

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET  
DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MOULOUD MAMMARI DE TIZI-OUZOU  
FACULTE DU GENIE DE LA CONSTRUCTION  
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE



***THESE DE DOCTORAT EN GENIE MECANIQUE  
OPTION : SCIENCES DES MATERIAUX***

**Présentée par :**

**SAIDANI Kamal  
Maître assistant Classe B**

**THEME**

***Analyse des composites sandwichs et  
qualification de leur intégrité vis-à-vis de la  
ruine***

Devant le jury composé de :

DJEBBAR Arezki	Professeur, UMMTO	Président
AIT TAHAR Kamal	Professeur, UMMTO	Rapporteur
ZERIZER Abdelatif	Professeur, Univ. Boumerdes	Examineur
ABDI Saïd	Professeur, USTHB	Examineur
MEDDAHI Amer	Professeur, Univ. Boumerdes	Examineur
ASMA Farid	Maitre de Conférences A, UMMTO	Examineur

Soutenu le : 08 /06/2014

## **Résumé :**

Ce travail présente une analyse des composites sandwichs et la qualification de leur Intégrité vis-à-vis de la ruine. Le travail comporte deux parties complémentaires : une partie expérimentale et une partie théorique. Ces deux parties qui demeurent les parties essentielles de cette étude corroborent de manière très satisfaisante les approches développées pour mettre en évidence l'originalité de cette recherche et la pertinence des résultats. Une campagne d'essais statique pour caractériser le comportement mécanique (traction et flexion trois points) et physico-chimique (Analyse par les électrons secondaires, EDS-X, vieillissement,...) est menée sur des sandwichs constitués de deux semelles (peaux) en fibres métalliques imprégnées de résine époxyde et d'une âme respectivement en polystyrène, en polyuréthane et combinée (plaque cellulosique renforcée de tissu). Pour cette dernière, plusieurs séquences d'empilement ont été considérées, à savoir M-1C-2T, M-1C-4T et M-2C-3T les différents résultats obtenus montrent que les forces d'initiation du premier dommage ainsi que la rupture sont influencées par le type de la structure de l'âme. Les valeurs des résistances obtenues sont injectés, par la suite dans le calcul probabiliste –fiabiliste et dans le modèle de simulation à base d'éléments finis en utilisant le code de calcul CASTEM. La confrontation des résultats expérimentaux et théoriques mettent en évidence l'intérêt de l'utilisation des matériaux issus de la récupération dans la réalisation des sandwichs présentant des propriétés, en termes de résistances vis-à-vis des sollicitations mécaniques et physico-chimiques intéressantes, en concordance avec les applications projetées et surtout vis-à-vis de l'impact sur l'environnement, eu égard à la nature biodégradable de ces matériaux.

**Mots clés:** sandwich, âme combinée, ruine, expérimental, probabilité, fiabilité, modélisation numérique.

## **Abstract:**

This work presents the results of an experimental and numerical analysis of the behavior of the composites sandwiches and the qualification of their integrity to the rupture. The work comprises two complementary parts: an experimental part and a theoretical part. These two parts which remain the essential parts of this study corroborate in a very satisfactory way the approaches developed to highlight the originality of this research and the relevance of the results. A static tests to characterize the mechanical behavior (tensile and flexural tests), physical and chemical (analyzes by the secondary electrons, EDS-X, ageing,...) is carried out on sandwiches made up of two soles (skins) out of metallic fibers impregnated of epoxy resin, and respectively the polystyrene, the polyurethane and the reinforced cellulose fabric plate. For the latter case of the combined sandwiches, several sequences of stacking were considered, namely M-1C-2T, M-1C-4T and M-2C-3T. The various results obtained show that the first damage initiations forces as well as the rupture are influenced by the type of the structure of the sandwiches. The values of resistances obtained are injected, thereafter in probability - reliability engineer calculation. In order to allow for a better understanding of experimental observations, a finite element model has been performed with the software CASTEM.

The efficiency of the combined sandwiches is given through the comparison to the others types of sandwiches used in this work. The confrontation of the experimental and theoretical results put in obviousness the interest of the use of materials resulting from recovery in the sandwiches. The resistances obtained make it possible to have targeted applications, in agreement with respect to the environmental impact, have regard to the biodegradable nature of these materials.

**Keys words:** sandwich combined, rupture, experimental, probability, reliability, numerical modeling.

## *Liste des figures*

- Figure I.1.** Caractéristiques des résines thermodurcissables  
**Figure I.2.** Différentes armures utilisées pour les matériaux composites  
**Figure I.3.** Fabrication du semi produit des pièces composites SMC  
**Figure I.4.** Principe du procédé de pultrusion  
**Figure I.5.** Principe du procédé d'enroulement filamentaire  
**Figure I.6.** Présentation d'un sandwich  
**Figure I.7.** L'effet de l'épaisseur de l'âme sur la rigidité en flexion d'une structure sandwich.
- Figure I.8.** Différentes natures d'âmes  
**Figure I.9.** Flambement généralisé des peaux du sandwich  
**Figure I.10.** Rupture des peaux en traction ou en compression  
**Figure I.11.** Modes locaux de rupture par indentation  
**Figure I.12.** Rupture de l'âme en cisaillement  
**Figure I.13.** Flambement généralisé de l'âme du sandwich  
**Figure I.14.** Flambement localisé « wrinkling »  
**Figure I.15.** Type de dégradation de l'adhésif  
**Figure I.16.** Dispositif de l'essai de flexion trois points  
**Figure I.17.** Répartition des contraintes de cisaillement  
**Figure I.18.** Déformation en cisaillement dans l'âme
- Figure II.1.** Domaines d'utilisation du polyuréthane  
**Figure II.2.** Kit de résine STR  
**Figure II.3.** Préparation des stratifiés  
**Figure II.4.** Technique de stratification  
**Figure II.5.** Essai de flexion 3 points  
**Figure II.6.** Bâti pour essai de traction uni axiale  
**Figure II.7.** Microscope électronique à balayage  
**Figure II.8.** Electron secondaire  
**Figure II.9.** Electron rétrodiffusé  
**Figure II.10.** Rayon X  
**Figure II.11.** Electron AUGER
- Figure III.1.** Courbe moyenne de flexion 3points des sandwichs M 1C2J (19mm)  
**Figure III.2.** Courbe moyenne de flexion 3points des sandwichs M 1C4J(24mm)  
**Figure III.3.** Courbe moyenne de flexion 3points des sandwichs M 3C2J (29 mm)  
**Figure III.4.** Courbe moyenne de flexion 3points des sandwichs M POLYU(19mm)  
**Figure III.5.** Courbe moyenne de flexion 3points des sandwichs M POLYU(24mm)  
**Figure III.6.** Courbe moyenne de flexion 3points des sandwichs M POLYU(29mm)  
**Figure III.7.** Courbe moyenne de flexion 3points des sandwichs M POLYS (19mm)  
**Figure III.8.** Courbe moyenne de flexion 3points des sandwichs M POLYS (24mm)  
**Figure III.9.** Courbe moyenne de flexion 3points des sandwichs M POLYS (29mm)  
**Figure III.10.** Comparaison des sandwichs d'âmes différentes (19mm)  
**Figure III.11.** Comparaison des sandwichs d'âmes différentes (24mm)  
**Figure III.12.** Comparaison des sandwichs d'âmes différentes (29mm)  
**Figure III.13.** Machine d'essai IBERTEST  
**Figure III.14.** Courbe moyenne force- déplacement de la plaque cellulosique  
**Figure III.15.** Courbe moyenne force- déplacement du tissu  
**Figure III.16.** Micrographie et analyse EDS-X global de la plaque cellulosique  
**Figure III.17.** Micrographie et analyse EDS-X global du tissu  
**Figure III.18.** Micrographie et analyse EDS-X global de la Résine époxyde

- Figure III.19.** Micrographie et analyse EDS-X global de la fibre métallique
- Figure III.20.** Micrographie et analyse EDS-X global du polystyrène
- Figure III.21.** Micrographie et analyse EDS-X global du Polyuréthane
- Figure III.22.** Microstructure des sandwichs, a)- 2Tissu-1 Plaque cellulosique , b)- 4Tissu-1 Plaque cellulosique, c)- 3Tissu-2 Plaques celluloses.
- Figure III.23.** Variation des dimensions d'éprouvettes :  
a) Variation de l'épaisseur ; b) Variation de la largeur
- Figure III.24.** Cinétique de l'absorption d'eau par les matériaux utilisés dans la réalisation des âmes en fonction du temps
- Figure IV.1.** Schéma de modélisation par faisceau de fibres
- Figure IV.2.** Schéma de la modélisation et l'évolution de la contrainte
- Figure IV.3.** Schéma de la modélisation et évolution de la contrainte
- Figure IV.4.** Représentation de la contrainte dans la fibre N° 5
- Figure IV.5.** Fonction de densité de probabilité
- Figure IV.6.** Fonction de répartition pour une variable aléatoire continue
- Figure IV.7.** Fonction de répartition et densité de probabilité du sandwich à âme constitué 1C 2T
- Figure IV.8.** Fonction de répartition et densité de probabilité du sandwich à âme constituée de M 2C 3T
- Figure IV.9.** Fonction de répartition et densité de probabilité du sandwich à âme constituée de M 1C 4T
- Figure IV.10.** Module de Weibull pour le sandwich M 1C 2J
- Figure IV.11.** Module de Weibull pour le sandwich M 2C 3J
- Figure IV.12.** Module de Weibull pour le sandwich M 1C 4J
- Figure V.1.** Interprétation graphique des fonctions de densité et de répartition d'une variable aléatoire X.
- Figure V.2.** Fonction de densité de probabilité conjointe dans le cas de deux variables aléatoires  $\{X\} = \{X_1, X_2\}$  : (a) représentation 3D, (b) isovaleurs de  $f\{X\}$ .
- Figure V.3.** Domaines de sûreté et de défaillance dans le cas de deux variables aléatoires
- Figure V.4.** Domaines de sûreté et de défaillance dans le cas de deux variables aléatoires  $\{X\} = \{X_1, X_2\}$ .
- Figure V.5.** Méthode de Monte Carlo directe : tirages aléatoires et évaluations de la fonction de performance G dans le cas de deux variables aléatoires  $\{X\} = \{X_1, X_2\}$ .
- Figure V.5.** Recherche de l'indice de fiabilité  $\beta$  et du point de conception  $P^*$  dans l'espace standard pour deux variables aléatoires  $\{U\} = \{U_1, U_2\}$ .
- Figure V.6.** Approximation FORM pour deux variables aléatoires  $\{U\} = \{U_1, U_2\}$  dans l'espace standard
- Figure V.7.** Approximation SORM pour deux variables aléatoires  $\{U\} = \{U_1, U_2\}$  dans l'espace standard.
- Figure V.8.** Mode de rupture
- Figure V.9.** Illustration de la transformation de l'espace physique à l'espace normé centré, déterminant le point de conception ( $P^*$  sur l'état limite et l'indice de fiabilité  $\beta$ )
- Figure V.10.** Histogramme des résistances (M2T1C)
- Figure V.11.** Histogramme des sollicitations (M2T1C)
- Figure V.12.** Histogramme des résistances (M3T2C)
- Figure V.13.** Histogramme des sollicitations (M3T2C)
- Figure V.14.** Histogramme des résistances (M4T1C)

**Figure V.15.**Histogramme des sollicitations (M4T1C)  
**Figure V.16.**Graphe de probabilité normale pour la fonction résistances (M2T1C)  
**Figure V.17.**Graphe de probabilité normale pour la fonction sollicitations (M2T1C)  
**Figure V.18.**Graphe de probabilité normale pour la fonction résistances (M 3T 2C)  
**Figure V.19.**Graphe de probabilité normale pour la fonction résistances (M 3T 2C)  
**Figure V.20.**Graphe de probabilité normale pour la fonction résistances (M 4T1C)  
**Figure V.21.**Graphe de probabilité normale pour la fonction sollicitations (M 4T 1C)  
**Figure V.22.**Indice de fiabilité en fonction du chargement  
**Figure V.23.**Confrontation de l'indice de fiabilité  $\beta$  pour les différentes variantes  
**Figure V.24.**Représentation graphique de l'indice de fiabilité de la méthode FORM  
**Figure V.25.**Probabilité de défaillance  
**Figure VI.1.**Description du matériau composite et géométrie des échantillons.  
**Figure VI.2.** Courbes comparatives du comportement expérimental et numérique  
**Figure VI.3.**Déformée et maillage de la demi-poutre simulée  
**Figure VI.4.**Répartition des contraintes axiales  
**Figure VI.5.**Répartition des déformations axiales  
**Figure VI.6.**Répartition des contraintes de cisaillement  
**Figure VI.7.**Comportement élastique endommageable de Mazars  
**Figure VI.8.**Cartographie des contraintes axiales  
**Figure VI.9.**Cartographie des contraintes de cisaillement  
**Figure VI.10.**Cartographie des déformations axiales  
**Figure VI.11.**Cartographie des déformations de cisaillement

## *Liste des tableaux*

- Tableau I.1.** Caractéristiques des résines thermodurcissables.
- Tableau I.2.** Caractéristiques des résines thermoplastiques.
- Tableau II.1.** Propriétés mécaniques des fibres métalliques.
- Tableau II.2.** Propriétés mécaniques de la résine STR.
- Tableau II.3.** Propriétés mécaniques du tissu.
- Tableau II.4.** Propriétés mécaniques de la plaque cellulosique.
- Tableau II.5.** Caractéristiques de la résine époxy
- Tableau II.6.** Caractéristiques des sandwichs M 1C2T (épaisseur 19mm).
- Tableau II.7.** Caractéristiques des sandwichs M 1C4T (épaisseur 24mm).
- Tableau II.8.** Caractéristiques des sandwichs M 2CT (épaisseur 29mm).
- Tableau II.9.** Caractéristiques des sandwichs M POLYS (épaisseur 19 mm).
- Tableau II.10.** Caractéristiques des sandwichs à M POLYS (épaisseur 24 mm).
- Tableau II.11.** Caractéristiques des sandwichs M POLYS (épaisseur 29mm).
- Tableau II.12.** Caractéristiques des sandwichs M POLYU (épaisseur 19mm).
- Tableau II.13.** Caractéristiques des sandwichs M POLYU (épaisseur 24 mm).
- Tableau II.14.** Caractéristiques des sandwichs M POLYU (épaisseur 29mm).
- Tableau II.15.** Les dimensions de l'éprouvette.
- Tableau II.16.** Variation de l'épaisseur en fonction du temps de l'absorption des différentes âmes.
- Tableau II.17.** Variation de la largeur en fonction du temps de l'absorption des différentes âmes.
- Tableau II.18.** Variation de la masse en fonction du temps de l'absorption des différentes âmes.
- Tableau IV.1.** Tableau des mesures statistiques principales.
- Tableau IV.2.** Les différentes distributions de probabilité.
- Tableau IV.3.** Moment d'une variable aléatoire discrète.
- Tableau IV.4.** Efforts résistants ( $R_i$ ) obtenus par les essais expérimentaux
- Tableau V.1.** Méthode FORM: correspondance entre l'indice de fiabilité  $\beta$  et la probabilité de défaillance  $P_f$ .

## *Liste des notations*

$\sigma_f$ :	Contrainte de traction ou de compression dans les peaux
$\tau_{cmax}$ :	Contrainte de cisaillement maximale
$W_1$ :	Déplacement dû à la flexion
$w_2$ :	Déplacement dû au cisaillement
$\bar{X}$ :	Moyenne arithmétique
$H$ :	Moyenne harmonique
E.M :	Dispersion et Variabilité : L'écart moyen
G :	Moyenne géométrique
M. Q :	Moyenne quadratique
S :	L'écart type
$p(X)$ :	Distribution binomiale
Y :	Distribution normale (distribution de Laplace –Gauss)
$p(X)$ :	Distribution de Poisson
$F(x)$ :	Distribution de Weibull
v :	Paramètre de position.
$\xi$ :	Paramètre de dispersion.
$\beta$ :	Paramètre de forme.
$E(x)$ :	Espérance mathématique
$V(x)$ :	Variance
P :	Probabilité
Ds :	Domaine de sureté
Df :	Domaine de défaillance
$P^*$ :	Point de conception ou $\beta$ -point
FORM :	First Order Reliability Method
SORM :	Second Order Reliability Method
F :	Fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.
M 1C2J :	Sandwich à âme composée d'une plaque cellulosique et de deux tissus
M 1C4J :	Sandwich à âme composée d'une plaque cellulosique et de quatre tissus
M 2C3J :	Sandwich à âme composée de deux plaques cellulosiques et de trois tissus
M POLYU :	Sandwich à âme composée du polyuréthane
M POLYS :	Sandwich à âme composée du polystyrène
M :	Paramètre de Weibull
$\sigma_u$ :	Contrainte seuil
G ({X}) :	Fonction d'état limite
R :	Fonction de l'effort résistant développé par le sandwich
S :	Fonction du chargement appliqué
$\beta$ :	Indice de fiabilité
$\Phi(.)$ :	Fonction de distribution de la loi normale centrée réduite
$\chi_n^2(.)$ :	Loi du $\chi_n^2$ à $n$ degrés de liberté.
MR :	Moment résistant
MS :	Moment dû au chargement
$\mu_{MR}$ :	Valeur moyenne du moment résistant
$\mu_{MS}$ :	Valeur moyenne du moment dû au chargement
$\sigma_{MR}$ :	Ecart type du moment résistant

$\sigma_{MS}$ :	Ecart type du moment dû au chargement
$y$ :	Variable normale réduite
$\Phi$ :	Fonction de répartition de la variable normale centrée réduite
$A$ :	Matrice de Hooke
$D$ :	Variable scalaire d'endommagement
$\varepsilon^e$ :	Tenseur de déformation élastique
$\varepsilon_{eq}$ :	Déformation équivalente
$\varepsilon_{ii}$ :	Composante principale de déformation
$\tau$ :	Contrainte tangentielle
$K_S$ :	Module tangentiel
$d$ :	Déplacement différentiel entre les couches de l'interface

## *Introduction générale*

Les matériaux composites et plus particulièrement les structures sandwichs à bas de matériaux issus de la récupération ont de très bons potentiels de substitution des matériaux traditionnels actuellement utilisés dans la conception de ces structures sandwichs.

La technique de conception du panneau sandwich est une technique connue et utilisée depuis longtemps dans de nombreuses industries. Elle consiste à positionner une âme, souvent légère, entre deux peaux résistantes, en général plus denses. Les fonctions de chaque composant sont alors dissociées pour être optimisées. Les panneaux sandwichs peuvent être structurels, des isolants thermiques et/ou acoustiques

Le principe du panneau sandwich structurel consiste à relier efficacement et durablement des peaux résistantes, pour reprendre les sollicitations de traction et de compression développées dans un chargement de flexion, par une âme légère sollicitée en cisaillement. Cette technique permet d'optimiser les fonctions de chaque composant du panneau sandwich. Le but recherché est d'apporter de la rigidité en même temps que la légèreté. Aujourd'hui, ils sont surtout utilisés dans le domaine de l'aéronautique où la légèreté du panneau est souhaitée. Par rapport aux matériaux monolithiques traditionnels, ils sont plus rigides et apportent simultanément, selon les âmes mises en œuvre, de nouvelles propriétés telles que l'isolation thermique et acoustique, la résistance aux chocs et à la fatigue, sans coût supplémentaire ni ajout de matière.

Plus légers, leur transport et leur pose en sont ainsi simplifiés. En outre, tout en préservant l'aspect esthétique des matériaux traditionnels, les nouveaux panneaux sandwichs requièrent moins de matière. Autre atout, en termes de développement durable, grâce à leur légèreté, ils présentent un bilan énergétique avantageux à la fabrication et lors de leur mise en œuvre.

A ce titre, les nouvelles exigences environnementales, mais également économiques, contribuent de plus en plus au développement de cette technique. L'utilisation des matériaux de récupération rend désormais cette technique compétitive, ces panneaux sandwichs structurels ont désormais l'avantage d'être à la fois économiques et écologiques.

D'autres industries de grands volumes ont désormais recours aux panneaux sandwichs comme l'industrie éolienne, naval, les transports routiers ou ferroviaires mais également le bâtiment.

Dans notre travail, nous nous sommes consacré à l'analyse de nouvelles structures sandwichs et la qualification de leur intégrité vis-à-vis de la ruine, en partant d'une approche d'actualité, basée sur une logique d'éco-conception et de mise en valeur des ressources naturelles. La recherche réalisée est en grande partie dédiée à l'analyse du comportement mécanique sous un chargement statique monotone (traction, flexion) et physico-chimique (analyse par les électrons secondaires, EDS-X, vieillissement,...), d'un sandwich composite constitué de deux peaux en fibres métalliques imprégnées de résine époxyde et d'une âme

respectivement, en polystyrène, en polyuréthane et combinée (plaque cellulosique renforcée de tissu). Pour cette dernière, plusieurs séquences d'empilement en été considérées, à savoir : M-1C-2T, M-1C-4T et M-2C-3T. L'objectif de la caractérisation est de quantifier les différentes résistances, la durabilité et surtout la qualification de l'intégrité de ces structures sandwichs vis à vis de la ruine.

La thèse est composée de 06 chapitres :

Le premier chapitre présente une synthèse bibliographique très concise sur les matériaux composites et plus particulièrement sur les structures sandwichs. Les différents types, les propriétés mécaniques ainsi que les modes de rupture associés sont résumés.

Les deux chapitres (II et III) sont totalement consacrés au protocole expérimental réalisé dans le but de montrer le potentiel de la proposition qui consiste à valoriser les matériaux issus de la récupération par une utilisation dans les structures sandwichs. Nous avons présenté les matériaux utilisés, les étapes d'élaboration ainsi que les procédés d'analyse. Par la suite, tous les résultats obtenus sont présentés et discutés dans le chapitre III. Les différents résultats obtenus montrent que les forces d'initiation du premier dommage ainsi que la rupture sont influencées par le type de la structure de l'âme. Enfin, les résultats montrent clairement les perspectives offertes par l'approche de conception des sandwichs, proposée dans ce travail.

- Les deux chapitres (IV et V) sont totalement consacrés à l'analyse théorique :

Le quatrième chapitre présente les résultats du calcul probabiliste par application de la loi de weibull, qui permet de tracer les courbes de densités de probabilité et de des fonctions de répartition des différentes éprouvettes. Le caractère dispersif du comportement du sandwich est introduit par les fonctions de distributions des résistances. Les valeurs des modules de Weibull « m », qui est un paramètre du matériau caractéristique de la dispersion des défauts, ou critère de sensibilité à la rupture pour un matériau donné, obtenues dans cette étude, s'inscrivent dans les plages relatives aux matériaux composites. Le cinquième chapitre comporte les résultats de l'analyse fiabiliste des sandwichs considérés ont également présentés. La probabilité de défaillance du système mécanique a été estimée par application de la méthode FORM. La variable utilisée est l'effort de rupture des différents sandwichs à âme combinée. Ce chapitre vise à quantifier la robustesse de la technique proposée vis-à-vis des aléas de fabrication, de mise en œuvre et de mise en place de nouvelles technologies.

