

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou  
Faculté de génie de construction  
Département de génie mécanique



## MÉMOIRE DE FIN D'ÉTUDES

EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLÔME MASTER EN GENIE MECANIQUE  
OPTION : CONSTRUCTION MECANIQUE

### THEME

**Détection d'endommagement dans des poutres  
par des mesures de vibrations-optimisation**

Encadré par :

Mr. SLIMANI MOHAND

Réalisé par :

HALICHE AMMAR

2020/2021

# *Remerciement*

Je remercie tout d'abord le bon Dieu.

Je tiens à présenter mes remerciements les plus sincères et ma gratitude à mon encadreur Mr SLIMANI MOHAND, qui m'a soutenu tout le long de mon travail avec ses précieux conseils et sa disponibilité.

Un grand merci pour les meilleurs des parents, mon père et ma mère qui ont su me donner la volonté nécessaire pour avancer dans mes travaux et qui ont fait de moi l'homme que je suis aujourd'hui. Que DIEU t'accueille dans son vaste paradis mon cher père.

J'adresse ma gratitude et mes remerciements les plus profonds à toutes personnes ayant œuvré de près ou de loin à la réussite de mon mémoire de fin d'étude.

# *Dédicaces*

- Je dédie ce travail à mon cher père et ma chère mère qui m'ont entouré d'amour, d'affection, de soutien tout au long de ma vie, je leur dois tout, je prie le bon DIEU pour me garder ma mère et pour donner une place à mon père dans son vaste paradis.
- A toute ma famille
- A tous mes amis et toutes les personnes qui m'ont soutenu durant ce travail.

## Table des matières

Introduction générale.....	1
I. Chapitre 1 : Recherches bibliographiques.....	3
I.1 Introduction .....	3
I.2 Vibration des structures mécaniques.....	3
I.3 L'endommagement des structures.....	4
I.4 La détection des endommagements.....	4
I.5 Classification des méthodes de détection des endommagements .....	5
I.6 Les méthodes fréquentielles de détection des endommagements .....	5
I.6.1 Méthode de changement des antirésonances.....	5
I.6.2 Méthode des contours de fréquence .....	7
I.6.3 Méthode basée sur les formes de mode et changement de la position des nœuds	8
I.6.4 Méthode basée sur le changement des fréquences naturelles .....	9
I.6.5 Méthode basée sur le temps de fréquence (TIME-FREQUENCY) .....	12
I.6.6 Méthode basée sur la Transformée de Hilbert Huang et le réseau de neurones artificiels.....	13
I.7 Conclusion.....	16
II. Chapitre 2 : La méthode des éléments fini et la dynamique des structures.....	17
II.1 Méthode des éléments finis .....	17
II.1.1 Introduction .....	17
II.1.2 Définition .....	17
II.1.3 Rappels sur les éléments fini.....	18
II.1.4 Les matrices de raideur .....	22
II.2 Dynamique des structures .....	41
II.2.1 Introduction .....	41
II.2.2 Définition .....	41
II.2.3 Rappel sur la dynamique des structures .....	41
II.2.4 Les matrices de masse .....	49
III. Chapitre 3 : Méthode d'identification d'endommagement basée sur les courbures modales.....	54
III.1 Introduction .....	54
III.2 Méthode de détection d'endommagement basée sur les courbures modales .....	54
III.2.1 Indicateur d'endommagement de la forme des modes.....	54
III.2.2 Indicateur d'endommagements de la forme des pentes modales (Mode Shape Slope (MSS) damage index) .....	55
III.2.3 Indicateurs d'endommagements de la forme des courbures modales (FCM) ....	56

## *Table des matières*

---

III.3	Application et résultats.....	58
III.4	Conclusion.....	66
IV.	Chapitre 4 : Méthodes d'optimisation avec résultats et discussion.....	67
IV.1	Introduction .....	67
IV.2	Méthode d'optimisation CFA.....	67
IV.2.1	Introduction sur la méthode d'optimisation CFA .....	67
IV.2.2	L'optimiseur CFA .....	68
IV.2.3	CFA POUR RÉSOUDRE LES PROBLÈMES ELD.....	77
IV.3	Méthode d'optimisation TFWO .....	82
IV.3.1	Introduction sur la méthode d'optimisation TFWO.....	82
IV.3.2	Flux turbulent d'optimisation à base d'eau (TFWO) .....	82
IV.4	Résultats et discussion.....	90
IV.4.1	Première structure (Poutre 1) .....	91
IV.4.2	Deuxième structure (Poutre 2) .....	104
IV.5	Conclusion.....	116
	Conclusion générale .....	117
	Références .....	119
	Résumé .....	124
	Abstract .....	124

### Liste des figures

Figure II-1:exemple de discrétisation de deux structures. (a) : discrétisation en éléments fini triangulaire, (b) : discrétisation en éléments fini rectangulaire .....	18
Figure II-2:a : solide, b : modèle en élément fini .....	19
Figure II-3:fonction de forme d'un élément barre .....	20
Figure II-4:élément barre dans l'espace.....	24
Figure II-5:sollicitation d'une poutre par des charges transversales.....	27
Figure II-6:déformation d'une poutre dans le plan (xy) .....	28
Figure II-7:(1) Élément avec 12 degrés de liberté ;(2) Déplacements axiaux ; (3) Déplacements de torsion ; (4) Déplacements de flexion sur le plan xy ; (5) Déplacements de flexion sur le plan xz. ....	30
Figure II-8:élément portique triangulaire .....	32
Figure II-9:les degrés de liberté d'un élément portique tridimensionnel.....	35
Figure II-10:système de coordonnées globales et locales. (1) : l'axe $\bar{z}$ est parallèle à XZ, (2): y et z ne coïncident pas avec $\bar{y}$ et $\bar{z}$ .....	37
Figure II-11:système vibratoire a un degré de liberté .....	42
Figure II-12:a) et b) sont deux exemples de système a deux degrés de liberté.....	42
Figure II-13: L'expression de l'équation du mouvement selon Newton ne fait intervenir que les forces externes agissant sur la masse (a). Une formulation alternative selon le principe de d'Alembert consiste à ajouter la force d'inertie pour exprimer un équilibre(b). ....	42
Figure II-14:différents types de chargement possible .....	44
Figure II-15:système vibratoire à un degré de liberté .....	44
Figure II-16:système forcé à un degré de liberté.....	47
Figure II-17:élément treillis dans l'espace.....	49
Figure III-1:indicateur NCDF pour le premier scénario d'endommagement de la poutre 1 ....	60
Figure III-2:indicateur NCDF pour le deuxième scénario d'endommagement de la poutre 1 .	61
Figure III-3:indicateur NCDF pour le troisième scénario d'endommagement de la poutre 1 ..	62
Figure III-4:indicateur NCDF pour le premier scénario d'endommagement de la poutre 2 ....	63
Figure III-5:indicateur NCDF pour le deuxième scénario d'endommagement de la poutre 2 .	64
Figure III-6:indicateur NCDF pour le troisième scénario d'endommagement de la poutre 2 ..	65
Figure IV-1: (a) : force de répulsion électrique pour deux charges ayant le même signe. (b) : force d'attraction électrique pour deux charges ayant des signes opposés. ....	69
Figure IV-2:L'ème objet composé de charges électriques positives et négatives.....	71
Figure IV-3:L'application de la phase d'ionisation probabiliste pour la charge électrique .....	71
Figure IV-4:L'application de la phase de contact probabiliste pour les objets.....	72
Figure IV-5:Un exemple de charge et de décharge de $r_{max}$ et $a_{max}$ basé sur $\theta$ .....	74
Figure IV-6:Organigramme de l'opération d'optimisation du CFA .....	75
Figure IV-7:L'organigramme de la procédure de gestion des contraintes du CFA pour les problèmes ELD .....	81
Figure IV-8:Génération de plusieurs bains à remous avec différentes formes et forces dans la nature .....	83
Figure IV-9:Le modèle de bain à remous proposé à des fins d'optimisation .....	84
Figure IV-10:Les différents types de forces dans un bain à remous .....	87
Figure IV-11:Organigramme de l'algorithme d'optimisation TFWO proposé .....	89

## Liste des figures

---

Figure IV-12:taux d'endommagement de la poutre 1 pour le premier scenario avec les deux méthodes (PP=1000, IT=500) .....	91
Figure IV-13:taux d'endommagement de la poutre 1 pour le premier scenario avec les deux méthodes (PP=500, IT=1000) .....	92
Figure IV-14:meilleurs résultats du taux d'endommagement de la poutre 1 avec le premier scenario et les deux méthodes pour les deux cas de variation de PP et IT.....	92
Figure IV-15:fitness de la poutre 1 pour le premier scenario avec les deux méthodes (PP=1000, IT=500).....	93
Figure IV-16:fitness de la poutre 1 pour le premier scenario avec les deux méthodes (PP=500, IT=1000).....	93
Figure IV-17:taux d'endommagement de la poutre 1 pour le deuxième scenario avec les deux méthodes (PP=1000, IT=500) .....	95
Figure IV-18:taux d'endommagement de la poutre 1 pour le deuxième scenario avec les deux méthodes (PP=500, IT=1000) .....	96
Figure IV-19:meilleurs résultats du taux d'endommagement de la poutre 1 avec le deuxième scenario et les deux méthodes pour les deux cas de variation de PP et IT.....	96
Figure IV-20:fitness de la poutre 1 pour le deuxième scenario avec les deux méthodes (PP=1000, IT=500).....	97
Figure IV-21:fitness de la poutre 1 pour le deuxième scenario avec les deux méthodes (PP=500, IT=1000).....	97
Figure IV-22:taux d'endommagement de la poutre 1 pour le troisième scenario avec les deux méthodes (PP=1000, IT=500) .....	99
Figure IV-23:taux d'endommagement de la poutre 1 pour le troisième scenario avec les deux méthodes (PP=500, IT=1000) .....	100
Figure IV-24:meilleurs résultats du taux d'endommagement de la poutre 1 avec le troisième scenario et les deux méthodes pour les deux cas de variation de PP et IT.....	100
Figure IV-25:fitness de la poutre 1 pour le troisième scenario avec les deux méthodes (PP=1000, IT=500).....	101
Figure IV-26:fitness de la poutre 1 pour le troisième scenario avec les deux méthodes (PP=500, IT=1000).....	101
Figure IV-27:taux d'endommagement de la poutre 2 pour le premier scenario avec les deux méthodes (PP=1000, IT=500) .....	104
Figure IV-28:taux d'endommagement de la poutre 2 pour le premier scenario avec les deux méthodes (PP=500, IT=1000) .....	104
Figure IV-29:meilleurs résultats du taux d'endommagement de la poutre 2 avec le premier scenario et les deux méthodes pour les deux cas de variation de PP et IT.....	105
Figure IV-30:fitness de la poutre 2 pour le premier scenario avec les deux méthodes (PP=1000, IT=500).....	105
Figure IV-31:fitness de la poutre 2 pour le premier scenario avec les deux méthodes (PP=500, IT=1000).....	106
Figure IV-32:taux d'endommagement de la poutre 2 pour le deuxième scenario avec les deux méthodes (PP=1000, IT=500) .....	108
Figure IV-33:taux d'endommagement de la poutre 2 pour le deuxième scenario avec les deux méthodes (PP=500, IT=1000) .....	108
Figure IV-34:meilleurs résultats du taux d'endommagement de la poutre 2 avec le deuxième scenario et les deux méthodes pour les deux cas de variation de PP et IT.....	109
Figure IV-35:fitness de la poutre 2 pour le deuxième scenario avec les deux méthodes (PP=1000, IT=500).....	109

## *Liste des figures*

---

Figure IV-36:fitness de la poutre 2 pour le deuxième scenario avec les deux méthodes (PP=500, IT=1000).....	110
Figure IV-37:taux d'endommagement de la poutre 2 pour le troisième scenario avec les deux méthodes (PP=1000, IT=500) .....	111
Figure IV-38:taux d'endommagement de la poutre 2 pour le troisième scenario avec les deux méthodes (PP=500, IT=1000) .....	112
Figure IV-39:meilleurs résultats du taux d'endommagement de la poutre 2 avec le troisième scenario et les deux méthodes pour les deux cas de variation de PP et IT.....	112
Figure IV-40:fitness de la poutre 2 pour le troisième scenario avec les deux méthodes (PP=1000, IT=500).....	113
Figure IV-41:fitness de la poutre 2 pour le troisième scenario avec les deux méthodes (PP=500, IT=1000).....	114

*Liste des tableaux*

Tableau 1: caractéristiques géométriques et mécaniques des deux poutres étudiées.....	58
Tableau 2: les scenarios d'endommagement pour les deux poutres .....	59
Tableau 3: fréquences saines et endommagées (avec les trois scenarios) pour la poutre 1 .....	59
Tableau 4:fréquences saines et endommagées (avec les trois scenarios) pour la poutre 2 .....	62
Tableau 5:valeurs du taux d'endommagement (BEST) pour le premier scenario de la poutre 1 avec les deux méthodes et les deux cas de variation de PP et IT .....	94
Tableau 6: les temps de calcul des deux méthodes avec les deux cas de variation de PP et IT pour le premier scenario de la poutre 1 .....	94
Tableau 7:valeurs du taux d'endommagement (BEST) pour le deuxième scenario de la poutre 1 avec les deux méthodes et les deux cas de variation de PP et IT .....	98
Tableau 8:les temps de calcul des deux méthodes avec les deux cas de variation de PP et IT pour le deuxième scenario de la poutre 1 .....	98
Tableau 9:valeurs du taux d'endommagement (BEST) pour le troisième scenario de la poutre 1 avec les deux méthodes et les deux cas de variation de PP et IT .....	102
Tableau 10:les temps de calcul des deux méthodes avec les deux cas de variation de PP et IT pour le troisième scenario de la poutre 1.....	103
Tableau 11:valeurs du taux d'endommagement (BEST) pour le premier scenario de la poutre 2 avec les deux méthodes et les deux cas de variation de PP et IT .....	106
Tableau 12:les temps de calcul des deux méthodes avec les deux cas de variation de PP et IT pour le premier scenario de la poutre 2 .....	107
Tableau 13:valeurs du taux d'endommagement (BEST) pour le deuxième scenario de la poutre 2 avec les deux méthodes et les deux cas de variation de PP et IT .....	110
Tableau 14:les temps de calcul des deux méthodes avec les deux cas de variation de PP et IT pour le deuxième scenario de la poutre 2 .....	111
Tableau 15:valeurs du taux d'endommagement (BEST) pour le troisième scenario de la poutre 2 avec les deux méthodes et les deux cas de variation de PP et IT .....	115
Tableau 16:les temps de calcul des deux méthodes avec les deux cas de variation de PP et IT pour le troisième scenario de la poutre 2.....	116

## *Nomenclature*

---

### *Liste des symboles*

---

$(\omega_i)$  : Pulsation de la structure.

$[M]$  : Matrice de Masse.

$(\varphi_i)$  : Le vecteur de forme de mode.

$[K]$  : Matrice de Raideur.

$(\%C_i)$  : Le pourcentage de variation des fréquences.

$(E)$  : Le Module de Young.

$(\rho)$  : La densité.

$(\%\psi_{i,j})$  : Indicateur basé sur les changements du rapport des fréquences.

$[S]$  : Matrice de Sensibilité.

$(\delta x_i)$  : Le vecteur variable.

$(X_i)$  : Les inconnus en déplacement associé aux degrés de liberté considérés.

$(N_i)$  : Les fonctions de forme de l'élément.

$U(x)$  : La fonction de déplacement.

$(\varepsilon_{xx})$  : La déformation axiale.

$(q_e)$  : Déplacements nodaux.

$[\partial]$  : Opérateur de dérivation.

$(W_e)$  : L'énergie de déformation.

$(\sigma)$  : Contrainte appliquée.

$[K_e]$  : Matrice de rigidité élémentaire de l'élément  $e$ .

$[H]$  : La matrice d'élasticité.

$(A)$  : La surface.

$[\lambda]$  : La matrice de transformation.

$\vec{Q}^e$  : Le vecteur des déplacements nodaux de l'élément  $e$  dans les coordonnées globales.

$v(x)$  : Déplacement cubique.

$(I)$  : Moment d'inertie.

$(r)$  : La distance de la fibre par rapport à l'axe centroïde de l'élément.

$(G)$  : Le module de cisaillement du matériau.

$(J)$  : Le moment d'inertie polaire de la section droite.

## *Nomenclature*

---

$(\vec{p}^e)$ : Le vecteur caractéristique de l'élément.

$(\vec{\varphi}^e)$ : Le vecteur des déplacements nodaux de l'élément  $e$ .

$(F_{ext})$ : Les forces extérieures

$(m)$ : La masse

$(\dot{x})$ : La vitesse

$(\ddot{x})$ : L'accélération

$(T)$ : L'énergie cinétique associée au déplacement de l'élément dans le système de coordonnées locales.

$(\lambda = \frac{c}{2m})$ : Le coefficient d'amortissement.

$(\xi = \frac{\lambda}{\omega_0})$ : Le facteur d'amortissement.

$(\varphi)$ : Déphasage de la réponse par rapport à l'excitation.

$[C]$ : Matrice d'amortissement.

$(\vec{X})$ : L'amplitude du déplacement (vecteur propre).

$(MS_{i,j})$ : Indicateur d'endommagement de forme de mode.

$(MSS_{i,j})$ : L'indicateur d'endommagements de la forme des pentes modales.

$(k)$ : Valeur constante et est généralement appelée constante électrostatique.

$(r_{ij})$ : La distance entre les deux objets  $i$  et  $j$ .

$(\hat{r}_{ij})$ : Un vecteur, qui dans la loi de Coulomb est unitaire le long d'un axe englobant du point d'un objet au point de l'autre.

$(F_j)$ : La force nette imposée.

$(q_j)$ : Charge ponctuelle.

$(f_j)$ : Fonction de coût.

$(Pi)$ : L'énergie d'ionisation probabiliste.

$(e_k)$ : La charge élémentaire.

$(rand_i)$ : Seuil aléatoire pour la probabilité  $Pi$ .

$(rand)$ : Opérateur aléatoire avec une valeur comprise entre 0 et 1.

$(Pc)$ : La probabilité de contact.

$(rand_c)$ : Un seuil aléatoire pour la probabilité  $Pc$ .

$(Ng)$ : Le nombre d'unités de production d'électricité.

$(P_{Gi})$ : La production d'énergie active de la  $i$ ème unité de production d'énergie électrique.

## *Nomenclature*

---

$(P_{Gi,min})$  : Les limites de production d'énergie minimale de la *ième* unité.

$(P_{Gi,max})$  : Les limites de production d'énergie maximale de la *ième* unité.

$(P_D)$  : La demande de charge réelle totale dans le réseau.

$(P_L)$  : Les pertes actives du réseau.

$(P_{Gi}^0)$  : La puissance réelle de sortie.

$(UR_i)$  : Limites de taux de montée de la *ième* unité thermique.

$(DR_i)$  : Limites de taux de descente de la *ième* unité thermique.

$(Wh_f)$  : Les tourbillons avec des valeurs minimales.

$(Wh_w)$  : Les tourbillons avec des valeurs maximales.

$(\delta_i)$  : L'angle du *ième* objet.

$(FE_i)$  : La force centrifuge.

### *Liste des abréviations*

---

**PNDD** : Le domaine de déplacement nodal positif.

**NNDD** : Le domaine de déplacement nodal négatif.

**CUSUM** : La somme cumulée.

**EWMA** : Les cartes de contrôle de moyenne mobile à pondération exponentielle.

**NNF** : Les Fréquences Naturelles Normalisées.

**DLAC** : Le critère d'assurance de la localisation des endommagements.

**MDLAC** : Le critère d'assurance des emplacements des endommagements multiples.

**SHM** : La surveillance de la santé structurelle.

**BSS** : Séparation aveugle de sources.

**SST** : La transformée synchrone.

**FFT** : La transformée de Fourier rapide.

**STFT** : La transformée de Fourier à court terme.

**HHT** : La transformée de Hilbert-Huang.

**EMD** : Décomposition en mode empirique.

**FMI** : Fonctions de mode intrinsèque.

**HT** : La transformée de Hilbert.

**DOF**: Degré de liberté.

**ASCE**: American Society of Civil Engineers.

**CEEMDAN** : La décomposition en mode empirique d'ensemble complet avec bruit adaptatif.

**ANN** : Le réseau de neurones artificiels.

**ICA** : L'analyse des composants indépendants.

**WPT** : Transformation de paquets d'ondelettes.

**EEMD** : La décomposition en mode empirique d'ensemble.

**DDL** : Les degrés de libertés.

**NCDF** : Facteur d'endommagement de courbure normalisé.

**MS** : Forme de mode.

**MSS** : Pente de la forme modale.

**FCM** : Indicateurs d'endommagements de la forme des courbures modales.

## *Nomenclature*

---

**DMC** : Différence de forme de courbure modale.

**CDF** : Facteur d'endommagement de courbure.

**NDMC** : Différence de forme de courbure modale normalisée.

**ELD** : Le problème de répartition de la charge économique.

**VPL** : L'effet de charge au point de vanne.

**POZ** : Zones d'exploitation interdites.

**GA** : L'algorithme génétique.

**PSO** : Optimisation des essaims de particules.

**DE** : Algorithmes d'évolution différentielle.

**CFA** : Algorithme basé sur la population inspiré de la théorie des lois de Franklin et Coulomb.

**MF** : Sources de combustibles multiples.

**TFWO** : Le flux turbulent d'optimisation à base d'eau.

**RRAO** : Optimisation d'allocation de fiabilité et de redondance.

**Wh** : Bain à remous.

### **Introduction générale**

Depuis son existence, l'être humain n'a cessé d'évoluer, de concevoir, et d'innover dans tous les domaines qui se sont offerts à lui, pour ce faire il a dû utiliser ses capacités intellectuelles et improviser tout au long de ses manœuvres. Parmi ces nombreux domaines ; celui de la construction s'est vite imposé comme l'un des plus intéressants et a su susciter l'intérêt de tous les chercheurs, en effet ; que ce soit en génie civil ou en génie mécanique, les constructions se sont élevées au rang d'indispensables au fil du temps et elles ont offert la motivation nécessaire pour faire valoir leurs statuts.

Afin d'assurer la maîtrise de ce domaine, l'homme a dû exploiter ses connaissances acquises, et tirer profit du développement exponentiel que connaît notre époque. Le développement technologique ne cessant d'accroître, il s'avère être un allié fidèle dans l'étude des structures, et leurs conceptions. Car au-delà de la mise en œuvre d'un projet de conception, plusieurs facteurs doivent être pris en considération, et en prenant exemple sur les grandes entreprises, on peut facilement déduire que la sécurité et le coût sont d'une importance capitale. Aujourd'hui, surveiller l'état de santé d'une structure, permet d'assurer sa fiabilité, et donc la sécurité des usages, et de réduire les frais du constructeur, tout cela assure donc aux sociétés une meilleure réputation et une plus grande rentabilité.

Une structure ayant une faille ou un défaut se verra changer plusieurs de ses paramètres initiaux, ce qui a pu donner naissance au concept même de détection d'endommagement. Une multitude de méthodes ont donc vu le jour pour assurer cette surveillance si importante ; les rayons X, les ultrasons, l'imagerie par résonance magnétique, la pénétration de colorants etc..., l'inconvénient, est que ces méthodes sont pour la plupart des cas très lentes à réaliser, et coûteuses en termes de prix, et nécessitent une exploitation et une exposition de la structure pour garantir la détection des endommagements locaux. À l'aide du développement du matériel nécessaire et de l'augmentation des performances technologiques ; ordinateurs surpuissants, logiciels infallibles etc..., la surveillance de l'état de santé d'une structure est devenue plus accessible.

Contrairement aux méthodes citées précédemment, l'étude vibratoire s'avère être un moyen de surveillance structurelle des plus efficace, car en tenant compte des changements de fréquences naturelles et ainsi des courbes modales (notre travail ici présent), on peut facilement surveiller l'état de santé d'une structure et prévenir les éventuels dégâts engendrés en affirmant l'existence et en localisant l'endommagement subit.

Pour parvenir à une bonne maîtrise de ces études vibratoires, la science des méthodes des éléments finis et de la dynamique des structures est sollicitée, en combinant celles-ci avec des logiciels de calcul adéquats comme le MATLAB, ses algorithmes de programmation et des méthodes d'optimisation performantes, on aboutit à des résultats de détection et de quantification très satisfaisants.

Le plan de travail suivi pour la réalisation de notre mémoire se présente comme suit :

**Chapitre 1 :** Présente une recherche bibliographique sur les méthodes de détection d'endommagement, précisément les méthodes fréquentielles, ainsi que les différents travaux de la littérature réalisés sur ce sujet.

**Chapitre 2 :** Nous avons fait un rappel sur la méthode des éléments finis et la dynamique des structures, tout en présentant les matrices de masses et de raideur pour le cas d'une poutre, d'une barre et d'un portique, et cela suivant les trois dimensions, à savoir unidimensionnel, bidimensionnel et tridimensionnel.

**Chapitre 3 :** on a divisé ce chapitre en deux parties :

Première partie : on a présenté la méthode d'indentification utilisée dans ce présent travail, basée sur les courbures modales, tout en expliquant l'origine et le principe d'utilisation de l'indicateur d'endommagement NCDF (Normalized Curvature Damage Factor).

Deuxième partie : intitulée application et résultats, elle regroupe le travail de programmation effectué dans notre mémoire et les résultats reçus (en utilisant le logiciel MATLAB) ; notamment les fréquences saines et endommagées des structures et les courbes données par l'indicateur NCDF permettant la localisation des endommagements pour chaque cas.

**Chapitre 4 :** comme pour le troisième chapitre, celui-ci se divise en deux parties :

Première partie : une présentation et une description des deux méthodes d'optimisation utilisées dans notre mémoire ont été faites, tout en prenant soin de bien expliquer l'origine d'inspiration de ces méthodes intitulées : CFA et TFWO, et en exposant clairement leur principe de fonctionnement.

Deuxième partie : celle-ci s'intitule ; résultats et discussion, elle comporte les données recueillis par les multiples calculs faits avec nos deux méthodes d'optimisation, ainsi que leur discussion pour confirmer ou non la validité de chacune d'elle envers notre présent travail.

# **CHAPITRE 1 : RECHERCHES BIBLIOGRAPHIQUES**

## **I. Chapitre 1 : Recherches bibliographiques**

### **I.1 Introduction**

L'exigence des usagers, et le développement exponentiel de la technologie que connaît notre époque, pousse impérativement les chercheurs à perfectionner leurs produits ; en effet ; dans tous les domaines, des efforts sans limites sont réalisés afin de satisfaire au mieux les multiples exigences clientèles.

Le domaine de la mécanique fait partie de ces géants régnants sur l'industrie, car la conception des structures étant à présent plus au moins maîtrisée, il reste donc la condition incontournable si convoitée : la sécurité.

Une structure conçue se verra imposée des paramètres de départ, comme son prix, sa durée de vie, son poids etc..., cependant elle sera aussi soumise à des sollicitations extérieures, on parle là des forces extérieures, des impacts etc..., toutes ces sollicitations peuvent conduire la structure au point de non-retour, car une structure endommagée se caractérise par une déformation irréversible et donc la dégradation de ces caractéristiques.

La sécurité et bien d'autres paramètres sont donc en jeu, alors la détection des endommagements structurels s'impose.

Dans ce premier chapitre nous allons citer plusieurs méthodes fréquentielles de détection des endommagements, tout en essayant de bien les expliquer pour comprendre le rôle et l'importance de chacune d'elles, accompagnées de quelques-uns des multiples travaux de la littérature accomplis sur celles-ci.

### **I.2 Vibration des structures mécaniques**

Admettons qu'on a une structure mécanique soumise à des sollicitations extérieures, afin de percer ses secrets, on décide de la soumettre à des tests (analyses). L'analyse statique va nous procurer des résultats concrets, mais dans le cadre du réel, les multiples sollicitations entraînent des vibrations, ce qui donne un rôle primordial pour l'analyse dynamique ; en effet ; les vibrations sont la source de :

- La rupture de nombreuse pièces mécaniques présentes dans les structures par le phénomène de fatigue, et cela en dépassant la contrainte élastique.
- Multiples défauts de fabrication lors de l'usinage des pièces.

L'analyse des vibrations se focalise essentiellement sur :

- L'environnement vibratoire (les forces extérieures).
- La structure elle-même.
- La réponse de la structure suite à l'application des forces extérieures.

Pour l'étude du comportement vibratoire d'une structure, on passe généralement par deux étapes essentielles :

- 1- Vibrations libres : détermination des caractéristiques dynamiques propres de la structure (fréquences propres et modes propres de vibrations).
- 2- Vibrations forcées : Analyse fréquentielle ou temporelle de la réponse de la structure suite à l'application des forces extérieures.

### **I.3 L'endommagement des structures**

On peut définir un endommagement comme étant un changement structurel ayant survécu dans une structure, cet endommagement menace les caractéristiques et les performances de celle-ci, en d'autres termes, la structure elle-même est menacée. Pour mieux comprendre le phénomène dit « endommagement », on doit s'immerger jusqu'au domaine microscopique ; en effet ; les liaisons entre les atomes sont détruites progressivement par les mouvements microscopiques.

Les chargements dynamiques que subit une structure, varient en fonction de la nature des sollicitations auxquelles elle est soumise. Un ordre croissant de déformation allant du domaine élastique jusqu'à la rupture, en passant par l'endommagement, et cela dépend de la nature et l'intensité des sollicitations subites. Tout cela va entraîner une dégradation des caractéristiques mécaniques, et dans la plupart des cas une menace sérieuse pour la structure elle-même.

Il est donc primordial de contrôler l'état de santé de la structure et détecter les endommagements possibles afin de minimiser les répercussions sûrement fatales sur cette dernière.

### **I.4 La détection des endommagements**

Pour contrôler l'état d'une structure, on utilise généralement, deux types de techniques : destructives et non destructives. Grâce à l'avantage de non dégradation des matériaux qu'offre les techniques non destructives, elles sont souvent préférées par les chercheurs, on peut citer quelques techniques appartenant à ce type :

- Les techniques basées sur les caractéristiques mécaniques.
- Les contrôles par rayons X.
- Les émissions acoustiques.
- Les techniques à base d'ultra-sons.

- La radiographie.
- Les micro-ondes.
- Les courants de corrosion.

## **I.5 Classification des méthodes de détection des endommagements**

De nos jours, les scientifiques, s'intéressent de plus en plus au développement de nouvelles méthodes pour l'identification des endommagements, et l'amélioration de leurs précisions et leurs efficacités.

Quatre niveaux d'identification de l'endommagement ont été proposés par RYTTER [1] :

Niveau 1 : Détermination de l'existence de défaut dans la structure.

Niveau 2 : Localisation de l'endommagement.

Niveau 3 : Quantification de la sévérité de l'endommagement.

Niveau 4 : Prédiction de la durée de vie résiduelle.

Les méthodes de détection des endommagements ont été classées par Saadat et al [2] , en deux types , et cela en fonction de leurs amplitudes et leurs niveaux de détection :

1. Méthodes globales.
2. Méthodes locales.

Les méthodes globales vont indiquer la présence d'endommagement, contrairement à elles, les méthodes locales, indiquent et localisent l'endommagement, en effet, là où les méthodes globales tentent d'évaluer l'état de santé de la structure, les méthodes locales mettent au point des instruments non destructifs pour tous les éléments constitutifs de la structure.

Lee et al [3] , classifient les différentes méthodes de détection d'endommagement selon les catégories suivantes :

- Méthodes utilisant la variation des paramètres modaux : changement en fréquence naturelle et déformée des modes propre.
- Méthodes basées sur les matrices de raideur ou la variation de flexibilité.
- Méthodes basées sur le changement de la fonction de réponse fréquentielle.

## **I.6 Les méthodes fréquentielles de détection des endommagements**

### **I.6.1 Méthode de changement des antirésonances**

D'après Ewins [4] , la modification structurelle due à la présence d'endommagements peut changer radicalement le phénomène d'antirésonance , et la relation comportemental entre la résonance et l'antirésonance. Ainsi l'interprétation physique du phénomène des antirésonances et la signification des antirésonances dans l'analyse structurelle expérimentale, peuvent être utilisées pour la détection et la localisation des endommagements dans des structures complexes. Les fréquences d'antirésonances peuvent être interprétées comme les fréquences de résonance du système fixé au point d'excitation dans les directions d'excitation.

Il faut savoir que les résonances et les antirésonances alternent en continu, uniquement pour la fonction de réponse en fréquence du point moteur où la coordonnée de réponse et celle d'excitation sont identiques. D'après (Wahl, F, Schmidt, G, and Forrai, L) [5] , en augmentant la distance entre la coordonnée d'excitation et celle de la réponse , le nombre de plage d'antirésonance diminue.

Bamnios et al [6] , ont étudiés à la fois , analytiquement et expérimentalement l'influence de l'endommagement sur l'impédance mécanique des poutres sous diverses conditions aux limites. Des tests expérimentaux ont été effectués sur des poutres en plexiglas endommagées, et cela pour différents emplacements et différentes sévérités des défauts. Ils ont démontré que l'impédance du point d'entraînement change par influence de l'endommagement, et cela en cas de vibrations de flexion. Pour une poutre encastree, ils ont indiqué que la première antirésonance se déplace vers la première résonance à mesure que le point d'entraînement se rapproche de l'endommagement. Ensuite l'antirésonance tend à coïncider avec la première résonance au voisinage de l'endommagement. Enfin les premières antirésonances ne bougent pas après avoir traversées l'endommagement, par contre dans le cas d'une poutre saine, celles-ci se déplacent vers la première résonance. Ils ont démontré que les changements dans l'antirésonance suivent fortement des tendances définies en fonction de l'emplacement de l'endommagement. Ensuite ils ont montré qu'il y'a un saut dans la pente de la courbe des évolutions des premières antirésonances au voisinage de l'endommagement. L'augmentation de la gravité du défaut ou de l'endommagement d'une structure, augmente considérablement le phénomène de saut, permettant ainsi une prédiction efficace pour la localisation des fissures. Les résultats ont été validés en considérant la poutre en premier temps encastree d'un côté, et ensuite encastree par deux côtés.

Douka et al [7] , ont étudié le changement d'antirésonance dans des poutres a doubles fissures. Comme indiqué précédemment dans l'article de Bamnios et al [6] , ils ont conclu qu'un décalage dans les antirésonances de la structure endommagée se produit en fonction de la gravité et de la localisation de l'endommagement. L'utilisation des changements d'antirésonance et de résonance permet d'identifier les tailles et les emplacements des endommagements dans une poutre à double fissures. En raison de la présence de deux fissures dans la structure, deux sauts dans la pente de la courbe des changements dans les premières résonances ont été observées par les chercheurs ; chaque pente a été détectée à proximité de chaque avarie. Cependant ils ont affirmé que la méthode proposée semble ne pas être efficace dans le cas des petits endommagements, et cela, dû au fait que de petites irrégularités dans la pente de la courbe d'antirésonance ne peuvent pas être estimées de manière fiable.

Se basant sur les travaux de Bamnios [6] , et Douka [7] , Dharmaraju et Sinha [8] , ont proposés de commenter la méthodologie d'utilisation des antirésonances en réalisant des expériences sur une poutre libre-libre avec des fissures ouvertes. Ils ont clairement démontré que l'identification de l'emplacement de la fissure avec le changement d'antirésonance peut être difficile. Puis ils ont finalement conclu qu'une

identification plus robuste basée sur la méthodologie précédente doit être développée pour des applications pratiques.

Dilena et Morassi [9, 10] , ont proposés d'étendre les résultats précédents pour éviter la non-unicité de la localisation des endommagements dans les poutres symétriques par une utilisation appropriée des résonances et des antirésonances , pour l'identification des endommagements dans les poutres symétriques. L'étude a été conduite sur une poutre uniforme libre-libre, soit sous vibration axiale, soit en flexion. Ils ont conclu qu'une utilisation appropriée des changements de rapport entre la première résonance et la première antirésonance détermine de manière unique la localisation des endommagements. Cependant ils ont indiqué que la méthodologie peut être difficile à étendre dans le cas des structures complexes, et cela à cause du bruit influant sur les antirésonances.

### **I.6.2 Méthode des contours de fréquence**

L'identification des paramètres de la fissure peut se faire en utilisant les différents facteurs et les effets combinés de la fissure dans les changements de fréquence de la structure endommagée. Nikolakopoulos et Papadopoulos [11] , ont proposé de présenter sous forme de graphe de contour les dépendances des premières fréquences propres structurelles sur la profondeur et la localisation des fissures. Le point d'intersection du contour superposé des variations de fréquences entre les structures saines et endommagées, permet d'identifier à la fois, la profondeur et l'emplacement de la fissure. Les auteurs ont indiqué qu'une ligne de contour peut correspondre à une combinaison de différentes profondeurs et emplacements des fissures. Ils ont validé la méthodologie proposée pour l'identification des endommagements en effectuant des tests expérimentaux sur un cadre plan bridé-serré. Ils ont conclu que les résultats expérimentaux sont en bon accord avec la théorie et peuvent permettre un diagnostic facile de la profondeur et de la position des fissures dans les structures à ossature.

Yang et al [12] , ont utilisé la méthode des contours de fréquence et l'intersection des contours de différents modes pour la détection des endommagements dans une poutre simplement appuyée. Ils ont noté que le point d'intersection de la ligne des trois contours superposés qui correspond à l'évolution de la fréquence mesurée et/ou des facteurs correspondants provoqués par la présence d'endommagement, indiquent une seule profondeur de fissure, mais peuvent donner deux emplacements de fissures probables en raison de la symétrie structurelle de la poutre simplement appuyée.

Dong et al [13] , ont proposé d'utiliser l'évolution de la forme modal pour éviter la non-unicité de la détection des endommagements. Swamidas et al [14] , ont proposé d'ajouter une masse excentrée dans la structure initiale pour éliminer les solutions symétriques. Sinou [15] , a démontré que cette technique n'est pas suffisante dans tous les cas et peut être très difficile à utiliser. Dans le cas pratique il n'est pas très clair et évident que les trois courbes de niveau n'ont qu'une intersection pour chaque cas : en raison des conditions expérimentales ou d'incertitudes, les trois courbes ne se rencontrent pas exactement , et le centre de gravité des trois paires d'intersection est considéré comme la taille et la localisation de la fissure [16, 17] . Sinou [15] a donc proposé d'étendre la méthodologie de l'ajout de masse en réalisant des tests d'identification de la taille et de l'emplacement de la fissure. Le premier test consiste à ajouter une masse à l'extrémité droite de la structure symétrique, et le second test à l'autre extrémité. Cependant, l'auteur a conclu que cette méthodologie est limitée pour les structures générales en raison des incertitudes et des conditions ambiantes dans des cas réels. Une deuxième solution pour éviter la non-unicité de la localisation

de l'endommagement consiste en une utilisation appropriée des résonances et des antirésonances [9, 18]. Un des avantages de cette solution est qu'aucun test supplémentaire n'est requis (contrairement à la méthodologie précédente), et les antirésonances comme les résonances peuvent être facilement extraites avec une précision relative confiante.

Sinou [18] a proposé une extension de la méthode des courbes de niveau de fréquences en considérant non seulement l'identification de la taille et de l'emplacement de la fissure, mais aussi l'orientation du front de la fissure. L'auteur a indiqué que la procédure ne fonctionne efficacement que pour la mesure d'erreurs ne dépassant pas 2% pour de petits niveaux d'endommagements. Il a également conclu que la qualité des données expérimentales est une clé importante pour obtenir des résultats fiables.

### **I.6.3 Méthode basée sur les formes de mode et changement de la position des nœuds**

L'approche des formes modales a également reçu une attention considérable en conjonction avec les changements de fréquences naturelles en raison du fait qu'une forme de mode est une caractéristique unique et une description spatiale de l'amplitude d'une structure mécanique pour chaque fréquence de résonance. Donc l'endommagement local peut provoquer des changements dans les déformées modales et l'évolution de la description spatiale de l'amplitude de chaque résonance peut être utilisée comme indicateur d'endommagement. De plus le changement de formes modales dépend à la fois de la gravité et de la localisation de l'endommagement, la description spatiale du changement de magnitude par rapport à chaque mode peut varier d'un à un autre, cela dépend de l'emplacement de la fissure. Le principal inconvénient de l'utilisation des déformées modales comme technique de détection d'endommagement est le nombre de mesures en chacun des points de la structure à effectuer, ainsi que la durée de chaque mesure afin d'estimer la forme de mode détaillée.

Gladwell et Morassi [19], ont étudié l'effet de l'endommagement sur les nœuds dans une direction axiale d'une tige mince vibrante. Ils ont démontré que les nœuds des déformées modales se déplacent vers l'endommagement : chaque nœud situé à droite de l'endommagement dans la structure saine se déplace vers la gauche, et chaque nœud à sa gauche se déplace vers la droite. Ils ont conclu que les endommagements sont localisés entre des nœuds qui se rapprochent pour chaque mode qui a au moins deux nœuds.

Ensuite, Dilena et Morassi [20], ont défini le domaine de déplacement nodal positif (PNDD), et le domaine de déplacement nodal négatif (NNDD), qui définissent la direction par laquelle les points nodaux se déplacent. L'utilisation de ces domaines permet la détection des endommagements dans le cas des vibrations de flexion. L'un des principaux avantages que procure cette méthode, est que les positions des nœuds sont plus faciles à mesurer que les formes modales, car elle ne nécessite que la détection du signe de la composante modale, plutôt que les mesures d'amplitudes. Ils ont validé cette technique en réalisant des essais expérimentaux sur des poutres en acier fissurées.

Une étude pour la détection des endommagements a été faite par Adams et al [21], Cawley et Adams [22] et Yuen [23], celle-ci est basée sur les paramètres modaux (c'est-à-dire le changement des fréquences

naturelles et des formes modales), pour la vibration des ponts. Seul les quelques modes inférieurs sont utilisés pour effectuer la détection de l'endommagement.

Natke et Cempel [24] , ont utilisé des changements à la fois dans les fréquences propres et les formes de modes pour détecter les endommagements dans un pont en acier à haubans. Kullaa [25] , a indiqué que les changements dans les fréquences propres et les formes modales semblent être des indicateurs fiables pour la détection des endommagements sur le pont Z24 en suisse [26]. Ils ont procédé à l'identification automatique des paramètres modaux à partir des données de réponses en combinant des cartes de contrôle qui correspondent à l'une des principale technique de contrôle statique des processus [27]. Ils ont observé que l'une des limites de certaines cartes de contrôle était que la somme cumulée ( CUSUM ) et les cartes de contrôle de moyenne mobile à pondération exponentielle ( EWMA ) [27] , sont sensible aux petits décalages et peuvent provoquées de fausses fréquentes de détections d'endommagements.

Law et Zhu [28] , ont affirmé que la déviation des déformées modales peut être un indicateur efficace d'endommagement dans des structures comme les ponts . Ils ont observé que la déviation augmente lorsque les endommagements dans le faisceau augmentent, la déflexion augmente également. Cependant, ils ont noté que la flèche de la structure endommagée peut être supérieur à la flèche mesurée sous le véhicule léger. Ils ont expliqué qu'une charge en mouvement (c'est-à-dire un véhicule dans ce cas), peut affecter l'ouverture de l'endommagement induisant ainsi des évolutions des fréquences naturelles et des modes. Donc le comportement respiratoire de la fissure dû à la charge en mouvement et l'analyse non linéaire associée est un point important à prendre en considération pour une détection efficace et robuste d'endommagement.

#### **I.6.4 Méthode basée sur le changement des fréquences naturelles**

La variation des fréquences naturelles peut être considérée comme l'une des méthodes de détection des endommagements prédominante dans les procédures d'évaluation structurelle. Lorsque une fissure apparait dans une structure, sa rigidité est réduite, par conséquent la diminution des fréquences naturelles du système peut être observée. L'un des principaux avantages de cette technique, est que les mesures fréquentielles peuvent être effectuées rapidement et aisément. De plus les techniques expérimentales utilisées pour la détermination des fréquences de résonance sont des techniques de mesure vibratoire classique ; permettant ainsi aux mesures vibratoires d'être étendues avec un grand nombre de points de mesure, et une procédure expérimentale très bon marché. Un autre avantage est que les mesures de fréquences peuvent être extraites avec une précision relativement sure, et les incertitudes sur les fréquences mesurées peuvent être facilement estimées si les mesures expérimentales sont faites avec une parfaite maîtrise des conditions expérimentales. La connaissance du comportement dynamique global des systèmes non endommagés est très facile à obtenir en utilisant des développements analytiques ou des modèles éléments finis ; permettant ainsi de choisir adéquatement la mesure pour non seulement une détection rapide et efficace des changements de fréquences, mais aussi l'identification de la sévérité et de la localisation de l'endommagement.

Selon Doebling et al [29] , le premier article qui proposait de détecter les endommagements en utilisant la mesure des vibrations a été écrit par Lifshitz et Rotem [30]. Ils ont utilisé les décalages dans les fréquences naturelles via des changements dans les modules dynamiques pour détecter les endommagements dans les

structures élastomères. Hearn et Testa [31], ont démontré que le changement de  $i^{\text{th}}$  des fréquences naturelles peut être approximé par :

$$\Delta\omega_i^2 = \frac{(\epsilon N(\varphi_i))^T \Delta K_n (\epsilon N(\varphi_i))}{\varphi_i^T M \varphi_i} \quad (\text{I. 1})$$

Avec :  $M$  : la matrice de masse,  $\varphi_i$  : Définie le vecteur de forme de mode, et  $\epsilon N(\varphi_i)$  : l'élément vecteur de déformation qui est calculé à partir des déformées modales.  $\Delta K_n$  est le changement dans la matrice de raideur dû à la présence d'endommagement. L'expression précédente suppose que les endommagements ne changent pas la matrice de masse. Hearn et Testa [31], ont démontré que le rapport de variation des fréquences  $\frac{\Delta\omega_i^2}{\Delta\omega_j^2}$  pour les deux modes  $i$  et  $j$  est independant de la sévérité de l'endommagement, en effet, il est juste en fonction de la position de la fissure. Ainsi, ce résultat permet l'identification de l'emplacement de l'endommagement. Hasan [32], a illustré cette propriété pour une poutre endommagée sur fondation élastique. De nombreux autres chercheurs ont tenté de détecter les dommages dans les structures en utilisant les changements de fréquences naturelles. Salawu [33], a proposé une revue intensive. Certains chercheurs [34, 35], ont comparé les fréquences naturelles des structures non endommagées et endommagées (et la diminution associée des fréquences). Par exemple, les Fréquences Naturelles Normalisées qui définissent le rapport entre la fréquence naturelle endommagée et la fréquence naturelle non endommagée de la structure peuvent être proposées et données avec :

$$NNF_i = \frac{\omega_i^{\text{endommagé}}}{\omega_i^{\text{non-endommagé}}} \quad (\text{I. 2})$$

Où :

$\omega_i^{\text{non-endommagé}}$  et  $\omega_i^{\text{endommagé}}$  définissent la  $i^{\text{eme}}$ -pulsation de la structure non-endommagée et celle endommagée, respectivement.

D'autres chercheurs [36, 37], ont proposés le pourcentage de variation des fréquences  $\%C_i$  :

$$\%C_i = \frac{\omega_i^{\text{non-endommagé}} - \omega_i^{\text{endommagé}}}{\omega_i^{\text{non-endommagé}}} \quad (\text{I. 3})$$

Dans les deux cas, pour pouvoir détecter la présence de dommages, les fréquences naturelles de la structure non endommagée doivent être soigneusement estimées afin de pouvoir montrer avec précision si les fréquences mesurées sont inférieures à celles attendues. Pour la compréhension du lecteur, on peut noter que le pourcentage de variation des fréquences naturelles peut être très faible et inférieur à 1% pour les petites fissures ou les emplacements spécifiques de la fissure. Ainsi, les incertitudes sur les fréquences naturelles des structures non endommagées peuvent masquer la faible variation de fréquence. Les résultats classiques ont indiqué que la fissure a un effet faible si elle est située à proximité d'un nœud des modes de vibration. Une forte diminution du facteur  $\%C_i$  est indiqué si la fissure est située à l'endroit où le moment fléchissant du  $i^{\text{eme}}$  mode est le plus grand. Ensuite, augmentez la profondeur de la fissure, diminue le facteur  $\%C_i$ , indiquant une perte de raideur pour la poutre endommagée.

Une méthode similaire à la précédente consiste à estimer la gravité et la localisation des fissures en ne considérant que les fréquences des structures endommagées (sans comparaison avec les fréquences de la

structure non endommagée). Dans ce cas, la détection et l'identification des fissures nécessitent la connaissance des propriétés du matériau (le module d'Young  $E$  et la densité par exemple) qui sont estimées en utilisant les fréquences propres non fissurées. Cette dernière approche peut être considérée comme équivalente aux procédures utilisant les facteurs NNF et %C précédemment définis : ces deux facteurs ne sont pas affectés par les paramètres de propriétés des matériaux ou d'incertitudes sur le module d'Young  $E$  et la densité  $\rho$ . Cependant, les fréquences non endommagées sont utilisées et les propriétés du matériau sont implicitement prises en compte. Sinou [15], a défini un autre indicateur basé sur les changements du rapport des fréquences. Il est défini comme suit :

$$\% \psi_{i,j}^{\text{endommagé}} = 100 \times \left( \frac{\omega_i^{\text{non-endommagé}}}{\omega_j^{\text{non-endommagé}}} - \frac{\omega_i^{\text{endommagé}}}{\omega_j^{\text{endommagé}}} \right) \quad (\text{I. 4})$$

Où :

$\omega_i^{\text{non-endommagé}}$  et  $\omega_i^{\text{endommagé}}$  définissent la  $i^{\text{eme}}$ -pulsation de la structure non-endommagée et celle endommagée, respectivement.

