

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI, TIZI-OUZOU
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES

Mémoire de fin d'étude : Master II

FILLIÈRE : Mathématiques

SPECIALITE : Recherche Operationnelle

OPTION : Modélisation et Techniques de Décision

Présenté par :

BENELHADJ Sylia
AIT IDIR Fadma

Sujet :

Modélisation et Simulation d'un circuit de dépotage du GPL phase gazeuse

Devant le jury d'examen composé de :

M. Mohamed Aidene ;	Professeur ;	Président
M. Mohand Ouanes ;	Professeur ;	Promoteur
M. Youcef Berkoun ;	M. de Conférences classe A ;	Examineur
M. Ahmed Amirou ;	M. de Conférences classe B ;	Examineur
Mme. Leslous Fadila ;	M. de Conférences classe A ;	Examineur

Soutenu le : 14/07/2015

Remerciements

Nous remercions d'abord notre bon DIEU qui nous a ouvert les portes du savoir et nous a permis de réaliser ce modeste travail.

Nous tenons à remercier M^r Ouanes.M de nous avoir proposé ce sujet de recherche, pour toute sa présence, ses précieux conseils et remarques.

Nos vives reconnaissances à M^{me} Hamaci.L de nous avoir fait l'honneur d'être rapportrice de ce mémoire et de nous avoir accueilli au sein de l'entreprise NAFTAL de Tizi-Ouzou, nous avons eu un énorme plaisir de travailler avec elle.

Nous souhaitons également remercier M^r Merakeb.K et M^r Chebbah de nous avoir orienté et conseillé.

On remercie nos camarades pour leurs soutien et encouragements.

Enfin, on remercie chaleureusement nos chers parents pour tout leurs efforts. Nous espérons que leur fierté ne sera pas que celle de ce titre obtenu, mais surtout d'avoir fait de nous ce que nous sommes.

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à :

La mémoire de mes grands-parents que Dieu les garde dans son vaste paradis.

Mes parents, avec toute mon affection et tout mon respect.

Mes frères et ma petite soeur que j'adore et à toute ma famille qui m'ont toujours encouragé.

Mes chers amis, en particulier Sylia ,Massiva et Zidane qui ont été toujours là pour moi.

AIT IDIR Fadma

Dédicaces

Je dédie ce mémoire et ce travail à :

Mes chers parents, avec tout mon amour et tout mon respect.

Mes frères et soeurs ainsi qu'à ma belle soeur qui m'ont toujours encouragés.

Mes chers amis qui ont toujours été là pour moi, en particulier Fadma et Massiva.

BENELHADJ Sylia

Table des matières

Introduction	4
1 Présentation de NAFTAL et de la branche GPL.	6
1.1 Présentation de NAFTAL	7
1.1.1 Moyens humains	9
1.1.2 Chiffre d'affaire globale	9
1.1.3 Objectifs de l'entreprise	9
1.1.4 Missions de NAFTAL	10
1.1.5 Fiche signalétique de l'entreprise NAFATL	11
1.1.6 Organigramme de l'entreprise	12
1.2 Présentation du distict GPL	13
1.2.1 Fabrications et caractéristiques du GPL	14
1.2.2 Utilisations du GPL	14
2 Modélisation d'un circuit de dépotage de gaz et propriétés	16
2.1 Gaz Butane	17
2.1.1 Définition	17
2.1.2 Caractéristiques du Butane	17
2.2 Les ouvrages constituant le circuit de dépotage	18
2.2.1 Gazoducs	18
2.2.2 Stations d'interconnexion	18
2.2.3 Stations de compression	19
2.3 Le compresseur Blackmer	20
2.3.1 Définition du compresseur	20
2.3.2 Les caractéristiques du compresseur Blackmer	20
2.4 Schéma simplificatif du circuit de dépotage	21
2.5 Modélisation du phénomène physique	21
2.5.1 Paramètres	22

2.5.2	Variables	23
2.5.3	Bilan d'énergie, loi des nœuds	24
2.5.4	Perte de charge	24
2.5.5	Travail d'un compresseur	26
2.5.6	Taux de compression	27
2.6	Modélisation du problème global	27
2.7	Propriétés mathématiques du modèle de dépotage de gaz	27
2.7.1	Non linéarité	28
2.7.2	étude de la convexité du problème	28
2.8	Fonction objectif	29
3	Méthodes de résolution	31
3.1	Méthodes de résolution des problèmes avec contraintes	32
3.1.1	La dualité lagrangienne	32
3.1.2	Utilisation des méthodes lagrangiennes dans le cas non convexe	33
3.1.3	Théorème de KKT	33
3.2	Généralités sur les heuristiques et les méthodes arborescentes (Branch and Bound)	33
3.2.1	Les heuristiques	33
3.2.2	Branch and Bound	34
3.3	Résolution de problèmes d'optimisation non linéaires (NLP)	35
4	Choix de la méthode	36
4.1	Introduction sur le logiciel LINGO	37
4.2	Résolution du problème mathématique	37
4.2.1	Environnement de LINGO (version 8.0)	37
4.2.2	Simulation du modèle mathématique	39
	Conclusion	43
	Bibliographie	45

Table des figures

1.1	Logo NAFTAL	11
1.2	Organigramme de l'entreprise	12
2.1	Transfert de gaz liquéfié, Schéma de fonctionnement	21
4.1	Icône LINGO	38
4.2	Fenêtre LINGO	38
4.3	Simulation du modèle	39
4.4	Le problème mathématique sur LINGO	40
4.5	La solution du problème mathématique	41
4.6	La suite de la solution	42

Introduction Générale

Le gaz naturel liquéfié est du gaz naturel (composé essentiellement de méthane) condensé à l'état liquide. En effet lorsque ce gaz est refroidi à une température d'environ -161°C à la pression atmosphérique, il prend la forme d'un liquide claire, transparent, inodore, non corrosif et non toxique. Il est presque du méthane pur. Les autres composants du gaz naturel sont donc séparés lors de l'opération. Le dioxyde de carbone doit être extrait au préalable, il endommagerait les unités de liquéfaction en s'y solidifiant. Les hydrocarbures plus lourds que le méthane sont récupérés, et vendus comme matière première pétrochimique ou comme carburant qui est le gaz de pétrole liquéfié GPL. On s'intéressera à ce dernier dans notre étude lors de l'opération de dépotage au niveau de l'entreprise NAFTAL afin de remplir les bouteilles de gaz.

L'opération de dépotage permet de transférer le gaz comprimé à partir de la sphère vers le camion-citerne afin d'envoyer le liquide du camion-citerne vers la sphère. Il y'a plusieurs phénomènes physiques qui entrent en jeu lors du transfert du gaz. On retient trois principaux :

- L'équilibre des bilans de matière ou loi des noeuds qui traduit que la quantité de gaz entrante est égale à la quantité sortante.
- La perte de charge qui implique une perte de pression du gaz lors de son parcours dans une canalisation. Pour la diminuer, la compression du gaz est employée sur le circuit afin d'augmenter la pression.
- Les stations d'interconnexion sont situées aux carrefours du circuit. Elles représentent les stations de compression. Elles ont un rôle d'orientation et de compression.

Que ce soit à l'aide d'outils d'optimisation ou de simulation, le but est de déterminer l'état du circuit gazier sous certaines conditions.

S'agissant de la production, le volume total de GPL commercialisé sur le marché national est de 1,5 million de tonnes, la part de celui destiné au carburant de véhicules est de 320 000 tonnes en 2008. Naftal a doublé cette quantité pour la porter à 600 000 tonnes par an en 2014. Toujours au sujet de la production, le P-DG du groupe Sonatrach, a affirmé, pour sa part, que le potentiel économique du GPL est loin d'être complètement exploité en Algérie. Il a estimé que la consommation nationale de cette énergie ne représente que 1,5 million/tonnes par an sur une production totale de plus de 9 millions et qui devrait passer à 13,5 millions/tonnes à l'horizon 2015 confortant ainsi la place de l'Algérie comme 6ème producteur mondial et 2ème exportateur de GPL.

Chapitre 1

Présentation de NAFTAL et de la branche GPL.

Résumé

Ce chapitre est composé de deux parties : la première partie est consacrée à la présentation de NAFTAL, on retrouve dans la seconde, les caractéristiques essentielles du GPL.

Introduction :

Au jour d'aujourd'hui, malgré l'émergence d'autres sources d'énergie, les hydrocarbures restent la source énergétique la plus utilisée dans le monde. En effet, le pétrole et ses dérivées représentent le combustible et la matière première les plus indispensables pour les industries actuelles.

Avec un personnel de 33000 agents, NAFTAL est le premier distributeur de produits pétroliers en Algérie. Elle contribue à hauteur de 51% de l'énergie nationale en fournissant 10 millions de tonnes de produits pétroliers par an sous formes de : Carburants, gaz de pétrole liquéfiés (GPL), bitumes, lubrifiants.

L'entreprise NAFTAL se divise en trois grandes branches : commercialisation, carburant et GPL, les quelles se divisent à leurs tours en districts. Parmi eux le district GPL de Tizi-ouzou.

Le district GPL de TIZI-OUZOU est constitué du siège situé dans la localité de TALA ATHMANE ainsi que de cinq (05) unités opérationnelles qui sont :

- Un centre emplisseur (CE) de classe «A» à Oued-aissi.
- Un mini centre emplisseur de classe «C» à Freha.
- Trois dépôts relais (DR) à Ouadhias, Tigzirt et Ain El Hammam.

1.1 Présentation de NAFTAL

Issue de SONATRACH, l'entreprise ERDP a été créée par le décret N° 80/101 du 06 avril 1981. Entrée en activité le 1er janvier 1982, elle est chargée du raffinage et de la distribution des produits pétroliers. En 1987, l'activité raffinage est séparée de l'activité distribution et dévolue à une nouvelle entité NAFTEC.

NAFTAL est désormais chargée uniquement de la commercialisation et de la distribution des produits pétroliers et dérivés. En 1998, elle change de statut et devient Société par actions filiale à 100% de SONATRACH.

NAFTAL a pour mission principale, la distribution et la commercialisation des produits pétroliers sur le marché national. Elle intervient dans les domaines :

- De l'enfûtage des GPL ;
- De la formulation de bitumes ;
- De la distribution, stockage et commercialisation des carburants, GPL, lubrifiants, bitumes, pneumatiques, GPL/carburant, produits spéciaux ;
- Du transport des produits pétroliers.

Avec un personnel de 30 000 agents, NAFTAL est le premier distributeur de produits pétroliers en Algérie. Elle contribue à hauteur de 51% de l'énergie finale en fournissant 10 millions de tonnes de produits pétroliers par an sous forme de :

- Carburants (8 millions de TM) ;
- Gaz de pétrole liquéfiés (plus de 1.6 million de TM) ;
- Bitumes (plus de 0.5 million de TM) ;
- Lubrifiants (plus de 70 000 TM).

