

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA  
RECHERCHE SCIENTIFIQUE



*Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou*

*Faculté de Génie électrique et informatique*

*Département d'électrotechnique*



# MEMOIRE

*De Fin D'étude*

*En vue de l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en  
électrotechnique*

*Option : Machines Electriques*

*Thème :*

**INFLUENCE DE LA FORME  
D'ENCOCHE SUR LE DEMARRAGE  
D'UN MOTEUR ASYNCHRONE**

*Encadré par :*  
*M<sup>r</sup> : DICHE A*

*Réalisé par :*  
*M<sup>r</sup> : ABDELAZIZ Nadir*  
*M<sup>r</sup> : BOUZIDI Hamza*

*Promotion : 2008-2009*

# *Sommaire*

## Sommaire

Introduction générale .....	01
<b>Chapitre I: Généralités</b>	
I.Introduction.....	02
I.1 : le stator.....	02
I.2 : Le rotor.....	02
I.2.1 : Rotor bobiné ou à bague.....	02
I.2.2 : Rotor à cage d'écureuil.....	02
I.3 : Démarrage des moteurs asynchrones.....	03
I.4 : Procédés de démarrage des moteurs asynchrones.....	04
I.4.1 : Moteur à rotor bobiné.....	05
I.4.2 : Moteur à cage d'écureuil.....	05
I.4.2.1 : Démarrage sous tension réduite.....	05
I.4.2.2 : Démarrage étoile triangle.....	06
I.5 : Influence de la résistance rotorique sur le démarrage des moteurs asynchrones.....	06
I.5.1 : Classification des moteurs à cages d'écureuils.....	08
I.6 : moteur à encoches profondes et à double cages.....	09
I.6.1 : Effet pelliculaire.....	09
I.6.2 : Moteur à double cage.....	09
I.6.2.1 : Principe de fonctionnement.....	10
I.6.2.2 : Schéma équivalent d'un moteur à double cages.....	10
I.6.3 : Moteur à cage profonde.....	13
I.6.3.1 : Principe de fonctionnement.....	13
I.6.3.2 : Résistance et réactance du rotor.....	14

I.6.3.3 : schéma équivalent d'un moteur à encoche profonde.....	14
I.7 : Conclusion.....	16
<b>Chapitre II : modélisation des encoches et influence de l'effet pelliculaire</b>	
II.1.Introduction.....	17
II .2.Rappel sur l'électromagnétisme .....	17
II.2.1 .Définition du champ électromagnétique .....	17
II.2.2. Equations de Maxwell .....	17
II.2.3.Equations constitutives (lois des milieux) .....	18
II.2.4. Résolution des problèmes électromagnétiques .....	18
II.3.Modelisation de l'encoche profonde .....	18
II.3.1.Calcul de $r_0$ et $n_0$ .....	19
II.3.1.1.Calcul de $r_0$ .....	19
II.3.1.2.Calcul de $n_0$ .....	19
II. 3.2. Calcul de $r$ et $n$ .....	20
II .3.3.Résultats analytiques .....	24
II. 4.Calcul numérique des barres rotoriques (par le logiciel FEMM).....	25
II.4.1. Description du logiciel utilisé .....	25
II.4.2. Cas d'une barre rectangulaire.....	26
II.4.3.Résultat du calcul numérique.....	27
II.5.Calcul de champ .....	30
II.5.1. Conditions aux limites associées .....	31
II.5.2. Extraction des résultats .....	31
II.5.3. Schéma électrique équivalent .....	31
II.5.4. Extraction des paramètres par calcul de champ .....	34
II.5.4.1. Calcul de l'inductance $l_s$ .....	35

II.5.4.2. Calcul de l'inductance $l_n$ .....	35
II.6. Calcul d'une barre rectangulaire .....	36
II.6.1. Détermination de l'inductance $l_s$ .....	37
II.6.2. Détermination de l'inductance $l_n$ .....	37
II.7. Influence de la forme de l'encoche .....	38
II.7.1. Cas d'une encoche de forme trapézoïdale .....	38
II.7.2. Cas d'une encoche de forme trapézoïdale inversée .....	39
II.7.3. Cas d'une encoche double cages.....	40
II.7.4. Cas d'une encoche d'un moteur industriel.....	42
II.8. Analyse des résultats.....	43
II.8.1. Encoche rectangulaire.....	43
II.8.2. Encoche trapézoïdale.....	43
II.8.3. Encoche trapézoïdale inversée.....	43
II.8.4. Encoche du moteur industriel.....	43
II.8.5. Encoche à double cages.....	43
II.9. Conclusion.....	45

### **Chapitre III : Modélisation et simulation de la machine**

☐☐☐ 1. Introduction .....	46
☐☐☐ 2. Représentation schématique du modèle de la machine .....	46
☐☐☐ 3. Les équations de la machine asynchrone .....	47
☐☐☐ 3.1. les équations électriques au stator .....	47
☐☐☐ 3.2. Les équations des tensions rotoriques .....	47
☐☐☐ 3.3. Les équations magnétiques .....	48
☐☐☐ 4. Transformation de PARK .....	49

III. 4.1. Equations électriques .....	50
III. 4.2. Equations magnétiques.....	51
III. 4.3. Equation mécanique.....	51
III. 5. Equations électriques de machine asynchrone.....	52
III. 5.1. Sans effet pelliculaire.....	52
III. 5.2. Avec effet pelliculaire .....	52
III. 6. Résultats de simulation.....	52
III. 6.1. Cas d'un moteur avec encoche rectangulaire sans effet pelliculaire .....	53
III. 6.2. Cas d'un moteur avec encoches rectangulaires.....	54
avec effet pelliculaire.....	55
III. 6.3. Caractéristiques du moteur à encoches trapézoïdales .....	56
III. 6.4. Caractéristiques du moteur à Encoches trapézoïdales .....	57
III. 6.5. Caractéristiques du moteur à encoches industrielles.....	58
III. 6.6. Caractéristiques du moteur à encoches double cages .....	59
III. 6.7. Comparaisons des résultats .....	61
III. 7. Interprétation des résultats.....	61
III. 7.1. Cas sans effet pelliculaire.....	61
III. 7.2. Cas avec effet pelliculaire.....	61
III. 7.2.1. Encoche rectangulaire.....	61
III. 7.2.2. Encoche trapézoïdale .....	61
III. 7.2.3. Encoche trapézoïdale inversée.....	62
III. 7.2.4. Encoche du moteur industriel.....	62
III. 7.2.5. Encoche double cages.....	62
III. 7.8. Conclusion.....	62
Conclusion générale.....	65

# *Introduction générale*

## **Introduction générale**

En 1889, l'ingénieur russe MOLIVO-Dobrovoski à inventé un moteur asynchrone triphasé, qui est devenue par la suite le plus employés de toutes les machines électriques, du fait de sa simplicité de construction, son faible coût d'achat et de fabrication, sa robustesse mécanique et la quasi-absence d'entretien.

Par suite, les études ont démontrés que la MAS est presque idéal mais présente un problème au démarrage, car il développe un couple relativement faible par rapport au courant appelé ce qui implique un temps de démarrage important induisant des échauffements néfastes pour la machine.

Pour remédier aux problèmes de démarrage, plusieurs méthodes ont été développées. Le choix des dimensions de l'encoche et du conducteur peut apporter une solution adéquate. Comment cette solution peut répondre à nos ambitions ?

Notre travail, est l'étude de l'influence de la forme de l'encoche sur les caractéristiques de démarrage (couple, courant), en exploitant le phénomène dit effet pelliculaire.

Dans le premier chapitre nous présentons des généralités sur les machines asynchrones et les différents modes de démarrage.

Le deuxième chapitre est consacré au calcul par éléments finis des coefficients qui tient compte de la variation de la résistance et l'inductance des différentes forme de barres rotoriques.

Enfin le troisième chapitre sera totalement consacré à la simulation de la machine asynchrone, en tenant compte de l'effet pelliculaire. Ce chapitre vient pour expliciter l'influence de la forme de l'encoche sur les caractéristiques de démarrage.

# *Chapitre I*

## **I. Introduction**

Le moteur asynchrone, appelé aussi moteur à induction, est constitué essentiellement de deux composantes principales, l'une est appelée **stator** qui est la partie fixe du moteur, elle constitue l'inducteur du moteur nommé aussi le primaire ; l'autre partie appelée **rotor** ou secondaire, c'est la partie mobile du moteur.

### **I.1 : Le stator**

Une carcasse statorique feuilletée dont la face interne comporte des encoches régulièrement repartis. Dans ces encoches sont logés trois enroulements identiques à  $p$  paire de pôles ; leurs axes sont décalés entre eux d'un angle électrique égal à  $2\pi/3$ . Les enroulements du stator sont alimentés par un système de tensions triphasées équilibrées.



Fig. I.1 : Carcasse statorique feuilletée.



Fig. I.2 : Stator avec enroulement

### **I.2 : Le rotor**

C'est la partie mobile de la machine. On distingue deux types de rotor :

#### **I.2.1 : Rotor bobiné ou à bague**

Un cylindre feuilleté plein pourvu d'encoches logeant un bobinage triphasé de même nombre de pôles que le stator. Ce bobinage est généralement couplé en étoile, les sommets de l'étoile sont reliés à des bagues portées sur l'arbre du moteur, sur lesquels frottent trois balais isolés qui rendent le bobinage rotorique accessible de l'extérieur.

#### **I.2.2 : rotor à cage d'écureuil**

Les encoches sont habituellement de type semi-ouvert, mais on utilise parfois des encoches fermées. Les enroulements sont constitués de barres court-circuitées par un anneau terminal placé à chaque extrémité du rotor, les barres des gros moteurs sont généralement en cuivre ou en laiton. Par contre, les barres des petits moteurs sont en

aluminium et on utilise le coulage d'aluminium pour les moteurs de plusieurs dizaines et même de quelque centaine de kilowatts.

Malgré les bonnes qualités que possède le moteur asynchrone, il est loin d'être parfait, son principal inconvénient c'est qu'il développe au démarrage un couple relativement faible par rapport au fort courant appelé ce qui implique un temps de démarrage long.

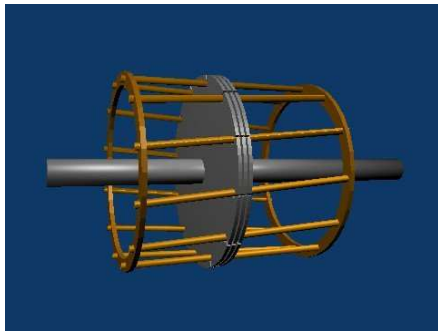


Fig. I.3 : Cage d'écureuil



fig. I.4 : Rotor à cage d'écureuil

### ***I.3 : Démarrage des moteurs asynchrones***

Les deux éléments principaux qui caractérisent le MAS sont :

- *Le couple de démarrage* : C'est le couple développé par le moteur à partir de l'état du repos c-à-d quand  $g=1$ . On peut l'obtenir à partir de la courbe du couple en fonction du glissement.
- *Le courant de démarrage* : C'est le courant absorbé par le moteur au moment de la mise sous tension ( $g=1$ ).

Les expressions du couple de démarrage et le courant de démarrage sont exprimées dans les relations suivantes :

$$C_d = C_{em}(g = 1) = \frac{mV_1^2}{\Omega_s} \frac{R_2}{[(R_1 + R_2)^2 + (X_1 + X_2)^2]}$$

$$I_d = \frac{V_1}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_1 + X_2)^2}}$$

Avec :

$R_1, X_1$  : résistance et réactance du stator.

$R_2, X_2$  : résistance et réactance du rotor ramenées au stator.

$m$  : nombre de phases.

$\Omega_s$  : vitesse de synchronisme (rd/s).

D'après les relations précédentes, on voit que :

- Le couple de démarrage est proportionnel à la résistance rotorique.
- Le couple de démarrage est proportionnel au carré de la tension d'alimentation.
- Le courant de démarrage est inversement proportionnel à la résistance rotorique.

L'inconvénient que présente le moteur asynchrone, est du fait qu'il développe un couple de démarrage relativement faible, tout en absorbant un courant très supérieur au courant nominal, ce qui peut devenir néfaste pour la machine. En effet cette augmentation du courant peut provoquer :

- Un échauffement anormal au primaire de la machine, ce qui peut détériorer ses enroulements.
- Une chute de tension dans le réseau ce qui nuit au fonctionnement des appareils voisins ainsi provoquant un échauffement du transformateur qui l'alimente.

Donc quelque soit le type du moteur asynchrone, on doit limiter au démarrage le courant appelé tout en conservant le couple.

Pour remédier à ces problèmes, des procédés de démarrage bien déterminés sont utilisés selon le type de la machine.

#### ***1.4: Procédés de démarrage des moteurs asynchrones [1]***

Les procédés de démarrage des moteurs asynchrones diffèrent selon le type des moteurs (à bague ou à cage) et de la puissance fournie par ces derniers (moteurs de grandes puissances ou de faibles puissances).

### I.4.1 : Moteur à rotor bobiné

Pour les moteurs de faibles puissances, le démarrage s'effectue en insérant un rhéostat de démarrage au rotor, qui permet à la fois, de limiter l'appel en courant et d'augmenter le couple de démarrage.

Pour les moteurs de grandes puissances le démarrage s'effectue par la récupération de la puissance fournie au bobinage rotorique (cascade hyposynchrone) comme le montre la figure si dessous.

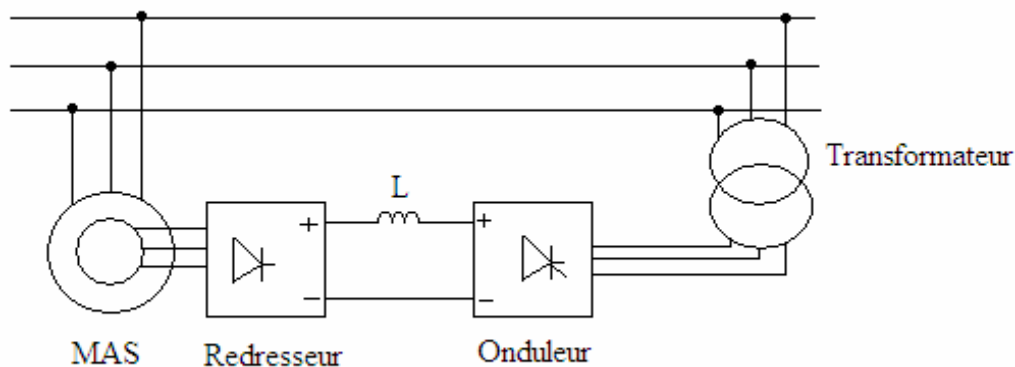


Fig. I.5 : Cascade hyposynchrone.

### I.4.2 : Moteur à cage d'écureuil

#### I.4.2.1 : Démarrage sous tension réduite

Le principe de ce type de démarrage consiste à réduire la tension d'alimentation du moteur, sachant que la réduction de cette dernière entraîne une réduction du courant de même rapport.

On peut réduire cet appel de courant en réduisant la tension appliquée, par exemple, en utilisant un transformateur intermédiaire, ou en se servant d'un transformateur à rapport de transformation variable pour l'alimentation du moteur. On peut également insérer les impédances en série avec le moteur au moment du démarrage. La tension aux bornes du moteur sera alors la tension aux bornes du réseau diminué de la chute de tension dans les impédances auxiliaires.

L'inconvénient que présente ce procédé, c'est que lorsqu'on réduit la tension d'alimentation du moteur on aura une réduction du couple proportionnelle au carré de la réduction de la tension d'alimentation. Dans ces conditions, ce type de démarrage est essentiellement réservé aux moteurs démarrant à très faible charge, voire à vide.

### I.4.2.2 : Démarrage étoile triangle

Ce procédé de démarrage consiste à construire un moteur pour qu'il fonctionne normalement sous la tension  $U$ , les phases étant couplées en triangle mais au moment du démarrage, on couple les phases en étoile pour ne revenir au couplage en triangle que lorsque la vitesse du moteur est suffisamment importante. De cette manière, la tension aux bornes de chaque phase au moment du démarrage est  $\sqrt{3}$  fois plus petite que la tension aux bornes de chaque phase pendant le fonctionnement normal et le courant absorbé par phase est réduite d'autant.

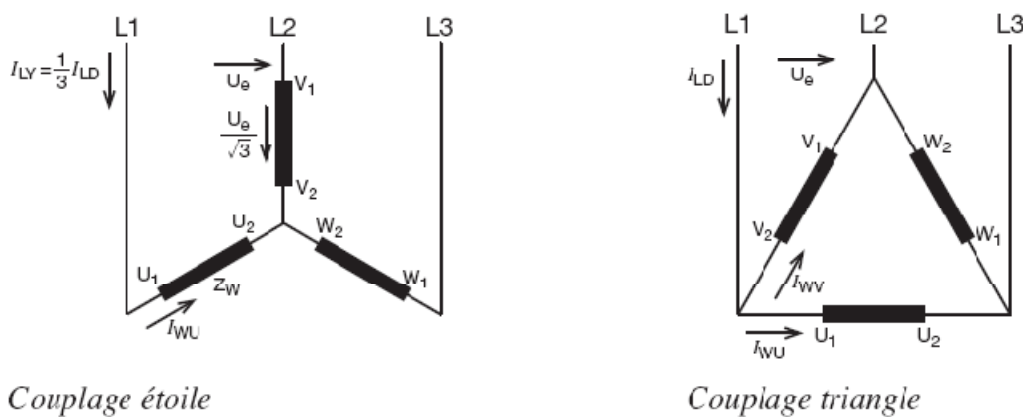


Fig. I.6 : Schéma du couplage étoile triangle.

### I.5 : Influence de la résistance rotorique sur le démarrage des moteurs asynchrones

On remarque dans les procédés de démarrage cités précédemment, que lorsqu'on agit sur la tension d'alimentation, on aura une diminution du courant de démarrage, mais ceci entraîne aussi une diminution du couple de démarrage, puisque ce dernier est proportionnel au carré de la tension d'alimentation.

En effet, si on réduit la tension d'alimentation d'un facteur  $k$ , le courant absorbé sera diminué d'autant, par contre le couple de démarrage sera  $k^2$  fois plus petit que le couple de démarrage sous pleine tension.

Le second inconvénient que présentent ces procédés se résume du fait qu'ils sont de mise en œuvre compliquée et onéreux.

Or, il existe un système de démarrage qui permet à la fois d'augmenter le couple de démarrage, et de diminuer le courant d'appel au démarrage. Il consiste à utiliser un

rhéostat rotorique, ce qui n'est pas utilisable, naturellement, pour les moteurs à cage d'écureuil. Avec l'addition du rhéostat rotorique on peut faire varier le couple de démarrage, le courant absorbé et le point de fonctionnement du moteur. Donc on peut obtenir plusieurs courbes du couple en fonction de glissement come le montre la figure si dessous.

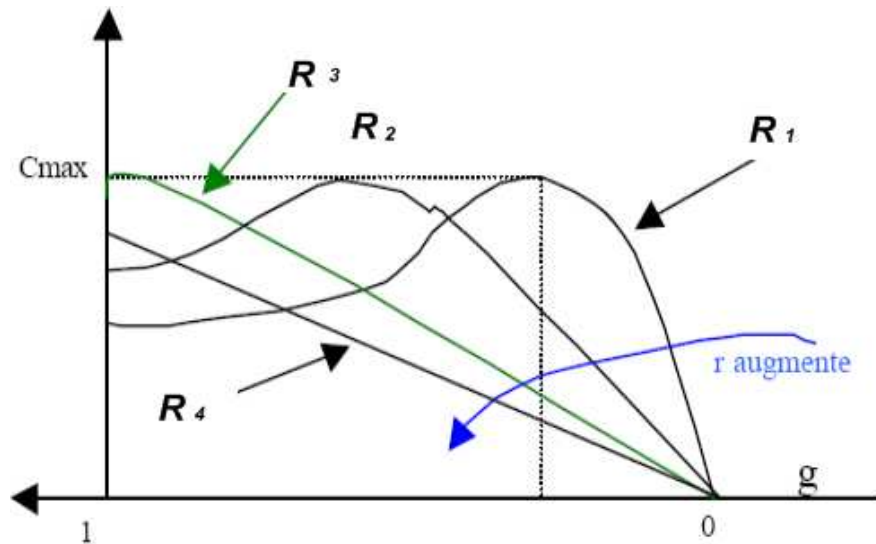


Fig. I.7: Courbe du couple en fonction du glissement.

On a:  $R_1 < R_2 < R_3 < R_4$

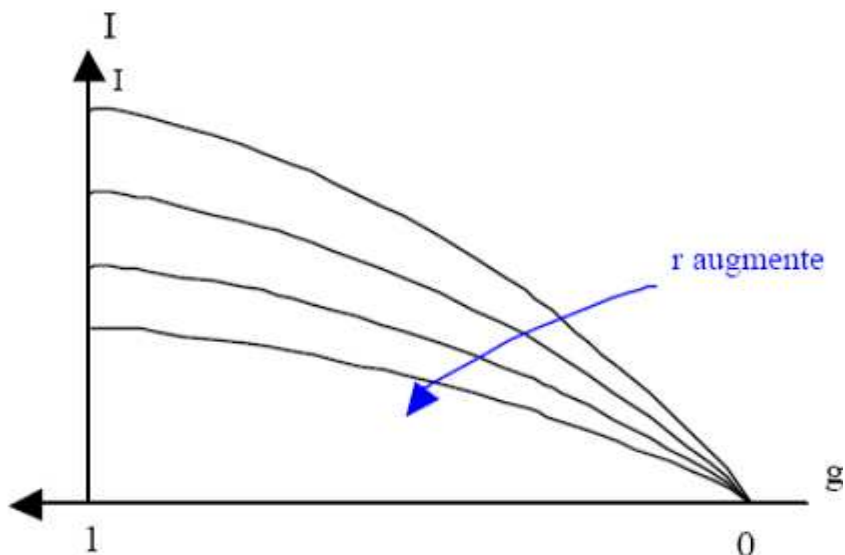


Fig. I.8 : Courbe du courant en fonction du glissement.

D'après le graphe du couple en fonction du glissement, on remarque au démarrage, que plus la résistance rotorique est grande, plus le courant de démarrage est petit et meilleur est le couple de démarrage, jusqu'à une certaine limite bien sur.

Nous venons de voir le moteur à rotor bobiné, et l'avantage qu'il présente au démarrage, grâce à son rotor qui est accessible de l'extérieur, contrairement au moteur à cage d'écureuil. Mais si on change les caractéristiques géométriques et métallurgiques de la cage de ce dernier on, on peut améliorer le démarrage.

En effet, la résistance dépend de la longueur du rotor, de la section des conducteurs et le matériau utilisé.