Enfin, le sixième chapitre (IV) résume les résultats de la simulation numérique réalisée sur les différents spécimens de sandwichs. La simulation est conduite en utilisant le logiciel de calcul CASTEM, basé sur l'approche par éléments finis. Les résultats mettent en évidence l'influence des différentes grandeurs (résistances des constituants, déformations, densité de l'âme, séquence d'empilement, épaisseur, ...) sur la résistance du sandwich.

Enfin, cette thèse se termine par une conclusion générale permettant de synthétiser les principaux résultats obtenus et d'envisager quelques perspectives.

*Chapitre I*  
*Recherche bibliographique*

## I. Introduction

L'idée d'associer des matériaux avec des propriétés complémentaires au sein d'un même solide, appelé composite, en vue de lui conférer un ensemble de propriétés originales est ancienne. La nature en a donné plusieurs exemples à l'humanité. Ce n'est toutefois que depuis 50 ans environ que les composites synthétiques sont utilisés. Le cours doit permettre aux concepteurs et aux constructeurs d'avoir une connaissance de base et d'évaluer si les matériaux composites sont applicables dans leur domaine [1].

### I.1. Définition

Un matériau composite est constitué d'une phase continue (matrice) et d'une phase discontinue (renforts). Dans le sens large, le mot « composite » signifie qu'il est constitué de deux ou plusieurs parties différentes, se complétant et permettant d'aboutir à un matériau à performances supérieures à celui des composants pris séparément. Si dans la matrice on ajoute des renforts de natures différentes, on dit que le matériau est « hybride ».

La phase discontinue est habituellement plus dure avec des propriétés mécaniques supérieures à celles de la phase continue. Le renfort se présente sous forme de fibres continues ou discontinues, la matrice quand à elle est composée d'une résine (polyester, époxyde, etc...). Le renfort apporte au matériau composite ses performances mécaniques élevées, alors que la matrice permet de transmettre aux fibres les sollicitations mécaniques extérieures et de protéger les fibres vis-à-vis des agressions extérieures [2]. Le principal intérêt de l'utilisation des composites provient de ses excellentes caractéristiques spécifiques (module divisé par la masse volumique). Parmi les composites, on distingue deux types : les composites grandes diffusions (GD) et les composites hautes performances (HP).

- **Les GD**

Les composites grandes diffusions représentent 95% des composites utilisés. Ce sont en général des plastiques armés ou des plastiques renforcés. Le taux de renfort avoisine 30% dans 90% des cas. L'anisotropie n'existe pas ou n'est pas maîtrisée car les renforts sont des fibres courtes. Les principaux constituants de bases sont les résines polyesters (95% des résines thermodurcissables) avec des fibres de verre (plus de 99% des renforts utilisés).

- **Les HP**

Les composites hautes performances principalement utilisés dans l'aéronautique sont d'un coût élevé. Les renforts sont plutôt des fibres longues. Le taux de renfort est supérieur à 50%, et ce sont les renforts qui influent sur le coût. Les propriétés mécaniques (résistance mécanique et rigidité) sont largement supérieures à celles des métaux, contrairement aux GD. Les matériaux composites multicouches ont un comportement particulier, et ceci est dû essentiellement à deux facteurs.

- Le premier facteur résulte du comportement anisotrope du matériau utilisé dans la couche élémentaire ; contrairement aux matériaux isotropes, les matériaux composites multicouches sont peu rigides en cisaillement.
- Le deuxième facteur dérive de la stratification qui consiste en l'empilement de plusieurs couches, ce qui favorise l'effet de cisaillement, et particulièrement du cisaillement transversal.

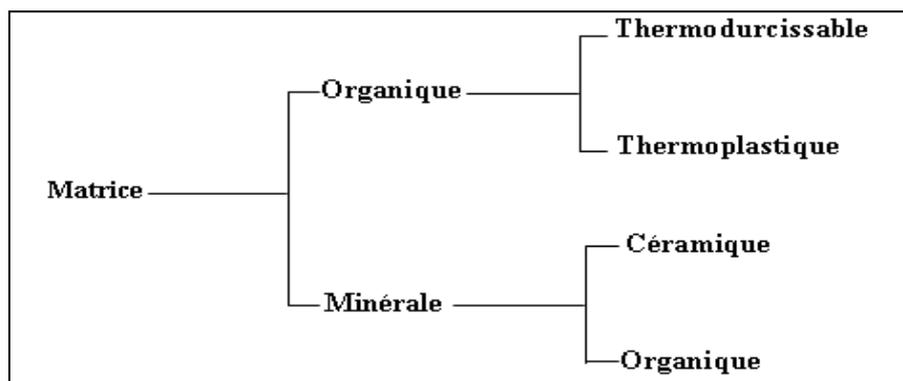
### I.2. Constituants des matériaux composites

Différents types de matrices et renforts sont employés dans l'industrie des composites. Les propriétés mécaniques de l'interface entre fibres et matrice sont très importantes dans la

réalisation d'une structure composite. En effet, il ne doit y avoir ni glissement ni séparation entre les différentes phases de la structure pour obtenir de bonnes caractéristiques mécaniques élastiques.

### I.2.1. Les matrices

On distingue deux familles : les résines thermodurcissables et les résines thermoplastiques. Généralement, la matrice utilisée dans l'élaboration d'un matériau composite est une résine polymère. Les résines polymères existent en grand nombre et chacune à un domaine particulier d'utilisation. Dans les applications où une tenue de la structure aux très hautes températures est requise, des matériaux composites à matrice métallique, céramique ou carbone sont utilisés (Figure I.1). Dans le cas des matériaux en carbone des températures de 2200°C peuvent être atteintes. La classification des types de matrices couramment rencontrées est donnée sur la figure I.1.



**Figure I.1.** Caractéristiques des résines thermodurcissables

On utilise actuellement surtout des résines thermodurcissables (TD) que l'on associe à des fibres longues, mais l'emploi de polymères thermoplastiques (TP) renforcés de fibres courtes se développe fortement. Il est important de bien situer les différences fondamentales de ces deux types de matrices.

La structure des (TP) se présente sous forme de chaînes linéaires, il faut les chauffer pour les mettre en forme (les chaînes se plient alors), et les refroidir pour les fixer (les chaînes se bloquent). Cette opération est réversible.

- **Matrices thermodurcissables**

Les matrices thermodurcissables ont des propriétés mécaniques élevées. Ces dernières ne peuvent être mises en forme qu'une seule fois. Elles sont en solution sous forme de polymère non réticulé en suspension dans des solvants. Les résines polyesters insaturées, les résines de condensation (phénoliques, amioplastes, furaniques) et les résines époxydes sont des résines thermodurcissables. Les matériaux les plus performants ont des caractéristiques mécaniques élevées et une masse volumique faible. Ces caractéristiques sont présentées dans le tableau I-1.

**Tableau I.1.** Caractéristiques des résines thermodurcissables

Résines	T°(C)	$\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )	$\epsilon_f^R$ (%)	$\sigma_f^R$ (MPa)	E(GPa)
Polyesters	60 à 100	1120	2 à 5	50 à 85	2,8 à 3,6
Phénoliques	120	1140	2,5	40	3 à 5
Epoxydes	290	1 100 à 1 500	2 à 5	60 à 80	3 à 5

- **Matrices thermoplastiques**

Les thermoplastiques ont des propriétés mécaniques faibles. Ces résines sont dures et solides qui nécessitent une transformation à très haute température. Les polychlorures de vinyle (PVC), les polyéthylènes, polypropylène, polystyrène, polycarbonate polyamide sont quelques exemples de ces résines thermoplastiques. Les résines thermoplastiques classiquement rencontrées sont : PEEK, K3B.

De même que pour les résines thermodurcissables, les matériaux les plus performants ont des caractéristiques mécaniques élevées et une masse volumique faible : ces dernières sont présentées dans le tableau I.2.

**Tableau I.2.** Caractéristiques des résines thermoplastiques.

Résine	T°(C)	$\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )	$\sigma_f^R$ (MPa)	E(GPa)
Polyamide	65 à 100	1140	60 à 85	1,2 à 2,5
Polypropylène	900	1200	20 à 25	1,1 à 1,4

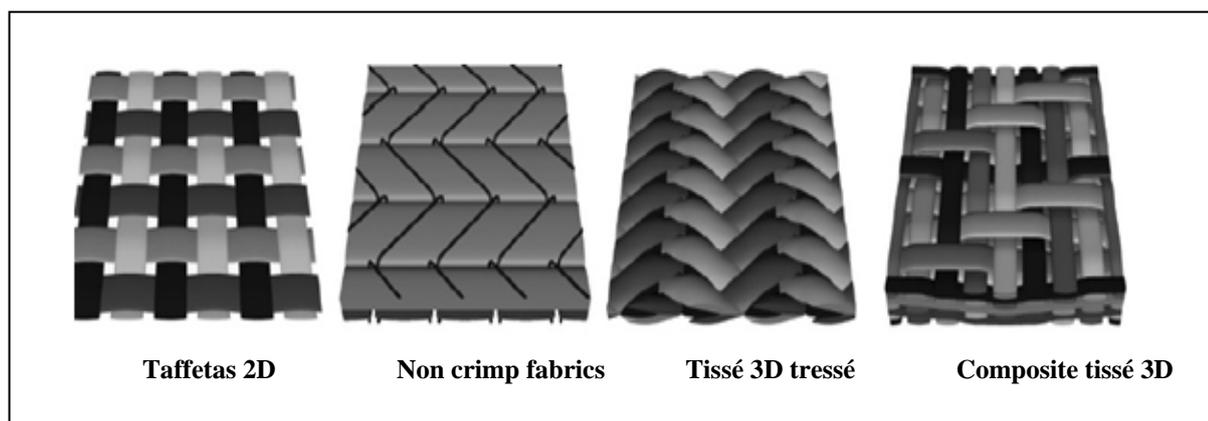
- **Matrices métalliques et céramiques**

Ce sont des matrices utilisées à hautes températures, ce genre de matrice ne peut être associé qu'à des fibres réfractaires de type SiC ou des fibres de carbone. Le coût de fabrication de ces matériaux est très onéreux.

### I. 2.2. Fibres

Les fibres assurent les propriétés mécaniques du matériau composite et un grand nombre de fibres sont disponibles sur le marché en fonction des coûts de revient recherchés pour la structure réalisée. Les renforts constitués de fibres se présentent sous les formes suivantes (Figure I.2) :

- Linéiques (fils, mèches),
- Tissus surfaciques (tissus, mats),
- Multidirectionnelles (tresse, tissus complexes, tissage tri directionnel ou plus).



**Figure I.2.** Différentes armures utilisées pour les matériaux composites

- **Fibres de verre**

Les fibres de verre ont un excellent rapport performance – prix, qui les placent de loin au premier rang des renforts utilisés actuellement dans la construction de structures composites. Ces dernières présentent un module de traction faible, mais une résistance en traction intéressante. Elles sont constituées de silicate de diamètre de 10 µm et considérées comme des matériaux isotropes.

- **Fibres de carbone**

Les fibres de carbone ont de très fortes propriétés mécaniques et sont élaborées à partir d'un polymère de base, appelé précurseur. Actuellement, les fibres 'précurseur' utilisées sont des *fibres acryliques* élaborées à partir du polyacrylonitrile (PAN). La qualité finale des fibres de carbone dépend fortement des qualités du précurseur.

Le principe d'élaboration est de faire subir aux fibres acryliques une décomposition thermique sans fusion des fibres, aboutissant à une graphitisation. Le brai qui est un résidu de raffinerie issu du pétrole ou de la houille est également utilisé pour produire des fibres de carbone. Les fibres de carbone classiquement rencontrées sont: T300, T800, MR40, TR50, IM6, IM7, GY, M55J.

- **Fibres aramides**

Les fibres aramides, dont la plus connue est le kevlar, ont des propriétés mécaniques élevées en traction comme les fibres de carbone, mais leurs résistances à la compression sont faibles. La faible tenue mécanique en compression est généralement attribuée à une mauvaise adhérence des fibres à la matrice dans le matériau composite. Pour y remédier, des enzymages des fibres peuvent être utilisés. L'utilisation de composites à fibres hybrides permet également de remédier aux faiblesses des composites à fibres aramides. Des renforts hybrides de type verre–kevlar ou carbone–kevlar sont largement utilisés dans le domaine des loisirs (ski, raquette de tennis).

- **Fibres céramiques**

Les matériaux composites de type céramiques sont souvent constitués de renforts et de matrice en céramique. Les fibres sont élaborées par dépôt chimique en phase vapeur sur un fil support. Ces fibres ont des applications où la température est très élevée entre 500°C et 2000°C. Ces matériaux sont utilisés notamment dans les parties chaudes des moteurs d'avions. Les fibres céramiques les plus utilisées sont :

- fibres de Carbure de Silicium.
- fibres de Bore.
- fibres de Bore carbure de silicium.

### **I.3. Elaboration des matériaux composites à matrice organique**

Les procédés de mise en œuvre de matériaux composites passent par trois étapes indispensables

- Première étape : Imprégnation du renfort par le système résineux
- Deuxième étape : Mise en forme à la géométrie de la pièce

- Troisième étape : Durcissement du système par polycondensation ou réticulation (thermodurcissable) ou refroidissement (thermoplastique)

Il existe différents procédés dans l'élaboration des matériaux composites, mais le plus utilisé est le procédé par moulage. La technique du moulage peut être effectuée dans un moule ouvert comme les techniques du moulage au contact, projection, ou pultrusion), ou à moule fermé comme par exemple, injection de résine thermodurcissable associée à des fibres longues, suivi d'une compression).

### **I.3.1. Procédés classiques et procédés à haute pression à chaud**

Il existe plusieurs procédés classiques. Nous citerons uniquement les procédés les plus couramment employés.

#### **I.3.1.1. Procédés classiques**

- **Les procédés à faible pression à froid**

- **Moulage au contact**

Ce procédé consiste à l'imprégnation manuelle du renfort disposé dans un moule. Les résines employées sont rarement des résines de nature époxyde, mais plutôt des résines polyesters. Cette technique est moins coûteuse, mais la cadence de réalisation est petite.

- **Moulage par projection**

Le procédé est similaire au moulage par contact, mais dans ce cas, les fibres coupées sont projetées au pistolet. La limite du procédé demeure dans la qualité moyenne des pièces obtenues.

#### **I.3.1.2. Les procédés à haute pression à chaud**

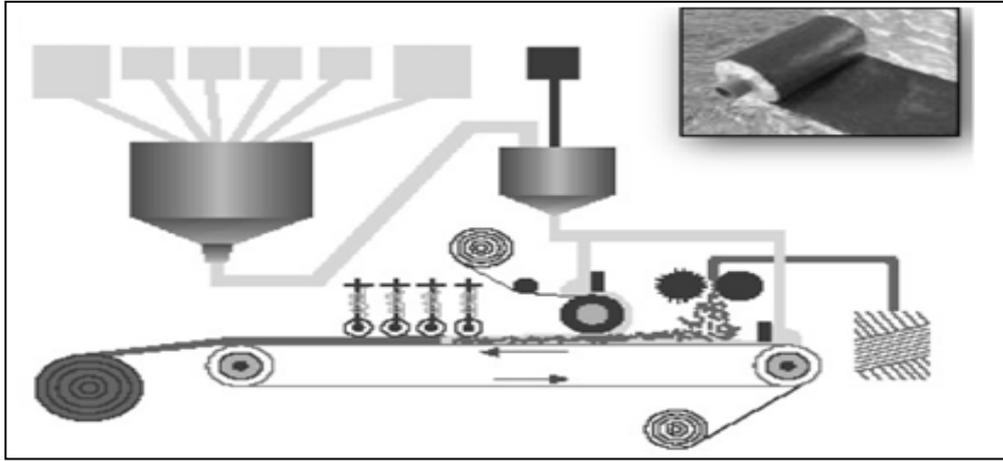
- **Injection de thermodurcissables BMC (Bulk Molding Compound)**

Ce procédé discontinu (préimprégné en vrac) s'effectue à haute pression (de l'ordre de 100 bars). Les principales étapes sont : - L'alimentation et dosage du compound, - Injection-pression, - Maintien et réticulation, et l'éjection.

Les avantages principaux d'un tel procédé sont : réalisation de grande série et faible coût de la matière. Néanmoins, ce procédé présente quelques inconvénients tels que : les longueurs des pièces à réaliser, le taux des renforts et les propriétés mécaniques du composite obtenu.

- **Compression de thermodurcissables SMC (Sheet Molding Compound)**

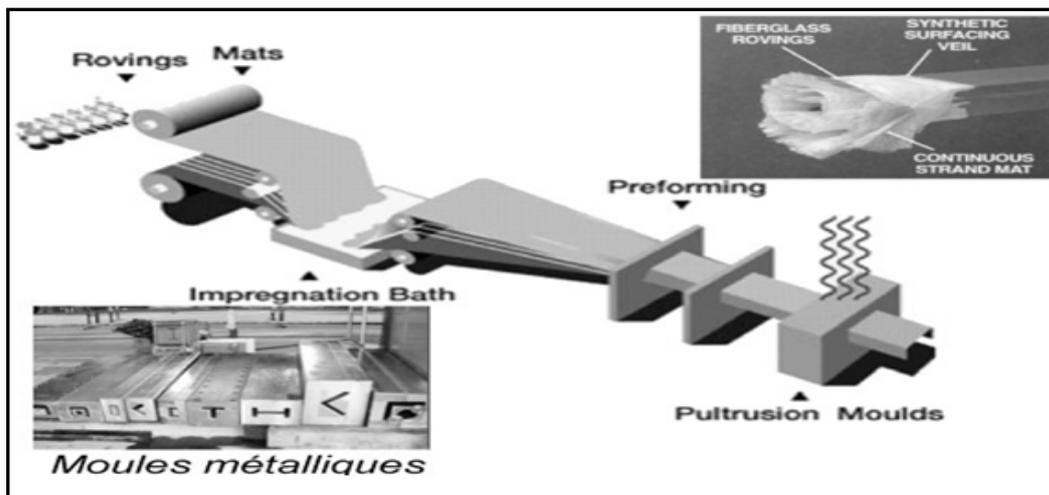
Ce procédé (préimprégné en feuilles) consiste à déposer des feuilles de préimprégnés dans un contre-moule chauffé, puis comprimer le matériau avec un moule chauffé, réticulation puis éjection de la pièce (figure I.3). Les avantages de ce procédé sont : le coût de la matière, les propriétés thermiques - mécaniques et la bonne finition des pièces obtenues.



**Figure I.3.** Fabrication du semi produit des pièces composites SMC

- **Pultrusion**

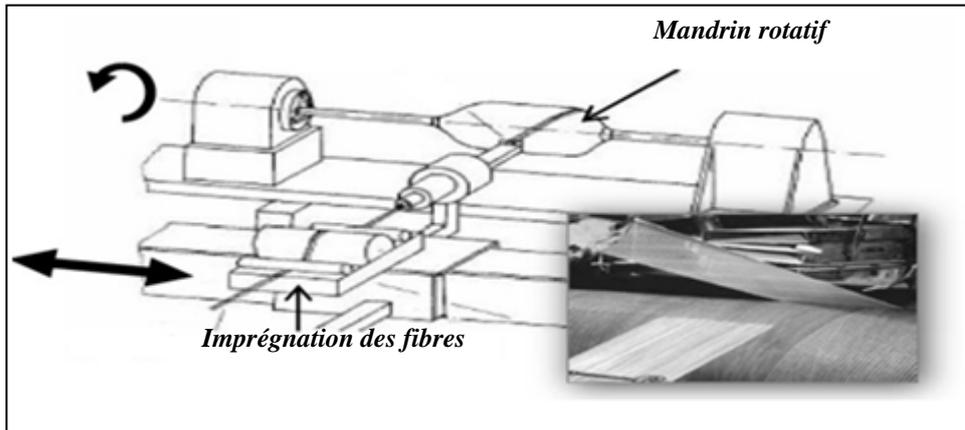
Cette technique est utilisée dans la réalisation des matériaux composites à hautes performances industrielles (figure I.4). Les principales étapes se reposent sur : le tirage, la mise en forme et polymérisation de la matrice d'imprégnation. Il présente des avantages qui peuvent se résumer par la production en continu, la possibilité de réaliser des pièces à section complexe, et d'avoir un taux de renfort élevé. Les limites sont la lenteur du procédé, et l'obtention, dans la très grande majorité des cas, de profilés droits à section constante.



**Figure I.4.** Principe du procédé de pultrusion

- **Enroulement filamenteire (ou bobinage)**

Cette technologie est utilisée pour les matériaux composites à hautes performances. Elle consiste à enrouler sous tension, des fibres continues préalablement imprégnées d'un liant, sur un mandrin tournant autour de son axe (figure I.5). Ces avantages se résument à la disposition optimale des renforts dans le sens des efforts appliqués, des très bonnes propriétés mécaniques du fait d'un taux de fibres élevé (60 à 75 % en masse) et à la possibilité de réaliser des pièces de grandes dimensions avec des surfaces internes lisses. Ces inconvénients se résument à la limitation du procédé au formage de pièces de formes uniquement convexes.