Représentant pour l'année 2007 :

- Un chiffre d'affaire toutes taxes comprises de 208 milliards de DA ;
- Une valeur ajoutée de 30 milliards de DA ;
- Un résultat d'exploitation de 6 milliards de DA ;

Pour cela elle dispose de :

- 49 centres de dépôts de distribution et de stockage de carburants ;
- 22 centres et 27 magasins lubrifiants et pneumatiques ;
- 26 centres et dépôts aviation, 06 centres marine ;
- 49 dépôts relais de stockage GPL ;
- 41 centres d'emplissage GPL d'une capacité d'enfûtage 1,2 millions tonnes/an ;
- 3 centres vrac GPL ;
- 15 unités bitumes d'une capacité de formulation de 360.000 tonnes/an ;
- 3 000 véhicules de distribution et 800 engins de manutention et de maintenance ;
- 730 Km de canalisation.

Et son réseau de distribution s'étend sur :

- 1 952 stations service dont 671 en toute propriété ;
- 7925 points de vente GPL.

1.1.1 Moyens humains

Dans le but de concrétiser ses objectifs, NAFTAL dispose d'un capital humain qui est à l'ordre de 29868 (novembre 2004) répartis comme suit :

Tableau N° 01 :Personnel de l'entreprise en chiffres

Catégorie	Permanent	Temporaire
Cadre directeur/Sup	381	—
Cadres	4459	46
Maitrise	7943	603
Exécution	12189	4247
Total	24972	4896

Ce chiffre comprend aussi le nombre de personne employées dans les stations gérées directement par NAFTAL (GD), ce nombre est de :

$(3562 \text{ permanents} + 96 \text{ temporaires}) = 3658 \text{ employés.}$

1.1.2 Chiffre d'affaire globale

Le tableau ci-dessous récapitule le chiffre d'affaire globale de l'entreprise NAFTAL pour les années 2004-2005-2006.

Tableau n° 02 : Chiffre d'affaire de l'entreprise NAFTAL

Années	2004	2005	2006
Chiffre d'affaire en millier de DA	123 505 539,00	123 317 068,00	135 567 003 721,00

1.1.3 Objectifs de l'entreprise

A travers son plan de développement, NAFTAL a tracé les objectifs suivants :

- Poursuivre sa mission de distribution des produits pétroliers ;
- Maîtrise des coûts et amélioration de la qualité des produits et services ;
- Redéploiement des activités au niveau national et international ;
- Développement des activités de stockage et de ventes en gros ;
- Mettre en place une politique de marketing, de commercialisation et de formation

adéquate ;

- Présentation et consolidation des parts du marché ;
- Une organisation et un fonctionnement adaptés aux différentes mutations ;
- Recherche et développement du partenariat ;
- Modernisation, redynamisation et l'extension de son réseau station services ;

La réalisation de ces objectifs permettra à NAFTAL de préserver une position de leader sur le marché.

1.1.4 Missions de NAFTAL

NAFTAL est chargé dans le cadre du plan national de développement économique et social, de la commercialisation et de distribution des produits pétroliers y compris ceux destinés à l'aviation et à la marine, le GPL, les combustibles, les solvants, les aromatiques, paraffines, bitumes et pneumatiques.

Ses missions essentielles sont :

- Organiser et développer l'activité de commercialisation et de distribution des produits pétroliers et dérivés ;
- Stocker, transporter et/ou faire transporter tout produit pétrolier commercialisé sur le territoire national ;
- Veiller à l'application et au respect des mesures relatives à la sécurité industrielle, la sauvegarde et la protection de l'environnement, en relation avec les organismes concernés ;
- Procéder à toute étude de marché en matière d'utilisation et de consommation des produits pétroliers ;
- Définir et développer une politique en matière d'audit, concevoir et mettre en oeuvre des systèmes intégrés d'informations ;
- Développer et mettre en oeuvre les actions visant à une utilisation optimale et rationnelle des infrastructures et moyens ;
- Veiller à l'application et au respect des mesures liées à la sûreté interne de la société conformément à la réglementation ;
- Développer une image de marque de qualité.

1.1.5 Fiche signalétique de l'entreprise NAFTAL

Tableau n° 03 : Informations pratiques de l'entreprise NAFTAL

Type d'information	NAFTAL
Forme juridique et économique	Société de distribution et de commercialisation des produits pétroliers. Société par actions SPA.
Président directeur générale	
Siège social	Route des dunes. BP 73 Chéraga Alger
Capital	
Téléphone	021 38 13 13
Fax	021 38 19 19
Site internet	www.NAFTAL.dz

Explication de la carte graphique :



FIGURE 1.1 – Logo NAFTAL

La carte graphique de NAFTAL est composé de :

Label : NAFTAL en français NAFT Algérie

Les cinq lignes : qui représentent les cinq branches à savoir :

Carburant, commercialisation, activités, internationales, et partenariat, lubrifiants, pneumatiques, bitumes et GPL.

Deux couleurs :

- Le bleu : pour les deux lettres et le label (NAFTAL), synonyme de largeur et d'horizon ;
- Le jaune : pour le fond du logo, attiré le regard des conducteurs symbole du sérieux.

1.1.6 Organigramme de l'entreprise

Figure n° 02 : organisation de la société.

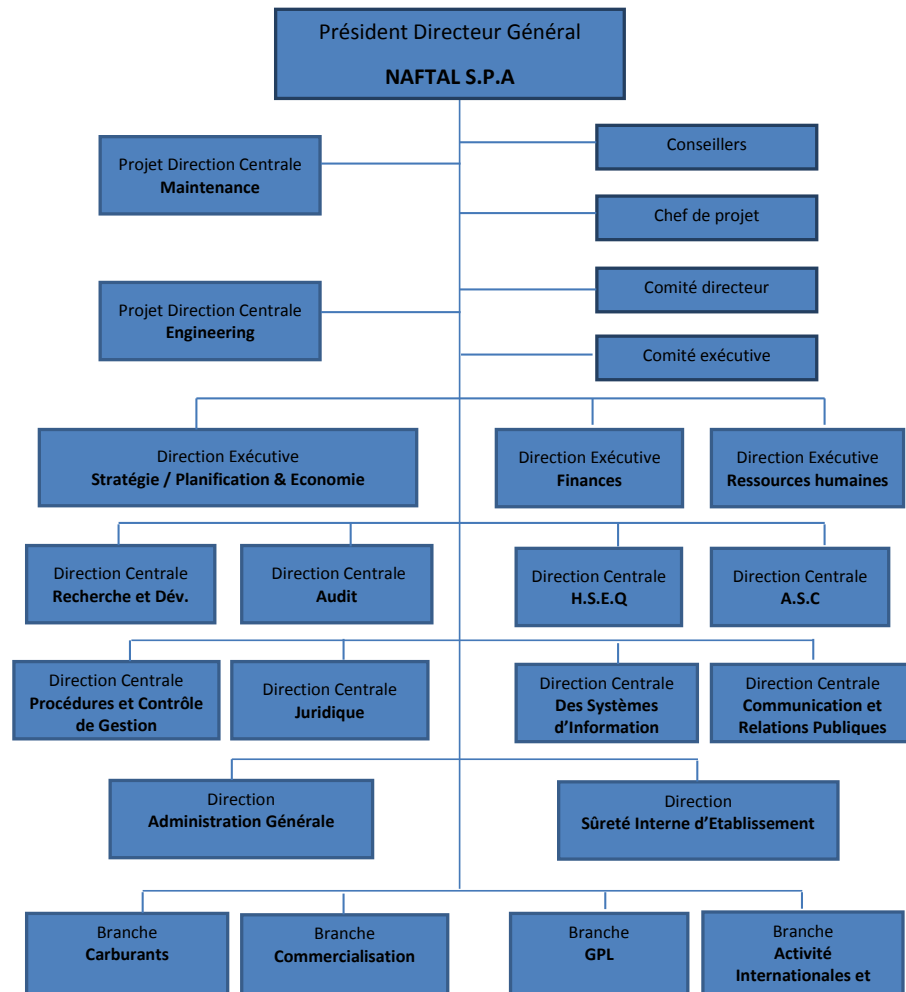


FIGURE 1.2 – Organigramme de l'entreprise

1.2 Présentation du distict GPL

La branche GPL est une structure interne à NAFTAL, qui se charge essentiellement de la distribution des produits GPL.

L'unité a pour but d'assurer régulièrement la distribution et la commercialisation de ses produits par l'intermédiaire de ses infrastructures et ses installations diverses.

Le gaz de pétrole liquéfié, abrégé en GPL est un mélange d'hydrocarbures légers, stocké à l'état liquide et issu du raffinage du pétrole pour 40% et de traitement du gaz naturel pour 60%.

Dans la gamme des GPL, NAFTAL commercialise les trois produits suivants :

- Le butane ;
- Le propane ;
- Le GPL Carburant sous le nom commercial «SIRGHAZ» : C'est un mélange de Butane et de Propane à des proportions définies selon les conditions climatiques :
 - ★ Saison hivernale : 100% de Propane et 0% de Butane ;
 - ★ Saison estivale : 80% de Propane et 20% de Butane ;

Les produits GPL sont commercialisés sous deux formes :

A 15°C, la pression de vapeur absolue du butane se limite à 2bar, ce qui permet une mise en bouteille relativement simple et une utilisation domestique tout aussi facile et sans risque pour le consommateur. La bouteille de gaz est équipée d'un détendeur. Elle est reliée à l'appareil d'utilisation par un tuyau de raccordement.

Le butane est stocké et transporté sous forme liquide puis utilisé en phase gazeuse. Dans les conditions normales d'utilisation, l'ouverture du robinet suffit à rompre l'équilibre du réservoir : le butane peut alors se vaporiser, entraînant une baisse de pression (jusqu'à 0.28 mbar) et de température dans le réservoir, un phénomène d'ébullition et éventuellement la formation de givre sur la base du récipient. La température de vaporisation du butane se situant aux alentours de 0°C, ce gaz est tout particulièrement recommandé pour des utilisations à l'intérieur des habitations (en tenant bien sûr compte des consignes de sécurité). Si la bouteille a été stockée à l'extérieur lors de faibles températures, il est parfois nécessaire d'attendre quelques dizaines de minutes afin de faire remonter la température du produit puis de pouvoir le soutirer.

- Conditionnée : Butane(B3, B13), Propane(P11, P35).
- Vrac : Unités industrielles, artisan, îlots propane pour l'alimentation en gaz des foyers.

Excepté le SIRGHAZ qui est commercialisé sous la forme vrac.

1.2.1 Fabrications et caractéristiques du GPL

Le GPL était autrefois considéré comme un résidu de l'extraction du pétrole et directement brûlé au sommet de torchères. Il est dorénavant récupéré par distillation, les fractions les plus nobles et le reste servent généralement de carburant, mais pour des appareils différents. Le GPL-c (GPL-carburant), utilisé comme carburant pour véhicules, est un mélange de butane et de propane³. Le GPL étant plus lourd que l'air, contrairement au gaz naturel, il s'accumule au niveau du sol et dans les parties basses, comme les caves. Cela entraîne un danger d'explosion lorsque l'accumulation permet un mélange GPL/air adéquat et qu'il y a une source d'inflammation. Cela entraîne également un danger d'asphyxie, le GPL remplaçant l'air et diminuant donc la concentration en oxygène. Ceci explique l'interdiction du GPL dans certains parkings souterrains. Pour faciliter la détection des fuites, un gaz odorant est ajouté au GPL utilisé comme carburant dans les véhicules. Le butane et le propane sont stockés sous leur propre pression de vapeur, c'est-à-dire que les conditions de stockage sont telles qu'il y a coexistence des états liquide et gazeux du gaz concerné.