L'un des avantages de ce facteur ( $\% \psi_{i,j}^{\text{endommagé}}$ ), est que le rapport de fréquences pour les structures non endommagées est généralement connu pour les structures académiques telles que les poutres. Par exemple, dans le cas d'une poutre simplement appuyée, cet indicateur peut être réécrit comme :

$$\% \psi_{2\alpha-a, 2\beta-b}^{\text{endommagé}} = 100 \times \left( \left( \frac{\alpha}{\beta} \right)^2 - \frac{\omega_{2\alpha-a}^{\text{endommagé}}}{\omega_{2\beta-b}^{\text{endommagé}}} \right) \quad (\text{I.5})$$

Avec :  $a$  et  $b$  ; sont égaux à 0 ou 1,  $\alpha \in \mathbb{N}^*$  et  $\beta \in \mathbb{N}^*$ .

Notant que les pulsations ( $\omega_{2\alpha-a}$ ) ou ( $\omega_{2\beta-b}$ ) sont associées aux déflexions de mode vertical si ( $2\alpha - a$ ) ou ( $2\beta - b$ ) sont des nombres impairs, par contre, si ce sont des nombres pairs, les pulsations sont associées aux déflexions de mode horizontal.

Dans ce cas, les facteurs ( $\% \psi_{2\alpha-a, 2\beta-b}^{\text{endommagé}}$ ) n'ont besoin que de la connaissance des pulsations de la poutre fissurée et ne changent pas avec les variations des propriétés du matériau comme le module d'Young et la densité. Dans le cas général (poutre académique ou structure plus complexe comme les ouvrages de génie civil), le facteur ( $\% \psi_{i,j}^{\text{endommagé}}$ ), indique l'effet relatif de l'endommagement pour le  $j^{\text{eme}}$  et le  $i^{\text{eme}}$  mode ; si ( $\% \psi_{i,j}^{\text{endommagé}}$ ) est supérieur à 0, on peut conclure que le mode de la  $i^{\text{eme}}$  pulsation est plus affecté par la fissure que le mode de la  $j^{\text{eme}}$  pulsation, le scénario est inversé si le facteur est inférieur à 0.

Messina et al [38], ont proposé the Damage Location Assurance Criterion ( DLAC ), basée sur le changement des fréquences naturelles :

$$DLAC(i) = \frac{|\Delta \omega_A^T \Delta \omega_B(i)|^2}{(\Delta \omega_A^T \Delta \omega_A) (\Delta \omega_B(i)^T \Delta \omega_B(i))} \quad (\text{I. 6})$$

Avec ;  $(\Delta\omega_A)$  est le vecteur de décalage de fréquence expérimental et  $(\Delta\omega_B)$  le changement théorique pour l'endommagement qui est situé à la  $i^{\text{ème}}$  position. Les valeurs de la (DLAC) varient entre 0 et l'unité. Une valeur de zéro indique aucune corrélation et une valeur d'un une correspondance exacte. La localisation des dommages est obtenue lorsque la position de  $i$  donne les valeurs les plus élevées pour le (DLAC).

Messina et al [39], ont étendu le (DLAC) au cas de multiples endommagements , The Multiple Damage Location Assurance Criterion (MDLAC) est donnée comme suit :

$$MDLAC(i) = \frac{|\Delta\omega_A^T S \delta x_i|^2}{(\Delta\omega_A^T \Delta\omega_A)((S \delta x_i)^T (S \delta x_i))} \quad (I.7)$$

Où :

S : Définit la matrice de sensibilité qui contient les dérivées du premier ordre de n fréquences naturelles par rapport à m variables d'endommagement x. l'objectif du (MDLAC) consiste à trouver le vecteur variable  $\delta x_i$  qui rend le (MDLAC) égal à un.

La matrice de sensibilité est donnée comme suit :

$$S = \begin{bmatrix} \frac{\partial \omega_1}{\partial x_1} & \frac{\partial \omega_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial \omega_1}{\partial x_m} \\ \frac{\partial \omega_2}{\partial x_1} & \frac{\partial \omega_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial \omega_2}{\partial x_m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \omega_n}{\partial x_1} & \frac{\partial \omega_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial \omega_n}{\partial x_m} \end{bmatrix} \quad (I.8)$$

Koh et Dyke [40], ont utilisé le Multiple Damage Location Assurance Criterion (MDLAC) pour la détection de dommages uniques ou multiples pour une structure de génie civil de longue portée.

### I.6.5 Méthode basée sur le temps de fréquence (TIME-FREQUENCY)

La surveillance de la santé structurelle (SHM) est un outil de diagnostic émergent et puissant pour la détection des endommagements et l'atténuation des catastrophes structurelles. L'identification des endommagements structurels, l'un des éléments importants de la SHM (structural health monitoring), est essentielle pour confirmer la performance satisfaisante de l'infrastructure. L'évaluation de la progressivité des endommagements nécessitent un outil capable d'évaluer mathématiquement et de représenter graphiquement les endommagements continus dans les structures (Reynders) [41] . En fait, les méthodes d'analyse temps-fréquence sont aptes à comprendre l'endommagement de la structure car elles montrent une variation des paramètres modaux à la fois dans le domaine temporel et fréquentiel. Les méthodes d'analyse temps-fréquence et les transformées en ondelettes (Hou et al) [42], en particulier ont été améliorées au cours de la dernière décennie ; séparation aveugle de sources (BSS) (Sadhu et al ) [43] , EMD (Huang et al) [44], et SST (Daubechies et al) [45], étant la méthode récente avec une base mathématique robuste. Cependant, les techniques d'analyse temps-fréquence conventionnelles souffrent d'un compromis entre la résolution temporelle et la résolution fréquentielle. Une surveillance fiable de l'état des structures

peut être effectuée en l'analysant dans l'état spatio-temporel tout en acquérant une connaissance impartiale des paramètres temporels et fréquentiels. La transformée synchrone (SST) a été récemment développée en tant qu'amélioration d'une transformée en ondelettes continue avec une représentation temps-fréquence améliorée. Cette formulation mathématique de SST a été présentée dans (Thakur) [46], expliquant les aspects théoriques de la transformée synchrosqueezing et ses propriétés de stabilité. SST combine les propriétés de localisation et de parcimonie du temps-fréquence représentées avec l'inversibilité de la transformée temps-fréquence conventionnelle. C'est également une méthode robuste pour les signaux comportant du bruit. Une autre étude théorique (Yang) [47], a évalué les propriétés statistiques de la SST pour une meilleure représentation et manipulation sous le bruit de mesure. Mihalec et al [48], a exploré l'identification de l'amortissement à l'aide de CWT et SST ; il a été montré que la SST ne parvient pas à différencier les fréquences étroitement espacées. La modification de la SST généralisée a été proposée pour faire face à un battement en concevant une fréquence d'oscillation constante et une moyenne temporelle du critère de réaffectation. Le SST discret a été utilisé pour l'identification modale des structures de grande hauteur. Les fréquences naturelles et le taux d'amortissement des structures en service ont été obtenus en utilisant la méthode proposée montrant son applicabilité en condition du suivi des structures (Li et Park) [49].

Dans (Herrera et al) [50], l'analyse du signal variant dans le temps à l'aide d'ondelettes continues et de transformée synchrosqueezing a été étudiée à l'aide de quatre signaux différents avec une large gamme de caractéristiques de fréquence. L'étude (Kumar et al) [51], a évalué l'applicabilité de diverses techniques temps-fréquence pour la détection des endommagements dans les structures en utilisant le décalage de fréquence. Il a été montré que la SST surpasse les autres techniques dans la représentation des décalages de fréquence lorsque la composante de fréquence est comprimée et localisée dans le temps.

Dans (Sanchez-A et al) [52], une nouvelle idée de détection, de localisation et de quantification de la gravité des endommagements dans les structures de grande hauteur a été entreprise. Ils ont utilisé la dimension de fractalité basée sur la SST et la dynamique non linéaire pour identifier et localiser les endommagements dans les structures. Un indice d'endommagement a été proposé pour présenter sa gravité. Cependant, l'identification et l'isolement des endommagements progressifs sont encore un domaine inexploré.

### **1.6.6 Méthode basée sur la Transformée de Hilbert Huang et le réseau de neurones artificiels**

Les méthodes de traitement du signal basées sur le temps et la fréquence en tant que partie de la vibration basée sur les caractéristiques techniques sont de plus en plus utilisées par les chercheurs. Parmi les différentes parties des approches existantes, les techniques de traitement du signal sont connues comme les composants clés fréquemment utilisés dans le domaine scientifique, et les domaines de l'ingénierie. Les techniques de traitement du signal en SHM reposent d'abord sur l'extraction des paramètres fondamentaux des réponses vibratoires structurelles acquises sous diverses exigences (par exemple, scénarios de chargement, endommagements ou état de santé, etc.). Ensuite, les caractéristiques de ces paramètres sont interprétées pour surveiller le comportement d'une structure dans le but de préserver les performances de la structure pendant sa durée de vie.

Généralement, les techniques conventionnelles de traitement du signal telles que la transformée de Fourier rapide (FFT) [53-55], et la transformée de Fourier à court terme (STFT) [56, 57], sont utilisées pour analyser

les signaux stationnaires. Cependant, les réponses des structures dans le monde réel sont intrinsèquement non linéaires selon les systèmes de surveillance de la santé structurelle [58, 59], et non stationnaire. Par conséquent, la nécessité de l'adoption de la transformée de Hilbert-Huang (HHT) [60, 61], a été proposée, elle est capable de parfaitement évaluer les vibrations non linéaires et non stationnaires. La procédure de cette technique contient deux étapes : (1) décomposer le signal d'origine par la méthode de décomposition en mode empirique (EMD) en une série de composants complets et oscillatoires, appelés fonctions de mode intrinsèque (FMI), et (2) capturer les caractéristiques de fréquence et d'amplitude instantanées en appliquant la transformée de Hilbert (HT) au IMF. La grande majorité des études de la littérature ont utilisé le HHT basé sur l'EMD pour le SHM et à des fins de détection des endommagements [62, 63].

Pines et Salvino [64], ont proposé une méthode de traitement du signal basée sur l'analyse de données de séries chronologiques d'un bâtiment civil à l'échelle unidimensionnelle qui a été testée pour les cas avec et sans endommagements structurels. D'après les résultats, il a été constaté que cette méthode était capable de traiter les caractéristiques uniques de la réponse vibratoire de la structure. Carbajo et al [65], ont proposé une nouvelle stratégie d'identification des endommagements basée sur les caractéristiques sensibles extraites du HHT fenêtré, y compris la fréquence et l'énergie instantanées, à partir d'un système possédant un seul degré de liberté expérimental (DOF) et une pale d'éolienne. Quek et al [66], ont démontré la fiabilité du HHT pour localiser une anomalie sous la forme de différents éléments structurels tels que des poutres en aluminium prises en sandwich, et des dalles et plaques en béton armé (RC), en ce qui concerne les niveaux d'endommagements multiples. Liu et al [67], a conclu l'efficacité de la méthode HHT dans la détection et la localisation des endommagements dans une structure à quatre étages à l'échelle grâce à la comparaison des fréquences extraites des trois premiers IMF pour des états sains et endommagés. Yang et al [68], ont utilisé l'EMD et la transformée de Hilbert pour déterminer l'instant d'endommagement, les fréquences naturelles, les taux d'amortissement et les emplacements des fissures, avant et après les statuts d'endommagements d'une structure de référence de l'American Society of Civil Engineers (ASCE). Les scénarios d'endommagement ont été réalisés en appliquant des changements soudains sur la rigidité de la structure. Dans leurs études, la présence d'endommagements a été reconnue en observant les pics de ces derniers dans les signaux à l'aide d'EMD.

Bien que l'EMD ait été largement utilisé dans divers domaines de l'ingénierie [69-74], en raison de ses propriétés uniques et de ses performances préférables, il souffre toujours du manque de base théorique solide et d'interprétation analytique des résultats. Par conséquent, il est extrêmement nécessaire de reconnaître les caractéristiques statiques de cette technique en termes de sélection de modèle et d'estimation des paramètres pour différentes applications dans le monde réel. Malgré de nombreuses applications de l'EMD dans la littérature, cette méthode souffre de certains inconvénients tels que la génération d'IMF indésirables dans la région des basses fréquences avec le problème de mélange de modes conduisant à des résultats SHM inexacts. Pour surmonter cela, Torres et al [75], ont proposé la décomposition en mode empirique d'ensemble complet avec bruit adaptatif (CEEMDAN) en ajoutant un bruit particulier dans celui-ci, après chaque étape du processus de décomposition, un résidu unique est obtenu. De plus, le réseau de neurones artificiels (ANN) a été largement utilisé dans le SHM pour automatiser l'approche d'identification des dommages dans le but de réduire efficacement l'intervention humaine et accélérer le processus de diagnostic de structure [76]. Arangio et Bontempi [77], ont utilisé un ANN bayésien basé sur la forme de mode et les caractéristiques de fréquence pour la surveillance à long terme et l'identification des dommages d'un pont à haubans en tant que véritable étude de cas de référence. La capacité de la méthode proposée à détecter les dommages a été trouvée par rapport aux techniques traditionnelles basées sur les vibrations.

Zang et al [78], ont évalué les avantages de combiner l'analyse des composants indépendants (ICA) et l'ANN dans la procédure de détection des endommagements de deux exemples de modèles de structure en treillis et d'étagère à trois étages. Les résultats expérimentaux ont démontré l'efficacité de la méthodologie proposée.

L'un des problèmes importants de la détection des endommagements structurels basée sur les vibrations est de construire et d'extraire les paramètres sensibles des réponses dynamiques structurelles pour identifier les endommagements initiaux. À cette fin, un système multiforme d'identification des dommages structurels basé sur la combinaison de techniques de traitement du signal et d'intelligence artificielle a été développé récemment. Ceci peut garantir la robustesse, la fiabilité et l'efficacité du processus de détection [79]. Garcia-Perez et al [80], ont combiné les techniques de transformation de paquets d'ondelettes (WPT) et d'EMD et ont utilisé l'ANN pour localiser et détecter les endommagements combinés d'une structure de type treillis à cinq baies. Vazirzade et al [81], ont étudié la fiabilité de l'analyse modale utilisant HHT et ANN pour détecter les endommagements d'un cadre résistant aux moments à trois étages. Dans leur méthodologie, la fréquence et la forme de mode du premier mode ont été capturés par la décomposition en mode empirique d'ensemble (EEMD) et les méthodes HT ; puis, ANN a déterminé l'emplacement et la gravité des endommagements. [82].

## **I.7 Conclusion**

La surveillance de l'état de santé des structures est un sujet scientifique qui attire l'attention de nombreux chercheurs, et de nombreuses grandes sociétés industrielles. L'utilisateur d'aujourd'hui est en effet de plus en plus exigeant sur les produits, notamment ceux qui touchent de loin ou de près au domaine de la mécanique, cela, force les constructeurs à bien surveiller la santé de leurs constructions, pour pouvoir garantir à la fois une bonne solidité, une efficacité loyale, et une durée de vie qui pourrait être la plus longue possible.

Tout comme la structure, un endommagement possède des caractéristiques qui le définissent, le rendant soit vraiment médiocre, ou au contraire, très nuisibles, et pour éviter d'arriver à un endommagement sous statut dangereux, de multiples méthodes de détection des endommagements sont testées et utilisées.

Une structure étant sollicitée ou perturbée par une force extérieure, se voit changer plusieurs de ses paramètres initiaux ; comme son énergie, son état vibratoire, ses caractéristiques géométriques (déformation), etc..., et c'est ces caractéristiques qui sont le plus souvent exploitées par les méthodes de détection d'endommagement afin de garantir leurs efficacités. Les paramètres vibratoires sont donc utilisés par de nombreuses méthodes, parmi elles, dans ce chapitre nous nous sommes penchés sur les techniques fréquentielles.

Ces méthodes fréquentielles, comme toutes autres méthodes, possèdent des avantages et bien sur des inconvénients, et elles restent très utilisées et très appréciées par les chercheurs. En effet comme leurs noms l'indiquent, ces techniques jouent sur les fréquences structurelles afin d'accomplir leurs rôles. Comme nous l'avons expliqué dans ce présent chapitre, une structure sollicitée et une autre libre, se verront donner des fréquences bien différentes, et cela reste similaire pour le cas d'une structure saine et une autre endommagée, c'est donc cette différence de fréquence qui définit le concept d'utilisation de ces méthodes. Théoriquement le domaine de la recherche est infini et sans limites , ce détail a permis d'aboutir à des tests et des recherches qui ont permis l'optimisation des méthodes fréquentielles , et donc la diversification des concepts d'utilisation de ces techniques , en effet , comme nous l'avons citer dans ce chapitre , que ce soit , les antirésonances , les fréquences naturelles , les contours de fréquences ou bien les combinaisons de temps-fréquence ou même récemment de l'intelligence artificielle, plusieurs initiatives ont été prises pour essayer de perfectionner ces méthodes fréquentielles et leur permettre de s'imposer au mieux dans le domaine de la détection des endommagements.

**CHAPITRE 2 : LA METHODE DES ELEMENTS FINIS**  
**ET LA DYNAMIQUE DES STRUCTURES**

## **II. Chapitre 2 : La méthode des éléments fini et la dynamique des structures**

### **II.1 Méthode des éléments finis**

#### **II.1.1 Introduction**

L'évolution exponentielle de l'ingénierie mécanique et civil a abouti à une innovation et une complexité des constructions et des structures.

La fiabilité des constructions est primordiale, que ce soit pour les entreprises, ou les privés, pour cela, la prédiction des défauts dans les structures permet d'éviter bien nombres de problèmes.

Dans cette première partie de notre deuxième chapitre, nous allons nous intéresser à la méthode des éléments finis, qui est considérée comme l'une des méthodes les plus rentables dans le domaine de pré-détection des endommagements.

#### **II.1.2 Définition**

L'industrie connaît une expansion fulgurante, surtout ces dernières années, le calcul occupe une place fondamentale dans ce domaine, en effet, il permet aux ingénieurs de tester plusieurs configurations pour optimiser le comportement d'un modèle, cela a pour but d'éviter de multiplier les prototypes et les essais de tests réels et nous permet de réduire le cout et les délais de fabrication.

La méthode des éléments finis est une méthode de discrétisation et un des outils les plus efficaces et les plus généraux pour l'analyse des structures dans de nombreux secteurs de l'industrie. Le principe de la méthode des éléments finis consiste à subdiviser la structure continue en sous-domaine de formes extrêmement simples appelées (élément finis), ce qui conduit à définir une approximation de la solution pour chacun des éléments constitutifs de la structure.

Il y'a plusieurs sortes de formulations d'éléments finis en mécanique des structures : en déplacement, en contraintes.

Dans la méthode des éléments finis, on distingue trois aspects :

- La discrétisation de la structure en éléments.
- Le choix d'une approximation pour chaque élément.
- Le choix des coordonnées physique [déplacements nodaux] pour chaque élément.

En dynamique, la méthode la plus utilisée est celle basé sur une discrétisation spatiale par éléments finis de type déplacements, qui permettent l'étude du comportement de la structure en connaissance des déplacements aux nœuds. On peut mettre en évidence les étapes de calcul comme suit :

- La discrétisation spatiale du domaine en éléments finis.
- La formulation au niveau de l'élément.
- La formulation globale après assemblage. [83]

## II.1.3 Rappels sur les éléments fini

### II.1.3.1 La discrétisation en éléments finis

Nous subdivisons la structure ou le milieu continu à étudier en éléments finis de forme de géométrie simple, de manière à approximer le mieux possible sa géométrie.

On donne un exemple de discrétisation dans la figure ci-dessous : [84]

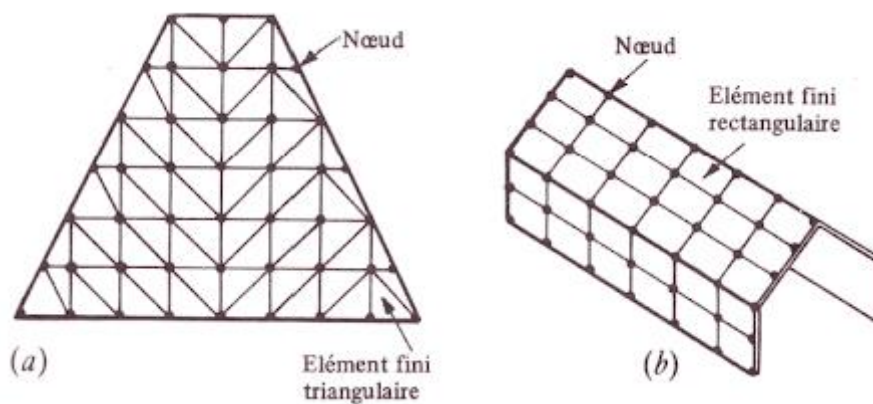


Figure II-1: exemple de discrétisation de deux structures. (a) : discrétisation en éléments fini triangulaire, (b) : discrétisation en éléments fini rectangulaire

### II.1.3.2 L'approximation nodale de chaque élément

Pour chaque élément, on choisit une fonction d'interpolation qui représente la variation des déplacements au sein de cet élément.

Partant d'hypothèses de petits déplacements et petites déformations, la mécanique Du solide a permis d'établir deux types de conditions régissant l'équilibre d'un corps : les équations d'équilibre des forces et

la compatibilité des déplacements. En d'autres termes, le champ de déplacement doit être Dérivable au moins une fois.

L'intégration de ces équations n'étant pas aisée, une des méthodes les plus utilisées Pour les résoudre est la méthode dite des éléments finis qui revient à remplacer Le système continu par un système discret. Le solide est alors divisé en un certain Nombre de sous-domaines appelés éléments, dont l'assemblage permet la reconstitution de la géométrie initiale. Chacun des éléments est relié à ces voisins par des Nœuds dont les degrés de liberté (DDL) constituent les inconnues du problème.

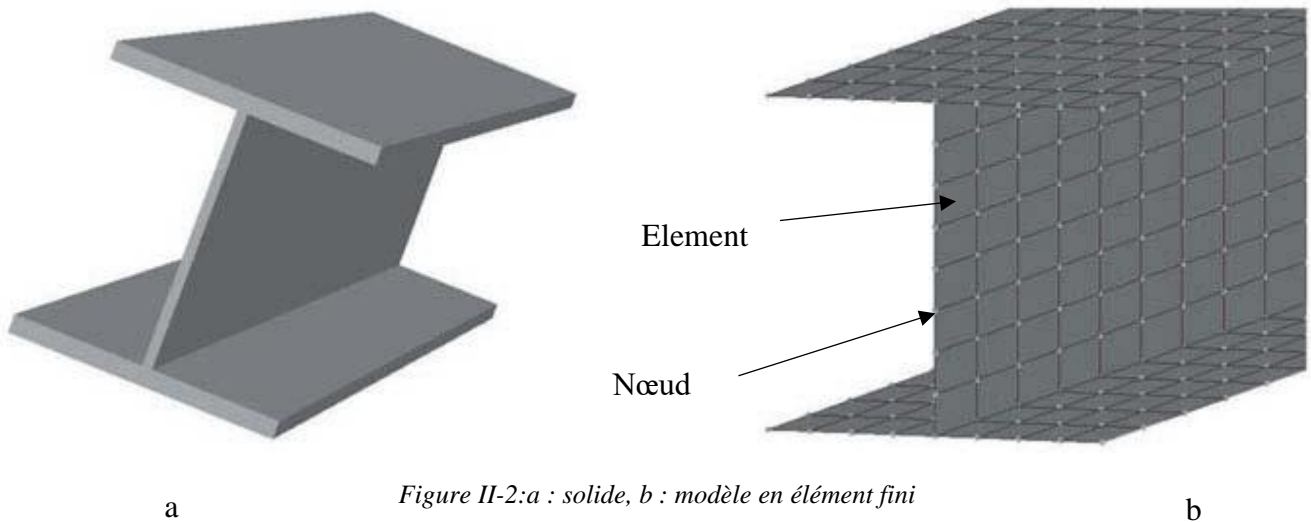


Figure II-2:a : solide, b : modèle en élément fini

Considérant un champ de déplacement cinématiquement admissible sur l'élément, La méthode consiste le plus souvent à approximer celui-ci au moyen d'une fonction polynomiale formée d'un nombre fini de paramètres et à l'exprimer en fonction Des déplacements nodaux (les déplacements associés aux degrés de liberté). On Aura donc :

$$\begin{aligned}
 X(x, y, z) &= \sum_{i=1}^n N_i(x, y, z) \cdot X_i \\
 &= N_1(x, y, z) \cdot X_1 + N_2(x, y, z) \cdot X_2 + \dots + N_n(x, y, z) \cdot X_n
 \end{aligned}
 \tag{II. 1.1}$$

Où les :

- $X_i$  Désignent les inconnus en déplacement associé aux degrés de liberté considérés.
- $N_i(x, y, z)$  Désignent les fonctions de forme de l'élément permettant d'obtenir les déplacements de celui-ci en n'importe quel point de sa géométrie et ce toujours à partir des déplacements nodaux.

À titre d'exemple, prenons un élément « barre » travaillant uniquement en traction ou en compression. Le matériau utilisé étant supposé linéaire, la déformation est de ce fait constante sur la hauteur de sa section. La fonction de déplacement  $U(x)$  est alors forcément linéaire. On a donc :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{du}{dx} = cte \rightarrow U(x) = a_0 + a_1 \cdot x \quad (\text{II. 1.2})$$

Par ailleurs, on sait qu'en :

$$x = 0 \rightarrow U(0) = U_1$$

$$x = L \rightarrow U(L) = U_2$$

D'où :

$$U(x) = \left(1 - \frac{x}{L}\right) \cdot U_1 + \frac{x}{L} \times U_2 = \begin{Bmatrix} 1 - \frac{x}{L} & \frac{x}{L} \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{Bmatrix} \quad (\text{II. 1.3})$$

Soit sous une autre forme présentée dans la figure ci-dessous :

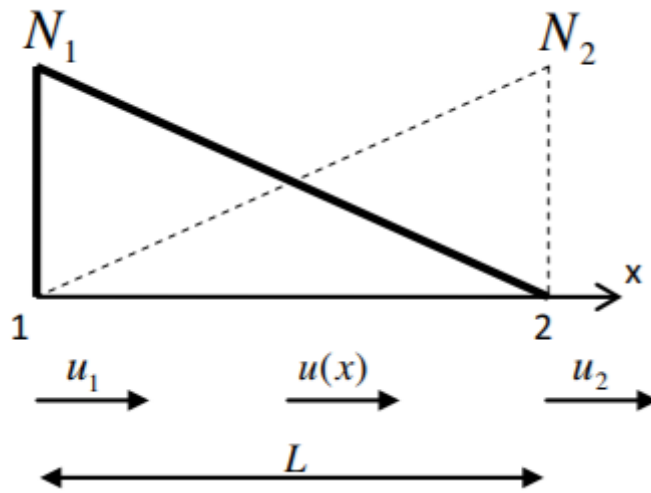


Figure II-3: fonction de forme d'un élément barre

$$U(x) = \left(1 - \frac{x}{L}\right) \cdot U_1 + \frac{x}{L} \times U_2 = N_1 \cdot U_1 + N_2 \cdot U_2 = \sum_{i=1}^2 N_i \cdot U_i = [N] \cdot \{q_e\} \quad (\text{II. 1.4})$$

En regroupant toutes les fonctions de forme de l'élément au sein de la matrice  $[N]$  et les déplacements nodaux dans le vecteur  $\{q_e\}$ , le champ de déplacement s'exprime alors :

$$\{U\} = [N] \cdot \{q_e\} \quad (\text{II.1.5})$$

Avec  $\{U\}$  correspondant au vecteur des fonctions de déplacement applicables sur l'élément :  $U(x, y, z), V(x, y, z), W(x, y, z), \beta_x(x, y, z), \text{etc.}$ . Le degré du polynôme retenu pour l'élément est donc intimement lié aux nombres de nœuds et de degrés de liberté par nœud. Par exemple, un élément unidimensionnel à trois nœuds aura une fonction d'approximation parabolique. Généralement, les fonctions d'interpolation retenues sont linéaires, quadratiques et plus rarement cubiques ce qui ne se révèle pas toujours conforme aux théories visées telles que celles des poutres, des plaques ou des coques. En effet, les ligne et surface élastique découlant de ces théories sont plutôt du troisième voire du quatrième degré. Une solution revient à discrétiser le modèle de telle manière à reconstituer le champ réel de déplacement à partir de fonctions de degré inférieur. La qualité et l'efficacité d'une telle reconstitution dépendront donc d'une part du type d'élément choisi, en d'autres termes de ses capacités, et d'autre part de la densité du maillage. Dans le cas des éléments courants et toujours dans une hypothèse de linéarité, ce choix aura pour conséquence de ne pas garantir la continuité du champ de contrainte d'où la recherche d'une discrétisation adaptée permettant sa bonne reconstitution. De ce fait, la taille des éléments utilisés sera généralement petite. [85]

### II.1.3.3 L'énergie de déformation élémentaire

#### II.1.3.3.1 Notion de déformation

L'action des forces extérieures sur un solide déformable entraîne pour chacun des points de sa géométrie un mouvement pouvant être décomposé en trois phases distinctes : une translation d'ensemble (mouvement de corps rigide en translation), une rotation d'ensemble (mouvement de corps rigide en rotation) et enfin une déformation pure. La déformation qui correspond à un mouvement relatif par rapport à un référentiel donné, peut suivre plusieurs hypothèses comme celles des petites ou grandes déformations mais également être associée à des petits ou grands déplacements. [85]

#### II.1.3.3.2 Rappel sur l'énergie de déformation

Notant la relation  $\{\varepsilon\} = [\partial]\{U\}$ , le vecteur des déformations pourra être exprimé en fonction des déplacements nodaux à partir de :

$$\{\varepsilon\} = \underbrace{[\partial][N]}_{[B]} \cdot \{q_e\} = [B] \cdot \{q_e\} \quad (\text{II. 1.6})$$

Avec :

$[\partial]$  : opérateur de dérivation dont les dimensions dépendent de celles de l'élément étudié.

Exemple :

Soit pour l'élément barre :  $\varepsilon_{xx} = \frac{du}{dx} = \underbrace{\left\{ -\frac{1}{L} \quad \frac{1}{L} \right\}}_{[B]} \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{Bmatrix}$ , Le champ de contrainte étant obtenu à partir de la

relation contrainte-déformation  $\{\sigma\} = [H]\{\varepsilon\}$ , l'énergie de déformation  $W_e$  associée à l'élément e peut être déduite en posant :

$$\begin{aligned} W_e &= \frac{1}{2} \int_{V_e} \{\varepsilon\}^T \cdot \{\sigma\} \cdot dV_e = \frac{1}{2} \int_{V_e} \{q_e\}^T \cdot [B]^T \cdot [H] \cdot [B] \cdot \{q_e\} \cdot dV_e \\ &= \frac{1}{2} \{q_e\}^T \cdot [K_e] \cdot \{q_e\} \end{aligned} \quad (\text{II. 1.7})$$

Avec :  $[K_e]$  : matrice de rigidité élémentaire de l'élément e.

Et :  $[H]$  : la matrice d'élasticité.

## II.1.4 Les matrices de raideur

### II.1.4.1 Matrice de raideur d'une barre

Une barre est une structure droite et rigide, ayant une longueur, et étant cylindrique ou rectangulaire, elle est utilisée dans le domaine de la construction, essentiellement dans l'industrie mécanique et civil.

Afin de déduire la matrice de raideur d'une barre, que ce soit dans le repère local, ainsi que dans le repère global, on prend pour exemple un élément barre dans l'espace, comme le montre la Figure ci-dessous.

L'axe local  $x$  est pris dans la direction axiale de l'élément, il a pour origine son extrémité (nœuds local 1), on adopte le modèle linéaire de déplacement suivant :

$$u(x) = q_1 + (q_2 - q_1) \frac{x}{l} \quad (\text{II. 1.8})$$

Avec :

$$\{u(x)\} = [N]\vec{q}^e \quad (\text{II. 1.9})$$

$$[N] = \left[ \left(1 - \frac{x}{l}\right) \quad \frac{x}{l} \right] \quad (\text{II. 1.10})$$

$$\vec{q}^e = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} \quad (\text{II. 1.11})$$

$q_1$  et  $q_2$  sont les degrés de libertés des nœuds en coordonnées local du système, en d'autre terme, ce sont les inconnus.

$l$  est la longueur de l'élément , et l'exposant  $e$  représente le numéro de l'élément.

Pour notre système, la déformation s'exprime avec la relation suivante :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u(x)}{\partial x} = \frac{q_1 - q_2}{l} \quad (\text{II. 1.12})$$

En d'autres termes :

$$\{\varepsilon_{xx}\} = [B]\vec{q}^e \quad (\text{II. 1.13})$$

Avec :

$$[B] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{l} & \frac{1}{l} \end{bmatrix} \quad (\text{II. 1.14})$$

Comme nous le savons, la contrainte est égale au module de Young du matériau qu'on multiplie par la déformation subite par ce dernier, d'où l'équation suivante :

$$\sigma_{xx} = E\varepsilon_{xx} \quad (\text{II. 1.15})$$

Notant que  $[D] = [E]$

De ce faite, l'équation (II.1.15) peut s'écrire de la manière suivante :

$$\sigma_{xx} = [D]\varepsilon_{xx} \quad (\text{II. 1.16})$$

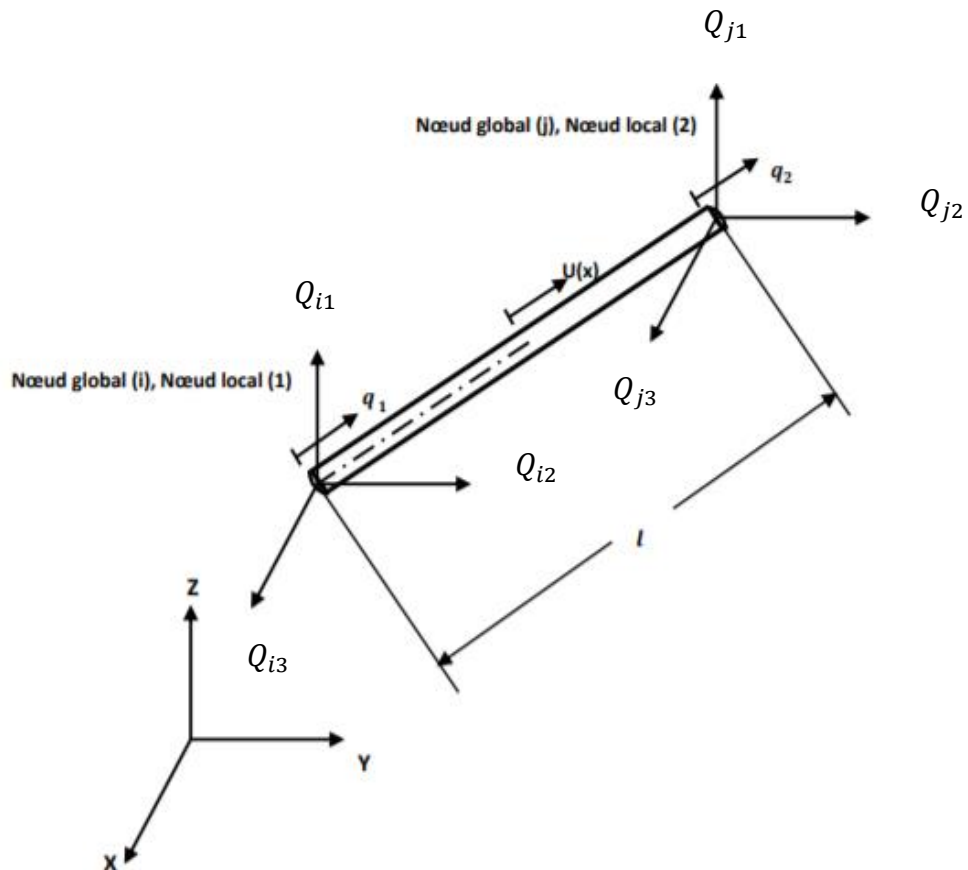


Figure II-4:élément barre dans l'espace

A partir de l'équation suivante, on peut obtenir la matrice de raideur de la barre en coordonnées local (1D) du système :

$$[K^e] = \iiint_{V^e} [B]^T [D] [B] dV = A \int_{x=0}^l \begin{Bmatrix} -1 \\ l \\ 1 \\ l \end{Bmatrix} E \begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \end{Bmatrix} = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II. 1.17})$$

A : la surface de la section droite de la barre.

En trouvant la matrice de transformation, on peut déduire la matrice de raideur de la barre en coordonnées globale du système.

On tient à préciser que les nœuds locaux 1 et 2 de l'élément correspondent aux nœuds i et j, respectivement, du système global.

On décompose les déplacements  $q_1$  et  $q_2$  en :  $Q_{i1}, Q_{i2}$  et  $Q_{i3}, Q_{j1}, Q_{j2}$  et  $Q_{j3}$ , qui sont, notant le bien, parallèles aux axes globaux X, Y, Z, ainsi, on peut donc écrire les deux groupes du déplacement comme suit :

$$\vec{Q}^e = [\lambda] \vec{Q}^e \quad (\text{II. 1.18})$$

Avec :  $[\lambda]$  : la matrice de transformation.

$\vec{Q}^e$  : le vecteur des déplacements nodaux de l'élément  $e$  dans les coordonnées globales.

Leurs notations sont données comme suit :

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} l_{ij} & m_{ij} & n_{ij} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l_{ij} & m_{ij} & n_{ij} \end{bmatrix} \quad (\text{II. 1.19})$$

$$\vec{Q}^e = \begin{Bmatrix} Q_{i1} \\ Q_{i2} \\ Q_{i3} \\ Q_{j1} \\ Q_{j2} \\ Q_{j3} \end{Bmatrix} \quad (\text{II. 1.20})$$

Les  $l_{ij}, m_{ij}, n_{ij}$  sont les cosinus directeurs des angles entre la ligne (ij), et respectivement, les directions OX, OY, OZ. En termes des coordonnées globales des nœuds (i) et (j), on peut calculer les cosinus directeurs comme suit :

$$l_{ij} = \frac{X_j - X_i}{l}, m_{ij} = \frac{Y_j - Y_i}{l}, n_{ij} = \frac{Z_j - Z_i}{l} \quad (\text{II. 1.21})$$

Notant bien que  $(X_i, Y_i, Z_i), (X_j, Y_j, Z_j)$  corespondent aux coordonnees globales des nœuds (i) et (j), respectivement,  $l$  ; c'est la longueur de l'élément, on peut le déterminer par l'équation qui suit :

$$l = \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2 + (Z_j - Z_i)^2} \quad (\text{II. 1.22})$$

En utilisant l'équation qui suit, on peut donc déduire la matrice de raideur de l'élément dans les coordonnées globales ;

$$[K^e] = [\lambda^e]^T [K^e] [\lambda^e] \quad (\text{II. 1.23})$$

Finalement, on a la matrice de raideur (3D) de l'élément dans les coordonnées globales :

$$[K] = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} l_{ij}^2 & l_{ij}m_{ij} & l_{ij}n_{ij} & -l_{ij}^2 & -l_{ij}m_{ij} & -l_{ij}n_{ij} \\ l_{ij}m_{ij} & m_{ij}^2 & m_{ij}n_{ij} & -l_{ij}m_{ij} & -m_{ij}^2 & -m_{ij}n_{ij} \\ l_{ij}n_{ij} & m_{ij}n_{ij} & n_{ij}^2 & -l_{ij}n_{ij} & -m_{ij}n_{ij} & -n_{ij}^2 \\ -l_{ij}^2 & -l_{ij}m_{ij} & -l_{ij}n_{ij} & l_{ij}^2 & l_{ij}m_{ij} & l_{ij}n_{ij} \\ -l_{ij}m_{ij} & -m_{ij}^2 & -m_{ij}n_{ij} & l_{ij}m_{ij} & m_{ij}^2 & m_{ij}n_{ij} \\ -l_{ij}n_{ij} & -m_{ij}n_{ij} & -n_{ij}^2 & l_{ij}n_{ij} & m_{ij}n_{ij} & n_{ij}^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II. 1.24})$$

Pour une barre bidimensionnelle (2D), on peut facilement obtenir la matrice de raideur, et cela en interférant avec l'équation (II.1.24) ; en effet ; en supprimant les degrés de libertés  $w_1$  et  $w_2$  , la matrice de raideur d'une barre (2D) s'écrit comme suit :

$$[K] = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} l_{ij}^2 & l_{ij}m_{ij} & -l_{ij}^2 & -l_{ij}m_{ij} \\ l_{ij}m_{ij} & m_{ij}^2 & -l_{ij}m_{ij} & -m_{ij}^2 \\ -l_{ij}^2 & -l_{ij}m_{ij} & l_{ij}^2 & l_{ij}m_{ij} \\ -l_{ij}m_{ij} & -m_{ij}^2 & l_{ij}m_{ij} & m_{ij}^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II. 1.25})$$

### II.1.4.2 Matrice de raideur d'une poutre

La poutre est un élément barre droite, elle est conçue pour supporter des charges, elle est essentiellement sollicitée par des charges transversales. Le déplacement et la rotation décrivent la déformée de la poutre.

Les déplacements transversaux et la rotation aux extrémités de la poutre permettent de calculer le nombre de degrés de libertés inconnus.

Prenons comme exemple une poutre de longueur  $l$  dans le plan  $xy$  , elle possède quatre degrés de liberté dans les coordonnées locales  $(xy)$  , ils sont indiqués comme suit ;  $q_1, q_2, q_3$  et  $q_4$  , on a donc quatre déplacements nodaux, et un modèle de déplacement cubique :

$$v(x) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2 + \alpha_4 x^3 \quad (\text{II. 1.26})$$

$\alpha_1$  et  $\alpha_4$  sont des constantes qu'on peut trouver en suivant les conditions comme suit :

$$\begin{aligned}v(x) &= q_1 \text{ et} \\ \frac{dv}{dx}(x) &= q_2\end{aligned}\tag{II. 1.27}$$

Et cela pour  $x = 0$  .

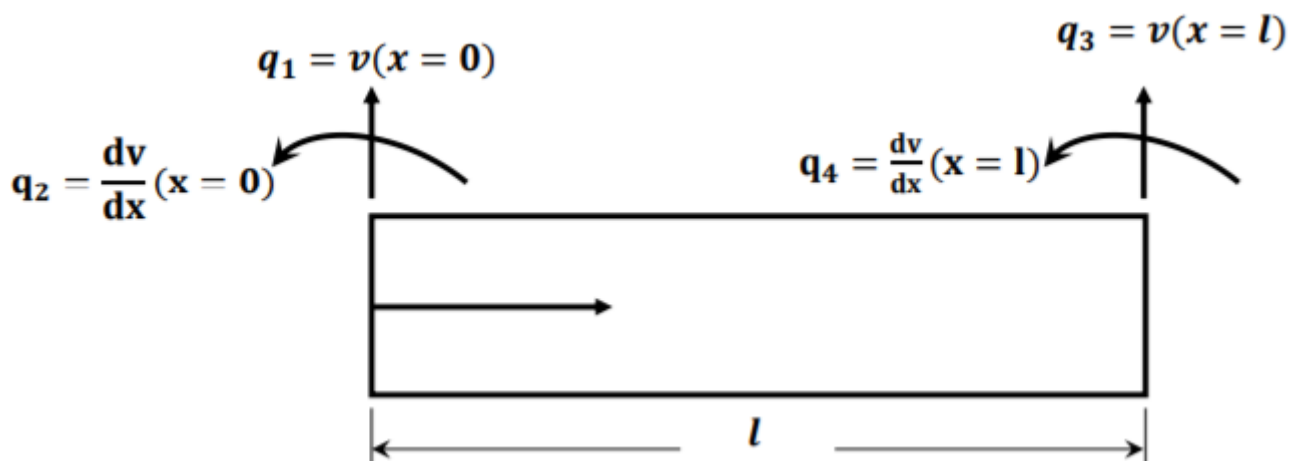


Figure II-5: sollicitation d'une poutre par des charges transversales

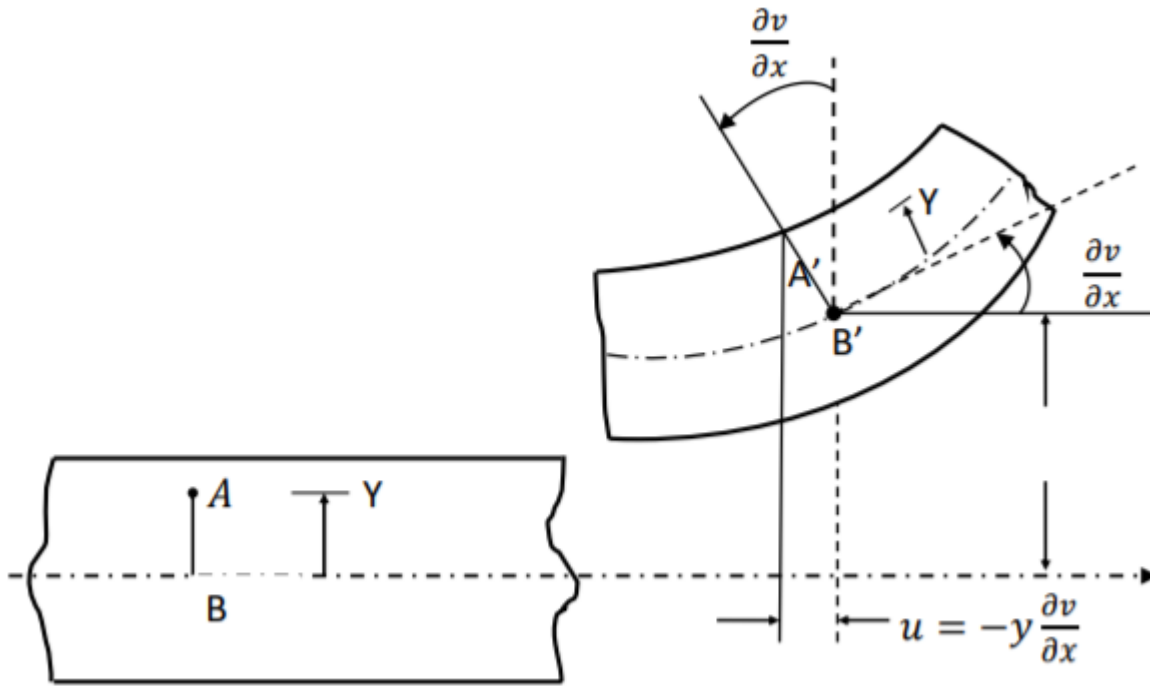


Figure II-6: déformation d'une poutre dans le plan (xy)

L'équation (II.1.27) peut s'écrire comme suit :

$$v(x) = [N] \vec{q} \quad (\text{II. 1.28})$$

Où :

$$[N] = [N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4] \quad (\text{II. 1.29})$$

Et :

$$\begin{cases} N_1(x) = \frac{2x^3 - 3lx^2 + l^3}{l^3} \\ N_2(x) = \frac{x^3 - 2lx^2 + l^2x}{l^2} \\ N_3(x) = -\frac{2x^3 - 3lx^2}{l^3} \\ N_4(x) = \frac{x^3 - lx^2}{l^2} \end{cases} \quad (\text{II. 1.30})$$

Notant aussi :

$$\vec{q} = \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{Bmatrix} \quad (\text{II. 1.31})$$

Les sections planes de la poutre restent planes après déformation, cela d'après la théorie des poutres, et donc le déplacement axial dû au déplacement transversal peut s'exprimer comme suit :

$$u = -y \frac{\partial v}{\partial x} \quad (\text{II. 1.32})$$

Où :  $y$  représente la distance par rapport à l'axe neutre.

La déformation axiale est donnée comme suit :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = -y \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = [B] \vec{q} \quad (\text{II. 1.33})$$

Avec :

$$[B] = -\frac{y}{l^3} (12x - 6l)l(6x - 4l) - (12x - 6l)l(6x - 2l) \quad (\text{II. 1.34})$$

Notant que  $[D] = [E]$

En utilisant les équations (II.1.17) et (II.1.34), on peut alors écrire la matrice de raideur comme suit :

$$[K] = \iint_{ve} [B]^T [D] [B] dV = E \int_0^l dx \iint_A [B]^T [B] dA = \frac{EI_{zz}}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II. 1.35})$$

### II.1.4.3 Matrice de raideur d'un portique

Une structure portique est constituée de poutres reliées entre elles. Les éléments d'un portique travaillent en flexion, traction, et torsion. Ils sont modélisés par des poutres, en effet, il est soumis à des forces axiales, et un moment fléchissant autour des axes principaux du plan de sa section droite, ainsi qu'un moment de torsion sur son axe de centre de gravité. En supposant que les axes locaux  $xyz$  sont choisis d'une manière à ce qu'ils coïncident avec les axes principaux de la section, il sera donc possible d'obtenir une matrice d'ordre  $(12 \times 12)$  constituée de sous matrices d'ordre  $(2 \times 2)$  et  $(4 \times 4)$ .

Pour une meilleure compréhension de notre cas, la figure ci-dessous, illustre les degrés de liberté correspondants aux multiples déplacements.

