

UNIVERSITÉ MOULOUD MAMMERI DE TIZI OUZOU
FACULTÉ DE GÉNIE ÉLECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE
DÉPARTEMENT D'AUTOMATIQUE

MÉMOIRE DE MASTER

Spécialité : AUTOMATIQUE

Présenté et soutenu publiquement le 06 juillet 2017 par :

Massinissa AFETTOUCHE
Amirouche ADJAOU

Thème

**Vers un système de sécurité contre
les sorties de voie du véhicule**

Composition du jury :

<i>M_r</i> H HAMICHE	<i>MC-A, Université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou</i>	Président
<i>M_{me}</i> A NAIT ABDESLAM	<i>MA-A, Université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou</i>	Examineur
<i>M_{me}</i> K AMMOURA	<i>MA-A, Université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou</i>	Examineur
<i>M_{me}</i> Z YACINE	<i>MC-B, Université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou</i>	Encadreur

Remerciements

Nos sincères remerciements vont tout d'abord à notre encadrante Madame YACINE Zedjiga, Maitre de conférence classe B à l'UMMTO de nous proposé le thème de ce mémoire, de la confiance qu'elle a placé en nous et de son encouragement et son encadrement qu'elle nous a témoignée.

Nos tenons à remercier aussi les membres du jury qui ont fait l'honneur d'examiner notre travail.

Sans oublier nos familles et nos amis qui nous ont soutenus tout au long de ce travail.

Le succès de la plupart de nos réussites dépend bien souvent de la volonté qu'on y met.
Stanislas Leszczynski

À nos familles et à nos amis.

Table des matières

Table des figures	5
Notations	7
Introduction générale	9

Chapitre 1 État de l'art

1.1 L'accidentologie routière	11
1.1.1 Principaux facteurs d'accidents	11
1.2 Systèmes d'aide à la conduite	13
1.3 Utilisation des observateurs	14
1.4 Conclusion	15

Chapitre 2 Représentation de la dynamique du véhicule

2.1 Introduction	17
2.2 Mouvements et organes du véhicule	18
2.2.1 Les organes du véhicule	18
2.2.2 Les mouvements du véhicule	19
2.3 Équations de la dynamique du mode latéral d'un véhicule	20
2.3.1 Les repères utilisés et leur définition	20
2.3.2 Calcul des forces et des moments extérieurs de la dynamique latérale	26
2.4 Les modèles du véhicule utilisés	29
2.4.1 Le modèle bicyclette linéaire	29
2.4.2 Le modèle bicyclette non linéaire	31
2.5 Positionnement du problème	32

2.6	Résultats de simulation	32
2.7	Conclusion	33

Chapitre 3 Observateurs
--

3.1	Introduction	35
3.2	Observabilité des systèmes linéaires	36
3.3	Stabilité	37
3.3.1	La stabilité interne	37
3.3.2	Notions fondamentales de la stabilité	37
3.3.3	Stabilité Entrée-Etat (ISS : Input to State Stability)	38
3.4	Synthèse d'observateurs	39
3.4.1	L'observateur de Luenberger	39
3.4.2	Observateurs proportionnel intégral <i>PI</i>	40
3.4.3	L'observateur Proportionnel Multi-Integral <i>PMI</i>	43
3.5	Application de l'observateur PMI au modèle bicyclette à entrées inconnues	46
3.5.1	Observateur <i>P2I</i>	47
3.5.2	Observateur <i>P3I</i>	53
3.5.3	Comparaison entre le <i>P2I</i> et <i>P3I</i>	58
3.6	Conclusion	59

Chapitre 4 Détection de situations critiques et contrôle latéral du véhicule

4.1	Introduction	61
4.2	Détection de situations critiques	61
4.2.1	Première stratégie de détection d'un risque de sortie de voie	62
4.2.2	Deuxième stratégie de détection de situation critique	65
4.3	Contrôle latéral du véhicule	68
4.3.1	Introduction	68
4.3.2	Commandabilité et commande par retour d'état des systèmes dynamiques	69
4.4	Conclusion	73

Conclusion générale	75
----------------------------	-----------

Annexe A**Notions générales**

A.1	Inégalités Matricielles Linéaires : LMIs	77
A.1.1	Ensembles et fonctions convexes	77
A.1.2	LMI : Linear Matrix Inequalities	79
A.2	Théorie de Lyapunov	82
	Bibliographie	85

Table des figures

1	Stratégie de détection de situation critique et de contrôle des sorties de voie.	10
1.1	Etats du véhicule en sous-virage et survirage	13
2.1	Les organes constitutifs du mode longitudinal	19
2.2	Les organes constitutifs du mode latéral	20
2.3	Les mouvement du véhiule	21
2.4	Le positionnement d'un point P par rapport au repère caisse et au repère absolue.	22
2.5	Passage de R_a à R_v	22
2.6	(a) Passage de R_v à R_i , (b) Passage de R_i à R_c	23
2.7	Les forces de contact sur la roue.	27
2.8	Evolution de l'effort de contact en fonction de l'angle de glissement	28
2.9	Le modèle bicyclette	29
2.10	Résultats de simulation du système linéaire	32
2.11	Angle de braquage	33
3.1	Estimation des états avec un P2I : $d^{q+1} = 0$	49
3.2	Estimation de l'entrée inconnue avec un P2I : $d^{q+1} = 0$	50
3.3	Estimation des états avec un P2I : $d^{q+1} \neq 0$	51
3.4	Estimation de l'entrée inconnue avec un P2I : $d^{q+1} \neq 0$	52
3.5	Estimation des états avec un P3I avec $d^{q+1} = 0$	54
3.6	Estimation des états avec un P3I avec $d^{q+1} = 0$	55
3.7	Estimation de l'entrée inconnue avec un P3I avec $d^{q+1} = 0$	55
3.8	Estimation des états avec un P3I avec $d^{q+1} \neq 0$	57
3.9	Estimation de l'entrée inconnue avec un P3I avec $d^{q+1} \neq 0$	58
3.10	Comparaison entre les estimations des deux observateurs P2I et P3I . . .	59
4.1	Forces latérale des roues.	62

Table des figures

4.2	Détection de situations critiques du mode latérale	64
4.3	Détection de situations critiques du mode latérale	65
4.4	Détection de situation de sous virage et de sur virage.	67
4.5	Schéma de la détection et du contrôle latéral.	68
4.6	Convergence des états avec une stabilité asymptotique.	72
4.7	Convergence des états avec une stabilité ISS.	72
A.1	Ensemble convexe	78

Notations

ACRONYMES

- LMI : Linear Matrix Inequality (Inégalité Matricielle Linéaire)
- LTI : Linear Time Invariant (Linéaire à temps Invariant)
- PI : Proportionnel Integral
- PMI : Proportionnel Multi-Integral
- ISS : Input to State-Stability

ENSEMBLES

- \mathfrak{R} : Ensemble des nombres réels
- \mathfrak{R}^+ : Ensemble des nombres réels positifs
- $PR(\lambda)$: Partie réelle de λ

MATRICES

- I_n : Matrice identité
- $P > 0$ ($P < 0$) : Matrice définie positive (respectivement définie négative)
- P^T : Matrice transposée
- P^{-1} : Matrice inverse
- $\lambda_{max}(P)$ ($\lambda_{min}(P)$) : Valeur propre maximale (respectivement minimale)

Introduction générale

Le véhicule est l'une des inventions qui a révolutionné le vingtième siècle, du fait de son apport à la vie moderne de l'homme. Les types de véhicules sont différents d'un secteur à un autre (quotidien, transports,...) et son utilisation s'est élargie pour toute la classe sociale.

Le véhicule reste cependant l'une des causes de mortalités les plus alarmantes¹. Les accidents de la route infligent des pertes humaines et économiques considérables malgré les efforts de prévention, informations et même de répression des politiques et des gouvernements ou les constructeurs automobiles qui ne cessent d'améliorer les dispositifs de sécurité passifs et actifs à bord du véhicule.

La progression de l'automatique, l'informatique, l'électronique et les télécommunications a permis aux chercheurs de développer des systèmes d'aides à la conduite automatisant certaines tâches pour aider le conducteur à maîtriser son véhicule et éviter certains risques qui peuvent être les conséquences de sa négligence ou une perte de contrôle.

Notre travail dans ce mémoire entre dans le cadre des systèmes d'aides à la conduite par l'étude de la dynamique latérale du véhicule automobile [32], [23], [6] et l'application d'un observateur *PMI* à entrées inconnues [5], [10], [32], [19] afin d'estimer certaines variables non disponibles à la mesure et ensuite la détection des situations critiques [32] qui nous serviront au contrôle latéral du véhicule en évitant les sorties de voie.

La conception d'un tel système de contrôle passe par plusieurs étapes telles que : La modélisation, l'estimation, la détection et le contrôle. Pour suivre ces étapes, nous avons réparti le mémoire en quatre chapitres.

Le premier chapitre constitue une brève description des systèmes d'aides à la conduite et les principaux facteurs d'accidentologie.

Dans le deuxième chapitre, une représentation dynamique du véhicule est établie. Afin d'élaborer un modèle bicyclette à quatre degrés de liberté défini par plusieurs paramètres tels que le positionnement sur la voie, la courbure de la route, la vitesse latérale, les efforts

1. Direction Générale de la Sécurité Nationale

de contact... Un modèle linéaire à entrées inconnues est formulé, qui nous servira par la suite pour l'observation et le développement des unités de détection et de contrôle.

Le troisième chapitre traite les problèmes de la reconstitution d'états. Nous appliquons un observateur *PMI* (proportionnel multi-intégrals) au modèle linéaire à entrées inconnues établie au chapitre 2 afin d'estimer les états du système et la courbure de la route. Deux cas sont considérés pour la synthèse du *PMI*, assurant différents types de convergences : *ISS* (Input to state stability) et asymptotique. Ces approches sont validés par simulation.

Enfin, le quatrième chapitre aborde la détection de situations critiques basée sur l'analyse des forces de contact, tel qu'un seuil est fixé afin détecter les dépassements vers la zone critique. Si une telle situation est détectée, en utilisant le modèle reconstruit, un système de contrôle interviendra pour stabiliser le véhicule et le remettre sur la voie ou en état de conduite normale.

Le schéma illustré en figure (1) résume ces différentes étapes.

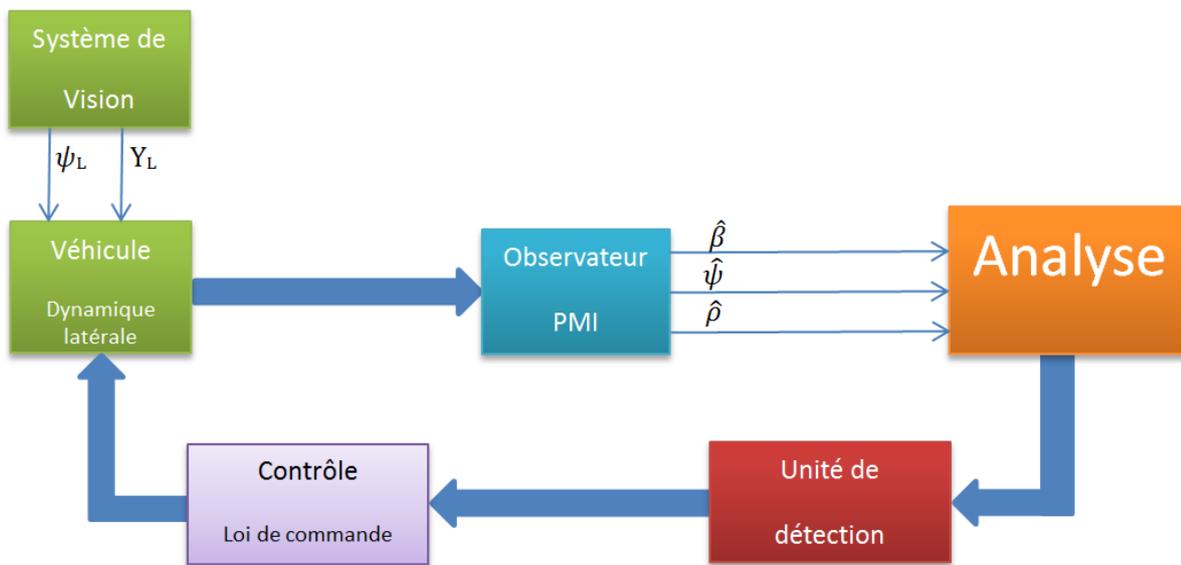


FIGURE 1 – Stratégie de détection de situation critique et de contrôle des sorties de voie.

Chapitre 1

État de l'art

Ce premier chapitre est consacré à l'étude du véhicule et la sécurité routière, où nous exposons nos motivations, problématique et objectif de cette étude.

D'abord, une étude sur l'utilité du véhicule et les risques issus de ce dernier sera menée afin de jeter un oeil sur les méfaits de l'accidentologie routière.

Ensuite, nous présentons quelques mesures internationales qui ont été entreprises afin de développer l'aide à la conduite et la sécurité routière.

Enfin, nous présentons notre mesure et problématique dans ce mémoire.

1.1 L'accidentologie routière

Bien que le véhicule occupe une place très importante dans notre quotidien, du fait de ces privilèges, il est aussi l'une des premières causes de mortalités sur les routes. La conduite reste une activité qui engendre beaucoup de dégâts : humains et matériels.

Selon les statistiques de l'Organisation mondiale de la Santé, la route provoque chaque année plus de 1,2 million de décès et de 20 à 50 millions de blessés. En Algérie, les statistiques fournies par la DGSN² révèlent des chiffres de plus en plus alarmants concernant les accidents de la route ; 17000 accidents se produisent chaque année (2014, 2015), entraînant plus de 4 000 morts et 60 000 blessés, dont des handicapés à vie³.

1.1.1 Principaux facteurs d'accidents

Les études montrent que les causes humaines les plus fréquentes sont : l'alcoolémie et la vitesse sont présentes respectivement dans 31% et 25% des accidents mortels, la fatigue

2. Direction Générale de la Sûreté Nationale

3. Centre national de prévention et de sécurité routières

ou la somnolence sont en cause dans près de 8 % des accidents mortels. La distraction est aussi un facteur humain d'accident de la route⁴.

De ce bilan, nous remarquons que la plupart des accidents représentent un véhicule seul. Un accident de type véhicule seul est le produit d'une relation défectueuse entre le conducteur, le véhicule et son environnement. Cette catégorie d'accidents est connue sous le nom d'accidents par sortie de voie. La cause réside dans la perte de contrôle du véhicule liée à ses caractéristiques mécaniques, à celles de l'infrastructure et aux conditions du trafic et de l'environnement ou à la défaillance du conducteur liée à ses propres limites physiologiques (perception de l'environnement routier, perte d'attention, fatigue. . .) et au non-respect des règles de conduite.

Pour cela des mesures internationales ont été adoptées par des gouvernements et des recherches ont été menées afin d'aider le conducteur et sécuriser la conduite sur les routes et éviter les accidents par sortie de voie et ont proposées des solutions telles que : les mesures de sécurité, des campagnes de prévention et les systèmes d'aides à la conduite.

Nous pouvons résumer les accidents par sortie de voie en trois grandes familles principales :

1. Les accidents liés à un problème de guidage, résultant d'une interruption ou d'une forte dégradation du contrôle de trajectoire par le conducteur.
2. Les accidents liés à un problème de dynamique du véhicule en virage, résultant d'un freinage inadéquat causé par une vitesse initiale excessive.
3. Les accidents liés à un problème de dynamique latérale du véhicule, résultant d'un effet de survirage ou de sous-virage ou d'un mouvement de lacet excessif.

Le sous virage correspond à la dérive de l'avant du véhicule. La masse du véhicule est largement transférée à l'arrière ce qui a pour conséquence une perte d'adhérence des roues avant due au faible appui du train avant.

Le sur virage correspond à la dérive de l'arrière du véhicule. La masse du véhicule est largement transférée à l'avant du véhicule ce qui a pour conséquence une perte d'adhérence des roues arrière due au faible appui du train arrière. La figure (1.1) montre le véhicule dans un état de survirage/souvirage.

Afin de prévenir les risques des sorties de voie, nous nous intéressons aux systèmes d'aide à la conduite, du fait qu'ils sont adoptés dans la plupart des véhicules de nos jours et c'est un domaine de recherche ouvert et fiable.

4. <https://www.jurifiable.com>

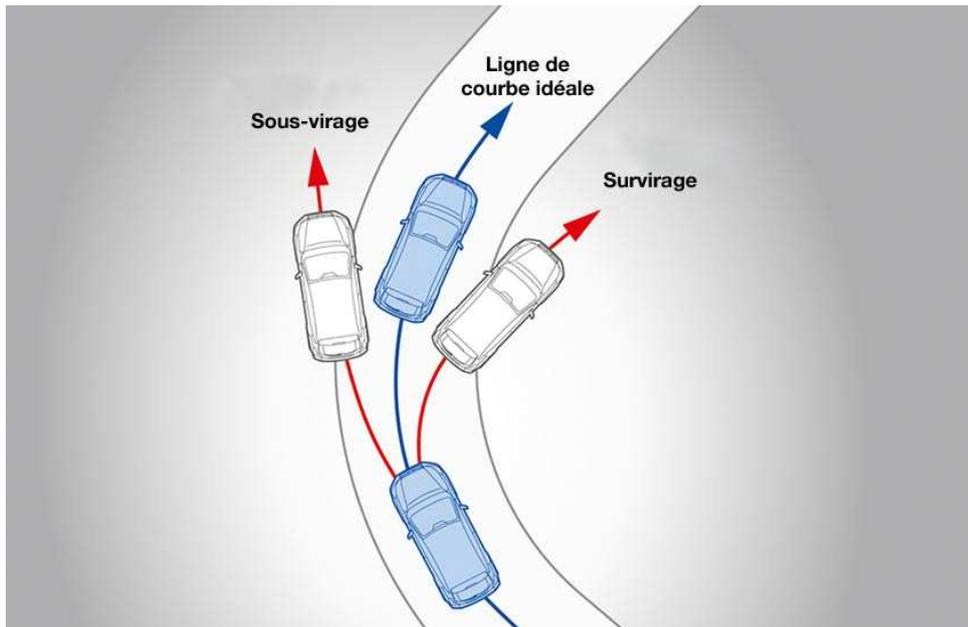


FIGURE 1.1 – Etats du véhicule en sous-virage et survirage

1.2 Systèmes d'aide à la conduite

De nos jours, les équipements électroniques sont de plus en plus présents au quotidien, notamment dans le secteur automobile. Ces nouvelles technologies améliorent la sécurité à bord de notre véhicule, tels que les systèmes d'aide à la conduite.

Les systèmes d'aide à la conduite sont un secteur en pleine évolution. La plupart des systèmes actuels présents en série dans les véhicules ont pour objectif de pallier aux défaillances du conducteur, mais l'évolution récente est d'ajouter l'intégration d'objectifs de confort ou d'efficacité énergétique. Les systèmes d'aide à la conduite agissent sur la sécurité soit en aidant le conducteur à éviter un accident ou une situation à risque, soit en cherchant à en minimiser les conséquences.

Un système d'aide à la conduite (ADAS), est un système qui permet d'assister le conducteur dans sa tâche de conduite en le libérant de certaines tâches qui réduisent sa vigilance et qui peuvent être la cause d'un accident.

Ces systèmes d'aide à la conduite sont utilisés à bord des véhicules équipés de capteurs proprioceptifs et extéroceptifs qui permettent de collecter les données nécessaires.

- **Capteurs proprioceptifs** Ils fournissent des informations sur l'état du véhicule. Pour le contrôle latéral (gyroscope, odomètre, codeur optique...)
- **Capteurs extéroceptifs** Ils ont pour objectif de renseigner le véhicule sur son déplacement dans son environnement (caméra, les plots magnétiques et les bandes

lasers...)

On distingue deux types d'aide à la conduite :

- Aide passive : Les dispositifs de sécurité passive sont des équipements qui n'influencent pas la dynamique du véhicule tels que : l'airbag, la ceinture de sécurité... ils permettent de minimiser la gravité d'un accident et protéger le conducteur.
- Aide active : Les dispositifs de sécurité active sont des équipements qui influence la dynamique du véhicule tels que l'ABS⁵, l'ESP⁶..., les dispositifs de sécurité active interviennent avant l'accident.

Nous présentons quelques projets déjà réalisés ou en cours de réalisation, concernant le développement des systèmes d'aide à la conduite tels que : Le Projet ARCOS⁷, le Projet SAFELANE/PReVENT⁸, SASPENCE/PReVENT⁹, PREVENOR^{10 11}...

Le lecteur peut se référer à [24] et [32] pour plus de détails.

Des systèmes d'alerte pour les sorties de voies ont été développés aussi : système SAVV, récepteur GPS, route intelligente...

L'utilisation de ces différents systèmes nécessite la disponibilité des variables liées au véhicule et à son environnement. D'où l'utilisation des observateurs pour l'observation et l'estimation des variables non disponibles à la mesure.

1.3 Utilisation des observateurs

L'utilisation des observateurs est une étape prépondérante dans la construction des systèmes d'aides à la conduite. Les observateurs permettent de résoudre les problèmes techniques liés à l'indisponibilité des capteurs nécessaires à la mesure de certaines variables et ils des problèmes économiques du fait que certains capteurs sont très chers.

De nombreux travaux sur les capteurs informatiques sont réalisés, notamment dans [32], [9], [1] et [31], afin d'améliorer la précision des systèmes d'aides à la conduite et éviter les défaillances des capteurs et les situations critiques qui mènent le véhicule vers l'accident.

5. Anti-Lock Braking Program

6. Electronic Stability Program

7. ARCOS : Action de Recherche pour une COnduite Sécurisée

8. System Design of a Situation Adaptative Lane Keeping Support System

9. Safe Speed and Distance

10. Programme de Recherche et d'Innovation dans les Transports terrestres

11. <http://www.agence-nationale-recherche.fr>

1.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté d'une manière succincte les problèmes qui provoquent les sorties de voie du véhicule, ainsi que les systèmes d'aides à la conduite qui sont réalisés et implémentés sur le véhicule afin de maintenir le véhicule sur la route et éviter ces risques routiers.

Une représentation de la dynamique du véhicule sera établie dans la suite, pour obtenir un modèle représentatif. Ce modèle sera ensuite utilisé pour la partie observation pour estimer les états du véhicule et les attributs de la route.

Ces variables une fois estimées, elles serviront à détecter les situations critiques dans les quelles peut se trouver le véhicule.

Chapitre 2

Représentation de la dynamique du véhicule

2.1 Introduction

Dans le but d'élaborer un système d'aide ou d'assistance à la conduite, pour éviter les accidents de sortie de voie, nous allons dans un premier temps établir un modèle du système véhicule. Le véhicule est un système complexe et délicat qui exige une large connaissance de son fonctionnement dans son environnement afin de pouvoir représenter d'une façon réaliste son comportement dynamique.

Cette complexité est liée à la variation de ces paramètres (vitesses, forces de contact, adhérence,...) et les liaisons entre la masse et les essieux (amortisseurs, ressorts...) qui sont à l'origine des non-linéarités de ce système.