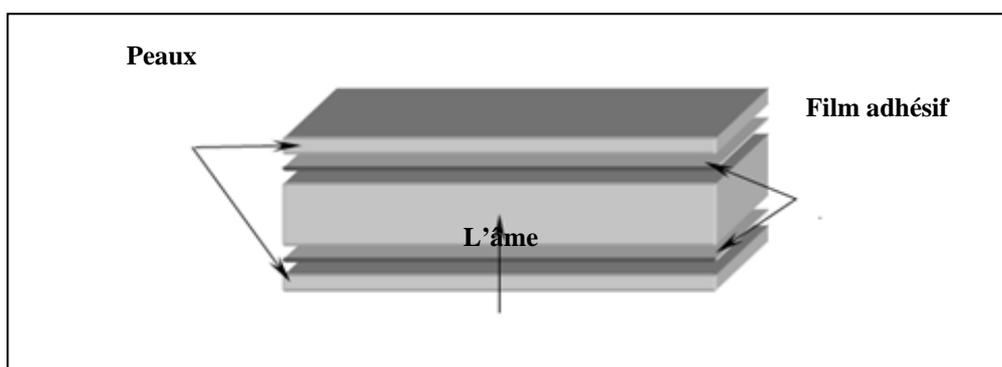
**Figure I.5.** Principe du procédé d'enroulement filamentaire

#### **I.4. Présentation d'une structure sandwich**

Généralement, on distingue deux types de matériaux composites structuraux : les stratifiés et les sandwichs. Les stratifiés sont formés de plusieurs couches élémentaires appelées monocouches. En effet, les monocouches représentent l'élément de base de la structure composite, et sont formées d'une matière plastique (résine) renforcée d'un matériau fibreux (renfort). Les divers types de monocouches sont définis par la forme du renfort : à fibres longues (unidirectionnelles UD ou réparties aléatoirement), à fibres tissées, ou à fibres courtes. La superposition de plusieurs monocouches dans la direction de l'épaisseur permet d'obtenir une structure composite stratifiée. Un choix approprié de la séquence d'empilement ou autrement de l'orientation propre de chaque pli, confère aux structures composites stratifiées certaines caractéristiques mécaniques spécifiques importantes. Par ailleurs, l'idée d'insérer un matériau moins dense entre deux peaux en composites stratifiées, autrement dit, la construction sandwich, a permis d'améliorer davantage la rigidité en flexion des matériaux composites.

##### **I.4.1. Les constituants d'un matériau sandwich**

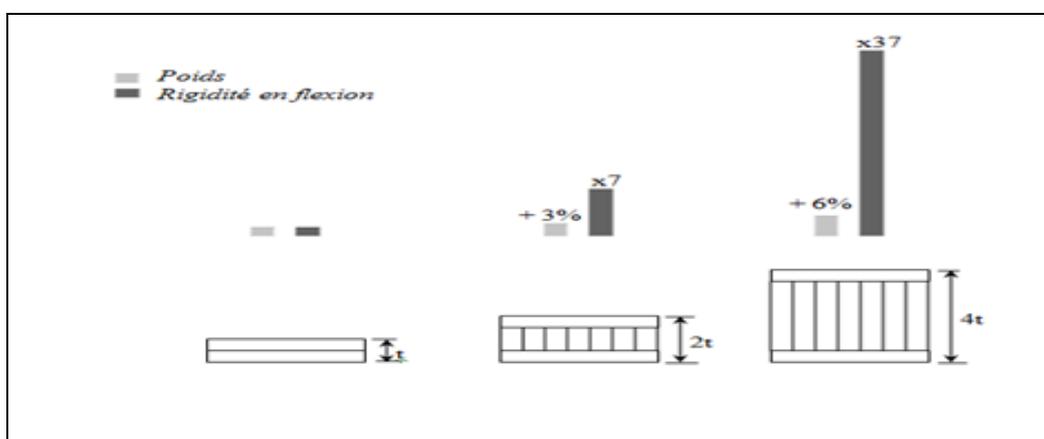
Le concept de sandwich est une technique bien établie de construction qui combine le poids avec la rigidité et la force. On peut dire que, le sandwich est constitué d'un matériau de faible masse volumique (mousse) sur lequel sont collées deux semelles minces en matériau plus fort et plus rigide. La figure I.6 présente les différents éléments constitutifs d'un matériau composite en construction sandwich.



**Figure I.6.** Présentation d'un sandwich

Les peaux (ou semelles) doivent résister aux moments de flexion. Elles peuvent être de plusieurs natures : en métal, en stratifié, en bois (contreplaqué) ou encore en plaque thermoplastique. Le choix de la nature de la peau s'effectue principalement en fonction des performances mécaniques exigées. Mais généralement, une rigidité élevée et une excellente résistance à la compression et à la tension sont les principales qualités recherchées [3].

L'âme, l'élément central d'une structure sandwich, est généralement un matériau ayant de faibles caractéristiques mécaniques. Elle a pour rôle de résister aux contraintes de cisaillement engendrées suite au mouvement de glissement des peaux sous charge, et de maintenir leur écartement. En effet, si l'épaisseur des panneaux n'est pas maintenue constante, il en résulte une diminution des capacités des peaux externes à résister à la flexion [2]. L'âme est souvent épaisse et de faible masse volumique. L'épaisseur élevée de l'âme a pour but d'accroître le moment d'inertie du panneau sans augmenter la masse volumique. Comme le montre la figure I.7, une structure sandwich d'épaisseur « 4.t » est 37 fois plus rigide que celle d'épaisseur « t », pour seulement une augmentation de 6% de son poids. Les types d'âmes les plus utilisés dans le secteur industriel sont : le bois de balsa, les nids d'abeilles et les mousses en polymères rigides.



**Figure I.7.** L'effet de l'épaisseur de l'âme sur la rigidité en flexion d'une structure sandwich.

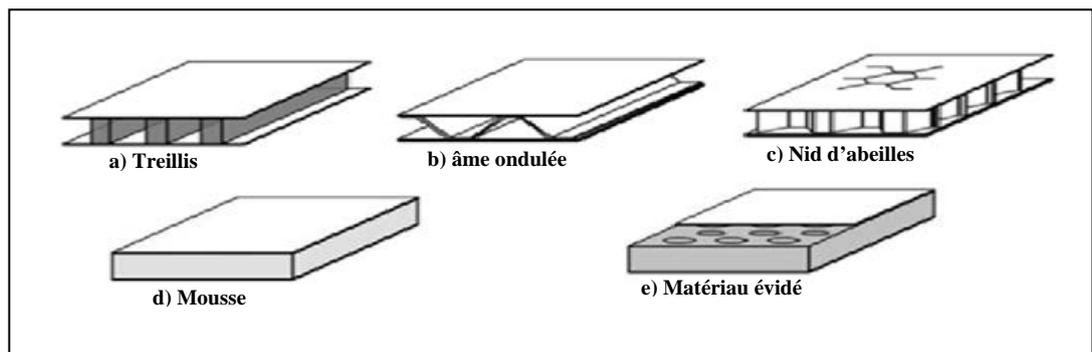
L'élément tertiaire, dont l'importance est jugée également cruciale, est le film adhésif. Ce film crée la liaison entre l'âme et les peaux. Cette liaison doit être continue, sans porosité et d'épaisseur constante. Par ailleurs, une capacité suffisante pour s'opposer à la déformation est nécessaire afin de transmettre des sollicitations mécaniques. Mais, aussi, elle doit être suffisamment élastique pour absorber et atténuer les impacts [1]

Les différentes natures de matrices et renforts utilisées dans l'élaboration des sandwichs composites sont comme suit :

- **Les âmes**

Dans les matériaux sandwichs, l'âme doit être constituée d'un matériau ayant une faible masse volumique et de bonnes propriétés en cisaillement (figure I.8), afin de transmettre les contraintes de traction-compression exercées sur le sandwich. Pour les âmes creuses, les nids d'abeilles, sont généralement utilisées dans les structures à hautes performances mécaniques. Elles ont des performances relativement élevées mais un coût de fabrication onéreux. Pour âmes pleines, les mousses ou le balsa, sont utilisées dans réalisation des structures sandwichs planes ou courbées, avec un rapport performance-prix relativement élevé. Les différents types d'âmes qui existent sur le marché sont :

- Les mousses : utilisées en grande quantité, elles sont élaborées à partir de polychlorure de vinyle, polystyrène, polyuréthane ou d'autres polymères synthétiques. Les masses volumiques de ces dernières varient de 30 à 300 kg/m<sup>3</sup> et leurs épaisseurs de 3 à 40 mm [1]. Leurs propriétés mécaniques sont bonnes, elles adhèrent bien à la résine et absorbent peu d'eau. Néanmoins leur point faible réside dans une faible résistance à l'impact.
- Le bois : il est utilisé pour sa très bonne résistance à la compression notamment pour les supports d'accastillage. Le balsa est la variante la plus utilisée pour sa légèreté : 100 kg/m<sup>3</sup> de masse volumique. L'inconvénient du matériau bois est sa porosité.
- Le nid d'abeilles : c'est une structure hexagonale, élaborée à partir de différents matériaux, comme le papier et l'aluminium. Ses caractéristiques mécaniques dépendent du matériau et de la taille des cellules. Sa masse volumique varie de 15 à 100 kg/m<sup>3</sup> et son épaisseur de 3 à 50 mm. Il admet des courbures modérées, alors les propriétés mécaniques changent selon l'orientation. Le collage peut aussi être un problème, car il se réalise sur la tranche de la structure. Les propriétés des nids d'abeilles sont excellentes, mais leurs difficultés résident dans leurs formations ainsi que leurs prix élevés. Les variétés les plus utilisées sont le Nomex et le Korex fabriquées à partir de Kevlar.



**Figure I.8.** Différentes natures d'âmes

### • Les Peaux

Les peaux des sandwichs sont généralement constituées de fibres (mat ou tissu) enrobées d'une matrice à base de résine. Il existe plusieurs types de fibres parmi lesquelles, on trouve :

- Les fibres de verre, qui sont produites à partir du verre en fusion passant à travers des filières de 3 à 25  $\mu\text{m}$ , où il est refroidi. Les propriétés des fibres de verre dépendent de la nature du verre (pourcentage d'oxydes métalliques) et peu de leur technique de fabrication.
- Les fibres de Kevlar ou aramide, qui sont produites par polymérisation de polyamides, ayant des modules allant de 60 à 180 GPa, avec une masse volumique d'environ 1400 kg/m<sup>3</sup>. Ces fibres ont deux avantages particuliers, elles sont les moins denses et les plus résistantes aux chocs.
- Les fibres de carbone, qui sont fabriquées à partir d'un précurseur (polyacrylonitrile) oxydé, carbonisé et graphité. Les fibres de carbone ont des modules qui varient de 150 à 800 GPa et une masse volumique en général inférieure à 2000 kg/m<sup>3</sup>. Possédant une

mauvaise résistance à l'impact, elles sont considérées comme inflammables et conductrices d'électricité.

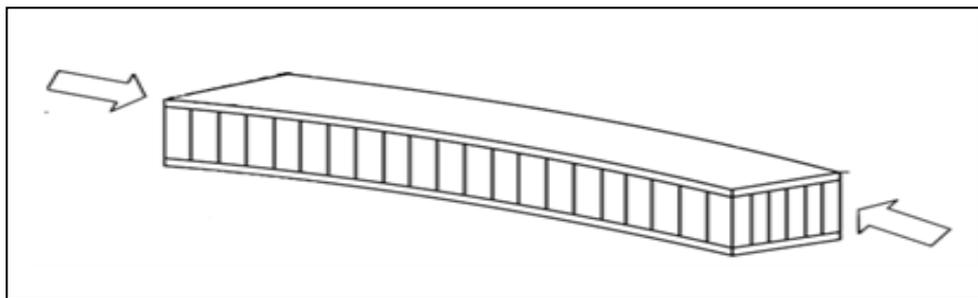
#### I.4.2. Modes de dégradations des sandwichs

Les modes de rupture des structures sandwichs soumis à la flexion sont différents, d'où il est nécessaire de cerner ces modes de ruptures [4] [5] [6] [7] [8] [9].

- **Flambement généralisé des peaux**

Une poutre sandwich soumise à la compression peut céder sous l'effet de conditions d'instabilité (Figure I.9). Le flambement généralisé peut avoir lieu si les contraintes dans les peaux et dans l'âme sont inférieures à leurs résistances à la rupture respectives. Le flambement du sandwich dépend des paramètres liés à ces dimensions, sa rigidité en flexion, la proportion de l'épaisseur du sandwich (peaux et l'âme) et le module de cisaillement de l'âme.

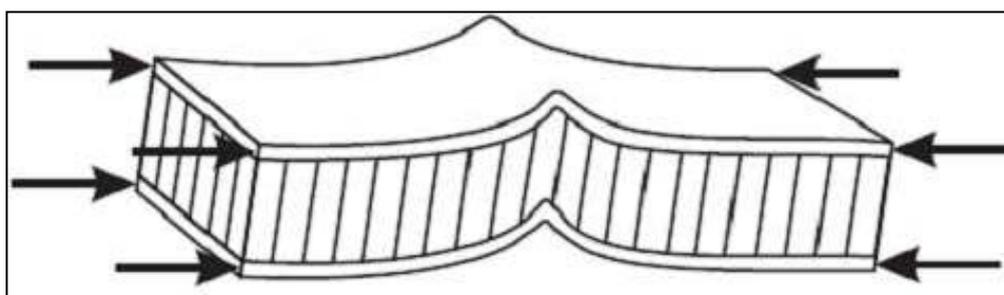
Afin de remédier au problème du flambement généralisé, il est nécessaire d'avoir des peaux ayant un module d'élasticité élevé, d'augmenter l'épaisseur des peaux et l'épaisseur de l'âme.



**Figure I.9.** Flambement généralisé des peaux du sandwich [10]

- **Rupture des peaux en traction ou en compression**

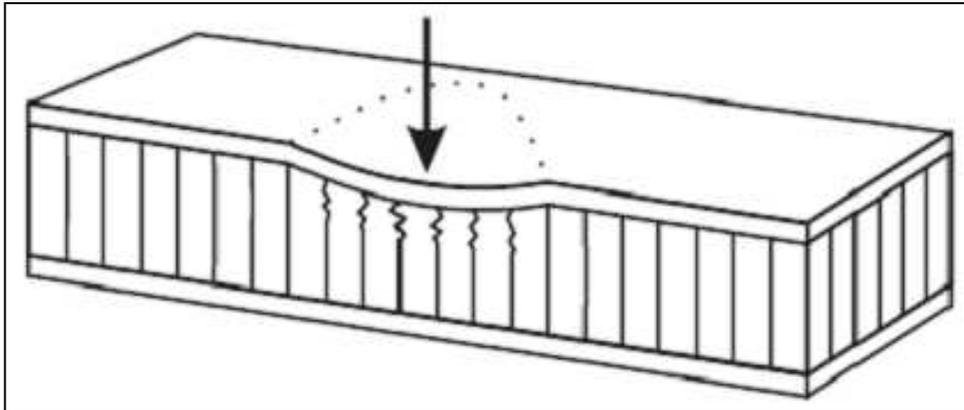
Dans ce cas, les contraintes dans les peaux sont supérieures aux contraintes admissibles du matériau constituant les peaux (Figure I.10). Afin d'éviter ce phénomène, il faudrait utiliser des matériaux dont les contraintes à la rupture sont plus élevées et augmenter l'épaisseur des peaux (ce qui réduit les contraintes appliquées), ou augmenter l'épaisseur de l'âme (ce qui permet également de réduire les contraintes dans les peaux). En général, on augmente l'épaisseur de l'âme. Par contre, si l'âme est plus rigide, elle n'affecte pas les contraintes dans la peau.



**Figure I.10.** Rupture des peaux en traction ou en compression [10]

- **Modes locaux de rupture**

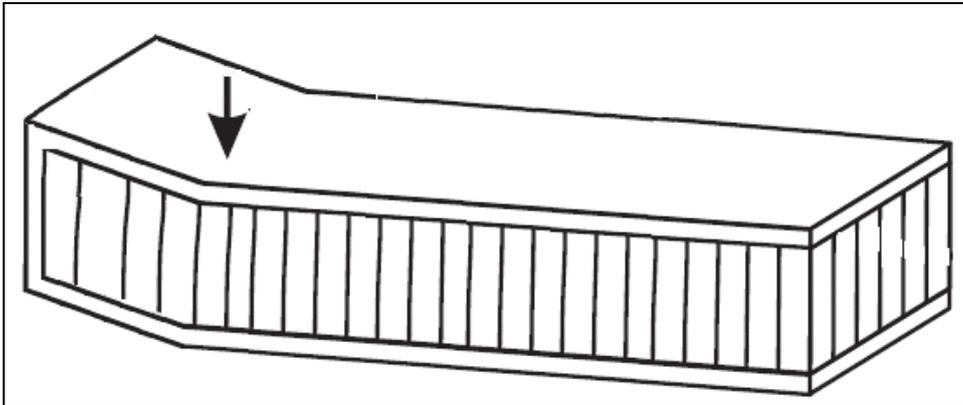
Le mode de rupture locale est dû à une concentration de contraintes suite à l'application d'une charge localisée ou à l'appui de type ponctuel ou linéique (Figure I.11).



**Figure. I.11.** Modes locaux de rupture par indentation [10]

- **Rupture de l'âme par cisaillement**

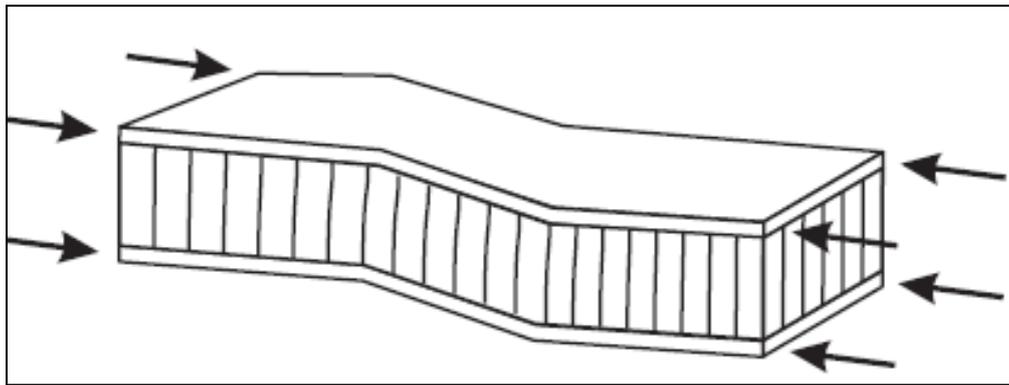
Si la contrainte de cisaillement (prépondérante dans l'âme) dépasse la résistance au cisaillement du matériau constituant l'âme, il y a rupture de l'âme (Figure. I.12). Pour cela, on peut soit utiliser un matériau qui possède une résistance au cisaillement plus élevée, soit augmenter l'épaisseur de l'âme.



**Figure. I.12.** Rupture de l'âme par cisaillement [10]

- **Flambement généralisé de l'âme ou « crimping »**

Le flambement généralisé prend la forme du flambement de l'âme, Si le rapport longueur/épaisseur est relativement faible, et que la rigidité de cisaillement est négligeable devant la rigidité de flexion. Le flambement de l'âme ne dépend pas des propriétés des peaux ; par contre, il augmente de façon linéaire avec l'épaisseur de l'âme et le module de cisaillement de l'âme. Pour augmenter la résistance à cette charge critique, il faut donc soit augmenter l'épaisseur de l'âme, soit utiliser une âme avec un module de cisaillement plus élevé (figure. I.13).

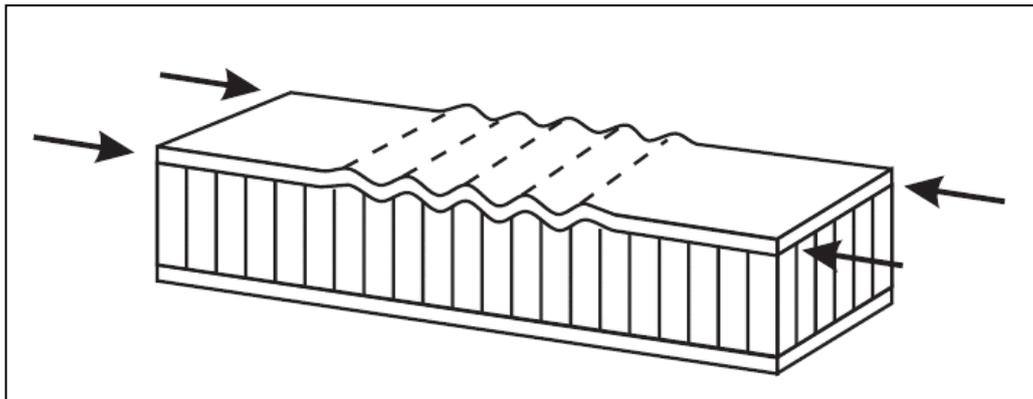


**Figure I.13.** Flambement généralisé de l'âme du sandwich [10]

- **Flambement localisé, « wrinkling »**

L'âme empêche le flambement du sandwich, car les peaux considérées sans connexion avec l'âme, flambent très facilement à cause de leur faible épaisseur. Cependant, si on atteint la contrainte limite, il se peut que l'âme ne soit plus capable d'empêcher le flambement. Dans ce cas, le flambement localisé des peaux, ou « wrinkling » (Figure I.14), se produit.

Contrairement au flambement généralisé, le flambement localisé peut prendre des configurations différentes qui ne résultent pas de la géométrie de la structure. Par contre, il dépend des modules élastiques des peaux et de l'âme, et le module de cisaillement de l'âme.



**Figure I.14.** Flambement localisé « wrinkling » [10]

- **Dégradation de l'adhésif**

La dégradation de l'adhésif est répartie en trois types :

- dégradation de l'adhésif entre les peaux et l'âme,
- dégradation de l'attachement des cellules de l'âme,
- dégradation de l'attachement du nœud des cellules de l'âme.

La Figure I.15 montre les différents modes de dégradation de l'adhésif. Ces modes de dégradation de l'adhésif sont provoqués essentiellement par leurs expositions à l'humidité. Cette dégradation conduit à la ruine avancée du panneau sandwich.

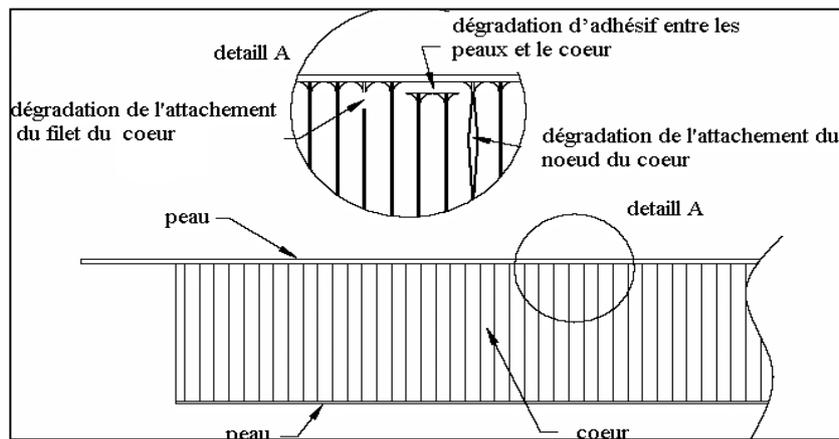


Figure I.15. Type de dégradation de l'adhésif

### I.5. Théorie des poutres sandwichs

La théorie des poutres simples est facilement adaptée aux poutres sandwichs avec quelques modifications mineures. L'utilisation de cette théorie permet de disposer d'une méthode simple permettant de calculer la rigidité en flexion, la rigidité en cisaillement, les contraintes dans les peaux et les contraintes de cisaillement dans l'âme. Cette théorie des poutres s'appelle habituellement la théorie de Timoshenko [11] et est reprise dans de nombreux ouvrages.

