

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la A Recherche Scientifique

Université Mouloud Mammeri De Tizi-Ouzou



Faculté De Génie Electrique Et d'Informatique  
DEPARTEMENT D'AUTOMATIQUE

**Mémoire de Fin d'Etude  
De MASTER ACADEMIQUE  
Spécialité : Commande des systèmes**

*Présenté par*  
**ARABI Lynda  
CHELLI Lylia  
DJAOUUD Amel**

Mémoire dirigé par Mr TOUAT Mohand Achour

Thème

**La Commande Robuste basée sur  
l'observateur de Luenberger et  
LQR<<Application au drone Aerosonde>>**

*Mémoire soutenu publiquement le 21 Septembre 2014 devant le jury composé de :*

**Présidente : Mme YOUCEFIS UMMTO**

**Promoteur : Mr TOUAT.M.A UMMTO**

**Examinatrice : Mme NAIT ABDSLEM.A UMMTO**

**Examinatrice : Mme MEGHARBI.O UMMTO**



## *Remerciements*

Au terme de ce travail, nous tenons à témoigner notre profonde gratitude à M TOUAT M.A, notre promoteur, de nous avoir guidé tout au long de notre travail, prodigué ses conseils et ses encouragements.

Nos vifs remerciements vont également aux membres de jury qui nous feront l'honneur de juger notre travail, ainsi que notre chef de département Mr BENSIDHOUM pour son soutien durant les diverses impasses.

Pour tous ceux qui nous ont porté de l'aide de près ou de loin à l'élaboration de ce travail.



# *Dédicace*

Merci mon dieu de nous avoir donné la capacité d'écrire et de réfléchir, la force d'y croire, la patience d'aller jusqu'au bout du rêve.

Nous dédions ce modeste travail à celle qui nous a donné la vie, le symbole de tendresse, qui s'est sacrifiée pour notre bonheur et notre réussite, à nos mères.

A notre père, école de notre enfance, qui a été notre ombre durant toutes ces années d'études, et qui a veillé tout au long de notre vie à nous encourager, à nous donner l'aide et à nous protéger.

Aucune dédicace, ne saurait exprimer à sa juste valeur le profond amour que nous leurs portons. Puisse Dieu, vous procure santé, bonheur et longue vie.

A nos sœurs.

A nos frères.

A nos amis.

A tous ceux qui nous sont chères.

A tous ceux qui nous aiment.

A tous ceux que nous aimons.

Nous dédions ce travail

## Sommaire

---

### Introduction générale

#### Chapitre 1: L'étude dynamique d'un drone

I.1 Introduction .....	1
I.2 Commande et gouverne.....	2
I.2.1. Axe roulis .....	3
I.2.2. Axe lacet.....	3
I.2.1. Axe tangage.....	3
I.3 Effets primaire des gouvernes .....	3
I.3.1 L'empennage.....	3
I.3.2 Ailerons .....	3
I.3.3 La gouverne de direction .....	3
I.4 Caractéristique d'aérosonde UAV .....	4
I.5 Description de la dynamique du vol .....	6
I.6 Détermination des équations du mouvement.....	7
Ø Équations de force	
Ø Equations des moments	
Ø Equations d'angles d'Euler	
I.7 Linéarisations de la dynamique du vol.....	8
Ø La partie longitudinale	
Ø La partie latérale	
I.8 Linéarisations des forces et moments aérodynamique en utilisant series de taylor.....	10
I.9 Perturbations atmosphérique .....	13
I.10 Modèle des actionneurs .....	17
Conclusion .....	17

### Chapitre II:la loi de commande multivariable basée sur l'optimisation robuste

II.1 Introduction .....	18
II.2 Synthèse de la loi de commande.....	19
II.2.1 Le retour d'état .....	19
II.2.1.1 Définition .....	19
II.2.1.2 Synthèse de la commande par retour d'état .....	19
II.3 Synthèse de l'observateur luenberger et calcul de vecteur d'espace d'état complet.....	20
II.3.1 Objectif d'un observateur.....	20
II.3.2 La commande linéaire quadratique .....	24
II.3.3 Choix des matrices de pondérations .....	25
II.4. Synthèse du correcteur optimal .....	26
II.5. Optimisation Robuste du correcteur optimal basée sur les algorithmes génétiques .....	26
II.5.1 Introduction .....	26
II.5.2 Définitions .....	27
II.5.2.1 La robustesse d'un asservissement .....	27
II.5.2.2 Performance d'un asservissement.....	27
II.5.3 Calcul des fonctions de transferts de sensibilité .....	27
II.5.4 Calcul des normes $H_2$ et $H_\infty$ .....	28
II.6. Algorithmes génétiques.....	30
II.6.1 Codage d'individus .....	31
II.6.2 Opérateurs génétiques .....	33
II.6.3 Codage binaire au codage réel.....	33
II.6.4 Le codage réel.....	35
II.7 L'élitisme .....	36
II.8. Critère de convergence.....	36
Conclusion .....	37

## Sommaire

---

### Chapitre3:Résultats de simulation sous MATLAB/SIMULINK

Introduction.....	38
III.1 Synthèse du correcteur optimal.....	38
III.2 Valeurs des normes.....	40
Conclusion.....	48
Conclusion générale	
La liste des tableaux	
Tableau I.1 : Caractéristiques d'Aérosonde Mark 3.....	5
Tableau III.1 Valeurs des normes $H_2$ déterministe et stochastique.....	40
Tableau III.2 Valeurs des normes $H_\infty$ déterministe et stochastique.....	40
Tableau III.3 Valeurs des normes $H_2$ déterministe et stochastique.....	45
Tableau III.3 Valeurs des normes $H_\infty$ déterministe et stochastique.....	45
La liste des figures	
Figure I.1 : Représentation des forces agissant sur un corps rigide.....	1
Figure I.2 : Représentation des trois principaux axes.....	3
Figure I.3 : Les trois surfaces de gouverne.....	4
Figure I.4 : Aérosonde Mark 3.....	5
Figure I.5 : Représentation des deux repères.....	6
Figure I.6 : Représentation des interactions atmosphériques selon le modèle de Dryden.....	15
Figure I.7 : Représentation des perturbations atmosphériques pour le mouvement latéral selon modèle de Dryden.....	16
Figure I.8 : Schématisation des actionneurs.....	17
Figure II.1 : Schéma bloc d'un modèle d'espace d'état.....	19
Figure II.2 : Le schéma bloc du retour d'état.....	20
Figure II.3 : Diagramme Block de l'observateur réduit.....	24
Figure II.4 : Diagramme simulink de la commande optimale longitudinale en utilisant l'observateur Luemberger et le régulateur LQ.....	26
Figure II.5 : Organigramme des algorithmes génétiques.....	32

## Sommaire

---

Figure III.1 : Vitesse de translation en avant en fonction du temps.....	40
Figure III.2 : Vitesse verticale en fonction du temps .....	41
Figure III.3 : taux de variations de tangage en fonction du temps.....	42
Figure III.4 : L'angle de tangage en fonction du temps.....	42
Figure III.5 : L'altitude en fonction du temps .....	43
Figure III.6 : Vitesse verticale en fonction du temps .....	43
Figure III.7 : Commande de l'étrangleur du moteur en fonction du temps.....	44
Figure III.8 : Vitesse d'accélération en fonction du temps.....	44
Figure III.9 : Angle d'attaque en fonction du temps .....	45
Figure III.10 : Vitesse latérale en fonction du temps .....	45
Figure III.11:Taux de variation de vitesse angulaire de roulis en fonction de temps .	46
FigureIII.12:Taux de variation de vitesse angulaire de direction (lacet) .....	46
Figure III.13 :Angle de roulis en fonction de temps .....	47
Figure III.14 : Angle de direction (lacet) en fonction de temps .....	47
Figure III.15 : Commande de l'empennage de direction en fonction de temps.....	48
Figure III.16 : Commande des ailerons en fonction de temps.....	48

## **Résumé :**

Nous nous sommes intéressées dans ce mémoire à la synthèse de la loi de commande optimale et robuste, l'application de celle-ci a pour rôle d'assurer la stabilité du drone.

Le premier chapitre comprend la formulation des équations régissant les différents phénomènes, c'est-à-dire l'élaboration du modèle dynamique du drone. En effet c'est un système instable, non linéaire MIMO, cette caractéristique le qualifie d'un très bon exemple pour valider les commandes synthétisées.

Le deuxième chapitre est consacré à la synthèse du correcteur optimal basé sur l'observateur réduit de Luenberger et la commande LQR, afin de maintenir la stabilité du système. Le premier a pour tâche de reconstruire le vecteur d'état. La construction de l'observateur est nécessaire pour estimer le vecteur d'état ; dans le domaine de commande des drones c'est une approche très attractive pour réduire au minimum le nombre des capteurs à bord. Pour la commande LQR les paramètres de synthèse de cette loi de commande sont les matrices de pondération Q et R. Ces dernières peuvent être choisies symétriques, diagonales. Par la suite nous utilisons les paramètres du correcteur comme conditions initiales, choisir une fonction objective (critère de performance) basée sur la norme  $H_2$  et  $H_\infty$  et la minimiser. Cet objectif est réalisé en utilisant les algorithmes génétiques.

Le troisième chapitre a été consacré à la simulation et la validation de la méthode qui a été exposée dans cette étude.

## **Mots clés :**

Commande optimale, robustesse, drone, performance, algorithme génétique.

Les mini-drones sont des véhicules aériens de petite taille, sans pilote humain à bord de l'appareil. Ils furent initialement développés pour des besoins militaires afin d'accomplir des missions de surveillance, de renseignement ou de combat, avant d'être ensuite utilisés pour des applications civiles. Parmi les applications civiles nous pouvons citer : la surveillance du trafic routier, des frontières, des barrages, la détection de feux de forêts, etc. La recherche dans le domaine des véhicules aériens autonomes est essentiellement pluridisciplinaire. En effet elle fait intervenir des domaines très variés tels que l'aérodynamique, le traitement du signal et de l'image, la commande automatique, la mécanique, matériaux et composites, les communications, l'informatique temps réel, l'architecture de microcontrôleurs, l'électronique, la sûreté du fonctionnement, les nanotechnologies, la gestion de l'énergie, la motorisation.

Il existe plusieurs variétés de mini-drones, mais presque tous ont les points communs suivants :

- Ils sont petits (< 1 m), légers (< 2 kg) et peu onéreux.
- Ils peuvent accomplir de nombreuses tâches de manière autonome (effectuer un vol stationnaire, suivre une trajectoire prédéfinie, etc.)
- Un pilote non-spécialiste peut les contrôler à travers des ordres de haut niveau (aller vers la gauche, monter d'une hauteur de 1 mètre, atterrir, faire demi-tour, etc.)
- Ils doivent être capables de voler dans différents environnements : à l'intérieur ou à l'extérieur, en présence de vent, d'obstacles, etc.

Une configuration de mini-drone en particulier a connu un immense succès depuis plus de 10 ans. Il s'agit d'un drone possédant 4 hélices, d'où son nom de quadrotor ou quadrirotor réputée pour sa stabilité, et sa manœuvrabilité.

Le travail que nous avons réalisé est structuré en 3 chapitres :

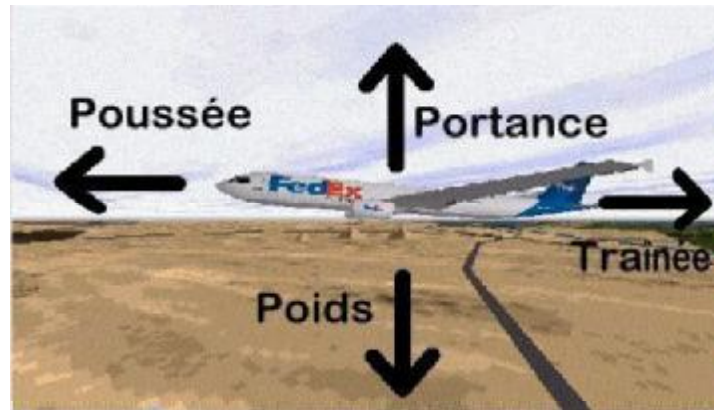
Chapitre 1 : « étude dynamique du drone » comprend la formulation des équations régissant les différents phénomènes.

Chapitre 2 : « la loi de commande multivariable basée sur l'optimisation robuste »

Chapitre 3 : « Résultat de la programmation et simulation sous Matlab/Simulink »

### I.1.Introduction :

La Physique d'un drone en vol peut se résumer par l'équilibre de 4 forces opposables deux à deux comme le montre l'image ci-dessous.



**Figure I.1 : Représentation des forces agissant sur un corps rigide.**

Ces quatre forces agissent deux par deux. La portance (en fait la somme de toutes les forces qui s'exercent vers le haut) s'oppose au poids (ou plus exactement la somme de toutes les forces dirigées vers le bas) et la poussée s'oppose à la traînée. On admet que les quatre forces en vol s'exercent en un point unique appelé centre de gravité.

#### 1) Le poids :

Le poids est la force exercée par la Terre sur tous les corps qui se trouvent près d'elle. Cette force entraîne un phénomène de pesanteur qui fait que les corps tombent ou du moins sont attirés vers le centre de la Terre.

En pratique, on peut admettre que le poids s'exerce toujours selon une ligne qui va du centre de gravité de l'avion au centre de la Terre. On pourrait croire à première vue que le poids change seulement en fonction de la consommation de carburant.

Pour conserver l'équilibre entre portance et poids pendant les manœuvres, l'angle d'incidence doit être réglé. Pendant un virage fortement incliné, il doit par exemple relever légèrement le nez de l'avion (augmenter l'angle d'incidence) pour augmenter la portance et ainsi contre balancer l'augmentation du poids.

### 2) La poussée :

La poussée est exercée par les réacteurs qui repoussent l'air vers l'arrière. Ainsi, par la loi de l'action et de la réaction, l'air pousse l'avion vers l'avant. Donc, la poussée fournie par le ou les moteurs d'un avion sert à le propulser dans l'air. À la poussée s'oppose la traînée ; les deux forces s'équilibrent lors d'un vol stabilisé. A même altitude si la poussée augmente, cette dernière dépasse momentanément la traînée et l'avion prend de la vitesse. Mais la traînée augmente aussi dans ce cas et rattrape la poussée au bout d'un certain temps. L'avion cesse alors d'accélérer et reprend un vol stabilisé, à une vitesse relative plus élevée mais constante.

### 3) La traînée :

Tout corps en mouvement doit vaincre la résistance de l'air, plus il est volumineux ou plus il va vite, plus grande est la force qui s'oppose à lui. Le phénomène de succession se produit grâce à la viscosité de l'air qui provoque la traînée.

### 4) La portance :

La portance est la force qui permet à un avion de voler, elle est produite en majeure partie par les ailes. La portance produite par une aile dépend de la vitesse relative et de l'angle d'incidence auquel l'aile rencontre l'air. En général, plus la vitesse de l'avion ou l'angle d'incidence augmente, plus la portance créée par les ailes est importante. Lorsque la vitesse d'un avion augmente, l'angle d'incidence doit être réduit (abaisser légèrement le nez de l'avion) pour conserver une altitude constante. Lorsque l'avion ralentit, l'angle d'incidence doit être augmenté (lever légèrement le nez de l'avion) pour générer plus de poussée et garder la même altitude. La portance constitue le phénomène essentiel qui fait tenir l'avion en l'air.

## I.2. Commande et gouverne :

Une gouverne est une surface mobile agissant dans un fluide (air ou eau) et servant à piloter un mobile suivant trois axes :

- Axe de roulis
- Axe de tangage
- Axe de lacet

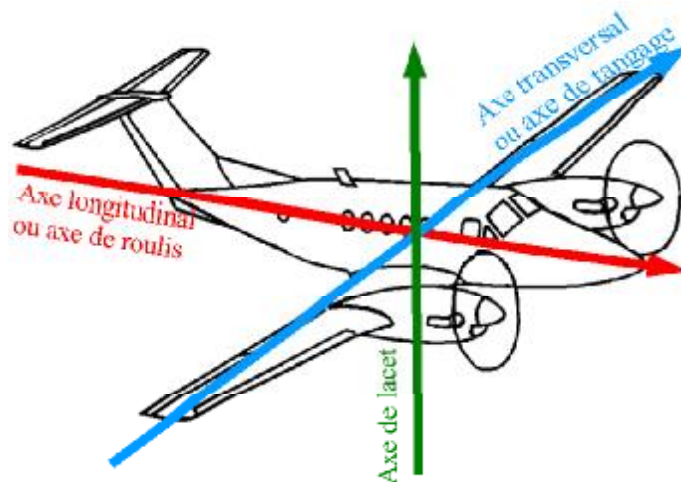


Figure I.2 : Représentation des trois principaux axes

### 1.2.1. Axe roulis :

Le roulis est un mouvement de rotation d'un mobile autour de son axe longitudinal (axe de roulis). Le roulis est contrôlé par la commande des ailerons.

### 1.2.2. Axe lacet :

Le lacet est un mouvement de rotation autour d'un axe vertical. En aéronautique, ce mouvement est le mouvement de rotation horizontal d'un mobile commandé par l'action sur les palonniers. Un palonnier est un dispositif destiné à actionner la gouverne de direction d'un avion, d'un planeur, ou le rotor anti couple d'un drone. Le lacet est contrôlé par la gouverne de direction à l'aide du palonnier.

### 1.2.3. Axe tangage :

Le tangage est un mouvement de rotation autour de l'axe transversal d'un objet en mouvement. Le tangage est contrôlé par l'empennage horizontal.

### 1.3. Effets primaires des gouvernes :

#### 1.3.1. L'empennage :

Il est situé sur la partie arrière du fuselage, il a pour rôle d'assurer la stabilité (partie fixe) et la maniabilité (partie mobile de l'avion) il convient de distinguer le plan vertical composé d'une partie fixe, la dérivée, et d'une partie mobile gouverne de direction le plan horizontal composé du stabilisateur à calage fixe ou variable ainsi que les gouvernes de profondeur.

➤ La gouverne de direction est articulée à l'arrière de la dérivée et assure les mouvements de l'avion.

➤ Stabilisateur : il assure le centrage de l'avion (stabilité horizontale du vol).

➤ La gouverne de profondeur : elle assure le mouvement de l'avion autour de l'axe de tangage, elle est articulée à la partie arrière du stabilisateur.