Plusieurs modélisations ont été élaborées notamment dans [14] et [8]. Des modélisations plus rigoureuses ont été privilégiées : Une représentation à 80 degrés de liberté a été proposée où chacun des éléments du véhicule est modélisé. Une représentation à 15 degrés de liberté est élaborée par la suite par la simplification des expressions de certains éléments, tels que les suspensions. Vu que ces modèles nécessitent beaucoup de calcul, un long temps de simulation et des moyens d'analyse complexes : estimation, contrôle et analyse, des modèles plus simples ont été élaborés par la suite tel que le modèle véhicule à six degrés de liberté [28] et le modèle bicyclette à quatre degrés de liberté [7] qui sont les plus utilisés.

Ce chapitre présente la modélisation d'un modèle bicyclette à quatre degrés de liberté, suffisamment précis pour étudier la dynamique latérale du véhicule même dans des situations critiques de conduite.

Le modèle bicyclette linéaire est formulé via des hypothèses simplificatrices pour négli-

ger les non linéarités des efforts du véhicule. Ce modèle linéaire traduit le comportement réel du véhicule en état de conduite normale et les efforts de contact linéaires. Un autre modèle est formulé : le modèle non linéaire en utilisant la formule de "Bakker-Pacejka" qui est l'une des formules utilisée pour décrire les efforts de contact pneumatique-chaussé [6], [4] .

2.2 Mouvements et organes du véhicule

Le contrôle d'un véhicule est un vaste sujet qui se décompose en plusieurs domaines d'activités dont ceux qui concernent le groupe motopropulseur et le châssis. Dans le cas du contrôle dynamique du châssis, deux tâches se distinguent : le contrôle longitudinal et le contrôle latéral [23].

2.2.1 Les organes du véhicule

Le véhicule est un système délicat à modéliser dans la mesure où il comporte de nombreux éléments mécaniques et électroniques. Chaque dispositif a une fonction bien précise qu'il est nécessaire de bien comprendre pour la modélisation. Il est donc possible de présenter de la même manière que pour les degrés de liberté du véhicule, les organes intervenant dans les modes longitudinal et latéral.

Les organes pour le contrôle longitudinal

Le contrôle longitudinal consiste à adapter l'allure du véhicule en agissant sur l'accélération et le freinage.

La Figure (2.1) présente une schématisation par blocs des organes principaux du contrôle longitudinal du véhicule. Les sous-systèmes qui interviennent dans la dynamique longitudinale sont constitués du groupe motorisation, du système de freinage, du groupe embrayage ou convertisseur de couple, de la transmission, des roues et du contact pneumatique-chaussée. Le contrôle global de ces éléments permet au véhicule de réaliser des freinages, accélérations, arrêts et démarrages.

Les organes pour le contrôle latéral

Le contrôle latéral est responsable du maintien de voie du véhicule et agit sur les organes de direction tels que la colonne pour le braquage des roues, la suspension et même les freins dans le cadre d'une sécurité active

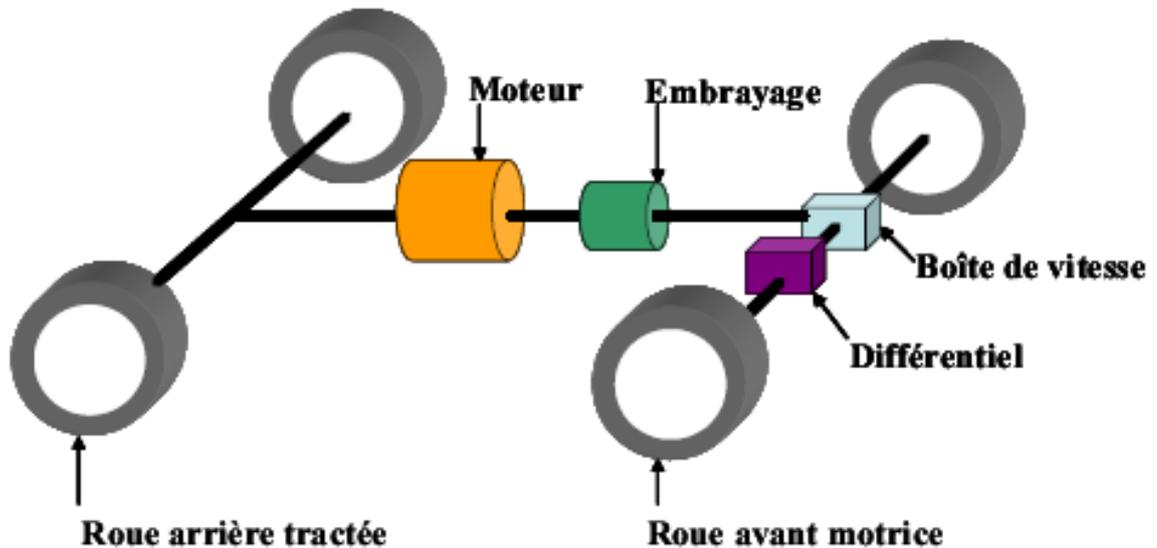


FIGURE 2.1 – Les organes constitutifs du mode longitudinal

La dynamique latérale du véhicule est régie par le volant, la colonne de direction, les roues directrices et le contact pneu/chaussée comme le montre la figure (2.2). Ces éléments permettent au véhicule de se déplacer latéralement par action du conducteur sur le volant, d'évoluer dans un virage et d'effectuer des changements de voie. Dans le cadre de l'application, un moteur à courant continu est disposé sur la colonne de direction pour assister le conducteur dans ses manoeuvres [23].

2.2.2 Les mouvements du véhicule

Le véhicule est considéré comme un corps rigide qui ne subit aucune déformation et présente six degrés de liberté : trois mouvements de rotation et trois mouvements de translation qui s'effectuent selon un repère à trois axes, représentés en figure (2.3).

Les mouvements de translation :

- Un axe OX, longitudinal parallèle à l'axe de symétrie de la caisse.
- Un axe OY, transversal perpendiculaire à l'axe de symétrie de la caisse.
- Un axe OZ, orthogonale perpendiculaire aux deux précédents.

Et les mouvements de rotations qui s'effectuent sur ces axes sont :

- la rotation autour de OX caractérisé par un angle de roulis ϕ : mouvement de roulis selon l'axe longitudinal, ressenti lors de la prise de virage.
- la Rotation autour de l'axe OY caractérisé par un angle θ : mouvement de tangage selon l'axe transversal, induit par les actions de freinage et d'accélération.
- la Rotation autour de l'axe OZ caractérisé par un angle ψ : mouvement de lacet

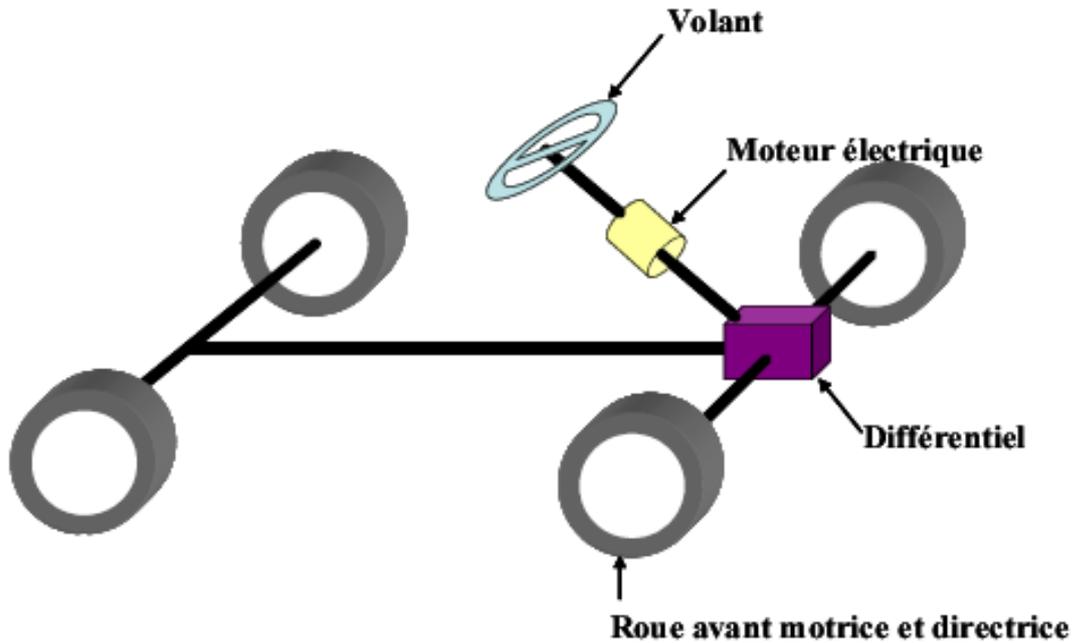


FIGURE 2.2 – Les organes constitutifs du mode latéral

selon l'axe orthogonal, traduisant l'angle de cap.

2.3 Équations de la dynamique du mode latéral d'un véhicule

L'étude du mode latéral du véhicule est l'un des sujets les plus traités lors de l'étude de la dynamique du véhicule. Du fait que la dynamique du véhicule est régie par plusieurs paramètres qui définissent le véhicule sur la route tels que l'angle de drive latérale, les mouvements du lacet ainsi que le positionnement sur la voie. Ces variables nous serviront lors de la détection des situations critiques.

2.3.1 Les repères utilisés et leur définition

Les mouvements de translations et de rotations traduisent le passage entre plusieurs repères qui sont utilisés pour décrire le mouvement du véhicule, les repères sont définis en figure (2.4). Ces mouvements sont décrits par des matrices de transformations entre les différents repères suivants :

- Un repère absolu R^a supposé galiléen.

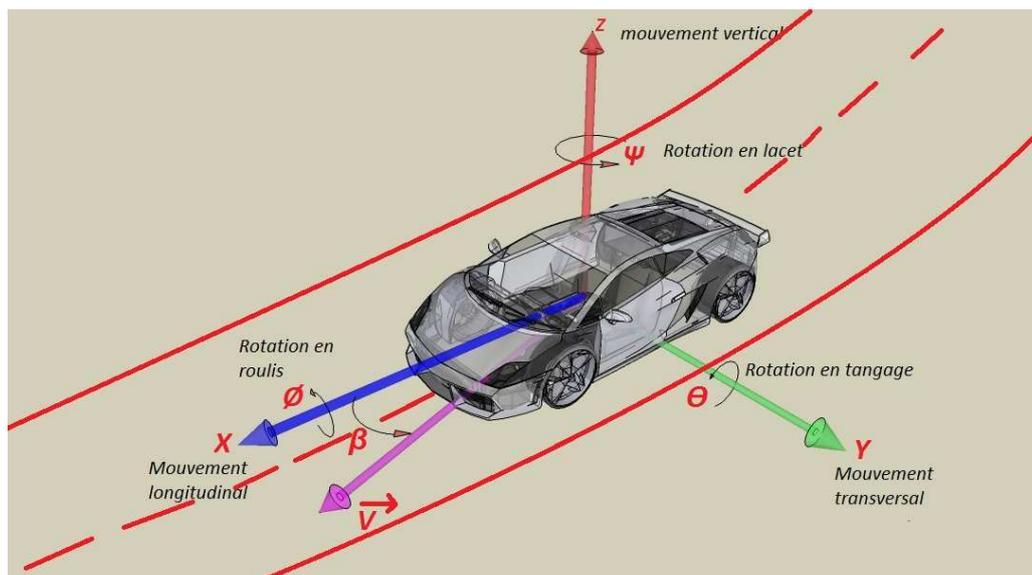


FIGURE 2.3 – Les mouvements du véhicule

- Un repère véhicule R^v lié au véhicule, son origine est la projection du centre de masse du véhicule.
- Un repère intermédiaire R^i lié au véhicule.
- Un repère lié à la caisse du véhicule R^c , exprime les mouvements de roulis et de tangage.

Pour décrire l'orientation et le positionnement du véhicule par rapport à ces repères nous considérons un point P dans l'espace tel que le vecteur position $(O_a P)^a$ sera projeté vers les autres repères R^v , R^i , et R^c .

Le principe est d'écrire les coordonnées du point P dans le repère d'arrivée en fonction de celles du repère initial. Les coordonnées sont notées comme suivant : $(O_a P)^v$, $(O_a P)^i$ et $(O_a P)^c$. Voir figure (2.4).

L'introduction des repères intermédiaires s'avère nécessaire pour faciliter et simplifier la compréhension des mouvements de translation et de rotation du repère caisse par rapport au repère absolu. Le passage entre ces repères est donné comme suit :

- Le repère R^v effectue une translation $O_a O_v$ ainsi qu'une rotation de lacet au tour de $O_a Z_a$ par rapport au repère absolu.
- Le repère R^i effectue une rotation de tangage θ au tour de $O_v Y_v$ par rapport au repère R^v .
- Le repère R^c effectue une rotation de roulis ϕ au tour de $O_i X_i$ par rapport au repère R^i .

Les mouvements effectués sont détaillés à travers des matrices de passage comme suit :

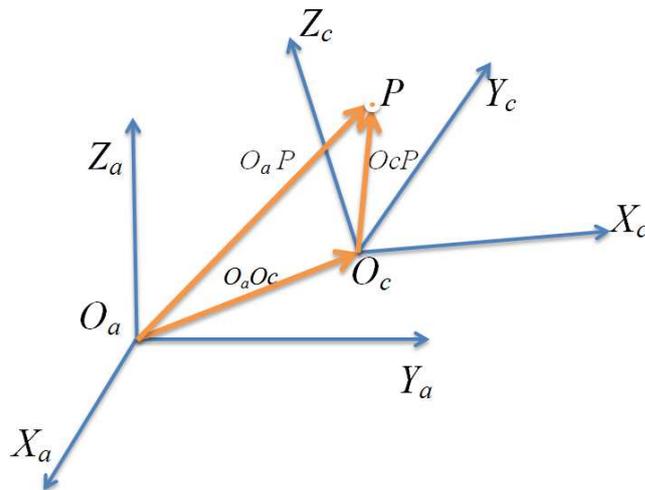


FIGURE 2.4 – Le positionnement d'un point P par rapport au repère caisse et au repère absolue.

- Le passage de R^a vers R^v se compose d'une translation $(O^aO^v)^v$ et d'une rotation au tour de O^aZ^a

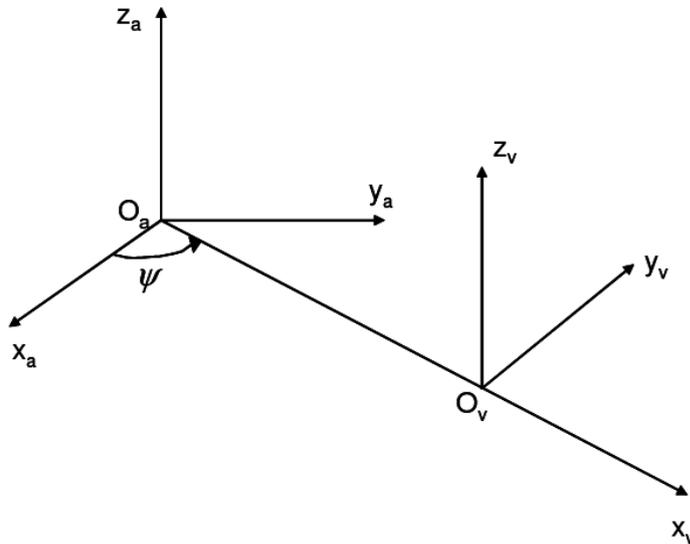


FIGURE 2.5 – Passage de R_a à R_v

$$R^\psi = \begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Les mouvements du repère R^v par rapport au repère R^a sont exprimés comme suit :

$$(O_a P)^v = (O_a O_v)^v + R^\psi (O_a P)^a \quad (2.2)$$

- **Le passage de R^v vers R^i** se compose d'une rotation autour de $O_v Y_v$ avec un angle θ

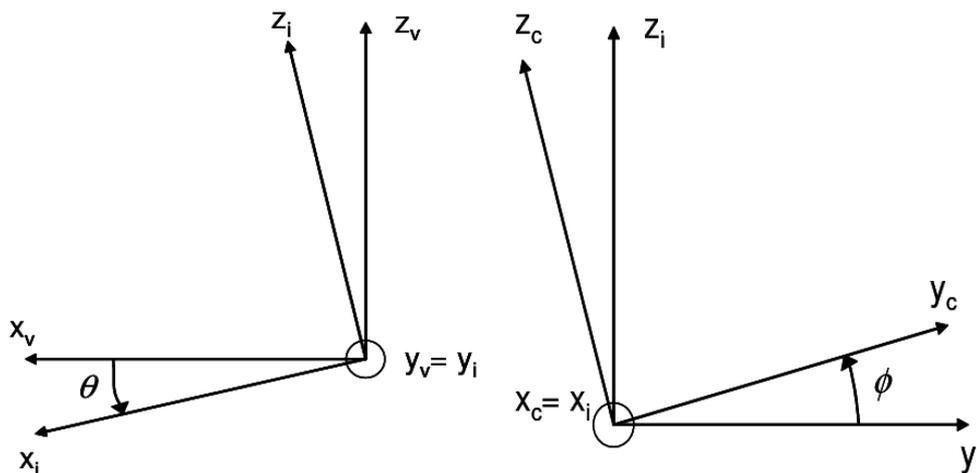


FIGURE 2.6 – (a) Passage de R_v à R_i , (b) Passage de R_i à R_c

$$R^\theta = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Le vecteur $(O_a P)$ est décrit dans le repère R_i par :

$$(O_a P)^i = R^\theta (O_a P)^v \quad (2.4)$$

- **Le passage de R^i vers R^c** se compose d'une rotation au tour de $O_i X_i$ avec un angle ϕ

$$R^\phi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Le vecteur $(O_a P)$ est décrit par :

$$(O_a P)^c = R^\phi (O_a P)^i \quad (2.6)$$

Jusqu'ici, nous avons formulé les différentes matrices de passage entre repères, nous pouvons maintenant formuler le passage du repère R^a vers le repère R^c , et pour ce faire nous considérons un point P sur la caisse du véhicule. Le point P forme des vecteurs avec l'origine du repère absolu R^a et l'origine du repère caisse R^c notés (O_aP) et (O_aO_c) . La figure (2.4) décrit les coordonnées du point P dans le repère R^c par rapport au repère absolu R^a et qui obéit à loi de composition (2.7).

Une explication rigoureuse sur la cinématique d'un point P d'un solide indéformable est disponible dans [22] [29].

$$(O_aP)^c = (O_aO_c)^c + (O_cP)^c \quad (2.7)$$

Pour la suite du développement, deux types de dérivation sont à considérer : dérivation dans un repère fixe (\bullet) et dans un repère mobile (\circ).

La relation entre elles est :

$$\dot{X} = \overset{\circ}{X} + \Omega \wedge X \quad (2.8)$$

Ω est la vitesse de rotation entre le repère absolu et le repère mobile.

Pour plus de détails, les références suivantes seront utiles [29] [22] [6]. Pour représenter le véhicule dans le repère lié à la caisse, les lois fondamentales de la dynamique sont utilisées pour décrire les mouvements de ce dernier. Un modèle complexe est obtenu, d'où l'utilisation de différentes hypothèses simplificatrices, que nous définissons par la suite, pour formuler un modèle simple, exploitable et réduire la complexité du modèle complexe, [18].

La première loi de Newton, qui est l'équation de la résultante dynamique, est utilisée pour traduire le fait que la somme des forces extérieures appliquées au véhicule est égale à sa masse multipliée par son accélération :

$$ma_G = \sum F_{ext} \quad (2.9)$$

m : la masse du véhicule.

a_G : l'accélération.

La deuxième est l'équation des moments dynamiques d'un corps rigide par rapport à un point de référence, qui décrit l'effet de rotation autour de ce point. Cette rotation est provoquée par les forces qui agissent sur ce corps rigide exprimée par :

$$H_o = \sum M_{ext} \quad (2.10)$$

Afin de développer ces deux lois, nous calculons tout d'abord les expressions de l'accélération du centre de gravité du véhicule, le moment dynamique et cinétique du véhicule.

Calcul de l'accélération

L'accélération du centre de gravité G par rapport au repère absolu est obtenue en dérivant la vitesse de ce dernier en utilisant les lois de dérivations des vecteurs composés.

L'expression de la vitesse est comme suit :

$$\left(\overset{\bullet}{O}_a G\right)^c = \left(O_a \overset{\bullet}{O}_c\right) + \left(O_c \overset{\circ}{G}\right)^c + \Omega \wedge (O_c G)^c \quad (2.11)$$

En dérivant cette dernière nous obtenons l'expression de l'accélération suivante :

$$(a_G)^c = \left(O_c \overset{\circ\circ}{G}\right)^c + 2\Omega \wedge \left(O_c \overset{\circ}{G}\right)^c + \left(O_a \overset{\circ\circ}{O}\right)^c + \Omega \wedge \left(O_a \overset{\bullet}{O}_c\right)^c + \dot{\Omega} \wedge (O_c G)^c + \Omega \wedge \Omega \wedge (O_c G)^c \quad (2.12)$$

L'accélération obtenue est composée de trois accélérations comme suit :

— Accélération d'entraînement :

$$\left(O_a \overset{\circ\circ}{O}\right)^c + \Omega \wedge \left(O_a \overset{\bullet}{O}_c\right)^c + \dot{\Omega} \wedge (O_c G)^c + \Omega \wedge \Omega \wedge (O_c G)^c \quad (2.13)$$

— Accélération de coriolis :

$$2\Omega \wedge \left(O_c \overset{\circ}{G}\right)^c \quad (2.14)$$

— Accélération relative :

$$\left(O_c \overset{\circ\circ}{G}\right)^c \quad (2.15)$$

Calcul du moment dynamique H_o :

Après avoir calculé les forces agissant sur ce corps rigide nous obtenons l'expression du moment suivante :

$$H_o = I \overset{\circ}{\Omega} + \Omega \wedge (I\Omega) + m (O_c G)^c \wedge \left[\left(O_a \overset{\circ\circ}{O}\right)^c + \Omega \wedge \left(O_a \overset{\bullet}{O}_c\right)^c \right] \quad (2.16)$$

Où I représente la matrice d'inertie dans le repère R^c supposée constante, symétrique et définie positive.