Deux principales caractéristiques différencient le Butane du Propane :

La différence entre le Butane et le Propane provient de leur point d'ébullition à température ordinaire et à la pression atmosphérique.

En effet, le Butane ne se vaporise pas en dessus de $0C^{\circ}$ de ce fait n'est pas utilisable par temps froid. Le Propane, en revanche se vaporise jusqu'à des températures extrêmes ($-44C^{\circ}$).

1.2.2 Utilisations du GPL

Le GPL, accessoirement utilisé dans les briquets (butane), est surtout utilisé comme combustible - cuisine, production d'eau chaude ou chauffage, et dans une moindre proportion comme carburant utilisé par les véhicules.

L'avantage majeur des GPL est celui d'être très facilement stockable et transportable.

Récemment, le GPL est utilisé avec la chaleur combinée et l'énergie électrique : c'est ce que l'on appelle la cogénération. Elle est fondée sur le fait que la production électrique dégage une grande quantité de chaleur à température moyenne, habituellement dissipée dans l'environnement. Cette technique a permis au GPL d'être utilisé dans les zones rurales non seulement pour chauffer et cuisiner, mais également pour décentraliser la production d'électricité des maisons individuelles. La cogénération peut produire 1 kW

d'électricité et peut être utilisée partout dans la maison, en fournissant jusqu'à 24 KW de production thermique pour le chauffage et l'eau chaude. Grâce à sa polyvalence, le GPL peut être stocké de différentes façons et peut être combiné avec les énergies renouvelables créant ainsi des alternatives de basse consommation.

Les GPL ont par ailleurs d'autres utilisations en tant que combustibles. Ils sont en effet largement utilisés dans les secteurs de l'aviculture, de l'horticulture ainsi que pour le séchage des céréales avant leur stockage en silos.

le GPL est un carburant qui préserve les performances du véhicule et réduit même l'usure du moteur.

Chapitre 2

Modélisation d'un circuit de dépotage de gaz et propriétés

Résumé

Ce chapitre présente la modélisation du problème de vérification de capacité du circuit de dépotage du gaz [1]. Dans un premier temps, il décrit les différentes caractéristiques du produit GPL (gaz Butane) et les caractéristiques du compresseur Blackmer. Dans un deuxième temps, la mise en équations des phénomènes physiques se produisant lors du dépotage.

Introduction :

Deux types d'ouvrages composent un circuit de gaz : les ouvrages passifs les canalisations et les ouvrages actifs sur lesquels le pilote du circuit peut agir, comme les vannes, stations de compressions...

La description et le modèle du phénomène de dépotage de gaz en régime permanent est décrit dans ce chapitre.

L'ensemble de ces ouvrages sont positionnés sur le circuit pour adopter une circulation du gaz en fonction des approvisionnements et des consommations et jouent un rôle majeur dans la compensation des pertes de pression due à l'acheminement du gaz. Cette étude doit vérifier l'aptitude d'un circuit donné à assurer le dépotage de gaz.

Dans cette étude on s'intéressera uniquement au gaz butane car la demande est plus intéressante.

2.1 Gaz Butane

2.1.1 Définition

Le butane commercial est un gaz essentiellement constitué de butane et de butènes. Il contient également en plus faible quantité du propane et du pentane. Sa composition varie en fonction de l'origine du pétrole brut et du procédé de raffinage utilisé (distillation, hydrocraquage, reformage catalytique, etc.).

2.1.2 Caractéristiques du Butane

A 15°C, la pression de vapeur absolue du butane se limite à 2bar, ce qui permet une mise en bouteille relativement simple et une utilisation domestique tout aussi facile et sans risque pour le consommateur. La bouteille de gaz est équipée d'un détendeur. Elle est reliée à l'appareil d'utilisation par un tuyau de raccordement. Le butane est stocké et transporté sous forme liquide puis utilisé en phase gazeuse. Dans les conditions normales d'utilisation, l'ouverture du robinet suffit à rompre l'équilibre du réservoir : le butane peut alors se vaporiser, entraînant une baisse de pression (jusqu'à 0.28 mbar) et de température dans le réservoir, un phénomène d'ébullition et éventuellement la formation de givre sur la base du récipient. La température de vaporisation du butane se situant aux alentours de 0°C, ce gaz est tout particulièrement recommandé pour des utilisations à l'intérieur des habitations (en tenant bien sûr compte des consignes de sécurité). Si la

bouteille a été stockée à l'extérieur lors de faibles températures, il est parfois nécessaire d'attendre quelques dizaines de minutes afin de faire remonter la température du produit puis de pouvoir le soutirer.

2.2 Les ouvrages constituant le circuit de dépotage

Le terme ouvrage désigne les différentes infrastructures composant le circuit : les gazoducs (canalisations), les stations de compression et les stations d'interconnexion.

2.2.1 Gazoducs

Un gazoduc est une canalisation destinée au transport de matières gazeuses sous pression, la plupart du temps des hydrocarbures, sur de longues distances.

Les gazoducs sont constitués de tubes d'acier soudés bout à bout, recouverts d'un matériau isolant (polyéthylène, polypropylène,...) contribuant à la protection contre la corrosion. Ils peuvent être également revêtus intérieurement pour améliorer l'écoulement du fluide transporté ou pour prévenir la corrosion interne si le gaz transporté est corrosif. La majorité des gazoducs acheminent du gaz naturel entre les zones d'extraction et les zones de consommation ou d'exportation. On estime la longueur totale des gazoducs dans le monde à un million de kilomètres, soit plus de 25 fois la circonférence terrestre.

Deux canalisations peuvent être directement reliées entre elles, comme elles peuvent être liées par des stations d'interconnexion. Les extrémités des canalisations qui arrivent dans une station d'interconnexion sont les pôles de la station.

2.2.2 Stations d'interconnexion

En plus de leur rôle premier d'orientation du gaz, elles peuvent également agir sur la pression du gaz, en effet, les canalisations peuvent être reliées à l'aide des stations de compression qui ont le rôle d'augmenter la pression du gaz à 4,5 bar aspiré à partir de la sphère et impulser dans le camion citerne.

Les vannes d'isolement seront prises en compte lors de la modélisation des interconnexions. Elles servent à décorréler les pôles de l'interconnexion.

- **Sphère de stockage de Butane :**

Le stockage de butane liquide est assuré par le montage d'une sphère de 1000 m^3 , de capacité maximal de 150 tonnes et de hauteur de 12 m, munie d'une purge se trouvant au niveau inférieur de la sphère pour l'élimination de tout fluide indésirable et d'une

soupape de sûreté installé dans la partie supérieure de la sphère, elle sert à cracher le surplus de liquide s'y trouvant. La pression de gaz dans la sphère est de 2 bar.

- **Camion-Citerne :**

Camion dont la charge est constituée d'une citerne utilisée pour le transport de pulvérisants, de gaz ou de liquides stockés en vrac, comme dans notre étude, le Butane liquide transporté dans des citernes de 38 m^3 et de capacité 20 tonnes. Le temps de dépotage varie entre 20 et 25 minutes.

Le poste de déchargement : équipé de :

- Un bras articulé de 3 pouces pour le butane liquide
- Un bras articulé de 3 pouces pour le butane gazeux.

2.2.3 Stations de compression

Les stations de compression (pour les gaz) ou stations de pompage (pour les liquides) sont réparties régulièrement le long des réseaux de transport pour maintenir la pression et la vitesse du fluide dans les canalisations en fournissant de l'énergie de pression nécessaire à l'écoulement du gaz, elles permettent de relever la pression et baisser la perte de charge.

Les stations de compression comportent généralement des compresseurs en parallèle. Cependant, dans cette étude, les stations de compression sont composées d'un unique compresseur.

Beaucoup de compresseurs gaz sont utilisés à la fois pour le transfert de liquide et la récupération vapeur. Une vanne 4 voies optionnelle est utilisée pour inverser le sens du flux dans le système, lorsque l'on passe du transfert de liquide à la récupération de vapeur. Des manomètres sont installés sur l'aspiration et le refoulement pour vérifier les pressions d'aspiration et de refoulement réelles.

Les compresseurs transférant des gaz contenant des condensants ou autres liquides doivent être protégés de toute intrusion de liquide qui peut mener à la destruction du compresseur.

Types de compresseurs :

- Motocompresseur.
- Mécanocompresseur
- Électrocompresseur

Le centre enfuteur de Oued-Aissi utilise l'électrocompresseur de marque Blackmer.

2.3 Le compresseur Blackmer

2.3.1 Définition du compresseur

Les compresseurs centrifuges transforment l'énergie de rotation en augmentation de pression du gaz. Ils comportent des organes fixes directeurs et une ou plusieurs zones à aubage, dans lesquelles le gaz est mis en vitesse, éventuellement en pression.

Les compresseurs centrifugens sont les plus utilisés dans l'industrie des pipelines en raison de leurs domaine d'application, de leur prix moins élevé, de leur souplesse d'exploitation et de leur bon rendement.

2.3.2 Les caractéristiques du compresseur Blackmer

les compresseurs Blackmer sont généralement montés soit sur un châsis en acier embouti, soit sur un châsis mécano sondé. l'un comme l'autre peuvent être placés sur un socle en béton, mais jamais à même le sol.

• **Les châssis :**

- l'épaisseur doit être au moins de 10mm.
- La hauteur ne devra pas dépasser 100mm.
- La largeur ne devra pas dépasser 660mm.

Le socle doit être plus grand que le châssis et de profondeur suffisante pour offrir un ancrage correct (minimum 200 à 250mm). Ne pas placer le compresseur sur une plaque supérieure non supportée, car elle va alors fléchir, engendrant des vibrations. Les compresseurs Blackmer doivent être installés dans des systèmes conçus par des ingénieurs qualifiés. L'installation doit être conforme à toutes les lois et réglementations applicables et être équipée d'alarmes pour tous les dangers potentiels. La température des tuyauteries de refoulement peut être élevée en utilisation (plus de 70°C).

Les compresseurs de procédé haute pression Blackmer garantissent une fourniture efficace et silencieuse de gaz ou d'air sans huile. Ils sont conçus pour un rendement et une fiabilité maximaux. Que ce soit pour le plus petit poste de remplissage de bouteilles ou le dépôt de stockage/poste de déchargement de Wagons-Citernes le plus gros et le plus sophistiqué. En général trois soupapes de réglage sont employées, aux quelles s'insère une unité de maintenance pour la préparation de l'air comprimé, afin de limiter la pression du système à 6 bars maximum, de dégager l'eau condensée et de nettoyer l'air du circuit des particules solides (rouilles et poussière). L'utilisation d'un compresseur avec un niveau d'huile non

compris entre les deux limites indiquées par la jauge peut provoquer des dégâts matériels importants et des blessures graves.