### I.5.1 : Classification des moteurs à cages d'écureuil [7]

La classification des moteurs à cage se base sur la variation de la résistance et la réactance des enroulements du rotor. au démarrage, la réactance d'un conducteur est d'autant plus grande que ce dernier est loin de l'entrefer. Plus la résistance est grande plus la courant de démarrage est petit et mieux soit le couple de démarrage.

En se basant sur ces paramètres (résistance et réactance du rotor) qui dépendent de la forme de l'encoche rotorique, on obtient la classification suivante des moteurs selon leur couple de démarrage et le courant absorbé au démarrage :

- Classe A : Moteur à couple normal et à courant de démarrage normal.
- Classe B : Moteur à couple normal et à faible courant de démarrage.
- Classe C : Moteur à fort couple et à faible courant de démarrage.
- Classe D : Moteur à fort glissement.
- Classe F : Moteur à faible couple et à faible courant de démarrage.

La figure suivante montre la courbe du couple en fonction de pourcentage de la vitesse de synchronisme :

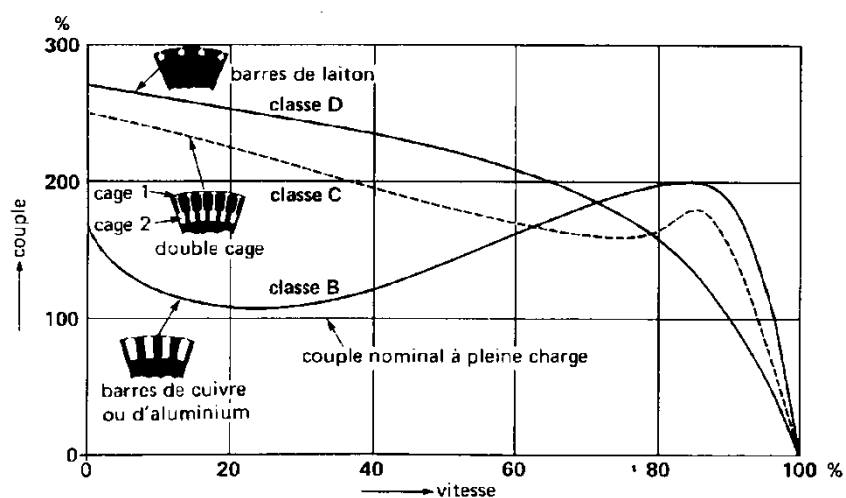


Fig. I.9 : Courbe de couple en fonction de pourcentage de la vitesse de synchronisme.

### **I.6 : Moteur à encoches profondes et à double cages [1]**

On a vu précédemment, que lorsqu' on modifie la forme d'encoches dans le rotor à cage, on peut améliorer le couple ainsi que le courant absorbé au démarrage. L'avantage que présente ce type de rotor se résume dans le fait que sa résistance varie avec le glissement et cela grâce à un phénomène appelé *effet pelliculaire*.

#### **I.6.1 : Effet pelliculaire**

Lorsqu'un conducteur est soumis à un courant dont la fréquence est non nulle, la densité de courant le parcourant est non homogène sur sa section, du fait que plus la fréquence augmente, plus le courant a tendance à se concentrer sur la périphérie du conducteur, formant ainsi une pellicule surfacique. Les conséquences de ce phénomène se manifestent par une augmentation de la résistance du conducteur ainsi que la diminution du courant le parcourant, lorsque la fréquence augmente.

La *profondeur de peau* détermine, la profondeur de la zone où se concentre le courant dans le conducteur, à une fréquence donnée. Elle permet de calculer la résistance effective à une fréquence prés. Dans les moteurs asynchrones elle est

exprimée par la relation suivante : 
$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\pi g \omega}} = \sqrt{\frac{\rho}{\pi \mu_0 g f}} \quad (I.1)$$

Avec :

- $\delta$  : profondeur de pénétration du champ alternatif en mètre [m].
- $\rho$  : résistance du matériau de la cage [ $\Omega \cdot m$ ].
- $\mu$  : perméabilité du matériau de la cage [H/m].
- $f$  : fréquence du champ alternatif [Hz].
- $g\omega$  : pulsation du courant dans les encoches [rad/s].

#### **I.6.2 : Moteur à double cage**

Ce type de moteur est de classe C, il est composé de deux cages coaxiales (concentriques), comme le montre la figure (fig.1.10). La cage extérieure est située plus près de l'entrefer, elle est fabriquée de matériau de grande résistivité et de faible inductance, telle que le laiton, l'aluminium, le bronze... etc. la cage interne est en cuivre rouge et a une inductance plus importante. Les deux enroulements étant séparés l'un de l'autre par des fentes étroites des encoches (fig.1-10.a), pour cette raison la cage interne a une grande perméance pour les flux de dispersion, par contre celle de l'extérieur est relativement petite, c'est pourquoi la réactance de dispersion de la cage interne est plus élevée que celle de l'extérieur.

### I.6.2.1 : Principe de fonctionnement

Au démarrage, la fréquence des courants rotoriques est égale à la fréquence  $f$  du réseau. Dans chacune des cages la résistance est faible devant la réactance, les intensités se répartissent de façon inversement proportionnelle aux réactances, c'est donc la cage extérieure (cage de démarrage) qui reçoit presque tout le courant, et comme elle est résistante, l'appel de courant est réduit et le couple élevé. En revanche, en marche normale, la fréquence des courants rotoriques devient  $gf$  donc très basse, les réactances deviennent négligeables devant les résistances, et c'est la cage intérieure (cage de travail), de faible résistance qui prend la part prépondérante du courant, d'où un faible glissement et un bon rendement.

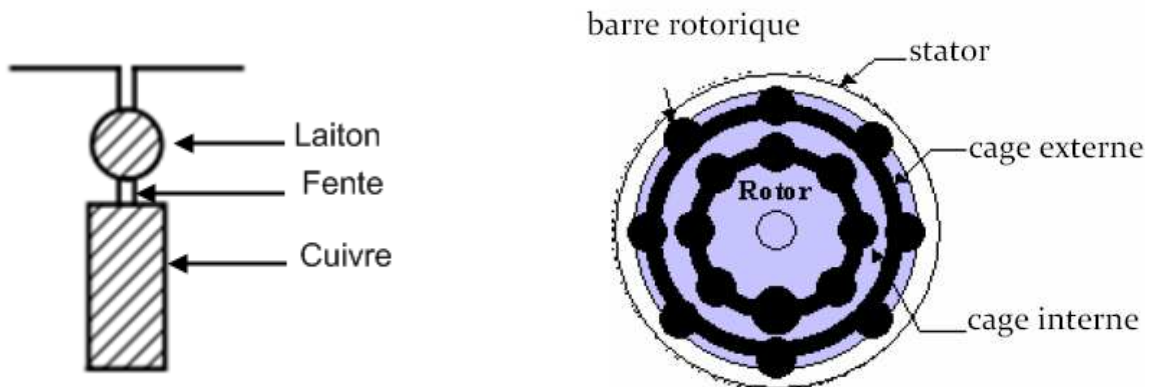


Fig. I.10.a : Encoche à double cages

Fig. I.10.b : Disposition des deux cages

### I.6.2.2 : schéma équivalent d'un moteur à double cages [1]

Le schéma équivalent du circuit rotorique pour le glissement  $g$  prend la forme représentée sur la figure suivante :

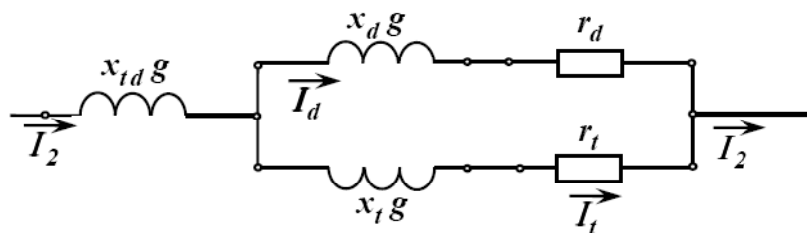


Fig. I.11 : Schéma équivalent du circuit rotorique du moteur à double cages.

- $X_d g, x_t g$  : Réactances des cages de démarrage et de travail.
- $X_{td} g$  : réactance de la mutuelle entre les deux cages.
- $r_d, r_t$  : résistances des cages de démarrage et de travail.

L'expression de l'impédance de tout le circuit secondaire est :

$$Z_{2g} = Z_{tdg} + \frac{Z_{dg}Z_{tg}}{Z_{dg} + Z_{tg}} = jx_{td}g + \frac{(r_d + jx_d g)(r_t + jx_t g)}{(r_d + r_t) + j(x_d + x_t)g} \quad (I. 2)$$

En multipliant le numérateur et dénominateur de la formule (I.2) par le nombre complexe conjugué du dénominateur, on obtient :

$$Z_{2g} = g \left[ jx_{td} + \frac{r_d r_t (r_d + r_t) + (r_d x_t^2 + r_t x_d^2) g^2}{g [(r_d + r_t)^2 + (x_d + x_t)^2 g^2]} + j \frac{r_d^2 x_t + r_t^2 x_d + (x_d \cdot x_t)(x_d + x_t) g^2}{[(r_d + r_t)^2 + (x_d + x_t)^2 g^2]} \right] \quad (I. 3)$$

Les équations (1.2) et (1.3) pour  $Z_{2g}$  sont assez complexes pour l'analyse. Mais dans la plus part des cas, par exemple pour le moteur à double cage d'écuréuil, on peut admettre  $x_d \approx 0$  et la formule (I.3) prend alors une forme beaucoup plus simple et commode pour l'analyse. Dans ce cas, il n'y a pas de dispersion d'encoche séparée de la cage externe et il peut rester seulement une très faible dispersion frontale séparée pour les deux cages lorsqu'il existe des anneaux de court-circuit séparés.

Lorsqu'il y a un seul anneau de court-circuit pour les deux cages, il n'y a pas des dispersions séparées même dans ce cas, mais il reste seulement la dispersion commune des deux cages dans les parties d'encoches et frontale qui se rapporte déjà à l'inductance mutuelle de dispersion  $x_{td}$ . Pour  $x_d = 0$  la formule (1.3) prend la forme suivante :

$$Z_{2g} = g \left[ jx_{td} + \frac{r_d r_t (r_d + r_t) + r_d x_t^2 g^2}{g [(r_d + r_t)^2 + x_t^2 g^2]} + j \frac{r_d^2 x_t}{[(r_d + r_t)^2 + x_t^2 g^2]} \right] \quad (I. 4)$$

Le schéma équivalent complet d'un moteur à double cage aura la forme représentée sur la figure (fig.1-12-a). l'analyse de ce schéma par suite de l'existence de plusieurs branches, est assez complexe.

Si on transforme le schéma de la figure (fig. I.12.a) en un schéma avec circuit magnétique séparé, et si l'on adopte le coefficient de correction  $\sigma_1$  pour un nombre réel, on obtient le schéma équivalent en  $\Gamma$  de la figure (I.12.b). Dans ce schéma, le glissement n'influe pas sur le courant dans le circuit magnétique. Il en résulte que dans le schéma

transformé, seule une dérivation parallèle reste, ce qui simplifie beaucoup l'analyse de ce schéma. Dans le schéma de la figure (I.12.b), nous avons :

$$\begin{aligned}
 X_1 &= x_1 \sigma_1; & R_1 &= r_1 \sigma_1; & X_{td} &= x'_{td} \sigma_1^2; \\
 R_d &= r'_d \sigma_1^2; & X_t &= x'_t \sigma_1^2; & R_t &= r'_t \sigma_1^2.
 \end{aligned}$$

Le coefficient de correction  $\sigma_1$ , si l'on néglige les résistances  $r_1$  et  $r_m$ , est égale au coefficient de dispersion primaire.

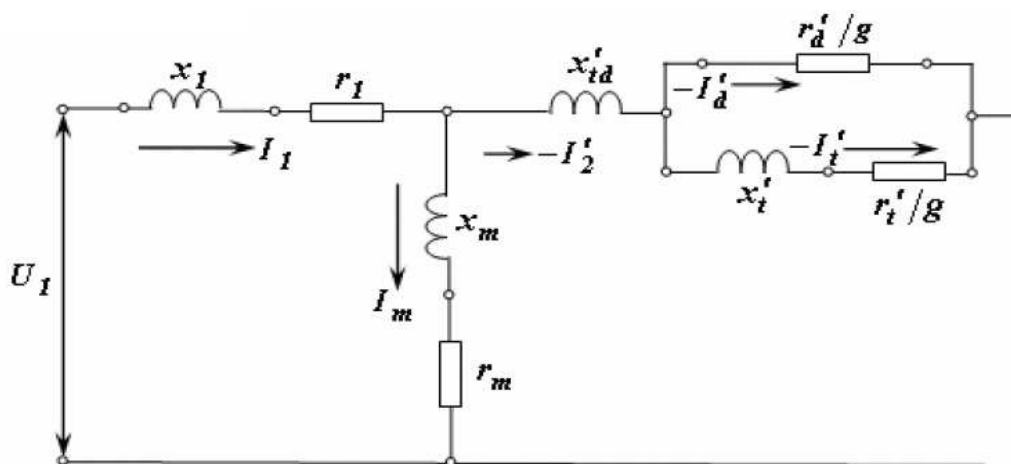


Fig. I.12.a : Schéma équivalent en T.

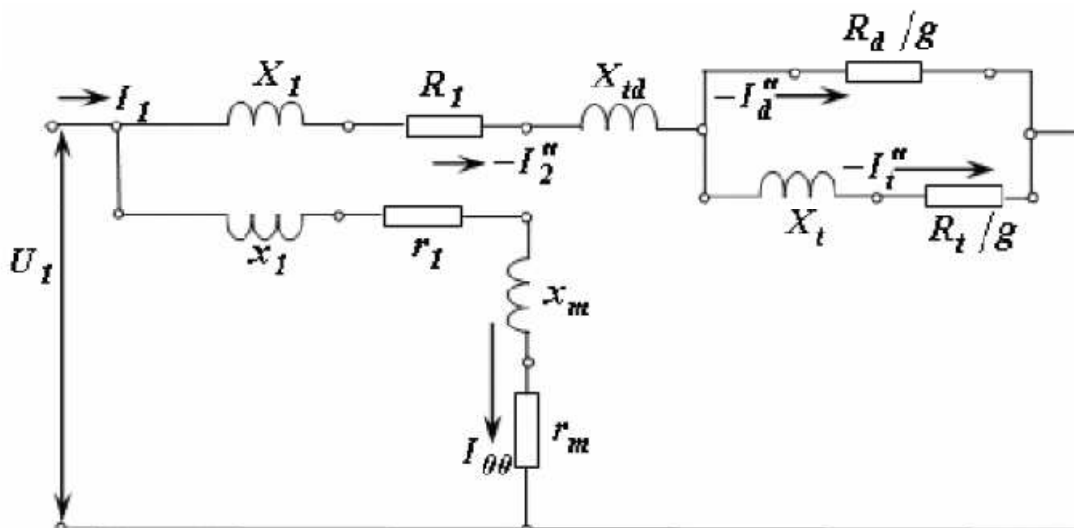


Fig. I.12.b : Schéma équivalent en Γ.

### I.6.3 : moteur à cage profonde

#### I.6.3.1 : principe de fonctionnement

Les moteurs à encoche profondes, comme ceux à doubles cages utilisent l'effet pelliculaire, ils sont utilisés pour améliorer les conditions de démarrage du moteur. Dans ces rotors, les formes d'encoches peuvent être variées, en forme de L (a), en trapèze (b), de section rectangulaire (c) ou en T inversé comme le montre la figure ci-dessous.

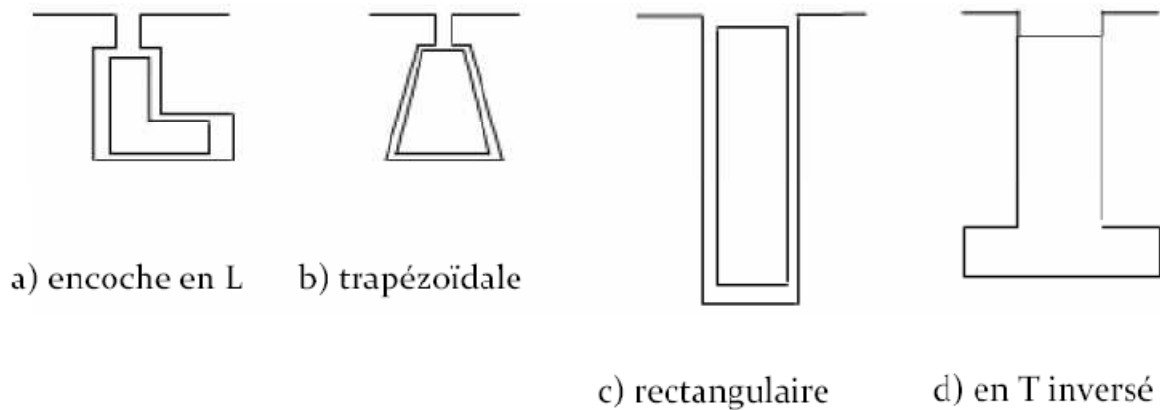


Fig. I.13 : Différents types d'encoches profondes.

Lors du démarrage, les lignes de courant se concentrent sur la surface supérieure de la barre et tendent à assigner une section de conducteur apparente réduite, et par conséquent une résistance importante, donc l'appel de courant est diminué et le couple est augmenté.

En marche normale, les lignes de courant occupent la pleine section de la barre, et retrouvent un circuit de faible résistance.

La résistance d'une barre a pour expression :

$$R = \frac{\rho L}{S}$$

Avec :

- R : résistance de la barre.
- L : la longueur de la barre.
- S : section de la barre.
- $\rho$  : résistivité du matériau.

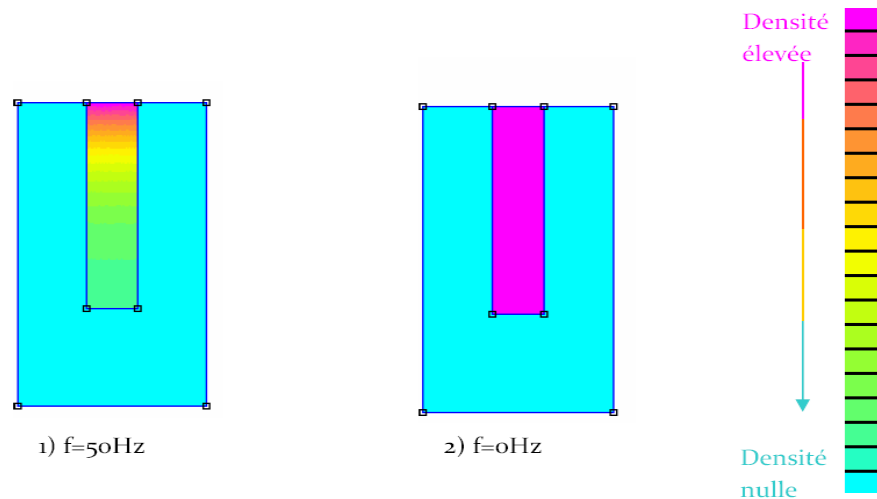


Fig. I.14 : Répartition du courant dans une barre.

### I.6.3.2 : Résistance et réactance du rotor

L'effet pelliculaire n'a lieu pratiquement que dans la partie du conducteur qui se trouve dans l'encoche et n'as pas lieu dans les parties frontale de l'encoche.

On peut donc exprimer la résistance  $r'_2$  et la réactance  $x'_2$  de la façon suivante :

$$r'_2 = k_{er} r'_{2e} + r'_{2f} \quad (I.5)$$

$$x'_2 = k_x x'_{2e} + x'_{2ef} \quad (I.6)$$

Où  $r'_{2e}$  est la résistance de la partie de l'enroulement rotorique qui se trouve dans l'encoche pour une répartition uniforme du courant suivant la section du conducteur ;  $k_r$  est le coefficient qui tient compte de l'accroissement de la résistance  $r'_{2e}$  par suite de l'effet pelliculaire ;  $r'_{2f}$  est la résistance constante de la partie frontale de l'enroulement rotorique ;  $x'_{2e}$  et  $x'_{2f}$  sont les réactances de dispersion de la partie de l'enroulement rotorique qui se trouve dans l'encoche et de la partie frontale de l'enroulement par une répartition uniforme du courant suivant la section du conducteur;  $k_x$  est le coefficient qui tient compte de la diminution de la réactance  $x'_{2e}$  par suite de l'effet pelliculaire.

### I.6.3.3 : schéma équivalent d'un moteur à encoches profonde

Le schéma équivalent d'un moteur à encoche profonde diffère de celui d'un moteur ordinaire parce que chacun des paramètres du circuit secondaire représente la somme des termes fixe et variable [formule (1.5) et (1.6)]. Conformément à cela, le schéma équivalent en  $\Gamma$  avec circuit magnétisant rapporté aux bornes d'un moteur à encoches profondes à la forme représentée sur la figure (1.15) où :

$$\begin{aligned}
 X_1 &= x_1 \sigma_1; & X_e &= x'_{2e} \sigma_1^2; & X_f &= x'_{2f} \sigma_1^2; \\
 R_1 &= r_1 \sigma_1; & R_e &= r'_{2e} \sigma_1^2; & R_f &= r'_{2f} \sigma_1^2.
 \end{aligned}$$

Le moteur représenté par le schéma équivalent de la figure (1.15) est un moteur à paramètres variables, car  $k_r$  et  $k_x$  varient en fonction du glissement.

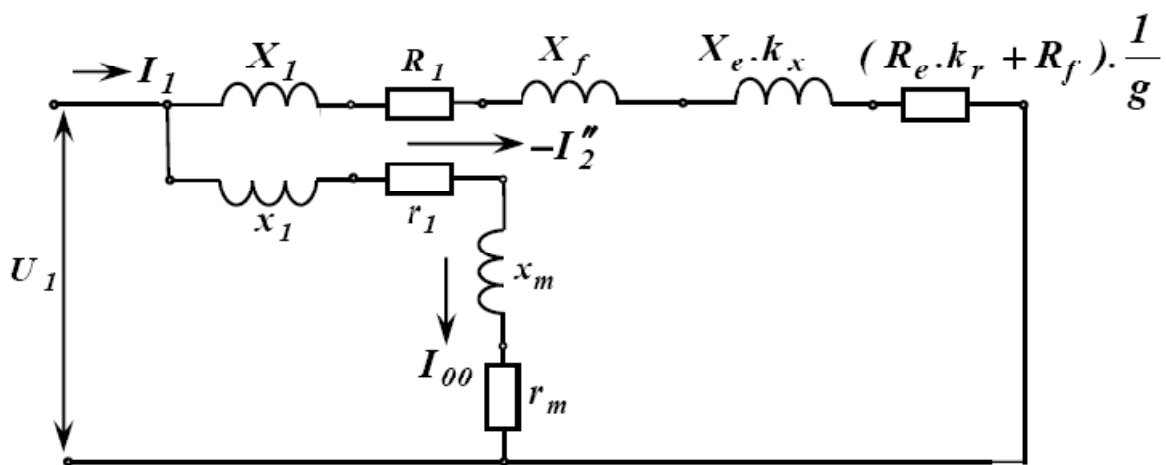


Fig. I.15 : Schéma équivalent en  $\Gamma$  d'un moteur à encoches profondes.

