

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI DE TIZI-OUZOU
Faculté du Génie de la Construction
Département de Génie Civil

MEMOIRE DE MASTER ACADEMIQUE
EN GENIE CIVIL

Présenté par : Sadoun Yahia

THEME :

Analyse paramétrique du comportement d'une passerelle piétonnière
suspendue par câbles précontraints



Devant les membres du jury composé:

Kachi Mohamed Said	Professeur	U.M.M.Tizi-Ouzou	Président
Sadaoui Arezki	Professeur	U.M.M.Tizi-Ouzou	Rapporteur
Illouli Said	Maitre de Conférence	U.M.M.Tizi-Ouzou	Examineur

Soutenu, le

TABLE DES MATIERES

Chapitre 1 : Introduction

1-1 Etat de la question	1
1-2 Etat de la problématique et objectifs de ce travail	5
1-3 Cheminement du travail suivi	5
1-4 Revue de quelques aspects liés au fonctionnement et au calcul des ponts suspendus.....	6
1-4-1 Description et principe de fonctionnement des ponts suspendus	6
1-4-2 Causes et nature des désordres dans les différents éléments constitutifs	8
1-4-3 Synthèse des facteurs de vieillissement.....	15
1-4-4 Calcul des ponts suspendus	20

Chapitre 2: Rappels théoriques de base de la méthode de calcul

2-1 Généralités	29
2-2 Principales hypothèses	29
2-3 Formes initiales d'équilibres.....	29
2-3-1 Câble de rigidité	30
2-3-2 Câble principal.....	31
2-5 Formes d'équilibre sous charge (s)	31
2-5 Equation de la déformée	32
2-6 Formulation des poussées dans les câbles	32
2-6-1 Equation servant de base de calcul de la poussée	32
2-6-2 Application au cas d'un système vertical précontraint.....	35
2-7 Déformation des câbles	41
2-8 Efforts dans les suspentes	43
2-8-1 Traction concentrée	43
2-8-2 Traction répartie	43
2-9 Efforts dans les câbles.....	44

Chapitre 3 : Expérimentation numérique et analyses

3-1 Généralités	46
3-2 Brève description du programme BPCVER	46
3-2-1 Entrée des données	46
3-2-2 Organigramme général de calcul et principales fonctions associées.....	48
3-3 Expérimentation numérique et validation des résultats	49
3-3-1 Description de la structure	50
3-3-2 Résultats numériques, validation et discussions.....	51
3-4 Paramètres principaux étudiés	54
3-4-1 Effet de la cambrure du câble de rigidité.....	56
3-4-2 Effet de la précontrainte H_1	64
3-4-2 Effets de la variation de températures	65

Chapitre 4 : Conclusions générales

4-1 Rétrospective.....	71
4-2 Conclusions.....	72
4-4 Recommandations futures.....	73

Références

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

1-1 Etat de la question

L'utilisation des systèmes par câbles dans la construction telles que dans les constructions traditionnelles de types ponts et tentes, est connue depuis fort longtemps et constitue tant sur le plan architectural que technique une évolution conceptuelle importante dans l'art de construire. Leurs avantages permettant à la fois d'augmenter la portée et de réduire le poids propre, répondent d'une manière radicale au problème longtemps posé dans la réalisation des grandes portées [1,2,3]. C'est le cas usuel de ponts suspendus qui sont des structures indispensables pour franchir des vallées, des rivières et des bras de mer d'une ampleur impressionnante comme illustrées par les images de la figure 1-1.

Cependant, vu que la plupart de ce type de structures suspendues exige des matériaux à haute résistance, l'accroissement des portées ne devient réellement possible qu'à partir de la révolution industrielle, au 19^{ème} siècle, grâce à l'avènement technologique de l'acier qui est devenu alors très abondant. Ce n'est toutefois pas le cas des structures de toitures suspendues qui sont plutôt relativement récentes. Leur apparition ne remonte guère qu'au début de notre siècle, et leur développement n'a réellement commencé que depuis les années quarante environ. Les constructions de ce type se distinguent essentiellement des ponts suspendus usuels par leur poids propre pratiquement insignifiant, poids propre qui au contraire, avec la présence d'un tablier et des poutres de rigidité, un facteur primordial dans la stabilité. Ce sont donc des structures très légères, généralement en forme de résilles, qui peuvent être à configuration plane ou spatiale, composées de réseaux de câbles qui se prolongent jusqu'aux ancrages sur les fondations qui, d'appui sur le sol, se transforme en lest. La figure 1-2 montre les câbles de contreventement d'une ossature métallique de la station de métro Erasme, Bruxelles, devant être couverte d'une toile tendue. Sur la photo de gauche, les câbles n'ont pas été complètement tendus. La photo de droite montre comment ces mêmes câbles peuvent être accrochés en tête de pile.

Ces systèmes sont réputés très légers et emploient comme principal élément le câble dont l'équilibre des charges est réalisé uniquement par des efforts de traction pure, développés parallèlement à la fibre moyenne du câble. En d'autres termes, cela signifie qu'aucune rigidité flexionnelle ou de compression n'est attribuée au système par opposition aux structures classiques en portique ou en treillis. De cette caractéristique découle la nécessité pratique de mise en tension préalable à toute utilisation, et dont l'effet joue un rôle extrêmement important dans la stabilité des structures correspondantes dont le poids propre demeure particulièrement faible. Cette pré-tension, également appelée précontrainte, représente la charge qu'il est nécessaire d'intégrer initialement à une résille pour qu'en aucun cas de surcharge, l'un quelconque des éléments de cette résille ne risque d'être virtuellement comprimé i.e tendu.



Figure 1-1a: Pont Sidi M'Cid de Constantine surplombant les gorges à 175 m de Rhumel ;
Année : 1910-1912 ;
Longueur : 164 m ;
Largeur : 5.75 m



Figure 1-1b: Pont routier Pierre-Laporte, Québec city ;
Longueur totale : 1041 m ;
Portée principale: 668 m ;
Hauteur totale: 116 m ;
Année : 1966-1970



Figure 1-1c: Pont du Golden Gate, San-Francisco ; Californie ;
Longueur totale : 2737 m ;
Portée principale: 1280 m ; Hauteur: 230 m ;



Figure 1-2: Structure de la toiture suspendue de la station du métro Erasme à Bruxelles

Le système à câbles auquel nous allons nous intéresser dans le cadre de ce travail consiste en un système plan vertical à câbles précontraints, de courbures inversées, équivalent à un pont suspendu dont les poutres de rigidité sont représentées par des câbles auxiliaires précontraints appelés câbles de rigidité. Comme représenté sur la figure 1-3, ce système se compose principalement d'une nappe de suspentes verticales réunissant deux câbles principaux à savoir le câble porteur ou principal et le câble tendeur ou de rigidité qui sont fixés en leurs extrémités à des massifs d'ancrage. Deux systèmes de ce type peuvent supporter un tablier léger que nous pouvons supposer dépourvu de rigidité propre appréciable. Ce qui peut nous permettre de songer dans le cas pratique à une passerelle piétonnière très flexible (fig. 1-4) dont l'implantation peut être très intéressante dans des sites d'attraction ou à un ouvrage connu sous le nom de catérail assurant le passage d'un wagonnet accroché à un rail solidaire du système de suspension.

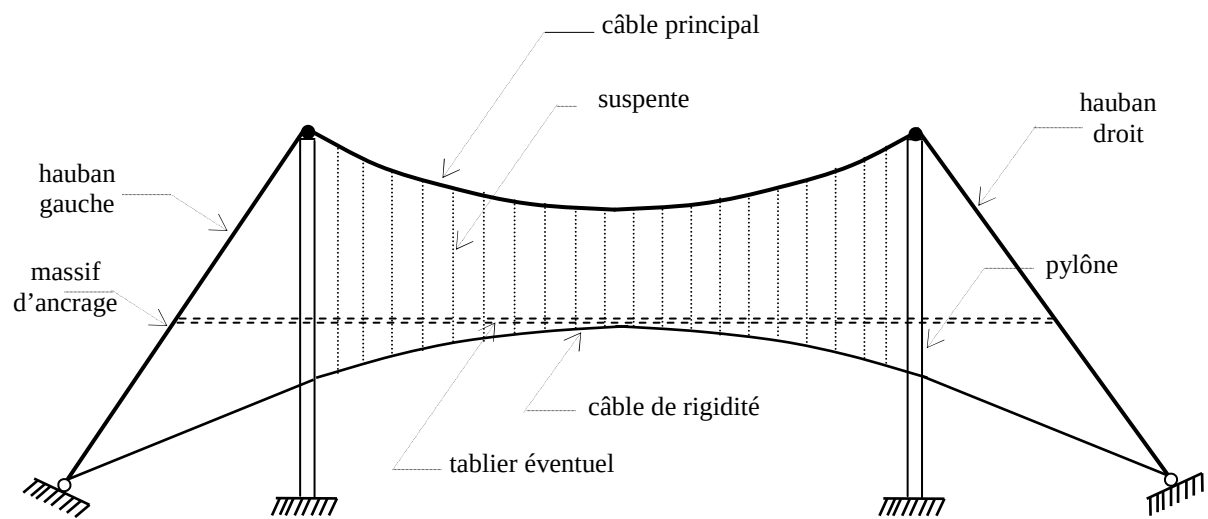


Figure 1-3: Description d'un système vertical précontraint



Figure 1-4: Passerelle piétonnière suspendue rigidifiée par des câbles précontraints

1-2 Etat de la problématique et objectifs de ce travail

Les réseaux à câbles dont sont composés les structures suspendues sont essentiellement des systèmes discrets, et peuvent être traités comme tels soit par éléments finis en moyennant des codes de calcul disponible dans la littérature comme le code ANSYS par exemple [4]. Cependant, si le nombre des câbles dans le réseau devient élevé, il est possible d'approximer le réseau par un système continu conduisant à une méthode d'analyse de nature analytique. Par suite, la modélisation mathématique d'un réseau à câble peut s'effectuer par l'approche fondamentale qui assimile le comportement de la nappe des suspentes verticales à un voile continu et inextensible [5,6,7]. Les équations à caractère non linéaire qui en résultent, décrivant les tractées ou les poussées dans les câbles, s'établissent de façon à être résolues itérativement comme par la méthode de Newton-Raphson par exemple.

Par ailleurs, vu que le comportement caractéristique des systèmes suspendus par câbles est fondamentalement non linéaire, les équations d'équilibre fondamentales doivent être formulées par référence à la configuration déformée et non par rapport à la configuration non déformée [8,9,10]. C'est pourquoi le calcul exact d'une structure composée de câbles est souvent laborieux contrairement aux structures à éléments rigides dont l'équilibre est formulé par rapport à la configuration initiale. La raison évidente est que la géométrie d'un câble après déformation est très différente de sa géométrie initiale. Cette particularité a une double conséquence où d'une part, le principe de superposition des petits effets n'est plus applicable et, d'autre part, on ne peut plus se baser sur la géométrie de la structure non chargée pour formuler les équations d'équilibre comme on a l'habitude de le faire pour les structures classiques rigides en treillis ou en portique [11].

Le but principal fixé dans ce travail consiste essentiellement de mettre en évidence, à travers une analyse paramétrique appropriée, l'effet de certains paramètres clés sur le comportement d'un ouvrage suspendu léger et sans poutre de rigidité, telle une passerelle suspendue rigidifiée par câbles précontraints comme la cambrure, la pré-tension du câble de rigidité et les sollicitations d'origine thermiques. A ceci, va se greffer un autre objectif complémentaire qui consiste à établir les valeurs critiques des paramètres les plus influents à partir desquels la non linéarité du système se révèle significative suivant des critères admis. Mentionnons que ce travail n'est pas fortuit. C'est une suite logique des travaux de recherche antérieurement réalisés par mon directeur de mémoire et ses collaborateurs [12,13] au cours desquels une méthode analytique originale a été mise au point pour ce type de structure. Elle a été traduite en langage d'ordinateur et dont le programme s'intitule BPCVER_version 2016.

1-3 Cheminement du travail suivi

Le travail présenté dans ce mémoire sera organisé en 4 chapitres dont le présent premier chapitre en guise d'introduction est consacré essentiellement à la nature de la problématique et de la question des structures suspendues légères ainsi à la description des objectifs fixés. Plusieurs points relatifs aux ponts suspendus usuels sont abordés dans le but de mettre en relief les aspects méconnus du fonctionnement et de calcul de ce type d'ouvrages.

Le chapitre deux aura trait au rappel des fondements théoriques de base de la méthode analytique de calcul d'un système vertical précontraint sans poutre de rigidité en tenant compte des effets de variations de température. La formulation mathématique est basée sur l'approche fondamentale qui assimile le comportement de la nappe des suspentes à celui d'un

voile continu et inextensible. Les équations à caractère non linéaire décrivant les tractées dans les câbles sont établies de façon à être résolues par la méthode de Newton-Raphson à double itération. On suppose de plus, par analogie avec la théorie des ponts suspendus à poutre de rigidité, que les câbles reposent sur les pylônes par l'intermédiaire de chariots de dilatation, afin qu'aucune réaction horizontale ne puisse s'exercer sur les pylônes.

L'avant dernier chapitre sera consacré à l'implémentation numérique et à l'analyse des résultats où dans un premier temps nous décrirons le programme de la méthode ainsi établie par des applications numériques portant sur l'analyse d'une passerelle suspendue type piétonnière rigidifiée par câble cambré soumise à l'action de charges verticales appliquées dans le plan général du système suivi d'une variation de température. Pour jauger la fiabilité et la précision de la méthode analytique de calcul ainsi élaborées, les résultats obtenus seront discutés et comparés à ceux issus du logiciel ANSYS qui est un code numérique basé sur la méthode des éléments finis dont le principe consiste de traiter la structure comme telle par modèle discret.

Nous terminerons finalement en guise de dernier chapitre par une conclusion générale suivie par quelques recommandations pour l'amélioration et la poursuite éventuelle de ce travail.

1-4 Revue de quelques aspects liés au fonctionnement et au calcul des ponts suspendus

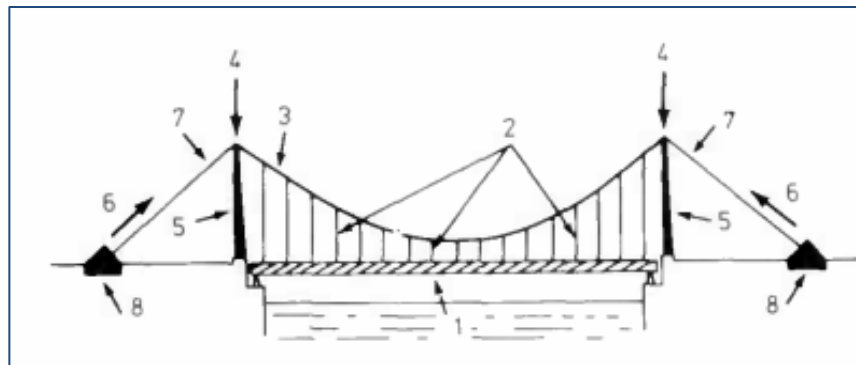
Il s'agit dans cette section, sans être exhaustif, de faire une sorte de « précis anatomie » des ponts suspendus dans le but de mettre en relief les aspects méconnus du fonctionnement et du calcul de ce type d'ouvrages. La présentation s'articule principalement sur trois parties dont la première consiste en une description sommaire du principe de fonctionnement d'un pont suspendu où les efforts développés peuvent se décomposer en une réaction verticale absorbée par les pylônes, et un effort de tension transmis par les câbles de retenue amarrés sur des massifs d'ancrage. En deuxième lieu, nous passerons en revue les principaux facteurs qui influencent la durabilité des câbles qui sont les éléments constitutifs clés pour la stabilité de l'ouvrage. En troisième lieu, nous montrerons comment formuler les équations fondamentales des ponts suspendus à poutre de rigidité qui conduisent à une équation non linéaire de la poussée dans les câbles dont la résolution fait appel à un processus itératif de type de Newton-Raphson.

1-4-1 Description et principe de fonctionnement des ponts suspendus

Comme schématisé sur la figure 1-5, les ponts suspendus se présentent sous la forme d'une structure comportant:

- un tablier assure la continuité de la voie portée et la répartition de charges,
- des suspentes supportent le tablier et transmettent les efforts aux câbles,
- des câbles, souvent de forme parabolique, assurent la fonction porteuse dont les efforts se décomposent généralement en une réaction verticale absorbée par les pylônes, et à un effort de tension transmis par les câbles de retenue appelés haubans qui sont amarrés sur des massifs d'ancrage, excepté dans le cas des ouvrages dits auto-ancrés appelés haubanés comme dans le cas des ponts réputés haubanés où les câbles sont amarrés aussi dans le tablier.

Dans le cas général, les câbles de retenue ou simplement appelés haubans, situés entre les ancrages et les pylônes, ne supportent pas de charge verticale. C'est selon ce schéma qu'ont été construits la plupart des ponts suspendus de moyenne portée ayant une seule travée dont le pont classique de Sidi M'Cid à Constantine (fig.1-1a). Dans certains cas, les suspentes verticales sont complétées par des haubans inclinés donnant lieu à une autre catégorie de pont suspendus dits haubanés (fig. 1-6) dans le but de réduire les déformations du tablier. Le passage des charges sur l'ouvrage, du fait de l'augmentation des efforts internes, entraîne un allongement élastique des câbles porteurs et de retenue ; il est donc nécessaire de permettre le déplacement du point d'application de la réaction verticale en tête de pylône. Le plus fréquemment, les pylônes en maçonnerie ou en béton, sont encastrés à leur base et le câble prend appui par l'intermédiaire de selles (ou chariots) munis de galets de roulement permettant ces déplacements en réduisant au maximum les efforts horizontaux (fig.1-7). Dans un certain nombre d'autres cas, les pylônes, en acier ou en béton, sont articulés à leur base ; Les câbles sont alors solidarisés aux pylônes et les déplacements sont rendus possibles par l'inclinaison de ces derniers. Enfin, dans le cas des pylônes souples dont la flexibilité est suffisante pour supporter sans dommage les déformations des câbles.



1 : Tablier ; 2 : Suspentes ; 3 : Câbles ; 4 : Réaction verticale ; 5 : Pylônes
6 : Effort de tension ; 7 : Câbles de retenue ; 8 : Massifs d'ancrage

Figure 1-5 : Principe de fonctionnement d'un pont suspendu

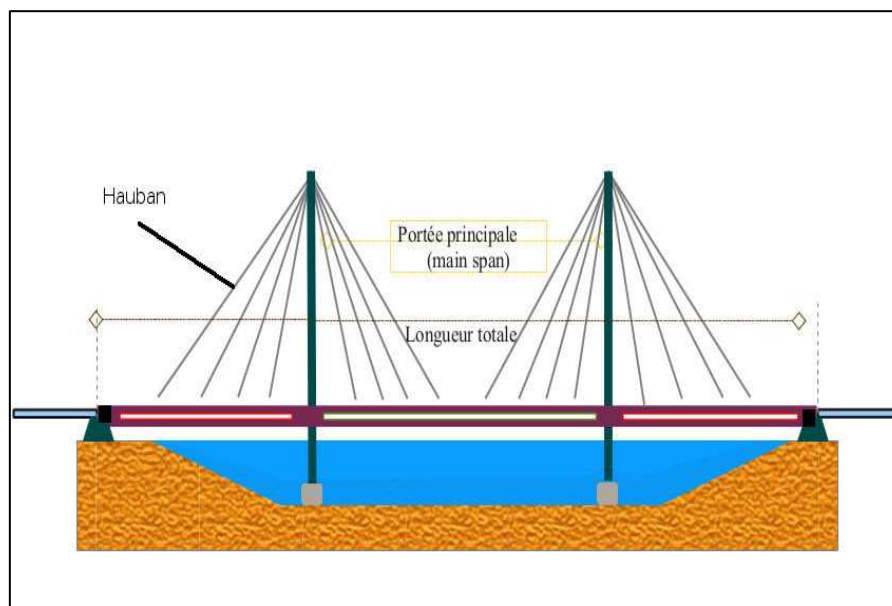


Figure 1-6: Pont type haubané comme celui de Sidi Merouane à Mila

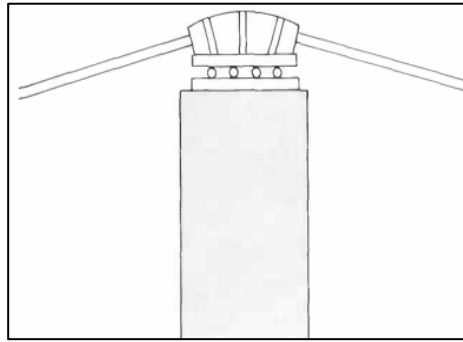


Figure 1-7 : Chariot mobile en tête de pylône

Notons que les ponts suspendus se caractérisent par leurs souplesses dont il résulte un certain nombre de dispositions spécifiques comprenant de nombreuses variantes. Nous suggérons pour de plus amples informations la référence [14] éditée en France par le service de la direction des routes du ministère de l'urbanisme, de logement et des transports. On peut toutefois relever que pour les éléments constitutifs des ponts suspendus, même les éléments présents dans d'autres types de structures, tels que les tabliers ou les appareils d'appuis, présentent des particularités résultantes du mode de fonctionnement spécifique aux ponts suspendus, et que les autres éléments (pylônes, câbles, massifs d'ancrage, suspentes, organes de liaison) ont une fonction caractéristique importante pour le bon fonctionnement des ouvrages.

1-4-2 Causes et nature des désordres dans les différents éléments constitutifs

1-4-2-1 Massifs et chambres d'ancrage

Conçus pour reprendre les efforts de traction des câbles de retenue, les massifs et chambres d'ancrage présentent rarement des désordres d'ensemble. Lorsque ceux-ci existent, il s'agit des déplacements dus à une instabilité de terrain provoquée par des affouillements suite à une crue, ou plus rarement de fracturations dans la masse de massifs ancrés en maçonnerie (fig.1-8). Quelque soit la cause, il s'agit des désordres graves mettant en jeu la sécurité de l'ouvrage. En fait, les désordres sont plus souvent constatés sur les câbles ou organes d'ancrage des câbles situés dans les chambres, galeries ou puits d'ancrage dont l'humidité permanente favorise les phénomènes de corrosion.