Il est recommandé d'utiliser le climatiseur de temps en temps sur une base régulière, afin de conserver le compresseur en bon état de marche.

2.4 Schéma simplifié du circuit de dépotage

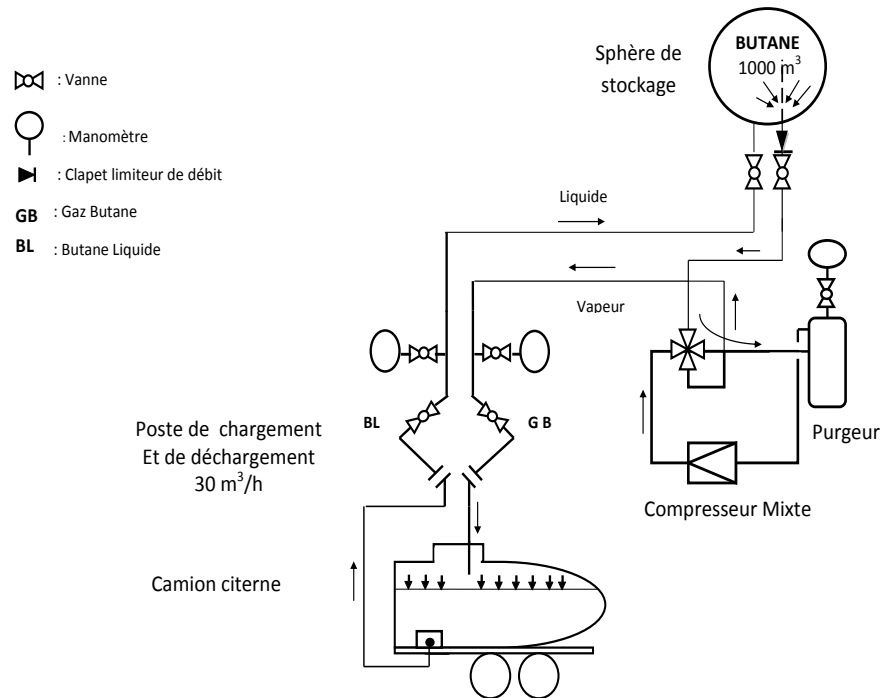


FIGURE 2.1 – Transfert de gaz liquéfié, Shéma de fonctionnement

2.5 Modélisation du phénomène physique

A l'échelle macroscopique, le dépotage de gaz se résume à du fluide circulant dans un circuit. Ce dernier est défini précédemment.

La modélisation du circuit de dépotage est effectuée dans ce qui suit à l'aide de la théorie des graphes et plus particulièrement des graphes de flots[4]. La terminologie utilisée dans le cas d'étude des réseaux, à savoir arc pour désigner un ouvrage et nœud pour désigner une de ses extrémités est retenue. Les nœuds du réseau marquent la liaison entre deux ouvrages : canalisations, stations de compression. Ils pourront également signaler un

point d'entrée ou de sortie du gaz du réseau ou un pôle d'une station d'interconnexion.

Les notations utilisées par la suite sont classiques en théorie des graphes. On désigne par V l'ensemble des nœuds du réseau. Un élément de V sera souvent noté par les lettres i ou j . L'ensemble des arcs du circuit sera noté E . C'est un sous-ensemble de $V \times V$.

Un arc est identifié par ces deux extrémités i et j . On a alors $(i; j) \in E$. Par convention, si $(i; j) \in E$ alors $(j; i) \in E$. Dans le cas de l'arc $(i; j)$ le nœud i sera appelé le nœud amont et le nœud j le nœud aval.

L'ensemble des canalisations sera ainsi noté E_p , et l'ensemble des stations de compression E_c . On a également la relation ensembliste : $E = E_p \cup E_c$.

2.5.1 Paramètres

Les paramètres du circuit définissent sa structure complète. Ils représentent les caractéristiques physique des différents ouvrages du circuit.

• Canalisations :

Au niveau topologique, les paramètres sont les emplacements des canalisations. Pour une canalisation $(i; j)$ sa longueur $l_{i;j}$, son diamètre $d_{i;j}$ et sa rugosité $\mu_{i;j}$ en sont également les paramètres spécifiques.

• Stations d'interconnexion :

Les caractéristiques des ouvrages des stations d'interconnexion sont aussi des paramètres du problème. Les limites en pratique sont :

- le débit minimal et maximal pouvant circuler dans une station de compression,
- les plages de pressions admissibles en amont et en aval de la station,
- le travail minimal et maximal de la station de compression,
- le taux maximal entre les pressions des nœuds amont i et aval j , appelé aussi ratio de compression, $\tau_{i;j}$.

On peut imaginer de modifier éventuellement un ou plusieurs de ces paramètres afin de tester un renfort sur une station de compression ou afin de simuler une panne.

• Entrées et sorties du circuit :

Au niveau contractuel, les paramètres du circuit sont les débits d'entrée et de sortie de gaz. Le volume de gaz qui entre ou qui sort du circuit au nœud i sera notée s_i . La

convention sera la suivante : si $s_i > 0$ alors le nœud i est un point d'approvisionnement, si $s_i < 0$; i est alors un point de livraison et si $s_i = 0$ il n'y a pas de mouvement de gaz avec l'extérieur du circuit en i . s_i se mesure en m^3/h .

2.5.2 Variables

Les variables d'un problème caractérisent son état. Les variables sont liées entre elles par les différentes contraintes du problème.

Pour une variable X , $\underline{X}$ désigne la borne inférieure et $\overline{X}$ la borne supérieure de cette variable.

• Débit du gaz :

Tout d'abord, le débit du gaz sur un arc $(i; j)$ est noté $Q_{i;j}$. Sa valeur représente la quantité de gaz qui circule sur cet arc et est exprimée en m^3/h .

La convention choisie relie le signe de $Q_{i;j}$ au sens du gaz. Si $Q_{i;j}$ est positif alors le gaz circule de i vers j , de j vers i sinon. Dès lors, la relation suivante s'applique $Q_{i;j} = -Q_{j;i}$. La variable $Q_{i;j}$ n'est pas bornée explicitement sur la majeure partie des ouvrages.

• Pression du gaz :

La pression du gaz en chaque nœud i du circuit est notée P_i . Elle est mesurée dans cette étude en bar. Pour des raisons de sécurité et de service, cette valeur est bornée.

$$0 < \underline{P_i} \leq P_i \leq \overline{P_i}, \quad \forall i \in V \quad (2.1)$$

• Station de compression :

Le travail d'un compresseur $(i; j)$ quantifié l'énergie apportée au gaz et est noté $W_{i;j}$. Il est borné selon les caractéristiques du compresseur et s'exprime en kWh.

$$0 < \underline{W_{i;j}} \leq W_{i;j} \leq \overline{W_{i;j}}, \quad \forall (i; j) \in E_c \quad (2.2)$$

Le débit, les pressions admises ainsi que le ratio de compression sont également limités.

$$0 < \underline{Q_{i;j}} \leq Q_{i;j} \leq \overline{Q_{i;j}}, \quad \forall (i; j) \in E_c \quad (2.3)$$

$$1 \leq \frac{P_j}{P_i} \leq \tau_{i;j}, \quad \forall (i; j) \in E_c \quad (2.4)$$

• **Pouvoir Calorifique du gaz :**

La capacité énergétique du gaz est appelée Pouvoir Calorifique Supérieur (PCS). Elle est notée $PCS_{i,j}$ pour le gaz circulant dans l'arc $(i; j)$.

Dans cette étude, on considèrera le gaz de même nature sur l'ensemble du circuit. Ainsi le PCS sera le même partout.

2.5.3 Bilan d'énergie, loi des nœuds

Au niveau d'un nœud du circuit, les quantités en entrées égalent celles sorties. Cela se traduit par l'égalité entre l'énergie apportée à un nœud et l'énergie sortante. L'énergie du gaz qui circule dans un arc correspond au produit du débit de gaz par sa capacité énergétique, i.e. son PCS.

La relation s'exprime alors :

$$\sum_{i,j \in E} PCS_{i,j} \cdot Q_{i,j} = s_i, \quad \forall i \in V \quad (2.5)$$

Dans ce travail, le gaz considéré est le Butane sur tout le circuit, son PCS est une constante quelque soit l'arc. L'équation ci-dessus se simplifie alors en :

$$\sum_{i,j \in E} Q_{i,j} = s_i, \quad \forall i \in V \quad (2.6)$$

2.5.4 Perte de charge

Lors de son transfert dans le circuit, le gaz subit des frottements avec les parois des canalisations. Cette friction associée aux phénomènes de turbulences fait perdre de la pression au gaz et est appelée perte de charge. C'est le phénomène le plus problématique du transport de gaz et de là provient une des difficultés du problème. En effet, sans la perte de pression induite par ce phénomène, le gaz circulerait très facilement dans n'importe quel circuit.

Avant de décrire la loi d'écoulement du gaz dans une canalisation, il faut rappeler quelques hypothèses simplificatrices :

-la section de la canalisation est parfaitement circulaire et constante sur la longueur de la canalisation ;

-l'écoulement est unidimensionnel, en régime permanent, isotherme et s'effectue à dénivellation nulle. À partir de ces hypothèses et en se référant à l'équation de Darcy-

Weinbach modifiée par GDF-SUEZ [2], on obtient pour une canalisation entre i et j ;

$$P_i^2 - P_j^2 = \frac{16.10^{13} \rho_a p_0}{10^5 \pi^2 z_0 t k_0} d_0 \cdot t k_0 \cdot Z_{i,j}^m \cdot \lambda_{i,j} \frac{l_{i,j}}{d_{i,j}^5} \cdot Q_{i,j} \cdot |Q_{i,j}| \quad (2.7)$$

où

$$Z_{i,j}^m = 1 + \frac{P_{i,j}^m}{1050} \left(\frac{PSC_{i,j}}{10} + d_0 - 1 \right) \left(\frac{4 \cdot (t k_m - t_0)}{100} - 3, 6 \right) \quad (2.8)$$

et

$$P_{i,j}^m = \frac{2}{3} \left(P_i + P_j - \frac{P_i \cdot P_j}{P_i + P_j} \right) \quad (2.9)$$

avec :

- $P_{i,j}^m$ la pression moyenne,
- $Z_{i,j}^m$ le facteur de compressibilité,
- $\rho_a \approx 29 \text{ kg/m}^3$ la masse volumique de l'air dans les condition normales,
- d_0 la densité du gaz par rapport à l'air,
- $t k_m$ la température moyenne du gaz dans la canalisation en degré Kelvin,
- $t_0 = 273,15 \text{ K}$,
- $p_0 = 1,01325 \text{ bar}$,
- $z_0 = 1$ le facteur de compressibilité standard,
- $\lambda_{i,j}$ le coefficient de perte de charge.