**I.7 : Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons effectués une présentation du moteur asynchrone, du point de vu construction, à savoir, le stator, les différents types du rotor, ainsi que ses modes de fonctionnement et ses modes de démarrage. Nous avons aussi présenté l'effet pelliculaire et les schémas équivalents, ainsi que les équations régissant le mode de fonctionnement d'un moteur à double cages et d'un moteur à encoches profondes.

# *Chapitre II*

### II.1.Introduction

Dans ce chapitre, nous nous attacherons à extraire l'impédance d'une barre rectangulaire (résistance et inductance) en fonction de la fréquence, qui vont nous permettre de déterminer les coefficients de variation de résistances et d'inductances, ce cas géométrique simple autorise une analyse par calculs analytiques, cependant rares sont les cages d'écoreuils des machines asynchrones qui sont construites à base de barres rectangulaires, la résolution analytique des formes plus complexes s'avèrent beaucoup plus difficile, voir impossible, dès lors une résolution de calcul du champ basé sur les éléments finis s'impose. Nous présentons dans cette partie la simulation des effets de fréquence dans une barre rectangulaire puis tenterons de l'appliquer aux autres formes plus complexes. Les calculs numériques seront exécutés avec le logiciel FEMM.

### II.2.Rappel sur l'électromagnétisme

L'effet du champ électrique et magnétique (ou leurs combinaisons) détermine le fonctionnement des machines électrique. La connaissance de ces champs permet de calculer les performances globales et de suivre les diverses étapes à savoir les régimes transitoires et permanents de ces dernières.

#### II.2.1 .Définition du champ électromagnétique

Un champ électromagnétique est une région de l'espace ou s'exerce une force sur une particule chargée se déplaçant à la vitesse  $v$ , cette force dite de *Lorentz* est décrite par la formule :

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (\text{II.1})$$

#### II.2.2. Equations de Maxwell

Les équations de Maxwell appelées aussi équations générales de l'électromagnétisme sont en nombre de quatre, elles permettent de traduire le comportement de la plus part des phénomènes de l'électromagnétisme.

$$\text{div}\vec{B} = 0 \quad (\text{II. 2}) \quad \text{Equation de conservation du flux.}$$

$$\text{rot}\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II. 3}) \quad \text{Equation de Maxwell Amper.}$$

$$\text{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II. 4}) \quad \text{Equation de Maxwell Faraday.}$$

$$\text{div}\vec{D} = \rho \quad (\text{II.5}) \quad \text{Equation de Maxwell Gauss.}$$

### II.2.3. Equations constitutives (lois des milieux)

On ajoute aux équations de Maxwell des relations dites constitutives entre les champs et les inductions (électrique et magnétique) que l'on obtient par des considérations physiques décrivant les propriétés du matériau considéré.

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\text{II.6})$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (\text{II.7})$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (\text{II.8})$$

### II.2.4. Résolution des problèmes électromagnétiques [2]

La résolution des problèmes électromagnétiques (équations aux dérivées partielles) peut se faire avec deux types de méthodes :

Les méthodes analytiques, qui font appel à des hypothèses simplificatrices, elles ne rendent compte de la réalité des phénomènes physiques que d'une façon limitée.

Les méthodes numériques permettent d'approcher la solution avec une grande précision, ces méthodes varient en complexité et en précision. Les plus connues sont la méthode des différences finies, la méthode des volumes finis et la méthode des éléments finis.

### II.3. Modélisation de l'encoche profonde

Soit l'encoche profonde représentée sur la figure ci-après :

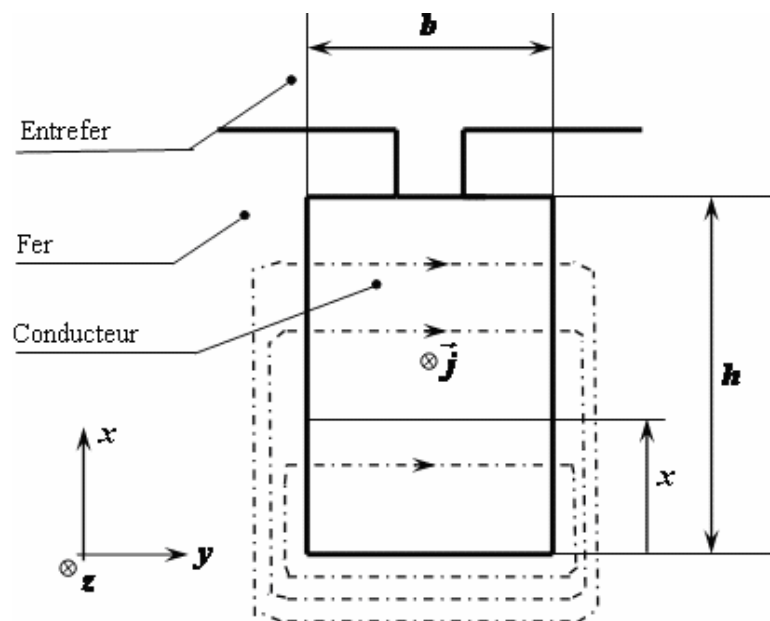


Fig. II .1 : Encoche profonde de forme rectangulaire.

### II.3.1. Calcul de $r_0$ et $n_0$

L'encoche de hauteur ( $h$ ), de largeur ( $b$ ) et de longueur ( $l$ ) est parcourue par un courant uniformément répartie sur sa section,  $r_0$  et  $n_0$  sont respectivement la résistance et réactance de la barre.

#### II.3.1.1. Calcul de $r_0$

$r_0$  Est obtenue à partir des pertes joules dans la barre :

$$P_j = \iiint_V \vec{E} \vec{j} dV = r_0 I^2 \quad (\text{II. 9})$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \Rightarrow P_j = \iiint_V \frac{J^2}{\sigma} dV = r_0 I^2 \Rightarrow P_j = \int_0^h \int_0^b \int_0^l \frac{J^2}{\sigma} dx dy dz$$

$$P_j = \frac{J^2}{\sigma} hbl$$

$$P_j = \frac{I^2}{s(bh)\sigma} bhl = r_0 I^2$$

$$r_0 = \frac{l}{\sigma s} = \frac{\rho l}{s} \quad (\text{II. 10})$$

Avec :  $s = b \cdot h$

#### II.3.1.2. Calcul de $n_0$

L'inductance  $n_0$  se détermine à partir de l'évolution de l'énergie magnétique qui a pour expression :

$$w_0 = \frac{1}{2} n_0 I^2 \quad (\text{II. 11})$$

$$w_0 = \frac{1}{2} \int_V \vec{B} \vec{H} dV \quad (\text{II. 12})$$

Sur la figure (2-1) sont dessinés les contours d'intégration pour l'application du théorème d'Ampère. Le champ  $\vec{H}$  est dirigé selon  $y$  et en fonction de  $x$  seulement, soit  $H_y(x)$  sa valeur algébrique. Le contour choisi, pour un milieu  $x$  donné, comporte la traversé d'encoche et se renferme entièrement dans le fer, la grande perméabilité de ce dernier

permet de négliger la fmm, donc l'application de théorème d'Ampère à un contour quelconque traversant l'encoche au niveau  $x$  donne le champ :

$$H_y(x) = Hb$$

$$\sum I = I \frac{xb}{hb} = I \frac{x}{h} \quad (\text{II. 13})$$

$$H_y(x) = I \frac{x}{hb} \quad (\text{II. 14})$$

D'où l'induction :

$$B = \mu_0 H = \mu_0 \frac{Ix}{hb}$$

$$w_0 = \frac{1}{2} \int_V \vec{B} \cdot \vec{H} \cdot dV \Rightarrow w_0 = \frac{1}{2} \int_V \mu_0 \left( \frac{Ix}{hb} \right)^2 dV = \frac{1}{2} n_0 I^2$$

$$\Rightarrow \frac{\mu_0 I^2}{2(hb)^2} \int_V x dV = \frac{\mu_0 I^2}{2(hb)^2} \int_0^h x^2 l b dx = \frac{1}{2} n_0 I^2$$

$$n_0 = \mu_0 L \frac{h}{3b} \quad (\text{II. 15})$$

### II. 3. 2. Calcul de $r$ et $n$ [2]

Pour tenir compte de l'effet pelliculaire en courant alternatif, nous utilisons les deux équations de Maxwell suivantes :

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{j} \quad (\text{II. 16})$$

$$\text{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II. 17})$$

On ne s'intéressera qu'au volume intérieur de l'encoche, dans ces conditions on peut écrire :

$$\vec{E} = \rho \vec{j}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

L'équation(II. 17) devient :

$$\text{rot} \vec{J} = -\frac{\mu_0}{\rho} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (\text{II. 18})$$

$\vec{J}$  Est en fonction de x seulement, elle a une seule composante  $J_z$ .

$\vec{H}$  Est en fonction de x seulement, il a une seule composante  $H_y$ .

Alors, les équations (II. 16) et (II. 18) deviennent :

$$\begin{cases} \frac{\partial H_y}{\partial x} = J_z \\ \frac{\partial J_z}{\partial x} = -\frac{\mu_0}{\rho} \frac{\partial H_y}{\partial t} \end{cases} \quad (\text{II. 19})$$

On a :

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = J_z \Rightarrow \frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} = \frac{\partial J_z}{\partial x} \Rightarrow \frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} = \frac{\mu_0}{\rho} \frac{\partial H_y}{\partial t} \quad (\text{II. 20})$$

On a aussi :

$$\frac{\partial^2 J_z}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\mu_0}{\rho} \frac{\partial H_y}{\partial t} \right) \Rightarrow \frac{\partial^2 J_z}{\partial x^2} = \frac{\mu_0}{\rho} \frac{\partial J_z}{\partial t} \quad (\text{II. 21})$$

Mais en outre,  $H_y$  et  $J_z$  sont des fonctions sinusoïdales de pulsation  $g\omega$  si bien que l'on peut écrire les équations précédentes en utilisant les nombres complexes, et en remplaçant  $\partial$  par  $d$  :

$$\frac{\partial \bar{H}_y}{\partial x} = \bar{J}_z \quad (\text{II. 22})$$

$$\frac{\partial \bar{J}_z}{\partial x} = \frac{j\omega g \mu_0}{\rho} \bar{H}_y \quad (\text{II. 23})$$

Eliminant  $J_z$  entre (II. 22) et (II. 23), il vient :

$$\frac{d^2 \bar{H}_y}{dx^2} = \frac{j\omega g \mu_0}{\rho} \bar{H}_y \quad (\text{II. 24})$$

Ou :

$$\beta^2 = \frac{j\omega g \mu_0}{\rho}$$

Sachant que :

$$(1 + j)^2 = 2j$$

On peut écrire :

$$\beta = \frac{1 + j}{\delta}$$

Avec :

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega g \mu_0}} \quad (\text{II. 25})$$

La solution générale de (II. 24) s'écrit :

$$\bar{H}_y = \bar{A}sh\beta x + \bar{B}ch\beta x$$

Mais  $\bar{H}_y = 0$  pour  $x = 0$  donc  $\bar{B} = 0$  d'ou:

$$\bar{H}_y = \bar{A}sh\beta x$$

Et d'après (II. 22)

$$\bar{J}_z = \bar{A}\beta ch\beta x$$

$\bar{A}$  Se détermine en sachant que le courant total dans l'encoche vaut  $\bar{I}$  :

$$\bar{I} = b \int_0^h \bar{J}_z dx = \bar{A}bsh\beta h$$

D'où :

$$\bar{A} = \frac{\bar{I}}{bsh\beta h}$$

D'où finalement

$$\bar{H}_y = \frac{\bar{I}}{b} \frac{sh\beta x}{sh\beta h}$$

Nous pouvons maintenant calculer la puissance active P et l'énergie magnétique w dans l'encoche :

$$P = \rho \int_V |J_z|^2 dv$$

$$P = \rho \frac{I^2 |\beta|^2}{b^2} Lb \int_0^h \left| \frac{ch\beta x}{sh\beta h} \right|^2 dx \quad (\text{II. 26})$$

$$w = \frac{1}{2} \int_V \mu_0 |\bar{H}_y|^2 dv$$

$$w = \frac{\mu_0}{2} \frac{I^2}{b^2} Lb \int_0^h \left| \frac{ch\beta x}{sh\beta h} \right|^2 dx \quad (\text{II. 27})$$

Sachant que :

$$ch \frac{(1+j)x}{\delta} = ch \frac{x}{\delta} \cos \frac{x}{\delta} + jsh \frac{x}{\delta} \sin \frac{x}{\delta}$$

$$sh \frac{(1+j)x}{\delta} = sh \frac{x}{\delta} \cos \frac{x}{\delta} + jch \frac{x}{\delta} \sin \frac{x}{\delta}$$

On trouve aisément :

$$|ch\beta x|^2 = \frac{ch \frac{2x}{\delta} + \cos \frac{2x}{\delta}}{2}$$

$$|sh\beta x|^2 = \frac{ch \frac{2x}{\delta} - \cos \frac{2x}{\delta}}{2}$$

Soit en portant dans (II. 26) et (II. 27) :

$$P = \frac{\rho L}{b\delta} \frac{sh \frac{2h}{\delta} + \sin \frac{2h}{\delta}}{ch \frac{2h}{\delta} - \cos \frac{2h}{\delta}} I^2 = r I^2$$

$$w = \frac{\mu_0 L \delta}{4b} \frac{sh \frac{2h}{\delta} - \sin \frac{2h}{\delta}}{ch \frac{2h}{\delta} - \cos \frac{2h}{\delta}} I^2 = \frac{1}{2} n I^2$$

Comparant avec (II. 10) et ( II. 15 ) on aura :

$$K_r = \frac{r}{r_0} = \frac{R'_2}{R'_{20}} = \frac{h}{\delta} \frac{sh \frac{2h}{\delta} + \sin \frac{2h}{\delta}}{ch \frac{2h}{\delta} - \cos \frac{2h}{\delta}} \quad (\text{II. 28})$$

$$K_x = \frac{n}{n_0} = \frac{N'_{2b}}{N'_{2b0}} = \frac{3\delta}{2h} \frac{sh \frac{2h}{\delta} - \sin \frac{2h}{\delta}}{ch \frac{2h}{\delta} - \cos \frac{2h}{\delta}} \quad (\text{II. 29})$$

Il apparait que  $K_r$  et  $K_x$  sont des fonctions du seul paramètre  $h/\delta$ ,  $\delta$  étant donné par (II. 25),  $h/\delta$  est proportionnel à  $\sqrt{g}$ , donc  $K_r$  et  $K_x$  fonction de  $g$ .

### II .3.3 Résultats analytiques

Les deux courbes ci-dessous montrent respectivement l'évolution de  $K_r$  et  $K_x$  (coefficients qui tiennent compte respectivement de l'évolution de la résistance et de la réactance) pour une encoche rectangulaire de hauteur  $h=29.5\text{mm}$  pour différentes valeurs du glissement.

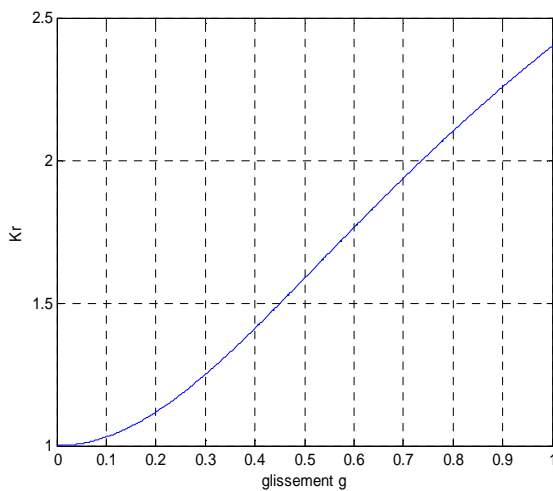


Fig.II. 2. a Evolution de  $K_r$  en fonction du glissement

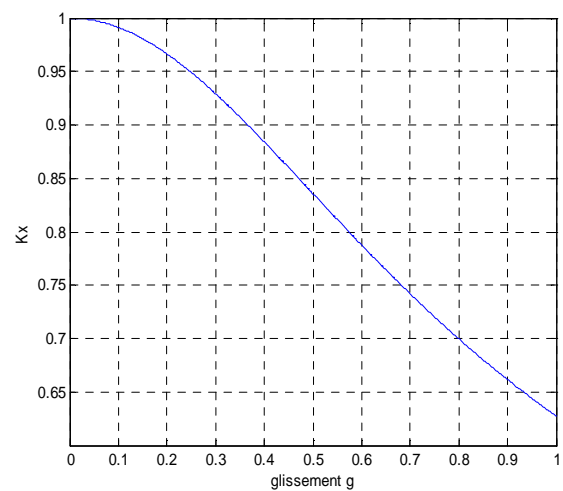


Fig.II. 2. b. Evolution de  $K_x$  en fonction du Glissement

## **II. 4. Calcul numérique des barres rotoriques (par le logiciel FEMM)**

Nous avons calculé précédemment la variation de la résistance et l'inductance en fonction du glissement pour une barre d'une forme rectangulaire, cependant, rare sont les cages d'écureuil qui sont construites à base des barres rectangulaires.

La résolution analytique dans le cas des formes plus complexes s'avère plus difficile, voir impossible. Donc, une solution basée sur les éléments finis s'impose. Nous présentons dans cette partie la simulation des effets de la fréquence dans une barre rectangulaire et comparons les résultats trouvés avec ceux de la méthode. Puis, nous l'appliquons à d'autres formes de barres.

### **II.4.1. Description du logiciel utilisé**

Nous allons utiliser le logiciel FEMM (finit élément magnétiques) pour la simulation numérique. Ce logiciel utilise la méthode des éléments finis pour la résolution des équations aux dérivées partielles régissant le fonctionnement des différentes encoches rotoriques.

FEMM est un ensemble de programmes utilisés pour la résolution des problèmes de magnétostatique et d'électromagnétisme. Il traite des problèmes bidimensionnels, de type plan ou axisymétrique.

FEMM se divise en cinq parties :

- **Pré-processor (Femm.exe)** : ce programme nous permet de tracer la géométrie du problème à résoudre. Ainsi de définir le matériau à utiliser et les conditions aux limites sur les frontières du domaine.
- **Solver (fKern.exe)** : le solveur tient compte des données décrivant le problème et résout les équations de MAXELL pour obtenir les valeurs du champ magnétique à travers le domaine à résoudre.
- **Post-processor (femmview.exe)** : c'est un programme graphique qui nous permet de mettre les résultats du champ obtenus par (fKern.exe) sous forme de graphe. Ce programme permet aussi d'inspecter le champ à n'importe quel point.

Deux autres programmes qui permettent d'augmenter les performances du logiciel :

- **Triangle.exe** : (triangle.exe) est un programme qui permet de diviser le domaine à résoudre en plusieurs sous domaines (éléments), c'est la partie vitale du processus d'analyse par élément finis.

- **Femplot.exe** : c'est un programme utilisé pour tracer une variété de graphes à 2D, il permet aussi de sauvegarder ces graphes en fichier sous extension.

Pour le calcul des différentes structure sous FEMM, on peut procéder par plusieurs méthodes, soit en utilisant directement les différents boutons de la fenêtre du logiciel, soit en utilisant un programme qui peut interpréter par FEMM. Dans notre cas, nous avons utilisé Octave-FEMM, qui permet d'exécuter les instructions FEMM sous MATLAB, autrement dit, ce programme permet la fusion de FEMM dans MATLAB.

#### II.4.2. Cas d'une barre rectangulaire :

L'obtention des conditions de simulation, semblables aux conditions auxquelles les barres rotoriques de machines asynchrones sont soumises, nécessite de fixer correctement les conditions aux limites.

Nous nous attachons plus particulièrement à ce qui se passe à proximité et à l'intérieur d'une barre. Nous rappelons que la perméabilité du conducteur massif (cuivre, aluminium...etc.) constitutif est égale à la perméabilité de l'air, soit  $\mu_0=4\pi.10^{-7}$  (H/m). Le comportement des lignes de champ à l'intérieur des barres s'assimile à ce qui pourrait se passer dans l'entrefer.

Les lignes de champ sont perpendiculaires aux parois des barres. On imposera les conditions de Neumann sur les cotés verticaux de la barre.

Ce type de condition spécifie la dérivée du potentiel vecteur  $\vec{A}$  par rapport à la normale  $\vec{n}$  le long de la frontière. Pour les problèmes magnétiques, il est habituel de définir  $\frac{\partial \vec{A}}{\partial \vec{n}} = 0$  pour forcer le flux à passer la frontière avec un angle de  $90^0$ .

Quand aux cotés horizontaux, on imposera la condition de Dirichlet qui définit explicitement la valeur du potentiel  $\vec{A}$  le long des frontières. Pour les problèmes magnétiques on imposera  $\vec{A} = 0$  forçant le flux à être parallèle aux frontières.

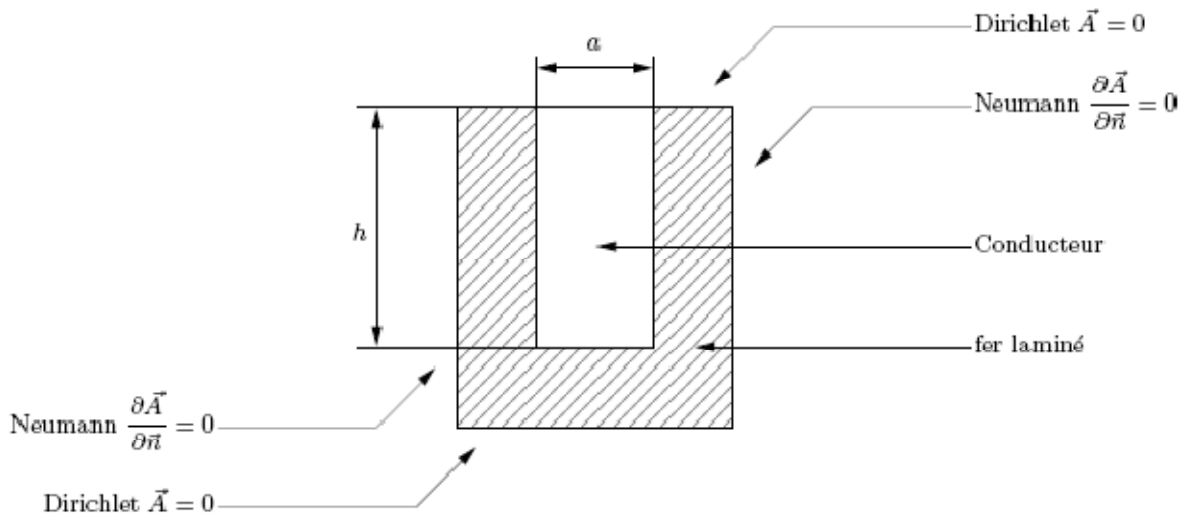


Fig.II.3. Conditions aux limites appliquées.