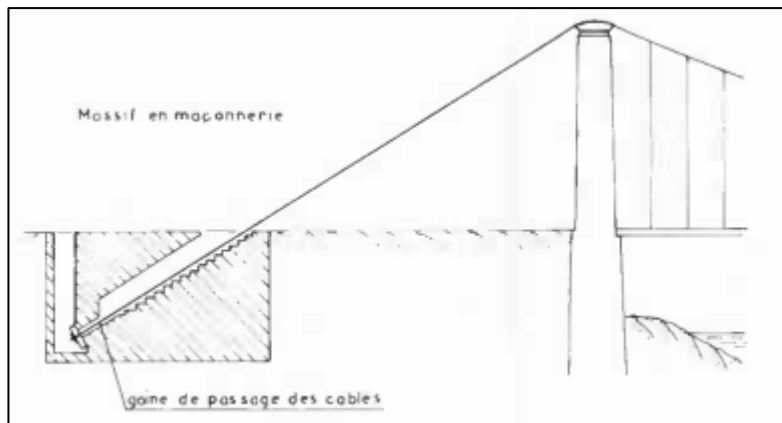


Figure 1-8: Exemple d'un massif d'ancrage des câbles

1-4-2-2 Pylônes

Les pylônes qui constituent la partie sur laquelle prend appui l'ouvrage peuvent être de trois types à savoir:

- encastrés rigides i.e peu déformables : ils sont équipés en tête de selles ou de chariots mobiles sur lesquels viennent s'accrocher les câbles porteurs et, le cas échéant, les câbles de tête. La mobilité des selles et des chariots est assurée par des rouleaux ou des fléaux. Les poussières, la corrosion conduisent peu à peu à un grippage de ces éléments, voire un blocage complet; les pylônes sont alors soumis, au passage des charges, à des efforts importants pour lesquels ils ne sont pas conçus et qui produisent des désorganisations pouvant conduire à des fissures en tête de pylône soit, sous l'effet de la flexion, à une rupture à la base.
- encastrés flexibles, en acier ou en béton armé, ils sont à l'inverse des précédents, solidarisés avec les câbles porteurs. Les déplacements de ceux-ci, au passage des charges, induisent des déformations de flexion dans le corps des pylônes qui sont dimensionnés en conséquence. Cependant, les zones d'encastrement en pied restent des zones sensibles. De même, lorsque les déplacements des câbles porteurs sont trop importants, on peut assister à un glissement de ces derniers sur les selles, voire à une désolidarisation des selles et de la tête des pylônes. En outre, dans le cas des portiques, des charges dissymétriques sollicitent ces derniers en torsion ; soumise alors à des efforts de torsion, la traverse supérieure, trop ou insuffisamment rigide peut présenter des fissurations.
- articulés en pieds : ils ne sont en règle générale, calculés que pour résister aux efforts de compression. Un bon fonctionnement de l'articulation est alors capital, sous peine de désordres engendrés par des moments de flexion parasites comme le flambement.

1-4-2-3 Câbles et ancrages

Les câbles les plus utilisés dans les ponts suspendus sont des câbles du type toronné i.e qu'ils sont constitués des fils d'acier enroulés hélicoïdalement autour d'un fil central appelé âme, en plusieurs couches de pas inversés (fig.1-9). Ils ont une très haute limite d'élasticité atteignant plusieurs fois celle de l'acier traditionnel de charpente métallique. Les torons dont sont ainsi formés les câbles peuvent contenir des centaines de fils et atteindre des limites de rupture de plusieurs centaines de tonnes. Leur module d'élasticité intrinsèque est plus petit que celui du matériau en acier à cause de l'enroulement des fils en hélice ou une valeur de 170000MPa n'est pas rare. On parle ainsi de câbles à torons parallèles lorsque les câbles sont constitués d'un ensemble de torons alignés. Quand ils sont constitués d'un ensemble de torons enroulés autour d'une âme centrale métallique ou textile, on parle alors de cordages. Les cordages possèdent un module d'élasticité intrinsèque encore plus faible, qui peut être inférieur à 140000 MPa.

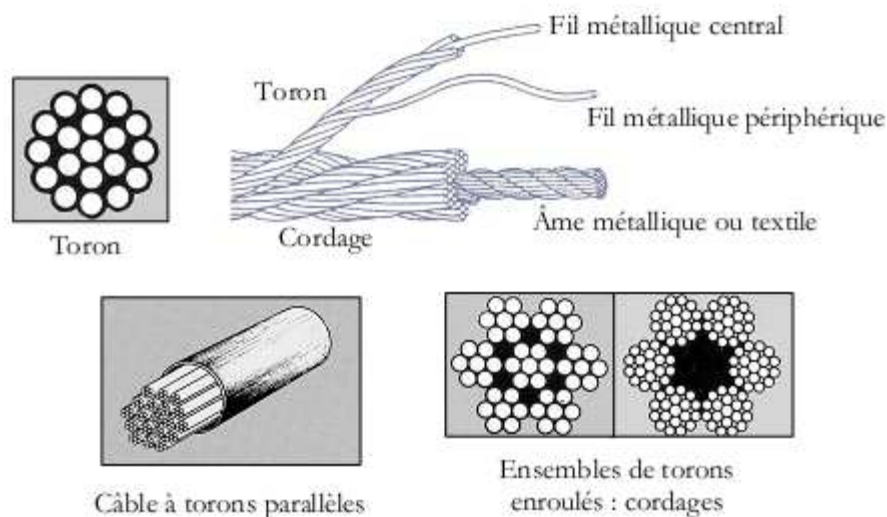


Figure 1-9: Câbles à torons parallèles et enroulés

Cependant, la structure des câbles n'assure pas l'étanchéité vis-à-vis de ruissellement (fig. 1-10), même dans le cas des câbles clos où les fils des couches extérieures sont profilés de façon à s'emboîter les uns dans les autres, et malgré l'application de produits de protection dont la gamme s'étend de brais de houille et goudrons aux peintures époxy ou polyuréthane. Les câbles sont donc le siège d'une circulation quasi-permanente provoquant, même si les fils constitutifs sont galvanisés, des phénomènes de corrosion aux points de rétention. La localisation de ces points dépend de la disposition géométrique de la suspension. Lorsque les câbles sont disposés en nappe, on peut retenir les points suivants :

- le bas des câbles de retenue, près des culots, particulièrement dans les chambres d'ancrage humides ;
- la partie basse de la parabole (fig. 1-11);
- le bas des haubans lorsqu'il existe, près des culots ;
- accessoirement à l'intérieur des câbles d'attache des suspentes, bien que ceux-ci sont en général de dimensions réduites.

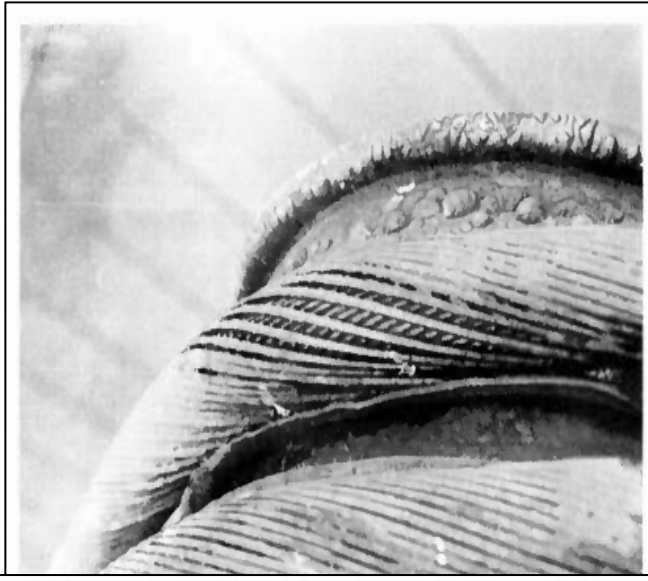


Figure 1-10: Détoronnage d'un câble, constituant une entrée d'eau

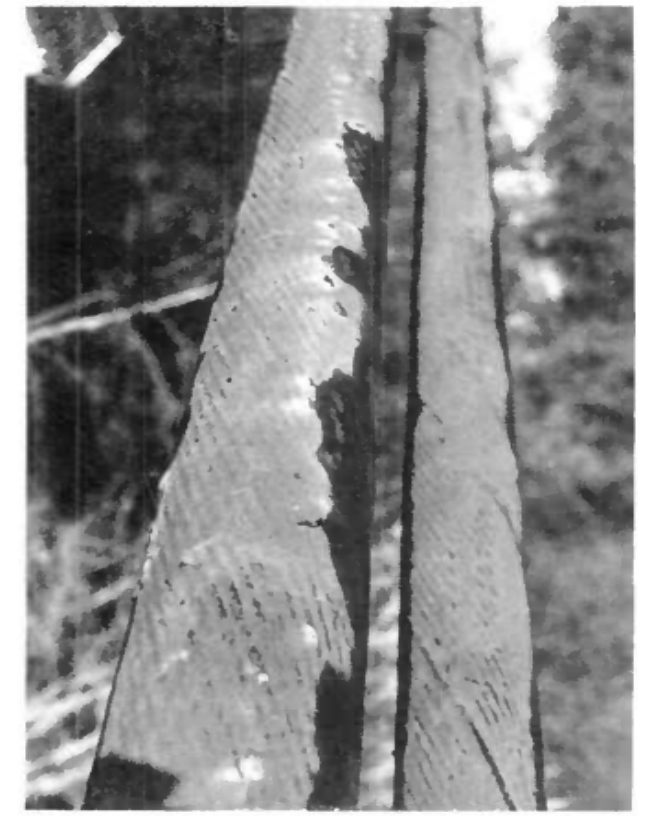


Figure 1-11: Retenue d'eau dans un câble dans la partie basse de la parabole

Par ailleurs, d'autres désordres peuvent apparaître, conséquence d'un mauvais comportement de l'ouvrage. Du fait de sa souplesse, la structure des ponts suspendus constitue une amplification des phénomènes dynamiques dus au passage des charges ; ces derniers se répercutent en tout point de la structure. En particulier, les ancrages des câbles i.e les culots, constituant un point fixe, peut être soumis à des efforts brutaux. Si l'alliage de remplissage présente une trop grande ductilité ou si le remplissage est défectueux, on peut assister à une rentrée du bloc câble-alliage à l'intérieur du culot et à un laminage progressif au

niveau de la sortie de câble qui forme filière. Sans aller jusqu'à un échappement complet de l'ancrage, un tel phénomène entraîne un déréglage notable de la suspension d'autant plus nocif qu'il n'est pas uniformément réparti sur tous les câbles et qu'il aboutit à des surtensions, par report de charge, sur certains d'entre eux.

1-4-2-4 Suspentes et attaches

Il existe trois types de suspentes à savoir en fer forgé, en câble et en barre. Elles sont munies en partie haute d'attaches sur les câbles porteurs, en partie basse d'attaches sur le tablier ; celles-ci affectent des formes diverses, dépendant de la géométrie de la suspension et de la nature du tablier. Les suspentes en fer forgé, les plus anciennes, sont en général, monobloc avec leurs attaches constituées d'étrier. Elles présentent peu de désordres, hormis le risque de poinçonnement des fils périphériques des câbles porteurs, en raison de l'augmentation progressive des charges roulantes. Les suspentes en câble présentent, vis-à-vis de la corrosion, les mêmes risques que les câbles porteurs, la localisation se situant alors au niveau des culots d'extrémités situés en partie basse i.e au niveau du tablier (fig.1-12). Les suspentes en barre quant à elles, présentent peu de risque de corrosion en partie courante. Par contre, elles ne sont pas conçues pour subir les moments de flexion alternés dus aux mouvements relatifs du tablier et de la suspension. Leurs attaches doivent constituer des articulations efficaces ; certains dispositifs d'attaches en partie basse, du fait de leur constitution, sont un lieu de concentration de contraintes, pouvant engendrer des fissurations au niveau du filetage, et de rétention d'humidité, favorisant les phénomènes de corrosion.

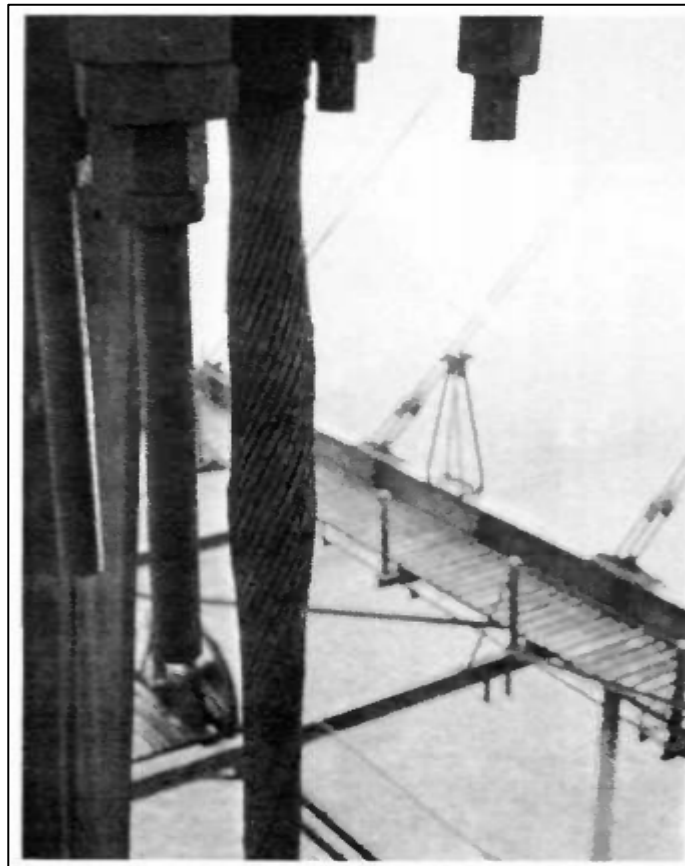


Figure 1-12: Corrosion d'une suspente en câble

Par ailleurs, ces trois types de suspentes sont soumis aux mêmes phénomènes dynamiques que les câbles porteurs. Ces sollicitations se font particulièrement sentir au niveau des attaches sur les câbles porteurs, notamment en partie haute de la parabole, près des points fixes constitués par les têtes de pylônes et là où l'angle avec l'horizontale est le plus accusé. On peut alors assister à des ruptures de ligature de fixation des attaches en fer forgé ou à un desserrage des colliers favorisé par la relaxation des boulons de serrage ; il s'ensuit un glissement avec dérèglement de la suspension et report des efforts sur les suspentes voisines, d'où un effort de réaction en chaîne. Au niveau des attaches sur le tablier, les risques de désordre sont essentiellement ceux mentionnés pour les suspentes en barres d'acier, ainsi que des risques de desserrage des écrous de butée entraînant un dérèglement de la suspension.

1-4-2-5 Tablier

Les tabliers des ponts suspendus présentent des désordres liés le plus souvent à un dérèglement de la suspension. Dans les ouvrages les plus anciens, l'absence de poutre de rigidité conduit à considérer la structure du tablier comme une suite d'éléments articulés et attachés individuellement à des suspentes. La défaillance de ces dernières, ou le glissement de leurs attaches sur les câbles conduit à des déformations de l'élément correspondant, à des efforts excessifs voire à des ruptures de pièces. Sur les ouvrages comportant des poutres de rigidité, il peut se produire une déformation de ces dernières :

- déformation générale en profil en long, sous charge permanente, due le plus souvent à un dérèglement de la suspension ;
- déformation générale en plan, souvent concomitante à une torsion du profil en long ; il s'agit alors d'un déversement du à un excès de compression de la membrure supérieure (fig. 1-13) ;
- déformation localisée, conséquence d'une instabilité de forme due soit à un dérèglement de la suspension, soit au passage d'une charge excessive.

Ainsi, les désordres spécifiques constatés au niveau des câbles des ponts suspendus ne sont pas liés à des causes intrinsèques mais, en général, à des anomalies qu'il faut rechercher au niveau de la suspension.



Figure 1-13: Déversement d'une membrure supérieure d'une poutre de rive suite au dérèglement de la suspension

1-4-3 Synthèse des facteurs de vieillissement

1-4-3-1 Sollicitations mécaniques

Les sollicitations statiques et dynamiques qui concernent directement les câbles se résument par les points suivants :

- variations d'effort normal liées aux charges d'exploitation ;
- rotation du tablier au droit de l'ancrage des suspentes et des haubans : amplitude importante, de l'ordre de quelques milliradians en fonction de la raideur du tablier, et fréquence faible (fraction de hertz) directement liée à la fréquence du trafic de poids lourds ou de trains sur l'ouvrage. Ces rotations entraînent une flexion des câbles près de leur ancrage.
- Flexions des câbles liées au vent, à la pluie ou à l'action combinée des deux ;; vibrations de faible amplitude et de fréquence importante, avec un très grand nombre de cycles.
- Flexion statique liée aux erreurs de positionnement des suspentes et des câbles d'ancrage, dont l'origine est le défaut de perpendicularité de la suspente par rapport à sa face d'appui sur l'ouvrage.

1-4-3-2 Sollicitations purement environnementales

Les agressions environnementales sur l'ouvrage et sur les câbles doivent être caractérisées spécifiquement pour chaque projet, afin de mettre en place des solutions capables d'y résister. On peut notamment citer :

- la pluie ;
- le vent et le vent de sable ;
- le soleil (rayonnement ultra-violet, chaleur de rayonnement infrarouge)
- les variations thermiques, globales ou différentielles au sein des composants ;
- le froid et ses conséquences (givre, glace, etc. selon la situation géographique) ;
- les projections d'eau provenant de la chaussée, et en période hivernale les projections d'eau salée voire le brouillard salin jusqu'à 5 ou 6 m de hauteur ;
- l'atmosphère, par l'oxygène de l'air ou les atmosphères particulièrement agressives d'origine naturelle (bord de mer) ou industrielle de certains sites ;
- les agressions diverses : oiseaux, rongeurs, vandalisme, chocs divers provenant de chargements instables sur les véhicules, etc.
- les incendies de véhicules sur l'ouvrage.

1-4-3-3 Sollicitations provisoires de construction

Il s'agit à la fois :

- des sollicitations de manutention et de mise en place : blessure, déformation excessive, etc. contre lesquelles il faut protéger les câbles par des dispositifs adaptés et des outils bien étudiés ;
- des contraintes mécaniques résultant d'un état statique provisoire en phase de construction : surchargement liés à certaines phases d'exécution, etc.

Les vérifications réglementaires sont communément effectuées pour les éléments structurels en phase de construction, mais il convient également d'assurer l'intégrité des éléments de protection (revêtement métallique, gaine, etc.)

1-4-3-3 Incendie à proximité des câbles

Les incendies de véhicule sur la voie publique sont des phénomènes courants. De tels incendies ont périodiquement lieu sur ou sous des ouvrages d'art. L'action du feu est complexe à définir, et l'élévation de température provoquée par un incendie dépend en particulier du confinement et de l'apport de matières inflammables. Contrairement aux tunnels, les ponts sont bien ventilés donc relativement peu exposés à de fortes élévations de température en cas de feu. L'incendie d'un camion citerne transportant des hydrocarbures pourrait toutefois évoquer une élévation de température significative de l'ouvrage.

Sur un pont suspendu, on peut craindre l'incendie d'un camion près des câbles. Un tel incendie conduira à des conséquences graves et fatales car la stabilité de la structure sera dangereusement affectée en cas de la rupture d'un câble porteur. Certains ouvrages sont toutefois implantés dans des environnements particuliers, par exemple à proximité d'un dépôt de carburant ou d'une raffinerie de pétrole, où la circulation de camions citernes transportant des hydrocarbures est assez fréquente. Dans ce cas, il peut être justifié d'améliorer la résistance au feu des câbles, pour éviter de perdre des armatures en cas d'incendie. Il convient alors de:

- faciliter l'évacuation des matières inflammables sur le tablier par des bouches d'évacuation implantées avec une fréquence suffisante. Ces bouches comportent ou non une récupération des produits d'écoulement, en fonction de l'environnement ;
- limiter l'apport de matières inflammables, en préférant une protection individuelle des armatures à l'injection générale du câble par des produits pétroliers (certains de ces matériaux d'injection, comme les brai époxy sont plus dangereux que d'autres) ;
- retarder l'élévation de température au niveau des armatures, pendant un délai correspondant à l'extinction du feu, i.e une ou deux heures au plus. Il existe des matériaux d'isolation développés dans ce but comme les coulis de ciment remplissant les vides entre torons individuellement protégés et enveloppe externe du câble, ou couverture intumescence.

1-4-3-4 Effets des sollicitations mécaniques

Si les sollicitations statiques sur les câbles sont bien appréhendées par l'analyse physique et numérique, les sollicitations dynamiques font plutôt l'objet d'une analyse statistique et/ou probabiliste appuyée sur des résultats d'essais. Les plus complexes sont des combinaisons d'efforts dynamiques de traction et de flexion et dont les effets peuvent être simulés par des essais de laboratoire.

Dans toutes les zones de contacts, les sollicitations dynamiques entraînent des phénomènes tribologiques [15] de type **fatigue induite par petits débattements** (fIP) et

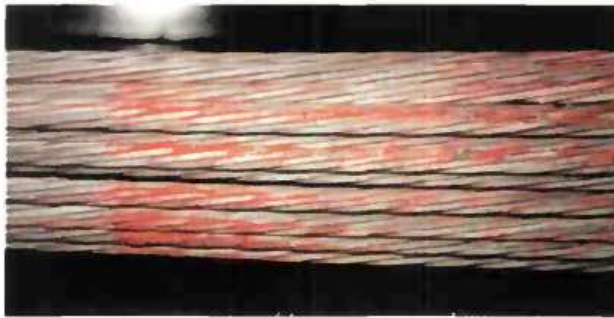
usure induite par petits débattements (UIP) ainsi montrés par les photos de la figure 1-14. Le mouvement relatif des pièces en contact (fig.1-15), même de très faible amplitude (quelques microns), entraîne une abrasion avec production de débris dont les conséquences sont multiples :

- accroissement des jeux et pénétration de débris dans les joints de grains ;
- oxydation des débris, coulures de rouille dans le cas de l'acier ;
- mise en pression des débris dans l'interface ;
- dislocation et amorce de fissures de fatigue.

L'analyse de ces phénomènes nécessite un examen détaillé des conditions de contact :

- amplitude et fréquence des mouvements ;
- effort normal de contact ;
- nature des matériaux au contact ;
- conditions de protection ou de lubrification.