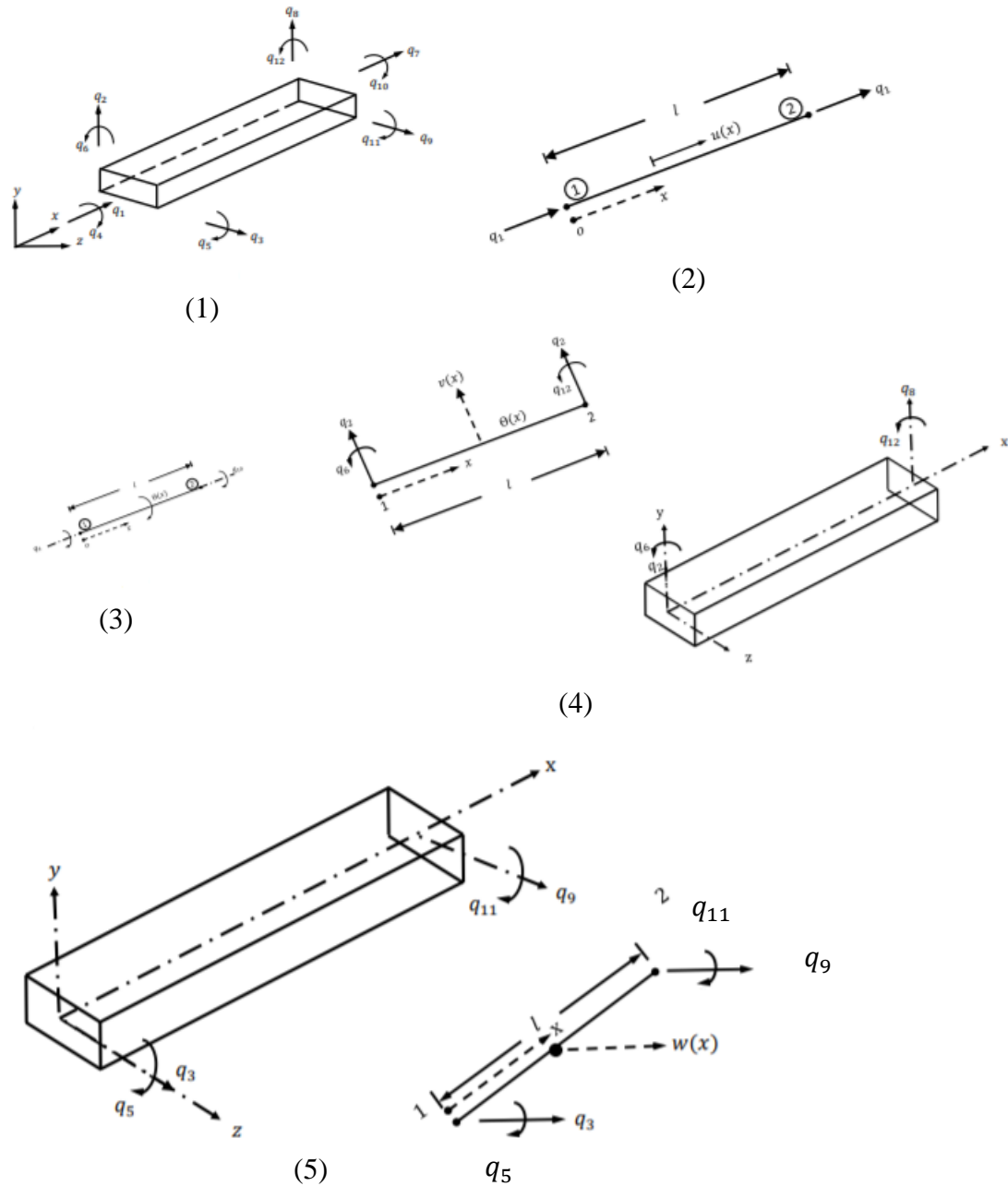


Figure II-7:(1) Élément avec 12 degrés de liberté ;(2) Déplacements axiaux ; (3) Déplacements de torsion ; (4) Déplacements de flexion sur le plan  $xy$  ; (5) Déplacements de flexion sur le plan  $xz$ .

, les déplacements axiaux  $q_1$  et  $q_7$  dépendent seulement des forces axiales, et cela, d’après la théorie des poutres, les rotations  $q_4$  et  $q_{10}$  dépendent seulement des moments de torsion. Mais notant bien que, pour un système de coordonnées  $xyz$  arbitraire, le déplacement de flexion sur le plan  $xy$ , à savoir  $q_2$ ,  $q_6$ ,  $q_8$ , et  $q_{12}$ , ne dépendent pas seulement des forces fléchissantes agissantes sur le même plan, mais également sur les forces fléchissantes agissantes sur le plan  $xz$ , d’autre part si l’axe principal de la section droite coïncide avec les plans  $xy$  et  $xz$ , les déplacements de flexion et les forces sur ces deux plans sont considérés être indépendants l’un de l’autre.

Nous optons pour les systèmes de coordonnées locales  $xyz$  de manière à ce qu'ils coïncident avec l'axe principale de la section droite, l'axe  $x$  étant l'axe centroïde du portique, donc les déplacements sont divisés en deux groupes, chacun indépendant de l'autre. On considère d'abord la matrice de rigidité correspondante aux différents groupes de déplacements, ensuite nous obtenons la matrice locale de rigidité de l'élément par superposition.

Comme nous l'avons dit auparavant, l'élément portique est soumis à une flexion, une traction, ainsi qu'une torsion, afin de déduire la matrice de rigidité, il nous faut d'abord décortiquer les différents déplacements causés par les sollicitations multiples qu'on a cités.

**Déplacements axiaux :** les déplacements nodaux correspondants sont  $q_1$  et  $q_2$ . En adoptant un modèle de déplacement linéaire, on peut déduire la matrice de raideur (pour le déplacement axial) :

$$[K_a^e] = \iiint_{V^e} [B]^T [D] [B] dV = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II. 1.36})$$

$a$  : on a choisi cette appellation pour désigner le terme axial.

Avec :  $A$ ,  $E$ , et  $l$ , respectivement, surface de la section, module de Young et longueur de l'élément.

**Déplacements de torsion :** Dans ce cas, les degrés de liberté (déplacements de torsion) sont  $q_4$  et  $q_{10}$ ,

En supposant une variation linéaire des déplacements de torsion et les angles de torsion, le modèle de déplacement est exprimé de la manière suivante :

$$\theta(x) = [N] \vec{q}_t \quad (\text{II. 1.37})$$

$$[N] = \left[ \left(1 - \frac{x}{l}\right) \quad \left(\frac{x}{l}\right) \right] \quad (\text{II. 1.38})$$

$$\vec{q}_t = \begin{bmatrix} q_4 \\ q_{10} \end{bmatrix} \quad (\text{II. 1.39})$$

Admettons que la section droite de l'élément est circulaire, alors la contrainte de cisaillement s'exprime de la manière suivante :

$$\varepsilon_{\theta x} = r \frac{d\theta}{dx} \quad (\text{II. 1.40})$$

Avec :  $r$  : est la distance de la fibre par rapport à l'axe centroïde de l'élément. Ainsi, la relation contrainte-déplacement s'écrit :

$$\vec{\varepsilon} = [B] \vec{q}_t \vec{\varepsilon} = \{\varepsilon_{\theta x}\} \text{ et } [B] = \left\{ -\frac{r}{l} \quad \frac{r}{l} \right\} \quad (\text{II. 1.41})$$

En utilisant la loi de Hook, on obtient l'expression contrainte-déformation :

$$\vec{\sigma} = [D] \vec{\varepsilon} \quad , \quad \vec{\sigma} = \{\sigma_{\theta x}\} ; [D] = [G] \quad (\text{II. 1.42})$$

Avec :  $G$  : le module de cisaillement du matériau.

Donc, La matrice de rigidité de l'élément correspondante aux déplacements de torsion s'écrit :

$$[K_t^e] = \iiint_{V^e} [B]^T [D] [B] dV \quad (\text{II. 1.43})$$

$$G \int_{x=0}^1 dx \iint_A r^2 dA \begin{bmatrix} -\frac{1}{l} \\ \frac{1}{l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{1}{l} & \frac{1}{l} \end{bmatrix} \quad (\text{II. 1.44})$$

Avec :  $J = \iint_A r^2 dA$  : le moment d'inertie polaire de la section droite.

On peut donc écrire :

$$[K_t^e] = \frac{GJ}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II. 1.45})$$

t : on a choisi cette appellation pour désigner le terme torsion.

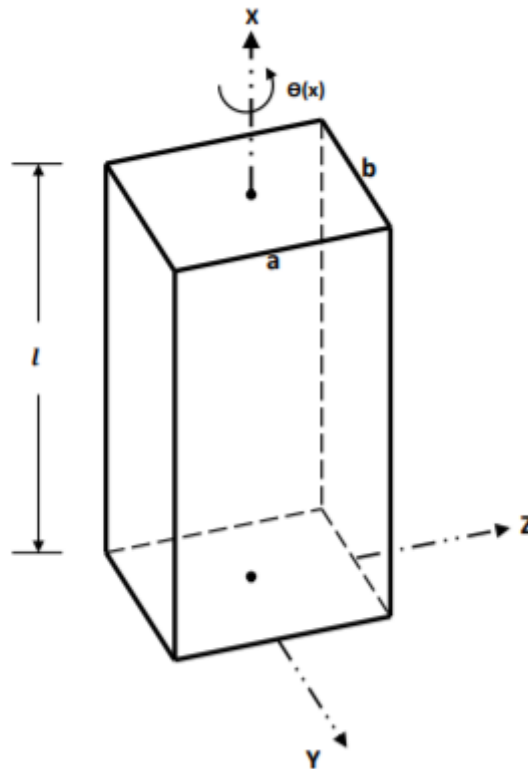


Figure II-8:élément portique triangulaire

**Déplacement de flexion sur le plan xy :**

Les quatre degrés de liberté de flexion sont  $q_3, q_5, q_9$  et  $q_{11}$ , donc la matrice de raideur s'écrit comme suit :

$$[K_{xy}^e] = \frac{EI_{zz}}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II. 1.46})$$

Avec :  $I_{zz} = \iint_A y^2$  représente le moment d'inertie de la section droite de l'élément par rapport à l'axe z.

**Déplacement de flexion sur le plan xz :**



$$\begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \\ q_8 \\ q_9 \\ q_{10} \\ q_{11} \\ q_{12} \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} l_{ox} & m_{ox} & n_{ox} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ l_{oy} & m_{oy} & n_{oy} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ l_{oz} & m_{oz} & n_{oz} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l_{ox} & m_{ox} & n_{ox} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l_{oy} & m_{oy} & n_{oy} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l_{oz} & m_{oz} & n_{oz} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l_{ox} & m_{ox} & n_{ox} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l_{oy} & m_{oy} & n_{oy} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l_{oz} & m_{oz} & n_{oz} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l_{ox} & m_{ox} & n_{ox} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l_{oy} & m_{oy} & n_{oy} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l_{oz} & m_{oz} & n_{oz} \end{bmatrix}}_{[\lambda]} \begin{Bmatrix} q_{6i-5} \\ q_{6i-4} \\ q_{6i-3} \\ q_{6i-2} \\ q_{6i-1} \\ q_{6i} \\ q_{6j-5} \\ q_{6j-4} \\ q_{6j-3} \\ q_{6j-2} \\ q_{6j-1} \\ q_{6j} \end{Bmatrix} \quad (\text{II. 1.49})$$

L'équation (II.1.49) comporte la matrice  $[\lambda]$ , cette matrice est la matrice de transformation  $12 \times 12$ , et pour expliquer son écriture, on note :

$$[\lambda]_{12 \times 12} = \begin{bmatrix} [\bar{\lambda}] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [\bar{\lambda}] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [\bar{\lambda}] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [\bar{\lambda}] \end{bmatrix} \quad (\text{II. 1.50})$$

Avec :

$$[\lambda]_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} l_{ox} & m_{ox} & n_{ox} \\ l_{oy} & m_{oy} & n_{oy} \\ l_{oz} & m_{oz} & n_{oz} \end{bmatrix} \quad (\text{II. 1.51})$$

Et :

$$[0] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II. 1.52})$$

Les cosinus de direction de l'axe des  $x$ , sont désignés par ;  $l_{ox}$ ,  $m_{ox}$  et  $n_{ox}$ , ceux de l'axe  $y$  sont ;  $l_{oy}$ ,  $m_{oy}$ , et  $n_{oy}$ , et finalement pour l'axe  $z$  ;  $l_{oz}$ ,  $m_{oz}$  et  $n_{oz}$ , et cela par rapport aux axes globaux X, Y, Z.

On prend pour exemple l'axe  $x$  ; en effet, il est très simple de retrouver la direction des cosinus, et cela avec le calcul qui suit :

$$l_{ox} = \frac{X_j - X_i}{l} \quad , \quad m_{ox} = \frac{Y_j - X_i}{l} \quad , \quad n_{ox} = \frac{Z_j - X_i}{l} \quad (\text{II. 1.53})$$

Avec :  $X_k, Y_k$  et  $Z_k$  : sont les coordonnées du nœud  $k = i, j$ , et cela dans le système de coordonnées globale.

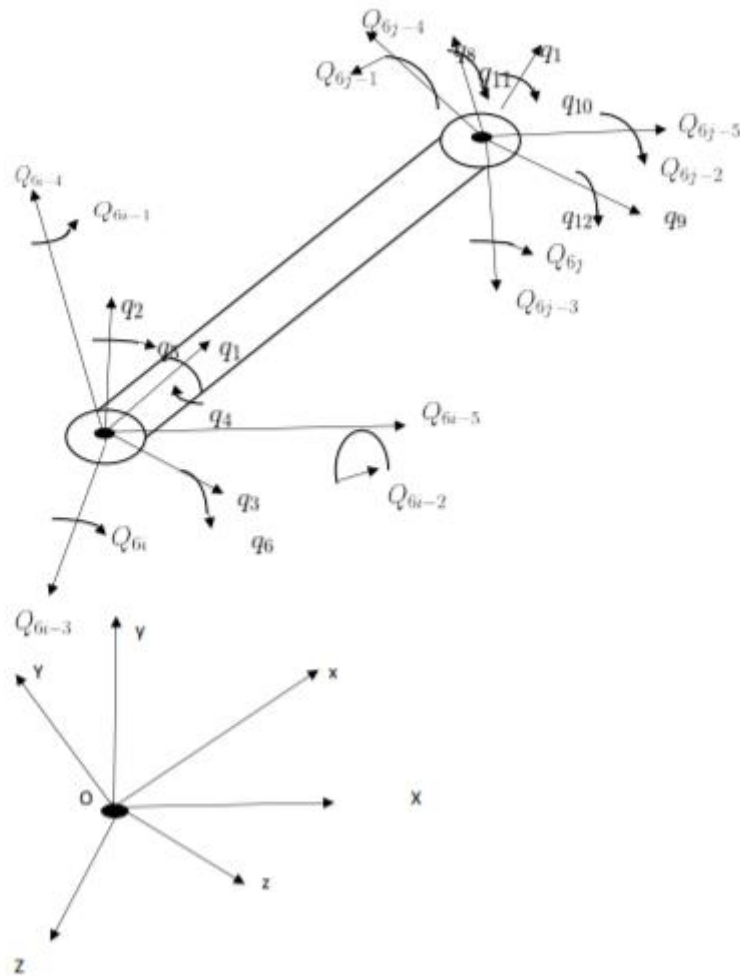


Figure II-9: les degrés de liberté d'un élément portique tridimensionnel

**Matrice de transformation :**

Afin de réaliser notre objectif, et de trouver la matrice de raideur de l'élément portique dans le système de coordonnées globale, nous avons besoin d'un intermédiaire pour basculer du système de coordonnées local, au système de coordonnées globale ; et c'est intermédiaire n'est d'autre que la matrice de transformation.

Pour obtenir la matrice de transformation  $[\bar{\lambda}]$ , on doit passer par deux étapes ;

1. La dérivation d'une matrice de transformation  $[\lambda_A]$  entre les coordonnées globales X Y Z et les coordonnées  $\bar{x}, \bar{y}$  et  $\bar{z}$ , en notant que  $\bar{z}$  doit être parallèle au plan XZ.

D'où :

$$\begin{Bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{Bmatrix} = [\lambda_A] \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix} \quad (\text{II. 1.54})$$

2. Il nous faut conduire une matrice de transformation  $[\lambda_B]$  entre les coordonnées locales  $x, y, z$ , et les coordonnées  $\bar{x}, \bar{y}$  et  $\bar{z}$ , comme suit :

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = [\lambda_B] \begin{Bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{Bmatrix} \quad (\text{II. 1.55})$$

Maintenant, on suppose que le système de coordonnées local  $x, y, z$ , peut être obtenu en faisant une rotation des axes  $\bar{x}, \bar{y}$ , et  $\bar{z}$ , et cela autour de l'axe  $\bar{x}$  par un angle  $\alpha$ .

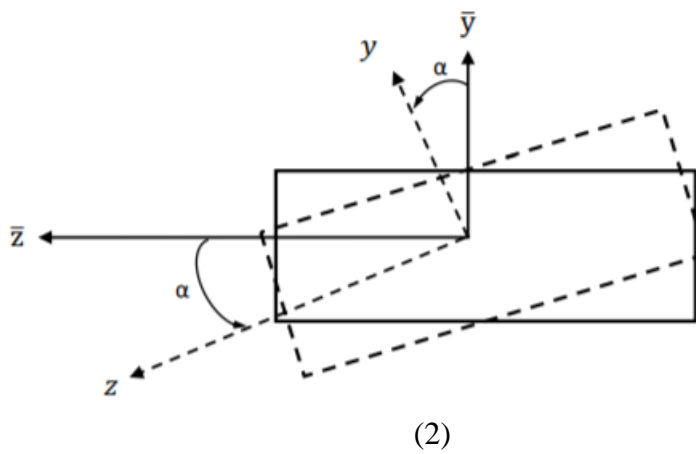
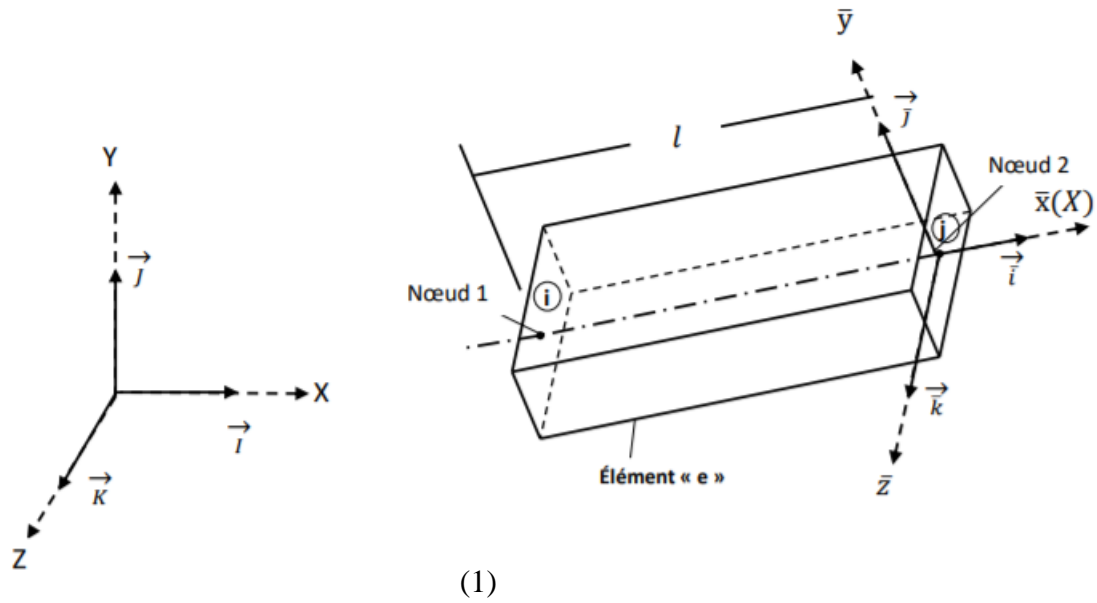


Figure II-10: système de coordonnées globales et locales. (1) : l'axe  $\bar{z}$  est parallèle à XZ, (2):  $y$  et  $z$  ne coïncident pas avec  $\bar{y}$  et  $\bar{z}$

Ainsi la transformation entre le système xyz et XYZ s'obtient comme suit :

$$[\bar{\lambda}] = [\lambda_A][\lambda_B] \tag{II. 1.56}$$

Et :

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = [\bar{\lambda}] \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix} \tag{II. 1.57}$$

**Pour  $[\lambda_A]$  :**

A partir de la figure ci-dessus, les cosinus de direction de l'axe longitudinal de l'élément du cadre peuvent être déduit comme suit :

$$l_{o\bar{x}} = l_{ox} = \frac{X_j - X_i}{l}$$

$$m_{o\bar{x}} = m_{ox} = \frac{Y_j - Y_i}{l}$$

$$n_{o\bar{x}} = n_{ox} = \frac{Z_j - Z_i}{l} \quad (\text{II. 1.58})$$

Avec i et j sont, respectivement, le premier et le deuxième nœud de l'élément e dans le système de coordonnées global.

Et l qui représente la longueur de l'élément e, qui s'obtient comme suit :

$$l = \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2 + (Z_j - Z_i)^2} \quad (\text{II. 1.59})$$

Le vecteur unitaire  $\vec{k}$  est normal au deux vecteurs unitaire  $\vec{j}$  et  $\vec{i}$ , donc :

$$\vec{k} = \frac{\vec{i} \times \vec{j}}{\|\vec{i}\| \|\vec{j}\|} = \frac{1}{d} \times \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ l_{ox} & m_{ox} & n_{ox} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{d} (-\vec{i}n_{ox} + Kl_{ox}) \quad (\text{II. 1.60})$$

Avec :

$$d = \sqrt{(l_{ox}^2 + l_{ox}^2)} \quad (\text{II. 1.61})$$

Donc, les cosinus directeurs de l'axe y s'écrivent comme suit :

$$l_{o\bar{z}} = -\frac{n_{ox}}{d}$$

$$m_{o\bar{z}} = 0$$

$$n_{o\bar{z}} = \frac{l_{ox}}{d} \quad (\text{II. 1.62})$$

Pour trouver les cosinus directeurs de l'axe  $\bar{y}$ , on utilise la condition selon laquelle  $\bar{y}$  ( de vecteur unitaire  $\vec{j}$  ) est normal à l'axe  $\bar{x}$  ( $\vec{i}$ ) et l'axe  $\bar{z}$  du vecteur unitaire ( $\vec{k}$ ), donc  $\vec{j}$  s'écrit de la manière suivante :

$$\vec{j} = \vec{k} \times \vec{i} = \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\| = \frac{1}{d} \times \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ l_{o\bar{z}} & -m_{o\bar{z}} & n_{o\bar{z}} \\ l_{ox} & m_{ox} & n_{ox} \end{bmatrix} = \frac{1}{d} [\vec{i}(-l_{ox}m_{ox}) - \vec{j}(-n_{ox}^2 - l_{ox}^2) + \vec{k}(-m_{ox}n_{ox})] \quad (\text{II. 1.63})$$

Donc, les cosinus directeurs sont donnés comme suit :

$$\begin{aligned}
 l_{oy} &= -\frac{l_{ox}m_{ox}}{d} \\
 m_{oy} &= \frac{n_{ox}^2 + l_{ox}^2}{d} \\
 n_{oy} &= -\frac{m_{ox}n_{ox}}{d}
 \end{aligned} \tag{II. 1.64}$$

Avec ;

$$[\lambda_A] = \begin{bmatrix} l_{ox} & m_{ox} & n_{ox} \\ l_{oy} & m_{oy} & n_{oy} \\ l_{oz} & m_{oz} & n_{oz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{ox} & m_{ox} & n_{ox} \\ -\frac{l_{ox}m_{ox}}{d} & \frac{l_{ox}^2 + n_{ox}^2}{d} & -\frac{m_{ox}n_{ox}}{d} \\ -\frac{n_{ox}}{d} & 0 & \frac{l_{ox}}{d} \end{bmatrix} \tag{II. 1.65}$$

**Pour**  $[\lambda_B]$  :

Admettons que e les axes principaux de la section droite de l'élément portique  $(x y z)$  font arbitrairement un angle  $\alpha$  avec les axes, on peut exprimer la transformation entre les deux systèmes de la manière suivante :

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{Bmatrix} = [\lambda_B] \begin{Bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{Bmatrix} \tag{II. 1.66}$$

Donc :

$$[\lambda_B] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \tag{II. 1.67}$$

Ainsi, on obtient la matrice  $[\bar{\lambda}]$  comme suit :

$$[\bar{\lambda}] = \begin{bmatrix} 0 & m_{ox} & 0 \\ -m_{ox} \cos \alpha & 0 & m_{ox} \sin \alpha \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \tag{II. 1.68}$$

La matrice de transformation  $[\lambda]$ , ainsi obtenue, on peut donc basculer du système de coordonnées local au système de coordonnées globales pour finalement obtenir la matrice de raideur global.

L'expression des équations élémentaires en coordonnées locales pour un problème d'équilibre, s'écrit généralement comme suit :

$$[K^e] = \bar{\varphi}^e = \bar{p}^e \tag{II. 1.69}$$

Avec  $[K^e]$  et  $\vec{p}^e$  sont respectivement, la matrice et vecteur caractéristique de l'élément, et  $\vec{\varphi}^e$  est le vecteur des déplacements nodaux de l'élément  $e$ . Soit donc la matrice  $[\lambda^e]$  exprimé en coordonnées locales et globales selon les équations suivantes :

$$\vec{\varphi}^e = [\lambda^e] \vec{\bar{\varphi}}^e \quad (\text{II. 1.70})$$

Et :

$$\vec{p}^e = [\lambda^e] \vec{\bar{P}}^e \quad (\text{II. 1.71})$$

En remplaçant l'équations (II.1.70), on obtient :

$$[k^e][\lambda^e] \vec{\bar{\varphi}}^e = [\lambda^e] \vec{\bar{P}}^e \quad (\text{II. 1.72})$$

En multipliant les deux parties de l'équation par  $[\lambda^e]^{-1}$ , on a :

$$[\lambda^e]^{-1} [k^e] [\lambda^e] \vec{\bar{\varphi}}^e = \vec{\bar{P}}^e \quad (\text{II. 1.73})$$

Avec :

$$[k^e] \vec{\bar{\varphi}}^e = \vec{\bar{P}}^e \quad (\text{II. 1.74})$$

On a donc finalement la matrice de raideur élémentaire dans le système des coordonnées globales qui s'écrit comme suit :

$$[k^e] = [\lambda^e]^{-1} [K^e] [\lambda^e] \quad (\text{II. 1.75})$$

## II.2 Dynamique des structures

### II.2.1 Introduction

La modernisation et le développement des nombreux secteurs industriels et technologiques pousse la majorité des personnes à avoir des exigences plus strictes, et pour les satisfaire, les entreprises et les constructeurs élargissent leur champ d'étude pour assurer une meilleure fiabilité pour leur construction.

La caractérisation des déplacements, des déformations et des contraintes est possible grâce à l'étude dynamique, en effet, il est primordial de déterminer, pour le dimensionnement et la conception, les niveaux d'efforts que les structures peuvent soutenir, mais également les propriétés amortissantes qu'elles peuvent développer.

Il est donc logique que la dynamique des structures soit indétournable dans bien nombre de domaine.

Pour cela, dans cette deuxième partie de notre deuxième chapitre, nous allons jeter notre intérêt sur la dynamique des structures.

### II.2.2 Définition

Dans le contexte de la mécanique des structures, la dynamique est la branche qui concerne l'étude des oscillations des structures soumises à diverses sollicitations en général et aux séismes en particulier. En bref, par rapport à la statique familière aux ingénieurs du génie civil, la dynamique fait intervenir un paramètre supplémentaire : le temps. Les bases théoriques de la dynamique proviennent de la physique générale. Par conséquent, il s'agit d'une matière plutôt théorique dont les développements requièrent quelques notions mathématiques, notamment de calcul matriciel pour traiter les systèmes à plus d'un degré de liberté.

De nombreux domaines s'intéressent à la dynamique des structures, tel que :

- Aéronautique ; confort acoustique, vibrations aérodynamiques...
- Ferroviaire : confort acoustique, chocs de roulement ...
- Automobile : confort habitacle, fréquences propres boîtes de vitesse, crash...

Et dans le secteur du génie civil (séismes, explosions, propagations dynamiques d'ondes, ...). [86]

### II.2.3 Rappel sur la dynamique des structures

#### II.2.3.1 Les degrés de liberté

Le nombre de degrés de liberté est défini comme étant le nombre minimum de coordonnées permettant de décrire les oscillations de la structure considérée. Généralement, les structures peuvent être modélisées en

considérant que les masses sont concentrées dans quelques éléments particuliers, comme les dalles d'étage des bâtiments, par exemple. Dans ce cas, le nombre de degrés de liberté par direction principale est égal au nombre d'étages. En effet, la connaissance des déplacements horizontaux de chaque étage permet de décrire les oscillations du bâtiment. [86]

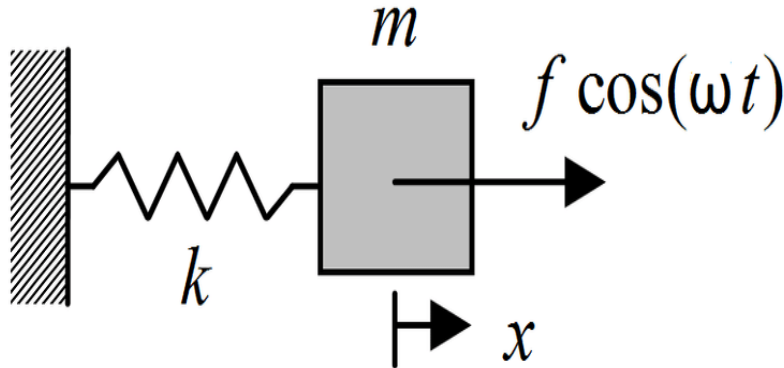


Figure II-11: système vibratoire à un degré de liberté

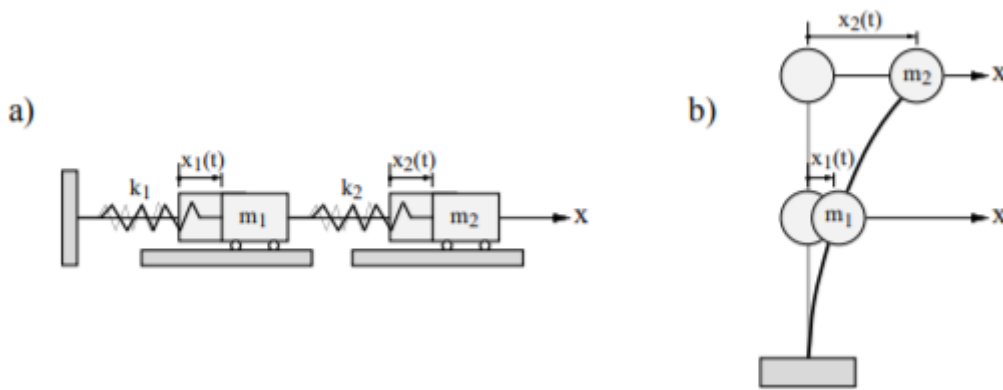


Figure II-12: a) et b) sont deux exemples de système à deux degrés de liberté

II.2.3.2 Equation du mouvement

Conformément aux principes de base de la dynamique, l'équation du mouvement est directement déduite de la deuxième loi de Newton.



Figure II-13: L'expression de l'équation du mouvement selon Newton ne fait intervenir que les forces externes agissant sur la masse (a). Une formulation alternative selon le principe de d'Alembert consiste à ajouter la force d'inertie pour exprimer un équilibre(b).

Conformément à la figure ci-dessus, la deuxième loi de Newton relie les forces extérieures agissant sur un corps à la variation de la quantité de mouvement de celui-ci selon l'équation qui suit :

$$\sum F_{ext} = m \cdot \ddot{x} \quad (\text{II.2.1})$$

$$\sum F_{ext} = d \frac{(m \cdot \dot{x})}{dt} \quad (\text{II.2.2})$$

Avec :

$F_{ext}$  : les forces extérieures

$m$  : la masse

$\dot{x}$  : la vitesse

$\ddot{x}$  : l'accélération

### II.2.3.3 Rappel sur l'énergie cinétique

L'énergie cinétique est l'énergie que possède un corps du fait de son mouvement. L'énergie cinétique d'un corps est égale au travail nécessaire pour faire passer le dit corps du repos à son mouvement. On peut déduire de cela, dans le cadre de la physique newtonienne, qu'une variation d'énergie cinétique d'un corps pendant une certaine durée est égale au travail des forces externes exercées sur ce corps. C'est le théorème de l'énergie cinétique.

Pour exemple, en notant que  $[m^e]$ ,  $\vec{q}$  et  $\dot{\vec{q}}$  sont respectivement, la matrice de masse, le vecteur de déplacement nodal, et le vecteur de vitesse nodale, l'énergie cinétique associée au déplacement de l'élément dans le système de coordonnées locales s'écrit comme suit :

$$T = \frac{1}{2} \dot{\vec{q}}^T [m^e] \dot{\vec{q}} \quad (\text{II.2.3})$$

$\vec{Q}$  et  $\dot{\vec{Q}}$  Désignent respectivement les déplacements nodaux et les vitesses nodales de l'élément dans le système de coordonnées globale.

Notant les relations de transformation comme suit :

$$\vec{q} = [\lambda] \vec{Q} \quad (\text{II.2.4})$$

$$\dot{\vec{q}} = [\lambda] \dot{\vec{Q}} \quad (\text{II.2.5})$$

En substituant l'équation (II.2.5) dans l'équation (II.2.3), on obtient :

$$T = \frac{1}{2} \dot{\vec{Q}}^T [\lambda]^T [m^e] [\lambda] \dot{\vec{Q}} \quad (\text{II.2.6})$$

On notera  $[M^e]$  comme étant la matrice de masse de l'élément dans le système de coordonnées global ; donc l'énergie cinétique associée au mouvement devient sous la forme :

$$T = \frac{1}{2} \dot{Q}^T [M^e] \dot{Q} \tag{II.2.7}$$

Avec :

$$[M^e] = [\lambda]^T [m^e] [\lambda] \tag{II.2.8}$$

### II.2.3.4 Sources d'excitations

On distingue deux grandes classes de chargements, ils sont périodiques ou bien non périodiques. Le schéma ci-dessous représente les divers cas de chargements possibles.

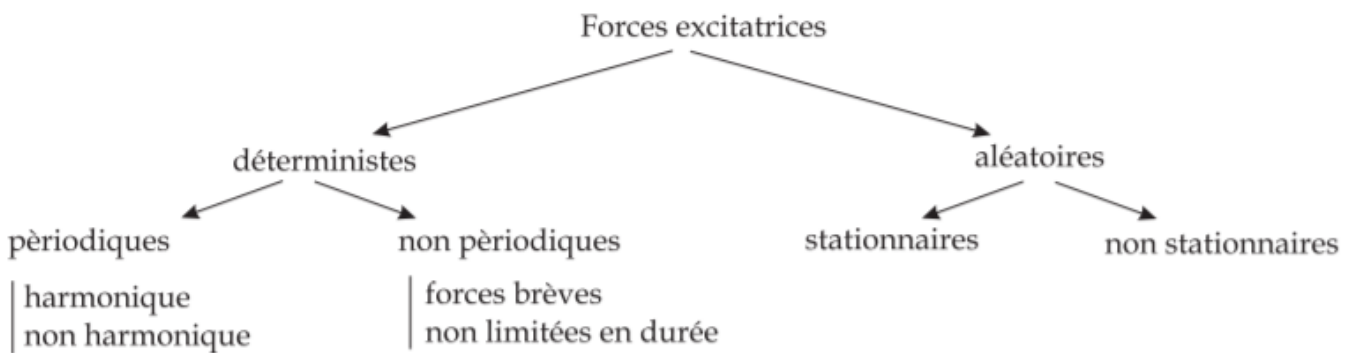


Figure II-14: différents types de chargement possible

Si un chargement périodique, agissant pendant un temps suffisamment long (par opposition à impulsif), ne contient qu'une fréquence (sinusoïde), il est dit harmonique. On verra que tout chargement périodique se décompose en la somme de chargements harmoniques. Pour le chargement non-périodiques, on peut distinguer 2 types : très brefs - de type impulsif- et long. La notion de durée étant relative, elle est à comparer aux périodes caractéristiques (propres) de la structure. [87]

### II.2.3.5 Etude d'un système à un degré de liberté

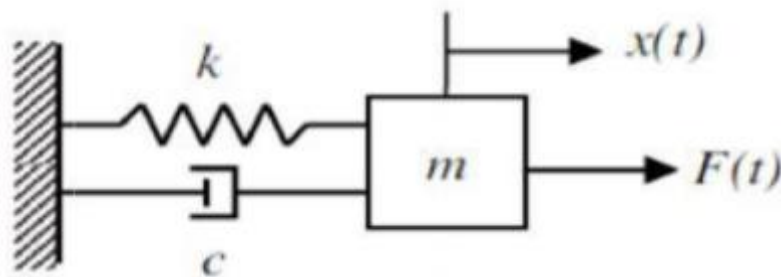


Figure II-15: système vibratoire à un degré de liberté

Le plus élémentaire de tous les modèles vibratoires est le système à un degré de liberté, il est d'ailleurs à la base de compréhension des systèmes à plusieurs degrés de liberté. La caractérisation de ses éléments

constitutifs qui sont : une masse  $m$  (corps rigide), un ressort  $k$  (élément élastique), et un amortisseur  $c$  (élément dissipatif), permet la modélisation de ce système.

L'équation de mouvement d'un système à un degré de liberté dans le cas général s'écrit comme suit :

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (\text{II. 2.9})$$

### II.2.3.5.1 Système libre non amorti

Le régime libre décrit le comportement d'un système après un lâcher initial, sans appliquer une énergie ultérieure par une force extérieure. Dans ce cas qui est conservatif l'équation du mouvement est :

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (\text{II. 2.10})$$

Sa solution s'écrit comme suit :

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t) \quad (\text{II. 2.11})$$

Avec :  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  : la pulsation propre du système.

### II.2.3.5.2 Système libre amorti

Ce système est similaire au système libre non amorti, sauf qu'ici, on ajoute un amortisseur, de ce faite, l'équation du mouvement s'écrit :

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (\text{II. 2.12})$$

Résoudre cette équation revient à résoudre une équation différentielle homogène à coefficients constants. En divisant les termes de cette équation par  $m$  on obtiendra l'équation suivante :

$$\ddot{x} + 2\lambda\dot{x} + \omega_0^2 = 0 \quad (\text{II. 2.13})$$

Avec :

$\lambda = \frac{c}{2m}$  : le coefficient d'amortissement.

Le facteur d'amortissement se définit aussi par :  $\xi = \frac{\lambda}{\omega_0}$

La solution s'écrit comme suit :

$$x(t) = Ae^{rt} \quad (\text{II. 2.14})$$

Son équation caractéristique est donnée comme suit :

$$r^2 + 2\lambda r + \omega_0^2 = 0 \quad (\text{II. 2.15})$$

Dépend de la valeur de la valeur de  $\xi$ , qui peut prendre trois valeurs :

$$\xi < 1$$

$$\xi = 1$$

$$\xi > 1$$

**Cas sous-amorti (sous –critique) :  $\xi < 1$**

Il y'a une complexité des racines de l'équation caractéristique, le déplacement n'est plus périodique, on a :

$$r_{1,2} = -\xi \pm j\omega_0\sqrt{(1 - \xi^2)} \quad (\text{II. 2.16})$$

En remplaçant  $r_1$  et  $r_2$  par leur valeur dans l'équation (II.2.14), on obtient :

$$x(t) = e^{-\xi\omega_0 t} [A \cos(\omega_0\sqrt{1 - \xi^2}t) + B \sin(\omega_0\sqrt{1 - \xi^2}t)] \quad (\text{II. 2.17})$$

A et B restent à déterminer par les conditions initiales de déplacement et de vitesse.

**Cas sur – amorti (sur – critique) :  $\xi > 1$**

Pour ce cas, les racines de l'équation caractéristique sont réelles ;  $r_{1,2} = -\xi \pm \omega_0\sqrt{\xi^2 - 1}$ , donc la solution de l'équation différentielle du mouvement est :

$$x(t) = Ae^{r_1 t} + Be^{r_2 t} \quad (\text{II. 2.18})$$

**Cas critique  $\xi = 1$**

L'équation aura une racine double comme suit :  $r_1 = r_2 = -\xi\omega = -\omega_0$ , la solution de l'équation est donnée comme suit :

$$x(t) = (A_1 + A_2 t)e^{-\omega_0 t} \quad (\text{II. 2.19})$$

### II.2.3.5.3 Système forcé

On considère la force appliquée comme étant harmonique ;

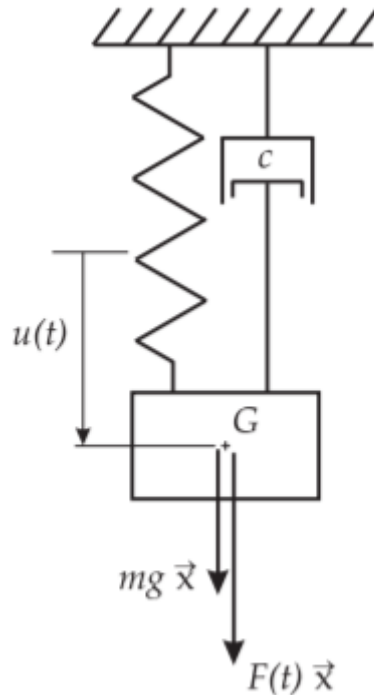


Figure II-16: système forcé à un degré de liberté

Pour ce système forcé, le second membre de l'équation différentielle n'est pas nul. En additionnant la solution du mouvement libre et une solution particulière de l'équation, on obtient ainsi la solution générale. Bien souvent on porte un intérêt majeur qu'aux mouvements au régime permanent, cela veut dire que nous prendrons en compte que la solution particulière.

On applique une force sinusoïdale à la masse (m) :

$$F(t) = f_0 \sin(\omega t) \quad (\text{II. 2.20})$$

Avec :

$\omega$  : la pulsation de la force d'excitation.

La solution est sous la forme suivante :

$$x(t) = x_H(t) + x_P(t) \quad (\text{II. 2.21})$$

Et comme nous l'avons précisé précédemment, nous prendrons en compte que la solution particulière  $x_P(t)$  qui s'écrit sous la forme suivante :

$$x_P(t) = A \sin(\omega t + \varphi) \quad (\text{II. 2.22})$$

Avec :  $\varphi$  : Déphasage de la réponse par rapport à l'excitation.

Et :

$$\varphi = \operatorname{atan} \left| \frac{2\alpha\omega_0\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \right| \quad (\text{II.2.23})$$

Ainsi que :

$$A = \frac{F_0}{m} \times \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\alpha\omega_0\omega^2)^2}} \quad (\text{II.2.24})$$

### II.2.3.6 Etude d'un système à n degrés de liberté

Dans ce cas de figure, admettons que nous avons une structure au repos (une masse), à l'instant ( $t = 0$ ), nous allons lui imposer des déplacements initiaux en lui procurant de l'énergie grâce à une force extérieure qu'on notera ( $\vec{F}$ ), à partir de l'instant ( $t = 0$ ), nous relâcherons ces contraintes, et il n'y aura plus de sollicitation par la force ( $\vec{F}$ ). Notre structure va donc être amenée à osciller de manière harmonieuse.

La répartition de la masse et de la rigidité dans la structure, va caractériser son mouvement oscillatoire, qui est une caractéristique propre de la structure. Dans le cas de l'absence d'un amortisseur dans le système, notre structure va continuer à osciller indéfiniment (théoriquement), car dans le cadre du réel, en prenant compte du frottement avec l'air et bien d'autres paramètres ; l'énergie nécessaire au déplacement va se dissiper peu à peu jusqu'à disparaître. Par contre, dans le cas contraire où un amortisseur est présent dans le système, les amplitudes des oscillations vont s'affaiblir en fonction du temps, et elles vont finir par ne plus avoir lieu. Le mouvement oscillatoire se produit à certaines fréquences dites naturelles ou valeurs caractéristiques, et elles suivent un modèle bien défini de déformation connu sous le nom de formes ou de modes caractéristiques.

Comme nous l'avons dit auparavant, à partir de l'instant ( $t = 0$ ), la force extérieure ( $\vec{F}$ ) n'influe plus sur le système, en d'autres termes la structure vibre sans aucune force extérieure, on suppose donc que le vecteur de force extérieure est nul, ce qui signifie que les déplacements seront harmoniques, on pourra donc écrire :

$$x(t) = \vec{X}e^{i\omega t} \quad (\text{II.2.25})$$

L'équation du mouvement dynamique de la structure ou du corps avec la présence d'un amortisseur s'écrit comme suit :

$$[M]\ddot{x} + [C]\dot{x} + [K]x = (\vec{F}) \quad (\text{II.2.26})$$

En supprimant l'amortisseur, l'équation (II.2.26), devient :

$$[M]\ddot{x} + [K]x = (\vec{F}) \quad (\text{II.2.27})$$

On peut donc obtenir l'équation de vibration libre suivante :

$$[[K] - \omega^2[M]]\vec{X} = \vec{0} \quad (\text{II.2.28})$$

Avec :

$\vec{X}$  : l'amplitude du déplacement (vecteur propre)

$\omega$  : la fréquence naturelle de la vibration.

Et pour  $\vec{X}$  on aura une solution qui ne sera pas égal a zéro, et cela sera possible à condition que l'équation suivante sera satisfaite :

$$\det[[K] - \omega^2[M]] = 0 \tag{II.2.29}$$

**II.2.4 Les matrices de masse**

Afin de pouvoir donner l'expression des matrices de masse élémentaire pour une barre, une poutre et un portique, nous présentons l'élément treillis dans l'espace, avec le système de coordonnées local, ainsi que global, comme montrer dans la figure ci-dessous ;

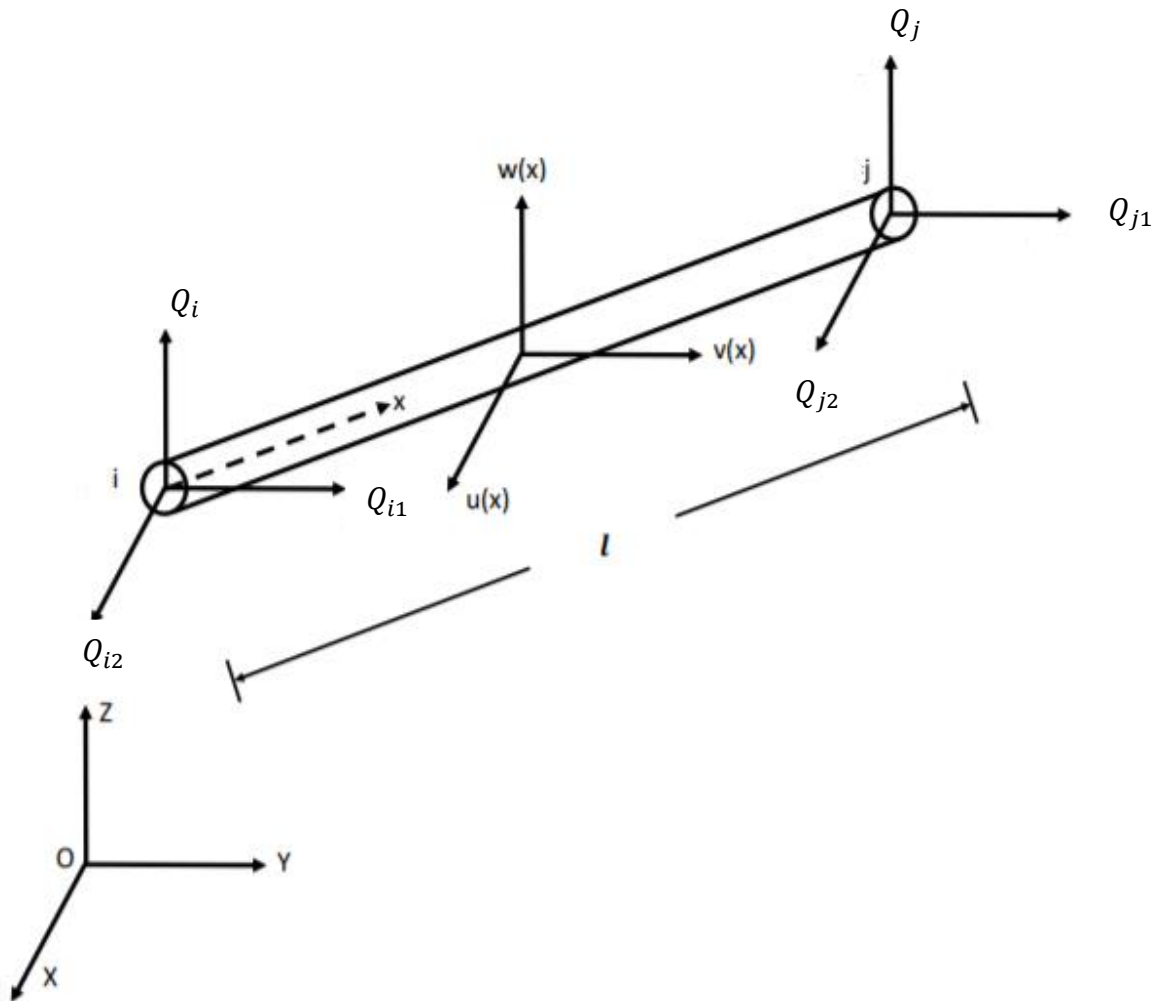


Figure II-17:élément treillis dans l'espace

II.2.4.1 Cas d'une barre

On a :

$$[N] = \begin{bmatrix} \left(1 - \frac{x}{l}\right) & 0 & 0 & \frac{x}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \left(1 - \frac{x}{l}\right) & 0 & 0 & \frac{x}{l} & 0 \\ 0 & 0 & \left(1 - \frac{x}{l}\right) & 0 & 0 & \frac{x}{l} \end{bmatrix} \quad (\text{II. 2.30})$$

Avec :

$$\vec{Q}^e = \begin{Bmatrix} Q_{i2} \\ Q_{i1} \\ Q_i \\ Q_{j2} \\ Q_{j1} \\ Q_j \end{Bmatrix} \quad (\text{II. 2.31})$$

Notant que  $Q_{i2}$  ,  $Q_{i1}$  et  $Q_i$  sont les composantes du déplacement du nœud i,  $Q_{j2}$  ,  $Q_{j1}$  et  $Q_j$  sont les composantes du déplacement du nœud j. Supposons que la densité  $\rho$  et la section A de la barre sont constante, alors dans le système global, la matrice de masse de la barre (3D) s'écrit comme suit :

$$[M^e] = \iiint_{V^e} \rho [N]^T [N] dV = \frac{\rho Al}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (\text{II. 2.32})$$

Comme on peut l'écrire de la manière suivante :

$$[M^e] = \frac{\rho Al}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II. 2.33})$$

Pour le cas d'une barre (2D), on peut obtenir sa matrice de masse facilement, et cela, en enlevant les degrés de liberté  $w_1$  et  $w_2$  de la matrice de l'équation (II.2.33), de cette faite on peut écrire la matrice de masse d'une barre bidimensionnelle comme suit :

$$[M^e] = \frac{\rho Al}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II. 2.34})$$

Et enfin pour une barre unidimensionnelle (1D), notant que nous avons deux nœuds, nous prendrons en considération que les déplacements axiaux, soit ;  $u_1$  et  $u_2$  , alors en supprimant les degrés de liberté  $v_1$  et  $v_2$  de la matrice de l'équation (II.2.34), la matrice de masse d'une barre unidimensionnelle s'écrit comme suit :

$$[M^e] = \frac{\rho Al}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II. 2.35})$$

### II.2.4.2 Cas d'un portique

Comme on le sait, l'élément barre dans l'espace possède 12 degrés de liberté.