### I.3.2. Ailerons :

Ce sont des surfaces mobiles situées à bord de fuite de l'aile. Généralement vers les extrémités de la voilure afin de pouvoir travailler avec le bras de levier le plus long possible. Leurs fonctions est de faire pivoter l'avion autour de l'axe de roulis en faisant varier différemment la portance des deux ailes. Lorsque un avion vire, il s'incline vers l'intérieur du virage, pour cela les ailerons de l'aile extérieure au virage se relèvent pour diminuer s'abaissent afin d'augmenter la portance et relever l'aile, tandis que les ailerons de l'aile intérieure au virage se relèvent pour diminuer la portance et abaisser l'aile.

### I.3.3. La gouverne de direction :

Le gouvernail ou gouverne de direction est la partie mobile implantée sur l'empennage vertical également appelé dérive. C'est le mouvement de lacet qui permet d'orienter le nez de l'avion vers la droite ou vers la gauche et de faire virer l'appareil en y associant un mouvement de roulis lié à l'action des ailerons

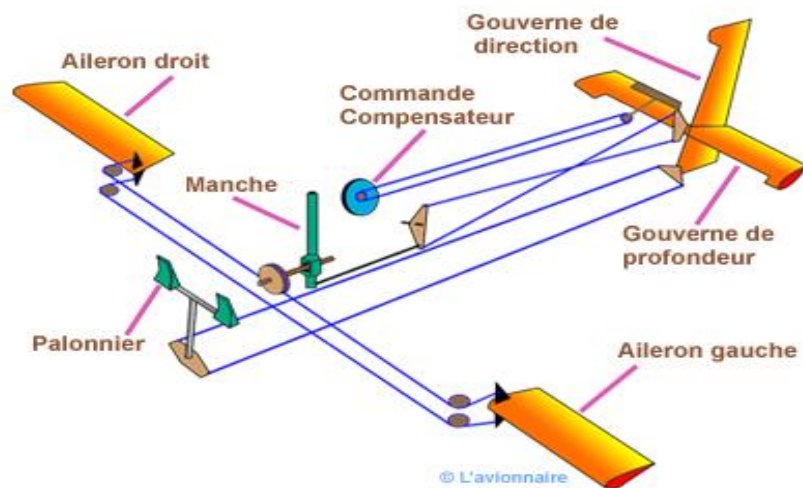


Figure I.3 : Les trois surfaces de gouverne

### I.4. Caractéristiques d'Aérosonde UAV :

Le modèle utilisé durant l'étude de la procédure proposée dans le mémoire est nommé *Aérosonde Mark 3*. Le véhicule est autonome et peut être programmé facilement pour exécuter des missions désirées pour l'utilisateur. L'Aérosonde opère dans une mode complètement robotique avec existence de l'ordre exercée par les opérateurs locaux ou d'un centre qui se situe à des milliers de kilomètres. L'avion a été testé, et a mené des opérations, dans une variété de conditions.

Le tableau suivant résume les caractéristiques du Mark 3 :

Caractéristiques	
Poids, envergure	13-15 kg, 2,9m
Moteur	24cc, Injection en essence de type H.
Le poids d'un carburant Max	5 kg
Navigation	GPS
Distance max de communication Bonde UHF	180 Km
Énergie générée a bord	Générateur Maxon délivrant 18 v DC et 1 Amp,40 W.
Temps de vol maximal	250 heures
Performances	
La vitesse de : translation, élévation	Translation 18-32ms <sup>-1</sup> , élévation>2.5 ms <sup>-1</sup>
Endurance	20 à30 h, 2000 à 3000 Km
Altitude	50 m_7000 m
Charge utile	Max 5 kg~10 heures d'endurance Max 2 kg~30 heures d'endurance

**Tableau I.1 : Caractéristiques d'Aérosonde Mark 3**

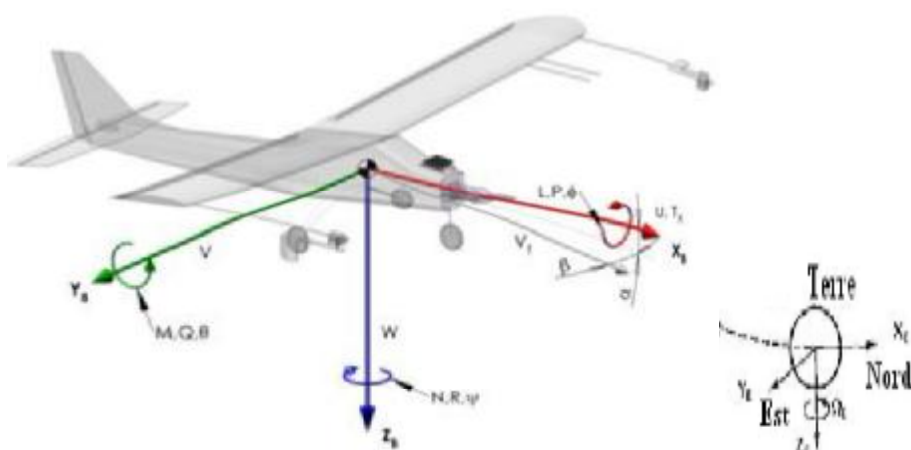


**Figure I.4 : Aerosome Mark 3**

### I.5. Description de la dynamique du vol :

#### Système des axes lié à L'avion :

Nous considérons en premier temps que le drone est un corps rigide ; la distance entre deux points de ce corps ne change pas durant le vol. Le mouvement de cet objet est donc exprimé par six degrés de liberté. Souvent, durant un vol dans l'atmosphère la mesure du mouvement du drone est liée à la terre, et par convention un repère orthogonal ( $O_e X_e Y_e Z_e$ ) sera pris sur terre. l'origine de ce repère ( $O_e$ ) qui peut être confondu avec le centre de la terre ou pris sur une certaine surface sur terre et les axes sont orientés comme suit :



**Figure I.5 : Représentation des deux repères.**

Dans la figure (I.5) on dénote :

$X_b, Y_b, Z_b$ : Référentiel du corps du drone

$\alpha, \beta$  : Angles d'incidence du vent relatif (angle d'attaque et de dérapage respectivement), en rad

$\phi, \theta, \psi$ : Anles d'Euler (roulis, tangage, lacet) entre le référentiel du corps du drone et le référentiel terrestre . en rad.

$L, M, N$ : Moments et force aérodynamiques appliqués au drone autour des axes  $X_b, Y_b, Z_b$  respectivement en N.m

$P, Q, R$ : Vitesses angulaires du drones par rapport au référentiel local tangent, autour respectivement des axes  $X_b, Y_b, Z_b$  en rad/s

$T_x$ : Force de poussée générée par l'hélice, le long de l'axe

$U, V, W$  : vitesses du drone par rapport au référentiel local tangent, le long des axes  $X_b, Y_b, Z_b$  respectivement , en m/s.

**I.6. Détermination des équations du mouvement :**

Pour diriger un objet en mouvement il suffit de lui appliquer une force, un moment et/ou une accélération au niveau de son centre de gravité, le vecteur d'accélération peut être obtenu en appliquant sur le système la deuxième loi de mouvement. Tout objet volant possède des surfaces de commande ou d'autres moyens de générer des forces et des moments nécessaires pour la commande sur ses trois axes [3], Souvent Les systèmes non-linéaire d'un UAV (Unmanned Aerial Véhicules) est un modèle d'espace d'état représenté sous la forme générale :

$$\begin{cases} \dot{X} = f(X, u, w, t) \\ Y = CX \end{cases} \quad (1.1)$$

Ou f est une fonction exprimant la relation entre les différentes grandeurs physiques avec les composantes suivantes :  $X=[u,w,q,\theta,h,\omega]$ ,  $U=[\delta_e, \delta_{th}]$  est le vecteur de commande où  $\delta_e$  est l'empennage de profondeur,  $\delta_{th}$  est l'étrangleur du moteur,  $W = [Ug, wg, qg]$

Ug : vitesse horizontale (longitudinale).

Wg : vitesse verticale (latérale).

qg : vitesse de variation de tangage q.

C : représente la matrice d'observation.

• **Équations de force :**

En appliquant la deuxième loi de Newton sur ce système rigide on obtient les équations de forces suivantes :

$$\begin{aligned} X(\vec{U}, \vec{\alpha}, \vec{d}) &= mg \sin \theta + m(\dot{u} + qw - rv) \\ Y(\vec{U}, \vec{\alpha}, \vec{d}) &= -mg \cos \theta \sin \phi + m(\dot{v} + ru - pw) \\ Z(\vec{U}, \vec{\alpha}, \vec{d}) &= mg \cos \theta \cos \phi + m(\dot{w} - pv - qu) \end{aligned} \quad (1.2)$$

• **Equations des moments :**

$$\begin{aligned} L(\vec{U}, \vec{\alpha}, \vec{d}) &= I_{xx} \dot{p} - (I_{yy} - I_{zz})qr - I_{yz}(q^2 - r^2) - I_{zx}(\dot{r} - pq) - I_{xy}(\dot{q} - rp) \\ M(\vec{U}, \vec{\alpha}, \vec{d}) &= I_{yy} \dot{q} - (I_{zz} - I_{xx})rp - I_{zx}(r^2 - p^2) - I_{xy}(\dot{p} - qr) - I_{yz}(\dot{r} - pq) \\ N(\vec{U}, \vec{\alpha}, \vec{d}) &= I_{zz} \dot{r} - (I_{xx} - I_{yy})pq - I_{xy}(p^2 - q^2) - I_{yz}(\dot{q} + rp) - I_{zx}(\dot{p} - qr) \end{aligned} \quad (1.3)$$

## Chapitre I : L'étude dynamique d'un drone

Les composants des moments  $L(\vec{U}, \vec{x}, \vec{d})$ ,  $M(\vec{U}, \vec{x}, \vec{d})$ ,  $N(\vec{U}, \vec{x}, \vec{d})$  dans l'équation (1.3) est dû aux forces aérodynamique et les forces propulsive, A noter qu'il n'y a aucune contribution de la force gravitationnelle depuis que ces moments sont pris au sujet du centre de gravité [7]. On retrouve les expressions des angles suivantes :

$$\begin{aligned} p &= \dot{\phi} - \dot{\theta} \sin \theta \\ Q &= \dot{\theta} \cos \theta + \dot{\phi} \cos \theta \sin \theta \\ R &= -\dot{\theta} \sin \theta + \dot{\phi} \cos \theta \sin \theta \end{aligned} \quad (1.4)$$

### • Equations d'angles d'Euler :

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= q \cos \phi - r \sin \phi \\ \dot{\phi} &= q \sin \phi \sec \theta - r \cos \phi \sec \theta \\ \dot{\psi} &= p + q \sin \phi \tan \theta - r \cos \phi \tan \theta \end{aligned} \quad (1.5)$$

Et par un simple remplacement nous obtenons :

$$\dot{\theta} = P + R \tan \theta \cos \theta + Q \tan \theta \sin \theta \quad (1.6)$$

Cependant, les équations régissant le mouvement du drone rigide, pour ses six degrés de liberté sont :

$$\begin{aligned} X(\vec{U}, \vec{x}, \vec{d}) &= mg \sin \theta - m(\dot{u} + qw - rv) \\ Y(\vec{U}, \vec{x}, \vec{d}) &= -mg \cos \theta \sin \phi + m(\dot{v} + ru - pw) \\ Z(\vec{U}, \vec{x}, \vec{d}) &= -mg \cos \theta \cos \phi + m(\dot{w} - pv - qu) \\ L(\vec{U}, \vec{x}, \vec{d}) &= -I_{xx} \dot{p} - (I_{yy} - I_{zz})qr - I_{yz}(q^2 - r^2) - I_{zx}(\dot{r} - pq) - I_{xy}(\dot{q} - rp) \\ M(\vec{U}, \vec{x}, \vec{d}) &= -I_{yy} \dot{q} - (I_{zz} - I_{xx})rp - I_{zx}(r^2 - p^2) - I_{xy}(\dot{p} - qr) - I_{yz}(\dot{r} - pq) \\ N(\vec{U}, \vec{x}, \vec{d}) &= -I_{zz} \dot{r} - (I_{xx} - I_{yy})pq - I_{xy}(p^2 - q^2) - I_{yz}(\dot{q} + rp) - I_{zx}(\dot{p} - qr) \end{aligned} \quad (1.7)$$

### I.7. Linéarisation de la dynamique du vol :

Les équations régissant le mouvement du drone sont non linéaires cela revient à la présence du produit entre deux variables, puissances supérieures à un et d'autres fonctions non linéaires : la solution d'un tel système ne peut être déterminée analytiquement [5]. Certaines simplifications peuvent se faire autour d'un point de fonctionnement, cependant, les variables seront construites à partir de deux autres, une est liée à la valeur de la grandeur à remplacer au point de fonctionnement suffixée par le chiffre 0 et une en minuscule représentant les petites variations autour de ce point. nous prenons à titre d'exemple  $U$

$$U = U_0 + u \quad (1.8)$$

Chaque équation régissant du mouvement du drone sera linéarisé autour du point de fonctionnement. En négligeant le produit de deux grandeurs en minuscule et en considérant les approximations et les transformations trigonométriques suivantes :

$\sin \varepsilon = 0$  et  $\cos \varepsilon = 1$  pour des valeurs faibles de  $\varepsilon$ . Nous obtenons :

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_0 + \mathbf{x} = [Q_0 W_0 - R_0 V_0 - g \sin \theta_0] + m[\dot{u} + Q_0 w + W_0 q - R_0 v - V_0 r - g \cos \theta_0] \quad (1.9)$$

$$\begin{aligned} X_0 &= m[Q_0 W_0 - R_0 V_0 - g \sin \theta_0] \\ Y_0 &= m[U_0 R_0 - P_0 W_0 + g \cos \theta_0 \sin \Theta_0] \\ Z_0 &= m[P_0 V_0 - Q_0 U_0 + g \cos \theta_0 \cos \Theta_0] \\ L_0 &= Q_0 R_0 (I_{zz} - I_{yy}) - P_0 Q_0 \\ M_0 &= (P_0^2 - R_0^2) I_{xz} + (I_{xx} - I_{zz}) P_0 R_0 \\ N_0 &= I_{xx} Q_0 R_0 + (I_{xx} - I_{yy}) P_0 Q_0 \end{aligned} \quad (1.10)$$

L'expression des petites variations est :

$$\begin{aligned} dx &= m[\dot{u} + Q_0 w + W_0 q - R_0 v - V_0 r - (g \cos \theta_0) \theta] \\ dy &= m[\dot{v} + U_0 r + R_0 u - W_0 p - P_0 w + (g \cos \theta_0 \cos \Theta_0) \Theta - (g \sin \theta_0 \sin \Theta_0) \theta] \\ dz &= m[\dot{w} + V_0 p + P_0 v - U_0 q - Q_0 u - (g \sin \theta_0 \cos \Theta_0) \theta - (g \cos \theta_0 \sin \Theta_0) \Theta] \\ dl &= I_{xx} \dot{p} - I_{xz} \dot{r} + (I_{zz} - I_{yy})(Q_0 r + R_0 q) - I_{xz}(P_0 q + Q_0 p) \\ dm &= I_{yy} \dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})(P_0 r + R_0 q) - (2R_0 - 2P_0 p) I_{xz} \\ dn &= I_{zz} \dot{r} - I_{xz} \dot{p} + (I_{yy} - I_{zz})(P_0 q + Q_0 p) + I_{xz}(Q_0 r + R_0 q) \end{aligned} \quad (1.11)$$

Les angles  $\Psi_0$ ,  $\theta_0$  et  $\Theta_0$  représentent le maintien de cap (pas de changement de direction durant le fonctionnement autour de point d'équilibre), et  $\Psi$ ,  $\theta$  et  $\Phi$  sont les petites variations des angles d'Euler autour de ce point. Parfois, il est nécessaire de linéariser les vitesses angulaire, car les équations (1.9)-(1.11) dépendent de ces variables, et pour les avoir à notre disposition, il suffit de linéariser l'équation (1.4):

$$\begin{aligned} p &= \dot{\Theta} - \dot{\varphi} \sin \theta_0 - \theta (\varphi_0 \cos \theta_0) \\ q &= \dot{\Theta} \cos \Theta_0 - \theta (\varphi_0 \sin \Theta_0 \sin \theta_0) + \dot{\varphi} \sin \varphi_0 \cos \theta_0 + \Theta (\varphi_0 \cos \theta_0 \cos \varphi_0 - \theta_0 \sin \Theta_0) \\ r &= \dot{\varphi} \cos \Theta_0 \cos \theta_0 - \Theta (\varphi_0 \sin \Theta_0 \cos \theta_0 + \varphi_0 \cos \Theta_0) - \dot{\Theta} \sin \Theta_0 + \Theta (\varphi_0 \sin \theta_0 \cos \varphi_0) \end{aligned} \quad (1.12)$$

1-Vol droit : implique que  $\Psi_0 = 0$ .

2-Vol symétrique : implique que  $\Psi_0 = V_0 = 0$ .

3-Vol avec les ailes au même niveau impliquant que  $\Theta_0 = 0$ .

Donc pour un vol droit, symétrique et les ailes au même niveau, les équations représentant le mouvement de translation deviennent :

$$\begin{aligned}
 x &= m[\dot{u} + Q_0 w + W_0 q - R_0 v - V_0 r - (g \cos \theta_0) \theta] \\
 y &= m[\dot{v} + U_0 r + R_0 u - W_0 p - P_0 w + (g \cos \theta_0) \phi] \\
 z &= m[\dot{w} + V_0 p + P_0 v - U_0 q - Q_0 u - (g \sin \theta_0) \theta]
 \end{aligned} \tag{1.13}$$

Les équations (1.12) deviennent :

$$\begin{aligned}
 p &= \dot{\phi} - \dot{\phi} \sin \theta_0 \\
 q &= \dot{\theta} \\
 r &= \dot{\phi} \cos \theta_0
 \end{aligned} \tag{1.14}$$

Et en prenant toujours le même mode de vol, nous pouvons déduire que  $P_0 = Q_0 = R_0 = 0$ , ce qui va nous permettre d'écrire :

$$\begin{aligned}
 x &= m[\dot{u} + W_0 q - R_0 v - (g \cos \theta_0) \theta] \\
 y &= m[\dot{v} + U_0 r - W_0 p + (g \cos \theta_0) \phi] \\
 z &= m[\dot{w} - U_0 q - (g \sin \theta_0) \theta] \\
 l &= I_{xx} \dot{p} - I_{xz} \dot{r} m = I_{yy} \dot{q} \\
 n &= I_{zz} \dot{r} - I_{xz} \dot{p}
 \end{aligned} \tag{1.15}$$

Une vue bien minutieuse sur cet ensemble d'équation montre que le système peut être séparé en deux ensemble distincts ; deux descriptions une longitudinale et une autre latérale, et ça peut se faire comme suit :

**1-La partie longitudinale :**

$$\begin{aligned}
 x &= m[\dot{u} + W_0 q - (g \cos \theta_0) \theta] \\
 z &= m[\dot{w} - U_0 q - (g \sin \theta_0) \theta] \\
 m &= I_{yy} \dot{q}
 \end{aligned} \tag{1.16}$$

**2- La partie latérale :**

$$\begin{aligned}
 y &= m[\dot{v} + U_0 r - W_0 p + (g \cos \theta_0) \phi] \\
 l &= I_{xx} \dot{p} - I_{xz} \dot{r} \\
 n &= I_{zz} \dot{r} - I_{xz} \dot{p}
 \end{aligned} \tag{1.17}$$

**I.8. Linéarisation des forces et moments aérodynamique à l'aide du développement séries de Taylor :**

Afin de linéariser les forces et moments aérodynamique on optera pour le développement en série de Taylor. Pour illustrer cette méthode soit  $x$  une fonction dépendante des variables  $u, v, w, q, r, p, \dot{u}, \dot{w}, \dot{v}, \delta e, \delta \epsilon$ .

