

République Algérienne Démocratique et Populaire

**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mouloud MAMMERI, Tizi-Ouzou**



**Faculté de Génie Electrique et d'Informatique
Département d'Automatique**

Mémoire de Fin d'Etudes

En vue de l'obtention du diplôme

*Master académique en automatique
Option commande des systèmes*

Thème

***Conception, Modélisation et Commande
d'un Robot Manipulateur Planaire
Redondant***

Membre de jury :

Encadreur, **Amar HAMACHE** (MCB, UMMTO)
Président, **Takfarinas CHELLI** (MAA, UMMTO)
Examinatrice, **Fatiha LOUADJ** (MAA, UMMTO)
Examineur, **Mohamed ALI BEY** (MAB, UMMTO)

Soutenu le: 01/10/2016

Présenté par :

Radia BELLAZREG
Lynda MESSAOUDENE

Promotion 2016

Remerciements

Je remercie Dieu, le tout puissant, pour m'avoir donné la Santé, le courage, la patience, la volonté et la force nécessaire, pour affronter toutes les difficultés et les obstacles, qui se sont hissés au travers de mon chemin, durant toutes mes années d'études.

*Nos sincères remerciements en vers notre promoteur **MR A. HAMACHE**, Maître de Conférences B A l'UMMTO, pour ces conseils constructifs, sa disponibilité et son soutien tout au long de l'élaboration de ce mémoire.*

Nos profondes gratitudes, d'avance aux membres du jury qui feront l'honneur d'évaluer ce travail de fin d'études.

Tous nos infinis remerciements vont à tous les enseignants qui ont contribué à notre formation durant notre cursus (1998-2016), pour le riche savoir qu'ils nous ont transmis avec rigueur et dévouement.

Enfin, on exprime notre reconnaissance envers toute notre famille, tous nos amis, camarades et envers tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'aboutissement de ce travail ne serait ce par un modeste sourire d'encouragement à notre égard.

Je dédie ce mémoire

A ma très chère mère

Affable, honorable, aimable : Tu représentes pour moi le symbole de la bonté par excellence, la source de tendresse et l'exemple du dévouement qui n'a pas cessé de m'encourager et de prier pour moi.

Je te dédie ce travail en témoignage de mon profond amour. Puisse Dieu, le tout puissant, te préserver et t'accorder santé, longue vie et bonheur.

A la mémoire de mon cher Père

Aucune dédicace ne saurait exprimer l'amour, l'estime, le dévouement et le respect que j'ai toujours eu pour vous. Rien au monde ne vaut les efforts fournis jour et nuit pour mon éducation et mon bien être. Ce travail est le fruit de tes sacrifices que tu as consentis pour mon éducation et ma formation.

A mes très chers deux frères Boukhalfa et Nadir

Mes chers frères qui me sont le père et la mère, les mots ne suffisent guère pour exprimer l'attachement, l'amour et l'affection que je porte pour vous. Mes anges gardiens et mes fidèles accompagnants dans les moments les plus délicats de cette vie mystérieuse. Je vous dédie ce travail avec tous mes vœux de bonheur, de santé et de réussite.

A mes cher(e)s ami(e)s

A toute personne qui porte de l'estime pour moi.

Bellazreg Radia

Je dédie ce mémoire

A ma très chère mère

A ma très chère mère Affable, honorable, aimable : Tu représentes pour moi le symbole de la bonté par excellence, la source de tendresse et l'exemple du dévouement qui n'a pas cessé de m'encourager et de prier pour moi.

Je te dédie ce travail en témoignage de mon profond amour. Puisse Dieu, le tout puissant, te préserver et t'accorder santé, longue vie et bonheur.

A mon très cher Père

Aucune dédicace ne saurait exprimer l'amour, l'estime, le dévouement et le respect que j'ai toujours eu pour vous. Rien au monde ne vaut les efforts fournis jour et nuit pour mon éducation et mon bien être. Ce travail est le fruit de tes sacrifices que tu as consentis pour mon éducation et ma formation.

A mon très cher frère Kamel

Mon cher frère qui m'est le père et la mère, les mots ne suffisent guère pour exprimer l'attachement, l'amour et l'affection que je porte pour vous. Mon ange gardien et mon fidèle accompagnant dans les moments les plus délicats de cette vie mystérieuse. Je vous dédie ce travail avec tous mes vœux de bonheur, de santé et de réussite.

A ma très chère sœur Tassadite, son mari et son fils

En témoignage de l'attachement, de l'amour et de l'affection que je porte pour vous. Je vous remercie pour votre hospitalité sans égal et votre affection si sincère. Je vous dédie ce travail avec tous mes vœux de bonheur, de santé et de réussite.

A mes cher(e)s ami(e)s

A toute personne qui porte de l'estime pour moi.

Messaoudene Lynda

Résumé :

Le présent travail traite la problématique de la conception, modélisation et commande d'un robot manipulateur planaire redondant, accomplissant la tâche d'ébavurage d'une pièce usiné. D'abord les différents modèles du robot sont établis (modèle géométrique, modèle cinématique et modèle dynamique), suivis de la planification de la tâche à réaliser où les différentes grandeurs opérationnelles de références à savoir la position, vitesse et accélération sont générés. En suite, la loi de commande est synthétisée et appliquée (méthode du couple calculé).

L'analyse des résultats de simulation obtenus ont révélé de bonne performance de poursuite et de robustesse aux imprécisions du modèle dynamique et l'accomplissement de la tâche désirée.

Mots clés :

Redondant robots, self motion robot, Modélisation et commande d'un Robot

1.1. Introduction	3
1.2. Historique	3
1.3. Robotique industrielle	3
1.4. Domaine d'utilisation	4
1.4.1. Domaine industriel.....	4
1.4.2. Domaine militaire	4
1.4.3. Domaine médical et de santé	4
1.4.4. Domaine de la recherche	4
1.4.5. Usage domestique	4
1.5. Constitution d'une structure mécanique articulée	5
1.5.1. Véhicule	5
1.5.2. Le porteur.....	5
1.5.3. L'organe terminal	6
1.6. Type de structures.....	6
1.6.1. Structure série	6
1.6.2. Structure parallèle	7
1.6.3. Hybride	8
1.7. Type de robots	8
1.7.1. Bras manipulateur	8
1.7.2. Mobile.....	9
1.7.3. Robot humanoïde (anthropomorphe).....	9
1.8. Caractéristiques d'un robot.....	10
1.9. Degré de liberté et redondance	11
1.10. Actionneurs dédiés à robotique	11

1.11. Capteurs	12
1.12. Espace opérationnel et espace articulaire.....	12
1.13. Conclusion	12

Chapitre 2: Conception et Modélisation

2.1. Introduction	13
2.2. Structure du robot étudié	13
2.3. Apposition des repères	14
2.4. Paramètres de Denavit-Hartenberg.....	14
2.5. Matrices de transformation Homogène entre repères.....	15
2.6. Modèles géométriques direct et inverse	16
2.7. Modèles cinématiques direct et inverse.....	19
2.8. Modèles dynamique.....	20
2.8.1. Energie potentielle du robot.....	21
2.8.2. Energie cinétique du robot.....	23
2.8.3. Formalisme d'Euler-Lagrange.....	26
2.9. Conclusion.....	30

Chapitre 3: Planification de la tâche

3.1. Introduction	31
3.2. Cahier des charges	31
3.3. Evolution de l'angle de balayage et loi bang-bang avec palier de vitesse	31
3.4. Génération de la trajectoire	35
3.5. Conclusion.....	37

Chapitre 4: Commande par couple calculé

4.1. Introduction	38
4.2. Cahier des charges	38
4.3. Techniques de commande classique.....	38
4.3.1. Commande par adaptative	38

4.3.2 Commande fondé sur une fonction de lyapunov	39
4.3.3. Commande passive.....	39
4.3.4. Commande prédictive.....	39
4.3.4. Commande par couple calcul	39
4.5. Synthèse de la loi de commande	40
4.6. Simulation.....	42
4.7. Interprétation	47
4.8. Conclusion.....	48
Conclusion générale	49
Référence bibliographique	51

Introduction générale

Introduction générale

L'apparition des robots manipulateurs est pulsée par le fait d'une ère où la fabrication est devenue en chaîne, ce qui a exigé de longues heures de travail répétitif et pénible. Quand à ces dernières décennies, des tâches plus complexes nécessitant des déplacements dans des milieux hostiles et dangereux à l'être humain (nucléaire, mine, militaire, espace, ...etc.), ont favorisé le robot de s'installer.

Le développement rapide de l'industrie a invoqué le perfectionnement des robots manipulateurs. Aujourd'hui, les robots doivent réaliser leurs tâches avec des vitesses importantes et des précisions meilleures. Cela exige des structures mécaniques plus adaptées, mais aussi de nouvelles techniques de commande plus sophistiquées.

Les chercheurs n'ont pas cessé, ces deux dernières décennies, d'investiguer les différents axes qui traitent de la robotique. Ces recherches se distinguent par les différents angles avec lesquels sont abordées les préoccupations envers la robotique qui peut être classée comme suit :

- La plus part du temps, les modèles du robot (manipulateur ou mobile) sont nécessaires à la conception, la prise de décision et la commande de celui-ci.
- Avant d'être effectuées par le manipulateur, les tâches doivent être planifiées et l'étape primordiale en planification des tâches consiste en la génération de deux grandeurs fondamentales et de leurs dérivées successives en fonction du temps à savoir la position et l'orientation de l'effecteur. La planification des tâches ou la génération des trajectoires est nécessaire dans l'étape de la prise de décision par le robot.
- C'est l'étape qui consiste à générer le signal de commande à envoyer aux actionnaires du robot pour réaliser la tâche tout en respectant le cahier des charges. Certaines tâches qui lui sont confiées sont délicates et exigent une très grande précision avec des évolutions souvent très rapides. Cela justifie le recours des roboticiens aux techniques de commande moderne dont la méthode du couple calculé considérée comme étant une approche idéale [1].

Ce mémoire s'articule autour de quatre chapitres qui se résument comme suit :

Le premier chapitre donnera une initiation à la robotique en général suivies de quelques définitions élémentaires sur la robotique industrielle.

Le deuxième chapitre sera consacré à la conception d'un robot manipulateur planaire redondant à quatre degrés de liberté baptisé HBM, suivie de sa modélisation géométrique, cinématique et dynamique directes et inverses. La redondance sera exploitée pour générer un automouvement dans l'objectif d'éviter un obstacle statique.

La description de la tâche d'ébavurage et la trajectoire désirée imposée par le cahier des charges feront l'objet du troisième chapitre. Il sera question de paramétrer, en fonction du temps, les consignes de position, vitesse et accélération.

Le quatrième chapitre exposera la loi commande par couple calculé dans l'espace opérationnel, en utilisant le modèle dynamique établi au 2^{ème} chapitre. Des résultats de simulation du système avec discussion seront donnés dans le cas où le robot est piloté par cette loi de commande.

Chapitre 1 :

Généralités sur la

Robotique

1.1. Introduction

Le mot robot vient du tchèque « *robota* » qui signifie travail et service, il désigne un système automatique asservi à une unité de commande informatisée. Un robot est donc **un appareil automatique capable de manipuler des objets, ou d'exécuter des opérations selon un programme fixe ou modifiable**. En fait, l'image que chacun s'en fait est généralement vague, souvent un robot est défini comme **un manipulateur automatique à cycles programmables**.

Pour « mériter » le nom de robot, un système doit posséder une certaine flexibilité, caractérisée par les propriétés suivantes :

- La ~~flexibilité : qui est la capacité de pouvoir exécuter une même tâche de différentes manières,~~
- L' ~~adaptabilité : qui est la possibilité de s'adapter à un environnement changeant~~
au cours de l'exécution de ces tâches [2].

1.2. Historique

L'invention du robot industriel remonte à 1954, quand George Devol a déposé un brevet pour le premier robot. La première entreprise à produire un robot était Unimation, fondée en 1956 par George Devol et Joseph Engel Berger. Le premier robot a été mis en service dans une usine de General-Motors en 1961, pour extraire des pièces d'une machine de moulage sous pression. Le Stanford Arm a été conçu en 1969 par Victor Scheinman comme un prototype pour la recherche. La conception de robots a par la suite été fortement influencée par les concepts de Scheinman. En 1973, la société ASEA (aujourd'hui ABB) a présenté le premier robot commandé par un microprocesseur, l'IRB-6, ce qui a permis le mouvement en trajectoire continue, une condition préalable pour le soudage à l'arc ou l'usinage [3].

1.3. Robotique industrielle

La robotique industrielle a répondu dans un premier temps au besoin de manipuler, de manière répétitive et automatique, des pièces usinées ou semi-usinées entre les machines d'une chaîne de fabrication. Le robot devait donc avoir au minimum un organe de saisie des pièces pouvant suivre des trajectoires programmables. Le robot industriel est maintenant un produit majeur et répandu, utilisé dans de nombreuses étapes de fabrication.

La robotique est par ailleurs considérée comme un élément clé de la compétitivité des entreprises industrielles, au point de susciter des soutiens publics massifs [4].

1.4. Domaine d'utilisation

Du point de vue économique, les robots interviennent dans des domaines extrêmement rigoureux et exigeants, à savoir :

1.4.1. Domaine industriel

Les robots industriels ont d'abord été développés pour intervenir dans les milieux à risques nucléaire (manipulation de matériaux radioactifs, forte corrosion) puis dans l'automobile, ils servent aussi beaucoup dans les manèges d'objets lourds.

Les robots ont donc commencé à être utilisés dans les chaînes d'assemblages industriels. On retrouve des robots soudeurs, manipulateurs, peintres...etc.

1.4.2. Domaine militaire

Les robots sont de plus en plus utilisés dans le domaine militaire. En effet, la miniaturisation permet aujourd'hui de créer des robots discrets mais dotés de nombreux capteurs, ce qui est idéal pour des missions d'espionnage ou d'éclairage.

1.4.3. Domaine médical et de santé

Depuis plus d'une décennie, le corps médical, traditionnellement à l'écoute des évolutions technologiques, a entrepris d'utiliser des systèmes robotiques. C'est la précision et la dextérité des robots qui a suscité cet intérêt. Actuellement environ 10% des opérations chirurgicales réalisées dans le monde, font appel à des robots-chirurgiens, et ce chiffre est en constante évolution.

1.4.4. Domaine de la recherche :

Les robots sont également utilisés à des fins scientifiques. En témoignent les robots de la NASA Spirit et Opportunity, destinés à explorer la planète Mars et à récolter toutes sortes d'informations sur celle-ci.

1.4.5. Usage domestique :

La démocratisation de la robotique a conduit, ces dernières années, à voir de nombreux robots s'installer chez les particuliers pour effectuer des tâches à la place de leurs possesseurs. En effet, ceux-ci sont capables de faire le ménage, tondre la pelouse, nettoyer la

piscine...etc. Ce qui conduit certains clients (aisés) à se procurer ces domestiques contemporains [5].

1.5. Constitution d'une structure mécanique articulée

La structure mécanique d'un robot se distingue par trois ensembles : le véhicule, le porteur et l'organe terminal (voir Figure.1.1).