Maintenant que les expressions de l'accélération et des moments dynamiques liés au centre de gravité du véhicule sont disponibles, on les remplace dans les équations des

lois fondamentales de la dynamique (2.9) et (2.10) pour obtenir le modèle dynamique du véhicule suivant :

$$\begin{cases} m \left(\left(\overset{\circ}{O_c} \overset{\circ}{G} \right)^c + \left[\begin{array}{l} 2\Omega X \left(\overset{\circ}{O_c} \overset{\circ}{G} \right)^c + \left(\overset{\circ}{O_c} \overset{\circ}{G} \right)^c + \Omega X \left(\overset{\circ}{O_a} \overset{\circ}{O_c} \right)^c \\ + \overset{\circ}{\Omega} X \left(\overset{\circ}{O_c} \overset{\circ}{G} \right)^c + \Omega X \Omega X \left(\overset{\circ}{O_c} \overset{\circ}{G} \right)^c \end{array} \right] \right) = \Sigma F_{ext}|^c \\ I_0 \overset{\circ}{\Omega} + \Omega X \left(I_0 \Omega \right) + m \left(\overset{\circ}{O_c} \overset{\circ}{G} \right)^c X \left[\left(\overset{\circ}{O_a} \overset{\circ}{O_c} \right)^c + \Omega X \left(\overset{\circ}{O_a} \overset{\circ}{O_c} \right)^c \right] = \Sigma M_{ext}|^c \end{cases} \quad (2.17)$$

Nous remarquons que ces expressions sont complexes. Pour les simplifier nous allons introduire plusieurs hypothèses de simplification comme suit [6], [4] :

Hypothèse 1 : Le véhicule est supposé être un seul corps rigide.

Hypothèse 2 : Le référentiel lié à la caisse à pour origine le centre de gravité du véhicule.

Hypothèse 3 : Absence du mouvement de tangage, roulis et pompage.

Hypothèse 4 : La vitesse longitudinale est constante.

Après simplifications du modèle précédent, nous obtenons le modèle "lacet-derive" suivant :

$$\begin{cases} m v_x \left(\overset{\circ}{v}_y + w_z \right) = \Sigma F_{ext}|^c_y \\ I_z \overset{\circ}{w}_z = \Sigma M_{ext}|^c_z \end{cases} \quad (2.18)$$

2.3.2 Calcul des forces et des moments extérieurs de la dynamique latérale

Le véhicule est en contact permanent avec la route par les pneumatiques. Les pneumatiques constituent l'unique contact directe entre la chaussée et le véhicule et la majeure partie des efforts appliqués au véhicule due à son mouvement sont appliqués au niveau de ces quatre roues qui transmettent les différentes actions d'accélération, de freinage et de changement de trajectoire et supportent la masse du véhicule [24].

Les forces de contact roue-sol

Le contact roue-sol dépend de l'état et du type des deux surfaces qui se frottent, la structure de la roue, la composition et des déformations de son enveloppe et le sol dont les informations sont diverses telle que l'état et la qualité de la chaussée et la courbure de la route dont les informations ne peuvent être connues avec exactitude [18] .

Ces différentes caractéristiques de la roue et du sol déterminent, lors de leur friction ou beaucoup de phénomènes entrent en jeu, la résultante des forces de contact qui est tangentielle opposée au sens du mouvement et qui se décompose en force latérale, tangentielle et normale, conformément au principe des lois de Coulomb.

Les paramètres qui sont engendrés par ce contact sont nécessaires pour calculer les forces dynamiques et sont trois paramètres :

- Le taux de glissement : qui est la différence entre la vitesse de la roue et la vitesse de translation de la voiture.
- L'adhérence : elle est liée a la qualité du contact sol-pneumatique.
- L'angle de dérive latérale : qui est la résultante de la comparaison entre l'angle de rotation du volant avec la vitesse de rotation de lacet. Chaque roue est définie par un angle de dérive. Pour une roue avant et une roue arrière, les angles de dérive sont définies comme suit :

$$\begin{aligned}\alpha_f &= \delta_f - \beta - \frac{\dot{\psi}}{v_x} l_f \\ \alpha_r &= -\beta + \frac{\dot{\psi}}{v_x} l_r\end{aligned}\quad (2.19)$$

Avec δ_f est l'angle de braquage des roues avant et $\dot{\psi}$ la vitesse de lacet, v_x la vitesse longitudinale, β l'angle de dérive au centre de gravité, l_f la distance entre l'essieu avant et le centre de gravité, l_r la distance entre l'essieu arrière et le centre de gravité.

Le contact roue-sol est régi par une dynamique traduite par un comportement non linéaire. Le pneu se déforme lors de son contact avec le sol dans une zone ou toute les forces sont transmises par l'intermédiaire de cette zone de contact et elle est aussi l'origine de la création des moments d'auto-alignement M_z , de résistance M_y au roulement et le moment de résistance M_x . Les figures suivantes représentent la roue et sa dynamique :

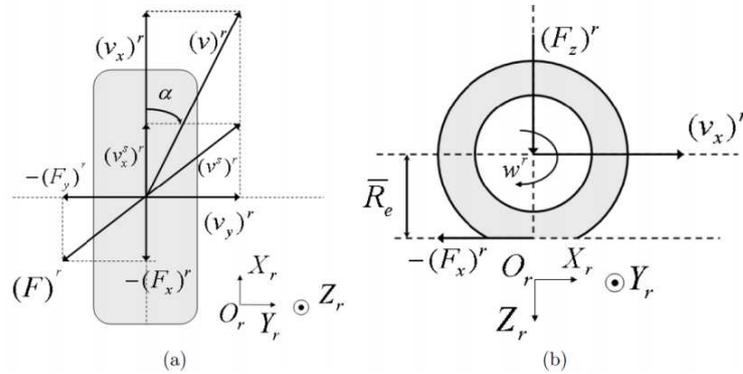


FIGURE 2.7 – Les forces de contact sur la roue.

Il existe différentes représentations des efforts de la roue et du sol. La modélisation du pneumatique et des efforts associés consiste à développer une relation mathématique qui traduirait les effets de déformation et de frottements. Notons que ce système est complexe et se traduit par des non linéarités importantes telle que l'effort de contact en fonction de l'angle de glissement. D'après les résultats expérimentaux, ce contact évolue selon trois zones qui sont représentés dans la figure (2.8) à savoir :

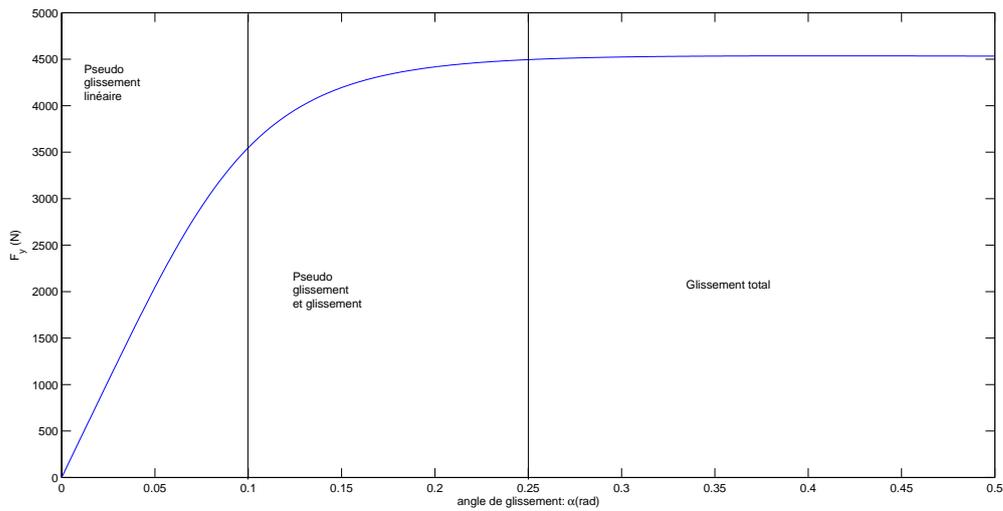


FIGURE 2.8 – Evolution de l'effort de contact en fonction de l'angle de glissement

- La zone de pseudo-glissement linéaire : caractérise les conditions de la conduite normale où l'effort évolue de manière pseudo-linéaire et est assimilé à la tangente à l'origine. Pour de faibles valeurs de α , l'effort est pseudo-linéaire. Dans ce cas là, l'effort latéral F_y peut être approché par la tangente à l'origine :

$$F_y = \left(\frac{\delta F_y}{\delta \alpha} \right)_{\alpha=0} \cdot \alpha = C_y \alpha \quad (2.20)$$

Où C_y est le coefficient de raideur du pneumatique. C'est cette approximation pseudo linéaire qui est prise en considération la plus perdue de temps.

- La zone de glissement et pseudo-glissement : le pneumatique est sollicité à la limite de l'adhérence. L'effort est non linéaire avec une tendance à la saturation, cependant le véhicule reste contrôlable.
- La zone de glissement total : Au delà de la limite de l'adhérence, l'effort est saturé et le véhicule perd de sa manoeuvrabilité.

Il existe différents modèles qui ont été élaborés afin d'approcher au mieux l'évolution de ces efforts de contact, notamment dans [6]. Afin de détecter les situations limites, l'effort

latéral F_y est utilisé. Voir que ce dernier est le siège de plusieurs paramètres qui constituent une liaison directe et permanente avec la route telles que l'adhérence du pneumatique, l'angle de braquage, la vitesse longitudinale, l'angle de dérive du centre de gravité, vitesse de lacet ..., qui nous permettent d'anticiper l'évolution de l'effort d'une zone vers une autre zone et de prévoir les situations critiques. D'où la grande utilité de cette approche.

2.4 Les modèles du véhicule utilisés

Il existe plusieurs modèles qui décrivent le modèle lacet-dérive du véhicule. Pour notre étude nous avons choisit le modèle bicyclette, puisque il suffit juste de représenter la roue avant et la roue arrière du véhicule. A partir de ce modèle nous pourrons par la suite déduire le modèle linéaire du véhicule [18] .

2.4.1 Le modèle bicyclette linéaire

Dans cette section nous présentons le modèle bicyclette linéaire qui décrit la dynamique du véhicule en fonction des efforts extérieurs en utilisant les hypothèses posées précédement. Le modèle qui décrit les mouvements de lacet et de dérive latérale est comme suit :

$$\begin{cases} mv_x (\dot{\beta} + \dot{\psi}) = \sum F_{ext}|_y^v \\ I_z \ddot{\psi} = \sum M_{ext}|_z^v \end{cases} \quad (2.21)$$

La figure suivante décrit le modèle bicyclette : En utilisant l'expression linéaire des forces

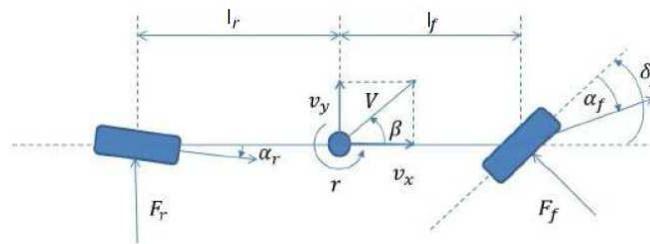


FIGURE 2.9 – Le modèle bicyclette

latérales avant et arrière respectivement F_{yf} et F_{yr} (2.22) et les formulations des angles de dérive (2.19),

$$\begin{cases} F_{yf} = 2C_{yf}\alpha_f \\ F_{yr} = 2C_{yr}\alpha_r \end{cases} \quad (2.22)$$

et pour un faible angle de braquage nous obtenons le modèle bicyclette suivant :

$$\begin{cases} \dot{\beta} = -\frac{2(C_{yf}+C_{yr})}{mv_x}\beta + \left(\frac{2(C_{yr}l_r-C_{yf}l_f)}{mv_x^2} - 1\right)\dot{\psi} + \frac{2C_{yf}}{mv_x}\delta_f \\ \ddot{\psi} = \frac{2(C_{yr}l_r-C_{yf}l_f)}{I_z}\beta - \left(\frac{2(C_{yf}l_f^2+C_{yr}l_r^2)}{v_x I_z} - 1\right)\dot{\psi} + \frac{2C_{yf}l_f}{I_z}\delta_f \end{cases} \quad (2.23)$$

Nous pouvons mettre ce modèle sous la forme d'état comme suit

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B\delta_f(t) \quad (2.24)$$

tel que :

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \dot{\beta} \\ \ddot{\psi} \end{pmatrix}}_{x(t)} = \underbrace{\begin{pmatrix} -\frac{2(C_{yr}+C_{yf})}{mv_x} & \frac{2(C_{yr}l_r-C_{yf}l_f)}{mv_x^2} - 1 \\ \frac{2(C_{yr}l_r-C_{yf}l_f)}{I_z} & -\left(\frac{2(C_{yf}l_f^2+C_{yr}l_r^2)}{v_x I_z} - 1\right) \end{pmatrix}}_A \underbrace{\begin{pmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \end{pmatrix}}_{x(t)} + \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{2C_{yf}}{mv_x} \\ \frac{2C_{yf}l_f}{I_z} \end{pmatrix}}_B \delta_f \quad (2.25)$$

Jusque là nous avons vu les mouvements de lacet et de dérive, or que le véhicule en mouvement, prend une position sur la voie, et afin de se repérer sur la voie et suivre une trajectoire désirée et contrôler le mouvement du véhicule, le conducteur suit la route et positionne la voiture dans le bon sens. Ce positionnement se fait selon deux variables qui sont l'angle du cap ψ_L de l'axe de symétrie du véhicule par rapport à la tangente à la voie et l'écart latérale Y_L mesuré à une distance de visée l_s du centre de gravité. La position du véhicule est exprimée via les équations différentielles suivantes, où ρ est la courbure de la route :

$$\begin{cases} \dot{Y}_L = v_x(\beta + \psi_L) + l_s(\dot{\psi} - v_x\rho) \\ \dot{\psi}_L = \dot{\psi} - v_x\rho \end{cases} \quad (2.26)$$

Ces équations sont ajoutées au modèle précédent pour décrire le modèle bicyclette avec positionnement comme suit :

$$\begin{pmatrix} \dot{\beta} \\ \ddot{\psi} \\ \dot{\psi}_L \\ \dot{Y}_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2(C_{yf}+C_{yr})}{mv_x} & \frac{2(C_{yr}l_r-C_{yf}l_f)}{mv_x^2} - 1 & 0 & 0 \\ \frac{2(C_{yr}l_r-C_{yf}l_f)}{I_z} & -\frac{2(C_{yf}l_f^2+C_{yr}l_r^2)}{v_x I_z} + 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ v_x & l_s & v_x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \\ \psi_L \\ Y_L \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{2C_{yf}}{mv_x} \\ \frac{2C_{yf}l_f}{I_z} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \delta_f + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -v_x \\ -v_x l_s \end{pmatrix} \rho \quad (2.27)$$

Le système (2.27) peut se mettre sous la forme linéaire à entrées inconnues comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B\delta_f(t) + Ed(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2.28)$$

$\rho(t)$ est l'entrée inconnue du système.

Ce modèle ne décrit que la dynamique linéaire, du fait qu'on a supposé que le véhicule est dans la zone de pseudo-glisement linéaire avec des conditions de conduite normale, les contacts latéraux sont considérés linéaires [32].

Cependant, pour une augmentation de la valeur de l'angle de glissement, l'effort de contact évolue et mène le véhicule vers une situation limite voir critique dans les zones de glissement et pseudo-glisement et glissement total. Ce qui caractérise les non linéarités des efforts de contact.

Pour mieux voir la représentation non linéaire du véhicule en situation limite, la formule de "Bakker-Pacejka" est utilisée[21].

2.4.2 Le modèle bicyclette non linéaire

Cette sous section est dédiée à la représentation des efforts de contact non linéaires pneumatique-chaussée qui décrivent la dynamique non linéaire du véhicule avec la formule de Bakker-Pacejka [21] où les forces latérales sont exprimées par :

$$F_{yi} = D_i \sin(C \tan^{-1}(B_i(1 - E)\alpha_i + E_i \tan^{-1}(B_i\alpha_i))) \quad (2.29)$$

Où :

- B_i : Raideur de dérive
- E_i : Facteur de courbure
- D_i : Facteur de pic
- C_i : Facteur de forme

$i = \{f, r\}$ désigne la roue avant f et la roue arrière r .

Cette formulation permet de calculer les forces latérales, longitudinales et le couple d'auto-alignement et identifie les paramètres qui correspondent aux caractéristiques physiques du couple pneumatique-chaussée.

Le modèle bicyclette non linéaire est décrit sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{\beta} = \frac{1}{mv_x} (F_{yr} + F_{yf}) - \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} = \frac{1}{I_z} (l_f F_{yf} - l_r F_{yr}) \end{cases} \quad (2.30)$$

Avec positionnement sur la voie

Nous avons vus dans la section précédente le modèle linéaire avec son positionnement sur la voie. Il en sera de même pour le modèle non linéaire de telle sorte qu'on associe au modèle non linéaire précédent les équations différentielles de l'écart latéral et de l'angle

de cap.

$$\begin{cases} \dot{\beta} = \frac{1}{mv_x}(F_{yf} + F_{yr}) - \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} = \frac{1}{I_z}(l_f F_{yf} - l_r F_{yr}) \\ \dot{Y}_L = v_x(\beta + \psi_L) + l_s(\dot{\psi} - v_x \rho) \\ \dot{\psi}_L = \dot{\psi} - v_x \rho \end{cases} \quad (2.31)$$

2.5 Positionnement du problème

Dans ce chapitre, nous avons établi un modèle bicyclette linéaire du véhicule. Ce modèle est utilisé pour des fins de détection de situations critiques et de contrôle latéral. La stratégie de détection est basée sur les efforts de contact latéraux qui évoluent dans la zone de pseudo glissement linéaire. Le principe est de générer des résidus qui sont obtenues par l'estimation des paramètres du modèle linéaire du véhicule par des observateurs *PMI* (*PMI* : Proportionnel Multi Intégrals). Ces résidus sont le résultats de la différence entre les forces de Pacejka et les forces linéaires. Un seuil est fixé selon une dynamique limite. Cette combinaison reflète le comportement réaliste du véhicule : si un dépassement de ces résidus est enregistré au niveau du seuil, alors les forces de contacts sont saturées d'où une détection d'une situation critique. L'intervention d'un contrôleur est une dernière étape pour remettre le véhicule en état de conduite normale.

2.6 Résultats de simulation

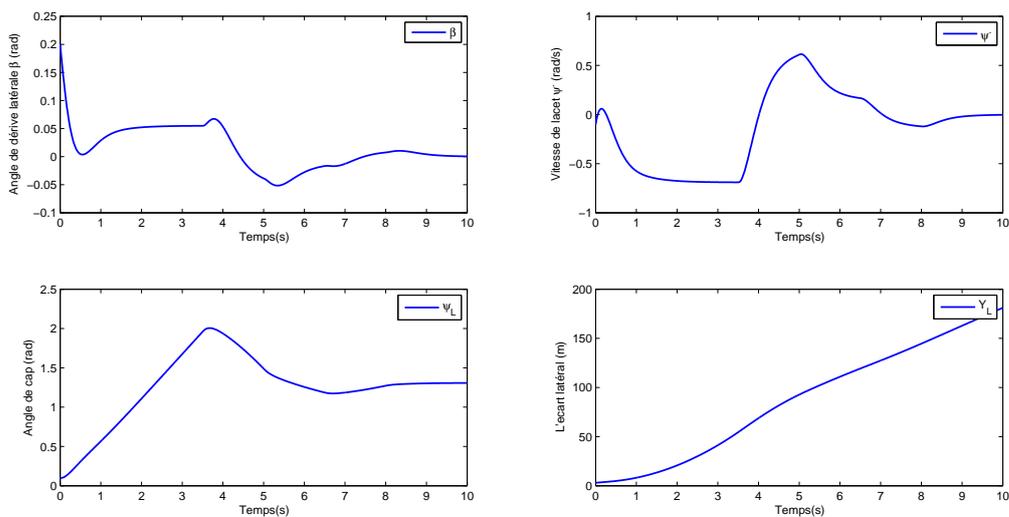


FIGURE 2.10 – Résultats de simulation du système linéaire

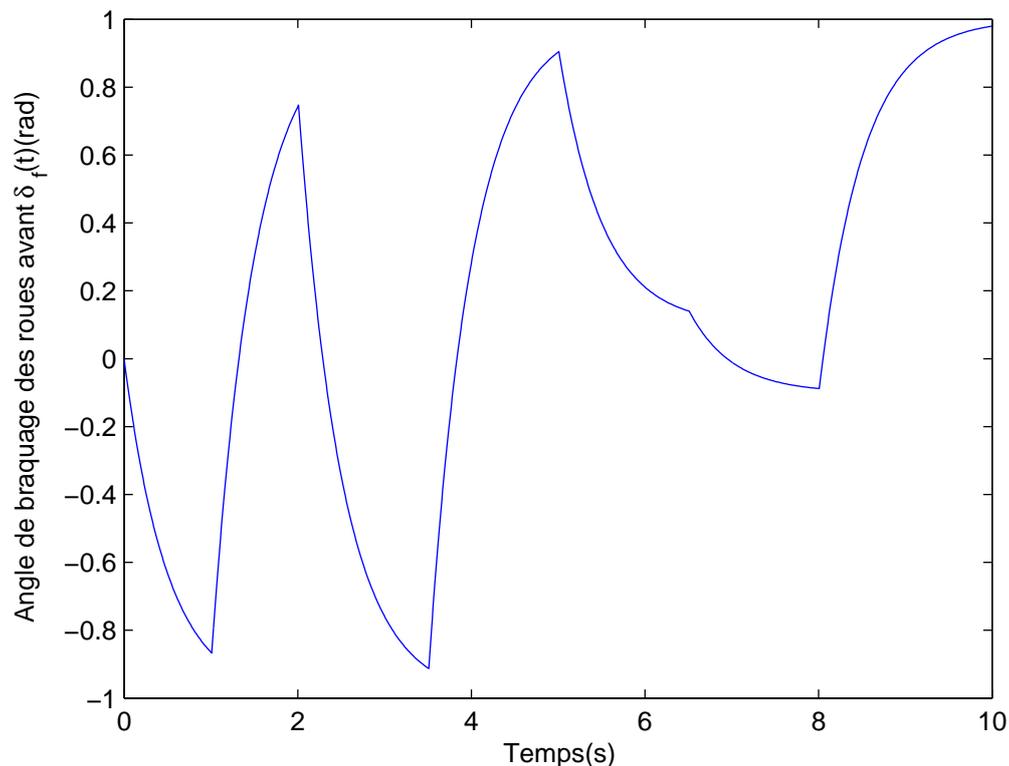


FIGURE 2.11 – Angle de braquage

La simulation du modèle bicyclette nous a donné les résultats de la figure (2.10), où nous avons considéré comme entrée l'angle de braquage dans la figure (2.11) $u(t) = \delta_f(t)$ avec la vitesse longitudinale v_x supposée constante, $v_x = 15m/s$.

Nous voyons bien que l'angle de braquage joue un rôle essentiel dans la dynamique du véhicule, tel qu'il influence tous les paramètres du système.

2.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé un modèle de véhicule qui représente relativement bien le comportement dynamique du véhicule. Nous avons exprimé dans un premier temps, les efforts et les moments qui agissent sur le véhicule. Dans un second temps, et en considérant quelques hypothèses simplificatrices, nous avons appliqué le principe fondamental de la dynamique pour donner les expressions finales du modèle du véhicule. Ce modèle peut être utilisé pour la reconstruction de la dynamique du véhicule ainsi que pour la détection de situations critiques et le contrôle latéral. Par la suite, des résultats de simulations du comportement du véhicule ont été présentés. Le troisième chapitre est

dédié au développement d'observateurs pour l'estimation des états dynamiques, les paramètres dynamiques ainsi que les attributs de la route (courbure de la route), considérés comme entrée inconnue.