Ce développement est la somme des produits de la première dérivée de  $x$  par rapport à une des variables et cette variable.

$$x = \frac{dx}{du}u + \frac{dx}{dv}v + \frac{dx}{dp}p + \frac{dx}{dw}w + \frac{dx}{dq}q + \frac{dx}{dr}r + \frac{dx}{du}\dot{u} + \frac{dx}{dv}\dot{v} + \frac{dx}{dw}\dot{w} + \frac{dx}{d\delta_e}\dot{\delta}_e \dots \quad (1.18)$$

Si la variation  $x$  dépend d'autres grandeurs, et leur apport est significatif il est judicieux de les ajouter. Pour l'instant, considérons l'équation 1.16 exprimant le mouvement longitudinal, et l'empennage de profondeur

$$\begin{aligned} \frac{dx}{du}u + \frac{dx}{dw}w + \frac{dx}{dq}q + \frac{dx}{d\delta_e}\delta_e &= m[\dot{u} + W_0q - (g\cos\theta_0)\theta] \\ \frac{dz}{du}u + \frac{dz}{dw}w + \frac{dz}{dq}q + \frac{dz}{d\delta_e}\delta_e &= m[\dot{w} + U_0q - (g\sin\theta_0)\theta] \\ \frac{dm}{du}u + \frac{dm}{dw}w + \frac{dm}{dq}q + \frac{dm}{d\delta_e}\delta_e &= I_{yy}\dot{q} \end{aligned} \quad (1.19)$$

Et par définition l'altitude est donnée comme suit :

$$h_{cg} = -w + u_0\theta \quad (1.20)$$

Par commodité des écritures, nous proposons de suivre la symbolisation suivante :

$$x_i = \frac{1}{m} \frac{dx}{di}, z_i = \frac{1}{m} \frac{dz}{di}, m_i = \frac{1}{I_{yy}} \frac{dm}{di}$$

A partir des équations (1.16), (1.19) et (1.20) nous pourrions trouver les expressions des grandeurs à choisir pour l'étude des évolutions longitudinales de drone :

$$\begin{aligned} \dot{u} &= x_u u + x_w w + (x_q - W_0)q + (g\cos\theta_0)\theta + x_{\delta_e}\delta_e \\ \dot{w} &= z_u u + z_w w + (z_q + U_0)q + (g\sin\theta_0)\theta + z_{\delta_e}\delta_e \\ \dot{q} &= m_u u + m_w w + m_q q + z_{\delta_e}\delta_e \\ \dot{\theta} &= q \\ h_{cg} &= -w + U_0\theta \end{aligned} \quad (1.21)$$

La translation latérale s'obtient en linéarisant les équations (1.17) :

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dv}v + \frac{dy}{dr}r + \frac{dy}{dp}p + \frac{dy}{d\delta_A}\delta_A + \frac{dy}{d\delta_R}\delta_R &= m[\dot{v} + U_0r - W_0p + (g\cos\theta_0)\phi] \\ \frac{dt}{dv}v + \frac{dt}{dr}r + \frac{dt}{dp}p + \frac{dt}{d\delta_A}\delta_A + \frac{dt}{d\delta_R}\delta_R &= I_{xx}\dot{p} - I_{xz}\dot{r} \end{aligned} \quad (1.22)$$

$$\frac{dn}{dv}v + \frac{dn}{dr}r + \frac{dn}{dp}p + \frac{dn}{d\delta_A}\delta_A + \frac{dn}{d\delta_R}\delta_R = I_{zz}\dot{r} - I_{xz}\dot{p}$$

En adaptant toujours la notation suivante :

$$y_j = \frac{1}{m} \frac{dy}{dj}, l_i = \frac{1}{m} \frac{dl}{dj}, n_j = \frac{1}{I_{zz}} \frac{dn}{dj} \quad (1.23)$$

Et en incluant l'équation (1.16), nous arrivons à :

$$\begin{aligned} \dot{v} &= y_v V + (y_r - U_0)r + (y_p + W_0)p + y_{\delta_A}\delta_A + y_{\delta_R}\delta_R - (g \cos \theta_0)\phi \\ \dot{p} &= \frac{I_{xz}}{I_{xx}}\dot{r} + l_v v + l_r r + l_p p + l_{\delta_A}\delta_A + l_{\delta_R}\delta_R \\ \dot{r} &= \frac{I_{xz}}{I_{zz}}\dot{p} + n_v v + n_r r + n_p p + n_{\delta_A}\delta_A + n_{\delta_R}\delta_R \\ p &= \dot{\phi} - \dot{\phi} \sin \theta_0 \\ r &= \dot{\phi} \cos \theta_0 \end{aligned} \quad (1.24)$$

Les équations (1.20 et 1.22) décrivent deux modèles de translation longitudinale et latérale, linéarisés autour d'un point de fonctionnement.

Ces deux modèles sont écrits sous la forme :

$$\dot{X} = AX + BU + GW$$

Avec :

A : matrice d'état.

B : matrice de commande.

G : matrice d'interaction des perturbations dues à des perturbations atmosphériques.

### 1. Modèle longitudinal

$$\dot{x}_{11}(t) = A_{11}x_{11} + B_{11}N$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{11} \\ \dot{x}_{w1} \\ \dot{x}_{w2} \\ \dot{x}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_u} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_w} & -\frac{z}{T_w} & 0 \\ 0 & \frac{K_w}{T_w} & \frac{K_w b_w}{T_w} & -\frac{1}{T_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{w1} \\ x_{w2} \\ x_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

$$\begin{bmatrix} u_{gust} \\ w_{gust} \\ q_{gust} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{K_u}{T_u} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_w}{T_w^2} & \frac{K_w b_w}{T_w^2} & 0 \\ 0 & \frac{b_q K_w}{T_q T_w^2} & \frac{b_q K_w b_w}{T_q T_w^2} & \frac{b_q}{T_q^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_u \\ x_{w1} \\ x_{w2} \\ x_q \end{bmatrix}$$

## 2. modèle latéral

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{x}_{v1} \\ \dot{x}_{v2} \\ \dot{x}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_p} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_v^2} - \frac{2}{T_v} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_p K_v}{T_p^2 T_v^2} - \frac{1}{T_r} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ x_{v1} \\ x_{v2} \\ x_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} p_{gust} \\ v_{gust} \\ r_{gust} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{K_p}{T_p} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_v}{T_v^2} & \frac{K_v b_w}{T_v^2} & 0 \\ 0 & \frac{b_q K_w}{T_r T_v^2} & \frac{b_r b_q K_v}{T_r T_v^2} - \frac{b_r}{T_r^2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ x_{v1} \\ x_{v2} \\ x_r \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

### I.9. Perturbation atmosphériques :

Durant le déplacement du drone dans l'atmosphère, les masses d'air rencontrées ne sont pas régulières, ce qui induit le drone à effectuer des vols irréguliers et parfois instables, la nature de ces perturbations sont influencées par plusieurs facteurs (densité de l'air, direction et vitesse de vent, altitude, ...). Et vu que les turbulences sont très variées et compliquées, les spécialistes sont mis d'accord que la seule méthode efficace pour l'analyse des problèmes de la dynamique dans telles turbulences est la méthode statistique [2-4]. Il existe deux représentations analytiques pour la puissance de la densité spectrale (PSD Power Spectral Density), des turbulences atmosphériques qui sont de plus en plus utilisées dans la conception des systèmes de commande des drones. La première, est le spectre de *Von Kerman*, il est le plus conforme aux spectres des turbulences atmosphériques enregistrés, mais le moins favorable pour les études analytiques, à cause de la complexité de densité spectrale définie comme suit :

$$\Phi_{VK}(\Omega) = \frac{\sigma^2 L}{\pi} \frac{|1 + \frac{8}{3}(1.339\Omega)^2|}{(1 + (1.339\Omega)^2)^{\frac{11}{6}}} \quad (1.27)$$

$\Omega$  est la fréquence spatiale en  $rad\ m^{-1}$ .

A cause de la puissance non-entière la fonction de PSD de Von Karman est difficile d'être déterminée.

Le second est la fonction de PSD de *DRYDEN*, elle est très sollicitée pour sa simplicité et sa Facilité à être programmée

$$\Phi_{DRY}(\Omega) = \frac{\sigma^2 |1+3L^2\Omega^2|}{\pi (1+3L^2\Omega^2)^2} \quad (1.28)$$

Les expressions des fonctions de PSD de Dryden pour chaque composante sur les trois axes sont :

Avec  $\Omega = \frac{w}{u_0}$  et  $u_0 = V$

$$\begin{aligned} \Phi_u(\Omega) &= 2\sigma_u^2 \frac{l_{u_0}}{\pi} \frac{1}{(1+L_u\Omega)^2} \\ \Phi_v(\Omega) &= \sigma_v^2 \frac{l_v}{\pi} \frac{|1+3L_v^2\Omega^2|}{(1+L_v^2\Omega^2)^2} \\ \Phi_w(\Omega) &= \sigma_w^2 \frac{l_w}{\pi} \frac{[1+3L_w^2\Omega^2]}{(1+L_w^2\Omega^2)^2} \end{aligned} \quad (1.29)$$

Les variables ; b représente l'envergure de drone,  $L_u, L_v, L_w$  représentent les longueurs d'ondes des turbulences sur chaque axe et  $\sigma_u, \sigma_v, \sigma_w$  leurs intensités.

### I.9.1. Représentation des interactions atmosphériques :

Pour concevoir un correcteur fiable, il faut inclure le modèle mathématique de l'interaction de l'atmosphère et celui de la dynamique des actionneurs avec le modèle du vol d'un drone, et la Figure I.6 montre les interactions atmosphériques. Et pour se faire, commençons par la conversion des fonctions de transfert de Dryden en un modèle d'état, et pour une commodité des écritures, réécrivons chacune sous forme de polynômes moniques.

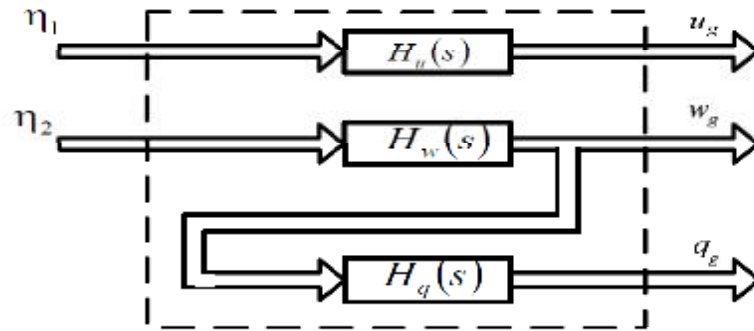


Figure I.6 : Représentation des interactions atmosphériques selon le modèle de Dryden

I.9.1.a. Modèle longitudinal [8] :

$$\begin{aligned}
 H_u(s) &= \sigma_u \sqrt{\frac{2L_u}{\pi V}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{L_u}{V}s} = \frac{K_u}{T_u} \cdot \frac{1}{s + \frac{1}{T_u}} \\
 H_w(s) &= \sigma_w \sqrt{\frac{L_w}{\pi V}} \cdot \frac{1 + \frac{\sqrt{3}L_w s}{V}}{\left(1 + \frac{L_w}{V}s\right)^2} = \frac{K_w}{T_w} \cdot \frac{(1 + b_w s)}{s^2 + \frac{2}{T_w}s + \frac{1}{T_w^2}} \\
 H_q(s) &= \frac{s}{V} * H_w = \frac{b_q}{T_q} \cdot \frac{s}{s + \frac{1}{T_q}} = \frac{b_q}{T_q} - \frac{\frac{b_q}{T_q}}{s + \frac{1}{T_q}}
 \end{aligned} \tag{1.30}$$

$\eta_1$  : Influence du vent horizontal sur la vitesse horizontale

$\eta_2$  : Influence du vent latéral sur la vitesse verticale

Avec :

$$\begin{aligned}
 K_u &= \sigma_u \sqrt{\frac{2L_u}{\pi V}} , T_u = \frac{L_u}{V} \\
 K_w &= \sigma_w \sqrt{\frac{L_w}{\pi V}} , T_w = \frac{L_w}{V} , b_w = \frac{\sqrt{3}L_w}{V} \\
 T_q &= \frac{1b}{v\pi} \text{ et } b_q = \frac{1}{V}
 \end{aligned} \tag{1.31}$$

I.9.2.b. Modèle latéral :

Le modèle latéral du Dryden sera déduit de la même façon que les fonctions de transfert suivantes et de la Figure I.7

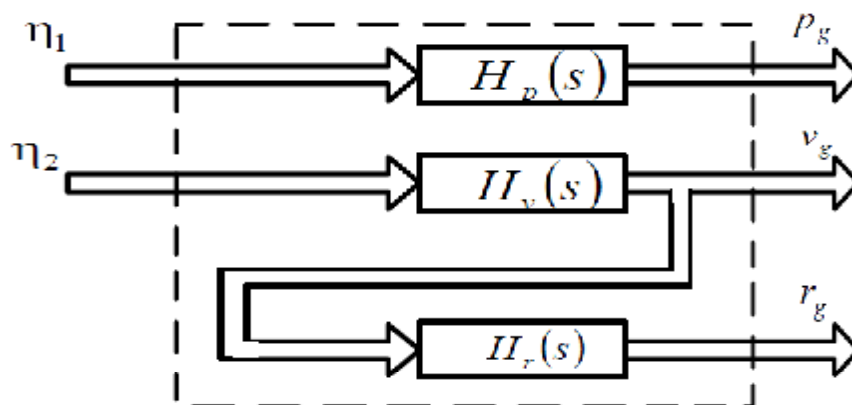


Figure I.7 : Représentation des perturbations atmosphériques pour le mouvement latéral selon le modèle de Dryden

$$\begin{aligned}
 H_p(s) &= \sigma_w \sqrt{\frac{0,8}{V}} \cdot \frac{(\frac{\pi}{4b})^{1/6}}{L_w^{3/4}(1 + \frac{4b}{V}s)} = \frac{K_p}{T_p} \cdot \frac{1}{s + \frac{1}{T_p}} \\
 H_v(s) &= \sigma_v \sqrt{\frac{L_v}{\pi V}} \cdot \frac{1 + \frac{\sqrt{3}L_v s}{V}}{(1 + \frac{L_v}{V}s)^2} = \frac{K_v}{T_v^2} \cdot \frac{(1 + h_v s)}{s^2 + \frac{2}{T_v}s + \frac{1}{T_v^2}} \\
 H_r(s) &= \frac{\frac{s}{V}}{1 + \frac{4b}{\pi V}s} = \frac{b_r}{T_r} - \frac{\frac{b_r}{T_r^2}}{s + \frac{1}{T_r}}
 \end{aligned} \tag{1.32}$$

Et nous proposons les mêmes notations que précédemment :

$$\begin{aligned}
 K_p &= \sigma_w \left(\frac{\pi}{4bL_w^2}\right)^{1/6} \sqrt{\frac{0,8}{V}} , T_p = \frac{4b}{\pi V} \\
 K_v &= \sigma_v \sqrt{\frac{L_v}{\pi V}} , T_v = \frac{L_v}{V} , h_v = \frac{\sqrt{3}L_v}{V} \\
 T_r &= \frac{4b}{v\pi} \text{ et } h_r = \frac{1}{V}
 \end{aligned} \tag{1.33}$$

**I.10. Modèle des actionneurs :**

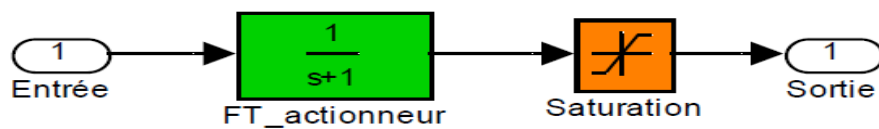
La dynamique des actionneurs sera modélisée par un système de premier ordre avec une constante de temps T en tenant compte des saturations [6], la Figure I.8 les schématise, dont la fonction de transfert est :

$$G(s) = \frac{1}{Ts + 1} \tag{1.34}$$

Ou encore :

$$\dot{x}_a = A_a x_a + B_a U_a$$

a : pour actionneur :



**Figure I.8 : Schématisation des actionneurs**

La dimension de  $A_a$  dépend essentiellement de nombre d'actionneurs et leur dynamique. et puisque nous avons spécifié qu'elle est représentée à l'aide d'une fonction de transfert de premier ordre, donc sa dimension est la même que le nombre d'actionneurs.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{a1} \\ \dot{x}_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_{a1}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\tau_{a2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{a1} \\ x_{a2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{a1} \\ U_{a2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_{a1} \\ \dot{y}_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\tau_{a1}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\tau_{a2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{a1} \\ x_{a2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{a1} \\ U_{a2} \end{bmatrix}$$

**Conclusion :**

Les notions fondamentales concernant la mécanique du vol ont été rappelées afin d'éclairer, les points particuliers de ce domaine, notamment ceux concernant les surfaces de commande, les trièdres de référence, les coefficients aérodynamiques ainsi que les équations du mouvement, qui ont permis de construire un modèle d'état non linéaire dans le but de le linéariser et aboutir à deux modèles linéaires longitudinal et latéral .