$\lambda_{i,j}$ se calcule à l'aide de la relation de Colebrook [5] suivante :

$$\lambda_{i,j} = \left[-2 \log \left(\frac{\mu_{i,j}}{3,7 d_{i,j}} + \frac{2,51}{R \sqrt{\lambda}} \right) \right]^2 \quad (2.10)$$

et R est le nombre de Reynolds caractérisant l'écoulement, elle reste applicable pour $R > 2300$ et $0 \leq \frac{\mu_{i,j}}{d_{i,j}} \leq 0,05$.

Le régime du gaz dans les canalisations est turbulent et hydrauliquement rugueux. $\lambda_{i,j}$ est ainsi considéré dans la suite uniquement dépendant du diamètre de la canalisation $d_{i,j}$ et de sa rugosité $\mu_{i,j}$.

Les variables $Z_{i,j}^m$ et $P_{i,j}^m$ induites par la perte de charge augmentent le nombres de contraintes non linéaires et donc la taille du problème. La température est identique sur l'ensemble du circuit. Dès lors $Z_{i,j}^m$ ne dépend plus que de $P_{i,j}^m$. Ainsi, $P_{i,j}^m$ est moyen sur l'ensemble du circuit noté $\tilde{P}_{i,j}^m = p_{i,j}^m$.

Soit $\alpha = \frac{16.10^{13} \rho_a P_0}{10^5 \pi^2 Z_0 \cdot T_0} d_0 \cdot T \cdot \lambda_{i,j}$, le phénomène de perte de charge devient alors :

$$P_i^2 - P_j^2 = \alpha \cdot Z_{i,j}^m \cdot \lambda_{i,j} \frac{l_{i,j}}{d_{i,j}^5} \cdot Q_{i,j} \cdot |Q_{i,j}| \quad (2.11)$$

Afin de simplifier les notations dans le reste du document ;

$C_{i,j}$ représentera la valeur $\alpha.Z_{i,j}^m.\lambda_{i,j}\frac{l_{i,j}}{d_{i,j}^5}$.

Cette équation est non linéaire. Sa convexité sera étudiée plus loin en (ce qui suit).

Dans le cas Où la valeur moyenne de $Z_{i,j}^m$, $\tilde{Z}_{i,j}^m$ est considéré, $\tilde{C}_{i,j}=c_{i,j}$ représentera la valeur moyenne $\alpha.\tilde{Z}_{i,j}^m.\lambda_{i,j}\frac{l_{i,j}}{d_{i,j}^5}$.

Le phénomène de perte de charge sera ainsi modélisé par l'équation :

$$P_i^2 - P_j^2 = c_{i,j}.Q_{i,j}.|Q_{i,j}| \quad (2.12)$$

L'ordre de grandeur de $c_{i,j}$, comme celui de $C_{i,j}$ varie de 10^{-10} à 10^{-15} .

Le coefficient $C_{i,j}$ dépend entre autres choses, de la pression en i, P_i et de la pression en j, P_j . Sa valeur varie en fonction des instances de tests et même au cours des itérations de résolution. Contrairement à $C_{i,j}$, $c_{i,j}$ ne dépend pas des pressions en amont et en aval de la canalisation.

un modèle utilisant $c_{i,j}$ sera dénommé constant car ce coefficient n'évolue pas au cours des itérations.

À l'inverse, le terme variable, sera alors employée pour nommer un modèle prenant en compte $C_{i,j}$ qui varie donc en fonction des valeurs de P_i et P_j .

2.5.5 Travail d'un compresseur

Les stations de compression sont le seul moyen de compenser la perte de pression induite par la perte de charge. La station de compression est un ouvrage complexe à modéliser. Comme indiqués dans [6], [3] et [7]. Dans tout ce travail, la station sera modélisée par un compresseur générique équivalent. Ce dernier possède les mêmes limites que la station qu'il simule. (2.13) et (2.14) décrivent le fonctionnement de ce compresseur.

Le travail, $W_{i,j}$ d'un compresseur situé entre i et j est modélisé par :

$$W_{i,j} = \gamma_1.Q_{i,j}.((\frac{P_j}{P_i})^{\gamma_2} - 1) \quad (2.13)$$

Les coefficients γ_1 et γ_2 sont des coefficients dépendant du type de compresseur et du type de gaz. Dans cette étude, ces deux paramètres sont considérés comme fixes sur tout le circuit car nous considérons des compresseurs génériques équivalents. Habituellement, ces valeurs sont de l'ordre de $\gamma_1=0,136$ $\gamma_2=0,236$. [11]

2.5.6 Taux de compression

Cette équation dans le cadre du compresseur générique traduit l'impossibilité matérielle de comprimer à l'infini le gaz. Ainsi on a :

$$1 \leq \frac{P_j}{P_i} \leq \tau_{i,j}, \quad \forall (i, j) \in E_c \quad (2.14)$$

Si le ratio $\frac{P_j}{P_i}$ vaut 1, la compression n'est pas nécessaire.

2.6 Modélisation du problème global

Le problème de transport du gaz dans le circuit se modélise alors par l'ensemble d'équations (2.15) lorsque le sens du gaz et les configurations des interconnexions sont connus.

$$\begin{aligned} & \max \sum_i P_i \\ s.c \quad & \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i,j \in E} Q_{i,j} = s_i, \quad \forall i \in V \\ P_i^2 - P_j^2 = c_{i,j} \cdot Q_{i,j} \cdot |Q_{i,j}|, \quad \forall (i, j) \in E_p \\ W_{i,j} = \gamma_1 \cdot Q_{i,j} \cdot \left(\left(\frac{P_j}{P_i} \right)^{\gamma_2} - 1 \right), \quad \forall (i, j) \in E_c \\ 1 \leq \frac{P_j}{P_i} \leq \tau_{i,j}, \quad \forall (i, j) \in E_c \\ O < \underline{P}_i \leq P_i \leq \overline{P}_i, \quad \forall i \in V \\ 0 < \underline{Q}_{i,j} \leq Q_{i,j} \leq \overline{Q}_{i,j}, \quad \forall (i, j) \in E_c \\ 0 < \underline{W}_{i,j} \leq W_{i,j} \leq \overline{W}_{i,j}, \quad \forall (i, j) \in E_c \end{array} \right. \quad (2.15) \end{aligned}$$

2.7 Propriétés mathématiques du modèle de dépotage de gaz

Différents critères sur la difficulté mathématique d'un problème de dépotage de gaz sont présentés ici. L'étude de la non convexité est faite. Le cadre est alors celui d'un

problème mathématique non linéaire et non convexe.

2.7.1 Non linéarité

La non linéarité du problème est assez évidente. En effet, entre la perte de charge (2.12) et (2.13) le travail du compresseur, plusieurs phénomènes sont modélisés de façon non linéaire.

2.7.2 étude de la convexité du problème

Convexité de la perte de charge :

En se plaçant dans le cas où le coefficient $c_{i,j}$ est constant.

Preuve 2.1 *L'équation de perte de charge de façon à étudier sa convexité étant posée, le hessien H associé à la perte de charge s'écrit alors :*

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2c_{i,j}\text{signe}(Q_{i,j}) \end{bmatrix}$$

La matrice du hessien est une matrice diagonale de valeurs propres : 2, -2, $-2c_{i,j}\text{signe}(Q_{i,j})$. Il y a une valeur propre positive et une autre négative, la fonction n'est ni convexe ni concave.

Convexité du travail d'un compresseur :

Preuve 2.2 *L'expression du travail décrite dans (2.13) est non linéaire.*

Soit $f(Q_{i,j}, p_i, p_j) = \gamma_1 \cdot Q_{i,j} \cdot ((\frac{p_j}{p_i})^{\gamma_2} - 1)$

Le hessien H associé s'écrit :

$$\begin{bmatrix} 0 & -\gamma_1 \gamma_2 (\frac{p_j^{\gamma_2}}{p_i^{\gamma_2+1}}) & \gamma_1 \gamma_2 (\frac{p_j^{\gamma_2-1}}{p_i^{\gamma_2}}) \\ -\gamma_1 \gamma_2 (\frac{p_j^{\gamma_2}}{p_i^{\gamma_2+1}}) & \gamma_1 \gamma_2 (\gamma_2 + 1) Q_{i,j} (\frac{p_j^{\gamma_2}}{p_i^{\gamma_2+2}}) & -\gamma_1 \gamma_2^2 Q_{i,j} (\frac{p_j^{\gamma_2-1}}{p_i^{\gamma_2+1}}) \\ \gamma_1 \gamma_2 (\frac{p_j^{\gamma_2-1}}{p_i^{\gamma_2}}) & -\gamma_1 \gamma_2^2 Q_{i,j} (\frac{p_j^{\gamma_2-1}}{p_i^{\gamma_2+1}}) & \gamma_1 \gamma_2 (\gamma_2 - 1) Q_{i,j} (\frac{p_j^{\gamma_2-2}}{p_i^{\gamma_2}}) \end{bmatrix}$$

Posons $\alpha = \gamma_1 \gamma_2 (\frac{p_j^{\gamma_2-2}}{p_i^{\gamma_2}}) > 0$, ce hessien se factorise alors en :

$$H = \alpha \begin{bmatrix} 0 & -(\frac{p_j^2}{p_i}) & P_j \\ -(\frac{p_j^2}{p_i}) & (\gamma_2 + 1)Q_{i,j}(\frac{p_j^2}{p_i^2}) & -\gamma_2 Q_{i,j}(\frac{p_j}{p_i}) \\ P_j & -\gamma_2 Q_{i,j}(\frac{p_j}{p_i}) & (\gamma_2 - 1)Q_{i,j} \end{bmatrix}$$

Le calcul du polynôme caractéristique permet de calculer ses valeurs propres

$$\det(H - xI_3) = \begin{vmatrix} -x & -\frac{p_j^2}{p_i} & P_j \\ -\frac{p_j^2}{p_i} & (\gamma_2 + 1)Q_{i,j}\frac{p_j^2}{p_i^2} - x & -\gamma_2 Q_{i,j}\frac{p_j}{p_i} \\ P_j & -\gamma_2 Q_{i,j}\frac{p_j}{p_i} & (\gamma_2 - 1)Q_{i,j} - x \end{vmatrix}$$

Le polynôme caractéristique est :

$$x(x^2 + \frac{-P_j^2\gamma_2 Q_{i,j} - P_j^2 Q_{i,j} - P_i^2\gamma_2 Q_{i,j} + P_i^2 Q_{i,j}}{P_i^2}x + \frac{-(P_j^4) - P_j^2 P_i^2 - P_j^2 Q_{i,j}^2}{P_i^2})$$

0 est valeur propre évidente. Les deux autres valeurs propres sont les racines du binôme suivant :

$$x^2 + \frac{-P_j^2\gamma_2 Q_{i,j} - P_j^2 Q_{i,j} - P_i^2\gamma_2 Q_{i,j} + P_i^2 Q_{i,j}}{P_i^2}x + \frac{-(P_j^4) - P_j^2 P_i^2 - P_j^2 Q_{i,j}^2}{P_i^2}$$

Le produit des racines $\frac{-(P_j^4) - P_j^2 P_i^2 - P_j^2 Q_{i,j}^2}{P_i^2}$ est strictement négatif. Les deux racines sont de signes différents, la fonction n'est donc ni convexe ni concave.

