avance. Il offre à l'entreprise une base de réflexion sérieuse pour adapter sa stratégie d'approvisionnement en fonction de ses contraintes logistiques et financières.

Au-delà de l'aspect technique, ce travail nous a permis de développer une méthode rigoureuse d'analyse, de renforcer nos compétences en modélisation, et de mieux cerner les enjeux réels de la gestion industrielle. Les limites identifiées, notamment l'absence d'incertitude et de contraintes physiques, ouvrent la voie à de futures recherches incluant des modèles plus flexibles, stochastiques ou multi-produits.

Bibliographie

13 Bibliographie

@bookfournier2004gestion, title=Gestion de l'approvisionnement et des stocks, author=Fournier, Paul and Ménard, Jean-Pierre, year=2004, publisher=Gaëtan Morin

@articlezermati1972pratique, title=La pratique de la gestion des stocks, author=Zermati, Pierre and Gisserot, Pierre, journal=(No Title), year=1972

M.AOUANE : Techniques avancées de gestion des stocks et d'approvisionnement : Cours M1RO ,promotion 2023/2024, UMMTO.

@onlineInvestopedia2025, author = Investopedia, title = Carrying Cost of Inventory, year = 2025, url =
https ://www.investopedia.com/terms/c/carryingcostofinventory.asp, note = Consulté en juillet 2025

@techreportLambert2003, author = Serge Lambert and Diane Riopel, title = Logistique inverse : revue de littérature, institution = GERAD, number = G-2003-61, year = 2003, month = Octobre, url =
https ://publications.polymtl.ca/40926/1/G-2003-61.pdf

Aissat, Nabila et Benali, Gaya. La gestion des stocks au sein de l'entreprise ENIEM. Mémoire de Master, spécialité Économie et Gestion d'Entreprise, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 2022-2023.

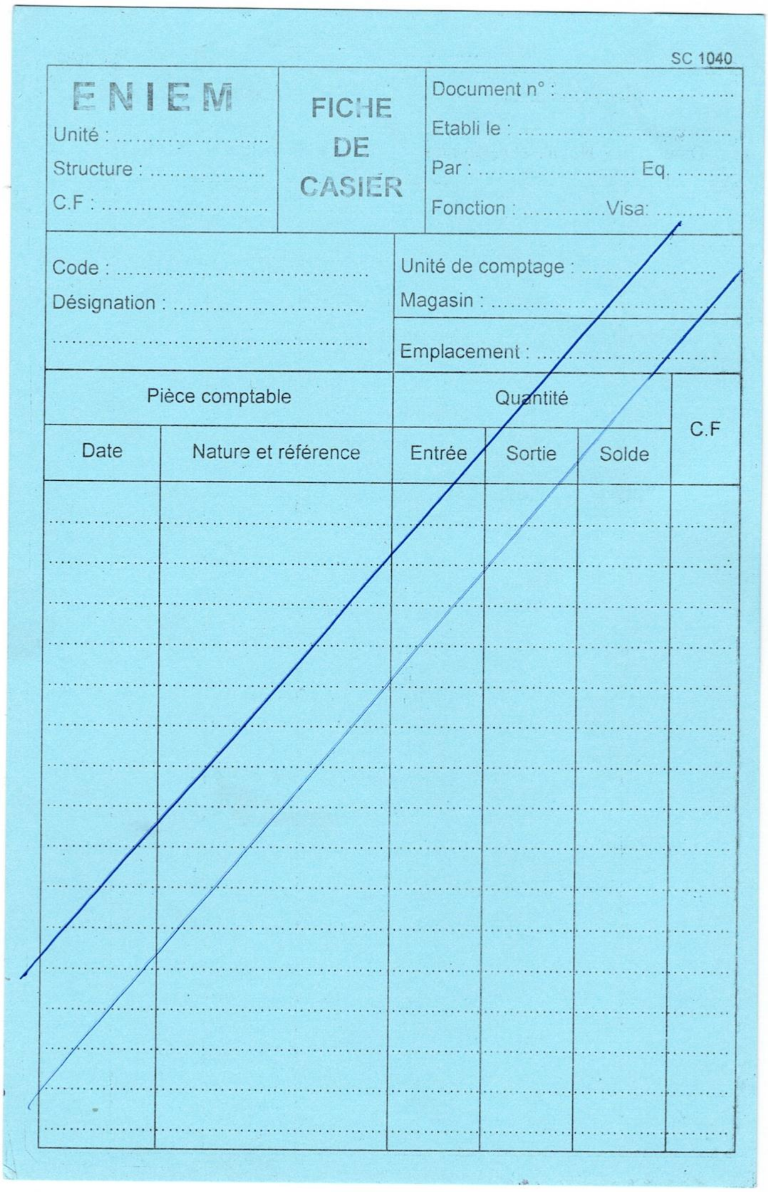
Oubraham, S. et Toufouti, S. Réapprovisionnement en matières premières : Cas de la SARL Ramdy. Mémoire de Master, spécialité Mathématiques Appliquées, option Modélisation Mathématique et Techniques de Décision, Université Mira Abderrahmane de Béjaïa, Faculté des Sciences Exactes, Département de Recherche Opérationnelle, Promotion 2015/2016