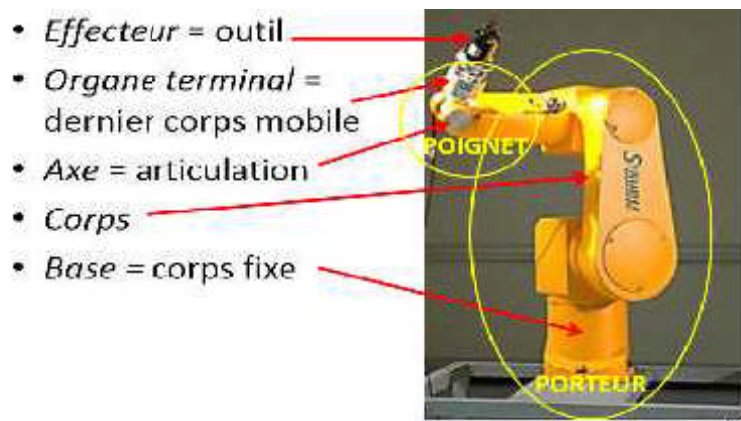


Figure.1.1 : Structure d'un robot manipulateur.

1.5.1. Véhicule

Le véhicule assure le transport de la structure mécanique vers la zone d'action. Ce sous ensemble est inexistant sur les robots industriels à poste fixe (majorité des cas). Néanmoins, certains robots possèdent un véhicule à plusieurs degrés de liberté comme les satellites, les sous-marins ou les robots mobiles de terre. Le robot mobile tel qu'il est défini habituellement n'a pour structure mécanique que le seul véhicule.

1.5.2. Le porteur

Le rôle du porteur consiste à mener un point du robot vers un lieu précis de l'espace. Une combinaison de trois degrés de liberté (rotation et/ou translation) est nécessairement différentes configurations permettent de classer les robots :

- **Structure cartésienne** : trois degrés de liberté en translation,
- **Structure cylindrique** : deux degrés de liberté de translation et un degré de liberté de rotation,
- **Structure sphérique** : à deux rotations et une translation,

- **Structure SCARA** : à une translation et deux rotations.

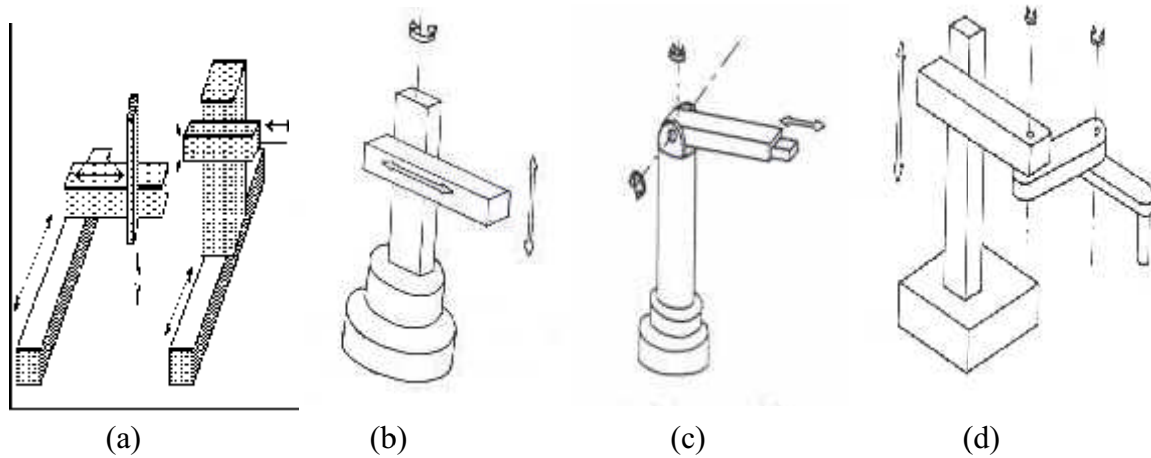


Figure.1.2 : Différentes structures de porteurs de robots.

Chaque classe possède des caractéristiques particulières pour des applications spécifiques. Par exemple, la configuration SCARA est intéressante dans les tâches d'assemblages verticaux.

Une description rapide, due à Roth et Peiper, consiste à énumérer l'ensemble des types d'articulation élémentaires (rotation R et translation P).

1.5.3. Organe terminal

L'organe terminal assure l'orientation d'un vecteur passant par l'extrémité du porteur. Trois degrés de libertés en rotation autour de trois axes concourant sont nécessaires pour atteindre toutes les orientations possibles. Une rotation autour d'un axe d'un solide ne passant pas par son centre de gravité a pour effet secondaire, une translation.

Une structure mécanique peut ne pas avoir un organe terminal à trois degrés de liberté, ce qui réduit leurs potentialités mais également leur coût [6].

1.6. Types de structures

On peut dénombrer deux types de structures mécaniques assurant la motricité :

1.6.1. Structure série

La plupart des robots industriels construits à ce jour sont de type sériel, c'est-à-dire que leur structure mobile est une chaîne ouverte formée d'une succession de segments reliés entre

eux par des liaisons à un degré de liberté. Chaque articulation est commandée par un actionneur situé à l'endroit de l'articulation ou sur un des segments précédents.

Cependant en chaîne fermée, l'un des différents membres de la base possède un degré de connexion supérieur ou égal à trois.

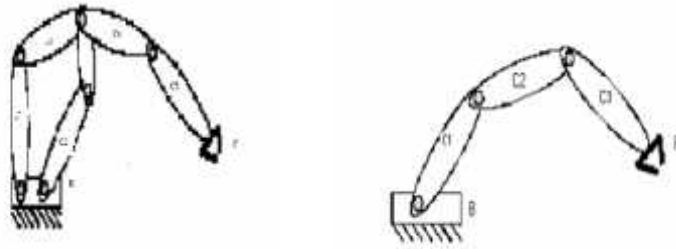


Figure 1.3 : Robot à structure série (à chaîne fermée et à chaîne ouverte).

Les robots séries possèdent l'avantage de disposer d'un grand volume de travail et d'être relativement simples sur le plan des calculs liés à leur commande [7].

1.6.2. Structure parallèle

Les robots parallèles sont aujourd'hui de plus en plus utilisés. Leurs performances dynamiques élevées ainsi que leurs capacités de charge importantes sont avantageusement mises à profit dans le monde industriel.

Un manipulateur parallèle est un mécanisme en chaîne cinématique fermée, dont l'organe terminal est relié à la base par plusieurs chaînes cinématiques indépendantes. En effet, ce type d'architecture implique que chaque axe motorisé supporte le suivant. Les masses en mouvement sont donc élevées, ce qui pénalise les performances dynamiques.



Figure 1.4 : Robot à structure parallèle.

Les robots parallèles seront présentés comme étant une solution aux limitations des robots sériels.

1.6.3. Hybride

La définition exacte d'un mécanisme hybride est évasive. C'est un mécanisme qui comporte plusieurs chaînes cinématiques reliant le bâti à l'organe terminal et dont une des chaînes au moins comporte plus d'un actionneur. Parmi les machines hybrides que l'on a cataloguées, on peut distinguer deux catégories :

- les mécanismes à porteur parallèle et poignet série.
- les mécanismes à porteur série et poignet parallèle [8].

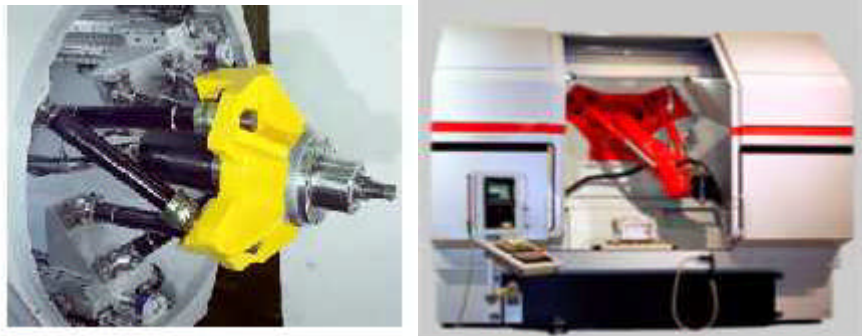


Figure.1.5 : Robot hybride.

1.7. Types de robots

1.7.1. Bras manipulateur

Un bras manipulateur est le bras d'un robot généralement programmable, avec des fonctions similaires à un bras humain. Les liens de ce manipulateur sont reliés par des axes permettant, soit un mouvement de rotation soit un mouvement de translation. Il peut être autonome ou contrôlé manuellement et peut être utilisé pour effectuer une variété de tâches avec une grande précision.

Les bras manipulateurs peuvent être fixes ou mobiles (c'est-à-dire à roues) et sont souvent conçus pour des applications industrielles.



Figure.1.6: Robot manipulateur.

1.7.2. Mobile

Un robot mobile se caractérise par l'absence de liens mécaniques avec un objet de référence, ce qui ouvre la porte aux applications potentielles. La liberté de mouvements lui confère une autonomie qui lui permet de trouver d'autres utilisations que manufacturières. L'objectif principal d'un robot mobile consiste à réaliser un mouvement en reliant un point source à un point de destination. L'exécution de cette tâche avec un certain degré d'autonomie, nécessite l'utilisation d'un ensemble de ressources et d'une structure assurant une coopération efficace entre elles. Sur le terrain, plusieurs structures sont utilisées, le choix d'une structure est directement lié à la nature de l'environnement dans lequel le robot doit évoluer, et de la nature de sa tâche ainsi que des performances souhaitées.



Figure.1.7 : Robot mobile KUKA.

1.7.3. Robot humanoïde (anthropomorphe)

Un robot humanoïde est un robot dont l'apparence générale rappelle celle d'un corps humain. Généralement, les robots humanoïdes ont un torse avec une tête, deux bras et deux

jambes, bien que certains modèles ne représentent qu'une partie du corps, par exemple à partir de la taille. Certains robots humanoïdes peuvent avoir un visage avec des yeux et une bouche.

Il y a des robots spécialisés pour remplacer l'homme dans une tâche précise et répétitive, les robots jouets que l'on peut programmer et les robots expérimentaux pour remplacer l'homme dans des environnements dangereux ou inaccessibles. Ils prennent la forme humanoïde pour être plus proches de nous. La plupart sont ou seront commercialisés et feront bientôt partie du paysage.



Figure.1.8 : Robot humanoïde.

1.8. Caractéristiques d'un robot

Les robots se caractérisent notamment par des performances citées ci-dessous :

- répétabilité statique,
- précision statique de pose,
- variation multidirectionnelle de la précision statique de pose,
- erreur de pose,
- dérive de pose,
- précision sur une trajectoire,
- répétabilité de trajectoire,
- précision de vitesse sur une trajectoire,
- rétabilité de vitesse sur une trajectoire,
- compliance statique.

1.9. Degré de liberté et redondance

Le positionnement complet d'une pièce ou de l'effecteur dans l'espace nécessite six paramètres indépendants, appelés degrés de liberté. Parmi les différents choix possibles de ces paramètres, les plus courants sont les trois coordonnées cartésiennes pour positionner un point de la pièce et les trois angles pour orienter cette pièce.

Ainsi, pour pouvoir faire face à toute situation, il sera nécessaire de mettre en œuvre six degrés de liberté de l'espace articulaire, c'est-à-dire au minimum six axes motorisés, six asservissements, engendrant ainsi les trajectoires en fonction des besoins déterminés par la tâche à réaliser.

Lorsque le nombre de degrés de liberté de l'organe terminal est inférieure au nombre de degrés de liberté de l'espace articulaire, on dit qu'il y a redondance dans la structure ou carrément, le robot est redondant.

D'une manière générale, la redondance, propriété voulue par le concepteur, serait utile pour la réalisation d'une tâche sous contrainte, par exemple : meilleure accessibilité d'une zone encombrée d'obstacles, optimisation d'un critère donné (distance d'un obstacle, meilleure posture de manipulabilité, économie d'énergie...etc.) [9].

1.10. Actionneurs dédiés à la robotique

Le mouvement est communiqué au robot par un ou plusieurs actionneurs qui transforment l'énergie source en énergie mécanique, l'actionnement peut être donc : électrique, pneumatique, hydraulique ou mécanique (dispositif à câbles).

L'actionnement pneumatique se fait généralement à l'aide d'un vérin pneumatique, réalisant un mouvement de translation. Il a l'avantage d'être simple et d'avoir une certaine élasticité due à la compressibilité de l'air. En outre, le contrôle des pressions permet éventuellement un réglage de la force de serrage.

L'actionnement électrique se fait à l'aide de moteurs à courant continu ou pas-à-pas. Le contrôle du courant ou l'utilisation de capteurs de force permet un réglage des forces de serrage.

L'actionnement hydraulique est très rare, à cause des inconvénients liés à ce type d'énergie qui nécessiterait toute une centrale hydraulique et souffre des fuites [6].

1.11. Capteurs

Les capteurs sont utilisés pour recueillir des informations sur l'état interne du robot ou pour communiquer avec l'environnement extérieur. Comme chez l'humain, le dispositif de commande de robot doit connaître l'emplacement de chaque lien du robot afin de connaître la configuration du robot [10].

1.12. Espace opérationnel et espace articulaire

L'espace opérationnel est celui dans lequel est représentée la situation de l'organe terminal. On considère donc autant d'espaces opérationnels qu'il y a d'organes terminaux. La dimension de l'espace opérationnel est le nombre de degrés de liberté maximum que peut avoir l'organe terminal et est égal au nombre de paramètres indépendants nécessaires à décrire la situation de l'organe terminal dans l'espace.

L'espace articulaire d'un robot est celui dans lequel est représentée la situation de tous ces corps. La solution la plus simple consiste à utiliser les variables ou coordonnées articulaires. L'espace de ces variables est appelé aussi espace des configurations. Sa dimension est égale au nombre de variables articulaires indépendantes et correspond au nombre de degrés de liberté de la structure mécanique du robot [7].

1.13. Conclusion

Au cours du présent chapitre, des généralités sur la robotique en général et la robotique industrielle en particulier ont été données. Celles-ci concernent les robots industriels ainsi que leurs domaines d'utilisations. La structure générale du robot a aussi été représentée avec ses différents types et les caractéristiques reliées à ce dernier.

Il a été cité quelques notions de base autour de la robotique en se focalisant sur les notions de : espace articulaire propre au robot, espace opérationnel propre à la tâche, degré de liberté, actionneurs dédiés à la robotique et redondance.

Chapitre 2 :

Conception et Modélisation

2.1. Introduction

Pour commander ou simuler le comportement d'un système mécanique articulé, il faut disposer des modèles permettant de décrire mathématiquement les relations entre les différentes coordonnées du robot et de la tâche dans les deux espaces articulaire et opérationnel.

Généralement, ces modèles mathématiques concernent :

- Le modèle géométrique direct (MGD) et le modèle géométrique inverse (MGI), qui expriment, respectivement, la situation de l'outil en fonction des variables articulaire et inversement.
- Le modèle cinématique direct (MCD) et le modèle cinématique inverse (MCI), qui expriment, respectivement, la vitesse de l'outil en fonction des vitesses articulaires et inversement.
- Le modèle dynamique (souvent inverse) donnant l'équation du mouvement du robot, et qui établit les relations entre les efforts (couples et/ou forces) développés par les actionneurs et les positions, vitesses et accélérations des articulations.

Dans le présent travail, nous allons étudier la structure articulée d'un robot HBM en vue d'établir ses différents modèles puis tester son fonctionnement par simulation.