En générale, la structure conductrice de flux est constituée de taules laminées en fer. Par conséquent, elles ne conduisent pas les courants électriques suivant l'axe perpendiculaire au plan, nous fixons alors la conductivité du fer à  $0 \text{ MSm}^{-1}$ . Quand à la barre conductrice, elle est constituée d'aluminium de conductivité  $34.45 \text{ MSm}^{-1}$  dans laquelle un courant électrique est imposé. Le gradient de tension complexe aux bornes de la barre permet d'en tirer l'impédance complexe linéique.

**II.4.3.Résultat du calcul numérique**

A partir d'un script écrit en langage Octave-FEMM et interprété par le logiciel FEMM sous MATLAB, il est possible de faire plusieurs simulations pour différentes fréquences et calculer les valeurs de résistance et d'inductance

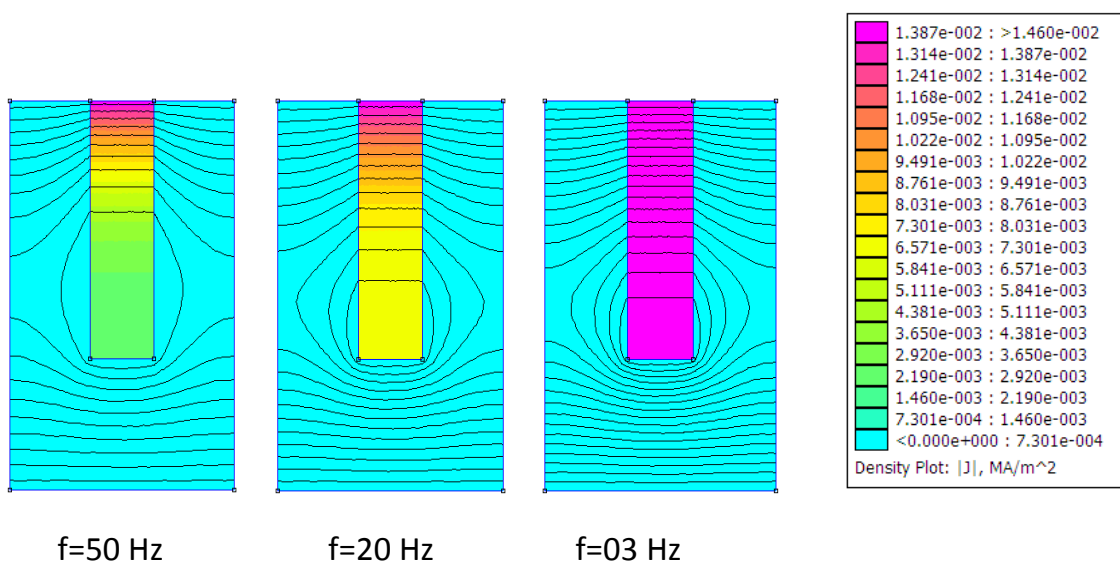


Fig.II. 4.Barre rectangulaire sous différentes fréquences.

Les résultats de simulation d'une barre rectangulaire de hauteur  $h=29.5\text{mm}$  pour différentes fréquences sont notés dans le tableau suivant :

Fréquence (Hz)	Partie réelle	Partie imaginaire
50	3.54033e-005	3.65187e-005
45	3.32883e-005	3.46441e-005
40	3.10156e-005	3.25636e-005
35	2.85876e-005	3.02066e-005
30	2.60294e-005	2.74861e-005
25	2.34022e-005	2.43038e-005
20	2.08173e-005	2.05655e-005
15	1.84439e-005	1.62086e-005
10	1.64993e-005	1.12387e-005
5	1.52117e-005	5.76368e-006
3	1.49239e-005	3.47762e-006
1	1.47781e-005	1.16249e-006
0.5	1.47644e-005	5.81398e-007

**Tableau.II.1.** Résultats de calculs de l'impédance

Fréquence (Hz)	Partie réelle	Partie imaginaire
50	1.16243e-007	3.40116e-017
45	1.22528e-007	3.54737e-017
40	1.29566e-007	3.61689e-017
35	1.37358e-007	3.59224e-017
30	1.45818e-007	3.45598e-017
25	1.54723e-007	1.36389e-017
20	1.63655e-007	1.60868e-017
15	1.71978e-007	1.5915e-017
10	1.7887e-007	1.30089e-017
5	1.83464e-007	2.14796e-018
3	1.84494e-007	1.4838e-018
1	1.85016e-007	1.34424e-018
0.5	1.85065e-007	3.3763e-018

**Tableau.II.2.** Résultats de calculs de l'inductance.

Fréquence (Hz)	Kr	Kx
50	2.3992	0.6280
45	2.2557	0.6620
40	2.1015	0.7000
35	1.9369	0.7416
30	1.7634	0.7879
25	1.5853	0.8360
20	1.4100	0.8843
15	1.2492	0.9293
10	1.1175	0.9665
05	1.0303	0.9913
03	1.0108	0.9969
01	1.0009	0.9997
0.5	1	1

**Tableau.II.3.** Résultats de calculs des coefficients  $K_r$  et  $K_x$ .

L'exploitation de ces résultats par MATLAB permet de tracer les courbes de variation des coefficients  $K_r$  et  $K_x$ , et de comparer ces dernières avec celles trouvées par la méthode analytique.

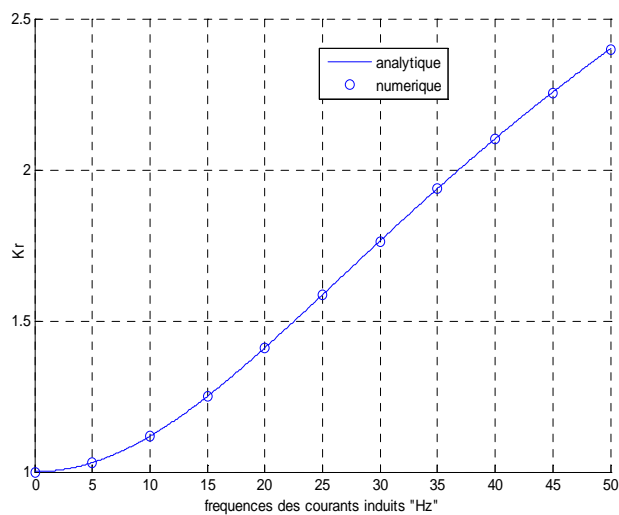


Fig.II. 5. *a.* Evolution de  $K_r$  en fonction de la fréquence.

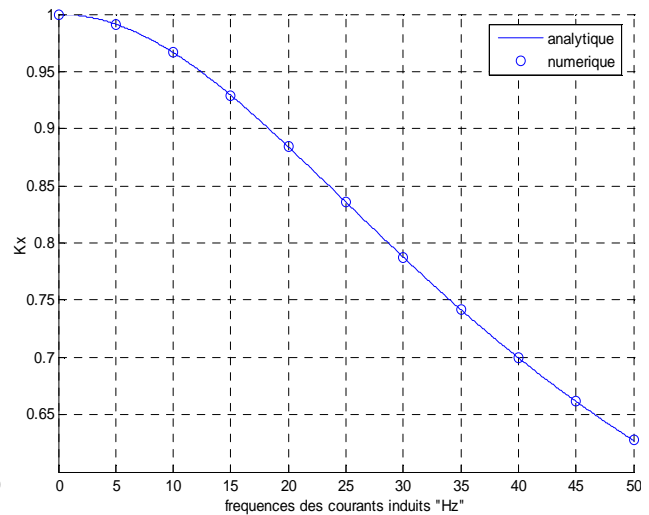


Fig.II. 5. *b.* Evolution de  $K_x$  en fonction de la fréquence.

D'après ces courbes, on constate que les résultats obtenus par la méthode analytique, et ceux obtenus par la méthode numérique sont identiques.

### II.5. Calcul de champ

La méthode qui consiste à ne dessiner qu'une barre rotorique parcourue par un courant imposé n'est pas appropriée, car les courants au niveau du rotor sont des courants induits. Il faut donc réussir à reproduire les conditions auxquelles les barres rotoriques d'un MAS sont soumises. Pour se faire, nous avons choisi de créer un second conducteur dans lequel un courant de fréquence variable est imposé (figure II.6.a). Ce conducteur joue le rôle du stator dans le sens où il produit le flux et donc le champ magnétique circulant dans la structure. Toutes les variables lui faisant référence sont apposées de l'indice *s*. Le champ induit alors une force électromagnétique au niveau de la barre rotorique créant aussi un courant la traversant de même fréquence que le champ.

Les machines auxquelles nous nous intéressons sont à stator bobiné, donc négliger l'effet de peau dans les enroulements s'avère tout à fait acceptable. Pour simplifier la structure et ne pas représenter les enroulements, le stator est réalisé à l'aide d'un bloc constitué d'un matériau de conductivité nulle. Pour fixer les conditions aux limites, on sait que les lignes du champ magnétique produites par le stator, traversent l'entrefer, le rotor, l'entrefer et reviennent au stator pour refermer.

Pour cela nous avons choisi les conditions comme représentées sur la (figure. II.6.a).

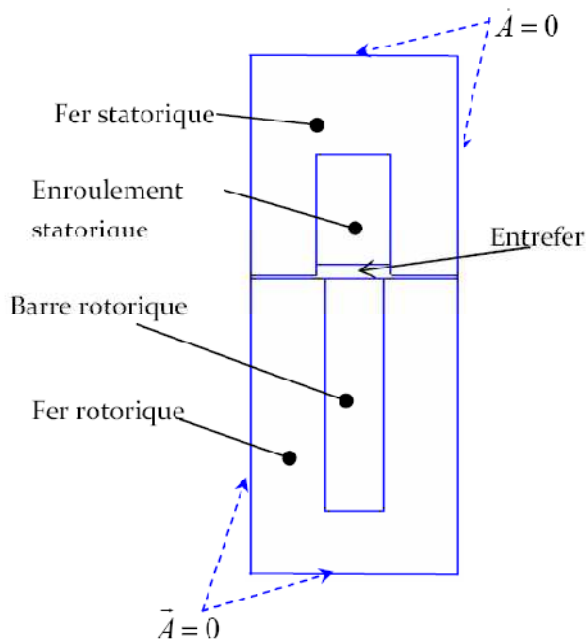


Fig.II. 6. a. Conditions aux limites associées

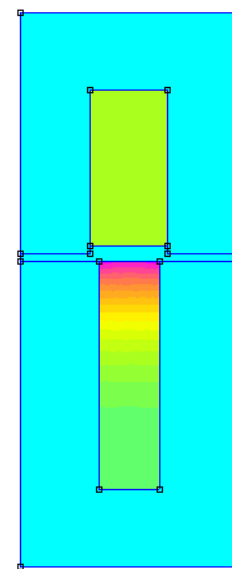


Fig.II. 6. b. Résultats de simulation

### II.5.1. Conditions aux limites associées

Les conditions de Dirichlet sont appliquées sur tous les cotés pour forcer le flux à l'intérieur de la structure.

### II.5.2. Extraction des résultats

Dans la simulation, seules les grandeurs statoriques tension et courant sont accessibles. Nous adoptons des schémas équivalents et des formules permettant le calcul des autres grandeurs inaccessibles.

### II.5.3. Schéma électrique équivalent

On peut représenter cette structure par le schéma équivalent classique d'un transformateur où le stator serait le primaire et le rotor serait le secondaire. Les paramètres  $r_r(\omega)$  et  $l_r(\omega)$  sont les paramètres propres de la barre qu'on veut identifier.

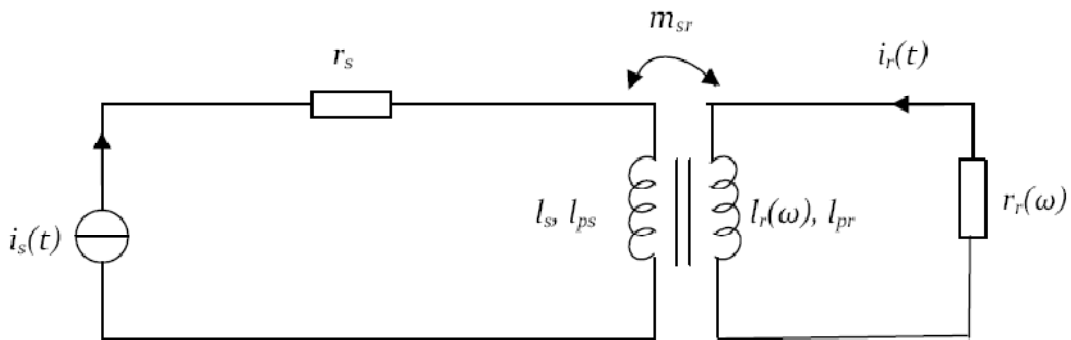


Fig.II.7. Modèle type transformateur de la structure.

Ce schéma est une représentation de la structure, mais on peut réaliser un autre schéma dans lequel on considère qu'il n'y a aucune fuite au niveau du stator ( $l_{ps} = 0$ ) et que l'ensemble des fuites se reportent au rotor en une seule inductance  $l_p$ . De plus, de fait qu'on a considéré la conductivité du stator nulle, les pertes joules à son niveau sont nulles. Donc, on obtient le nouveau schéma équivalent représenté sur la figure (Fig.II.8) dans lequel la résistance statorique est nulle.

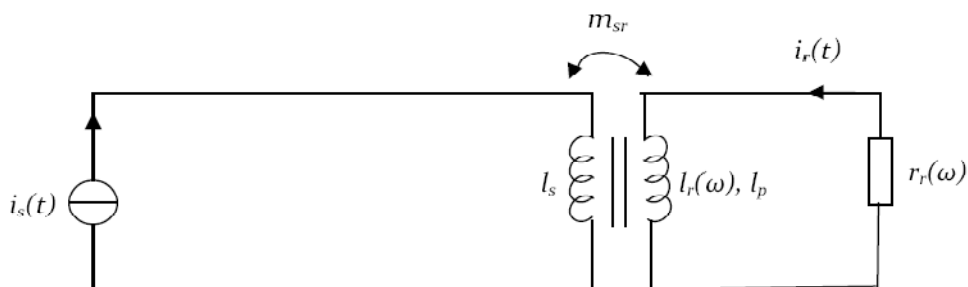


Fig.II.8. modèle type transformateur simple.

A partir de schéma, on peut écrire les équations suivantes :

$$v_s(t) = \frac{d\phi_s(t)}{dt} \quad (\text{II. 30})$$

$$v_r(t) = r_r(\omega) \cdot i_r(t) + \frac{d\phi_r(t)}{dt} \quad (\text{II. 31})$$

$$\text{Avec : } \phi_s(t) = l_s i_s(t) + m_{sr} i_r(t) \quad (\text{II. 32})$$

$$\phi_r(t) = (l_p + l_r(\omega)) \cdot i_r(t) + m_{rs} \cdot i_s(t) \quad (\text{II. 33})$$

Réécrivons ces équations afin de terminer un schéma électrique équivalent permettant d'identifier l'ensemble des paramètres vu des bornes statoriques.

$$v_s(t) = (l_s - m_{sr}) \cdot \frac{di_s(t)}{dt} + m_{sr} \cdot \frac{d(i_s(t) + i_r(t))}{dt} \quad (\text{II. 34})$$

$$0 = r_r(\omega) \cdot i_r(t) + l_r(\omega) \cdot \frac{di_r(t)}{dt} + (l_p - m_{sr}) \cdot \frac{di_r(t)}{dt} + m_{sr} \frac{di_r(t) + i_r(t)}{dt} \quad (\text{II. 35})$$

On remarque que les expressions des tensions statorique et rotorique ont le terme  $m_{sr} \frac{di_r(t) + i_r(t)}{dt}$  en commun. Donc, on peut déduire schéma électrique à inductances réparties de la figure (Fig.II.9)

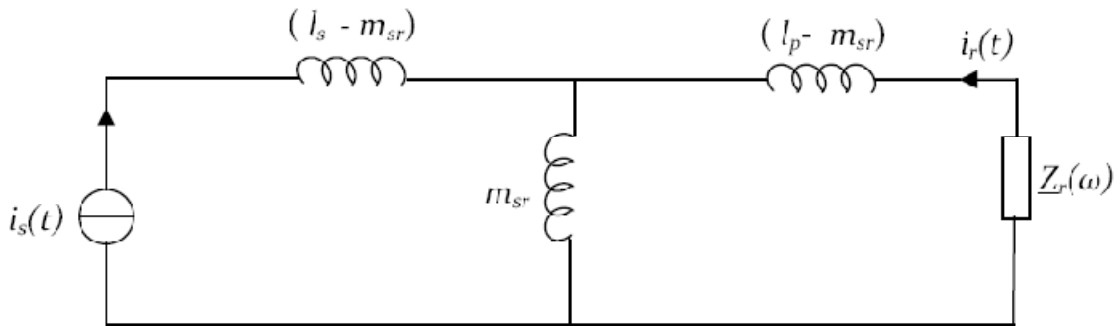


Fig.II.9. Schéma électrique équivalent à inductances réparties.

Cette représentation comporte quatre paramètres, dont un sous forme complexe et dépendant de la fréquence, qu'il faudra par suite identifier. Or, plus le nombre de paramètres est élevé, plus il est difficile de les identifier, donc il faut réduire au minimum ce nombre de paramètres. On peut réduire ce nombre en ramenant toutes les inductances au niveau du rotor, comme le montre le schéma de la figure (Fig.II.10). Le nombre de paramètres est réduit à trois ( $l_0$ ,  $l_n$  et  $Z'_r(\omega)$ ).

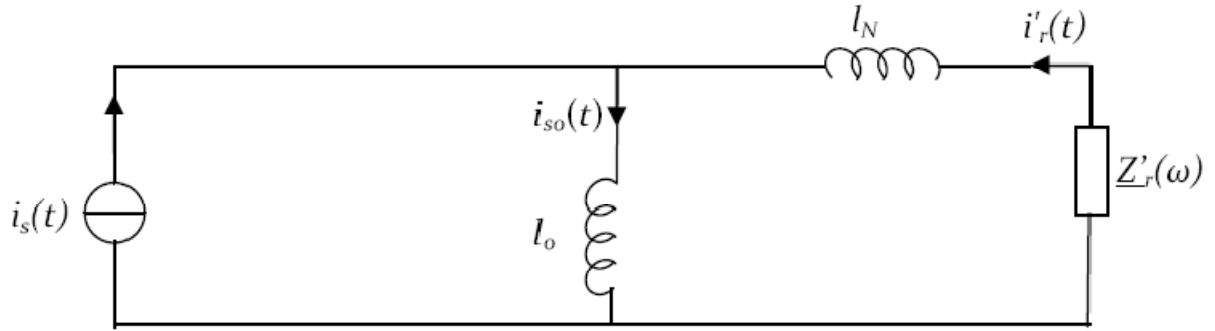


Fig.II.10. Schéma électrique équivalent à inductances totalisées au rotor.

Vu de la source de courant,  $i_s(t)$  doit rester identique quelque soit le schéma équivalent utilisé. Ecrivons les équivalences entre les schémas (II.8 et II.10).

$$i_s(t) = \frac{\phi_s(t)}{l_s} - \frac{m_{sr}}{l_s} \cdot i_r(t) \quad (\text{II. 36})$$

On déduit que :  $l_o = l_s$  (II. 37)

$$i'_r(t) = \frac{m_{sr}}{l_s} \cdot i_r(t) \quad (\text{II. 38})$$

Essayons maintenant de calculer les éléments,  $l_n$  et  $Z'_r(\omega)$ . Pour cela, réécrivons la loi des mailles au rotor, à partir des équations ((II. 29) et (II. 31)), afin d'en extraire la dérivée du courant statorique.

$$v_r(t) = 0 = r_r(\omega) \cdot i_r(t) + l_r(\omega) \cdot \frac{di_r(t)}{dt} + l_p \cdot \frac{di_r(t)}{dt} + m_{sr} \frac{di_s(t)}{dt} \quad (\text{II. 39})$$

$$0 = \underline{Z}_r(\omega) i_r(t) + l_p \frac{di_r(t)}{dt} + m_{sr} \frac{di_s(t)}{dt} \quad (\text{II. 40})$$

Soit :

$$\frac{di_s}{dt} = -\frac{Z_r(\omega)}{m_{sr}} i_r(t) - \frac{l_p}{m_{sr}} \cdot \frac{di_r(t)}{dt} \quad (\text{II. 41})$$

Intégrons le résultat issu de la dernière équation (II. 41) dans l'expression de la tension statorique déduite des équations (II. 30) et (II. 32).

$$v_s(t) = l_s \cdot \frac{di_s(t)}{dt} + m_{sr} \cdot \frac{di_r(t)}{dt} \quad (\text{II. 42})$$

$$v_s(t) = -\frac{l_s}{m_{sr}} \cdot \underline{Z}_r(\omega) \cdot i_r(t) - \frac{l_s}{m_{sr}} l_p \cdot \frac{di_r(t)}{dt} + m_{sr} \frac{di_r(t)}{dt} \quad (\text{II. 43})$$

Remplaçons  $i_r(t)$  à l'aide de l'expression (II. 38) :

$$v_s(t) = -\left(\frac{l_s}{m_{sr}}\right)^2 \cdot \underline{Z}_r(\omega) \cdot i'_r(t) - \left(\frac{l_s}{m_{sr}}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{m_{sr}^2}{l_s \cdot l_p}\right) \cdot l_p \cdot \frac{di_r(t)}{dt} \quad (\text{II. 44})$$

A partir de la figure (Fig.II.10), on peut exprimer la tension statorique en fonction des paramètres rotoriques  $l_n$  et  $Z'_r(\omega)$ .

$$v_s(t) = -Z'_r(\omega) \cdot i'_r(t) - l_n \cdot \frac{di'_r(t)}{dx} \quad (\text{II. 45})$$

Enfin, par identification des deux équations (II. 40) et (II. 45) afin d'exprimer les équivalences entre les paramètres de la figure (Fig.II.9) et ceux de (Fig.II.10).

$$Z'_r(\omega) = \left(\frac{l_s}{m_{sr}}\right)^2 \cdot \underline{Z}_r(\omega) \quad (\text{II. 46})$$

$$l_n = \left(\frac{l_s}{m_{sr}}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{m_{sr}^2}{l_s \cdot l_p}\right) \cdot l_p \quad (\text{II. 47})$$

#### II.5.4. Extraction des paramètres par calcul du champ

Nous allons déterminer les trois paramètres du dernier schéma équivalent, les inductances  $l_s$  et  $l_n$  qui sont des paramètres constants et l'impédance rotorique  $Z'_r(\omega)$  qui dépend de la fréquence.