Hennad, Tamazouzt et Oualit, Lamia. Analyse du système de gestion des stocks au sein d'une entreprise : Cas CEVITAL. Mémoire de Master, spécialité Sciences Financières et Comptabilité, option Finance d'Entreprise, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou (UMMTO), Promotion 2020/2021.

Annexes

14 Référentiel technique et administratif

Les annexes suivantes regroupent un ensemble de documents administratifs et techniques utilisés au sein de l'ENIEM. Elles illustrent les différentes étapes et opérations observées durant notre stage, notamment au niveau du service gestion des stocks et approvisionnement, ainsi que dans d'autres services impliqués dans le processus logistique.



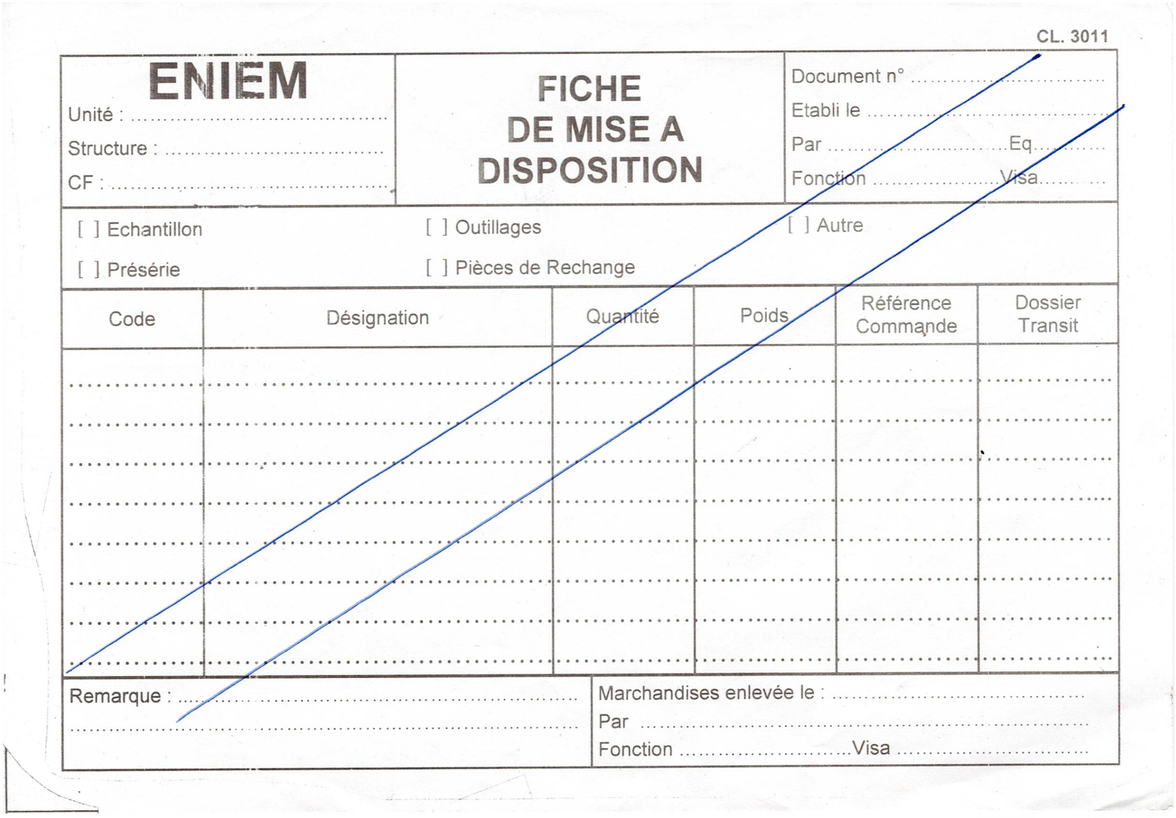
SC 1040

ENIEM Unité : ... Structure : ... C.F : ...	FICHE DE CASIER	Document n° : ... Etabli le : ... Par : ... Eq. ... Fonction : ... Visa: ...

Code : ... Désignation :	Unité de comptage : ... Magasin : ... Emplacement : ...