Chapitre 3

Observateurs

3.1 Introduction

Un observateur est un moyen de mesure informatique, il permet de reconstruire tout les états d'un système, en disposant d'un minimum d'information. L'observateur nous permet aussi d'optimiser le nombre de capteur. Ce qui est un atout en pratique.

Un processus physique est souvent soumis à des perturbations qui ont pour origine des bruits dus à l'environnement, des incertitudes de mesure ou des défaillances de capteurs. Ces perturbations ont des effets néfastes sur le comportement du processus et leur estimation peut être utilisée pour concevoir une stratégie de commande permettant de réduire voire annuler leurs effets. Ces perturbations sont appelées entrées inconnues lorsqu'elles touchent l'entrée du processus et que leur présence peut rendre difficile l'estimation de l'état.

Avant d'entamer la procédure de conception d'un observateur pour un système dynamique, il est important et nécessaire de s'assurer que l'état peut être estimé à partir des informations sur l'entrée et la sortie. Cela revient à s'assurer que le système est observable. Pour ce là, plusieurs travaux ont été consacrés à la synthèse des observateurs en générale et à entrées inconnues en particulier.

De nombreux travaux ont été menés dans le cadre des systèmes linéaires temps invariant, pour l'estimation des entrées inconnues [10], [32], [12], [2] et [19]. Un observateur à entrées inconnues pour les systèmes non linéaires proposé par [13], un observateur d'ordre complet proposé par [16] et [5] sous contrainte de rang, des techniques de découplage ont été introduites dans [10], [32], [20] avec des contrainte LMI (linear matrix inequality). Une conception d'observateur PI (Proportionnel Integral) et PMI (Proportionnel Multi-Integral) avec des contraintes LMI dans [10], [32], [19] et sous contraintes de rang dans

[12]. Afin d'estimer les états et les entrées inconnues du système linéaire (2.27) simultanément sans masquer l'influence de l'entrée inconnue sur l'erreur d'estimation, on utilise les observateurs proportionnels multi-intégraux tels l'action intégrale améliore la précision de l'erreur d'estimation lorsque elle est affecté par l'entrée inconnue.

L'observateur *PI* est un observateur qui permet d'estimer les états par l'action proportionnelle est l'entrée inconnue par l'action intégrale simultanément. Pour établir les conditions de convergence du *PI*, l'hypothèse de l'entrée inconnue constante est nécessaire. En pratique, en s'affranchie de cette hypothèse on augmentant le gain proportionnel de l'observateur ou en considérant une entrée inconnue avec une dynamique lente. Cela, rend l'observateur insensible aux bruits de mesure d'où le manque de précision.

Pour palier aux imprécisions du *PI*, un autre type d'observateur est synthétisé en augmentant le nombre d'action intégrales. L'observateur *PMI* est une généralisation du *PI*. Cet observateur est dit observateur multi-intégrales (*PMI*) qui permet d'estimer les entrées inconnues sous formes polynomiales qui est une classe de signaux plus générale que ceux admis par l'observateur *PI*. Un *PMI* permet d'estimer les entrées inconnues ainsi que leurs q^{eme} dérivées successives dont la dernière peut être nulle ou bornée.

Dans ce travail, nous avons choisi l'observateur *PMI* pour l'estimation des états du véhicule non disponible à la mesure et l'entrée inconnue parcequ'il permet de tenir en compte d'une entrée inconnue variable (la dynamique de l'entrée inconnue n'est pas constante).

3.2 Observabilité des systèmes linéaires

Soit un système linéaire continue décrit par la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (3.1)$$

Où les vecteurs $x(t) \in \mathfrak{R}^n$, $u(t) \in \mathfrak{R}^m$ et $y(t) \in \mathfrak{R}^p$ sont respectivement l'état, l'entrée et la sortie du système. Les matrices A,B et C sont respectivement la matrice d'état, la matrice de commande et la matrice d'observation. Le système linéaire (3.1) est observable si et seulement si :

$$\text{rang}(O) = \text{rang} \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} = n \quad (3.2)$$

Le système (3.1) est observable si le rang de la matrice d'observabilité O est égal à la dimension n de ce système. On parlera d'observabilité partielle si $\text{rang}(O) < n$.

3.3 Stabilité

La notion de stabilité est très importante lors de la construction des lois de commande ou d'observation. En général, elle représente le coeur de l'automatique. L'absence de cette propriété rend le système inutilisable en pratique.

L'analyse de la stabilité a fait l'objet de plusieurs travaux de recherches, dans le cas des systèmes linéaires décrits par des équations différentielles où plusieurs outils d'analyse sont disponibles.

Selon les signaux d'entrées et de sorties d'un système (problème de stabilité interne ou externe), les outils de stabilité diffèrent (stabilité asymptotique, exponentielle, stabilité Entrée-État...).

3.3.1 La stabilité interne

La stabilité interne consiste à analyser les solutions de l'équation d'état dues aux conditions initiales. Elle tient compte de tous les modes internes du système. L'élaboration des propriétés de la stabilité interne se fait par plusieurs théories où la théorie de Lyapunov est l'un des piliers de la stabilité en automatique. Elle est utilisée pour différentes classes de système y compris les systèmes linéaires. La classe des systèmes considérées est mise sous la forme :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), t) \quad (3.3)$$

$x(t) \in \mathfrak{R}^n$ est l'état du système et f est une fonction non linéaire. L'origine est un point d'équilibre si il satisfait l'équation suivante :

$$f(0, t) = 0, \quad \forall t > 0 \quad (3.4)$$

On désigne la condition initiale $x(t_0)$ par x_0 .

3.3.2 Notions fondamentales de la stabilité

Définition 3.1 (Stabilité au sens de Lyapunov) : On dit que $x_e = 0$ est un point d'équilibre stable si pour :

$$\forall \varepsilon > 0, \forall t \geq 0, \exists \delta = \delta(t_0, \varepsilon) \geq 0 \quad (3.5)$$

Alors

$$\|x_0 - x_e\| < \delta(t_0, \varepsilon) \Rightarrow \|x(t, t_0, x_0) - x_e\| < \varepsilon \quad (3.6)$$

Autrement dit, la stabilité au sens de Lyapunov de l'origine du système veut dire que pour tout $t \geq t_0$, la solution de condition initiale (t_0, x_0) reste au voisinage de l'origine si x_0 est au voisinage de l'origine. En d'autres termes, pour tout $t \geq t_0$, une petite perturbation de la condition initiale x_0 autour de l'origine donne naissance à une solution $x(t)$ qui reste proche de l'origine. Notons bien que la stabilité du système n'implique pas la convergence des solutions vers l'origine, c'est pourquoi la notion de stabilité toute seule est insuffisante pour l'étude du comportement des solutions. On définit alors la notion d'attractivité.

Définition 3.2 (Attractivité) On dit que l'origine $x_e = 0$ est

— un point d'équilibre attractif, s'il existe un voisinage de l'origine $U(0)$ tel que

$$\forall x_0 \in U(0), \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = 0 \quad (3.7)$$

— un point d'équilibre globalement attractif si :

$$\forall x_0 \in \mathfrak{R}^n, \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = 0 \quad (3.8)$$

Définition 3.3 (Stabilité asymptotique) On dit que l'origine $x_e = 0$ est :

- un point d'équilibre asymptotiquement stable (ou AS), s'il est stable et attractif.
- un point d'équilibre globalement asymptotiquement stable, s'il est stable et globalement attractif, i.e :

$$si \forall t_0 \geq 0, \exists \delta = \delta(t_0, \varepsilon) \geq 0 \text{ tel que } \|x_0 - x_e\| < \delta(t_0, \varepsilon) \Rightarrow \lim_{t \rightarrow +\infty} \|x(t, t_0, x_0) - x_e\| = 0 \quad (3.9)$$

3.3.3 Stabilité Entrée-Etat (ISS : Input to State Stability)

La stabilité entrée-état est une forme de stabilité interne qui étudie la relation entre l'entrée du système et son état. Elle impose une contrainte plus forte que la stabilité asymptotique, puisque à une entrée bornée doit correspondre un état borné [25] [26].

La stabilité au sens de Lyapunov ou asymptotique n'en dit pas plus sur les systèmes non autonomes ; soumis à une entrée ou une perturbation. Dans ce cas il faut connaître l'effet de la perturbation sur l'évolution du système.

En pratique, un système dynamique est souvent soumis à des perturbations, ce qui ne peut être étudié d'un point de vue asymptotique, car un système asymptotiquement stable n'implique pas la convergence des trajectoires des solutions du même système forcé. Autrement dit, l'état ne convergera plus vers l'origine mais vers un volume dit ensemble invariant. Cela est formalisé à l'aide de fonctions de classe K, K_L, K_∞ [27], voir annexe.

Considérons le système suivant :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \quad (3.10)$$

Définition 3.4 Le système (3.10) est localement stable au sens entrée état s'il existe une fonction ϕ de classe K_L , une fonction de classe K ainsi que deux constantes $k_1, k_2 \in \mathfrak{R}$ tel que :

$$\|x(t)\| \leq \phi(\|x_0\|, t) + \gamma(\|u_T(\cdot)\|) \quad \forall t \geq 0, 0 \leq T \leq t \quad (3.11)$$

$$\forall x_0 \in D \text{ et } u \in D_u \text{ satisfait } \|x_0\| < k_1 \text{ et } \sup_{t>0} \|u_T(t)\| = \|u_T\|_{L^\infty} < k_2.$$

Le système est dit ISS ou globalement ISS si $D = \mathfrak{R}^n$ et $D_u = \mathfrak{R}^n$ et (3.11) est satisfaite $\forall x_0$ et $\forall u$.

3.4 Synthèse d'observateurs

Dans le but de concevoir un observateur pour le système (3.1), nous allons définir dans un premier temps un observateur de Luenberger pour les systèmes linéaires afin d'estimer les états du système, puis nous allons voir un autre type d'observateur qui est l'observateur à entrées inconnues proportionnel intégral pour l'estimation des entrées inconnues. Nous allons voir que l'observateur PI est une généralisation de l'observateur de Luenberger. Suite aux imprécisions du PI , un développement de ce dernier est présenté ; qui est l'observateur proportionnel multi-intégrals sur qui nous allons focaliser l'étude de ce système.

3.4.1 L'observateur de Luenberger

La théorie de l'observation de Luenberger repose sur des techniques de placement de pôles. L'observateur proposé par Luenberger [15] pour un système linéaire temps invariant (3.1) en absence des perturbations est comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y - \hat{y}) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (3.12)$$

L'expression de la dynamique de l'erreur d'estimation $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ est :

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) \quad (3.13)$$

Cette technique de placement de pôles permet de choisir le gain L de l'observateur de telle sorte que les valeurs propres de la matrice $(A - LC)$ soit dans le demi plan à gauche du plan complexe. La présence d'une perturbation dans le système influence sur l'erreur d'estimation et le choix des valeurs propres, cependant il faut prendre des gains réalisables.

Pour un système linéaire temps invariant (3.1), l'origine est le seul point d'équilibre. La stabilité de ce système est étudiée d'une manière asymptotique, surtout dans les cas des systèmes autonomes où on peut aussi l'étudier d'une manière exponentielle. Le système (3.1) est dit asymptotiquement stable si l'erreur d'estimation (3.13) converge asymptotiquement vers zéro pour $t \rightarrow \infty$.

Pour que les perturbations n'altèrent pas la dynamique de l'erreur, elles sont introduites dans le système comme entrées inconnues à estimer par un autre type d'observateur qui est l'observateur à entrées inconnues.

3.4.2 Observateurs proportionnel intégral PI

Dans cette section, nous donnons un aperçu sur la conception d'observateur PI , [10], pour un système linéaire présenté comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ed(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (3.14)$$

Où $d(t)$ est l'entrée inconnue. On utilise le PI pour estimer les états et les entrées inconnues constantes ou à dynamiques lentes. De manière générale, l'observateur PI est utilisé par exemple pour l'estimation des défauts ayant un spectre en basses fréquences..

On construit un observateur PI pour le modèle (3.14) sous les conditions suivantes :

Hypothèses 3.1 :

- $\dot{d}(t) = 0$
- L'état du système est borné.
- L'entrée $u(t)$ est bornée.
- La paire (A, C) est observable.

La première hypothèse est classiquement utilisée pour la démonstration théorique de la convergence de l'observateur PI , bien qu'en pratique, on constatera qu'on peut s'en affranchir en augmentant le gain proportionnel de l'observateur afin d'élargir sa bande

passante permettant ainsi la prise en compte des dynamiques négligées. Cela provoque cependant une augmentation de la sensibilité aux bruits. Le choix du gain de l'observateur est alors déterminé par la satisfaction d'un compromis entre la robustesse et les performances de l'observateur. L'observateur PI ainsi proposé est comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + E\dot{\hat{d}}(t) + L_p(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \dot{\hat{d}}(t) = L_I(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (3.15)$$

Avec L_p et L_I sont respectivement le gain proportionnel et le gain intégral de l'observateur. $\hat{x}(t)$ et $\hat{d}(t)$ sont respectivement les estimées de $x(t)$ et de $d(t)$.

Dans le but d'estimer l'état et l'entrée inconnue, nous considérons l'état augmenté suivant : $\bar{x}(t) = \begin{pmatrix} x^T(t) & d(t) \end{pmatrix}^T$. Le système (3.14) devient :

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}\bar{x}(t) + \bar{B}u(t) \\ \bar{y}(t) = \bar{C}\bar{x}(t) \end{cases} \quad (3.16)$$

Cette augmentation est faite pour la preuve de convergence avec :

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} A & E \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \bar{B} = \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix}, \bar{C} = \begin{pmatrix} C & 0 \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

L'observateur *PI* pour le système augmenté (3.28) est :

$$\begin{cases} \dot{\hat{\bar{x}}}(t) = \bar{A}\hat{\bar{x}}(t) + \bar{B}u(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = \bar{C}\hat{\bar{x}}(t) \end{cases} \quad (3.18)$$

Où :

$$L = \begin{pmatrix} L_P \\ L_I \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

Delà nous remarquons que la forme augmentée de l'observateur *PI* a la même structure que celle de l'observateur de Luenberger, avec un gain L composé à la fois du gain proportionnel L_P et du gain intégral L_I , ils sont différents par le retour intégral qui permet la reconstruction de l'entrée inconnue.

La dynamique de l'erreur d'estimation $\bar{e}(t) = \bar{x}(t) - \hat{\bar{x}}(t)$ est régie par l'équation différentielle suivante :

$$\dot{\bar{e}}(t) = (\bar{A} - L\bar{C})\bar{e}(t) \quad (3.20)$$

La convergence de cet observateur est analysée au moyen de la stabilité asymptotique, puisque l'observateur *PI* est une généralisation de l'observateur de Luenberger. Le but est

de trouver le gain L de manière à ce que l'erreur d'estimation $e(t)$ soit asymptotiquement stable :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0 \quad (3.21)$$

C'est à dire que l'erreur d'estimation converge asymptotiquement vers zéro quand le temps tends vers l'infini. Les conditions de convergence de l'erreur d'estimation de l'état et d'EI (Entrée Inconnue) sont données sous forme LMI. On utilise une fonction de Lyapunov quadratique $V(e(t)) = e^T(t)Pe(t)$. La stabilité asymptotique est assurée si $\dot{V}(e(t)) \prec 0$.

$$\dot{V}(e(t)) = e^T(t) \left(\bar{A}^T P + P \bar{A} - \bar{C}^T L^T P - PL \bar{C} \right) e(t) \quad (3.22)$$

$\dot{V}(e(t)) \prec 0 \Rightarrow \bar{A}^T P + P \bar{A} - \bar{C}^T L^T P - PL \bar{C} \prec 0$. Pour obtenir une LMI à résoudre avec les outils dédiés, on pose $M = PL$. On aboutit à :

$$\bar{A}^T P + P \bar{A} - \bar{C}^T M^T - M \bar{C} \prec 0 \quad (3.23)$$

Après résolution de la LMI (3.23), on obtient P et M . Le gain de l'observateur est alors donné par :

$$L = P^{-1}M \quad (3.24)$$

Conclusion sur le PI

Dans le cas des entrées inconnues constantes ou à dynamiques très lentes, l'observateur PI à une seule action intégrale permet de les estimer simultanément avec les états du système. En se basant sur cette hypothèse, une démonstration théorique est possible afin de prouver la convergence des erreurs d'estimation d'état et des entrées inconnues vers zéros. L'étude de la stabilité permet d'établir des conditions LMIs permettant la synthèse de l'observateur. Cependant, en pratique, les entrées inconnues (perturbations, incertitude de modélisation...) qui affectent le système ne sont pas constantes. Une généralisation de cet observateur PI aux entrées inconnues de forme polynomiale est proposée dans la section suivante par l'ajout de q actions intégrales où q correspond au degré des polynômes modélisant ces signaux. Le principe de cet observateur est basé sur l'estimation simultanée des $q - 1$ dérivées de l'entrée inconnue.

3.4.3 L'observateur Proportionnel Multi-Integral *PMI*

Dans cette sous section nous allons voir comment estimer des entrées inconnues variables (contrairement à un *PI*). L'avantage avec le *PMI* est que l'entrée inconnue peut être considérée variable et prend en considération une classe de signaux sous forme polynomiale [10], [19]. Le *PMI* permet au moyen des multiples actions intégrales de reconstituer l'entrée inconnue. L'objectif est d'estimer l'état, l'entrée inconnue et ses dérivées successives, où l'entrée inconnue $d(t)$ est considérée sous forme polynomiale :

$$d(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_q t^q + \theta(q+1) \quad (3.25)$$

Où a_i sont des vecteurs constants inconnus et $\theta(q+1)$ est le terme contenant le restant des termes d'ordre élevé du développement de $d(t)$. Deux cas peuvent être considérés concernant le terme $\theta(k+1)$. Le premier cas suppose que la dernière dérivée est nulle est le deuxième considère qu'elle est non nulle mais bornée ($\|\theta(q+1)\| < \varepsilon$, ε étant un scalaire positif).

Quelques exemples pour montrer l'intérêt du premier cas (i.e $\theta(q+1) = 0$), sont présentés dans [10].

D'une manière générale, $d_1(t), d_2(t), \dots, d_q(t)$ représentent les dérivées successives de $d(t)$.

— **Premier cas** : Nous considérons la dernière dérivée nulle $d^{q+1}(t) = 0$

Nous considérons l'observateur *PMI* pour le système (3.14) sous les hypothèses suivantes : **Hypothèses 3.2**

- L'état $x(t)$ est borné
- Les entrées de commande $u(t)$ et inconnue $d(t)$ sont borné
- $d^{q+1}(t) = 0$
- La paire (A, C) est observable

L'obsevateur est comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + E\hat{d}(t) + L_p(y - \hat{y}) \\ \dot{\hat{d}}_1(t) = L_1(y - \hat{y}) + \hat{d}_2(t) \\ \quad \quad \quad \vdots \\ \dot{\hat{d}}_q(t) = L_q(y - \hat{y}) \\ \hat{y}(t) = \bar{C}\hat{x}(t) \end{cases} \quad (3.26)$$

Définition 3.5 : On définit le degré de l'observateur *PMI* par le nombre d'actions intégrales nécessaires à l'estimation des q premières dérivées de $d(t)$.

En utilisant le vecteur d'état augmenté suivant :

$$\bar{x}(t) = \begin{pmatrix} x(t) & d(t) & \dot{d}(t) & \dots & \dot{d}_q(t) \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

On peut mettre le système (3.14) sous la forme augmentée suivante :

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}\bar{x}(t) + \bar{B}u(t) \\ y(t) = \bar{C}\bar{x}(t) \end{cases} \quad (3.28)$$

Où

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} A & E & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & I & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & I \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}, \bar{B} = \begin{pmatrix} B \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \bar{C} = \begin{pmatrix} C & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

L'observateur *PMI* proposé est alors sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \bar{A}\hat{x}(t) + \bar{B}u(t) + L(\bar{y}(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = \bar{C}\hat{x}(t) \end{cases} \quad (3.30)$$

Où :

$$L = \begin{pmatrix} L_p \\ L_1 \\ \vdots \\ L_q \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

L'erreur d'estimation $e(t) = \bar{x}(t) - \hat{x}(t)$ est régie par l'équation différentielle suivante :

$$\dot{e}(t) = (\bar{A} - L\bar{C})e(t) \quad (3.32)$$

La structure de cet observateur est la même que celle de Luenberger. La convergence de cet observateur est analysée au moyen de la stabilité asymptotique. Le but est de trouver le gain L de manière à ce que l'erreur d'estimation $e(t)$ soit asymptotiquement stable.

— **Deuxième cas** : Nous considérons la dernière dérivée non nulle $d^{q+1}(t) \neq 0$

Maintenant nous allons construire l'observateur *PMI* pour le système (3.14) sous les hypothèses suivantes :

Hypothèse 3.3 :

- L'état $x(t)$ est borné
- Les entrées de commande $u(t)$ et inconnue $d(t)$ sont bornées
- $d_{q+1}(t) \neq 0$
- La paire (A, C) est observable

Nous avons donc à réaliser le deuxième cas de l'observateur où la dernière dérivée est non nulle. Le système augmenté du système linéaire (3.14) est sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \bar{A}\bar{x}(t) + \bar{B}u(t) + \Gamma w(t) \\ \bar{y}(t) = \bar{C}\bar{x}(t) \end{cases} \quad (3.33)$$

Où :

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ I \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

$w(t)$ correspond au reste du développement de $d(t)$.

L'observateur PMI proposé pour ce système est sous la forme (3.30).

Telle que l'erreur d'estimation $e(t) = \bar{x}(t) - \hat{x}(t)$ est régie par l'équation différentielle suivante :

$$\dot{e}(t) = (\bar{A} - L\bar{C})e(t) + \Gamma w(t) \quad (3.35)$$

$w(t)$ est le terme contenant le reste des dérivées différentes de zéro.

A partir des hypothèses 3.3 Précédentes, les conditions de stabilité de (??) sont formulées pour estimer les états tout en minimisant l'effet de la pseudo-perturbation $w(t)$ sur l'erreur d'estimation.

La présence du terme $w(t)$ en sa qualité de perturbation, n'assure pas la convergence asymptotique de l'erreur d'estimation (3.35) vers zéro. En effet, dans la pratique, les systèmes dynamiques sont très souvent soumis à des perturbations bornées. Dès lors qu'on parle de perturbation, on ne considère plus la stabilité d'un point de vue asymptotique, car l'état ne convergera plus vers zéro, mais vers un ensemble invariant. Plus cet ensemble est petit, plus l'effet de la perturbation est faible sur le système.

L'objectif de cet observateur est de minimiser l'effet de la perturbation sur l'erreur d'estimation en minimisant le rapport du transfert entre l'erreur d'estimation $e(t)$ et le perturbation $w(t)$. Ce transfert peut être interprété comme le taux d'atténuation $\bar{\gamma}$ défini comme étant le pire taux du transfert du maximum de l'erreur d'estimation au pique de la perturbation bornée.