Pour la détermination de cette dernière, une série d'essais à des fréquences différentes est nécessaire.

Pour chaque essai, on mesure les parties réelle et imaginaire de l'impédance globale vue du stator.

$$\underline{Z}_{mes}(\omega_k) = R_e \left( \underline{Z}_{mes}(\omega_k) \right) + j \cdot Im \left( \underline{Z}_{mes}(\omega_k) \right) \quad (\text{II. 48})$$

$$\underline{Z}_{mes}(\omega_k) = \frac{j \cdot \omega_k \cdot l_n \cdot |j \cdot l_s \cdot \omega_k + Z'_r(\omega_k)|}{j \cdot \omega_k (l_s + l_n) + Z'_r(\omega_k)} \quad (\text{II. 49})$$

Soit :

$$Z'_r(\omega_k) = \frac{l_s \cdot l_n \omega_k^2 + j \omega_k (l_s + l_n) \cdot \underline{Z}_{mes}(\omega_k)}{j \cdot l_s \cdot \omega_k - \underline{Z}_{mes}(\omega_k)} \quad (\text{II. 50})$$

D'après cette dernière expression, il est nécessaire de déterminer les valeurs de  $l_s$  et  $l_n$  pour extraire les parties réelles et imaginaires de l'inductance rotorique  $Z'_r(\omega)$  qui nous intéresse. Pour cela on doit effectuer deux essais pour calculer les inductances  $l_s$  et  $l_n$ .

#### II.5.4.1. Calcul de l'inductance $l_s$

D'après la figure (Fig.II.10), il semble que la manière la plus appropriée est d'annuler le courant  $i'_r(t)$ , proportionnel au courant rotorique  $i_r(t)$ . Dans ce cas, l'impédance globale vue des bornes de la machine est égale à l'inductance  $l_s$ . Pour y parvenir on peut procéder de la manière suivante :

On rend le rotor non conducteur, pour cela, nous donnons une conductivité nulle pour l'aluminium. Etant donné que l'aluminium a une permittivité relative égale à 1, cela revient à remplacer l'aluminium par de l'air. Cet essai peut être réalisé pour n'importe quelle fréquence. Cet essai est sensé produire le cas d'un essai à "la vitesse de synchronisme" d'une machine asynchrone.

$$l_s = \frac{Z_{mes}(\omega_k)}{\omega_k} \quad \text{si } Z'_r(\omega_k) \rightarrow \infty \quad (\text{II.51})$$

#### II.5.4.2. Calcul de l'inductance $l_n$

Le calcul de l'inductance  $l_n$  est beaucoup plus compliqué car elle est en série avec l'impédance rotorique  $Z'_r(\omega)$ . Il est donc obligatoire de définir une hypothèse sur l'impédance rotorique pour déterminer  $l_n$ . Nous appliquons une hypothèse pour un essai à haute fréquence  $f_{hf} = 10\text{MHz}$ . Nous proposons l'hypothèse suivante :

L'inductance rotorique tend vers 0 lorsque la fréquence tend vers l'infini, dans ce cas, l'impédance rotorique est purement réelle.

$$Z'_r(\omega_{hf}) = z_r \quad (\text{II.52})$$

A partir de l'équation(II.50), on peut identifier les parties réelles et imaginaires.

**La partie réelle :**

$$\begin{aligned} & \left[ \text{Re} \left( \underline{Z}_{mes}(\omega_k) \right) \right] \text{Re} \left( Z'_r(\omega_k) \right) + \left[ l_s \omega_k - \text{Im} \left( \underline{Z}_{mes}(\omega_k) \right) \right] \text{Im} \left( Z'_r(\omega_k) \right) \\ & + \left[ l_s \omega_k^2 - \text{Im} \left( \underline{Z}_{mes}(\omega_k) \right) \omega_k \right] l_n = l_s \omega_k \text{Im} \left( \underline{Z}_{mes}(\omega_k) \right) \end{aligned} \quad (\text{II.53})$$

**La partie imaginaire :**

$$\begin{aligned} & \left[ \text{Im} \left( \underline{Z}_{mes}(\omega_k) \right) - l_s \omega_k \right] \text{Re} \left( Z'_r(\omega_k) \right) + \left[ \text{Re} \left( \underline{Z}_{mes}(\omega_k) \right) \right] \text{Im} \left( Z'_r(\omega_k) \right) \\ & + \left[ \text{Re} \left( \underline{Z}_{mes}(\omega_k) \right) \omega_k \right] l_n = -\text{Re} \left( \underline{Z}_{mes}(\omega_k) \right) \cdot l_s \omega_k \end{aligned} \quad (\text{II.54})$$

En fonction de l'hypothèse précédant, nous pouvons définir le système d'équation qui permet de déterminer la valeur de l'inductance  $l_n$ .

On a :  $Z'_r(\omega_{hf}) = z_r$

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \text{Re} \left( \underline{Z}_{mes}(\omega_{hf}) \right) & l_s \omega_{hf}^2 - \text{Im} \left( \underline{Z}_{mes}(\omega_{hf}) \right) \omega_{hf} \\ \text{Im} \left( \underline{Z}_{mes}(\omega_{hf}) \right) - l_s \omega_{hf} & \text{Re} \left( \underline{Z}_{mes}(\omega_{hf}) \right) \omega_{hf} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_r \\ l_n \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} l_s \omega_{hf} & \text{Im} \left( \underline{Z}_{mes}(\omega_{hf}) \right) \\ -l_s \omega_{hf} & \text{Re} \left( \underline{Z}_{mes}(\omega_{hf}) \right) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{II.55})$$

## II.6. Calcul d'une barre rectangulaire

A partir d'un script écrit en langage Octave-FEMM, nous allons calculer une barre rectangulaire dont les dimensions sont identiques à celles de la barre décrite précédemment. On suivra les différentes étapes décrites précédemment pour déterminer les paramètres  $r_r(\omega)$  et  $l_r(\omega)$ .

Largeur =5.7mm, Hauteur=29.5mm.

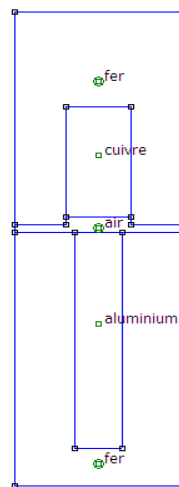


Fig.II.11. Simulation d'une barre rectangulaire.

### II.6.1. Détermination de l'inductance $l_s$

Pour l'essai à une fréquence de 50Hz, on a :

Tension/courant=0.000795978-j0.000414119

$l_s = 1.3189 \cdot 10^{-6}$  H.

### II.6.2. Détermination des paramètres $r_r(\omega)$ et $l_n(\omega)$

Le développement de l'équation (II. 50) donne :

$$r_r(\omega) = \frac{l_s^2 \omega_k^2 \operatorname{Re} \underline{Z}_{mes}(\omega_k)}{\left( \operatorname{Re} \underline{Z}_{mes}(\omega_k) \right)^2 + \left( l_s \omega_k - \operatorname{Im} \underline{Z}_{mes}(\omega_k) \right)^2} \quad (\text{II. 55})$$

$$l_r(\omega) = \frac{(l_s + l_n) \left( \operatorname{Re} \underline{Z}_{mes}(\omega_k) \right)^2 - \operatorname{Im} \underline{Z}_{mes}(\omega_k) \left( l_s \omega_k - \operatorname{Im} \underline{Z}_{mes}(\omega_k) \right) - l_s l_n \omega_k^2 \left( l_s \omega_k - \operatorname{Im} \underline{Z}_{mes}(\omega_k) \right)}{\left( \operatorname{Re} \underline{Z}_{mes}(\omega_k) \right)^2 + \left( l_s \omega_k - \operatorname{Im} \underline{Z}_{mes}(\omega_k) \right)^2} \quad (\text{II. 57})$$

Nous effectuons une série de calculs sous FEMM pour différentes fréquences sur la barre rectangulaire décrite précédemment. A partir des résultats de mesure de l'impédance, on obtient la variation des paramètres propres de la barre en fonction de la fréquence et ainsi on peut tracer les paramètres de  $k_r$  et  $k_x$ .

En exploitant ces résultats, et à l'aide d'un programme MATLAB, on trace les courbes de  $k_r$  et de  $k_x$  :

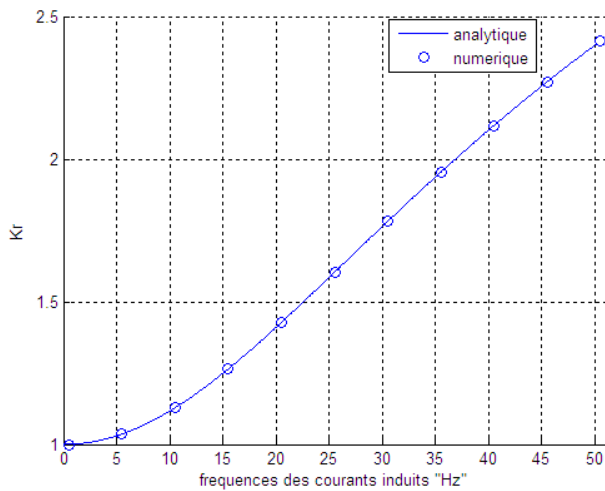


Fig.II. 12. a. Evolution de Kr en fonction

De la fréquence

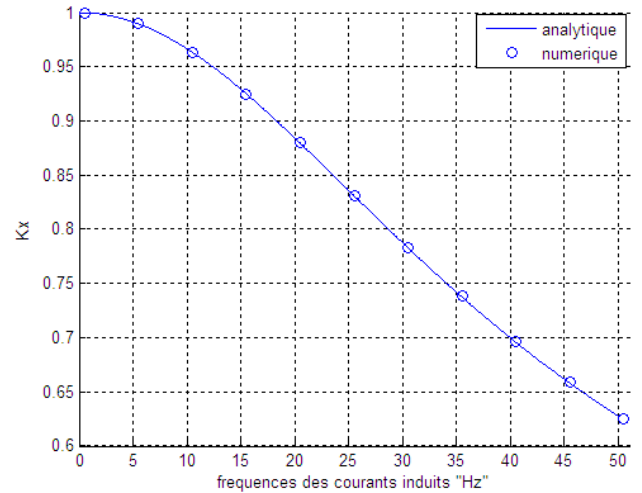


Fig.II. 12. b. Evolution de Kx en fonction

de la fréquence.

D'après ces graphes, on constate que les résultats de calculs analytiques sont confondus avec ceux trouvés par la méthode numérique, d'où la validation de la méthode numérique à l'aide du logiciel FEMM, alors, on peut simuler d'autres formes d'encoches plus complexes.

## II.7. Influence de la forme de l'encoche

### II.7.1. Cas d'une encoche de forme trapézoïdale

On suit les mêmes étapes comme pour le cas précédent.

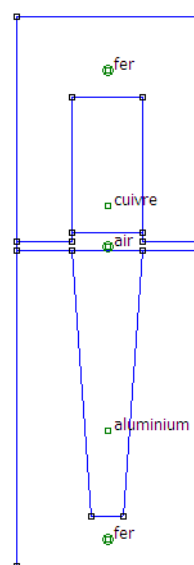


Fig.II. 13. Encoche trapézoïdale.

### Détermination de l'inductance $l_s$

Pour l'essai à une fréquence de 50Hz, on a :

Tension/courant= $0.000659122-j*0.000339696$

$l_s = 1.0818 * 1e-006$  H.

La simulation de la barre trapézoïdale a donné les courbes suivantes :

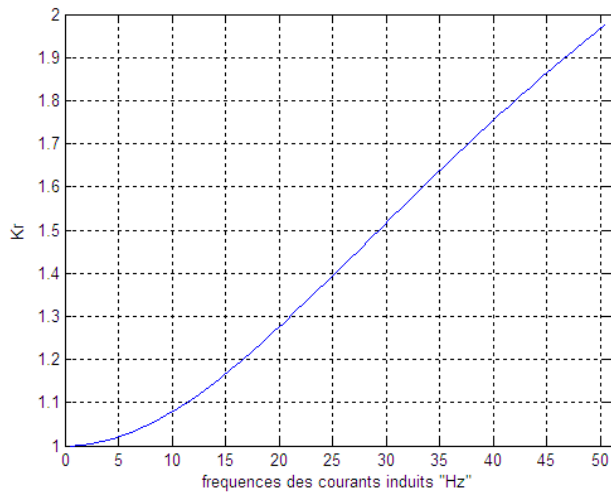


Fig.II. 14. *a.* Evolution de Kr en fonction  
De la fréquence

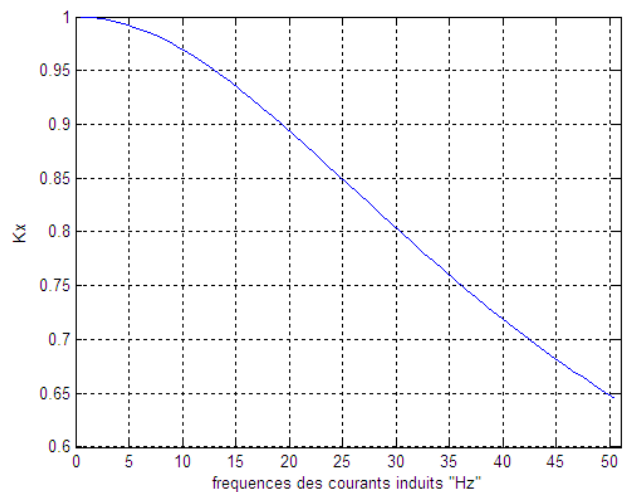


Fig.II. 14. *b.* Evolution de Kx en fonction  
de la fréquence.

### II.7.2. Cas d'une encoche de forme trapézoïdale inversée

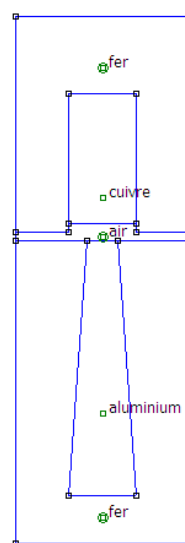


Fig.II. 15. Encoche trapézoïdale inversée.

**Détermination de l'inductance  $l_s$**

Pour l'essai à une fréquence de 50Hz, on a :

Tension/courant=0.00105979-j0.000523771

$l_s = 1.6681 * 1e-006$  H.

Les résultats de simulation de la barre trapézoïdale inversée ont donné les courbes suivantes :

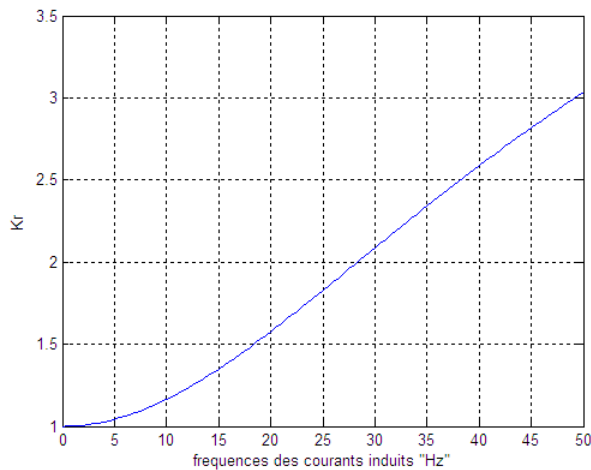


Fig.II. 16. a. Evolution de Kr en fonction De la fréquence

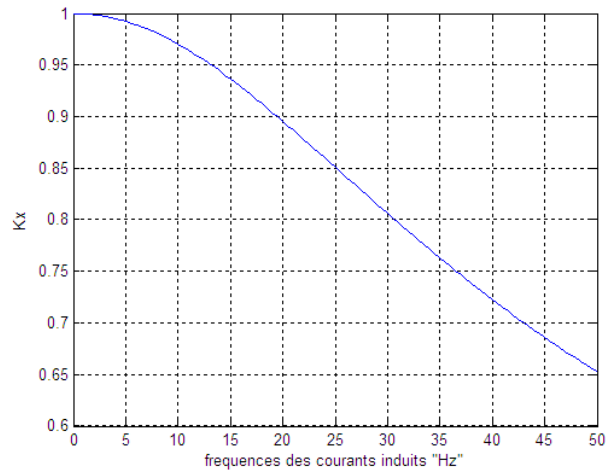


Fig.II. 16. b. Evolution de Kx en fonction de la fréquence.

**II.7.3. Cas d'une encoche double cages**

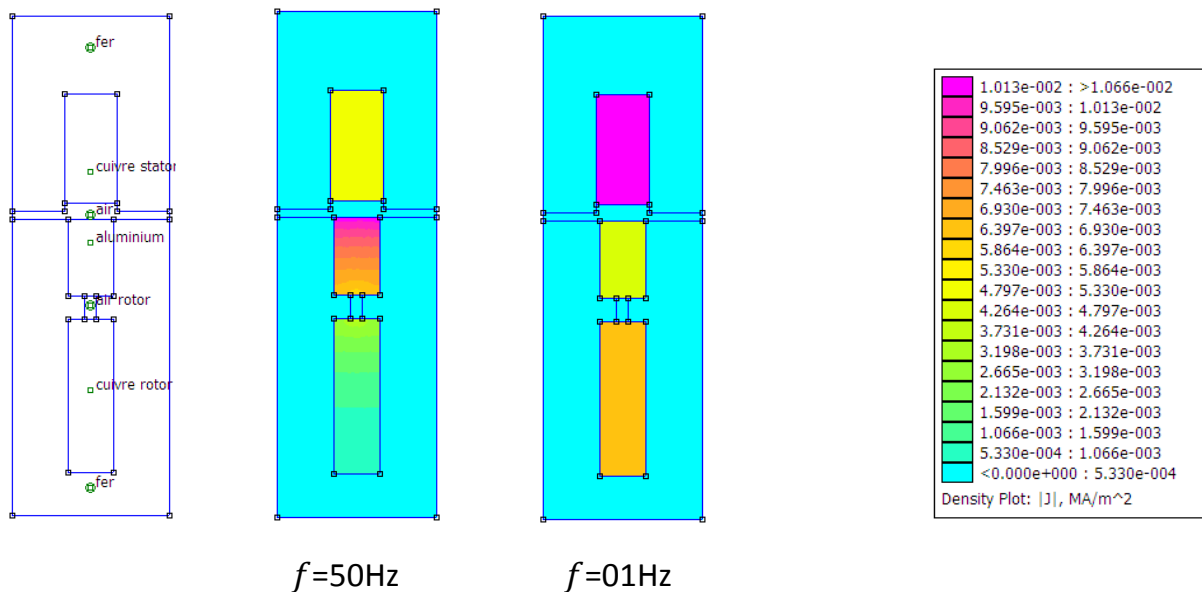


Fig.II. 17. Encoche double cages

La figure II.17 nous montre le principe de fonctionnement du moteur à double cage, au démarrage, la fréquence du courant rotorique égale à la fréquence d'alimentation (soit 50 Hz), on voit bien que seule la barre supérieure (en Aluminium et sa petite dimension, donc a une grande résistance) conduit le courant. Quand le moteur prend de la vitesse, la fréquence du courant rotorique tend vers une valeur faible, c'est la barre inférieure (de faible résistance) qui conduit presque la totalité du courant.

### Détermination de l'inductance $l_s$

Pour l'essai à une fréquence de 50Hz, on a :

Tension/courant=0.000766385-j0.000527494

$l_s = 1.6799 \cdot 10^{-6}$  H.

Les résultats de simulation de la barre à double cage ont donné les courbes suivantes :

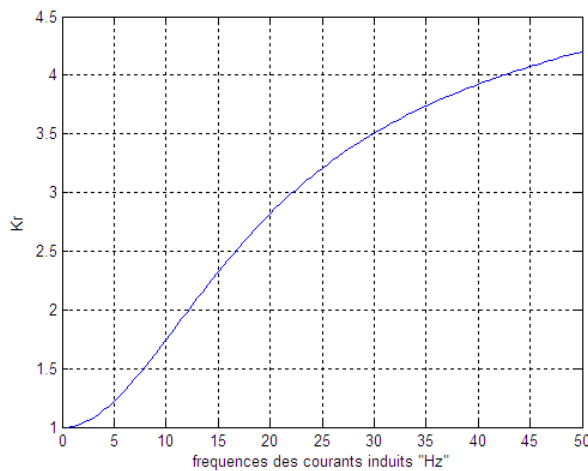


Fig.II. 18. *a.* Evolution de Kr en fonction  
De la fréquence

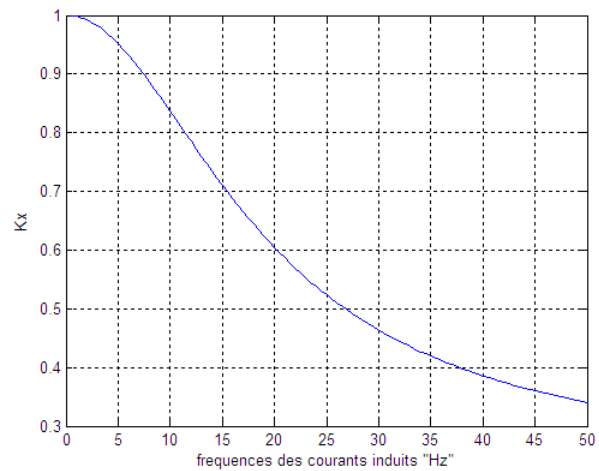


Fig.II. 18. *b.* Evolution de Kx en fonction  
de la fréquence.

### II.7.4. Cas d'une encoche d'un moteur industriel

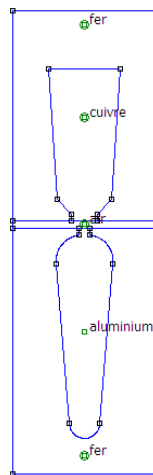


Fig.II. 19. Encoche d'un moteur industriel

#### Détermination de l'inductance $l_s$

Pour l'essai à une fréquence de 50Hz, on a :

Tension/courant=0.000596193+j0.00130294

$l_s = 4.12 \cdot 10^{-6}$  H.