### Introduction

La conception de la loi de commande s'effectue à partir d'un modèle du système réel souvent appelé modèle nominal ou modèle de référence. Ce modèle provient des équations de la physique, et n'est qu'une approximation de la réalité. Ses carences sont multiples : dynamiques et non linéarité négligées, erreurs de mesure à l'identification, etc.

Enfin, des facteurs externes imprévisibles peuvent venir des perturbations externes tel-que les rafales du vent horizontales ou latérales qui peuvent venir perturber le fonctionnement du système .il est donc insuffisant d'optimiser l'asservissement par rapport au modèle nominal : il faut aussi se prémunir contre l'incertitude de modélisation et les aléas externes.

On distingue deux classes de facteurs incertains. Une première classe comprend les aléas et perturbations externes. A noter que ces actions externes ne modifient pas le comportement dynamique interne du système.

Une deuxième classe de facteurs incertains réunit les imperfections et variations du modèle dynamique du système. Pour des raisons pratiques, on distinguera :

- L'incertitude non structurée ou incertitude dynamique qui rassemble les dynamiques négligées dans le modèle.
- L'incertitude paramétrique ou structurée qui est liée aux variations ou erreurs d'estimations sur certains paramètres physiques du système, ou à des incertitudes de nature dynamique, l'incertitude paramétrique intervient principalement lorsque le modèle est obtenu à partir des équations de la physique.

De nombreuses méthodes de commande des processus utilisent le principe du retour d'état (commande optimale, placement de pôles, . . .). Comme dans la plupart des cas, les seules grandeurs accessibles du système sont les variables d'entrée et de sortie. il est nécessaire, à partir de ces informations, de reconstruire l'état du modèle choisi pour élaborer la commande.

Un reconstruteur d'état ou estimateur est un système ayant comme entrée les entrées et les sorties du processus réel et dont la sortie est une estimation de l'état de ce processus.

Sous l'hypothèse de linéarité du modèle du processus, la structure de base de l'estimateur est toujours la même, mais sa réalisation dépendra du contexte choisi continu ou discret, déterministe ou stochastique, dans le cas où ce modèle est un modèle déterministe, le reconstruteur d'état sera appelé observateur [9].

Dans ce chapitre nous allons élaborer une loi de commande, pour ce faire la tâche est subdivisée en deux phases ; la première tâche est la reconstruction du vecteur d'état en utilisant l'observateur de Luenberger, ce dernier est utilisé pour la conception de la loi commande LQR. La construction de

l'observateur est nécessaire pour estimer le vecteur d'état ; dans le domaine de commande des drones c'est une approche très attractive pour réduire au minimum le nombre des capteurs à bord.

## II.2.Synthèse de la loi de commande :

### II.2.1.La commande par retour d'état :

#### II.2.1.1 définition

La commande par retour d'état est un moyen de modifier le comportement d'un système dynamique en boucle fermée donné par une représentation d'état. Cette approche suppose l'état connu. Quand ce n'est pas le cas, on peut utiliser un observateur d'état de manière à reconstruire l'état à partir des mesures disponibles. Une finalité de la commande par retour d'état peut être de minimiser (ou maximiser) un indice de performance (Commande optimale, Commande LQ). ça peut être aussi d'obtenir un système en boucle fermée dont les pôles, c'est-à-dire les valeurs propres de la matrice d'état, soient placées de manière appropriée. Ces pôles, en effet, déterminent le comportement du système, mais uniquement si celui-ci est monovarié : dans le cas multivariable, il est indispensable de considérer également les valeurs propres.

#### II.2.2.synthèse de la commande par retour d'état :

Soit le système linéaire stationnaire défini par sa représentation d'état  $(A, B, C, 0)$ . Ou  $x(t) \in R^n$  représente l'état du système.  $u(t) \in R^m$  est la commande et  $y(t) \in R^p$  est la sortie mesurée du système. Ce système peut être représenté par le schéma bloc suivant :

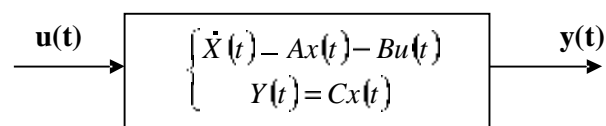


Figure II.1 : Schéma bloc d'un modèle d'espace d'état

On désire asservir le système à une valeur  $y_{ref}(t)$  tout en imposant les dynamiques du régime transitoire et en maintenant une erreur petite ou nulle en régime permanent. Modifier le régime transitoire du système, c'est modifier les pôles de la matrice dynamique  $A$ . On implante ainsi une loi de commande par retour d'état qui prend en compte les Valeurs de l'état à l'instant  $t$  :

$$X(t) = \begin{bmatrix} X_1(t) \\ \vdots \\ X_n(t) \end{bmatrix}$$

La loi de commande s'écrit alors :

$$U(t) = -KX(t) + V(t)$$

Où  $K \in R^{m \times n}$  est une matrice appelée gain du retour d'état et  $v(t)$  est une nouvelle entrée pour le système en boucle fermée (éventuellement ce dernier signal peut représenter la consigne).  $C'$  est une commande en boucle fermée car elle dépend des signaux internes du système même si elle ne prend pas en compte directement la sortie du système  $y(t)$  Comme le montre la figure suivante :

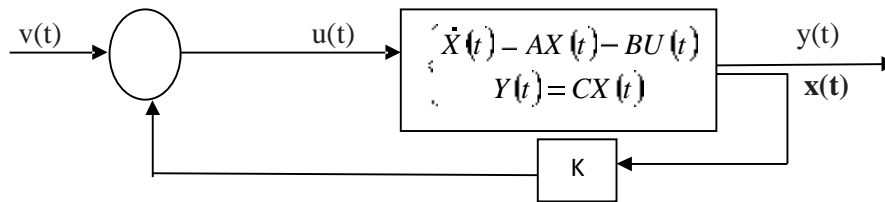


Figure II.2 : Le schéma bloc du retour d'état

Cette technique s'appelle également commande par placement de pôles car elle permet de placer les pôles de la boucle fermée n'importe où dans le plan complexe.

L'implantation de cette commande par retour d'état nécessite la mesure de tous les états du système ce qui est une hypothèse assez forte, quand ce n'est pas le cas, on peut utiliser un observateur d'état de manière à reconstruire l'état à partir des mesures disponibles.

### II.3.Synthèse de l'observateur Luenberger et calcul du vecteur d'espace d'état complet :

#### II.3.1.Objectif d'un observateur :

L'objectif est de reconstruire l'état interne d'un système à l'aide d'un algorithme dynamique (un système dynamique). Ce dernier dispositif est appelé l'observateur réduit Luemberger.

En général, pour des raisons techniques et économiques, l'état du système n'est pas complètement accessible. En effet, la complexité de la réalisabilité technique ainsi que des coûts prohibitifs pour l'implémentation de plusieurs capteurs peuvent réduire considérablement le nombre d'état mesurés. Nous pouvons alors considérer que, pour la grande majorité des systèmes, la dimension du vecteurs d'état est supérieure à celle du vecteur de sortie ( $l < n$ ). cette considération signifie que pour tout instant  $t$ , le vecteur  $x(t)$  ne peut pas être complètement mesuré ou déduit des sorties .Cependant, moyennement des conditions d'existence, l'état peut être reconstruit à l'aide d'un observateur [11]. Ainsi, dimensionnement judicieux d'un observateur doit permettre une estimation précise et rapide de la valeur des composantes du vecteur d'état  $x(t)$ .

Soit le modèle à espace d'état continu suivant décrivant le modèle d'un drone :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = AX(t) + BU(t) \\ Y(t) = C_1X(t) + DU(t) \end{cases} \quad (2.1)$$

Où  $X(t)$  est le vecteur d'état de dimension  $(n \times 1)$ ,  $A$  représente la matrice d'Etat de dimension  $(n \times n)$ ,  $U(t)$  est le vecteur de commande de dimension  $(p \times 1)$ ,  $B$  est la matrice de contrôle de dimension  $(n \times p)$ ,  $C_1$  représente la matrice d'observation de dimension  $(q \times 1)$ ,  $D$  représente la matrice qui lie l'entrée à sortie.

Supposons que  $\text{rang}(C) = q$ , par conséquent,  $(n - q)$  restent les Etats à estimer. Le système (2.1) est supposé être observable.

On introduit la matrice suivante à dimension égale à la dimension de  $A$  :

$$P = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Où  $P$  ne doit pas être singulier ( $P$  est inversible) et  $C_2$  est une matrice de dimension  $((n - q) \times n)$ . Soit  $Q$  l'inverse de  $P$  ;

$$P^{-1} = Q = \begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Où les dimensions de  $Q_1$  et  $Q_2$  sont respectivement  $(n \times q)$  et  $n \times (n - q)$ . Considérons le changement de variable suivant :

$$\bar{X} = PX \quad (2.4)$$

Remplacer le vecteur d'état de la variable  $X$  dans l'équation (2.1), le système devient :

$$\begin{cases} \dot{\bar{X}}(t) = \bar{A}\bar{X}(t) + \bar{B}U(t) \\ Y(t) = \bar{C}_1\bar{X}(t) \end{cases} \quad (2.5)$$

Où  $\bar{A} = PAP^{-1}$ ,  $\bar{B} = PB$  et  $\bar{C}_1 = C_1P^{-1}$ .

Calculons  $\bar{C}_1$  :

$$\bar{C}_1 = C_1P^{-1} = C_1 \begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1Q_1 & C_1Q_2 \end{bmatrix}$$

Nous obtenons à partir de (2.3) :

$$P \times Q = I_n = \begin{bmatrix} I_{q \times q} & 0_{q \times (n-q)} \\ 0_{(n-q) \times q} & I_{(n-q) \times (n-q)} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Donc

$$\begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 Q_1 & C_1 Q_2 \\ C_2 Q_1 & C_2 Q_2 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

En comparant les équations (2.6) et (2.7), nous obtenons  $\bar{C}_1 = \begin{bmatrix} I_{q \times q} & 0_{q \times (n-q)} \end{bmatrix}$

La sortie du modèle d'espace d'état décrit dans (2.5) devient :

$$Y(t) = \bar{C}\bar{X} = \begin{bmatrix} I_{q \times q} & 0_{q \times (n-q)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{X}_1(t) \\ \bar{X}_2(t) \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

A partir de l'équation (2.7), il est démontré que l'observateur Luenberger est utilisé pour restaurer une partie du vecteur d'état  $\bar{X}_2$  en utilisant le vecteur disponible  $\bar{X}_1$ .

Après la division du vecteur d'espace d'état en deux parties (disponibles à la mesure  $X_1$  et  $X_2$  non disponibles), le modèle d'espace d'état défini dans (2.5), devient comme suit :

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{X}}_1(t) \\ \dot{\bar{X}}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{X}_1(t) \\ \bar{X}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{B}_1 \\ \bar{B}_2 \end{bmatrix} U(t) \quad (2.9)$$

$$Y(t) = \begin{bmatrix} I_{q \times q} & 0_{q \times (n-q)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{X}_1(t) \\ \bar{X}_2(t) \end{bmatrix}$$

Où :  $\dim(\bar{A}_{11}) = \dim(\bar{A}_{21}) = (q \times q)$  et  $\dim(\bar{A}_{12}) = \dim(\bar{A}_{22}) = ((n - q) \times (n - q))$ ;

dim : représente la dimension d'une matrice.

A partir de (2.8) nous avons  $Y(t) = \bar{X}_1(t)$

$$\dot{\bar{X}}_2(t) = \bar{A}_{21}Y(t) + \bar{A}_{22}\bar{X}_2(t) + \bar{B}_2U(t) \quad (2.10)$$

On suppose :

$$\bar{U}(t) = \bar{A}_{21}Y(t) + \bar{B}_2U(t)$$

Alors l'équation (2.9) devient :

$$\dot{\bar{X}}_2(t) = \bar{A}_{22}\bar{X}_2(t) + \bar{U}(t) \quad \text{et} \quad (2.11)$$

$$\dot{\bar{X}}_1(t) = \bar{A}_{11}\bar{X}_1(t) + \bar{A}_{12}\bar{X}_2(t) + \bar{B}_1U(t)$$

$$\dot{Y}(t) = \bar{A}_{11}Y(t) + \bar{A}_{12}\bar{X}_2(t) + \bar{B}_1U(t)$$

Soit

$$W(t) = \bar{A}_{12}\bar{X}_2(t) = \dot{Y}(t) - \bar{A}_{11}Y(t) - \bar{B}_1U(t)$$

Alors le modèle d'espace d'état estimé est donné comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\bar{X}}_2(t) = \bar{A}_{22}\bar{X}_2(t) + \bar{U}(t) \\ W(t) = \bar{A}_{12}\bar{X}_2(t) \end{cases} \quad (2.12)$$

D'après l'équation défini dans (2.11) nous pouvons concevoir un observateur pour estimer le vecteur d'espace d'état, ceci est possible si le système (2.12) est observable, sachant que le système (2.1) est observable, alors il est facile de prouver l'observabilité du système défini dans (2.12).

L'équation de l'observateur de Luenberger est donnée comme suit :

$$\dot{\tilde{X}}_2(t) = (\bar{A}_{22} - \bar{L}\bar{A}_{12})\tilde{X}_2 + \bar{L}W + \bar{U} \quad (2.13)$$

En remplaçant l'expression de  $w$  et  $\bar{U}$  dans (2.13) on obtient :

$$\dot{\tilde{X}}_2(t) = (\bar{A}_{22} - \bar{L}\bar{A}_{12})\tilde{X}_2(t) - \bar{L}(\dot{Y}(t) - \bar{A}_{11}Y(t) - \bar{B}_1U(t)) + \bar{A}_{21}Y(t) - \bar{B}_2U(t) \quad (2.14)$$

Où :  $\bar{L}$  est la somme de la matrice de l'observateur réduit, qui est calculée à partir des valeurs propres désirées de la matrice  $(\bar{A}_{22} - \bar{L}\bar{A}_{12})$ .

Dans l'équation (2.14), une dérivée de la sortie apparaît et elle est déconseillée, pour l'éviter, on applique la transformation suivante :

$$Z(t) = \tilde{X}_2(t) - \bar{L}Y(t)$$

Après avoir effectué quelques calculs, on obtient la dérivé de  $z$  comme suit :

$$\dot{Z}(t) = (\bar{A}_{22} - \bar{L}\bar{A}_{12})Z(t) + MY(t) + \hat{B}U(t)$$

Où:

$$M = (\bar{A}_{22} - \bar{L}\bar{A}_{12})\bar{L} + (\bar{A}_{21} - \bar{L}\bar{A}_{11})$$

$$\hat{B} = \bar{B}_2 - \bar{L}\bar{B}_1$$

A partir (2.8) et (2.14) on trouve ceci :

$$\begin{cases} \tilde{X}_1(t) = Y(t) \\ \tilde{X}_2(t) = Z(t) + \bar{L}Y(t) \end{cases}$$

Pour trouver le vrai vecteur d'état  $X$ , on utilise la relation donnée dans (2.4)

$$\bar{X}(t) = PX(t) \Rightarrow X(t) = P^{-1}\bar{X}(t)$$

Alors

$$\tilde{X}(t) = P^{-1} \tilde{X}(t) = \begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y(t) \\ \tilde{X}_2(t) \end{bmatrix}$$

Et l'état estimé est donnée par l'équation suivante :

$$\tilde{X}(t) = Q_1 Y(t) + Q_2 Z(t) + Q_2 \bar{L} Y(t) = (Q_1 + Q_2 \bar{L}) Y(t) + Q_2 Z(t)$$

Le diagramme donné sur la figure II.3 représente la structure de l'observateur réduit de Luenberger :

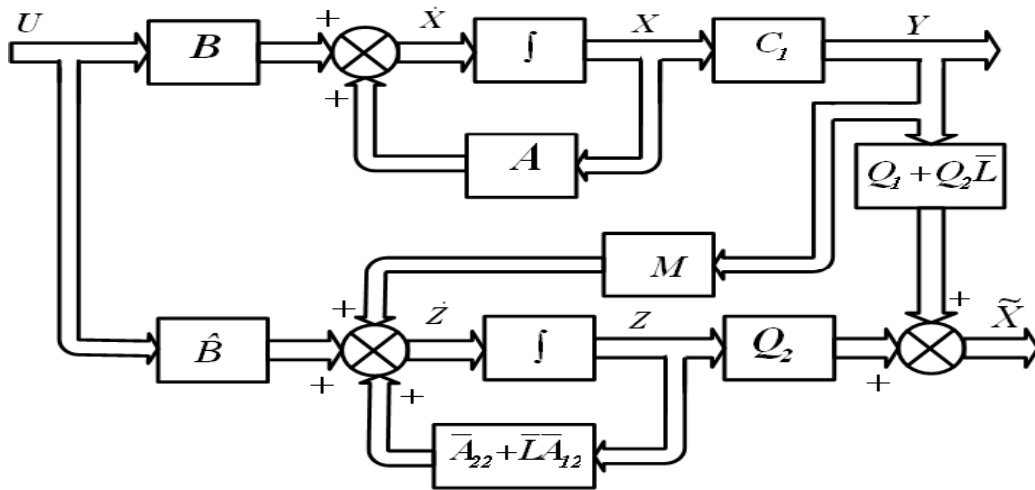


Figure II.3 : Diagramme de l'observateur réduit

L'observateur est défini dans un domaine à temps continu, afin de le convertir en un temps discret, on remplace  $\dot{X}(t) = X(n+1) - X(n)/T$  dans (2.14), où T est la période d'échantillonnage.

Après avoir trouvé le vecteur d'espace d'état complet  $\tilde{X}$ , nous sommes prêt à construire la loi de commande basée sur le régulateur quadratique linéaire à temps discret (dlqr).

La dernière étape est l'optimisation robuste basée sur  $H_2/H_\infty$  en utilisant les algorithmes génétiques.