Cette notion de stabilité *ISS* utilisée pour cet observateur s'appuie sur les mêmes techniques utilisées pour les observateurs à atténuations de perturbations L_2 .

L'avantage d'utiliser un *PMI* avec la dernière dérivée non nulle de l'entrée inconnue est la précision des estimations qu'ils promet avec une stabilité *ISS*. Même en présence de $w(t)$, la convergence des estimations n'est pas affecté, du fait que la perturbation est rejeté vers un ensemble invariant et non vers zéro.

3.5 Application de l'observateur *PMI* au modèle bicyclette à entrées inconnues

Le véhicule est affecté par différentes entrées qui peuvent être des entrées de commande, des bruits de mesures dues aux capteurs, incertitudes de mesures,...

Le modèle bicyclette du système véhicule que nous avons établi dans le chapitre précédent possède une entrée inconnue qui est la courbure de la route. L'utilisation du *PMI* a pour but d'estimer les états et l'entrée inconnue (la courbure de la route), nombreuses recherches en utilisant ce type d'observateur entrent de le cadre des systèmes d'aide à la conduite notamment [11], [32] et [19].

Dans cette section, nous appliquons un *PMI* au système bicyclette afin d'estimer la courbure de la route $\rho(t)$ et de reconstruire les états du système. Cela permet de s'affranchir des incertitudes liées aux paramètres caractéristiques des roues et de la route (coefficient de frottement, raideur des pneus, . . .) et d'y rendre donc l'observateur insensible à ces derniers.

Analyse de l'observabilité

En considérant les trois mesures de $\dot{\psi}$, ψ_L et Y_L , il est tout à fait possible de recouvrir l'état non disponible à la mesure β et l'entrée inconnue ρ . Pour cela, reprenons le système (2.31). D'un point de vue algébrique, les estimations sont données par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \hat{\rho} = \frac{1}{v_x} (\dot{\psi} - \dot{\psi}_L) \\ \dot{\beta} = b_1 \left(\frac{-l_s}{v_x} \dot{\psi} + \frac{Y_L}{v_x} - l_s \hat{\rho} - \dot{\psi}_L \right) + b_2 \dot{\psi} + b_3 \delta_f \end{cases} \quad (3.36)$$

Avec :

$$\begin{aligned} b_1 &= - \left(\frac{2(C_{yr} + C_{yf})}{mv_x} \right) \\ b_2 &= \left(\frac{2(C_{yr}l_r - C_{yf}l_f)}{mv_x^2} - 1 \right) \\ b_3 &= \frac{2C_{yf}}{mv_x} \end{aligned} \quad (3.37)$$

Il est alors clair que l'entrée inconnue et l'état non disponibles à la mesure sont observables à partir des sorties mesurées, à condition que la vitesse longitudinale soit non nulle $v_x(t) \neq 0$.

3.5.1 Observateur $P2I$

On considère l'entrée inconnue $d(t)$ sous forme polynomiale. Le nombre d'actions intégrales nécessaires à l'estimation des q premières entrées inconnues est 2 qui est le degré de cette observateur ($q = 2$).

La réalisation d'un observateur $P2I$ pour le système véhicule présente deux cas à considérer :

— **Cas 1** : Dernière dérivée nulle $\ddot{d}(t) = 0$:

Nous considérons la dernière dérivées $d_{q+1}(t)$ nulle. Nous voyons bien qu'on augmentant le système (2.27) nous allons inclure l'entrée inconnue du système dans la matrice d'état \bar{A} . La forme augmentée est présentée comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}\bar{x}(t) + \bar{B}u(t) \\ \bar{y}(t) = \bar{C}\bar{x}(t) \end{cases} \quad (3.38)$$

Avec,

$$\bar{x}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ d_1(t) \\ d_2(t) \end{pmatrix} \quad (3.39)$$

Ce système est caractérisé par les matrices suivantes :

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} A & E & 0 \\ 0 & 0 & I_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \bar{B} = \begin{pmatrix} B \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.40)$$

$$\bar{C} = (C \ 0 \ 0), C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

L'observateur correspondant est sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + E\hat{d}(t) + L_p(y - \hat{y}) \\ \dot{\hat{d}}_1(t) = L_1(y - \hat{y}) + \hat{d}_2 \\ \dot{\hat{d}}_2(t) = L_2(y - \hat{y}) \end{cases} \quad (3.41)$$

La forme augmenté de l'observateur (3.57) est :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \bar{A}\hat{x}(t) + \bar{B}u(t) + L(\bar{y} - \hat{y}) \\ \hat{y}(t) = \bar{C}\hat{x}(t) \end{cases} \quad (3.42)$$

Avec,

$$L = \begin{pmatrix} L_P \\ L_1 \\ L_2 \end{pmatrix} \quad (3.43)$$

L'erreur d'estimation $e(t) = \bar{x}(t) - \hat{x}(t)$ est donnée par l'équation suivante :

$$\dot{e}(t) = (\bar{A} - L\bar{C}) e(t) \quad (3.44)$$

La convergence de cet observateur est analysée au moyen de la stabilité asymptotique. Le but est de trouver le gain L de manière à ce que l'erreur d'estimation $e(t)$ soit asymptotiquement stable :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0 \quad (3.45)$$

C'est à dire que l'erreur d'estimation converge asymptotiquement vers zéros quand le temps tend vers l'infini.

Pour démontrer cela, on utilise une fonction de Lyapunov quadratique $V(e(t)) = e^T(t)Pe(t)$. La stabilité asymptotique est assurée si $V(e(t)) \prec 0$.

$$\dot{V}(e(t)) = e^T(t) (\bar{A}^T P + P\bar{A} - \bar{C}^T L^T P - PL\bar{C}) e(t) \quad (3.46)$$

$\dot{V}(e(t)) \prec 0 \Rightarrow \bar{A}^T P + P\bar{A} - \bar{C}^T L^T P - PL\bar{C} \prec 0$. Pour obtenir une LMI à résoudre avec les outils dédiés, on pose $M = PL$. On aboutit à :

$$\bar{A}^T P + P\bar{A} - \bar{C}^T M^T - M\bar{C} \prec 0 \quad (3.47)$$

Après résolution de la LMI (3.47), on obtient P et M . Le gain de l'observateur est alors donné par :

$$L = P^{-1}M \quad (3.48)$$

Après simulation on a les résultats en figures (3.1) et (3.2) et les gains

3.5. Application de l'observateur PMI au modèle bicyclette à entrées inconnues

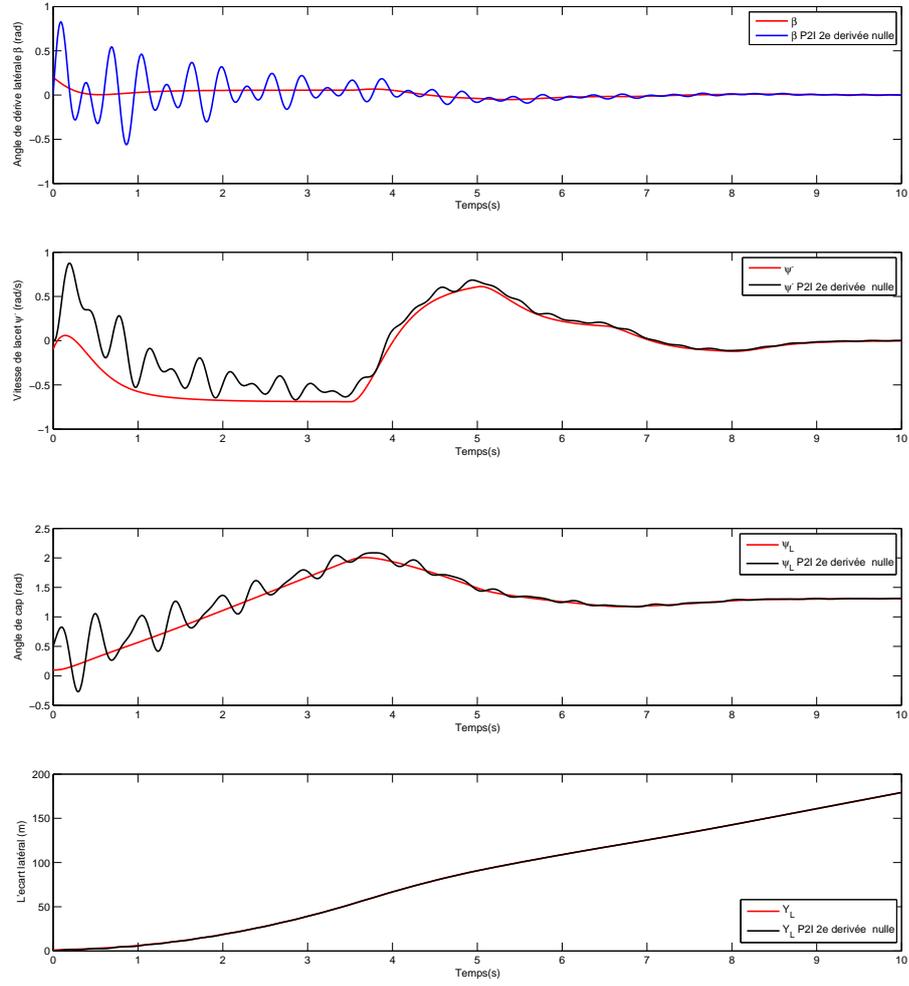


FIGURE 3.1 – Estimation des états avec un P2I : $d^{q+1} = 0$

$$L_p = \begin{pmatrix} 10.7948 & -0.0176 & 15.2686 \\ -4.9649 & -0.0549 & -1.7261 \\ 1.5329 & 1.0755 & 0.6053 \\ -1.2222 & 14.5951 & -1.4543 \end{pmatrix}$$

$$L_{1=} (-0.0279 \quad -14.2360 \quad -7.1415)$$

$$L_{2=} (-0.0807 \quad -4.7627 \quad -2.4561)$$

— **Cas 2** : Dernière dérivée non nulle $\ddot{d}(t) \neq 0$

Nous considérons la dernière dérivées $\ddot{d}(t)$ non nulle.

Le système augmenté est sous la forme suivante :

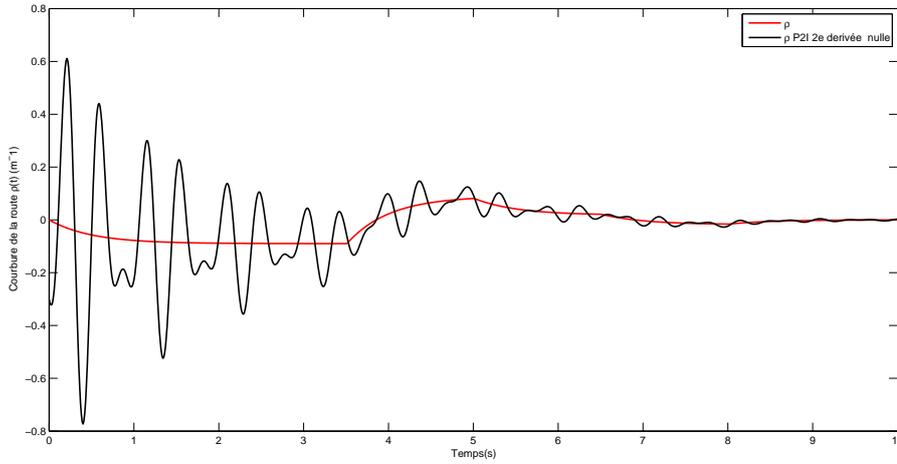


FIGURE 3.2 – Estimation de l'entrée inconnue avec un P2I : $d^{q+1} = 0$

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}\bar{x}(t) + \bar{B}u(t) + \Gamma w(t) \\ \bar{y}(t) = \bar{C}\bar{x}(t) \end{cases} \quad (3.49)$$

$w(t)$ est la pseudo-perturbation due à la dernière dérivée non nulle de l'entrée inconnue. Telle que :

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ I_2 \end{pmatrix} \quad (3.50)$$

L'observateur obtenu sous la forme augmentée est comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \bar{A}\hat{x}(t) + \bar{B}u(t) + L(\bar{y} - \hat{y}) \\ \hat{y}(t) = \bar{C}\hat{x}(t) \end{cases} \quad (3.51)$$

L'erreur d'estimation donnée par $e(t) = \bar{x}(t) - \hat{x}(t)$ est donnée par l'équation différentielle suivante :

$$\dot{e}(t) = (\bar{A} - L\bar{C})e(t) + \Gamma w(t) \quad (3.52)$$

L'objectif est maintenant de déterminer la matrice de gain L tel que le système (3.52) soit stable tout en minimisant l'effet de la perturbation $w(t)$, qui est le terme des dérivées d'ordre le plus élevé de l'entrée inconnue. Cela, revient à minimiser le transfert entre la perturbation et les estimés.

Théorème 3.1 : La stabilité du système (3.52) est assurée et le gain L_2 du transfert entre la perturbation $w(t)$ et l'erreur d'estimation est minimisé s'il existe une matrice symétrique positive définie P , une matrice gain L ainsi que des scalaires positifs γ , α et c solutions du problème d'optimisation suivant :

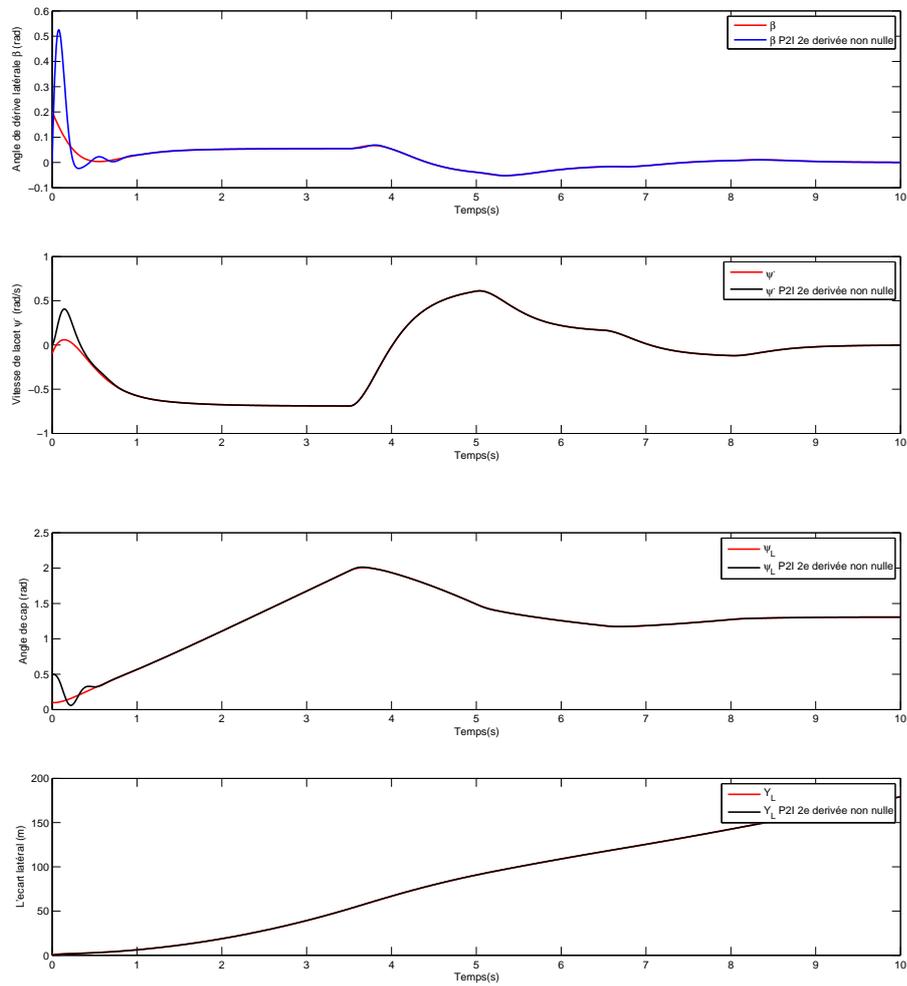


FIGURE 3.3 – Estimation des états avec un $P2I$: $d^{q+1} \neq 0$

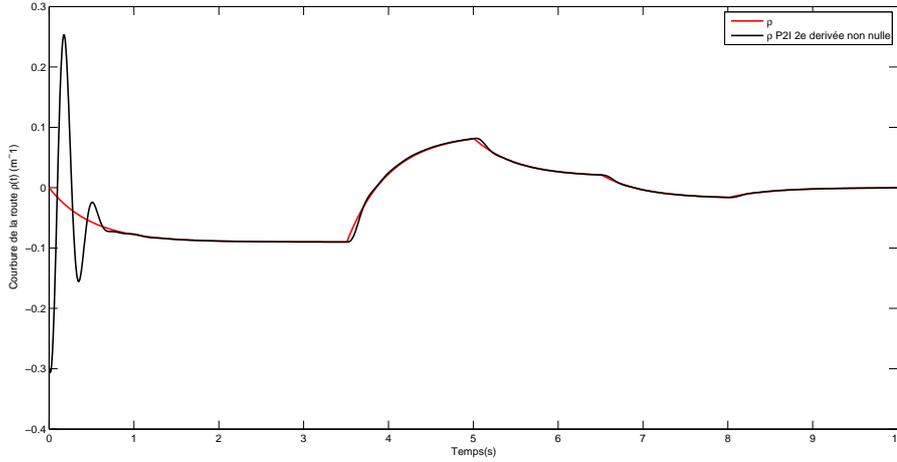


FIGURE 3.4 – Estimation de l'entrée inconnue avec un $P2I : d^{q+1} \neq 0$

$$\min_{P, L, \gamma, \alpha, c} \gamma$$

$$\begin{pmatrix} \bar{A}^T P + P \bar{A} - M \bar{C} - \bar{C}^T M^T + \alpha P & P \\ P & -cI \end{pmatrix} \prec 0 \quad (3.53)$$

$$c - \alpha\gamma \leq 0$$

$$P \geq I$$

L'erreur d'estimation est alors ISS par rapport à $w(t)$. De cette manière elle satisfait l'inégalité suivante :

$$\|e(t)\| \leq \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}} \left(e^{\frac{\alpha}{2}t} \|e(0)\| + \gamma \|w(t)\|_{\infty} \right) \quad (3.54)$$

Et :

$$L = P^{-1}M \quad (3.55)$$

Après simulation, on a les résultats en figures (3.4) et (3.4) , les gains et le taux d'atténuation de transfert de $w(t)$ vers $e(t)$

$$L_p = \begin{pmatrix} 10.1263 & 0.1684 & 14.5252 \\ 3.0779 & -0.7878 & 0.8491 \\ -1.0122 & 16.5891 & 2.3262 \\ 1.0591 & 18.5709 & 8.7124 \end{pmatrix}$$

$$L_{1=} (1.5458 - 30.3697 - 12.8593)$$

$$L_{2=} (2.0866 - 147.0219 - 69.2878)$$

$$\gamma = 0.3855$$

Discussion des résultats de simulation

L'utilisation d'un $P2I$ pour reconstruire les variables non disponibles à la mesure ainsi que l'entrée inconnue par les multiples actions intégrales est basée sur deux techniques.

- La première se base sur la reconstruction de ces variables et l'estimation de l'entrée inconnue (la courbure de la route) en considérant la dernière dérivée de l'observateur $P2I$ nulle. Ce qui nous donne les caractéristiques représentées en figures (3.1) et (3.2), qui sont caractérisées par des oscillations. La convergence de ces dernières est assurée mais dans un temps assez important.
- Dans la deuxième, on considère la dernière dérivée non nulle. Les caractéristiques des variables reconstruites sont représentées en figures (3.4) et (3.4). Ces caractéristiques convergent rapidement vers l'état désirée et sans oscillations, du fait que la convergence de cet observateur est assurée par une stabilité ISS qui atténue l'effet de la perturbation sur l'erreur d'estimation.

On voit bien qu'une convergence rapide et flexible est assurée par le $P2I$ avec la dernière dérivée non nulle. Le rejet de la perturbation est assuré par la stabilité ISS .

3.5.2 Observateur P3I

On considère l'entrée inconnue $d(t)$ sous la forme polynomiale où le nombre d'actions intégrales à l'estimation des q premières entrées inconnues est 3 qui est le degré de cette observateur ($q = 3$).

Maintenant nous entamons la réalisation d'un observateur $P3I$ pour le système véhicule. Nous avons deux cas à considérer, comme précédemment.

