



*Mémoire de fin d'études*  
Présenté en vue de l'obtention  
du Diplôme d'Ingénieur d'Etat en Electronique

Option : contrôle

Thème :

*Commande multiboucle d'une  
colonne de distillation*

Proposé et dirigé par :  
Mr MAIDI Ahmed

Présenté par :  
Mlle AIT KAID Souhila  
Mr HADJ BELKACEM Farid

Promotion : 2008/2009

Soutenu le : 04/07/2009

# Remerciements

*Il nous est agréable d'exprimer notre profonde gratitude à notre promoteur M. MAIDI.A qui nous a aidé et soutenu tout au long de notre travail, et qui n'a jamais manqué de nous orienter et de nous conseiller. Qu'il trouve ici l'expression de notre respect et de notre profonde reconnaissance.*

*Nos remerciements les plus sincères vont à Mesdames et Messieurs les membres du jury, qui nous ont fait l'honneur d'accepter de juger ce modeste travail. Pour cela, ainsi que pour leurs commentaires sur le mémoire, nous leur exprimons notre profonde gratitude.*

*Nous sommes aussi reconnaissants à tous les enseignants qui nous ont soutenus tout au long des nos études. Qu'ils trouvent ici l'expression de nos sentiments les plus respectueux.*

*Nous tenons à remercier également nos amis et nos familles pour leur soutien, ils ont subi les moments de découragement et ont su trouver les mots qui nous ont donnés les motivations nécessaires pour terminer ce travail.*

# *Dédicaces*

*Je dédie ce modeste travail :*

- *À ceux qui me sont très chers, m'ont éduqué, soutenu, et qui n'ont jamais cessé de m'aider et de m'encourager durant toutes mes études, mes parents que j'aime beaucoup.*
- *À mes frères : Cherif et sa femme Katiana, Meziane et Samir.*
- *À mes sœurs : Yamina et Nacera.*
- *À tous mes amis (es) et en particulier : Moh-Aly, Cherif et sa fille Choucha, ami Saïd, Madjid, Ali, Khaled, et surtout ma collègue Souhila.*
- *À tous mes camarades de la promotion, notamment ceux de l'option contrôle.*

*Farid*

# *Dédicaces*

*Je dédie ce modeste travail :*

- *A mes très chers parents*
- *A khalti et vava mouh*
- *A mes frères et sœurs*
- *A mes cousins et cousines*
- *A toute ma famille*
- *A tout mes amis(es)*
- *Aux électroniciens promo 2009*
- *A mon collègue Farid.*

# SOMMAIRE

***Introduction générale :.....01***

## ***Chapitre I : Introduction aux systèmes multivariables :***

**I.1- Introduction.....03**

**I.2- Système multivariable.....03**

**I.2.1- Définition.....03**

**I.2.2- Représentation.....04**

**I.2.2.1 Représentation par matrice de fonction de transfert.....04**

**I.2.2.2 Représentation par modèle d'état.....05**

**I.2.2.3 Passage de la représentation d'état à la matrice fonction de transfert.....07**

**I.3 Commande des systèmes multivariables.....09**

**I.3.1 Commande multiboucle.....09**

**I.3.1.1 Choix des couples entrées-sorties.....10**

**I.3.1.2 Réglage.....12**

**I.3.2 Commande multivariable.....13**

**I.3.2.1 Découplage pour un système**

**(2× 2).....14**

**I.4 Avantages pratiques de la commande multiboucle.....17**

**I.5 Analyse des interactions et la commande multiboucle.....18**

**I.6 Conclusion.....18**

## ***Chapitre II : Analyse des interactions dans un système multivariable :***

<b>II-1</b>	Introduction.....	<b>19</b>
<b>II-2</b>	Définition de l'interaction dans un système à grande échelle.....	<b>19</b>
<b>II-3</b>	Explication du phénomène d'interaction.....	<b>20</b>
<b>II.4</b>	Méthodes d'analyse des interactions.....	<b>22</b>
<b>II.4.1</b>	Méthodes d'analyse directe (en boucle ouverte).....	<b>22</b>
<b>II.4.2</b>	Méthodes d'analyse indirecte (en boucle fermée).....	<b>22</b>
<b>II.5</b>	Matrice des Gains Relatifs (RGA).....	<b>24</b>
<b>II.5.1</b>	Calcul de la Matrice des Gains Relatifs (RGA).....	<b>27</b>
<b>II.5.2</b>	Propriétés de la Matrice des Gains Relatifs.....	<b>29</b>
<b>II.5.3</b>	Interprétation de la Matrice des Gains Relatifs.....	<b>29</b>
<b>II.5.4</b>	Exemple d'application de la RGA sur un système (2×2) .....	<b>31</b>
<b>II.6</b>	Conclusion.....	<b>33</b>

## ***Chapitre III : Commande multiboucle d'un système multivariable :***

<b>III.1</b>	Introduction.....	<b>34</b>
<b>III.2</b>	Objectif de la correction.....	<b>34</b>
<b>III.3</b>	Notation et Définition.....	<b>35</b>
<b>III.4</b>	Actions élémentaires.....	<b>37</b>

# SOMMAIRE

***Introduction générale :.....01***

## ***Chapitre I : Introduction aux systèmes multivariables :***

**I.1- Introduction.....03**

**I.2- Système multivariable.....03**

**I.2.1- Définition.....03**

**I.2.2- Représentation.....04**

**I.2.2.1 Représentation par matrice de fonction de transfert.....04**

**I.2.2.2 Représentation par modèle d'état.....05**

**I.2.2.3 Passage de la représentation d'état à la matrice fonction de transfert.....07**

**I.3 Commande des systèmes multivariables.....09**

**I.3.1 Commande multiboucle.....09**

**I.3.1.1 Choix des couples entrées-sorties.....10**

**I.3.1.2 Réglage.....12**

**I.3.2 Commande multivariable.....13**

**I.3.2.1 Découplage pour un système**

**(2× 2).....14**

**I.4 Avantages pratiques de la commande multiboucle.....17**

**I.5 Analyse des interactions et la commande multiboucle.....18**

**I.6 Conclusion.....18**

## ***Chapitre II : Analyse des interactions dans un système multivariable :***

<b>II-1</b>	Introduction.....	<b>19</b>
<b>II-2</b>	Définition de l'interaction dans un système à grande échelle.....	<b>19</b>
<b>II-3</b>	Explication du phénomène d'interaction.....	<b>20</b>
<b>II.4</b>	Méthodes d'analyse des interactions.....	<b>22</b>
<b>II.4.1</b>	Méthodes d'analyse directe (en boucle ouverte).....	<b>22</b>
<b>II.4.2</b>	Méthodes d'analyse indirecte (en boucle fermée).....	<b>22</b>
<b>II.5</b>	Matrice des Gains Relatifs (RGA).....	<b>24</b>
<b>II.5.1</b>	Calcul de la Matrice des Gains Relatifs (RGA).....	<b>27</b>
<b>II.5.2</b>	Propriétés de la Matrice des Gains Relatifs.....	<b>29</b>
<b>II.5.3</b>	Interprétation de la Matrice des Gains Relatifs.....	<b>29</b>
<b>II.5.4</b>	Exemple d'application de la RGA sur un système (2×2) .....	<b>31</b>
<b>II.6</b>	Conclusion.....	<b>33</b>

## ***Chapitre III : Commande multiboucle d'un système multivariable :***

<b>III.1</b>	Introduction.....	<b>34</b>
<b>III.2</b>	Objectif de la correction.....	<b>34</b>
<b>III.3</b>	Notation et Définition.....	<b>35</b>
<b>III.4</b>	Actions élémentaires.....	<b>37</b>

<b>III.4.1</b> Action Proportionnelle P.....	<b>37</b>
<b>III.4.2.</b> Action intégrale.....	<b>38</b>
<b>III.4.3</b> Action dérivée.....	<b>38</b>
<b>III.5</b> Correcteur Proportionnel Intégral Dérivée PID.....	<b>40</b>
<b>III.5.1</b> Synthèse des correcteurs PID dans l'environnement multivariable.....	<b>41</b>
<b>III.5.2</b> Méthode de Ziegler et Nichols.....	<b>41</b>
<b>III.5.3</b> Méthode du plus grand module (BLT).....	<b>43</b>
<b>III-6</b> Conclusion.....	<b>46</b>
<b><i>Chapitre IV : Application à la commande multiboucle d'une colonne de distillation :</i></b>	
<b>IV.1</b> Introduction.....	<b>47</b>
<b>IV.2</b> Généralités sur le fonctionnement des colonnes de distillation.....	<b>47</b>
<b>IV.3</b> Schéma de la colonne de distillation.....	<b>48</b>
<b>IV.4</b> Modélisation d'une colonne de distillation.....	<b>50</b>
<b>IV. 5</b> Analyse des interactions par la RGA.....	<b>51</b>
<b>IV. 6</b> Synthèse des correcteurs PI.....	<b>53</b>
<b>IV.7</b> Changement de consignes.....	<b>55</b>
<b>IV7.1</b> Changement de la consigne $c_1$ .....	<b>54</b>
<b>IV.7.2</b> Changement de la consigne $c_2$ .....	<b>55</b>
<b>IV.8.</b> Rejet de perturbation.....	<b>60</b>
<b>IV.9</b> Conclusion.....	<b>63</b>
<b><i>Conclusion générale</i></b> .....	<b>64</b>

# Indices

- A** : matrice d'incidence
- $a_{ij}$  : l'élément  $(i,j)$  de la matrice **A**
- B** : débit de résidu
- BLT** : méthode du plus grand module
- bo** : boucle ouverte
- bf** : boucle fermée
- $c_j$  : la  $j$ -ième consigne du système
- D** : débits de distillat
- $D_{ij}(s)$  : fonction de transfert du découpleur entre la  $j$ -ième commande et la  $i$ -ième sortie
- $e(t)$  : erreur entre la consigne et la sortie
- F** : facteur de dérèglage
- G(s)** : matrice fonction de transfert en boucle ouverte
- G<sub>c</sub>(s)** : matrice fonction de transfert du correcteur
- $G_{ij}$  : fonction de transfert entre la  $j$ -ième commande et la  $i$ -ième sortie
- $g_{ij}(s)$  : fonction de transfert entre la  $j$ -ième commande et la  $i$ -ième sortie
- $g_{cij}(s)$  : fonction de transfert du correcteur de la boucle  $[u_j, y_i]$
- I** : matrice identité
- $K_c$  : gain du correcteur **PID**
- $K_{cr}$  : gain critique
- $K_p$  : gain proportionnel du régulateur **PID**
- $K_s$  : matrice des gains statiques de **G(s)**
- $K_{ZN}$  : gain de réglage déterminé par la méthode de Ziegler-Nichols

$L$	:	reflux liquide
$L^{cm}$	:	module logarithmique en boucle fermée du système multivariable
$L_{1,max}^{1cm}$	:	valeur maximale de $L^{cm}$
$M_B$	:	rétenion au rebouilleur
$M_D$	:	rétenion au condenseur
$m$	:	nombre de commande du système
$N$	:	est le coefficient correspondant au gain du module dérivé filtrée
$P$	:	pression
PI	:	correcteur proportionnel intégral
PID	:	correcteur proportionnel intégral dérivé
$P_u$	:	période d'oscillation
$Q_B$	:	énergie nécessaire à l'opération de séparation
$Q_c$	:	chaleur absorbée
RGA	:	Matrice des Gains Relatifs
$R_i$	:	consigne
$r$	:	nombre de sorties du système
$s$	:	opérateur de Laplace
$t$	:	temps
$T_d$	:	constante de temps d'action dérivée
$T_i$	:	constante d'intégration
$u$	:	vecteur de commande sans retour de sorties
$u_0$	:	valeur initial de $u(t)$
$\mu$ (s)	:	le rapport des fonctions de transfert en boucle ouverte e en boucle fermée
$V$	:	Flux vapeur

- $W(j\omega)$  :  $W(j\omega) = -1 + \text{Det}[1 + G(s)G_c(s)]$
- $x_B$  : composition du bas de la colonne
- $y$  : vecteur de sortie
- $y_D$  : débit de vapeur au rebouilleur
- $\lambda_{ij}$  : gain relatif en boucle ouverte entre  $u_j$  et  $y_i$
- $z_F$  : alimentation qui représente la perturbation
- $Z_i$  : perturbation attaquant la  $i$ -ième sortie
- $(.)^T$  : la transposée d'une matrice
- $(.)^{-1}$  : l'inverse d'une matrice

# *Introduction générale*

L'émergence, ces dernières années, des nouvelles techniques puissantes pour la synthèse des régulateurs monovariables avec des algorithmes facilement informatibles, a permis la résolution de beaucoup de problèmes de commandes monovariables. Pour tirer profit de ces méthodes dans le cas des systèmes multivariables, qui représentent la plus grande partie des procédés industriels, l'adoption de la technique multiboucle se présente comme la solution adéquate. Cette dernière consiste à créer autant de boucles de retour que de couple entrées-sorties, c'est-à-dire à considérer le procédé multivariable comme constitué de  $m$  sous systèmes monovariables évoluant en parallèle.

L'existence des interactions entre les variables d'entrées-sorties du système est la cause principale pour laquelle la synthèse et le fonctionnement du système en multiboucle sont difficiles. En effet, le changement d'une variable d'entrée provoque des changements de plusieurs variables de sorties ; ce qui rend difficile le maintien de ces dernières à leurs consignes et affecte considérablement les performances des boucles.

La technique de commande multiboucle donne un niveau de performances acceptable dans la majorité des cas. La synthèse d'un système de commande multiboucle s'effectue en deux étapes :

Étape 1. Détermination de la meilleure configuration de commande :

Le choix de la configuration de commande adéquate, c'est-à-dire la configuration dont les interactions entre les boucles de commande résultantes sont très faibles, est dicté par l'utilisation d'une méthode d'analyse des interactions qui permet aussi d'évaluer le niveau d'interactions entre les variables du système. Plusieurs méthodes d'analyse des interactions existent dans la littérature, telle que la Matrice des Gains Relatifs (RGA), développée par Bristol, qui a bénéficié d'une large utilisation dans le domaine industriel.

Étape 2. Choix de la loi de commande et détermination des paramètres du régulateur pour chaque boucle assurant les performances désirées :

Après un choix adéquat de la configuration de commande, avec un niveau d'interaction très faible, la détermination des paramètres optimaux du correcteur multiboucle reste l'étape la plus importante pour atteindre les performances désirées.

Dans le présent mémoire, nous nous intéresserons à la commande multiboucle d'une colonne de distillation dont l'objectif consiste à concevoir des correcteurs PID assurant les performances désirées en boucle fermée.

Le mémoire est organisé comme suit :

Dans le chapitre I, quelques rappels sur les systèmes multivariables qui seront utilisés tout au long de ce travail ont été présentés. Nous présentons également deux méthodes de commande à savoir la commande multivariable et la commande multiboucle ; et on citera quelques avantages pratiques de la commande multiboucle par rapport à l'autre commande.

Le chapitre II, est consacré à la théorie d'analyse des interactions. En premier lieu nous définissons tout en expliquant le phénomène d'interaction existant dans le système multivariable, par la suite, nous présenterons d'une manière détaillée l'une des méthodes d'analyse des interactions qui est la Matrice des Gains Relatifs (Relative Gain Array RGA). Cette méthode permet de choisir la meilleure configuration de commande pour un système multivariable.

Dans le chapitre III, après avoir présenté les différentes actions d'un correcteur PID et l'objectif de la correction, nous abordons de façon détaillée deux méthodes de synthèse des correcteurs PID dans l'environnement monovarié, en l'occurrence la méthode de Ziegler-Nichols, et la méthode de synthèse des correcteurs PID dans un environnement multivariable qui est la méthode du plus grand module (BLT).

Le chapitre IV a pour objectif d'illustrer l'application des différentes approches présentées pour la conception d'un système de commande multiboucle, à base de deux correcteurs PI, pour une colonne de distillation à deux variables de commandes et à deux variables à commander. Pour évaluer les performances du système de commande, des tests de simulation concernant la poursuite de consignes et le rejet de la perturbation seront réalisés.

Notre mémoire se termine par une conclusion sur l'ensemble de ce travail et nous proposons des perspectives de continuité de travail.

# *Chapitre I*

## I.1 Introduction

Les procédés industriels au niveau des variables stratégiques sont très fréquemment multivariables. En effet, la quasi-totalité des systèmes industriels comprennent au moins deux variables de sortie : le débit de la matière ainsi que sa qualité.

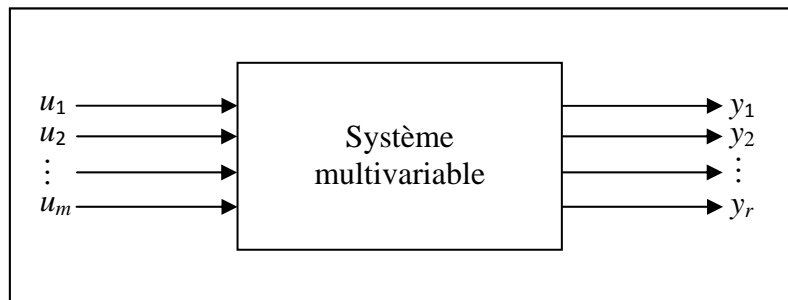
La commande de ces procédés constitue un objectif fondamental dans le domaine de l'automatique ; et demande une démarche rigoureuse pour aboutir aux résultats désirés. Plusieurs techniques de commande ont été développées dans ce sens et dans le but de réduire le phénomène d'interaction existant entre les variables du système.

Ce chapitre sera donc consacré aux généralités sur les systèmes multivariables ainsi qu'à la présentation de deux méthodes de commande, à savoir la commande multivariable et la commande multiboucle.

## I.2 Système multivariable

### I.2.1 Définition

On définit un système multivariable comme un procédé qui comporte plusieurs entrées  $u = (u_1, u_2, \dots, u_m)$  et/ou plusieurs sorties  $y = (y_1, y_2, \dots, y_r)$  ; où une variable manipulée agit sur plus d'une sortie ou inversement, une sortie est affectée par plus d'une entrée.