#### I.5.1. Comportement des sandwichs en flexion trois-points

Dans le cas d'une flexion pour une poutre avec un chargement central (Figure I.16), le moment fléchissant est donné comme suit :

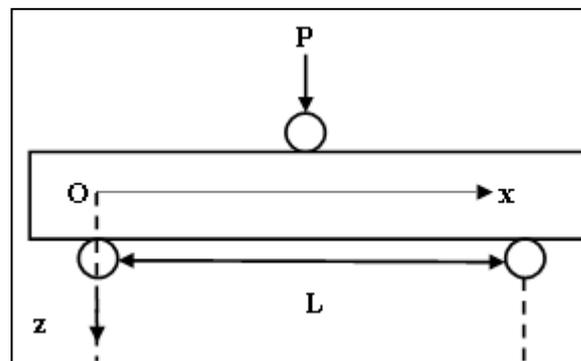


Figure I.16. Dispositif de l'essai de flexion trois points

$$M = \frac{Px}{2} \quad \text{pour } 0 < x < \frac{L}{2} \quad [1.1]$$

$$M = \frac{P(L-x)}{2} \quad \text{pour } \frac{L}{2} < x < L \quad [1.2]$$

Avec :

P : charge appliquée

x : distance par rapport à l'origine.

L'effort tranchant T :

$$T = -\frac{Px}{2} \quad \text{pour } 0 < x < \frac{L}{2} \quad [1.3]$$

$$T = \frac{Px}{2} \quad \text{pour } \frac{L}{2} < x < L \quad [1.4]$$

Les contraintes de traction ou de compression dans les peaux sont alors :

$$\sigma_f = \frac{Mz}{D} E_f \quad \text{pour} \quad \frac{t_c}{2} \leq z \leq \frac{h}{2} \quad \text{et} \quad -\frac{h}{2} \leq z \leq -\frac{t_c}{2} \quad [1.5]$$

Les maximums sont obtenus pour  $z = \pm \frac{h}{2}$  et  $x = \frac{L}{2}$

$$\sigma_{fmax} = \frac{PLh}{8D} E_f \quad [1.6]$$

D : grandeur caractéristique d'un matériau sandwich est sa rigidité en flexion,

Pour l'âme nous obtenons :

$$\sigma_c = \frac{Mz}{D} E_c \quad \text{si} \quad -\frac{t_c}{2} \leq z \leq \frac{t_c}{2} \quad [1.7]$$

Les contraintes planes maximales supportées par l'âme s'expriment alors par :

$$\sigma_{cmax} = \frac{PLt_c}{8D} E_c \quad [1.8]$$

Concernant la contrainte de cisaillement  $\tau_c$  dans l'âme, du fait de l'hétérogénéité de la structure, on tient compte du changement de module d'élasticité dans la section transversale, d'où :

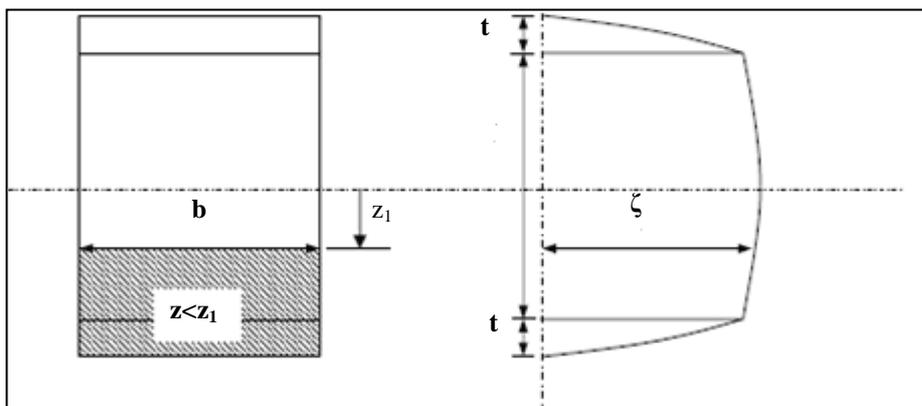
$$\tau_c = \frac{T}{Db} \sum SE \quad [1.9]$$

Avec :

B : largeur au niveau  $z_1$

S : moment statique par rapport à l'axe  $oy$  pour lequel  $z > z_1$ .

La distribution des contraintes de cisailement est montrée sur la figure I.17.



**Figure I.17.** Répartition des contraintes de cisaillement [12]

Répartition des contraintes de cisaillement

D est la rigidité en flexion de la structure

$\sum(SE)$  représente la somme des produits de toutes parties de la section pour lesquelles  $z < z_1$ .

Cette somme s'écrit sous la formule suivante :

$$\Sigma SE = E_f \frac{bt_f d}{2} + \frac{E_c b}{2} \left( \frac{t_c}{2} - z \right) \left( \frac{t_c}{2} + z \right) \quad [1.10]$$

La contrainte de cisaillement dans l'âme au niveau z est alors:

$$\tau_c = \frac{T}{D} \left[ E_f \frac{t_f d}{2} + \frac{E_c}{2} \right] \left( \frac{t_c^2}{4} - z^2 \right) \quad [1.11]$$

Cette contrainte est maximale au centre du sandwich :

$$\tau_{cmax} = \frac{P}{4D} \left[ E_f t_f d + E_c \frac{t_c^2}{4} \right] \quad [1.12]$$

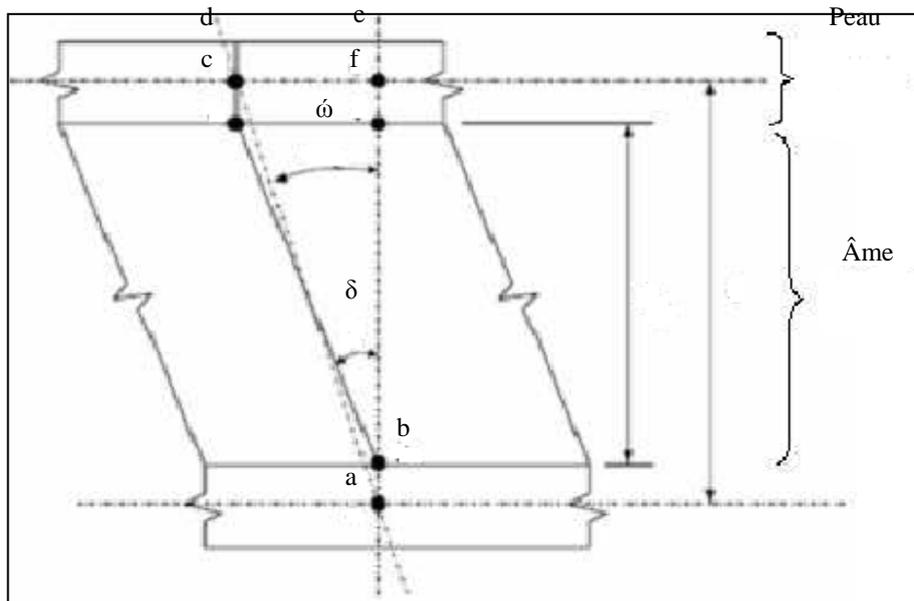
De plus, sachant que  $E_f > E_c$ ,

on négligera le terme tenant compte du module d'Young de l'âme de sandwich. La contrainte de cisaillement maximale s'écrit alors :

$$\tau_{cmax} = \frac{P}{4D} [E_f t_f d] \quad [1.13]$$

Nous pouvons constater que  $\tau_{cmax}$  est constante dans l'épaisseur de l'âme.

Observons une portion de la poutre soumise à la flexion (Figure I.18), nous constatons que les points a, b, c et d qui étaient alignés avant le chargement ne le restent pas. Les sections droites des peaux, par rapport à leur propre axe neutre, restent droites. Ceci n'est pas le cas pour l'âme, qui subit une forte déformation en cisaillement.



**Figure I.18.** Déformation en cisaillement dans l'âme

Si on mesure le déplacement, pour un matériau sandwich soumis à la flexion trois points, on remarque que ce dernier se compose de deux parties indépendantes [13] [14] :

- le déplacement dû à la flexion  $w_1$ ;
- le déplacement dû au cisaillement  $w_2$ ;

Avec  $w = w_1 + w_2$

La flèche due à la flexion peut être calculée par la théorie classique de la flexion :

$$W_1 = \frac{PL^3}{48D} \quad [1.14]$$

Le déplacement dû au cisaillement  $w_2$  est obtenu par l'intégration de l'expression

$$\frac{\partial W_2}{\partial x} = \gamma \frac{c}{d} \quad [1.15]$$

On obtient :

$$W_2 = \frac{PL}{4S} \quad [1.16]$$

Le calcul de la flèche totale s'exprime par :

$$W = W_1 + W_2 = W_1 = \frac{PL^3}{48D} + \frac{PL}{4S} \quad [1.17]$$

### Conclusion du chapitre :

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à présenter les notions liées aux matériaux composites. En premier temps, nous avons présenté les principaux constituants de ces matériaux, ainsi que les procédés essentiels de leurs mises en forme. En deuxième lieu, nous nous sommes consacrés à la présentation des structures sandwichs, ainsi que les différents modes d'endommagements, en dernier lieu, nous avons détaillé la théorie de flexion appliquée pour les poutres sandwiches.

L'analyse de cette recherche bibliographique nous a permis d'orienter notre travail de recherche vers une proposition d'élaboration d'un sandwich hybride, constitué de deux peaux stratifiées en fibres métalliques imprégnés de résine époxyde de type STR et d'une âme hybride combinée de deux matériaux : tissus et d'un assemblage rigide de feuilles planes (plaques cellulosique) présentant des cannelures, issues de la récupération. La valorisation de la fibre écologique, la fibre biodégradable (origine végétale) et de fibres résultant de la récupération telles que les feuilles cellulosiques et tissus, par une utilisation dans la conception d'un sandwich composite est une question d'actualité, compte tenu de la biodégradabilité des matériaux et l'impact sur l'environnement.

*Chapitre II*  
*Aspects matériaux et*  
*procédés expérimentaux*

## II .1. Introduction

L'expérience montre que l'utilisation de matériaux traditionnels homogènes reste limitée à un domaine d'application restreint tributaire des caractéristiques intrinsèques de ces matériaux. De nouvelles perspectives sont apparues avec l'apport des matériaux composites dans tous les domaines. Les matériaux composites doivent répondre aux exigences des contraintes mécaniques imposées, à travers le choix judicieux de renforts et de matrice.

L'utilisation des matériaux composites dans des domaines bien spécifiques (aérospatiale, aéronautique, automobile, navale, isolation, etc.), représente un avantage considérable dans la mesure où, nous pouvons concevoir un matériau composite qui répond aux exigences des contraintes.

Notre travail qui consiste à étudier des sandwichs, élaborés au niveau du laboratoire Lamoms, constitués de deux semelles en fibres de verre et métalliques et d'une âme hybride composée de matériaux issus de la récupération. Plusieurs matériaux ont été considérés, tels que ; les tissus et plaque cellulosique, polyuréthane, polystyrène et polypropylène. Ce choix est justifié par la nécessité de développer des matériaux et des technologies qui prennent en compte les impacts sur l'environnement. Le choix des matériaux de récupération peut influencer fortement les propriétés mécaniques du matériau élaboré, de plus, les matériaux d'origine végétale utilisés dans cette étude présentent l'avantage d'être biodégradable du point de vue environnement.

Pour étudier le comportement des différents sandwichs ainsi élaborés, nous avons procédé à une investigation expérimentale très riche qui permet de mieux appréhender le comportement. A cet effet, des essais mécaniques statiques (flexion et traction), des essais de caractérisation physico-chimiques ont été réalisés. Dans ce chapitre, on présente les aspects matériaux et les procédés expérimentaux considérés dans notre travail.

## II .2. Matériaux utilisés

### II .2.1. Fibres métalliques et résiné époxyde

Les sandwichs proposés dans ce travail possèdent deux semelles constituées de résine époxyde et d'un renfort métallique (tableau II.1) constitué d'une grille de fils d'acier de diamètre 0,17 mm. Les semelles sont réalisées selon le mode de formage à moule ouvert, à une température ambiante. Les résines époxydes sont les résines les plus utilisées après les résines polyesters insaturées.

**Tableau II. 1.** Propriétés mécaniques des fibres métalliques

Constituant	Diamètre	E [GPa]	A max [MPa]	S max [%]	A rup [MPa]	S rup [%]
Tamis à base de fils d'acier	17	19,777	513,07	7,99	512,9	7,995

Ces résines sont essentiellement utilisées dans la réalisation des composites de hautes Performances(HP). Ces dernières sont utilisées sans charges, elles sont considérées comme des matrices therm durcissables de hautes performances [3][23][24][25]. Afin de garantir les performances élevées des ces résines époxydes, il est nécessaire d'avoir des temps de transformation et surtout de cuisson très longs (plusieurs heures), à des températures élevées (50 à 100 °C).

A température ambiante, les résines sont généralement liquides et se solidifient lors de leur mise en œuvre sous l'influence de la chaleur (résines mono composants) avec un additif appelé durcisseur et cela après recristallisation. La transformation de la résine époxyde de l'état liquide à un état solide sous l'effet du durcisseur est en réalité une modification chimique : la polymérisation.

Ces résines époxydes ne sont pas recyclables. Les résines époxydes présentent des propriétés intéressantes (tableau II.2) comme:

- Une très bonne mouillabilité des renforts ; - Propriétés mécaniques élevées (en traction, flexion et compression) ; - Une excellente adhérence. Cette résine malheureusement possède des inconvénients, tels que : - Une précaution lors de la mise en œuvre et coût élevé.

Les matrices époxydes sont obtenues en faisant réagir la résine avec un durcisseur à des proportions bien définies. Cette réaction chimique entre la résine et le durcisseur conduit à la formation d'un réseau macromoléculaire tridimensionnel infusible et insoluble. Le polymère obtenu est caractérisé par d'excellentes propriétés mécaniques. Les propriétés mécaniques de ses résines sont présentées dans le tableau II.2.

**Tableau II. 2. Propriétés mécaniques de la résine STR**

Constituant	Densité	Rm compression [MPa]	Rm traction par flexion [MPa]	Durée de mise en œuvre
Résine médapoxy STR	13,5 ± 0,05	>70	25	10 jours à 20°C

## II .2.2 Les âmes

Dans le cadre de notre travail, les matériaux utilisés dans la fabrication des âmes sont:

- **Le polystyrène.**

Le polystyrène expansé (PSE) est obtenu par mélange d'un gaz et de PS cristal. Avant les préoccupations pour la couche d'ozone, on utilisait le fréon, un gaz CFC (chlorofluorocarboné), remplacé depuis les années 1990 par du butane ou du pentane. Des transformateurs introduisent les perles de PS cristal dans des pré-expandeurs. Sous l'action de la température et de la pression de vapeur d'eau, le gaz d'expansion les fait gonfler jusqu'à 50 fois de leur volume initial. Les perles, expansées et stabilisées, sont ensuite introduites dans des moules en forme de blocs pour une découpe ultérieure en panneaux ou directement à la forme de la pièce finie. Là, à nouveau sous l'effet de la température et de la pression de vapeur d'eau, les perles expansées s'agglomèrent en une pièce moulée.

Le mélange sous forme de plaques ou feuilles peut être directement extrudé pour faire des isolants de plus haute densité. On parle de polystyrène extrudé (XPS). Ces plaques ou feuilles peuvent être thermoformées.

Le PS peut également être façonné par injection (fusion à haute température) et des pièces moulées comme des gobelets transparents où des boîtiers de DVD sont obtenus. On parle alors de PS injecté.

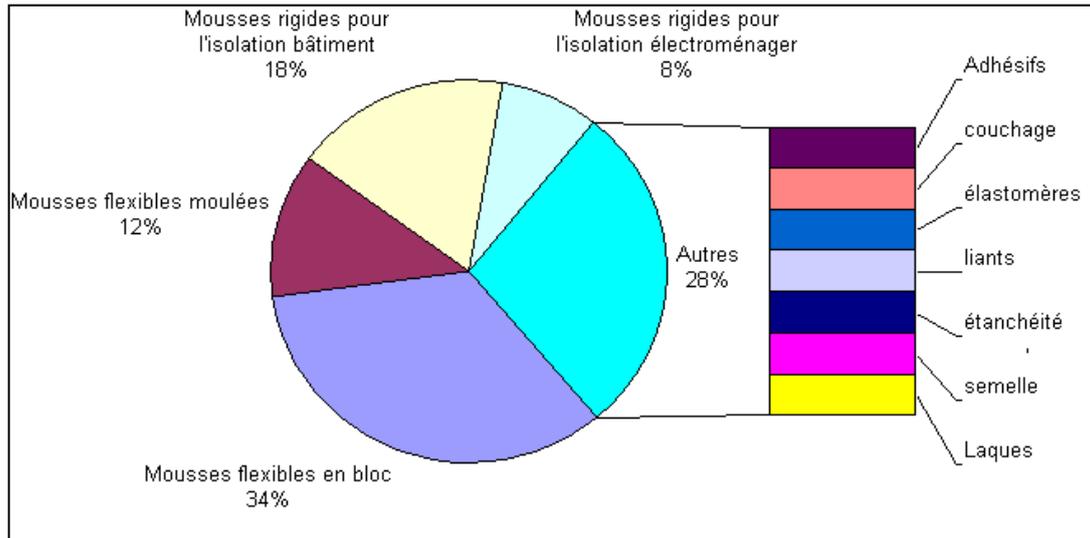
- **Le polyuréthane**

La mousse de polyuréthane rigide est un matériau isolant le plus employé mondialement (figure II.1) pour les réfrigérateurs et congélateurs. Ses propriétés isolantes sont un aspect

essentiel de la conservation à basse température des aliments aux stades de la transformation, du stockage, ainsi à la distribution au consommateur. Les performances du polyuréthane sont très variées, selon les associations chimiques que l'on réalise, on trouvera aussi bien des variétés thermoplastiques que les variétés thermodurcissables [9].

Les polyuréthanes sont produits par la réaction de polyaddition des isocyanates et polyisocyanates avec les polyols qui peuvent être des polyéthers et des polyesters. La mousse de polyuréthane utilisée est composée de trois produits :

- Le cyclopentane ;
- Le polyol et
- Le polyisocyanate.



**Figure II.1.** Domaines d'utilisation du polyuréthane

- **Le tissu**

Notre tissu est composé d'une toile de coton et de lin, généralement de couleur bleu, utilisé abondamment, dès le XVI<sup>e</sup> siècle, par la marine génoise pour équiper ses navires de voiles ainsi que pour vêtir ses marins. Plus rarement, il était employé comme support pour des œuvres picturales. Les propriétés mécaniques du tissu utilisé lors de la fabrication des éprouvettes sont données par le tableau II.3 suivant:

**Tableau II.3.** Propriétés mécaniques du tissu

Constituant	Densité	E (GPa)	$\sigma$ Elastique (MPa)	A (%)
Tissu (Tissu)	1,5-1.6	5,5-12,6	287-597	7-8

- **plaque cellulosique**

La plaque cellulosique est un matériau léger et rigide, à base de cellulose et à pH neutre. La plaque cellulosique est surtout utilisée pour l'emballage imprimé de produits destinés à la consommation ou dans la fabrication des âmes à nids d'abeilles. Du point de vue du grammage, le passage du papier à la plaque cellulosique se fait à 224 g/m<sup>2</sup> et 175 µm d'épaisseur, la plaque cellulosique occupant les grammages de 224 à 500 g/m<sup>2</sup>. La plaque cellulosique est constituée d'une ou plusieurs feuilles de papier plan. Selon le nombre de feuilles : ondulé simple face (1 face lisse, 1 face ondulée, épaisseur de 0,4 à 4 mm), ondulé simple cannelure ou double face (2 faces lisses), ondulé double cannelure ou double-double

face (épaisseur 7 mm) et ondulé triple cannelure (épaisseur 15 mm), les propriétés mécaniques de la plaque cellulosique (tableau II.4) sont :

**Tableau II.4.** Propriétés mécaniques de la plaque cellulosique

Constituant	densité	E (GPa)	$\sigma$ Elastique (MPa)	A (%)
plaque cellulosique	1,45	19-21	350-700	3-7

### **Conclusion du chapitre**

L'analyse des différents résultats mécaniques et physico-chimiques obtenus dans cette étude montre clairement d'une part, que la combinaison plaque cellulosique renforcée de tissu peut constituer une solution de substitution aux matériaux traditionnels fréquemment utilisés dans la réalisation des sandwichs et d'autre part, cette solution permet d'obtenir des seuils de résistance très acceptable pour des applications nécessitant pas des résistances élevées. Aussi, un impact direct sur l'environnement est observé étant donné que ces matériaux sont biodégradables. Cependant, il serait fort intéressant de mener une investigation plus poussée par rapport au comportement de ces sandwichs vis-à-vis du cisaillement et ceux renforcés par des charges ignifugeantes vis-à-vis du feu.