### II.3.2. La commande linéaire quadratique (LQR) :

La commande linéaire quadratique, dite la commande LQ, est une méthode qui permet de calculer la matrice de gains d'une commande par retour d'état. L'idée consiste à minimiser un critère de performance  $J(u)$ , quadratique en l'état  $x$  et les commandes  $U$ , et qui est une somme pondérée de l'énergie de  $x$  et de celle de  $u$ . Le but de la commande consiste, suite à une perturbation, à ramener, de préférence aussi rapidement que possible, l'état à sa valeur d'équilibre 0, compte tenu des contraintes liées à un cahier des charges [11]. Si, dans  $J(u)$ , on privilégie l'énergie de  $x$ , c'est celle-ci qui va être essentiellement minimisée, au détriment de l'énergie de la commande, qui pourra donc être très grande ; dans ce cas la commande sera très nerveuse (à grands gains). Si au contraire on privilégie  $J(u)$  dans l'énergie de  $u$ , on met

l'accent sur l'économie des moyens ; on obtiendra donc une commande de faible énergie, molle, pour laquelle la dynamique de la boucle fermée sera lente.

Et le problème de la commande LQR est souvent posé comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= AX(t) + BU(t) & X \in R^n ; U \in R^m \\ Z(t) &= NX(t) & Z \in R^q \end{aligned} \quad (2.16)$$

La commande par retour d'état qui stabilise le système et minimise le critère LQ s'écrit :

$$J = \int_0^{\infty} (X^T(t)QX(t) + U^T(t)RU(t))dt \quad (2.17)$$

Avec

$$R > 0 \quad \text{et} \quad Q \geq 0$$

$$U(t) = -K_C X(t) \quad \text{avec} \quad K_C = -R^{-1} B^T P_C$$

Et  $P_C$  solution positive (symétrique) de l'équation de Riccati :

$$P_C A + A^T P_C - P_C B R^{-1} B^T P_C + Q_X = 0 \quad (2.18)$$

On a alors :

$$J_{min} = X_0^T P_C X_0 \quad (X_0 : \text{État initial à } t=0) \quad (2.19)$$

Où  $Q$  et  $R$  sont des matrices de pondération symétriques réelles, semi-définie positive et définie positive respectivement.

### II.3.3.Choix des matrices de pondérations

La synthèse des matrices de gain du contrôleur optimal, repose directement sur les matrices de pondération  $Q$  et  $R$ .

la règle de Bryson qui suggère de choisir des matrices

$$Q = \text{diag}(q_1, q_2, \dots, q_n) \quad \text{et} \quad R = \text{diag}(r_1, r_2, \dots, r_m) \quad (2.20)$$

Avec

$$r_i = \left[ \frac{1}{\sup(u_i)} \right], \quad i = 1, 2, \dots, m \quad \text{et} \quad q_i = \left[ \frac{1}{\sup(y_i)} \right], \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.21)$$

### II.4.Synthèse du correcteur optimal :

Dans cette partie, la combinaison de l'observateur de Luenberger et le régulateur linéaire quadratique a pour rôle de stabiliser l'altitude et le vol de l'UAV. La première étape est réduire l'ordre de l'observateur déterministe à temps continu en utilisant la méthode décrite dans ce chapitre. Pour assurer la stabilité du système en boucle fermée on doit assigner les valeurs propres désirées à l'observateur. Après synthèse, l'observateur est convertit au temps discret pour être connecté au régulateur linéaire quadratique discret.

Les composants reconstitués par l'observateur de Luenberger sont l'angle d'attaque  $\alpha$  et le spin (r.p.m)  $\Omega$  en utilisant les vecteurs d'entrée et de sortie.

Le diagramme représenté dans la figure ci-dessous représente le système à boucle fermée :

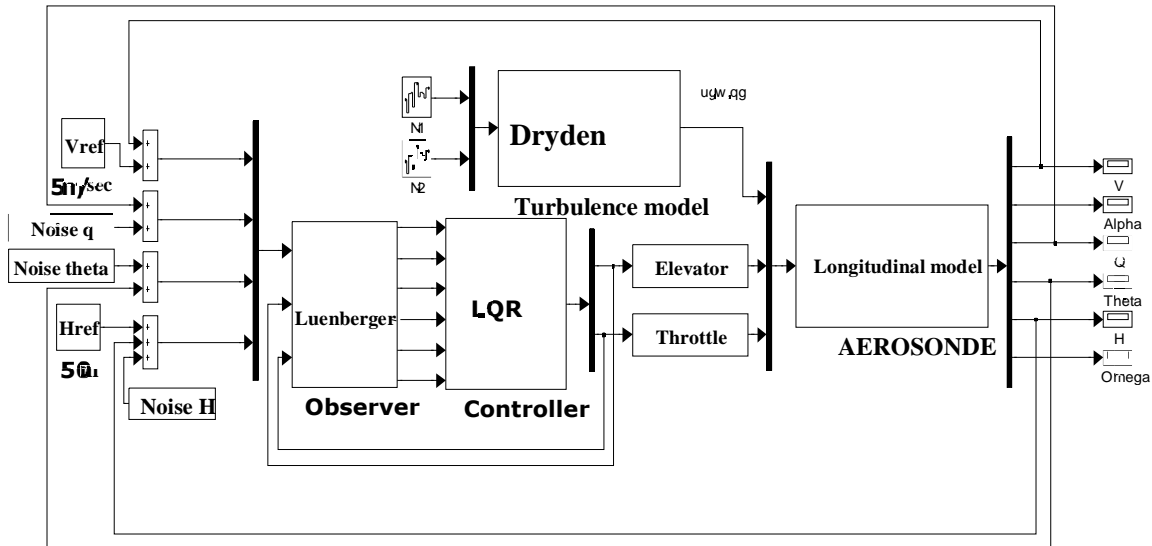


Figure II.4 : Diagramme simulink de la commande optimale longitudinale en utilisant l'observateur réduit et la commande LQ

## II.5.Optimisation Robuste du correcteur optimal basée sur les algorithmes génétiques :

### II.5.1.Introduction :

Le cahier des charges des synthèses de contrôleurs sont de plus en plus contraignants sur des objectifs de plus en plus divers. La plupart des critères de ces cahiers des charges peuvent se traduire sous forme de problèmes d'optimisation robuste de norme  $H_\infty$  ou  $H_2$  basée sur les algorithmes génétiques. La commande  $H_2$  cherche à minimiser le gain induit du système pour des performances moyennes, alors qu'une commande  $H_\infty$  cherche à garantir un certain niveau de performances dans le pire des cas.

### II.5.2.Définitions :

#### II.5.2.1.La robustesse d'un asservissement :

La robustesse d'un système se définit comme non pas la stabilité de sa performance, Il existe 3 types de systèmes :

- Les systèmes non performants c'est-à-dire ne remplissant pas les fonctionnalités attendues par l'utilisateur.

- les systèmes performants fragiles c'est-à-dire performants mais uniquement pour une certaine plage réduite de valeurs de paramètres internes ou externes.
- les systèmes performants robustes c'est-à-dire performants malgré des conditions externes présentant de larges variations d'amplitude (exemple : variation de température, d'adhérence au sol...).

### II.5.2.2. Performance d'un asservissement :

Un asservissement est performant s'il réagit et suit la consigne avec précision intuitivement les performances sont d'autant meilleures que le gain de boucle est élevé.

### II.5.3. Calcul des fonctions de transferts de sensibilité (output sensitivity functions) :

- **Fonction de sensibilité :**

Ces équations mettent en valeur un certain nombre de fonctions de transfert caractéristique de la boucle (loop transfer functions) qui vont jouer un rôle important dans l'étude et la synthèse des asservissements robustes [9]. Ces fonctions sont :

- **La fonction de sensibilité en sortie (output sensitivity function) :**

$$S(s) = I + G(s)K(s)^{-1} \quad (2.24)$$

Qui indique la sensibilité de la sortie y aux perturbations  $W_0$  sur cette sortie. c'est à dire la façon dont  $W_0$  affecte y. Par défaut, le terme « fonction de sensibilité » fera référence à la fonction de sensibilité en sortie.

$W_0$  : représente les perturbations de sortie H, téta,q,v,

- **La fonction de sensibilité en entrée (input sensitivity function) :**

$$S_e(s) = (I + G(s)K(s))^{-1} \quad (2.25)$$

Qui indique la sensibilité de l'entrée  $U+W_1$  du système aux perturbations  $W_1$  affectant cette entrée.

$U+W_1$  : représente les perturbations d'entrée n1 et n2.

- **La fonction de sensibilité complémentaire (en sortie) :**

$$T(s) = G(s)K(s)(I + G(s)K(s))^{-1} = I - S(s) \quad (2.26)$$

Elle détermine la relation entre la sortie  $y$  et la consigne  $r$  ainsi que l'effet du bruit de mesure sur la sortie.

- La fonction  $G(s)(I + K(s)G(s))^{-1} = G Se(s)$  qui exprime la sensibilité de la sortie  $y$  aux perturbations  $W_i$  de la commande  $U$ .
- La fonction  $K(s) (I + G(s)K(s))^{-1} = K Ss(s)$ .

### II.5.4. Calcul des normes $H_2$ et $H_\infty$ :

#### II.5.4.1. Norme $H_2$ :

##### Interprétation :

C'est l'énergie en sortie du système lorsqu'on injecte un bruit blanc vérifiant  $U(j\omega) U^*(j\omega) = I$  (densité spectrale uniforme). La norme  $\|G(S)\|_2^2$  est finie si et si seulement  $G(s)$  est strictement propre

$$\begin{aligned} \|G(S)\|_2^2 &= \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \text{Tr}(G^*(j\omega)G(j\omega)) d\omega \right)^{1/2} \\ &= \sup_{\|u(s)\|_\infty = 1} \frac{\|y(s)\|_2}{\|u(s)\|_\infty} \end{aligned} \quad (2.27)$$

La norme  $H_2$  est donnée comme suit :

$$\begin{aligned} H_{2S_n} &= \|S_n\|_2 = \sqrt{\text{trace}(C_{S_n} Q_{S_n}) C_{S_n}^T}; \\ H_{2Sp1} &= \|Sp1\|_2 = \sqrt{\text{trace}(C_{Sp1} Q_{Sp1}) C_{Sp1}^T} \\ H_{2Sp2} &= \|Sp2\|_2 = \sqrt{\text{trace}(C_{Sp2} Q_{Sp2}) C_{Sp2}^T} \end{aligned}$$

Et

$$\begin{aligned} H_{2T_n} &= \|T\|_2 = \sqrt{\text{trace}(C_{T_n} Q_{T_n}) C_{T_n}^T} \\ H_{2Tp1} &= \|Tp1\|_2 = \sqrt{\text{trace}(C_{Tp1} Q_{Tp1}) C_{Tp1}^T} \\ H_{2Tp2} &= \|Tp2\|_2 = \sqrt{\text{trace}(C_{Tp2} Q_{Tp2}) C_{Tp2}^T} \end{aligned} \quad (2.28)$$

Où  $Q_{S_n}, Q_{Sp1}, Q_{Sp2}, Q_{T_n}, Q_{Tp1}, Q_{Tp2}$  sont les gramians de commandabilité des modèles donnés par la solution des équations de Lyapunov suivantes :

$$\begin{aligned} A_{S_n} Q_{S_n} A_{S_n}^T - Q_{S_n} + B_{S_n} B_{S_n}^T &= 0 \\ A_{Sp1} Q_{Sp1} A_{Sp1}^T - Q_{Sp1} + B_{Sp1} B_{Sp1}^T &= 0 \\ A_{Sp2} Q_{Sp2} A_{Sp2}^T - Q_{Sp2} + B_{Sp2} B_{Sp2}^T &= 0 \\ A_{T_n} Q_{T_n} A_{T_n}^T - Q_{T_n} + B_{T_n} B_{T_n}^T &= 0 \\ A_{Tp1} Q_{Tp1} A_{Tp1}^T - Q_{Tp1} + B_{Tp1} B_{Tp1}^T &= 0 \end{aligned} \quad (2.29)$$

$$A_{TP2}Q_{TP2}A_{TP2} - Q_{TP2} + B_{TP2}B_{nTP2}' = 0$$

Ou le suffixe n désigne nominal, et pi pour le i<sup>ème</sup> modèle perturbé.

#### II.5.4.2. Norme $H^\infty$ :

$\bar{\sigma}(H(j\omega))$  Représente le maximum des valeurs singulières des matrices de sensibilité et

$\text{Sup}\bar{\sigma}(H(j\omega))$  le maximum global des valeurs singulières de modèle MIMO.

Le maximum des valeurs singulières  $\bar{\sigma}(H(j\omega))$  doit être minimisé de sorte à assurer au système la robustesse en stabilité et en performance, et surtout éviter la saturation des actionneurs ce qui est primordiale pour les objets volants pour ne pas atteindre les conditions de décrochage.

$$\|G(s)\|_\infty = \sup \sigma \max(G(j\omega)) \quad (2.30)$$

C'est la norme induite par la norme des fonctions de H2 elle mesure le gain maximal de la réponse fréquentielle  $G(j\omega)$  [12].

Le critère de performance est formé pour chaque modèle avec les poids de pondérations de Lagrange correspondant à la contribution de chaque terme estimé, le critère de performance pour le modèle nominal est donné comme suit :

$$J^n(L, F) = \theta_1^n H2_{Sn} + \theta_2^n H^\infty_{Sn} \quad (2.31)$$

Le même critère de performance est attribué pour les deux modèles perturbés, dont les expressions sont :

$$J^{P1}(L, F) = \theta_1^{P1} H2_{SP1} + \theta_2^{P1} H^\infty_{SP1} \quad (2.32)$$

$$J^{P2}(L, F) = \theta_1^{P2} H2_{SP2} + \theta_2^{P2} H^\infty_{SP2} \quad (2.33)$$

La fonction de coût totale à optimiser est donnée par la sommation de (2.29), (2.30) et (2.31), exprimée comme suit :

$$J(L, F) = J^n(L, F) + J^{P1}(L, F) + J^{P2}(L, F) \quad (2.34)$$

Tel que les facteurs de LaGrange  $\gamma_i^k$ , (k=n, p1, p2) pondèrent la contribution des termes estimant performance et robustesse dans la fonction cout, respectivement, n, p1, p2 correspondent aux modèle nominal, premier et deuxième modèle perturbé, respectivement.

## II.6. Algorithme génétique :

L'algorithme génétique (AG) est un algorithme de recherche basé sur les mécanismes de la sélection naturelle et de la génétique. Il combine une stratégie de survie des plus forts avec échange d'information aléatoire mais structuré. Pour un problème pour lequel une solution est inconnue, un ensemble de solutions possibles est créé aléatoirement.

On appelle cet ensemble la population. Les caractéristiques (ou variables à déterminer) sont alors utilisées dans des séquences de gènes qui seront combinées avec d'autres gènes pour former des chromosomes et par après des individus. Chaque solution est associée à un individu, et cet individu est évalué et classifié selon sa ressemblance avec la meilleure ; mais encore inconnue ; solution au problème, il peut être démontré qu'en utilisant un processus de sélection naturelle inspiré de Darwin, cette méthode convergera graduellement à une solution.

Comme dans les systèmes biologiques soumis à des contraintes, les meilleurs individus de la population sont ceux qui ont une meilleure chance de se reproduire et de transmettre une partie de leur héritage génétique à la prochaine génération. Une nouvelle population ou génération est alors créée en combinant les gènes des parents [13]. On s'attend à ce que certains individus de la nouvelle génération possèdent les meilleures caractéristiques de leurs deux parents et donc, qu'ils seront une meilleure solution au problème. Le nouveau groupe (la nouvelle génération) est alors soumis aux mêmes critères de sélections et par après génère ses propres rejetons. Ce processus est répété plusieurs fois, jusqu'à ce que tous les individus possèdent le même héritage génétique. Les membres de cette dernière génération qui sont habituellement très différents de leurs ancêtres, possèdent de l'information génétique qui correspond à la meilleure solution au problème.

L'algorithme génétique de base comporte trois opérations simples qui ne sont pas plus compliquées que des opérations algébriques :

- Sélection
- Reproduction
- mutation

L'algorithme génétique fut développé par Holland.

### II.6.1. Codage D'individus :

Avant de passer à l'explication des différents processus génétique, il faut tout d'abord expliquer le codage des individus. La procédure normale pour coder un algorithme génétique ayant plusieurs paramètres est de coder chaque paramètre comme une séquence de bits.

Les séquences sont ensuite tronquées l'une après l'autre pour former une grande séquence, le chromosome, qui représente le vecteur des paramètres. Chaque séquence du vecteur total représente un gène, et la valeur de chaque gène est un allèle.

Exemple : Soit un vecteur  $\bar{x}$  composé de trois paramètres  $x_1, x_2, x_3$ , codés à 4 bits.

$x_1 = 0011$

$x_2 = 1010$

$x_3 = 0100$

La séquence totale serait la suivante :

$\bar{x} = \langle 0011|1010|0100 \rangle$

Un chiffre codé en binaire dans ce cas ne représente pas une valeur spécifique mais plutôt un intervalle.

Par exemple, si on code des valeurs de 0 à 1 à l'aide de 5 bits, le chiffre 11111 représente l'intervalle de  $31/32$  à  $32/32$ , plutôt que la valeur de  $31/32$  exactement.