2.8 Fonction objectif

Un choix simple est de prendre l'objectif du problème global $f_i = f, \forall i \in [1; p]$. Il faut faire cependant attention à ce que f ait un sens pour tous les sous-problèmes.

Par exemple dans le problème suivant (2.16), la fonction objectif n'a aucun sens car le travail des compresseurs n'est pas encore défini :

$$\begin{aligned} & \min \sum_{A_c} W_{i,j} \\ s.c \{ & \sum_j Q_{i,j} = s_i \quad \forall i \in V \end{aligned} \quad (2.16)$$

Donc si on choisit pour tous les sous-problèmes, la même fonction objectif, il faut que celle-ci ait un impact sur la résolution. On sait que le bilan de matière et la perte de charge sont primordiaux et l'objectif commun à tous les sous-problèmes ne fera intervenir que le débit et la pression du gaz. Donc la fonction objectif adéquate pour notre problème mathématique est : Maximiser la pression sur le circuit

$$\max \sum_i P_i$$

Conclusion :

Dans ce chapitre, une modélisation des trois principaux phénomènes du dépotage de gaz a été présenté :

- Le bilan de matière,
- La perte de charge,
- La compression du gaz.

Les différentes contraintes de ce type de problème ont été explicitées. Il a été montré que certaines de ces contraintes sont non linéaires et non convexes. Le problème ainsi formulé est un problème non linéaire et non convexe. A l'heure actuelle, les différents solveurs affichent de bonnes performances sur ce type de problème. Par rapport aux solveurs linéaires, ces dernières sont néanmoins moindres. Ceci amènera plusieurs méthodes de résolution dans le chapitre suivant.

Chapitre 3

Méthodes de résolution

Résumé

Ce chapitre présente les outils de résolution utilisés dans le cadre de cette étude. Nous allons exposer la méthode de résolution adapté à notre modèle d'optimisation et les arguments qui ont conduit à ce choix.

Introduction :

La notion de complexité des problèmes est très importante, car si un problème est identifié comme facile, on connaît un algorithme fini et efficace pour le résoudre, par contre s'il est identifié comme étant un problème complexe il sera difficile de trouver un algorithme efficace pour le résoudre, il est alors justifié de se contenter d'exigences plus limitées : résolution approchée du problème posé, résolution d'un problème voisin plus simple.

L'exécution des méthodes dites exactes (programmation dynamique, séparation et évaluation) pour la résolution des problèmes NP-Difficiles risque de prendre un temps de calcul considérable, notamment si la taille du problème est très grande.

Afin d'éviter ce genre de situation, on se contente souvent d'une solution dite approchée donnée par certaines méthodes appelées "méthodes approchées" ou "heuristiques", et dont la valeur de la fonction objectif correspondante se rapproche de celle de la solution exacte.

3.1 Méthodes de résolution des problèmes avec contraintes

3.1.1 La dualité lagrangienne

Définition 3.1 Soit le problème(P)

$$\begin{cases} \min f(x) \\ g_i(x) \leq 0 & i = 1 \dots m \\ h_j(x) = 0 & j = 1 \dots p \\ x \in \mathbb{R}^n \end{cases}$$

On définit le lagrangien associé à (P) par

$$L(x, \lambda, \mu) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(x) + \sum_{j=1}^l \mu_j h_j(x)$$

Avec $x \in \mathbb{R}^n, \lambda \in \mathbb{R}^m_+, \mu \in \mathbb{R}^p$

Remarque 3.1 Le lagrangien permet de construire une structure de dualité en programmation mathématique.

3.1.2 Utilisation des méthodes lagrangiennes dans le cas non convexe

Il est important de remarquer que l'intérêt des méthodes lagrangiennes ne se limite pas au cas des problèmes convexes. Dans le cas non convexe (ou les fonctions f et g_i ne sont pas convexes) la fonction de Lagrange $L(x, \lambda) = f(x) + \lambda g(x)$ n'est pas convexe en x pour λ donné. Il est donc souvent difficile d'obtenir le minimum absolu en x de $L(x, \lambda)$, et l'on doit alors se contenter d'un minimum local $\bar{x}$.

3.1.3 Théorème de KKT

• Condition nécessaire du premier ordre :

Théorème 1 *On suppose que f et les $g_i \in C^1$; et X^* min local régulier pour le problème (P),*

tel que :

$$\begin{cases} \nabla f(X^*) + \sum_{i=1}^m \lambda_i^* \nabla g_i(X^*) = 0 \\ \lambda_i g_i(X^*) = 0; i = 1, n \end{cases}$$

et On résout le système .

• Condition nécessaire du deuxième ordre :

Théorème 2 *Soient $F, g_i (i = 1, \dots, m)$ et $h_j (j = 1, \dots, p)$ de classe C^2 .*

X^ minimum local régulier alors :*

1. *La condition nécessaire du premier ordre (KKT)*
2. *$H_x L(x^*, \lambda^*, \mu^*)$ est semi définie positive sur $\overline{T_E(x^*)}$:*

$$\overline{T_E(x^*)} = \{d \in R^n / JG_E(x^*)d = 0, JH(x^*)d = 0\}$$

3.2 Généralités sur les heuristiques et les méthodes arborescentes (Branch and Bound)

3.2.1 Les heuristiques

Pour rappel, les heuristiques sont des règles empiriques qui, à la différence des algorithmes, se basent non pas sur des analyses scientifiques parfois trop complexes (car nécessitant la définition et l'assignation de nombreux éléments), mais ces règles utilisent

les résultats passés afin d'optimiser leurs recherches futures d'abord les cas les plus plausibles.

par définition, les heuristiques disposent d'une simplicité et donc d'une rapidité dans leurs exécution plus élevées que les algorithmes classiques. Ces règles s'appliquant à un ensemble particulier, la recherche des faits se voit simplifiée et accélérés (moins de possibilités). D'où une analyse des situations améliorés. Une heuristique est donc, une technique qui améliore l'efficacité d'un processus de recherche, mais en sacrifiant éventuellement l'exactitude ou l'optimalité de la solution. Mais il est important de noter qu'un bon algorithme approximatif donnant une bonne solution approchés peut être utilisés pour initialiser un algorithme exact (Branch and Bound par exemple).

L'heuristique est bien une recherche guidées par des astuces qui dépendent du problème traité.

On demande en général à une heuristique de conduire rapidement (efficacement) à une bonne solution. Mais si on ne veut pas rester dans la vague, on se heurte à une première difficulté : comment dire des choses précises sur des être de nature approximative. À cette difficulté (qui explique probablement le caractère récent de l'étude systématique des heuristique et la pauvreté des résultats dans ce domaine) s'en ajoutent trois autres :

- Certaines heuristiques sont polyvalentes (elles donnent d'assez bons résultats pour une large gamme de problèmes) alors que d'autres sont spécifiques à chaque type de problème.
- Traditionnellement, l'inventeur d'un algorithme approximatif se contente d'illustrer les performances de son heuristique sur quelques exemples, cette manière de faire présente des inconvénients évidents. Si l'algorithme en question est utilisé avec un jeu de données différent, on n'a aucune idée de la qualité de solution qui pourra en sortir.
- Une méthode heuristique trop simplifiée ou au contraire générale peut conduire à des biais cognitifs, générant des erreurs de décision.

3.2.2 Branch and Bound

Les problèmes n'utilisant que des variables de type booléen (pour des décisions par exemple) sont nombreux (des problèmes d'affectation, de transport, de transbordement..) et font partie d'un domaine particulier appelé optimisation combinatoire. Il est important savoir que ces derniers sont nettement plus complexes à résoudre que les problèmes linéaires à variables continues. En plus des difficultés liées aux problèmes en variables entières en particulier les problèmes en $\{0,1\}$, ou mixtes, la principale difficulté de ces problèmes réside dans le grand nombre de variables nécessaires pour modéliser des si-

tuations réelles.

Les méthodes arborescentes sont des méthodes exactes d'optimisation qui pratiquent une énumération intelligente de l'ensemble des solutions. Elles partagent l'espace des solutions en sous ensembles de plus en plus petit, la plupart étant éliminées par des calculs des bornes avant d'être construit explicitement.

Soit un problème d'optimisation combinatoire (POC) défini par un ensemble S de solutions et soit F une fonction économique (fonction objectif) de S dans $\mathbb{R}$. On peut inventer pour un tel problème plusieurs méthodes arborescentes. Toutes auront, cependant, trois composantes communes :

- Une règle de séparation des solutions.
- Une fonction d'évaluation.
- Une stratégie d'exploration.

3.3 Résolution de problèmes d'optimisation non linéaires (NLP)

Dans le cas de problèmes non linéaires, plusieurs méthodes de résolution peuvent être employées. La plus répandue est celle des points intérieurs, appelée également méthode des barrières [9]. Elle provient de l'algorithme de Karmarkar[10]. L'idée est d'améliorer la valeur de la fonction objectif tout en essayant de s'éloigner des frontières du domaine de faisabilité.

Une autre méthode consiste à utiliser la programmation séquentielle quadratique (SQP). Cette dernière remplace le problème global non linéaire par une suite de sous-problèmes quadratiques. Plusieurs solveurs existent pour ces deux types de problèmes. Afin de s'assurer de choisir le meilleur modèle, il est intéressant de regarder les différents solveurs proposés.

Chapitre 4

Choix de la méthode

Résumé

Vu qu'on est en présence d'un problème non linéaire assez complexe, nous proposons d'utiliser le solveur lingo pour la résolution de ce problème.

4.1 Introduction sur le logiciel LINGO

LINGO est un outil complet conçu pour formuler rapidement, facilement et efficacement les problèmes d'optimisation de modèles linéaires, non linéaires, quadratiques, de cônes du second degré et stochastiques. LINGO met à notre disposition : un langage puissant et un environnement complet pour construire et éditer nos modèles, le tout complété d'un jeu de solveurs ultra-performants.

LINGO nous fait gagner un temps précieux dans nos phases de développement : en effet, il nous permet de formuler rapidement et facilement nos problèmes d'optimisation linéaire, non-linéaire ou en nombres entiers. Grâce à ses outils de modélisation, nos modèles sont exprimés de manière transparente à l'aide de sommes et de variables indicées. La méthode ne diffère guère de la méthode traditionnelle avec crayon et papier, mais nos modèles seront plus faciles à réutiliser et à mettre à jour.

Il est livré avec un jeu de solveurs pour l'optimisation linéaire, non-linéaire (convexe ou non convexe), quadratique, sous contraintes, et en nombre entier. nous n'avons même pas à nous préoccuper du choix du solveur : en effet, LINGO interprète lui-même nos formulations et sélectionne automatiquement le solveur adapté à chaque problème.