- **Cas 1** : 3^e dérivée nulle

Nous considérons la dernière dérivée $d^3(t)$ nulle. En augmentant le système (3.14), on auras un modèle sous la forme (3.28) avec :

$$\bar{x}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ d_1(t) \\ d_2(t) \\ d_3(t) \end{pmatrix} \quad (3.56)$$

L'application d'un observateur $P3I$ sous les hypothèses (3.2) nous donne l'observateur suivant :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + E\hat{d}(t) + L_p(y - \hat{y}) \\ \dot{\hat{d}}_1(t) = L_1(y - \hat{y}) + \hat{d}_2 \\ \dot{\hat{d}}_2(t) = L_2(y - \hat{y}) + \hat{d}_3 \\ \dot{\hat{d}}_3(t) = L_3(y - \hat{y}) \end{cases} \quad (3.57)$$

Les résultats de simulation obtenus sont portés en figures (3.5), (3.6) et (3.7)

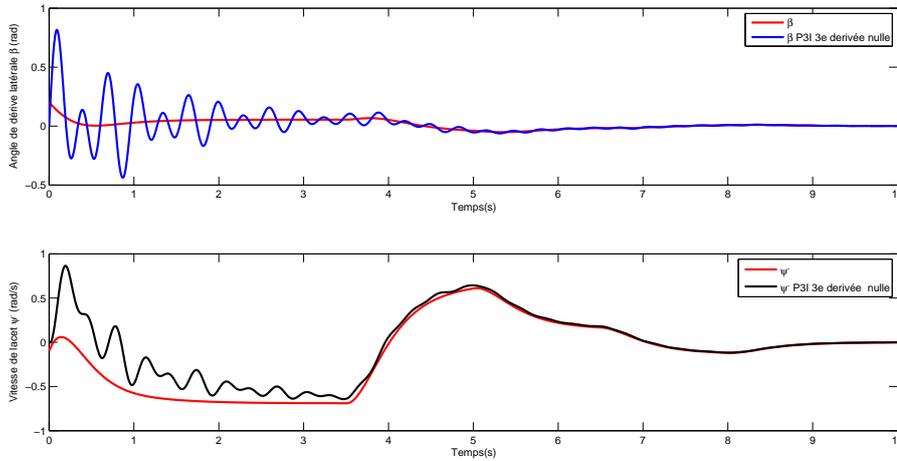


FIGURE 3.5 – Estimation des états avec un $P3I$ avec $d^{q+1} = 0$

L'observateur du système augmenté est :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \bar{A}\hat{x}(t) + \bar{B}u(t) + L(\bar{y} - \hat{\bar{y}}) \\ \hat{\bar{y}}(t) = \bar{C}\hat{x}(t) \end{cases} \quad (3.58)$$

L'erreur d'estimation $e(t) = \bar{x}(t) - \hat{\bar{x}}(t)$ est donnée par l'équation suivante :

$$\dot{e}(t) = (\bar{A} - L\bar{C})e(t) \quad (3.59)$$

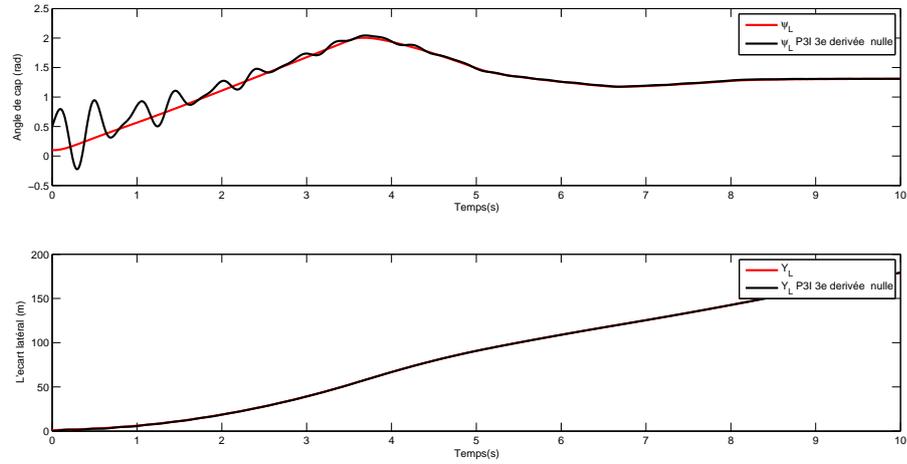


FIGURE 3.6 – Estimation des états avec un $P3I$ avec $d^{q+1} = 0$

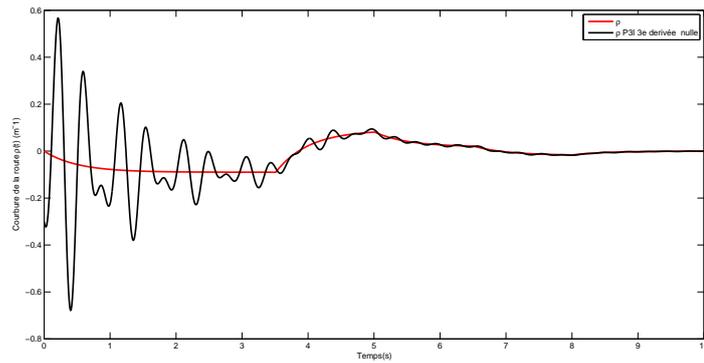


FIGURE 3.7 – Estimation de l'entrée inconnue avec un $P3I$ avec $d^{q+1} = 0$

Avec,

$$L = \begin{pmatrix} L_P \\ L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{pmatrix} \quad (3.60)$$

La convergence de cet observateur est assurée en utilisant la même méthode que celle utilisée pour le $P2I$ avec $d_{q+1} = 0$

Après simulation on a les résultat en figures (3.5), (3.6) et (3.7) et les gains obtenus :

$$L_p = \begin{pmatrix} 10.6599 & 0.1312 & 15.1814 \\ -4.7956 & -0.1444 & -1.6951 \\ 1.3736 & 2.0837 & 0.7801 \\ -1.1869 & 15.0075 & -1.1677 \end{pmatrix}$$

$$L_{1=} (-0.0490 - 14.0907 - 7.0709)$$

$$L_{2=} (-0.1728 - 9.4223 - 4.8463)$$

$$L_{2=} (-0.0684 - 6.8451 - 3.4860)$$

— **Cas 2** : $d^3(t) \neq 0$

Nous considérons la dernière dérivée $d^3(t)$ non nulle. On obtient une forme augmentée sous forme (3.49).

L'erreur d'estimation donnée par $e(t) = \bar{x}(t) - \hat{x}(t)$ est donnée par l'équation différentielle suivante :

$$\dot{e}(t) = (\bar{A} - L\bar{C}) e(t) + \Gamma w(t) \quad (3.61)$$

Avec,

$$L = \begin{pmatrix} L_p \\ L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{pmatrix} \quad (3.62)$$

La convergence de cet observateur est assurée avec une stabilité *ISS* comme vue avec le *P2I* avec la dernière dérivée non nulle.

Après simulation on a les résultat en figure (3.9) et (3.8) , les gains obtenus et le taux d'atténuation de transfert de $w(t)$ vers $e(t)$:

3.5. Application de l'observateur PMI au modèle bicyclette à entrées inconnues

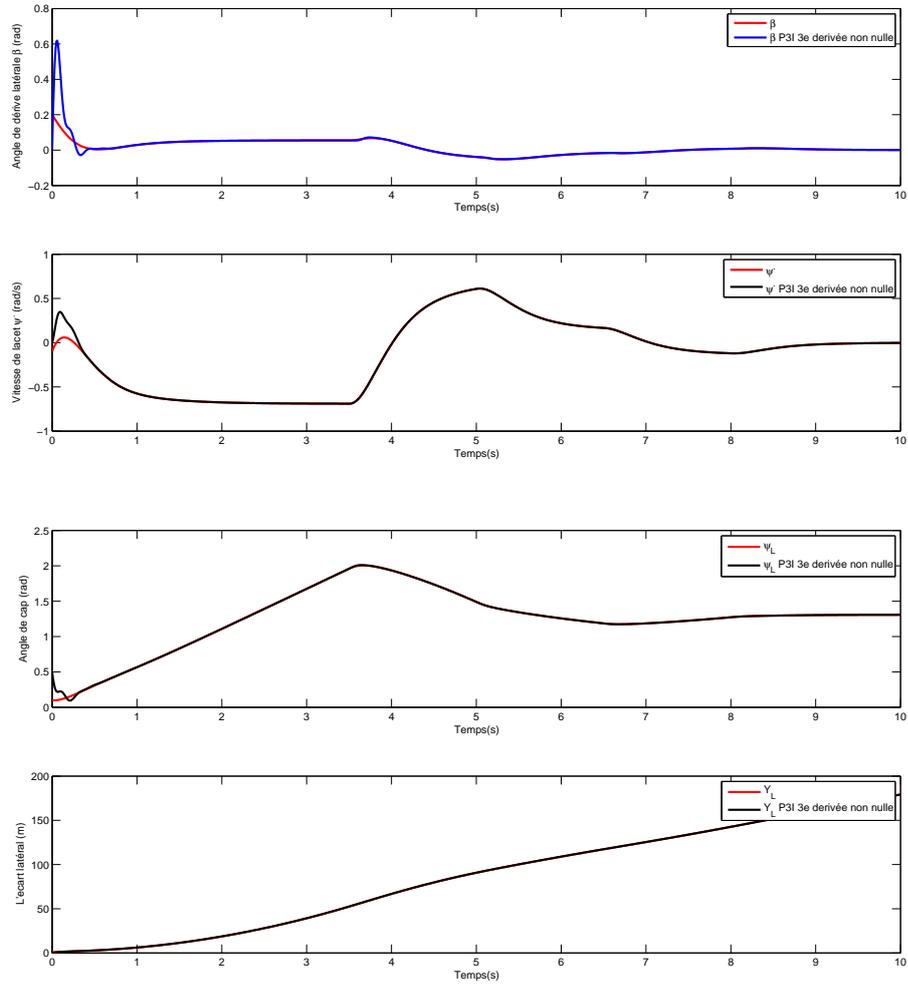


FIGURE 3.8 – Estimation des états avec un $P3I$ avec $d^{q+1} \neq 0$

$$L_p = \begin{pmatrix} 12.7701 & 26.0017 & 32.1543 \\ 7.7901 & 9.9247 & 7.2875 \\ -4.8743 & 13.8359 & -8.6389 \\ 3.2041 & 44.2393 & 23.1524 \end{pmatrix}$$

$$L_{1=} (5.7720 \quad -41.4057 \quad -8.3087)$$

$$L_{2=} (31.9201 \quad -304.3492 \quad -76.1465)$$

$$L_{2=} (63.9132 \quad -709.8903 \quad -193.4311)$$

$$\gamma = 0.5973$$

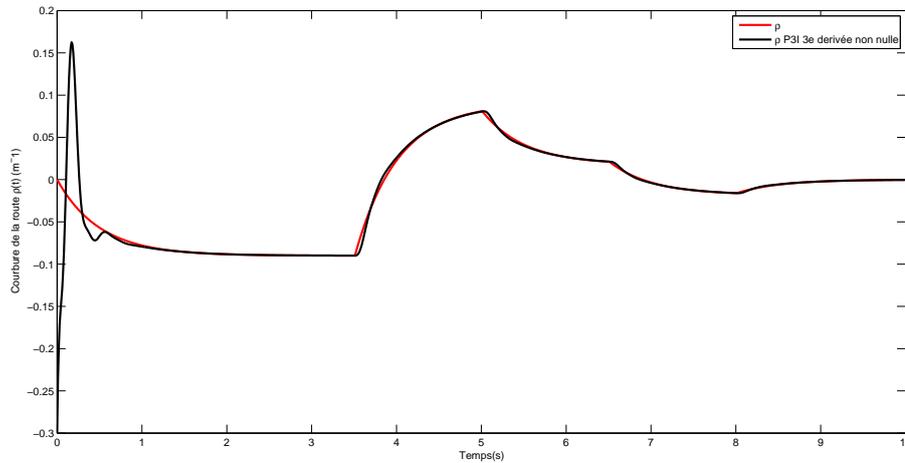


FIGURE 3.9 – Estimation de l’entrée inconnue avec un $P3I$ avec $d^{q+1} \neq 0$

Discusion des résultats de simulation

Les résultats de simulation dans cette deuxième approche avec un $P3I$ nous a permis aussi de voir deux cas pour la reconstruction des variables d’états et de l’entrée inconnue :

- Dans le premier cas, on considère la dernière dérivée nulle représentée en noir : il n’assure pas une bonne convergence des états, vu les oscillations observées au niveau des estimés en figures (3.5), (3.6) et (3.7).
- Dans le deuxième cas, on applique une stabilité ISS au niveau de l’erreur d’estimation. Cela, nous permet d’atténuer l’effet de la perturbation $w(t)$ sur cette dernière et assure une convergence en un temps minimal, figure (3.9) et (3.8).

Le fait de tenir compte des perturbations permet d’améliorer la précision des estimations. La stabilité ISS assure le rejet des perturbations qui affectent les estimations.

3.5.3 Comparaison entre le $P2I$ et $P3I$

À partir des résultats de simulation, on remarque que les deux observateurs assurent une bonne convergence des estimations dans le cas où la dernière dérivée est non nulle (pour le $P2I$ et $P3I$).

Ces deux observateurs se basent sur le même principe de convergence sauf que dans la figure (3.10) on voit que l’observateur $P3I$ fournit des convergences plus rapides et avec moins d’oscillations que le $P2I$. Les courbes en noir pour les variables estimées par le $P2I$ et les courbes en bleu pour celle estimées avec le $P3I$.

Dans le contexte du véhicule, le fait d’utiliser des PMI avec dernières dérivées non

nulles permet de rejeter les perturbations qui l'affectent notamment les incertitudes de modélisation.

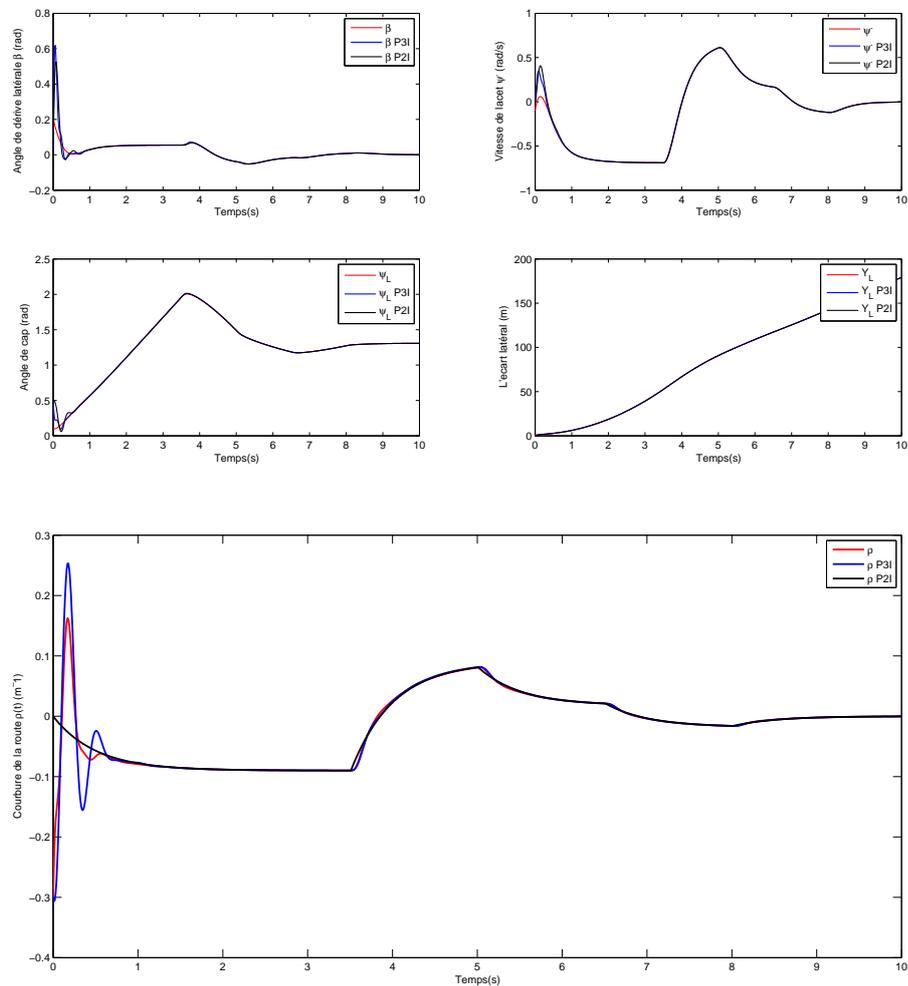


FIGURE 3.10 – Comparaison entre les estimations des deux observateurs $P2I$ et $P3I$

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, l'observateur PMI est étudié pour le système véhicule (Modèle bicyclette à entrée inconnue). L'objectif principal était l'estimation des états et de l'entrée inconnue (la courbure de la route $\rho(t)$). Pour utiliser ces estimées dans la phase de détection et de contrôle. Cela vise à rendre l'observateur PMI robuste vis-à-vis des entrées inconnues qui peuvent être des perturbations, des défauts de capteurs, des défauts d'actionneurs...

La synthèse de cet observateur s'appuie sur deux cas :

- Premier cas : On considère la dernière dérivée de l'entrée inconnue nulle. La convergence de cet observateur est étudiée de manière asymptotique.
- Deuxième cas : On considère la dernière dérivée non nulle mais bornée. La convergence est étudiée de manière *ISS*.

Le degré de l'observateur *PMI* dépend du degré de l'entrée inconnue. Plus le degré de l'EI est élevé, plus sa dynamique est variable. De par là, la performance et la robustesse de l'observateur *PMI* dépend du nombre d'intégrateurs qu'il contient : plus ce nombre est élevé, plus il est performant (comme nous l'avons vu dans le cas du *P2I* et du *P3I*). Cependant, des impulsions peuvent apparaître.

La poursuite de cette étude dans le chapitre 4 dans le cadre de la détection de situations critiques est basée sur les résultats des estimations obtenues avec le *P3I* avec dernière dérivée non nulle de l'entrée inconnue, vu que cet observateur présente des estimations précises qui convergent en un temps minimal.

Chapitre 4

Détection de situations critiques et contrôle latéral du véhicule

4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous abordons la détection et le contrôle d'une situation critique, qui peut mener à une sortie de voie. Les sorties de voie sont souvent dues à une perte de contrôle du véhicule à cause des conditions de la route ou à la négligence du conducteur.

La détection est une étape importante lors de la réalisation d'un système d'aide à la conduite puisqu'elle permet d'évaluer le risque et alerter le conducteur.

En utilisant les efforts latéraux de contacts pneumatique-chaussée et les estimations obtenues dans le chapitre précédent, on peut détecter une situation critique qu'on pourra maîtriser par un contrôleur par la suite.

4.2 Détection de situations critiques

Les systèmes d'aide à la conduite ont prouvé leur efficacité dans le domaine de la sécurité routière. Aujourd'hui ils sont implémentés dans presque tous les véhicules commercialisés. Les progrès dans ce domaine ne cessent d'augmenter vu le nombre de conventions des constructeurs automobiles avec les laboratoires de recherches.

Assurer la sécurité et la tenue de route du véhicule revient à anticiper la moindre dynamique de ce dernier, étudier sa situation sur la voie, évaluer le risque et générer une alerte au conducteur. Si le conducteur ne répond pas au signal d'alerte, un système actif agira sur le véhicule.

Le conducteur perd le contrôle de son véhicule lors de la prise d'un virage avec une

grande vitesse ou lors d'une manoeuvre excessive, ce qui cause l'instabilité du véhicule et mène ce dernier à une situation de sous virage ou de sur-virage que peu de conducteurs peuvent maîtriser.

Ces instabilités traduisent la saturation des efforts de contact latéraux pneumatiques chaussée. Cela, cause une perte d'adhérence des roues sur le sol et une perte de manoeuvrabilité.

Lors de la détection des situations à risques, on essaye souvent d'éviter une détection précoce, parceque elle mène souvent à de fausses alertes. Delà, on utilise des indicateurs de situations critiques pour évaluer la situation avant de générer une alerte. Nous proposons deux stratégies de détection de situations limites.

4.2.1 Première stratégie de détection d'un risque de sortie de voie

Après avoir représenté la dynamique du véhicule par un modèle linéaire à entrée inconnue. Nous avons reconstruit les variables non disponibles à la mesure et estimé l'entrée inconnue.

Afin de détecter des situations critiques, nous comparons les forces linéaires de contact pneumatique-chaussée et les forces non linéaires (avec la formule de Pacejka).

Les efforts de contacts pneumatique chaussée évoluent selon plusieurs parametres (adhérence, vitesse latérale, accélération latérale, revêtement de la route ...) et essentiellement la dérive des pneumatique α_i qui évoluent selon trois zones, figure (4.1) :

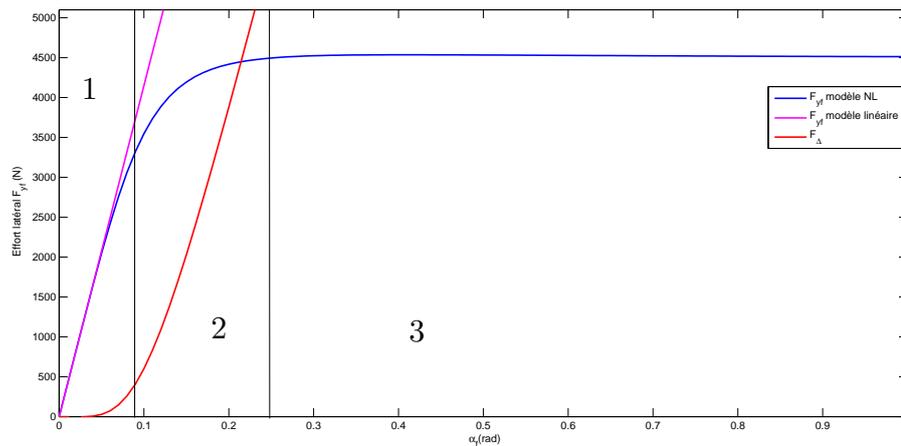


FIGURE 4.1 – Forces latérale des roues.

- Zone linéaire : C'est la zone de conduite normale. L'adhérence du pneumatique est correcte et le conducteur contrôle le véhicule.
- Zone de pseudo glissement : C'est la zone de conduite critique. Le pneumatique est à la limite de l'adhérence, le conducteur peut contrôler son véhicule mais l'effort est non linéaire.
- Zone de glissement total : Dans cette zone, l'effort latéral est saturé et le pneumatique glisse sur la chaussée. Le véhicule est incontrôlable.

En étudiant ces différentes zones d'évolution des efforts de contact pneumatique chaussée nous pouvons détecter une situation critique, en prenons le résidu ΔF_i comme indicateur, ce dernier n'est que la différence entre les efforts non linéaire (formulé avec la formule de Pacejka) et les efforts linéaire. Telle que :

$$\begin{cases} \Delta F_f = F_{yf}^{NL} - F_{yf}^L \\ \Delta F_r = F_{yr}^{NL} - F_{yr}^L \end{cases} \quad (4.1)$$

Avec F_{yi}^{NL} sont les forces de Pacejka et F_{yi}^L sont les forces linéaires telle que :

$$\begin{cases} F_{yi}^{NL} = D \sin(C \tan^{-1}(B(1-E)\alpha_i + E \tan^{-1}(B\alpha_i))) \\ F_{yi}^L = C_i \alpha_i \end{cases} \quad (4.2)$$

$i = f, r$ avec f : front (avant) et r : rear (arrière).

Avec :

$$\begin{cases} \alpha_f = \delta_f - \hat{\beta} - \frac{l_f}{v_x} \hat{\psi} \\ \alpha_r = -\hat{\beta} + \frac{l_r}{v_x} \hat{\psi} \end{cases} \quad (4.3)$$

Le modèle global décrivant la dynamique latérale du véhicule et son positionnement est donné par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B\delta_f(t) + Ed(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4.4)$$

Telle que :

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{2(C_{yf}+C_{yr})}{mv_x} & \frac{2(C_{yr}l_r-C_{yf}l_f)}{mv_x^2} - 1 & 0 & 0 \\ \frac{2(C_{yr}l_r-C_{yf}l_f)}{I_z} & \frac{2(-C_{yf}l_f^2-C_{yr}l_r^2)}{v_x I_z} - 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ v_x & l_s & v_x & 0 \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

$$E = \begin{pmatrix} \frac{1}{mv_x} & \frac{1}{mv_x} \\ \frac{l_f}{I_z} & -\frac{l_r}{I_z} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad d(t) = \begin{pmatrix} \Delta F_f \\ \Delta F_r \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

$$B = \begin{pmatrix} \frac{2C_{yf}}{mv_x} & 0 \\ \frac{2C_{yf}l_f}{I_z} & 0 \\ 0 & -v_x \\ 0 & -v_x l_s \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La stratégie est de fixer deux seuils S_f et S_r pour F_{yf} et F_{yr} qui correspondent à l'effort dans la région linéaire avant sa saturation. La sortie de voie est détectée comme suit :

$$\begin{cases} |\Delta F_f| \leq |S_f| & \text{et} \quad \Delta F_r \leq S_r \quad \text{pas de situation critique} \\ |\Delta F_f| > |S_f| & \text{et} \quad \Delta F_r > S_r \quad \text{situation critique} \end{cases} \quad (4.7)$$

L'effort de contact latéral tient compte de beaucoup de paramètres qui influencent la dynamique et la tenue de route du véhicule. Les paramètres estimés par l'observateur $P3I$ sont incluent dans ces efforts. En effet, si les efforts de contact sont dans la zone de pseudo glissement, le véhicule est dans une zone de conduite critique et la situation critique est détectée.