Pour tous les assemblages autorisant de petits déplacements relatifs, liés par exemple aux variations de contrainte dans les câbles, il est nécessaire de traiter le contact : traitement de surface, incorporation d'un matériau d'interface ou d'un lubrifiant, etc.



a) FIP



b) FIP

Figure 1-14: Fatigue et usure induite par petits débattements

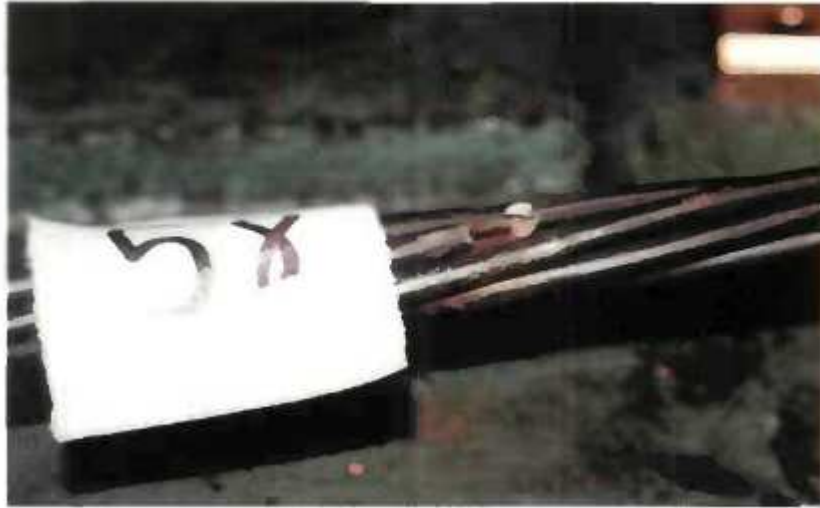


Figure 1-15: Facies de rupture par fatigue

1-4-3-5 Effets des sollicitations environnementales

Une analyse exhaustive dépasse largement le cadre de ce travail et l'on se borne aux quelques exemples suivants :

- **Eau** : L'oxydation est le principal problème des structures en acier. Les câbles, étant constitués d'un grand nombre de fils de faible diamètre, sont donc vulnérables à la corrosion. En outre, l'eau n'a pas les mêmes effets selon qu'elle est sous forme de pluie, de condensation ou d'éclaboussures :
 - La pluie combinée au vent engendre des phénomènes d'instabilité vibratoire
 - La corrosion de l'acier par l'eau est plus ou moins intense selon les éléments agressifs dissous dans l'eau (dérivés du soufre dans l'atmosphère, dérivés chlorés des sels de déverglaçage, etc.
 - Le temps d'exposition doit être pris en compte : l'accumulation d'eau stagnante dans une enceinte non drainée engendre une sollicitation permanente, critique pour les dispositifs d'étanchéité. Au contraire, l'eau de ruissellement renouvelle les éléments agressifs consommables (oxygène dissous) et peut s'avérer plus nocive. Il faut donc protéger de l'arrivée d'eau en confinant ou en drainant selon les cas.
- **Soleil** : l'action du soleil agit par son rayonnement :
 - Le rayonnement ultraviolet dégrade les chaînes de polymères et rend les matières plastiques fragiles, en catalysant des réactions de photolyse ou de photo-oxydation ;
 - Le rayonnement infrarouge (chaleur) chauffe les composants des câbles, protégés ou non, et engendre des sollicitations thermo-mécaniques.
- **Vent** : l'action du vent est source de sollicitations dynamiques sur les câbles. Il agit également sur les polymères, en accélérant l'évaporation des agents protecteurs contre

le rayonnement ultraviolet. Enfin, l'action abrasive des vents de sable est parfois déterminante.

1-4-3-5 Effets combinés des sollicitations mécaniques et environnementales

Bornons nous aux deux exemples suivants :

- **Usure et eau**

Les phénomènes FIP et UIP produisent dans l'interface du contact un troisième corps constitué des débris de l'abrasion. Dans le cas de l'acier, il s'agit de l'oxyde de fer (rouille). Le ruissellement de l'interface produit des coulures, toujours désagréables sur le plan esthétique, mais cela n'est pas la conséquence la plus grave. Le lavage du troisième corps provoque sa régénération, accroît le jeu, facilite la circulation d'eau, entraîne sur le métal mise à nu une corrosion par solubilisation et donc une dégradation plus rapide. C'est un des modes de ruine des câbles de ponts à torons multicouches, au niveau des contacts ponctuels entre couches de fils croisés, quand aucun produit de remplissage n'est prévu. Des problèmes similaires peuvent se produire au niveau des selles de ponts à haubans.

- **Contraintes résiduelles, et environnement**

Sur les polyoléfines, le phénomène ESC (environmental stress cracking) est maintenant très connu [16]. Il peut se produire sur des câbles préfabriqués, protégés par des gaines polyéthylène mal formulées et enroulées sur des bobines de diamètre très faibles. Suivons cet exemple de pathologie observée sur des câbles gainés de polyéthylène à haute densité (PEHD) et injectés au coulis de ciment, après seulement une dizaine d'année de service.

- Lors de l'enroulement, le toronnage des câbles entraîne une certaine torsion, si bien que la gaine est soumise à un cumul torsion et flexion.
- Le dépassement de la limite élastique du PEHD (limite d'écoulement) entraîne sur la bobine des déformations permanentes irréversibles qui donneront à la gaine déroulée un tracé hélicoïdal.
- Le cumul de ces contraintes résiduelles et de celles de service (flexion du câble, dilatation gênée en cas d'injection au coulis de ciment) peut provoquer des fissures de surfaces qui se propagent par fatigue.
- L'eau peut alors pénétrer dans le câble et s'infiltrer jusqu'à l'acier par les inévitables fissures de retrait du coulis de ciment.
- La respiration des fissures étant une zone FIP-UIP, la corrosion de l'acier progresse jusqu'à la rupture du câble (fig.1-16).

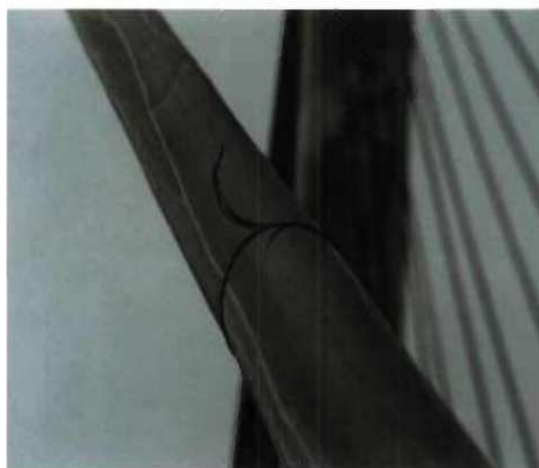


Figure 1-16: Rupture de gaine PEHD de type ESC

1-4-4 Calcul des ponts suspendus

Depuis 1823, date du premier mémoire de Navier sur les ponts suspendus [16] où sont posés les principes fondamentaux de la conception et du calcul de ces ouvrages, le calcul des ponts suspendus a donné lieu à de nombreuses études [17,18] qui ont conduit par la suite à la mise au point de méthodes très élaborées. Si ces méthodes étaient assurément complexes pour une utilisation manuelle, l'emploi aujourd'hui des codes de calcul permet une mise en œuvre rapide et économique pour déterminer les sollicitations.

Lorsqu'on souhaite vérifier un ouvrage en tenant compte de son état et du trafic qu'il supporte, les moyens de calcul ne constituent donc pas un obstacle majeur. En réalité, les difficultés plutôt proviennent :

- de la détermination des données à introduire dans le calcul, à cause soit des caractéristiques géométriques des pièces qui peuvent être différentes de celles figurant dans le plan de construction, soit des caractéristiques mécaniques des matériaux notamment en ce qui concerne les câbles en prenant compte de certains facteurs tels que la corrosion,
- de la recherche des méthodes de calcul simplifiées, mais permettant de mieux cerner la sécurité en tenant compte d'un fonctionnement anormal éventuel de l'ouvrage ; par

exemple, prise en compte d'un dérèglement de suspension susceptible de modifier les efforts dans les pièces essentielles de l'ouvrage.

1-4-4-1 Hypothèses et méthodes de calcul

Il existe actuellement deux grandes familles de méthodes employées pour le calcul des ponts suspendus à poutres de rigidité:

- Les méthodes numériques, par éléments finis, basés sur les éléments de barres à grands déplacements où le problème majeur réside dans la bonne schématisation de la configuration initiale de l'ouvrage ; à la température de réglage et en l'absence de surcharge, mais sous l'action des charges permanentes, les poutres de rigidité ne doivent supporter théoriquement aucun effort.
- Les méthodes analytiques manuelles au deuxième degré basées sur les formules de résistance des matériaux dont la méthode de base rapportée dans le cours de Courbon [17] ou de Timoshenko [18], où la plupart des ponts suspendus ont été étudiés. Les calculs peuvent être facilités par l'emploi d'abaques ou de mini-sous programmes sur ordinateur.

Bien entendu, les deux méthodes de calcul que ce soit analytique ou numérique, supposent un réglage correct de la suspension (solicitations nulles dans les poutres de rigidité sous charges permanentes) et le bon état des chariots des selles, lorsque celles-ci sont mobiles (frottements faibles). Par ailleurs, les fondements théoriques de base de calcul des ponts suspendus avec massifs d'ancrage, que nous allons présenter dans la section qui suit, sont basés sur les hypothèses simplificatrices suivantes:

- les suspentes sont inextensibles et infiniment rapprochées ;
- les câbles n'exercent aucune réaction horizontale sur les pylônes qui peuvent être articulés, flexibles ou selles mobiles;
- les déformations à l'effort tranchant sont négligées ;
- les suspentes restent verticales ;
- la rigidité flexionnelle de la poutre de rigidité est constante.

Ces hypothèses conduisent généralement à des erreurs négligeables ou faibles où il est important de souligner que seul est considéré ici, le calcul des ouvrages sous charges verticales et sans câble de tête; il conviendra par ailleurs de s'assurer que le tablier transmet correctement aux appareils d'appui les efforts horizontaux dus au vent.

1-4-4-2 Equations fondamentales des ponts suspendus à poutres de rigidité

Les ponts suspendus à poutres de rigidité sont des ouvrages dans lesquels les câbles porteurs sont attachés à leurs extrémités sur des massifs d'ancrage pouvant comporter plusieurs travées. Les poutres de rigidité de chaque travée sont suspendues aux câbles et reposent simplement à leurs extrémités. En l'absence de surcharges, et à la température moyenne, le réglage de l'ouvrage est tel que les poutres de rigidité sont supposées reprendre aucun effort. Les câbles sont en outre appuyés sans frottement possible sur les pylônes par l'intermédiaire des chariots de dilatation de façon à exercer aucune réaction horizontale sur les pylônes.

En l'absence de surcharges et à la température moyenne, la composante horizontale H de la traction du câble, que par analogie avec les arcs on appelle poussée, est due à la seule charge permanente, et est constante d'une extrémité à l'autre du câble. Lorsque les poutres de rigidité sont surchargées, ou lorsque la température est différente de la moyenne, la poussée devient $H + \Delta H$. Nous allons tout d'abord montrer que lorsque l'on connaît H , on peut calculer les moments fléchissants M et les efforts tranchants T dans la poutre, de façon simple. Tout le problème du pont suspendu revient alors à la détermination de l'inconnue h .

1-4-4-3 Principes généraux

A- Expressions générales de la déformée, du moment fléchissant et de l'effort tranchant dans une travée

Soit H la poussée due à la charge permanente de densité w , en l'absence de surcharges et à la température moyenne. Le câble décrit alors une parabole de flèche f , soit l'équation rapportée à sa corde $O'A'$ (fig. 1-17a) est :

$$y = \frac{4f}{\ell^2} x(\ell - x) \quad (1-1)$$

ℓ étant la portée de la travée considérée. En effet, en désignant par μ' le moment fléchissant produit par la charge permanente d'intensité w dans la poutre droite sur appuis simples de portée ℓ (fig. 1-17b), la figure d'équilibre du câble s'obtient en écrivant que le moment en tout point du câble est nul, soit :

$$-\frac{w\ell}{2}x + \frac{wx^2}{2} + H(y + x \tan \theta) - Hx \tan \theta = 0 \quad (a)$$

car la réaction d'appui du câble sur le pylône OO' de résultante Q (force de traction agissant dans le câble au point O') comprend, outre la réaction de la poutre sur appuis simples $R = w\ell/2$ (fig. 1-17a), une réaction dirigée suivant la corde $O'A'$ de composante horizontale H et verticale $R' = H \tan \theta$. L'équation précédente en sachant que :

$$\mu'(x) = \frac{wx^2}{2} x(\ell - x) \quad (b)$$

se réduit à :

$$\mu' - Hy = 0 \quad (1-2)$$

Il en résulte que :

$$y = \frac{\mu'}{H} = \frac{w}{2H} x(\ell - x) \quad (c)$$

Par comparaison avec l'équation (1-1), on déduit:

$$H = \frac{w\ell^2}{8f} \quad \text{ou} \quad \frac{w}{H} = \frac{8f}{\ell^2} \quad (1-3)$$

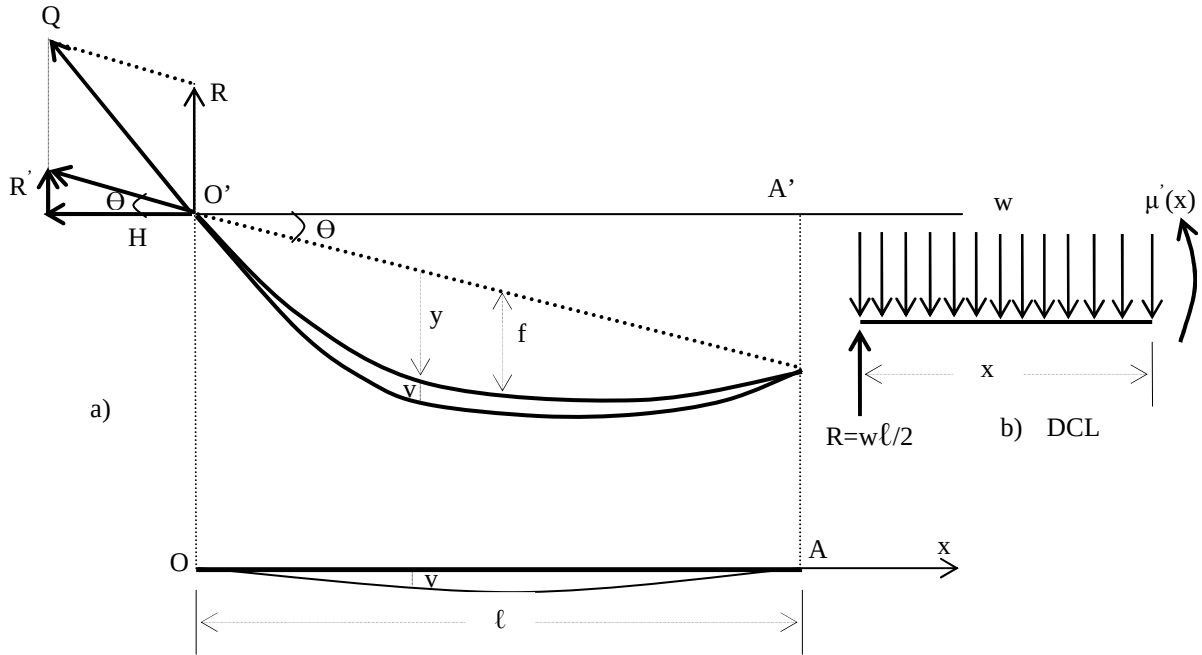


Figure 1-17: Equilibre du câble

Supposons maintenant que la température vient à varier ou que des surcharges, pouvant comprendre des charges concentrées ou des charges réparties de densités constantes réparties sur toute ou partie de la travée, sont appliquées à la poutre de rigidité. Désignons par μ le moment fléchissant dû à ces surcharges dans la poutre droite sur appuis simples de portée ℓ , et par v le moment fléchissant qui se produirait dans cette même poutre droite sous l'action de la partie des surcharges transmises au câble par les suspentes. La poussée devient $H + \Delta H$ et le câble prend une nouvelle figure d'équilibre $y + v$, analogue à l'équation (1-2) :

$$\mu' + v - (H + \Delta H)(y + v) = 0 \quad (d)$$

Éliminons μ' entre cette équation et l'équation (1-2), il vient :

$$v = (H + \Delta H)v + \Delta H y \quad (e)$$

Il en résulte que le moment fléchissant M dans la poutre de rigidité est :

$$M = \mu - v = \mu - (H + \Delta H)v - \Delta H y \quad (1-4)$$

Si l'on néglige l'allongement des suspentes, la déformée de la poutre est égale à celle du câble. On a donc d'après l'équation de la ligne élastique, puisque v est compté positivement vers le bas :

$$\frac{d^2v}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \quad (f)$$

I étant le moment d'inertie supposé constant de la poutre de rigidité et E le module d'élasticité du matériau utilisé de cette poutre. Si le moment d'inertie de la poutre n'est pas constant, on prendrait pour I le moment d'inertie moyen. En tenant compte de l'équation (1-4) et en posant :

$$K^2 = \frac{H + \Delta H}{EI} \quad (1-5)$$

On parvient ainsi à l'équation différentielle :

$$\frac{d^2v}{dx^2} - K^2v = -\frac{K^2}{H + \Delta H}(\mu - \Delta Hy) \quad (1-6)$$

Dans les conditions de surcharges définies précédemment, on peut partager la portée l de la poutre en un certain nombre d'intervalles partiels à l'intérieur de chacun desquels le second membre de l'équation (1-6) reste continu ; les limites des intervalles sont donc, outre les extrémités de la travée, les points d'application des surcharges concentrées et les extrémités des zones de surcharges réparties d'intensité constante. A l'intérieur de chacun de ces intervalles, le second membre de l'équation (1-6) est un polynôme de second degré, et son intégrale peut s'écrire sous la forme :

$$v = \frac{\Delta H}{H + \Delta H} \left[\frac{A}{K^2} e^{Kx} + \frac{B}{K^2} e^{-Kx} + \frac{\mu}{\Delta H} - y + \frac{1}{K^2} \left(\frac{w}{H} - \frac{p}{\Delta H} \right) \right] \quad (1-7)$$

où p désigne l'intensité de la surcharge répartie dans l'intervalle considérée, et A et B deux constantes. Il y a autant de couples de constantes que d'intervalles et on les détermine en écrivant que v est nul en $x=0$ et $x=l$, et que v et dv/dx sont continues aux limites communes à 2 intervalles. On se rend compte qu'on obtient bien ainsi autant d'équations qu'il y a de constantes à calculer. Concernant v, l'équation (1-4) donne M :

$$M = \frac{-\Delta H}{K^2} \left[\frac{A}{K^2} e^{Kx} + \frac{B}{K^2} e^{-Kx} + \frac{w}{H} - \frac{p}{\Delta H} \right] \quad (1-8)$$

L'effort tranchant T dans la poutre de rigidité est alors :

$$T = \frac{dM}{dx} = \frac{-\Delta H}{K^2} \left[\frac{A}{K^2} e^{Kx} - \frac{B}{K^2} e^{-Kx} \right] \quad (1-9)$$

B- Equations de base servant au calcul de la poussée

C'est l'équation qui donne le déplacement horizontal u_1 du câble à l'extrémité de la travée, connaissant le déplacement horizontal u_0 à l'origine, la déformation v du câble, la variation de poussée h, et la variation linéaire due à la température. Nous supposons les déplacements du câble infiniment petits. Soient x, y, s les coordonnées rectangulaires et l'abscisse curviligne d'un point du câble dans l'état initial (charge permanente seule et température moyenne). On a dans un système d'axes supposé rectangulaire en se référant à la figure 3- ? :

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 \quad (g)$$

Soient $x + u = x + \delta x$, $y + v = y + \delta y$, $s + \delta s$, les mêmes éléments dans le nouvel état d'équilibre en présence de surcharges et à la nouvelle température. On déduit de l'équation précédente en négligeant les termes de second ordre:

$$ds \delta ds = dx \delta dx + dy \delta dy \quad (h)$$

ou :

$$ds \delta ds = dx du + dy dv \quad (i)$$

car on a :

$$\delta dx = d\delta x = du, \delta dy = d\delta y = dv \quad (j)$$

Il en résulte que :

$$\frac{du}{dx} = \frac{ds}{dx} \frac{\delta ds}{dx} - \frac{dy}{dx} \frac{dv}{dx} \quad (1-10)$$

Cherchons à évaluer δds , qui comprend :

- un allongement élastique dû à l'accroissement ΔH de la poussée :

$$\delta_1 ds = \frac{\Delta H}{ES} \left(\frac{ds}{dx} \right) ds \quad (k)$$

E et S désignant respectivement le module d'élasticité et la section du câble.

- une variation de la longueur due à la température :

$$\delta_2 ds = \tau ds \quad (l)$$

τ étant la variation linéique due à la température, donc:

$$\delta ds = \frac{\Delta H}{ES} \left(\frac{ds}{dx} \right) ds + \tau ds \quad (m)$$

La formule (1-9) devient alors :

$$\frac{du}{dx} = \frac{\Delta H}{ES} \left(\frac{ds}{dx} \right)^3 + \tau \left(\frac{ds}{dx} \right)^2 - \frac{dy}{dx} \frac{dv}{dx} \quad (1-11)$$

Intégrons cette équation d'une extrémité à l'autre de la travée, nous obtenons :

$$u_1 - u_0 = - \int_0^\ell \frac{dy}{dx} \frac{dv}{dx} dx + \frac{\Delta H}{ES} L_s + \tau L_t \quad (1-12)$$

Les coefficients dits virtuels de longueur L_s et L_t ([12], [19]) étant définis par :

$$L_s = \int_0^\ell \left(\frac{ds}{dx} \right)^3 dx, \quad L_t = \int_0^\ell \left(\frac{ds}{dx} \right)^2 dx \quad (1-13)$$

En intégrant par parties l'intégrale figurant dans (1-12) et en remarquant que :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{-8f}{\ell^2} \quad (n)$$

on peut mettre cette équation sous l'une ou l'autre des deux formes suivantes

$$u_1 - u_0 = \int_0^\ell v \frac{d^2 y}{dx^2} dx + \frac{\Delta H}{ES} L_s + \tau L_t \quad (1-14)$$

$$u_1 - u_0 = \frac{-8f}{\ell^2} \int_0^\ell v dx + \frac{\Delta H}{ES} L_s + \tau L_t \quad (1-15)$$

Si l'on connaît u_0 et u_1 , l'équation (1-15) dans laquelle v est remplacé par son expression générale (1-7) donne la poussée ΔH .