2.2. Structure du robot étudié

Il s'agit d'un bras manipulateur planaire à quatre degrés de liberté de type PPRR (deux translation et deux rotation) constitué de quatre articulations tel que représenté à la **Figure 2.1** :

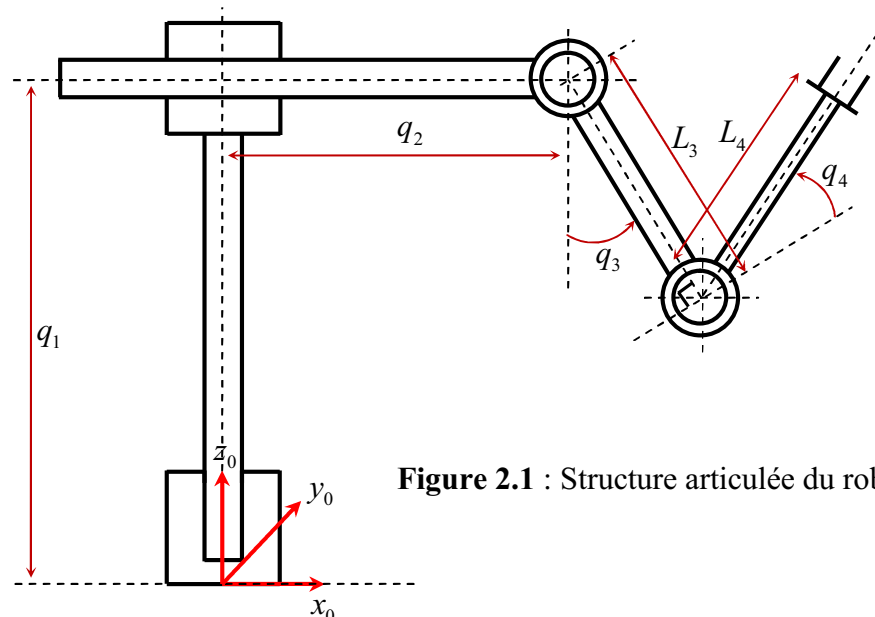


Figure 2.1 : Structure articulée du robot étudié.

2.3. Appositions des repères

Pour l'établissement du MGD, les repères associés aux différentes articulations du robot sont apposés selon la convention de Spong [11] tels que représentés à la **Figure 2.2** :

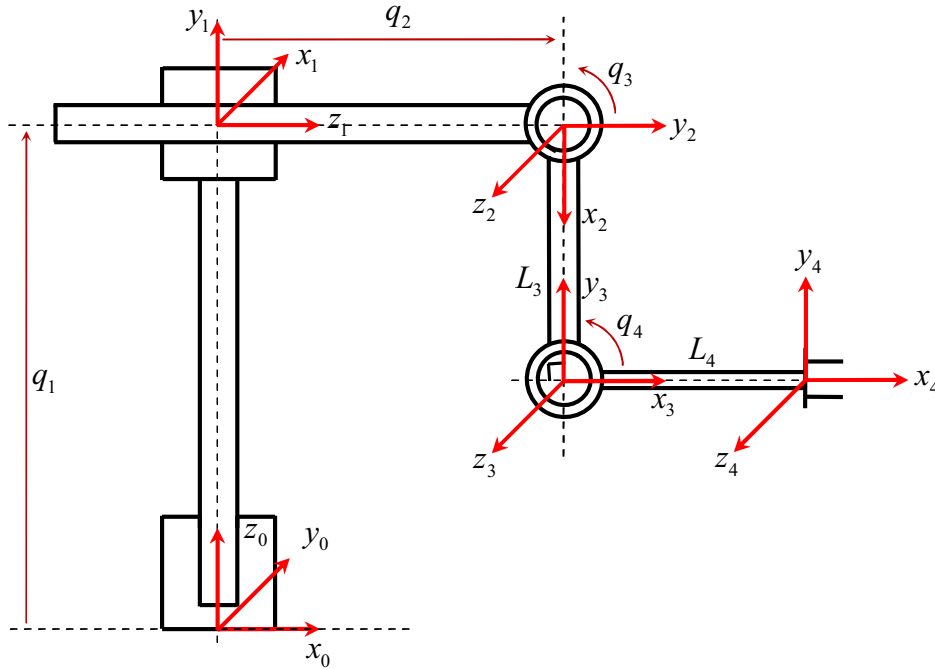


Figure 2.2 : Apposition des repères au robot dans sa configuration initiale.

2.4. Paramètres de Denavit-Hartenberg

La situation d'un repère R_i par rapport à un repère R_{i-1} peut être représentée par quatre paramètres géométriques dits de Denavit-Hartenberg (D-H).

Les axes de coordonnées sont apposés en respectant la règle suivante :

- 1- z_i est porté par l'axe de l'articulation reliant le segment i au segment $i+1$.
- 2- x_i est porté par la normale commune à z_{i-1} et z_i ($x_i = z_{i-1} \wedge z_i$).

Dans la littérature relative à la modélisation des structures articulées, ces paramètres sont souvent notés: α , a , θ et d et sont définis comme suit [11] :

- 1- α_i est l'angle (z_{i-1}, z_i) autour de x_i (link twist).
- 2- a_i est la mesure algébrique $\overline{z_{i-1}z_i}$ selon x_i (link length).

- 3- θ_i est l'angle (x_{i-1}, x_i) autour de z_{i-1} (joint angle). (variable articulaire en cas d'une articulation rotoïde).
- 4- d_i est mesure algébrique $\overline{x_{i-1}x_i}$ selon z_{i-1} (link offset). (variable articulaire en cas d'une articulation prismatique).

En respectant la position de l'origine du repère de base du robot et la position des origines des repères relatifs à chaque liaison représentée à la **Figure 2.2**, les paramètres de D-H de toute la structure sont donnés au **Tableau 2.2** :

Numéro de liaison	α [°]	a [m]	d [m]	θ [°]
1 (prismatique)	90	0	q_1	90
2 (prismatique)	90	0	q_2	-90
3 (rotoïde)	0	L_3	0	q_3
4 (rotoïde)	0	L_4	0	$q_4 + 90^\circ$

Tableau 2.2 : Paramètres de Denavit-Hartenberg du robot HBM.

2.5. Matrices de transformation homogène entre repères

La matrice de transformation homogène T_i^{i-1} qui représente la matrice de passage entre deux repères consécutifs R_{i-1} et R_i est définie d'après la convention de Spong par [11] :

$$T_i^{i-1} = \begin{pmatrix} C_\theta & -C_\alpha S_\theta & S_\alpha S_\theta & aC_\theta \\ S_\theta & C_\alpha S_\theta & -S_\alpha S_\theta & aS_\theta \\ 0 & S_\alpha & C_\alpha & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Avec : S_x et C_x désignent, respectivement, les fonctions circulaires sinus et cosinus dont l'argument est x .

L'application de (2.1) avec les valeurs des paramètres de Denavit-Hartenberg donnés au **Tableau 2.2** permet d'avoir les matrices de transformation homogène entre repères successifs. Celles-ci sont données comme suit :

$$T_1^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad T_2^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & q_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad T_3^2 = \begin{pmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & L_3 C_3 \\ S_3 & C_3 & 0 & L_3 S_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$T_4^3 = \begin{pmatrix} -S_4 & -C_4 & 0 & -L_4 S_4 \\ C_4 & -S_4 & 0 & L_4 C_4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Les matrices de transformation homogène correspondant aux repères de segments par rapport au repère de base sont telles que :

$$T_2^0 = T_1^0 \times T_2^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & q_2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

$$T_3^0 = T_2^0 \times T_3^2 = \begin{pmatrix} S_3 & C_3 & 0 & q_2 + L_3 S_3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -C_3 & S_3 & 0 & q_1 - L_3 C_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

$$T_E^0 = T_4^0 = T_3^0 \times T_4^3 = \begin{pmatrix} C_{34} & -S_{34} & 0 & q_2 + L_3 S_3 + L_4 C_{34} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ S_{34} & C_{34} & 0 & q_1 - L_3 C_3 + L_4 S_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

2.6. Modèles géométriques direct et inverse

Le modèle géométrique direct (MGD) est l'ensemble des relations qui permettent d'exprimer la situation de l'organe terminal, c'est-à-dire les coordonnées opérationnelles du

robot, en fonction de ses coordonnées articulaires. Dans le cas d'une chaîne ouverte simple, il se lit dans la matrice T_E^0 .

En effet, la position de l'outil est donnée par les trois premières valeurs de la quatrième colonne de T_E^0 . Ce qui donne :

$$\begin{cases} x_E = q_2 + L_3 S_3 + L_4 C_{34} \\ y_E = 0 \\ z_E = q_1 - L_3 C_3 + L_4 S_{34} \end{cases} \quad (2.5)$$

Il est évident que l'ordonnée y_E de l'outil est toujours nulle donc, le mouvement de l'outil est astreint à évoluer dans un plan. Par conséquent, le robot est **planaire**.

L'orientation de l'outil est donnée par la matrice de rotation correspondant aux trois première lignes et trois premières colonnes de T_E^0 . Ce qui donne :

$$R_E^0 = \begin{pmatrix} C_{34} & -S_{34} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ S_{34} & C_{34} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

Cette matrice de rotation correspond à une rotation de 90° autour de l'axe X suivie d'une rotation de $-(q_3 + q_4)$ autour de l'axe Y. Par conséquent, les angles de Roulis-Tangage-Lacet correspondant à l'orientation de l'outil sont [12] [11] :

$$\begin{cases} \phi = 90^\circ \\ \theta = -(q_3 + q_4) \\ \psi = 0^\circ \end{cases} \quad (2.7)$$

Les équations (2.5) et (2.7) représentent le modèle géométrique direct du robot.

Dans la pratique, le modèle géométrique direct ne peut pas être exploité sous sa forme actuelle, étant donné que le robot est **redondant**. En effet, le robot possède quatre degrés de liberté (deux translations et deux rotations) et son espace de travail en possède seulement trois (deux translations et une rotation).

Devant cette situation, il y a lieu de mettre en valeur cette redondance au lieu d'en faire un problème mathématique à résoudre. Pour ce faire, dans ce travail, l'**évitement d'obstacles**

est considéré comme objectif secondaire et la technique d'imposer à l'une des articulations un **automouvement** est un artifice intuitif.

L'articulation en automouvement est choisie en fonction de la position géométrique de l'obstacle à éviter. Dans le présent travail, vu l'espace de travail du robot et la tâche à réaliser par celui-ci, le choix est porté sur la troisième articulation qui est de type rotoïde. Son angle de rotation devrait alors suivre une trajectoire dépendant uniquement de la façon d'éviter l'obstacle. Si l'angle d'automouvement est noté α . Il en découle :

$$\alpha = q_3 \quad (2.8)$$

La loi horaire de α sera donnée au chapitre sur la planification de la tâche et la génération des trajectoires.

L'orientation de l'outil est aussi imposée par le concepteur de la tâche car, celle-ci devrait être réalisée en gardant l'outil horizontal le long de la trajectoire (voir chapitre III). Cela se traduit par :

$$\beta = q_3 + q_4 \quad (2.9)$$

Où β est l'orientation de l'outil.

En exploitant (2.5), (2.7), (2.8) et (2.9), le modèle géométrique inverse, qui exprime les coordonnées articulaires en fonction des coordonnées opérationnelles, est établi comme suit :

$$\begin{cases} q_1 = z_E + L_3 C_\alpha - L_4 S_\beta \\ q_2 = x_E - L_3 S_\alpha - L_4 C_\beta \\ q_3 = \alpha \\ q_4 = \beta - \alpha \end{cases} \quad (2.10)$$

Il à noter que le modèle géométrique inverse est rendu plus facile en utilisant la propriété de redondance. De plus, la solution est unique. Autrement dit, pour tout vecteur de position opérationnel correspond un unique vecteur de position articulaire. Cela explique un des avantages les plus importants des robots à structure redondante. En effet, le MGI d'un robot dans le cas général, possède plusieurs solutions et le choix revient à l'utilisateur et concepteur de la tâche.

2.7. Modèles cinématiques direct et inverse

Le modèle cinématique direct (ou modèle des vitesses) est l'ensemble des relations exprimant les vitesses opérationnelles de l'outil (ou de l'un des segments) du robot en fonction des vitesses articulaires. Il s'obtient intuitivement par dérivation du modèle géométrique direct. Dans ce travail, le modèle cinématique direct s'obtient par dérivation de (2.5), (2.8) et (2.9) par rapport au temps. Il est donné comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}_E = \dot{q}_2 + \dot{q}_3 L_3 C_3 - (\dot{q}_3 + \dot{q}_4) L_4 S_{34} \\ \dot{z}_E = \dot{q}_1 + \dot{q}_3 L_3 S_3 - (\dot{q}_3 + \dot{q}_4) L_4 C_{34} \\ \dot{\alpha} = \dot{q}_3 \\ \dot{\beta} = \dot{q}_3 + \dot{q}_4 \end{cases} \quad (2.11)$$

Sous sa forme matricielle, (2.11) fait intervenir la matrice jacobienne paramétrisée $\bar{\mathbf{J}}$ selon les variables opérationnelles utiles, comme suit :

$$\dot{\mathbf{X}} = \bar{\mathbf{J}} \dot{\mathbf{q}} \quad (2.12)$$

$$\text{Où: } \bar{\mathbf{J}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & L_3 C_3 - L_4 S_{34} & -L_4 S_{34} \\ 1 & 0 & L_3 S_3 - L_4 C_{34} & -L_4 C_{34} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$\dot{\mathbf{X}}$ et $\dot{\mathbf{q}}$ sont, respectivement, le vecteur des vitesses opérationnelles et celui des vitesses articulaires donnés par :

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{pmatrix} \dot{x}_E \\ \dot{z}_E \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{pmatrix}; \quad \dot{\mathbf{q}} = \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{pmatrix}.$$

Le modèle cinématique inverse exprime la relation inverse. Dans le cas où la matrice jacobienne n'est pas singulière, il est donné comme suit :

$$\dot{\mathbf{q}} = \bar{\mathbf{J}}^{-1} \dot{\mathbf{X}} \quad (2.13)$$

Il est à noter que le déterminant de $\bar{\mathbf{J}}$ est $\det(\bar{\mathbf{J}}) = -1$. Par conséquent, il n'existe aucune position articulaire rendant la structure singulière. Autrement dit, les vitesses articulaires correspondant à des variables articulaires finies sont également finies.

La matrice jacobienne inverse est donnée par :

$$\bar{\mathbf{J}}^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -L_3 S_3 & L_4 C_{34} \\ 1 & 0 & -L_3 C_3 & L_4 S_{34} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

En ce qui concerne les accélérations opérationnelles en fonction des accélérations articulaires, on parlera de modèle cinématique d'ordres deux ou carrément, modèle des accélérations. Celui-ci est donné par dérivation de (2.13) :

$$\ddot{\mathbf{X}} = \dot{\bar{\mathbf{J}}} \dot{\mathbf{q}} + \bar{\mathbf{J}} \ddot{\mathbf{q}} \quad (2.14)$$

Inversement,

$$\ddot{\mathbf{q}} = \bar{\mathbf{J}}^{-1} (\ddot{\mathbf{X}} - \dot{\bar{\mathbf{J}}} \dot{\mathbf{q}}) \quad (2.15)$$

Où $\dot{\bar{\mathbf{J}}}$ est la dérivée de la matrice jacobienne.

$$\dot{\bar{\mathbf{J}}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -L_3 \dot{S}_3 - L_4 \dot{C}_{34} & -L_4 \dot{C}_{34} \\ 0 & 0 & L_3 \dot{C}_3 + L_4 \dot{C}_{34} & L_4 \dot{S}_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Les vecteurs $\ddot{\mathbf{X}}$ et $\ddot{\mathbf{q}}$ sont, respectivement, le vecteur des accélérations opérationnelles et celui des accélérations articulaires donnés par :

$$\ddot{\mathbf{X}} = \begin{pmatrix} \ddot{x}_E \\ \ddot{z}_E \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \end{pmatrix}; \quad \ddot{\mathbf{q}} = \begin{pmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \\ \ddot{q}_4 \end{pmatrix}.$$

2.8. Modèle dynamique

C'est l'ensemble de relations qui régissent les mouvements des différentes articulations. De façon rigoureuse, le modèle dynamique d'un robot exprime les positions, vitesses et

accélérations articulaires en fonction des efforts (forces ou couples) développés par les actionneurs équipant chaque articulation.

$$\Gamma = f(q, \dot{q}, \ddot{q}) \quad (2.16)$$

Où : $\Gamma = [f_1 \ f_2 \ \Gamma_3 \ \Gamma_4]^T$ est le vecteur des couples/forces développés par les actionneurs, selon que l'articulation est rotoïde ou prismatique.

f : est une fonction vectorielle multivariable fortement non linéaire ;

$q = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4]^T$: est le vecteur des positions articulaires ;

$\dot{q}$: est le vecteur des vitesses articulaires ;

$\ddot{q}$: est le vecteur des accélérations articulaires.