Pièce comptable		Quantité			C.F
Date	Nature et référence	Entrée	Sortie	Solde	

Figure 24 – Fiche de casier



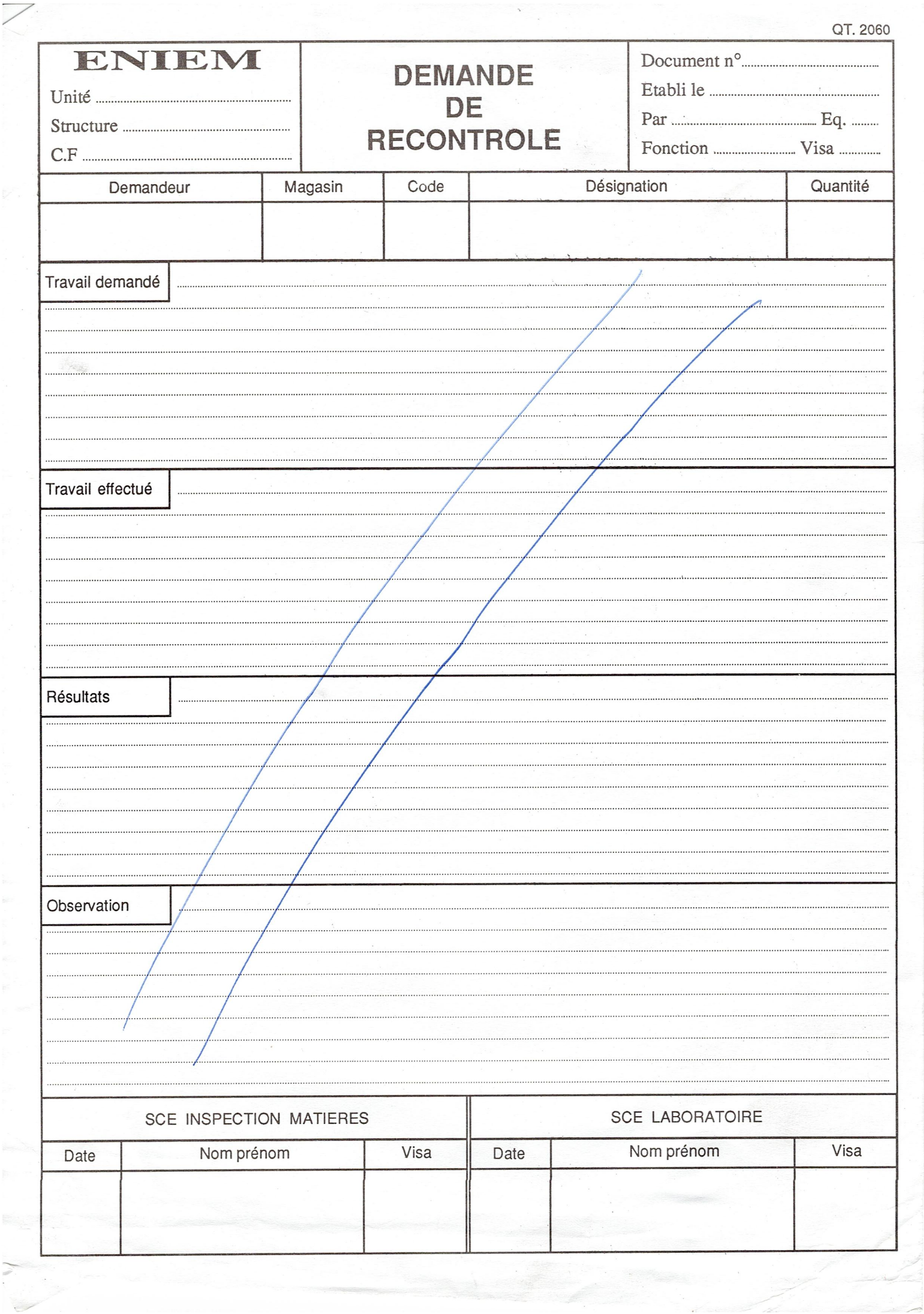
CL. 3011

ENIEM Unité : …………………… Structure : …………………… CF : ……………………	FICHE DE MISE A DISPOSITION	Document n° …………… Etabli le …………… Par ……………Eq…… Fonction ……………Visa……
[ ] Echantillon [ ] Présérie	[ ] Outillages [ ] Pièces de Rechange	[ ] Autre

Code	Désignation	Quantité	Poids	Référence Commande	Dossier Transit
…………	…………	…………	…………	…………	…………
…………	…………	…………	…………	…………	…………
…………	…………	…………	…………	…………	…………