1-4-4-4 Formulation de l'équation de la poussée

Considérons un pont suspendu à n travées ; nous affecterons de l'indice (i) les quantités : $l, f, y, v, \omega, L_s, L_t, \mu, M, T$ considérées précédemment afférentes à la travée (i) . L'équilibre à l'état initial correspond à une poussée H telle que :

$$H = \frac{w_i \ell_i^2}{8f_i} \quad \text{ou} \quad \frac{w_i}{H} = \frac{8f_i}{\ell_i^2} \quad (1-16)$$

Lorsque les travées sont surchargées, ou si la température est différente de la température de réglage, la poussée devient $H + \Delta H$; si u_i est le déplacement horizontal au droit du pylône P_i (fig. 1-17), l'équation fondamentale (1-15) donne pour chaque travée :

$$u_i - u_{i-1} = \frac{-8f_i}{\ell_i^2} \int_0^\ell v_i dx + \frac{\Delta H}{ES} L_{si} + \tau L_{ti} \quad (1-17)$$

Les déplacements du câble au droit des pylônes d'extrémité u_0 et u_n sont dus aux variations de longueur des câbles d'ancrage ; si ces derniers ont une tension initiale suffisamment forte, ou s'ils sont suffisamment courts, on peut négliger leurs déformations verticales, et écrire, $L_{s0}, L_{t0}, L_{s,n+1}, L_{t,n+1}$ étant les quantités L_s et L_t relatives aux câbles d'ancrage :

$$\begin{cases} u_0 = \frac{\Delta H}{ES} L_{s0} + \tau L_{t0} \\ -u_n = \frac{\Delta H}{ES} L_{s,n+1} + \tau L_{t,n+1} \end{cases} \quad (1-18)$$

On élimine les déplacements u_i en ajoutant membre à membre les équations (1-17) et (1-18) ; on obtient :

$$\frac{\Delta H}{ES} L_s + \tau L_t = \sum_{i=1}^n \frac{8f_i}{\ell_i^2} \int_0^{\ell_i} v_i dx \quad (1-19)$$

après avoir posé, les intégrales étant calculées d'une extrémité à l'autre du câble :

$$\mathfrak{S}_s = \sum L_s = \int_0 \left(\frac{ds}{dx} \right)^3 dx, \quad \mathfrak{S}_t = \sum L_t = \int_0 \left(\frac{ds}{dx} \right)^2 dx. \quad (o)$$

mais on a :

$$v_i = \frac{h}{H + \Delta H} \left[\frac{1}{K_i^2} (A_i e^{K_i x} + B_i e^{-K_i x}) + \frac{\mu_i}{\Delta H} - y_i + \frac{1}{K_i^2} \left(\frac{w_i}{H} - \frac{p_i}{\Delta H} \right) \right] \quad (p)$$

K_i étant défini par :

$$K_i^2 = \frac{H + \Delta H}{EI_i} \quad (1-20)$$

Il y a bien entendu, autant de couples de constantes (A_i, B_i) que d'intervalles de surcharges à considérer dans la travée (i). On déduit de l'expression de v_i :

$$\int_0^{\ell_i} v_i dx = \frac{\Delta H}{H + \Delta H} \frac{D_i}{K_i^2} + \frac{C_i}{H + \Delta H} + \frac{h}{H + \Delta H} \left[\frac{8f_i}{\ell_i K_i^2} - \frac{2}{3} \ell_i f_i \right] \quad (1-21)$$

avec :

$$\begin{cases} C_i = \int_0^{\ell_i} \left(\mu_i - \frac{p_i}{K_i^2} \right) dx \\ D_i = - \int_0^{\ell_i} (A_i e^{K_i x} + B_i e^{-K_i x}) dx \end{cases} \quad (1-22)$$

En portant l'expression (1-21) dans (1-19), on obtient l'équation donnant la poussée, qu'on peut écrire sous la forme :

$$\Delta H = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{8f_i}{\ell_i^2} C_i - \tau(H + \Delta H) \mathfrak{S}_t}{\sum_{i=1}^n \frac{8f_i}{\ell_i^2} \left(\frac{2}{3} \ell_i f_i - \frac{8f_i}{\ell_i K_i^2} + \frac{D_i}{K_i^2} \right) + \frac{H + \Delta H}{ES} \mathfrak{S}_s} \quad (1-23)$$

Cette équation contient la poussée ΔH au second membre, car les (A_i, B_i) et les K_i dépendent de ΔH . On pourrait sous cette forme, la résoudre par itération, la substitution d'une valeur approchée de ΔH dans le second membre fournissant une nouvelle valeur de ΔH plus approchée que la précédente. Mais ce calcul est généralement plus long, car il faudrait à chaque approximation, calculer toutes constantes (A_i, B_i) , puis D_i .

Il est possible de donner à l'équation de la poussée une nouvelle forme plus intéressante que la précédente, et donner lieu à des approximations plus rapidement convergentes en calculant explicitement les constantes (A_i, B_i) , puis C_i et D_i en considérant un certain nombre de cas de surcharges. En portant ainsi les valeurs obtenues dans l'équation (1-23), nous pourrions parvenir à la nouvelle forme de l'équation de la poussée plus facilement utilisable. Cet aspect sera traité en détail dans le chapitre suivant pour l'analyse d'un système vertical précontraint qui est analogue à un pont suspendu mais dépourvu de la rigidité des poutres.

CHAPITRE 2

RAPPELS THEORIQUES DE BASE DE LA METHODE DE CALCUL

2-1 Généralités

Ce chapitre a pour but de rappeler les fondements théoriques de base de la méthode de calcul d'un système vertical précontraint décrit au chapitre précédent (fig.1-3) en utilisant l'approche fondamentale qui assimile le comportement de la nappe des suspentes à celui d'un voile continu et inextensible. Les équations à caractère non linéaire décrivant les tractées dans les câbles sont établies de façon à être résolues par la méthode de Newton-Raphson à double itération. On suppose de plus, par analogie avec la théorie des ponts suspendus à poutre de rigidité, que les câbles reposent sur les pylônes par l'intermédiaire de chariots de dilatation, afin qu'aucune réaction horizontale ne puisse s'exercer sur les pylônes.

En l'absence de surcharge et à la température de réglage, le réglage de l'ouvrage est tel que les câbles supérieur et inférieur sont soumis à des forces de traction de composantes horizontales respectives H_0 et H_1 . Ces forces, que par analogie avec les ponts suspendus avec poutre de rigidité on appelle poussées, sont dues à la mise en tension initiale et au poids propre des éléments constitutifs de la structure, et sont constantes d'une extrémité à l'autre des câbles. Sous chargement, ou lorsque la température est différente de la température de réglage, les poussées deviennent H_0+h_0 et H_1+h_1 . Nous allons tout d'abord montrer, que lorsqu'on connaît les variations h_0 et h_1 des poussées, on peut calculer les déformations et les flèches en n'importe quel point des câbles. Le problème posé par l'étude d'un système à suspension revient alors à la détermination de h_0 et h_1 .

2-2 Principales hypothèses

Les hypothèses suivantes délimitent les conditions de validité de la méthode:

- câble parfaitement flexible : cela revient à énoncer en langage structural que, tout au long d'un câble en équilibre, le moment fléchissant est nul ;
- inextensibilité des suspentes ;
- câbles relativement tendus (peu profonds) correspondant à un rapport flèche/travée de l'ordre de 1/10 ou moins de sorte que les chaînettes fortement aplaties sont assimilables, dans l'état initial, à des paraboles de 2^{ème} degrés ; il en découle que les densités de réaction sur les câbles sont uniformes sur l'horizontale, au moment du réglage ;
- variations de températures uniformes et constantes partout dans la structure.

2-3 Formes initiales d'équilibres

Attribuons à tout paramètre relatif au câble supérieur l'indice 0, et au câble inférieur l'indice 1. Soit H_1 la poussée due à la pré-tension du câble inférieur ; la densité de réaction constante due à la mise en pré-tension de ce câble sur la nappe des suspentes s'élève à ω_s . Si ω' est le poids linéique horizontal total de l'ouvrage au moment du réglage, la densité de charge sur le câble supérieur de poussée H_0 est donnée par :

$$\omega_0 = \omega_s + \omega' \quad (2-1)$$

Les câbles décrivent des paraboles de flèches f_i ($i=1,0$), dont les équations rapportées à leurs cordes respectives CD, C'D' comme indiqué dans la figure 2-1, et suivant le sens positif de l'axe Y sont :

$$n_0 = \frac{4f_0}{L^2} x(L-x) \quad (2-2)$$

$$n_1 = -\frac{4f_1}{L^2} x(L-x) \quad (2-3)$$

L étant la portée de la travée considérée. Désignons par μ' le moment fléchissant produit par la densité de charge ω' dans la poutre droite isostatique sur appuis simples de portée L, et par μ_1 le moment fléchissant dû à ω_1 . On obtient la figure d'équilibre d'un câble en écrivant que le moment fléchissant en tout point d'abscisse x du câble est nul, compte tenu des deux expressions précédentes.

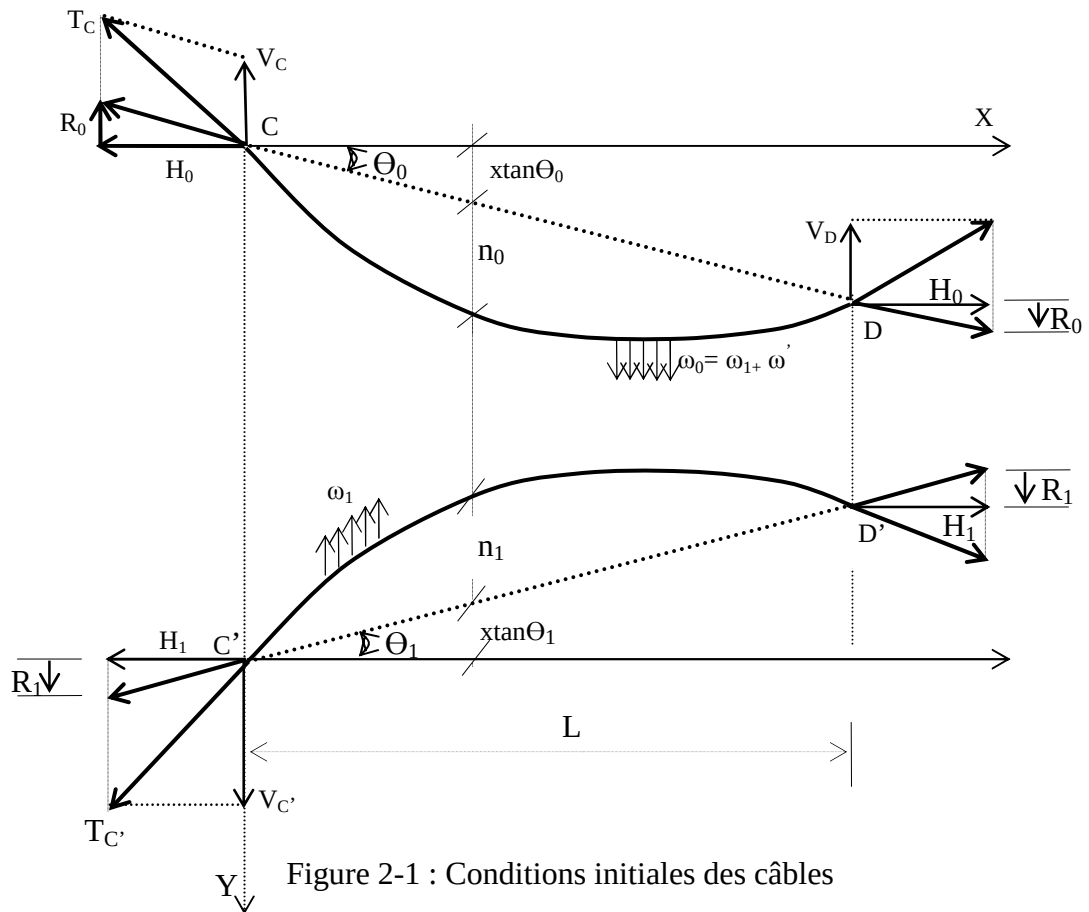


Figure 2-1 : Conditions initiales des câbles

2-3-1 Câble de rigidité

$$-\mu_1 + H_1(-n_1 + x \operatorname{tg} \theta_1) - R_1 x = 0 \quad (2-4)$$

car la réaction d'appui du câble sur le pylône C'C comprend, outre la réaction sur appuis simples, une réaction dirigée suivant C'D' de composantes horizontale H_1 et verticale R_1 . Comme on a visiblement $R_1 = H_1 \operatorname{tg} \theta_1$, l'équation précédente donne l'égalité :

$$H_1 n_1 = -\mu_1 \quad (2-5)$$

Il en résulte que :

$$n_1 = -\frac{\mu_1}{H_1} = -\frac{\omega_s}{2H_1} x(L-x) \quad (2-6)$$

En comparant avec l'équation (2-3), on voit que :

$$H_1 = \frac{\omega_s L^2}{8 f_1} \quad (2-7)$$

2-3-2 Câble principal

Par analogie avec le cas précédent, et à l'aide de l'équation (2-2), on obtient les expressions suivantes :

$$H_0 n_0 = \mu' + \mu_1 \quad (2-8)$$

$$H_0 = \frac{\omega_0 L^2}{8 f_0} \quad (2-9)$$

2-4 Formes d'équilibre sous charge (s)

Supposons maintenant que la température vienne à varier, ou que des surcharges, pouvant comprendre des charges isolées ou des charges réparties sur tout ou partie de la travée, soient appliquées au tablier considéré, dépourvu de rigidité appréciable. Désignons par μ le moment fléchissant dû à ces surcharges dans la poutre droite sur appuis simples de portée L , et par v le moment fléchissant qui se produirait dans cette même poutre sous l'action de la partie des surcharges transmise au câble principal par les suspentes. Les poussées dans les câbles deviennent respectivement (H_0+h_0) et (H_1+h_1) , et les câbles prennent des nouvelles figures d'équilibre respectives (n_0+v_0) et (n_1+v_1) , définies par les équations suivantes, analogues aux relations (2-4) à (2-9).

- Câble de rigidité :

$$(H_1 + h_1)(n_1 + v_1) = -\mu_1 + \mu - v \quad (2-10)$$

- Câble principal :

$$(H_0 + h_0)(n_0 + v_0) = \mu' + \mu_1 + v \quad (2-11)$$

2-5 Equation de la déformée

La nappe des suspentes étant assimilée à un voile continu et inextensible, à toute déformation $v(x)$ du câble principal, comptée à partir de l'état initial, correspond la même déformation $v(x)$ du câble de rigidité. Alors :

$$v_0 = v_1 = v \quad (2-12)$$

En vertu de cette relation, l'élimination de v entre les équations (2-10) et (2-11), compte tenu de l'état initial décrit par (2-5) et (2-8), conduit à l'expression de la déformée :

$$v = \frac{\mu - h_0 n_0 - h_1 n_1}{H} \quad (2-13)$$

où $H = H_0 + H_1 + h_0 + h_1$

Nous constatons que la détermination de la déformée v exige le calcul des variations h_0 et h_1 des poussées ; ce calcul constitue le problème principal de l'étude de ce système suspendu. Le fonctionnement caractéristique de ce système, si les charges appliquées sont par exemple descendantes, est tel que le câble porteur travaille en surtension ($h_0 > 0$) et le câble de rigidité en détension ($h_1 < 0$). L'expression de n_1 est donnée par la relation (2-3). La valeur négative de n_1 introduite dans la relation (2-13) révèle nettement l'influence stabilisatrice du câble de rigidité cambré. Cette influence sera mieux mise en lumière plus loin à travers une analyse paramétrique appropriée, mais elle laisse déjà entrevoir un rôle positif de la cambrure et la supériorité qu'elle donne par rapport au câble de rigidité rectiligne.

2-6 Formulation des poussées dans les câbles

On établit de façon générale l'équation fondamentale relative à un câble de travée quelconque en exploitant la condition d'immobilité des extrémités des câbles solidaires des ancrages par analogie à l'annexe A mais en tenant compte de la configuration parabolique du câble. On en déduit directement les équations de détermination des poussées dans les câbles.

2-6-1 Equation servant de base de calcul de la poussée

Cette équation, dite également équation des déplacements orthogonaux, donne le déplacement horizontal du câble à l'extrémité de la travée, connaissant le déplacement horizontal à l'origine, la flèche v du câble, la variation de poussée h_1 et la variation linéaire due à la température.

Considérons x, y, s les coordonnées rectangulaires et l'abscisse curviligne d'un point du câble dans l'état initial (fig.2-2a). On a selon le système d'axes XY supposé rectangulaire :

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 \quad (2-14)$$

Soient $x + u = x + \delta x$, $y + v = y + \delta y$, $s + \delta s$, les mêmes éléments dans le nouvel état d'équilibre en présence de surcharges et à la nouvelle température (fig.2-2b). Vu $\delta dx = d\delta x = du$, $\delta dy = d\delta y = dv$, on déduit conformément à la relation précédente :

$$dxdu = ds \delta ds - dy dv - \frac{1}{2}[(dv)^2 + (du)^2 - (\delta ds)^2] \quad (2-15)$$

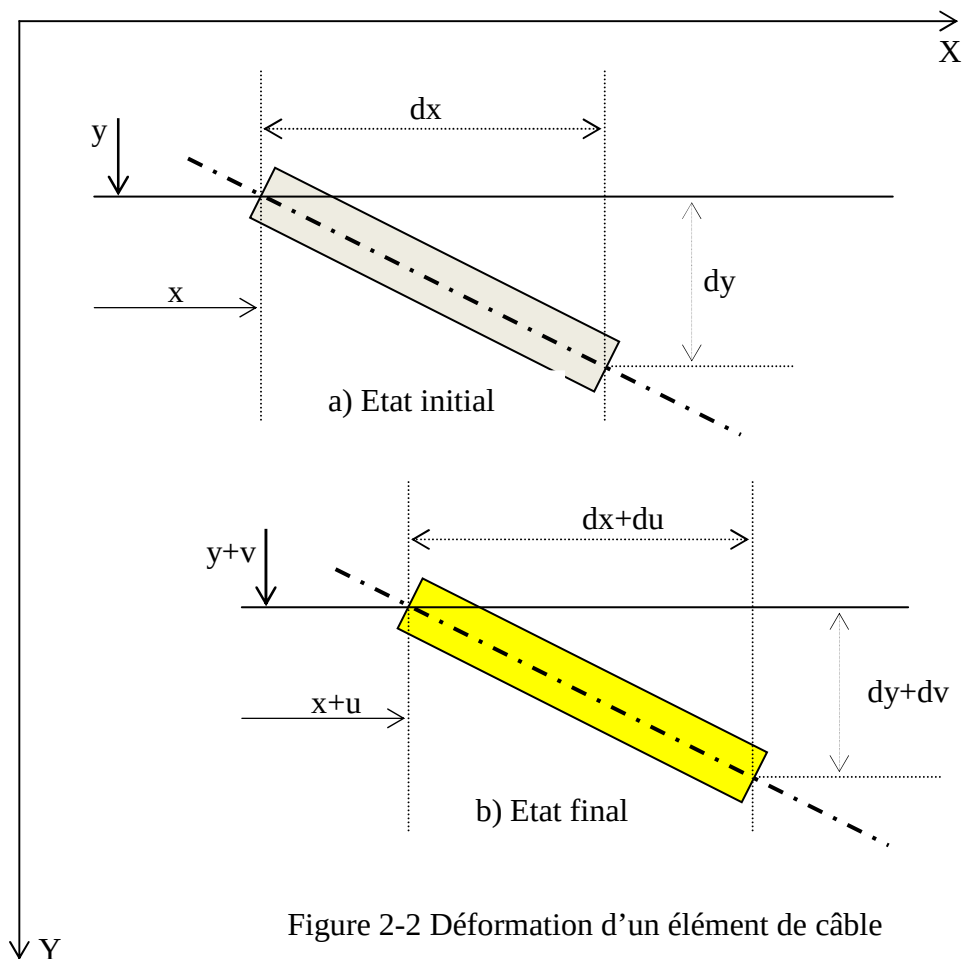


Figure 2-2 Déformation d'un élément de câble

Il en résulte que :

$$\frac{du}{dx} = \frac{ds}{dx} \frac{\delta ds}{dx} - \frac{dy}{dx} \frac{dv}{dx} - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{dv}{dx} \right)^2 + \left(\frac{du}{dx} \right)^2 - \left(\frac{\delta ds}{dx} \right)^2 \right] \quad (2-16)$$

Cherchons à maintenant à évaluer δds comme dans le cas des ponts suspendus à poutre de rigidité, qui comprend :

- un allongement élastique dû à l'accroissement h de la poussée :

$$\delta_1 ds = \frac{h}{ES} \left(\frac{ds}{dx} \right) ds \quad (2-17)$$

E et S désignant respectivement le module d'élasticité et la section du câble.

- une variation de la longueur due à la température :

$$\delta_2 ds = \tau ds \quad (2-18)$$

τ est la variation linéique due à la température qui se traduit par la relation suivante :

$$\tau = \alpha \Delta T \quad (2-19)$$

ΔT et α désignant respectivement la variation de température en °C et le coefficient de dilatation thermique du matériau en mm/(mm.°C).

Par conséquent :

$$\delta ds = \frac{h}{ES} \left(\frac{ds}{dx} \right) ds + \alpha \Delta T ds \quad (2-20)$$

La formule (4-16) devient alors :

$$\frac{du}{dx} = \frac{h}{ES} \left(\frac{ds}{dx} \right)^3 + \alpha \Delta T \left(\frac{ds}{dx} \right)^2 - \frac{dy}{dx} \frac{dv}{dx} - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{dv}{dx} \right)^2 + \left(\frac{du}{dx} \right)^2 - \left(\frac{\delta ds}{dx} \right)^2 \right] \quad (2-21)$$

L'intégration cette équation d'une extrémité à l'autre de la travée donne :

$$\begin{aligned} \Delta u \Big|_0^L = & \int_0^L \frac{h}{ES} \left(\frac{ds}{dx} \right)^3 dx + \int_0^L \alpha \Delta T \left(\frac{ds}{dx} \right)^2 dx - \int_0^L \frac{dy}{dx} \frac{dv}{dx} dx - \frac{1}{2} \int_0^L \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 dx \\ & - \frac{1}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{du}{dx} \right)^2 - \left(\frac{\delta ds}{dx} \right)^2 \right] dx \end{aligned} \quad (2-22)$$

Pour de faibles déformations et des petits déplacements horizontaux du câble, les deux derniers termes de l'équation (2-22) deviennent négligeables. Si de plus, on considère les hypothèses suivantes :

- $\tau = \alpha \Delta T$ constante (uniforme partout dans toute la structure),
- $v(0) = v(L) = 0$ (ce qui traduit l'incompressibilité des pylônes et la fixité verticale des ancrages),
- Câble parabolique aplati, décrit par l'ordonnée y,

une intégration par partie donne :

$$- \int_0^L \frac{dy}{dx} \frac{dv}{dx} dx = \int_0^L \frac{d^2 y}{dx^2} v dx \quad (2-23)$$

$$-\frac{1}{2} \int_0^L \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 dx = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{d^2v}{dx^2} v dx \quad (2-24)$$

L'équation générale de base devient finalement :

$$\Delta u \Big|_0^L = \frac{h L_s}{ES} + \tau L_t + \int_0^L \frac{d^2y}{dx^2} v dx + \frac{1}{2} \int_0^L \frac{d^2v}{dx^2} v dx \quad (2-25)$$

Les longueurs L_s et L_t [10] étant définies par :

$$L_s = \int_0^L \left(\frac{ds}{dx} \right)^3 dx, \quad L_t = \int_0^L \left(\frac{ds}{dx} \right)^2 dx \quad (2-26)$$

L'équation (2-25) est l'équation dite des déplacements orthogonaux.