Pour pouvoir exprimer un modèle de déplacement, nous prenons le nœud (i) comme origine du système de coordonnées locales, on peut donc écrire :

$$\vec{U}(x) = \begin{Bmatrix} u(x) \\ v(x) \\ w(x) \end{Bmatrix} = [N] \vec{Q}^e \quad (\text{II. 2.36})$$

Avec :

$$[N] = \begin{bmatrix} 1 - \frac{x}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{x}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{l^3(2x^3 - 2lx^2 + l^3)} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{l^2(x^3 - 2lx^2 + l^2x)} & 0 - \frac{1}{l^3(2x^3 - 3lx^2)} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{l^3}(2x^3 - 3lx^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{l^3}(2x^3 - 3lx^2 + l^3) & 0 - \frac{1}{l^2}(x^3 - 2lx^2 + l^2x) & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{l^3}(2x^3 - 3lx^2) & 0 - \frac{(lx^2 - x^3)}{l^2} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.2.37})$$

Et :

$$\vec{Q}^e = \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Q_{12} \end{Bmatrix} \quad (\text{II. 2.38})$$

On peut donc écrire la matrice de masse homogène comme suit :

$$[M^e] = \iiint_{V^e} \rho [N]^T [N] dV$$

$$= \rho A l$$

$\frac{1}{3}$																			
0	$\frac{13}{35}$																		
0	0	$\frac{13}{25}$																	
0	0	0	$\frac{J}{3A}$																
0	0	$-\frac{11l}{200}$	0	$\frac{l^2}{105}$															
0	$\frac{11l}{210}$	0	0	0	$\frac{l^2}{105}$														
$\frac{1}{6}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{3}$													
0	$\frac{9}{70}$	0	0	0	$\frac{13l}{420}$	0	$\frac{13}{35}$												
0	0	$\frac{9}{70}$	0	$-\frac{13l}{420}$	0	0	0	$\frac{13}{35}$											
0	0	0	$\frac{J}{6A}$	0	0	0	0	0	$\frac{J}{3A}$										
0	0	$\frac{13l}{420}$	0	$-\frac{l^2}{140}$	0	0	0	$\frac{11}{210}$	0	$\frac{l^2}{105}$									
0	$-\frac{13l}{420}$	0	0	0	$-\frac{l^2}{140}$	0	$-\frac{11}{210}$	0	0	0	$\frac{l^2}{105}$								

Symétrique

(II.2.39)

Avec :  $\rho$  : la densité, A : la surface de la section droite, l : la longueur et J : le moment d’inertie quadratique de l’élément.

En considérant un élément portique plan, cela veut dire que ces degrés de liberté se limitent aux degrés de liberté axiaux et de flexion plane, donc la matrice de masse homogène devient :



**CHAPITRE 3 : METHODE D'IDENTIFICATION**  
**D'ENDOMMAGEMENT BASEE SUR LES COURBURES**  
**MODALES**

### III. Chapitre 3 : Méthode d'identification d'endommagement basée sur les courbures modales

#### III.1 Introduction

Les endommagements structuraux sont des obstacles majeurs qui tracassent bien nombres de chercheurs, c'est pour cela que lors de ces dernières décennies, de multiples travaux de recherches ont été réalisés, afin de permettre la modélisation et l'évaluation des endommagements. Pour pouvoir concevoir, surveiller l'état de santé d'une structure ou encore gérer sa durée de vie, ce domaine de recherche s'avère être indispensable, et l'évolution technologique semble être un avantage colossal et un allié considérable, en effet, avec des ordinateurs en expansion de puissance et des logiciels de plus en plus performants, la modélisation et la quantification des endommagements sont désormais plus accessibles.

Une structure étant endommagée par la présence d'une fissure, se verra changer plusieurs de ces paramètres originaux, comme l'augmentation de sa flexibilité et de son amortissement qui vont directement affecter la forme des modes et les valeurs propres, cela est essentiellement dû au changement subit par sa rigidité. Dans ce présent chapitre, nous allons présenter la méthode de détection d'endommagement basée sur les courbures modales, s'appliquant sur des structures poutre, et cela notamment avec l'usage des indicateurs d'endommagements.

#### III.2 Méthode de détection d'endommagement basée sur les courbures modales

Les effets des endommagements sur les déformées modale, leurs pentes ainsi que leurs courbures, s'avèrent être un sujet qui a suscité l'intérêt de nombreux chercheurs, qui ont mené plusieurs études sur ce dernier. Les résultats acquis par ces études, montrent clairement la différence existante entre les courbures modales, les déformées modales et les pentes modales ; en effet ; les courbures modales sont beaucoup plus intéressantes que les déformées et les pentes, malgré qu'ils puissent tous être utilisés pour la détection d'endommagements, les courbures modales montrent une meilleure sensibilité par rapport à ces derniers. Premièrement, une présentation de l'indicateur d'endommagement des déformées modales et celui des pentes modales sera faites, ensuite un long intérêt sera donné pour l'indicateur d'endommagement des courbures modales, plus précisément l'indicateur  $NCDF$ , car ce dernier sera utilisé dans ce présent travail pour la détection des endommagements.

##### III.2.1 Indicateur d'endommagement de la forme des modes

L'indicateur d'endommagements de la forme des modes (Mode Shape (MS) damage index) est le plus simple. Il représente la différence entre les formes de mode de la structure poutre saine et celle endommagée [88] :

$$\Delta v_i = |v_i^d - v_i| \quad (\text{III. 1})$$

Où  $v_i^d$  et  $v_i$  représentent, respectivement, la forme des modes (ou déformées modales) de la structure poutre saine et celle endommagée,  $i$  désigne le nombre de noeuds ou le point mesuré.

Le bruit de mesure altère automatiquement la formes des modes mesurés expérimentalement. Ce bruit introduit des perturbations locales dans la forme du mode qui peut conduire à des pics trompeurs dans la forme de la pente modale et dans la forme de la courbure modale. Ces pics trompeurs peuvent être interprétés à tort comme des endommagements en masquant les vrais pics induits par les endommagements et conduire ainsi à une fausse détection. Afin d'écartier cet inconvénient (problème), le calcul de la somme des indicateurs d'endommagements de chaque mode a été proposé. Dans le but de résumer les résultats pour tous les modes, l'indicateur est donné comme suit :

$$MS_{i,j} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \Delta v_{i,j} \quad (\text{III. 2})$$

Avec :

$n$  : représente le nombre de modes considéré.

### III.2.2 Indicateur d'endommagements de la forme des pentes modales (Mode Shape Slope (MSS) damage index)

La variation de la forme des pentes modales est utilisée par cet algorithme :

$$\Delta v'_i = |v'_i{}^d - v'_i| \quad (\text{III. 3})$$

L'approximation centrée de la dérivée de la déformée modale afin d'obtenir la forme des pentes modales pour une poutre saine est donnée comme suit :

$$v'_i = \frac{(v_{i+1} - v_{i-1}))}{2l_e} \quad (\text{III. 4})$$

Avec :  $l_e$  : représente la longueur de l'élément fini.

La même procédure est suivie pour obtenir la forme des pentes modales pour la poutre endommagée. Donc, pour  $n$  modes, l'indicateur d'endommagements de la forme des pentes modales (Mode Shape Slope (MSS) damage index) est donné comme suit :

$$MSS_{i,j} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \Delta v'_{i,j} \quad (\text{III. 5})$$

### III.2.3 Indicateurs d'endommagements de la forme des courbures modales (FCM)

#### III.2.3.1 Indicateur d'endommagements DMC (Difference in Mode shape Curvature)

À cause de l'imprécision de l'indicateur de la forme des modes et celui de la forme des pentes modales dans la détection d'endommagements, il fallait trouver un meilleur compromis pour détecter les endommagements, et cela en étudiant la forme des courbures modales. Une poutre ayant un endommagement, se verra réduire sa rigidité, cette réduction de rigidité conduit à une augmentation de la grandeur de la courbure comme suit :

$$v'' = \frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M}{EI} \quad (\text{III. 6})$$

Où  $M$  est le moment fléchissant,  $E$  est le module de Young et  $I$  est le moment d'inertie de la section droite de la poutre.

Dans cet algorithme, l'emplacement d'endommagements est évalué par la différence entre la forme des courbures modales de la poutre saine et celle endommagée :

$$\Delta v''_i = |v''_i^d - v''_i| \quad (\text{III. 7})$$

La forme des courbures modales sont calculées à partir de la forme des modes (ou déformées modales) en utilisant l'approximation centrée des différences finies [89] comme suit :

$$v''_i = \frac{(v_{i+1} - 2v_i + v_{i-1}))}{l_e^2} \quad (\text{III. 8})$$

Avec :

$i$  désigne le nombre de nœuds et  $l_e$  la longueur de l'élément,  $v$  la forme de mode normalisée.

La différence entre la forme des courbures modales (Difference in Mode shape Curvature (DMC)) de la poutre saine et celle endommagée est donnée comme suit :

$$DMC_{i,j} = |v''_{i,j}^d - v''_{i,j}| \quad (\text{III. 9})$$

Où  $i$  désigne le nombre de nœuds et  $j$  représente le nombre de modes.

Un changement flagrant de la forme des courbures modales de la poutre fissurée est observé à l'endroit où la fissure est présente. En traçant la différence de la forme des courbures modales (DMC), un pic au niveau de l'élément fissuré indiquant l'existence d'une fissure apparaît.

#### III.2.3.2 Indicateur d'endommagements NCDF (Normalized Curvature Damage Factor)

Pour un nombre de modes supérieurs, l'indicateur DMC affiche, en plus du pic élevé, des pics plus ou moins élevés à différentes positions non endommagées. Une autre remarque a été soulignée ; l'indicateur

DMC devient zéro à la position de la fissure pour certains modes. Ces phénomènes observés, peuvent certainement induire en erreur les chercheurs pendant la détection des endommagements, pour remédier à cela, un indicateur nommé Curvature Damage Factor (CDF) est introduit :

$$CDF_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n DMC_{i,j} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n |v''_{i,j} - v''_{i,j}| \quad (\text{III. 10})$$

Où  $n$  est le nombre de modes et  $i$  est le nombre de nœuds.

Cependant, l'effet de cet indicateur reste toujours incomplet. Cela peut conduire à une faible contribution des premiers modes de vibration car le DMC pour les modes supérieurs peut être beaucoup plus grand que celui des modes inférieurs. Donc, nécessairement, une modification est effectuée en normalisant l'indicateur CDF comme suit :

$$NCDF = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n NDMC_j \quad (\text{III. 11})$$

Où  $NCDF$  est le vecteur indicateur normalisé du vecteur  $CDF$  (Normalized CDF vector) de tous les nœuds pour chaque mode,  $NDMC_j$  est l'indicateur  $DMC$  normalisé de tous les nœuds pour chaque mode donnée par :

$$NDMC_j = \frac{DMC_j}{\|DMC_{i,j}\|_2} \quad (\text{III. 12})$$

Où  $DMC_j$  est l'indicateur  $DMC$  pour chaque mode et  $\|DMC_{i,j}\|_2$  est la 2-norme du  $DMC_{i,j}$ ,  $i$  et  $j$  désignent, respectivement, le nombre de nœuds et le nombre de modes. Avec la contribution de cette modification, les pics trompeurs se réduisent progressivement jusqu'à devenir casis plats.

### III.3 Application et résultats

Afin de mettre une validation à notre travail de modélisation par éléments finis, nous avons étudié deux structures poutre trouvées dans la littérature [90]. Leurs propriétés géométriques et mécaniques sont présentées dans le tableau (1).

Notant que la **poutre (1)** est discrétisée en **27** éléments, et la **poutre (2)** en **20** éléments.

	<b>Poutre 1</b>	<b>Poutre 2</b>
Condition aux limites	Encastree-Encastree	Encastree-Encastree
Matériau	Aluminium	Acier
Module de Young E	69,79 GN/m <sup>2</sup>	203,91 GN/m <sup>2</sup>
Densité volumique $\rho$	2600 Kg/m <sup>3</sup>	7800 Kg/m <sup>3</sup>
Coefficient de poisson $\nu$	0,33	0,33
Longueur L	1832 mm	1330 mm
Largeur b	50 mm	25,3 mm
Hauteur h	25 mm	25,3 mm

Tableau 1: caractéristiques géométriques et mécaniques des deux poutres étudiées

Afin de valider notre présent travail et la modélisation par éléments finis, nous avons calculé les fréquences propres pour les deux poutres saines, qu'on a ensuite comparées aux fréquences propres saines mesurées expérimentalement dans l'article [90], tout en mesurant à chaque fois l'erreur en pourcentage(%).

La prochaine étape de notre travail consiste à ajouter des endommagements pour chaque poutre, et cela suivant plusieurs scénarios, comme montré dans le tableau (2), les fréquences endommagées sont ensuite calculées et comparées à celles des poutres saines de notre présent travail pour prélever l'erreur et tirer une conclusion.

Les scenarios d'endommagement pour les deux poutres			
	Scenario 1	Scenario 2	Scenario 3
Élément endommagé	Élément 9	Éléments 8 et 16	Éléments 5,13 et 20
Pourcentage d'endommagement	10%	15% (8), 20% (16)	20% (5),30% (13),10% (20)

Tableau 2: les scenarios d'endommagement pour les deux poutres

	Mode	Fréquences saines [HZ]			Scenario 1		Scenario 2		Scenario 3	
		MEF [90]	Présent travail	Erreur %	Fréquences [HZ]	Erreur %	Fréquences [HZ]	Erreur %	Fréquences [HZ]	Erreur %
Poutre 1	1	40	39,6697	0,825	39,6367	0,083	39,4248	0,617	39,1812	1,231
	2	109,688	109,3514	0,306	108,9639	0,354	108,4875	0,790	108,7448	0,554
	3	215	214,3756	0,290	214,2109	0,076	212,7244	0,770	210,0935	1,997
	4	355	354,3853	0,173	353,9966	0,109	352,0004	0,672	350,4251	1,117

Tableau 3: fréquences saines et endommagées (avec les trois scenarios) pour la poutre 1

L'objectif du présent travail est la détection de l'endommagement, pour notre cas, nous avons utilisé l'indicateur NCDF, car après avoir confirmé la présence d'endommagement dans la structure poutre grâce au fréquences données dans le tableau (3), les courbes présentées ci-dessous montrent la localisation des endommagements.

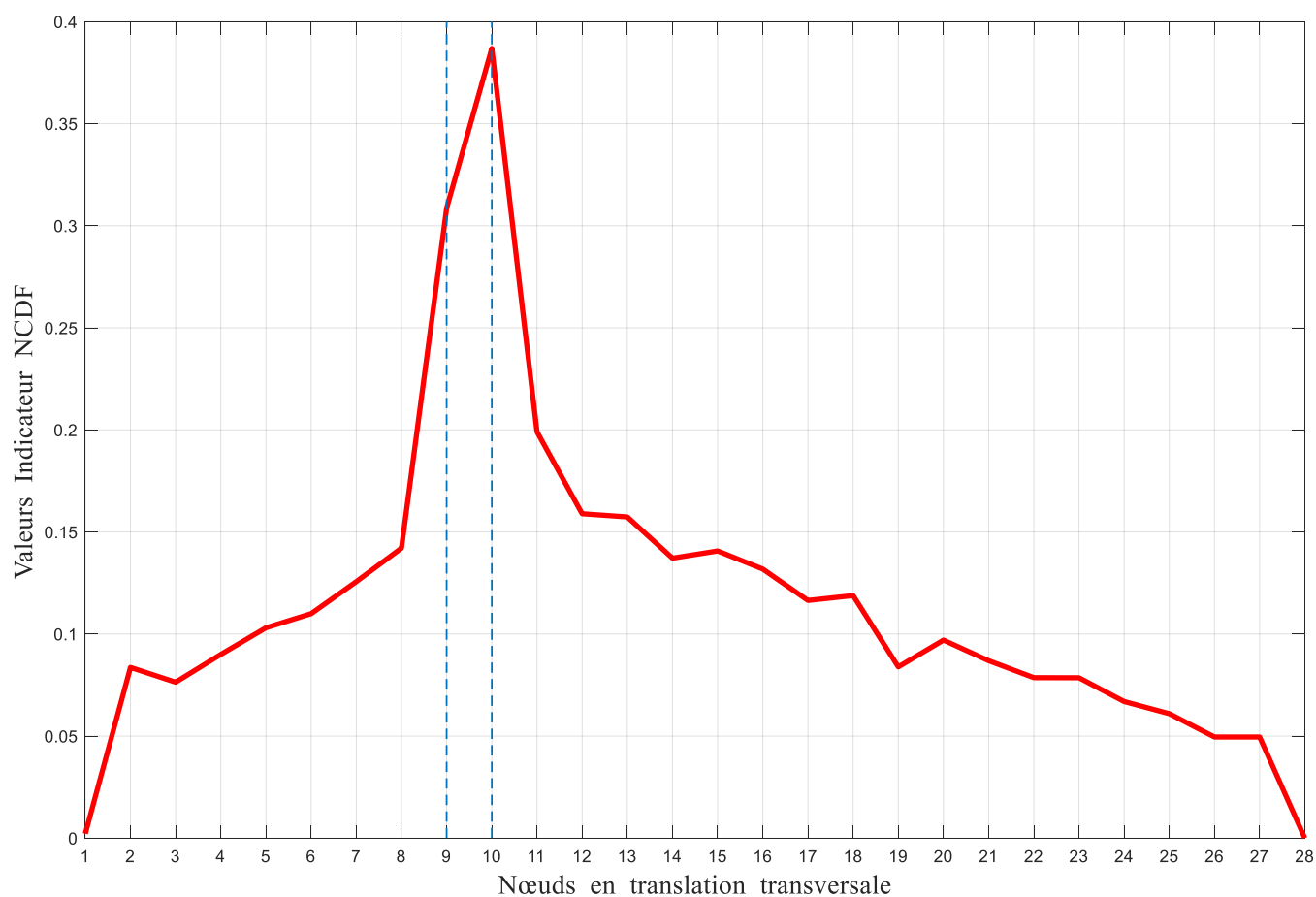


Figure III-1:indicateur NCDF pour le premier scénario d'endommagement de la poutre 1

Un pic de la courbe est observé au niveau de l'élément 9, ce qui indique la présence d'endommagement au sein de cet élément, et confirme donc la fiabilité de l'indicateur NCDF.

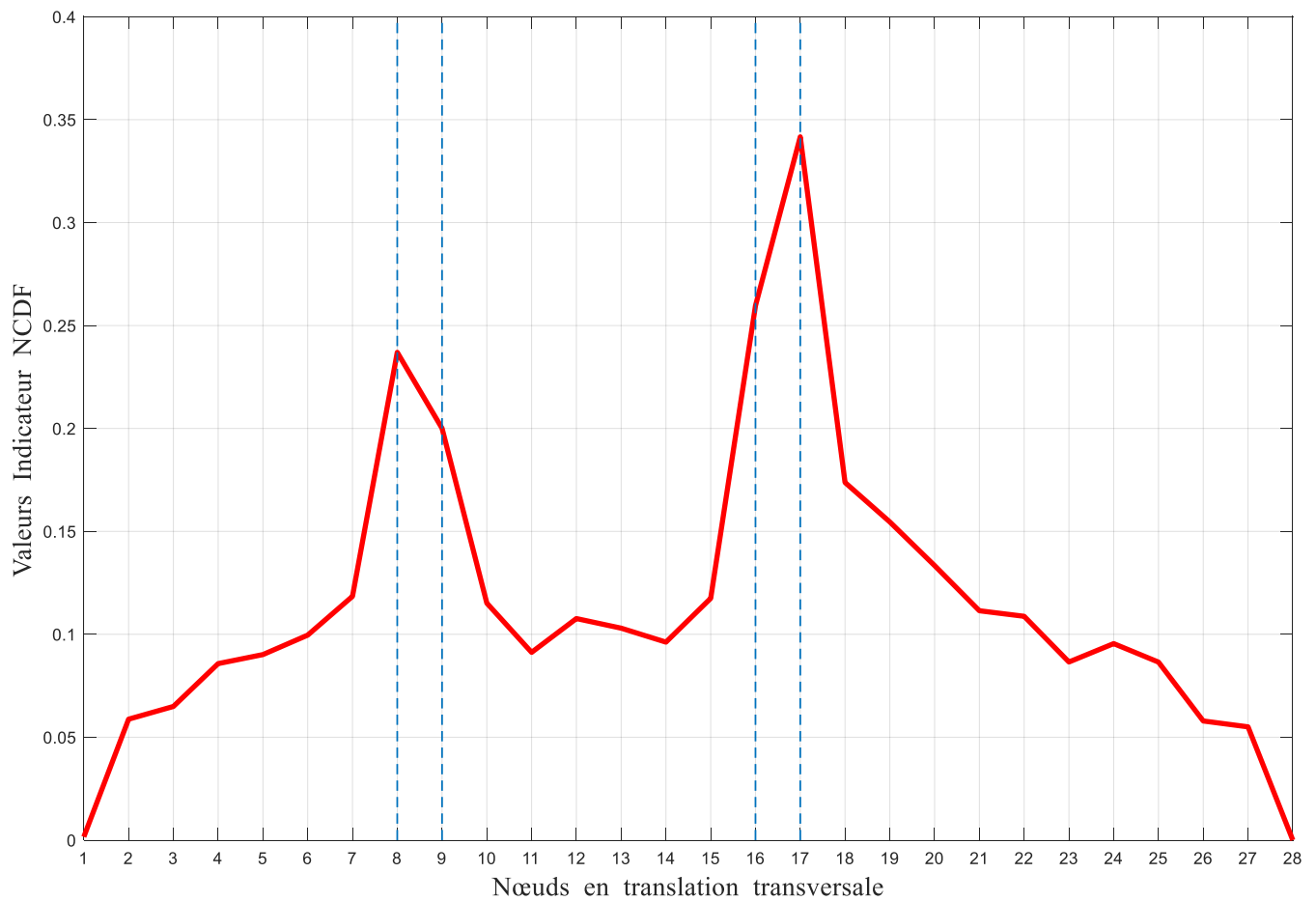


Figure III-2:indicateur NCDF pour le deuxième scénario d'endommagement de la poutre 1

Deux pics sont observés dans les éléments 8 et 16, ce qui indique et confirme la présence d'endommagement dans ces éléments.

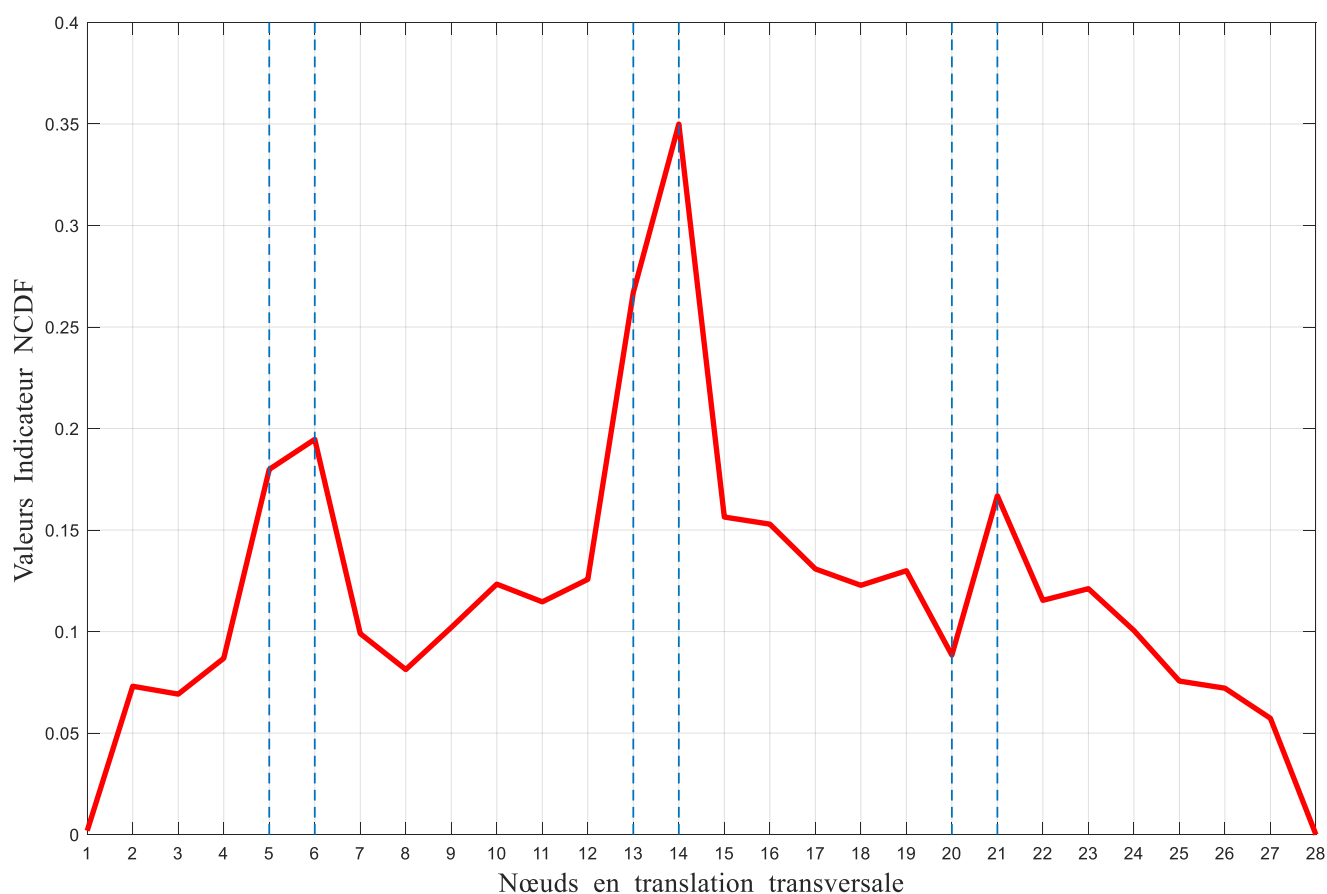


Figure III-3:indicateur NCDF pour le troisième scenario d'endommagement de la poutre 1

Trois piques apparaissent dans la courbe de la figure (III-3), ce qui indique et confirme la présence d'endommagements au sein des éléments 5, 13 et 20.

Mode	Fréquences saines [HZ]			Scenario 1		Scenario 2		Scenario 3		
	MEF [90]	Présent travail	Erreur %	Fréquences [HZ]	Erreur %	Fréquences [HZ]	Erreur %	Fréquences [HZ]	Erreur %	
Poutre 2	1	75,313	75,1708	0,188	74,9145	0,340	74,8742	0,394	73,8269	1,787
	2	207,188	207,2143	0,012	206,8801	0,161	204,8118	1,159	201,9478	2,541
	3	406,25	406,2417	0,002	405,1891	0,259	401,938	1,059	399,2728	1,715
	4	667,813	671,611	0,568	668,908	0,402	662,9369	1,291	652,627	2,826

Tableau 4:fréquences saines et endommagées (avec les trois scenarios) pour la poutre 2

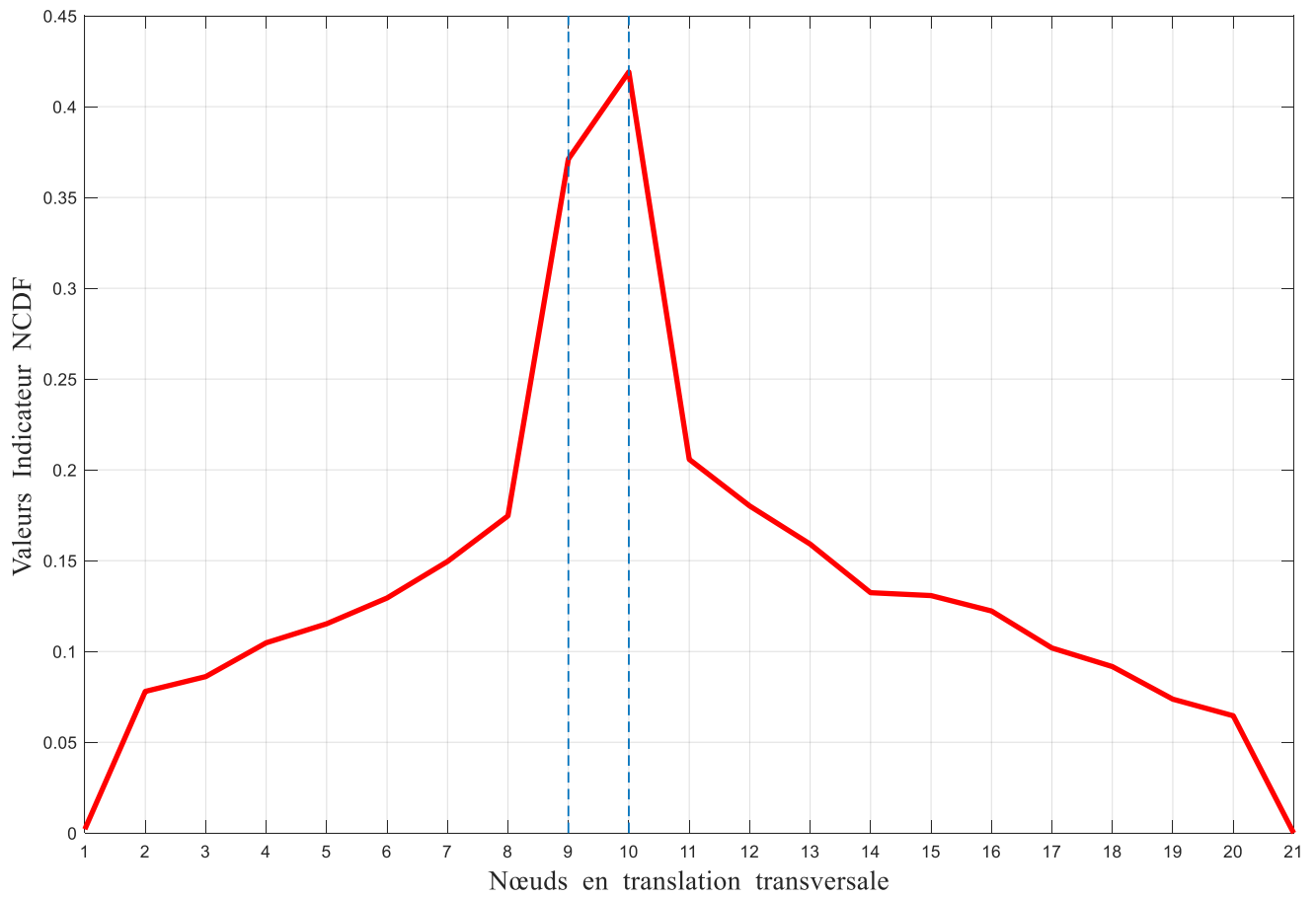


Figure III-4:indicateur NCDF pour le premier scénario d'endommagement de la poutre 2

La courbe montre clairement une hausse (pique) au niveau de l'élément 9, ce qui indique la présence d'endommagement dans ce dernier.

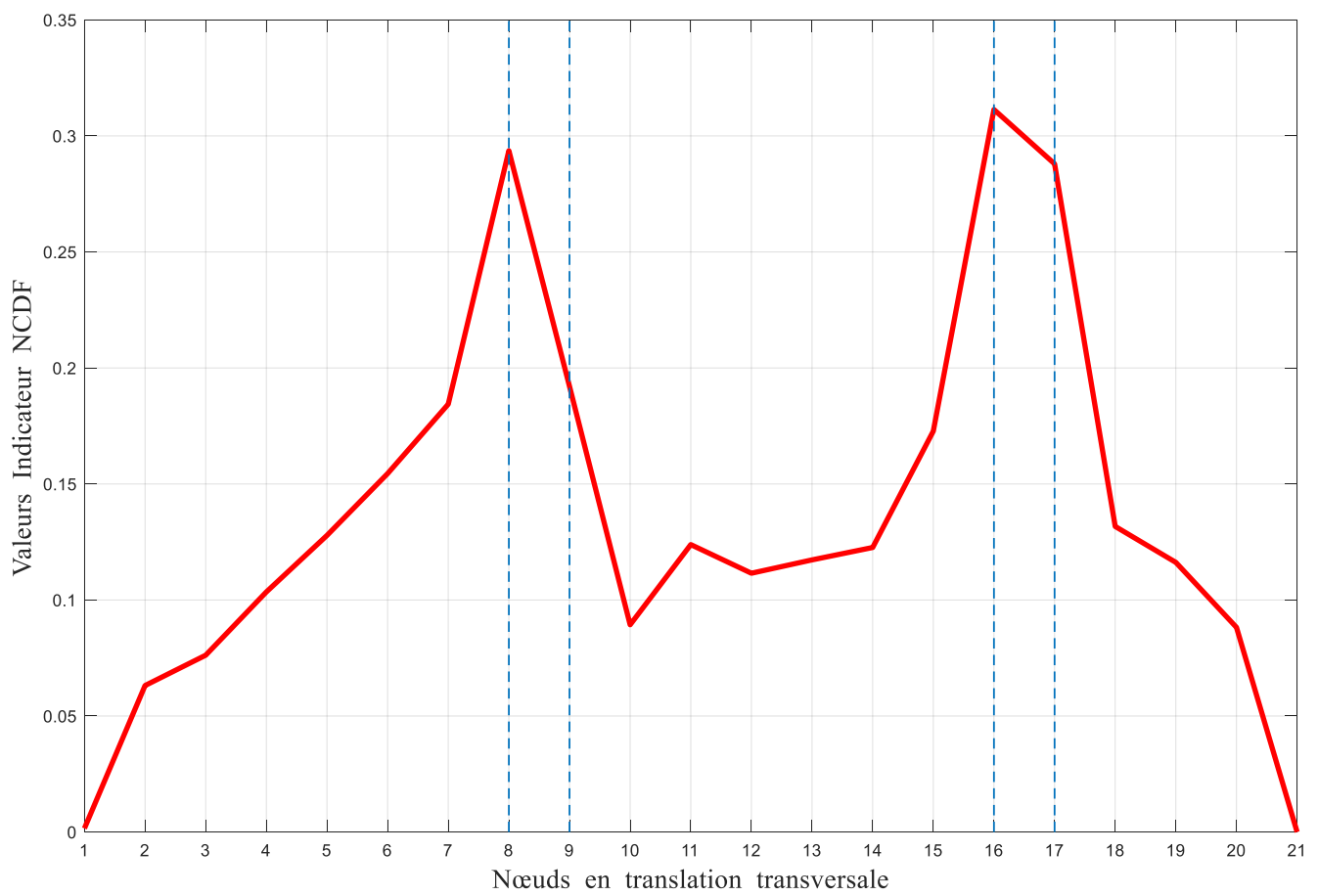


Figure III-5:indicateur NCDF pour le deuxième scénario d'endommagement de la poutre 2

Les deux pics visibles dans les éléments 8 et 16 confirme la présence d'endommagements dans ces derniers.

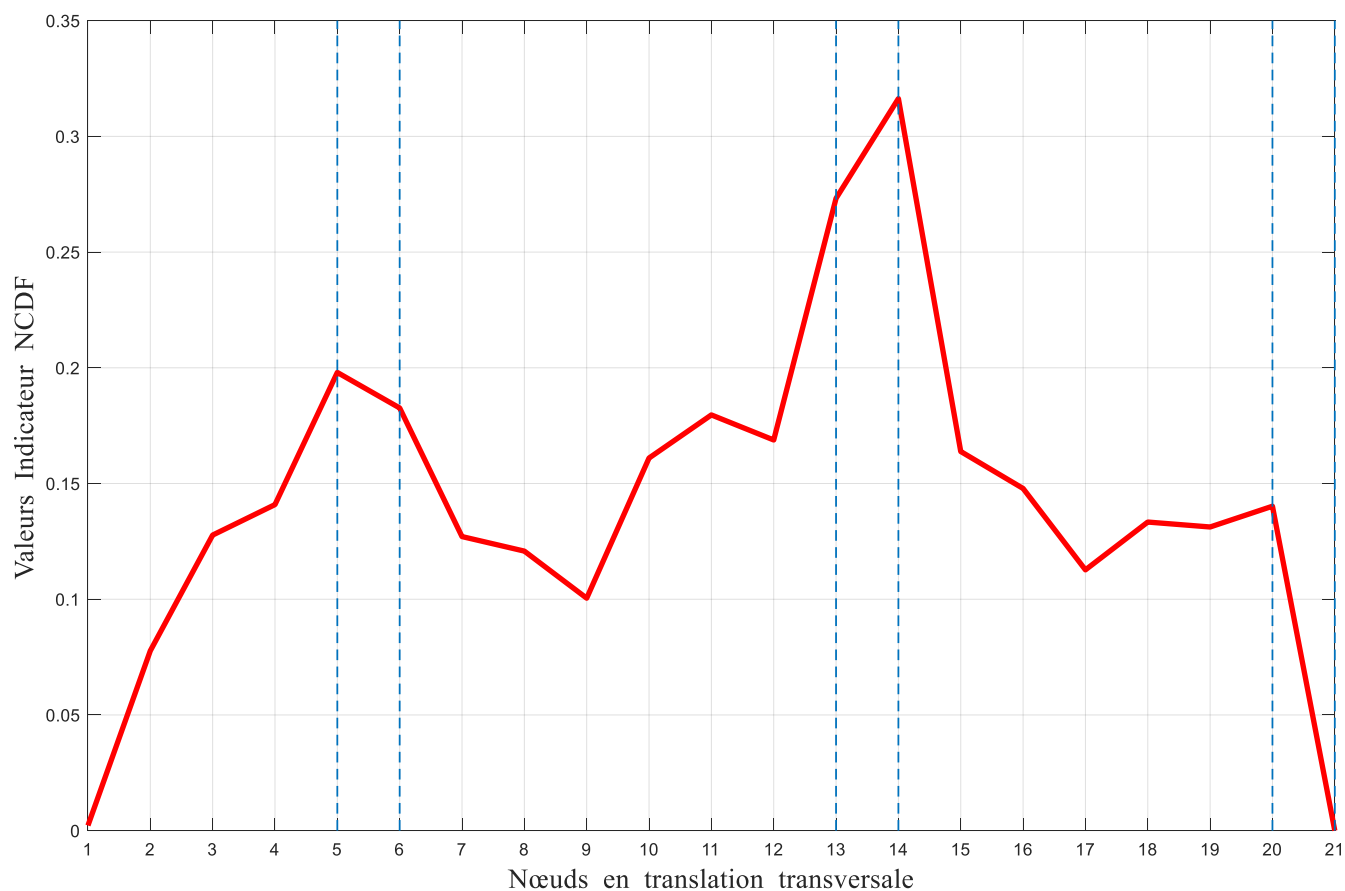


Figure III-6:indicateur NCDF pour le troisième scénario d'endommagement de la poutre 2

La présence de trois pics dans la courbe de l'indicateur NCDF, et cela au sein des éléments 5, 13 et 20, confirme l'existence d'endommagement dans ces derniers.

D'après les résultats trouvés, on remarque, pour les deux poutres, une augmentation progressive du pourcentage d'erreur en fonction de la hausse du nombre d'endommagement ; en effet ; en augmentant le nombre de fissure, le pourcentage d'erreur entre les fréquences saines de la structure et celles endommagées (calculées dans ce présent travail) augmente, cela est dû à l'augmentation de la différence entre les deux fréquences (saine-endommagée). On peut donc déduire que les fréquences propres des structures saines changent en présence d'endommagement, et que le nombre de fissure influe sur le taux d'erreur mesuré.

### **III.4 Conclusion**

Comme son nom l'indique ; la détection des endommagements consiste à localiser le défaut ou la fissure afin de pouvoir gérer l'état de santé de la structure endommagée, dans ce chapitre nous avons localiser plusieurs endommagements présents dans deux poutres différentes, pour ce faire on a utilisé la méthode de détection d'endommagement basée sur les courbures modales, ainsi on a pu démontrer toute l'efficacité qu'offre l'indicateur d'endommagement NCDF. À l'aide du logiciel de calcul MATLAB<sup>TM</sup>, on a pu calculer les fréquences endommagées et ainsi les comparer à celles saines, ce qui nous a permis de déduire à chaque fois d'après leurs différence, qu'un ou plusieurs endommagements étaient présent, et finalement grâce au courbes tracées par l'indicateur NCDF, la localisation des endommagements a été faite et validée.

**CHAPITRE 4 : METHODES D'OPTIMISATION AVEC**  
**RESULTATS ET DISCUSSION**

## **IV. Chapitre 4 : Méthodes d'optimisation avec résultats et discussion**

### **IV.1 Introduction**

Le développement technologique ne cesse d'accroître, procurant une certaine aisance dans la maîtrise de plusieurs domaines. En termes de détection d'endommagement pour le domaine de la construction, les progrès technologiques et informatiques sont et seront sans doute un avantage et un allié considérable, en effet ; avec l'apparition de plusieurs logiciels de calcul et de programmation (comme MATLAB), effectuer des tâches de calcul colossales n'a jamais été aussi pratique. Pour ce faire, des algorithmes et des méthodes d'optimisation sont sans cesse mis en œuvres par les chercheurs, et la plupart du temps cette élaboration se fait en s'inspirant de la nature et de ses phénomènes.

Dans la première partie de ce chapitre, nous allons présenter les deux méthodes d'optimisation avec lesquelles on a travaillé, ensuite, dans la deuxième partie, nous allons exposer les résultats donnés par celles-ci.

### **IV.2 Méthode d'optimisation CFA**

#### **IV.2.1 Introduction sur la méthode d'optimisation CFA**

Dans les systèmes électriques, le fonctionnement optimal des unités de production d'électricité à multiples sources de combustibles, tels que le pétrole, le gaz naturel et le charbon, implique la minimisation du coût du combustible, tout en respectant en permanence les contraintes physiques du réseau électrique. La fonction de coût de carburant des unités peut être segmentée selon différents types quadratiques par morceaux. Le problème de répartition de la charge économique (ELD) qui prend en compte les contraintes des unités est un problème d'optimisation très important dans l'opération Système. Le problème ELD est un problème d'optimisation non linéaire, non convexe et non lisse en raison des caractéristiques de l'effet de charge au point de vanne (VPL) en raison de la turbine à vapeur à plusieurs vannes, des pertes de puissance de transport du réseau, des limites de taux de rampe et des zones d'exploitation interdites (POZ) des unités de production d'électricité. Les techniques de programmation mathématique classiques, telles que en tant que méthode de programmation évolutive, la méthode du réseau de neurones artificiels de Hop Field, le réseau de neurones adaptatif de Hop Field, sont utilisées pour résoudre les différents problèmes ELD. Ces méthodes ont obtenu des solutions qui sont encore loin d'être des solutions fiables, rapides et optimales. Ils ne sont pas toujours efficaces et ne peuvent garantir la solution optimale globale pour différentes fonctions objectives non convexes et non lisses dans les systèmes électriques. Récemment, de nombreux algorithmes d'optimisation inspirés ont été utilisés pour résoudre les problèmes ELD non lisses et non convexes, tels que l'algorithme génétique (GA) et ses algorithmes associés, optimisation des essaims de particules (PSO), qui est appliquée à diverses techniques de résolution d'ELD dans la littérature,

algorithmes d'évolution différentielle (DE), Tabu la recherche et les stratégies de programmation évolutive. D'autres techniques d'optimisation ont également été appliquées pour résoudre les problèmes ELD.

Dans ce présent chapitre, nous avons travaillé avec un nouvel algorithme basé sur la population inspiré de la théorie des lois de Franklin et Coulomb (les lois d'attraction et de répulsion électriques) nommé CFA qui a sa propre faisabilité et capacité de performance pour résoudre différents problèmes d'optimisation classiques et modernes. Efficace et efficiente, CFA a été proposé pour découvrir les solutions globales de différents problèmes ELD dans les systèmes électriques. La capacité de l'algorithme CFA est soigneusement examinée dans différents systèmes de test, y compris les problèmes de référence et les problèmes ELD, et les résultats obtenus dans la littérature sont comparés avec d'autres algorithmes inspirés dans le but de découvrir les aspects fondamentaux de l'algorithme proposé.

## IV.2.2 L'optimiseur CFA

Afin de pouvoir aboutir à une utilisation correcte de l'optimiseur CFA, il faut d'abord bien comprendre les idées fondamentales derrière celui-ci, ainsi que le modèle mathématique pour son réglage paramétrique.

### IV.2.2.1 La théorie des lois de Franklin et Coulomb

Les charges électriques sont les particules élémentaires qui se divisent en 2 types : les particules positives et les particules négatives. Benjamin Franklin (1706-1790) a d'abord introduit les termes positif (+) et négatif (-) pour les charges électriques. Franklin a également déclaré que, dans tous les objets, il y a normalement un équilibre des charges, c'est-à-dire que les nombres de charges positives et négatives pour tous les objets sont égaux, et généralement les objets ont une charge nette nulle. Par conséquent, charger un objet signifie détruire cet équilibre de charge dans l'objet. Si 2 objets  $i$  et  $j$  qui sont chargés (l'objet  $i$  avec une charge nette  $q_i$  et l'objet  $j$  avec une charge nette  $q_j$ ) et placés à côté l'un à l'autre, chacun d'eux exerce une force d'attraction ou de répulsion sur l'autre, qui est appelée force électrostatique (ou force électrique). Si la charge électrique de 2 objets a des signes opposés, ils s'attireront, et si la charge électrique de 2 objets est la même, ils se repousseront. L'équation de la force électrostatique est appelée loi de Coulomb après Charles-Augustin de Coulomb (1736-1806) comme montré dans la figure(IV-1). La loi basée sur l'attraction ou la répulsion peut s'écrire comme suit :

$$\vec{F}_{ij} = k \frac{q_i q_j}{r_{ij}^2} \hat{r}_{ij} \quad (\text{IV. 1})$$

Avec :

$k$  : est une valeur constante et est généralement appelée constante électrostatique.

$r_{ij}$  : la distance entre les deux objets  $i$  et  $j$ .

$\hat{r}_{ij}$  : est un vecteur, qui dans la loi de Coulomb est unitaire le long d'un axe englobant du point d'un objet au point de L'autre.

Dans ce cas présent, il s'est inspiré de la déclaration de Benjamin Franklin selon laquelle, dans une population, pour n'importe quel membre de la population, certains des autres membres peuvent avoir des rôles positifs et d'autres membres peuvent avoir des rôles négatifs. Par exemple, pour une population composée de 4 membres A (1 : rang 1 ou meilleur), B (2), C (3) et D (4 : pire), les membres C et D ont des rôles négatifs pour B (en raison de leur valeur de fonction objectif plus élevée), et le membre A a un rôle positif pour B (en raison de la valeur de fonction objectif plus faible de A). D'un autre côté, tous les membres sauf D ont des rôles positifs pour D et tous les membres sauf A ont des rôles négatifs pour A. En d'autres termes, un membre peut avoir un rôle positif pour certains membres, mais un rôle négatif pour d'autres membres. En outre, il a été inspiré de la loi de Coulomb selon laquelle un membre X est attiré par les membres qui ont un rôle positif pour lui et est repoussé par les membres qui ont un rôle négatif pour lui. Ainsi, la moyenne des positions des membres ayant un rôle positif est ajoutée à ce membre X et la moyenne des positions des membres ayant un rôle négatif est soustraite de ce membre X.

**IV.2.2.2 Hypothèses basées sur la loi de Coulomb (attraction et répulsion) pour l'optimisation**

**IV.2.2.2.1 Première hypothèse : Les charges ponctuelles libres et mobiles**

Tous les objets sont composés d'un lot de charges électriques positives et négatives égales dans leur état naturel. Supposons que nous avons *Nob* objets différents, dont chacun a *n* charges ponctuelles libres et mobiles (c'est le cas de l'état gazeux). Chacune de ces charges ponctuelles *q* est composée de *D* charges élémentaires *e* (ou charges quantifiées). Le *i*ème objet (*Obi*) avec *n* charges ponctuelles peut être vu sur la figure (IV-2). Nous supposons que chaque charge ponctuelle représente une solution candidate du problème et donc *D* est le nombre de variables de décision.

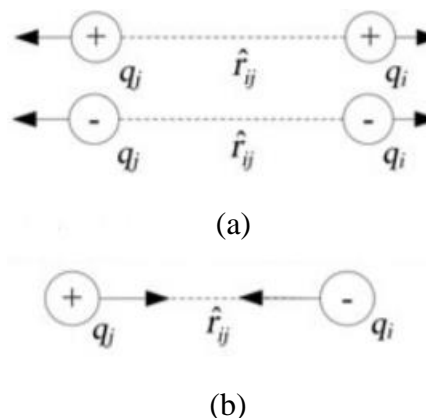


Figure IV-1: (a) : force de répulsion électrique pour deux charges ayant le même signe. (b) : force d'attraction électrique pour deux charges ayant des signes opposés.

#### IV.2.2.2.2 Deuxième hypothèse : signe de charges ponctuelles

Pour la  $j$ ème charge ponctuelle d'*Obi* (c'est-à-dire  $q_j^i$ ), on suppose que les autres charges ponctuelles d'*Obi* avec une valeur de fonction objectif plus élevée (rôle négatif pour  $q_j^i$ ) repoussent  $q_j^i$  et d'autres charges ponctuelles d'*Obi* avec une valeur de fonction objectif inférieure (rôle positif pour  $q_j^i$ ) attirent  $q_j^i$ . En supposant un signe négatif pour  $q_j^i$ , les charges ponctuelles qui le repoussent (valeur de fonction objectif plus élevée) sont supposées de signe négatif et les charges ponctuelles qui l'attirent (valeur de fonction objectif plus faible) sont supposées de signe positif. Par exemple, dans une population composée de 4 membres (charges ponctuelles) A (1 : rang 1 ou meilleur), B (2), C (3) et D (4 : pire), A est repoussé de tous les autres membres, ainsi pour A, tous les autres membres sont considérés de signe négatif. B est attiré par A et est repoussé de C et D, donc pour B, A est considéré de signe positif, et C et D sont considérés de signe négatif. Pour C, A et B sont considérés de signe positif et D est considéré de signe négatif. D est attiré par tous les autres membres, donc pour D tous les autres membres sont considérés comme de signe positif.