Les résultats de simulation de ces efforts sont représentés dans la figure (??) et (4.3)

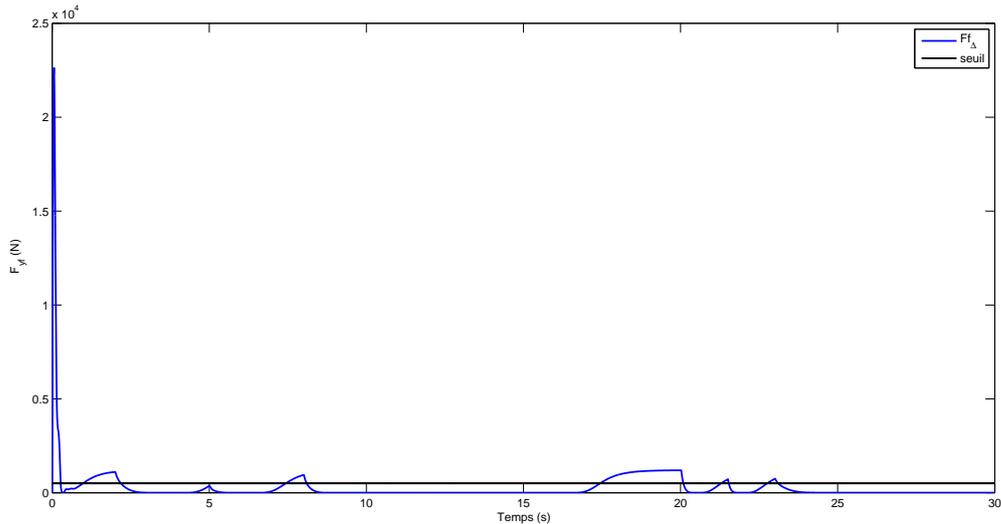


FIGURE 4.2 – Détection de situations critiques du mode latérale

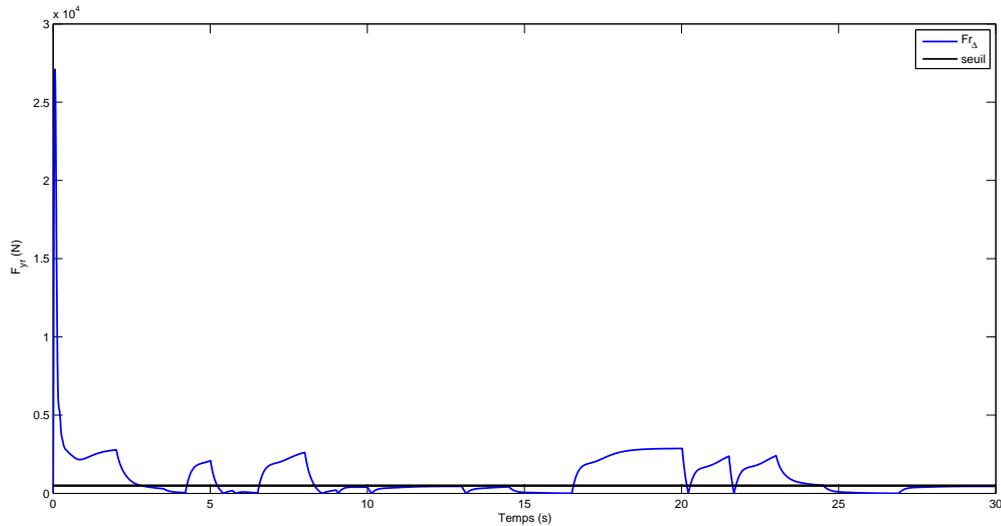


FIGURE 4.3 – Détection de situations critiques du mode latérale

De ces résultats, on distingue que si le véhicule est dans la zone de conduite normale, les résidus S_f et S_r sont nuls car les efforts non linéaire de Pacejka (qui contiennent les paramètres estimés) est les efforts linéaire sont presque identiques et tant qu'ils sont proche de zéro, aucune détection n'est enregistrée. Mais quand ces efforts entrent dans la zone de pseudo-glissement et glissement total, les résidus dépassent les seuils fixés, ce qui permet d'enregistrer une situation critique.

Cette stratégie est intéressante car elle permet d'analyser la situation en utilisant beaucoup de paramètres de manière implicite via les efforts.

4.2.2 Deuxième stratégie de détection de situation critique

Les situations de sous virage et/ou de sur virage sont des situations délicates que peut de conducteurs maîtrisent. L'origine de ces situations est que le conducteur a trop accéléré avant/durant l'entrée du virage (excès de vitesse) ou qu'il a trop freiné durant la porté du virage, ce qui cause un perte d'adhérence du train avant ou du train arrière et la saturation des efforts de contact pneumatique-chaussée, respectivement. De plus, pour des valeurs importantes de l'angle de dérive, le moment de lacet devient moins sensible aux actions de braquage.

La stratégie de détection de situations limites proposée dans cette partie repose sur l'évaluation des compléments non linéaires ΔF et ΔM définis comme suit :

$$\begin{cases} F_{yL} = C_f \alpha_f + C_r \alpha_r \\ M_{zL} = l_f C_f \alpha_f - l_r C_r \alpha_r \end{cases} \quad (4.8)$$

$$\begin{cases} F_y = F_{yL} + \Delta F \\ M_z = M_{zL} + \Delta M \end{cases}$$

Avec :

$$M_z = l_f F_{yf}^{NL} - l_r F_{yr}^{NL} \quad (4.9)$$

Comme dans la première situation de détection, les angles de dérives latéraux α_f et α_r contiennent tous les états (angle de dérive du centre de gravité, vitesse de lacet, ...) reconstruit avec l'observateur *P3I* avec dernière dérivée non nulle. Ces estimées sont incluent dans M_z et F_y . Les termes ΔF et ΔM sont la différence entre la force réelle (moment de lacet, respectivement), et leurs équivalents linéaires correspondant au comportement du véhicule dans la zone linéaire. Pour faire apparaitre ces différents efforts, la figure (4.1) définit les différentes régions d'évolution de l'effort réel, l'effort linéaire ainsi que leur différence.

Par l'analyse de la figure (4.1), la différence entre les modèles linéaire et non linéaire reste faible dans la région normale. Par contre dans la région 2 de la figure (4.1), qui est la région critique, la différence est assez significative.

En analysant les compléments non linéaire ΔF et ΔM , obtenus à partir des estimations du *P3I*. L'objectif est de détecter une possible occurrence d'un sous-virage ou sur-virage, suffisamment à temps, quand le véhicule est dans la zone de conduite critique. En utilisant ces compléments, l'évaluation de cette situation est comme suit :

- Si ΔF et ΔM sont de signes opposés : Le véhicule est en situation de sous virage.
- Si ΔF et ΔM sont du même signe : Le véhicule est en situation de sur virage.

Résultats de simulation

Pour valider l'approche de détection élaborée, nous avons effectué des tests de simulation.

Pour cela, nous avons utilisé un angle de braquage conséquent pour mener le véhicule dans une situation où les forces atteignent la zone de pseudo-glissement.

En analysant les compléments ΔF et ΔM , figure (4.4), on obtient les résultats suivants :

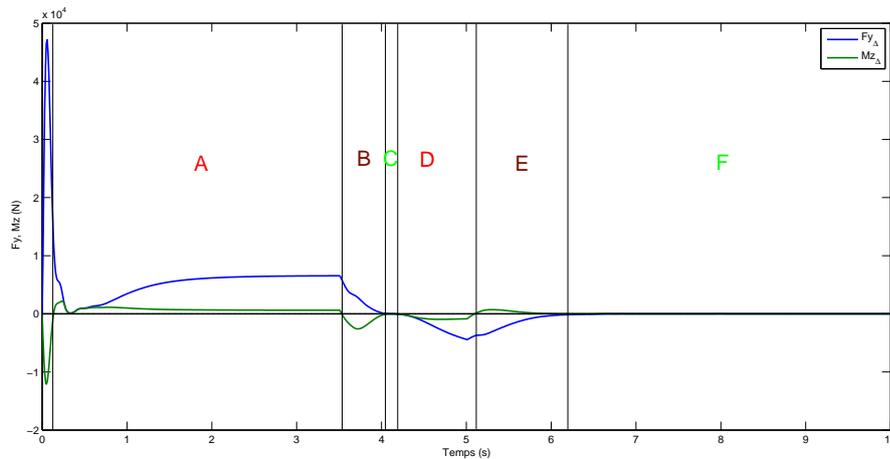


FIGURE 4.4 – Détection de situation de sous virage et de sur virage.

- Dans les régions A et D : ΔF et ΔM sont de même signe ; le véhicule est en sur virage.
- Dans les régions B et E : ΔF et ΔM sont de signe opposées ; le véhicule est en situation de sous virage.
- Dans les régions C et F : ΔF et ΔM sont nulles ; le véhicule est dans la zone de conduite normale.

Discussion des résultats de simulation

Ce chapitre est consacré à la détection de situations critiques en se basant sur l'analyse des efforts de contact pneumatique-chaussée. Ces efforts nous renseignent sur l'état dans lequel se trouve le véhicule par rapport à sa dynamique et sa tenue de route. L'analyse de ces efforts nous permet un bon établissement des fonctions de risque, du fait qu'il y a moins de calcul. À partir des estimées des états et de la courbure de la route trouvée dans le chapitre précédent, on assure une bonne précision de détection.

Ces stratégies de détection basées sur l'évaluation de la situation critique, permettent au conducteur d'anticiper la situation critique et d'avoir un temps de réaction pour éviter la sortie de voie et remettre le véhicule sur la voie.

4.3 Contrôle latéral du véhicule

4.3.1 Introduction

La réponse du conducteur au système d’alerte d’une situation de danger est essentielle pour remettre le véhicule sur la voie d’une façon manuelle. Cependant, le temps de réaction donné au conducteur est très petit pour éviter un accident, un temps de retard pur de l’ordre 0.151s représente le temps de réaction et les capacités neuromotrices humaines. Pour assurer un bon contrôle, une bonne réflexion du conducteur doit être présente. Cependant, il reste que certains conducteur sont incapables de réagir dans une situation critique en un temps voulu à cause de la lenteur liées à la fatigue et l’alcool ou des conditions psychologique liées au stress et la peur. Pour des fins de contrôle latéral du véhicule, cette section traite les problèmes de sortie de voie en cas de négligence du conducteur au système d’alerte.

L’objectif, est de synthétiser un contrôleur pour le modèle linéaire à entrée inconnue après une détection de situation critique. En se basant sur la détection au niveau des efforts de contact par rapport à un seuil fixé, une alerte de situation critique est déclenchée. Cependant, un autre seuil est fixé dans la zone de pseudo-glissement (région 2 dans la figure(4.1)) pour appliquer une commande par retour d’état stabilisant le système linéaire.

Le schéma suivant résume les deux étapes de détection et contrôle :

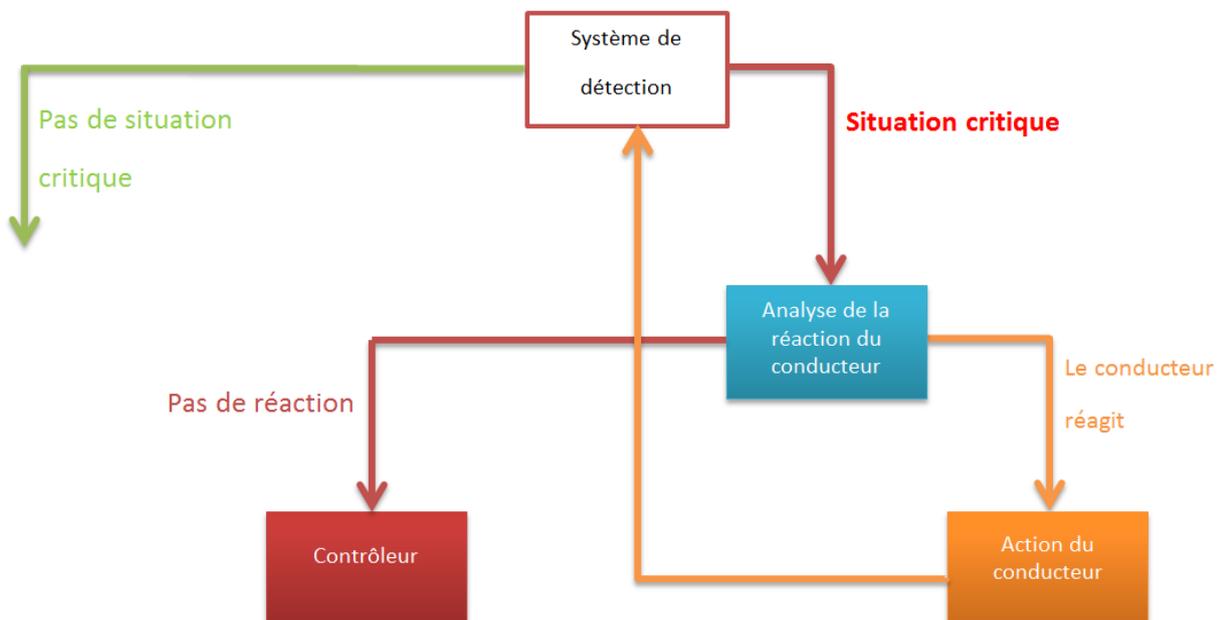


FIGURE 4.5 – Schéma de la détection et du contrôle latéral.

4.3.2 Commandabilité et commande par retour d'état des systèmes dynamiques

Pour pouvoir appliquer une commande au système, il est nécessaire de vérifier la possibilité du contrôle.

Commandabilité des systèmes linéaires

Soit un système suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4.10)$$

Le système (4.10) est complètement commandable si et seulement si le rang de la matrice de commandabilité égal à n (n étant l'ordre du système) :

$$\text{rang} = \begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{(n-1)}B \end{bmatrix} = n \quad (4.11)$$

Commande par retour d'état des systèmes linéaire

La commande par retour d'état est un moyen de modifier le comportement du système dynamique (rendre stable, plus rapide). Cette commande consiste à déterminer le gain K en boucle fermée tel que les valeurs propres soient dans le demi-plan à gauche du plan complexe.

Soit le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ed(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4.12)$$

Le modèle linéaire du système véhicule est présenté comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \dot{x}(t) = \underbrace{\begin{pmatrix} -\frac{2(C_{yf}+C_{yr})}{mv_x} & \frac{2(C_{yr}l_r-C_{yf}l_f)}{mv_x^2} - 1 & 0 & 0 \\ \frac{2(C_{yr}l_r-C_{yf}l_f)}{I_z} & -\frac{2(C_{yr}l_r^2-C_{yf}l_f^2)}{v_x I_z} + 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ v_x & l_s & v_x & 0 \end{pmatrix}}_A \underbrace{\begin{pmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \\ \psi_L \\ Y_L \end{pmatrix}}_{x(t)} + \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{2C_{yf}}{mv_x} & 0 \\ \frac{2C_{yf}l_f}{I_z} & 0 \\ 0 & -v_x \\ 0 & -v_x l_s \end{pmatrix}}_B \underbrace{\begin{pmatrix} \delta_f \\ \rho \end{pmatrix}}_{u(t)} \\
 + \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{mv_x} & \frac{1}{mv_x} \\ \frac{l_f}{I_z} & -\frac{l_r}{I_z} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_E \underbrace{\begin{pmatrix} \Delta F_f \\ \Delta F_r \end{pmatrix}}_{d(t)} \\
 y(t) = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_C x(t)
 \end{array} \right. \quad (4.13)$$

Pour stabiliser le système (4.13), on construit un retour d'état suivant deux définitions de stabilité : stabilité asymptotique (3.3) et stabilité *ISS* (3.4).

$u(t)$ est le retour d'état considéré, donné par :

$$u(t) = -Kx(t) \quad (4.14)$$

L'étape du contrôle latéral du véhicule vient juste après l'étape de la détection. Après avoir détecté une situation critique avec le premier seuil, les états du système sont tous estimés avec l'observateur *P3I*, le contrôle de la situation critique est l'étape à suivre si le deuxième seuil est atteint par les efforts de contact latéraux puisque nous avons tout les estimés. Cependant, il reste à considérer le temps d'estimation ou le temps de convergence des états tel que $x = \hat{x}$ comme une perturbation dans le contrôleur. Le système en boucle fermée s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A - BK)x(t) + Ed(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4.15)$$

Dans ce cas là, la commande par retour d'état consiste à choisir un gain K tel que les valeurs propres de la matrice $(A - BK)$ soient dans le demi-plan à gauche du plan complexe.

Avec une condition de stabilité asymptotique

Dans ce cas, la perturbation $d(t)$ n'est pas incluse, la stabilité asymptotique ne tient pas compte des perturbations.

Calcul du gain K

Pour déterminer le gain K , on utilise une fonction de Lyapunov quadratique $V(x(t))$ pour avoir un problème sous le forme de LMI.

Le système (4.13) est asymptotiquement stable s'il existe une fonction de Lyapunov $V(x(t))$ tel que $\dot{V}(x(t)) < 0$

$$\dot{V}(x(t)) < 0 \Leftrightarrow A^T P + PA - K^T B^T P - PBK < 0 \quad (4.16)$$

On multiplie (4.16) par P^{-1} à gauche et à droite, on aura alors :

$$XA^T + AX - XK^T B^T - BKX < 0 \quad (4.17)$$

Avec $X = P^{-1}$. Pour avoir un problème sous forme de LMIs, on note $M = KX$.

$$XA^T + AX - M^T B^T - BM < 0 \quad (4.18)$$

Après résolution des LMIs (4.18), on obtient X et M . Le gain du retour d'état est donné par $K = MP^{-1}$.

Pour palier aux problèmes de perturbations sur les entrées du système, on utilise un autre concept pour atténuer ces perturbations qui est la stabilité *ISS*.

Avec une condition de stabilité *ISS*

Considérons le système linéaire (4.13). La stabilité *ISS* assure le rejet des perturbations lors de la synthèse des lois de commande. L'objectif est de calculer le gain K pour le système en *BF* (4.15) tout en minimisant l'effet des perturbations et de trouver la solution au problème d'optimisation suivant :

$$\min_{P, L, \gamma, \alpha, c} \gamma$$

$$\begin{pmatrix} A^T P + PA - MB - B^T M^T + \alpha P & P \\ & P \\ & & -cI \end{pmatrix} \prec 0 \quad (4.19)$$

$$c - \alpha\gamma \leq 0$$

$$P \geq I$$

La convergence des états du système est assurée avec :

$$\|x(t)\| \leq \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}} \left(e^{\frac{\alpha t}{2}} \|x(0)\| + \gamma \|d(t)\|_{\infty} \right) \quad (4.20)$$

Et :

$$K = MP^{-1} \quad (4.21)$$

La stabilité *ISS* prend en considération la perturbation $d(t)$.

Résultats de simulation

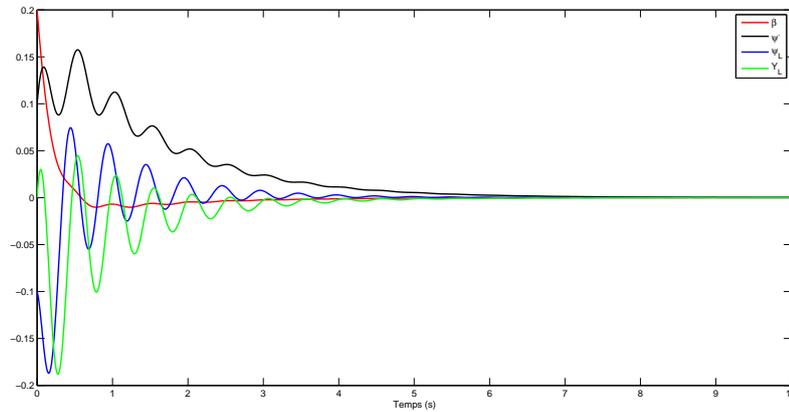


FIGURE 4.6 – Convergence des états avec une stabilité asymptotique.

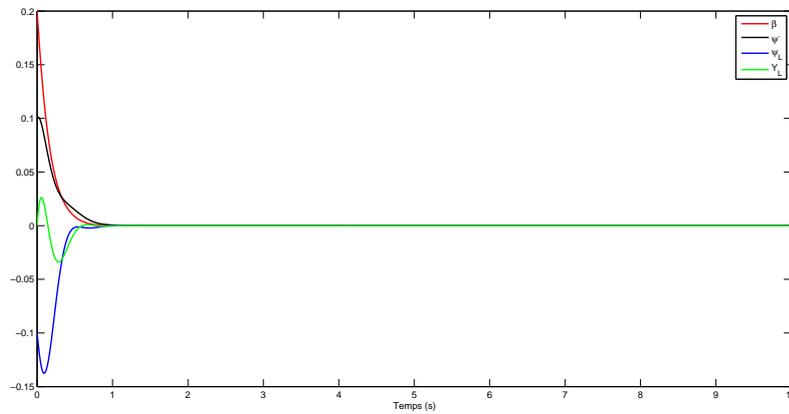


FIGURE 4.7 – Convergence des états avec une stabilité ISS.

La stabilité *ISS* assure une bien meilleur convergence des états du système, du fait qu'elle atténue l'effet de la perturbation sur les états. Elle permet aussi une convergence des états vers un ensemble invariant tout en minimisant certains critères. La stabilité asymptotique ne s'avère pas efficace lors de l'élaboration des lois de commande soumis à des perturbations.

4.4 Conclusion

Tout au long de ce chapitre, nous avons utilisé les efforts de contact latéraux pneumatique chausée pour la détection des situations critiques avec le modèle linéaire et les estimations obtenues au chapitre précédent.

Cette détection a pour objectif de détecter une situation critique afin d'appliquer un contrôleur pour éviter une sortie de voie et de remettre le véhicule en état de conduite normale.

Les résultats de simulation que nous avons obtenues sont satisfaisants.

Neanmoins, la situation critique est détectée au moment de son occurrence. Il serait intéressant de pouvoir prédire la situation critique avant qu'elle ne se présente, d'un laps de temps. Cela est possible en utilisant les dérivées des résidus.

Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire, traite le problème des sorties de voies d'un véhicule automobile. L'objectif était de synthétiser un observateur $P3I$ pour la reconstruction des états non disponibles à la mesure et les entrées inconnues pour des fins de détection de situations critiques et du contrôle latéral via un modèle linéaire à entrée inconnue.

Dans un premier temps, nous avons mis l'accent sur la modélisation de la dynamique latérale du véhicule, pour obtenir un modèle linéaire à entrée inconnue (courbure de la route) avec positionnement sur la voie.

Dans un deuxième temps, nous avons synthétisé deux types d'observateur PMI : $P2I$ et $P3I$, des quels nous avons choisies l'observateur $P3I$ avec dernière dérivée de l'entrée inconnue non nulle. Cet observateur nous a permis d'avoir, avec une stabilité ISS , de bonnes estimations des variables d'états et de l'entrée inconnue (ρ).