2-6-2 Application au cas d'un système vertical précontraint

Ce système est représenté sur la figure 4-3 dans lequel on attribue l'indice (') aux paramètres relatifs aux travées de haubanage. Le câble porteur est composé de la travée principale et de deux haubans reliés aux massifs d'ancrage. Le câble de rigidité est seulement constitué d'une travée principale s'appuyant éventuellement sur les pylônes. Une application directe de l'équation fondamentale (4-24) à chaque câble donne l'expression recherchée de la poussée.

2-6-2-1 Câble porteur

Cherchons tout d'abord à développer les deux derniers termes de l'équation (4-24) pour chacune des parties du câble.

A- Travée principale : à l'aide de la relation (2-13), en tenant compte de la configuration parabolique des câbles décrite par les expressions (2-2) et (2-3) avec $y = n_0$, nous obtenons :

$$\int_0^L \frac{d^2y}{dx^2} v dx = \frac{16}{3} \frac{f_0^2}{HL} h_0 - \frac{16}{3} \frac{f_0 f_1}{HL} h_1 - \frac{8f_0}{HL^2} \int_0^L \mu dx \quad (2-26)$$

$$\frac{1}{2} \int_0^L \frac{d^2v}{dx^2} v dx = -\frac{1}{2} \int_0^L \frac{pv}{H} dx - \frac{8}{3} L \left(\frac{f_0 h_0 - f_1 h_1}{HL} \right)^2 + 4 \left(\frac{f_0 h_0 - f_1 h_1}{H^2 L^2} \right) \int_0^L \mu dx \quad (2-27)$$

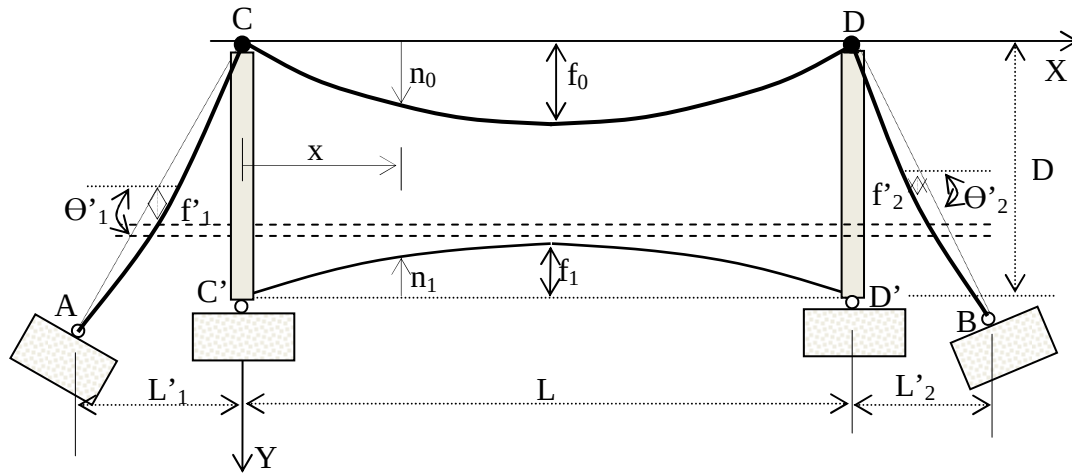


Figure 2-3 : Nappe des suspentes continue

Remarque : Dans l'expression (2-27), la surcharge linéique $p(x)$ est une fonction généralement continue. On peut généraliser pour un ensemble de charges concentrées P_j appliquées aux sections d'abscisses x_j , en remplaçant cet ensemble de charges concentrées par la densité de charge généralement continue :

$$p(x) = \begin{cases} \frac{P_j}{2\varepsilon} & \text{lorsque } x \text{ appartient à l'intervalle } (x_j - \varepsilon, x_j + \varepsilon) \\ 0 & \text{lorsque } x \text{ n'appartient pas à l'intervalle } (x_j - \varepsilon, x_j + \varepsilon) \end{cases}$$

Sachant que $\int_0^L p v dx = \sum_j \left(\frac{P_j}{2\varepsilon} \int_{x_j-\varepsilon}^{x_j+\varepsilon} dx \right) v_j = \sum_j (P_j v_j)$, l'équation (4-26) devient :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_0^L \frac{d^2 v}{dx^2} v dx = & -\frac{1}{2} \left[\int_0^L \frac{p v}{H} dx + \sum_j \left(\frac{P_j v_j}{H} \right) \right] - \frac{8}{3} L \left(\frac{f_0 h_0 - f_1 h_1}{HL} \right)^2 \\ & + 4 \left(\frac{f_0 h_0 - f_1 h_1}{H^2 L^2} \right) \int_0^L \mu dx \end{aligned} \quad (2-28)$$

B- Travées de haubanage : la formule (2-13) se réduit à :

$$v'_1 = -\frac{h_0}{H_0 + h_0} n'_1 \quad (2-29)$$

où l'indice (') est relatif à une travée quelconque d'un hauban ; avec $n'_1 = \frac{4f'_1}{L'^2_1} x(L'_1 - x)$, on trouve:

$$\int_0^L \frac{d^2 y}{dx^2} v dx = \sum_{i=1}^2 \int_0^{L'_i} \frac{d^2 n'_1}{dx^2} v'_1 dx = \frac{16}{3} \left(\frac{h_0}{H_0 + h_0} \right) \sum_{i=1}^2 \frac{f_1'^2}{L'_1} \quad (2-30)$$

$$\frac{1}{2} \int_0^L \frac{d^2 v}{dx^2} v dx = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \int_0^{L'_i} \frac{d^2 v'_1}{dx^2} v'_1 dx = -\frac{8}{3} \left(\frac{h_0}{H_0 + h_0} \right)^2 \sum_{i=1}^2 \frac{f_1'^2}{L'_1} \quad (2-31)$$

En intégrant d'une extrémité A à l'autre B du câble, et à l'aide des développements (2-26) à (2-31) et de la condition déformationnelle des ancrages $\left(\Delta u \Big|_A^B = 0 \right)$, nous obtenons l'équation de la poussée du câble principal:

$$h_0 = \frac{1}{D_0} \left[\frac{8f_0}{L^2} \int_0^L \mu dx - H\tau \zeta_{t_0} - \frac{16f_0 f_1}{3L} h_1 - \Delta_0 \right] \quad (2-32)$$

avec la définition suivante des différents paramètres, Δ_0 étant un terme correctif:

$$\zeta_{t_0} = L_{t_0} + \sum_{i=1}^2 L'_{t_1} \quad , \quad \zeta_{s_0} = L_{s_0} + \sum_{i=1}^2 L'_{s_1} \quad (2-33)$$

$$D_0 = \frac{H \zeta_{s_0}}{E S_0} + \frac{16}{3} \left[\frac{f_0^2}{L} + \frac{H}{H_0 + h_0} \sum_{i=1}^2 \left(\frac{f_1'^2}{L'_1} \right) \right] \quad (2-34)$$

$$\begin{aligned} \Delta_0 = & -\frac{1}{2} \left[\int_0^L p v dx + \sum_j (P_j v_j) \right] + 4 \left(\frac{f_0 h_0 - f_1 h_1}{H L^2} \right) \int_0^L \mu dx \\ & - \frac{8}{3} \left[\frac{(f_0 h_0 - f_1 h_1)^2}{H L} + H \left(\frac{h_0}{H_0 + h_0} \right)^2 \sum_{i=1}^2 \frac{f_1'^2}{L'_1} \right] \end{aligned} \quad (2-35)$$

C- Câble de rigidité

Si on reprend le processus de calcul précédent à l'aide des considérations suivantes :

- équation de la déformée (2-13),
- définition de tout point du câble par $y=D+n_1$ où D est la distance verticale entre les points d'appuis et d'accrochage des câbles en tête et au pied du pylône (CC' ou DD'),
- intégration le long du câble C'D' avec la condition déformationnelle $\Delta u = 0$ entre deux points de fixation,

on aboutit à la deuxième équation de poussée, correspondant au câble de rigidité :

$$h_1 = \frac{1}{D_1} \left[-\frac{8f_1}{L^2} \int_0^L \mu dx - H\tau \zeta_{t_1} + \frac{16f_0 f_1}{3L} h_0 - \Delta_1 \right] \quad (2-36)$$

où les paramètres suivants sont définis par analogie avec les expressions (2-31) à (2-33) ; Δ_1 étant un terme correctif :

$$\zeta_{t_1} = L_{t_1} \quad , \quad \zeta_{s_1} = L_{s_1} \quad (2-37)$$

$$D_1 = \frac{H \zeta_{s_1}}{E S_1} + \frac{16f_1^2}{3L} \quad (2-38)$$

$$\Delta_1 = \Delta_0 + \frac{8}{3} H \left(\frac{h_0}{H_0 + h_0} \right)^2 \sum_{i=1}^2 \frac{f_1'^2}{L_1'} \quad (2-39)$$

2-6-2-1 Transformation des équations de poussées

Nous allons calculer $\int_0^L \mu dx$ pour un certain nombre de cas de surcharges. Pour alléger l'écriture, on pourra cependant, sans confusion possible supprimer les indices relatifs aux câbles.

1. Charge concentrée P à $x = \alpha L$ (fig.4-4a) :

$$\int_0^L \mu dx = \frac{L^2}{12} P \psi(\alpha) \quad (2-40a)$$

avec :

$$\psi(\alpha) = 6(\alpha - \alpha^2) \quad (2-40b)$$

2. Charge répartie uniforme p entre $x_1 = \alpha_1 L$ et $x_2 = \alpha_2 L$ (fig.2-4b) :

$$\int_0^L \mu dx = \frac{pL^3}{12} [\varphi(\alpha_2) - \varphi(\alpha_1)] \quad (2-41a)$$

avec :

$$\varphi(\alpha) = 3\alpha^2 - 2\alpha^3 \quad (2-41b)$$

$$\begin{aligned} \int_{\alpha_1 L}^{\alpha_2 L} \mu dx &= \int_0^L \mu dx - \left[\int_0^{\alpha_1 L} \mu dx + \int_{\alpha_2 L}^L \mu dx \right] \\ &= \frac{pL^3}{12} \left\{ (\alpha_2 - \alpha_1)^2 \left[2\alpha_1 + \alpha_2 - \frac{3}{4}(\alpha_1 + \alpha_2)^2 \right] \right\} \end{aligned} \quad (2-42)$$

3. Sous la combinaison de charges concentrées et réparties :

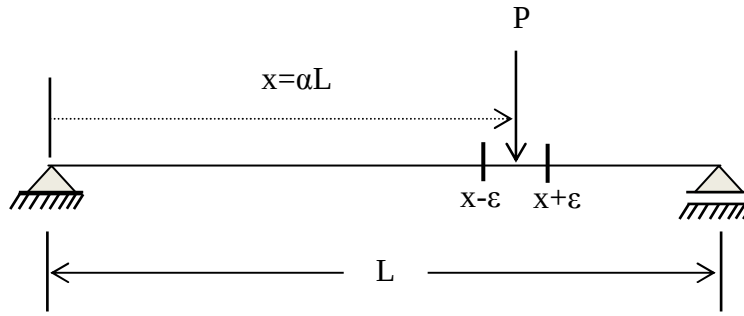
Sous n charges concentrées et m charges réparties, les expressions (2-40a) et (2-41) peuvent se mettre sous les formes générales suivantes:

$$\int_0^L \mu dx = \frac{L^2}{12} F(\psi_j, \varphi_i) \quad (2-43)$$

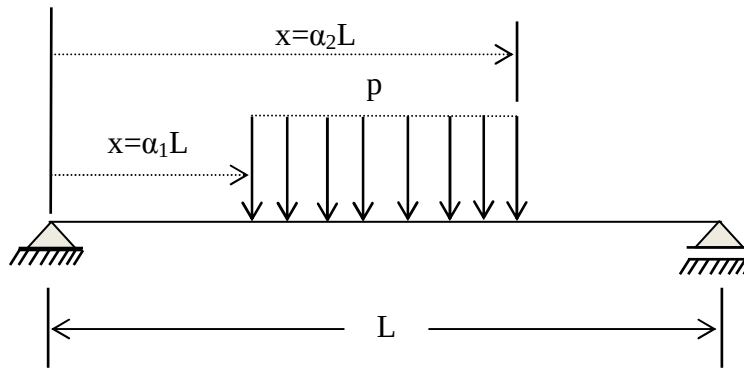
$$F(\psi_j, \varphi_i) = \sum_{j=1}^n P_j \psi(\alpha_j) + \sum_{i=1}^m [p_i L (\varphi(\alpha_2^i) - \varphi(\alpha_1^i))] \quad (2-44)$$

$$\int_{\alpha_1 L}^{\alpha_2 L} \mu dx = \frac{L^3}{12} \sum_{i=1}^m p_i (\alpha_2^i - \alpha_1^i)^2 - \frac{3}{4} (\alpha_1^i + \alpha_2^i)^2 + f(p_1, p_2, \dots) \quad (2-45)$$

où $f(p_1, p_2, \dots)$ étant un terme qui dépend de la simultanéité de charges uniformes.



a) Charge concentrée



b) Charge uniforme

Figure 2-4 Cas de charge particuliers sur une travée type

En fonction de (2-40) et (2-41), le terme correctif Δ_0 peut s'écrire par exemple d'une manière plus explicite pour une seule gamme de charges ($i=j=1$) :

$$\begin{aligned} \Delta_0 = & -\frac{L^3}{6H} \left\{ p_i^2 (\alpha_2^i - \alpha_1^i)^2 \left[(2\alpha_1^i + \alpha_2^i) - \frac{3}{4} (\alpha_1^i + \alpha_2^i)^2 \right] \right\} \\ & + \frac{2L}{3H} (f_0 h_0 - f_1 h_1) \{ p_i [\varphi(\alpha_2) - \varphi(\alpha_1)] \} \\ & - \frac{8}{3} \left[\frac{(f_0 h_0 - f_1 h_1)^2}{HL} + H \left(\frac{h_0}{H_0 + h_0} \right)^2 \sum_{i=1}^2 \frac{f_i'^2}{L_i'} \right] \\ & - \left(\frac{P_j v_j}{2} \right) + \frac{(f_0 h_0 - f_1 h_1)}{3H} P_j \psi(\alpha_i) \end{aligned} \quad (2-46)$$

En portant ces valeurs dans les équations (2-32) et (2-36), on parvient à la nouvelle forme suivante des équations de poussée plus facilement utilisable :

$$h_0 = \frac{1}{D_0} \left[\frac{2}{3} f_0 F(\psi_j, \varphi_i) - H \tau \zeta_{t_0} - \frac{16 f_0 f_1}{3L} h_1 - \Delta_0 \right] \quad (2-47a)$$

$$h_1 = \frac{1}{D_1} \left[-\frac{2}{3} f_1 F(\psi_j, \phi_i) - H\tau \zeta_{t_i} + \frac{16f_0 f_1}{3L} h_0 - \Delta_1 \right] \quad (2-47b)$$

Le système d'équations ainsi obtenu est non linéaire; les inconnues sont les variations de poussée h_0 et h_1 . On utilise pour la résolution la méthode itérative de Newton-Raphson dans le cas d'une double itération [10] où il s'agit de résoudre un système d'équations $F_x(x,y)$ et $F_y(x,y)$ en se fixant a priori la solution initiale et les pas d'incrément. Cependant, comme dans tous les processus itératifs, un mauvais choix des solutions approchées initiales peut engendrer soit une divergence, soit une convergence vers une solution erronée. Afin de contourner cette difficulté, nous proposons de prendre comme solutions initiales du problème, les parties principales de h_0 et h_1 données par (2-47) sans les termes correctifs Δ_0 et Δ_1 , avec $h_0 = h_1 = 0$ au départ.

Pour ce faire, nous devons transformer encore une fois les équations (2-47) sous une forme polynômiale. Ainsi, une multiplication de chaque équation par le facteur « D » correspondant, suivie d'un changement de signe du second membre, et un réarrangement adéquat de tous les termes en fonction de la puissance des variables conduisent aux fonctions polynômiales suivantes :

$$\begin{aligned} F_{h_0}(h_0, h_1) = & a_2 h_0^5 + pa_1 h_0^4 + 2a_2 h_1 h_0^4 + pa_2 h_0^3 + a_2 h_1^2 h_0^3 + pa_3 h_0^2 \\ & + pa_4 h_1^2 h_0^2 + pa_5 h_1^2 + pa_6 h_1 h_0^3 + pa_7 h_1^2 h_0 + pa_8 h_1 h_0^2 \\ & + pa_9 h_1 h_0 + pa_{10} h_0 + pa_{11} h_1 + ca \equiv 0 \end{aligned} \quad (2-48a)$$

$$\begin{aligned} F_{h_1}(h_0, h_1) = & b_1 h_1^3 + 2b_1 h_0 h_1^2 + b_1 h_1 h_0^2 + pb_3 h_1^2 + pb_4 h_0 + pb_5 h_0^2 \\ & + pb_2 h_0 h_1 + pb_1 h_1 + cb \equiv 0 \end{aligned} \quad (2-48b)$$

Les différents paramètres sont explicités dans la référence [12]. Notons que si les flèches à mi-portée respectives f'_1 et f'_2 relatives aux haubans d'ancrage ou des câbles de retenue sont négligeables comme dans le cas de la plupart des cas utilisés en pratique, l'équation (2-45a) peut se simplifier énormément et se mettre sous une forme polynomiale de 3^{ème} degré soit de la même forme que la deuxième équation (2-48b). C'est cette forme soit plus précisément avec $f'_1 = f'_2 = 0$, qui sera traduite en langage d'ordinateur dont le programme sera décrit dans le chapitre suivant.

2-7 Déformation des câbles

Considérons de nouveau la figure 2-1 où, si $\theta_0 \approx 0$, les coordonnées x, y d'un point quelconque du câble à l'état initial sont liées par la relation :

$$y = n \quad (2-49)$$

$$\text{L'élément } ds = \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} dx \text{ a pour expression, en négligeant dans le}$$

développement en série du radical, toute puissance de dn/dx au moins égale à la troisième :

$$ds = \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{dn}{dx} \right)^2 \right] dx \quad (2-50)$$

Par intégration, la longueur du câble L_c s'en déduit :

$$L_c = L + \frac{1}{2} \int_0^L \left(\frac{dn}{dx} \right)^2 dx \quad (2-51)$$

Soit ΔL_c la déformation que subit le câble entre l'état initial et l'état final et provenant de l'intégration des déformations élastiques et éventuellement des variations thermiques élémentaires. Par application de la formule précédente, il vient sous une flèche v (2-13) :

$$L_c + \Delta L_c = L + \frac{1}{2} \int_0^L \left(\frac{d(n+v)}{dx} \right)^2 dx \quad (2-52)$$

Par différence des relations (2-50) et (2-45), et en négligeant les termes du second ordre, on obtient :

$$\Delta L_c = \int_0^L \frac{dn}{dx} dv \quad (2-53)$$

Si dn/dx est continue, c'est-à-dire si la figure initiale du câble ne présente pas de points anguleux, l'intégration par partie donne, compte tenu de ce que v s'annule aux extrémités de l'intervalle $(0,L)$:

$$\Delta L_c = - \int_0^L \frac{d^2n}{dx^2} v dx \quad (2-54)$$

Une application de la relation précédente, intégrant les relations (2-2), (2-3), (2-13) et (2-42), fournit successivement pour chacun des câbles :

- Câble principal :

$$\Delta L_c = \frac{2}{3H} f_0 F(\psi_j, \phi_i) + \frac{16f_0}{3HL} (-f_0 h_0 + f_1 h_1) \quad (2-55)$$

- Câble de rigidité :

$$\Delta L_c = - \frac{2}{3H} f_1 F(\psi_j, \phi_i) + \frac{16f_1}{3HL} (f_0 h_0 - f_1 h_1) \quad (2-56)$$

2-8 Efforts dans les suspentes

Sous l'action d'une charge ponctuelle d'abscisse αL (fig.2-4a), le voile des suspentes supposé continu est soumis à deux sortes d'efforts i) une traction concentrée agissant dans la section d'abscisse αL et d'intensité T_s ii) une traction à répartition continue d'intensité σ par unité de longueur horizontale. Ces quantités se déduisent du moment fléchissant v déterminé dans la nappe des suspentes par l'introduction de la surcharge P sur la structure, soit:

$$v = (H_0 + h_0) v + h_0 n_0 \quad (2-57)$$

et en tenant compte de (2-13) :

$$v = \left(\frac{H_0 + h_0}{H} \right) (\mu - h_0 n_0 - h_1 n_1) + h_0 n_0 \quad (2-58)$$

2-8-1 Traction concentrée

L'intensité T_s de la traction concentrée est égale à la discontinuité de l'effort tranchant dv/dx au droit de la section d'abscisse αL . n_0 et n_1 étant des fonctions continues de x , on a simplement :

$$T_s = - \left(\frac{H_0 + h_0}{H} \right) \left[\left(\frac{d\mu}{dx} \right)_{\alpha+\epsilon} - \left[\left(\frac{d\mu}{dx} \right)_{\alpha-\epsilon} \right] \right] \quad (2-59)$$

soit :

$$T_s = \left(\frac{H_0 + h_0}{H} \right) P \quad (2-60)$$

2-8-2 Traction répartie

L'intensité de la traction répartie est :

$$\sigma = - \frac{d^2 v}{dx^2} \quad (2-61)$$

Soit, en remarquant que $d^2 \mu / dx^2$ est identiquement nul pour une charge concentrée (μ est une fonction du premier ordre) :

$$\sigma = \frac{8}{HL^2} [h_0 f_0 (H_1 + h_1) + h_1 f_1 (H_0 + h_0)] \quad (2-62)$$

Cependant, même dans le cas de charges uniformes, le voile sera soumis généralement à des tractions réparties d'intensités variables ; en considérant la relation (2-60) et la figure 2-4b, on peut poser :

$$- \quad 0 < x < x_1 = \alpha_1 L$$

$$\sigma = \frac{8}{HL^2} [h_0 f_0 (H_1 + h_1) + h_1 f_1 (H_0 + h_0)] \quad (2-63)$$

$$- \quad x_1 = \alpha_1 L < x < x_2 = \alpha_2 L$$

$$\sigma = \frac{H_0 + h_0}{H} p + \frac{8}{HL^2} [h_0 f_0 (H_1 + h_1) + h_1 f_1 (H_0 + h_0)] \quad (2-64)$$

$$- \quad x_2 = \alpha_2 L < x < L$$

$$\sigma = \frac{8}{HL^2} [h_0 f_0 (H_1 + h_1) + h_1 f_1 (H_0 + h_0)] \quad (2-65)$$

Les relations (2-60) et (2-63) à (2-65) précisent quantitativement l'action du câble de rigidité en tant qu'organe répartiteur de charges. Cette action entraîne le travail simultané de toutes les suspentes de l'ouvrage, ce qui conduit en effet à en diminuer la section.