## *Chapitre IV*

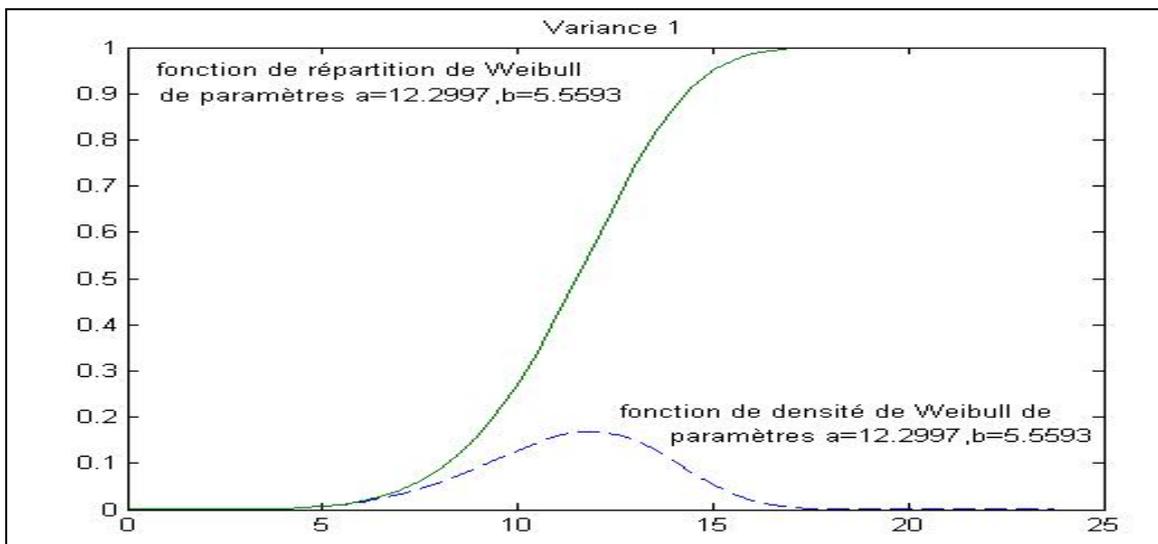
### *Analyse probabiliste : présentation et discussion des Résultats*

## IV.1. Introduction

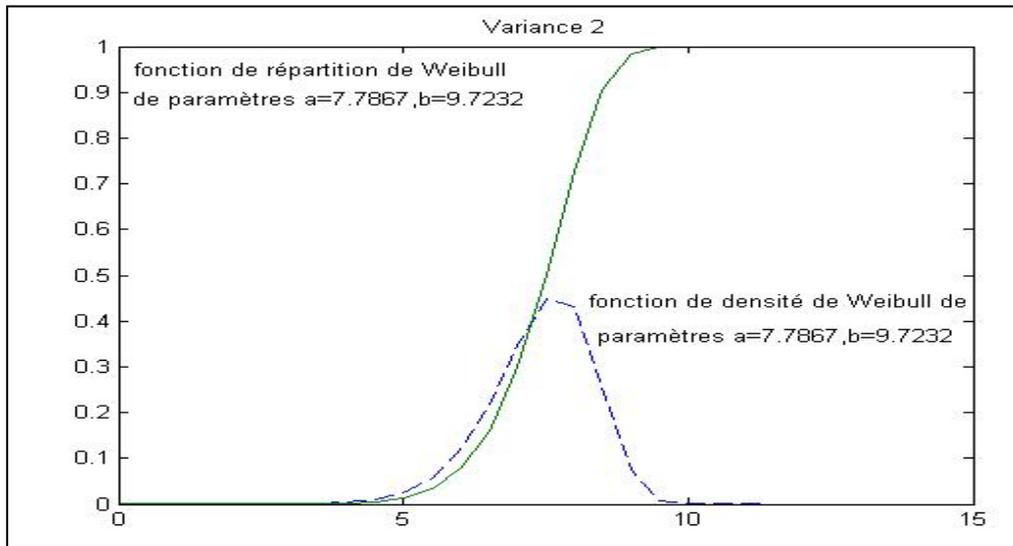
Dans différents domaines de l'ingénierie, notamment l'aéronautique, l'industrie nucléaire ou l'industrie automobile, l'étude de nouveaux matériaux nécessite l'utilisation de statistiques et des méthodes probabilistes pour prendre en compte la variabilité de leurs performances ultimes, afin de définir les facteurs de sécurité. Le but de ce chapitre est de présenter une approche probabiliste générale, qui nous permettra de calculer la probabilité de rupture d'une éprouvette donnée et indiquer la procédure expérimentale nécessaire à la définition d'une caractérisation précise.

Les travaux de Daniels et Phoenix [13] [14] proposent généralement des approches microscopiques sur la base de l'interaction entre les ruptures des fibres et de la matrice. Ces approches ont surtout été appliquées aux composites unidirectionnels. Deux principales hypothèses peuvent être extraites de ces travaux : le partage global et local entre les charges de rupture des fibres. Dans le cas de partage global de la charge, les travaux entrepris par Daniels et Rosen [13] et [15], ont été repris par Sutcu [16] et Curtin [17] avec l'introduction de la fragmentation de la matrice et de la contrainte de cisaillement entre les fibres et la matrice. Ces travaux ont ensuite été poussés en avant par Hild et al [18] qui introduisent le calcul de traction et de flexion. Néanmoins, les résultats d'analyse restent complexes et la variabilité de la résistance à la rupture n'a pas encore été traitée.

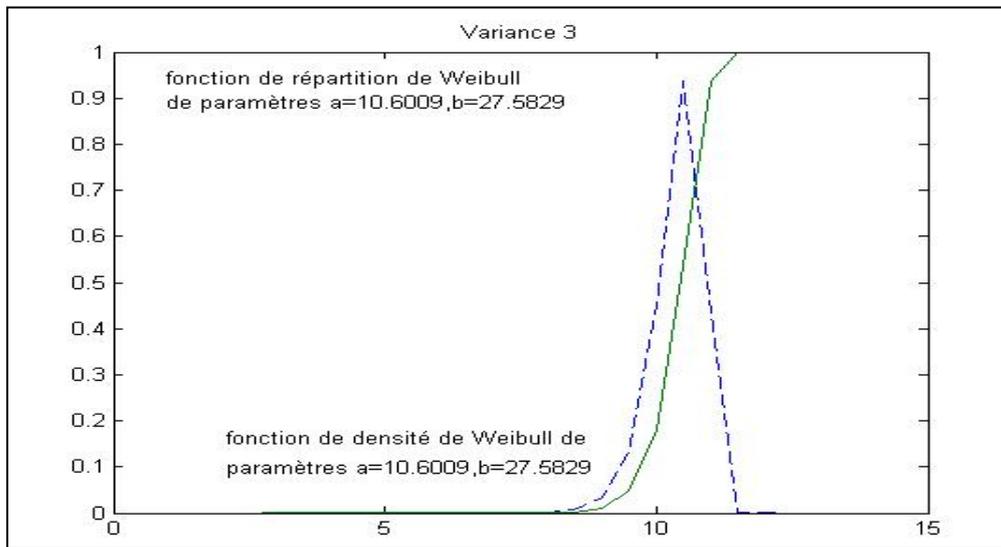
Contrairement à la méthode de répartition globale des charges, la répartition locale de la charge considère l'interaction entre deux fibres voisines en termes de partage de charge. Les premiers travaux ont été développés par Zweben et al [19], et les résultats les plus importants ont été obtenus par Harlow et al [20], [21], [22], et Baddorf [23].



**Figure. IV.7.** Fonction de répartition et densité de probabilité du sandwich type M-1C-2T



**Figure. IV.8.** Fonction de répartition et densité de probabilité du sandwich type M- 2C -3T



**Figure. IV.9.** Fonction de répartition et densité de probabilité du sandwich type M- 1C -4T

## Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons présenté les modèles de calcul probabilistes appliqués aux composites plus particulièrement le modèle de partage global et le modèle de partage local. Puis en deuxième temps, nous nous sommes intéressés à définir les Notions et Théorie de Statistique et les variables aléatoires, en rappelant les différentes mesures employées en statistique, ainsi que les distributions de probabilité, les fonctions de densité de probabilité, et les fonctions de répartition.

Le caractère stochastique du problème pris en compte par la variabilité de la résistance des fibres", nous oblige à avoir un intérêt particulier pour la caractérisation mécanique des fibres. Les résultats d'essais de traction réalisés sur des fibres seules montrent que la rupture se produit pour des valeurs de contraintes variées. On déduit alors que la fonction de distribution de la résistance des fibres sera un paramètre dans la rupture du composite.

la rupture d'une fibre est liée à la présence de défauts dans sa microstructure. Lorsqu'une fibre seule est soumise à un essai de traction, c'est le défaut ayant la résistance la plus faible qui est responsable de la rupture.

Dans le but de modéliser la rupture d'un composite, nous devons choisir la forme de la fonction  $f_0(\sigma)$  caractérisant les fibres. Deux types d'essais permettent de déterminer cette fonction :

Essais sur les fibres seules. Lorsque la contrainte dans la fibre seule atteint la contrainte correspondant au défaut dont la résistance est la plus faible, il y a rupture de la fibre. Des essais sur une population de fibres permettent tout simplement de déterminer la distribution des défauts les plus critiques.

Le test multi fragmentation lorsqu'il y a rupture d'une fibre, la matrice assure un transfert de charge dans le sens longitudinal. Comme la nouvelle fibre intacte obtenue est maintenant surchargée, un autre défaut, de résistance supérieure à celle du défaut critique, peut donc causer une seconde rupture de cette fibre. Il apparaît donc nécessaire de déterminer la distribution de tous les défauts le long de la fibre.

La valeur du module de Weibull renseigne sur la disparité des défauts. Si la valeur est faible, la disparité des défauts dans le matériau est grande. En effet, il y aura une grande disparité sur les valeurs de contrainte d'activation des défauts au sein du volume élémentaire « VER » du matériau étudié.

Dans le cas contraire, lorsque le module de Weibull est élevé, la disparité des défauts est faible.

Les résultats obtenus montrent que la valeur du module de Weibull « m » est égale respectivement à 3,977 pour la combinaison M-1C-2T ; 2,812 pour M-2C-3T et 4,155 pour M-1C-4T. Ces valeurs s'inscrivent dans les plages relatives aux matériaux composites, présentées dans beaucoup de travaux de recherche.







## *Chapitre V*

### *Analyse fiabiliste : Présentation et discussion des Résultats*

## V.1. Introduction

La légèreté et la performance des matériaux composites offrent d'une part, des avantages dans conception des structures mécaniques, contrairement aux matériaux traditionnels et d'autre part, leur caractère modulable permet de les fabriquer suivant leurs utilisations. [1], [2], [24].

Même si les qualités de ces matériaux offrent de nouvelles perspectives, ces derniers possèdent des inconvénients qui rendent leurs utilisations limitées, comme exemple on peut citer la dispersion de leurs propriétés au niveau de leurs résistances à la rupture. Cette dispersion trouve son origine lors des procédés de fabrication en engendrant inévitablement une différence dans les compositions microstructurales et même dans leurs propriétés. C'est pour cela, les structures composites sont soumises à des coefficients de sécurité très sévères engendrant des surcoûts lors de la fabrication.

D'importantes avancées pour la valorisation de ces matériaux, basées sur une évaluation plus rationnelle des risques ont été entrepris.

## V.2. Analyse fiabiliste des structures mécaniques

Une combinaison des méthodes de fiabilité a été décrite par [25], [26], ou on peut trouver un rappel historique de la fiabilité mécanique, ainsi que des méthodes de calculs qui sont proposées. Dans le cas de phénomènes aléatoires indépendants du temps, l'analyse fiabiliste nécessite de procéder par plusieurs étapes qui seront développées ultérieurement dans ce chapitre

### V.2.1. Définition de la problématique

La sécurité d'un mécanisme est dite suffisante, lorsque qu'une éventuelle défaillance exposerait les personnes, les biens et l'environnement à un risque inférieur à une limite acceptable. Par contre la fiabilité d'une structure se caractérise par les performances limites de cette dernière à assurer la fonction sous des conditions données, en tenant compte du respect de certaines conditions de sécurité pendant un temps déterminé.

Le problème dans l'évaluation de la fiabilité d'une structure donnée résulte dans la nature incertaine des phénomènes mis en jeu (variation des caractéristiques des matériaux, imprécisions géométriques, chargement appliqués .etc...), qui auront un impact néfaste à la structure. Il est aussi nécessaire d'incorporer des incertitudes, afin de les reproduire sur des modélisations réalistes.

Habituellement, la conception des dimensions des structures est conçue par une démarche déterministe, sur laquelle, l'ensemble des paramètres prennent une valeur constante. Régulièrement, les paramètres incertains sont décrits par une valeur caractéristique néfaste adjointe à des coefficients de sécurité. L'analyse se canalise sur une équation ("sûreté" ou "défaillance") par rapport à un critère donné, qui peut interpréter d'une certaine manière la confiance que l'on peut octroyer à ce dimensionnement précis.

L'approche déterministe utilisée est par conséquent une marge volontairement alarmiste qui mène le plus généralement à un surdimensionnement injustifié.

Dans la démarche probabiliste, on construit une modélisation incertaine, dans laquelle les données incertaines sont symbolisées par des variables aléatoires.

L'estimation de la probabilité de défaillance d'une structure peut se faire suivant un aspect quantitatif, et qualitatif par la mesure de la sensibilité de cette probabilité par rapport aux différentes variables aléatoires introduites. Ces deux applications sont possibles : soit en connaissant les caractéristiques de la structure et on vérifie si sa fiabilité est acceptable ; soit on optimise les dimensions de cette structure afin de respecter un niveau de fiabilité donné.

Pour un traitement plus raisonnable des incertitudes, l'intérêt d'une approche fiabiliste est d'accéder à une meilleure évaluation des marges de sécurité, à l'aide des indicateurs de confiance. Elle constitue un outil adéquat utilisé en phase de conception et de maintenance.

Dans la suite du travail, on se concentrera sur la fiabilité d'un composant d'un système mécanique (appelé : structure), à qui s'associera un seul matériau.

Dans ces conditions, l'analyse fiabiliste se décompose en trois étapes :

- Première étape : Choix des variables de base, qui intégreront les incertitudes mise en jeu en fonction de leur loi de distribution.
  
- Deuxième étape : Choix de la fonction de performance judicieuse décrivant la défaillance au sein du système.

Troisième étape : Déduction des indicateurs de fiabilité, qui fourniront une évaluation quantitative et qualitative de la fiabilité de ce dernier.

### **V.2.2 Variables aléatoires de base**

L'enjeu d'une analyse fiabiliste réside dans la détermination des paramètres incertains, ayants un rôle significatif sur la fiabilité de la structure, dénommés : variables aléatoires ou variables de conception.

- **Description des incertitudes**

Le choix des variables aléatoires est une étape décisive dans le modèle fiabiliste, nécessitant une bonne maîtrise du matériau étudié (origine, microstructure, comportement mécanique), ainsi que la structure finale (fabrication, actions). Les sources d'incertitudes sont définies globalement par deux ordres :

- **Ordre microscopique**

Cet ordre est consacré à la microstructure du matériau (propriétés mécaniques des constituants du matériau, répartition, orientation, existence des défauts (porosités et microfissuration). Ceci nous amène à traiter les modes de défaillance à l'échelle microscopique.

- **Ordre macroscopique**

L'ordre macroscopique traite la défaillance à l'échelle macroscopique, en tenant compte des propriétés mécaniques à l'échelle macroscopique, la géométrie de la structure et les chargements appliqués.

Ces incertitudes découlent, le plus souvent, des différences liées au processus de fabrication, ainsi aux anomalies dans les conditions de caractérisation : bases de données limitées, effet d'échelle entre les éprouvettes expérimentales et la réalité et des facteurs indépendants liés à la fluctuation du chargement ou la difficulté d'accéder à certaines informations et bases de données (Guédé [27], Richard [26]).

Les variables d'état d'une modélisation théorique et le choix des variables aléatoires sont conditionnées par plusieurs critères :

- ✓ L'utilisation des propriétés mécaniques à l'échelle microscopique permettra d'évaluer la probabilité de défaillance d'un matériau composite donné, par contre en ce qui concerne la conception d'un nouveau matériau, le recours à des données microstructurales sera plus adéquat.

- ✓ Le comportement mécanique d'un matériau, en particulier le mode de défaillance et les causes de sa mise en place est appréhender à travers un développement physique de tous les aspects y afférents ; Dans le cas de la rupture d'un composite fibré, les différents paramètres (résistance des fibres, de la matrice ou à l'interface) et cela suivant la sollicitation demandée sont les plus recommandés dans l'analyse.
- Lors de l'existence des résultats expérimentaux, les modèles probabilistes associés aux variables aléatoires doivent effectivement être physiquement justifiés afin de mener à une représentation réaliste.
- **Description des variabilités**

Quand le contrôle des propriétés physiques conduisent à l'acquisition de mesures non strictement reproductibles, il nécessaire, dans un calcul de structure, de développer un outil à la fois représentatif des variabilités enregistrées et dont la formulation demeure adaptée à l'intégration dans les codes de simulation. L'enjeu est de modéliser des multiples informations grâce à des formulations mathématiques qui occasionneront notamment les fréquences d'apparition de chaque résultat.

Afin de procéder à une modélisation des distributions, il est nécessaire d'avoir suffisamment de données, le plus important possible, de façon à l'exécuter sur un faisceau représentatif d'informations. On considère donc une variable aléatoire réelle et continue  $X$  dont 'on connaît par expérimentation un certain nombre  $N$  de valeurs (ou réalisations) indépendantes  $\{x_i\}_{i \in [1..N]}$  de  $X$  constituants d'un échantillon. Un traitement statistique de ce faisceau d'information permettra en premier lieu d'étudier la variabilité de cette donnée : répartition des valeurs (à l'aide des fréquences relatives et cumulées,..) ainsi que les caractéristiques de tendance centrale (moyenne,..) et de dispersion (écart type,..). Ensuite, il faudra modéliser l'incertitude considérée par une fonction mathématique, afin de préciser les issues pour  $X$  et associer à chacune d'elles ses chances de réalisation.

Dans ce contexte, on peut recourir à la fonction de densité de probabilité  $f(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , ou à la fonction de répartition  $F(x) : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$  associées à  $X$  telles que ( $P$  la probabilité) :

$$F_x(x)dx = P(x \leq X < x + dx) \quad [5.1]$$

$$F_x(x) = P(X < x)$$

Avec

$$\forall x, \quad F_x(x) = \int_{-\infty}^x f_x(u) du \quad \text{et} \quad \frac{dF(x)}{dx}(x) = f_x(x) \quad [5.2]$$

En vérifiant les propriétés

$$\forall x, f_X(x) \geq 0 \quad \text{Avec : } F_X \text{ est non décroissante}$$

$$F_X(-\infty) = 0, F_X(+\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(u) du = 1 \quad [5.3]$$

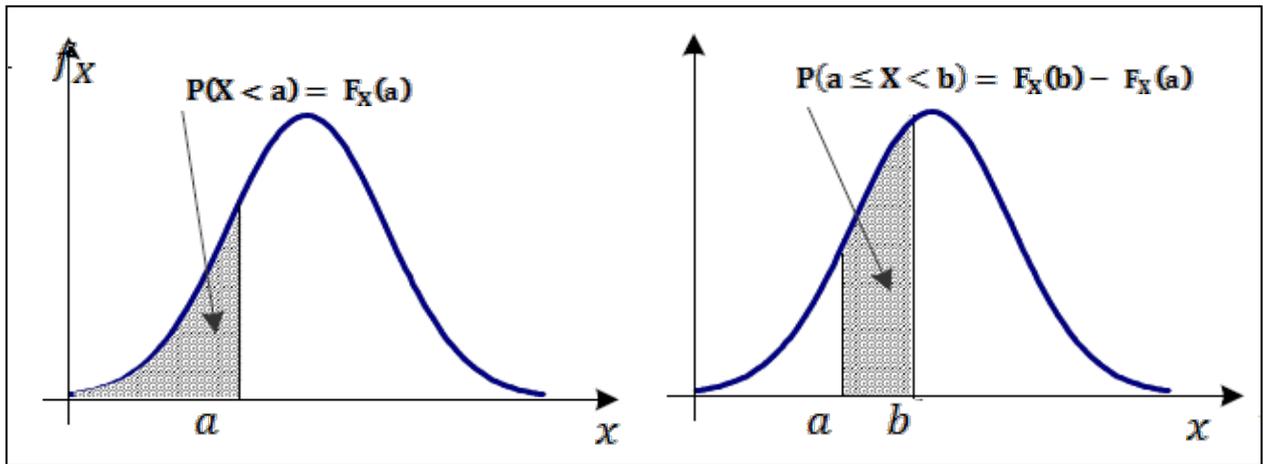
La probabilité que la variable aléatoire  $X$  soit inférieure à une valeur donnée « a », soit :

$$P(X < a) = F_X(a) = \int_{-\infty}^a f_X(u) du \quad [5.4]$$

Correspondant graphiquement à l'aire sous la courbe de  $f_X$  entre  $x = -\infty$  et  $x = a$ , et la probabilité que  $X$  soit comprise entre deux valeurs données « a » et « b », soit :

$$P(a \leq X < b) = F_X(b) - F_X(a) = \int_a^b f_X(u) du \quad [5.5]$$

Cette probabilité est représentée par l'aire sous la courbe  $f_X$  comprise entre  $x = a$  et  $x = b$  (figure V.1). La probabilité d'un évènement étant naturellement reliée à la notion de fréquences statistiques. Pour des échantillons de grande taille, on détermine donc par ajustement les fonctions  $f_X$  et  $F$  qui représentent au mieux les variabilités expérimentales.



**Figure V.1.**Interprétation graphique des fonctions de densité et de répartition d'une variable aléatoire X.

Dans des études fiabilistes, généralement on insère plus d'un paramètre aléatoire. L'ensemble des  $k$  variables  $X_i$  du problème constitue dans ce cas un vecteur :

$\{X\} = \{X_i\}_{i=1 \dots k}$  de  $R^k$  dont les probabilités d'occurrence sont décrites par une densité de probabilité conjointe  $f\{X\}: R^k \rightarrow R$  et une fonction de répartition conjointe  $F\{X\}: R^k \rightarrow [0, 1]$  telles que :

$$f_{\{x\}}(\{x\}) \prod_{i=1}^k dx_i = P(x_i \leq X_i < x_i + dx_i) \quad \forall i = 1 \dots k \quad [5.6]$$

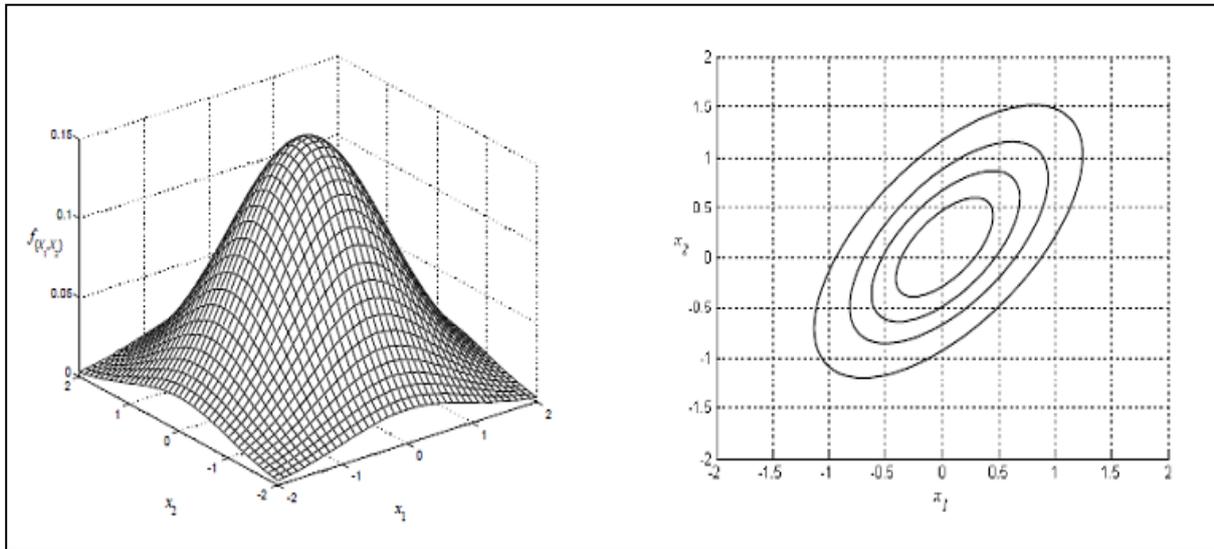
$$f_{\{x\}}(\{x\}) = P(X_i < x_i) \quad \forall i = 1 \dots k$$

Avec

$\{x\} = \{x_i\}_{i=1 \dots k}$  est un vecteur de  $R^k$ , avec :

$$\int_{R^k} f_{\{x\}}(\{x\}) \prod_{i=1}^k dx_i = 1 \quad [5.7]$$

La figure V.2 présente l'allure d'une fonction  $f\{X\}$  dans le cas de deux variables aléatoires.