…………	…………	…………	…………	…………	…………
…………	…………	…………	…………	…………	…………
…………	…………	…………	…………	…………	…………
…………	…………	…………	…………	…………	…………
…………	…………	…………	…………	…………	…………

Remarque : ……………………	Marchandises enlevée le : …………… Par …………… Fonction ……………Visa ……………

FIGURE 25 – Fiche de mise à disposition



QT. 2060

ENIEM

Unité ....

Structure ....

C.F ....

DEMANDE DE RECONTROLE

Document n° ....

Etabli le ....

Par .... Eq. ....

Fonction .... Visa ....

Demandeur	Magasin	Code	Désignation	Quantité

Travail demandé ....

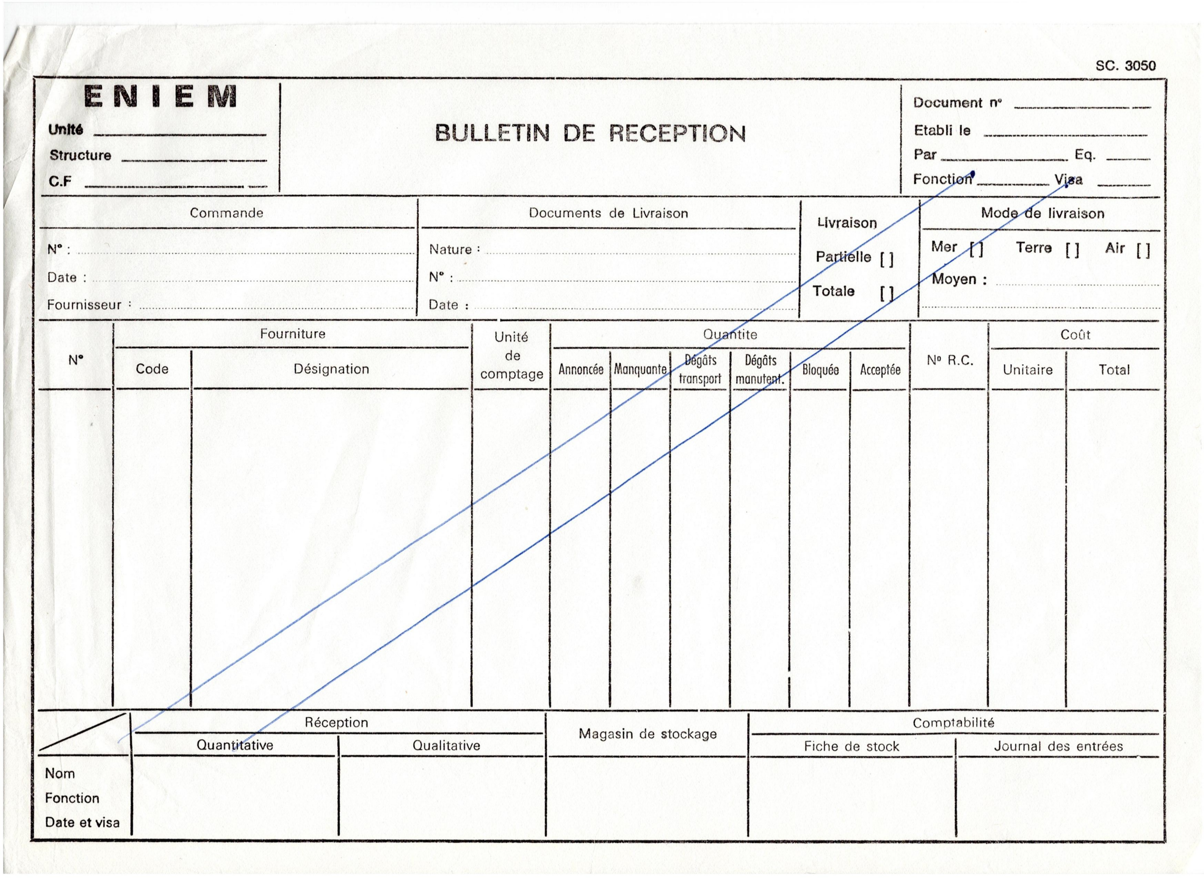
Travail effectué ....