2-9 Efforts dans les câbles

La tangente en tout point de la figure d'équilibre du câble, après une flèche v , est par définition :

$$\tan \theta = \frac{d}{dx} (y + v) \quad (2-66)$$

En considérant l'équation de la flèche (2-13), cette dernière relation s'écrit :

$$\tan \theta = \frac{dy}{dx} + \frac{1}{H} \left[\frac{d\mu}{dx} + \frac{4}{L^2} (L - 2x)(f_1 h_1 - f_0 h_0) \right] \quad (2-67)$$

où θ est l'angle que fait un élément déformé du câble par rapport à l'horizontale.

L'expression de $d\mu/dx$ dépend du type de charge :

- cas d'une charge concentrée (fig. 2-4a) :

$$\frac{d\mu}{dx} = \begin{cases} P(1 - \alpha) & 0 < x < \alpha L \\ -P\alpha & \alpha L < x < L \end{cases} \quad (2-68)$$

- cas d'une charge uniforme (fig. 2-4b) :

$$\frac{d\mu}{dx} = \begin{cases} pL(\alpha_2 - \alpha_1)(1 - (\alpha_1 + \alpha_2)/2) & 0 < x < x_1 \\ pL(\alpha_2 - \alpha_1)(1 - (\alpha_1 + \alpha_2)/2) - p(x - \alpha L) & x_1 < x < x_2 \\ -pL(\alpha_2 - \alpha_1)(\alpha_1 + \alpha_2)/2 & x_2 < x < L \end{cases} \quad (2-69)$$

Alors, les efforts de tension dans les câbles en fonction de ces deux cas de charges, sont respectivement :

- **Câble porteur** : (fig.2-5a)

$$T_{c_0} = (H_0 + h_0)[1 + (\tan \theta)^2]^{1/2} \quad (2-70)$$

$$\tan \theta = -\frac{4f_0}{L^2}(L - 2x) + \frac{1}{H} \left[\frac{d\mu}{dx} + \frac{4}{L^2}(L - 2x)(f_1 h_1 - f_0 h_0) \right] \quad (2-71)$$

- **Câble de rigidité** : (fig.2-5b)

$$T_{c_1} = (H_1 + h_1)[1 + (\tan \theta)^2]^{1/2} \quad (2-72)$$

$$\tan \theta = -\frac{4f_1}{L^2}(L - 2x) + \frac{1}{H} \left[\frac{d\mu}{dx} + \frac{4}{L^2}(L - 2x)(f_1 h_1 - f_0 h_0) \right] \quad (2-73)$$

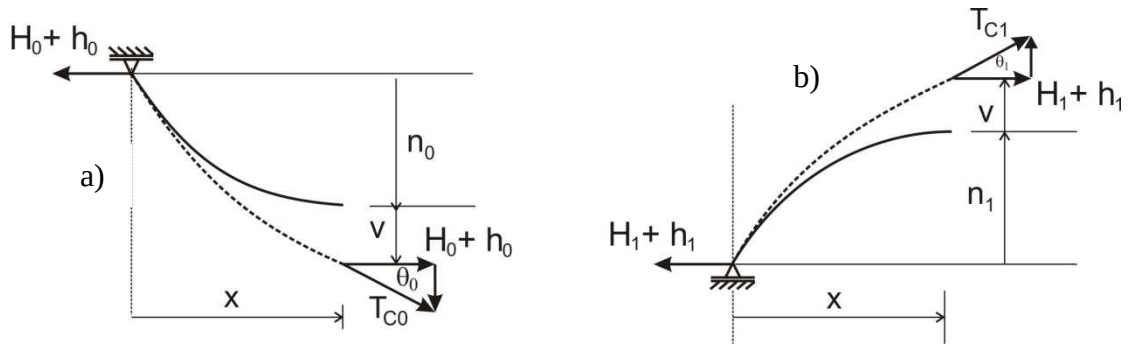


Figure 2-5 Efforts dans les câbles

CHAPITRE 3

EXPERIMENTATION NUMERIQUE ET ANALYSES

3-1 Généralités

Nous allons illustrer, dans le cadre de ce chapitre, le programme de la méthode de calcul ainsi utilisée par des applications numériques portant sur l'analyse d'un ouvrage type de pont suspendu léger et sans poutre de rigidité soumis à l'action de charges verticales appliquées dans le plan général du système suivi éventuellement d'une variation de température. Le programme s'intitule BPCVER (Bloc Principal de l'analyse sous Charges VERticales), écrit en langage d'ordinateur APL et facilement exploitable sur micro-ordinateurs.

Soulignons que la méthode de calcul et le programme de calcul ont été développés par mon directeur de mémoire au cours de ses travaux antérieurs [12,13] et auxquels sont apportés dans ce travail quelques modifications notamment en liaison avec l'analyse paramétrique en vue de la représentation graphique des résultats. Les effets étudiés portent sur la variation des efforts dans le système et les flèches (i.e les déplacements verticaux).

3-2 Brève description du programme BPCVER

Dans cette section, nous allons d'abord présenter la description des données qui se font d'une manière interactive i.e directement sur écran et ensuite donner l'organigramme général du programme résumant la méthode de calcul utilisée.

3-2-1 Entrée des données

L'entrée interactive des données, l'ordinateur en répond sur écran par le symbole quad, ($\square \leftarrow$) s'effectue dans l'ordre ci-après.

3-2-1-1 Niveau et type d'analyse souhaités

- RN : niveau désiré des calculs (=0 : rappel des données d'entrée et impression des résultats avec certains détails intermédiaires ; =1 : rappel seulement des données et impression des principaux résultats) ;
- IR : type d'analyse à effectuer (=0 : analyse ordinaire ; =1 : analyse paramétrique).

3-2-1-2 Caractéristiques géométrique et mécanique de la structure

Si IR = 1, par appel de la fonction CARGEO :

- MCOOR (I,J) : coordonnées selon X et Y des différents points géométriques caractéristiques du câble principal (I=1,4 ; J=1,2) ;
- MPGCAB(I,J) : flèche à mi-travée et sections des câbles porteurs, haubans compris (I=1,3 ; J=1,2) ; la flèche du câble porteur étant stockée dans la variable F0.
- F1 et S1 : flèche à mi-travée et section du câble de rigidité.
- EC et W0 : Module d'élasticité des câbles et le poids propre total de l'ouvrage/ml.

- TAUX ($=\alpha\Delta T$): variation linéique de température qui est égale au produit du coefficient de dilatation thermique du matériau des câbles α en mm/(mm°C) par la valeur de la variation de température ΔT en °C.

Si IR = 0 par appel à la fonction RCARGEO, les données sont introduites de la même façon que précédemment (IR=1) mais où les coordonnées des points géométriques des câbles supérieurs ainsi que les flèches des câbles porteur (F0) et de rigidité (F1) doivent être spécifiées en terme de rapport de la longueur (L) de la travée médiane ; soit :

$$MCOOR \leftarrow MCOOR/L ; MPGCAB[;1] \leftarrow MPGCAB[;1]/L ; F1 \leftarrow F1/L.$$

En ce qui concerne les sections des câbles et le poids propre total de l'ouvrage, ceux-ci doivent être entrés en termes de pourcentage de la précontrainte initiale du câble de rigidité (H1) ; soit :

$$MPGCAB[;2] \leftarrow MPGCAB[;2]*EC/H1 ; ES \leftarrow S1*EC \leftarrow /H1 ; RW \leftarrow W0*L/H1.$$

3-2-1-3 Chargement

Si (IR=0) par appel à la fonction CHARGE0, il faut spécifier:

- charges uniformes :

MCUNIF[I;J] : intensité p_j et positions α_1^J, α_2^J ; I=1,M, J=1,3 où M est le nombre de surcharges uniformes appliquées sur le tablier.

- charges concentrées :

MCCONC[I;J] : intensité P_j et positions α_j ; I=1,N, J=1,2 où N est le nombre de surcharges concentrées appliquées sur le tablier.

Si (IR=1) par appel à la fonction CHARGE1, les charges doivent être entrées en terme de pourcentage de la précontrainte initiale du câble de rigidité (H1) ; soit :

- charges uniformes :

MCUNIF[I;J] : intensité $p_j \leftarrow p_j *L/H1$; positions $\alpha_1^J \leftarrow \alpha_1^J/L, \alpha_2^J \leftarrow \alpha_2^J/L$

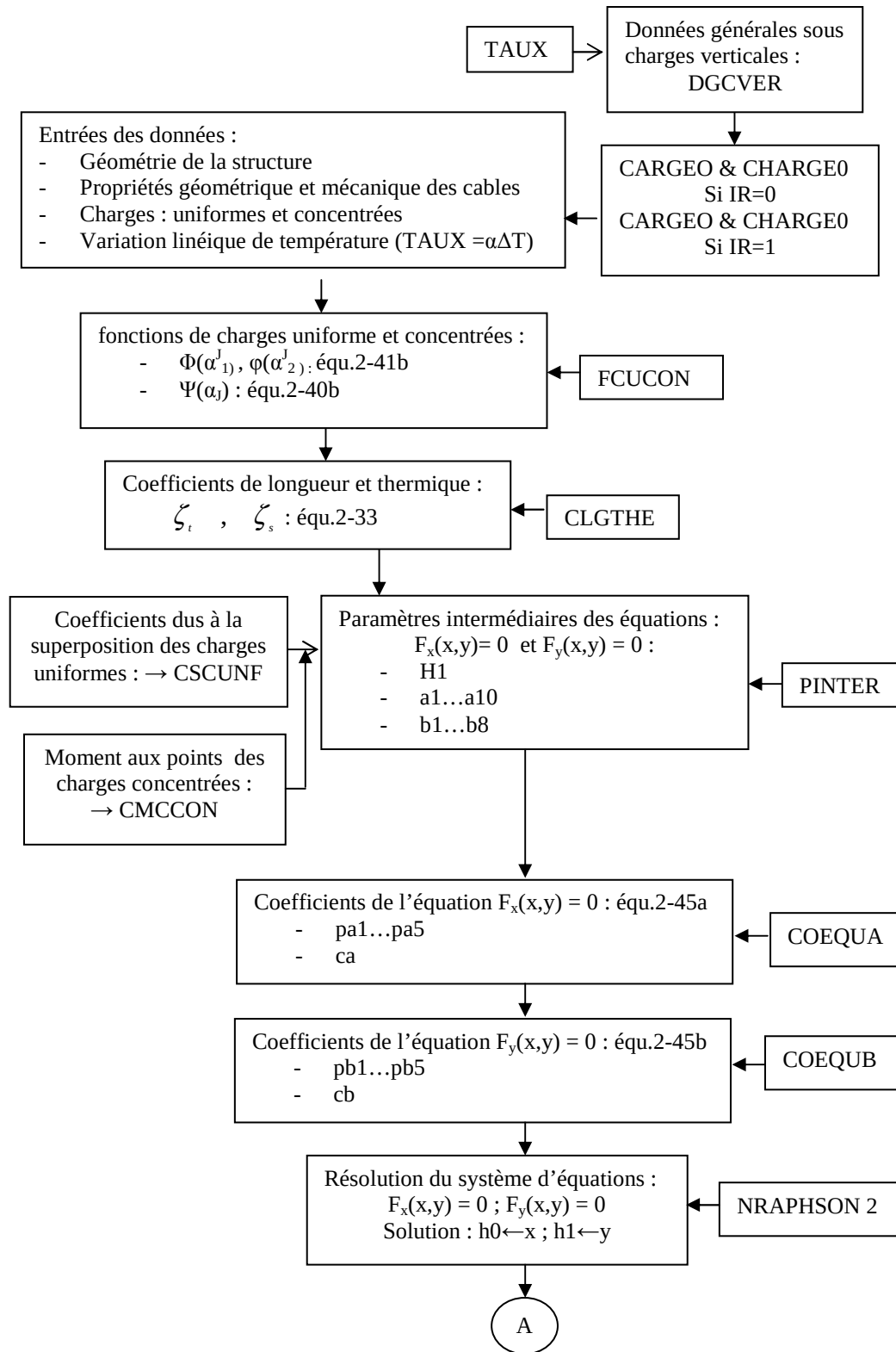
- charges concentrées :

MCCONC[I;J] : intensité $P_j \leftarrow P_j/H1$; positions $\alpha_j \leftarrow \alpha_j/L$.

3-2-1-3 Précontrainte initiale

Si IR=0, il faut spécifier la valeur de la précontrainte initiale du câble de rigidité (H1). Dans le cas contraire, on prend par défaut H1=1. Le programme nous indiquera par ailleurs le nombre de points de calcul désirés (N).

3-2-2 Organigramme général de calcul et principales fonctions associées



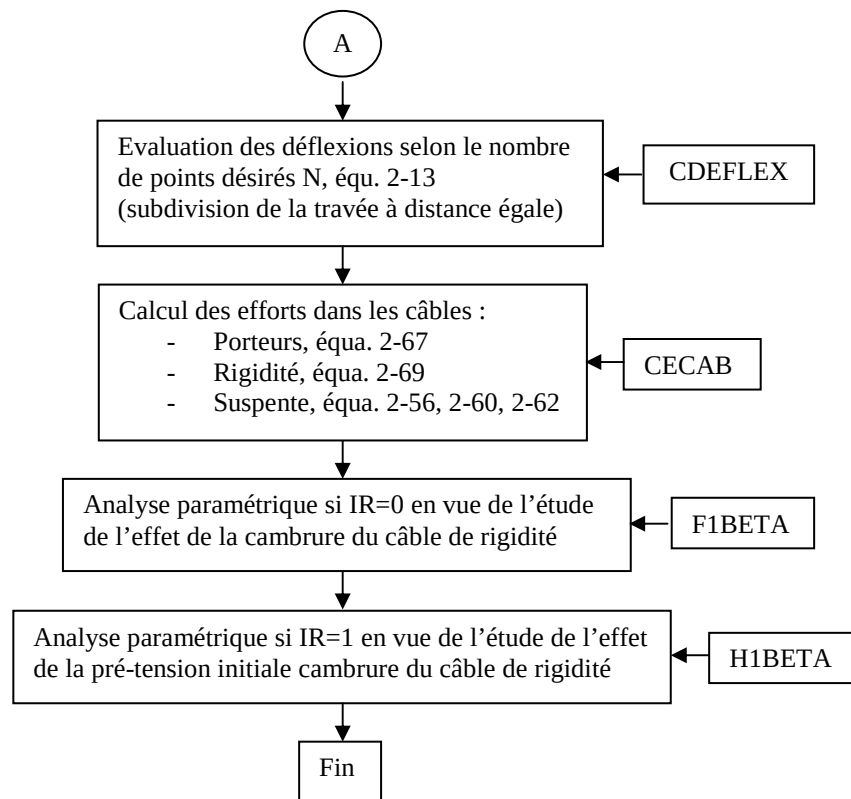


Figure 3-1 : Organigramme de la méthode de calcul

3-3 Expérimentation numérique et validation des résultats

Afin de jauger la fiabilité et la précision de la méthode de calcul, nous proposons d'analyser un exemple d'une structure suspendue rapportée en détail dans les références [19, 20] dont les résultats nous serviront principalement d'étalon de référence théorique. L'exemple porte sur une passerelle piétonnière rigidifiée par câble cambré dont les vues en élévation et en profil sont montrées respectivement sur les figures 3-2 et 3-3. La géométrie et les propriétés mécaniques des différents éléments utilisés de la structure sont empruntées de la passerelle réalisée actuellement à Charny, surplombant la rivière chaudière, dans le parc d'attraction des chutes-de-la chaudière situé dans la municipalité de Lévy près de la ville de Québec. Il s'agit de calculer la structure et de comparer les résultats ainsi obtenus avec ceux affichés par le code ANSYS [4] sous l'action conjointe d'une surcharge uniformément répartie, d'intensité $p = 4 \text{ kN/m}$, appliquée sur toute la travée et d'une variation de température ΔT de valeur égale à 20°C .

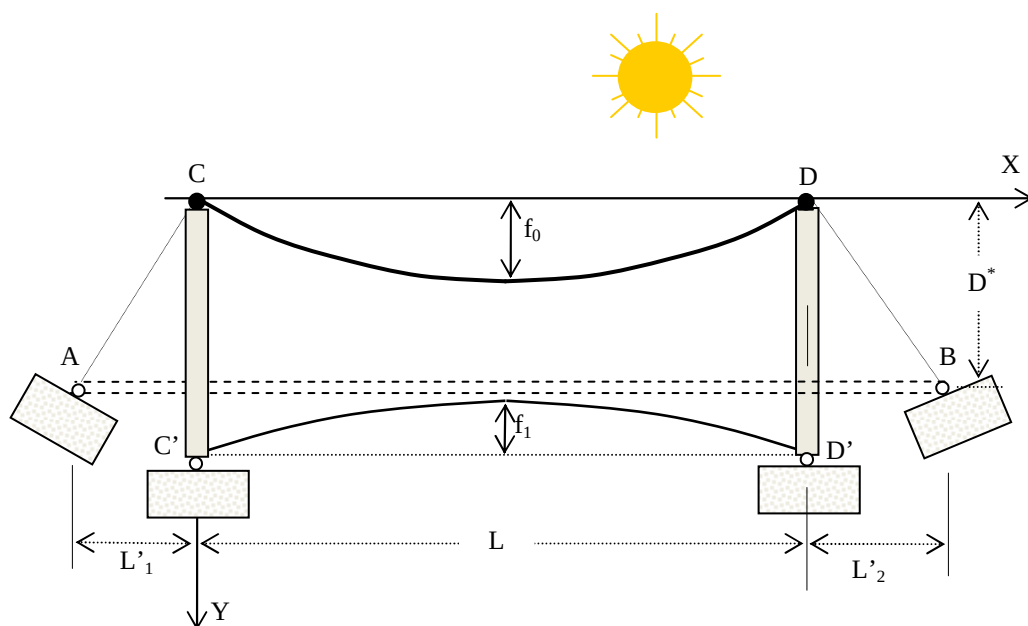


Figure 3-2 : Vue en élévation de la structure

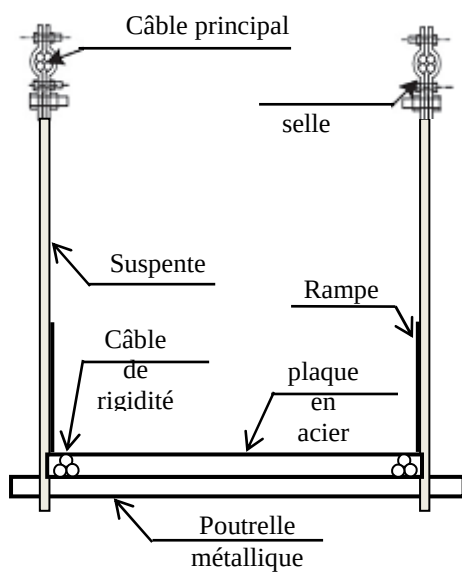


Figure 3-3 : Vue en profil de la structure suspendue

3-3-1 Description de la structure

Les dispositions générales adoptées pour assurer le support de ces surcharges sont décrites ci-après. Elles ont été choisies de façon à correspondre à un système représentatif d'une structure légère de ce type (dimensions générales, sections des éléments utilisés).

- Travée : la travée unique franchie est de $L=80\text{m}$ centre à centre des pylônes ; chaque hauban de rive s'étend sur $L'=18\text{m}$ en projection horizontale.

- Câbles porteurs : chacune des deux nappes de suspentes est portée par un câble toronné de 50 mm, ($S_0=0.196 \times 10^{-2} \text{ m}^2$), en fils d'acier étiré à haute résistance. Chaque câble est réglé sur une forme parabolique dans un plan vertical, passe aux sommets des pylônes auxquels il aboutit, et est finalement prolongé sur les rives comme hauban dont la section transversale est identique à celle des câbles porteurs ($S'_0=0.196 \times 10^{-2} \text{ m}^2$).
- Suspension : chaque nappe des suspentes verticales est constituée par des ronds de 10 mm, ($S=0.079 \times 10^{-2} \text{ m}^2$), écartés de 2m d'axe en axe ; la tension moyenne initiale dans une suspente vaut $T_s=\omega_s \times 2\text{m}=4.80\text{kN}$.
- Tablier : le tablier est supposé composé de poutrelles métalliques simples reposant sur les platines des suspentes, entretoisées par des pièces légères.
- Câbles de rigidité : d'un diamètre de 40 mm, ($S_1=0.126 \times 10^{-2} \text{ m}^2$), ils sont au nombre de deux et disposés de chaque côté de l'ouvrage, à l'aplomb de la suspension à laquelle ils sont liés. Les extrémités de chacun d'eux sont ancrées aux pieds des pylônes, dans les massifs de fondation de ces derniers, à une distance verticale $D^*=12.6\text{m}$ du sommet des pylônes ($D^*=f_0 + f_1 + \text{cte}$).

La traction de précontrainte H_1 s'élève à 600kN, compte tenu de la géométrie retenue et du poids propre de l'ouvrage ainsi sommairement décrit, qui s'élève à environ 1000N par mètre horizontal. Chaque câble parabolique supportera alors 500N/m avant l'introduction de toute surcharge. Sous l'effet de cette charge permanente et au réglage initial, le câble porteur réalise une flèche f_0 de 6.4m, le câble de rigidité une contreflèche f_1 de 3.2m. Toutefois, à cause de la faible charge due à leur poids propre, les haubans présentent une flèche minime et sont supposés quasi rectilignes ($f_1'=0$).