#### IV.2.2.2.3 Troisième hypothèse : ionisation probabiliste

L'ionisation signifie que l'électron sort du champ d'attraction électrostatique du noyau, et l'énergie d'ionisation est définie qualitativement comme l'énergie nécessaire pour retirer un électron d'un atome. Ici, nous supposons qu'il est possible dans la charge  $q_j^i$  de l'objet *Obi* que la charge élémentaire  $e_k^{old}$  soit remplacée par une nouvelle charge élémentaire  $e_k^{new}$  sous l'influence des charges élémentaires des autres charges de l'objet. L'ionisation probabiliste pour une charge ponctuelle typique est illustrée à la figure (IV-3).

#### IV.2.2.2.4 Quatrième hypothèse : le contact probabiliste des objets chargés entre eux

Si un contact probabiliste se produit entre objets (en version coopérative de l'algorithme), chaque objet passe son meilleur et pire charge ponctuelle à son voisin dans le sens des aiguilles d'une montre et reçoit en retour la meilleure et la pire charge ponctuelle de son voisin dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. Les meilleures et les pires charges ponctuelles d'un objet, qui sont livrées au nouvel objet, ne seront pas nécessairement les meilleures et les pires charges ponctuelles du nouvel objet. Le contact probabiliste d'objets chargés est illustré à la figure (IV-4).

### IV.2.2.3 Modèle mathématique inspiré de la loi de Coulomb

#### IV.2.2.3.1 Phase d'attraction/répulsion

Le modèle mathématique du mouvement de la  $j$ ème charge ponctuelle, qui est utilisé pour reproduire de nouvelles solutions à chaque itération de l'algorithme, est proposé en 2. Chaque objet est modélisé comme

un groupe d'un certain nombre de charges ponctuelles. Chaque charge ponctuelle (comme  $q_j$ ) correspond à une solution (comme  $x_j$ ). De plus, chaque charge ponctuelle est composée d'un ensemble de charges élémentaires, dont le nombre est égal aux dimensions du problème visé. Chaque charge élémentaire représente une variable de contrôle dans le problème d'optimisation.

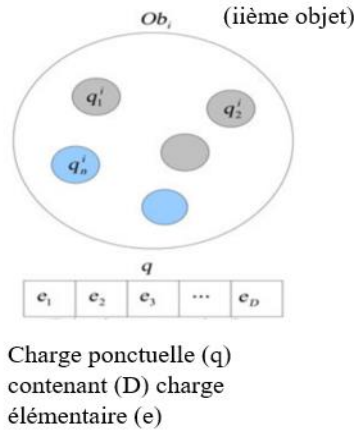


Figure IV-2: L'iième objet composé de charges électriques positives et négatives

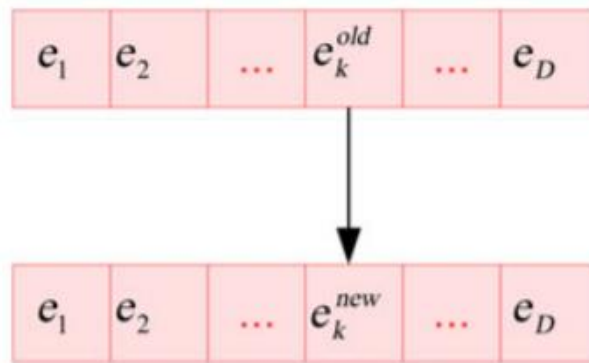


Figure IV-3: L'application de la phase d'ionisation probabiliste pour la charge électrique

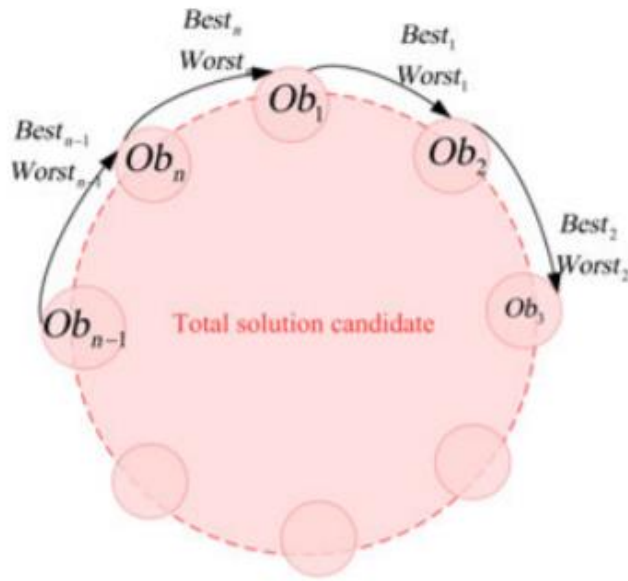


Figure IV-4: L'application de la phase de contact probabiliste pour les objets

De plus, la force nette ( $F_j$ ) imposée à toute charge ponctuelle (comme  $q_j$ ) est choisi pour être égal à la fonction de coût ( $f_j$ ) de la redevance ponctuelle (ou la solution correspondante). Dans l'équation (IV.3),  $\theta_j$  est l'angle électrique pour chaque charge  $q_j$  utilisée pour modéliser les constantes de la loi de Coulomb et est calculé par l'équation (). L'angle électrique  $\theta_j$  est un scalaire, ce qui signifie que  $\theta_j$  est égal pour toutes les charges élémentaires de  $q_j$ . Pour calculer le déplacement de localisation de la charge ponctuelle  $q_j$  de l'objet  $Ob_i$ , les charges ponctuelles sont triées de la force imposée la plus faible (la meilleure) à la plus élevée (la pire). A ce stade, la jème charge (population) essaie de changer son emplacement de son emplacement précédent ( $q_j^{old}$ ) vers un nouvel emplacement ( $q_j^{new}$ ) pour minimiser la force totale (coût) qui leur est imposée. Si la nouvelle position donne une valeur de fonction objectif inférieure ou égale par rapport à ancien poste, le nouveau membre remplacera l'ancien membre, c'est-à-dire ;

$$q_j = q_j^{new} \text{ si } F(q_j^{new}) \leq F(q_j^{old}), \text{ sinon } q_j = q_j^{old} \tag{IV.2}$$

Le signe des charges ponctuelles par rapport à  $q_j$  est déterminé sur la base d'une seconde hypothèse. Des charges ponctuelles de charge négative par rapport à  $q_j$ , qui repoussent  $q_j$ , apparaissent avec un signe négatif dans l'équation (IV.3), pour augmenter la distance entre les charges. Il y a 2 termes avec un signe positif dans l'équation (IV.3), un terme pour la charge la plus faible (-moyenne  $(\sum_{m=1 \in Ob_i}^{r, r \leq r_{max}} Repulsion-for-q_j)$ ), (membre avec le coût maximum) et un terme égal à la valeur moyenne des charges ponctuelles ( $r$ ), choisis au hasard parmi toutes les charges ponctuelles de même signe. La valeur maximale de  $r$  est égale à  $r_{max}$ . Il faut dire que  $r$  peut être égal à zéro, et le terme peut contenir le pire membre du groupe (c'est-à-dire  $Worst_{Ob_i}$ ). Les charges ponctuelles de charge positive par rapport à  $q_j$ ,

qui attirent  $q_j$ , apparaissent avec un signe positif tel que calculé dans les équations (IV.3) et (IV.4), pour augmenter la distance entre les charges, où  $U(\alpha, \beta)$  est une variable aléatoire uniforme entre  $\alpha$  et  $\beta$ .

$$q_j^{new} = q_j^{old} + |\cos\theta_j^{new}|^2 \times (q^{best} - q^{worst}) + |\sin\theta_j^{new}|^2 \times \left( \text{mean} \left( \sum_{m=1 \in Obi}^{a, a \leq a_{max}} q_m^{attraction-for-q_j} \right) - \text{mean} \left( \sum_{m=1 \in Obi}^{r, r \leq r_{max}} q_m^{Repulsion-for-q_j} \right) \right) \quad (IV.3)$$

$$\theta_j^{new} = \theta_j^{old} + U\left(0, \frac{3}{2}\pi\right), \theta_j^{initial} = U(0, 2\pi) \quad (IV.4)$$

Il y a 2 termes de signe positif dans l'équation (IV.3), un terme pour la charge la plus forte  $Best_{Obi}$  (membre avec le coût minimal) et un terme égal à la valeur moyenne des charges ponctuelles ( $r$ ), choisis au hasard parmi toutes les charges ponctuelles de signe opposé à  $q_j$  ( $\text{mean} \left( \sum_{m=1 \in Obi}^{a, a \leq a_{max}} q_m^{attraction-for-q_j} \right)$ ). La valeur maximale de  $a$  est égale à  $a_{max}$ . Il faut préciser que  $a$  peut être nul et que le terme ne peut pas contenir le meilleur membre du groupe (c'est-à-dire  $Best_{Obi}$ ).

Les valeurs  $r_{max}$  et  $a_{max}$  sont le nombre maximal de charges négatives et positives dans le calcul de la moyenne, et sont calculées sur la base de l'équation (IV.5).  $r_0$  et  $a_0$  sont les valeurs initiales de  $r_{max}$  et  $a_{max}$  et sont choisies empiriquement égales. Un exemple de charge et de décharge de  $r_{max}$  et  $a_{max}$  sur la base des variations est illustré dans la figure (IV-5).

$$a_{max} = a_0^*(1 + \cos\theta), r_{max} = r_0^*(1 - \cos\theta), a_0 = r_0 \quad (IV.5)$$

#### IV.2.2.3.2 Modèle proposé pour la phase probabiliste d'ionisation

Selon la troisième hypothèse, sous l'influence de l'énergie d'ionisation probabiliste ( $Pi$ ) en charge  $q_j$  de l'objet  $Obi$ , il est possible que la charge élémentaire  $e_k$  soit remplacée par une nouvelle charge élémentaire  $e_k^{new}$ . Le modèle proposé pour cette phase est présenté dans l'équation (IV.6), qui utilise les charges élémentaires équivalentes de la charge la plus forte (la meilleure) et celles de la plus faible (la pire) du ième objet.

$$e_k^{new} = e_k^{best} + e_k^{worst} - e_k^{old} \text{ if } rand_i \leq Pi \text{ et } k = \text{round}(1 + rand \times (D - 1)) \quad (IV.6)$$

Où  $rand_i$  est un seuil aléatoire pour la probabilité  $Pi$  et  $rand$  est un opérateur aléatoire avec une valeur comprise entre 0 et 1.

#### IV.2.2.3.3 Phase de contact probabiliste

Selon la quatrième hypothèse, si les objets sont en contact les uns avec les autres, chaque objet transmet ses meilleures et pires charges ponctuelles à son voisin dans le sens des aiguilles d'une montre et reçoit en retour la meilleure et la pire des charges ponctuelles de son voisin dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

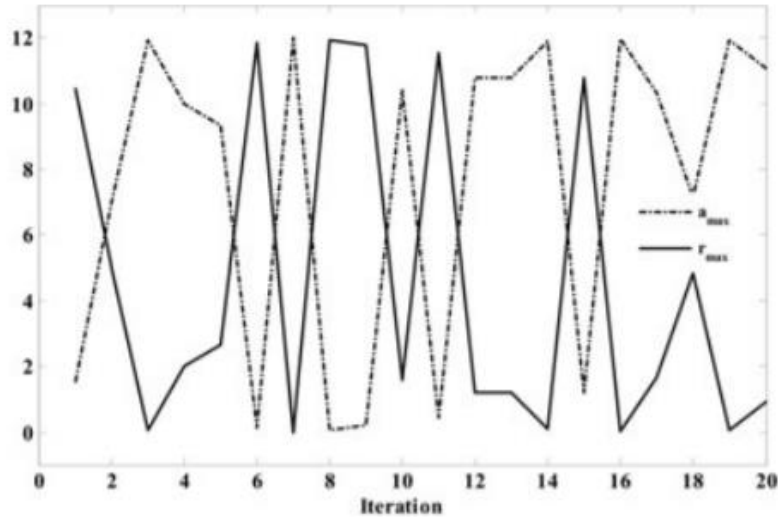


Figure IV-5: Un exemple de charge et de décharge de  $r\_max$  et  $a\_max$  basé sur  $\theta$

Le modèle proposé pour la phase de contact probabiliste est présenté dans l'équation (IV.7), où  $Pc$  est la probabilité de contact.

$$\left\{ \begin{array}{l} q^{Best_1} = q^{Best_{Nob}}, \dots, q^{Best_{i+1}} = q^{Best_i}, \dots, q^{Best_{Nob}} = q^{Best_{Nob-1}} \\ q^{Worst_1} = q^{Worst_{Nob}}, \dots, q^{Worst_{i+1}} = q^{Worst_i}, \dots, q^{Worst_{Nob}} = q^{Worst_{Nob-1}} \\ \text{Si } rand_c \leq Pc \text{ et } Nob \geq 2 \end{array} \right. \quad (IV.7)$$

Où  $rand_c$  est un seuil aléatoire pour la probabilité  $Pc$ .

#### IV.2.2.4 CFA : l'algorithme proposé

Dans cette sous-section, le processus de travail de l'algorithme des lois de Coulomb et Franklin (CFA) est fourni sur la base de modèles mathématiques inspirés des lois de Coulomb et Franklin. L'organigramme du processus d'optimisation de CFA est illustré à la figure (IV-6).

Les étapes du CFA sont présentées comme suit.

IV.2.2.4.1 Population initiale

Dans la première étape,  $N$  charges sont créées aléatoirement en tant que population initiale, sous la forme de  $N$  vecteurs de dimension  $D$ . Chaque  $k$ ème variable d'entre elles se trouve dans les limites inférieure et supérieure des  $k$ ème variables de décision ( $[x_k^{min}, x_k^{max}]$ ).  $q_j^i$  est calculé sur l'espace de résolution du problème en utilisant la variable aléatoire uniforme  $U[0,1]$  comme suit :

$$q_{j,k}^i = x_k^{min} + U[0,1] \times (x_k^{max} - x_k^{min}), \text{ pour } k = 1, \dots, D \tag{IV.8}$$

IV.2.2.4.2 Sélection d'objets pour  $Nob \geq 2$

Pour  $Nob = 1$  , toute la population est placée dans un groupe. Dans le cas d'avoir plusieurs objets, ce qui signifie  $Nob \geq 2$  , tout d'abord, la population initiale est arrangée selon la valeur de la fonction objectif du meilleur au pire, puis ils

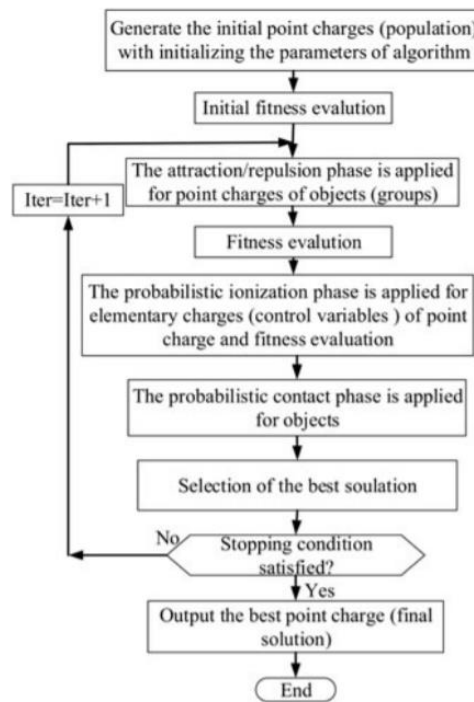


Figure IV-6: Organigramme de l'opération d'optimisation du CFA

sont placés dans des groupes  $Nob$  dans lesquels chaque groupe est un représentant d'un objet. La population dans les groupes est divisée de manière à ce que le  $i$ ème membre de la population arrangée soit donné au  $i$ ème groupe, puis nous revenons au premier groupe et le processus se poursuivra pour que toute la population soit placée dans les groupes.

#### IV.2.2.4.3 La phase d'attraction/répulsion

Dans cette section, tout d'abord, les membres (ou charges ponctuelles) du  $i$ ème groupe ( $i$ ème objet) sont triés sur la base de la valeur de leur fonction objective. Pour calculer la nouvelle position du  $j$ ème membre  $x_j$  ( $x_j^{new}$ ) du  $i$ ème groupe ( $Obi$ ) selon le modèle mathématique proposé, qui est basé sur l'attraction et la répulsion comme expliqué dans les sections IV.2.2.1 et IV.2.2.2 nous sélectionnons au hasard  $a/r$  membres dans le  $i$ ème objet dont les coûts sont moindres/ plus de  $x_j$  pour la phase d'attraction/répulsion.

Ensuite, nous calculons leur moyenne, qui sera la moyenne  $(\sum_{m=1 \in Obi}^{a, a \leq a_{max}} x_m^{better-than-x_j})$  et signifie  $(\sum_{m=1 \in Obi}^{r, r \leq r_{max}} x_m^{worse-than-x_j})$  pour les phases d'attraction et de répulsion, respectivement. Enfin, nous calculons la nouvelle position pour  $x_j$  ( $x_j^{new}$ ) en utilisant l'équation (IV.9). Par rapport à cette équation, si la valeur de la fonction objective de la nouvelle position  $f(x_j^{new})$  est meilleur ou moins que celui de l'ancien poste  $f(x_j^{old})$ , c'est-à-dire,  $(f(x_j^{new}) \leq f(x_j^{old}))$ ,  $x_j^{new}$  sera le nouveau poste de  $x_j$ ; autrement;  $x_j$  maintient sa position précédente  $x_j^{old}$ .

$$x_j^{new} = x_j^{old} + |\cos\theta_j^{new}|^2 \times (x^{best} - x^{worst}) + |\sin\theta_j^{new}|^2 \times \left( \text{mean} \left( \sum_{m=1 \in Obi}^{a, a \leq a_{max}} x_m^{better-than-x_j} \right) - \text{mean} \left( \sum_{m=1 \in Obi}^{r, r \leq r_{max}} x_m^{worse-than-x_j} \right) \right) \quad (IV.9)$$

#### IV.2.2.4.4 Phase d'ionisation probabiliste

Cette phase peut être réalisée indépendamment pour chaque membre (ou chaque point de charge) du groupe. Si la valeur de l'énergie d'ionisation normalisée  $Pi$  pour le  $j$ ème membre ( $x_j$ ) est supérieure à une valeur aléatoire  $rand_i$  la variable de contrôle  $x_{j,k}$  sera sélectionnée au hasard en utilisant la relation  $k = \text{round}(1 + rand \times (D - 1))$ , où  $D$  est la dimension du problème d'optimisation. L'action d'ionisation ne se produit que pour la  $k$ ème variable de contrôle  $x_{j,k}$  du membre ( $x_j$ ) de la population. La nouvelle variable de contrôle  $x_{j,k}^{new}$  sera obtenue en utilisant les  $k$ ème variables de contrôle du meilleur membre  $x_k^{Best}$  et du pire membre  $x_k^{Worst}$  du même groupe selon l'équation (IV.10) :

$$x_{j,k}^{new} = x_k^{Best} + x_k^{Worst} - x_{j,k}^{old} \quad (IV.10)$$

#### IV.2.2.4.5 Phase de contact probabiliste pour CFA multi-objets ( $Nob \geq 2$ )

Dans le cas d'utilisation de multi objet (ou multi groupe), à savoir  $Nob \geq 2$ , surtout pour les problèmes de grande dimension, si en toute itération de l'algorithme la valeur constante  $Pc$ , facteur de probabilité de contact, est supérieure à une valeur aléatoire  $rand$ , l'opération de contact sera effectuée dans l'itération.

Différentes valeurs ont été testées pour  $Pc$  et la valeur égale à 0,5 a été trouvée à donner les meilleures réponses dans toutes les simulations. La phase de contact probabiliste est formulée comme dans l'équation (IV.11) :

$$\left\{ \begin{array}{l} x^{Best_1} = x^{Best_{Nob}}, \dots, x^{Best_{i+1}} = x^{Best_i}, \dots, x^{Best_{Nob}} = x^{Best_{Nob-1}} \\ x^{Worst_1} = x^{Worst_{Nob}}, \dots, x^{Worst_{i+1}} = x^{Worst_i}, \dots, x^{Worst_{Nob}} = x^{Worst_{Nob-1}} \\ \text{Si } rand_{Iter} \leq Pc \text{ et } Nob \geq 2 \end{array} \right. \quad (IV.11)$$

### IV.2.3 CFA POUR RÉSOUDRE LES PROBLÈMES ELD

#### IV.2.3.1 Formulation de problèmes ELD

Généralement, le but principal des problèmes ELD contraints non lisses et non convexes est de réduire le carburant et les coûts d'exploitation totaux des unités de production thermique avec des turbines à jets multiples et des effets VPL qui sont généralement alimenté par des sources de combustibles multiples (MF), ainsi que par une éventuelle POZ en raison de l'instabilité dans certaines plages de puissance de sortie en ouvrant ou en fermant la vanne vapeur [91-94]. Le modèle mathématique global ELD peut être formulé par une fonction de coût de carburant contrainte non lisse et non convexe comme suit [91] :

$$Min \sum_{i=1}^{Ng} (F_i(P_{Gi})) \quad (IV.12)$$

Avec :

$$F_i(P_{Gi}) = \begin{cases} a_{i1}P_{Gi}^2 + b_{i1}P_{Gi} + c_{i1} + |e_{i1} \times \sin(f_{i1} \times (P_{Gi,min} - P_{Gi}))|, fuel1, P_{Gi,min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi1} \\ a_{i2}P_{Gi}^2 + b_{i2}P_{Gi} + c_{i2} + |e_{i2} \times \sin(f_{i2} \times (P_{Gi,min} - P_{Gi}))|, fuel2, P_{Gi1} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi2} \\ \dots \\ a_{uk}P_{Gi}^2 + b_{ik}P_{Gi} + c_{ik} + |e_{ik} \times \sin(f_{ik} \times (P_{Gi,min} - P_{Gi}))|, fuelk, P_{Gik-1} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi,max} \end{cases}$$

Et :

$Ng$  : est le nombre d'unités de production d'électricité.

$k$  : est le nombre de types de carburant d'entrée.

$P_{Gi}$  : est la production d'énergie active de la  $i$ ème unité de production d'énergie électrique, et  $P_{Gi,min}$  et  $P_{Gi,max}$  sont les limites de production d'énergie minimale et maximale de la  $i$ ème unité.

$a_{ik}P_{Gi}^2 + b_{ik}P_{Gi} + c_{ik}$  : est la fonction quadratique du coût du combustible pour le type de combustible  $k$  de la  $i$ ème unité de production d'électricité.

$a_{ik}$ ,  $b_{ik}$  et  $c_{ik}$  : sont les coefficients de coût du combustible pour le type de combustible  $k$  de la  $i$ ème unité de production d'électricité.

$|e_{ik} \times \sin(f_{ik} \times (P_{Gi,min} - P_{Gi}))|$  : est la fonction sinusoïdale du coût du combustible des effets VPL pour le type de combustible  $k$  de la  $i$ ème unité de production d'électricité.

$e_{ik}$  et  $f_{ik}$  : sont les coefficients de coût du combustible des effets VPL pour le type de combustible  $k$  de la  $i$ ème unité de production d'électricité.

### IV.2.3.2 Contraintes prises en compte pour les problèmes ELD

#### IV.2.3.2.1 Bilan de puissance réel de la zone

Les contraintes d'équilibre de puissance active du réseau électrique en tenant compte des pertes réelles du réseau peuvent s'écrire sous la forme de l'équation suivante :

$$\sum_{i=1}^{Ng} P_{Gi} = P_D + P_L \quad (IV.13)$$

Où :  $P_D$  est la demande de charge réelle totale dans le réseau et  $P_L$  est les pertes actives du réseau qui peuvent être calculées à l'aide des coefficients de perte de puissance  $B$  donnés [95] par l'équation (IV.14) :

$$P_L = \sum_{g=1}^{Ng} \sum_{h=1}^{Ng} P_{Gg} B_{gh} P_{Gh} + \sum_{g=1}^{Ng} B_{0g} + B_{00} \quad (IV.14)$$

#### IV.2.3.2.2 Limite de production de puissance active de l'unité (sortie)

La sortie générant de la puissance active est limitée à leurs limites inférieure (ou minimale) et supérieure (ou maximale) comme :

$$P_{Gi,min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi,max}, i = 1, \dots, Ng \quad (IV.15)$$

#### IV.2.3.2.3 Limites de taux de rampe de l'unité de génération thermique

La contrainte des limites de taux de rampe peut être formulée mathématiquement par l'équation suivante [95] :

$$\max(P_{Gi,min}, P_{Gi}^0 - DR_i) \leq P_{Gi} \leq \min(P_{Gi,max}, P_{Gi}^0 + UR_i) \quad (IV. 16)$$

Où :  $P_{Gi}^0$  est la puissance réelle de sortie à l'étape précédente de la  $i$ ème unité thermique, et  $UR_i$  et  $DR_i$  sont les limites de taux de montée et de descente de la  $i$ ème unité thermique, respectivement.

#### IV.2.3.2.4 Zones d'exploitation interdites

La plage de puissance d'entrée-sortie discontinue d'une unité thermique avec POZ peut être formulée comme suit [95] :

$$P_{Gi} \in \begin{cases} P_{Gi,min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi1}^L \\ \dots \\ P_{Git-1}^U \leq P_{Gi} \leq P_{Git}^L \\ \dots \\ P_{Gizi}^U \leq P_{Gi} \leq P_{Gi,max} \end{cases} \quad (IV. 17)$$

Où :  $z_i$  est le nombre de POZ dans la courbe de puissance de la  $i$ ème unité thermique,  $t$  est l'indice de POZ de la  $i$ ème générateur,  $P_{Git}^L$  et  $P_{Git}^U$  sont les limites inférieure et supérieure de la  $t$ ème POZ de la  $i$ ème unité thermique, respectivement.

#### IV.2.3.3 Application du CFA pour les problèmes ELD

Quatre systèmes d'alimentation avec des contraintes différentes et réelles, le problème VPL, MF et POZ-ELD avec des fonctions de coût de carburant non lisses et non convexes sont choisis dans cette étude.

##### IV.2.3.3.1 Méthodologie de la solution

Dans cette sous-section de résolution de problèmes ELD, la mise en œuvre de problèmes importants de l'algorithme CFA dans la résolution de problèmes ELD pour différents systèmes d'alimentation sera décrite. Les étapes importantes de l'algorithme CFA peuvent être résumées comme suit :

- 1- Première étape : Définir les paramètres taille de l'objet ( $Nob$ ), valeur probabiliste d'ionisation ( $Pi = 0,1$ ), valeur probabiliste de contact ( $Pc = 0,5$ ), le nombre maximal d'itérations ( $Iter_{max}$ ), la taille de la population initiale ( $N$ ) et les coefficients  $B$ , et appelez les informations nécessaires pour tester les unités thermiques du système d'alimentation, telles que  $a_{ik}$ ,  $b_{ik}$ ,  $c_{ik}$ ,  $e_{ik}$ ,  $f_{ik}$ ,  $P_{Gi,min}$ ,  $P_{Gi,max}$ ,  $DR_i$ ,  $UR_i$ , ( $i = 1:N_g$ ) avec une demande de charge totale  $P_D$  pour le problème ELD.
- 2- Deuxième étape : Générer la matrice de population initiale  $[X_0]$  (matrice initiale de solutions aléatoires) de CFA avec les équations suivantes :

$$P_{Gi}^L = \max\{P_{Gi,min}, P_{Gi}^0 - DR_i\}, P_{Gi}^U = \min\{P_{Gi,max}, P_{Gi}^0 + UR_i\}, \quad (IV.18)$$

$$P_{Gi}^L \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^U \text{ ou } \max(P_{Gi,min}, P_{Gi}^0 - DR_i) \leq P_{Gi} \leq \min(P_{Gi,max}, P_{Gi}^0 + UR_i)$$

$$[X_{j,i}^0]_{D \times N} = [P_{Gi}^L + rand_{j,i}(0,1) \times (P_{Gi}^U - P_{Gi}^L)]_{D \times N} \quad (IV.19)$$

- 3- Troisième étape : Calculer la fonction de coût de carburant contrainte non lisse et non convexe (fonction objective)  $F(P_{Gi})$  du problème ELD en imposant la limite de puissance active contrainte, les pertes de puissance active et les contraintes réelles d'équilibre production-demande d'énergie pour chaque solution disponible dans la population initiale de l'algorithme utilisant la procédure de gestion des contraintes de CFA pour les problèmes ELD illustrés à la figure (IV-7).
- 4- Produire de nouvelles solutions (nouvelle population) du problème ELD via la phase d'attraction/répulsion de CFA.
- 5- Calculer la fonction de coût  $F(P_{Gi})$  en imposant les contraintes du problème ELD pour les nouvelles solutions en utilisant la procédure de gestion des contraintes de CFA pour les problèmes ELD illustrée à la figure (IV-7).
- 6- Sélectionner de nouvelles solutions optimisées par rapport aux anciennes solutions.
- 7- Produire une nouvelle population d'algorithmes CFA en utilisant des phases probabilistes d'ionisation et de contact en imposant les contraintes du problème ELD.
- 8- Répétez les étapes 4 à 7 jusqu'à atteindre le nombre maximum d'itérations,  $Iter_{max}$  .

De plus, l'organigramme de la procédure de gestion des contraintes de CFA pour les problèmes ELD est illustré à la figure (IV-7).

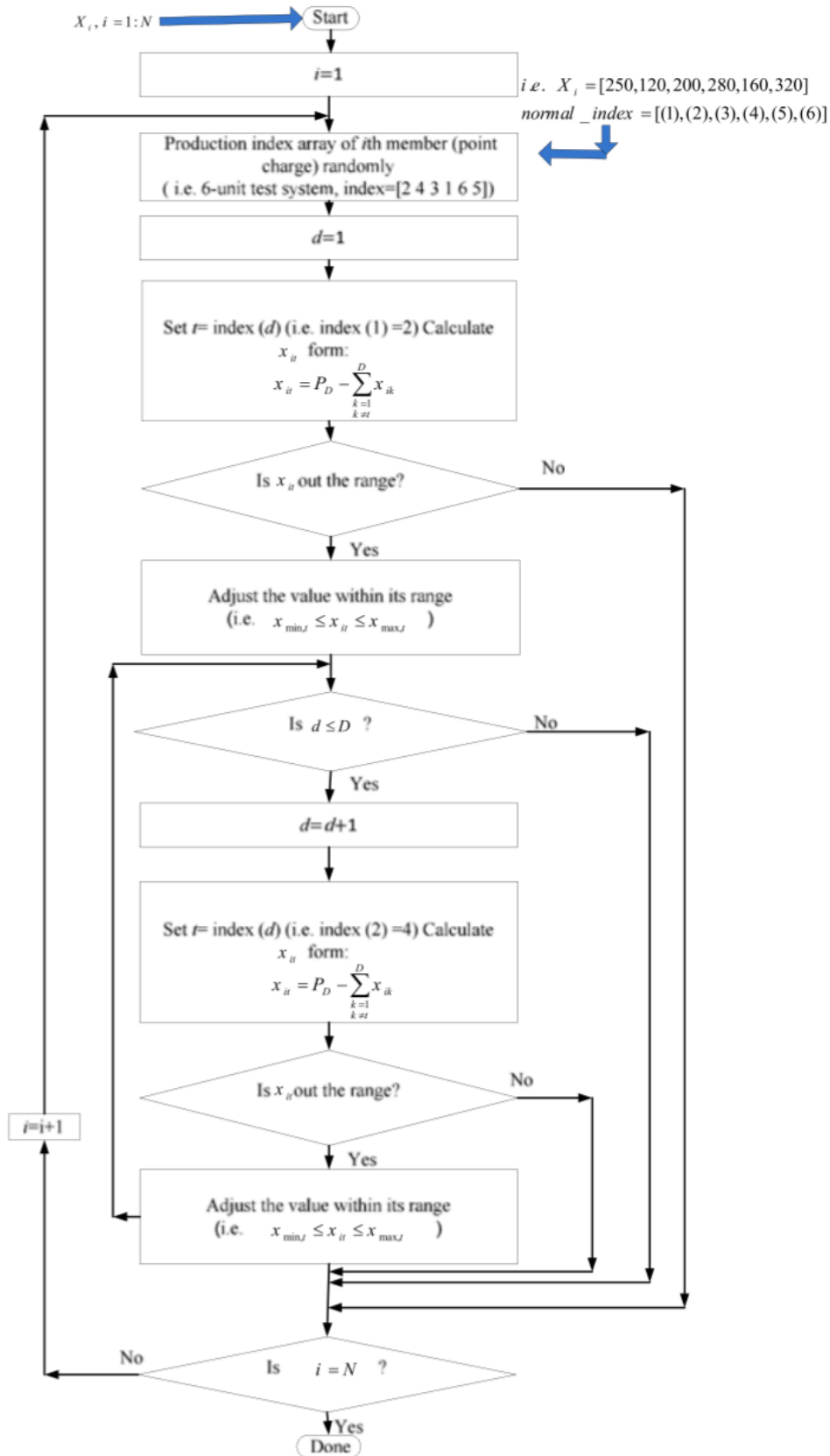


Figure IV-7: L'organigramme de la procédure de gestion des contraintes du CFA pour les problèmes ELD

### IV.3 Méthode d'optimisation TFWO

#### IV.3.1 Introduction sur la méthode d'optimisation TFWO

TFWO (à savoir, le flux turbulent d'optimisation à base d'eau), est un nouvel algorithme d'optimisation de regroupement efficace inspiré d'un phénomène de recherche de la nature, c'est-à-dire des tourbillons créés dans un écoulement d'eau turbulent, pour une optimisation globale du monde réel. Dans cet algorithme proposé, le problème de sélection des paramètres de contrôle est éliminé, la puissance de convergence est augmentée et l'algorithme a une structure fixe. Il est utilisé pour trouver les solutions globales des fonctions de référence à paramètres réels avec des dimensions différentes. En outre, afin d'étudier plus avant l'efficacité de TFWO, il a été utilisé pour résoudre divers types de problèmes d'optimisation de répartition de charge économique (ELD) non linéaire dans les systèmes électriques et d'optimisation d'allocation de fiabilité et de redondance (RRAO) pour le système de protection contre la survitesse d'une turbine à gaz, comme deux problèmes d'optimisation d'ingénierie du monde réel.

Au cours des dernières années, de nombreux problèmes d'optimisation du monde réel ont nécessité l'optimisation d'un grand nombre de variables de contrôle avec diverses contraintes. L'optimisation signifie trouver la meilleure stratégie pour minimiser ou maximiser la fonction objective d'un problème donné. Des techniques de programmation mathématique, par exemple l'algorithme d'optimisation basé sur le simplexe de Nelder et Mead [96], et des modèles quadratiques de région de confiance [97], ainsi que des algorithmes d'optimisation inspirés de la nature ont été utilisés pour optimiser différents problèmes avec certaines fonctions objectives sous certaines contraintes spécifiques et avec des complexités différentes du monde réel telles que la non-linéarité, la nature d'entiers mixtes, la non-différentiabilité, etc. En raison de la taille énorme des problèmes d'optimisation des paramètres réels, les techniques de programmation mathématique classiques ne fournissent généralement pas de bonnes solutions pour différents problèmes d'optimisation du monde réel ou des paramètres réels sous certaines limites spécifiques (Ghasemi et al.[98]). Les algorithmes d'optimisation méta-heuristiques sont le deuxième groupe de techniques proposées, qui sont inspirées et modélisées par des principes et des concepts de la nature du monde réel, comme les oiseaux collectifs et les comportements animaux. Certains de ces algorithmes inspirés de la nature qui ont été proposés et appliqués pour résoudre des problèmes d'optimisation numérique globale comme Omidvar et al. [99], et Bhattacharjee et al. [100]. Concernant le théorème No Free Lunch (NFL) (Wolpert et Macready [101]), il n'y a pas d'algorithme méta-heuristique qui convient à tous les problèmes d'optimisation. En d'autres termes, un algorithme méta-heuristique particulier peut donner des résultats favorables pour certains problèmes, mais il montre des performances faibles sur certains autres problèmes. Par conséquent, la nouvelle méthode d'optimisation basée sur l'optimisation d'écoulement turbulent d'eau (TFWO) est présentée. Cette méthode a été inspirée par le comportement naturel et aléatoire de tourbillons dans les rivières, les mers et les océans.

#### IV.3.2 Flux turbulent d'optimisation à base d'eau (TFWO)

##### IV.3.2.1 Introduction à l'écoulement turbulent de l'eau : la théorie du tourbillon

L'écoulement turbulent de l'eau à travers un chemin étroit de forme circulaire, par exemple autour d'une roche submergée, peut entraîner la formation d'un tourbillon. Cette circulation et ce flux sont affectés par la force de gravité. En conséquence, l'eau qui coule se déplace vers le bas dans un chemin en spirale. Comme ceci continue, la vitesse d'écoulement de l'eau est accélérée et un petit trou est créé au centre qui rend ce flux encore plus rapide, et quand l'eau est aspirée dans le trou (ouverture), un mouvement de rotation démarre, d'où la création d'un tourbillon.

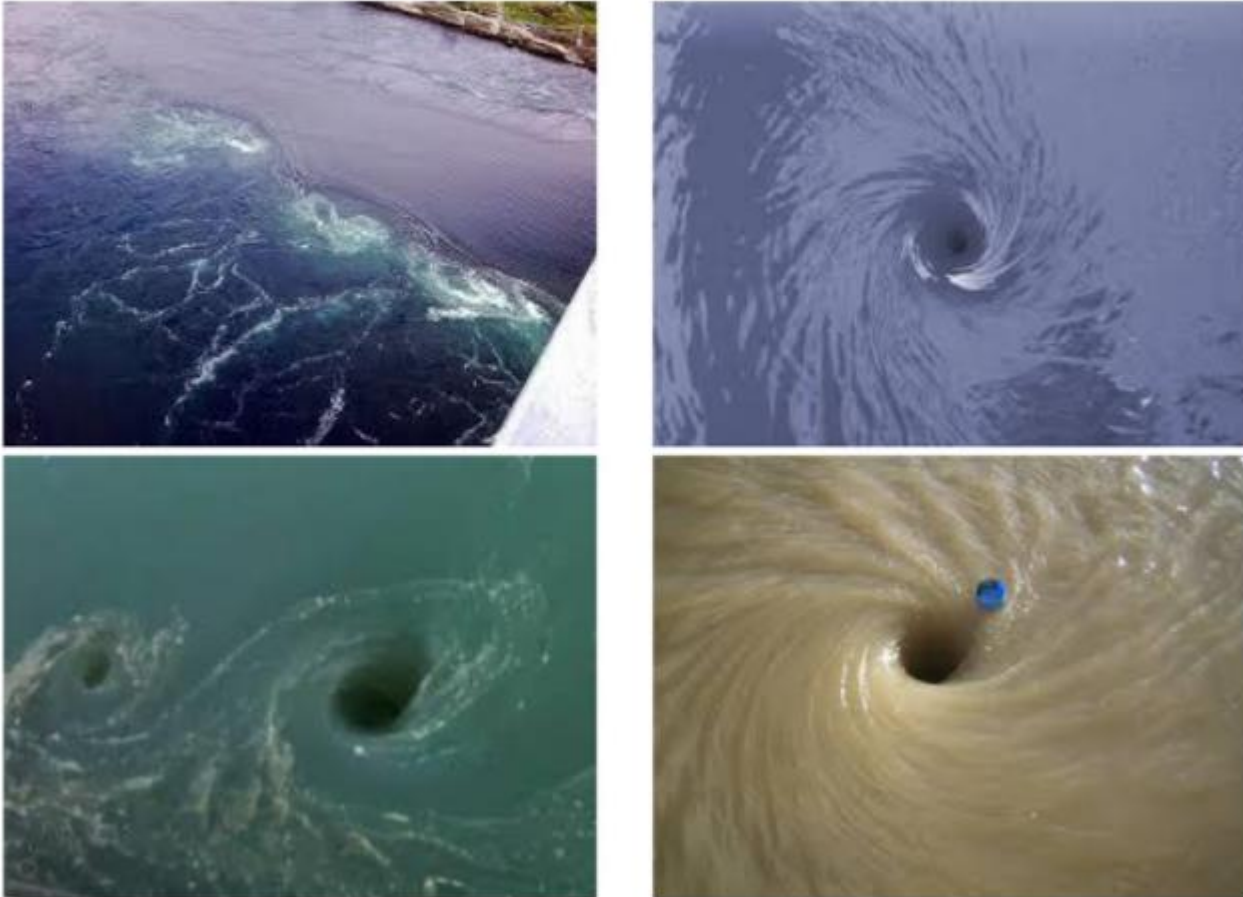


Figure IV-8: Génération de plusieurs bains à remous avec différentes formes et forces dans la nature

#### IV.3.2.2 L'algorithme TFWO

Le tourbillon est un comportement aléatoire de la nature qui se produit dans les rivières, mers et océans. Dans les bains à remous, le centre de celui-ci agit comme un trou d'aspiration, et tire les objets et les particules autour de lui vers son milieu et son intérieur, c'est-à-dire qu'il leur applique une force centripète. Un bain à remous est en fait un volume d'eau en mouvement principalement créé par marée océanique. Des tourbillons se forment à des endroits où il y a quelques petites crêtes les unes à côté des autres à la surface du ruisseau. L'eau qui coule entre en collision avec ces crêtes puis se déplace sur elle-même. De cette façon, l'eau dans un chemin étroit se déplace sur elle-même dans les crêtes et s'amalgame lentement autour de ce circuit et forme un entonnoir. Cet écoulement d'eau se produit en raison de la force centrifuge. La plupart des bains à remous ne sont pas très puissants. La figure (IV-8) montre plusieurs bains à remous avec

différentes formes et puissances. Comme on le voit, nous avons parfois des tourbillons côte à côte qui ont des interactions en plus de leurs effets sur les objets et particules environnants.

IV.3.2.2.1 Modèle de tourbillon à des fins d'optimisation

Plusieurs bains à remous sont utilisés (ou plusieurs groupes de bains à remous avec le centre du meilleur membre du groupe comme le trou du bain à remous, qui a pour rôle d'appliquer une force centripète sur les autres membres), ces derniers absorbent les objets et particules autour d'eux selon leurs distances et les aspirent et tentent de les maintenir en plein centre. Cela signifie que le bain à remous applique une force centripète sur tous les objets et particules (ici les membres du groupe) qui les entourent. La force centripète est défini comme une force appliquée sur un objet en mouvement dans un cercle trajectoire, et sa direction est vers le centre de la trajectoire de mouvement de l'objet et perpendiculairement à celui-ci. La force centrifuge est une force apparente dont la direction est opposée à celle de la force centripète. La force centripète change la direction de déplacement de l'objet sans changer sa vitesse. Pour un objet en mouvement autour d'une trajectoire circulaire, il doit y avoir une force centripète pour contrer avec elle. Plus le mouvement circulaire est rapide, plus la force centripète est grande pour maintenir l'objet. L'expression mathématique de la force centripète a été introduite pour la première fois par un médecin néerlandais, Christian Huygens, en 1659. Pour un objet qui se déplace selon une trajectoire circulaire à vitesse constante, le rayon du cercle ( $r$ ) est égal à la multiplication de la masse de l'objet ( $m$ ) et la vitesse au carré ( $v$ ) divisée par la force centripète ( $F_c$ ). De plus, la masse et la force centrifuge, ainsi que l'interaction entre les tourbillons adjacents et les objets provoquent une résistance et une déviation de cette traction et de cette aspiration. Dans un premier temps, nous divisons la population de l'algorithme en groupes  $N_{Wh}$  ou ensembles de tourbillons, où le meilleur membre de chaque groupe représente la force de traction de ce tourbillon. Le meilleur membre de chaque groupe est placé au centre du bain à remous correspondant, et provoque l'établissement du trou et la force de traction au centre du bain à remous.

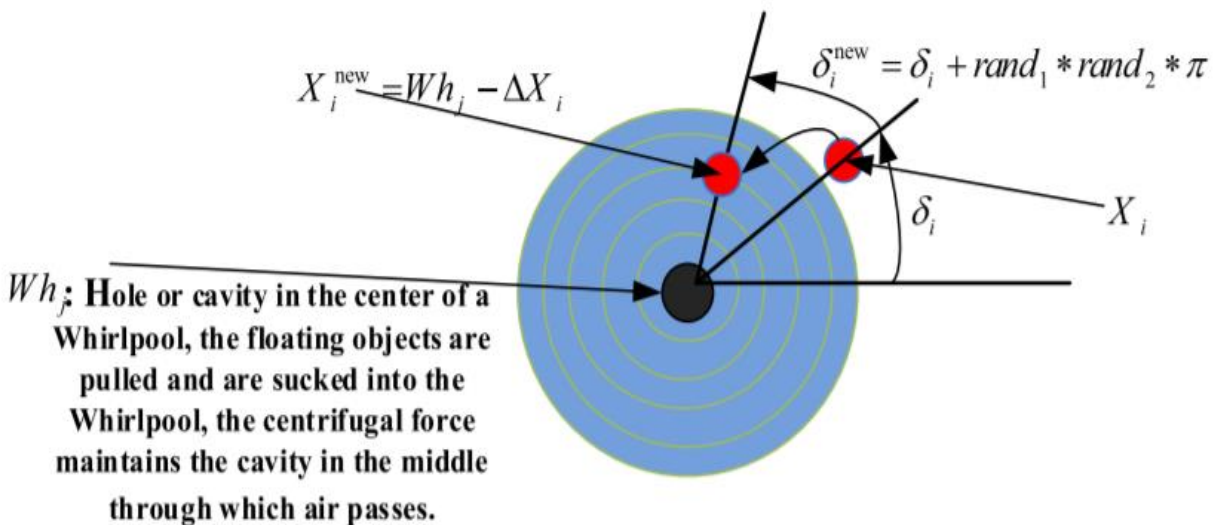


Figure IV-9: Le modèle de bain à remous proposé à des fins d'optimisation

Le meilleur membre du groupe essaie d'unifier les positions des particules avec leur centres de tourbillon (la position du meilleur membre du groupe), et les tire dans le trou. Les tourbillons autour des objets font une distance dans la direction opposée de l'objet vers le trou du tourbillon (le meilleur membre du groupe) jusqu'à une valeur spécifique, et réduisent en quelque sorte la traction et les forces centripètes et l'éloignent du centre du bain à remous. La force centrifuge peut avoir un effet néfaste sur cette force centripète et/ou casser les objets ou les modifier. De plus, des tourbillons plus gros et plus puissants tirent ou poussent les plus petits et les plus faibles selon la direction et la distance, et l'effet sur les positions des uns et des autres, et changent les positions des autres tourbillons. Les étapes de mise en œuvre et de performance de ces algorithmes sont présentées et modélisées sur la base de ce qui précède.

#### IV.3.2.2.2 Formation de tourbillons

Dans un premier temps, la population initiale ( $X^0$ , comprenant  $N_p$  membres) de l'algorithme est divisé également entre  $N_{Wh}$  groupes ou ensembles de bains à remous, puis le membre le plus fort de chaque ensemble de tourbillons (le membre avec les meilleures valeurs de fonction objectif  $f()$ ) est considéré comme le tourbillon qui tire les objets ( $X$ , y compris les objets  $N_p - N_{Wh}$ ).

#### IV.3.2.2.3 Les effets des tourbillons sur les objets de son ensemble et autres tourbillons

Chaque bain à remous ( $Wh$ ) agit comme un puits ou un trou d'aspiration et a tendance à unifier les positions des objets dans son ensemble ( $X$ ) avec sa position centrale en leur appliquant une force centripète, et en les plongeant dans son puits. Par conséquent, le  $j$ ème tourbillon avec sa position locale sur  $Wh_j$ , agit de telle une manière qui unifie la position du  $i$ ème objet ( $X_i$ ) avec la sienne, c'est-à-dire  $X_i = Wh_j$ . Néanmoins, d'autres tourbillons provoquent des déviations ( $\Delta X_i$ ), selon la distance entre eux ( $Wh - Wh_j$ ) et les valeurs objectives ( $f()$ ). Par conséquent, la nouvelle position du  $i$ ème objet serait égale à  $X_i^{new} = Wh_j - \Delta X_i$ , où les effets des tourbillons sur leurs objets sont illustrés à la figure (IV-9).

Comme on le voit sur la figure (IV-9), les objets ( $X$ ) se déplacent avec leur angle ( $\delta$ ) autour du centre de leur tourbillon et s'en approche. Donc, cet angle à chaque instant (itération dans l'algorithme) change :

$$\delta_i^{new} = \delta_i + rand_1 \times rand_2 \times \pi \quad (IV.20)$$

Pour modéliser et calculer  $\Delta X_i$ , les tourbillons les plus éloignés et les plus proches, c'est-à-dire les tourbillons avec la distance la plus et la moins pesée de tous les objets, sont calculés sur la base de l'équation (IV.21), puis  $\Delta X_i$  est calculé en utilisant l'équation (IV.22). L'équation (IV.23) est utilisée pour mettre à jour la position de la particule.

$$\Delta_t = f(Wh_t) \times |Wh_t - sum(X_i)|^{0.5} \quad (IV.21)$$

$$\Delta X_i = (\cos(\delta_i^{new}) \times rand(1, D) \times (Wh_f - X_i) - \sin(\delta_i^{new}) \times rand(1, D) \times (Wh_w - X_i)) \times (1 + |\cos(\delta_i^{new}) - \sin(\delta_i^{new})|) \quad (IV. 22)$$

$$X_i^{new} = Wh_j - \Delta X_i \quad (IV. 23)$$

Où  $Wh_f$  et  $Wh_w$  sont les tourbillons avec des valeurs minimales et maximales de  $\Delta_t$ , respectivement ; et  $\delta_i$  est l'angle du ième objet.