Résultats ....

Observation ....

SCE INSPECTION MATIERES			SCE LABORATOIRE		
Date	Nom prénom	Visa	Date	Nom prénom	Visa

FIGURE 26 – Demande de recontrôle



SC. 3050

ENIEM

Unité

Structure

C.F

BULLETIN DE RECEPTION

Document n°

Etabli le

Par Eq.

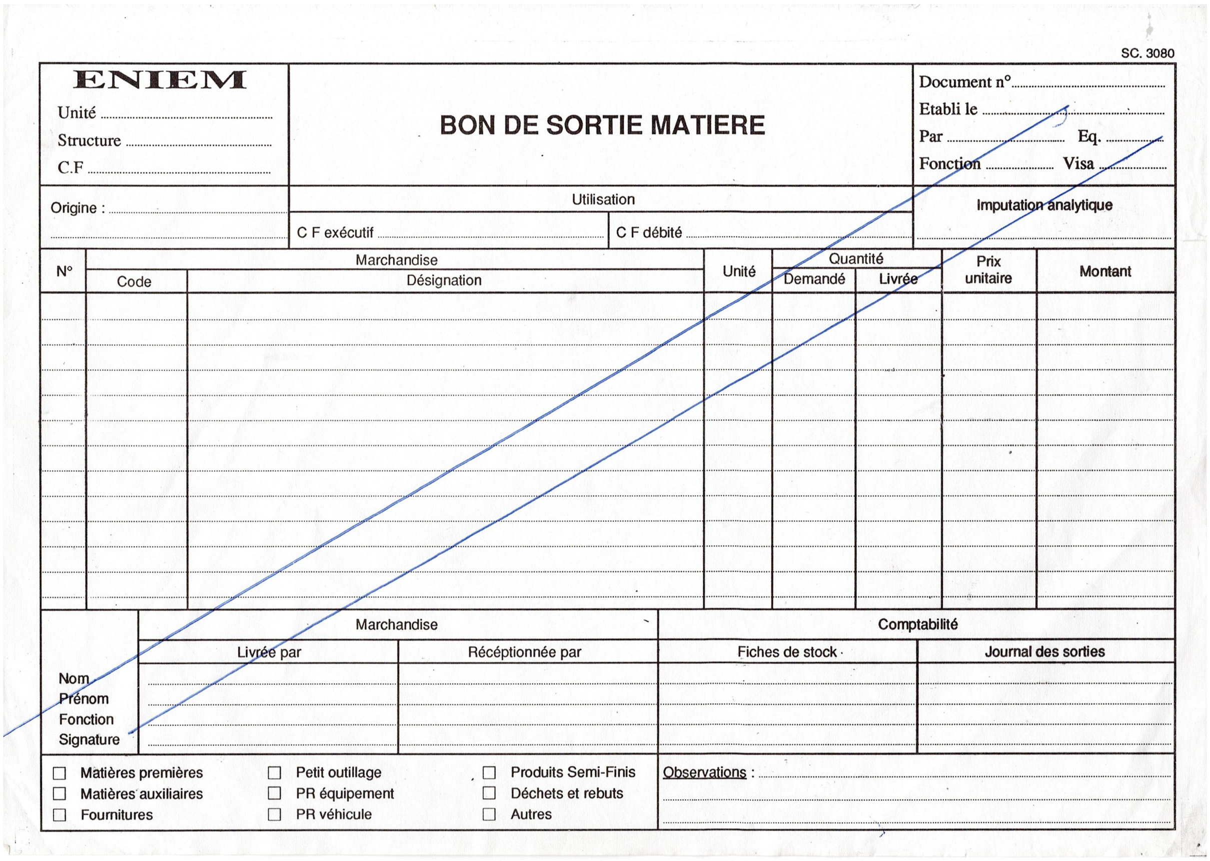
Fonction Visa

Commande	Documents de Livraison	Livraison	Mode de livraison
N° :	Nature :	Partielle [ ]	Mer [ ] Terre [ ] Air [ ]
Date :	N° :	Totale [ ]	Moyen :
Fournisseur :	Date :		

N°	Fourniture		Unité de comptage	Quantité						N° R.C.	Coût	
	Code	Désignation		Annoncée	Manquante	Dégâts transport	Dégâts manutent.	Bloquée	Acceptée		Unitaire	Total