Les différents éléments de l'ouvrage sont supposés, en outre, fait d'un matériau ayant un coefficient de dilatation thermique constant égale à $1.9 \times 10^{-5} \text{ mm}/(\text{mm} \cdot ^\circ\text{C})$ et l'ensemble des autres caractéristiques géométriques et mécaniques sont récapitulées dans le tableau 3-1.

Tableau 3-1 : Données géométriques et mécaniques du système type étudié

L (m)	L_1' (m)	S_0, S'_0 (m^2)	S_1 (m^2)	S (m^2)	f_1 (m)	f_0 (m)	f_1' (m)	D^* (m)
80	18	0.196E-2	0.126E-2	0.79E-3	3.2	6.4	0	12.6

E_c (kN/m^2)	ω' (kN/m)	T_s (kN)	H_1 (kN)	H_0 (kN)	p (kN/m)	ΔT ($^\circ\text{C}$)	α ($\text{mm}/\text{mm} \cdot ^\circ\text{C}$)
150×10^6	0.5	4.80	600	362.5	4	20	1.9×10^{-5}

3-3-2 Résultats numériques, validation et discussions

Pour chacune des situations de charges envisagées, nous présentons au tableau 3-2 les résultats obtenus pour les flèches (v), les efforts engendrés dans les câbles (T_{c0} et T_{c1}) et dans les suspentes (T_s) équidistantes, chacune de celle-ci portant l'effort réparti sur 2m de nappe.

Nous profitons, cependant, de la symétrie de la structure pour n'en représenter que la moitié des points de suspension équidistants où sont calculés les efforts dans les suspentes T_s . Les tensions T_{c0} et T_{c1} sont également calculés aux nœuds de suspension ; le rapport flèche/travée $f_0/L = 1/12.5$ étant inférieure $1/10$, valeur limite au-delà de laquelle la forme initiale des câbles n'est pas réellement assimilable à une configuration parabolique de 2^{ème} degré qui est l'une des hypothèses principales de la méthode de calcul énumérées à la section 2-3.

Tableau 3-2 : Résultats obtenus sous charges envisagées

a) surcharge uniforme complète seule					b) surcharge uniforme complète + $\Delta T=20^\circ\text{C}$				
x (m)	v (m)	T_{c1} (kN)	T_{c0} (kN)	T_s (kN)	x (m)	v (m)	T_{c1} (kN)	T_{c0} (kN)	T_s (kN)
0	0.000	423.1	741.4	-	0	0.000	324.5	690.7	-
4	0.075	421.9	734.1	10.9	4	0.086	323.5	683.7	10.2
8	0.142	420.7	727.5	10.9	8	0.163	322.7	677.5	10.2
12	0.200	419.7	721.6	10.9	12	0.231	321.9	671.9	10.2
16	0.252	418.9	716.5	10.9	16	0.290	321.2	667.0	10.2
20	0.295	418.1	712.1	10.9	20	0.339	320.6	662.9	10.2
24	0.330	417.5	708.5	10.9	24	0.380	320.1	659.5	10.2
28	0.358	417.1	705.7	10.9	28	0.412	319.7	656.8	10.2
32	0.377	416.7	703.7	10.9	32	0.434	319.5	654.9	10.2
36	0.389	416.5	702.5	10.9	36	0.448	319.3	653.8	10.2
40	0.393	416.5	702.1	10.9	40	0.452	319.3	653.4	10.2

Nous remarquons que l'augmentation de la variation de température se manifeste par l'accroissement des flèches et la détention des différents éléments structuraux de l'ouvrage. A titre d'exemple, à mi-travée, nous enregistrons pour la flèche, une augmentation de l'ordre de 15%. Les efforts dans les câbles porteurs et de rigidité diminuent respectivement de 6.9 % et de 23.3%. En ce qui concerne les suspentes supposées écartées entre-elles d'une manière équidistante ($w_s=2.4\text{kN/m}$; $S=0.79\times 10^{-3}\text{ m}^2$; $T_s=w_s.e_s = 4.8\text{kN}$), la tension moyenne dans une suspente passe de 10.9 kN à 10.2 kN qui correspond à une diminution de l'ordre de 6.4%.

Au tableau 3-3 et sur la figure 3-4, nous illustrons les résultats obtenus par le code ANSYS [4] comparés à ceux du tableau 3-2 dont le maillage utilisé est représenté sur la figure 3-5 ; les résultats étant obtenus sous la surcharge uniforme complète appliquée sur le tablier suivie d'une variation de température $\Delta T=20^\circ\text{C}$. Nous présentons respectivement à une abscisse (x) donnée et selon le cas de la sollicitation appliquée, les déplacements verticaux (v_1, v_0), les efforts dans les câbles (T_{c0}, T_{c1}) et dans les suspentes (T_s). Signalons que l'erreur relative (e), exprimée en pourcentage, est calculée en prenant comme référence la solution dérivée par la méthode analytique en se rappelant qu'alors $v_1 = v_0$ par hypothèse. Une valeur négative de l'erreur signifie donc que la valeur calculée pour le modèle discrétisé par éléments finis (ANSYS) est inférieure à celle à laquelle on la compare.

Nous remarquons une très bonne concordance des résultats dont l'erreur n'excède guère 1% , sauf pour les flèches, comme on pouvait s'y attendre, près des appuis où la longueur de la suspente est maximale ; l'erreur étant de 5.8%. L'hypothèse d'inextensibilité par conséquent n'engendre une erreur sensible que dans les zones extrêmes de la travée où se trouvent les suspentes les plus longues, donc les plus extensibles.

Tableau 3-3 : Comparaison des résultats obtenus avec le code ANSYS
(sous surcharge uniforme complète + $\Delta T=20^{\circ}\text{C}$)

x (m)	v_0 (m)	e (%)	v_1 (m)	v_1-v_0/v_1 (%)	T_{C1} (kN)	e (%)	T_{C0} (kN)	e (%)	T_s (kN)	e (%)
0	0.000	0.0	0.000	0.0	318.7	-1.8	685.0	-0.8	-	-
4	0.082	-4.7	0.091	5.8	318.3	-1.6	678.7	-0.7	10.1	-0.5
8	0.159	-2.5	0.166	1.8	317.8	-1.5	672.6	-0.7	10.2	-0.5
12	0.227	-1.7	0.233	0.9	317.4	-1.4	667.2	-0.7	10.2	-0.5
16	0.287	-1.0	0.292	0.7	317.1	-1.3	662.4	-0.7	10.2	-0.5
20	0.338	-0.3	0.342	0.9	316.9	-1.2	658.4	-0.7	10.2	-0.5
24	0.380	0.0	0.384	1.0	316.8	-1.0	655.0	-0.7	10.2	-0.5
28	0.413	0.2	0.416	1.0	316.7	-0.9	652.3	-0.7	10.2	-0.5
32	0.437	0.7	0.440	1.4	316.7	-0.9	650.5	-0.7	10.2	-0.5
36	0.452	0.9	0.454	1.3	316.7	-0.8	649.5	-0.7	10.2	-0.5
40	0.456	0.9	0.459	1.5	316.7	-0.8	649.3	-0.6	10.2	-0.5

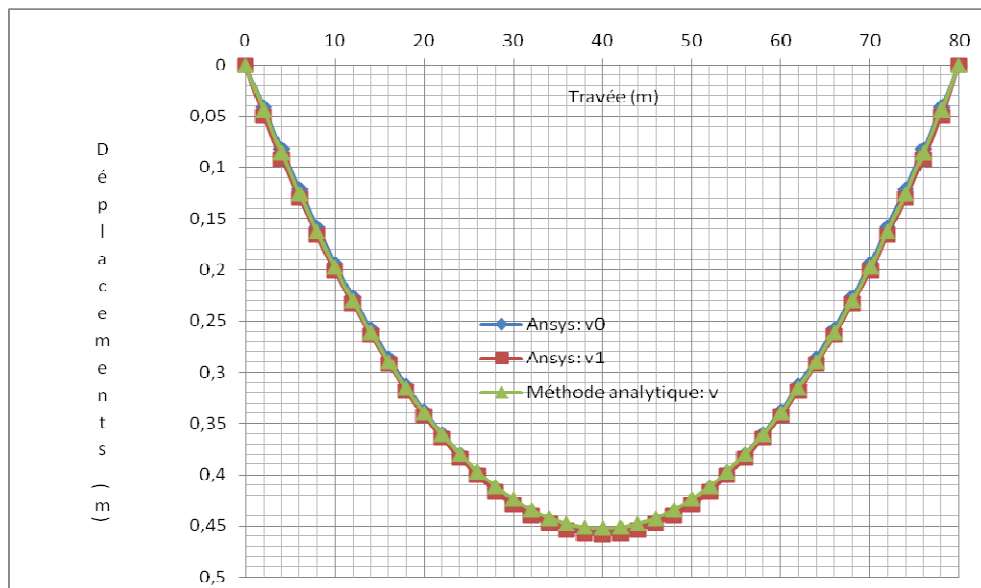


Figure 3-4 : Comparaison des résultats obtenus pour $\Delta T=20^{\circ}\text{C}$

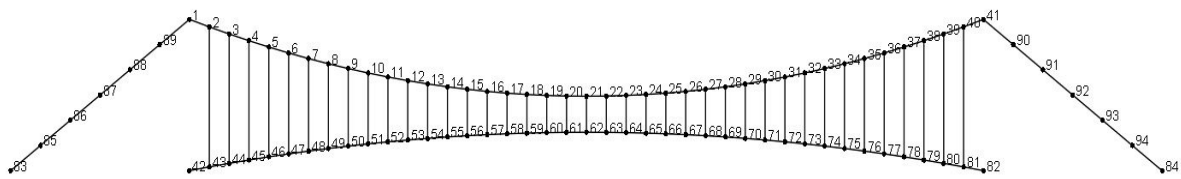


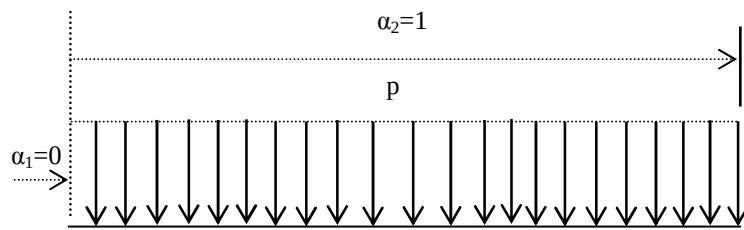
Figure 3-5 : Maillage utilisé lors de la simulation avec le code ANSYS

3-4 Paramètres principaux étudiés

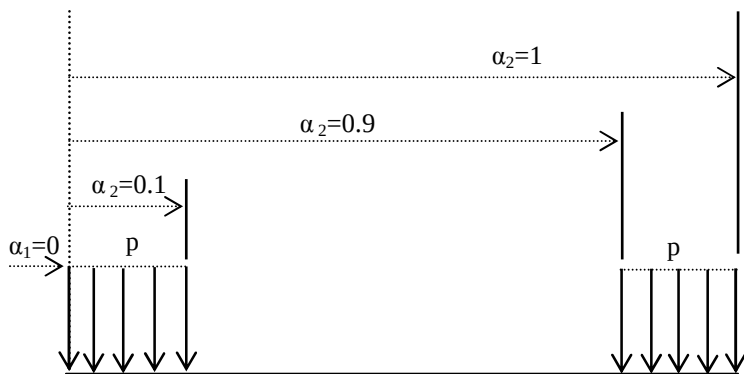
Le but de l'analyse présentée ici est de montrer sous forme adimensionnelle la variation des flèches maximales et des poussées engendrées dans les câbles en fonction des paramètres principaux du système et de sa sollicitation. Ces paramètres rendus adimensionnels sont :

- la cambrure du câble de rigidité (f_1/L) ;
- la précontrainte (H_1/H_1^*) dans le câble de rigidité ;
- l'intensité des charges partiellement réparties ($2\beta pL/H_1$) disposées selon les trois cas envisagés à la figure 3-6, soit complètement chargée (cas 1 : $\alpha_1=0$, $\alpha_2=1$), soit symétriquement et décentriquement chargée (cas 3 : $\alpha_1=0$, $\alpha_2=0.1$ et $\alpha_1=0.9$, $\alpha_2=1$), soit symétriquement et centriquement chargée (cas : 2 $\alpha_1=0.1$, $\alpha_2=0.9$) par rapport à la section médiane de la travée.

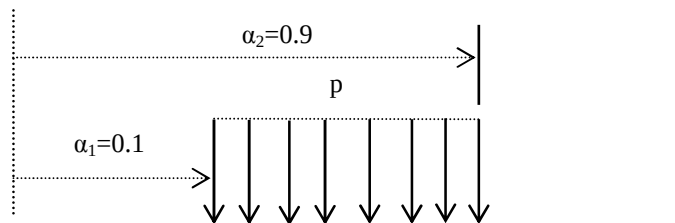
* étant l'indice relatif à la structure de l'exemple numérique étudié. Nous attribuons à β une suite de valeurs en progression arithmétique de pas égal à 0.1 et nous gardons pour f_0/L la valeur 1/12 en référence à $f_0 = 6.4$ m et $L = 80$ m. En ce qui concerne (pL/H_1), on fait référence à $p = 4$ kN/m, $L = 80$ m et $H_1 = 600$ kN.



a) cas 1 : travée complètement centrée



b) cas 3 : travée symétriquement décentrée



c) cas 2 : travée symétriquement centrée

Figure 3-6 : Disposition des charges des cas envisagées

Examinons maintenant tour à tour l'effet des deux premiers paramètres (f_1 et H_1), tout en portant attention à la non-linéarité qui pourrait se révéler simultanément.

3-4-1 Effet de la cambrure du câble de rigidité

L'examen de ce paramètre nous amène aux figures 3-7 à 3-9 qui illustrent selon la disposition des surcharges envisagées, en fonction de la cambrure f_1/L , la déformée (v), la flèche réduite ($v_{\max}/L$) et la variation réduite des poussées (h_0/H_1 et h_1/H_{1l}). La plage des valeurs retenues pour la cambrure s'étend de $1/100$ à $1/10$. La valeur minimale de f_1/L correspond à la configuration quasi-rectiligne du câble de rigidité et la valeur maximale à la limite approximative de validité de la présente théorie. Chaque groupe de figures regroupe différentes courbes correspondant à une même disposition de charge (α_1 et α_2) et à différentes intensités de charge (β). L'analyse de ces figures nous permet de dégager deux points importants.

En premier lieu, on constate aisément l'effet positif net de la cambrure du câble de rigidité sur le comportement du système. On note, par rapport au câble de rigidité à configuration quasi-rectiligne, une réduction très sensible allant jusqu'à 60% tant de la flèche ($v_{\max}$) que des variations de poussées (h). Ceci montre la contribution efficace de la cambrure à la stabilité du système. Une influence semblable vient de la flèche du câble porteur (f_0/L). Ce qu'il est important de retenir, comme on l'a déjà pressenti à la section 3-3-2, c'est que les effets dans la structure sont inversement proportionnels aux flèches (f_0 , f_1) des câbles.

En second lieu, on remarque qu'à une abscisse donnée f_1/L , l'espacement entre les courbes d'un abaque est quasiment uniforme; cela révèle que les effets étudiés (v et h) sont pratiquement linéairement proportionnels à l'intensité de la charge. En d'autres termes, pour la gamme d'intensités de charges utilisées (la valeur maximale étant la charge typique 4kN/m), la non-linéarité du système n'est pas significative. C'est afin justement d'observer le comportement non linéaire que nous procédons à l'examen des charges plus élevées. Illustrons par exemple le cas d'une disposition de charges entièrement réparties, soit pour $\alpha=0.5$ (fig. 3-6a). Les résultats obtenus (fig. 3-10, 3-11, 3-12) montrent clairement la non-linéarité qui devient de plus en plus importante au fur et à mesure de la diminution de la cambrure du câble de rigidité, phénomène que nous avons illustré sur la figure 3-10 au moyen de la courbe à traits discontinus, qui délimite le seuil de non-linéarité à 5%.

Nous appelons pourcentage de non-linéarité le quotient, exprimé en %, de l'écart entre les valeurs calculées par voies linéaire et non linéaire, par la valeur calculée par voie linéaire. Pour une cambrure $f_1/L=1/100$ et $\beta=1$ (coefficient de charge), le pourcentage de non-linéarité s'élève à 11.8, alors qu'il est de 5.8 pour une cambrure plus usuelle de $1/25$.

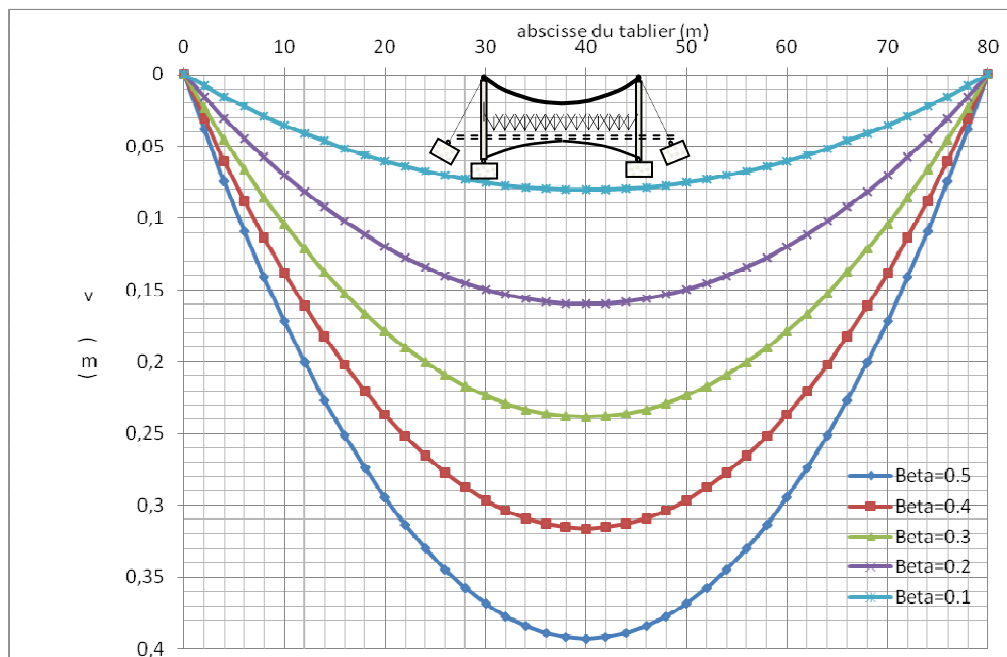


Figure 3-7a : Déformée selon la disposition de charge adoptée en cas 1

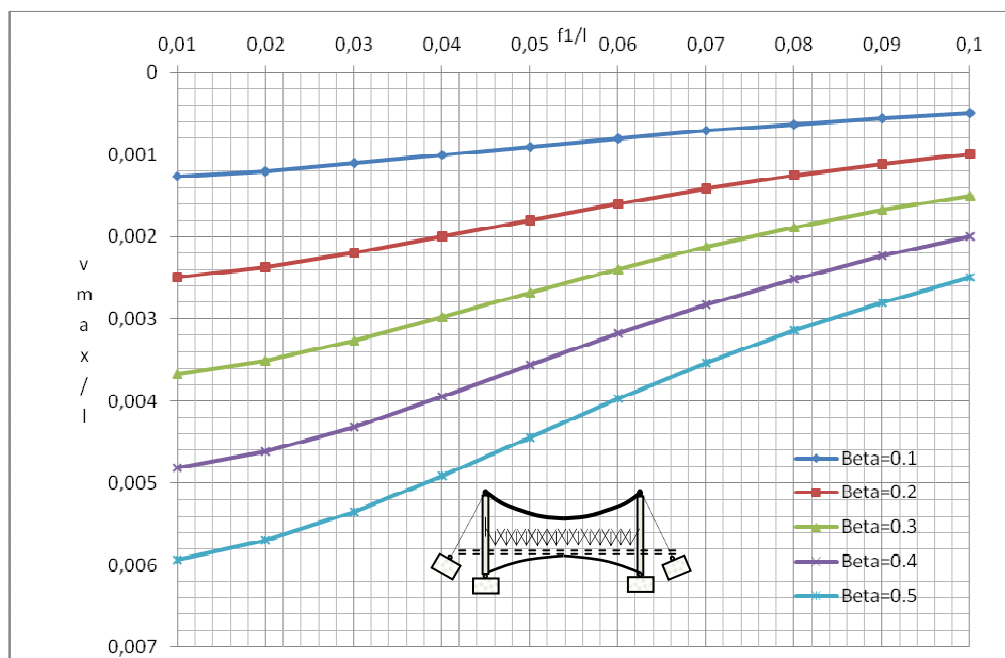


Figure 3-7b : Variation de la flèche en fonction de la cambrure selon le cas1

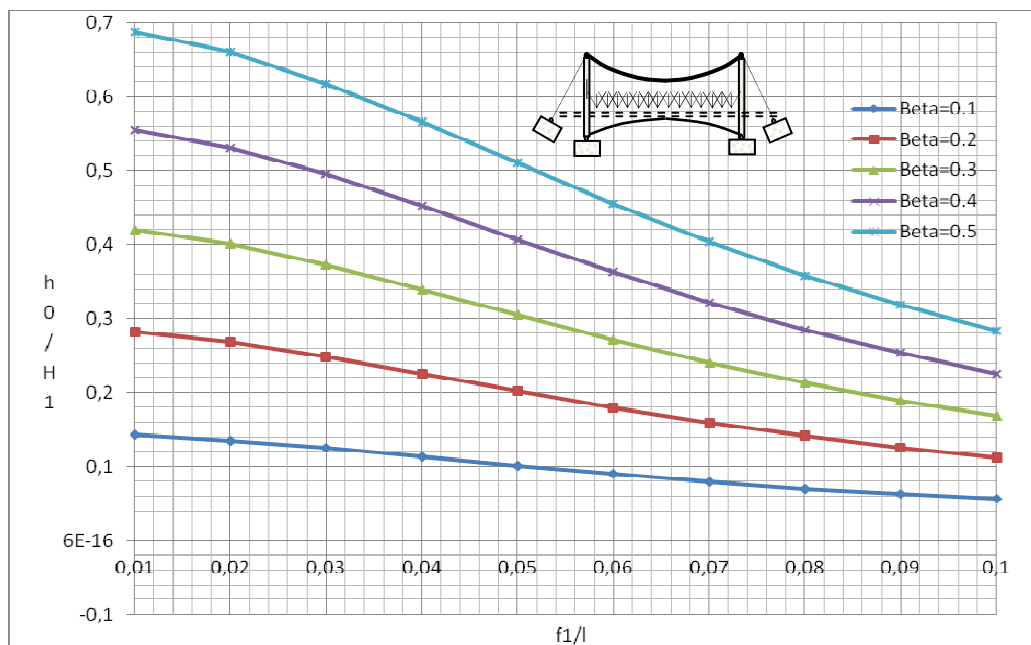


Figure 3-7c : Variation de la poussée du câble supérieur en fonction de la cambrure pour des charges très élevées selon le cas 1