**Figure I.1 : Système multivariable.**

Les entrées sorties d'un système multivariable sont données par :

$$u^T = [u_1, u_2, \dots, u_m], \quad y^T = [y_1, y_2, \dots, y_r].$$

Avec :

$u$  : Vecteur de commande (entrées) de dimension  $(m \times 1)$ .

$y$  : Vecteur de sortie de dimension  $(r \times 1)$ .

$m$  : Nombre de commandes du système.

$r$  : Nombre de sorties du système.

## I.2.2 Représentation

Les principales représentations d'un système multivariable dans le cas continu sont :

### I.2.2.1 Représentation par matrice de fonction de transfert

La notion de fonction de transfert utilise la transformée de Laplace et le calcul opérationnel pour caractériser le comportement entrée-sortie du système.

Pour les systèmes multivariables, on définit la relation entrée-sortie comme suit :

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \tag{I.1}$$

Tel que :

$s$ : est la variable de Laplace.

La matrice  $G(s)$  est appelée matrice fonction de transfert liant l'entrée  $U(s)$  et la sortie  $Y(s)$ . Elle est sous une forme représentée par l'équation (I.2) :

$$G(s) = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) & \cdots & g_{1m}(s) \\ g_{21}(s) & \cdots & \cdots & g_{2m}(s) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ g_{r1}(s) & g_{r2}(s) & \cdots & g_{rm}(s) \end{bmatrix} \quad (\text{I.2})$$

La notion matricielle pour la  $i^{\text{ème}}$  sortie peut être explicitée élément par élément :

$$Y_i(s) = \sum_{j=1}^m g_{ij}(s) U_j(s) \quad (\text{I.3})$$

### Remarque I.1

La représentation par la matrice fonction de transfert suppose que les conditions initiales sont nulles.

#### I.2.2.2 Représentation par modèle d'état

Il s'agit de décrire le système en considérant sa dynamique et non seulement son entrée-sortie. Ainsi il convient de redonner de l'importance à des grandeurs qui ne sont ni

l'entrée ni la sortie, tout en tenant compte des phénomènes dynamiques et statiques qui confèrent au système.

Si le système vérifie l'hypothèse de linéarité alors sa représentation d'état est donnée par :

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t) \\ y(t) &= C(t)x(t) + D(t)u(t)\end{aligned}\tag{I.4}$$

Où :

$A(t)$  : est la matrice d'état dynamique (d'évolution) de dimension  $(n \times n)$ .

$B(t)$  : est la matrice de commande ou d'entrée de dimension  $(n \times m)$ .

$C(t)$  : est la matrice de mesure ou de sortie de dimension  $(r \times n)$ .

$D(t)$  : est la matrice de transition directe de dimension  $(r \times m)$ .

$x(t)$  : est le vecteur d'état de dimension  $(n \times 1)$ .

$u(t)$  : est le vecteur de commande de dimension  $(m \times 1)$ .

$y(t)$  : est le vecteur de sortie de dimension  $(r \times 1)$ .

Si les matrices  $A(t)$ ,  $B(t)$ ,  $C(t)$  et  $D(t)$  sont constantes, le système est dit Linéaire Temps-Invariant (LTI). Donc la relation (I.4) devient :

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A x(t) + B u(t) \\ y(t) &= C x(t) + D u(t)\end{aligned}\tag{I.5}$$

**I.2.2.3 Passage de la représentation d'état à la matrice fonction de transfert**

Supposons que le système dynamique est modélisé par le modèle d'état suivant :

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t) \\ y(t) &= C(t)x(t) + D(t)u(t) \\ x(0) &= x_0\end{aligned}\tag{I.6}$$

Où :

$$x \in R^n, u \in R^m, y \in R^r.$$

Du fait de la linéarité de l'opérateur de Laplace, il est possible de l'appliquer aux équations (I.6)

$$\begin{aligned}s X(s) - x_0 &= A X(s) + B U(s) \\ Y(s) &= C X(s) + D U(s)\end{aligned}\tag{I.7}$$

On obtient :

$$[s I_n - A] X(s) = x_0 + B U(s)$$

Tel que :

$I_n$  : Matrice identité de dimension  $(n \times n)$ .

Où :

$$X(s) = L [x(t)],$$

$$U(s) = L [u(t)],$$

$$Y(s) = L [y(t)].$$

D'où :

$$X(s) = [s I_n - A]^{-1} x_0 + [s I_n - A]^{-1} B U(s) \quad (\text{I.8})$$

En remplaçant (I.8) dans (I.7), on obtient la formule suivante :

$$Y(s) = C (s I_n - A)^{-1} x_0 + [C (s I_n - A)^{-1} B + D] U(s)$$

Comme la représentation par matrice de fonction de transfert suppose que les conditions initiales sont nulles ; alors:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = C [s I_n - A]^{-1} B + D \quad (\text{I.9})$$

**Remarques I.1**

-Il existe d'autres représentations comme la représentation par équation différentielle et par matrice polynomiale.

-Dans notre étude, on se limitera seulement à la représentation par la matrice fonction de transfert des systèmes multivariables.

**I.3 Commande des systèmes multivariables**

Il existe essentiellement deux structures pour commander les systèmes multivariables : la commande multiboucle et la commande multivariable.

**I.3.1 Commande multiboucle**

La commande multiboucle (commande boucle par boucle) est la méthode la plus utilisée dans la commande des processus industriels. Elle consiste à utiliser  $n_y$  régulateurs monovariables pour un procédé à  $n_U$  entrées et  $n_Y$  sorties. Dans le cas où  $n_Y = n_U = m$ , nous considérons le système multivariable comme constitué de  $m$  sous-systèmes monovariables évoluant en parallèle. La figure (I.2) représente la commande multiboucle d'un système à deux entrées et deux sorties.

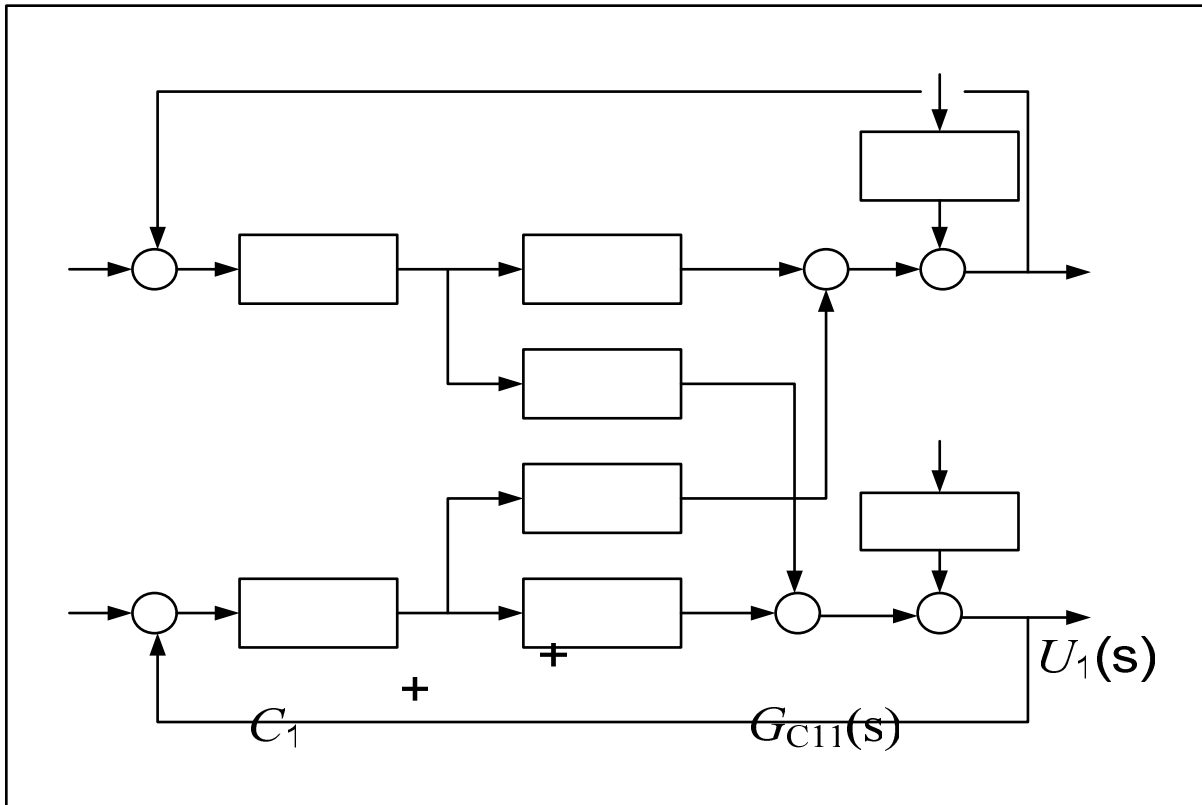


Figure I.2 : Commande multiboucle.

La matrice des fonctions de transfert des régulateurs  $G_{CD}(s)$  est diagonale :

$$G_{CD}(s) = \begin{bmatrix} G_{C1}(s) & 0 \\ 0 & G_{C2}(s) \end{bmatrix} \tag{I.10}$$

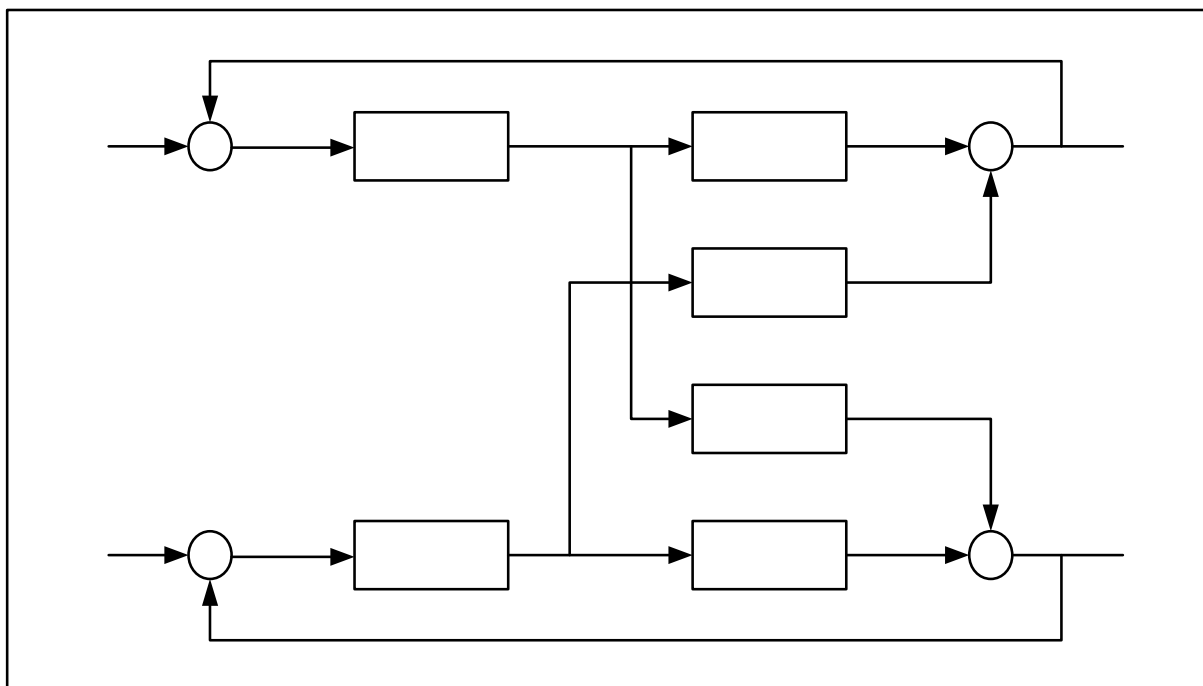
I.3.1.1 Choix des couples entrées-sorties

$U_2(s)$

Pour un système à  $m$  entrées et  $m$  sorties, nous avons  $m !$  configurations possibles. Ce choix de couples entrées-sorties est primordial et déterminant pour les performances recherchées, et garantissant la stabilité du système en boucle fermée.

Considérons le cas d'un système à deux entrées et deux sorties, deux combinaisons de commande sont possibles tel que montré aux figures suivantes :

- La figure (I.3.a) montre que  $U_1$  commande  $Y_1$  et  $U_2$  commande  $Y_2$ , désignée par :  $[U_1, Y_1], [U_2, Y_2]$ .
- La figure (I.3.b) montre que  $U_1$  commande  $Y_2$ , et  $U_2$  commande  $Y_1$ , désignée par :  $[U_1, Y_2], [U_2, Y_1]$ .



**Figure I.3.a:** Commande multiboucle ( $U_1Y_1, U_2Y_2$ ).

$$R_1(s) \quad + \quad - \quad G_{c1}(s) \quad U_1(s)$$

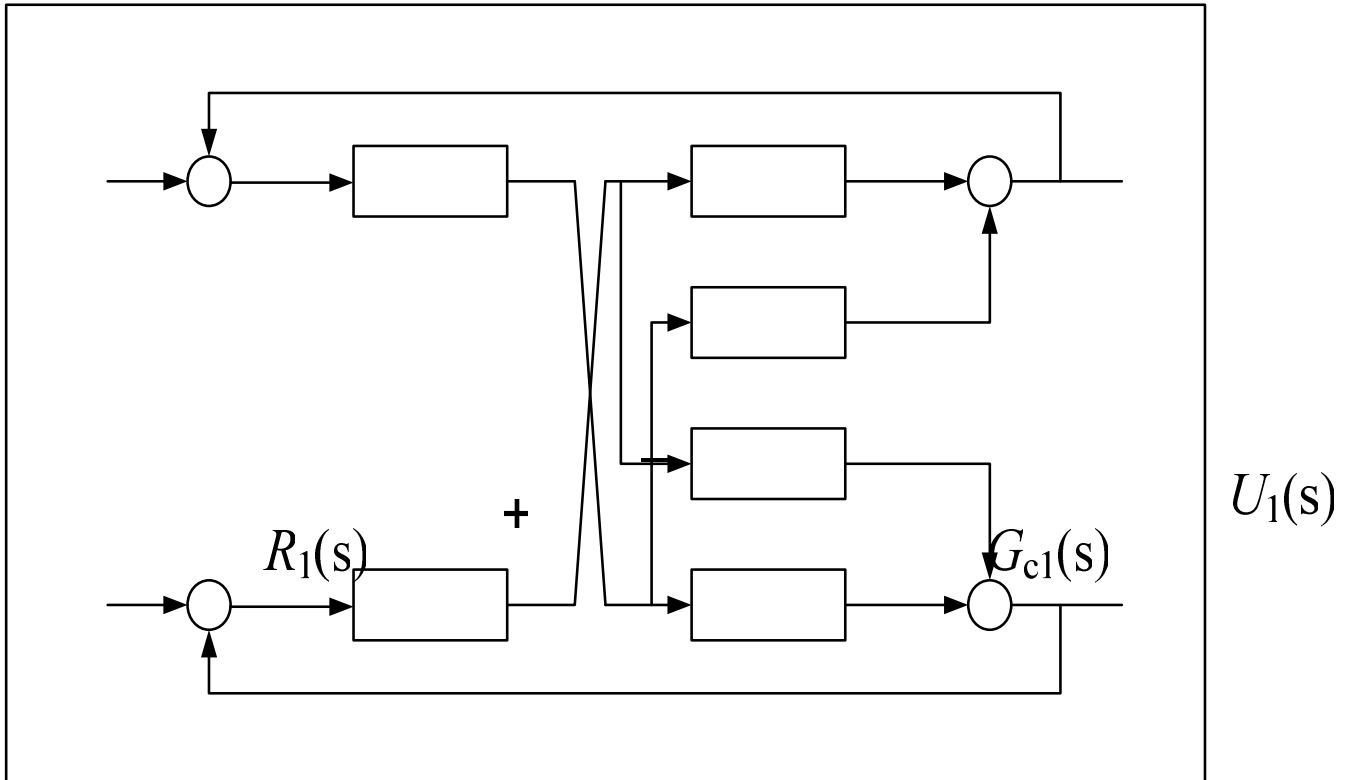


Figure I.3.b: Commande multiboucle  $(U_1Y_2, U_2Y_1)$ .

### I.4.1.2 Réglage

Tout comme pour la commande monovariante, la méthode multiboucle consiste à ouvrir la boucle étudiée et à déterminer la fonction de transfert vue par le régulateur. Ainsi la fonction de transfert vue par le régulateur  $G_{c1}(s)$  est  $G_1(s)$ , et celle vue par  $G_{c2}(s)$  est  $G_2(s)$ .

$$R_2(s) \quad + \quad G_{c2}(s) \quad U_2(s)$$

Où :

$$G_1(s) = G_{11}(s) - \frac{G_{11}(s)G_{21}(s)G_{c2}(s)}{1 + G_{c2}(s)G_{22}(s)} \tag{I.11}$$

$$G_2(s) = G_{22}(s) - \frac{G_{11}(s)G_{21}(s)G_{c1}(s)}{1 + G_{c1}(s)G_{11}(s)}$$

On note que le réglage d'un régulateur est fonction de l'autre régulateur, le système peut être décomposé en deux systèmes monovariables tel que montré à la figure (I.4) et que le changement de consigne sur une variable est vu par l'autre variable comme une perturbation.