Pour un robot manipulateur à chaîne ouverte simple, le modèle dynamique peut se mettre sous la forme canonique suivante :

$$\Gamma = M(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q}) \quad (2.17)$$

Où : Γ est le vecteur des efforts.

M : est une matrice d'inertie du robot, symétrique définie positive qui dépend des variables articulaires. Elle englobe tous les termes d'inertie ou de masse des segments.

H : est le vecteur des termes centrifuges, de Coriolis et gravitationnels. Il dépend de la position et de la vitesse articulaires.

L'établissement du modèle dynamique peut se faire en utilisant soit le **formalisme de Newton-Euler** basé sur la théorie des torseurs cinématique et dynamique d'un solide en mouvement, soit le **formalisme d'Euler-Lagrange** basé sur les approches énergétiques et d'optimisation.

Dans le présent travail, le formalisme d'Euler-Lagrange est adopté. Pour cela, il y a lieu d'abord d'exprimer les énergies potentielle et cinétique du robot puis, de leurs appliquer le formalisme et mettre sous forme canonique.

2.8.1. Energie potentielle du robot

L'énergie potentielle U_i d'un segment i est donnée par [13] [11] :

$$U_i = -m_i \mathbf{g}^T \mathbf{P}_{ci} \quad (2.18)$$

Où : $\mathbf{P}_{ci}$ est le vecteur position du centre de masse relatif au segment i.

$\mathbf{g}$ est le vecteur de gravitation projeté dans le repère de base.

m_i est la masse du segment i.

L'application de (2.17) au robot HBM de la **Figure 2.2** permet d'obtenir les énergies potentielles de chaque segment comme suit :

$$U_1 = -m_1 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{q_1}{2} \end{pmatrix}, \text{ ce qui donne :}$$

$$U_1 = m_1 g \frac{q_1}{2} \quad (2.19)$$

$$U_2 = -m_2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{q_2}{2} \\ 0 \\ q_1 \end{pmatrix}, \text{ ce qui donne :}$$

$$U_2 = m_2 g q_1 \quad (2.20)$$

$$U_3 = -m_3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_2 + \frac{L_3}{2} S_3 \\ 0 \\ q_1 - \frac{L_3}{2} C_3 \end{pmatrix}, \text{ ce qui donne :}$$

$$U_3 = m_3 g \left(q_1 - \frac{L_3}{2} C_3 \right) \quad (2.21)$$

$$U_4 = -m_4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_2 + L_3 S_3 + \frac{L_4}{2} C_{34} \\ 0 \\ q_1 - L_3 C_3 + \frac{L_4}{2} S_{34} \end{pmatrix}, \text{ ce qui donne :}$$

$$U_4 = m_4 g \left(q_1 - L_3 C_3 + \frac{L_4}{2} S_{34} \right) \quad (2.22)$$

L'énergie potentielle totale du robot est donnée par :

$$U = \sum_{i=1}^4 U_i = \left(\left(\frac{1}{2} m_1 + m_2 + m_3 + m_4 \right) q_1 - \left(\frac{1}{2} L_3 m_3 + L_3 m_4 \right) C_3 + \frac{L_4}{2} m_4 S_{34} \right) g \quad (2.23)$$

2.8.2. Energie cinétique du robot

L'énergie cinétique K_i du segment i est donnée par [13] [11] :

$$K_i = \frac{1}{2} m_i \mathbf{v}_i^2 + \frac{1}{2} I_i \boldsymbol{\omega}_i^2 \quad (2.24)$$

Où : $\mathbf{v}_i$ est le **vitesse de translation** du centre de masse du segment i .

$\boldsymbol{\omega}_i$ est le vecteur **vitesse de rotation** du segment i autour de son centre de masse.

I_i est le **moment d'inertie** du segment i autour de l'axe passant par son centre de masse.

Par ailleurs, les vecteurs $\mathbf{v}_i$ et $\boldsymbol{\omega}_i$ s'expriment en fonction des vitesses articulaires $\dot{\mathbf{q}}$ et des **jacobiennes de base** par :

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{J}_{iv}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (2.25.a)$$

$$\boldsymbol{\omega}_i = \mathbf{J}_{i\omega}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (2.25.b)$$

Où : $\mathbf{J}_{iv}$ est la **sous-jacobienne linéaire** constituée des trois premières lignes de la jacobienne relative au segment i .

$\mathbf{J}_{i\omega}$ est la **sous-jacobienne angulaire** constituée des trois dernières lignes de la jacobienne relative au segment i .

Les jacobienne de base relative à chaque segment $\mathbf{J}_i$ est obtenue par l'algorithme des torseurs cinématiques. Il est donné par la concaténation de i colonnes J_{ik} , $k=1\dots i$ comme suit :

$$J_{ik} = \begin{pmatrix} a_{k-1}^0 \wedge (P_i^0 - P_{k-1}^0) \\ a_{k-1}^0 \end{pmatrix} \quad \text{Si articulation } k \text{ est rotoïde} \quad (2.26.a)$$

$$J_{ik} = \begin{pmatrix} a_{k-1}^0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{Si articulation k est prismatique} \quad (2.26.b)$$

Avec: a_i^0 est le vecteur constitué des trois premiers éléments de la troisième colonne de la matrice T_i^0 . Par convention $a_0^0 = (0 \ 0 \ 1)^T$.

L'application de (2.24), ..., (2.26) au robot HBM conduit à :

Segment 1 (i=1, k=1) :

$$J_1 = J_{11} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \dot{q}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \end{pmatrix}; \quad \boldsymbol{\omega}_2 = \begin{pmatrix} 00 \\ 00 \\ 00 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 \mathbf{v}_1^2 + \frac{1}{2} I_1 \boldsymbol{\omega}_1^2 = \frac{1}{2} m_1 \dot{q}_1^2 \quad (2.27)$$

Segment 2 (i=2, k=1, 2):

$$J_{21} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad J_{22} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad J_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 01 \\ 00 \\ 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{q}_2 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \end{pmatrix}; \quad \boldsymbol{\omega}_2 = \begin{pmatrix} 00 \\ 00 \\ 00 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$K_2 = \frac{1}{2}m_2 \mathbf{v}_2^2 + \frac{1}{2}I_2 \boldsymbol{\omega}_2^2 = \frac{1}{2}m_2 (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2) \quad (2.28)$$

Segment 3 (i=3, k=1, 2, 3):

$$J_{31} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; J_{32} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; J_{33} = \begin{pmatrix} L_3 C_3 \\ 0 \\ L_3 S_3 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}; J_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & L_3 C_3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & L_3 S_3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & L_3 C_3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & L_3 S_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{q}_2 + L_3 C_3 \dot{q}_3 \\ 0 \\ \dot{q}_1 + L_3 S_3 \dot{q}_3 \end{pmatrix}; \boldsymbol{\omega}_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\dot{q}_3 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$K_3 = \frac{1}{2}m_3 \mathbf{v}_3^2 + \frac{1}{2}I_3 \boldsymbol{\omega}_3^2 = \frac{1}{2}m_3 (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + L_3^2 \dot{q}_3^2 + 2L_3 C_3 S_3 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)) + \frac{1}{2}I_3 \dot{q}_3^2 \quad (2.29)$$

Segment 3(i=4, k=1, 2, 3, 4):

$$J_{41} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; J_{42} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; J_{43} = \begin{pmatrix} L_3 C_3 - L_4 S_{34} \\ 0 \\ L_3 S_3 + L_4 C_{34} \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}; J_{44} = \begin{pmatrix} -L_4 S_{34} \\ 0 \\ L_4 C_{34} \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$J_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & L_3 C_3 - L_4 S_{34} & -L_4 S_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & L_3 S_3 + L_4 C_{34} & L_4 C_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{v}_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & L_3 C_3 - L_4 S_{34} & -L_4 S_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & L_3 S_3 + L_4 C_{34} & L_4 C_{34} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{q}_2 + (L_3 C_3 - L_4 S_{34}) \dot{q}_3 - L_4 S_{34} \dot{q}_4 \\ 0 \\ \dot{q}_1 + (L_3 S_3 + L_4 C_{34}) \dot{q}_3 + L_4 C_{34} \dot{q}_4 \end{pmatrix};$$

$$\boldsymbol{\omega}_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -(\dot{q}_3 + \dot{q}_4) \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$\begin{aligned} K_4 &= \frac{1}{2} m_4 \mathbf{v}_4^2 + \frac{1}{2} I_4 \boldsymbol{\omega}_4^2 = \frac{1}{2} m_4 \left((\dot{q}_2 + (L_3 C_3 - L_4 S_{34}) \dot{q}_3 - L_4 S_{34} \dot{q}_4)^2 + (\dot{q}_1 + (L_3 S_3 + L_4 C_{34}) \dot{q}_3 + L_4 C_{34} \dot{q}_4)^2 \right) \\ &+ \frac{1}{2} I_4 (\dot{q}_3 + \dot{q}_4)^2 \\ &= \frac{1}{2} m_4 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} m_4 \dot{q}_2^2 + L_4 m_4 C_{34} \dot{q}_1 \dot{q}_3 + L_3 m_4 S_3 \dot{q}_1 \dot{q}_3 + L_3 m_4 C_3 \dot{q}_2 \dot{q}_3 - L_4 m_4 S_{34} \dot{q}_2 \dot{q}_3 + \frac{1}{2} I_4 \dot{q}_3^2 + \frac{1}{2} L_3^2 m_4 C_3^2 \dot{q}_3^2 \\ &+ \frac{1}{2} L_4^2 m_4 C_{34}^2 \dot{q}_3^2 + L_3 L_4 m_4 C_{34} S_3 \dot{q}_3^2 + \frac{1}{2} L_3^2 m_4 S_3^2 \dot{q}_3^2 - L_3 L_4 m_4 C_3 S_{34} \dot{q}_3^2 + \frac{1}{2} L_4^2 m_4 S_{34}^2 \dot{q}_3^2 + L_4 m_4 C_{34} \dot{q}_1 \dot{q}_4 - L_4 m_4 \\ &S_{34} \dot{q}_2 \dot{q}_4 + I_4 \dot{q}_3 \dot{q}_4 + L_4^2 m_4 C_{34}^2 \dot{q}_3 \dot{q}_4 + L_3 L_4 m_4 C_{34} S_3 \dot{q}_3 \dot{q}_4 - L_3 L_4 m_4 C_3 S_{34} \dot{q}_3 \dot{q}_4 + L_4^2 m_4 S_{34}^2 \dot{q}_3 \dot{q}_4 + \frac{1}{2} I_4 \dot{q}_4^2 \\ &+ \frac{1}{2} L_4^2 m_4 C_{34}^2 \dot{q}_4^2 + \frac{1}{2} L_4^2 m_4 S_{34}^2 \dot{q}_4^2 \end{aligned} \quad (2.30)$$

L'énergie cinétique totale du robot HBM est donnée par :

$$K = K_1 + K_2 + K_3 + K_4 \quad (2.31)$$

2.8.3. Formalisme d'Euler-Lagrange

Le formalisme d'Euler-Lagrange permet d'obtenir directement les relations entre les efforts moteurs, aux articulations, et les équations du mouvement en termes de variables articulaires. Pour chaque articulation, l'équation du mouvement est obtenue comme suit :

$$\Gamma_i = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial U}{\partial q_i} ; i = 1, \dots, n \quad (2.32)$$

Avec :

- K : énergie cinétique totale du système,
- U : énergie potentiel totale du système,
- n : nombre de degré de liberté du robot,

En appliquant l'équation (2.32) à chaque articulation, on obtient :

1^{ère} articulation :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_1} \right) + \frac{\partial U}{\partial q_1} = & L_3 m_4 C_3 \dot{q}_3^2 - L_4 m_4 S_{34} \dot{q}_3 (\dot{q}_3 + \dot{q}_4) - L_4 m_4 S_{34} \dot{q}_4 (\dot{q}_3 + \dot{q}_4) + (m_1 + m_2 + m_3 + m_4) \ddot{q}_1 \\ & + m_3 L_3 C_3^2 \dot{q}_3 - L_3 m_3 S_3^2 \dot{q}_3 + L_4 m_4 C_{34} \ddot{q}_3 + L_3 m_4 S_3 \ddot{q}_3 + L_4 m_4 C_{34} \ddot{q}_4 + g \left(\frac{1}{2} m_1 + m_2 + m_3 + m_4 \right) \end{aligned} \quad (2.33)$$

2^{ème} articulation :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_2} \right) + \frac{\partial U}{\partial q_2} = & -L_3 m_4 S_3 \dot{q}_3^2 - L_4 m_4 C_{34} \dot{q}_3 (\dot{q}_3 + \dot{q}_4) - L_4 m_4 C_{34} \dot{q}_4 (\dot{q}_3 + \dot{q}_4) \\ & + (m_2 + m_3 + m_4) \ddot{q}_2 + L_3 m_3 C_3^2 \dot{q}_3 - L_3 m_3 S_3^2 \dot{q}_3 + L_3 m_4 C_3 \ddot{q}_3 - L_4 m_4 S_{34} \ddot{q}_3 - L_4 m_4 S_{34} \ddot{q}_4 \end{aligned} \quad (2.34)$$

3^{ème} articulation :