4.2 Résolution du problème mathématique

Le problème mathématique qui donne une solution est :

$$\max \sum_i P_i$$

$$s.c \left\{ \begin{array}{ll} P_i^2 - P_j^2 = c_{i,j} \cdot Q_{i,j} \cdot |Q_{i,j}|, & \forall (i,j) \in E_p \\ W_{i,j} = \gamma_1 \cdot Q_{i,j} \cdot \left(\left(\frac{P_j}{P_i} \right)^{\gamma_2} - 1 \right), & \forall (i,j) \in E_c \\ 0 < \underline{P}_i \leq P_i \leq \overline{P}_i, & \forall i \in V \end{array} \right. \quad (2.15)$$

4.2.1 Environnement de LINGO (version 8.0)

Après l'avoir installer, pour démarrer LINGO, on clique sur l'icône suivante :



FIGURE 4.1 – Icône LINGO

Lors de son lancement, une nouvelle page est systématiquement créée.

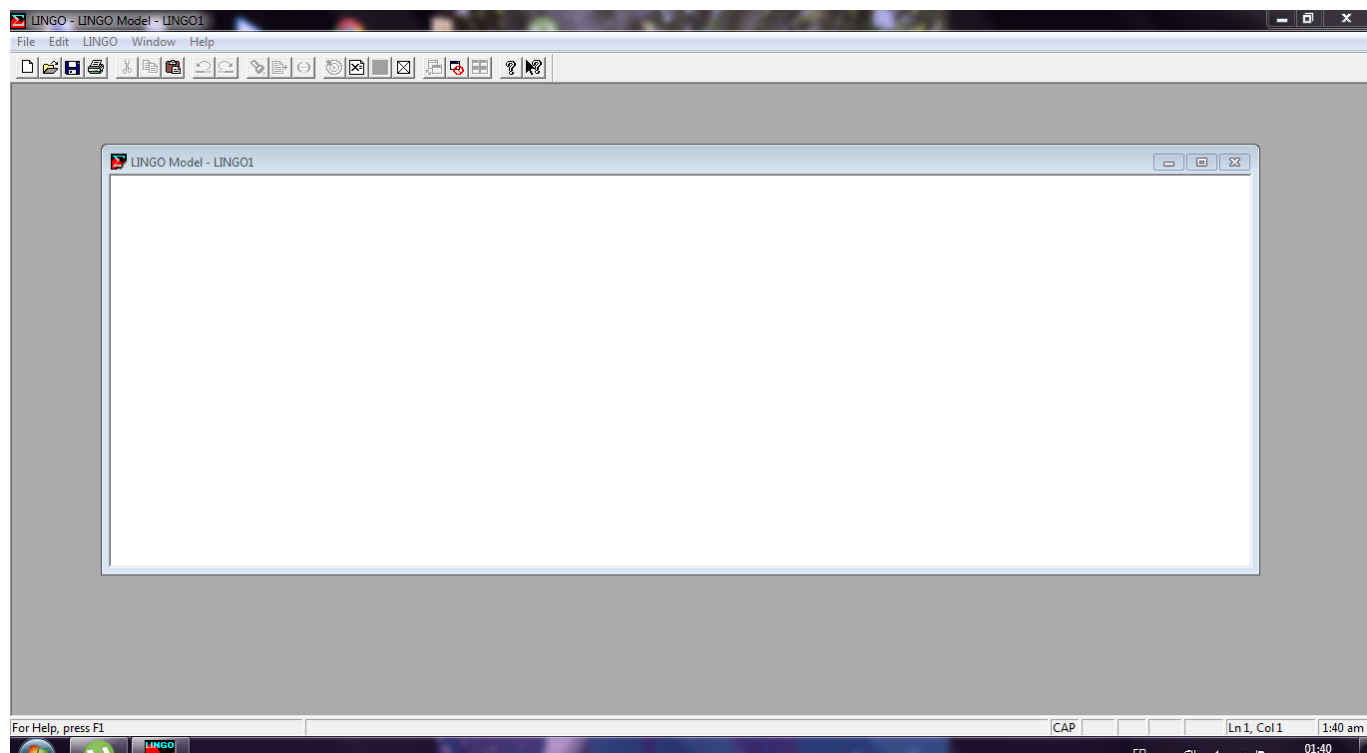


FIGURE 4.2 – Fenêtre LINGO

4.2.2 Simulation du modèle mathématique

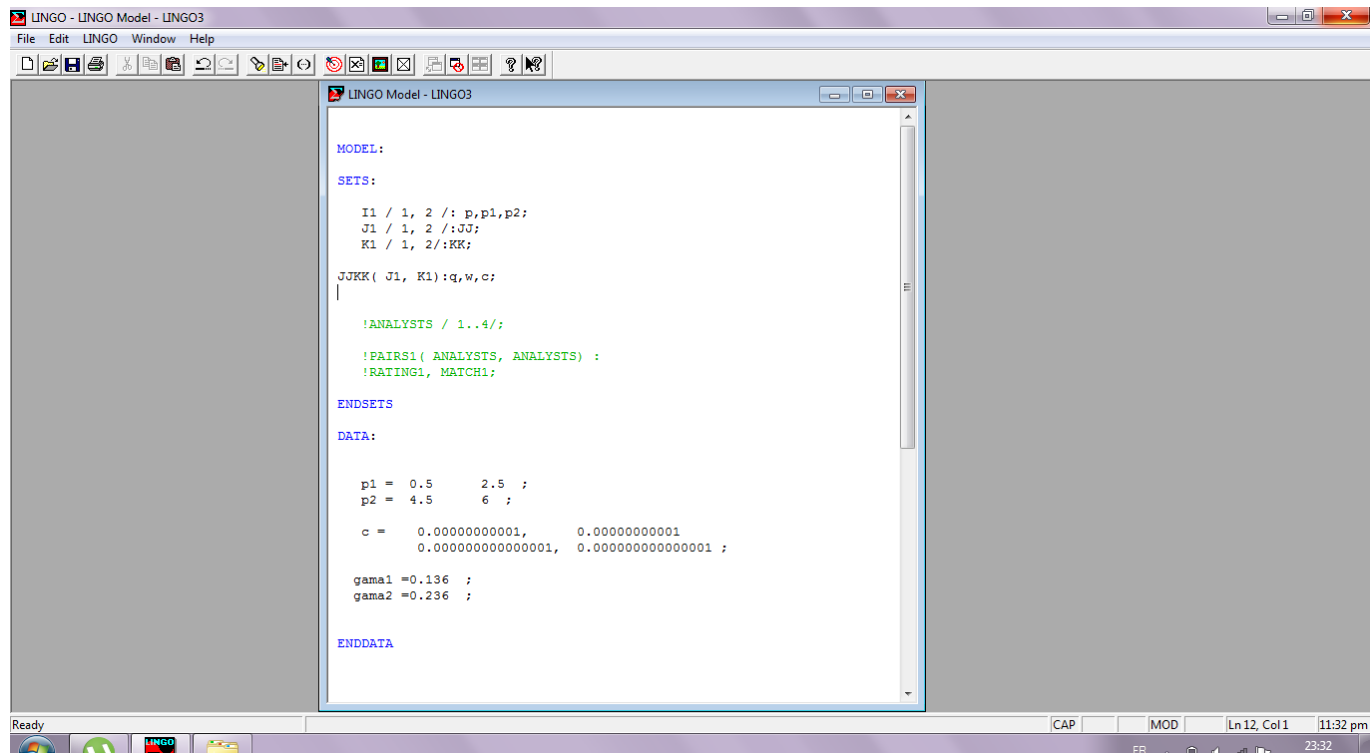


FIGURE 4.3 – Simulation du modèle

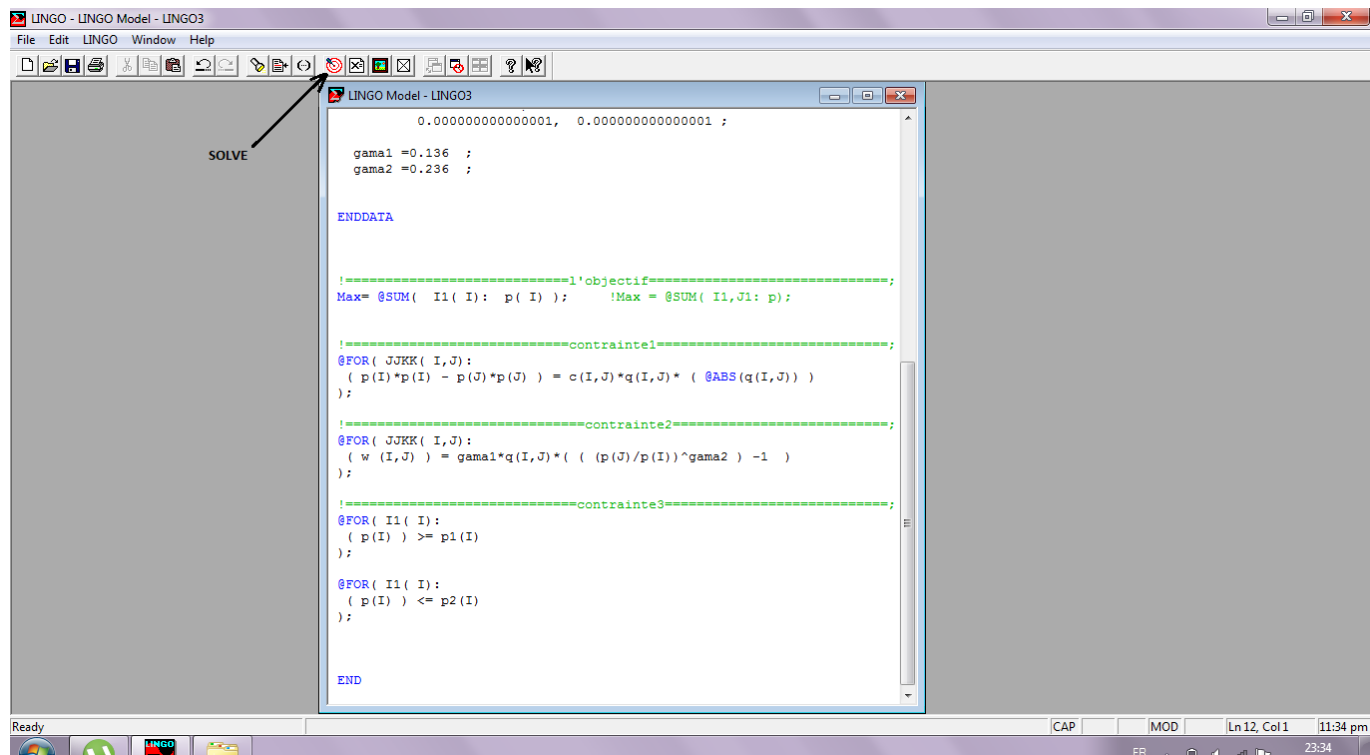


FIGURE 4.4 – Le problème mathématique sur LINGO

Une fois le modèle a été entré dans la fenêtre LINGO, le modèle peut être résolu en cliquant sur le bouton Résoudre dans la barre d'outils (solve), ou en utilisant le raccourci clavier Ctrl +. LINGO vous informera de toutes les erreurs qu'il a rencontrées. La meilleure façon d'obtenir des informations sur ces erreurs est de consulter la section Messages d'erreur dans le tutoriel propriétaire du logiciel.