Les pseudo-codes 1 et 2 résument le modèle proposé pour la mise à jour de la position de l'objet :

- Pseudo-code 1 :

$$\begin{aligned} & \text{for } t = 1: N_{Wh} \\ & \Delta_t = f(Wh_t) \times |Wh_t - sum(X_i)|^{0.5} \\ & \text{end} \\ & Wh_f = Wh_t \text{ with minimum value of } \Delta_t \\ & Wh_w = Wh_t \text{ with maximum value of } \Delta_t \\ & \delta_i^{new} = \delta_i + rand_1 \times rand_2 \times \pi \\ & \Delta X_i = \\ & (\cos(\delta_i^{new}) \times rand(1, D) \times (Wh_f - X_i) \\ & - \sin(\delta_i^{new}) \times rand(1, D) \times (Wh_w - X_i)) \\ & \times (1 + |\cos(\delta_i^{new}) - \sin(\delta_i^{new})|); \\ & X_i^{new} = Wh_j - \Delta X_i; \end{aligned}$$

- Pseudo-code 2 :

$$\begin{aligned} X_i^{new} &= \min(\max(X_i^{new}, X^{min}), X^{max}); \\ & \text{if } f(X_i^{new}) \leq f(X_i) \\ & \quad X_i = X_i^{new}; \\ & \quad f(X_i) = f(X_i^{new}); \\ & \text{end} \end{aligned}$$

#### IV.3.2.2.4 Force centrifuge

Bien que la force centripète tire les objets en mouvement vers leur tourbillon, la force centrifuge les éloigne du centre correspondant. Sur la base de la première loi du mouvement de Newton, un objet au repos reste au repos et un objet en mouvement reste en mouvement avec la même vitesse et dans la même direction à moins qu'il n'agisse sur une force déséquilibrée. La force centrifuge (ou  $FE_i$ ) surmonte parfois la force centripète ou de traction du tourbillon, et transfère aléatoirement l'objet à une nouvelle position. Ici, nous avons modélisé la force centrifuge (comme l'équation (IV.24)), qui se produit de manière aléatoire dans

une dimension des variables de décision. Pour y parvenir, la force centrifuge est d'abord calculée en fonction de l'angle entre l'objet et le bain à remous (comme l'équation (IV.24)), et si cette force est supérieure à une valeur aléatoire (avec une distribution uniforme dans la plage [0,1]).

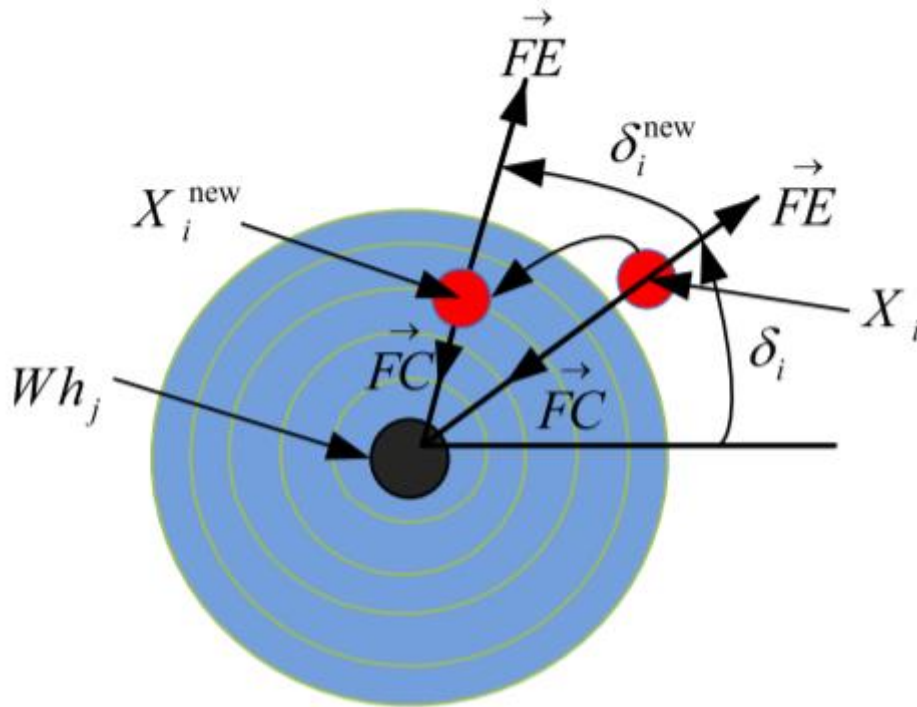


Figure IV-10: Les différents types de forces dans un bain à remous

L'action centrifuge est effectuée pour le sélectionné au hasard dimension sélectionnée, comme le montre l'équation (IV.25).

$$FE_i = ((\cos(\delta_i^{new}))^2 \times (\sin((\delta_i^{new}))^2)^2 \tag{IV.24}$$

$$x_{i,p} = x_p^{min} + rand \times (x_p^{max} - x_p^{min}) \tag{IV.25}$$

Le pseudo-code 3 résume ce phénomène, qui s'exprime aussi schématiquement dans la figure (IV-10).

- Pseudo-code 3 :

```

FE_i = ((cos(delta_i^new))^2 * (sin(delta_i^new))^2)^2
if rand < FE_i
    p = round(1 + rand * (D - 1));
    x_{i,p} = x_p^min + rand * (x_p^max - x_p^min);
    f(X_i) = f(X_i^new);
end
    
```

## IV.3.2.2.5 Interactions entre les bains à remous

Semblables aux effets d'un tourbillon sur les objets environnants, ils interagissent également les uns avec les autres et se déplacent les uns avec les autres. Cet effet a été modélisé en quelque sorte de la même manière que les effets des tourbillons sur les objets, où chaque tourbillon a tendance à tirer d'autres tourbillons et à appliquer une force centripète sur eux et à les plonger dans leurs puits (c'est-à-dire unifier la position du tourbillon considéré avec sa propre position). Afin de modéliser cet effet, le tourbillon le plus proche est d'abord calculé en fonction de sa fonction objective et de la quantité minimale d'équation (IV.26). Ensuite, les équations. (IV.27) et (IV.28) sont utilisés pour mettre à jour la position du bain à remous.

$$\Delta_t = f(Wh_t) \times |Wh_t - \text{sum}(Wh_j)| \quad (\text{IV. 26})$$

$$\Delta Wh_j = \text{rand}(1, D) \times |\cos(\delta_j^{\text{new}}) + \sin(\delta_j^{\text{new}})| \times (Wh_f - Wh_j) \quad (\text{IV. 27})$$

$$Wh_j^{\text{new}} = Wh_f - \Delta Wh_j \quad (\text{IV. 28})$$

Où  $\delta_j$  est la valeur de l'angle du ième bain à remous. Les pseudo-codes 4 et 5 résument ce phénomène :

- Pseudo-code 4 :

```

for t = 1:NWh - {j}
    Δt = f(Wht) × |Wht - sum(Whj)|
end
Whf = Wh with minimum value of Δt

```

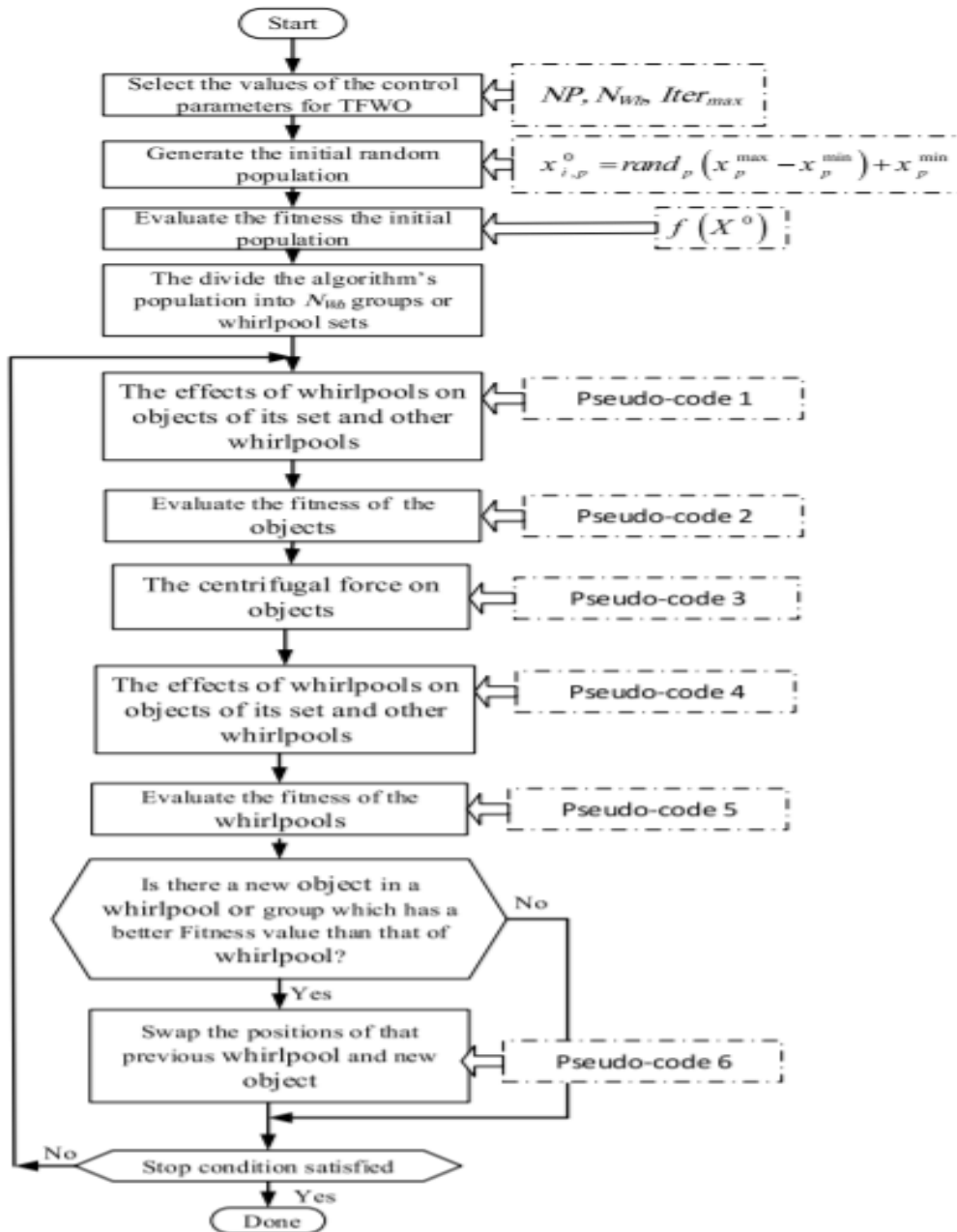


Figure IV-11: Organigramme de l'algorithme d'optimisation TFWO proposé

$$Wh_j^{new} = Wh_f - \Delta Wh_j;$$

$$\Delta Wh_j = rand(1, D) \times |\cos(\delta_j^{new}) + \sin(\delta_j^{new})| \times (Wh_f - Wh_j);$$

$$\delta_j^{new} = \delta_j + rand_1 \times rand_2 \times \pi$$

- Pseudo-code 5 :

$$\begin{aligned}
 Wh_j^{new} &= \min(\max(Wh_j^{new}, X^{min}), X^{max}); \\
 & \text{if } f(Wh_j^{new}) \leq f(Wh_j) \\
 & \quad Wh_j = Wh_j^{new}; \\
 & \quad f(Wh_j) = f(Wh_j^{new}); \\
 & \text{end}
 \end{aligned}$$

Enfin, si le membre le plus fort parmi les nouveaux membres de l'ensemble de tourbillon a plus de force (c'est-à-dire sa valeur de fonction objectif est inférieure) à son tourbillon correspondant, il est alors choisi comme nouveau tourbillon pour l'itération suivante. Le pseudo-code 6 résume ce phénomène.

- Pseudo-code 6 :

$$\begin{aligned}
 & \text{if } f(X_{best}) \leq f(Wh_j) \\
 & \quad Wh_j \leftrightarrow X_{best} \\
 & \quad f(Wh_j) \leftrightarrow f(X_{best}) \\
 & \text{end}
 \end{aligned}$$

L'organigramme de la méthode d'optimisation TFWO est présenté dans la figure (IV-11).

#### IV.4 Résultats et discussion

Précédemment dans la deuxième partie de notre troisième chapitre, nous avons accompli un travail de programmation en utilisant le logiciel MATLAB, en effet, pour nos deux structures étudiées (poutre 1 et poutre 2), nous avons introduit plusieurs taux d'endommagement (%) suivant des scénarios différents, et grâce à l'indicateur d'endommagement NCDF, nous avons pu récolter les fréquences des structures endommagées et les courbes illustrant les différentes localisations des fissures.

Ici, dans cette partie, avec les deux méthodes d'optimisation, le travail consiste à utiliser les fréquences des structures endommagées données par l'indicateur NCDF afin de pouvoir déduire les taux d'endommagement choisis précédemment pour chaque scénario.

Rappelant les scénarios d'endommagements utilisés :

- 1- Premier scénario : l'élément (9) est endommagé avec un taux de 10 %.
- 2- Deuxième scénario : les éléments (8) et (16) sont endommagés avec un taux de 15 % et 20 % respectivement.
- 3- Troisième scénario : les éléments (5), (13) et (20) ont un taux d'endommagement de 20 %, 30 % et 10 % respectivement.

Afin de pouvoir effectuer une étude comparative entre les deux méthodes d'optimisation, et avoir des résultats plus fiables, nous avons travaillé avec deux cas de variation de population et d'itérations qui se présentent comme suit :

- 1- Premier cas : Populations (PP) =1000, Itérations (IT) = 500.
- 2- Deuxième cas : Populations (PP) = 500, Itérations (IT) = 1000.

Les résultats présentés dans cette partie tiennent compte des taux d'endommagements (**BEST**), de l'erreur (BestCost ou **Fitness**), et du **temps de calcul**.

**IV.4.1 Première structure (Poutre 1)**

**IV.4.1.1 Premier scénario d'endommagement**

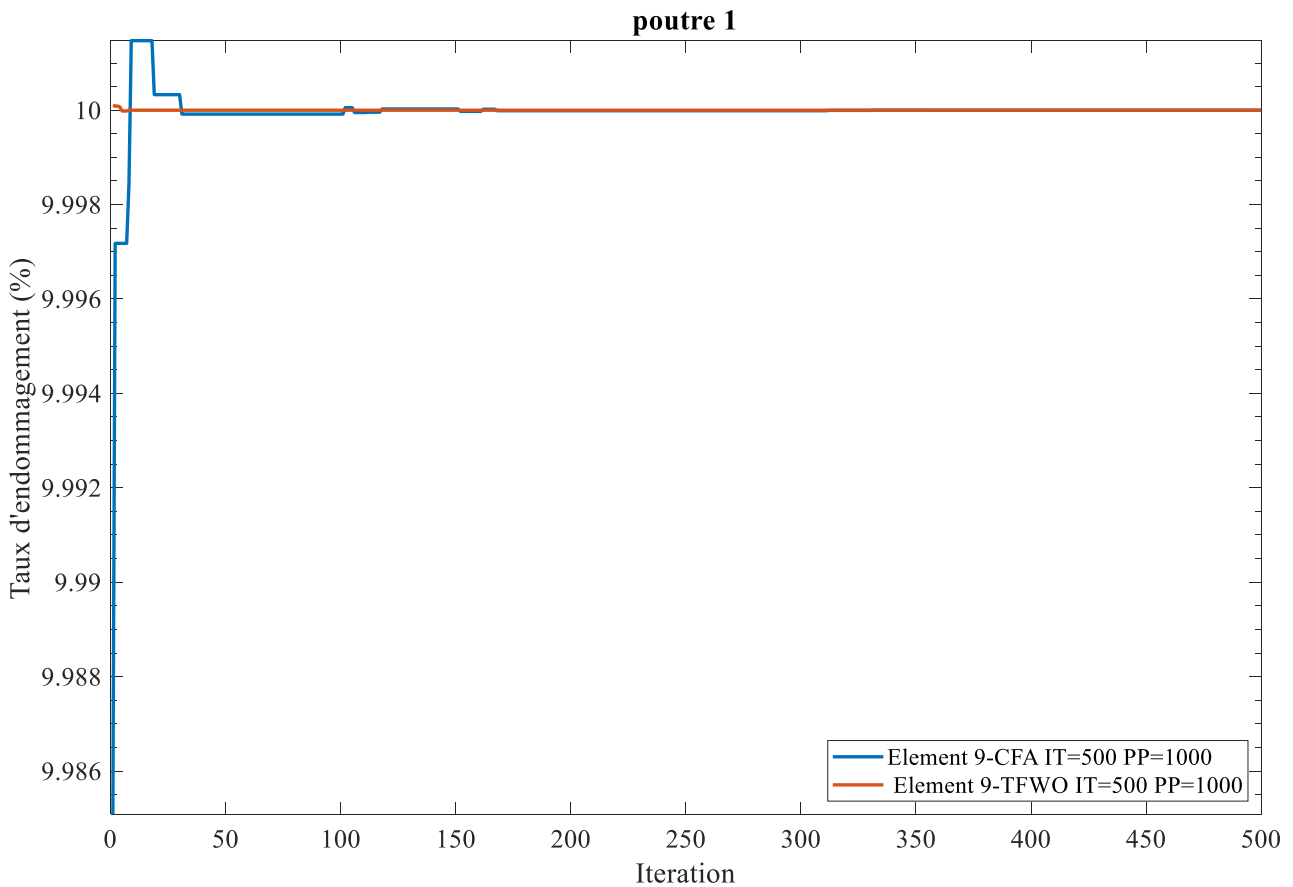


Figure IV-12:taux d'endommagement de la poutre 1 pour le premier scénario avec les deux méthodes (PP=1000, IT=500)

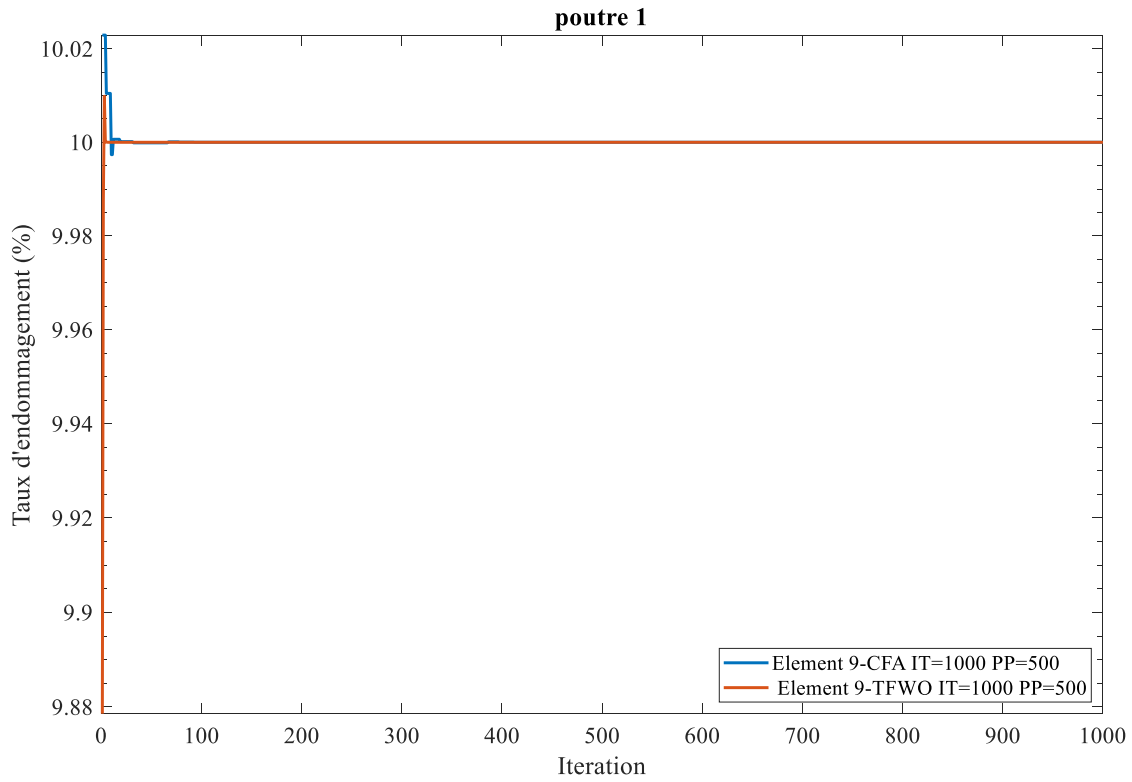


Figure IV-13:taux d'endommagement de la poutre 1 pour le premier scenario avec les deux méthodes (PP=500, IT=1000)

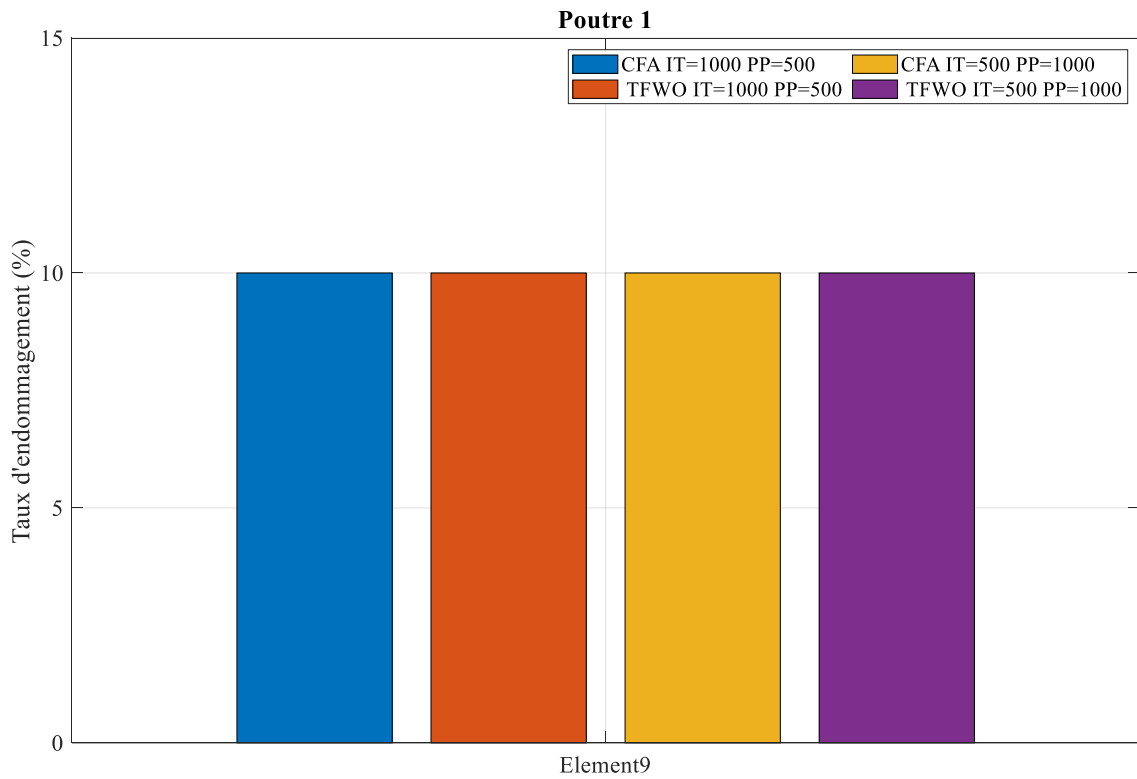


Figure IV-14:meilleurs résultats du taux d'endommagement de la poutre 1 avec le premier scenario et les deux méthodes pour les deux cas de variation de PP et IT

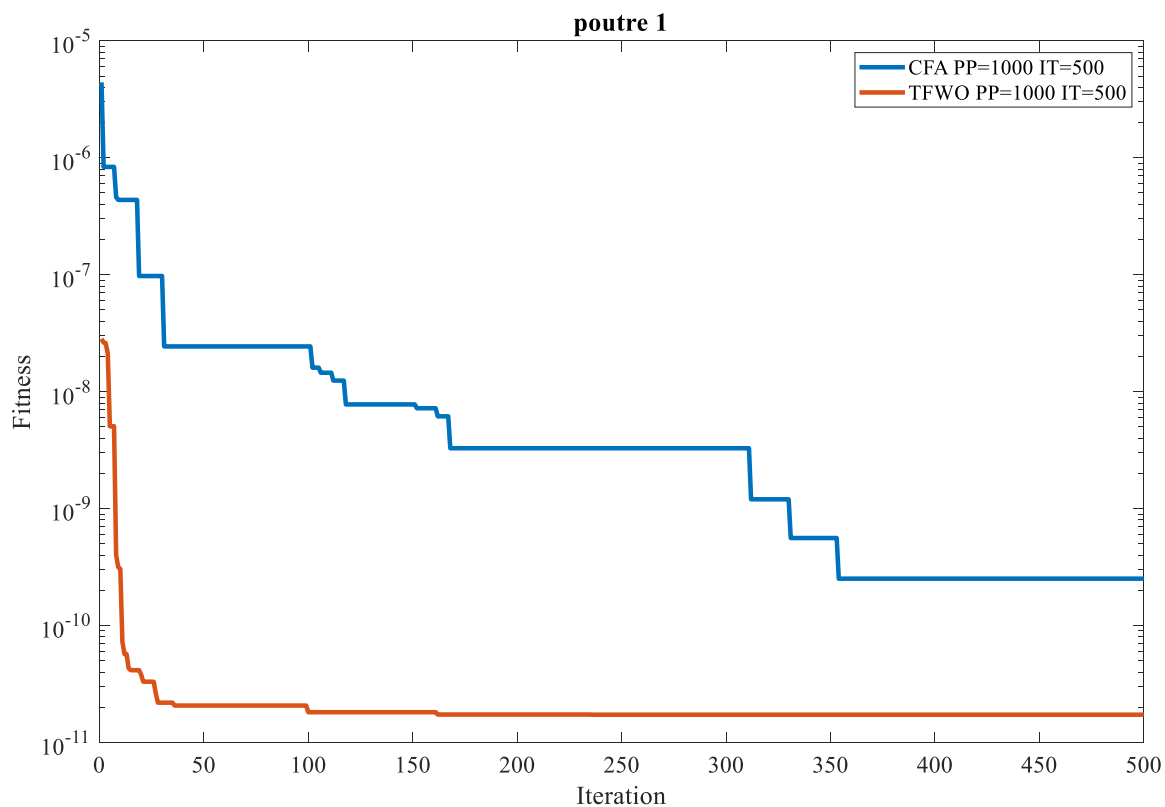


Figure IV-15:fitness de la poutre 1 pour le premier scenario avec les deux méthodes (PP=1000, IT=500)

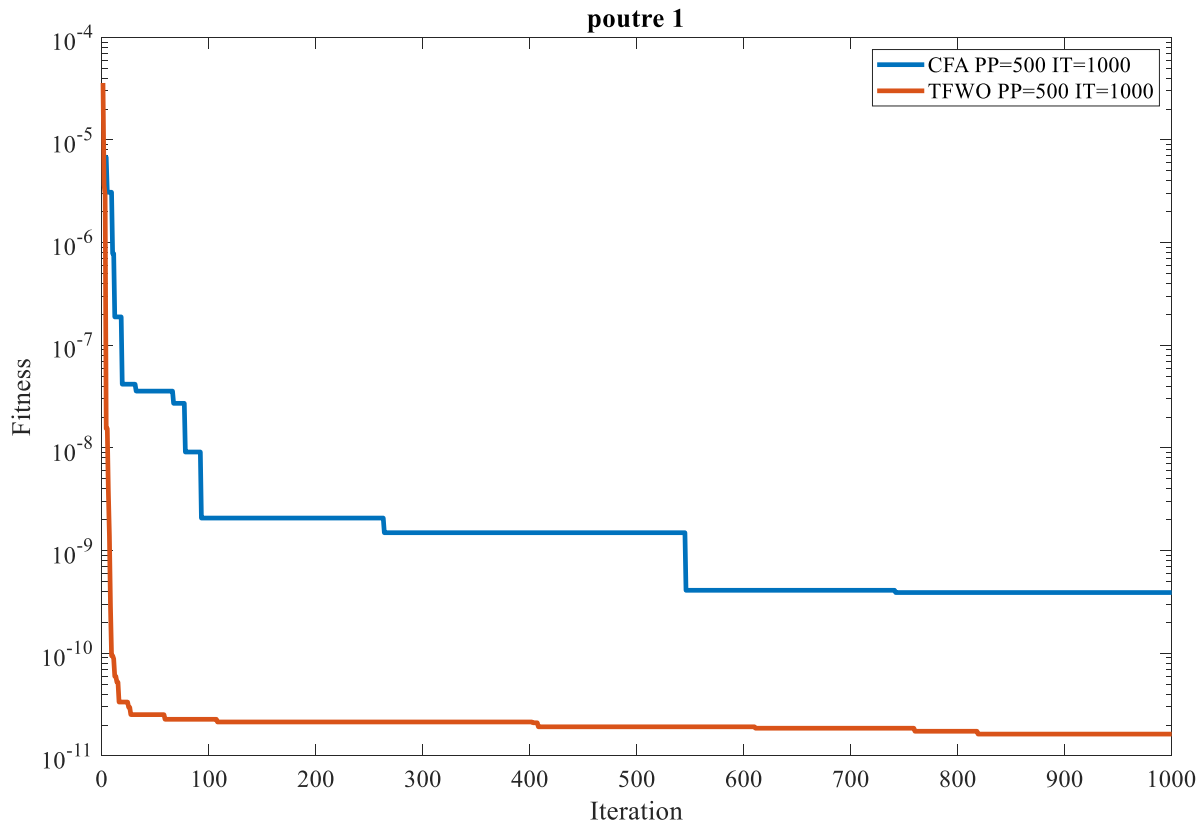


Figure IV-16:fitness de la poutre 1 pour le premier scenario avec les deux méthodes (PP=500, IT=1000)

Poutre 1					
Scenario 1					
IT	CFA (PP=1000, IT=500)	TFWO (PP=1000, IT=500)	IT	CFA (PP=500, IT=1000)	TFWO (PP=500, IT=1000)
1	9,98509	10,00010	1	10,02294	9,87859
100	9,99992	10,00000	200	10,00001	10,00000
200	9,99999	10,00000	400	10,00001	10,00000
300	9,99999	10,00000	600	10,00000	10,00000
400	10,00000	10,00000	800	10,00000	10,00000
500	10,00000	10,00000	1000	10,00000	10,00000

Tableau 5: valeurs du taux d'endommagement (BEST) pour le premier scenario de la poutre 1 avec les deux méthodes et les deux cas de variation de PP et IT

On remarque une légère différence entre les valeurs des deux méthodes, en effet, il s'avère que pour ce premier scenario de la poutre 1, les valeurs données par la méthode TFWO sont légèrement plus précises et satisfaisante que celles données par CFA.

Notant qu'on a pris à chaque fois 6 valeurs du taux d'endommagement, avec un pas de 100 pour IT=500, et un pas de 200 pour IT=1000.

Scenario 1				
Poutre 1	CFA		TFWO	
	PP=1000, IT=500	PP=500, IT=1000	PP=1000, IT=500	PP=500, IT=1000
Temps(s)	3789,2391	3724,7858	3827,4917	3789,9222

Tableau 6: les temps de calcul des deux méthodes avec les deux cas de variation de PP et IT pour le premier scenario de la poutre 1

D'après les résultats donnés par le tableau des temps de calcul, on peut déduire que la méthode CFA est légèrement plus rapide en exécution que la méthode TFWO.

IV.4.1.2 Deuxième scénario d'endommagement

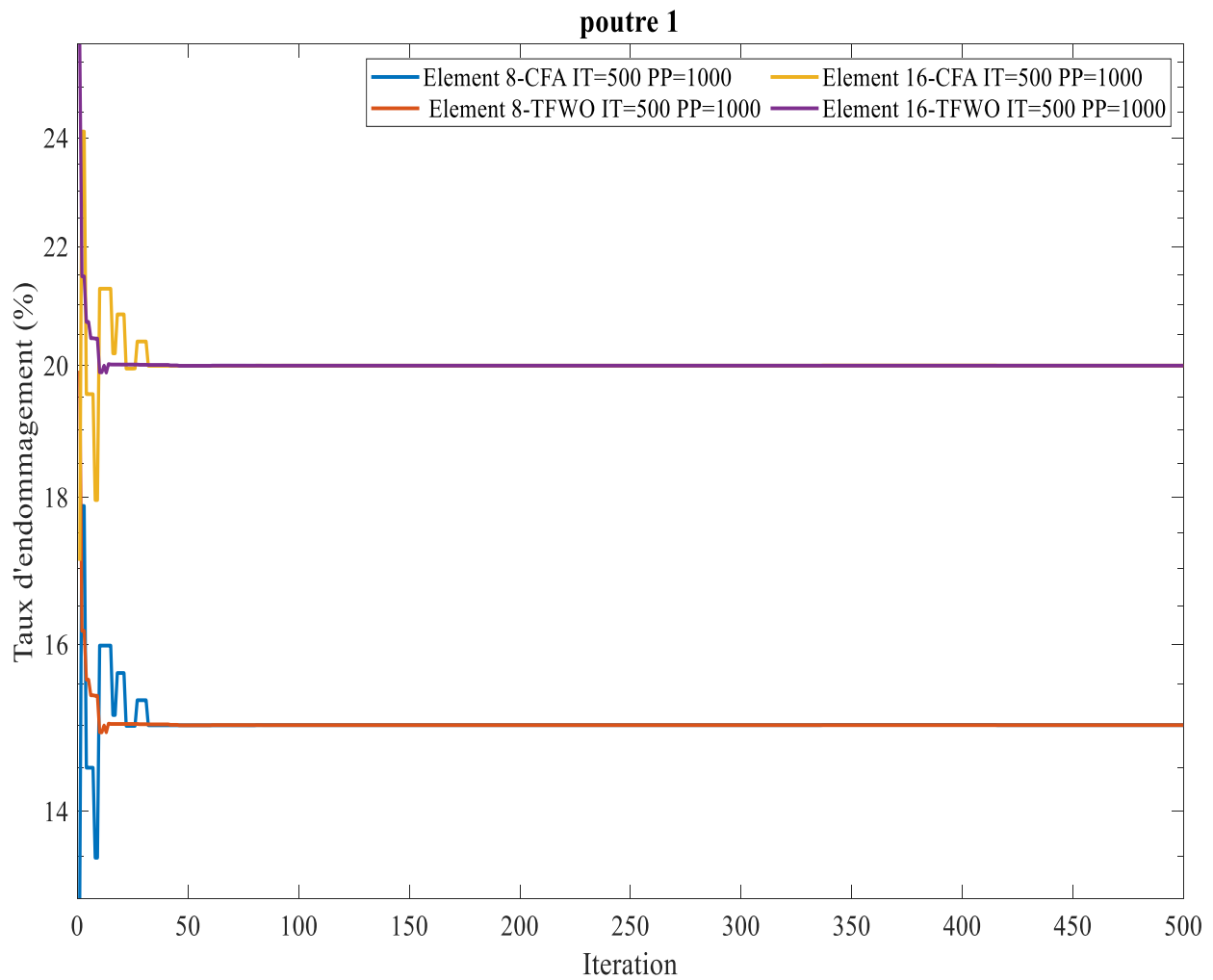


Figure IV-17:taux d'endommagement de la poutre 1 pour le deuxième scénario avec les deux méthodes (PP=1000, IT=500)

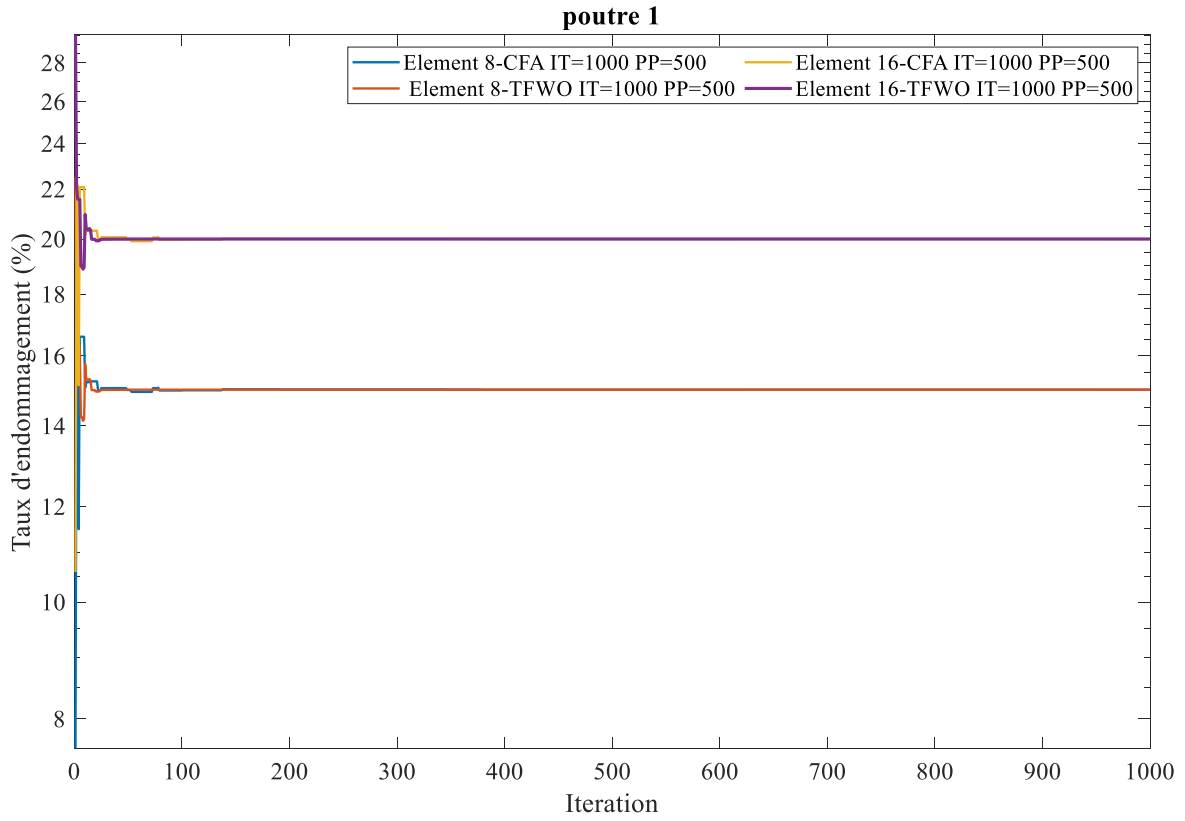


Figure IV-18:taux d'endommagement de la poutre 1 pour le deuxième scenario avec les deux méthodes (PP=500, IT=1000)

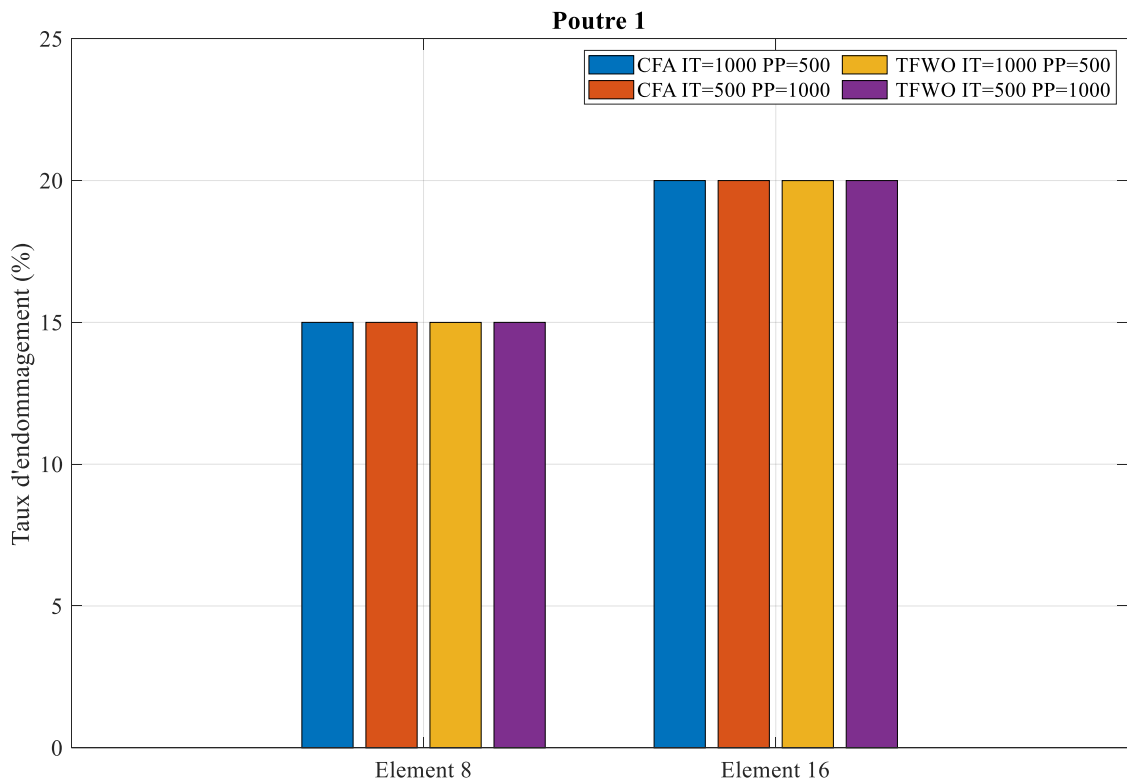


Figure IV-19:meilleurs résultats du taux d'endommagement de la poutre 1 avec le deuxième scenario et les deux méthodes pour les deux cas de variation de PP et IT

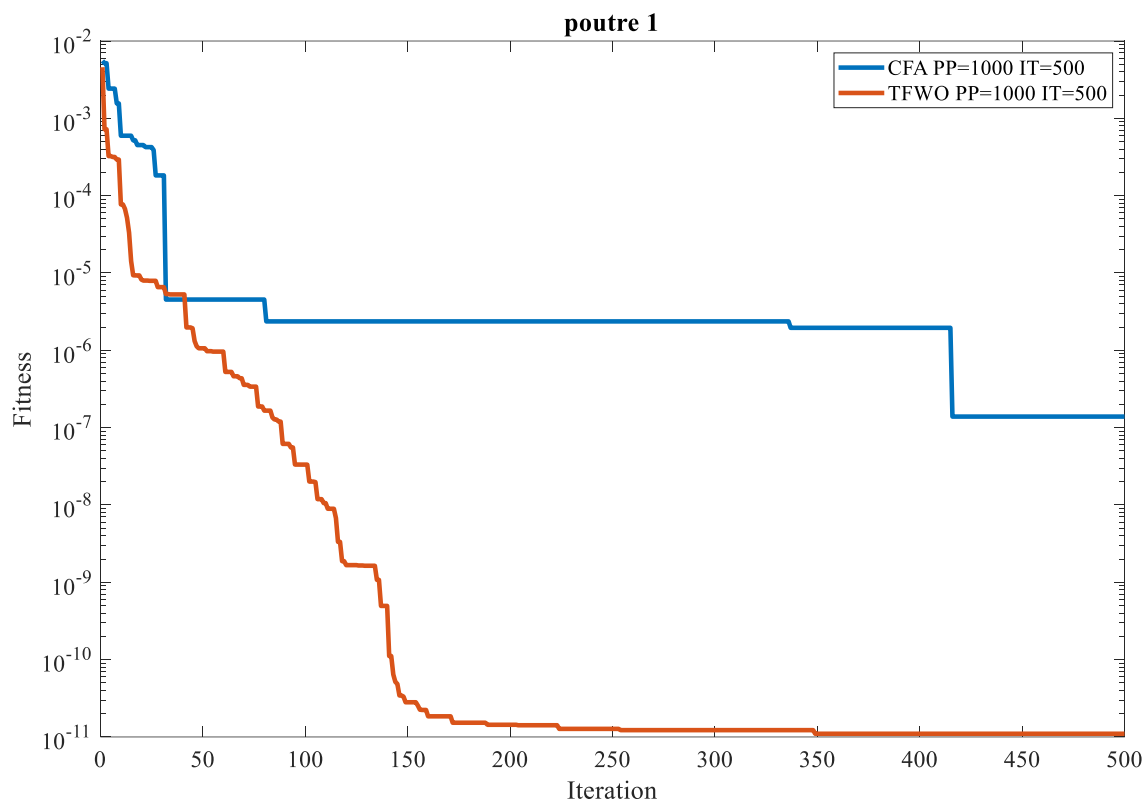


Figure IV-20:fitness de la poutre 1 pour le deuxième scenario avec les deux méthodes ( $PP=1000$ ,  $IT=500$ )

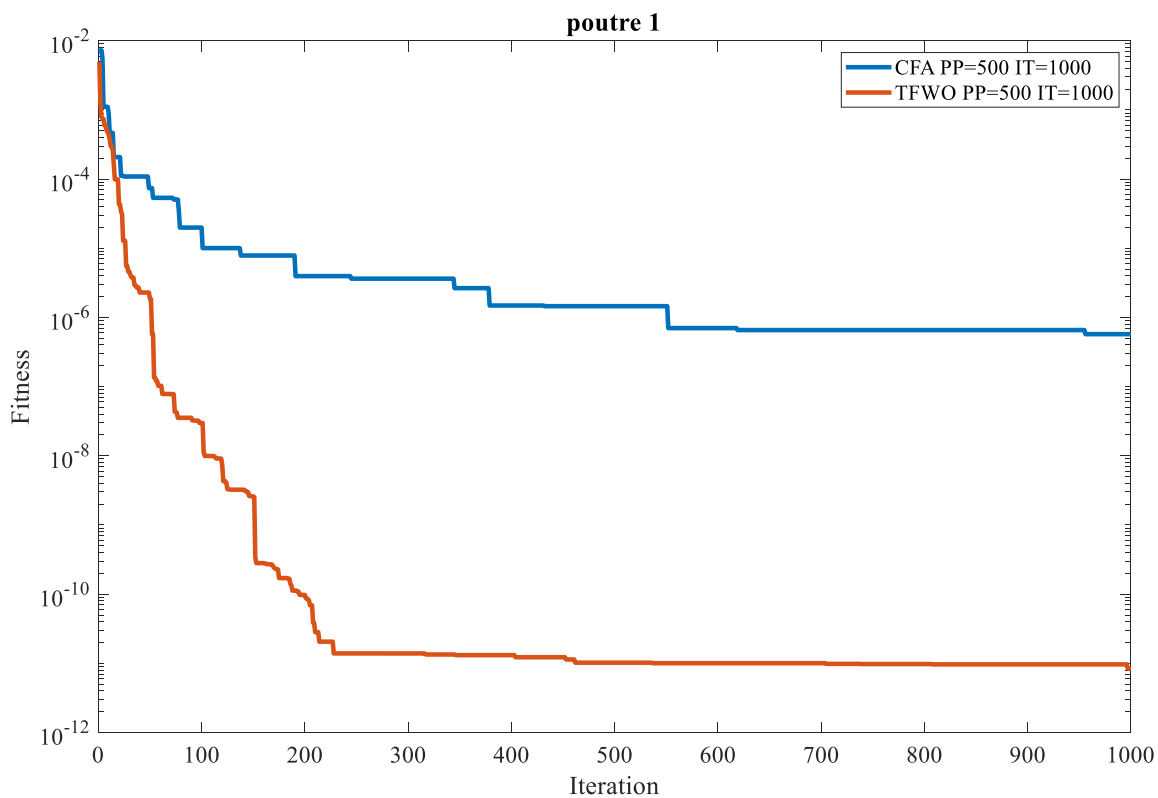


Figure IV-21:fitness de la poutre 1 pour le deuxième scenario avec les deux méthodes ( $PP=500$ ,  $IT=1000$ )

Poutre 1									
Scenario 2									
IT	Elément 8 (PP=1000, IT=500)		Elément 16 (PP=1000, IT=500)		IT	Elément 8 (PP=500, IT=1000)		Elément 16(PP=500, IT=1000)	
	CFA	TFWO	CFA	TFWO		CFA	TFWO	CFA	TFWO
1	13,05950	19,91936	17,10747	25,86778	1	7,56348	22,52231	10,59152	29,53664
100	14,99991	14,99994	19,99969	19,99993	200	15,00620	15,00000	20,00780	20,00000
200	14,99991	15,00000	19,99969	20,00000	400	14,99911	15,00000	19,99898	20,00000
300	14,99991	15,00000	19,99969	20,00000	600	14,99924	15,00000	19,99899	20,00000
400	15,00157	15,00000	20,00215	20,00000	800	15,00074	15,00000	20,00099	20,00000
500	14,99998	15,00000	19,99998	20,00000	1000	14,99903	15,00000	19,99875	20,00000

Tableau 7: valeurs du taux d'endommagement (BEST) pour le deuxième scenario de la poutre 1 avec les deux méthodes et les deux cas de variation de PP et IT

On constate d'après le tableau ci-dessus, que la méthode d'optimisation TFWO est plus précise que CFA, car en comparant à chaque fois les valeurs données par les deux méthodes pour les deux cas de variation de PP et IT, les résultats offerts par TFWO sont plus satisfaisants. Constat logique, car en observant les courbes des fitness pour le premier et pour le deuxième cas ici présent, la courbe affectée à la méthode TFWO converge vers des valeurs nettement plus inférieures à celles de CFA, ce qui donne une erreur moins importante et donc justifie cette différence dans les valeurs des taux d'endommagements.

Scenario 2				
Poutre 1	CFA		TFWO	
	PP=1000, IT=500	PP=500, IT=1000	PP=1000, IT=500	PP=500, IT=1000
Temps(s)	3603,9734	3589,4253	3784,9402	3734,1030

Tableau 8: les temps de calcul des deux méthodes avec les deux cas de variation de PP et IT pour le deuxième scenario de la poutre 1

D'après ce tableau des temps de calcul pour le deuxième scenario, on constate que comme pour le premier scenario, la méthode d'optimisation CFA s'avère être légèrement plus rapide que TFWO.