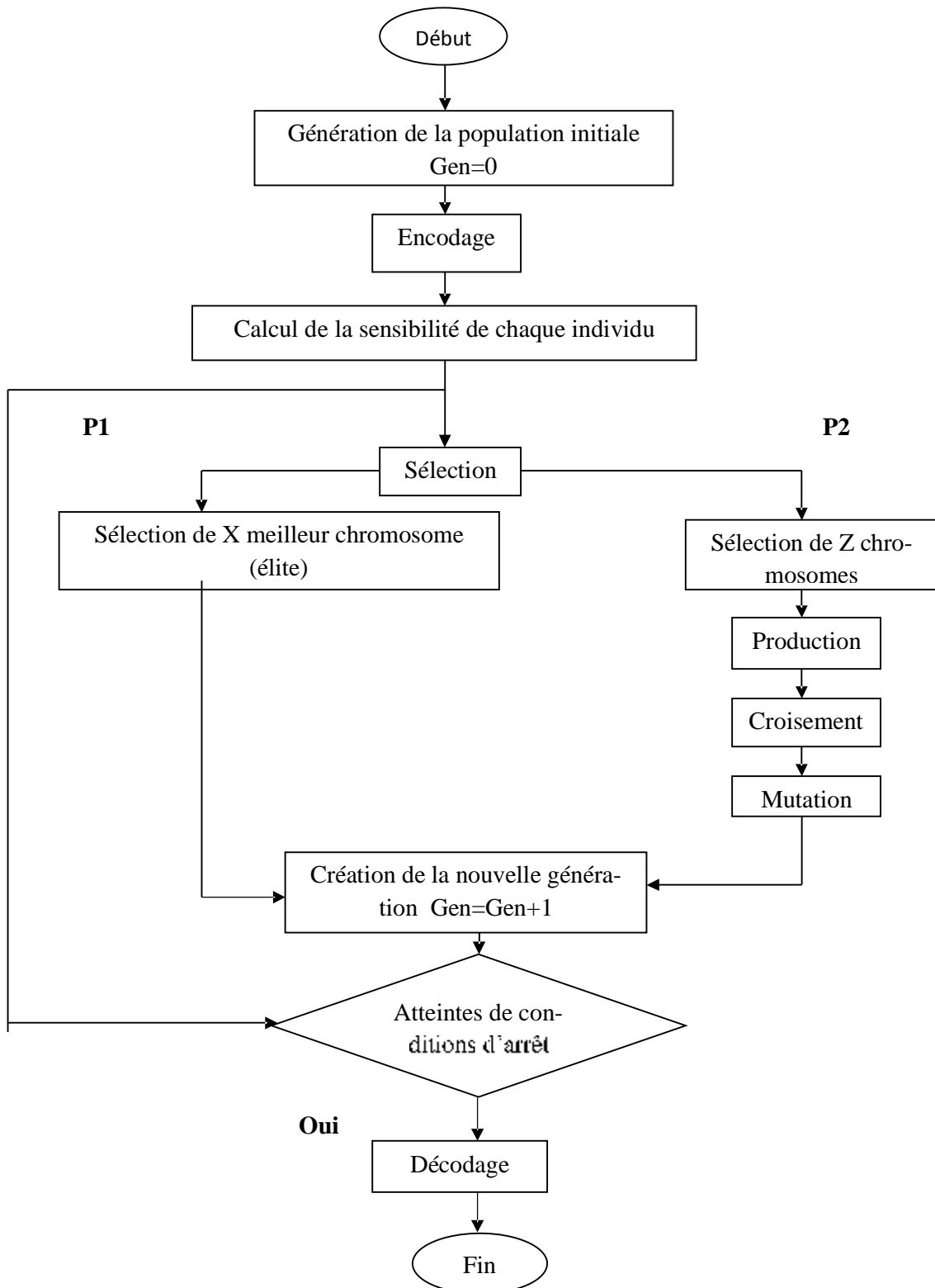


Figure II.5 : Organigramme des algorithmes génétique

## II.6.2 Opérateurs génétiques

- **Sélection :**

Processus où les individus sont copiés selon la valeur de leur fonction objective  $f$ . On peut décrire la fonction  $f$  comme une mesure de profit, utilité ou qualité que l'on veut maximiser (minimiser). Si on copie des individus selon leurs valeurs  $f$ , ceci implique que les individus ayant des valeurs plus élevées ont une plus grande probabilité de contribuer des rejetons à la prochaine génération. Ceci correspond à une version artificielle de « la survie des plus forts ».

L'implantation de la sélection peut se faire de plusieurs façons. La plus facile est peut-être la roue de roulette biaisée, où la probabilité de reproduction d'un individu dépend de sa valeur par rapport au total des valeurs de la population.

- **Reproduction :**

processus où de nouveaux individus sont formés à partir de parents. Ces nouveaux individus, les rejetons, sont formés en effectuant un croisement entre deux parents. On choisit une position aléatoire  $k$  entre  $[1, l - 1]$  où  $l$  est la longueur de l'individu. Le croisement se fait en fait en échangeant les bits de la position  $k+1$  à  $l$ .

**Exemple :**

soit  $k=4$  pour deux parents ( $p_1$  et  $p_2$ ) codés à 5 bits (donc  $l=5$ ). Les rejetons sont  $O_1$  et  $O_2$ .

Ce sont ces deux opérations, la sélection et la reproduction, qui sont la base des algorithmes génétiques. Ceci peut paraître simple à première vue, puisque aucune opération mathématique complexe n'a été effectuée. Mais on peut comparer le processus précédent à l'innovation humaine: souvent, les découvertes n'arrivent pas par chance. Elles sont le résultat d'un échange d'idées qui crée d'autres idées et finalement mènent à une solution désirée.

- **Mutation :**

processus aléatoire où un débit change de valeur. Ce processus joue un rôle secondaire dans l'algorithme génétique, mais il est quand même important. La mutation assure qu'aucun point dans l'espace de recherche a une probabilité nulle d'être atteint.

**Exemple :**

mutation de deux bits

$A_1=00101 \Rightarrow A'_1=01101$

## II.6.3. Du codage binaire au codage réel :

Les premières techniques d'utilisation de l'algorithme génétique utilisaient un codage binaire pour coder les individus. Mais le codage binaire entraîne certains problèmes, et le codage réel est plus précis.

Il y a plusieurs raisons pour lesquelles il est préférable de coder l'algorithme génétique en nombre réels. Une raison est que le codage réel permet une plus grande marge de valeurs possibles des paramètres, par exemple, si on augmente le codage à 5 bits, il n'est pas possible d'avoir que  $2^5=32$  différentes valeurs. Si on augmente le codage à 10 bits, il n'est pas possible d'avoir que 1024 différentes valeurs pour les paramètres. Pour des calculs où chaque point décimal est important, où une petite différence dans une valeur varie la performance de façon assez drastique, le codage réel a de grands avantages.

### II.6.3.1.Sélection :

Le processus de sélection n'est pas modifié par le codage réel, puisque aucune opération algébrique n'est effectuée sur la séquence elle-même. Les meilleurs individus sont encore ceux qui ont la meilleure performance et sont ceux qui ont la meilleure chance de se reproduire. C'est au niveau du croisement qu'il faut regarder pour observer les effets du codage réel.

### II.6.3.2.Reproduction (croisement) :

La technique principale de croisement en codage binaire est la coupure d'une séquence en deux parties, et l'échange de ces deux parties. Un rejeton reçoit la partie droite du parent 1 et la partie gauche du parent 2; le deuxième rejeton reçoit la partie gauche du parent 1 et la partie droite du parent 2. Comme on a vu dans la sélection précédente, le croisement se fait comme suit : soit deux parents  $P1=011|10010$  et  $P2=100|11110$ , avec  $k=3$ , on obtient les deux rejetons  $O1=01111110$  et  $O2=10010010$ .

Pour avoir l'effet du croisement binaire (le croisement effectué sur des séquences) on considère en premier le cas où le point de croisement tombe entre les bits de deux paramètres. Dans ce cas, le rejeton reçoit quelques-uns de ses paramètres d'un parent et les autres de l'autre parent.

#### Exemple :

Deux séquences  $\bar{P}1 = (x_1, x_2, \dots, x_m)$  et  $\bar{P}2 = (y_1, y_2, \dots, y_m)$  sont deux parents. Le point de croisement (choisi aléatoirement) se situe entre  $x_i$  et  $x_{i+1}$ . Les deux rejetons seront :

$$O_1 = (X_1, X_2, \dots, X_i, Y_{i+1}, \dots, Y_m)$$

$$O_2 = (Y_1, Y_2, \dots, Y_i, X_{i+1}, \dots, X_m)$$

Dans ce cas, le croisement binaire est le même que le croisement réel, puisqu'on n'a fait qu'échanger des paramètres. Aucune opération n'a été effectuée sur les chiffres.

#### Croisement entre bits :

Si le point de croisement se situe entre les bits d'un paramètre, la partie du code binaire à gauche du point de croisement correspond aux bits les plus significatifs et la partie de droite aux bits moins significatifs. Donc le rejeton reçoit une partie plus importante d'un parent et une partie moins significative de l'autre parent.

On peut donc considérer le rejeton comme une perturbation du premier parent, où l'amplitude de la perturbation est déterminée par la différence entre les bits moins significatifs des parents. Si le point de

croisement est entre les bits  $k$  et  $k+1$ , la perturbation équivaut à changer les bits  $k+1$  à  $n$  d'un des parents (pour une séquence codée à  $n$  bits).

Si  $s_i = b_i - a_i$  est l'intervalle du paramètre, la perturbation maximale est de  $s_i 2^{-k}$ .

On peut donc conclure que le croisement est un échange de paramètres  $x_i, x_{i+1}$ , suivi d'une perturbation du paramètre  $x_i$  d'au plus  $s_i 2^{-k}$ , où  $k$  est le point de croisement. Ce croisement est appelé le croisement réel.

### II.6.3.3 Mutation :

Dans ce codage binaire, lorsqu'il y a mutation, les bits sont changés de 0 à 1 ou de 1 à 0. Lorsqu'un bit subit une mutation, on peut percevoir comme une perturbation du paramètre réel. L'amplitude de la perturbation dépend du bit qui est modifié. Soit  $s_i = b_i - a_i$  l'intervalle du paramètre  $x_i$ . En binaire, la mutation du  $k^{\text{e}}$  bit correspond à une perturbation de  $s_i 2^{-k}$ . La direction de la perturbation dépend du bit qui est modifié. Si le bit change de 0 à 1, la perturbation est positive. Si le bit change de 1 à 0, la perturbation est négative.

#### Exemple :

Soit  $x_i = 10010$  un paramètre codé à 5 bits. L'intervalle de ce paramètre est de 0 à 32 ( $s_i = 32$ ). Donc  $x_i$  représente le chiffre 18. Si le second bit est modifié,  $x_i = 11010$ , ou 26. La perturbation est positive, puisque le bit a changé de 0 à 1. L'amplitude du changement est  $32 \cdot 2^{-2} = 8$ , ce qui correspond à un changement de 1 à 26 (une augmentation de 8).

### II.6.4. Le codage réel :

Les deux opérations qui sont différentes des opérations binaires lorsqu'on code en réel sont la reproduction (croisement) et la mutation.

#### II.6.4.1. Croisement entre paramètres

Si on commence avec une population finie, le croisement entre paramétrées ne permet d'atteindre qu'un nombre fini de points dans l'espace de recherche, soit ceux où les paramètres sont choisis parmi les paramètres de la population initiale. Si la population initiale est de taille  $n$ , on peut atteindre au plus  $n^m$  vecteurs de paramètres avec le croisement, où  $m$  est le nombre de variables. Donc un des buts de la mutation est de permettre d'atteindre un point arbitraire dans l'espace.

Pour contourner ce problème, Wright propose une autre forme de croisement qu'il appelle le croisement linéaire : de deux parents  $P_1$  et  $P_2$ , trois rejetons sont générés de la façon suivante :

$$O_1 = 0.5 \cdot P_1 + 0.5 \cdot P_2$$

$$O_2 = 1.5 \cdot P_1 - 0.5 \cdot P_2$$

$$O_3 = -0.5 \cdot P_1 + 1.5 \cdot P_2$$

Les deux meilleurs rejetons sont choisis, ce qui conserve la taille de la population.

#### II.6.4.2. Mutation codée réelle :

Pour concevoir un opérateur de mutation, il faut premièrement se demander si le point dans R (le vecteur des paramètres) doit subir un changement ou si chaque paramètre doit subir une mutation.

Il est plus difficile de faire correspondre une mutation en R au théorème des Schémas, bien que celle-ci semble donner de meilleurs résultats (Schewefel, 1981 et Matyas, 1965).

La mutation effectuée par Wright est faite sur chaque paramètre.

Il y a alors deux problèmes :

1. Il faut choisir l'amplitude des mutations
2. Le point muté doit demeurer dans l'espace de recherche.

Deux nouvelles valeurs sont alors définies :

1. Une probabilité de mutation  $P_m$ .
2. Une amplitude maximale de changement.

Si un paramètre est choisi pour subir une mutation, la direction (positive ou négative) a une probabilité de  $\frac{1}{2}$  (50%). Il faut ensuite déterminer l'amplitude du changement. Wright utilise une mutation uniforme.

Soit  $M$ , l'amplitude maximale du changement pour un paramètre  $x_i$  défini dans l'intervalle  $a < x_i < b$ .

- Si la mutation est positive  $x_i$  - nombre aléatoire dans  $[x_i, \min(M, b)]$ .
- Si la mutation est négative  $x_i$  - nombre aléatoire dans  $[x_i, \min(M, b)]$ .

Cette mutation ne correspond pas trop à la mutation binaire qui favorise de plus petits changements, surtout si les paramètres sont codés avec plusieurs bits, par contre, la mutation de Wright est utilisée par presque tous ceux qui codent l'algorithme génétique en réel.

#### II.7. L'Élitisme :

Une technique très utilisée avec l'algorithme génétique est l'élitisme. L'élitisme est la conservation du meilleur individu dans la génération suivante.

Après le croisement, on compare le meilleur individu de la nouvelle génération avec le meilleur individu de la génération précédente. Le meilleur individu est conservé et l'autre est détruit. Cette technique permet de s'assurer que la fonction objective augmente (diminue) toujours si on maximise (minimise) une fonction.

#### II.8. Critère de convergence :

Les critères d'arrêt des algorithmes génétiques sont brièvement cités ci-après :

1/atteinte de nombre de générations :

Les algorithmes génétiques s'arrêtent si le nombre de génération est atteint.

**2/Achèvement de temps de calcul :**

Le processus de calcul des AGS s'arrête si le temps spécifié s'est écoulé.

**3/Inadaptation :**

Le déroulement des algorithmes génétiques s'achève s'il n'y a pas de changement des paramètres d'adaptation tout au long du nombre de générations.

**4/Figeage des générations :**

S'il n'y a pas d'amélioration de la fonction objective d'une génération à d'autre l'algorithme s'arrête.

**5/Figeage de temps limite :**

L'algorithme s'arrête s'il n'y a pas d'amélioration de la fonction objective sur un intervalle de temps.

**Conclusion :**

Dans ce chapitre on s'est intéressé à la conception d'un correcteur optimal basé sur l'observateur Luemberger et la commande optimale LQ, ce dernier nous a montré son inefficacité en présence des perturbations et des bruits. Pour maintenir la stabilité du système il nous a fallu le robustifier en minimisant le critère de performance. Afin de résoudre notre problème d'optimisation nous avons opté pour la méthode d'optimisation globale basée sur les algorithmes génétiques. Cette méthode est stochastique, en effet, les techniques classiques d'optimisation déterministes fonctionnent remarquablement bien dans un cadre bien défini, à savoir pour des fonctions généralement continues, dérivables et convexes. Hors dans bien des cas la fonction n'est pas convexe, et de multiples extrema locaux existent. Les algorithmes d'optimisation déterministes sont alors peu efficaces sur le domaine de définition. L'objectif de cette présentation est donc d'exposer une des techniques d'optimisation stochastiques, plus efficaces pour des espace d'états de grandes dimension et fortement non convexes.

**Introduction :**

Après avoir conçu un correcteur optimal et déterminer les valeurs initiales des paramètres de ce dernier, nous avons robustifier ce correcteur de sorte à mettre en évidence certains critères de performance et minimiser la fonction objective. Par la suite nous avons procéder à l'optimisation de cette fonction en utilisant Matlab par les algorithmes génétiques en se basant sur la structure d'élite afin d'assurer la minimisation de la fonction.

**III.1.Synthèse du correcteur optimal :**

**III.1.1.Mouvement longitudinal :**

Les valeurs propres désirées de l'observateur sont données par le vecteur suivant :

$$P = [10.5851 \quad -11.0155 \quad -12.5025 \quad -15.0192]$$

Après avoir trouvé le vecteur d'état complet, le régulateur linéaire quadratique est défini ainsi que sa matrice du gain sont donnés respectivement par :

$$R = [5 \quad 0.1]$$

$$Q = [120 \quad 0.85 \quad 25 \quad 85 \quad 0.01 \quad 0.01]$$

La matrice de gain du régulateur linéaire quadratique est donnée comme suit :

$$F = [0.4068 \quad 0.5564 \quad -6.4897 \quad -82.6219 \quad -5.7522 \quad 0.0025 \quad 11.3451 \quad 0.1107 \\ 4.9886 \quad -0.7151 \quad -0.2060 \quad -11.7316 \quad 0.5505 \quad 0.0178 \quad 0.1637 \quad 7.0446]$$

Les matrices du régulateur optimal sont les suivantes :

$$A_{reg} = [0.7801 \quad 0.0000 \quad -0.0000 \quad 0.0001 \\ 8.3620 \quad 0.5562 \quad -0.2846 \quad 29.0606 \\ -0.0573 \quad -0.0002 \quad -0.0150 \quad -0.0079 \\ 0.0014 \quad -0.0036 \quad -0.0121 \quad 0.3993]$$

$$B_{reg} = [-0.0055 \quad 0.5107 \quad 3.9604 \quad 1.6460 \\ -529.0370 \quad 18.8860 \quad -332.0873 \quad -483.369 \\ -0.1636 \quad 0.5403 \quad 2.9880 \quad -0.3798 \\ -6.6209 \quad 0.0851 \quad -0.2274 \quad -6.0517]$$

$$C_{reg} = \begin{bmatrix} -0.7947 & -0.0024 & -11.4322 & -0.1101 \\ -0.4148 & -0.0418 & -0.1586 & -6.6775 \end{bmatrix}$$

$$D_{reg} = \begin{bmatrix} -2.5376 & 7.3640 & 46.9104 & -3.4265 \\ -76.3519 & 0.6410 & 12.0739 & -65.5290 \end{bmatrix}$$

### III.1.2. Mouvement latéral :

Les valeurs propres désirées initiales de l'observateur sont données par le vecteur suivant

$$P = [-2.05780546044262 \quad -1.9828547827445267 \quad -4.102481483024536 \quad 12.97007827445267]$$

Après avoir trouvé le vecteur d'état complet, le régulateur linéaire quadratique est défini ainsi que sa matrice du gain sont donnés respectivement par :

$$R = \text{diag}([10 \ 60])$$

$$Q = \text{diag}([0.0001 \ 0.1 \ 1 \ 0.01 \ 0.5 \ 2 \ 2.1])$$

La matrice de gain du régulateur LQR est donnée comme suit :

$$F = \begin{bmatrix} 0.0134 & -0.0114 & -0.0211 & -0.2149 & -0.1795 & 0.5709 & -0.0956 \\ -0.0083 & 0.0023 & -0.0218 & -0.0342 & -0.0519 & -0.0196 & 0.1967 \end{bmatrix}$$

Les matrices du régulateur optimal sont :

$$A_{reg} = \begin{bmatrix} 0.7333 & 0.1767 & -3.5897 & 4.4839 \\ -0.0466 & 0.9970 & -0.6433 & 0.8322 \\ -0.0009 & 0.0168 & 0.8995 & 0.0215 \\ -0.0010 & 0.0169 & -0.0246 & 0.9478 \end{bmatrix}$$

$$B_{reg} = \begin{bmatrix} 0.1328 & -1.6979 & 0.0069 \\ 0.0515 & -0.2334 & 0.0015 \\ 0.0015 & 0.0167 & 0.0141 \\ 0.0019 & 0.0156 & 0.0141 \end{bmatrix}$$

$$C_{reg} = \begin{bmatrix} -0.0134 & 0.2149 & -0.5709 & 0.0956 \\ 0.0083 & 0.0342 & 0.0196 & -0.1967 \end{bmatrix}$$

$$D_{reg} = \begin{bmatrix} -0.0285 & 0.2174 & 0.1795 \\ -0.0238 & 0.1269 & 0.0519 \end{bmatrix}$$

Le vecteur P et F constituent les paramètres initiaux afin d'effectuer l'optimisation basée sur l'algorithme génétique.