Si aucune des erreurs sont détectées, la fenêtre d'état LINGO Solver apparaît :

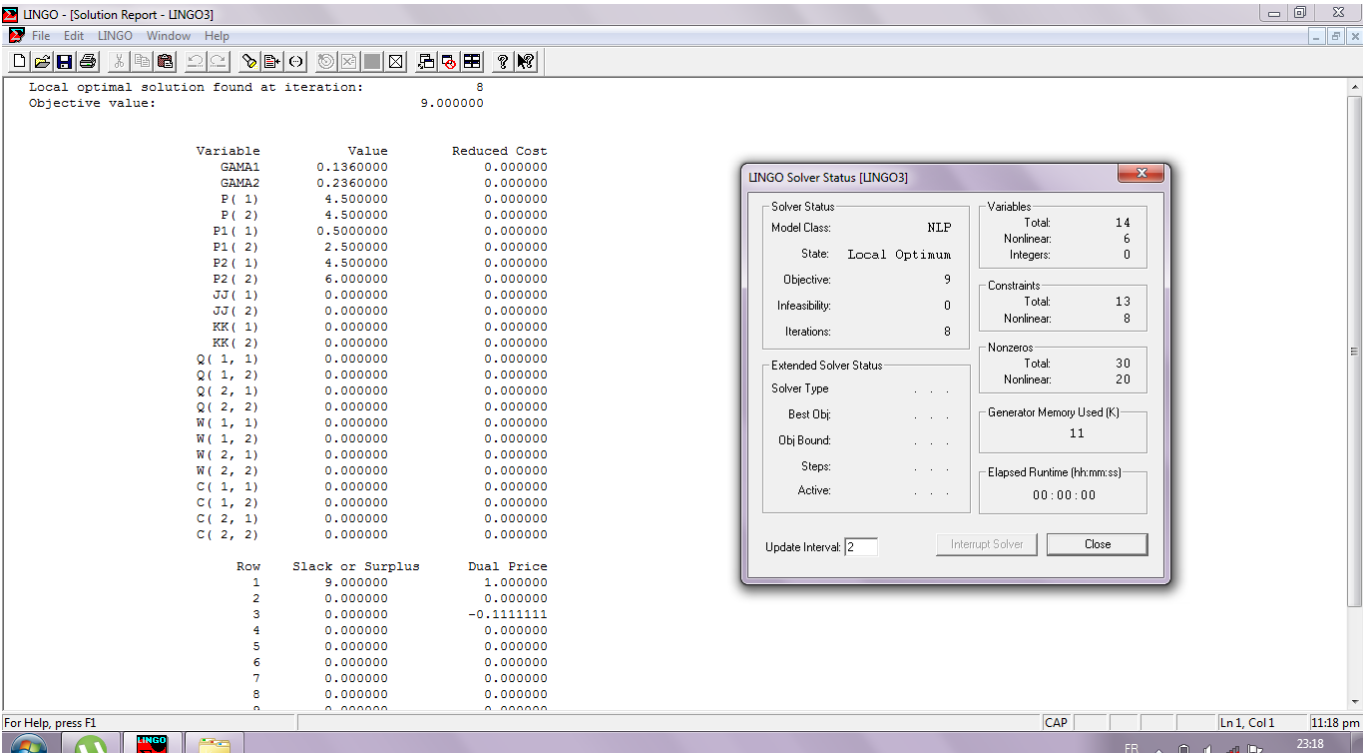


FIGURE 4.5 – La solution du problème mathématique

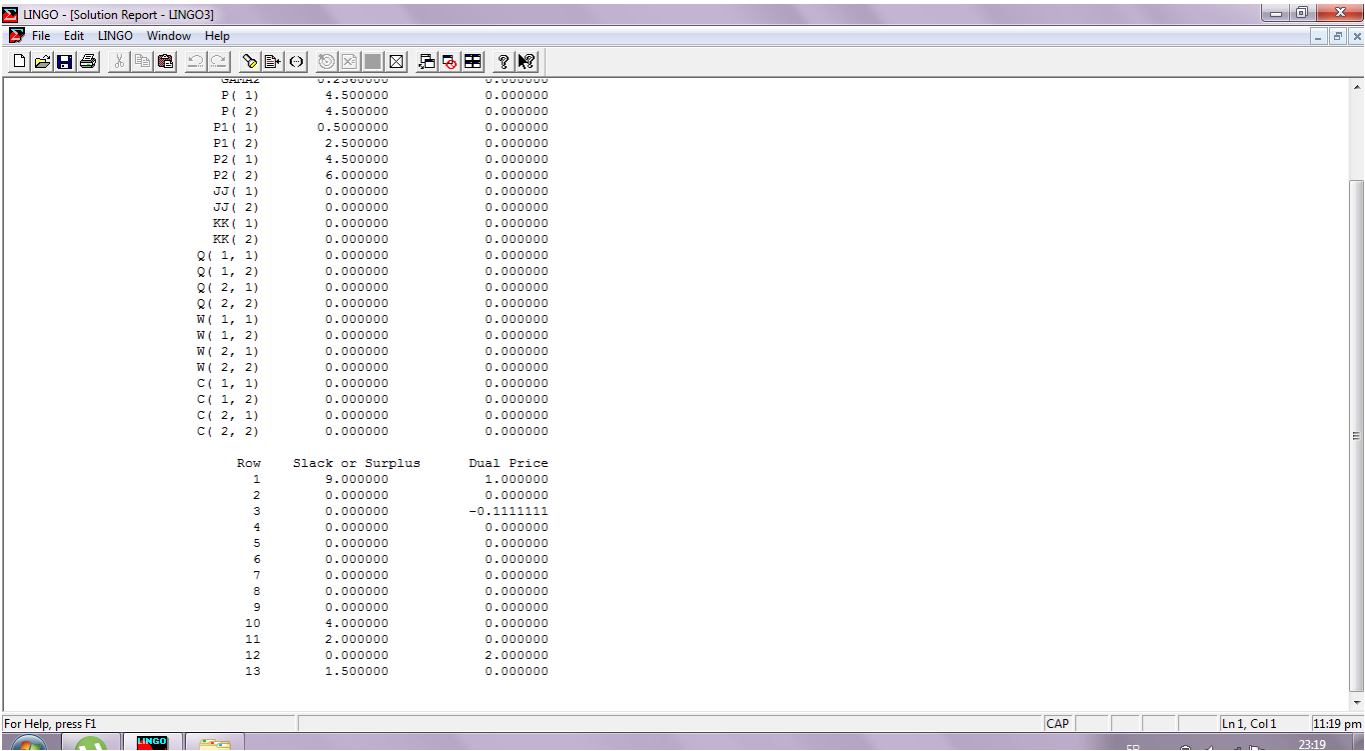


FIGURE 4.6 – La suite de la solution

Cette fenêtre fournit des informations sur le nombre de non-linéaire, entier, et les variables totaux dans le modèle ; le nombre total de non-linéaire et les contraintes utilisées dans le modèle ; et le nombre de coefficients variables non nulles et non linéaires totales utilisés. La boîte de dialogue Etat Solver dans cette fenêtre détaille le classement du modèle (LP, QP, ILP, IQP, PNL, etc.), l'état de la solution actuelle (locale ou optimum global, faisable ou non, etc.), la valeur de la fonction objectif, la infaisabilité du modèle (les contraintes de quantité sont violés), et le nombre d'itérations nécessaire pour résoudre le modèle.

Conclusion et Perspectives

Le but de cette étude est de mettre en équations mathématique le phénomène de dépotage du gaz butane phase gazeuse au niveau du centre enfûteur de Oued-Aissi, afin de minimiser la perte de charge induite lors de son transfert de la sphère au camion-citerne par canalisation, et ce en maximisant les pressions.

La mise en équation des phénomènes physiques qui se produisent lors du dépotage nous mènent à avoir un modèle mathématique non linéaire et non convexe.

Pour atteindre nos objectifs, nous avons utilisé une heuristique à savoir le logiciel LINGO qui nous a permis de trouver une solution optimale locale.

Les résultats obtenus dans ce travail se résument comme suit :

- **La solution optimale locale est trouvée en 8 itérations.**
- **la valeur de l'objectif est : 9.**

Cette valeur objectif nous a permis de minimiser la perte de charge mais pas de l'annuler, pour cela on va proposer des méthodes afin d'y remédier :

- Augmenter le diamètre des canalisations.
- Changer la matière de la tuyauterie afin de minimiser la rugosité.
- Augmenter l'angle des coudes des canalisations afin de réduire les frottements du gaz avec ses parois.

Ce présent travail nous a permis : d'acquérir un bon nombre de connaissances, théorique et pratique, ainsi que leurs consolidation via la rude épreuve pratique à la quelle nous étions confronté.

Bibliographie

- [1] Dan Gugenheim, *Thèse doctorat : Modélisation et Optimisation d'un réseau de transport de gaz*, Université toulouse 2011.
- [2] Bass, P., Bavuz, G., Boudier, T., Breffy, E., Gauthier, P., Hervé, J.-P., Hugues, L., Renar, L., Velard, F., and Verdure, C. Le Vade-Mecum des Etudes. Technical report, Gaz de France, 1984.
- [3] Abbaspour, M., Chapman, K. S., and Krishnaswami, P. Nonisothermal compressor station optimization, *Journal of Energy Resources Technology-Transactions of the ASME*, 127(2) :131-141, 2005
- [4] Diestel, R. *Graph Theory. Springer-Verlag Berlin and Heidelberg*, 2006
- [5] Joulié, R. *Mécanique des fluides appliquée.*, Elipses 338, 1998
- [6] SIMONE Research Group. Solutions For Simulation And Optimisation In The Gas Industry. URL <http://www.simone.eu>.
- [7] Villalobos, Y. and Ríos-mercado. *Approximating the Fuel Consumption Function on Natural Gas Centrifugal Compressors*, graduate program in systems Engineering, Université de Nuevo León, 2002
- [8] Groupe GDF-SUEZ, Production, Transport et Distribution du gaz, en France.
- [9] Wright, M. H. The interior-point revolution in optimization : history, recent developments, and lasting consequences. *Bull. Amer. Math. Soc. (N.S)*, 42 :39-56, 2005.
- [10] Karmarkar, N. A New Polynomial Time Algorithm for Linear Programming. *Combinatorica*, 4 :373-395, 1984. Interior point.
- [11] André, J. *Optimization of investments in gas networks*. Ph.D. thesis, Université Lille Nord de France, 2010.
- [12] District GPL, Thala Athmane et Centre Emfûteur Oued Aissi, NAFTAL.