	Réception		Magasin de stockage	Comptabilité	
	Quantitative	Qualitative		Fiche de stock	Journal des entrées
Nom Fonction Date et visa					

Figure 27 – Bulletin de réception



SC. 3080

ENIEM
Unité ....
Structure ....
C.F ....

BON DE SORTIE MATIERE

Document n° ....
Etabli le ....
Par .... Eq. ....
Fonction .... Visa ....

Origine : ....

Utilisation
C F exécutif .... C F débité ....

Imputation analytique

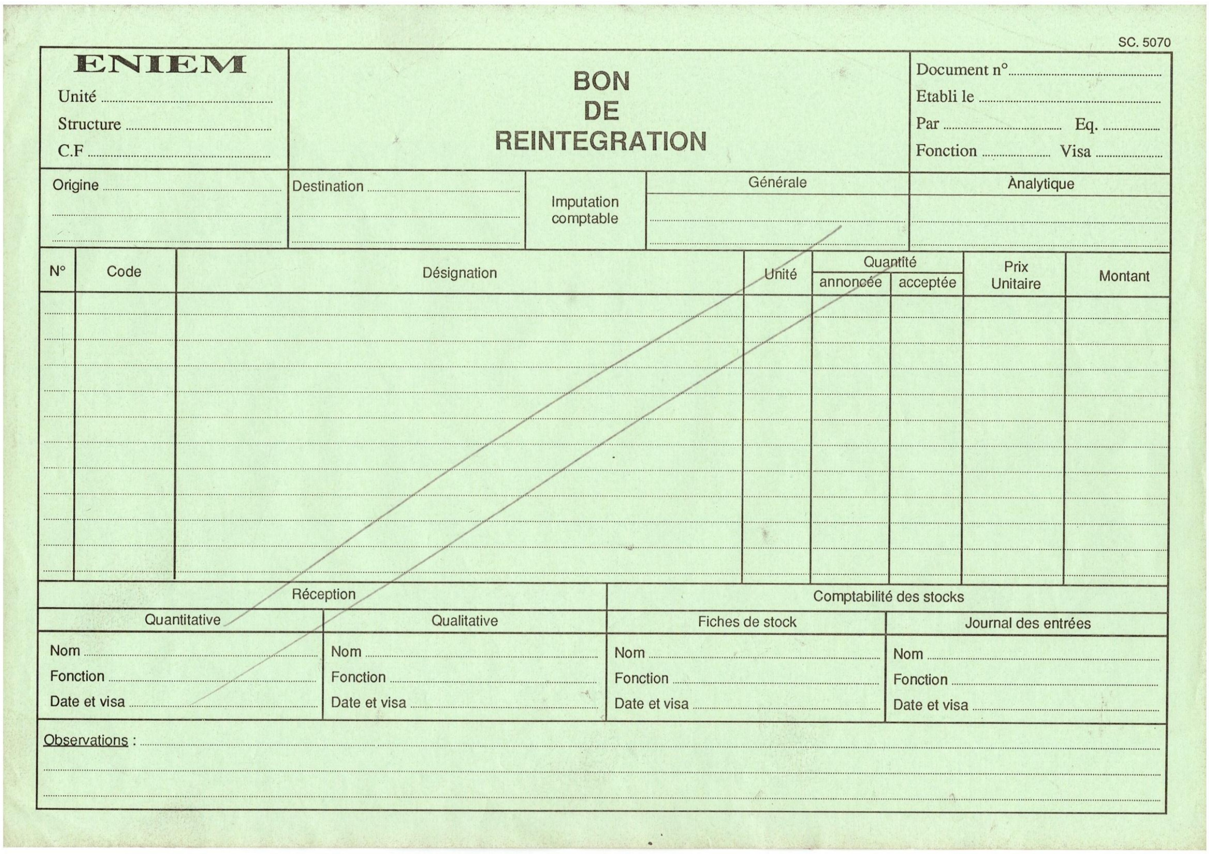
N°	Marchandise		Unité	Quantité		Prix unitaire	Montant
	Code	Désignation		Demandé	Livrée		