La fonction utilisée dans la procédure d'optimisation est décrite dans avec les paramètres de Lagrange suivants pour les modèles nominaux et perturbés, respectivement :

$$\lambda_{r2}^n - 0.2, \lambda_{\eta2}^n = 1.8, \lambda_{v2}^n - 8.4, \lambda_{v\infty}^n - 1.2, \lambda_{\gamma\infty}^n = 1.4, \lambda_{v\infty}^n - 0.8$$

$$\lambda_{r2}^{p1} - 2.6, \lambda_{\eta2}^{p1} = 0.5, \lambda_{v2}^{p1} - 1.2, \lambda_{v\infty}^{p1} = 0.6, \lambda_{\gamma\infty}^{p1} = 1.1, \lambda_{v\infty}^{p1} - 0.2$$

$$\lambda_{r2}^{p2} - 4.2, \lambda_{\eta2}^{p2} = 0.01, \lambda_{v2}^{p2} - 0.01, \lambda_{v\infty}^{p2} - 1.5, \lambda_{\gamma\infty}^{p2} = 0.5, \lambda_{v\infty}^{p2} - 8.2$$

### III.2 Valeurs des normes

#### III.2.1. Longitudinales

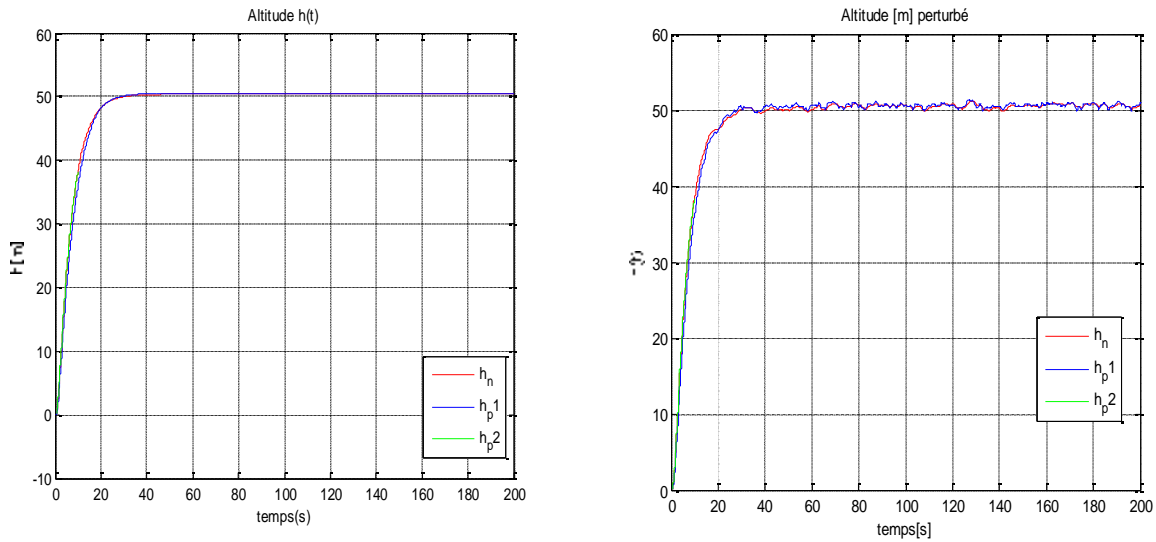
Cas déterministe			Cas stochastique		
H2det_n	H2det_p1	H2det_p2	H2s_n	H2s_p1	H2s_p2
0.1604	0.1913	0.1254	0.9348	0.9552	0.8744

**Tableau III.1 :** Valeurs des normes H2 déterministe et stochastique

Hinfini		
Hinfy_n	HiHinfy_p1	Hinfy_p2
33.1160	33.1773	33.3338

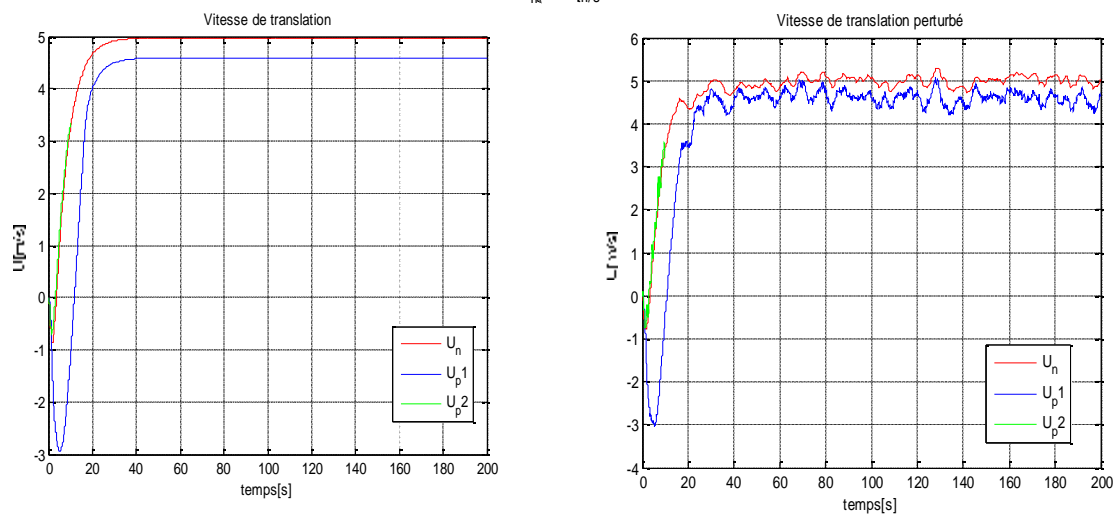
**Tableau III.2 :** Valeurs des normes H $\infty$  déterministe et stochastique

**Mouvement longitudinal :**



**Figure III.1 :** L'altitude en fonction du temps

La réponse du drone converge vers la consigne avec le même temps de réponse pour les trois modèles nominal et perturbés malgré la présence des perturbations internes (perturbation atmosphérique) et perturbation externe (paramétrique) qui influent sur certaines performances telle-que la rapidité et précision etc.



**Figure III.2:** Vitesse de translation en fonction du temps

La vitesse du drone diminue car l'angle de tangage  $\theta$  génère une force qui ralentit la translation. Le Pic appa  t à 5s est due au changement de la consigne de l'altitude. Par la suite la vitesse de translation augmente jusqu'à atteindre la 5 m/s.

Le temps de réponse diffère d'un modèle à un autre. on voit bien que la vitesse du modèle nominal converge plus rapidement par rapport au premier et deuxième modèle perturbé.

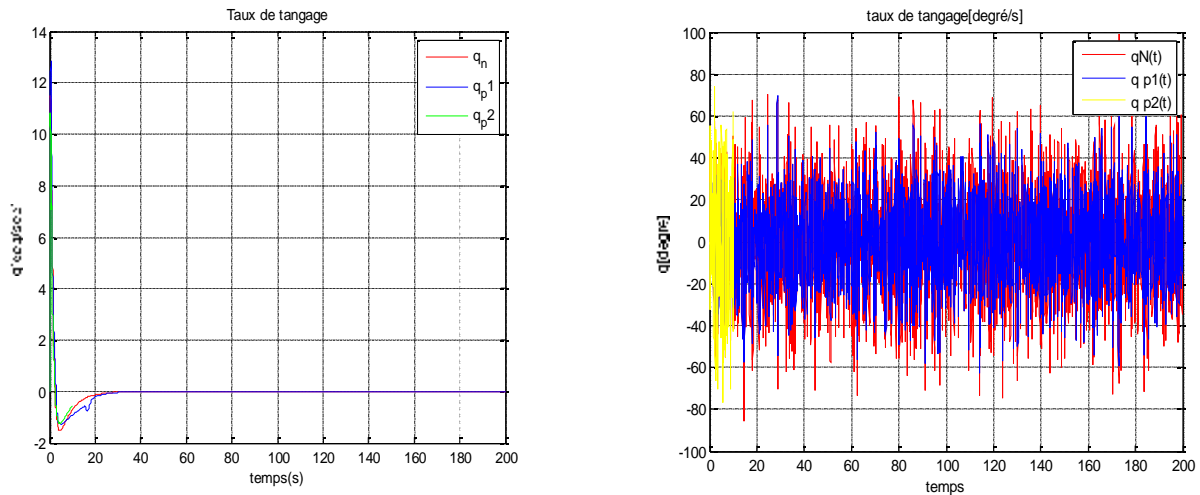


Figure III.3 : Taux de variations de tangage en fonction du temps

Le taux de variation du tangage, le correcteur a pour rôle de réduire le  $\dot{q}$  jusqu'à son annulation.

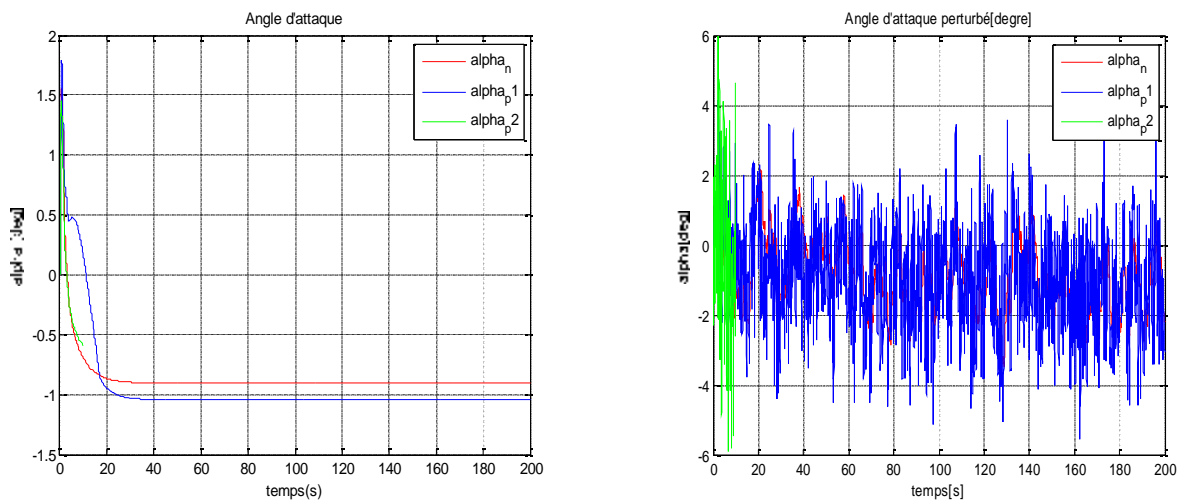


Figure III.4 : Angle d'attaque en fonction du temps.

L'angle d'attaque est toujours maintenu entre -6 et +6 afin d'éviter le seuil de décrochage qui est le décollement du flux d'air qui s'écoule de l'extrados de l'aile résultant une brusque perte de la portance.

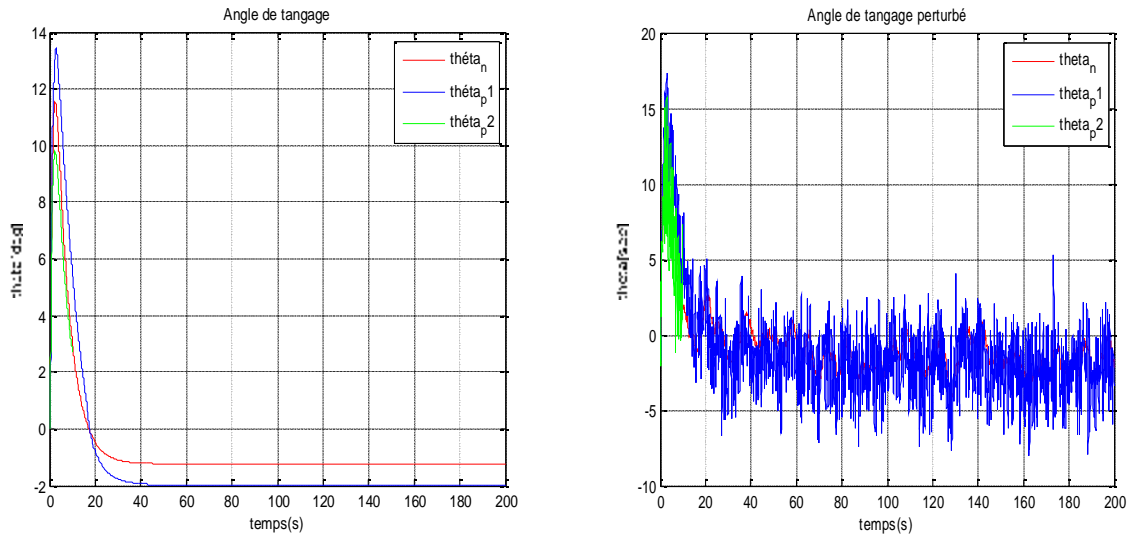


Figure III.5: l'angle de tangage en fonction du temps

L'angle de tangage  $\theta$  a pour rôle de cabrer (monter) ou piquer (descendre) le drone.

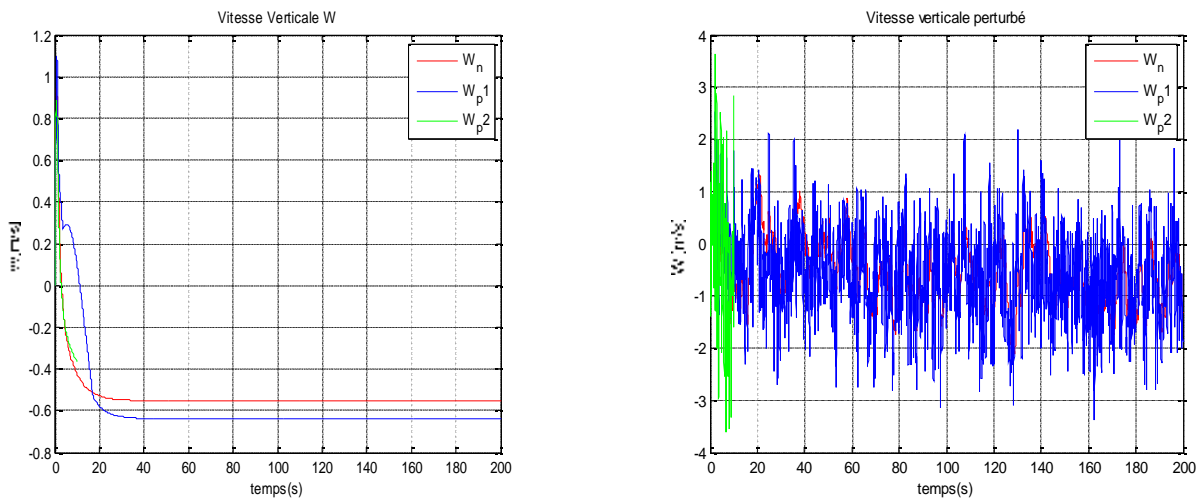


Figure III.6 : Vitesse verticale en fonction du temps

On observe la diminution de la vitesse verticale par la suite le modèle nominal et les deux modèles perturbé converge vers la consigne qui est de  $-0.6$ . Le deuxième modèle perturbé rejoint toujours pas la consigne due aux variations paramétriques. Donc nous concluons que le correcteur stabilise le modèle perturbé

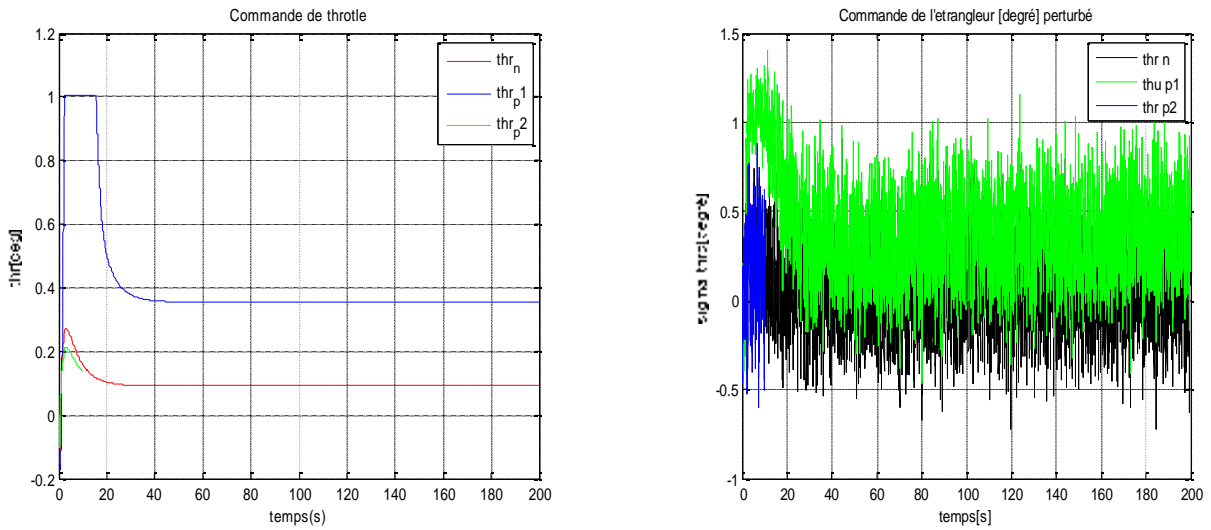


Figure III.7 : Commande de l'étrangleur du moteur en fonction du temps

La commande de l'étrangleur est maintenue dans son domaine de fonctionnement.