(a)

(b) :  $f_{\{x_1, x_2\}}(x_1, x_2) = \text{cste}$ 

**Figure V.2.** Fonction de densité de probabilité conjointe dans le cas de deux variables aléatoires  $\{X\} = \{X_1, X_2\}$  : (a) représentation 3D, (b) isovaleurs de  $f\{X\}$ .

Lorsque les  $k$  variables aléatoires  $X_i$  sont indépendantes, l'expression de la densité associée se ramène au produit des densités marginales  $f_{X_i}$  de chaque variable.

$$f_{\{X\}}(\{x\}) = \prod_{i=1}^k dx_i = f_{\{x_i\}}(\{x_i\}), V\{x\} = \{x_i\}_{1..k} \quad [5.8]$$

Dans le cas contraire, il y a lieu de définir absolument la nature de leur dépendance, afin de calculer des indicateurs de fiabilité. Dans ce cas, on introduit la matrice de corrélation  $[\rho] = [\rho_{ij}]_{(i,j)=[1..k]^2}$  avec les composantes  $\rho_{ij}$  mesurant la dépendance linéaire entre chaque couple de variables aléatoires  $X_i$  et  $X_j$  de la façon suivante :

$$\rho_{ij} = \rho(X_i, X_j) = \frac{\text{Cov}(X_i, X_j)}{S_{X_i} S_{X_j}}, \forall (i,j) \in [1..k]^2 \quad [5.9]$$

Avec

$\text{Cov}(X_i, X_j)$ : Représente la covariance de ces deux variables,  $S_{X_i}$  et  $S_{X_j}$  désignant leur écart type respectif (voir par exemple Jolion [28]). Chaque composante  $\rho_{ij}$  est un nombre appartenant à l'intervalle  $[-1, +1]$  :

- si  $\rho_{ij} = 0$ , les variables  $X_i$  et  $X_j$  sont indépendantes linéairement (mais peuvent l'être d'une autre manière) ;
- si  $\rho_{ij} > 0$  (resp.  $\rho_{ij} < 0$ ),  $X_i$  et  $X_j$  varient dans le même sens (resp. dans le sens contraire) ;
- $|\rho_{ij}| > 0,9$ , la liaison linéaire est considérée comme liaison forte

N.B : On précise que pour des variables  $\{X_i\}_{i=1..k}$  indépendantes, la matrice de corrélation se réduit à la matrice identité d'ordre  $k$ .

### V.2.3. Fonction de performance

Dans cette partie, nous procédons à construire un scénario de défaillance de la structure, et à préciser l'état limite au-delà duquel celle-ci n'est plus considérée comme fiable. Ces états limites correspondent particulièrement à des besoins en termes de tenue mécanique (la défaillance est associée à la rupture du matériau ou la ruine de la structure) ou d'aptitude au service (la défaillance est associée à des déformations ou un endommagement abusif). Une campagne AMDEC (Analyse des Modes de Défaillances, des Effets et des Criticités) permet par exemple d'identifier les modes de défaillance possibles, leurs causes ainsi que leurs conséquences sur le fonctionnement de la structure (Lyonnet [29]).

Le concept de fiabilité étant posée, un critère de défaillance est défini grâce à une fonction dite de performance (ou d'état limite), notée  $G$ , cette fonction dépend des variables aléatoires du modèle. Par convention, on définit le domaine de sûreté  $D_s$  et le domaine de défaillance  $D_f$  de  $R^k$  comme suit :

$$D_s = \{ \{X\} \in R^k, G(\{X\}) > 0 \} \quad [5.10]$$

$$D_f = \{ \{X\} \in R^k, G(\{X\}) \leq 0 \} \quad [5.11]$$

Les frontières  $\{ \{X\} \in R^k, G(\{X\}) = 0 \}$  étant la surface limite. La figure V.3 illustre cette définition, sur le cas de deux variables aléatoires de base

$$G(X_1, X_2) = 0$$

Les points importants concernant le critère de défaillance se résume comme suit :

La sélection de la fonction de performance doit être établie par la cause physique de la défaillance, de manière à en obtenir une représentation réaliste ; son expression peut alors s'appuyer sur des données microscopiques (dans le cas d'une défaillance par rupture locale) ou macroscopique (dans le cas d'une défaillance par instabilité structurale).

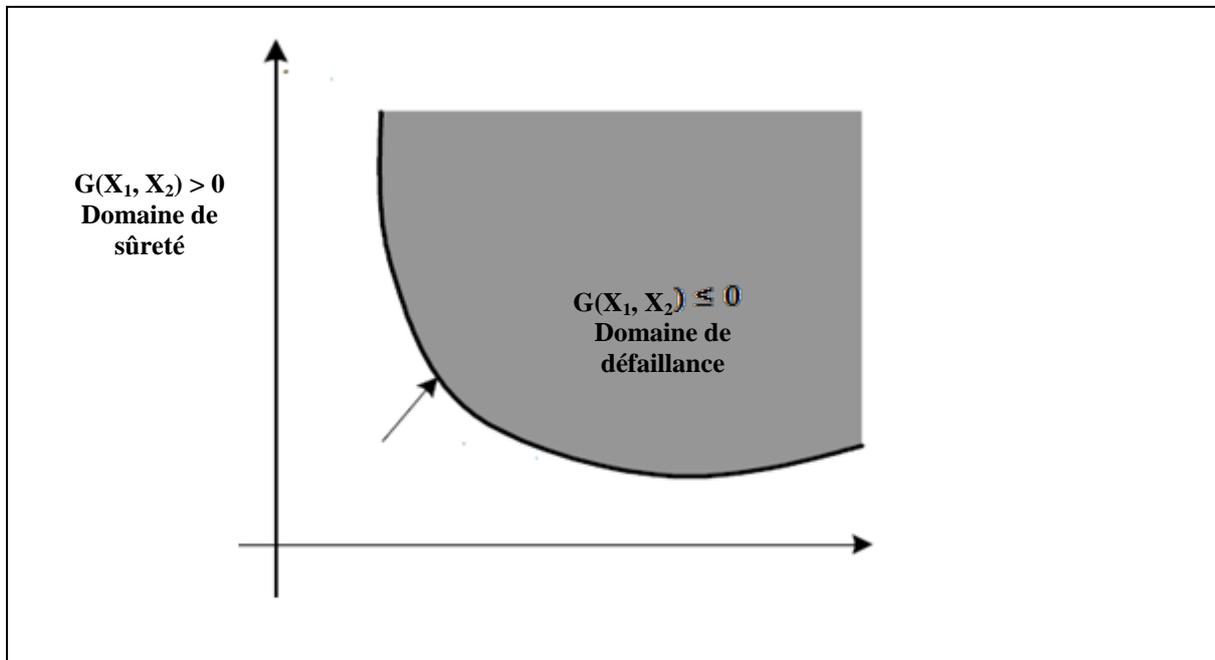


Figure V.3. Domaines de sûreté et de défaillance dans le cas de deux variables aléatoires

- Si la forme du critère considéré est donnée par le modèle :  $G = R - S$ , avec :  $R$  : Caractéristique de résistance et  $S$  : Donnée relative à la sollicitation appliquée, la fonction «  $G$  » n'est pas forcément une fonction explicite des variables de base  $\{X\}$ , elle peut résulter en effet de la réponse de la structure (contraintes ou déformations) et son évaluation nécessite alors un calcul mécanique au préalable (par exemple par éléments finis) faisant intervenir une loi de comportement (couplage mécano-fiabiliste).

Enfin, certaines considérations d'ordre pratique, peuvent influencer sur son choix : La complexité du couplage ou encore les propriétés mathématiques de la fonction « G ».

#### V.2.4. Indicateurs de fiabilité

La fiabilité « R » d'une structure est conventionnellement définie de la façon suivante :

$$R = 1 - P_f \quad [5.12]$$

Avec :

$P_f$  : probabilité de défaillance qui correspond à la probabilité d'occurrence de l'évènement  $G(\{X\}) \leq 0$ , soit :

$$P_f = P(G(\{X\}) \leq 0) \quad [5.13]$$

Cet indicateur de confiance constitue le résultat indispensable d'un calcul fiabiliste. Avec l'introduction de la densité de probabilité conjointe  $f\{X\}$  des variables aléatoires  $\{X\}$  du modèle, la probabilité de défaillance est écrite comme suit :

$$P_f = \int_{D_f} f_{(X)}(\{X\}) \prod_{i=1}^k dx_i \quad [5.14]$$

Cette intégrale ne peut pas être résolue analytiquement voire numériquement, en effet, dans la pratique, on ne peut avoir la densité de probabilité conjointe du vecteur  $\{X\}$ , de ce fait, on se contentera le plus souvent des lois marginales relatives à chaque variable  $X_i$  et de certaines informations sur leurs corrélations. De plus, le domaine d'intégration  $D_f$  peut être défini de façon implicite et complexe, selon le modèle mécanique retenu.

Dans ce contexte, diverses méthodes de résolution sont établies, afin de contourner ces difficultés (Lemaire [25], Maynadier [30]). Généralement, on différencie deux grandes familles :

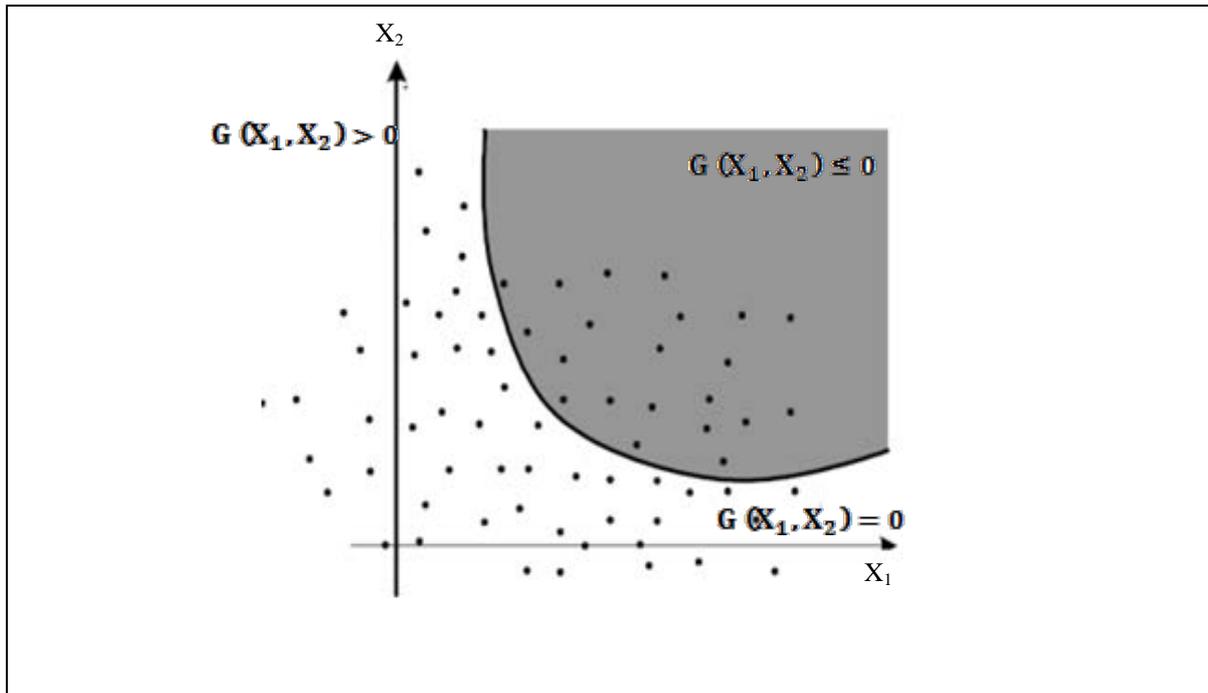
- Des méthodes basées sur des simulations
- Des méthodes recourant à une approximation.

On se propose de présenter ici les grandes lignes des trois méthodes utilisées.

- Monte Carlo directe
- Méthode de Monte Carlo directe

La méthode de Monte Carlo est considérée parmi les méthodes les plus anciennes et la plus sensible dans l'évaluation de la probabilité de défaillance. Cette dernière est basée sur l'application de la loi des grands nombres. Elle consiste à déterminer un estimateur de  $P_f$  par successions de tirages aléatoires indépendants, en réalisant un nombre  $N_t$  important de tirages des variables aléatoires en accord avec leurs lois de distribution conjointe (si elle existe) ou en accord avec la loi marginale de chaque variable et avec leurs éventuelles corrélations. Pour chaque tirage, on effectue le calcul de la fonction de performance et on dénombre les tirages  $N_{t,f}$ , qui conduisent à la réalisation de  $G(\{X\}) \leq 0$ , représentée par la figure V.4., où l'on peut définir la probabilité de défaillance par un traitement statistique direct.

$$P_f = \frac{N_{f,t}}{N_t} \quad [5.15]$$



**Figure V.4.** Méthode de Monte Carlo directe : tirages aléatoires et évaluations de la fonction de performance  $G$  dans le cas de deux variables aléatoires  $\{X\} = \{X_1, X_2\}$ .

L'avantage de cette méthode est sa simplicité de mise en œuvre, avec toute absence d'exigences mathématiques spécifiques pour la fonction  $G$ . Une attention particulière doit être portée à la convergence des résultats obtenus, concernant la stabilité de la valeur de  $P_f$  quel que soit  $N_t$ . Pour des valeurs de  $P_f$ , qui sont de l'ordre de  $10^{-k}$  avec  $k \geq 5$ , il est nécessaire de réaliser un minimum de  $N_t$ ,  $\min = 10_{k+2}$  simulations, afin d'assurer cette condition. Il faut veiller également à l'indépendance de la probabilité de défaillance par rapport à la génération d'échantillonnage. Pour cela on effectue des mesures de  $P_f$  pour des tirages de taille  $N_t$  croissantes jusqu'à  $N_t$ ,  $\min$ . En plus de la difficulté à satisfaire ces deux exigences, dans le cas de faibles probabilités de défaillance, le temps de calcul nécessaire pour cette méthode peut s'avérer conséquent et parfois difficilement conciliable avec une analyse par éléments finis.

- **Méthodes d'approximation FORM/SORM**

Les méthodes d'approximation FORM/SORM se basent sur la détermination de l'indice de fiabilité «  $\beta$  » qui permet d'accéder à une valeur approchée de «  $P_f$  ». L'indice de fiabilité «  $\beta$  » a été défini de plusieurs manières, mais celle recommandée par Hasofer et Lind [31], est aujourd'hui largement employée à cause de son invariance par rapport à la représentation de la fonction de performance.

- Ces auteurs suggèrent d'effectuer un changement de repère transformant l'espace, appelé espace physique des variables de base  $\{\mathbf{X}\}$  en l'espace dit standard de variables  $\{\mathbf{U}\}$  normales (suivant une loi de distribution normale), centrée réduite (moyenne nulle et d'écart type unitaire) et indépendante. La fonction de performance  $G$  est exprimée dans l'espace standard et devient  $H$ . Différentes

transformations isoprobabilistes (Rosenblatt, Nataf,..) permettent ainsi de faire ce passage (Ditlevsen et Madsen [32], Lemaire [25]).

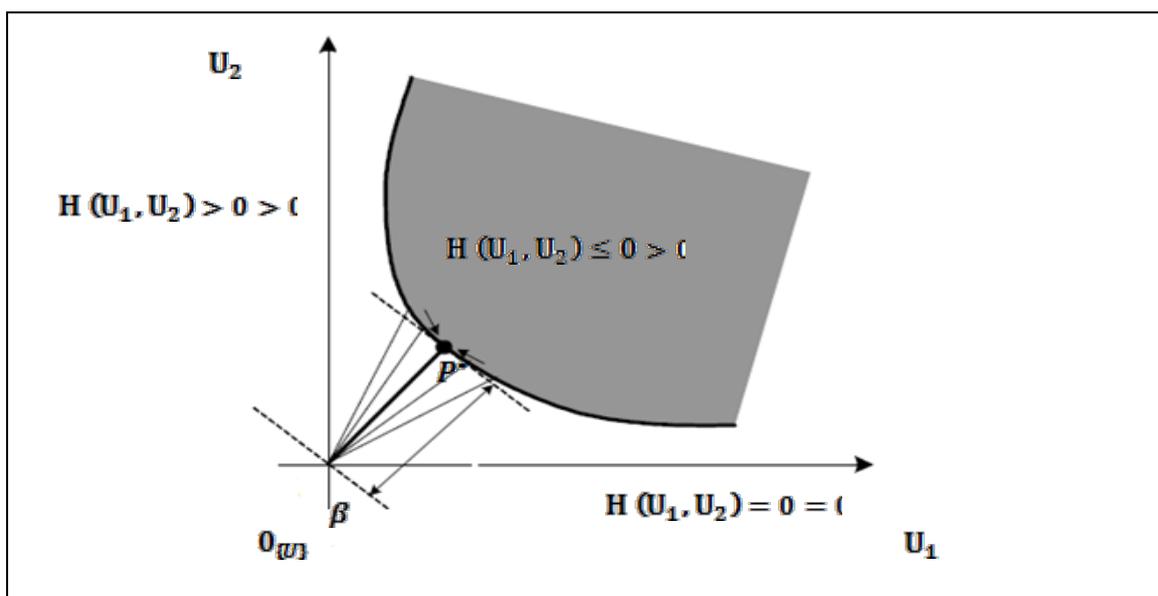
- Pratiquement, le choix de la procédure est fixée par les données dont on connaît la densité conjointe  $f(\mathbf{X})$  ou les lois marginales  $f_{X_i}$ , la matrice de corrélation  $[\rho]$ , les données reliées aux propriétés des variables aléatoires de base (normale, log normale,..) ainsi qu'aux résultats auxquels elles conduisent (unicité de la transformation par exemple).

Dans l'espace standard, on définit l'indice «  $\beta$  » comme étant la distance la plus courte entre le domaine de défaillance  $Df, \{U\} = \{U\} \in R^K \mid H\{U\} \leq 0$  et l'origine  $0\{U\}$  du repère (figure V.5). Le point  $P^*$  de la surface d'état limite correspondant à cette distance minimale, appelé : point de conception ou  $\beta$ -point, est le point de la zone de défaillance qui possède la plus grande probabilité d'occurrence. La recherche du point  $P^*$  (donc le calcul de  $\beta$ ) constitue un problème d'optimisation sous contrainte ( $\|\cdot\|$  désignant la norme) :

$$\text{Minimiser } \|\{U\}\| \text{ tels que } H\{U\} \leq 0 \text{ signant la } p^{\text{ème}} \text{ itération du vecteur } \{U\} \quad [5.16]$$

Où la résolution peut être très complexe dans le cas de fonctions  $H$  définies implicitement, possédant des défauts de convexité (conduisant notamment à des difficultés de convergence voir à la non-unicité de  $P^*$ ) ou non différentiables en certains points.

Comme auparavant, plusieurs algorithmes ont été développés pour répondre à cette question de « descente vers  $P^*$  », qui font appel à des évaluations de  $H$ , à son gradient et/ou à son Hessien à partir de leur formulation (Maynadier [30]). Le choix de l'une ou l'autre de ces techniques doit alors se faire selon son efficacité (nombre d'appels à la fonction d'état limite), sa robustesse (aptitude à trouver le bon point de conception) et sa capacité à traiter un problème de taille éventuellement importante. La convergence vers  $P^*$  est enfin conditionnée par la tolérance  $t$  fixée sur le critère d'arrêt tel que  $\|\{U\}_{p+1} - \{U\}_p\| \leq (\|\{U\}_p\|)t$  désignant la  $p^{\text{ème}}$  itération du vecteur  $\{U\}$ .



**Figure V.5.** Recherche de l'indice de fiabilité  $\beta$  et du point de conception  $P^*$  dans l'espace standard pour deux variables aléatoires  $\{U\} = \{U_1, U_2\}$ .

Après avoir obtenu  $P^*$  et  $\beta$ , il reste à déterminer le domaine de défaillance. Les méthodes FORM (en anglais, First Order Reliability Method) et SORM (Second Order Reliability Method) sont fondées sur des approximations de ce domaine, qui permettent un calcul analytique de l'intégrale définie en [5.14].

Dans le cas de la méthode FORM, la surface limite  $H\{U\} = 0$ , est ainsi avoisinée d'un hyperplan tangent à  $D_f, \{U\}$  en  $P^*$  (figure V.6). On démontre alors que la probabilité de défaillance peut être estimée simplement par [5.17] :

$$Pf \approx F(-\beta) \quad [5.17]$$

Avec :

F : fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

Le tableau V.1 montre que, plus la valeur de  $\beta$  est grande, plus la fiabilité de la structure est plus importante (étant admis que l'origine de l'espace standard appartient au domaine de sûreté,  $H\{0, \{U\}\} > 0$ ).