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_3} \right) + \frac{\partial U}{\partial q_3} = & L_3 m_4 C_3 \dot{q}_1 \dot{q}_3 - L_3 m_4 S_3 \dot{q}_2 \dot{q}_3 + 2L_3 L_4 m_4 C_3 C_{34} \dot{q}_3^2 + 2L_3 L_4 m_4 S_3 S_{34} \dot{q}_3^2 + L_3 L_4 m_4 C_3 C_{34} \dot{q}_3 \dot{q}_4 \\
& L_3 L_4 m_4 S_3 S_{34} \dot{q}_3 \dot{q}_4 - L_4 m_4 S_{34} \dot{q}_1 (\dot{q}_3 + \dot{q}_4) - L_4 m_4 C_{34} \dot{q}_2 (\dot{q}_3 + \dot{q}_4) - 2L_3 L_4 m_4 C_3 C_{34} \dot{q}_3 (\dot{q}_3 + \dot{q}_4) - 2L_3 L_4 m_4 \\
& S_3 S_{34} \dot{q}_3 (\dot{q}_3 + \dot{q}_4) - L_3 L_4 m_4 C_3 C_{34} \dot{q}_4 (\dot{q}_3 + \dot{q}_4) - L_3 L_4 m_4 S_3 S_{34} \dot{q}_4 (\dot{q}_3 + \dot{q}_4) + L_4 m_4 C_{34} \ddot{q}_1 + L_3 m_4 S_3 \ddot{q}_1 + \\
& L_3 m_4 C_3 \ddot{q}_2 - L_4 m_4 S_{34} \ddot{q}_2 + I_3 \ddot{q}_3 + I_4 \ddot{q}_3 + L_3^2 m_3 \ddot{q}_3 + L_3^2 m_4 C_3^2 \ddot{q}_3 + L_4^2 m_4 C_{34}^2 \ddot{q}_3 + 2L_3 L_4 m_4 C_{34} S_3 \ddot{q}_3 + L_3^2 m_4 S_3^2 \ddot{q}_3 \\
& - 2L_3 L_4 m_4 C_3 S_{34} \ddot{q}_3 + L_4^2 m_4 S_{34}^2 \ddot{q}_3 + I_4 \ddot{q}_4 + L_4^2 m_4 C_{34}^2 \ddot{q}_4 + L_3 L_4 m_4 C_{34} S_3 \ddot{q}_4 - L_3 L_4 m_4 C_3 S_{34} \ddot{q}_4 + L_4^2 m_4 S_{34}^2 \ddot{q}_4 \\
& + \left(\frac{1}{2} L_3 m_3 - L_3 m_4 S_3 \right) S_3 g
\end{aligned} \tag{2.35}$$

4^{ème} articulation :

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_4} \right) + \frac{\partial U}{\partial q_4} = & L_3 L_4 m_4 C_3 C_{34} \dot{q}_3^2 + L_3 L_4 m_4 S_3 S_{34} \dot{q}_3^2 - L_4 m_4 S_{34} \dot{q}_1 (\dot{q}_3 + \dot{q}_4) - L_4 m_4 C_{34} \dot{q}_2 (\dot{q}_3 + \dot{q}_4) \\
& - L_3 L_4 m_4 C_3 C_{34} \dot{q}_3 (\dot{q}_3 + \dot{q}_4) - L_3 L_4 m_4 S_3 S_{34} \dot{q}_3 (\dot{q}_3 + \dot{q}_4) + L_4 m_4 C_{34} \ddot{q}_1 - L_4 m_4 S_{34} \ddot{q}_2 + I_4 \ddot{q}_3 + L_4^2 m_4 C_{34}^2 \ddot{q}_3 \\
& + L_3 L_4 m_4 C_{34} S_3 \ddot{q}_3 - L_3 L_4 m_4 C_3 S_{34} \ddot{q}_3 + L_4^2 m_4 S_{34}^2 \ddot{q}_3 + I_4 \ddot{q}_4 + L_4^2 m_4 C_{34}^2 \ddot{q}_4 + L_4^2 m_4 S_{34}^2 \ddot{q}_4 + \frac{L_4}{2} m_4 C_{34} g
\end{aligned} \tag{2.36}$$

Les équations (2.33), (2.34), (2.35) et (2.36) ensemble peuvent se mettre sous la forme (2.17).

On identifie aisément la matrice d'inertie $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ et le vecteur $\mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ tels que :

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{bmatrix} \tag{2.37}$$

où:

$$M_{11} = m_1 + m_2 + m_3 + m_4$$

$$M_{12} = 0$$

$$M_{13} = L_4 m_4 C_{34} + L_3 m_4 S_3$$

$$M_{14} = L_4 m_4 C_{34}$$

$$M_{21} = 0$$

$$M_{22} = m_2 + m_3 + m_4$$

$$M_{23} = L_3 m_4 C_3 - L_4 m_4 S_{34}$$

$$M_{24} = -L_4 m_4 S_{34}$$

$$M_{31} = L_4 m_4 C_{34} + L_3 m_4 S_3$$

$$M_{32} = L_3 m_4 C_3 - L_4 m_4 S_{34}$$

$$M_{33} = I_3 + I_4 + L_3^2 m_3 + L_3^2 m_4 C_3^2 + L_4^2 m_4 C_{34}^2 + 2L_3 L_4 m_4 C_{34} S_3 + L_3^2 m_4 S_3^2 - 2L_3 L_4 m_4 C_3 S_{34} + L_4^2 m_4 S_{34}^2$$

$$M_{34} = I_4 + L_4^2 m_4 C_{34}^2 + L_3 L_4 m_4 C_{34} S_3 - L_3 L_4 m_4 C_3 S_{34} + L_4^2 m_4 S_{34}^2$$

$$M_{41} = L_4 m_4 C_{34}$$

$$M_{42} = -L_4 m_4 S_{34}$$

$$M_{43} = I_4 + L_4^2 m_4 C_{34}^2 + L_3 L_4 m_4 C_{34} S_3 - L_3 L_4 m_4 C_3 S_{34} + L_4^2 m_4 S_{34}^2$$

$$M_{44} = I_4 + L_4^2 m_4 C_{34}^2 + L_4^2 m_4 S_{34}^2$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

où :

$$H_1 = (L_3 m_4 C_3 - L_4 m_4 S_{34}) \dot{q}_3^2 - 2L_4 m_4 S_{34} \dot{q}_3 \dot{q}_4 - L_4 m_4 S_{34} \dot{q}_4^2 + g \left(\frac{1}{2} m_1 + m_2 + m_3 + m_4 \right)$$

$$H_2 = -(L_3 m_4 S_3 + L_4 m_4 C_{34}) \dot{q}_3^2 - 2L_4 m_4 C_{34} \dot{q}_3 \dot{q}_4 - L_4 m_4 C_{34} \dot{q}_4^2$$

$$H_3 = L_3 L_4 m_4 C_4 \dot{q}_4^2 + (L_3 m_4 C_3 - L_4 m_4 S_{34}) \dot{q}_1 \dot{q}_3 - (L_3 m_4 S_3 + L_4 m_4 C_{34}) \dot{q}_2 \dot{q}_3 - 2L_3 L_4 m_4 C_4 \dot{q}_3 \dot{q}_4 \\ - L_4 m_4 S_{34} \dot{q}_1 \dot{q}_4 - L_4 m_4 C_{34} \dot{q}_2 \dot{q}_4 + \left(\frac{1}{2} L_3 m_3 - L_3 m_4 S_3 \right) S_3 g$$

$$H_4 = -L_4 m_4 S_{34} \dot{q}_1 \dot{q}_3 - L_4 m_4 S_{34} \dot{q}_1 \dot{q}_4 - L_4 m_4 C_{34} \dot{q}_2 \dot{q}_3 - L_4 m_4 C_{34} \dot{q}_2 \dot{q}_4 - L_3 L_4 m_4 C_4 \dot{q}_3 \dot{q}_4 + \frac{L_4}{2} m_4 C_{34} g$$

2.9. Conclusion

Au cours du présent chapitre, on a défini la structure du robot, apposée les repères et calculé les matrices de transformations homogènes associées aux différents repères. Pour exposer les relations mathématiques de base qui lient les deux espaces de coordonnées relatifs à la robotique à savoir l'espace articulaire et l'espace opérationnel, nous avons explicité les modèles directs puis inverses après avoir assigné une tâche secondaire relative à l'évitement d'obstacle.

Le modèle dynamique permet d'exprimer les efforts à développer par les actionneurs équipant les articulations du robot en fonction des positions et vitesses articulaires. Ces efforts permettent de modifier la configuration du robot afin d'atteindre une morphologie désirée et avec des performances dictées par le cahier des charges.

En exploitant tour à tour la théorie des torseurs cinématiques et le formalisme énergétique d'Euler-Lagrange, nous avons détaillé le modèle du robot redondant HBM et l'avons mis sous forme canonique.

Chapitre 3 :

Planification de la tâche

3.1. Introduction

De manière générale, le problème de la génération de mouvement est de calculer pour chaque articulation les trajectoires de référence en position, vitesse et accélération qui sont en fonction du temps et qui assurent le passage du robot par une trajectoire désirée d'une configuration initiale à une configuration finale désirée.

Avant d'être réalisées par le robot, les tâches doivent être planifiées. On entend par là, l'expression, d'une façon complètement explicite, des lois horaires (en fonction du temps) concernant l'évolution des positions, vitesses et accélérations de l'outil destiné à la réalisation de la tâche dans l'espace opérationnel (lié souvent à l'atelier d'usinage). Ces lois horaires serviront de consignes au dispositif de commande du robot afin d'assurer le passage de l'outil par la trajectoire désirée [14].

3.2. Cahier des charges

La pointe de l'outil (mèche d'ébavurage) doit parcourir une ellipse d'arc AB de petit rayon a et de grand rayon b dans le sens antihoraire sachant qu'il démarre et arrive à vitesse nulle. De plus, l'outil doit être orienté de telle manière qu'il soit horizontal entrant (vers l'extérieur) comme illustré à la **Figure 3.1**.

D'après la **Figure 3.1**, la position de la pointe de la mèche est donnée par :

$$\begin{cases} X = a \cos \delta + x_0 \\ Z = b \sin \delta + z_0 \end{cases} \quad (3.1)$$

Où : δ est l'angle de balayage en radians. x_0 et z_0 sont les coordonnées du centre de l'ellipse.

3.3. Evolution de l'angle de balayage et loi bang-bang avec palier de vitesse

La loi bang-bang avec palier de vitesse, appelée aussi loi trapèze, est la loi optimale parmi celles qui assurent la continuité de la vitesse et de la position, cependant l'accélération reste discontinue. Cette loi convient bien à notre cahier des charges, en effet, le mobile démarre à vitesse nulle ($\dot{\delta}(0) = 0$), accélère jusqu'à atteindre une vitesse maximum $\dot{\delta}_{\max}$ à l'instant t_m qu'il maintient jusqu'à l'instant $t_f - t_m$ puis décélère pour atteindre une vitesse nulle à l'instant final t_f ($\dot{\delta}(t_f) = 0$) (voir **Figure 3.2**).

D'après la loi bang-bang, la vitesse angulaire $\dot{\delta}(t)$ est donnée par :

$$\dot{\delta}(t) = \begin{cases} \frac{\dot{\delta}_{\max}}{t_m} t, & 0 \leq t \leq t_m \\ \dot{\delta}_{\max}, & t_m \leq t \leq t_f - t_m \\ \frac{\dot{\delta}_{\max}}{t_m} (t_f - t), & t_f - t_m \leq t \leq t_f \end{cases} \quad (3.2)$$

L'accélération est déduite en dérivant (3.2), elle est donnée par :

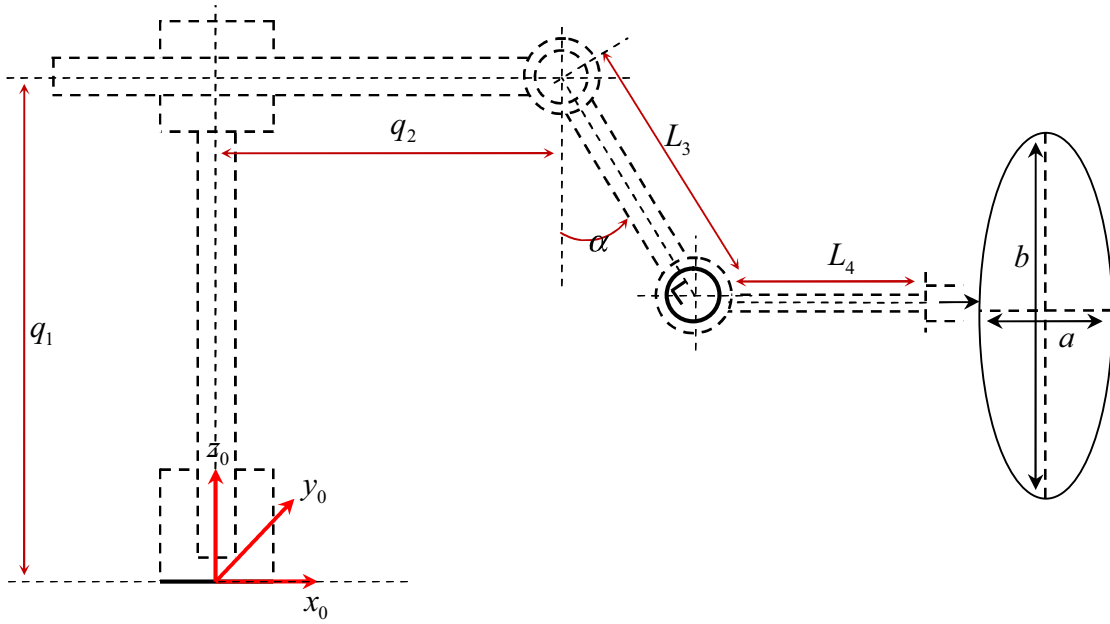


Figure 3.1. Description géométrique de la tâche dans l'espace opérationnel.

$$\ddot{\delta}(t) = \begin{cases} \frac{\dot{\delta}_{\max}}{t_m}, & 0 \leq t \leq t_m \\ 0, & t_m \leq t \leq t_f - t_m \\ -\frac{\dot{\delta}_{\max}}{t_m}, & t_f - t_m \leq t \leq t_f \end{cases} \quad (3.3)$$

La position $\delta(t)$ est obtenue en intégrant les équations de vitesse dans l'intervalle de temps correspondant à chaque étape du mouvement.