	Marchandise		Comptabilité	
	Livrée par	Récéptionnée par	Fiches de stock	Journal des sorties
Nom Prénom Fonction Signature				

☐ Matières premières ☐ Petit outillage ☐ Produits Semi-Finis
☐ Matières auxiliaires ☐ PR équipement ☐ Déchets et rebuts
☐ Fournitures ☐ PR véhicule ☐ Autres

Observations : ....

Figure 28 – Bon de sortie matière



SC. 5070

ENIEM
Unité ....
Structure ....
C.F ....

BON
DE
REINTEGRATION

Document n° ....
Etabli le ....
Par .... Eq. ....
Fonction .... Visa ....

Origine ....
Destination ....
Imputation comptable
Générale
Analytique

N°	Code	Désignation	Unité	Quantité annoncée	Quantité acceptée	Prix Unitaire	Montant

Réception
Quantitative
Nom ....
Fonction ....
Date et visa ....
Qualitative
Nom ....
Fonction ....
Date et visa ....

Comptabilité des stocks
Fiches de stock
Nom ....
Fonction ....
Date et visa ....
Journal des entrées
Nom ....
Fonction ....
Date et visa ....

Observations : ....

Figure 29 – Bon de réintégration

CL 2070

ENIEM	PROCES VERBAL DE CONSTAT	Document n° ....
Unité		Etabli le ....
Structure		Par .... Eq. ....
C.F		Fonction .... Visa ....