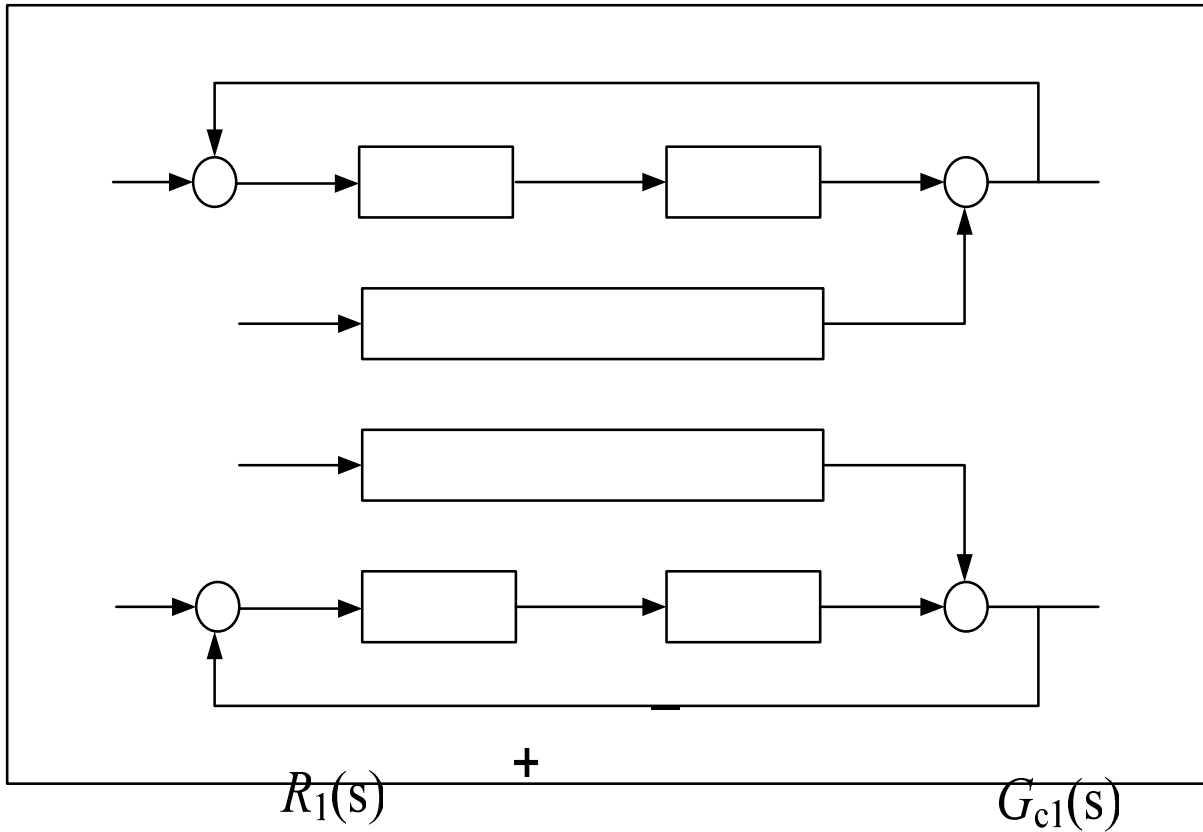


Figure I.4 : Commande multiboucle.

I.3.2 Commande multivariable

$$R_1(s)$$

$$-G_{12}(s)G_{c2}(s)/[1-$$

La commande multivariable utilise un régulateur à  $n_y$  entrées et  $n_y$  sorties pour asservir un procédé à  $n_v$  entrées et  $n_y$  sorties. Le schéma de la commande multivariable pour un procédé  $(2 \times 2)$  est illustré à la figure (I.5).

$$R_2(s)$$

$$-G_{21}(s)G_{c1}(s)/[1-$$

$$R_2(s)$$

+

$$G_{c2}(s)$$

$$U_2(s)$$

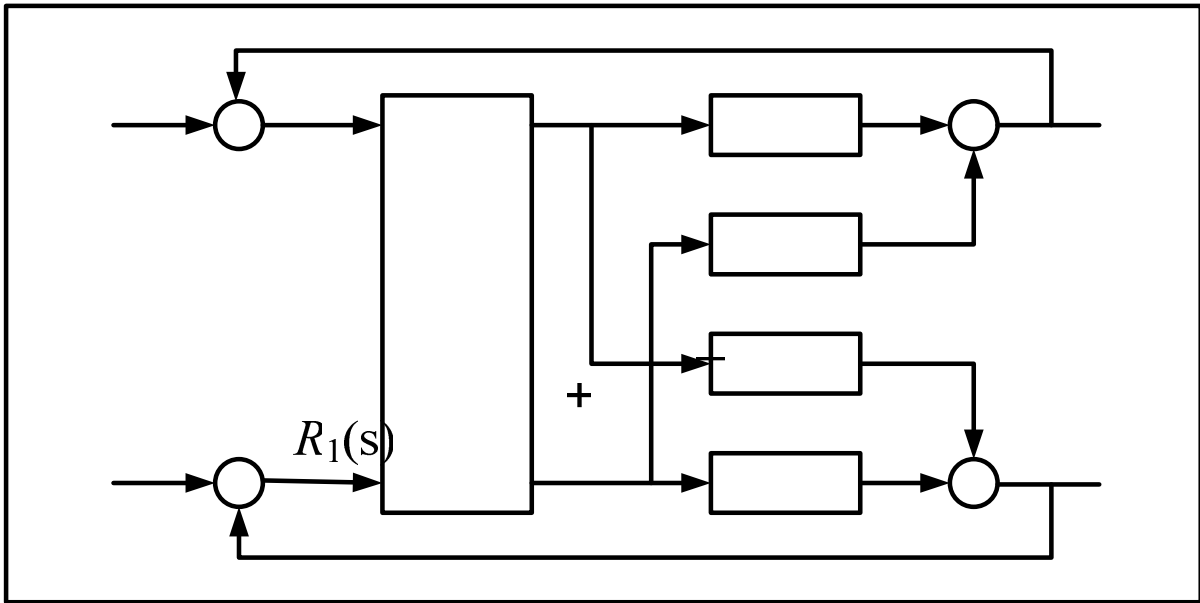


Figure I.5: Commande multivariable.

$G_C(s)$

Remarque I.2

Lorsque la commande multivariable est algébrique, elle consiste habituellement en l'introduction des découpleurs entre les régulateurs monovariabes et le procédé.

$$R_2(s) \quad +$$

I.3.2.1 Découplage pour un système (2x2)

Afin de faciliter le réglage des régulateurs et de rendre  $Y_j$  indépendante de la variation de la consigne  $R_i$ , un découpleur est inséré entre le système et les correcteurs tel que montré à la figure (I.6). Ainsi, pour le système (2x2), la sortie  $Y_1$  devra être seulement influencée par les variations de  $U_1$ , donc de la consigne  $R_1$  et non de  $U_2$ . L'utilisation des découpleurs nécessite non seulement l'identification des  $G_{ii}(s)$  mais également les  $G_{ij}(s)$ .

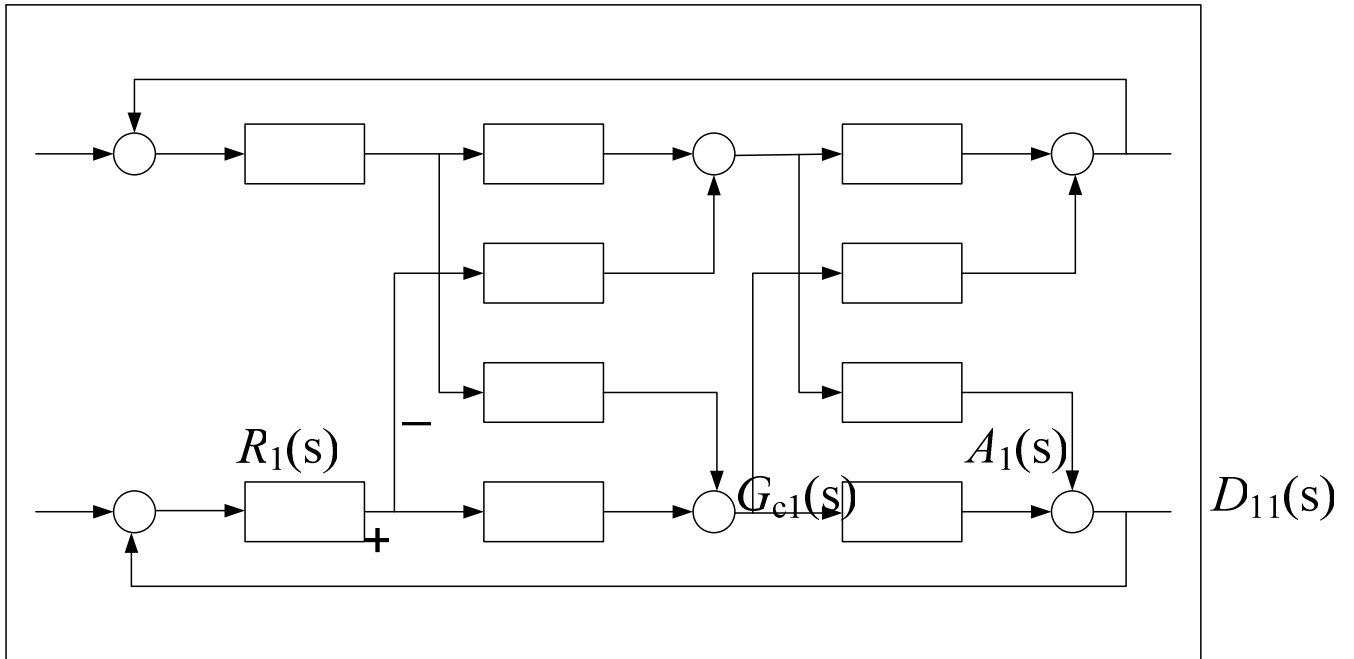


Figure I.6 : Commande multivariable.

$D_{12}(s)$

$$U_1(s) = D_{11}(s) A_1(s) + D_{12}(s) A_2(s) \tag{I.9}$$

$$U_2(s) = D_{21}(s) A_1(s) + D_{22}(s) A_2(s)$$

En remplaçant, on obtient :

$$Y_1(s) = [D_{11}(s) G_{11}(s) + D_{21}(s) G_{12}(s)] A_1(s) + [D_{22}(s) G_{12}(s) + D_{12}(s) G_{11}(s)] A_2(s)$$

$$Y_2(s) = [D_{11}(s) G_{21}(s) + D_{21}(s) G_{22}(s)] A_1(s) + [D_{22}(s) G_{22}(s) + D_{12}(s) G_{21}(s)] A_2(s)$$

Comme l'objectif est d'avoir  $Y_2(s)$  indépendant de  $A_1(s)$  et  $Y_1(s)$  indépendant de  $A_2(s)$ , on a :

$$Y_1(s) = G_1(s) + A_1(s) \quad (\text{I.11})$$

$$Y_2(s) = G_2(s) + A_2(s)$$

Où :

$$D_{11}(s) G_{11}(s) + D_{21}(s) G_{12}(s) = G_1(s)$$

$$D_{22}(s) G_{12}(s) + D_{12}(s) G_{11}(s) = 0$$

$$D_{11}(s) G_{21}(s) + D_{21}(s) G_{22}(s) = 0$$

$$D_{22}(s) G_{22}(s) + D_{12}(s) G_{21}(s) = G_2(s)$$

(I.12)

Et

$$D_{12}(s) = \frac{-G_{12}(s) D_{22}(s)}{G_{11}(s)} \quad (\text{I.13})$$

$$D_{21}(s) = \frac{-G_{21}(s) D_{11}(s)}{G_{22}(s)} \quad (\text{I.14})$$

**Remarques (I.3)**

- Le réglage des contrôleurs doit être fait sur  $G_1(s)$  et  $G_2(s)$ ,
- Habituellement, les termes  $D_{11}(s)$  et  $D_{22}(s)$  sont pris unitaires sauf dans le cas où les retards sont plus important dans les branches directes que dans les branches croisées.

**I.4 Avantages pratiques de la commande multiboucle**

La commande distribuée présente certains avantages que ne possède pas une commande multivariable. Parmi ces avantages, on peut citer :

1. La simplicité et la rapidité de son implantation sur un équipement industriel, et qui ne revient pas cher.
2. Elle permet de maintenir certaines sorties constantes alors que les autres sont délibérément modifiées.
3. Aucune perturbation agissant sur une sortie dans un système ne se propage.
4. Après avoir choisi les bonnes configurations des couples entrées/sorties, une des boucles peut être supprimée sans engendrer un état instable.
5. Les régulateurs distribués peuvent être implantés sur des microprocesseurs différents diminuant ainsi les conséquences d'une panne de capteur, d'un actionneur ou même d'un processeur.
6. La commande multiboucle utilise directement la mesure des grandeurs principales qui sont les sorties, c'est-à-dire pas d'estimation.

### **I.5 Analyse des interactions et la commande multiboucle**

Une grande partie des problèmes de régulation peut être résolue par des correcteurs classiques de type PID. L'objectif principal de l'analyse des interactions dans les systèmes multivariables est de choisir une configuration de commande dont les interactions entre les boucles sont très faibles, permettant ainsi d'appliquer la commande multiboucle, en s'intéressant au réglage individuel des boucles de régulation.

Les méthodes d'analyse des interactions constituent un outil puissant pour l'étude du phénomène d'interaction fréquemment présent dans les systèmes à grande échelle. Ces méthodes ont donné lieu à d'importantes applications de la commande multiboucle dans l'industrie avec des résultats concluants.

En résumé, l'analyse des interactions est une étape d'extrême importance dans la synthèse d'un système de commande multiboucle robuste. Les méthodes d'analyse des interactions développées n'est qu'un moyen pour dégrossir le système à grande échelle en le réduisant à un ensemble de sous-systèmes monovariables en parallèle, par la détermination de la meilleure configuration de commande parmi les  $m!$  configurations possibles.

### **I.6 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons donné d'une manière exhaustive, des généralités sur les systèmes multivariables et nous avons spécifié deux structures pour les commander, à savoir la commande multiboucle et la commande multivariable.

Afin de synthétiser un système de commande multiboucle performant, une étape d'analyse des interactions est nécessaire pour déterminer la meilleure configuration de commande. Pour cela plusieurs méthodes ont été développées, dont une fera l'objet d'étude dans le chapitre suivant.

# *Chapitre II*

## II-1 Introduction

La plupart des processus industriels sont des systèmes multivariables, ces derniers se caractérisent par le phénomène d'interaction ou de couplage. De ce fait, la synthèse d'un système de commande assurant les performances désirées est une étape délicate et compliquée ; compte tenu des exigences pratiques telle que l'évolution des sorties indépendamment les unes des autres. Les méthodes d'analyse développées peuvent servir d'outils pour déterminer la structure de commande préférable d'employer et qui permettent d'aider au réglage des contrôleurs pour la structure choisie.

L'objectif de ce chapitre est de définir, d'expliquer le phénomène d'interaction dans le système à grande échelle, et de donner une idée sur des méthodes développées pour l'analyse des interactions.

## II-2 Définition de l'interaction dans un système à grande échelle

Plusieurs définitions sont données dans la littérature ; parmi ces dernières on peut citer les plus rencontrées :

### Définition 1

Les interactions dans un système multivariable sont définies comme étant l'effet total de la consigne  $c_j(s)$  sur l'ensemble des sorties  $\{y_i(s) : j \neq i\}$  du système ou c'est l'effet total de l'ensemble de consignes  $\{c_j(s) : j \neq i\}$  sur une sortie  $y_i(s)$ .

### Définition 2

Les interactions dans un système multivariable en boucle fermée , sont déterminées par les transmittances qui influent lorsqu'une consigne  $c_j(s)$  ou une perturbation  $z_j(s)$  affecte l'ensemble de sorties  $\{y_i(s) : i \neq j\}$  ou alternativement les interactions sont déterminées par les transmittances qui influent lorsqu'une sortie  $y_i(s)$  est affectée par l'ensemble de consignes  $\{c_j(s) : j \neq i\}$  ou des perturbations  $\{z_j(s)\}$

**Définition 3**

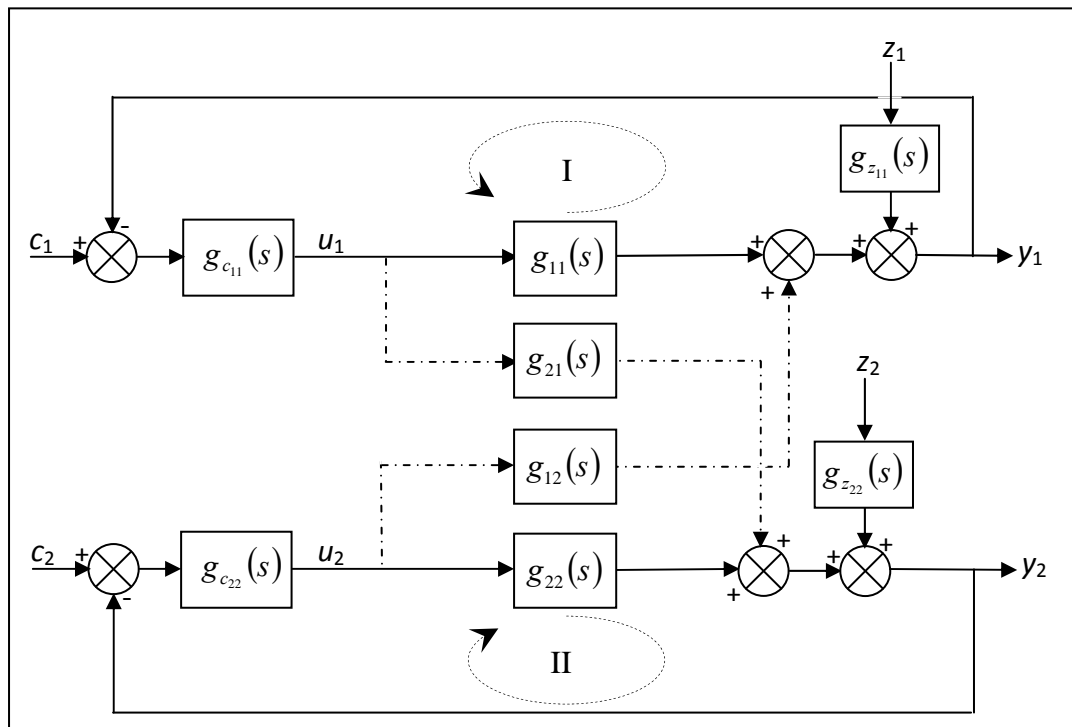
Les boucles de commande dans un système multivariable sont dites interactives si une action de commande  $u_k(s)$  dans la  $k$ -ième boucle (résultat d'une perturbation  $z_k(s)$  ou d'un changement de consigne  $c_k(s)$ ) ; provoque une action de commande  $u_l(s)$  ( $l \neq k$ ) dans une ou plusieurs boucles, dans le but de maintenir les variables de sorties  $y_l(s)$  ( $l \neq k$ ) assignées à ces dernières à leurs points de consigne.

A partir de ces définitions, On peut conclure que l'effet d'une perturbation ne se limite pas uniquement à la sortie qu'elle affecte, mais se propage pour atteindre les autres sorties. Cela est dû essentiellement à l'existence des interactions entre les différentes boucles de commande.