IV.4.1.3 Troisième scénario d'endommagement

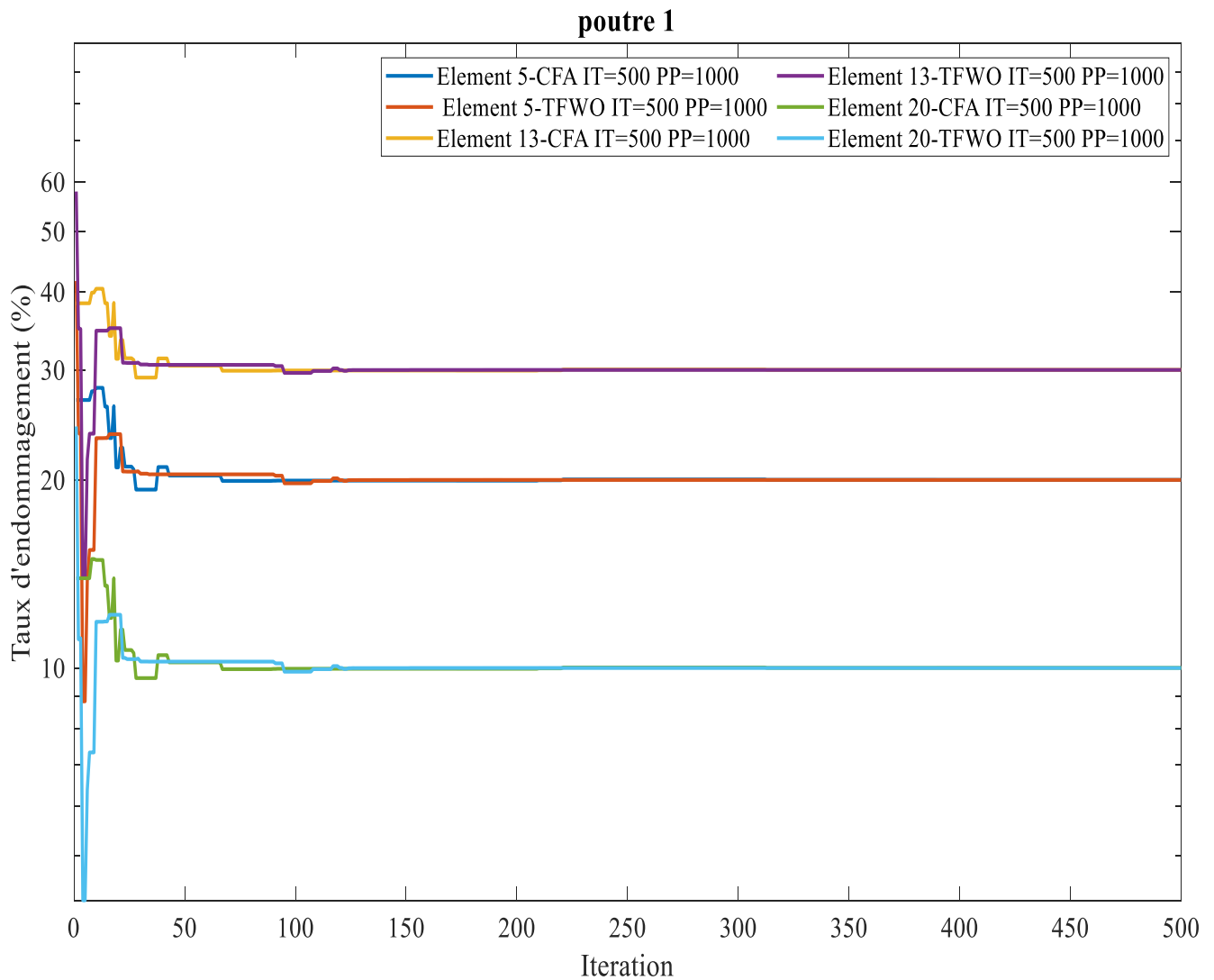


Figure IV-22:taux d'endommagement de la poutre 1 pour le troisième scénario avec les deux méthodes (PP=1000, IT=500)

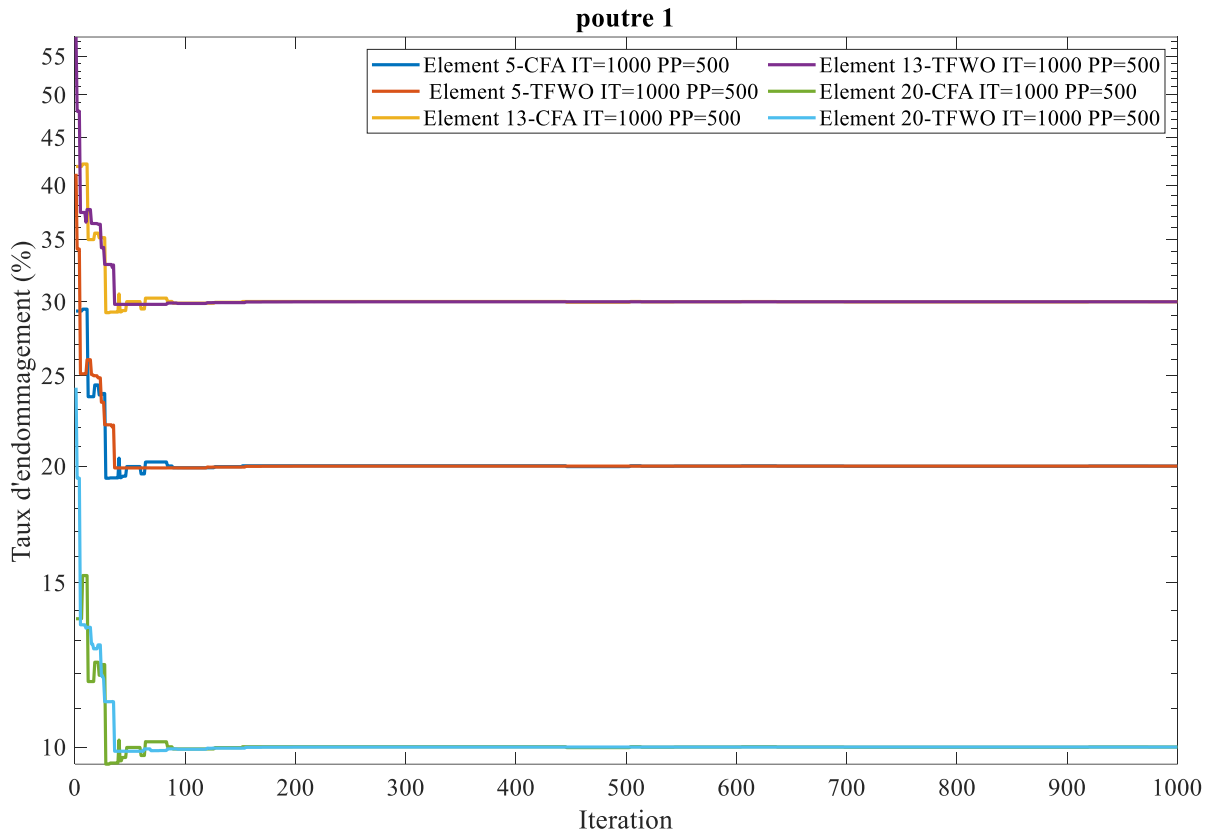


Figure IV-23:taux d'endommagement de la poutre 1 pour le troisième scenario avec les deux méthodes (PP=500, IT=1000)

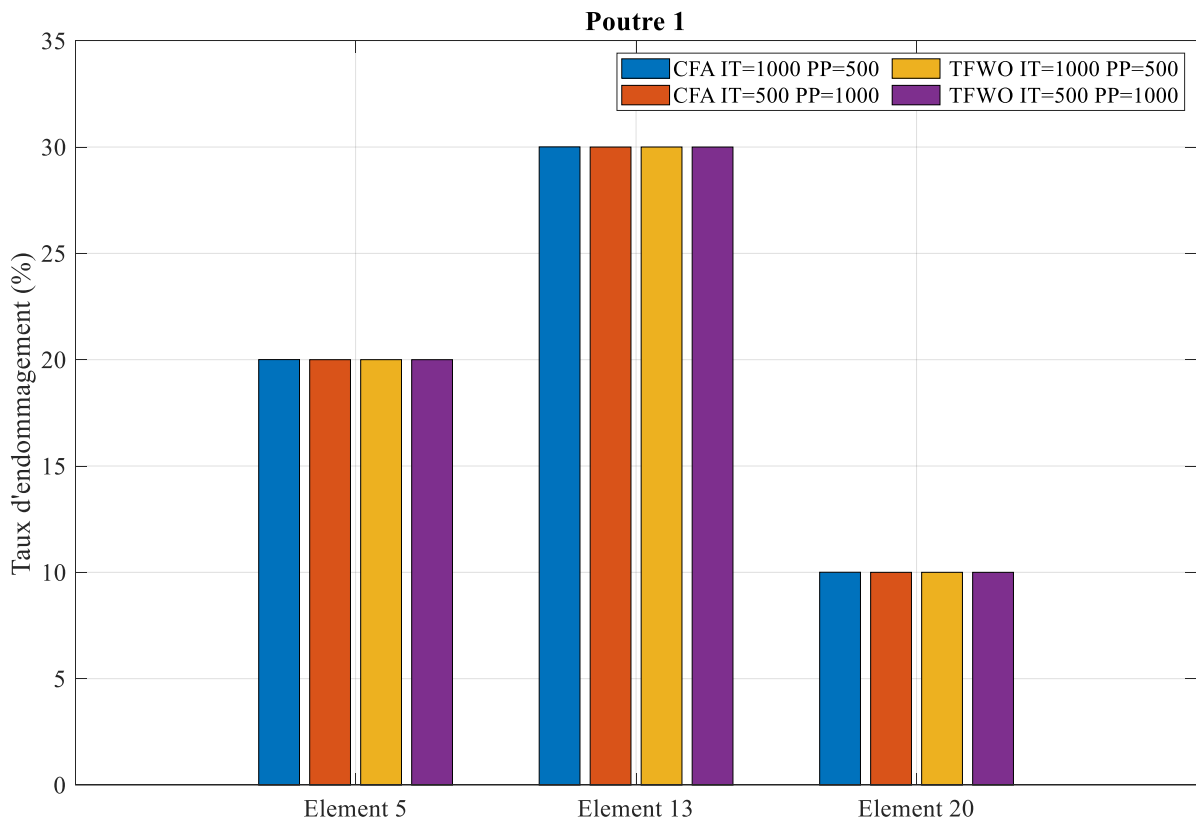


Figure IV-24:meilleurs résultats du taux d'endommagement de la poutre 1 avec le troisième scenario et les deux méthodes pour les deux cas de variation de PP et IT

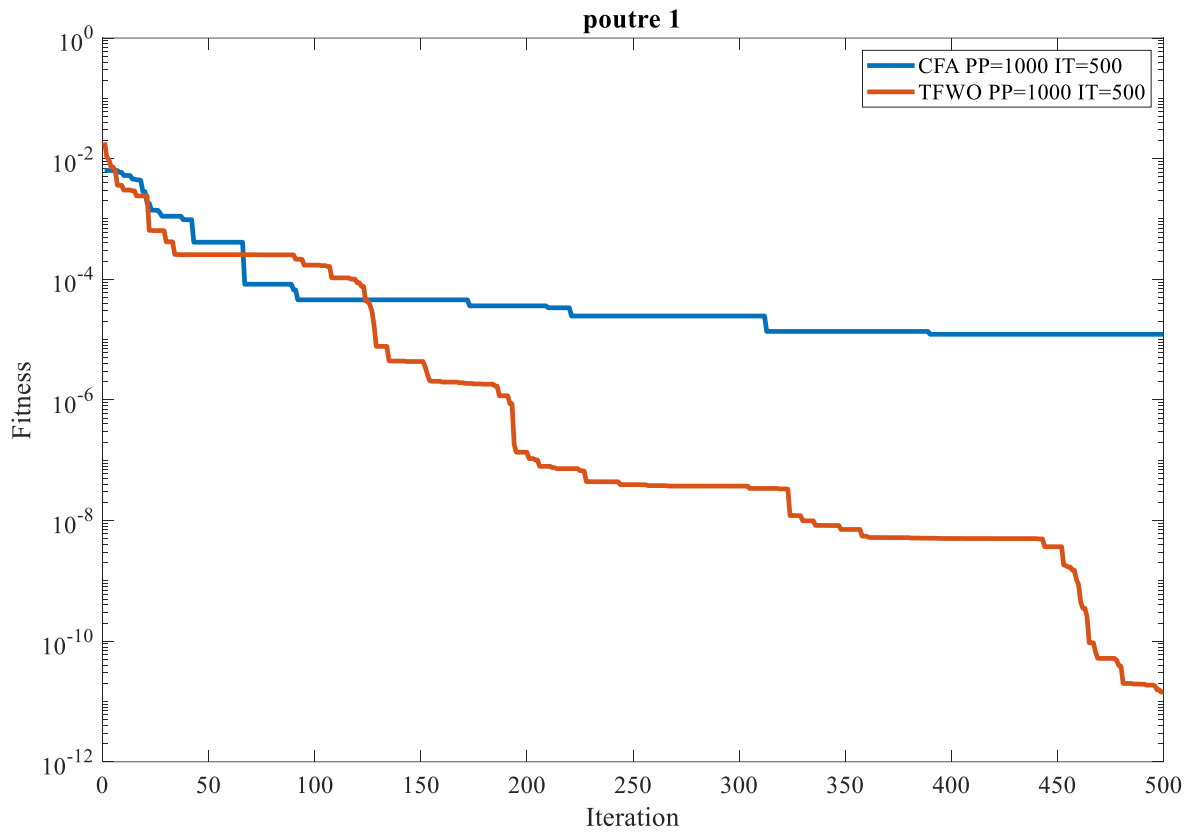


Figure IV-25:fitness de la poutre 1 pour le troisième scenario avec les deux méthodes (PP=1000, IT=500)

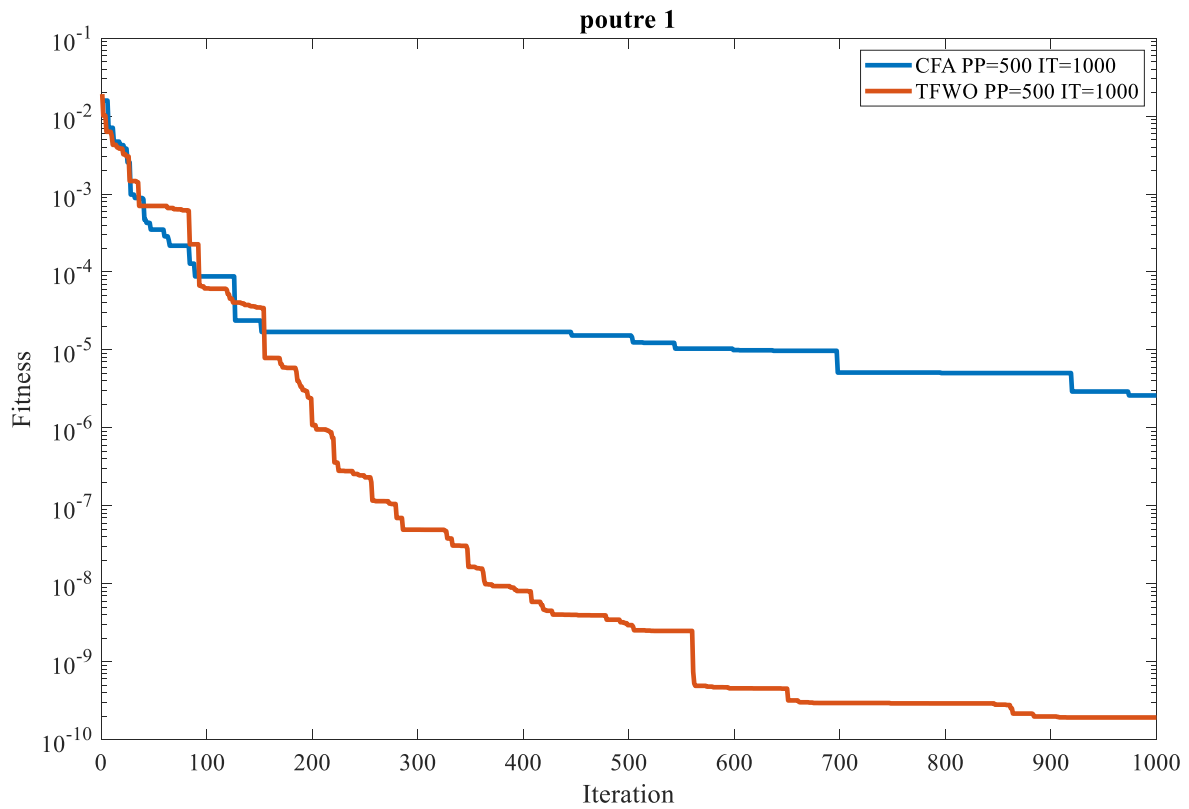


Figure IV-26:fitness de la poutre 1 pour le troisième scenario avec les deux méthodes (PP=500, IT=1000)

Poutre 1													
Scenario 3													
IT	Elément 5 (PP=1000, IT=500)		Elément 13 (PP=1000, IT=500)		Elément 20 (PP=1000, IT=500)		IT	Elément 5 (PP=500, IT=1000)		Elément 13 (PP=500, IT=1000)		Elément 20 (PP=500, IT=1000)	
	CFA	TFWO	CFA	TFWO	CFA	TFWO		CFA	TFWO	CFA	TFWO	CFA	TFWO
1	26,8512	41,6305	38,3567	57,9123	13,9204	24,3570	1	29,3223	41,1434	41,8905	57,6566	13,7238	24,2677
100	19,9519	19,7531	29,9377	29,6731	9,9712	9,8646	200	20,0155	19,9988	30,0211	29,9985	10,0076	9,9994
200	19,9474	20,0001	29,9306	30,0001	9,9709	10,0001	400	20,0155	20,0000	30,0211	30,0000	10,0076	10,0000
300	20,0352	20,0001	30,0465	30,0001	10,0194	10,0000	600	20,0032	20,0000	30,0032	30,0000	10,0014	10,0000
400	20,0051	20,0000	30,0077	30,0000	10,0040	10,0000	800	19,9919	20,0000	29,9891	30,0000	9,9954	10,0000
500	20,0051	20,0000	30,0077	30,0000	10,0040	10,0000	1000	20,0013	20,0000	30,0016	30,0000	10,0006	10,0000

Tableau 9: valeurs du taux d'endommagement (BEST) pour le troisième scenario de la poutre 1 avec les deux méthodes et les deux cas de variation de PP et IT

Pour ce troisième et dernier scenario pour la poutre 1, la méthode TFWO reste la plus efficace en termes de précision, cela se voit nettement sur le tableau ci-dessus.

Scenario 3					
Temps(s)	Poutre 1	CFA		TFWO	
		PP=1000, IT=500	PP=500, IT=1000	PP=1000, IT=500	PP=500, IT=1000
		3607,9752	3614,6360	5150,8652	3895,6701

Tableau 10: les temps de calcul des deux méthodes avec les deux cas de variation de PP et IT pour le troisième scénario de la poutre 1

Comme les précédents scénarios, le tableau ci-dessus confirme que la méthode CFA est plus rapide en termes d'exécution que la TFWO, cela pour les trois cas d'endommagements de la poutre 1 et pour les deux cas de variation des populations et itérations, sauf que pour ce troisième scénario on distingue une grande différence de temps de calcul entre les deux méthodes, avec le cas de variation **PP=1000, IT=500** ; on compte exactement **1542,89** seconde d'avance de la méthode CFA par rapport à TFWO.

En analysant les résultats donnés pour l'étude de la Poutre 1 avec les deux méthodes d'optimisation pour les trois scénarios et avec les deux variations de population et d'itération, on a observé que dans tous les cas, d'après les courbes de fitness, la méthode TFWO converge vers des valeurs très inférieures à celle de CFA, ce qui lui donne une valeur d'erreur inférieure, et donc plus de précision. Pour les trois tableaux regroupant les valeurs des taux d'endommagement de la poutre 1 pour les 3 scénarios, la méthode TFWO a confirmée à chaque fois sa supériorité en termes de précision, car ses résultats étaient nettement plus satisfaisants que ceux de CFA. Finalement, pour ce qui est du temps de calcul, d'après les résultats qu'on a eus pour ces 3 scénarios de la poutre 1, on a pu constater que la méthode CFA était plus rapide que TFWO, avec la plupart des cas un écart de quelques secondes, mais dans certains cas (PP=1000, IT=500 du troisième scénario), l'écart entre les deux temps de calcul des deux méthodes est considérable.

IV.4.2 Deuxième structure (Poutre 2)

IV.4.2.1 Premier scénario d'endommagement

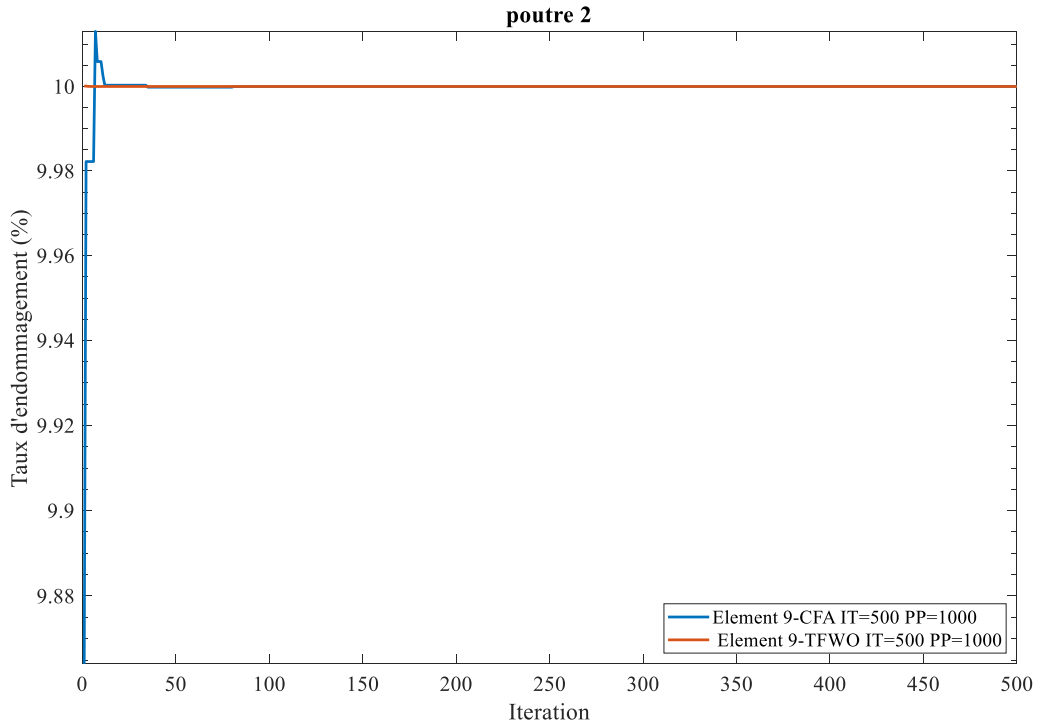


Figure IV-27:taux d'endommagement de la poutre 2 pour le premier scénario avec les deux méthodes (PP=1000, IT=500)

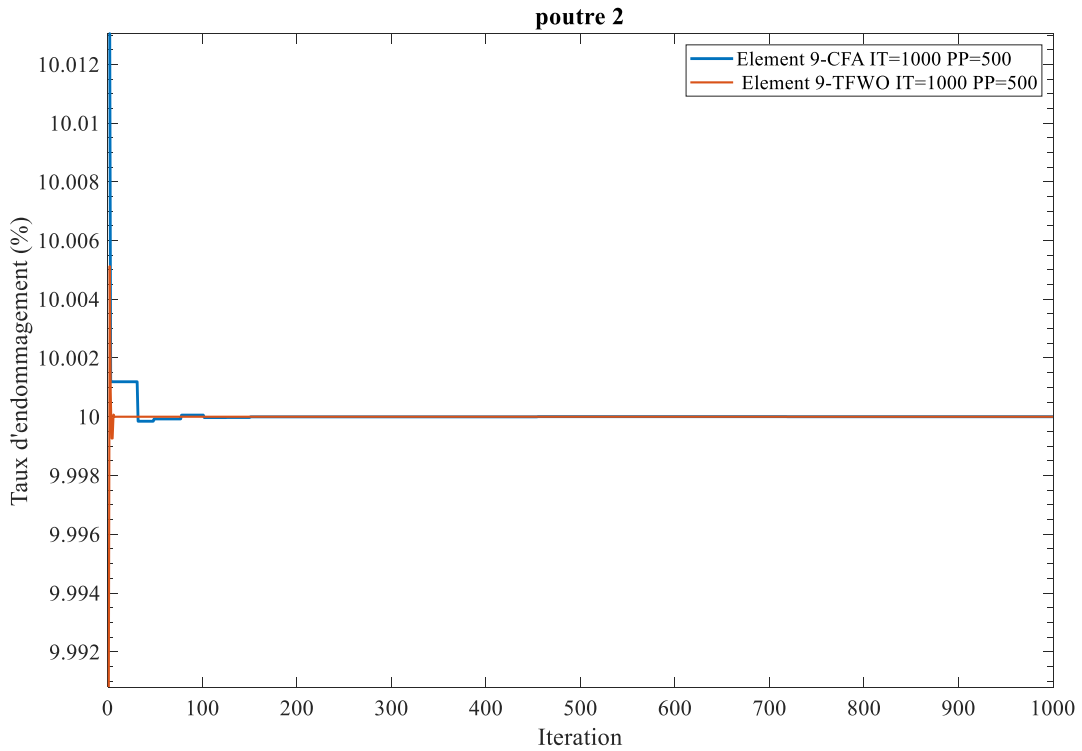


Figure IV-28:taux d'endommagement de la poutre 2 pour le premier scénario avec les deux méthodes (PP=500, IT=1000)

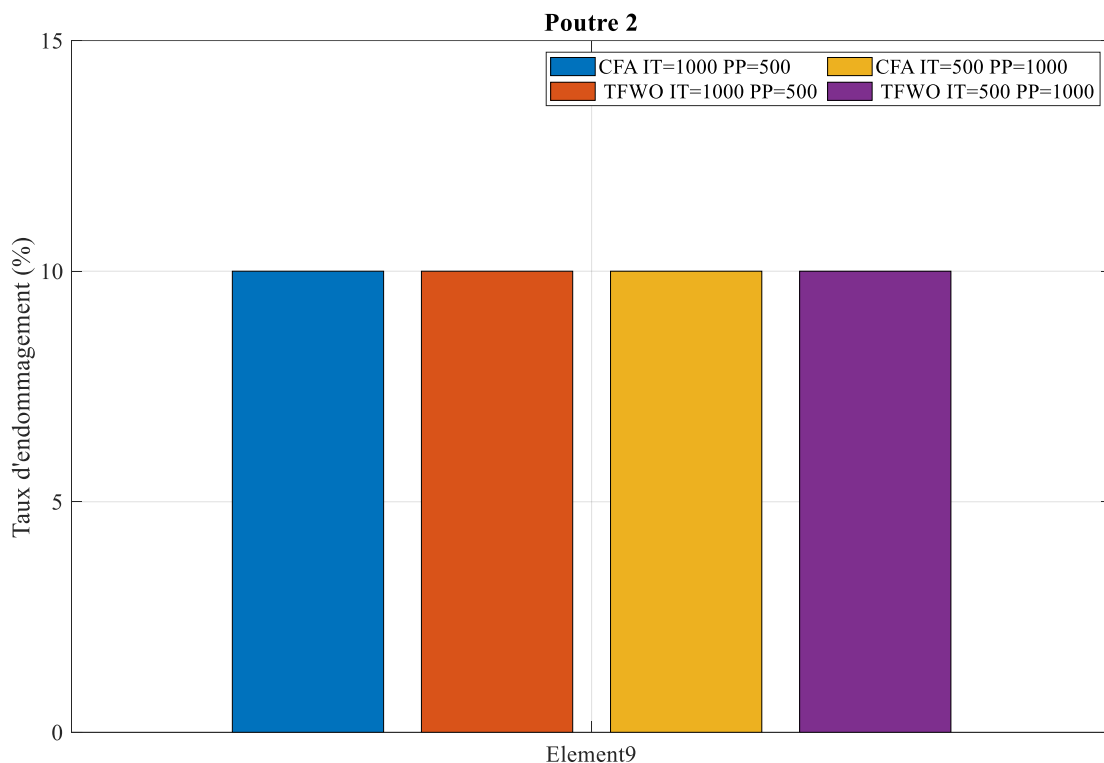


Figure IV-29:meilleurs résultats du taux d'endommagement de la poutre 2 avec le premier scenario et les deux méthodes pour les deux cas de variation de PP et IT

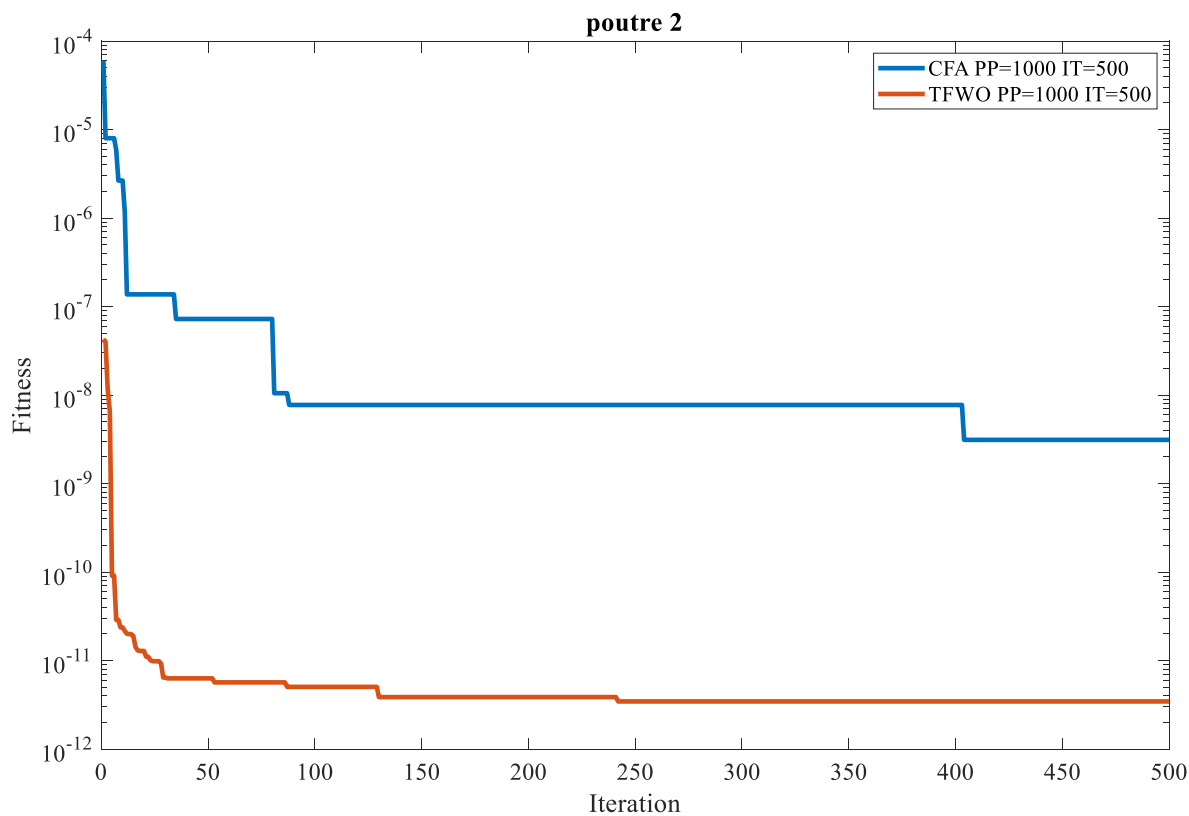


Figure IV-30:fitness de la poutre 2 pour le premier scenario avec les deux méthodes (PP=1000, IT=500)

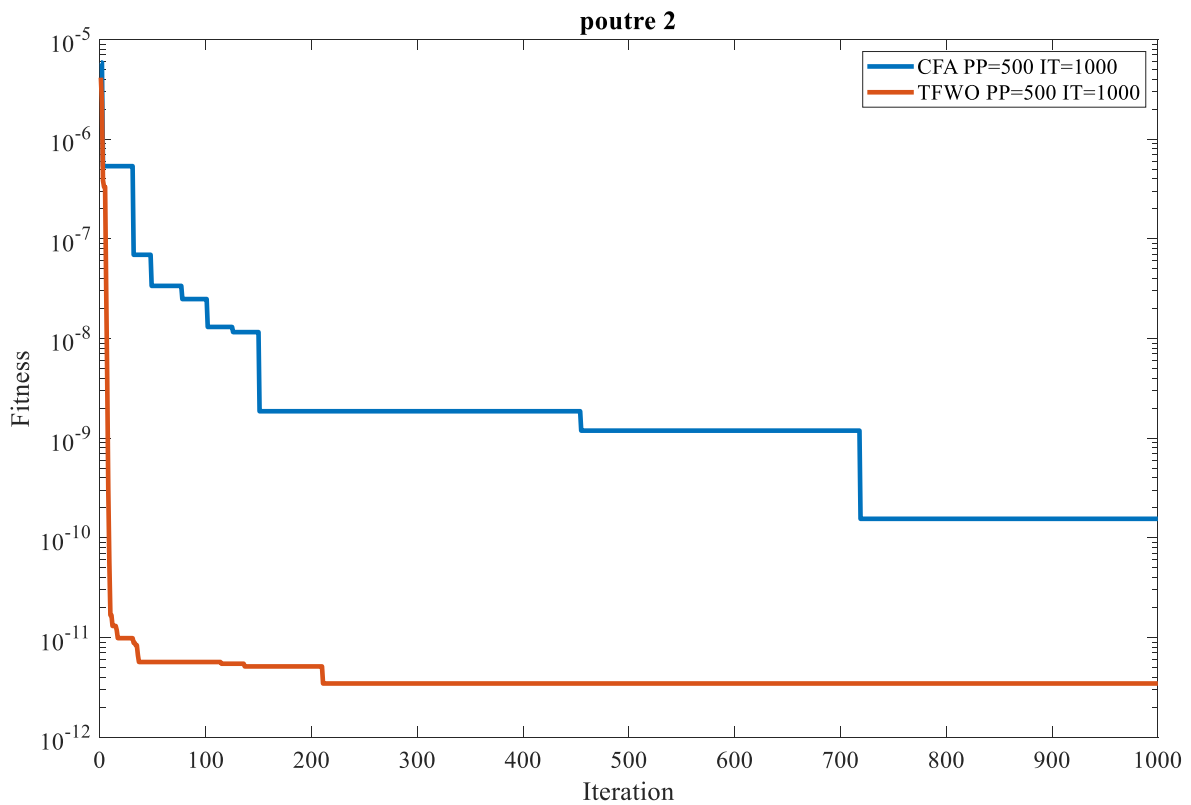


Figure IV-31:fitness de la poutre 2 pour le premier scenario avec les deux méthodes (PP=500, IT=1000)

Poutre 2					
Scenario 1					
IT	CFA (PP=1000, IT=500)	TFWO (PP=1000, IT=500)	IT	CFA (PP=500, IT=1000)	TFWO (PP=500, IT=1000)
1	9,86413	10,00009	1	10,01304	9,99080
100	9,99998	10,00000	200	9,99999	9,99999
200	9,99998	9,99999	400	9,99999	9,99999
300	9,99998	9,99999	600	10,00000	9,99999
400	9,99998	9,99999	800	10,00000	9,99999
500	10,00000	9,99999	1000	10,00000	9,99999

Tableau 11:valeurs du taux d'endommagement (BEST) pour le premier scenario de la poutre 2 avec les deux méthodes et les deux cas de variation de PP et IT

D'après les résultats présentés dans le tableau des valeurs des taux d'endommagement ci-dessus, on voit que pour la variation PP=1000, IT=500, les résultats donnés par la méthode TFWO sont plus précis, par contre pour le deuxième cas de variation ; à savoir PP=500, IT=1000, la méthode CFA s'avère être légèrement plus précise.

Scenario 1				
Poutre 2	CFA		TFWO	
	PP=1000, IT=500	PP=500, IT=1000	PP=1000, IT=500	PP=500, IT=1000
Temps(s)	2568,3822	2725,6693	2772,1810	2804,8944

Tableau 12: les temps de calcul des deux méthodes avec les deux cas de variation de PP et IT pour le premier scenario de la poutre 2

Pour ce premier scenario de la Poutre 2, en observant minutieusement les deux courbes des taux d'endommagement pour les deux méthodes et les deux cas de variation de PP et IT, on peut constater que la méthode TFWO a tendance à donner des résultats plus stables en fonction des itérations, malgré que les deux méthodes convergent vers le même taux d'endommagement à l'approche des dernières valeurs d'itérations. Pour ce qui est des courbes des fitness, on note une nette différence entre les deux méthodes ; en effet ; les courbes de fitness données par la méthode TFWO pour les deux cas de variation de PP et IT propose des résultats plus satisfaisants avec une convergence vers des chiffres plus faibles que ceux donnés par la méthode CFA. Finalement pour les tableaux ci-dessus regroupant les temps de calcul des deux méthodes, comme pour le cas de la Poutre 1, les temps de calculs de TFWO semblent être légèrement plus élevés que ceux de CFA.

#### IV.4.2.2 Deuxième scenario d'endommagement

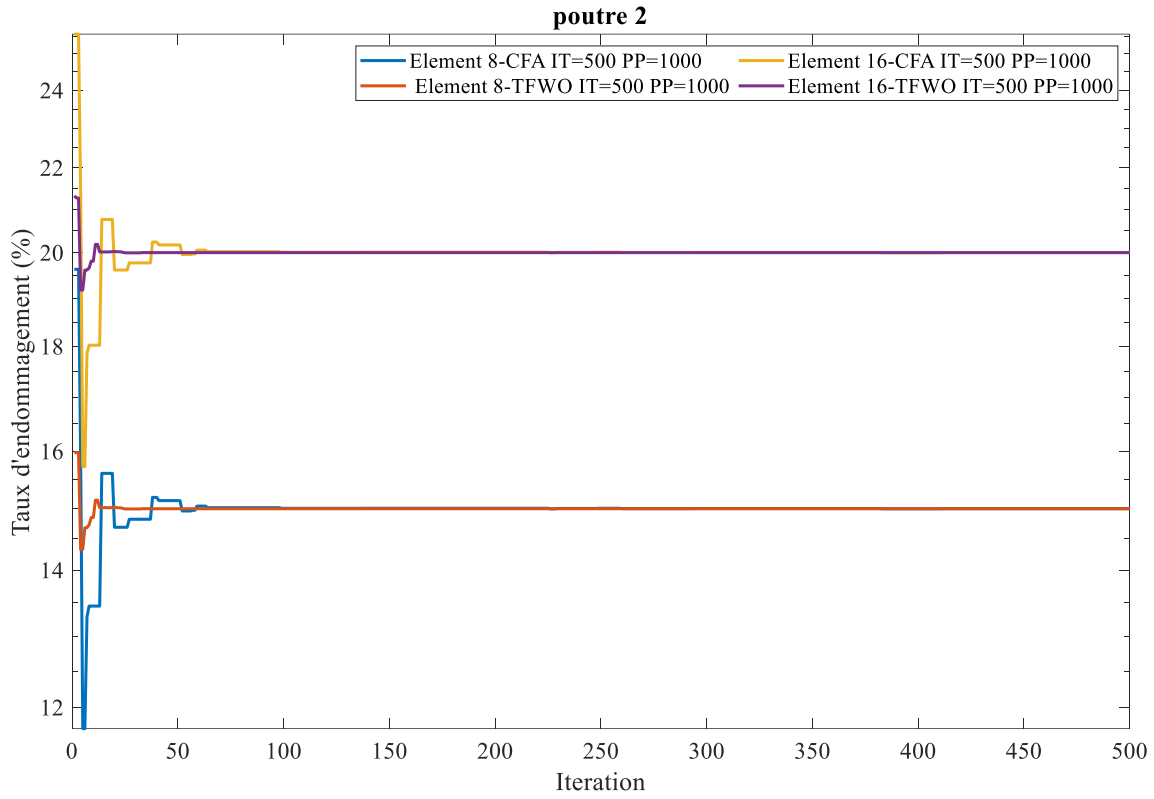


Figure IV-32:taux d'endommagement de la poutre 2 pour le deuxième scenario avec les deux méthodes (PP=1000, IT=500)

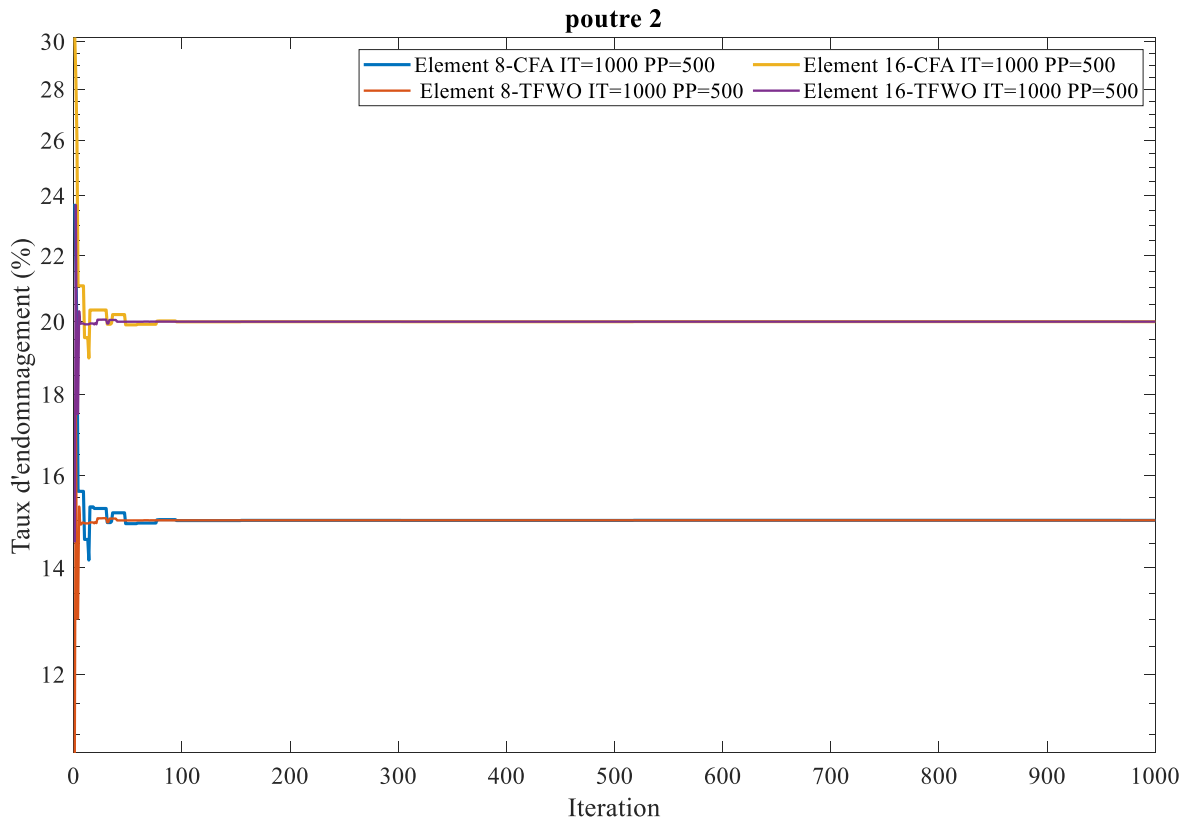


Figure IV-33:taux d'endommagement de la poutre 2 pour le deuxième scenario avec les deux méthodes (PP=500, IT=1000)

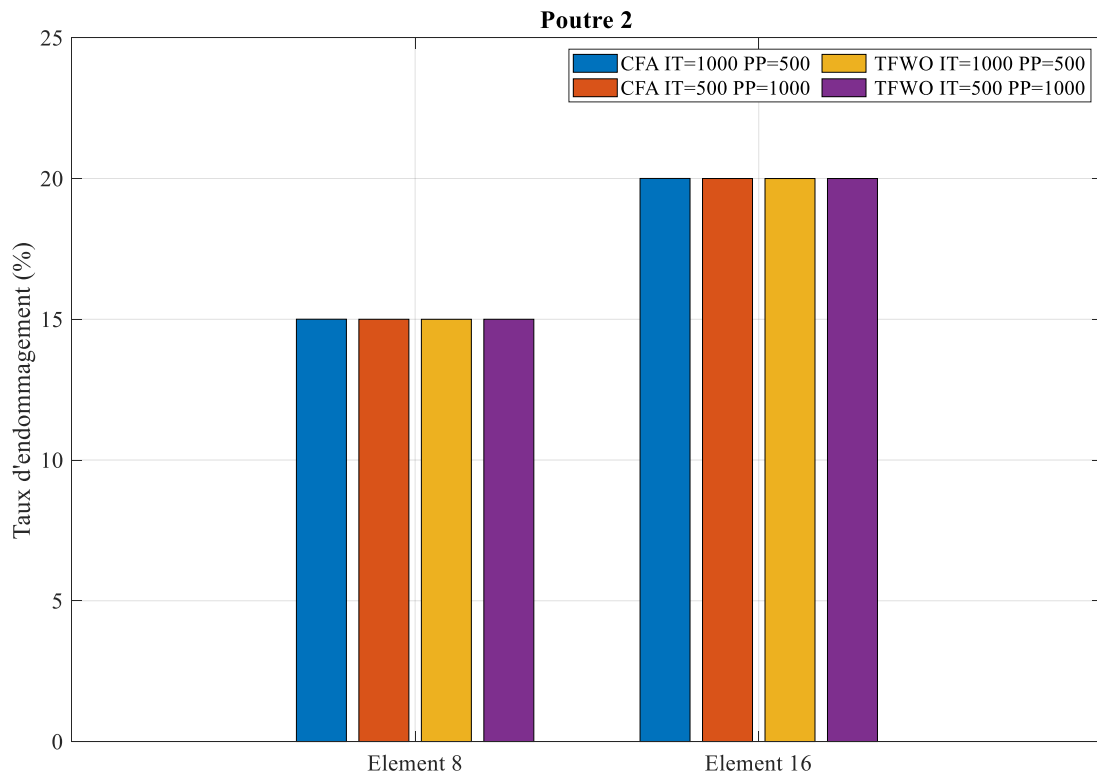


Figure IV-34:meilleurs résultats du taux d'endommagement de la poutre 2 avec le deuxième scenario et les deux méthodes pour les deux cas de variation de PP et IT

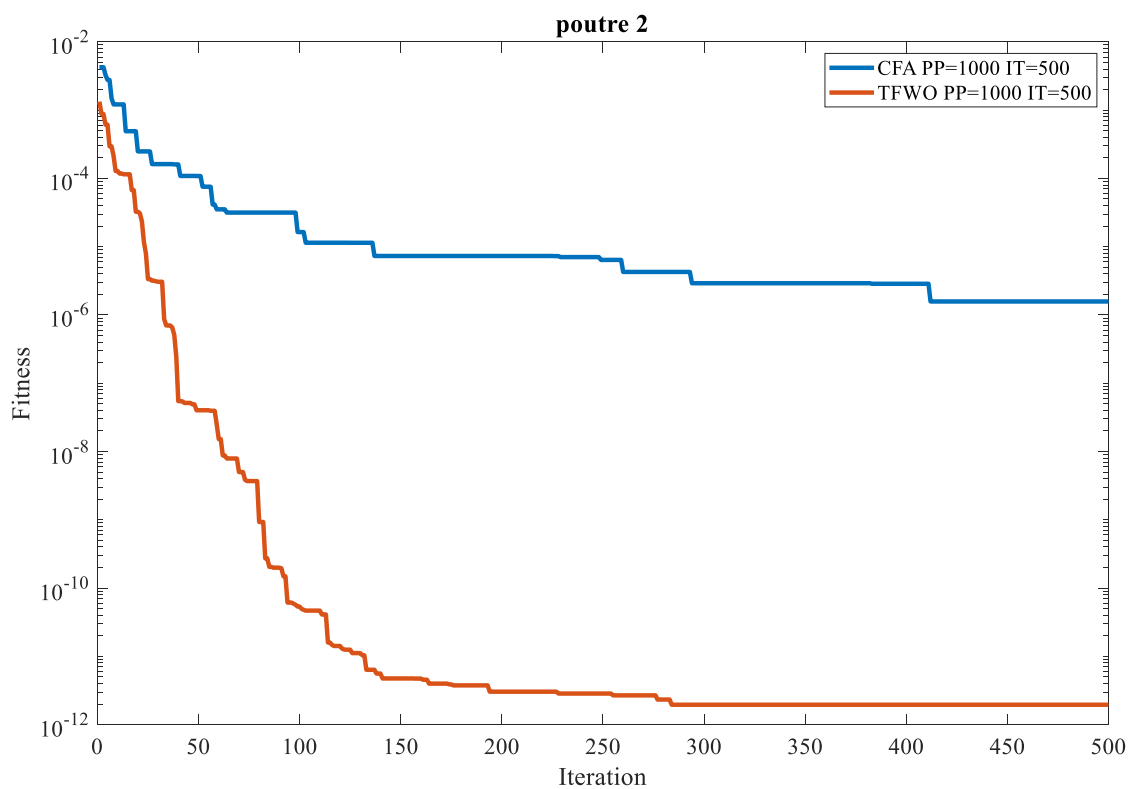


Figure IV-35:fitness de la poutre 2 pour le deuxième scenario avec les deux méthodes (PP=1000, IT=500)

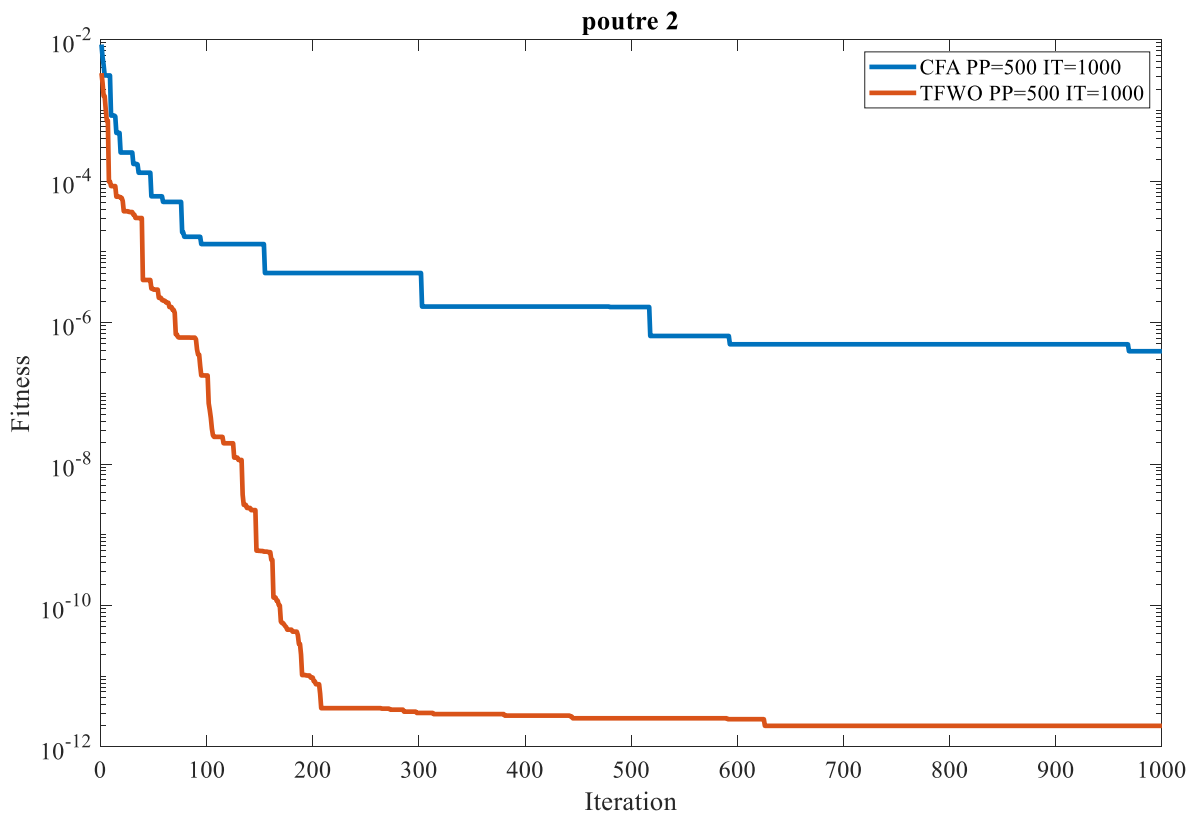


Figure IV-36:fitness de la poutre 2 pour le deuxième scenario avec les deux méthodes (PP=500, IT=1000)

Poutre 2									
Scenario 2									
IT	Elément 8 (PP=1000, IT=500)		Elément 16 (PP=1000, IT=500)		IT	Elément 8 (PP=500, IT=1000)		Elément 16(PP=500, IT=1000)	
	CFA	TFWO	CFA	TFWO		CFA	TFWO	CFA	TFWO
1	19,62872	15,97590	25,56339	21,31920	1	23,72128	10,71062	30,18133	14,52913
100	15,00714	14,99999	20,00782	19,99999	200	14,99916	14,99999	19,99854	19,99999
200	15,00819	14,99999	20,01008	19,99999	400	14,99786	15,00000	19,99730	20,00000
300	15,00370	14,99999	20,00468	19,99999	600	15,00037	15,00000	20,00050	20,00000
400	14,99934	14,99999	19,99895	19,99999	800	15,00037	15,00000	20,00050	20,00000
500	15,00191	14,99999	20,00245	19,99999	1000	14,99950	15,00000	19,99936	20,00000

Tableau 13:valeurs du taux d'endommagement (BEST) pour le deuxième scenario de la poutre 2 avec les deux méthodes et les deux cas de variation de PP et IT

Scenario 2				
Poutre 2	CFA		TFWO	
	PP=1000, IT=500	PP=500, IT=1000	PP=1000, IT=500	PP=500, IT=1000
Temps(s)	2568,1164	2575,6927	2869,6706	2798,1166

Tableau 14: les temps de calcul des deux méthodes avec les deux cas de variation de PP et IT pour le deuxième scenario de la poutre 2

Pour cette poutre 2, comme pour le premier scenario, les courbes des taux d'endommagement des deux méthodes montrent que la méthode TFWO et CFA converge vers le même taux d'endommagement, cependant pour TFWO la courbe se stabilise rapidement en fonction des itérations, pour la précision, les résultats du tableau des taux d'endommagement confirment la supériorité de la méthode TFWO par rapport à CFA, ce qui s'avère être logique étant donné les résultats des fitness, en effet ; les courbes affiliées à la méthode TFWO converge vers des chiffres inférieurs à ceux de CFA, ce qui procure à TFWO une meilleure précision. En ce qui concerne les temps de calcul, la méthode CFA affiche une meilleure rapidité d'exécution par rapport à la méthode TFWO, et reste pour ce deuxième scenario de la poutre 2, la méthode la plus rapide.