Pour $t \in [0, t_m[$

$$\dot{\delta} = \frac{d\delta}{dt} \Rightarrow d\delta = \dot{\delta} dt \quad (3.4)$$

En intégrant les deux membres de (3.4) :

$$\int_0^{\theta(t)} d\delta = \int_0^t \dot{\delta} dt \quad (3.5)$$

Ce qui donne :

$$\delta(t) = \int_0^t \frac{\dot{\delta}_{\max}}{t_m} t dt = \frac{\dot{\delta}_{\max}}{2t_m^2} t^2 \quad (3.6)$$

Ainsi la position à l'instant t_m est donnée par :

$$\delta(t_m) = \frac{\dot{\delta}_{\max}}{2} t_m \quad (3.7)$$

Pour $t \in [t_m, t_f - t_m[$

$$\dot{\delta}(t) = \dot{\delta}_{\max} \Rightarrow \int_{\delta(tm)}^{\delta(t)} d\delta = \int_{tm}^t \dot{\delta}_{\max} dt \quad (3.8)$$

Ce qui donne :

$$\delta(t) = \dot{\delta}_{\max} \left(t - \frac{t_m}{2} \right) \quad (3.9)$$

Ainsi la position à l'instant $t_f - t_m$ est donnée par :

$$\dot{\delta}(t_f - t_m) = \dot{\delta}_{\max} \left(t_f - \frac{3t_m}{2} \right) \quad (3.10)$$

Pour $t \in [t_f - t_m, t_f[$

$$\dot{\delta}(t) = -\frac{\dot{\delta}_{\max}}{t_m} (t_f - t) \quad (3.11)$$

En intégrant les deux nombres on aura :

$$\int_{\delta(t_f-t_m)}^{\delta(t)} d\delta = \int_{t_f-t_m}^{t_f} \frac{\dot{\delta}_{\max}}{t_m} (t_f - t_m) dt \quad (3.12)$$

Ce qui donne :

$$\delta(t) = \frac{\dot{\delta}_{\max}}{2t_m} (t^2 + t_f^2 - t_m^2 - 2tt_f) + \dot{\delta}_{\max} (t_f - 3\frac{t_m}{2}) \quad (3.13)$$

A l'instant t_f , la position est donnée par :

$$\delta(t) = -\frac{\dot{\delta}_{\max}}{2t_m} (t_m^2) + \dot{\delta}_{\max} (t_f - 3\frac{t_m}{2}) \quad (3.14)$$

Ou encore :

$$\delta(t_f) = \dot{\delta}_{\max} (t_f - t_m) \quad (3.15)$$

Or d'après le cahier des charges, $\delta(t_f) = \pi$ la valeur de $\max \dot{\delta}_{\max}$ est imposée par l'expression suivante :

$$\dot{\delta}_{\max} = \frac{\pi}{t_f - t_m} \quad (3.16)$$

Finalement, la position $\delta(t)$ est donnée par :

$$\delta(t) = \begin{cases} \frac{\dot{\delta}_{\max}}{2t_m} t^2, & 0 \leq t \leq t_m \\ \dot{\delta}_{\max} (t - \frac{t_m}{2}), & t_m \leq t \leq t_f - t_m \\ -\frac{\dot{\delta}_{\max}}{2t_m} (t^2 + t_f^2 - t_m^2 - 2tt_f), & t_f - t_m \leq t \leq t_f \end{cases} \quad (3.17)$$

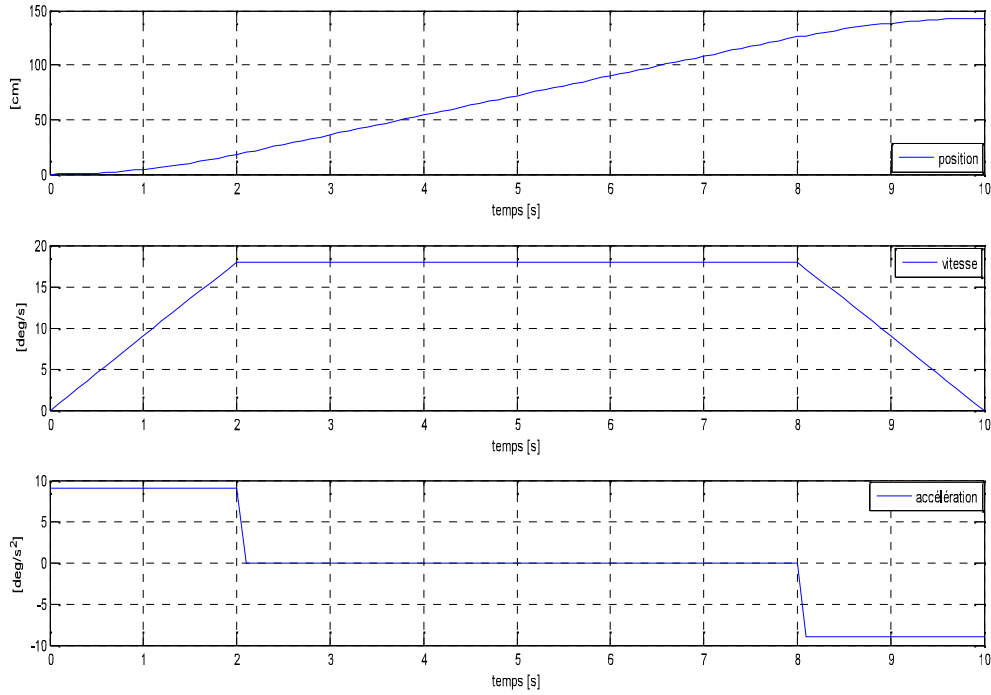


Figure 3.2. Evolution de la position, vitesse et accélération selon la loi bang-bang avec palier

de vitesse

3.4. Génération de la trajectoire

Les générateurs de trajectoires ont pour fonction de calculer l'évolution des positions des articulations ou de la situation du robot en fonction du temps. Cette trajectoire de référence définit l'entrée du système de contrôle. Le générateur présente une grande importance car de la continuité de la trajectoire produite et de ses dérivées dépend la qualité du mouvement produit. Cette qualité impacte non seulement la précision de suivi du chemin mais aussi la durée de vie du système mécanique [15].

La grandeur génératrice $\delta(t)$ étant calculée à tout instant, les grandeurs opérationnelles de référence (position $\mathbf{X}_{\text{ref}}$, vitesse $\dot{\mathbf{X}}_{\text{ref}}$, accélération $\ddot{\mathbf{X}}_{\text{ref}}$) en sont déduites. En exploitant le cahier des charges (voir la **Figure 3.1**), les expressions des coordonnées cartésiennes de la pointe de l'outil x_E, z_E sont données par :

$$\begin{cases} x_E = a \cos \delta(t) + x_0 \\ z_E = b \sin \delta(t) + z_0 \end{cases} \quad (3.18)$$

Où les coordonnées x_0, z_0 sont données par :

$$\begin{cases} x_0 = 0.20m \\ z_0 = 0.15m \end{cases} \quad (3.19)$$

Pour que le repère de base coïncide avec le repère outil, il doit subir une orientation

$$\beta = q_3 + q_4 \quad (3.20)$$

Pour des raisons d'évitement d'obstacles point à point et aussi les collisions, l'angle d'automouvement $\alpha(t)$ est supposé appartenir à l'intervalle $[0, 30^\circ]$.

D'après la loi bang-bang, la loi horaire $\alpha(t)$ est donnée par :

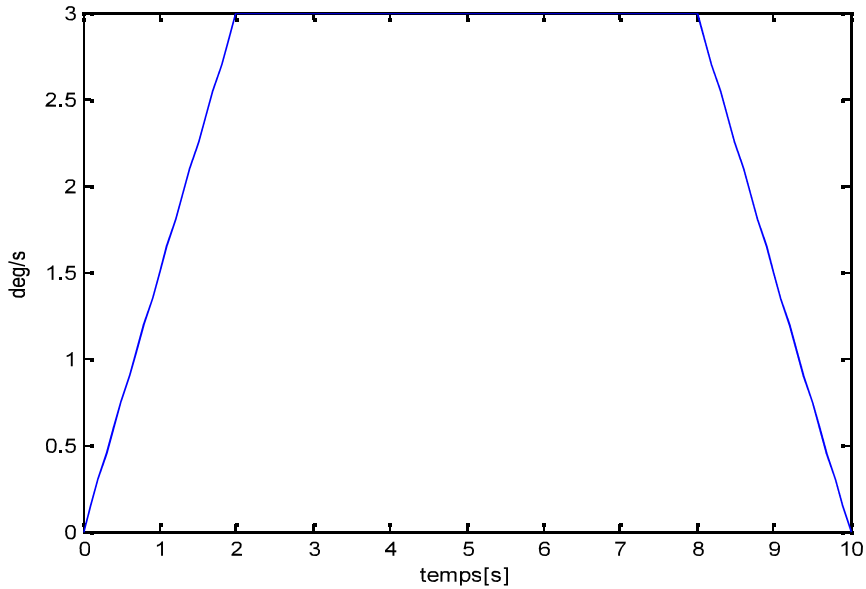


Figure 3.3 : Evolution de l'angle $\alpha(t)$.

Finalement, la position $\alpha_{ref}(t)$ est donnée par :

$$\alpha_{ref}(t) = \begin{cases} \frac{\dot{\alpha}_{max}}{2t_m} t^2, & 0 \leq t \leq t_m \\ \dot{\alpha}_{max} (t - \frac{t_m}{2}), & t_m \leq t \leq t_f - t_m \\ -\frac{\dot{\alpha}_{max}}{2t_m} (t^2 + t_f^2 - t_m^2 - 2tt_f), & t_f - t_m \leq t \leq t_f \end{cases} \quad (3.21)$$

L'orientation de l'outil est caractérisée par l'angle $\beta(t)$ qui doit être maintenu nul ainsi que ses dérivées (vitesse et accélération).

$$\beta_{ref}(t) = \dot{\beta}_{ref}(t) = \ddot{\beta}_{ref}(t) = 0$$

3.5. Conclusion

Le présent chapitre a été consacré à la description de la tâche à réaliser par le robot ainsi que la définition du cahier des charges correspondant. Ce dernier se traduit par une grandeur angulaire génératrice δ suivant une loi horaire bien adaptée (loi bang-bang avec palier de vitesse) à partir de laquelle ont été déduites toutes les grandeurs opérationnelles de référence à savoir la position, la vitesse et l'accélération.

L'angle d'automouvement, qui sert essentiellement à l'évitement d'obstacle, suit lui aussi une loi bang-bang avec palier de vitesse.

Pour réaliser la tâche correctement, l'orientation de l'outil ainsi que ses dérivées doivent être maintenues nulles.

Chapitre 4 :

Commande par couple calculé

4.1. Introduction

La commande d'un robot manipulateur peut être formulée comme la détermination de l'évolution des forces généralisées (forces ou couples) que les actionneurs doivent développer pour garantir l'exécution de la tâche tout en satisfaisant certains critères de performance. En se basant sur l'équation dynamique du robot différentes techniques sont utilisées pour la commande des bras manipulateurs, pour cela les contraintes dynamiques du robot doivent être prises en compte et les paramètres qui les caractérisent sont bien identifiés.

4.2. Cahier des charges

Après avoir planifié la tâche elliptique à réaliser par le robot et déterminé les références en position, vitesse et accélération (chapitre précédent), il reste à calculer une commande pour piloter les actionneurs des différentes articulations du robot afin d'assurer la poursuite de la trajectoire désirée qui dépend uniquement de la façon d'éviter l'obstacle.

4.3. Techniques de commande classiques

Le problème de la commande d'un robot manipulateur peut être formulé comme la détermination de l'évolution des forces généralisées (forces ou couples) que les actionneurs doivent exercer pour garantir l'exécution de la tâche tout en satisfaisant certains critères de performance.

Différentes techniques sont utilisées pour la commande des bras manipulateurs. Pour cela, nous présentons juste une vue générale de différentes techniques rapportées dans la littérature. Dans les paragraphes suivants, nous nous limiterons à une description simple des différentes techniques :

4.3.1. Commande adaptative

Ce type de techniques vise à corriger les déficiences de la commande par découplage non linéaire, comme la connaissance approximative des paramètres du modèle du robot ou pour s'adapter aux différentes conditions opératoires. Les avantages de ce type de techniques sont évidents, malheureusement la puissance de calcul demandée au système constitue un inconvénient important [16].

4.3.2. Commande fondée sur une fonction de Lyapunov

Cette méthode est basée sur une fonction de Lyapunov qui a été utilisée pour la commande des bras manipulateurs de façon satisfaisante pour des tâches de suivi. Particulièrement lorsqu'on cherche à garantir la convergence asymptotique [16].

4.3.3. Commande passive :

Cette technique considère le robot comme un système passif, c'est à dire un système qui dissipe de l'énergie. De telles lois de commande permettent de modifier l'énergie naturelle du robot pour qu'il réalise la tâche. En utilisant le formalisme de Hamilton, la commande cherche à minimiser l'énergie du système en utilisant un bloc non linéaire passif dans la boucle de retour. La commande passive tend à être plus robuste que le découplage non linéaire, lorsque la technique ne recherche pas à annuler les non linéarités [16].

4.3.4. Commande prédictive :

C'est une technique de commande de l'automatique avancée. Elle a pour objectif de commander des systèmes industriels complexes. Le principe de cette technique est d'utiliser un modèle dynamique du processus à l'intérieur du contrôleur en temps réel afin d'anticiper le futur comportement du procédé [16].

4.4. Commande par couple calculé (*computed torque*)

Cette technique est aussi connue sous le vocable de commande dynamique ou commande par découplage non linéaire. Lorsque l'application exige des évolutions rapides avec des contraintes dynamiques, la commande doit prendre en compte les forces d'interaction. Ce type de commande considère l'ensemble des articulations et, pour les découpler, utilise la théorie du découplage non linéaire. Cette théorie utilise le modèle dynamique du robot pour le calcul de la loi de commande, ce qui conduit à des lois de commande centralisées non linéaires. La commande par couple calculé permet de synthétiser facilement des régulateurs de robots très efficaces, tout en fournissant un cadre pour rassembler les techniques de commande classiques et quelques techniques de commande modernes.

La figure (4.1) montre la stratégie de la commande par couple calculé, avec les deux boucles internes et externes.

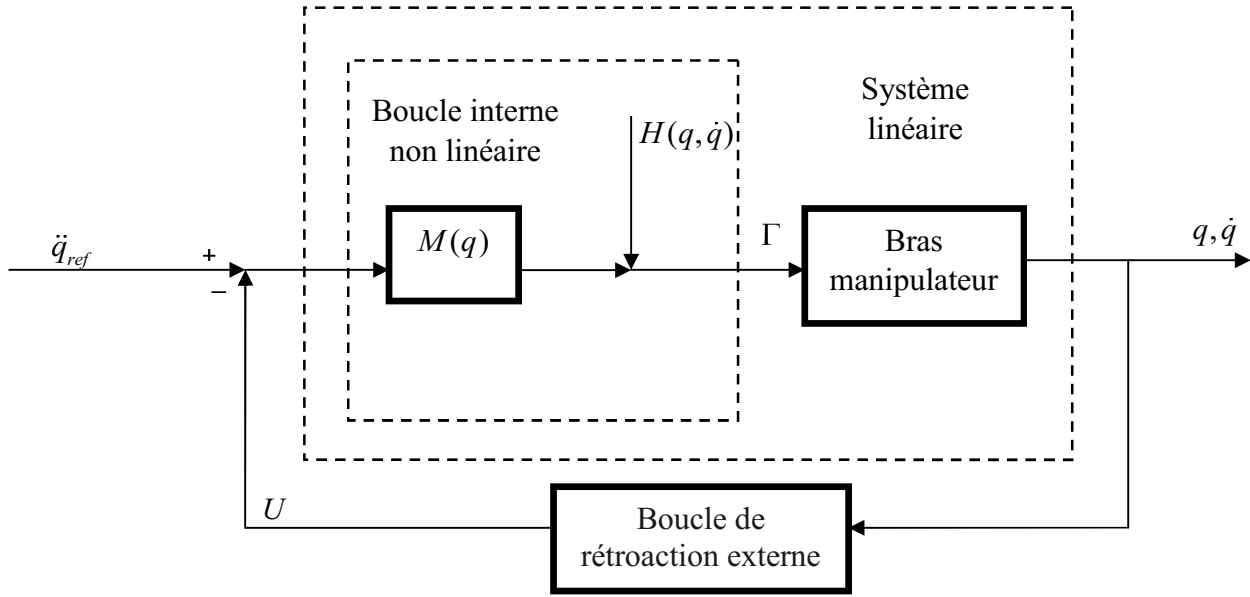


Figure 4.1 : Système de commande par couple calculé montrant la boucle interne et externe.

4.5. Synthèse de la loi de commande [11]

L'équation dynamique dans l'espace articulaire étant la suivante :

$$\Gamma = M(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q}) \quad (4.1)$$

L'équation dynamique de l'erreur $e = q_{ref} - q$ est choisie de telle manière à ce que la solution de cette dernière soit exponentiellement stable (cahier des charges). Pour atteindre cet objectif, un choix possible est donné par l'équation d'erreur ci-dessous :

$$\ddot{e} + K_v \dot{e} + K_p e = 0 \quad (4.2)$$

Où K_p, K_v sont des matrices diagonales définies positives représentant respectivement les gains proportionnels et dérivés.