Les résultats de simulation de la barre du moteur industriel ont donné les courbes suivantes

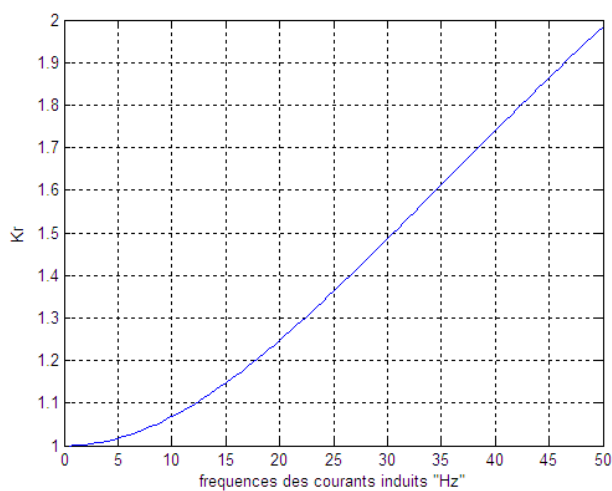


Fig.II. 20. a. Evolution de Kr en fonction

De la fréquence

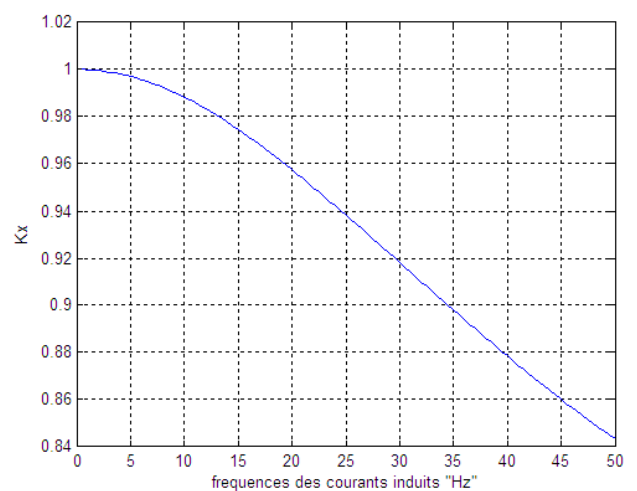


Fig.II. 20. b. Evolution de Kx en fonction

de la fréquence.

## **II.8. Analyse des résultats**

### **II.8.1. Encoche rectangulaire**

Au démarrage ( $g=1 \Rightarrow f_r = 50 \text{ Hz}$ ), on remarque que  $K_r=(r/r_0)$  est maximal, (Fig.II. 12) cela signifie que la résistance rotorique est très grande par rapport à  $r_0$ , car la section du conducteur parcourue par le courant est très faible devant la section totale de l'encoche (effet pelliculaire), d'autre part  $K_x$  est minimal, d'où la réactance rotorique est inférieure à celle obtenue en l'absence de l'effet pelliculaire.

### **II.8.2. Encoche trapézoïdale**

On remarque dans ce cas (Fig.II. 14), que les courbes de  $K_r$  et de  $K_x$ , ont les mêmes allures que celles obtenues dans le cas précédant, sauf que dans ce cas,  $K_r$  au démarrage est inférieur à celui trouvé précédemment, et cela est dû à l'augmentation de la section parcourue par le courant, et pour la même raison on trouve que  $K_x$  est supérieur à celui de l'encoche rectangulaire.

### **II.8.3. Encoche trapézoïdale inversée**

La diminution de la section parcourue par le courant dans ce cas est inférieure à celles des deux cas cités précédemment, ce qui a engendré l'augmentation de  $K_r$  au démarrage et la diminution de  $K_x$  (Fig.II. 16).

### **II.8.4. Encoche du moteur industriel**

On remarque dans ce cas (Fig.II. 20) que  $K_r$  est inférieur à celui de l'encoche rectangulaire à cause de la diminution de la résistance dû à l'augmentation de la section parcourue par le courant. Par contre  $K_x$  est supérieur à celui de l'encoche rectangulaire à cause de l'éloignement de la barre rotorique de l'entrefer.

### **II.8.5. Encoche à double cages**

Au démarrage, la périphérie de la cage externe parcourue par le courant est la même que celle de l'encoche rectangulaire (Fig.II. 18), mais sa hauteur est petite devant celle-ci, ce qui signifie que le flux magnétique se referme dans la partie intermédiaire des deux encoches, alors on peut considérer que l'encoche interne n'existe pas, la section de l'encoche externe est inférieure à celle de l'encoche rectangulaire, donc, d'une résistance élevée, c'est pour cette raison que  $K_r$  est nettement supérieur à celui de toutes les autres

formes d'encoches. Cette encoche est placée près de l'entrefer (et de faible réactance de fuite), la cage interne plus profonde, de faible résistance et de forte réactance de fuite due à la présence de l'aluminium entre les deux barre, ces deux cages, soumises à des variations de flux de même pulsation, peuvent être considérer de point de vu électromagnétique comme mise en parallèle.

En marche normale, la fréquence des courants rotoriques devient donc très basse, les réactances deviennent négligeables devant les résistances, et c'est la cage interne (cage de travail), de faible résistance qui prend la part prépondérante du courant.

### **II.9. Conclusion**

Dans ce chapitre, Nous avons calculés les coefficients qui tiennent compte de la variation de la résistance et de l'inductance des barres rotoriques pour de différentes formes d'encoches, en exploitant le phénomène d'effet pelliculaire, ainsi on a étudié l'influence de ce phénomène sur la variation de ces deux coefficients.

Le logiciel FEMM nous a permis d'extraire les coefficients  $K_r$  et  $K_x$ , avec une grande précision pour des formes d'encoches dont la résolution analytique s'avère difficile ou même impossible à résoudre, et cela, en comparant les résultats obtenus par la méthode analytique et ceux trouvés par la méthode numérique en exploitant le logiciel FEMM pour une forme d'encoche rectangulaire.

Dans le chapitre suivant, nous allons exploiter les résultats obtenus pour étudier l'influence de la forme de l'encoche sur les caractéristiques de démarrage des moteurs asynchrones.

# *Chapitre III*

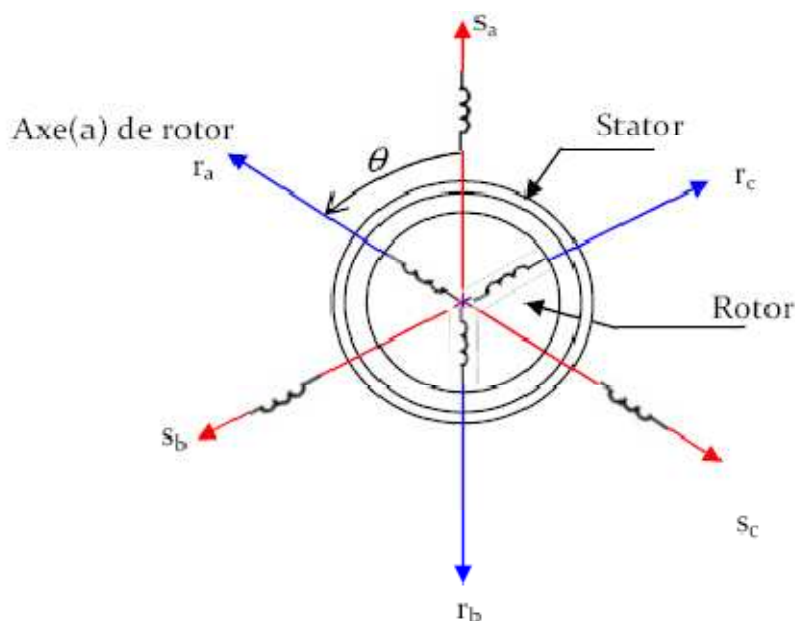
### III. 1. Introduction

La machine asynchrone peut être modélisée selon différentes méthodes, en fonction des objectifs recherchés. Dans ce chapitre nous nous intéressons à l'étude du régime transitoire dans laquelle nous utiliserons le modèle issu de la transformation de Park nous allons exploiter les résultats obtenus au chapitre précédent dans le cas d'effet pelliculaire et comparer avec le cas sans effet pelliculaire pour se faire nous utiliserons le MATLAB SIMULINK.

### III. 2. Représentation schématique du modèle de la machine

La machine asynchrone triphasée comporte un stator et un rotor mobile autour de l'axe de symétrie de la machine. Dans les encoches régulièrement réparties sur la face interne du stator trois enroulements identiques sont logés. Leurs axes sont distants entre eux d'un angle mécanique égal à  $(2\pi/3)$

La représentation schématique de la machine asynchrone dans le repère (abc) les trois enroulements du stator  $s_a, s_b, s_c$ , ainsi que les trois enroulements du rotor  $r_a, r_b, r_c$ , sont représentés schématiquement comme suit (figure III.1)



**Figure. III. 1.** Représentation simplifiée de la machine asynchrone triphasée

### III. 3. Les équations de la machine asynchrone [8]

#### III. 3. 1. les équations électriques au stator

En adoptant la convention récepteur, on aura :

$$\begin{cases} V_{sa} = R_{sa}I_{sa} + \frac{d}{dt}(\Phi_{sa}) \\ V_{sb} = R_{sb}I_{sb} + \frac{d}{dt}(\Phi_{sb}) \\ V_{sc} = R_{sc}I_{sc} + \frac{d}{dt}(\Phi_{sc}) \end{cases} \quad (\text{III. 1})$$

Sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} V_{sa} \\ V_{sb} \\ V_{sc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{sa} & 0 & 0 \\ 0 & R_{sb} & 0 \\ 0 & 0 & R_{sc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{sa} \\ I_{sb} \\ I_{sc} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{sa} \\ \Phi_{sb} \\ \Phi_{sc} \end{bmatrix} \quad (\text{III. 2})$$

En écriture condensée on aura :

$$[V_s] = [R_s][i_s] + \frac{d[\Phi_s]}{dt} \quad (\text{III. 3})$$

Avec :

$$R_{sa} = R_{sb} = R_{sc} = R_s$$

$R_s$  : Résistance d'une phase du stator

#### III. 3. 2. Les équations des tensions rotoriques :

Pour une convention moteur, les tensions au rotor sont données par

$$\begin{cases} V_{ra} = R_{ra}I_{ra} + \frac{d}{dt}(\Phi_{ra}) \\ V_{rb} = R_{rb}I_{rb} + \frac{d}{dt}(\Phi_{rb}) \\ V_{rc} = R_{rc}I_{rc} + \frac{d}{dt}(\Phi_{rc}) \end{cases} \quad (\text{III. 4})$$

Sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} V_{ra} \\ V_{rb} \\ V_{rc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{ra} & 0 & 0 \\ 0 & R_{rb} & 0 \\ 0 & 0 & R_{rc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ra} \\ I_{rb} \\ I_{rc} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix} \quad (\text{III. 5})$$

L'écriture condensée donne :

$$[V_r] = [R_r][i_r] + \frac{d[\Phi_r]}{dt} \quad (\text{III. 6})$$

Avec :

$$R_{ra} = R_{rb} = R_{rc} = R_r$$

$R_r$ : Résistance d'une phase rotorique

### III. 3. 3. Les équations magnétiques

Les équations magnétiques sont données par les expressions suivantes :

$$\begin{bmatrix} \Phi_s \\ \Phi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [l_s] & [M_{sr}] \\ [M_{rs}] & [l_r] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_s \\ I_r \end{bmatrix} \quad (\text{III. 7})$$

Avec :

$$[M_{sr}] = [M_{rs}]^t$$

$$[\Phi_s] = \begin{bmatrix} \Phi_{sa} \\ \Phi_{sb} \\ \Phi_{sc} \end{bmatrix}; [\Phi_r] = \begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix} \quad (\text{III. 8})$$

$$[i_s] = \begin{bmatrix} I_{sa} \\ I_{sb} \\ I_{sc} \end{bmatrix}; [i_r] = \begin{bmatrix} I_{ra} \\ I_{rb} \\ I_{rc} \end{bmatrix} \quad (\text{III. 9})$$

$$[l_s] = \begin{bmatrix} l_s & M_s & M_s \\ M_s & l_s & M_s \\ M_s & M_s & l_s \end{bmatrix}; [l_r] = \begin{bmatrix} l_r & M_r & M_r \\ M_r & l_r & M_s \\ M_r & M_r & l_r \end{bmatrix} \quad (\text{III. 10})$$

$$[M_{sr}] = [M_{rs}]^t = M_{sr} \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \cos \theta_r & \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \cos \theta_r \end{bmatrix} \quad (\text{III. 11})$$

$[M_{sr}]$ : Matrice inductance mutuelles entre le rotor et le stator

$l_s$ : Inductance propre d'une phase statorique

$l_r$ : Inductance propre d'une phase rotorique

$M_s$ : Inductance mutuelle entre deux phases de stator

$M_r$  : Inductance mutuelle entre deux phases de rotor

$[M_{rs}]$ : Matrice transposé des inductances mutuelles entre le rotor et le stator

L'angle  $\theta_r$  écart angulaire entre les axes des phases du stator et du rotor.

A partir des équations (III.2), (III.5),(III. 6) on peut tirer les équations électriques suivantes :

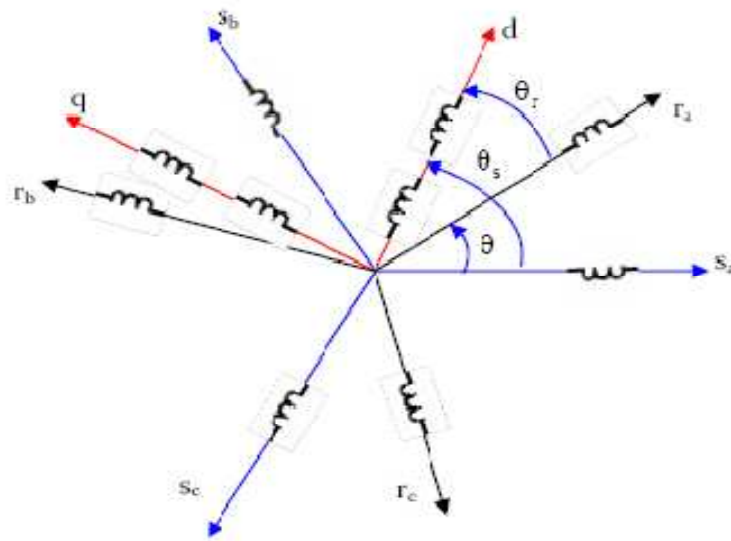
$$[V_s] = [R_s][i_s] + \frac{d}{dt} \{ [l_s][i_s] + [M_{sr}][i_r] \} \quad (\text{III. 12})$$

$$[V_r] = [R_r][i_r] + \frac{d}{dt} \{ [l_r][i_r] + [M_{rs}][i_s] \}$$

### III. 4. Transformation de PARK

La transformation de Park rend assez aisée l'étude de tous les régimes transitoires de la machine asynchrone électrique polyphasée.

Le principe consiste à remplacer les grandeurs (courants, tensions, flux) d'indices réelles a, b, c par des grandeurs d'indices d, q, o (direct, en quadrature et homopolaire) à l'aide de la matrice de Park.



**Figure. III. 2** Repérage angulaire des systèmes d'axes dans l'espace électrique.

Pour transformer un système triphasé  $[a, b, c]$  en un système biphasé  $[d, q]$  avec une composante homopolaire comme indiqué dans l'équation suivante :

$$X_{dqo} = [P(\theta)]X_{abc}$$

Avec :

$X$  : peut être une tension, un courant ou un flux

$[P(\theta)]$ : Est la matrice de la transformation de Park définie par :

$$[P(\theta)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (\text{III. 13})$$

$[P(\theta)]^{-1}$  : est la matrice inverse de Park définie par :

$$[P(\theta)]^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (\text{III. 14})$$

L'angle  $\theta$  correspondant à la position du repère choisi pour la transformation.

$\theta = \theta_s$  Pour le stator (angle entre  $s_a$  et  $O_d$ ).

$\theta = \theta_r$  Pour le rotor (angle entre  $r_a$  et  $O_d$ ).

La composante homopolaire est de valeur nulle, si on considère que le système  $[abc]$  est équilibré.

### III. 4. 1. Equations électriques

L'application de la transformation de Park donne les équations électriques suivantes :

$$\begin{cases} V_{sd} = R_s i_{sd} + \frac{d}{dt} \Phi_{sd} - \omega_s \Phi_{sq} \\ V_{sq} = R_s i_{sq} + \frac{d}{dt} \Phi_{sq} + \omega_s \Phi_{sd} \\ V_{rd} = R_r i_{rd} + \frac{d}{dt} \Phi_{rd} - (\omega_s - \omega) \Phi_{rq} \\ V_{rq} = R_r i_{rq} + \frac{d}{dt} \Phi_{rq} - (\omega_s - \omega) \Phi_{rd} \end{cases} \quad (\text{III. 15})$$

Avec :

$$(\omega_s - \omega) = \omega_r;$$

$$\omega_s = \frac{d\theta_s}{dt};$$

$$\omega_r = \frac{d\theta_r}{dt};$$

$$(\omega_s - \omega) = \frac{d\theta}{dt} = P\Omega$$

### III. 4. 2. Equations magnétiques

Les équations magnétiques dans le repère de Park sont :

$$\begin{cases} \Phi_{sd} = \ell_s i_{sd} + M(i_{sd} + i_{rd}) \\ \Phi_{sq} = \ell_s i_{sq} + M(i_{sq} + i_{rq}) \\ \Phi_{rd} = \ell_r i_{rd} + M(i_{rd} + i_{sd}) \\ \Phi_{rq} = \ell_r i_{rq} + M(i_{rq} + i_{sq}) \end{cases} \quad (\text{III. 16})$$

Avec :  $\ell_s = L_s - M$  ;  $\ell_r = L_r - M$

$L_s = l_s + M_s$  : Inductance cyclique statorique ;

$L_r = l_r + M_r$  : Inductance cyclique rotorique ;

$\ell_s$  : Inductance cyclique statorique de fuite ;

$\ell_r$  : Inductance cyclique rotorique de fuite ;

$M$  : Inductance mutuelle cyclique entre rotor stator.

### III. 4. 3. Equation mécanique

L'équation mécanique du moteur est :

$$C_{em} - C_r - f_r \Omega = J \frac{d\Omega}{dt}$$

Avec :

$J$  : Moment d'inertie.

$f_r$  : Coefficient de frottement visqueux.

$C_{em}$  : Couple électromagnétique.

$C_r$  : Couple résistant.

### III. 5. Equations électriques de machine asynchrone

#### III. 5. 1. Sans effet pelliculaire

Introduisons les équations de flux dans(III. 16)on obtient :

$$\begin{cases} V_{sd} = R_s i_{sd} + L_s \frac{di_{sd}}{dt} + M \frac{di_{rd}}{dt} - \omega_s (L_s i_{sq} + M i_{rq}) \\ V_{sq} = R_s i_{sq} + l_s \frac{di_{sq}}{dt} + M \frac{di_{sq}}{dt} + M \frac{di_{rq}}{dt} + \omega_s (L_s i_{sd} + M i_{rd}) \\ V_{rd} = R_r i_{rd} + \ell_r \frac{di_{rd}}{dt} + M \frac{d(i_{sd} + i_{rd})}{dt} - (\omega_s - \omega) (L_r i_{rq} + M i_{sq}) \\ V_{rq} = R_r i_{rq} + \ell_r \frac{di_{rq}}{dt} + M \frac{d(i_{sq} + i_{rq})}{dt} + (\omega_s - \omega) (L_r i_{rq} + M i_{sq}) \end{cases} \quad (III. 17)$$

#### III. 5. 2. Avec effet pelliculaire

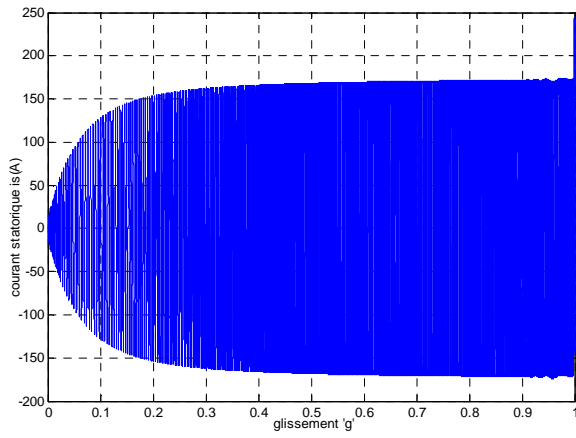
Dans ce cas on doit tenir compte de la variation de la résistance et de l'inductance du rotor en fonction de la fréquence ainsi que des paramètres de la partie frontale (anneaux de court circuit), pour ce faire, introduisons les coefficients  $k_r$  et  $k_x$ ,  $R_f$ ,  $L_f$  dans (III.18) on obtient :

$$\begin{cases} V_{sd} = R_s i_{sd} + L_s \frac{di_{sd}}{dt} + M \frac{di_{rd}}{dt} - \omega_s (L_s i_{sq} + M i_{rq}) \\ V_{sq} = R_s i_{sq} + l_s \frac{di_{sq}}{dt} + M \frac{di_{sq}}{dt} + M \frac{di_{rq}}{dt} + \omega_s (L_s i_{sd} + M i_{rd}) \\ V_{rd} = (k_r R_b + R_f) i_{rd} + (k_x \ell_b + l_f + l_d) \frac{di_{rd}}{dt} + M \frac{d(i_{sd} + i_{rd})}{dt} - (\omega_s - \omega) ((k_x L_b + L_f + L_d) i_{rq} + M i_{sq}) \\ V_{rq} = (k_r R_b + R_f) i_{rq} + (k_x \ell_b + l_f + l_d) \frac{di_{rq}}{dt} + M \frac{d(i_{sq} + i_{rq})}{dt} - (\omega_s - \omega) ((k_x L_b + L_f + L_d) i_{rq} + M i_{sq}) \end{cases} \quad (III. 18)$$

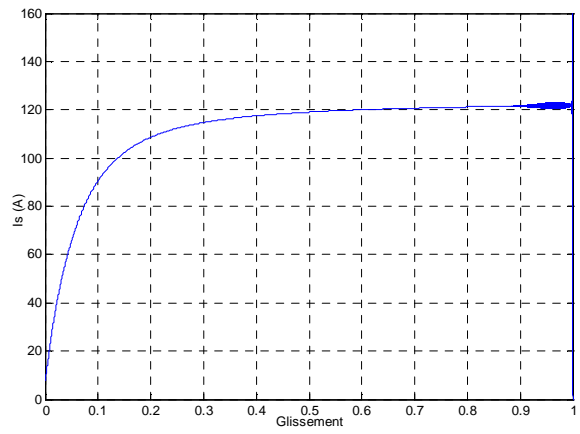
### III. 6. Résultats de simulation

Dans le but de voir l'influence des coefficients  $K_r$  et  $K_x$  sur les caractéristiques de démarrage, on élabore un bloc de simulation de l'environnement MATLAB/SIMULINK. Et pour illustrer l'influence de ces coefficients, nous séparons le régime transitoire électrique du régime transitoire mécanique, en introduisant une forte inertie.