**II-3 Explication du phénomène d'interaction**

Pour éclaircir le phénomène d'interaction dans un système multivariable, considérons le système de la figure (II-1) :

Lorsque la perturbation  $z_1$  affecte la sortie  $y_1$ , cette dernière s'écarte de sa valeur de consigne  $c_1$ , le régulateur  $g_{c11}(s)$  génère donc une commande  $u_1$  d'une manière à annuler cet écart (ligne continue). Néanmoins, la commande  $u_1$  générée affecte en plus la sortie  $y_2$  à travers la transmittance  $g_{21}(s)$  (ligne discontinue), donc la sortie  $y_2$  s'écarte aussi de sa valeur de consigne  $c_2$ . Ceci oblige le régulateur  $g_{c22}(s)$  de générer une commande  $u_2$  pour maintenir la sortie  $y_2$  à la position désirée  $c_2$ . L'action correctrice  $g_{c22}(s)$  de la deuxième boucle (II) (la commande  $u_2$ ) affecte aussi la sortie  $y_1$  à travers la transmittance  $g_{12}(s)$ . Alors le maintien des sorties  $y_1, y_2$  à leurs positions désirées, en dépit de la perturbation  $z_1$  qui doit être annulée par le régulateur  $g_{c11}(s)$ , est une tâche ardue.



**Figure (II-1) :** Commande multiboucle (cas d'un

Par cet exemple, on a montré comment une commande affecte plusieurs sorties et comment une perturbation affectant une sortie se propage dans le système et perturbe d'autres sorties. Cela est dû essentiellement à l'existence des interactions entre les deux boucles (I) et (II) de la configuration de commande.

Dans ce cas de figure, les transmittances  $g_{12}(s)$  et  $g_{21}(s)$ , en se référant à la définition 2, sont des transmittances qui influent sur les performances du système commandé en causant des interactions entre les deux boucles, dont les effets sont considérables sur la robustesse de la stratégie de commande considérée. Par conséquent, le phénomène d'interaction est une contrainte qui pose un sérieux problème pour la commande des systèmes multivariables, c'est pourquoi l'analyse des interactions joue un rôle de premier plan lors de la synthèse d'un système de commande multivariable, en particulier un système de commande multiboucle.

## **II.4 Méthodes d'analyse des interactions**

Afin de choisir la meilleure configuration de commande, plusieurs chercheurs ont introduit des méthodes d'analyse ; celles-ci peuvent réduire d'une manière rigoureuse les interactions dans un système multivariable. Elles sont classées en deux grandes classes :

### **II.4.1 Méthodes d'analyse directe (en boucle ouverte)**

Elles supposent que les régulateurs sont parfaits, et l'analyse des interactions est basée sur l'utilisation directe du modèle du système. Cette classe se divise en deux méthodes :

- Méthodes utilisant la matrice de fonction de transfert du système.
- Méthodes utilisant la représentation d'état du système.

### **II.4.2 Méthodes d'analyse indirecte (en boucle fermée)**

Elles se basent sur le choix de la meilleure configuration de commande en premier lieu, puis la synthèse des régulateurs des boucles de la configuration de commande choisie, après vient l'analyse des interactions.

Les différentes méthodes proposées dans la littérature sont citées dans le tableau (II.1) suivant :

<b>Méthodes d'analyse directe</b>	<b>Abréviation</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>-Le Quotient d'Interaction.</li> <li>-La Matrice des Gains Relatifs.</li> <li>- La Matrice des Gains Relatifs Dynamiques.</li> <li>-La Matrice des Dynamiques Moyens.</li> <li>-Matrice Directe de Nyquist.</li> <li>-Matrice Inverse de Nyquist.</li> <li>-Méthode IMC (Internal Model Control).</li> <li>-Matrice des Potentiels d'Interactions.</li> <li>- Matrice des Gains Directs d'Interactions Statiques.</li> <li>-Matrice des Gains d'Interactions Dynamiques.</li> <li>-Matrice d'interactions Dynamiques directes.</li> <li>-Matrice d'Effets Directs.</li> <li>-Matrice des Gains Dynamiques Relatifs.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>IQ</li> <li>RGA</li> <li>RDGA</li> <li>ADGA</li> <li>DNA</li> <li>INA</li> <li>IMC</li> <li>IMP</li> <li>DGM(0)</li> <li>DGM(w)</li> <li>DDM</li> <li>SIA</li> <li>DRGA</li> </ul>
<b>Méthodes d'analyse indirecte</b>	<b>Abréviation</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>-Matrice des Amplitudes Relatifs Dynamiques</li> <li>-Matrice des Gains Dynamiques Relatifs Généralisés.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>DRMA</li> <li>GDRA</li> </ul>

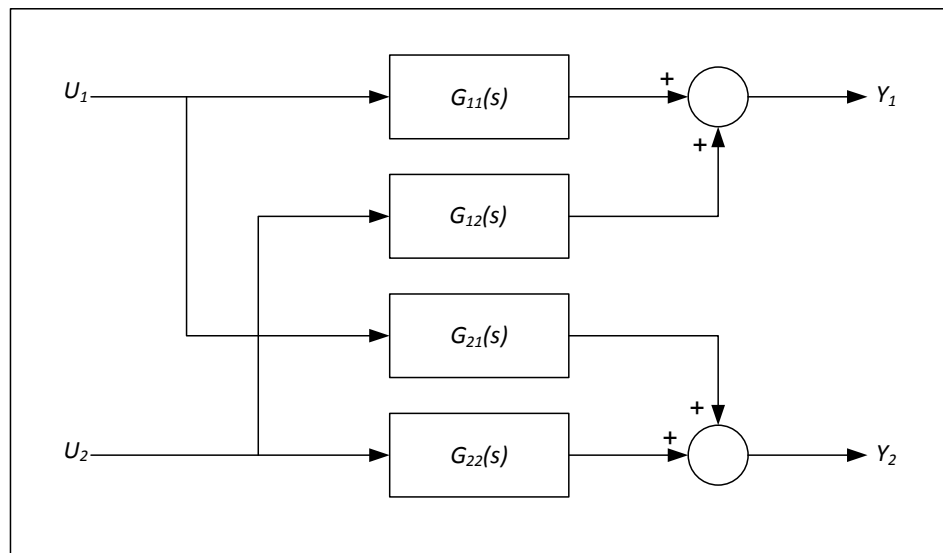
**Tableau(II.1) :** Méthodes d'analyse des interactions.

Dans notre travail, nous nous intéresserons aux méthodes utilisant la matrice fonction de transfert du système, et plus précisément à la Matrice des Gains Relatifs (**RGA**).

## II.5 Matrice des Gains Relatifs (RGA)

La méthode de la Matrice des Gains Relatifs (Relative Gain Array ou **RGA**) a été introduite par Bristol en 1966. Cette méthode est assez facile à mettre en œuvre, et pour cette raison, elle est fréquemment employée en génie des procédés. Elle permet de dégager une configuration de commande avec un faible niveau d'interaction.

Pour déterminer la formule générale de la Matrice des Gains Relatifs, considérons le cas le plus simple à étudier, celui d'un procédé à deux commandes et deux sorties (FigureII.2).



**FigureII.2** : Schéma bloc d'un système multivariable  $(2 \times 2)$  en boucle ouverte

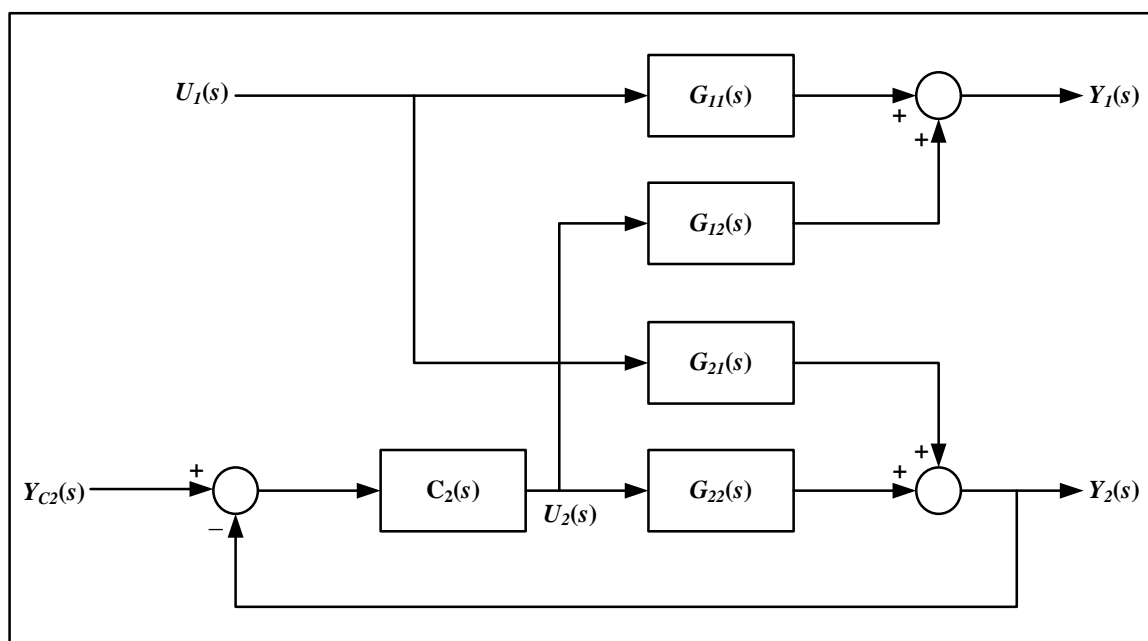
$$Y_1(s) = G_{11}(s) U_1(s) + G_{12}(s) U_2(s) \quad (\text{II.1})$$

$$Y_2(s) = G_{21}(s) U_1(s) + G_{22}(s) U_2(s)$$

La fonction de transfert en boucle ouverte entre la commande  $U_1$  et la sortie  $Y_1$  est donc :

$$\left( \frac{Y_1(s)}{U_1(s)} \right)_{bo} = \text{EMBED Equation.DSMT4} \quad (II.2)$$

On suppose ensuite que l'on règle uniquement la sortie  $Y_2$  en installant un régulateur de fonction de transfert  $C_2(s)$  (Figure II.3). Le système devient égal à :



**Figure II.3 :** Schéma bloc d'un système multivariable ( $2 \times 2$ ) en boucle ouverte avec un régulateur sur la boucle 2.

$$Y_1(s) = \left[ G_{11}(s) - \frac{G_{12}(s) C_2(s) G_{21}(s)}{1 + G_{22}(s) C_2(s)} \right] U_1(s) + \frac{G_{12}(s) C_2(s)}{1 + G_{22}(s) C_2(s)} Y_{C2}(s) \quad (II.3)$$

$$Y_2(s) = \frac{G_{21}(s)}{1 + G_{22}(s) C_2(s)} U_1(s) + \frac{G_{22}(s) C_2(s)}{1 + G_{22}(s) C_2(s)} Y_{C2}(s)$$

La fonction de transfert entre  $U_1$  et  $Y_1$  est donc modifiée selon :

$$\left( \frac{Y_1(s)}{U_1(s)} \right)_{bf22} = \left[ G_{11} - \frac{G_{12}(s)C_2(s)G_{21}(s)}{1 + G_{22}(s)C_2(s)} \right] \quad (\text{III.4})$$

Où :

L'indice  $bf_{22}$  indique que la boucle entre  $U_2$  et  $Y_2$  est fermée.

Le rapport des fonctions de transferts en boucle ouverte et en boucle fermée exprime l'influence de la boucle entre  $U_2$  et  $Y_2$ , soit :

$$\mu_{11}(s) = \frac{G_{11}(s) [1 + G_{22}(s) C_2(s)]}{G_{11}(s) + C_2(s) [G_{11}(s) G_{22}(s) - G_{12}(s) G_{21}(s)]} \quad (\text{III.5})$$

Comme cela est fréquent, que le régulateur comporte une action intégrale, ce qui implique :  $G_{22}(0) = +\infty$ , et la mesure de l'interaction  $\mu_{11}(s)$  est notée  $\lambda_{11}$  et ne dépend que des gains statiques de la fonction de transfert  $\mathbf{G}$ , soit :

$$\lambda_{11} = \frac{G_{11}(0) G_{22}(0)}{G_{11}(0) G_{22}(0) - G_{12}(0) G_{21}(0)} \quad (\text{III.6})$$

Les autres gains relatifs ( $\lambda_{12}$ ,  $\lambda_{21}$  et  $\lambda_{22}$ ) sont calculés de la façon similaire. Le résultat peut alors être représenté à l'aide d'une matrice de gains relatifs :

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & 1 - \lambda_{11} \\ 1 - \lambda_{11} & \lambda_{11} \end{bmatrix} \quad (\text{II.7})$$

En généralisant à une dimension supérieure du système multivariable, un élément quelconque  $\lambda_{ij}$  de la matrice de gain relatif  $\Lambda$  est donné par l'expression suivante :

$$\lambda_{ij} = \frac{\left( \frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right)_{u_k=0, k \neq j}}{\left( \frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right)_{y_k=0, k \neq i}} \quad (\text{II-8})$$

Le numérateur représente le gain statique en boucle ouverte entre  $u_j$  et  $y_i$ , et le dénominateur c'est le gain statique entre  $u_j$  et  $y_i$  lorsque les autres sorties sont contrôlées par des correcteurs parfaits. Le gain relatif  $\lambda_{ij}$  indique si le gain d'une boucle ouverte  $[u_j - y_i]$  change lorsque les autres boucles passent de ouvertes à fermées.

### II.5.1 Calcul de la Matrice des Gains Relatifs (RGA)

La Matrice des Gains Relatifs se calcule directement en utilisant la matrice des gains statiques  $\mathbf{K}_s$  comme suit :

$$RGA = \mathbf{K}_s \cdot * [\mathbf{K}_s^{-1}]^T \quad (\text{II.9})$$

Avec :

$$RGA = [\lambda_{ij} : i, j = 1, \dots, m] \quad (\text{II.10})$$

$$K_s = [K_{sij} : i, j = 1, \dots, m] \quad (\text{II.11})$$

Où :

$\cdot *$  : est le produit de Hadamard.

$K_s$  : est la matrice des gains statiques.

$K_{sij}$  : est le gain statique entre  $u_j$  et  $y_i$ .

Les éléments de  $K_s$  sont déterminés par la relation suivante :

$$K_{sij} = \lim_{s \rightarrow 0} g_{ij}(s) \quad (\text{II.12})$$

### Remarques II.1

- Pour un système donné sous forme d'état, la matrice  $K_s$  se calcule comme suit :

$$K_s = C (A)^{-1} B + D \quad (\text{II.13})$$

- lorsque les éléments  $g_{ij}(s)$  possèdent des intégrateurs alors :

$$K_{sij} = \lim_{s \rightarrow 0} g_{ij}(s) = \pm\infty \quad (\text{II.14})$$

Dans ce cas, on pose :

$$K_S = K_{S1} = K_{S2}$$

L'une des matrices  $K_{S1}$  ou  $K_{S2}$  sera en fonction de  $s$ , ce qui donne :

$$K_S^{-1} = K_{S1}^{-1} = K_{S2}^{-1}$$

### II.5.2 Propriétés de la Matrice des Gains Relatifs

- la somme algébrique des éléments de la RGA le long d'une ligne " $i$ " ou d'une colonne " $j$ " est égale à 1.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1, i=cst}^m \lambda_{ij} = 1 \\ \sum_{i=1, j=cst}^m \lambda_{ij} = 1 \end{array} \right. \quad (\text{II.15})$$

- pour un élément  $K_{stj}$  nul, le gain relatif  $\lambda_{ij}$  correspondant est nul.

### II.5.3 Interprétation de la Matrice des Gains Relatifs

- Si les éléments de la diagonale de la **RGA** ( $\lambda_{ij} : i = j$ ) sont proches de 1, alors le niveau d'interaction dans le système est très faible, dans le cas contraire (inférieur ou supérieur à 1) les interactions sont fortes.
- Pour  $\lambda_{ij} = 1$ , la réponse pour le couple entrée-sortie  $[u_j - y_i]$  quand toutes les autres boucles sont ouvertes ou fermées sera la même, c'est-à-dire que les autres boucles n'ont pas d'influence sur la boucle  $[u_j - y_i]$ .

- Si  $\lambda_{ij}$  est négatif, la réponse de la boucle correspondante peut changer de sens de variation (système à réponse inverse), si les autres boucles sont fermées, en plus la boucle elle-même peut être instable ou le système global devient instable, si jamais la boucle considérée s'ouvre, d'où le couple correspondant ne doit pas être choisi dans la configuration de commande.

- Le choix de la configuration de commande porte sur les couples ayant un gain relatif  $\lambda_{ij}$  proche de 1.

### Remarques II.2

- La **RGA** peut être généralisée pour un système ayant un nombre d'entrée  $m$  différent de celui de sortie  $r$ , par l'utilisation de la pseudo-inverse de la matrice  $K_S$  désigné par  $K_S^+$ , et les interprétations de la RGA restent toujours valables.

- Pour un système (2x 2) dont la **RGA** est :

$$RGA = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix} \quad (\text{II.16})$$

est un système qui présente de fortes interactions.