Autrement dit :

$$(\ddot{q}_{ref} - \ddot{q}) + K_v \dot{e} + K_p e = 0 \quad (4.3)$$

Ou encore,

$$\ddot{q} = \ddot{q}_{ref} + K_v \dot{e} + K_p e \quad (4.4)$$

L'équation (4.1) conduit à l'expression de l'accélération suivante :

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q}) (\mathbf{\Gamma} - \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) \quad (4.5)$$

Par identification de (4.4) et (4.5), on peut écrire :

$$\ddot{\mathbf{q}}_{ref} + \mathbf{K}_v \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_p \mathbf{e} = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q}) (\mathbf{\Gamma} - \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) \quad (4.6)$$

Finalement, l'expression de la commande est donnée par :

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{M}(\mathbf{q}) (\ddot{\mathbf{q}}_{ref} + \mathbf{K}_v \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_p \mathbf{e}) + \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (4.7)$$

La loi de commande donnée par (4.7) est représentée à la **Figure 4.1**.

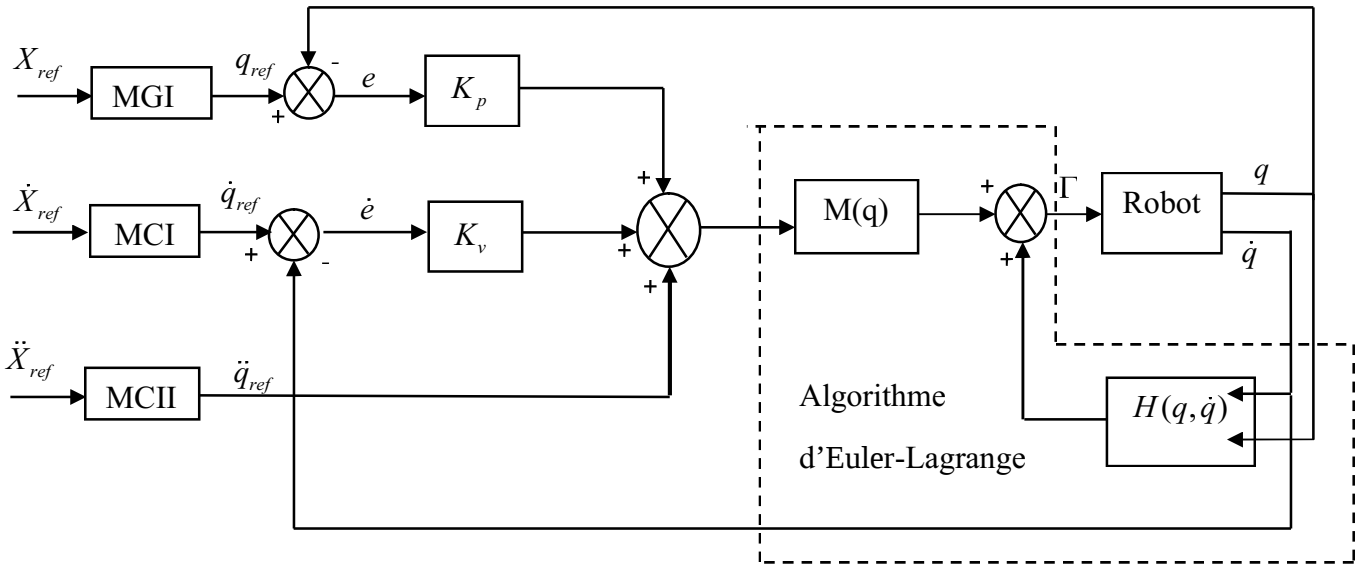


Figure 4.2. Schéma de commande par couple calculé dans l'espace articulaire.

Il faut noter que cette loi de commande, qui utilise la technique de linéarisation, exige la connaissance parfaite du modèle dynamique notamment, la matrice $\mathbf{M}$ et le vecteur $\mathbf{H}$. Cela représente un inconvénient majeur du point de vue robustesse de la commande aux incertitudes de modélisation qui sont, dans la plus part des cas, inévitables [11].

Une des solutions au problème de robustesse de la commande par couple calculé est l'introduction d'un terme de glissement dans la loi de commande [14].

4.6. Simulation

Pour simuler le fonctionnement du robot commandé par le couple calculé, nous avons élaboré un programme MATLAB implémentant la méthode de Runge-Kutta pour la résolution des équations différentielles ordinaires.

Les paramètres de simulation qui ont donné satisfaction sont choisis tels que :

➤ Gains du régulateur :

$$\mathbf{K}_p = 1000 \times \text{blockdiag}([1 \ 1 \ 1 \ 1]); \mathbf{k}_v = 20\sqrt{10} \times \text{blockdiag}([1 \ 1 \ 1 \ 1])$$

➤ Paramètres du robot :

Masse en Kg :

$$m_1 = 0.5; m_2 = 0.3; m_3 = m_4 = 0.1.$$

Longueurs en m :

$$L_3 = L_4 = 0.05.$$

Moment d'inertie en N.m :

$$I_3 = I_4 = 0.02.$$

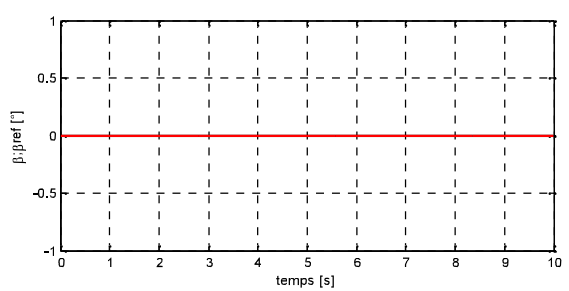
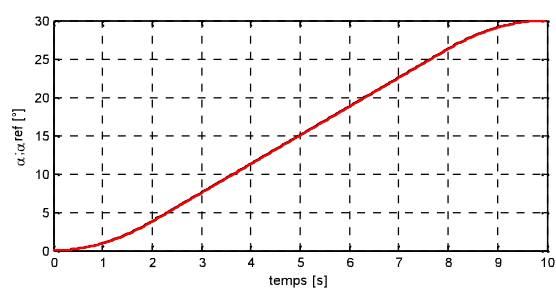
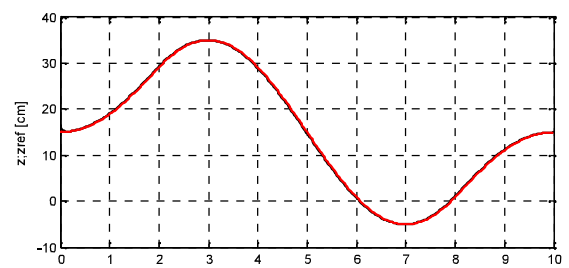
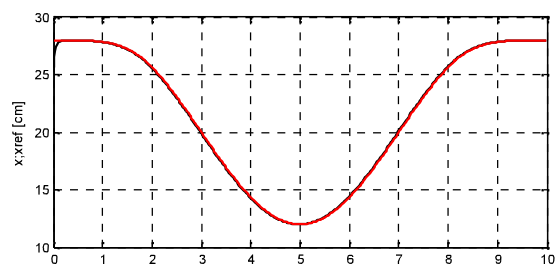
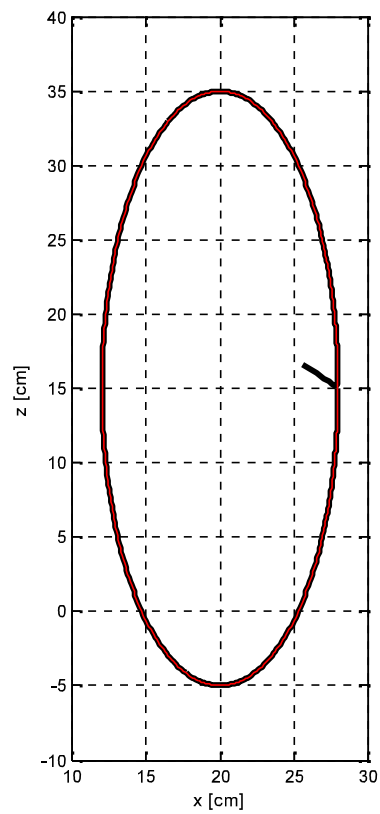
Deux tests ont été effectués à savoir :

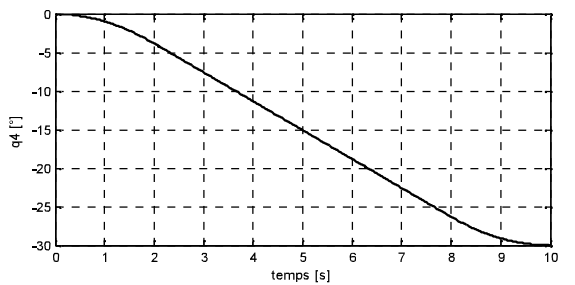
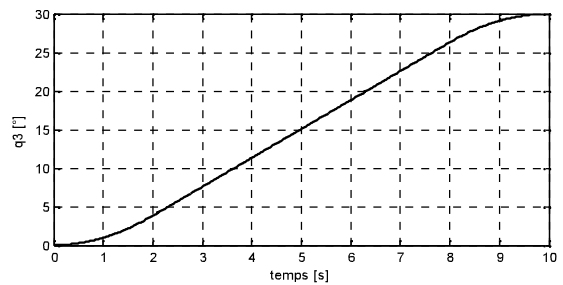
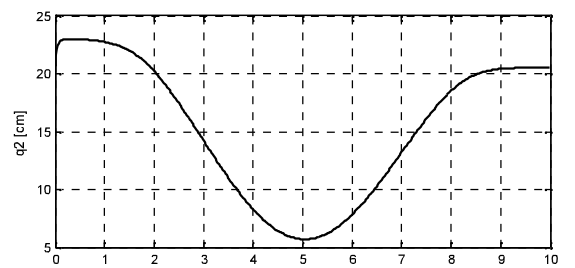
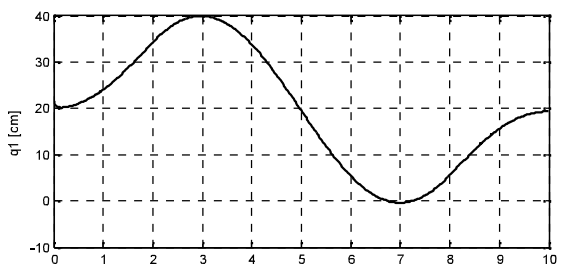
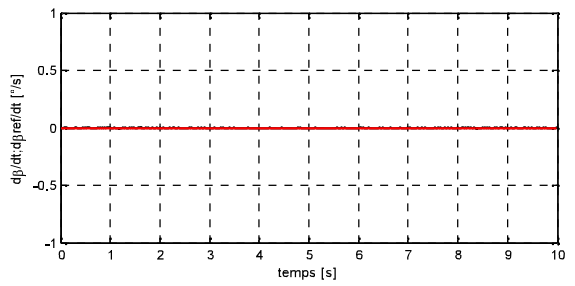
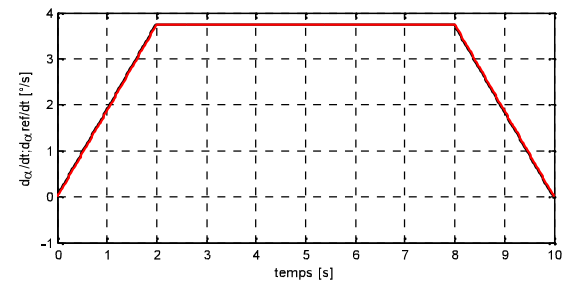
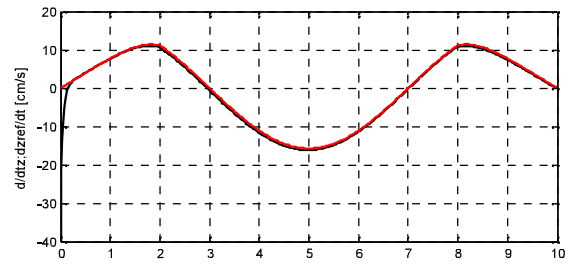
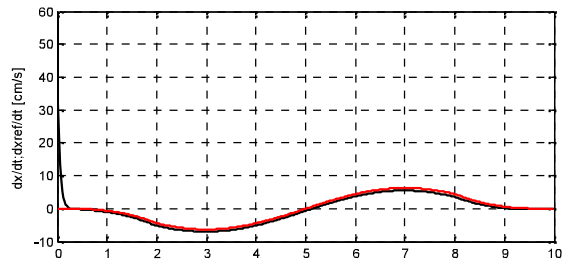
Test d'atteignabilité: le robot est astreint à atteindre la trajectoire avec précision et y rester.

Test de répétabilité: le robot est astreint à répéter la trajectoire plusieurs fois et d'une façon continue.

Les résultats de simulation sont donnés aux **Figures 4.3** et **4.4** :

Le trait en rouge désigne la trajectoire réelle et le noir désigne la trajectoire désirée