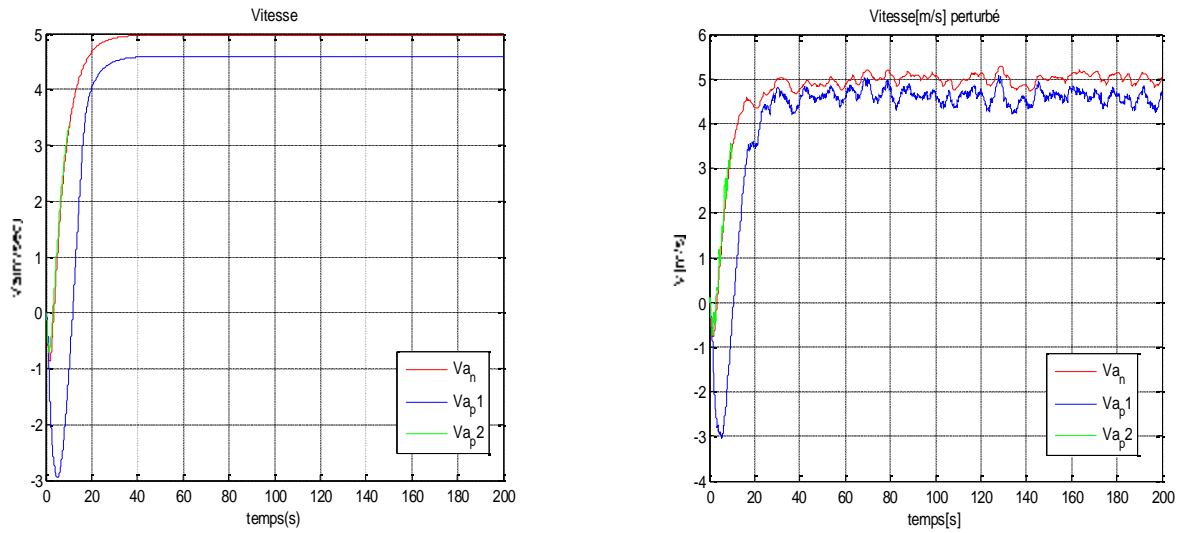


Figure III.8 : vitesse d'accélération en fonction du temps

La vitesse d'accélération ( $V_a$ ) augmente brusquement jusqu'à atteindre la consigne de 5m/s. Ceci est valable pour les trois modèles.

**III.2.2 Latérale :**

Cas déterministe			Cas stochastique		
H2det_n	H2det_p1	H2det_p2	H2s_n	H2s_p1	H2s_p2
1.7472	1.2601	2.3077	79.4569	157.0364	44.9176

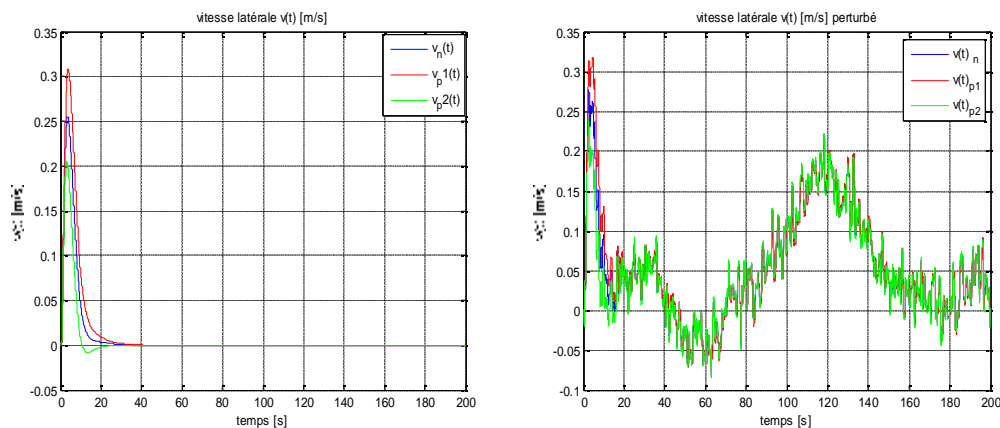
**Tableau III.3 :** les Valeurs des normes H2 déterministe et stochastique

Hinfy		
Hinfy_n	Hinfy_p1	Hinfy_p2
4.4302	4.6350	4.8079

**Tableau III.4 :** les Valeurs des normes Hinf déterministe et stochastique

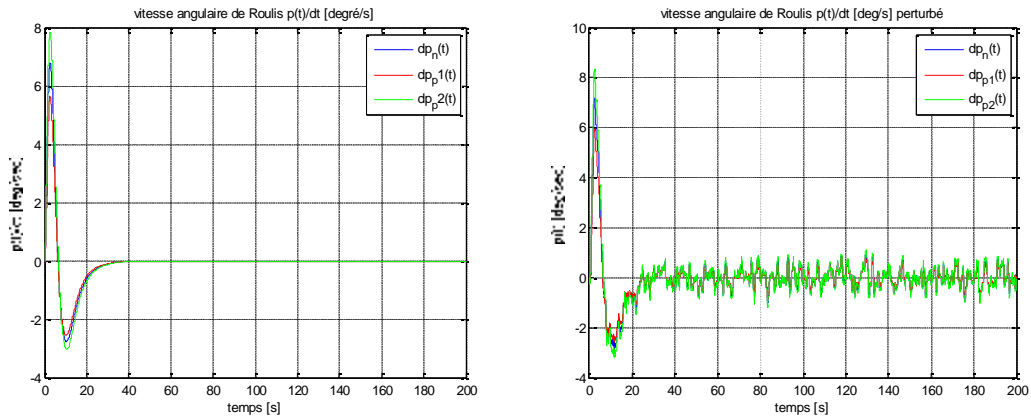
**Mouvement latéral :**

Nous proposons d'introduire les consignes pour le mouvement latéral suivant :



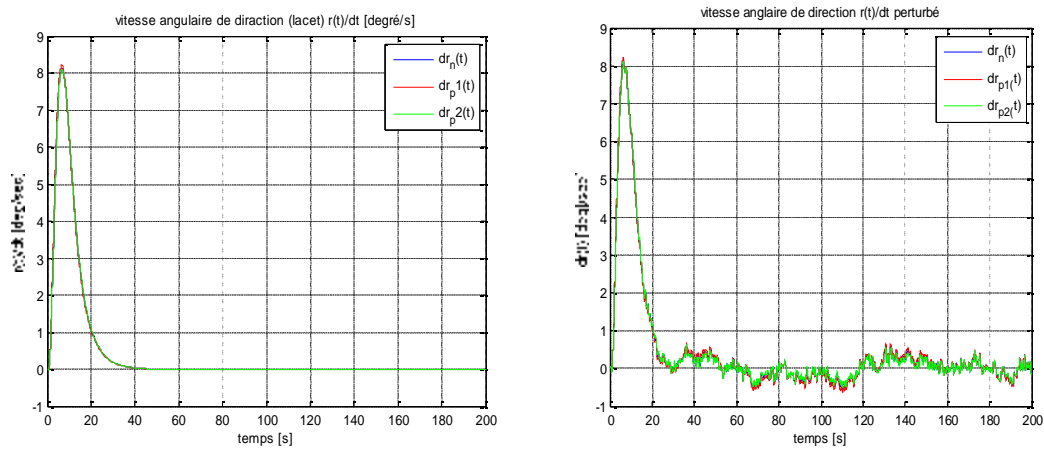
**Figure III.9 :** Vitesse latérale en fonction de temps

Nous remarquons que la vitesse latérale est augmentée et converge vers la consigne, et elle est minimisée pour éviter les dérives latérales, malgré les perturbations la vitesse est oscillé autour de zéro.



**Figure III.10** : taux de variation de vitesse angulaire de roulis en fonction de temps

Nous remarquons un changement de cap et que taux de variation de vitesse angulaire de roulis parvient à atteindre, et même dans un environnement perturbé.



**Figure III.11** : taux de variation de la vitesse angulaire de direction (lacet)

Nous remarquons que le taux de variation de la vitesse angulaire est augmenté et converge vers la consigne, donc la vitesse angulaire du lacet peuvent être faite puisque le vol est supposé symétrique.

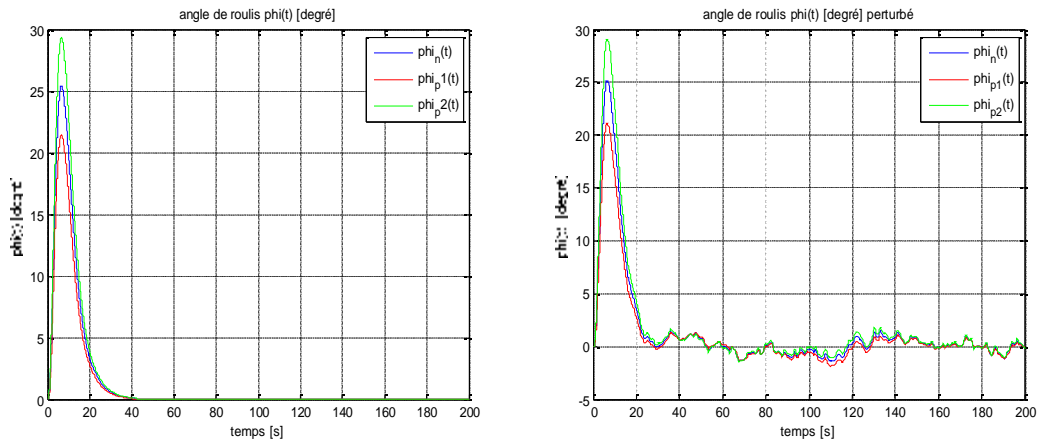


Figure III.12 : angle de roulis en fonction de temps

Nous remarquons que l'angle de roulis  $\phi(t)$  croît jusqu'à 29 degré et descend jusqu'à son annulation et n'atteint pas la référence car lors de modélisation le vol est supposé symétrique. Malgré la perturbation atmosphérique,  $\phi(t)$  oscille autour de zéro.

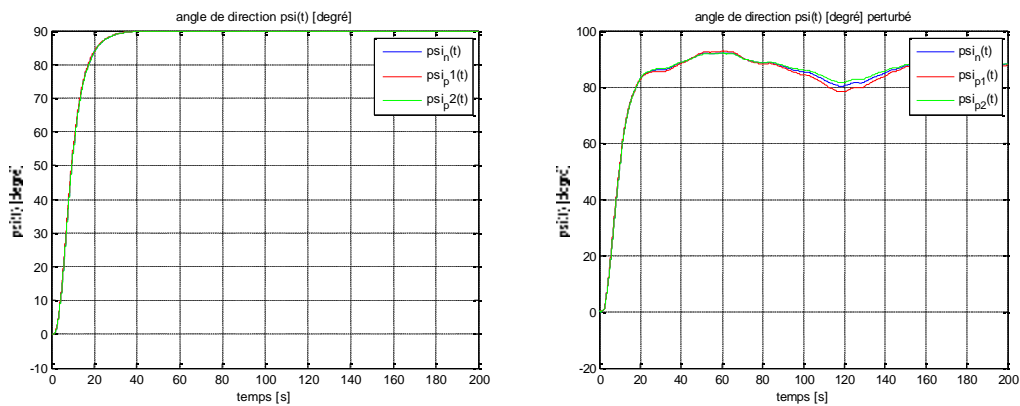


Figure III.13 : angle de direction (lacet) en fonction de temps

Même si la consigne du cap est nulle, il y a une influence qui est générée par la commande des ailerons car ils sont fortement couplés.

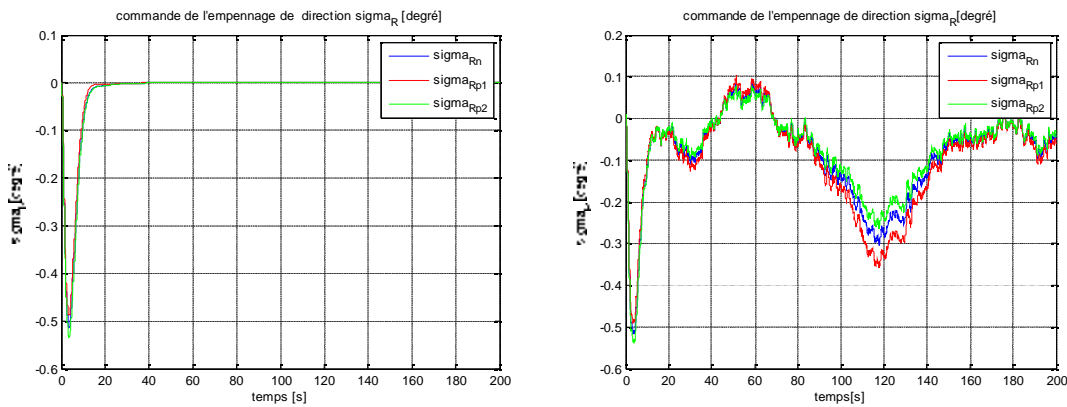


Figure III.14 . commande de l'empennage de direction en fonction de temps

Cette commande est réalisable car leur apport énergétique est dans le domaine de fonctionnement.

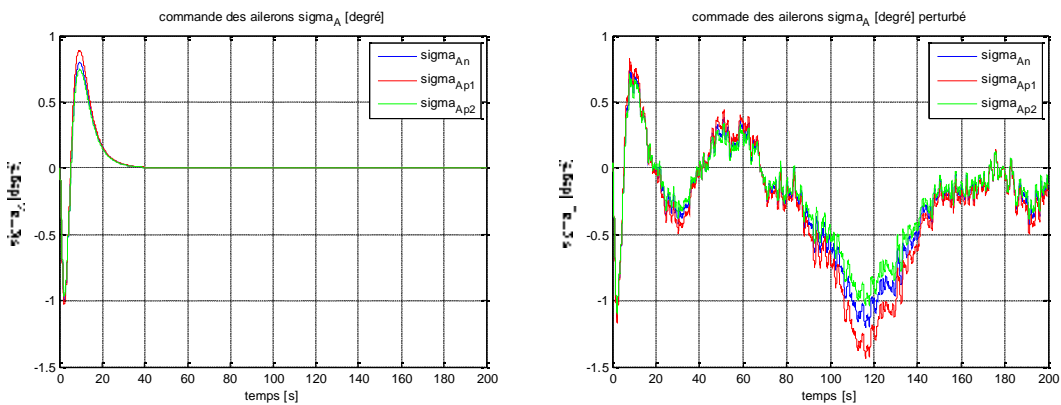


Figure III.15 : commande des ailerons en fonction de temps

Même remarque pour la commande des ailerons, mais la déflexion de l'empennage de direction est inférieure à celle des ailerons.

**Conclusion :**

Les résultats longitudinaux et latéraux obtenus lors de la simulation ont prouvé l'efficacité de correcteur sur les modèles nominal et les deux perturbés, en absence et en présence des perturbations atmosphérique avec les variations paramétriques, et la robustesse de correcteur synthétisé car les modèles en boucle fermée sont toujours stables.



Nous nous sommes intéressées dans ce mémoire à la synthèse de la loi de commande optimale et robuste, l'application de celle-ci a pour rôle d'assurer la stabilité d'un système instable, non linéaire, qui est le drone.

Le premier chapitre comprend la formulation des équations régissant les différents phénomènes, c'est-à-dire l'élaboration du modèle dynamique du drone. En effet c'est un système instable, non linéaire MIMO, cette caractéristique le qualifie d'un très bon exemple pour valider les commandes synthétisées.

Le deuxième chapitre est consacré à la synthèse du correcteur optimal basé sur l'observateur réduit de Luenberger et la commande LQR, afin de maintenir la stabilité du système. Le premier a pour tâche de reconstruire le vecteur d'état. La construction de l'observateur est nécessaire pour estimer le vecteur d'état ; dans le domaine de commande des drones c'est une approche très attractive pour réduire au minimum le nombre des capteurs à bord. Pour la commande LQR les paramètres de synthèse de cette loi de commande sont les matrices de pondération  $Q$  et  $R$ . Ces dernières peuvent être choisies symétriques, diagonales. Par la suite utiliser les paramètres du correcteur comme conditions initiales, choisir une fonction objective (critère de performance) basée sur la norme  $H_2$  et  $H_\infty$  et la minimiser. Cet objectif est réalisé en utilisant les algorithmes génétiques.

Le troisième chapitre a été consacré à la simulation et la validation de la méthode qui a été exposée dans cette étude, Ceci a permis de prouver son efficacité , car cette méthode a été testée pour les trois modèles (nominal et perturbés) pour le mouvement longitudinal et latéral.

# References

- [1]. Robust Flight Control. A Design Challenge / J. Magni, S. Bennani, J. Terlouw. –London, Berlin, New York etc., 1997. – 649 p.
- [2].TunikA.A. Integrated Navigation, Guidance and Control Systems for Small Unmanned Aerial Vehicles / A.A. Tunik, I.K. Ahn, H. Ryu, V. Larin // Proceedings of the World Congress Aviation in the XXI-st Century. – Kyiv. 2003. – P. 5.15–5.25.
- [3] McLean D. Automatic Flight Control Systems(AFCS) / D. McLean – Englewood:Prentice Hall Inc., 1990 – 593 p.
- [4]Roskam J. Airplane flight dynamics and automatic flights control Part II  
. Roskam // Design, Analysis and Research Corporation (DARcorporation). –1998, 780 p.
- [5]Roskam J. Airplane aerodynamics and performance / J. Roskam, C. T. Lan// Design, Analysis and Research Corporation (DARcorporation). – 1997, 840 p.
- [6] Aerosonde Robotic aircraft Web site: [www.aerosonde.com](http://www.aerosonde.com)
- [7] Interscience, Kwakernaak H. Linear Optimal Control Systems / H. Kwakernaak, R Sivan // Wiley a Division of John Wiley & Sons, Inc. New York .ChiChesterBrisbane Toronto. – 1972. – 563 p.
- [8]. Aerosimblockset; Web site: [www.aerosonde.com](http://www.aerosonde.com)
- [9]Kwakernaak H. Linear Optimal Control Systems / H. Kwakernaak, R Sivan // Wiley Interscience, a Division of John Wiley & Sons, Inc. New York .ChiChester Brisbane Toronto. – 1972. – 563 p.
- [10] Element de la théorie de la commande robust /Pierre Apkarian,p23-24
- [11] Thèseobservateur de systèmes linéaires à la détection et la localisation de fautes/Benoit Larroque
- [12] Commande mixte  $H_2/H_\infty$ /Marc Jungers,Emmanuel Trélat,Hisham abou –Kandil,p3-4
- [13] MitscellMelani. An introduction to genetic algorithms.143 p.