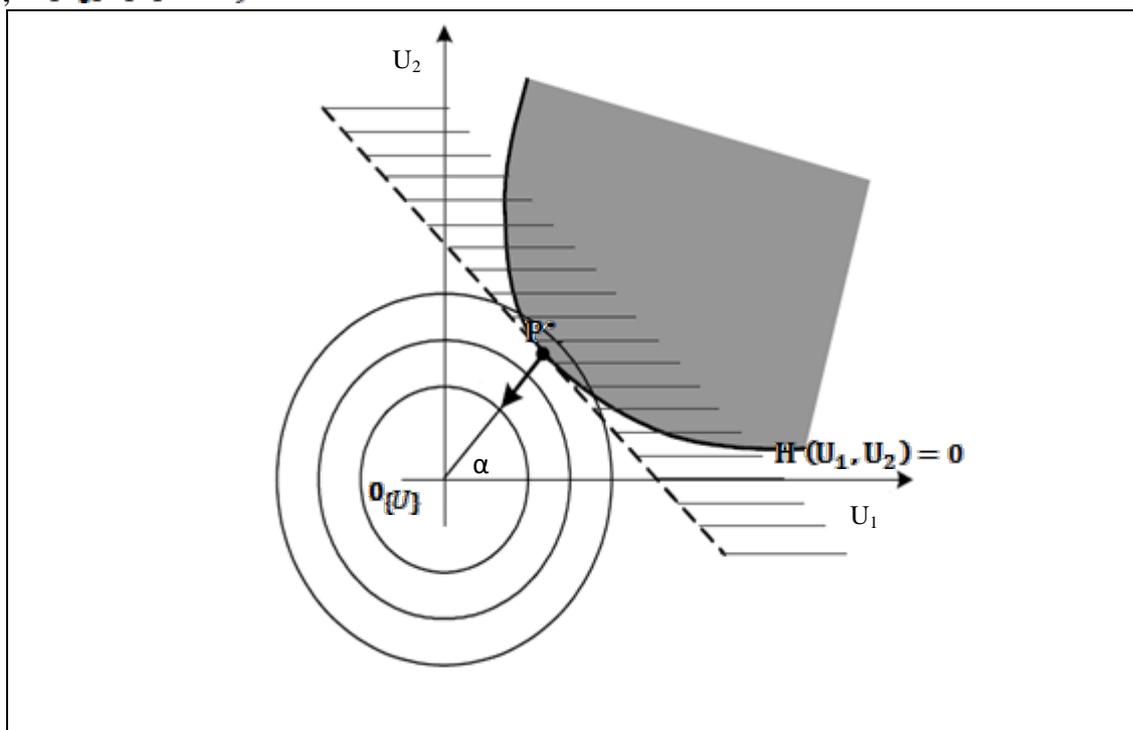
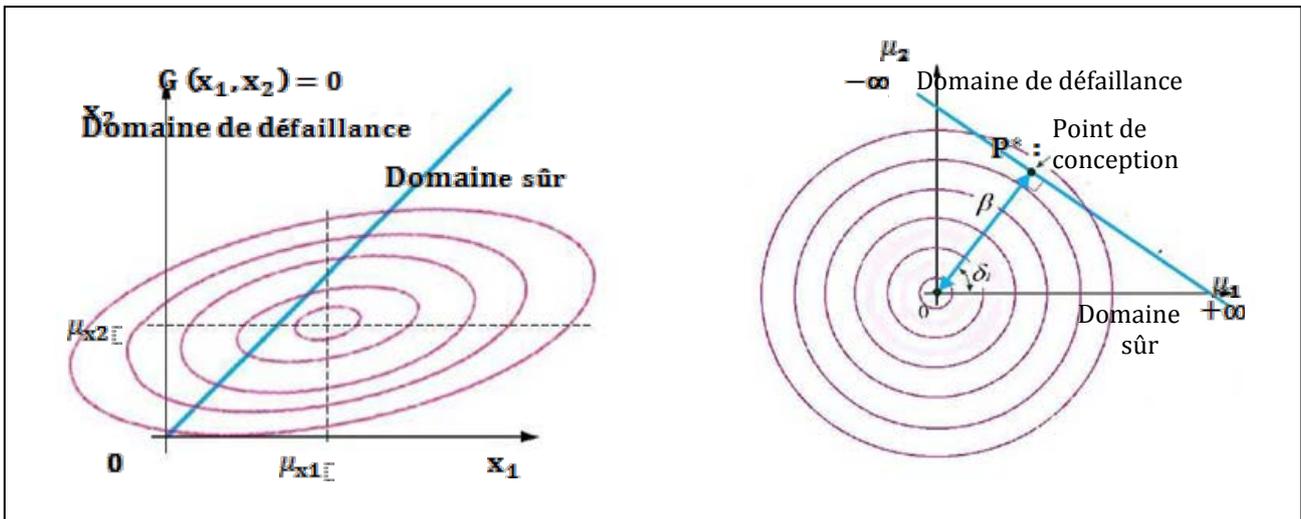


Figure V.6 .Approximation FORM pour deux variables aléatoires  $\{U\} = \{U_1, U_2\}$  dans l'espace standard.

La méthode FORM est basée sur le calcul d'un indice de fiabilité ( $\beta$ ) proposé par Hasofer et Lind, en 1974. Ces auteurs ont préconisé de ne pas se placer dans l'espace des variables physiques, il faut se placer dans un espace de variables gaussiennes réduites ( $\mu=0, \sigma=1$ ) statistiquement indépendantes en effectuant un changement de variable. Le changement de variables isoprobabilistes  $X$  en variables normales standardisées est noté par :  $U_i = T(X_j)$ . Cette transformation conduit à découvrir la distance minimale ( $\beta$ ) de l'origine à la surface d'état limite  $H(U)=0$  dans l'espace  $U$  (Figure. V.9).

Cette distance définit un hyperplan tangent à la fonction d'état limite et un point  $P^*$ , dit point de défaillance le plus probable ou le point de conception. La première approximation de  $Pf$  est obtenue en remplaçant la fonction d'état limite  $H(U)=0$  en  $P^*$  par un hyperplan.



**Figure.V.9.** Illustration de la transformation de l'espace physique à l'espace normé centré, déterminant le point de conception ( $P^*$  sur l'état limite et l'indice de fiabilité  $\beta$ ).

L'indice de fiabilité ( $\beta$ ) n'offre pas une réponse directe au problème posé. D'où une autre information plus utile est celle de la probabilité de défaillance ( $P_f$ ). Dans la plupart des méthodes d'analyse de fiabilité, la  $P_f$  est déterminée à partir de l'indice de fiabilité sauf dans les méthodes par simulation qui préconisent d'estimer cette dernière directement.

Dans des régions de sécurité convexes, la  $P_f$  est tolérée entre deux grandeurs dépendantes de l'indice de fiabilité  $\beta$ :

$$\Phi(-\beta)P_f < 1 - \chi_n^2(\beta^2) \quad [5.21]$$

Où  $\Phi(\cdot)$  et  $\chi_n^2(\cdot)$  sont respectivement la fonction de distribution de la loi normale centrée réduite et de la loi du  $\chi_n^2$  à  $n$  degrés de liberté.

Dans la plupart des cas, la limite inférieure est une estimation suffisamment précise de la probabilité exacte de défaillance recherchée.

$$P_f \approx \Phi(-\beta) \quad [5.22]$$

Supposons que la fonction d'état limite  $G(\{X_i\})$  est linéaire,  $H(U)$  sera également linéaire et cette égalité est précisément vérifiée. En utilisant la propriété que la famille des distributions de probabilité Gaussiennes est fermée pour les combinaisons linéaires.

De ce point de vu, Le problème de fiabilité ou le calcul de la probabilité de défaillance sera facilement résolu si nous disposons de l'indice de fiabilité. Il s'agit alors d'un problème classique d'optimisation sous contrainte qui peut être résolu avec n'importe quelle méthode appropriée d'optimisation.

La probabilité de défaillance d'une structure est évaluée dans le cas particulier où le moment résistant  $MR$ , et le moment dû au chargement  $MS$  sont indépendants et distribués normalement en tenant compte des valeurs moyennes :  $\mu_{MR}$  et  $\mu_{MS}$  et des écarts types :  $\sigma_{MR}$  et  $\sigma_{MS}$ .

Dans ces conditions, l'intégrale de l'équation, peut s'écrire aisément en définissant  $G$  par la relation:

$$G = M_R - M_S \quad [5.23]$$

La marge de sécurité obtenue est une valeur arbitraire qui ne transmet aucune information sur le degré de sécurité de la structure.

Cherchons la probabilité de défaillance avec :

$$P_f = P[G < 0] = \int_{-\infty}^0 f_G(g) dg = F_G(0) \quad [5.24]$$

Soit

$$P_f = \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sigma_G \sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \left(\frac{g - \mu_G}{\sigma_G}\right)^2\right\} dg \quad [5.25]$$

En tenant compte des propriétés des distributions normales,  $G$  est aussi une distribution normale avec des paramètres :

$$\mu_G = \mu_{MR} - \mu_{MS} \quad [5.26]$$

Ainsi que :

$$\sigma_G = \sqrt{\sigma_{MR}^2 + \sigma_{MS}^2} \quad [5.27]$$

D'où la fonction de défaillance peut s'exprimer alors par :

$$P_f = P(M_R - M_S < 0) = P(G < 0) = \frac{\mu_{MR} - \mu_{MS}}{\sqrt{\sigma_{MR}^2 + \sigma_{MS}^2}} \quad [5.28]$$

Le changement de variable permet de se positionner dans l'espace normal centré réduit:

$$y = (g - \mu_G) / \sigma_G \quad \text{et} \quad P_f = \int_{-\infty}^{\beta} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy \quad [5.30]$$

Où  $y$  : est une variable normale réduite ( $\mu_y = 0$ ,  $\sigma_y = 1$ ) dans ces conditions, avec la fonction de répartition est tabulée.

Généralement, On peut donc déduire la valeur de la probabilité de défaillance lorsque l'on connaît les paramètres de la marge, où l'on peut écrire :

$$\beta = -\frac{\mu_G}{\sigma_G} = -\left(\frac{\mu_{MR} - \mu_{MS}}{\sqrt{\sigma_{MR}^2 + \sigma_{MS}^2}}\right)$$

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad \text{et} \quad [5.31]$$

Avec:

$\Phi$ : fonction de répartition de la variable normale centrée réduite.

On note que la probabilité de défaillance déterminée par la relation précédente est un nombre compris entre 0 et 1, par contre le risque de défaillance dans une démarche déterministe peut prendre une valeur égale à 0, ou égal à 1.

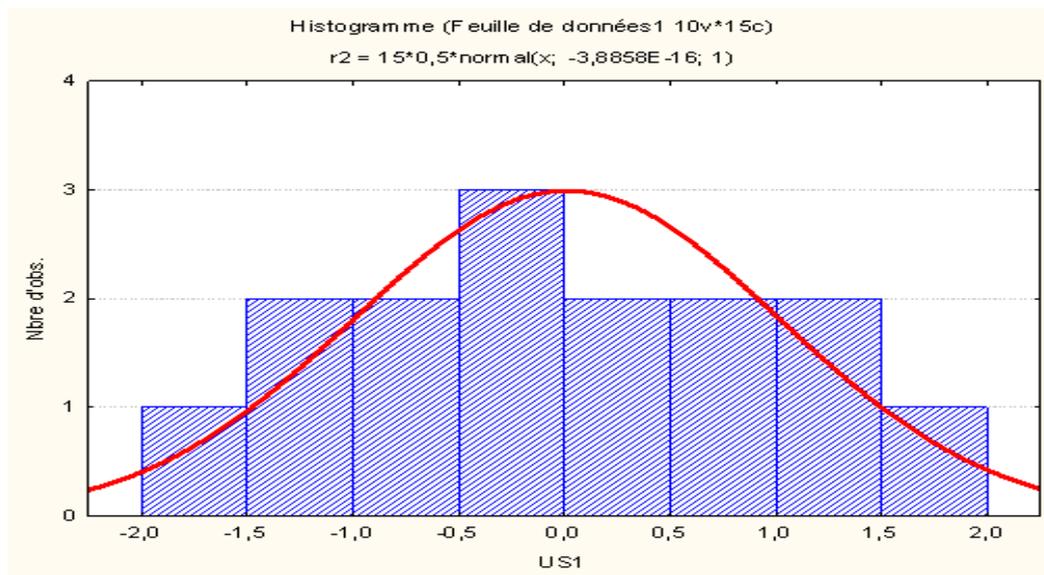
### V.3.3. Transformation iso-probabiliste

Toute application permettant de remplacer la métrique de l'espace physique par une métrique euclidienne, tout en gardant la valeur de la probabilité en chacun des points de cet espace, sera appelée transformation isoprobabiliste. Pour cela, les variables physiques ( $R$ ,  $S$ ) qui suivent a priori une loi quelconque et qui sont a priori corrélées, sont transformées en des variables aléatoires. Dans le cadre de notre étude, la Transformation de Rosenblatt est utilisée. Elle permet d'opérer une transformation marginale des variables de l'espace normal vers l'espace physique. La transformation de Rosenblatt n'est applicable que si la densité conjointe de toutes les variables aléatoires est connue.

Si les variables sont normales d'espérance  $\mu_i$  et d'écart type  $\sigma_i$ , on les transforme également en variables de loi centrées réduites :

$$U_i = (X_i - \mu_i)/\sigma_i \quad [5.32]$$

$$X_i = \sigma_i U_i + \mu_i \quad [5.33]$$



**Figure.V.11.** Histogramme des sollicitations (M-2T-1C)

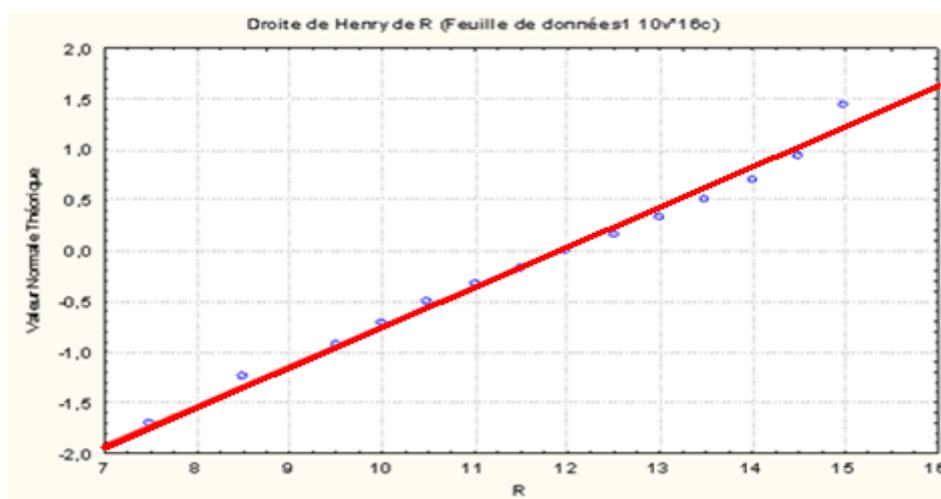
### V.3.4. Test de normalité

Il est important de vérifier la normalité de la fonction résistante et de chargement qui donne la probabilité de défaillance par la méthode FORM. Dans le cas contraire, il aurait fallu

utiliser une transformation. Cette approche a le mérite d'être très rapide à calculer mais elle est relativement pauvre en termes d'analyse statistique. En effet, dans ce cas les variables constituant la résistance et le chargement n'apparaissent pas donc elles ne peuvent pas être étudiées du point de vu statistique.

Les tests de normalité des deux variables aléatoires considérées à savoir : la fonction des résistances (R) et la fonction des sollicitations (S) ont été évalués par deux tests de normalité : le test de Kolmogorov-Smirnov et la droite de Henry (graphe de la probabilité normale).

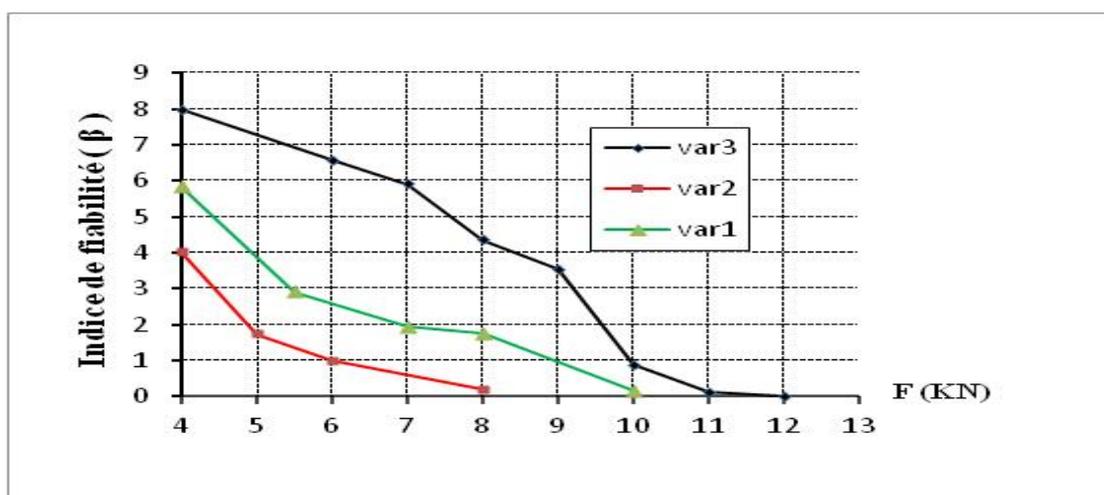
Une vérification graphique de la normalité de nos distributions a été effectuée en utilisant le graphe de la probabilité normale avec le logiciel STATISTICA représentés par les figures V.16, V. 17, V.18, V.19, V.20 et V.21. Lorsque les données évaluées suivent une ligne droite, la distribution peut être considérée normale



**Figure.V.16.** Graphe de probabilité normale pour la fonction de résistance (M-2T-1C)

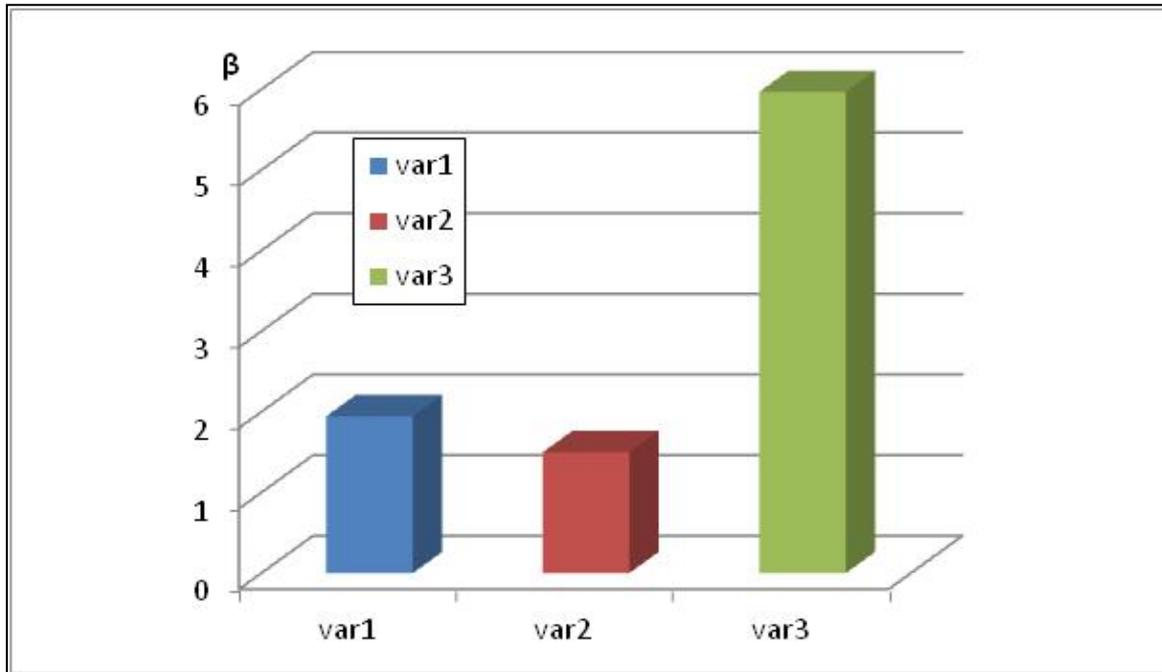
### V.3.5. Indice de fiabilité

La figure (V.22) présente l'évolution de l'indice de fiabilité pour les trois variantes de sandwich étudiés en fonction de la charge extérieure appliquée.



**Figure.V.22.** Indice de fiabilité en fonction du chargement

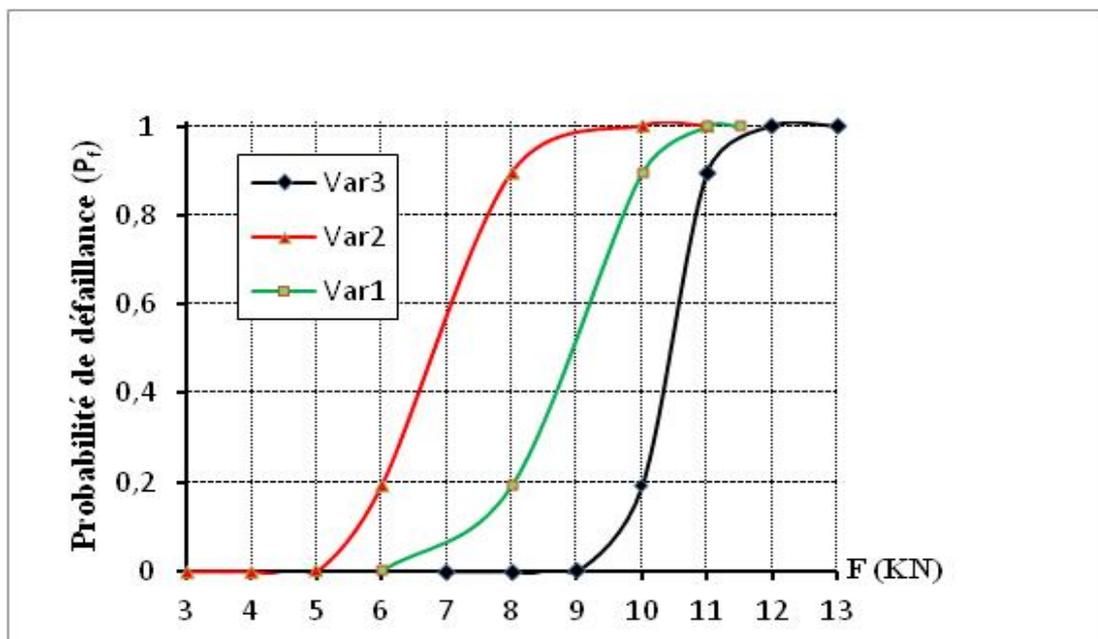
L'indice reflète le risque d'apparition de fissures dans les peaux, ainsi que l'évolution de l'endommagement sur les différentes parois étudiées. La fiabilité diminue de façon significative en fonction du chargement extérieur appliqué.



**Figure.V.23.** Confrontation de l'indice de fiabilité  $\beta$  pour les différentes variantes

### V.3.6. Probabilité de défaillance

L'analyse de fiabilité des applications mécaniques repose typiquement sur des probabilités ou des distributions de probabilité des propriétés des matériaux et consiste à propager des incertitudes et/ou des méconnaissances dans des modèles de calcul spécifiques afin d'obtenir une probabilité de défaillance d'une fonction du système étudié pour un scénario de défaillance donné. En ce qui concerne nos structures sandwichs, la défaillance apparaît et évolue en fonction des sollicitations extérieures appliquées figure (VI.25).