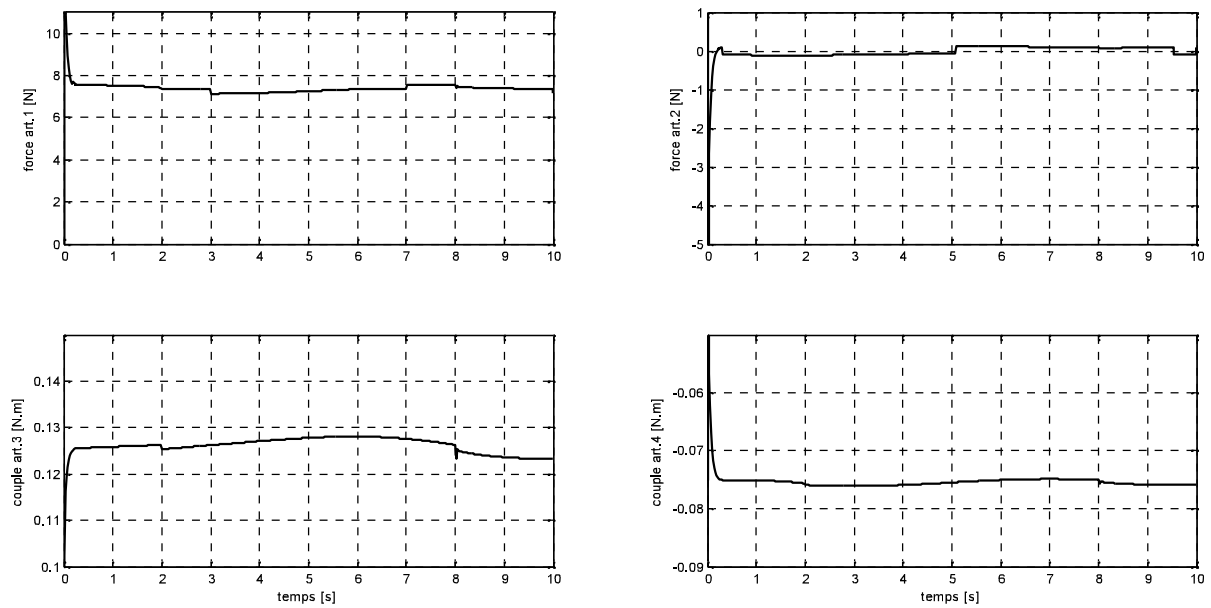
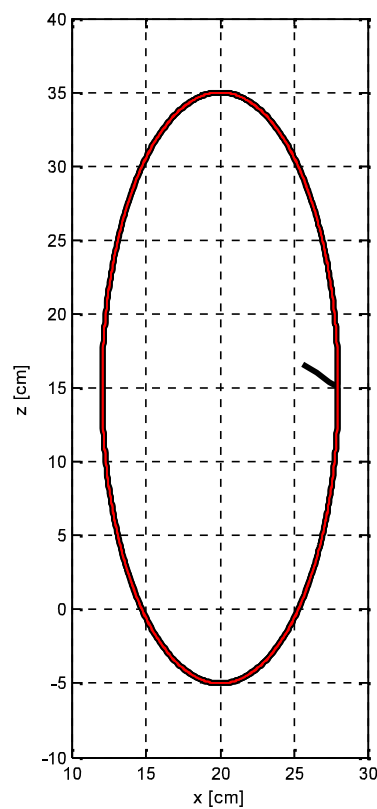
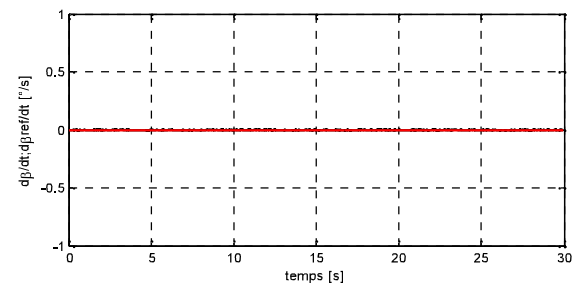
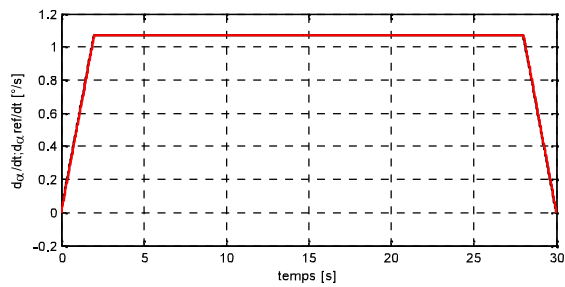
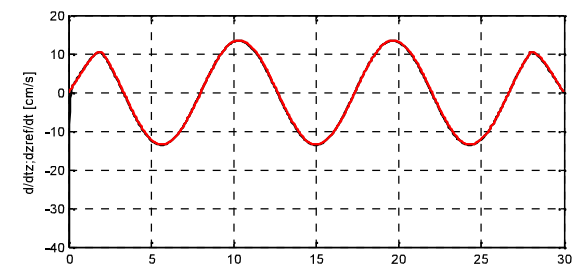
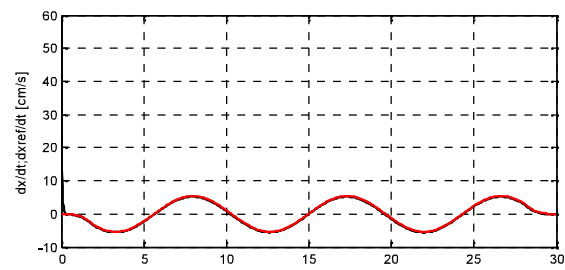
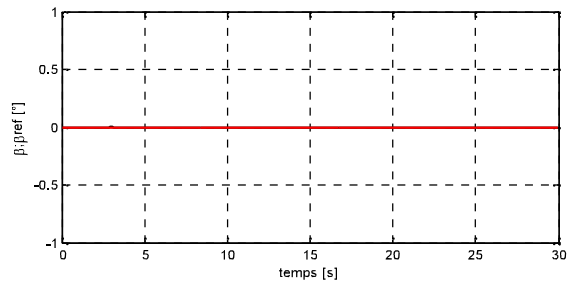
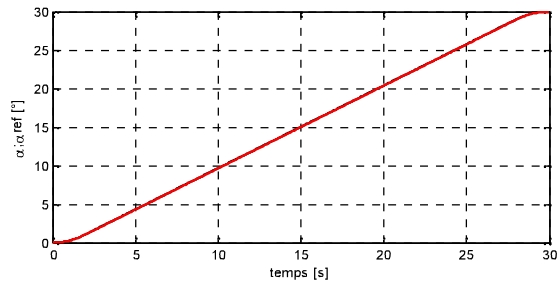
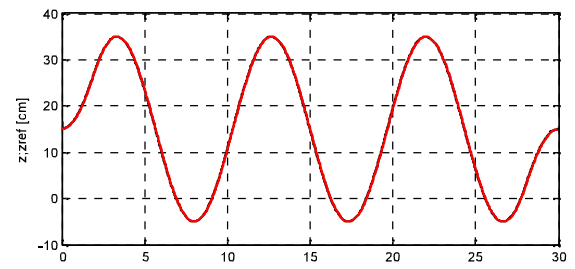
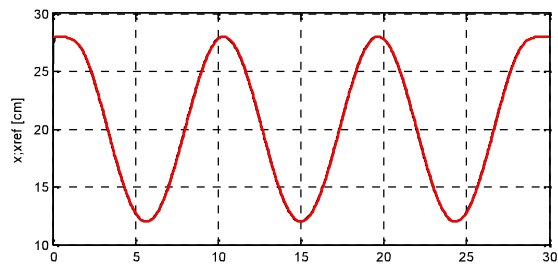


Figure 4.3 : Résultats de simulation pour le test d'atteignabilité.





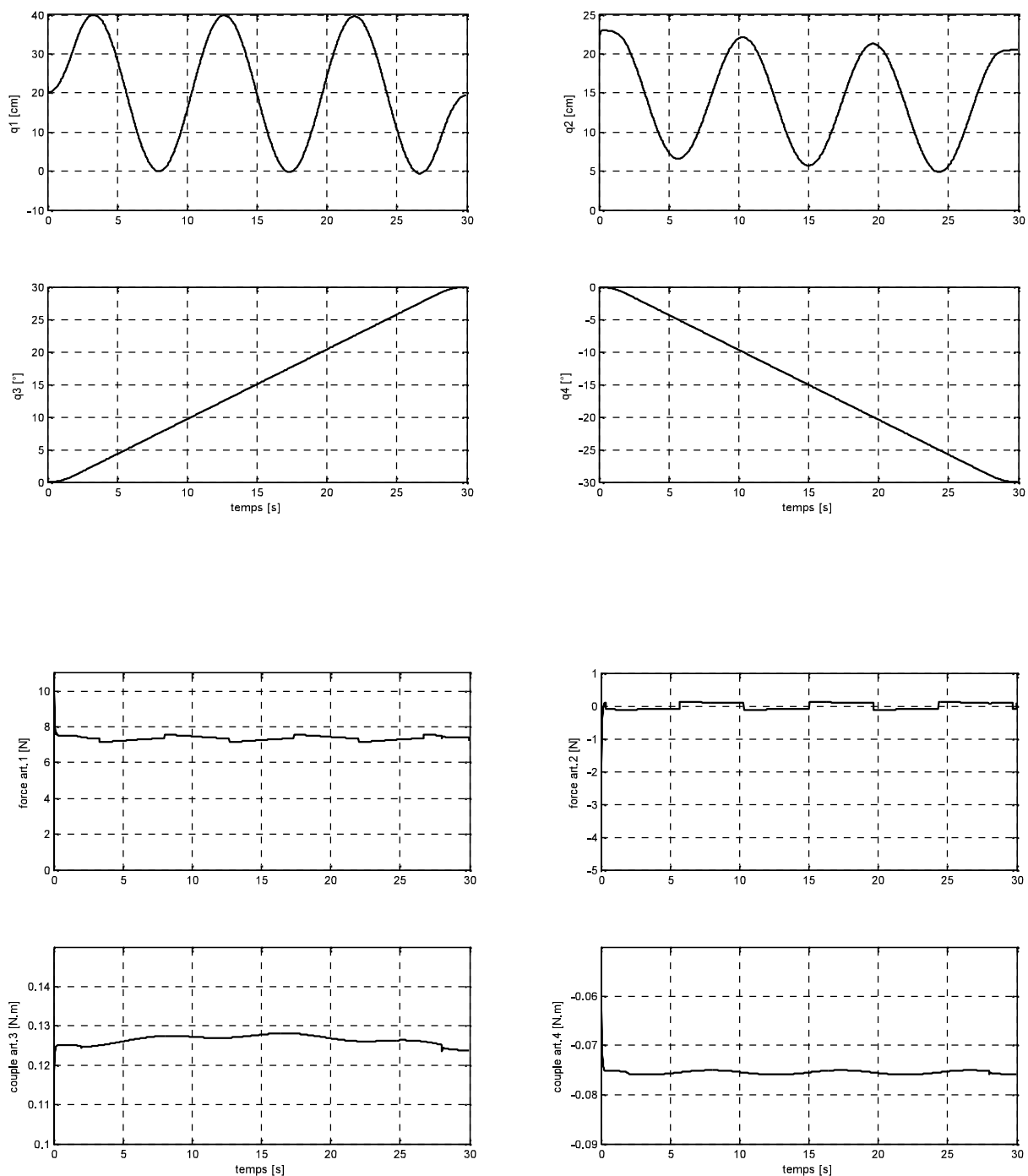


Figure 4.4 : Résultats de simulation pour le test de répétabilité.

4.7. Interprétation

D'après les résultats de simulation donnés aux figures 4.3 et 4.4, il est clair que la propriété d'atteignabilité est satisfaite avec une continuité des mouvements opérationnels et articulaires. De même, la propriété de répétabilité est effective avec des mouvements continus dans les deux espaces. En effet, les mouvements en x et z sont quasi-périodiques. Cependant,

la non périodicité imposée à α a fait que les mouvements articulaires sont légèrement déviés chaque cycle.

L'analyse des courbes relatives aux efforts développés montre qu'ils sont admissibles et loin des limites des actionneurs. La commande par couple calculé (linéarisante) s'avère donc très performante et donne de bons résultats dans le cas où les paramètres du robot sont connus.

En général, le vecteur des couples de Coriolis, centrifuges et de gravité noté $\mathbf{H}$ est très difficile à obtenir en modélisation analytique et vu la forte dépendance de la loi de commande par couple calculé du modèle dynamique du manipulateur, la loi de commande est rendue très sensible aux incertitudes de modélisation et aux perturbations externes. Cela est confirmé par les résultats de simulation dans le cas d'une imprécision paramétrique affectant le modèle dynamique [12] [14].

4.8. Conclusion

Le présent chapitre a été consacré à la commande du robot redondant HBM proposé au chapitre II. Nous avons cité quelques techniques de commandes connues dans la littérature dédiée à la commande des robots puis détaillé la commande par couple calculé, objet du travail, comme approche idéale pour la commande des robots. Cette technique de commande a été appliquée au robot redondant dans l'objectif de suivre une trajectoire elliptique planaire.

Les résultats de simulations ont montré que les propriétés d'atteignabilité et de répétabilité, exigées en robotique industrielle, sont effectives et que les mouvements opérationnels et articulaires sont continus avec des efforts de commande admissibles.

Conclusion générale

Conclusion générale

Le travail élaboré dans ce projet a traité la problématique de conception et modélisation/commande d'un robot redondant planaire. Cette conception s'adapte bien à l'ensemble des tâches planaires robotisées à l'exemple des opérations d'usinage de pièces en atelier (ébavurage, soudage, emboutissage, ...etc.).

Les modèles géométriques et cinématiques directs et inverses ont été établis en exploitant essentiellement la structure du robot et la technique de description de la géométrie des robots par les paramètres de Denavit-Hartenberg. En introduisant un automouvement comme contrainte secondaire, les modèles obtenus décrivent, et d'une façon unique, la projection des mouvements entre espace articulaire propre au robot et espace opérationnel propre à la tâche.

Les tâches industrielles robotisées doivent être d'abord planifiées ensuite réalisées, en respectant un certain nombre de contraintes imposées par le cahier des charges afin d'assurer un meilleur suivi de la trajectoire désirée et obtenir, bien-entendu, un produit de meilleure qualité.

Cet objectif ne peut être réalisé par un simple positionnement de l'outil, il faut considérer aussi l'orientation de celui-ci, car elle fait partie de la description géométrique de la tâche. Autrement dit, l'orientation de l'effecteur autant que la position, doivent être bien définies le long de la trajectoire à parcourir.

Pour générer la trajectoire de l'outil dans l'espace opérationnelle, la position et l'orientation de l'outil ainsi que leurs vitesses et accélérations sont calculées en fonction de paramètres plus simples, lesquels paramètres suivent en fonction du temps, la loi Bang-bang avec palier de vitesse.

Afin de compléter l'étude, la commande par couple calculé a été appliquée à la conduite du robot dans deux situations différentes, afin tester quelques propriétés fondamentales des robots à savoir, l'atteignabilité et la répétabilité.

A la lumière des résultats de simulation obtenus dans les deux situations de fonctionnement, il s'avère que la poursuite des trajectoires est effective et les efforts de commande sont admissibles. Cependant, vu la complexité flagrante du modèle dynamique sur

lequel est basé le calcul de la commande par couple calculé, celle-ci est rendue très sensible aux incertitudes de modélisations qui sont inévitables.

Comme perspectives à ce travail, il serait intéressant d'appliquer d'autres techniques de commande robuste telle que la commande à retard, et penser à la réalisation pratique du modèle conçu dans cette étude.

Références Bibliographiques

BIBLIOGRAPHIE

- [1] : Guesbaya T., « Identification et commande de robot manipulateur rigide et flexible en utilisant les réseaux de neurones et la logique floue », Thèse Doctorat d'Université Mohamed Khider- Biskra, Algérie, 2012.
- [2] : Rahmani N., « Etude et Conception d'un Robot Marchant » Mémoire de Fin D'étude Université Mohamed Khider Biskra, Algérie, 2013/2014.
- [3] : Lakhedar N., « Etude et Commande D'un Robot Manipulateur à 6ddl » Mémoire de Fin D'étude Université Mohamed Khider Biskra, Algérie, 2013/2014.
- [4] : Marle-Lamooten N., Pannetier G., « Développement Industriel Futur de la Robotique Personnelle et de Service en France », France, 2012.
- [5] : www.jf.duchet.pagesperso-orange.fr.
- [6] : Pruski A., « La robotique Général », Maitre de conférences a l'université de Metz, 1988.
- [7] : Cherfia A., « Analyse Cinématique Des Robots Parallèles » Thèse de Doctorat, Université Mentouri Constantine, Algérie, 2007.
- [8] : Krut S., « Contribution à L'étude Des Robots Parallèles Légers, 3T-1R et 3T-2R, à Forte
- [9] : Bétemps M., Jutard A., « Analyse et modélisation des robots manipulateurs ». Débattements Angulaires, Université de Montpellier II, 2003.
- [10] : Takhi H., « Conception et Réalisation D'un Robot Mobile à Base d'Arduino », Université Amar Telidji, Algérie, 2014.
- [11] : KHALIL W., DOMBRE E., « Modélisation, Identification et commande des Robots », 2ième édition revue et augmentée, Hermès Science Publications, Paris, 1999.
- [12]: SPONG M. W., VIDYASAGAR M., « Robot Dynamics and Control », Quinn-Woodbine, USA, 1981.
- [13]: CRAIG J.J., « Introduction to Robotics: Mechanics and control, 2nd Edition», Addison-Wesley Publishing Company, 1999.

[14] : KACI L., HAMACHE A., « Commandes en Force-Position-Orientation du PUMA 560 dans l'Espace Opérationnel », Mémoire de Master académique en Automatique, Département d'Automatique, UMMTO, Algérie, 2013.

[15] : Broquere X., « Planification De Trajectoire Pour La Manipulation D'objets et L'interaction Homme-Robot », Thèse de Doctorat de Université de Toulouse, France, 2011.

[16] : Herrera Aguilar I., « Commande des bras manipulateurs et retour visuel pour des Applications à la Robotique de Service », Thèse de Doctorat de Université de Toulouse III, France, 2007.