- La **RGA** n'est valable que pour les systèmes qui travaillent autour de la fréquence nulle.
- Si la **RGA** d'un système (2x 2) est :

$$RGA = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.7 \\ 0.7 & 0.3 \end{bmatrix} \quad (\text{II.17})$$

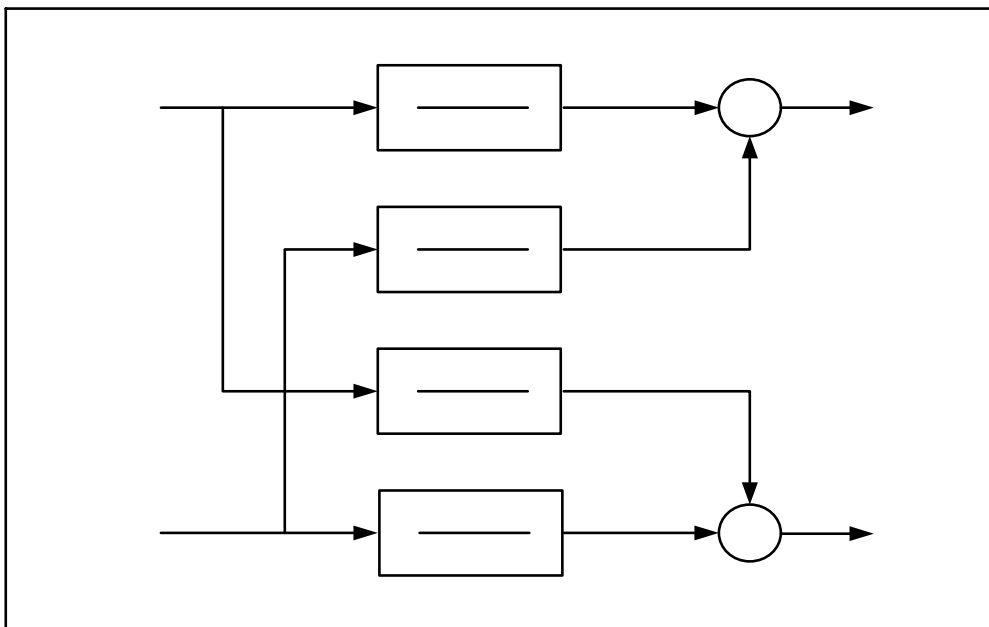
Alors la meilleure configuration de commande est  $[u_1 - y_2]$ ,  $[u_2 - y_1]$ .

- Lorsque la boucle  $[u_1 - y_2]$  est fermée, le gain de la 2<sup>ème</sup> boucle changera avec un facteur de  $1/0.7=1.43$ , c'est-à-dire une variation de 43%.
- Pour un système à deux entrées et deux sorties, on a :

$$\lambda_{11} = \lambda_{22} \text{ et } \lambda_{12} = \lambda_{21}$$

#### II.5.4 Exemple d'application de la RGA sur un système (2×2)

Soit le procédé de la figure (II.4), calculons les  $\lambda_{i,j}$  de la Matrice des Gains Relatifs  $\Lambda$



**Figure (II.4) :** Exemple de procédé multivariable.

On a:

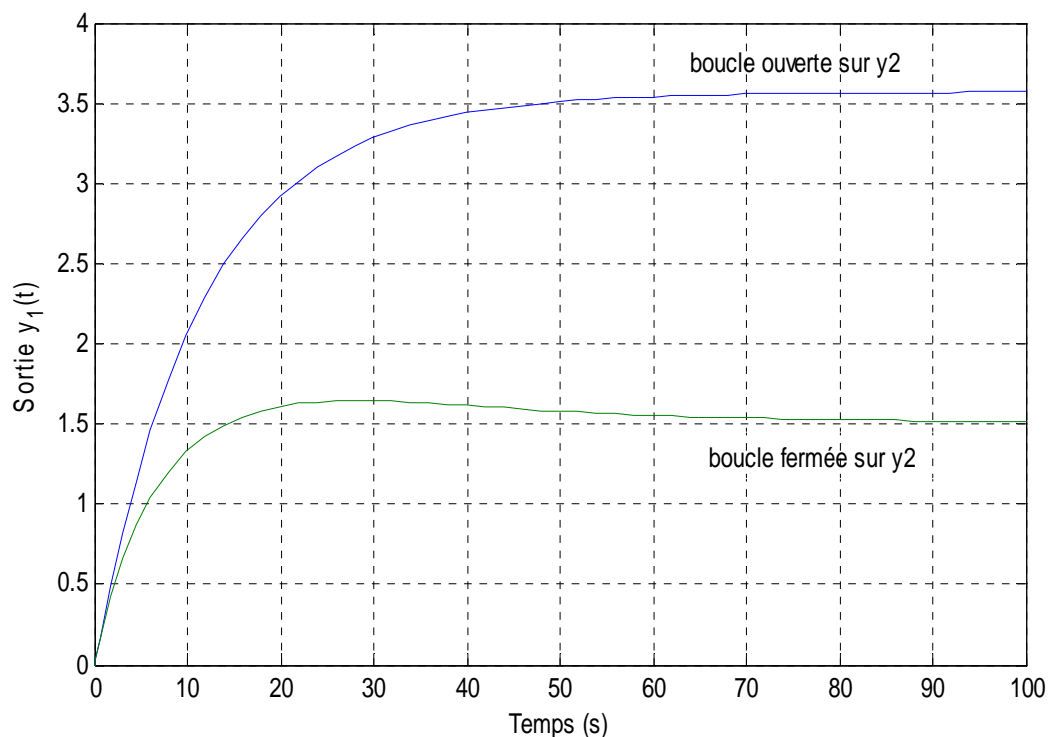
$$\lambda_{11} = \frac{G_{11}(0) G_{22}(0)}{G_{11}(0) G_{22}(0) - G_{12}(0) G_{21}(0)}$$

En remplaçant par les gains statiques des fonctions de transfert, on trouve :  $\lambda_{11}=2.28$

Donc la matrice des Gains Relatifs sera donnée par :

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 2.28 & -1.28 \\ -1.28 & 2.28 \end{bmatrix}$$

La réponse du système à un échelon unitaire sur  $U_1$  avec la boucle sur  $Y_1$  ouverte et la boucle sur  $Y_2$  respectivement ouverte et fermée est donnée à la figure (II.5)



**Figure II.5 :** Réponse en boucle ouverte et fermée sur  $Y_2$

On constate que le gain relatif est exactement le rapport des sorties en régime permanent.

## I.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons expliqué le phénomène d'interaction qui caractérise la majorité des procédés multivariables. Ce phénomène cause un sérieux problème d'instabilité pour ces derniers.

Afin de déterminer la meilleure configuration de commandes qui garantit un niveau faible d'interaction entre les différentes boucles, nous avons opté pour une méthode d'analyse directe qui est la RGA. Il est intéressant de noter que cette méthode est applicable seulement dans les systèmes linéaires invariants.

Après l'analyse des interactions et le choix de la meilleure configuration de commande, et selon les performances désirées du système, vient la synthèse des correcteurs des boucles de commande qui fera l'objet du prochain chapitre.

# *Chapitre III*

### III.1 Introduction

Nous avons vu dans les chapitres précédents que les systèmes asservis pouvaient présenter des défauts : une perturbation agissant sur une ou plusieurs sorties, une stabilité trop relative (voire une instabilité) et surtout le changement de consigne qui provoque le phénomène d'interaction. Au regard d'un cahier des charges, il est donc souvent nécessaire d'intégrer dans le système multivariable, un réseau correcteur dont l'objectif est d'améliorer ces différents paramètres.

Si l'on souhaite améliorer les caractéristiques de précision, stabilité et rapidité du système, il est nécessaire d'introduire dans la boucle de commande le correcteur Proportionnel Intégral Dérivé (PID) qui est parmi les correcteurs les plus utilisés pour les commandes des procédés industriels, cette dominance est due à sa structure simple, et aussi à la simplicité et l'abondance des méthodes de synthèse.

Le but de ce chapitre est de présenter des notions essentielles sur le correcteur PID, et d'expliquer les deux méthodes empiriques de synthèse qui sont : la méthode de Ziegler-Nichols pour les systèmes monovariables et la méthode du plus grand module (BLT) pour le cas des systèmes multivariables.

### III.2 Objectif de la correction

Le rôle d'un correcteur est de maintenir la grandeur corrigée à une valeur de la consigne malgré la présence des perturbations dans le fonctionnement en régulation, ou suivre la variation d'une consigne dans le fonctionnement en asservissement.

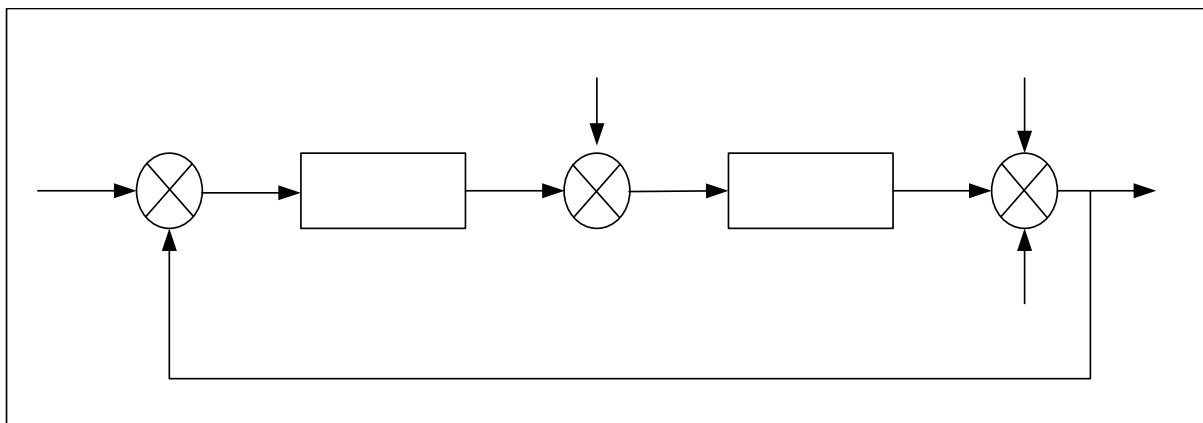
Par un calcul approprié des paramètres de correcteur ; il est possible d'obtenir un comportement désiré en boucle fermée, caractérisant les performances du système.

On général, les critères à satisfaire sont les suivants :

- Le régulateur doit être capable de maintenir la variable commandée à sa consigne.
- Le système en boucle fermée doit être stable asymptotiquement et présenter une performance satisfaisante dans une large gamme de fréquences.
- L'influence des perturbations doit être minimale, ou encore mieux, elle doit être effacée complètement.
- Les réponses à des variations de consignes doivent être rapides et douces.
- Une action de commande excessive doit être évitée (la variable de commande ne doit pas être trop sollicitée).
- Le système de commande doit être robuste : il doit être insensible aux variations du procédé et aux erreurs du modèle du procédé.

### III.3 Notation et Définition

La structure du système de commande est décrite par la figure suivante:



**Figure III.1** : Configuration du système en boucle fermée.

Avec :

$y_c(t)$  : signal de référence ou consigne (entré par l'utilisateur ou un autre régulateur),

$e(t)$  : signal d'erreur,  $e(t) = y_c(t) - y(t)$ ,

$u(t)$  : signal de commande (sortie du régulateur),

$P_1(t), P_2(t)$  : perturbations à l'entrée et à la sortie du procédé respectivement,

$V(t)$  : bruit à la sortie du procédé (par exemple bruit de mesure),

$y(t)$  : sortie mesurée du procédé (variable à commander),

$C(s)$  : fonction de transfert du régulateur,

$G(s)$  : fonction de transfert du procédé.

La fonction de transfert de la boucle ouverte compensée sera donc :

$$H_{bo}(s) = C(s).G(s) \quad (\text{III.1})$$

et celle de la boucle fermée :

$$H_{bf} = \frac{H_{bo}(s)}{1 + H_{bo}(s)} \quad (\text{III.2})$$

On définit ainsi le signal d'erreur par  $E(s) = Y_c(s) - Y(s)$ , où la sortie du procédé est donnée par :

$$Y(s) = \frac{C(s) G(s)}{1 + C(s) G(s)} Y_c(s) + \frac{G(s)}{1 + C(s) G(s)} P_1(s) + \frac{1}{1 + C(s) G(s)} [V(s) + P_2(s)] \quad (\text{III.3})$$

Le correcteur a pour charge de maintenir le signal d'erreur  $E(s)$  aussi proche de zéro que possible; dans ce but, il fournit au système à régler le signal de commande  $U(s)$  tel que la grandeur réglée obtenue par mesure tende à correspondre à la consigne  $Y_c(s)$ .

La loi qui permet l'élaboration du signal de commande dépend de la structure du correcteur. L'algorithme ou loi de commande du correcteur PID est l'association des trois actions élémentaires (proportionnelle, intégrale et dérivée).

### III.4 Actions élémentaires

#### III.4.1 Action Proportionnelle P

L'action proportionnelle est l'action de base du correcteur, elle agit principalement sur le gain du système asservi, elle permet donc d'améliorer notablement la précision.

Dans le cas d'un correcteur proportionnel, la loi de commande corrigée  $u(t)$  est proportionnelle à l'écart  $e(t)$ :

$$u(t) = K_p e(t) + u_0 \quad (\text{III.4})$$

Où :

$e(t)$  : Signal d'erreur

$K_p$  : Gain proportionnel

$u_0$  : Valeur initiale de  $u(t)$

La fonction de transfert du correcteur est donc :

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \quad (\text{III.5})$$

- Effets de l'action proportionnelle

L'effet d'une augmentation du gain entraîne une diminution de l'erreur statique, et accélère la réponse du procédé mais augmente l'instabilité du système en produisant un écart à l'état stationnaire (sauf pour les procédés qui possèdent un terme intégrateur ( $1/s$ ) dans leur fonction de transfert).

### III.4.2. Action intégrale

Son rôle principal est d'éliminer l'écart statique, cette élimination se fait en général au prix de dépassements supérieurs.

Dans le cas d'un correcteur intégrale, l'équation temporelle de la commande est donnée par :

$$u(t) = \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + u_0 \quad (\text{III.6})$$

Avec :

$T_i$  : Constante d'intégration

$u_0$  : Valeur initiale de  $u(t)$

- **Effets de l'action intégrale**

Les réponses sont trainantes, avec de longues oscillations, et l'augmentation du gain rend le comportement plus oscillatoire et peut conduire à des instabilités.

### III.4.3 Action dérivée

L'objectif premier de l'élément dérivé est d'accroître la stabilité en boucle fermée.

Cette action permet d'anticiper les erreurs futures.

L'équation temporelle d'un correcteur dérivateur est donnée par :

$$u(t) = T_d \frac{de(t)}{dt} + u_0 \quad (\text{III.7})$$

$T_d$  : Constante de temps d'action dérivée.

$u_0$  : Valeur initiale de  $u(t)$ .

Sa fonction de transfert est donnée par :

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = T_d s \quad (\text{III.8})$$

- **Effets de l'action dérivée**

La présence de l'action dérivée permet d'augmenter la rapidité du système sans en courir le risque de dépassement de consigne.

**Remarque 1**

En pratique, il n'est pas possible de réaliser un régulateur dérivé idéal. On utilise en fait un module de dérivée filtrée :

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{T_d s}{1 + \frac{T_d}{N} s} \quad (\text{III.9})$$

Avec :

$N$  : est le coefficient correspondant au gain du module dérivé filtrée.

**Remarque 2**

Les actions intégrale et dérivée ne s'emploient jamais seules, mais toujours associées à une action proportionnelle.

**III.5 Correcteur Proportionnel Intégral Dérivée PID**

L'intérêt du correcteur PID est d'intégrer les effets positifs des trois correcteurs précédents. La détermination des coefficients  $K_c, T_i$  et  $T_d$  du correcteur PID permet d'améliorer à la fois la précision ( $T_i$  et  $K_c$ ), la stabilité ( $T_d$ ) et la rapidité ( $T_d$  et  $K_c$ ).

La fonction de transfert d'un régulateur PID s'obtient en prenant la transformée de Laplace des équations précédentes :

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_C \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + \frac{T_d}{N} s} \right) \quad (\text{III.10})$$

Le réglage d'un PID est en général assez simple ; des méthodes pratiques de synthèse permettent d'ajuster ses paramètres afin d'obtenir de bons résultats.

### III.5.1 Synthèse des correcteurs PID dans l'environnement multivariable

La synthèse d'un asservissement consiste à concevoir, calculer et réaliser le correcteur pour satisfaire un cahier des charges contenant les performances désirées.

De manière quantitative, il s'agit de déterminer les paramètres  $(K_C, T_i, T_d)$  du correcteur PID répondant le mieux possible aux spécifications d'un cahier des charges. Ce problème est connu par la synthèse des correcteurs. Les méthodes de synthèse sont très nombreuses, on peut distinguer deux types de méthodes :

- Des méthodes dites empiriques ne nécessitant pas une connaissance parfaite du modèle du procédé à commander. Les paramètres du régulateur seront calculés à partir des essais expérimentaux sur le système (relevé de la réponse indicielle par exemple). L'intérêt majeur de ces méthodes réside dans leur simplicité. Elles sont largement utilisées dans le domaine industriel, et elles sont dans la plus part des cas suffisantes mais ne permettent pas un réglage fin.

- Des méthodes basées sur la connaissance d'un modèle du système sous forme d'une fonction de transfert. Les actions du régulateur seront calculées de façon à obtenir la fonction de transfert souhaitée en boucle fermée.

### III.5.2 Méthode de Ziegler et Nichols

Dans leur célèbre publication en 1942, Ziegler et Nichols ont proposé une approche utilisable en ligne. Cette méthode est la plus connue des méthodes pratiques des réglages des boucles de régulation, les paramètres de régulation sont choisis à partir d'une réponse indicielle. Elle consiste à augmenter progressivement le gain d'un correcteur proportionnel pur jusqu'à la juste oscillation. On relève alors le gain ( $K_{cr}$ ) valeur limite de stabilité du processus, la période des oscillations résultantes est appelée  $P_u$ .

A partir de ces valeurs, Ziegler et Nichols proposent des valeurs permettant le réglage des correcteurs P, P.I et P.I.D selon la table suivante :

Type du régulateur	$K_C$	$\frac{1}{T_i}$	$T_d$
P	$0.5 K_{cr}$		
PI	$\frac{P_u}{1.2}$	$\frac{P_u}{1.2}$	
PID	$0.6 K_{cr}$	$\frac{P_u}{2}$	$\frac{P_u}{8}$

**Tableau III.1 :** Réglage de Ziegler-Nichols basé sur le pompage limite.

Cette méthode n'est utilisable que si le système étudié supporte les dépassements, par conséquent il y a beaucoup de cas pour lesquels les réglages du tableau (III.1) ne sont pas primordiaux, car ils sont trop oscillants. C'est la raison pour laquelle d'autres réglages (tableau III.2) conduisant à une réponse très amortie, sont employés. On peut choisir soit une réponse à un changement de consigne avec léger dépassement (deuxième ligne), soit une réponse sans dépassement (dernière ligne).