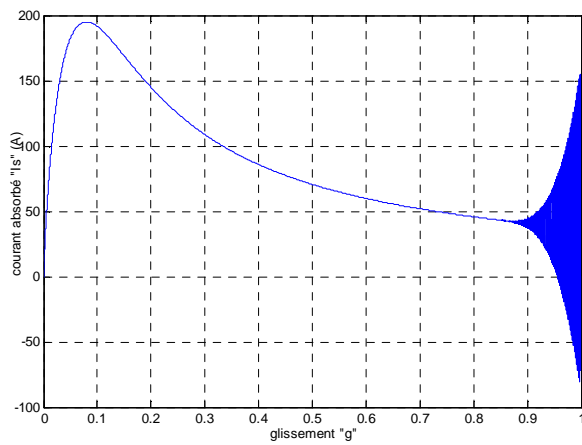
**III. 6. 1. Cas d'une encoche rectangulaire sans effet pelliculaire**



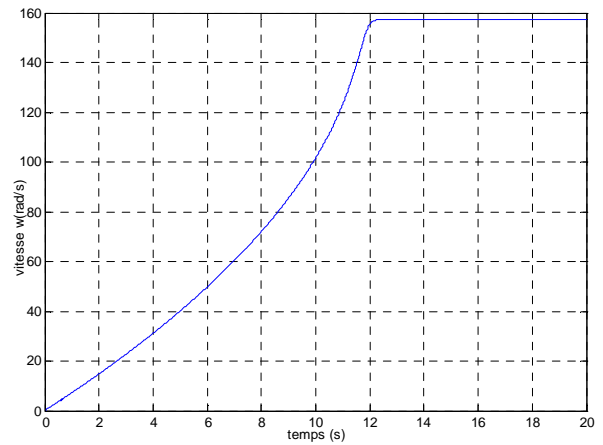
a) Evolution du courant absorbé en fonction du glissement



b) Valeur efficace du courant absorbé en fonction du glissement



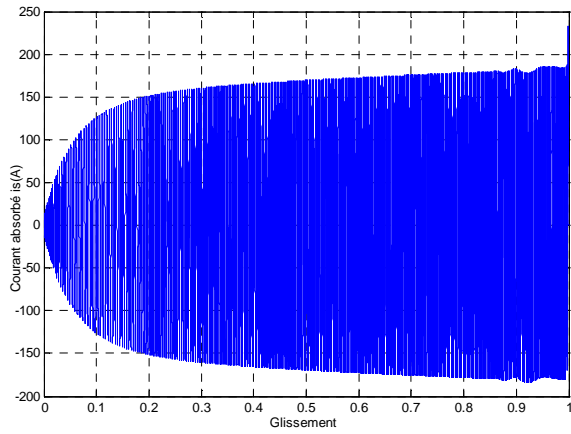
c) Evolution du couple électromagnétique en fonction du glissement



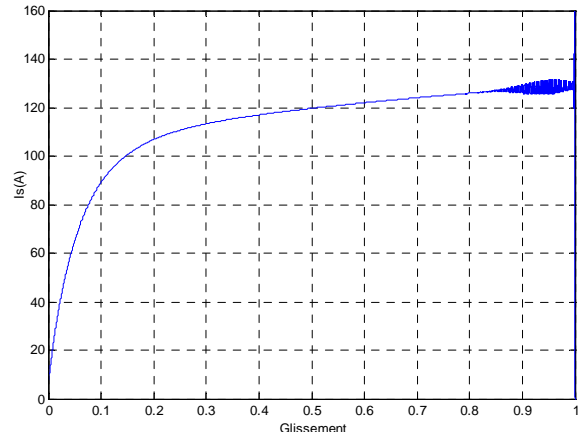
d) Evolution de la vitesse en fonction du temps

**Fig. III. 3.** Caractéristiques du moteur sans effet pelliculaire

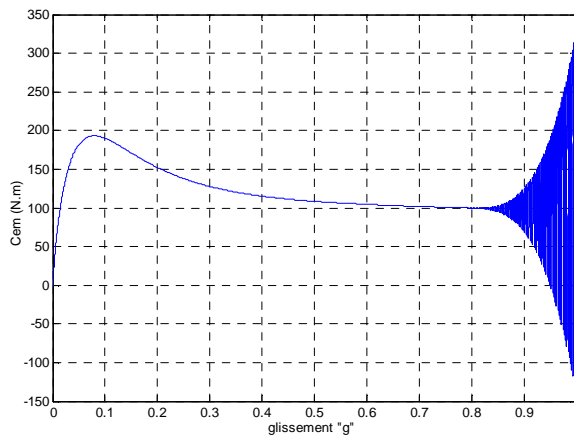
**III. 6. 2. Cas d'une encoche rectangulaire avec effet pelliculaire**



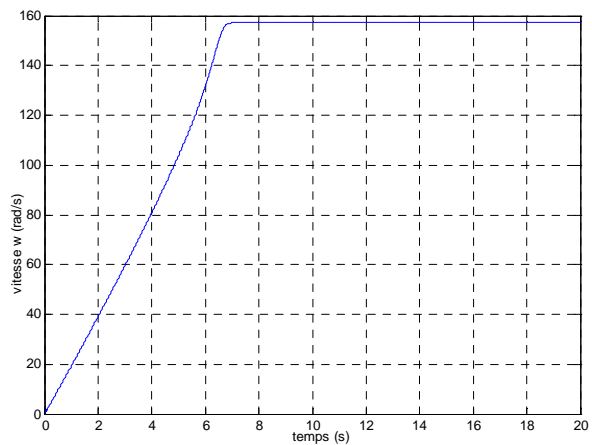
a) Evolution du courant absorbé en fonction du glissement



b) Valeur efficace du courant absorbé en fonction du glissement



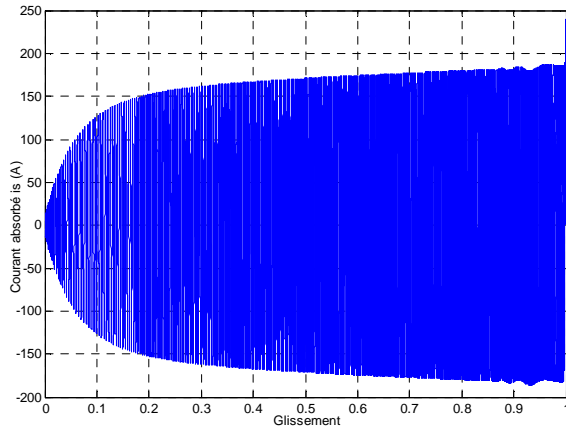
c) Evolution du couple électromagnétique en fonction du glissement



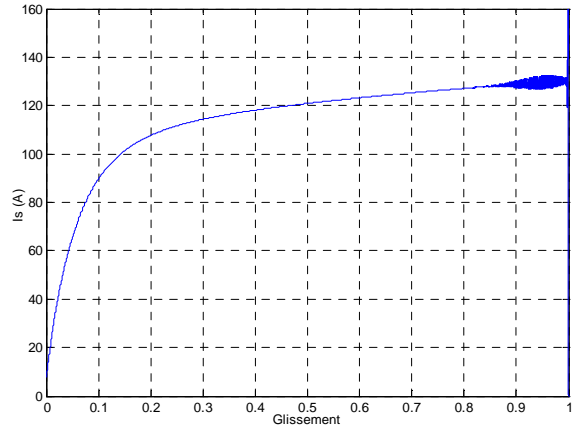
d) Evolution de la vitesse en fonction du temps.

**Fig. III. 4.** Caractéristiques du moteur avec encoches rectangulaires

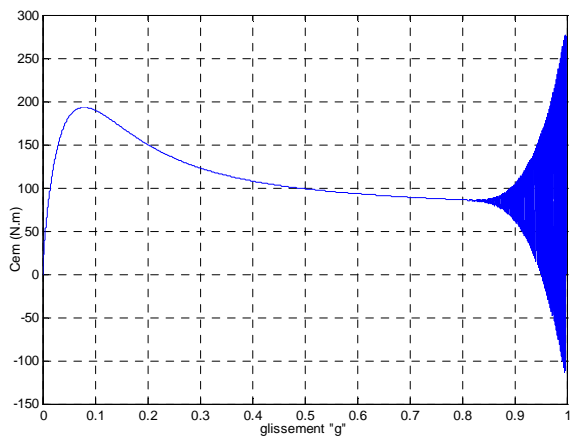
**III. 6. 3. Caractéristiques du moteur à encoches trapézoïdales**



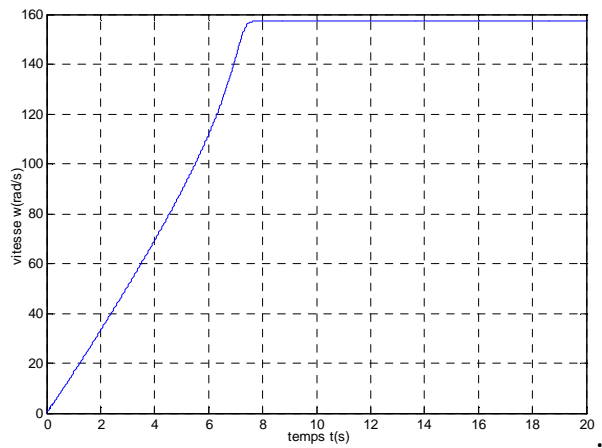
a) Evolution du courant absorbé en fonction du glissement



b) Valeur efficace du courant absorbé en fonction du glissement



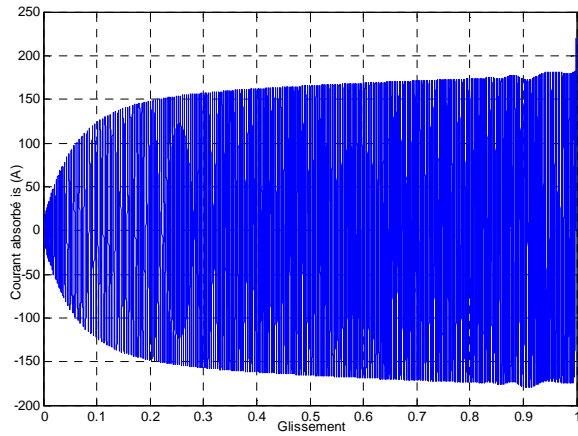
c) Evolution du couple électromagnétique en fonction du glissement



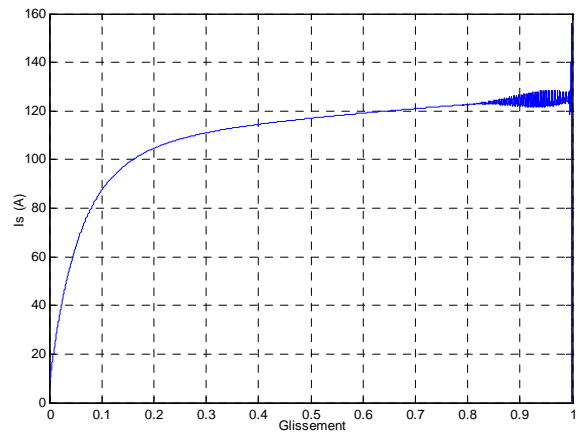
d) Evolution de la vitesse en fonction du temps.

**Fig. III. 5.** Caractéristiques du moteur avec encoches trapézoïdales

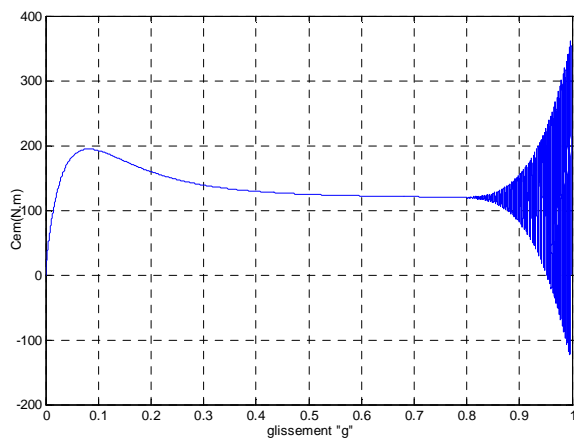
**III. 6. 4. Caractéristiques du moteur à Encoches trapézoïdales inversées**



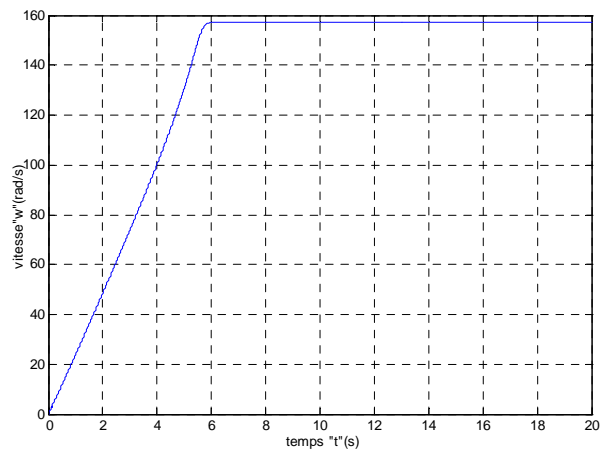
a) Evolution du courant absorbé en fonction du glissement



b) Valeur efficace du courant absorbé en fonction du glissement



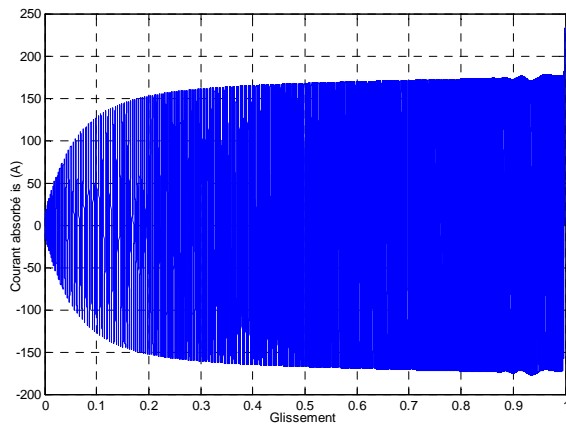
c) Evolution du couple électromagnétique en fonction du glissement



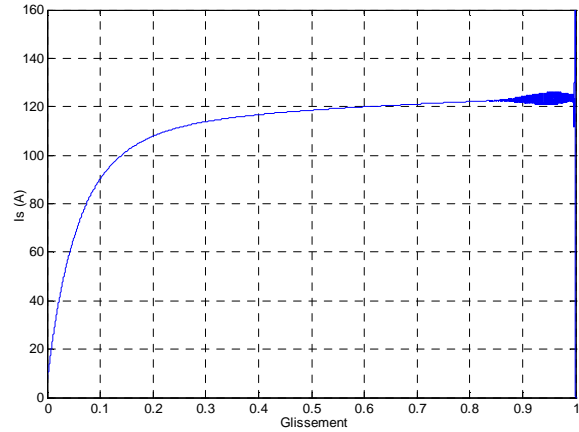
d) Evolution de la vitesse en fonction du temps.

**Fig. III. 6.** Caractéristiques du moteur avec encoches trapézoïdales inversées

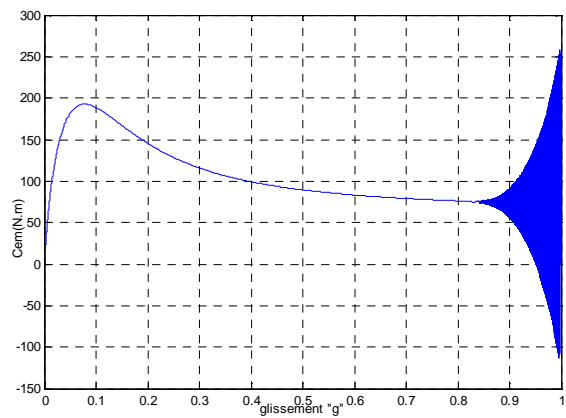
III. 6. 5.Cas d'une encoche industrielle



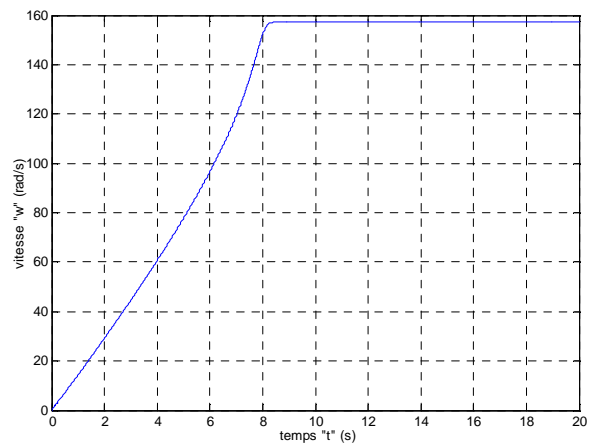
a) Evolution du courant absorbé en fonction du glissement



b) Valeur efficace du courant absorbé en fonction du glissement



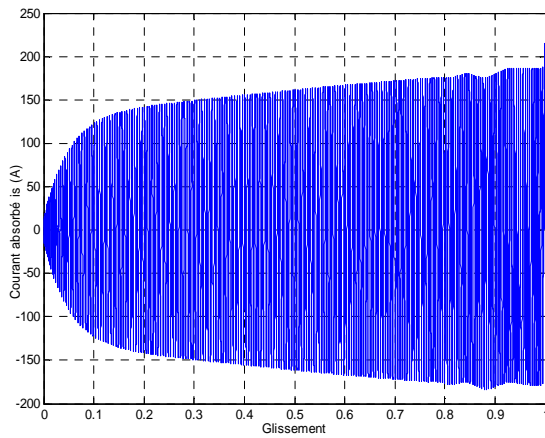
c) Evolution du couple électromagnétique en fonction du glissement



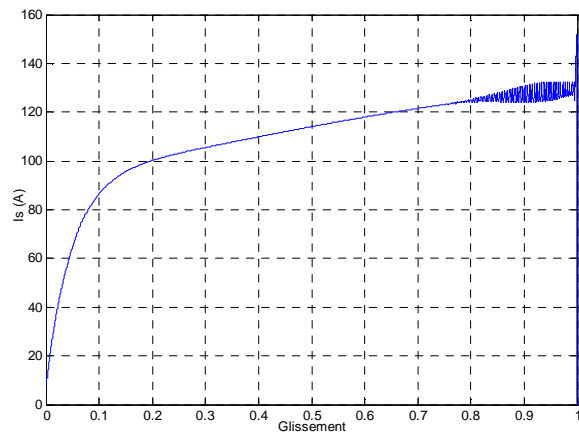
d) Evolution de la vitesse en fonction du temps.

Fig. III. 7. Caractéristiques du moteur industriel

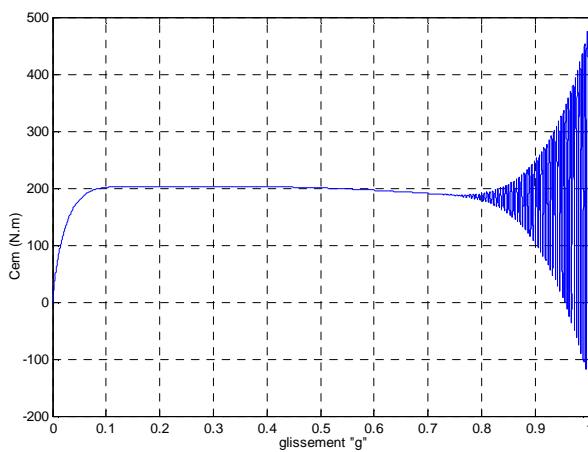
**III. 6. 6. Caractéristiques du moteur à encoches double cages**



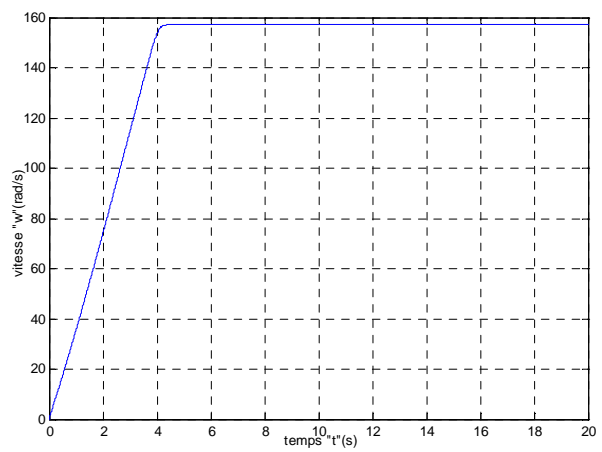
a) Evolution du courant absorbé en fonction du glissement



b) Valeur efficace du courant absorbé en fonction du glissement



c) Evolution du couple électromagnétique en fonction du glissement



d) Evolution de la vitesse en fonction du temps.