**Figure.V.25.** Probabilité de défaillance

La confrontation des courbes donnant la probabilité de défaillance en fonction du chargement appliqué des 03 variantes de sandwichs considérés dans notre étude, est illustrée par la figure.VII.24. La figure montre que la structure sandwich à âme composée d'une plaque cellulosique renforcée de quatre tissus (M 1C 4T) présente une capacité portante assez prometteuse et la probabilité de défaillance est atteinte pour une force de  $F=12.24$  KN. Par contre les deux autres variantes à savoir la variante 1 et la variante 2, leur probabilité de défaillance correspondent à des contraintes ultimes de rupture respectives égales à  $F=11$  KN et  $F=9.50$  KN.

### **Conclusion du chapitre**

Ce chapitre est consacré à la présentation de la démarche fiabiliste nécessaire dans l'étude des problèmes mécaniques. Nous avons rappelé ses objectifs, ses produits, les différentes étapes de sa mise en place et l'enjeu de prendre en compte les informations relatives à la microstructure (incertitudes, mode de défaillance) et leurs conséquences sur la fiabilité macroscopique du matériau. La démarche fiabiliste permet la compréhension des mécanismes physiques mis en jeu et la mise en évidence des variables aléatoires prépondérantes choisies dans la modélisation. Une analyse fiabiliste sera réalisée dans ce travail à travers l'application de la méthode FORM pour estimer consiste à estimer l'évolution de l'indice de fiabilité des poutres en béton composite en fonction du chargement appliqué

La probabilité de défaillance du système mécanique de la structure sandwich a été estimée par application de la méthode FORM. La variable utilisée est l'effort de rupture obtenu à partir des essais réalisés sur les différents sandwichs à âme combinée. La valeur de l'indice de fiabilité est égale respectivement à 7,99 pour la combinaison M-1C-4T, 5,83 pour M-1C-2T et 4,01 pour M-2C-3T. Ces résultats permettent d'estimer le domaine de défaillance, d'analyser l'évolution des résistances et enfin de quantifier l'intégrité des différents sandwichs vis-à-vis de la ruine, sous des sollicitations de flexion







## *Chapitre VI*

### *Simulation numérique*

## VI.1. Présentation de Castem

Castem est un logiciel de calcul de structures par la méthode des éléments finis et plus généralement de résolution d'équations aux dérivées partielles par la méthode des éléments finis. Il a été développé au Département de Mécanique et Technologie (DMT) du Commissariat à l'Energie Atomique (CEA). La principale particularité de Castem, est d'être extrêmement adaptable aux multiples applications propres à chaque utilisateur.

### VI.2.1. Introduction

Le modèle d'endommagement de Mazars est un modèle simple et stable numériquement basé sur la mécanique de l'endommagement qui calcule la diminution de rigidité sous l'effet de l'apparition des microfissures dans le matériau. La rigidité est modélisée par une variable interne scalaire  $D$  décrivant l'endommagement isotrope mais pouvant distinguer l'endommagement en traction de celui en compression. Le modèle possède un inconvénient qui est celui de la localisation des fissures.

### VI.2.2. Description du modèle

Le modèle de Mazars a été développé avec la mécanique de l'endommagement isotrope permettant de calculer la contrainte dans le matériau par la relation suivante :

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - D)\mathbf{A}\boldsymbol{\varepsilon}^e \quad [6.1]$$

$\mathbf{A}$  : est la matrice de Hooke,  $D$  : la variable scalaire d'endommagement et  $\boldsymbol{\varepsilon}^e$  est le tenseur de déformation élastique. La variable scalaire d'endommagement  $D$  résulte de la combinaison linéaire des endommagements en traction  $D_t$  et compression  $D_c$  comme suit :

$$D = \alpha_t^\beta D_t + (1 - \alpha_t^\beta) D_c \quad [6.2]$$

Les endommagements de traction et compression sont définis par les relations suivantes :

$$D_t = 1 - \frac{\varepsilon_{d0}(1 - A_t)}{\varepsilon_{eq}} - A_t e^{-B_t(\varepsilon_{eq} - \varepsilon_{d0})} \quad [6.3]$$

$$D_c = 1 - \frac{\varepsilon_{d0}(1 - A_c)}{\varepsilon_{eq}} - A_c e^{-B_c(\varepsilon_{eq} - \varepsilon_{d0})} \quad [6.4]$$

Les relations VI.3 et VI. 4 donnent des valeurs de  $D_t$  et  $D_c$  comprises dans l'intervalle [0 1].

Les paramètres  $A_t$ ,  $A_c$ ,  $B_t$ ,  $B_c$  et  $\varepsilon_{d0}$  sont des paramètres du matériau à identifier.

$\varepsilon_{eq}$  est la déformation équivalente qui permet de traduire l'état de déformation triaxial par une équivalence à un état uniaxial. Elle est définie à partir des valeurs propres positives du tenseur de déformation :

$$\varepsilon_{eq} = \sqrt{\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_+ : \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_+}$$

Qui peut s'écrire dans le repère principal du tenseur de déformation comme suit :

$$\varepsilon_{eq} = \sqrt{\langle \varepsilon_1 \rangle_+^2 + \langle \varepsilon_2 \rangle_+^2 + \langle \varepsilon_3 \rangle_+^2} \quad [6.5]$$

Ou,

$$\begin{cases} \langle \varepsilon_i \rangle_+ = \varepsilon_i & \text{si } \varepsilon_i > 0 \\ \langle \varepsilon_i \rangle_+ = 0 & \text{si } \varepsilon_i < 0 \end{cases} \quad [6.6]$$

Le coefficient  $\alpha_t$  qui réalise un couplage entre l'endommagement en traction et celui en compression est telle qu'en l'absence totale de traction, il prend la valeur nulle ( $\alpha_t=0$ ) et en l'absence totale de compression, il prend la valeur 1 ( $\alpha_t=1$ ). Il est défini par :

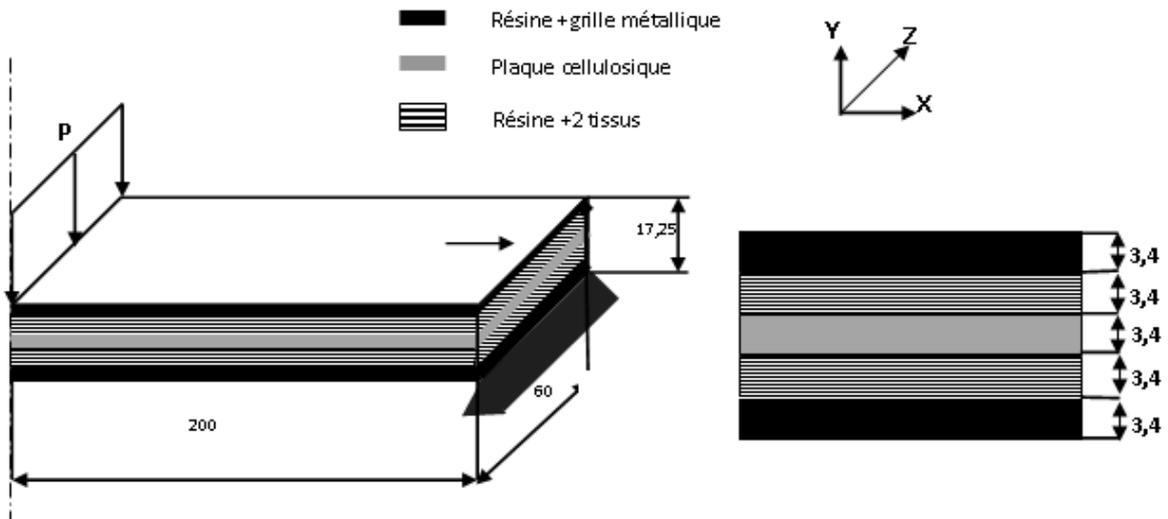
$$\alpha_t = \frac{\sum_{i=1}^3 (\langle \varepsilon_i \rangle_+ \varepsilon_{ii})}{\varepsilon_{eq}^2} \quad [6.7]$$

Où  $\varepsilon_{ii}$  est la composante principale de déformation créée par les contraintes principales positives. Sous forme tensorielle, nous avons :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_t = \frac{1+\nu}{E} \langle \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \rangle_+ - \frac{\nu}{E} tr(\langle \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \rangle_+) \quad [6.8]$$

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{1-D} \quad \text{Avec } \tilde{\sigma} : \text{les contraintes effectives.}$$

Le coefficient  $\beta$  de l'équation VI.2 est un paramètre matériau qui permet, lorsqu'il est supérieur à 1 d'améliorer la réponse en cisaillement.



**Figure .VI.1.** Description du matériau composite et géométrie des échantillons.

### Conclusion du chapitre

La simulation numérique est réalisée en utilisant le code de calcul à base d'éléments finis introduit dans logiciel CASTEM. Cette simulation englobe deux parties :

- ✓ le modèle choisi pour le calcul mécanique est élastoplastique parfait pour les couches de résine et élastique parfait pour la couche médiane constituée par la plaque cellulosique.
- ✓ nous avons adopté un comportement post-élastique de la poutre de type endommagement, en appliquant le modèle de Mazars, qui distingue bien l'endommagement en traction et celui en compression.

## *Conclusion générale*

## *Conclusion générale*

Le travail présenté dans cette thèse, a pour objectif l'analyse des composites sandwichs et la qualification de leur intégrité vis-à-vis de la ruine, compte tenu des critères d'intégrité, de durabilité et de vulnérabilité dans la conception et la maintenance des structures composites. Au cours de ce travail, il a été constaté, au travers de nombreuses publications et travaux de thèse, que le comportement des structures sandwichs a été plus au moins traité. Cependant, peu de travaux ont porté sur l'utilisation de matériaux issus de la récupération dans la conception des sandwichs.

En partant d'une approche d'actualité, basée sur une logique d'éco-conception et de mise en valeur des ressources naturelles, la recherche réalisée est en grande partie dédiée à l'analyse du comportement mécanique sous un chargement statique monotone (traction, flexion) et physico-chimique (analyse par les électrons secondaires, EDS-X, vieillissement,...), d'un sandwich composite constitué de deux peaux en fibres métalliques imprégnées de résine époxyde et d'une âme respectivement, en polystyrène, en polyuréthane et combinée (plaque cellulosique renforcée de tissu). Pour cette dernière, plusieurs séquences d'empilement ont été considérées, à savoir : M-1C-2T, M-1C-4T et M-2C-3T. L'objectif de la caractérisation est de quantifier les différentes résistances, la durabilité et surtout la qualification de l'intégrité de ces structures sandwichs vis à vis de la ruine, par, respectivement une analyse expérimentale et une modélisation analytique et numérique.

Les panneaux sandwichs ont été réalisés, au laboratoire, par le mode de moulage au contact, à température ambiante. Les essais de flexion et de traction ont été menés sur une machine de type Ibertest, assistée par ordinateur muni d'un logiciel d'acquisition de résultats Wintest. Les résultats expérimentaux montrent qu'une résistance de 0,73 Kn est obtenue par le sandwich constitué d'âme combinée constituée d'une plaque cellulosique renforcée de deux tissus de chaque face, alors qu'elle ne dépasse pas 0,22Kn et 0,18 Kn respectivement pour les sandwichs à âme en polyuréthane et en polystyrène. Pour le sandwich constitué d'une âme composée de deux plaques cellulosiques renforcées de trois (03) tissus déposés sur les faces des plaques, on observe un meilleur comportement, en effet, la moyenne des valeurs de la charge qui correspond à l'état limite élastique est de 0,58 Kn, alors qu'elle est, respectivement de 0,30 Kn pour un déplacement de 15,91 mm et de 0,20 Kn pour un déplacement de 10,3 mm pour les sandwichs à âmes en polyuréthane et en polystyrène. Après la phase élastique, les courbes tendent à avoir un comportement non linéaire jusqu'à la rupture des éprouvettes. Les caractéristiques mécaniques de résistance de la plaque cellulosique et du tissu, utilisés dans la réalisation des âmes combinées des sandwichs ont été déterminées à partir des essais de traction directe. La plaque cellulosique et le tissu ont présenté un comportement linéaire jusqu'à ce que les déplacements atteignent, respectivement les valeurs de 13,9 mm et 24,4mm sous une charge de 1,15 Kn et 0,496 Kn. Les deux matériaux ont présenté un comportement élastique avec une rupture plus au moins fragile.

L'analyse microstructurale des éprouvettes endommagées est réalisée par microscopie électronique à balayage, la plaque cellulosique apparaît sur les microstructures en couleur sombre par contre les fibres de tissu apparaissent avec une couleur blanchâtre. Aucun délaminage, au niveau de la zone centrale, n'a été observé. Au stade de la rupture, un délaminage est observé au niveau de la plaque cellulosique dans la cannelure avec un léger décollement au niveau de l'interface fibre -plaque cellulosique. Pour le cas du sandwich à âme composée de trois tissus et de deux plaques cellulosiques, un délaminage au niveau de l'interface plaque cellulosique -tissu est observé.

Pour la détermination de la probabilité de défaillance de la structure sandwich proposée, sous l'effet d'un chargement de flexion, une analyse probabiliste – fiabiliste est réalisée. La valeur du module de Weibull « m » est égale respectivement à 3,977 pour la combinaison M-1C-2T ; 2,812 pour M-2C-3T et 4,155 pour M-1C-4T. Ces valeurs s'inscrivent dans les plages relatives aux matériaux composites, présentées dans beaucoup de travaux de recherche. La probabilité de défaillance du système mécanique de la structure sandwich a été estimée par application de la méthode FORM. La variable utilisée est l'effort de rupture obtenu à partir des essais réalisés sur les différents sandwiches à âme combinée. La valeur de l'indice de fiabilité est égale respectivement à 7,99 pour la combinaison M-1C-4T, 5,83 pour M-1C-2T et 4,01 pour M-2C-3T. Ces résultats permettent d'estimer le domaine de défaillance, d'analyser l'évolution des résistances et enfin de quantifier l'intégrité des différents sandwiches vis-à-vis de la ruine, sous des sollicitations de flexion. Le modèle numérique utilisé dans cette étude a permis de simuler le comportement de ces sandwiches. L'influence des différentes grandeurs (résistances des constituants, déformations, densité de l'âme, séquence d'empilement, épaisseur, ...) sur la résistance du sandwich est montrée à travers les résultats obtenus. Tous les résultats expérimentaux et théoriques corroborent de manière très satisfaisante la proposition développée, basée sur l'apport de la combinaison des performances des matériaux utilisés dans la réalisation des âmes combinées des structures sandwiches.

## **Perspectives**

Au terme de cette étude, des prolongements directs de ce travail tant sous d'autres aspects expérimentaux que numériques sont à encourager, en s'intéressant à plusieurs matériaux issus de la récupération, qui doivent présenter une compatibilité de travail mécanique. En perspective, nous proposons de remplacer les plaques cellulósiques à cannelures existantes dans l'âme par des plaques en liège, un agglomérat de copeaux de bois usiné, ou en chanvre et le tissu par du jute ou tout autre tissu dont l'orientation des trames et des chaînes présentent un angle d'orientation non perpendiculaire.

## *Références bibliographiques*

## *Bibliographie*

- [1] BERTHELOT J-M, "Matériaux composites, comportement mécanique et analyses des structures" 2ème Edition, Masson, Paris, 1996, ISBN: 2-225-85425-4.
- [2] DANIEL GAY. "Matériaux composites". 4ème édition, Hermé Paris 1997, ISSN 1158-3509.
- [3] S.P.TIMOSHENKO, J.N.COODIER,"Theory of elasticity ", International student edition, 1982
- [4] TRIANTAFILLOU T. C, GIBSON L. J., Materials Science and Engng, 95:37-53, 1987
- [5] JIN DAI, HAHN H., composite structure, 61: 247-253, 2003
- [6] AVILA A. F., composite structures, 81: 323-330, 2007
- [7] YOSHI A., Advanced Composite Materials, 2(4): 289-305, 1992
- [8] THOMESSEN O. T., Composite structures, 30: 85-101, 1995.
- [9] BELOUETTAR S, ABBADI A, AZARI Z, BELOUETTAR R, FRERES P., Composites structures, 87: P265-273, 2009.
- [10] HEXCEL Composite. HexWeb tm honeycomb sandwich design technology.  
<http://www.hexcelcomposite.com>, 2004.
- [11] Kelsey S, Gellatly RA, Clark BW., Aircraft Engng, 30 (3) : 249-308, 1958.
- [12] Arias F, Kenis Paul J. A, Xu B., J. Mater. Res, 16 : 597-605, 2001.
- [13] H. E. Daniels, "The statistical theory of the strength of bundles of threads I", Proc. R. Soc., Vol. A183, pp. 405-435, 1945.
- [14] S.L. Phoenix, "Statistical issues in the fracture of brittle-matrix fibrous composites", Comp. Science and Technology, Vol. 48, pp 65-80, 1993.
- [15] B.W. Rosen, "Tensile failure of fibrous composites", AIAA Journal, Vol. 2, n° 11, pp. 1985-1991, 1964.
- [16] M. Sutcu, "Statistical fibre failure and single crack behavior in uniaxially reinforced ceramic composites", J. of Mat. Science. Vol 23, pp 928-933, 1988.
- [17] W. A. Curtin, "Theory of mechanical properties of ceramic-matrix composites", J. Am. Ceram. Soc., Vol 74, n°11, pp 2837-2845, 1991.
- [18] F. Hild, J.M. Domergue, F.A. Leckie & A.G. Evans, " Tensile and flexural ultimate strength of fiber-reinforced ceramic matrix composites ", Int. J. Solids Structures, Vol. 31, n°7, pp 1035-1045, 1994.
- [19] C. Zweben, "Tensile failure of fiber composites", AIAA Journal, Vol. 2, pp

2325-2331, 1968.

[20] D. G. Harlow, "Probabilistic models for the tensile strength of composite materials", D. Phil. Thesis, Cornell University, USA, 1977.

[21] D. G. Harlow & S.L. Phoenix, " Probability distributions for the strength of composite materials I : two-level bounds ", Int. J. of Fracture, Vol. 17, n°4, pp 341-372, 1981.

[22] D. G. Harlow & S.L. Phoenix, " Probability distributions for the strength of composite materials II : a convergent sequence of tight bounds ", Int. J. of Fracture, Vol. 17, n°6, pp 601-630, 1981.

[23] S. B. Batdorf, "Tensile strength of unidirectionnally reinforced composites", J. Reinfor. Plast. & Comp., Vol. 1, pp 153-163, 1982.

[24] Matthews F.L., Rawlings R.D., Composite materials: engineering and science, Ed. Woodhead Publishing Ltd & CRC Press, 2003.

[25] Lemaire M., Fiabilité des structures : couplage mécano-fiabiliste statique, Ed. Hermès-Lavoisier, Paris, 2005.

[26] Richard F., "Approche fiabiliste de la défaillance des composants en matériaux composites", cours de master mécanique, Université de Franche-Comté, 2004.

[27] Guédé Z., "Approche probabiliste de la durée de vie des structures sollicitées en fatigue thermique", thèse de doctorat, Université de Clermont II, 2005.

[28] Jolion J.-M., Probabilités et statistiques, cours de l'INSA Lyon, 2006 ([www.rfv.insa-lyon.fr/~jolion/PS/poly\\_stat.pdf](http://www.rfv.insa-lyon.fr/~jolion/PS/poly_stat.pdf)).

[29] Lyonnet P., Ingénierie de la fiabilité, Ed. Tec & Doc, Lavoisier, Paris, 2006.

[30] Maynadier J., "Approches statistiques et fiabilistes en dynamique des structures", thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse, 2003.

[31] Hasofer A.M., Lind N.C., "Exact and invariant second moment code format", J. Engng Mech. Division, ASCE, vol. 100, pp. 111-121, 1974.

[32] Ditlevsen O., Madsen H., Structural reliability analyses, Ed. J. Wiley & Sons, Chichester, 1996.

[33] Melchers R.E., "Radial importance sampling for structural reliability", J. Engng Mech. vol. 116, n°1, pp. 189-203, 1990.

[34] Richard F., Rousseau J., Ferry L., Perreux D., "Optimisation du dimensionnement d'une structure composite : prise en compte du risque de défaillance", Rev. Comp. Mater. Avancés, vol. 8, pp. 167-188, 1998.

- [35] Weibull W., "A statistical theory of the strength of materials", Royal Swed. Inst. Eng. Res., Vol. 151, 1939.
- [36] Baxevanakis C., Jeulin D., Lebon B., Renard J., "Fracture statistics modeling of laminate composites", Int. J. Solids Structures, vol. 35, n°19, pp. 2505-2521, 1998.
- [37] Calard V., Lamon J., "Failure of fiber bundles", Comp. Sci. Tech., vl. 64, pp. 701-710, 2004.
- [38] Daniels H.E., "The statistical theory of the strength of bundles threads", Proc. Royal Soc. London, vol. 183, pp. 405-429, 1945.
- [39] Desrumaux F., Meraghni G., Benzeggagh M.L., "Micromechanical modeling coupled to a reliability approach for damage evolution prediction in composite materials", Appl. Comp. Mater., vol. 7, pp. 231-250, 2000.
- [40] Foret G., Ehrlacher A., Sab K., "Etude probabiliste de la rupture des composites unidirectionnels. Application aux câbles de précontrainte", Rev. Comp. Mater. Avancés, vol. 8, pp. 121-135, 1998.
- [41] Gao Z., "Reliability of composite materials under general plane loadings", J.Reinf. Plastics Comp., vol. 12, pp. 430-456, 1993.
- [42] Zweben C., "Tensile failure of fiber composites", AIAA Journal, vol. 6, n°12, pp. 2325-2331, 1968.
- [43] Boyer C., Béakou A., Lemaire M., "Design of a composite structure to achieve a specified reliability level", Reliab. Engng Sys. Safety, vol. 56, pp. 273-283, 1997.
- [44] Frangopol D.M., Recek S., "Reliability of fiber-reinforced composite laminate plates", Prob. Engng Mech., vol. 18, pp. 119-137, 2003.
- [45] Guedes Soares C., "Reliability of components in composite materials", Reliab.Engng Syst. Safety, vol. 55, pp. 171-177, 1997.
- [46] Gurvich M.R., Pipes R.B., "Reliability of composites in a random stress state", Comp. Sci. Tech., vol. 58, pp. 871-881, 1998.
- [47] Kam T.Y., Chang E.S., "Reliability formulation for composite laminates subjected to first-ply failure", Comp. Struct., vol. 38, n°1-4, pp. 447-452, 1997.