Type du régulateur	$K_C$	$\frac{1}{T_i}$	$T_d$
Originale (diminution ¼ pic à pic)	$0.6 K_{cr}$	$\frac{P_u}{2}$	$\frac{P_u}{8}$
Léger dépassement	$0.33 K_{cr}$	$\frac{P_u}{2}$	$\frac{P_u}{3}$
Sans dépassement	$0.2 K_{cr}$	$\frac{P_u}{2}$	$\frac{P_u}{3}$

### III.5.3 Méthode du plus grand module (BLT)

La méthode de Ziegler-Nichols donne généralement des résultats satisfaisants mais cette méthode est applicable seulement pour les systèmes monovariables. Pour les systèmes multivariables, une généralisation de cette méthode de réglage a été proposée. Cette méthode est appelée méthode du plus grand module proposée par Luyben en **1990**. Elle est assez facile à mettre en œuvre, présente donc l'avantage d'être assez facilement comprise et s'apparente à la méthode de Ziegler-Nichols. La synthèse des correcteurs PID dans un environnement multivariable suivant la méthode BLT passe par les deux étapes suivantes :

1. Calcul des paramètres du correcteur PI d'après la méthode de Ziegler - Nichols Pour chaque boucle individuelle. Ainsi, on commence par la détermination de la fréquence critique  $\omega_{cr}$  qui est la fréquence correspondante à la phase  $-\pi$ , et le gain critique  $K_{cr}$  qui est l'inverse

de la partie réelle de  $g_{ii}(s)$  qui correspond à la fréquence critique, puis on calcule les paramètres de Ziegler-Nichols par les formules suivantes :

$$K_{ZN} = \frac{K_{cr}}{2.2} \quad (\text{III.11})$$

$$T_{ZN} = \frac{2\pi}{1.2\omega_{cr}} \quad (\text{III.12})$$

2. On choisit un facteur de réglage  $F > 1$  (ordre de 1.5 à 4), tous les gains des correcteurs sont divisés par  $F$  :

$$K_C = \frac{K_{ZN}}{F} \quad (\text{III.13})$$

Les constantes de temps des correcteurs sont multipliées par le même facteur  $F$  :

$$T_i = T_{ZN} F \quad (\text{III.14})$$

3. On représente la fonction :

$$W(j\omega) = -1 + \text{Det}[I + G(s)G_C(s)] \quad (\text{III.5})$$

Tel que :

$G_C(s)$  : est la matrice fonction de transfert diagonale des correcteurs.

$I$  : est la matrice identité.

$$\mathbf{G}_c(s) = \begin{bmatrix} g_{c11}(s) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & g_{c22}(s) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & & g_{cnn}(s) \end{bmatrix} \quad (n \times n) \quad (\text{III.16})$$

$$g_{cii}(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) \quad (\text{III.17})$$

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (n \times n) \quad (\text{III.18})$$

Dans le plan complexe ; plus la fonction est proche du point de Nyquist  $(-1, 0)$  , plus on est proche de l'instabilité. Par analogie avec les systèmes monoentrée- monosortie en boucle fermée, on définit le module multivariable en boucle fermée :

$$L^m = 20 \log \left| \frac{W}{1+W} \right| \quad (\text{III.19})$$

4. On fait varier le facteur de dérèglage  $F$  jusqu'à ce que le maximum de  $L^m, L_{\max}^m$  soit égal à  $2n$ ,  $n$  étant l'ordre du système multivariable : pour un système monovisible, cela correspond à la recommandation habituelle  $L_{\max}^m = 2db$ .

Cette méthode du plus grand module garantit la stabilité de l'ensemble du système de commande dans son environnement multivariable, mais également celui de chaque correcteur considéré individuellement. A la suite de cette méthode, il est en fait possible de poursuivre l'amélioration du système de commande.

### III-6 Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté d'une manière brève, des notions sur le correcteur PID, et ses différentes actions qui influencent sur le comportement dynamique du système à commander en boucle fermée. Ensuite on a exposé deux méthodes de synthèse du correcteur PID pour les cas des systèmes monovariables et des systèmes multivariables. La première est celle développée par Ziegler et Nichols et qui concerne les systèmes monovariables. Cette dernière est la plus utilisée en pratique, et son principe est basé sur des essais expérimentaux. La deuxième est la méthode du plus grand module qui permet de synthétiser des correcteurs PID dans un environnement multivariable.

Afin de démontrer la fiabilité et la justesse de ces méthodes dans la réduction des interactions dans un système à grande échelle, un exemple pratique très utilisé dans l'industrie pétrochimique fera l'objet de notre chapitre prochain.

# *Chapitre IV*

## IV.1 Introduction

Le présent chapitre est consacré à une application des méthodologies proposées dans les chapitres précédents, en occurrence la méthode de la matrice des gains relatifs, la méthode de Ziegler-Nichols et la méthode du plus grand module (BLT).

Pour une illustration complète de la commande multiboucle, une application sur une colonne de distillation de haute pureté sera abordée dans ce chapitre.

## IV.2 Généralités sur le fonctionnement des colonnes de distillation

Les colonnes à distiller sont des unités très fréquentes dans les industries chimiques, pétrochimiques, voire métallurgiques. De plus, elles consomment une grande partie de l'énergie totale d'une usine. L'optimisation de leur conception et de leur fonctionnement est donc un objectif primordial. Les contraintes opératoires de plus en plus sévères qui leur sont imposées rendent leur maîtrise plus délicate et nécessite des stratégies de commande performantes.

Le but de la colonne de distillation est de séparer une alimentation complexe en produits de compositions différentes ou de purifier des produits intermédiaires ou finaux. Le principe de la distillation repose sur la différence de volatilité existante entre les différents composants chimiques, et grâce à la succession des plateaux empilés, la colonne de distillation permet une meilleure séparation des produits.

Si l'on considère un mélange binaire de deux constituants et que l'on chauffe le contenu de ce mélange, il s'établit un équilibre régi par la thermodynamique entre le liquide et la vapeur qui sont alors à des compositions différentes : la vapeur est plus riche en composant le plus volatil ("léger") et le liquide plus riche en composant le moins volatil ("lourd"). En première approximation, le composant le plus volatil est celui qui possède la masse molaire la plus faible.

On constate que l'on réalise alors par cet équilibre une opération de séparation appelée flash, qui peut être vue comme l'opération qui se passe au niveau de chaque plateau d'une colonne de distillation.

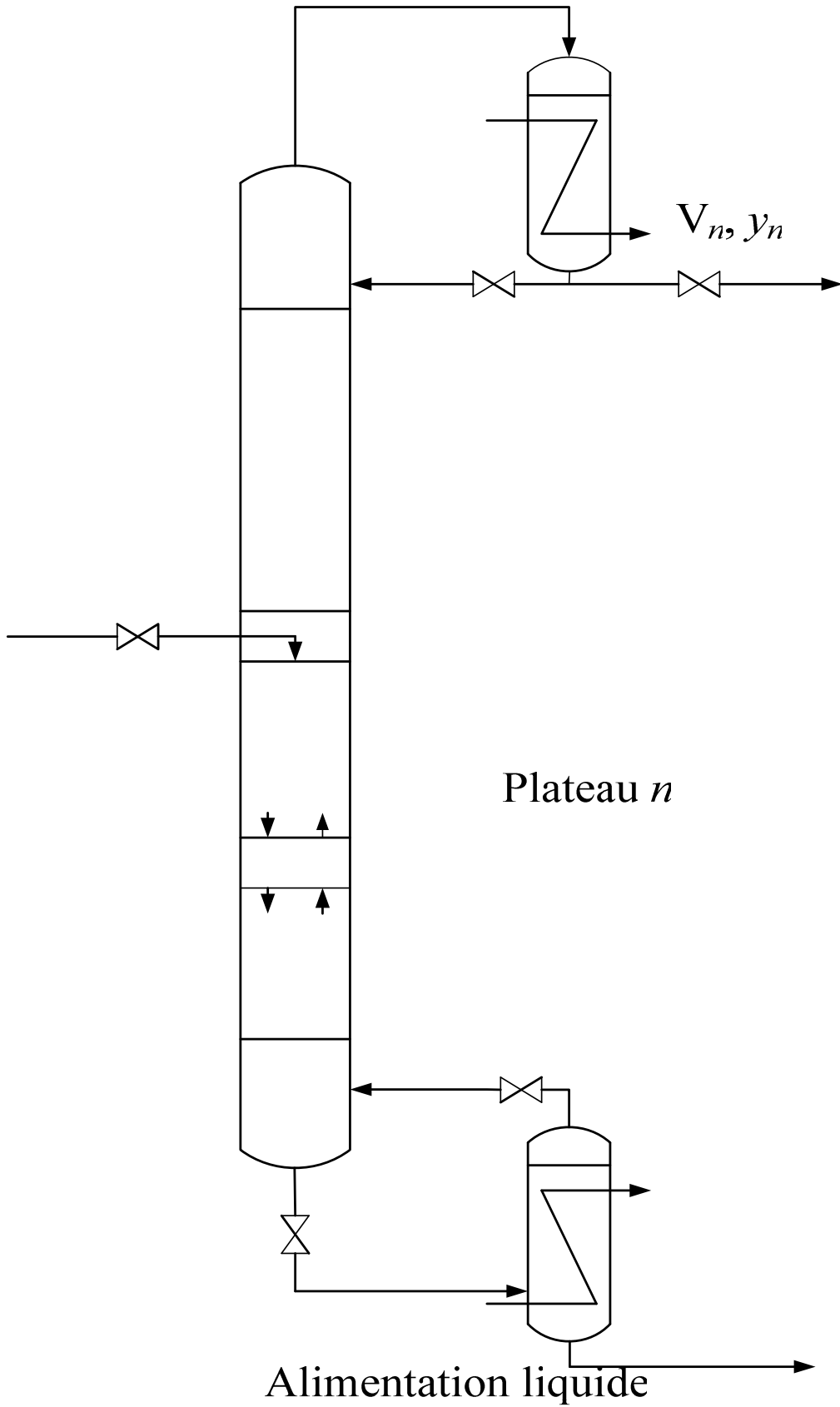
### IV. 3 Schéma de la colonne de distillation

De nombreuses possibilités de distillations plus complexes sont utilisées. Nous nous intéressons à une colonne de distillation que nous pouvons considérer comme classique ou représentative d'un grand nombre de colonnes industrielles (Figure IV.1).

Le rebouilleur situé au pied de la colonne a pour tâche d'apporter à toute celle-ci l'énergie  $\dot{Q}_B$  nécessaire à l'opération de séparation, correspondant à l'enthalpie de vaporisation. Le condenseur est du type condenseur total ou partiel, selon qu'il condense la totalité ou une partie de la vapeur arrivant en tête de colonne, en liquide qui se sépare entre le distillat et le reflux. La chaleur  $\dot{Q}_C$  absorbée (apport de froid) au niveau du condenseur total permet de condenser la vapeur de tête.

La colonne est divisée en deux sections : au-dessus du plateau d'alimentation, la section de rectification et au-dessous de ce même plateau, la section d'épuisement. La colonne fonctionne en général à une pression de tête fixée de manière à assurer un équilibre liquide-vapeur effectif sur tous les plateaux.

On constate alors que le distillat est la production de "légers", quant au résidu, il est la production de "lourds".



Reflux  
 $L, x_D$

Colonne  
Rétention  
Rétention  
 $N = n - 1$

Plateau  $i$

Figure (IV.1) : Colonne de distillation

#### V.4 Modélisation d'une colonne de distillation

L'objectif le plus courant pour l'ingénieur en charge du procédé est de maintenir les compositions de tête et de queue de la colonne à une spécification désirée.

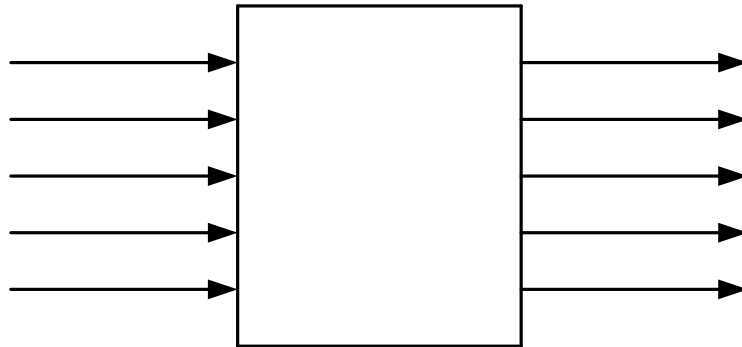


Figure (IV.2) : Schéma bloc d'une colonne de distillation.

Une colonne à distiller typique (Figure (IV.1)) peut être schématisée comme un bloc (Figure (IV.2)) qui possède cinq variables de commande ( $u$ ) correspondant aux cinq vannes (débits de distillat  $D$ , débit de résidu  $B$ , du reflux  $L$ , de vapeur au bouilleur  $V_1$  et de vapeur condensée en tête  $V_n$ ) et de cinq sorties commandées regroupées dans le vecteur ( $y$ ) qui sont : rétention au rebouilleur  $M_B$  et au condenseur  $M_D$ , et la pression  $P$  qui doivent être commandées soigneusement pour maintenir la stabilité de l'opération. En fait, même des colonnes binaires dont la pression et les niveaux sont commandés peuvent présenter des états stationnaires multiples. Il reste deux degrés de liberté pour les compositions de tête et de queue (le distillat  $x_D$  et le résidu  $x_B$ ) et deux variables d'entrée : le débit du flux  $L$  et le débit de vapeur au rebouilleur  $V_1$ .

$B$

Le modèle de la colonne étudiée est à deux entrées et deux sorties, il est donné sous forme matrice de transfert, comme suit :

$$\begin{bmatrix} x_D \\ x_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12.8}{1+16.7 s} e^{-s} & -\frac{18.9}{1+21.0 s} e^{-3s} \\ \frac{6.6}{1+10.9 s} e^{-7s} & -\frac{19.4}{1+14.4 s} e^{-3s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{0.7}{1+14.4 s} e^{-5s} \\ \frac{1.3}{1+12.0 s} e^{-3s} \end{bmatrix} Z_F \quad (\text{IV.1})$$

Avec :

$L$  : Reflux.

$V$  : Flux vapeur.

$x_D$  : Composition du haut de la colonne.

$x_B$  : Composition du bas de la colonne.

$Z_F$  : Alimentation qui représente la perturbation.

#### IV. 5 Analyse des interactions par la RGA

Afin d'analyser les interactions présentes entre les variables de la colonne, on utilise la Matrice des Gains Relatifs (RGA) décrite dans le paragraphe (II.5.1), la relation nous permet de calculer les éléments de la RGA de la colonne.

Pour ce système deux configurations de commande sont possibles :

1 –  $[L - x_D], [V - x_B]$

2 –  $[V - x_D], [L - x_B]$

❖ La matrice des gains statiques :

$$Ks = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)$$

$$Ks = \begin{bmatrix} 12.80 & -18.9 \\ 6.6 & -19.4 \end{bmatrix}$$

❖ L'inverse de la matrice  $Ks$  :

$$(Ks)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.1570 & -0.1529 \\ 0.0534 & -0.1036 \end{bmatrix}$$

❖ La transposée de la matrice  $K(s)^{-1}$  :

$$\left[ (Ks)^{-1} \right]^T = \begin{bmatrix} 0.1570 & 0.0534 \\ -0.1529 & -0.1036 \end{bmatrix}$$

❖ La matrice des gains relatifs :

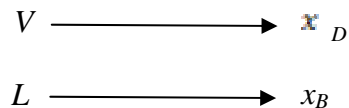
$$RGA = K_S * \left[ (K[S])^{-1} \right]^T$$

$$RGA = \begin{bmatrix} 2.009 & -1.0094 \\ -1.0094 & 2.009 \end{bmatrix}$$

L'examen de la RGA obtenue, montre que le système est fortement interactif .On constate aussi que  $\lambda_{21}$  est négatif d'où le couple correspondant ne doit pas être choisi dans la configuration de commande.

#### ❖ La meilleure configuration de commande :

D'après la RGA, la meilleure configuration de commande est définie comme suit :



Cette meilleure configuration sera caractérisée par un niveau d'interaction signifiant, puisque les éléments de la RGA correspondants aux couples de la configuration considérée ne sont pas dans l'intervalle [0.5 ; 1.5].

#### IV. 6 Synthèse des correcteurs PI

Les différents paramètres de réglage obtenus par la méthode de Ziegler-Nichols, pour la configuration de commande choisie  $[(V, x_D); (L, x_B)]$  sont résumés dans le tableau (IV.1).

Afin d'illustrer la procédure entamée pour le calcul des paramètres des correcteurs **PI** par la méthode de Ziegler-Nichols, on considère la première boucle :

En premier lieu, on cherche la pulsation critique  $\omega_{cr11}$  qui correspond à la phase  $(-\pi)$ , celle-ci est tirée directement du tracé de bode de la fonction de transfert  $g_{11}(s)$  du système.

Avec :

$$g_{11}(s) = \frac{12.8}{1+16.7 s} e^{-s}$$

D'où :

$$\omega_{cr11} = 1.60 \text{ rad /s}$$

Le gain correspondant à cette pulsation est l'inverse de la partie réelle de  $g_{11}(\omega_{cr11})$ .