**Fig. III. 8.** Caractéristiques du moteur avec encoches à double cage

III. 6. 7. Comparaisons des résultats

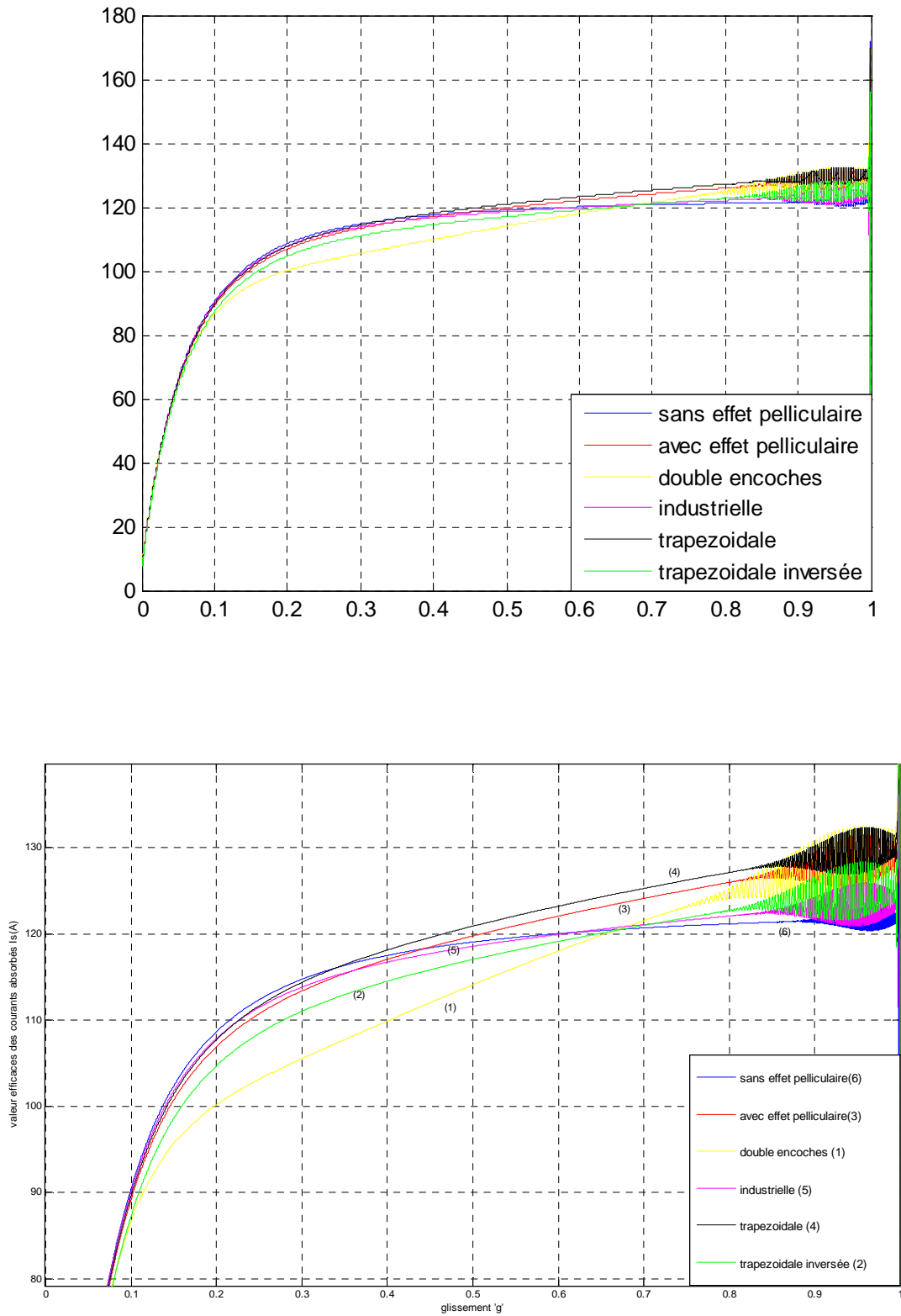


Fig. III. 9. Comparaisons des courants en fonction du glissement

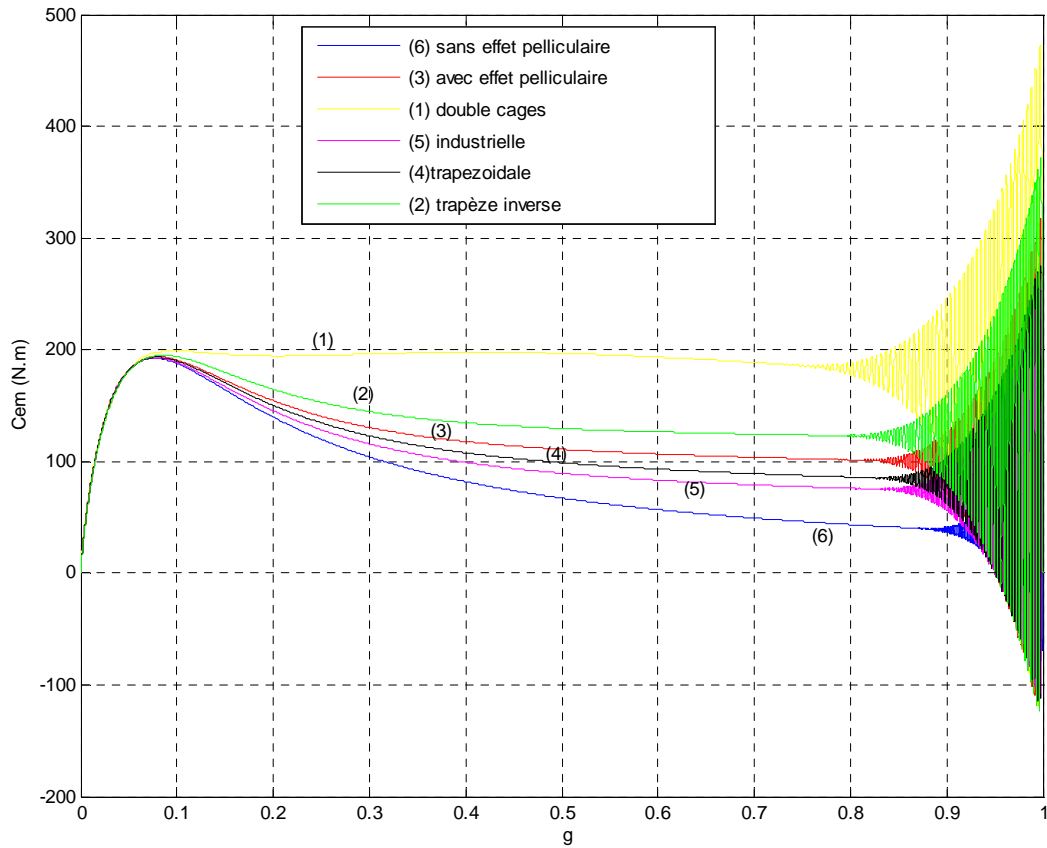


Fig. III. 10. Comparaisons des couples en fonction du glissement

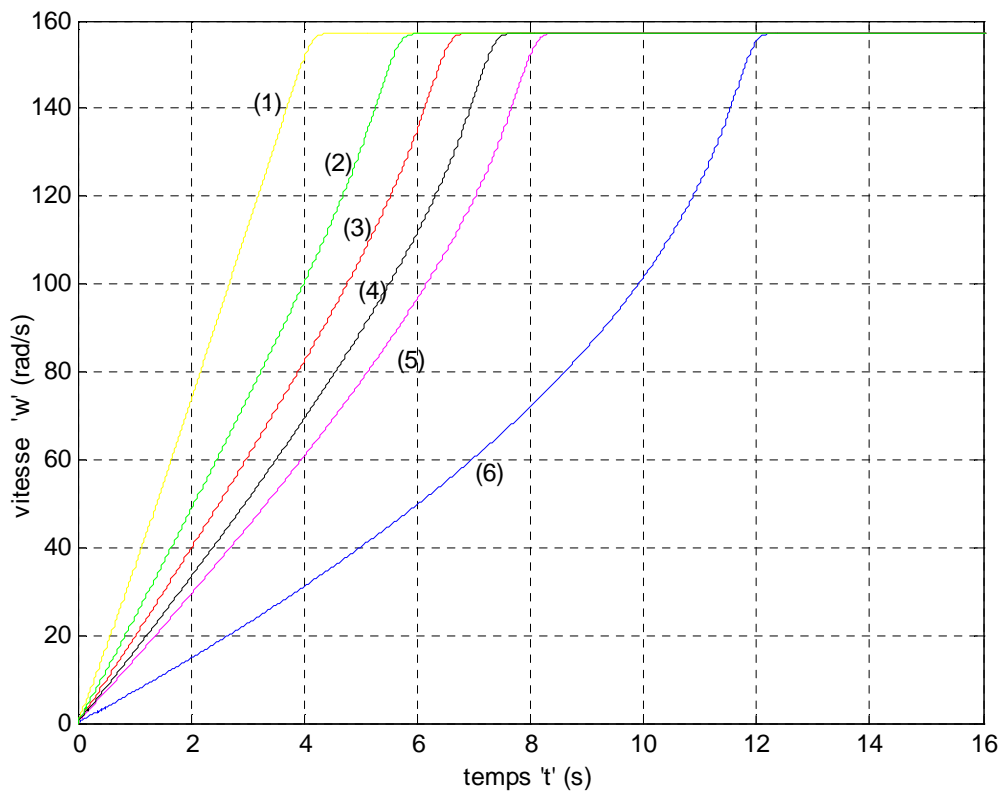


Fig. III. 10. Comparaisons des vitesses en fonction du temps

### **III. 7. Interprétation des résultats**

#### **III. 7. 1. Cas sans effet pelliculaire**

On remarque dans la figure (III.3), que le couple électromagnétique développé au démarrage est  $C_d = 36.8 \text{ N.m}$ , la valeur efficace du courant absorbé est  $I_d = 122.4 \text{ A}$  et la vitesse nominale est atteinte au bout de 12 secondes.

#### **III. 7. 2. Cas avec effet pelliculaire**

##### **III. 7. 2. 1. Encoche rectangulaire**

Dans ce cas, on voit que le courant appelé au démarrage ( $I_d = 129.8 \text{ A}$ ), est légèrement supérieur à celui obtenu dans le cas précédent (sans effet pelliculaire), et cela est dû au fait que la réactance est diminuée d'une façon plus importante que l'augmentation de la résistance, mais après un certain temps, le courant diminue d'une façon plus importante que le cas précédent, et cela est dû à l'augmentation considérable de la résistance rotorique ramenée au stator ( $r_2/g$ ).

Dans ce cas, le couple développé par le moteur au démarrage est très grand que celui développé si on ne tient pas compte de l'effet pelliculaire ( $C_d = 103.4 \text{ N.m}$ ), ce qui s'explique par l'augmentation de la résistance, et du fait que le couple est proportionnel à la résistance rotorique. Ainsi, le moteur devient plus rapide, et atteint son régime permanent au bout de « 6.7 s ».

##### **III. 7. 2. 2. Encoche trapézoïdale**

Du fait que la résistance est plus faible, et l'inductance est la même que dans le cas de l'encoche rectangulaire, le courant appelé au démarrage est plus grand que celui du cas précédent ( $I_d = 131.3 \text{ A}$ ), et pour la même raison, on constate que le couple au démarrage est plus faible que le cas précédent et que le moteur atteint son régime permanent au bout de « 7.5 s ».

##### **III. 7. 2. 3. Encoche trapézoïdale inversée**

Dans ce cas, on a  $I_d = 126 \text{ A}$ , et  $C_d = 123.5 \text{ N.m}$ ; Cette diminution du courant au démarrage et l'augmentation du couple par rapport aux deux cas cités précédemment, est dû à l'augmentation de la résistance, sachant que l'inductance est la même avec ces deux cas. Le régime stable du moteur est atteint au bout de « 6 s ».

#### **III. 7. 2. 4. Encoche du moteur industriel**

Dans ce cas, on a un faible courant au démarrage par rapport au cas de l'encoche trapézoïdale  $I_d=124.5$  A, et cela est dû à la grande réactance que possède l'encoche du moteur industriel, sachant que leurs résistances sont égales ( $K_r = 1.98$ ). Mais cette grande réactance a engendrée une diminution du couple développé au démarrage ( $C_d=69.8$  N.m). La vitesse nominale est atteinte au bout de « 8.2 s ».

#### **III. 7. 2. 4. Encoche double cages**

Malgré que la résistance rotorique est très grande par rapport à celles de tous les cas cités précédemment, on remarque que le courant appelé au démarrage n'est pas loin de ceux de ces derniers ( $I_d=130.3$  A), et cela revient au fait que la composante réactive de l'impédance rotorique équilibre la composante active, mais on remarque que se courant diminue d'une façon très importante par rapport au autres (figure III. 9).

La courbe de la figure III. 10 nous montre que le moteur à double cages présente un meilleur couple de démarrage par rapport aux autres formes d'encoches ( $C_d=180.8$  N.m), et il atteint la vitesse nominale au bout de « 4 s », cette augmentation du couple est due à la forte augmentation de la résistance et à la forte diminution de l'inductance au rotor.

#### **III. 7. 8. Conclusion**

Ce chapitre illustre l'influence de la forme de l'encoche sur les caractéristiques de démarrage des moteurs asynchrones (couple électromagnétique, courant et temps de démarrage), en exploitant le phénomène de l'effet de peau.

D'après les résultats de simulation, on constate que la forme de l'encoche apporte de très bonnes améliorations sur le couple de démarrages, ainsi que le temps de démarrage, mais elle n'agit pas d'une façon importante sur le courant de démarrage.

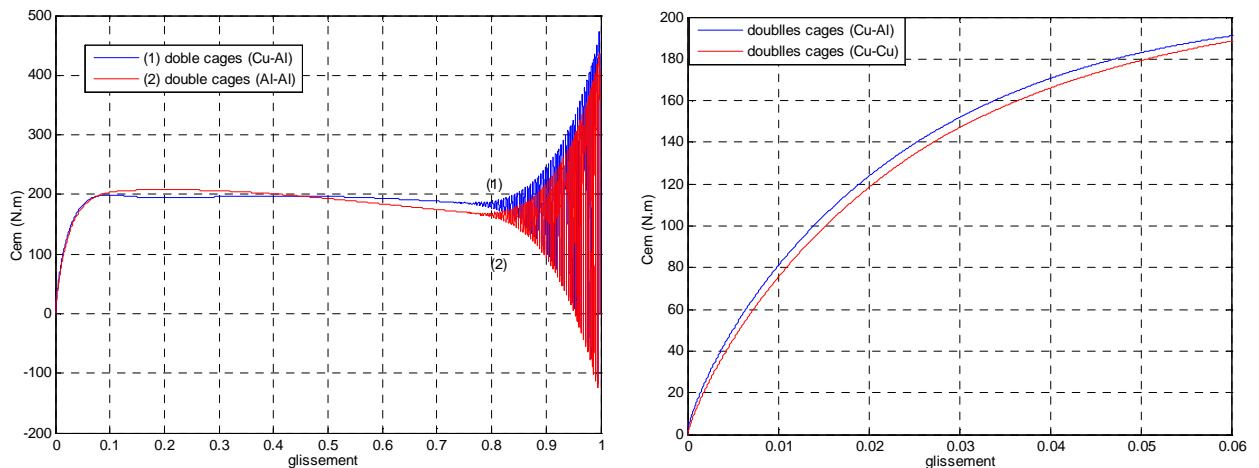
On constate que le moteur à double cages offre de meilleurs performances de démarrage, à soir le couple électromagnétique, la stabilité et la rapidité.

### Influence du matériau constituant l'encoche à double cages

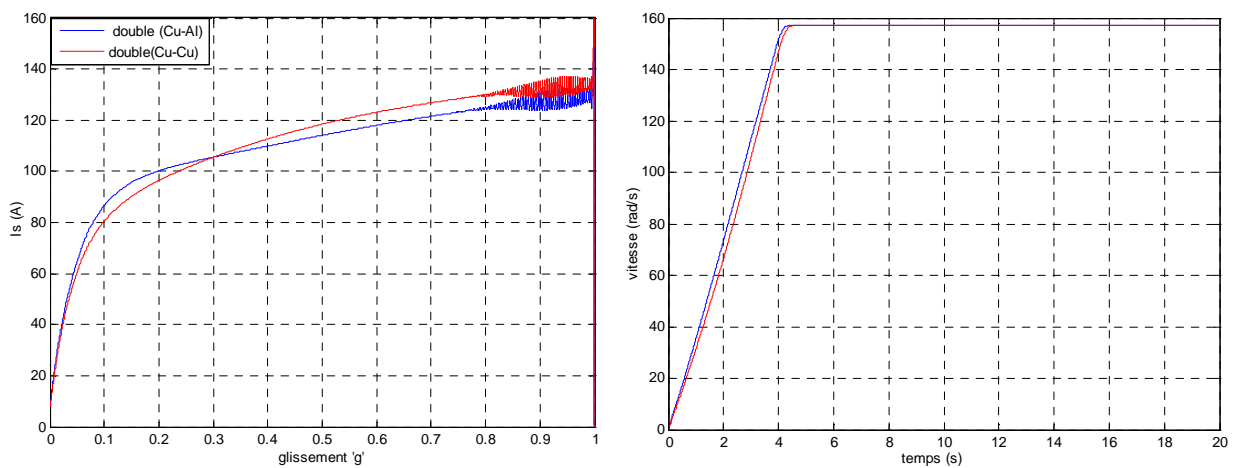
Soit deux rotors à doubles cages dont :

- La cage externe du premier rotor est constituée du cuivre et la seconde d'aluminium.
- Les deux cages du second rotor sont constituées uniquement du cuivre.

Si on compare leurs caractéristiques de démarrages, on obtient les résultats suivants :



**Fig. III. 11.** Comparaison des variations du couple en fonction du glissement.



**Fig. III. 12.** Comparaisons des courants en fonction du glissement

**Fig. III. 13.** Comparaison des vitesses en fonction du temps

**Interprétation des résultats**

On remarque d'après la courbe de la figure (III. 12), que le courant de démarrage dans le cas de la cage (Cu-Cu) est légèrement grand que celui de la cage 'Cu-Al', cela revient à la faible résistivité que possède le cuivre par rapport à l'aluminium, mais la diminution du courant est plus importante dans le cas de la cage (Cu-Cu), on constate que le moteur à cage (Cu-Al) atteint son régime permanent plus rapidement (figure III. 13 ).

D'après la figure (III. 11), on remarque qu'il y a une légère différence entre les couples de démarrage pour les deux cas, cela s'explique par la différence des résistivités des deux matériaux constituant les deux rotors, mais quand le glissement tend vers 0 (la zone de fonctionnement du moteur), on remarque que le moteur à cage (Cu-Al) atteint le même couple que celui du moteur (Cu-Cu) à un glissement inférieur à celui de ce dernier, on peut dire alors, que le moteur (Cu-Al) a une grande vitesse en charge que celui du moteur à cage (Cu-Cu).

On conclut, d'après les résultats obtenus, qu'on peut obtenir des améliorations dans les caractéristiques de démarrage des moteurs asynchrones en modifiant les matériaux constituant leurs barres rotoriques.

*Conclusion générale*

### **Conclusion générale**

L'objectif visé dans ce travail, consiste à étudier l'influence de la forme de l'encoche sur les caractéristiques de démarrage d'un moteur asynchrone, en exploitant le phénomène de l'effet pelliculaire.

Afin de calculer la variation de l'impédance rotorique en fonction du glissement, nous avons effectué un calcul analytique fondé sur les équations de MAXWELL, et cela pour une forme d'encoche d'une géométrie simple (encoche rectangulaire), cependant, rares sont les cages d'écureuil qui sont construites à base de barres rectangulaires, et la résolution analytique des formes plus complexes s'avère impossible, donc, une résolution numérique basé sur les éléments finis s'impose. Pour se faire, nous avons exploité le logiciel du calcul numérique (FEMM) qui est basé sur la méthode des éléments finis pour le calcul du champ avec une forte précision. Ce logiciel, nous à permis d'effectuer le calcul pour des formes complexes dont le calcul analytique est impossible.

Nous avons exploité les résultats de variation de la résistance et de l'inductance rotoriques pour la simulation de la machine, afin d'étudier ses caractéristiques (mécanique et électrique), en utilisant le logiciel MATLAB-SIMULINK.

Après avoir étudié les caractéristiques du moteur au démarrage, on a conclu que la forme géométrique des encoches rotoriques donne des performances considérables sur le démarrage des moteurs asynchrones à cages d'écureuil, à savoir le couple de démarrage et la rapidité d'atteindre son régime de fonctionnement nominal. Ainsi, on a conclu que le moteur à double cages offre les meilleures performances au démarrage.

## Références bibliographiques

**-M.COSTENKO, L. PIOTROVSKI** : Machines électriques, tome II

éditions Mir 1979.

**-SYLVAIN CANAT** : Contribution à la modélisation dynamique de la machine asynchrone à cage.

Thèse de Doctorat de l'institut national polytechnique de Toulouse 2006.

**-M.MOKHTARI** : MATLAB 5.2 & 5.3 et SIMULINK 1 et 3 pour étudiants et ingénieurs  
springer.

**-khaorapapong** : Modélisation d'ordre n'on entier des effets de fréquence dans les barres rotoriques d'une machine asynchrone. Thèse de Doctorat de l'institut national polytechnique de Toulouse 2001.

**-Chaigne Claude** : Commande vectorielle sans capteur des machines asynchrones.

**-Philippe Barret** : Régimes transitoires des machines tournantes électriques.

**-Seguier Gur** : Actionneurs électriques, principes, modèles, commandes.

# *Annexe*

**Paramètres du moteur industriel**

- Puissance sur l'arbre : 15kW.
- Tension : 220/380 V.
- Nombre de paires de pôles : P=2.
- Longueur du rotor : 120 mm
- Diamètre extérieur du stator :  $D_{\text{ext}}=272$  mm.
- Diamètre intérieur du stator :  $D=185$  mm.
- Diamètre extérieur du rotor :  $D_2=184$  mm.
- Nombre d'encoches statoriques :  $Z_1=48$ .
- Nombre d'encoches rotoriques :  $Z_2=38$ .
- Diamètre intérieur du rotor (diamètre extérieur de l'arbre)  $D_i=60$ mm.
- Surface d'encoche rotorique  $q_c=169$ mm<sup>2</sup>.
- L'impédance de la barre rotorique du moteur industriel :  $R_s=0.402\Omega$

$$X_s = 0.7025\Omega; \quad L_s = \frac{X_s}{2\pi f} = 0.002307H$$

$$X_m = 27.66\Omega;$$

$$L_m = \frac{X_m}{2\pi f} = 0.08804H$$

$$r_0 = r_b + \frac{2r_a}{\Delta^2} = r_b + r_f; \quad \text{avec } \Delta = 2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{Z_2}\right)$$

$$R_{20} = r_{20} \left( \frac{4m(N_1 K b)^2}{Z_2} \right) = r_{20} \frac{4.3(112 \times 0.958)^2}{38} = r_{20} \cdot 3635.54$$

$$R_{20} = 0.1336 + 3.4 \cdot 10^{-3}\Omega$$

$$x_{20} = x_b + x_f + x_d = (2.76 + 0.61 + 2.08) \cdot 10^{-3}$$

$$X_{20} = x_{20} \times 3635.54\Omega$$

$$L_{20} = \frac{X_{20}}{2\pi f} = 3.23 \times 10^{-3}H$$

**Avec effet pelliculaire**

La résistance de la barre,  $r_b$  est variable, d'où la résistance rotorique ramenée au primaire  $R_2$  devient :

$$R_2 = 3635.54. (K_r. r_b + r_f) = K_r. 0.1336 + 3.4. 10^{-3} \Omega$$

$$x_2 = K_x. x_b + x_f + x_d = (K_x. 7.76 + 0.61 + 2.8). 10^{-6} H$$

$$X_2 = K_x. 1.64. 10^{-3} + 1.67. 10^{-3} \Omega$$

Avec :

$r_b, x_b$  : Résistance et inductance de la barre rotorique respectivement.

$r_f, x_f$  : Résistance et inductance frontales (anneau) rotoriques respectivement.

$x_d$  : Inductance différentielle due aux fréquences harmoniques.

$R_s, L_s, X_s$  : Résistance, inductance et réactance statoriques respectivement.

$X_m$  : Mutuelle rotor-stator.

$r_{20}, x_{20}$  : Résistance et inductance rotoriques sans effet pelliculaire.

$r_2, x_2$  : Résistance et inductance rotoriques avec effet pelliculaire.

$R_{20}, L_{20}, X_{20}$  : Résistance, inductance et réactance rotoriques ramenées au stator, sans effet pelliculaire.

$R_2, L_2$  : Résistance, inductance et réactance rotoriques ramenées au stator, avec effet pelliculaire.