Dans la troisième partie de ce travail, nous avons exploité le modèle estimé pour des fins de détection de situations critiques, en utilisant les efforts de contact latéraux pneumatique chaussée comme indicateur. Ces efforts de contact latéraux évoluent selon trois zones en fonction de l'angle de glissement : zone linéaire, zone de pseudo-glissement et la zone de glissement total. L'étude de l'évolution de ces efforts nous a permis de fixer un premier seuil à la limite linéaire, un dépassement de ces efforts vers la zone critique nous permet de détecter une situation critique.

Afin de maîtriser cette situation critique détectée, un autre seuil, supérieur au premier seuil, est fixé dans la même zone. Ce dernier fait intervenir un contrôleur pour remettre le véhicule sur la voie, théoriquement c'est la notion du feedback.

Les estimations obtenues dans le chapitre 3 avec l'observateur $P3I$ (avec dernière dérivée non nulle) sont satisfaisants. On a utilisées ces estimations pour des fins de détection de situations critiques et ensuite pour le contrôle latéral. La stabilité ISS assure une convergence précise et un temps minimale des estimées de l'observateur et des états du contrôleur, ce qui assure en pratique une bonne reprise de la dynamique du véhicule en temps voulu. Cependant, les efforts de contact qu'on a utilisé pour la détection, peuvent être utilisés aussi pour la prévention en utilisant les dérivées des compléments ΔF et

ΔM .

L'application du contrôleur latéral sur un véhicule nécessite un véhicule équipé de capteurs proprioceptifs et extéroceptifs, un système d'enregistrement capable de stocker les données de ces capteurs (souvent c'est un ordinateur placé à l'arrière du véhicule) et des actionneurs pouvant intervenir sur les commandes latérales (moteur électrique sur la colonne de direction).

Annexe A

Notions générales

A.1 Inégalités Matricielles Linéaires : LMIs

Une large catégorie de problèmes de la théorie de contrôle peut être formulée par des problèmes d'optimisation convexes (ou quasi-convexes) décrits par des LMIs [3].

Ainsi, le choix d'utiliser les LMIs pour exprimer le problème de synthèse d'un observateur, d'un système de contrôle . . . , offre un avantage de taille notamment pour l'étude de la stabilité, la formulation des contraintes qui agissent sur le système, l'analyse et détermination des ensembles invariants minimal et maximal, aussi bien que pour la synthèse d'observateurs et de contrôleurs sous formes de problèmes d'optimisation convexes.

A.1.1 Ensembles et fonctions convexes

Définition A.1 (Ensemble convexe) Un ensemble A est dit convexe si la condition suivante est vérifiée pour tous ses points :

$$\gamma x + (1 - \gamma) y \in A, \quad \gamma \in [0, 1] \quad (\text{A.1})$$

Ce qui signifie que chaque segment de droite réunissant deux points de l'ensemble A , appartient à cet ensemble, figure A.1. De plus, l'intersection de deux ensembles convexes est aussi un ensemble convexe.

Définition A.2 (Fonction convexe) Une fonction (réelle d'une variable réelle) définie sur un ensemble convexe I est dite convexe si pour tous points x et y définis dans I et pour tout $\gamma \in [0, 1]$ on a :

$$f(\gamma x + (1 - \gamma) y) \leq \gamma f(x) + (1 - \gamma) f(y) \quad (\text{A.2})$$

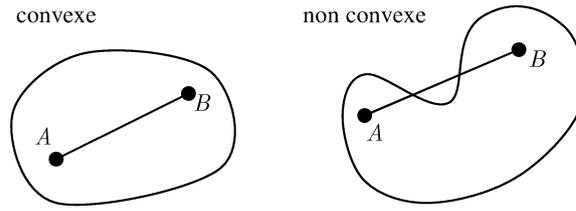


FIGURE A.1 – Ensemble convexe

Cela signifie que quels que soient deux points c_1 et c_2 du graphe de la fonction f , le segment de droite $[c_1c_2]$ est entièrement situé au-dessus du graphe ou encore la courbe représentative de f est au dessus de toutes ses tangentes.

Propriété A.1 Si C_1 et C_2 sont deux ensembles convexes de \mathfrak{R}^n et λ_1 et λ_2 deux réels, alors $\lambda_1C_1 + \lambda_2C_2$ est un convexe de \mathfrak{R}^n .

Définition A.3 (Combinaison convexe) Soient x_1, x_2, \dots, x_n un nombre fini de points de \mathfrak{R}^n et $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ des réels tel que $\lambda_i \geq 0, \forall i = 1, \dots, n, \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$, on dit que :

$$x := \sum_{i=1}^n \lambda_i x_i \quad (\text{A.3})$$

est une combinaison convexe des points x_1, x_2, \dots, x_n .

Dans le cas particulier de deux points x_1, x_2 , toute combinaison convexe de x_1 et x_2 peut s'écrire sous la forme : $x = \lambda x_1 + (1 - \lambda) x_2$ avec $\lambda \in [0, 1]$, qui intervient dans la définition d'un ensemble convexe, ci-dessus. Á savoir que, un ensemble C de \mathfrak{R}^n est convexe si et seulement s'il contient toutes les combinaisons convexes des points de C .

Définition A.4 (Polytope) Un polytope est un ensemble polyédrique fini (qui est une intersection de plusieurs sous espaces fermés). Une des représentations d'un polytope est la suivante :

$$P(\text{sommets}) = \left\{ x \in \mathfrak{R}^n : x = \sum_{i=1}^n v_i \gamma_i, \sum_{i=1}^n \gamma_i = 1, \gamma_i \geq 0, i = 1, \dots, n \right\} \quad (\text{A.4})$$

où $v_i \in \mathfrak{R}^n$ sont les points d'intersection des hyperplans délimitant le polyèdre fini. La matrice des sommet $S = [v_1 \dots v_n]$ contient sur ses colonnes les vecteurs des angles du polytope.

Cette notion de polytope est souvent implicite dans le formalisme TS exploité dans cette thèse, qui est liée à la relation convexe liant les sous modèles d'une représentation TS.

Définition A.5 (Problème d'optimisation convexe) Soit le problème d'optimisation suivant :

$$\text{minimiser } h(x) \tag{A.5}$$

$$\text{sous contraintes : } \begin{cases} f^i(x) \leq 0 & i = 1, \dots, m \\ g^j(x) \leq 0 & j = 1, \dots, q \end{cases} \tag{A.6}$$

L'objectif est de chercher l'argument x ($x \in \mathfrak{R}^n$ est la variable d'optimisation) qui minimise $h(x)$ et qui satisfait les contraintes (A.6).

Si toutes les fonctions h , f et g sont convexes (pour $i = 1, \dots, m$ et $j = 1, \dots, q$), le problème d'optimisation (A.5)-(A.6) est alors un problème d'optimisation convexe. L'ensemble des contraintes défini par :

$$\{x \in \mathfrak{R}^n : f^i(x) \leq 0 \ i = 1, \dots, m \mid g^j(x) \leq 0 \ j = 1, \dots, q\} \tag{A.7}$$

est convexe. Nous minimisons alors une fonction convexe sur un ensemble convexe. Résoudre un problème d'optimisation convexe suppose que l'intersection de toutes les contraintes exprimées en (A.6) soit non vide. Un problème de faisabilité est défini par la recherche d'un point satisfaisant ces contraintes [3].

Une des propriétés connues aux problèmes d'optimisation convexes est qu'ils ne possèdent pas de minimum local pouvant entraver la recherche du minimum global sur l'ensemble des contraintes. Chaque optimum local d'un problème d'optimisation convexe est aussi global.

A.1.2 LMI : Linear Matrix Inequalities

Une LMI a la forme suivante [3] :

$$F(x) = F_0 + \sum_{i=1}^m F_i x_i > 0 \tag{A.8}$$

Où $x_i \in \mathfrak{R}^m$ est la variable et les matrices symétriques $F_i = F_i^T \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $i = 0, \dots, m$, sont données. L'inégalité (A.8) est positive définie. C'est une LMI stricte. Une LMI non stricte est définie par :

$$F(x) \geq 0 \tag{A.9}$$

Une contrainte LMI est convexe en x , c'est à dire l'ensemble

$$\{x \in \mathfrak{R}^n : F(x) > 0\} \tag{A.10}$$

est un ensemble convexe.

Un ensemble de LMIs peut s'écrire en une seule LMI, formée par une matrice contenant les LMIs sur la diagonale et des éléments nuls ailleurs :

$$\begin{pmatrix} F^1(x) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & F^2(x) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & F^d(x) \end{pmatrix} > 0 \quad (\text{A.11})$$

De cette manière, les variables de décision des contraintes LMIs peuvent ainsi être formulées sous forme matricielle.

Les problèmes formulés sous forme de LMIs ont une faible complexité de calculs et des algorithmes performants sont élaborés pour les résoudre. Toutefois, les problèmes de contrôle ne peuvent pas toujours être décrits par des LMIs. Une façon plus générale est alors utilisée pour les représenter sous forme de BMIs (Inégalités Matricielles Bi-linéaires).

Ce type d'inégalités est plus difficile à résoudre, car l'ensemble de solution n'est plus convexe. Des procédures existent pour transformer des BMIs en LMIs. Le cas couramment rencontré est celui avec une variable (de décision) qui est multipliée par une autre. Ce cas a souvent été rencontré dans mes travaux de thèse. Cependant, puisque la première variable inconnue est un scalaire, par exemple α , un $\alpha_{optimal}$ peut être trouvé en exécutant une boucle récursive. Par ailleurs, des outils dédiés à la résolution des BMI ont été développés.

Un changement de variables est également opéré pour transformer une BMI en une LMI. Pour cela, considérons l'exemple suivant.

Soit un système décrit par sa représentation d'état suivante :

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (\text{A.12})$$

Considérons le problème de recherche d'une loi de commande par retour d'état linéaire $u = Kx$, tel que le système bouclé soit $\dot{x} = (A + BK)x$. En utilisant une fonction de Lyapunov $V(x) = x^T Px$, et après développement, une LMI peut être trouvée en posant le changement de variable $W = P^{-1}x$ qui mène à :

$$\begin{cases} P^{-1} > 0 \\ AP^{-1} + P^{-1}A^T + P^{-1}K^T B^T + BKP^{-1} < 0 \end{cases} \quad (\text{A.13})$$

où P et K sont les variables de décision matricielles. Ces inégalités matricielles ne sont pas linéaires, du fait de la présence du produit KP . Elle peut cependant être transformée en une LMI avec le changement de variable suivant : $Q = P^{-1}$ et $Y = KP^{-1}$, avec

les dimensions appropriées. Le problème de recherche d'une loi de commande par retour d'état est alors exprimé à l'aide d'une condition LMI :

$$\begin{cases} Q > 0 \\ AQ + QA^T + Y^T B^T + BY < 0 \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

Une fois Q et Y déterminés, il est aisé de calculer K .

La linéarisation des BMIs n'étant pas toujours possible, des méthodes spécifiques y sont développées. Dans [3], les auteurs présentent une panoplie d'outils dédiés à la transformation et réduction des inégalités matricielles non-linéaires en inégalités matricielles linéaires. Nous citons à titre d'exemple quelques lemmes dont le complément de Schur, que nous avons utilisé tout au long de cette thèse.

Lemme A.1 (Complément de Schur) [3] Le complément de Schur permet de transformer une inégalité matricielle (convexe) non linéaire en une inégalité matricielle linéaire. La contrainte LMI :

$$\begin{pmatrix} Q(x) & S(x) \\ S^T(x) & R(x) \end{pmatrix} \geq 0 \quad (\text{A.15})$$

où $Q(x) = Q^T(x)$, $R(x) = R^T(x)$ et $S(x)$ est affine en x , est équivalente à :

$$\begin{aligned} R(x) &> 0 \\ Q(x) - S(x)R^{-1}(x)S^T(x) &> 0 \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Le cas le plus souvent rencontré est celui où les variables sont des matrices, telle que l'inégalité de Lyapunov :

$$A^T P + PA < 0 \quad (\text{A.17})$$

Lemme A.2 [30] Soient X, Y et $F = F^T$ des matrices de dimensions appropriées. L'inégalité suivante est vérifiée :

$$X^T Y + Y^T X \leq X^T F X + Y^T F^{-1} Y \quad (\text{A.18})$$

Lemme A.3 [30] considérons une matrice $\Pi < 0$, une matrice X et un scalaire μ . L'inégalité suivante est vérifiée :

$$(X + \mu\Pi^{-1})^T \Pi (X + \mu\Pi^{-1}) \leq 0 \Leftrightarrow X^T \Pi X \leq \mu (X^T + X) - \mu^2 \Pi^{-1} \quad (\text{A.19})$$

D'autres outils sont disponibles pour la manipulation des LMIs et la résolution de différents problèmes tels que le problème de LMIs standard, le problème de valeur propre ou de valeur propre généralisée, le problème convexe, ... [17].

La formulation sous forme de LMIs offre beaucoup d'avantages dont la convexité des contraintes et leur concaténation ainsi que la disponibilité d'algorithmes de résolution efficaces tels que ceux basés sur la méthode du point intérieur, méthode de l'ellipsoïde, méthodes des centres ou encore la méthode projective, ... [17].

Plusieurs solvers ont été développés sur la base de ces méthodes, dans l'objectif est de faciliter la résolution des LMIs (problèmes d'optimisation convexe). On peut mentionner, à titre d'exemple, le toolbox Sedumi, LMI-toolbox de Matlab mathworks et CVX, tous à utiliser sous Matlab.

Dans ce mémoire, toutes les LMIs aux quelles ont abouti les problèmes de synthèse d'observateurs proposés ont été résolues avec le solver Sedumi-Yalmip sous Matlab.

A.2 Théorie de Lyapunov

L'utilisation des fonctions définies positives est une technique parmi les plus efficaces pour analyser la stabilité d'un système gouverné par une équation différentielle ordinaire.

Définition (Fonction de classe K) : Une fonction continue $\alpha : [0, a] \rightarrow [0, \infty]$ dite de classe K si elle est strictement croissante et si $\alpha(0) = 0$. Elle est de classe K_∞ si $\alpha = \infty$ et $\alpha(r) = \infty$ quand $r \rightarrow \infty$ avec $r \in [0, a]$.

Définition (Fonction de classe K_L) : Une fonction $\phi(r, t)$ est de classe K_L si pour tout t_0 fixé, $\phi(r, t) \in K$ et si pour tout r_0 fixé, $\phi(r_0, t)$ est décroissante et que $\phi(r_0, t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$.

Définition Une fonction continue $V : \mathfrak{R}_+ * \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}_+$ est dite :

- Définie positive, s'il existe une fonction α de classe K , telle que : $\forall t \geq 0, \forall x \in \mathfrak{R}^n, V(t, x) \geq \alpha(\|x\|)$.
- Définie positive et radialement non bornée (propre) si α est de classe K_∞ .
- Limitée s'il existe une fonction γ de classe K tel que : $\forall t \geq 0, \forall x \in \mathfrak{R}^n, V(t, x) \leq \alpha(\|x\|)$

Définition (Fonction de Lyapunov) soit V une fonction continue et différentiable sur $D \subset \mathfrak{R}^n$ un voisinage de 0 tel que $V : \mathfrak{R}_+ * D \rightarrow \mathfrak{R}$. V est une fonction de Lyapunov au sens large en 0 si elle vérifie les propriétés suivantes :

$$V(t, x) \text{ est définie positive. } \dot{V}(t, x) \leq 0 \forall x \in D$$

$V(t, x)$ est une fonction de Lyapunov stricte en 0 si elle vérifie les deux conditions suivantes :

$$V(t, x) \text{ est définie positive.}$$

$$\dot{V}(t, x) \leq 0 \forall x \in D - 0$$

L'utilisation de ces fonctions fournit des critères qui permettent de conclure à la stabilité ou à la stabilité asymptotique d'un point d'équilibre sans que l'intégration des équations du système considéré soit nécessaire. Les résultats datent du 19^{ème} siècle et sont dus à Lyapunov.

Théorème A.2.1

$$\dot{x}(t) = f(x(t), t) \tag{A.20}$$

Si le système (A.20) admet une fonction de Lyapunov au sens large, alors l'origine $x = 0$ est un point d'équilibre stable. Si de plus V est décroissante, alors $x = 0$ est un point d'équilibre uniformément stable.

Théorème A.2.2 Soit x_e un point d'équilibre pour le système (A.20). Soit $V : \mathfrak{R}^+ * D \rightarrow \mathfrak{R}$ une fonction ayant ses dérivées premières continues en x_e , $D = \{x \in \mathfrak{R}^n : \|x\| < r\}$. Alors si on peut trouver des fonctions α_1 , α_2 et α_3 de classe K sur $[0, r[$ telles que les conditions suivantes soient vérifiées :

$$\begin{aligned} \alpha_1(\|x\|) \leq V(t, x) \leq \alpha_2(\|x\|) \\ \dot{V}(t, x) \leq -\alpha_3(\|x\|) \end{aligned} \tag{A.21}$$

Le point x_e est alors uniformément asymptotiquement stable. De plus, si $D = \mathfrak{R}^n$ et α_1 et α_2 sont de classe K_∞ , x_e est alors globalement uniformément asymptotiquement stable.

Théorème A.2.3 Soit x_e un point d'équilibre pour le système (A.20). Supposons que ce système admet une fonction de Lyapunov $V(t, x)$. Pour tout $x \in D \subset \mathfrak{R}^n$, s'il existe quatre constantes c_1 , c_2 , c_3 et c_4 positives telles que :

$$\begin{aligned}c_1 \|x\|^2 &\leq V(t, x) \leq c_2 \|x\|^2 \\ \dot{V}(t, x) &\leq -c_3 \|x\|^2 \\ \left\| \frac{\partial V(t, x)}{\partial x} \right\| &\leq c_4 \|x\|^2\end{aligned}\tag{A.22}$$

$\forall t \geq 0$, alors x_e un point d'équilibre exponentiellement stable. Si $D = \mathfrak{R}^n$, x_e est alors un point d'équilibre globalement exponentiellement stable.

Bibliographie

- [1] N. Ait Oufroukh, A. Benine Neto, Z. Yacine, S. Mammar, and S. Glaser. Invariant set based vehicle handling improvement at tire saturation using fuzzy output feedback. In *IEEE Intelligent vehicles Symposium (IV)*, P. 1104-1109, 2011.
- [2] Mohamed BENALLOUCH. *Observation des systèmes non-linéaires à entrées inconnues - application à la pile à combustible de type PEM*. PhD thesis, Université de Strasbourg, 2009.
- [3] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. SIAM ed., 1994.
- [4] X. Claeys. *Commande latérale des véhicules automobile avec prise en compte de la dynamique des actionneurs application à la conduite en peloton des poids lourds*. PhD thesis, INPG, 2002.
- [5] M. Darouach, M. Zasadzinski, and S.J. Xu. Full-order observers for linear systems with unknown inputs. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39(3) :606–609, March 1994.
- [6] N. Minoiu Enache. *Assistance préventive à la sortie de voie*. PhD thesis, Université d'Evry-Val-d'Essonne, 2008.
- [7] G. Gissinger and N. Le Fort Piat. *Contrôle commande de la voiture*. Hermes, 2002.
- [8] A. El Hadri. *Modélisation de Véhicules, observation d'état et estimation des forces pneumatiques : Application au contrôle longitudinal*. PhD thesis, Université Versailles Saint Quentin en Yvelines, 2001.
- [9] D. Ichalal, B. Marx, J. Ragot, and D. Maquin. Advances in observer design for takagi-sugeno systems with unmeasurable premise variables. In *Control Automation (MED), 2012 20th Mediterranean Conference on*, pages 848 –853, july 2012.
- [10] Dalil Ichalal. *Estimation et diagnostic de systèmes non linéaires décrits par un modèle de Takagi-Sugeno*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 24 novembre 2009.

- [11] D. Koenig and S. Mammar. Design of a proportional integral observer for unknown input descriptor systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 47 :2057–2063, 2002.
- [12] Damien Koenig. Unknown input proportional multiple-integral observer design for linear descriptor systems : Application to state and fault estimation. *IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL*, FEBRUARY 2005.
- [13] F. Liu. *Synthèse d’observateurs à entrées inconnues pour les systèmes non linéaires*. PhD thesis, Université de Caen Basse Normandie, 2007.
- [14] E. M. Lowndes. *Development of an intermediate DOF vehicle dynamics model for optimal design studies*. PhD thesis, North Carolina, 1998.
- [15] D.G. Luenberger. An introduction to observers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 16 :596–602, 1971.
- [16] M. ZASADZINSKI M. DAROUACH and S. J. XU. Full-order observers for linear systems with unknown inputs. *CRAN - CNRS URA 821*, 2000.
- [17] E. Magarotto. *Approche LMI pour la synthèse de correcteurs et d’observateurs : Application aux systèmes spatiaux et bilinéaires*. PhD thesis, Université de Caen, 1999.
- [18] S. Mammar. *Contrôle latéral assisté et automatisé des véhicules : Approches par commandes robustes*. PhD thesis, Habilitation à diriger les recherches à l’Université Evry Val d’Essonne, 2001.
- [19] S. Mammar, S. Glaser, and M. Netto. Vehicle lateral dynamics estimation using Unknown Input Proportional-Integral Observers. In *American Control Conference*, Minesota, USA, 2006.
- [20] Mohamed OUAHI. *Observation de systèmes à entrées inconnues, applications à la dynamique automobile*. PhD thesis, UNIVERSITE DE LIMOGE, 30/09/2011.
- [21] H. B. Pacejka. *Tire and Vehicle Dynamics*. SAE International, 2005.
- [22] G.BUHOT & P.THUILLIER. *Cours de mécanique (cénématique)*. COTE(GM32), 1984.
- [23] T. Raharijaona. *Commande robuste pour l’assistance au contrôle latéral d’un véhicule routier*. PhD thesis, Université Paris XI Orsay, 2004.
- [24] C. Sentouh. *Analyse du risque et détection de situations limites Application au développement des systèmes d’alerte au conducteur*. PhD thesis, Université d’Evry Val d’Essonne, 2007.

-
- [25] E.D. Sontag. Further facts about input to state stabilization. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 35(4) :473 –476, April 1990.
- [26] ED. Sontag. On the input-to-state stability property. *Systems & Control Letters*, 24 :351–359, 1995.
- [27] M. Sugeno. *Fuzzy Control*. Nikkan Kougyou Shinbunsha, 1988.
- [28] P. F. Toulotte. *Attelage virtuel pour véhicules automatisés*. PhD thesis, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis, 2006.
- [29] YVES BERTHAUD PROFESSEUR UPMC. *Mécanique des solides rigides*. UPMC, 2006.
- [30] L. Xie and C. E. DeSouza. Robust control for linear systems with norm bounded time varying uncertainty. *IEEE Transaction on Automatic Control* 37, P. 1188-1191, 1992.
- [31] J. Yang, S. Li, X. Chen, and Q. Li. Disturbance rejection of dead-time processes using disturbance observer and model predictive control. *Chemical engineering research and design*, 89 :125–135, 2011.
- [32] Z.YACINE. *Observateurs pour l'estimation de la dynamique latérale du véhicule et application à la détection de situations critiques*. PhD thesis, UMMTO, 2016.