D'où :

$$K_{cr11} = 2.09$$

L'étape suivante est le calcul des paramètres du correcteur PI données par les relations (III.11) et(III.12).

$$K_{ZN} = \frac{K_{cr}}{2.2}$$

$$T_{ZN} = \frac{2\pi}{1.2\omega_{cr}}$$

D'où :

$$K_{ZN11} = 0.9496$$

$$T_{ZN11} = 3.2725 \text{ mn}$$

Boucles de la configuration choisie	Facteur de réglage $F$	Paramètres des régulateurs	
		$K_{ZN}$	$T_{ZN}$
→	2.5	0.9496	3.2725
→	2.5	-0.1904	9.3500

**Tableau IV.1** : Paramètres des correcteurs de commande.

## IV.7 Changement de consignes

### IV.7.1 Changement de la consigne $c_1$

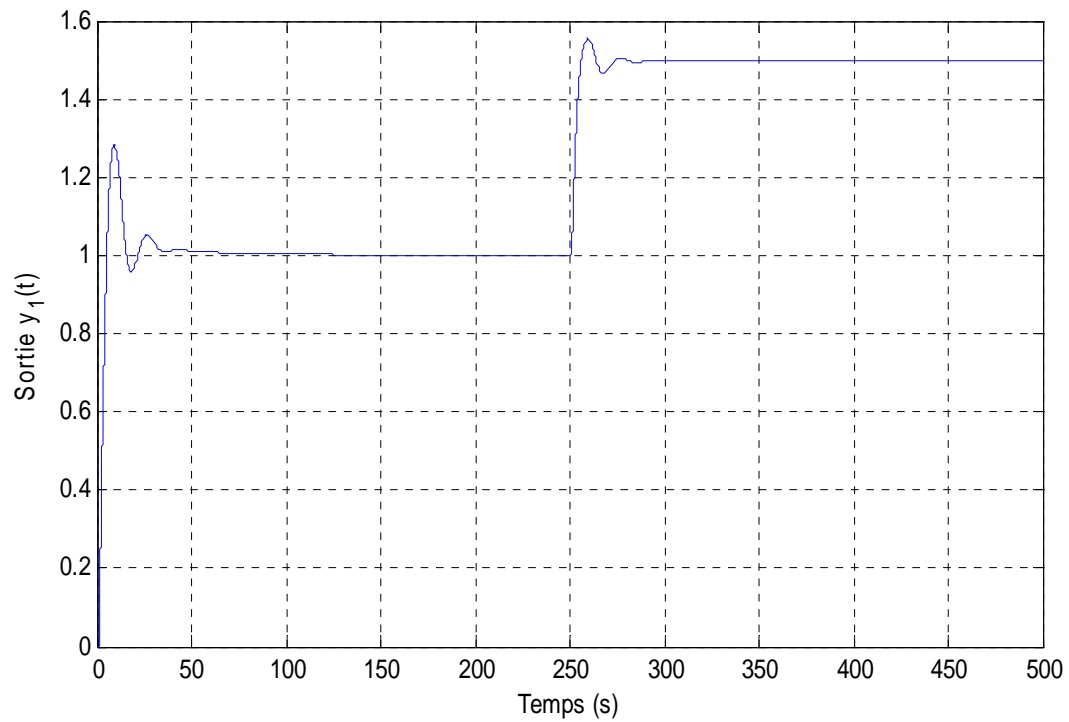
Les figures (IV.3) et (IV.4) donnent les commandes et les sorties pour un changement de la consigne  $c_1$  à l'instant  $t=250$  s. L'examen des résultats obtenus, montre que la sortie  $y_2$  est faiblement affectée par la commande  $u$ . La compensation de l'effet de  $x_D$  sur la sortie  $y_2$  est obtenue après environ 100s, la sortie  $y_1$  tend vers la nouvelle valeur de consigne.

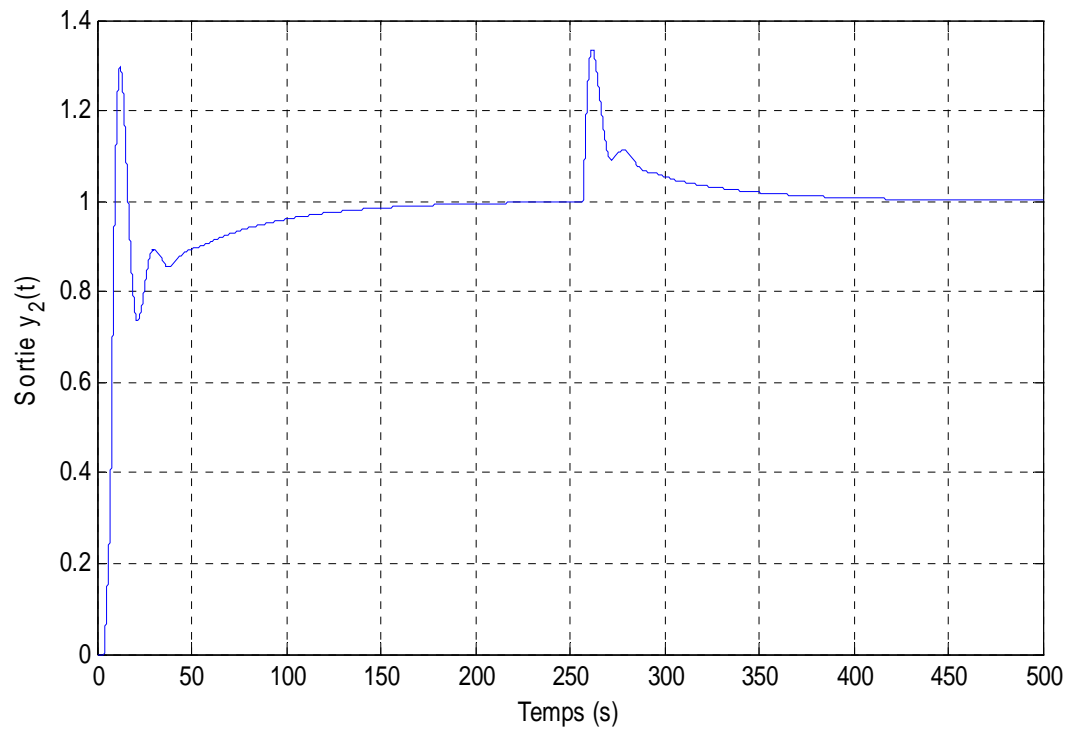
### IV.7.2 Changement de la consigne $c_2$

$L$

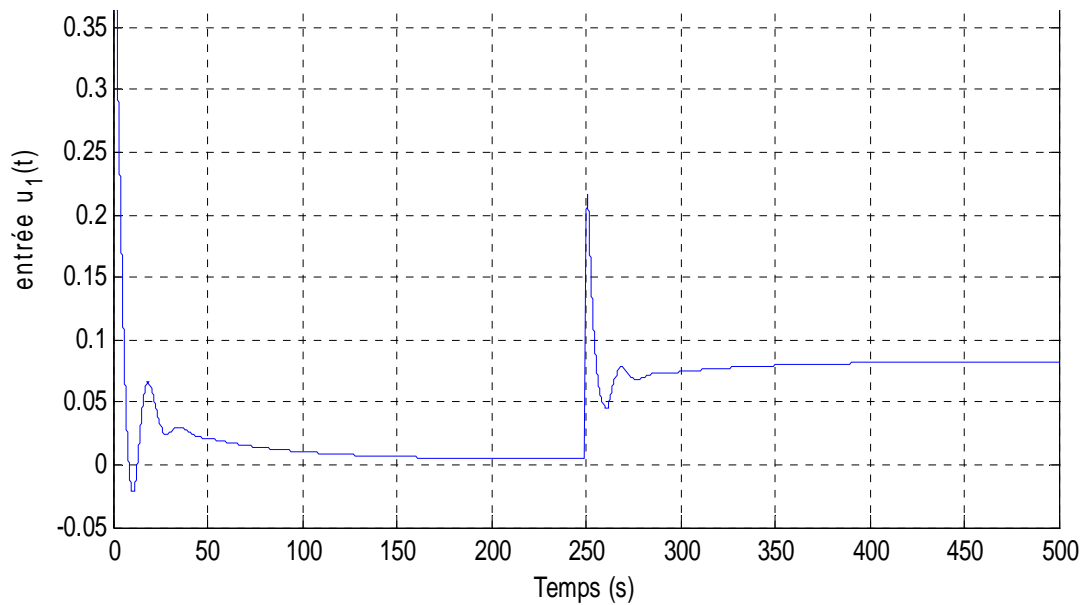
$x_B$

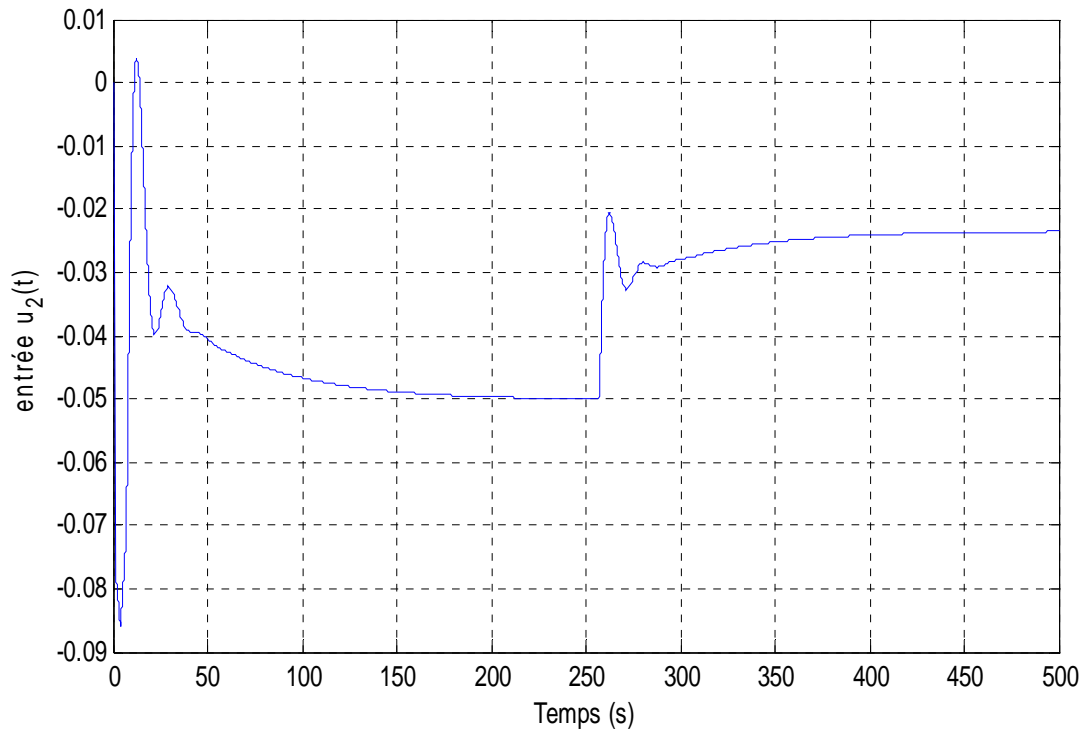
Les figures (IV.5) et (IV. 6) donnent les commandes et les sorties pour un changement de la consigne  $c_2$  à l'instant  $t=250$  s. Les résultats obtenus montrent clairement que l'effet de la commande  $u_2$  sur la sortie  $y_2$  est insignifiant car la sortie  $y_2$  atteint sa nouvelle valeur de consigne sans perturber la sortie  $y_1$ .



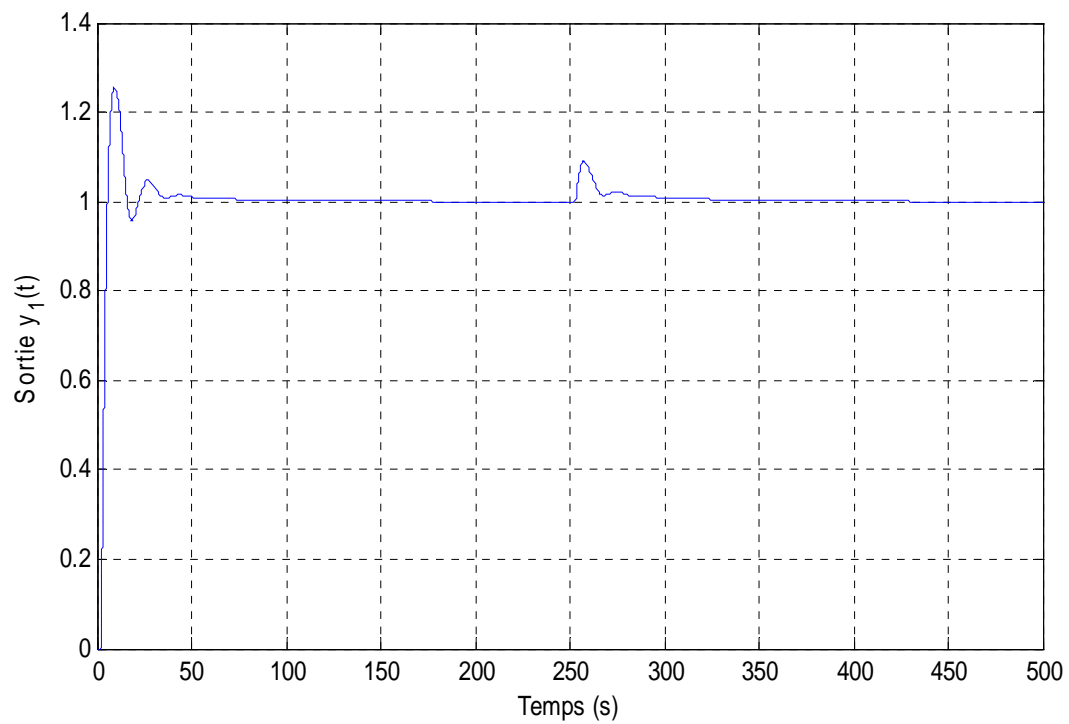


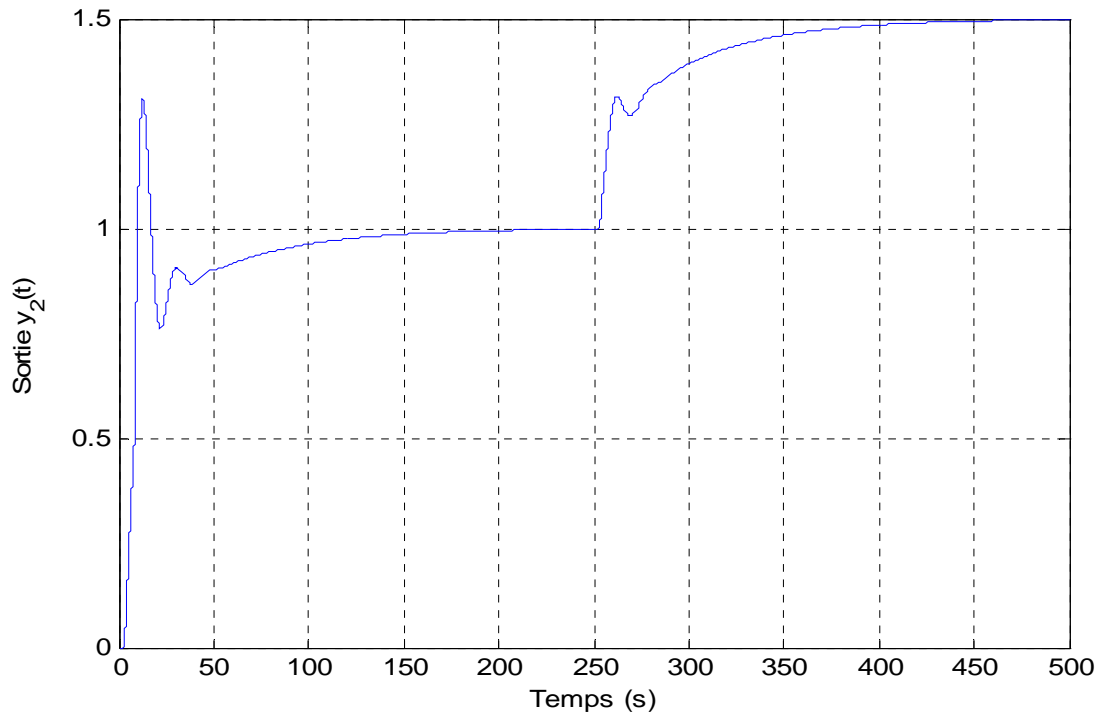
**Figure IV.3:** La représentation des sorties après changement de la consigne  $c_1$ .



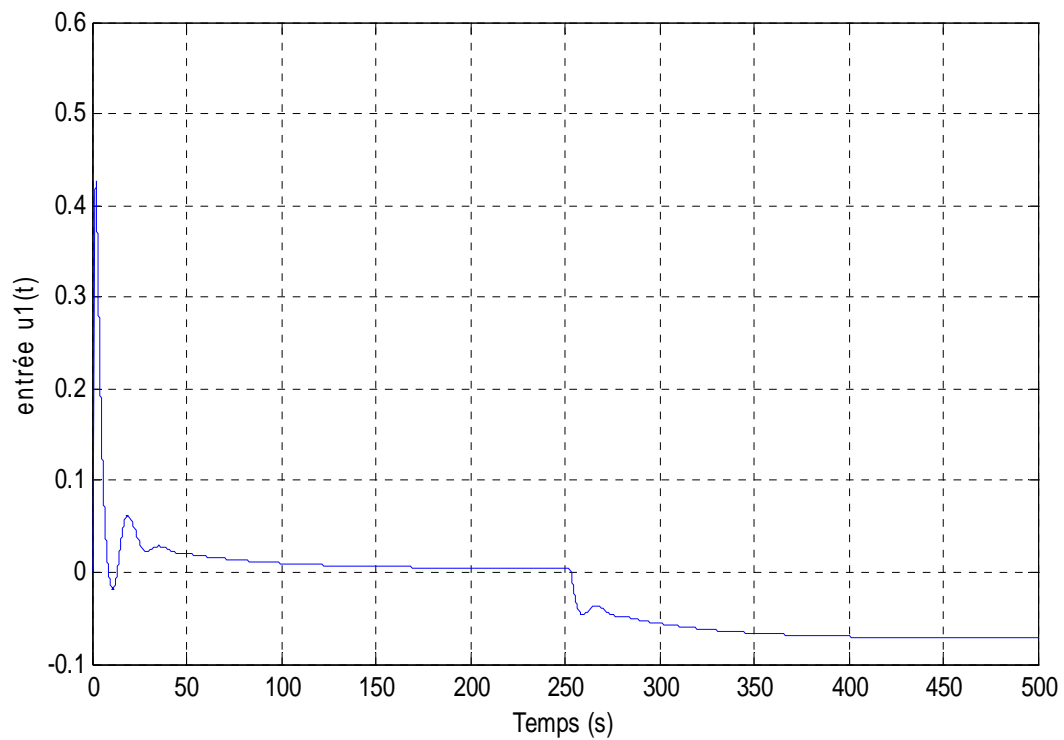


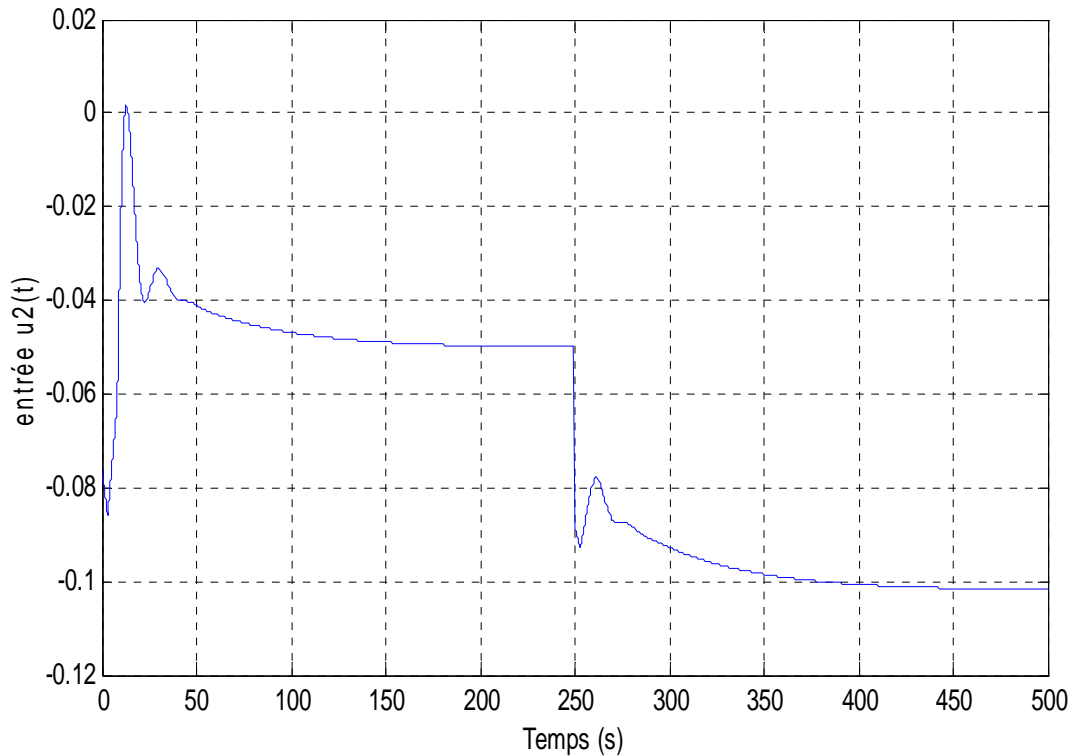
**Figure IV.4 :** La représentation des entrées après changement de la consigne  $c_1$ .