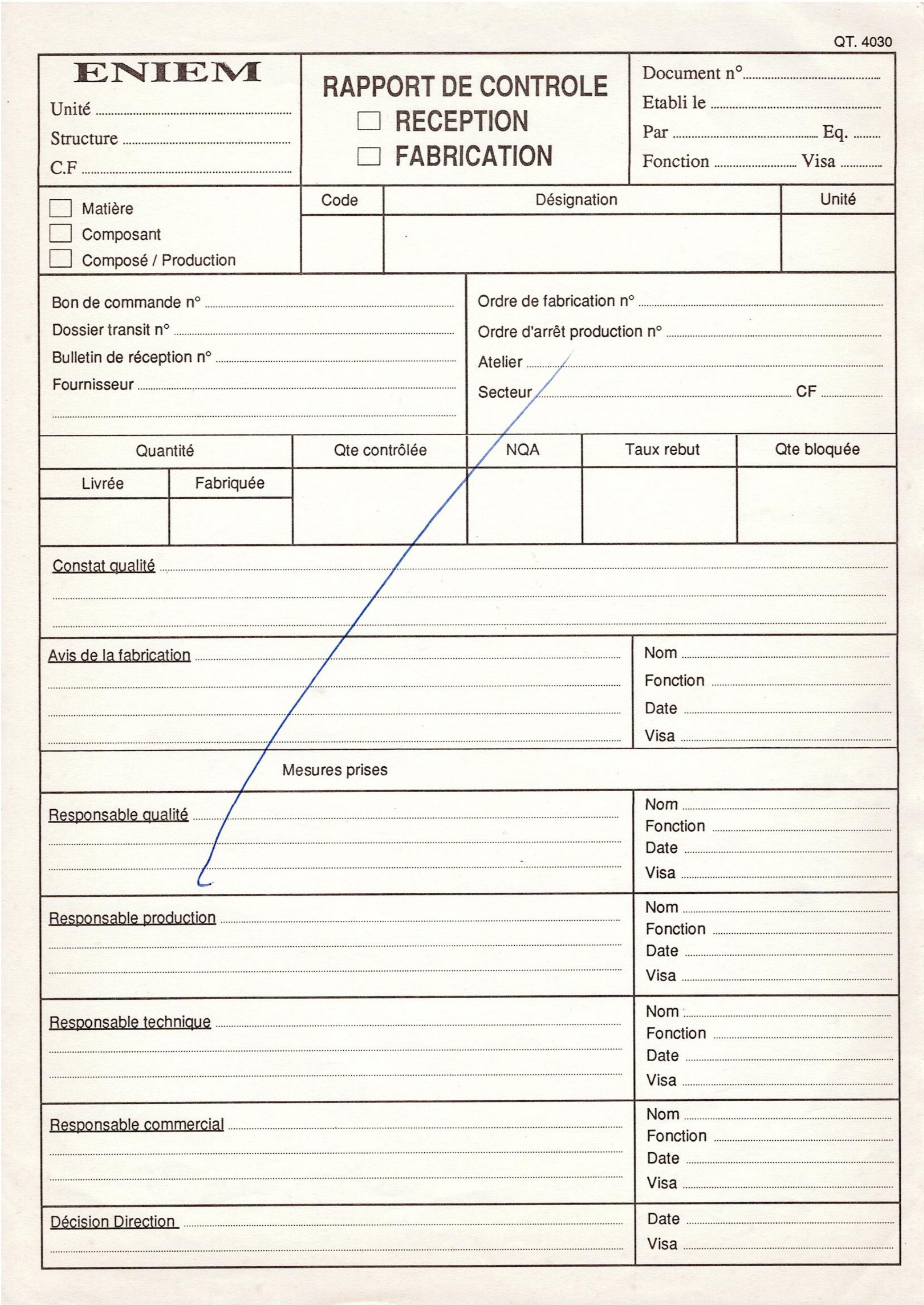
☐ Parc S/douanes ☐ Réception ☐ Stockage ☐ Atelier

N° DT .... N° BL .... N° Coli ....

Code	Désignation	Quantité	Observations

	Constat	Approbation	Transit
Nom Fonction Date Visa			

FIGURE 30 – Procès verbal de constat



QT. 4030

ENIEM Unité ...... Structure ...... C.F	RAPPORT DE CONTROLE ☐ RECEPTION ☐ FABRICATION	Document n° ...... Etabli le ...... Par ...... Eq. ...... Fonction ...... Visa ......

☐ Matière ☐ Composant ☐ Composé / Production	Code	Désignation	Unité

Bon de commande n° ...... Dossier transit n° ...... Bulletin de réception n° ...... Fournisseur	Ordre de fabrication n° ...... Ordre d'arrêt production n° ...... Atelier ...... Secteur ...... CF ......

Quantité		Qte contrôlée	NQA	Taux rebut	Qte bloquée
Livrée	Fabriquée				

Constat qualité ......

Avis de la fabrication	Nom ...... Fonction ...... Date ...... Visa ......

Mesures prises

Responsable qualité	Nom ...... Fonction ...... Date ...... Visa ......
Responsable production	Nom ...... Fonction ...... Date ...... Visa ......
Responsable technique	Nom ...... Fonction ...... Date ...... Visa ......
Responsable commercial	Nom ...... Fonction ...... Date ...... Visa ......
Décision Direction	Date ...... Visa ......

FIGURE 31 – Rapport de contrôle