#### IV.4.2.3 Troisième scenario d'endommagement

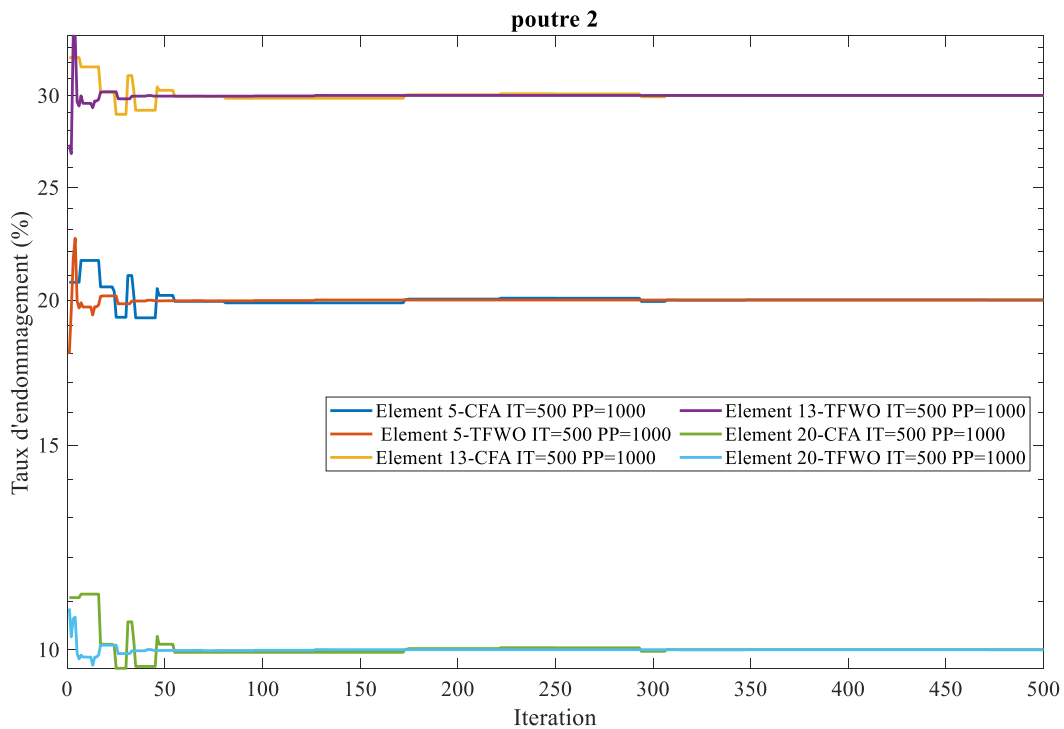


Figure IV-37: taux d'endommagement de la poutre 2 pour le troisième scenario avec les deux méthodes (PP=1000, IT=500)

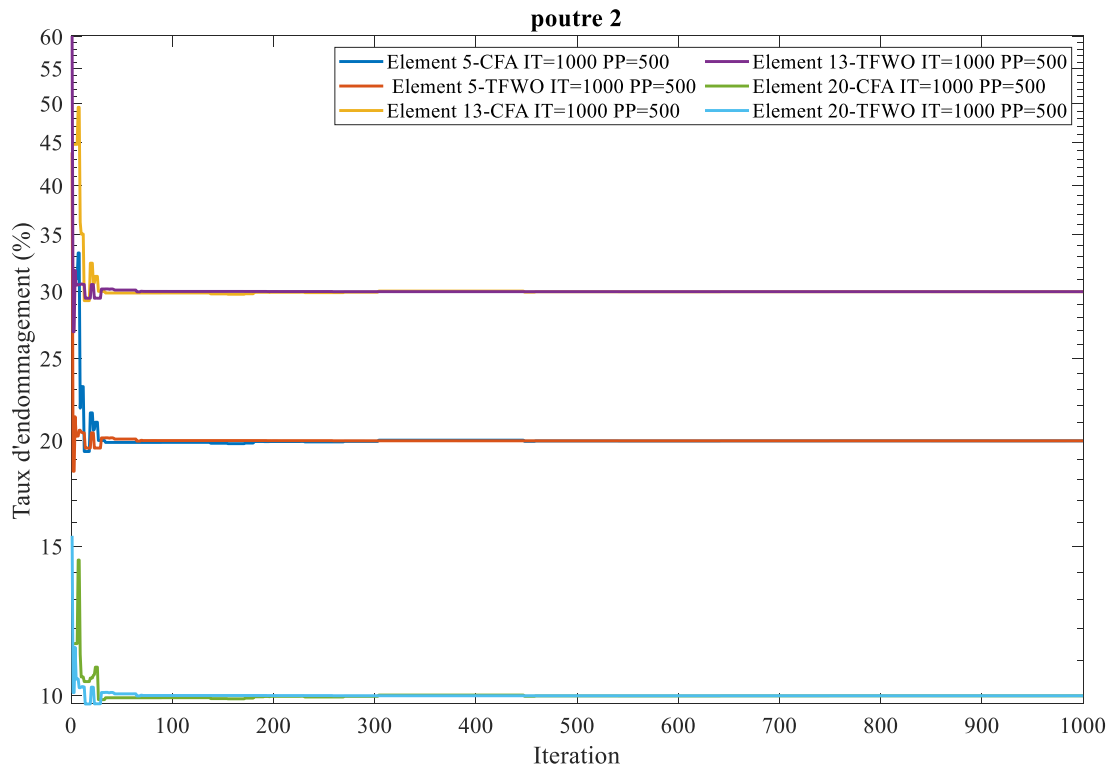


Figure IV-38:taux d'endommagement de la poutre 2 pour le troisième scenario avec les deux méthodes (PP=500, IT=1000)

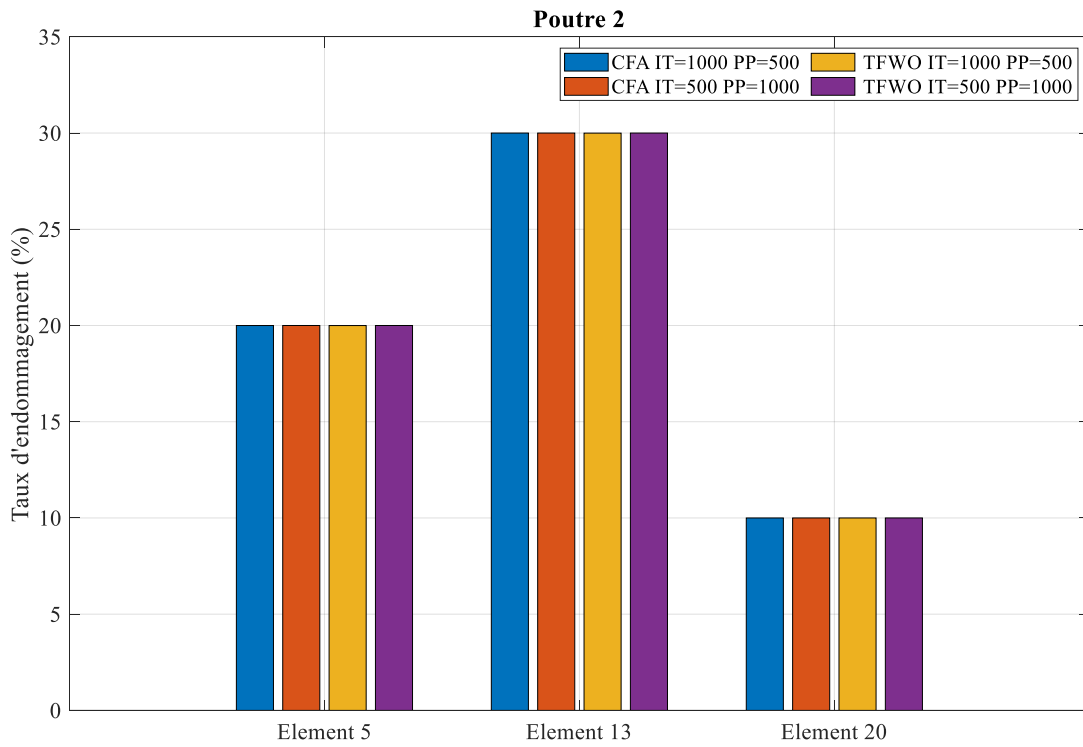


Figure IV-39:meilleurs résultats du taux d'endommagement de la poutre 2 avec le troisième scenario et les deux méthodes pour les deux cas de variation de PP et IT

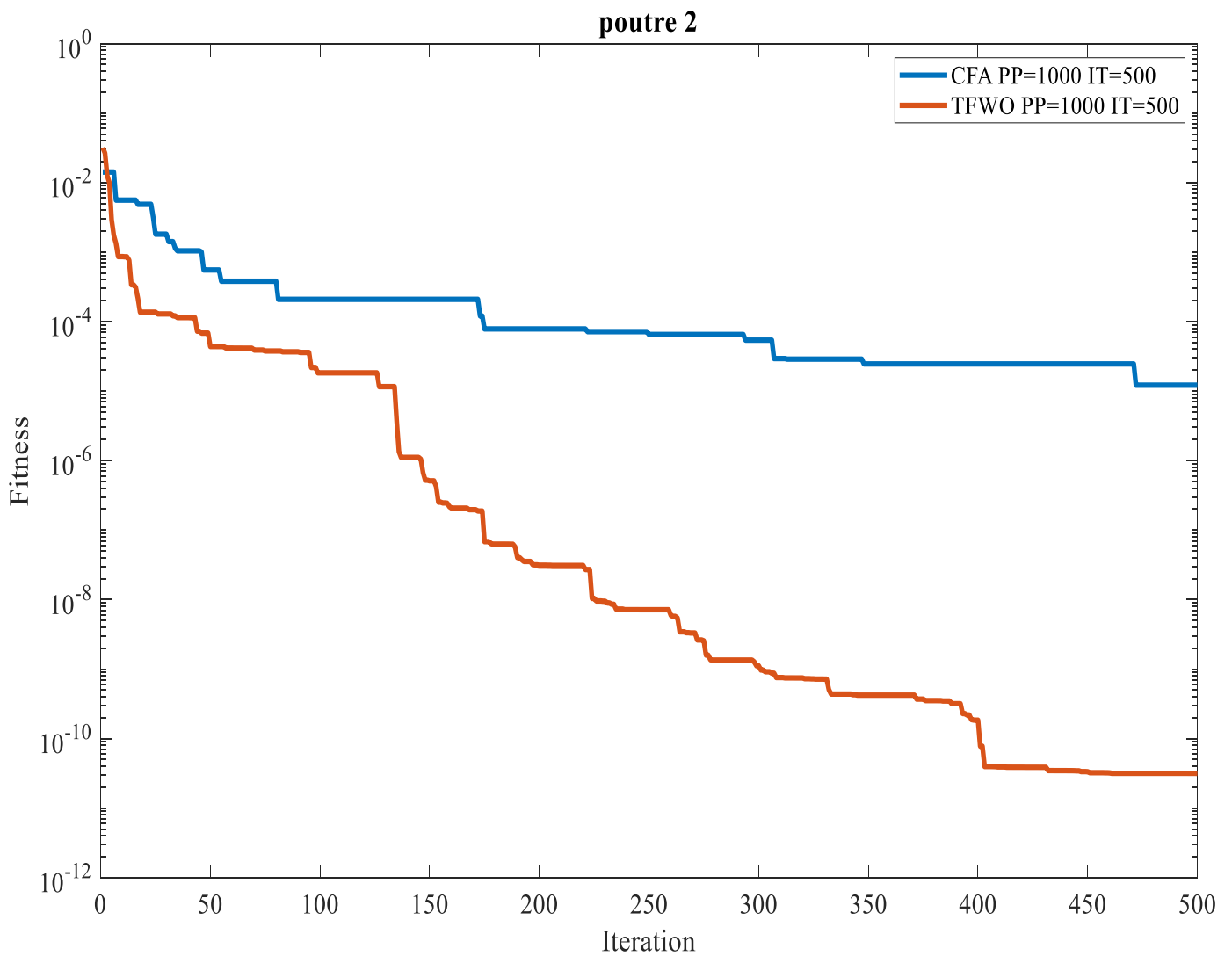


Figure IV-40:fitness de la poutre 2 pour le troisième scenario avec les deux méthodes (PP=1000, IT=500)

On peut voir sur la figure ci-dessus, que la vitesse de convergence (erreur) de la méthode TFWO est largement plus satisfaisante, car elle atteint des valeurs nettement inférieures à celle de CFA.

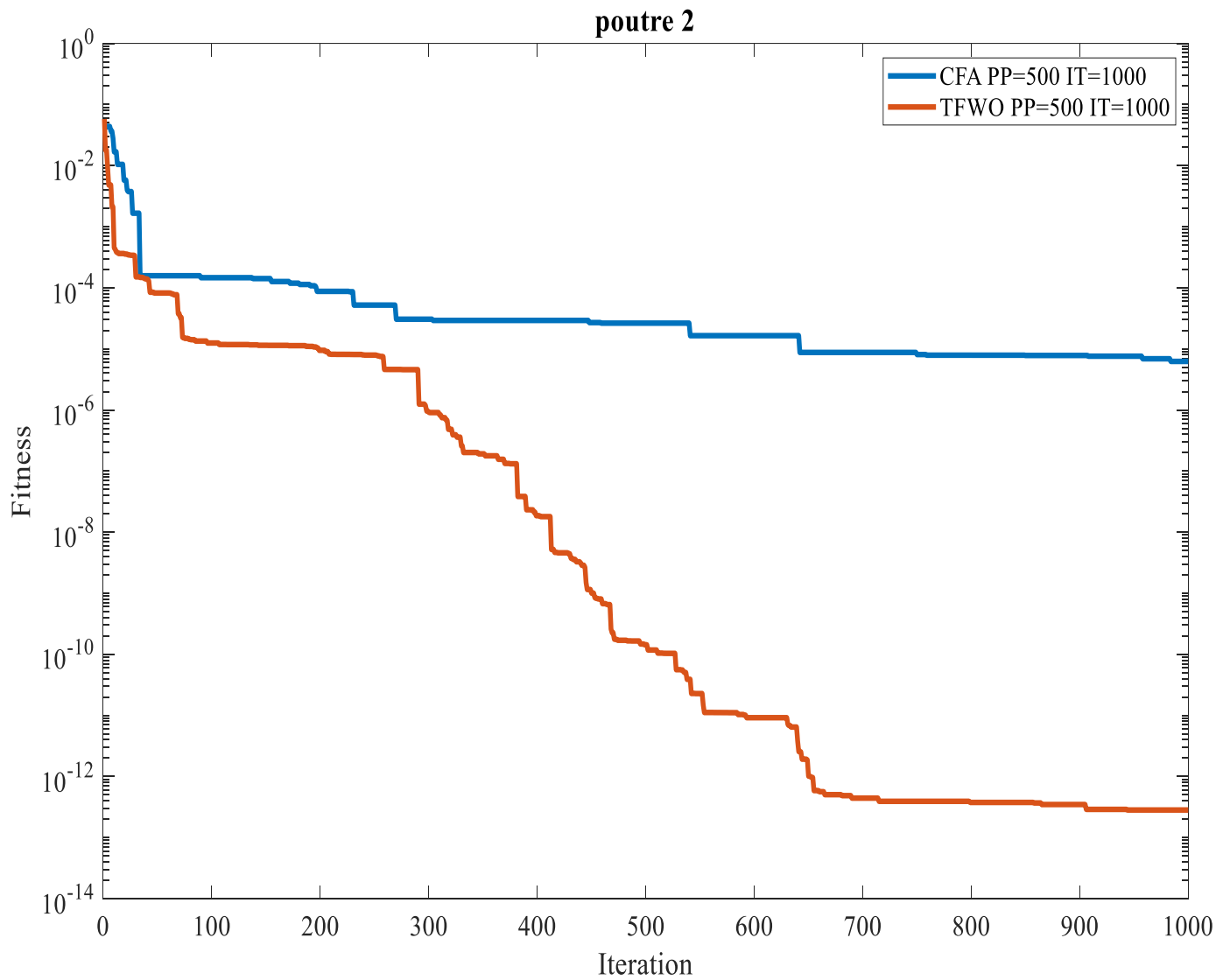


Figure IV-41:fitness de la poutre 2 pour le troisième scenario avec les deux méthodes (PP=500, IT=1000)

Comme pour le cas précédent la plupart des cas, la méthode TFWO converge plus rapidement que la méthode CFA, ce qui lui procure une erreur nettement inférieure et donc plus de précision.

Poutre 2													
Scenario 3													
IT	Elément 5 (PP=1000, IT=500)		Elément 13 (PP=1000, IT=500)		Elément 20 (PP=1000, IT=500)		IT	Elément 5 (PP=500, IT=1000)		Elément 13 (PP=500, IT=1000)		Elément 20 (PP=500, IT=1000)	
	CFA	TFWO	CFA	TFWO	CFA	TFWO		CFA	TFWO	CFA	TFWO	CFA	TFWO
1	20,7158	17,9731	32,3401	27,2128	11,0870	10,8507	1	31,0586	43,8124	44,7775	60,1246	11,5225	15,4476
100	19,8873	19,9777	29,8340	29,9701	9,9484	9,9877	200	19,9605	20,0096	29,9495	30,0129	9,9842	10,0055
200	20,0368	20,0000	30,0425	30,0000	10,0222	10,0000	400	20,0348	19,9999	30,0477	29,9999	10,0189	9,9999
300	19,9428	20,0000	29,9203	30,0000	9,9680	10,0000	600	19,9902	20,0000	29,9885	30,0000	9,9948	10,0000
400	20,0034	19,9999	30,0024	29,9999	10,0006	9,9999	800	19,9975	20,0000	29,9972	30,0000	9,9983	10,0000
500	19,9987	19,9999	29,9996	29,9999	9,9991	9,9999	1000	19,9974	19,9999	29,9959	29,9999	9,9985	9,9999

Tableau 15: valeurs du taux d'endommagement (BEST) pour le troisième scenario de la poutre 2 avec les deux méthodes et les deux cas de variation de PP et IT

Scenario 3				
Poutre 2	CFA		TFWO	
	PP=1000, IT=500	PP=500, IT=1000	PP=1000, IT=500	PP=500, IT=1000
Temps(s)	2671,5965	2740,0181	2753,8391	2822,2527

Tableau 16: les temps de calcul des deux méthodes avec les deux cas de variation de PP et IT pour le troisième scénario de la poutre 2

Pour ce troisième scénario de la poutre 2, on constate une différence dans les courbes des fitness des deux méthodes avec les deux cas de variation de PP et IT ; la courbe affiliée à la méthode TFWO tend à converger vers des résultats inférieurs que celle de CFA, ce qui implique une valeur d'erreur moins importante pour TFWO. Les résultats des valeurs des taux d'endommagements donnés par les deux méthodes révèlent une légère supériorité en termes de précision de la part de la méthode TFWO par rapport à CFA. Le dernier tableau ci-dessus regroupant les temps de calculs des deux méthodes montre qu'une légère différence subsiste ; on parle ici, de petite différence, car l'écart s'élève à quelques secondes en faveur de la méthode CFA.

## IV.5 Conclusion

Nous avons divisé ce quatrième et dernier chapitre, en deux parties ; dans la première partie, nous avons présenté les deux méthodes d'optimisation utilisées dans ce présent travail, dans la deuxième partie nous avons exposé et discuté les résultats obtenus par ces deux méthodes appliquées sur nos deux structures. La première méthode intitulée CFA, qui a un principe de fonctionnement inspiré des théories de loi de FRANKLIN ET COLUMB, c'est-à-dire des phénomènes électriques. La deuxième méthode TFWO a pour origine un phénomène de recherche de la nature ; les tourbillons créés dans un écoulement d'eau turbulent. Le choix de ces deux méthodes ayant des principes de fonctionnement différents a été fait afin de pouvoir comparer leurs résultats et déduire si oui ou non une fiabilité peut leur être attribuée en termes de détection d'endommagement dans notre domaine de construction mécanique. Après analyse des résultats donnés par les deux méthodes d'optimisation dans la deuxième partie de ce chapitre, nous avons constaté clairement que pour tous les cas, la méthode TFWO présente une vitesse de convergence (erreur) meilleure que celle de CFA, et donne des taux d'endommagement plus précis. En observant méticuleusement les tableaux donnant les temps de calcul, nous avons pu remarquer que la différence de temps s'élève à quelques secondes ; en effet la méthode CFA est dans la plupart des cas infiniment plus rapide en exécution que TFWO.

Finalement, en tenant compte de tous les résultats donnés, et de notre travail effectué à l'aide de ces deux méthodes, on peut conclure objectivement que la méthode d'optimisation TFWO est plus appropriée à être utilisée dans notre étude de détection d'endommagement et dans des travaux d'optimisation similaires.

### **Conclusion générale**

Le travail accompli dans notre présent mémoire a pour thématique et objectif ; la détection et la quantification des endommagement dans des structures poutres.

D'après le contenu proposé dans le premier chapitre où on a exposé plusieurs méthodes fréquentielles de détection d'endommagement, tout en prenant soins de citer des travaux de la littérature faits sur celles-ci, nous avons pu comprendre l'importance donnée à ce type d'étude grâce notamment à ses nombreux avantages (dont la non destructivité). Rapides et efficaces, ces méthodes fréquentielles interférant avec les fréquences naturelles des structures, ont su susciter l'intérêt de nombreux chercheurs pour leur perfectionnement et s'avèrent avoir un avenir prometteur dans le domaine de détection d'endommagement.

Effectuer cette étude vibratoire sur des structures, notamment les poutres pour notre cas, nous a permis de nous intéresser d'une manière méticuleuse sur les sciences des méthodes des éléments finis et de la dynamique des structures, cela étant le contenu de notre deuxième chapitre. En effet, avec la MEF, nous avons pu comprendre clairement le principe de discrétisation géométrique, et d'approximation nodale, qui appliquées, sur la structure étudiée donnent les matrices de raideurs essentiel et primordial pour la suite de notre travail. Avec la dynamique des structures, nous avons assimiler le principe des états vibratoires des structures, pour pouvoir en ressortir les matrices de masses qui seront indispensables pour la suite de l'étude, et notamment la partie programmation de ce présent travail.

L'acquisition et la récolte des données essentiel à la programmation étant faites, un choix de méthode de localisation s'imposait, nous avons donc travailler avec celle basée sur les courbures modales, utilisant l'indicateur NCDF (Normalized Curvature Damage Factor). En observant précisément et en comparant pour chaque scénario les fréquences saines et endommagées de nos deux poutres étudiées, nous avons pu avoir une différence entre les deux résultats et donc la confirmation de la présence d'endommagement. En introduisant l'indicateur NCDF, nous sommes parvenus à faire une localisation précise de nos endommagements, car avec l'obtention des multiples courbes du logiciel MATLAB, pour chaque cas d'endommagement, les localisations des défauts étaient indiquées par un pique révélateur. Notre troisième chapitre a donc donner des résultats valide pour la détection et la localisation des endommagements.

La suite de notre étude étant la quantification des endommagements, nous avons utilisé les deux méthodes d'optimisation intitulées ; CFA et TFWO, celles si ayant des origines d'inspirations et des principes de fonctionnement bien différents comme présenté dans la première partie du quatrième et dernier chapitre. En prenant compte les trois scénarios d'endommagement et les deux cas de variation des population et itérations savoir (PP=1000, IT=500 et PP=500 et IT=1000) pour nos deux structures, les calculs d'optimisation des deux méthodes utilisées nous ont offert les trois données essentielles à l'étude de quantification (deuxième partie du quatrième chapitre). À l'aide de la comparaison des taux d'endommagement (BEST), des vitesses de convergences ou erreur (BestCost) et des temps de calcul, nos déductions ont abouti généralement aux mêmes principes. Car, pour tous les scénarios des deux structures, on a observé à travers les courbes des taux d'endommagements et les tableaux englobant leurs valeurs, que la méthode TFWO donne continuellement des résultats meilleurs et plus satisfaisants, ceci reste similaire pour le cas des vitesses de convergences (erreur), où, là aussi, les courbes de TFWO convergent vers des

## *Conclusion générale*

---

valeurs nettement inférieures à celle de CFA, et présente donc une meilleure vitesse de convergence et une erreur inférieure. L'inspection des tableaux donnant les temps de calculs indique clairement, qu'une légère différence de temps favorable à CFA existe, s'élevant à des centaines de secondes pour la plupart des cas.

Pour conclure, nous pouvons affirmer que notre étude de détection, de localisation et de quantification des endommagements est validée, et que ce travail accompli dans notre mémoire de fin d'étude nous a permis d'enrichir nos connaissances en termes d'étude vibratoire, et nous a procuré la volonté nécessaire pour jeter un plus grand intérêt au domaine portant sur la détection et la quantification des endommagements.

## Références

1. Rytter, A., *Vibration based inspection of civil engineering structures*. Aalborg University, 1993.
2. Saadat, S.A., Buckner, and Noori, M, N, *Structural system identification and damage detection using the intelligent parameter varying technique : an experimental study “ structural health monitoring*. 2007.
3. Lee, L., S, Karbhari, V M, and Sikoisky, C, *Investigation of integrity and effectiveness of RC bridge deck rehabilitation with CFRP composition*. University of California, 2004.
4. Ewins, D., *Modal Testing: Theory and Practice*. New York: Wiley, 1985.
5. Wahl, F., Schmidt, G., and Forrai, L, *On the significance of antiresonance frequencies in experimental structural analysis*. Sound and Vibration, 1996. **219**: p. 379-394.
6. Bamnios, Y., Douka, E., and Trochidisi, *Crack identification in beam structures using mechanical impedance*. Sound and Vibration, 2002. **256**: p. 287-297.
7. Douka, E., Bamnios, G , Trochidis, A, *A method for determining the location and depth of cracks in double-cracked beams*. Applied Acoustics, 2004. **65**: p. 997–1008.
8. Dharmaraju, N., and Sinha, J. K, *Some comments on use of antiresonance for crack identification in beams*. Sound and Vibration, 2005. **286**: p. 669-671.
9. Dilena, M., and Morassi, A, *The use of antiresonances for crack detection in beams*. Sound and Vibration, 2004. **276**: p. 195-214.
10. Dilena, M., and Morassi, A, *Damage detection in discrete vibrating systems*. Sound and Vibration, 2006. **289**: p. 830-850.
11. P. G. Nikolakopoulos, D.E.K., and Papadopoulos, C. A, *Crack identification in frame structures*. Computers and Structures, 1997. **64**: p. 389–406.
12. Yang, X., Swamidas, A., and Seshadri, R, *Crack identification in vibrating beams using the energy method*. Sound and Vibration, 2001. **244**: p. 339–357.
13. Dong, G., Chen, J., and Zou, J, *Parameter identification of a rotor with an open crack*. European Journal of Mechanics A/Solids, 2004. **23**: p. 325–333.
14. Swamidas, A., Yang, X., and Seshadri, R, *Identification of cracking in beam structures using Timoshenko and Euler formulations*. Engineering Mechanics, 2004. **130**: p. 1297–1308.
15. Sinou, J.-J., *Numerical investigations of a robust identification of crack location and size in beams using only changes in ratio pulsations of the cracked beams*. Structural Engineering Mechanics, 2007. **25**: p. 691–716.
16. Lele, S., and Maiti, S, *Modeling of transverse vibration of short beams for crack detection and measurement of crack extension*. Sound and Vibration, 2002. **257**: p. 559–583.
17. Li, B., Chen, X., Ma, J., and He, Z, *Detection of crack location and size in structures using wavelet finite element methods*. Sound and Vibration, 2005. **285**: p. 767-782.
18. Sinou, J.-J., *Damage assessment based on the frequencies’ ratio surfaces intersection method for the identification of the crack depth, location and orientation*. Structural Durability and Health Monitoring, 2007. **3**: p. 133–164.
19. Gladwell, G.M.L., and Morassi, A, *Estimating damage in a rod from changes in node positions*. Inverse Problems in Engineering, 1999. **7**: p. 215–233.
20. Dilena, M., and Morassi, A, *Identification of crack location in vibrating beams from changes in node positions*. Sound and Vibration, 2002. **255**: p. 915–930.
21. Adams, R., Cawley, P., Pye, C., and Stone, B, *A vibration technique for nondestructively assessing the integrity of structures*. Mechanical Engineering Science, 1978. **20**: p. 93–100.
22. Cawley, P., and Adams, R, *The location of defects in structures from measurements of natural frequency*. Strain Analysis, 1979. **14**: p. 49-57.

23. Yuen, M., *A numerical study of the eigenparameters of a damaged cantilever*. Sound and Vibration, 1985. **103**: p. 301-310.
24. Natke, H., and Cempel, C, *Model-aided diagnosis based on symptoms*. Proceedings of DAMAS 97, Sheffield, United-Kingdom, 1997. **1**: p. 363-375.
25. Kullaa, J., *Damage detection of the z24 bridge using control charts*. Mechanical Systems and Signal Processing, 2003. **17**: p. 163–170.
26. Maeck, J., and De Roeck, G, *Damage assessment using vibration analysis on the z24-bridge*. Mechanical Systems and Signal Processing, 2003. **17**: p. 133–142.
27. Montgomery, D., *Introduction to statistical quality control*. New York, John Wiley and Sons, 1995.
28. Law, S., and Zhu, X, *Dynamic behavior of damaged concrete bridge structures under moving vehicular loads*. Engineering Structures, 2004. **26**: p. 1279-1293.
29. Doebling, S., Farrar, C., Prime, M., and Shevits, D, *Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: A literature review*. Los Alamos National Laboratory, USA, 1996. **1**: p. 1–136.
30. Lifshitz, J., and A.Rotem, *Determination of reinforcement unbonding of composites by a vibration technique*. Composite Materials, 1969. **3**: p. 412-423.
31. Hearn, G., and Testa, R, *Modal analysis for damage detection in structures*. Structural Engineering Mechanics, 1991. **17**: p. 3042-3062.
32. Hasan, W., *Crack detection from the variation of the eigenfrequencies of a beam on elastic foundation*. Engineering Fracture Mechanics, 1995. **52**: p. 409–421.
33. Salawu, O., *Detection of structural damage through changes in frequency: a review*. Engineering Structures, 1997. **19**: p. 718–723.
34. Davini, C., Morassi, A., and Rovere, N, *Modal analysis of notched bars: tests and comments on the sensitivity of an identification technique*. Sound and Vibration, 1995. **179**: p. 402–416.
35. Loya, J., Rubio, L., and Fernandez-Saez, J, *Natural frequencies for bending vibrations of Timoshenko cracked beams*. Sound and Vibration, 2006. **290**: p. 640–653.
36. Narkis, Y., *Identification of crack location in vibrating simply supported beams*. Sound and Vibration, 1994. **172**: p. 549–558.
37. Sinou, J.-J., and Lees, A. W, *Influence of cracks in rotating shafts*. Sound and Vibration, 2005. **285**: p. 1015–1037.
38. Messina, A., Jones, I., and Williams, E, *Damage detection and localization using natural frequency changes*. In Proceedings of the 1st Conference on Identification, Cambridge, England, UK, 1992. **1**: p. 67-76.
39. Messina, A., Williams, E., and Contursi, T, *Structural damage detection by a sensitivity and statistical-based method*. Sound and Vibration, 1998. **216**: p. 791-808.
40. Koh, B., and Dyke, S, *Structural health monitoring for flexible bridge structures using correlation and sensitivity of modal data*. Computers and Structures, 2007. **85**: p. 117-130.
41. Reynders, E., *System identification methods for (operational) modal analysis: review and comparison*. Archives of Computational Methods in Engineering, 2012. **19**: p. 51-124.
42. Hou, Z., Noori, M. and Amand, R. S, *Wavelet-based approach for structural damage detection*. Engineering Mechanics, 2000. **126**: p. 677-683.
43. Sadhu, A., *An integrated multivariate empirical mode decomposition method towards modal identification of structures*. Vibration and Control, 2017. **23**: p. 2727-2741.
44. Huang, N.E., Shen, Z., Long, R., Wu, M. C., Shih, H. H., Zheng, Q., Yen, N-C., Tung, C. C. and Liu, H. H, *The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis*. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1998. **454**: p. 903-995.
45. Daubechies, I., Lu, J., and Wu, H. T, *Synchrosqueezed wavelet transforms: An Empirical Mode Decomposition-like tool*. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2011. **30**: p. 243–261.

46. Thakur, G., *The Synchrosqueezing transform for instantaneous spectral analysis*. Applied and Numerical Harmonic Analysis, 2015: p. 397–406.
47. Yang, H., *Statistical analysis of synchrosqueezed transforms*. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2018. **45**: p. 526–550.
48. Mihalec, M., Slavi, J., and Bolte, M., *Synchrosqueezed wavelet transform for damping identification*. Mechanical Systems and Signal Processing, 2016.
49. Li, Z., and Park, H. S., *New method for modal identification of super high - rise building structures using discretized synchrosqueezed wavelet and Hilbert transforms*. The structural design of tall and special buildings, 2017. **26**.
50. Tary, J.B., Herrera, R. H., and Van Der Baan, M., *Analysis of time-varying signals using continuous wavelet and synchrosqueezed transforms*. Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 2018.
51. Kumar, R., Sumathi, P., Member, S., and Kumar, A., *Synchrosqueezing Transform-Based Frequency Shifting Detection for Earthquake-Damaged Structures*. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2017: p. 1–5.
52. Sanchez-A, J., P. and Adeli, H., *Synchrosqueezed wavelet transform- fractality model for locating, detecting and quantifying damage in smart highrise building structures*. Smart material and Structures, 2015. **24**.
53. Cheraghi, N.Z., G.P.; Taheri, F., *Piezoelectric-Based degradation assessment of a pipe using fourier and wavelet analyses*. Comput. Aid. Civ. Infrastruct. Eng, 2005. **20**: p. 369–382.
54. Ruocci, G.C., G.; Le, T.; Argoul, P.; Point, N.; Dieng, L., *Damage assessment of pre-Stressed structures: A SVD-Based approach to deal with time-Varying loading*. Mech. Syst. Signal. Process, 2014. **47**: p. 50–65.
55. Zhang, F.L.Y., Y.P.; Xiong, H.B.; Yang, J.H.; Yu, Z., *Structural health monitoring of a 250-M super-Tall building and operational modal analysis using the fast Bayesian FFT method*. 2019.
56. Nagata, Y.I., S.; Hariyama, T.; Fujioka, T.; Obara, T.; Wakatake, T., *Binaural localization based on weighted wiener gain improved by incremental source attenuation*. IEEE Trans. Audio. Speech. Lang. Process, 2009. **17**: p. 52–65.
57. Yesilyurt, I.G., H., *Estimation of elastic and modal parameters in composites using vibration analysis*. Vibr. Control, 2015. **21**: p. 509–524.
58. Sun, L.H., H.; Zhang, B.; Ren, X.; Li, J., *Strain transfer analysis of embedded fiber bragg grating strain sensor*. J Test Eval, 2016. **44**: p. 2312-2320.
59. Sun, L.L., C.; Li, J.; Zhang, C.; Ding, X., *Strain transfer analysis of a clamped fiber Bragg grating sensor*. Appl Sci-Basel, 2017.
60. Huang, N.E.L., S.R.; Shen, Z., *The mechanism for frequency downshift in nonlinear wave evolution*. Adv. Appl. Mech, 1996. **32**: p. 59–111.
61. Huang, N.E.S., Z.; Long, S.R.; Wu, M.C.; Shih, H.H.; Zheng, Q.; Yen, N.C.; Tung, C.C.; Liu, H.H., *The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and nonstationary time series analysis*. Proc. R. Soc. Lond, 1998. **454**: p. 903–995.
62. Vincent, H.T.H., S.L.J.; Hou, Z., *Damage detection using empirical mode decomposition method and a comparison with wavelet analysis*. the Second International Workshop on Structural Health Monitoring, 1999.
63. Zhu, X.C., M.; Ostachowicz, W.; Xu, W., *Damage Identification in Bridges by Processing Dynamic Responses to Moving Loads: Features and Evaluation*. Sensors, 2019. **19**: p. 463.
64. Pines, D.S., L., *Structural health monitoring using empirical mode decomposition and the Hilbert phase*. Sound. Vib, 2006. **294**: p. 97–124.
65. Simon Carbajo, E.S.C., R.; Mc Goldrick, C.; Basu, B. ASDAH, *An automated structural change detection algorithm based on the Hilbert–Huang transform*. Mech. Syst. Signal Process, 2014. **47**: p. 78–93.

66. Quek, S.T., P.; Wang, Q, *Detecting anomalies in beams and plate based on the Hilbert–Huang transform of real signals*. Smart Mater. Struc, 2003. **12**: p. 447–460.
67. Liu, J.W., X.; Yuan, S.; Li, G, *On Hilbert–Huang transform approach for structural health monitoring*. Intell. Mater. Syst. Struct, 2006. **17**: p. 721–728.
68. Yang, J.N.L., Y.; Linand, S.; Huang, N, *Hilbert–Huang based approach for structural damage detection*. J. Eng. Mech. ASCE, 2004. **130**: p. 85–95.
69. Gunturkun, U., *Bivariate empirical mode decomposition for cognitive radar scene analysis*. IEEE Signal Proc. Let, 2015. **22**: p. 603–607.
70. Khaldi, K.B., A.O, *Audio watermarking via EMD*. IEEE Trans. Audio Speech, 2013. **21**: p. 675–680.
71. Kumari, P.V., A, *Information-Theoretic measures on intrinsic mode function for the individual identification using EEG sensors*. IEEE Sens, 2015. **15**: p. 4950–4960.
72. Nunes, J.C.B., Y.; Delechelle, E.; Niang, O.; Bunel, P, *Image analysis by bidimensional empirical mode decomposition*. Image Vis. Comput, 2003. **21**: p. 1019–1026.
73. Petrantonakis, P.C.H., L.J, *Emotion recognition from brain signals using hybrid adaptive filtering and higher order crossings analysis*. IEEE Trans. Affect. Comput, 2010. **1**: p. 81–97.
74. Sherr, Y.Z., Y.; Wang, Z, *Satellite fault diagnosis method based on predictive filter and empirical mode decomposition*. J. Syst. Eng. Electron, 2011. **22**: p. 83–87.
75. Torres, M.E.C., M.A.; Schlotthauer, G.; Flandrin, P, *A complete ensemble empirical mode decomposition with adaptive noise*. e IEEE international conference on acoustics, speech and signal processing (ICASSP), 2011. **4144–4147**.
76. Adeli, H., *Neural networks in civil engineering: 1989–2000*. Comput. Aid. Civ. Infrastruct Eng. J, 2001. **16**: p. 126–142.
77. Arangio, S.B., F, *Structural health monitoring of a cable-Stayed bridge with Bayesian neural networks*. Struct. Infrastruct. Eng, 2015. **11**: p. 575–587.
78. Zang, C.F., M.I.; Imregun, M, *Structural damage detection using independent component analysis*. Struct. Health Monit, 2004. **3**: p. 69–83.
79. Yan, Y.J.C., L.; Wu, Z.Y.; Yam, L.H, *Development in vibration based structural damage detection technique*. Mech. Syst. Signal Process, 2007. **21**: p. 2198–2211.
80. Garcia-Perez, A.A.S., J.P.; Dominguez-Gonzalez, A.; Sedaghati, R.; Osornio-Rios, R.; Romero-Troncoso, R.J, *Fused empirical mode decomposition and wavelets for locating combined damage in a truss-Type structure through vibration analysis*. J. Zhejiang Univ. Sci. A, 2013. **14**: p. 615–630.
81. Vazirizade, S.M.B., A.; Bahar, O, *Online nonlinear structural damage detection using Hilbert Huang transform and artificial neural networks*. Sci. Ira, 2019. **26**: p. 1266–1279.
82. Asma Alsadat Mousavi, C.Z., , Sami F. Masri , Gholamreza Gholipour, *Structural Damage Localization and Quantification Based on a CEEMDAN Hilbert Transform Neural Network Approach: A Model Steel Truss Bridge Case Study*. 2020.
83. Almansba.M, *modélisation et localisation d'endommagements dans les structures mécaniques par mesures vibratoire*. université de Mouloud Mammeri, 2016.
84. Oudin, H., *Méthodes des éléments finis (MEF)*. 2008.
85. Cazenave, M., *Méthode des éléments finis (Approche pratique en mécanique des structures)*. DUNOD, 2010.
86. Pierino Lestuzzi, I.F.C.S., *DYNAMIQUE DES STRUCTURES*. Presses polytechniques et universitaires romandes, 2019.
87. Drapier, S., *Dynamique des Solides et des Structures*. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint- Etienne, 2016.
88. Wesolowski, S.R.a.M., *Identification of damage in a beam structure by using mode shape curvature squares*. Shock and Vibration, 2010. **17**: p. 601–610.

89. al, X.B.L.e., *A two-step approach for crack identification in beam*. Sound and Vibration and Control, 2013. **332**: p. 282-293.
90. al, J.K.S.e., *Simplified models for the location of cracks in beam structures using measured vibration data*. Sound and vibration, 2002. **251**: p. 13-38.
91. Amjady N, N.R.H., *Economic dispatch using an efficient real-coded genetic algorithm*. IET Gener Transm Distrib, 2009. **3**: p. 266-278.
92. Elsayed WT, H.Y., Bendary FM, El-Bages MSA, *Review on accuracy issues related to solving the non-convex economic dispatch problem*. Electr Pow Syst Res, 2016. **141**: p. 325-332.
93. Vo DN, O.W., *Economic dispatch with multiple fuel types by enhanced augmented Lagrange Hopfield network*. Appl Energy, 2012. **91**: p. 281-289.
94. Zaman F, E.S., Ray T, Sarker RA, *Configuring two-algorithm-based evolutionary approach for solving dynamic economic dispatch problems*. Eng Appl Artif Intel, 2016. **53**: p. 105-125.
95. ZL, G., *Particle swarm optimization to solving the economic dispatch considering the generator constraints*. IEEE Trans Power Syst, 2003. **18**: p. 1187-1195.
96. Nelder, J.A., Mead, R., *A simplex method for function minimization*. Comput. J., 1965. **7(4)**: p. 308–313.
97. Winfield, D.H., *Function and Functional Optimization by Interpolation in Data Tables (Doctoral dissertation)*. Harvard University, 1969.
98. Ghasemi, M., Taghizadeh, M., Ghavidel, S., Abbasian, A, *Colonial competitive differential evolution: an experimental study for optimal economic load dispatch* Appl. Soft Comput, 2016. **40**: p. 342–363.
99. Omidvar, M.N., Li, X., Mei, Y., Yao, X, *Cooperative co-evolution with differential grouping for large scale optimization*. IEEE Trans. Evol. Comput, 2013. **18(3)**: p. 378–393.
100. Bhattacharjee, K., Bhattacharya, A., nee Dey, S.H, *Oppositional real coded chemical reaction optimization for different economic dispatch problems*. Int. J. Electr. Power Energy Syst, 2014. **55**: p. 378–391.
101. Wolpert, D.H., Macready, W.G, *No free lunch theorems for optimization*. IEEE Trans. Evol. Comput, 1997. **1(1)**: p. 67–82.

## Résumé

L'étude vibratoire menée dans le but d'une maintenance prédictive, s'avère être un moyen des plus efficaces, il est d'ailleurs très utilisé depuis quelques décennies pour permettre la surveillance de l'état de santé d'une structure, et cela que ce soit en génie mécanique ou civil.

Dans ce mémoire de fin d'étude nous présentons quelques méthodes fréquentielles de détection des endommagement accompagnées des multiples travaux de la littérature accomplis sur celles-ci, suit à quoi nous jetons un intérêt sur les sciences des méthodes des éléments finis (MEF) et de la dynamique des structures (DDS), car elles sont indispensables au bon déroulement de ce travail.

Le but cette étude étant la détection, la localisation et la quantification des endommagements, nous choisissons la méthode basée sur les courbures modale, en effet, avec l'utilisation du logiciel de calcul MATLAB, celle-ci nous permet de détecter l'endommagement. Pour l'étape de localisation, nous ajoutant l'indicateur NCDF (Normalized Curvature Damage Factor). Afin d'établir notre quantification, on utilise deux méthodes d'optimisation intitulées : CFA et TFWO, les résultats donnés par celles-ci sont comparés et discutés pour mettre oui ou non une validation à leurs efficacités et en déduire la plus performante et la plus adéquate pour l'usage dans le domaine de quantification d'endommagements au sein d'une structure poutre.

**Mots-clés : Etude vibratoire ; Détection, Localisation, Quantification d'endommagement ; Méthode des Eléments Finis.**

## Abstract

The vibratory study carried out for the purpose of predictive maintenance, proves to be one of the most effective means, it has also been widely used for several decades to allow the monitoring of the state of health of a structure, and whether in mechanical or civil engineering.

In this end of study thesis, we present some frequency damage detection methods accompanied by the multiple works of the literature accomplished on them, following which we throw an interest on the sciences of finite element methods (FEM) and of the dynamics of structures (DDS), because they are essential to the good progress of this work.

The goal of this study being the detection, localization and quantification of damage, we choose the method based on modal curvatures, in fact, with the use of MATLAB calculation software, this allows us to detect the damage. For the localization step, we add the NCDF (Normalized Curvature Damage Factor) indicator. In order to establish our quantification, we use two optimization methods called: CFA and TFWO, the results given by them are compared and discussed to put yes or no validation to their efficiency and deduce the most efficient and the most suitable for the use in the field of quantification of damages within a structure beam.

**Keywords: Vibration study; Detection, Location, Quantification of damage; Finite Element Method.**