**Figure IV.5 :** La représentation des sorties après changement de la consigne  $c_2$ .

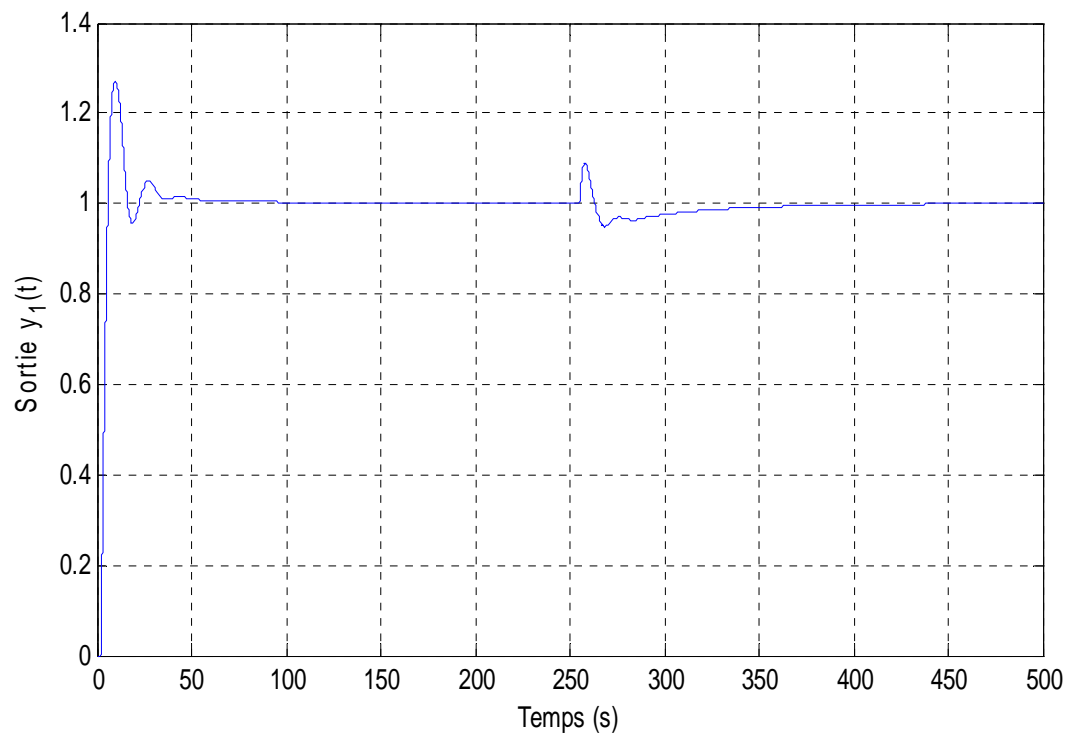


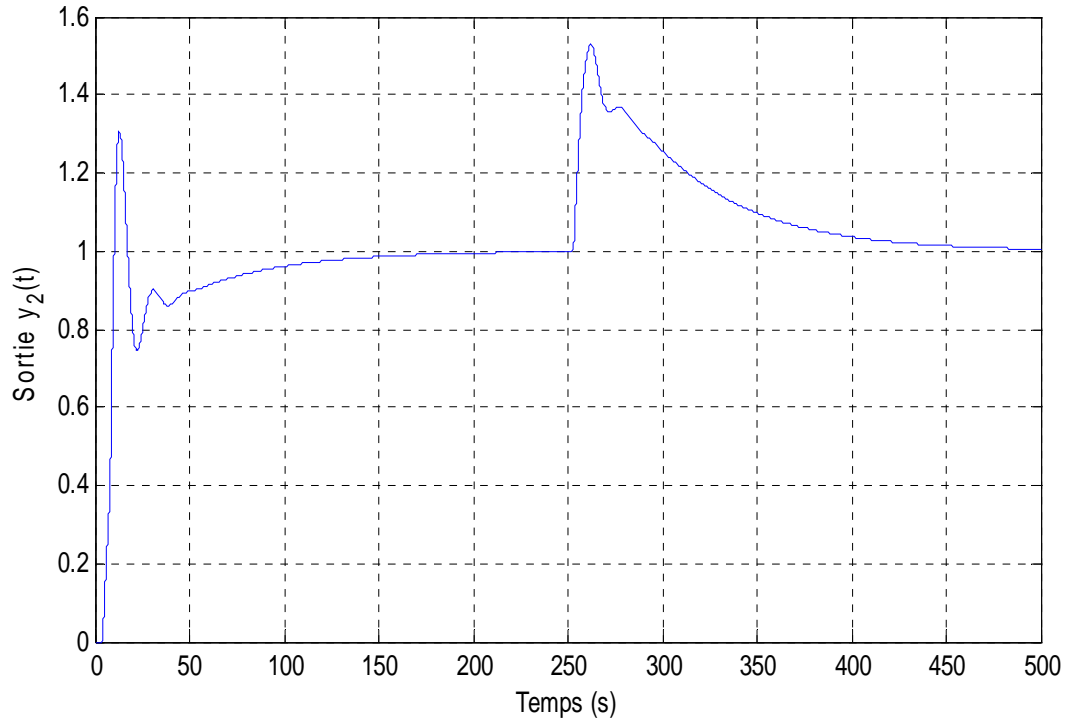


**Figure IV.6 :** La représentation des entrées après changement de la consigne  $c_2$ .

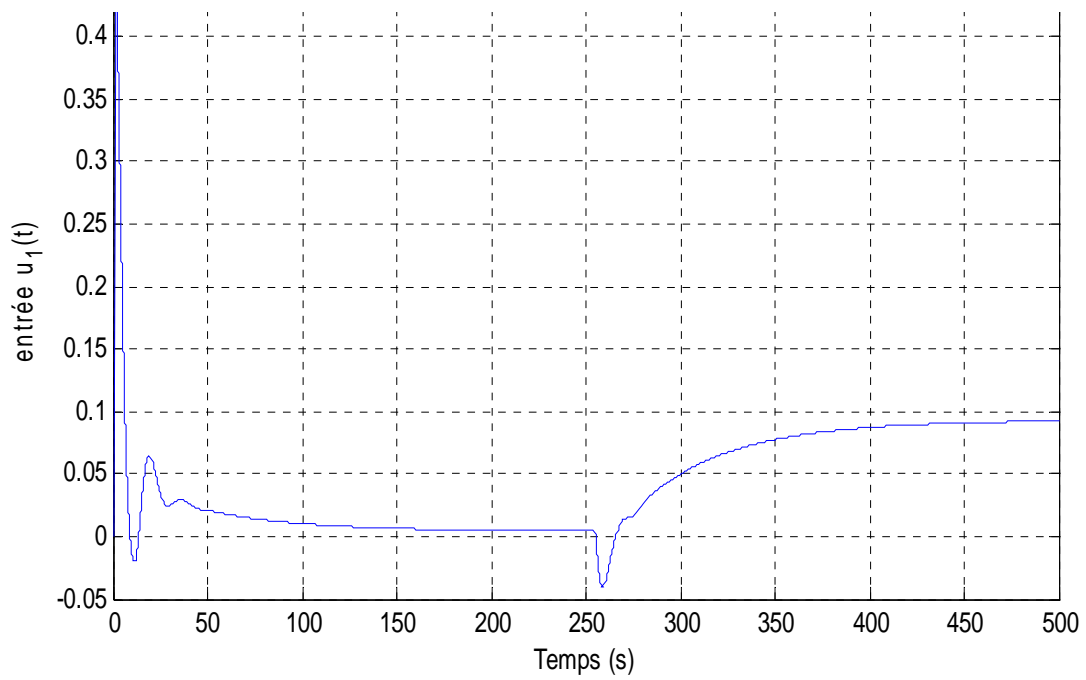
#### IV.8. Rejet de perturbation

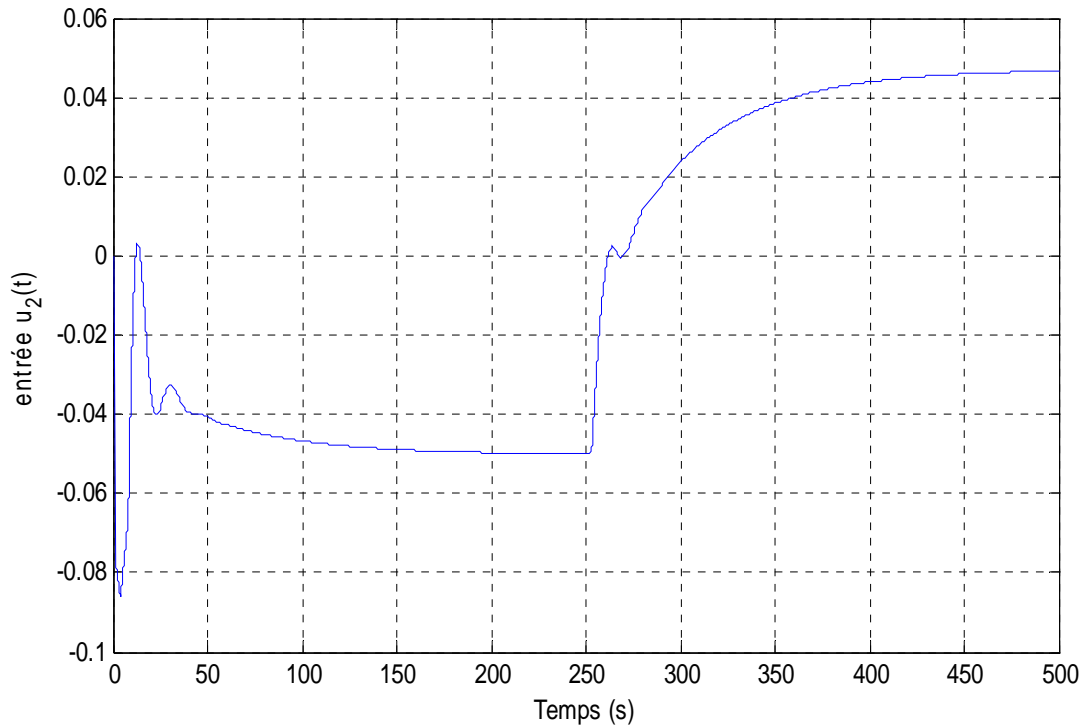
Pour tester l'efficacité du système multiboucle face à la perturbation, c'est-à-dire la variation de l'alimentation. On impose pour chaque sortie, une consigne de type échelon unité. Puis, on applique une perturbation sur les deux sorties à l'instant  $t=250$ s. Les figures (IV.7) et (IV.8) illustrent respectivement l'évolution des sorties et des entrées du système. On remarque un faible dépassement pour la sortie  $y_1$  avec un rejet rapide de la perturbation. Par contre ; dans le cas de la sortie  $y_2$ , le dépassement est considérable avec un rejet de perturbation lent.





**Figure IV.7 :** Sorties de la colonne dans le cas du rejet de perturbation.





**Figure IV.8 :** Entrées de la colonne dans le cas du rejet de perturbation.

## IV.9 Conclusion

L'étude menée dans ce chapitre a pour objectif de montrer par simulation la convergence des méthodes proposées dans les chapitres précédents. Le procédé étudié est une colonne de distillation à deux variables de commandes et deux variables à commander.

Après le choix de la meilleure configuration de commande, par la méthode d'analyse des interactions (**RG**A), vient la synthèse des correcteurs **PI** par la méthode du plus grand module (**BL**T). Les tests de la simulation effectués sur changement de consignes et le rejet de perturbation, montrent que la commande multiboucle donne des résultats satisfaisants.

Par cet exemple, nous avons montré la simplicité de synthèse d'un système de commande multiboucle pour un procédé multivariable en adoptant la stratégie et la méthodologie proposées.



# *Conclusion générale*

Le travail présenté dans ce mémoire s'inscrit dans le cadre de la commande des systèmes multivariables. Il est axé essentiellement sur la technique de commande multiboucle. L'objectif visé dans notre étude est de trouver la meilleure configuration de commande (couples entrées-sorties) pour parvenir à la synthèse d'un système de commande, à base de la commande multiboucle, pour une colonne de distillation qui présente de fortes interactions entre ces variables caractéristiques.

Ainsi, après un rappel de quelques notions sur les systèmes multivariables, nous avons abordé d'une manière explicite le phénomène d'interaction, suivi d'une méthode d'analyse des interactions, développée par Bristol, intitulée Matrice des Gains Relatifs (RGA). Puis, une méthode de conception des correcteurs PID dans un environnement multivariable a été présentée, il s'agit de la méthode du plus grand module (BLT). Pour illustrer la démarche de synthèse d'un système de commande multiboucle, une application portant sur la commande d'une colonne de distillation a été présentée.

L'application présentée a permis d'illustrer le choix de la meilleure configuration de commande par la méthode RGA, et la synthèse des correcteurs par la méthode BLT pour un système multivariable fortement couplé. Les tests de simulation effectués ont démontré les avantages de la commande multiboucle puisque la poursuite et la régulation ont été assurées.

A la lumière des résultats obtenus, on peut dire que la commande multiboucle s'adapte convenablement pour la commande d'un système multivariable à condition de choisir une configuration de commande faiblement interactive.

Comme perspective de continuité, on peut penser à l'application des techniques d'optimisation pour la synthèse des correcteurs des boucles de commande, et d'utiliser des techniques de commande modernes telle que la logique floue.

## ***BIBLIOGRAPHIE***

- **BORNE, P., DAUPHIN-TANGUY G., RICHARD J. P., ROTELLA F. et ZAMBETTAKIS I.**, "Modélisation et Identification des Processus". Tome 1, Editions Technip, 1992.
- **BESONCON,A. et VODAN,S,G.** « Régulation PID Analogiques et Numériques. ». technique de l'ingénieur.
- **CORRIOU, J. P.** « Commande des Procédés », Technique et Documentation, Nancy, 1996.
- **ECONOMOU, C. G. and MORARI M.**, "Internal Model Control. 6. Multiloop Design". *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev*, Vol. 25, No. 2, 1986, pp. 411–419.
- **FOSSARD, A.**, "Systèmes Multientées-Multisorties". *Technique de l'ingénieur, traité Mesures et Contrôle*, No. 139, R 7 220, 1997.
- **FOSSARD, A. et GUEGUEN C.**, "Commande des Systèmes Multidimensionnels". Editions Dunod, 1972.
- **JENSEN, N., FISHER D. G. and SHAH S. L.**, "Interaction Analysis in Multivariable Control Systems". *AIChE Journal*. Vol. 32, No. 6, June 1986, pp. 959–969.
- **JOHNSTON, R. D.** "Steady-State Closed-Loop Structural Interaction Analysis". *Int. J. Control*. Vol. 52, No. 6, 1990, pp. 1351–1369.
- **MAIDI, A.** « Analyse des Interactions dans un Système à Grande Echelle : Application à la Commande Multiboucle des Systèmes Fortement Couplés. Thèse de Magister », Faculté des Hydrocarbures et de la Chimie (FHC), Université de Boumerdés, Février 2001.
- **MARLIN, T. E.** "Process Control, Designing Processes and Control Systems for Dynamic Performance". McGraw-Hill International Editions, 1995.
- **MCAVOY, T. J.**, "Interaction Analysis". Instrument Society of America, 1983.
- **PAPANICOLA,R.**, « Notion de correction des systèmes Asservis. ». Sciences Industrielles, 2003.
- **POMERLEAU, A.** « La Commande de Procédés Industriels : Une approche Fréquentielle unifiée », Edition Hermès, 1997.
- **SIARRY, P.**, "Automatique de Base". Editions Berti, 1993.

- **ARZELIER,D.**, « Représentation et Analyse des Système Linéaires ».
- **TOH,W, K. et RANGAIAH,G, P.**« A Methodology for Autotuning of Multivariable Systems ». American Chemical Society, 2002.