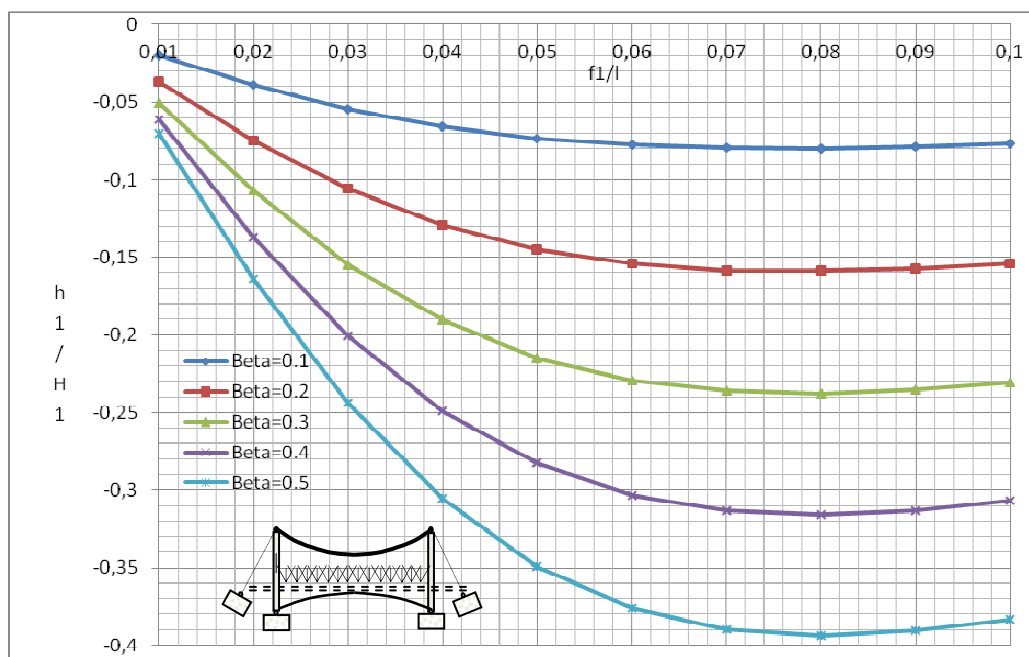


Figure 3-7d : Variation de la poussée du câble de rigidité en fonction de la cambrure pour des charges très élevées selon le cas 1

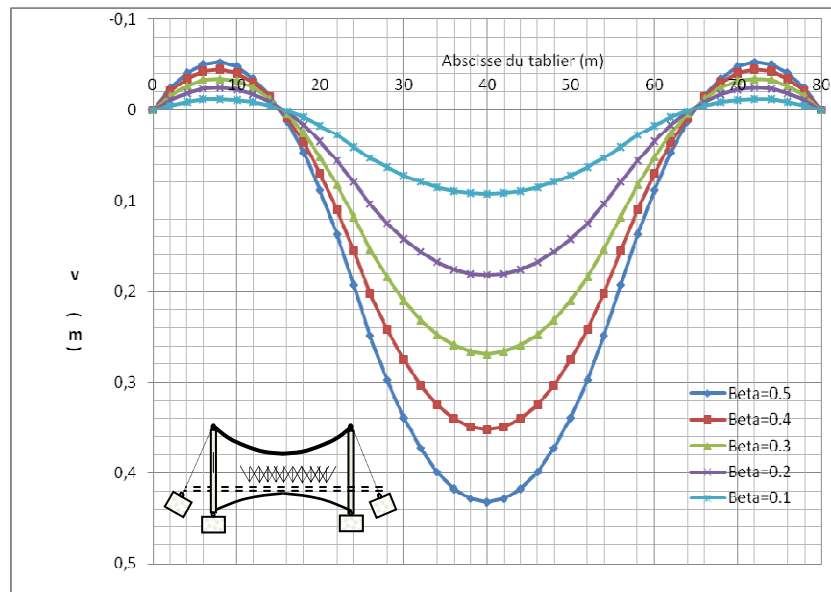


Figure 3-8a : Déformée selon la disposition de charge adoptée

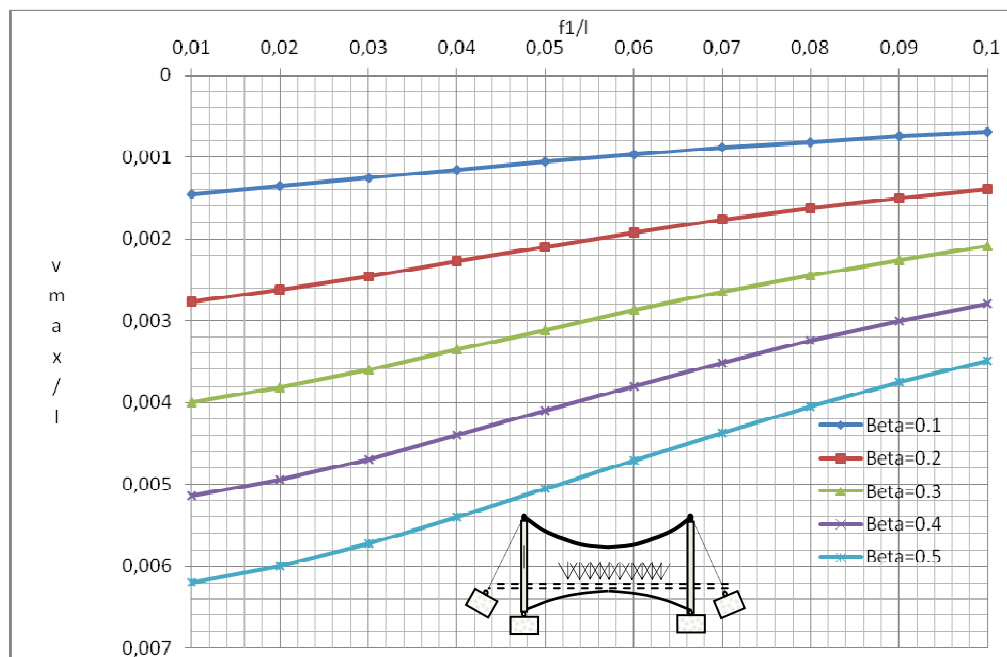


Figure 3-8b : Variation de la flèche en fonction de la cambrure selon le cas n°2

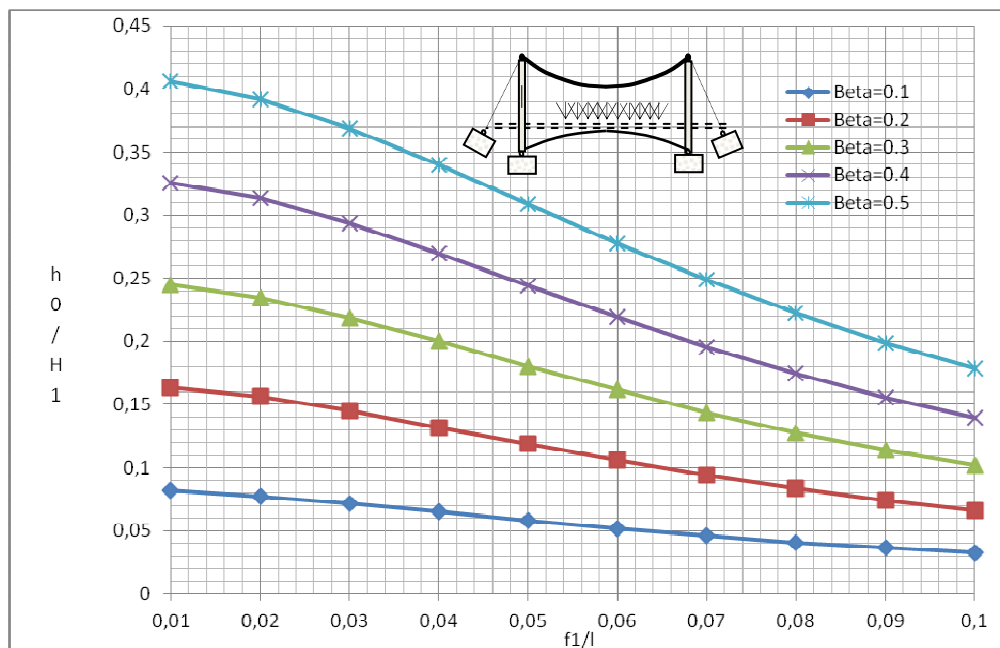


Figure 3-8c : Variation de la poussée du câble supérieur en fonction de la cambrure pour des charges très élevées selon le cas n°2

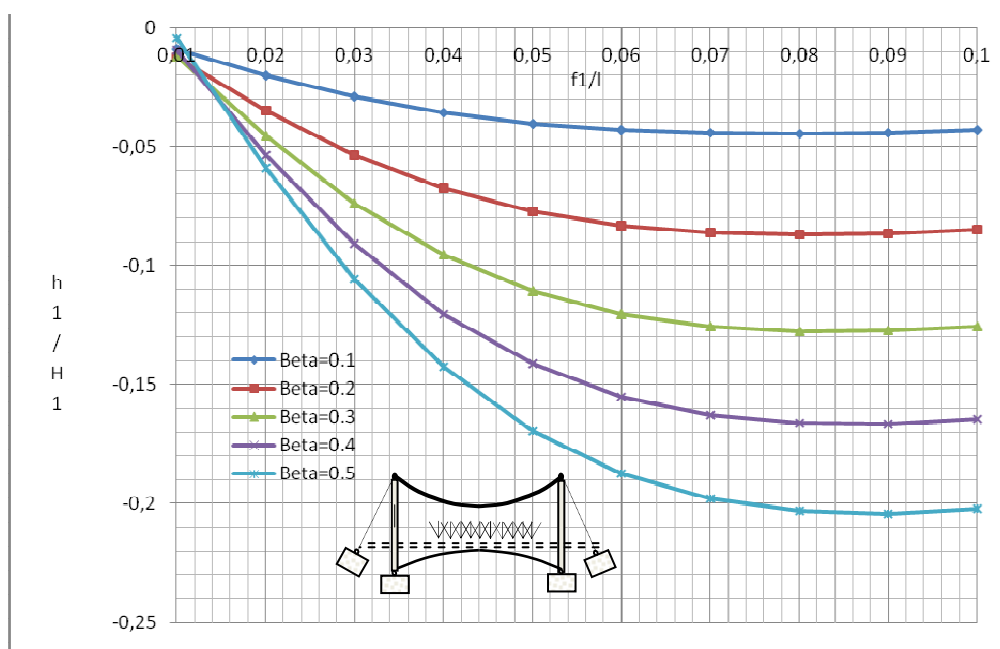


Figure 3-8d : Variation de la poussée du câble de rigidité en fonction de la cambrure pour des charges très élevées selon le cas n°2

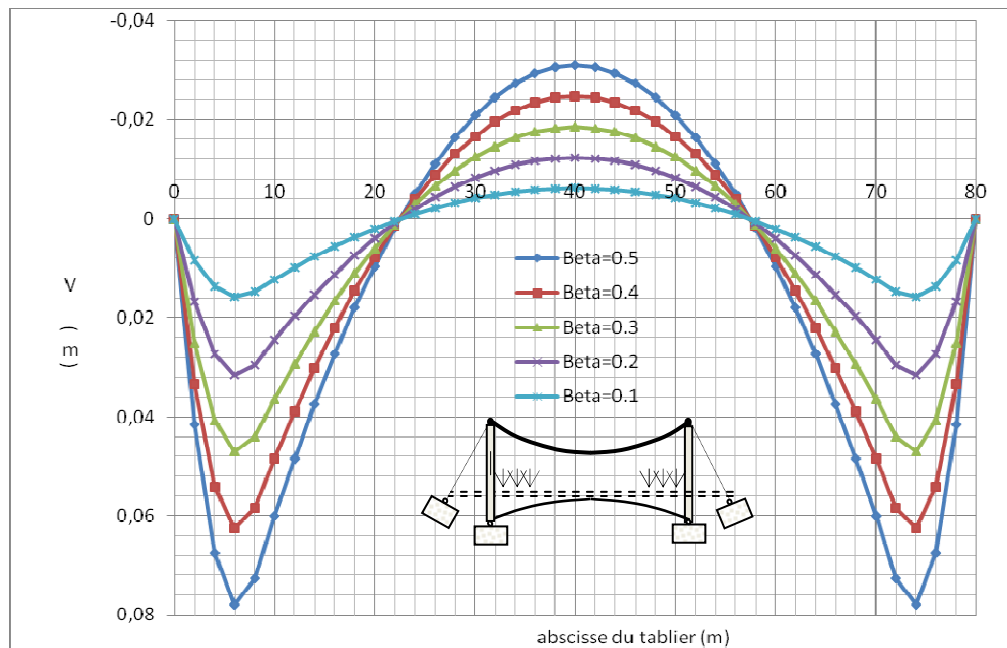


Figure 3-9a : Déformée selon la disposition de charge adoptée dans le cas n°3

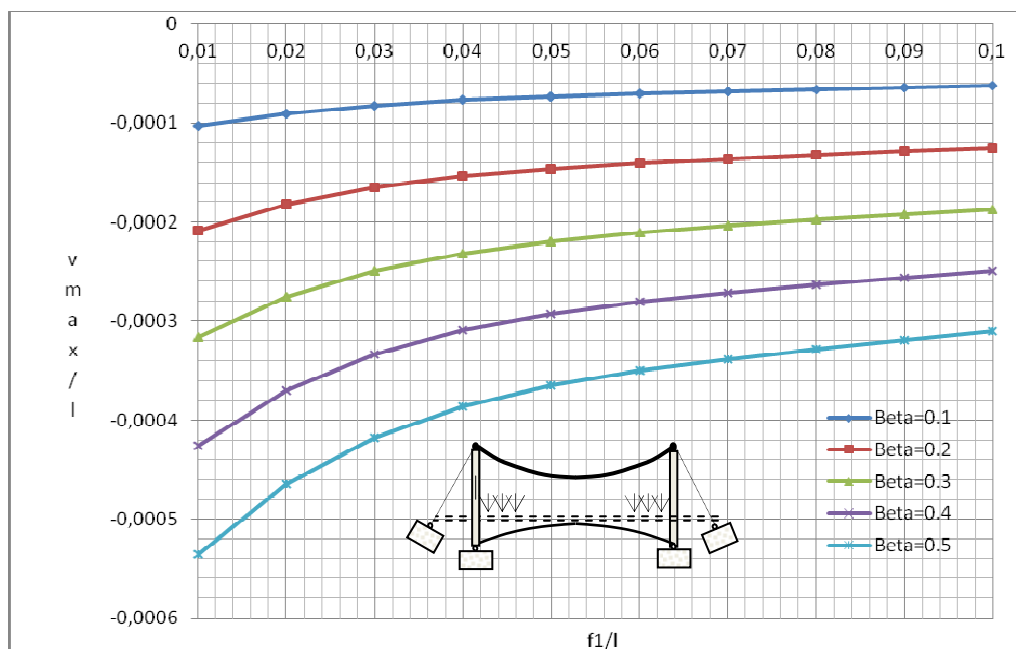


Figure 3-9b : Variation de la flèche en fonction de la cambrure selon le cas n°3

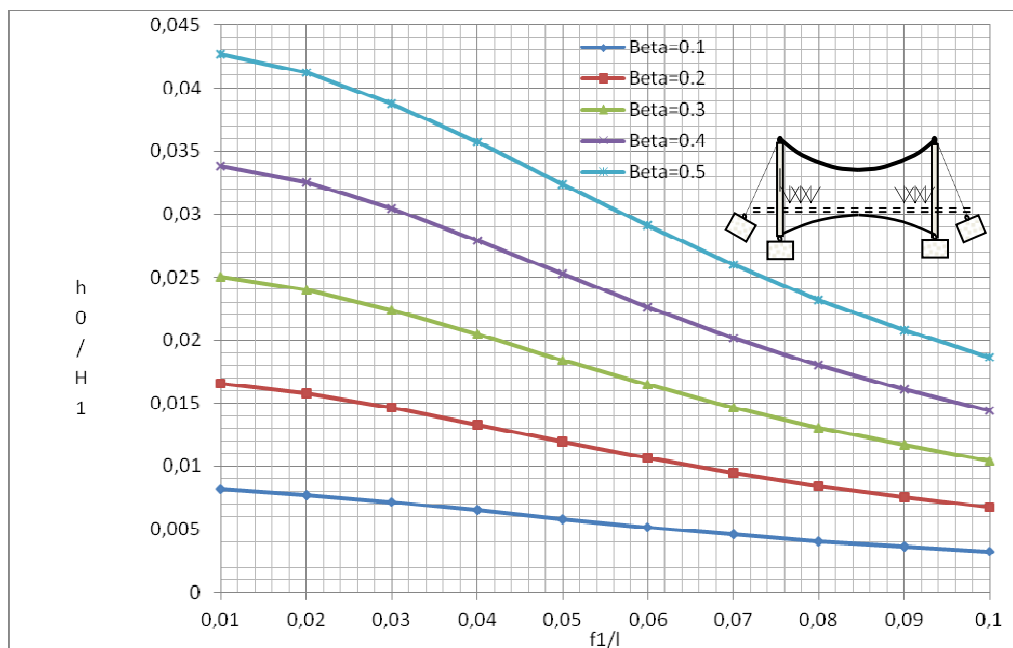


Figure 3-9c : Variation de la poussée du câble supérieur en fonction de la cambrure pour des charges très élevées selon le cas n°3

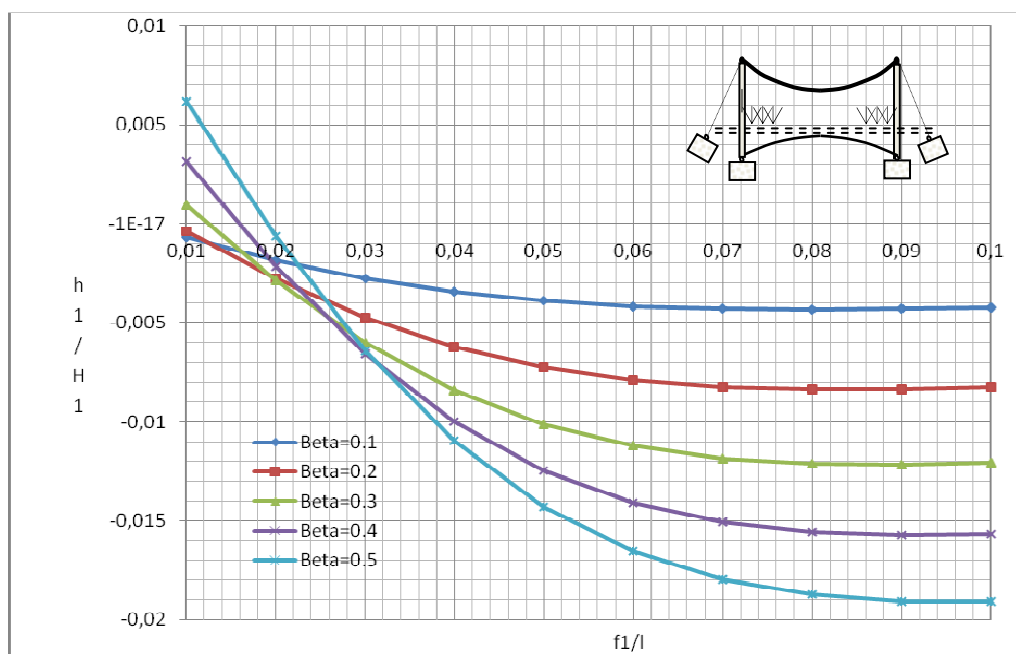


Figure 3-9d : Variation de la poussée du câble de rigidité en fonction de la cambrure pour des charges très élevées selon le cas n°3

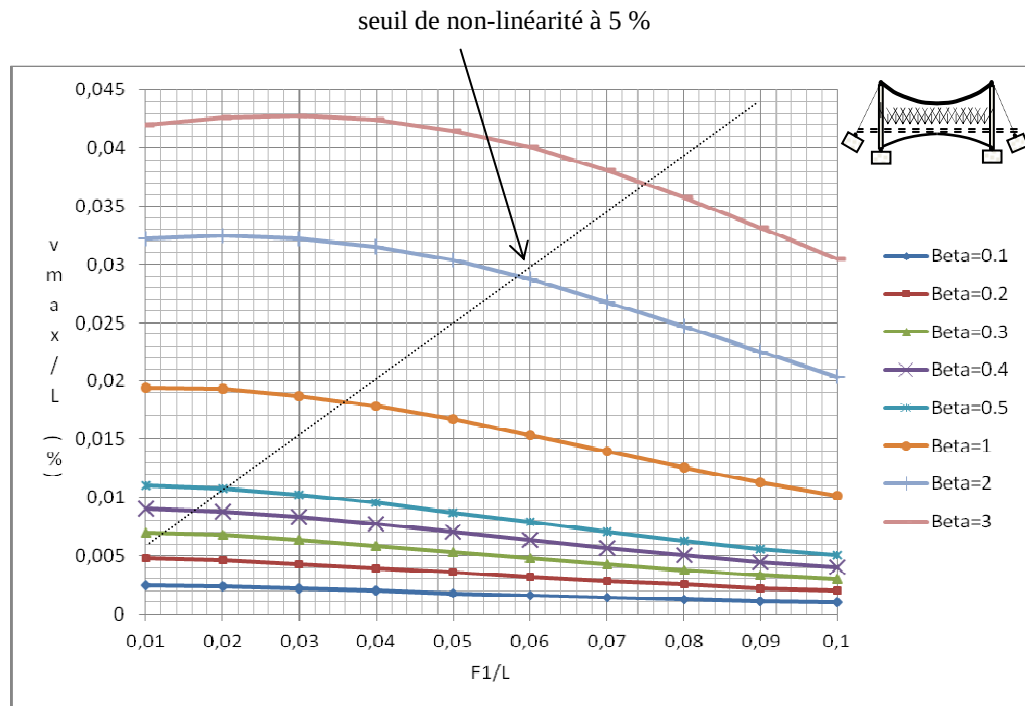


Figure 3-10 : Variation de la flèche en fonction de la cambrure, pour des charges très élevées

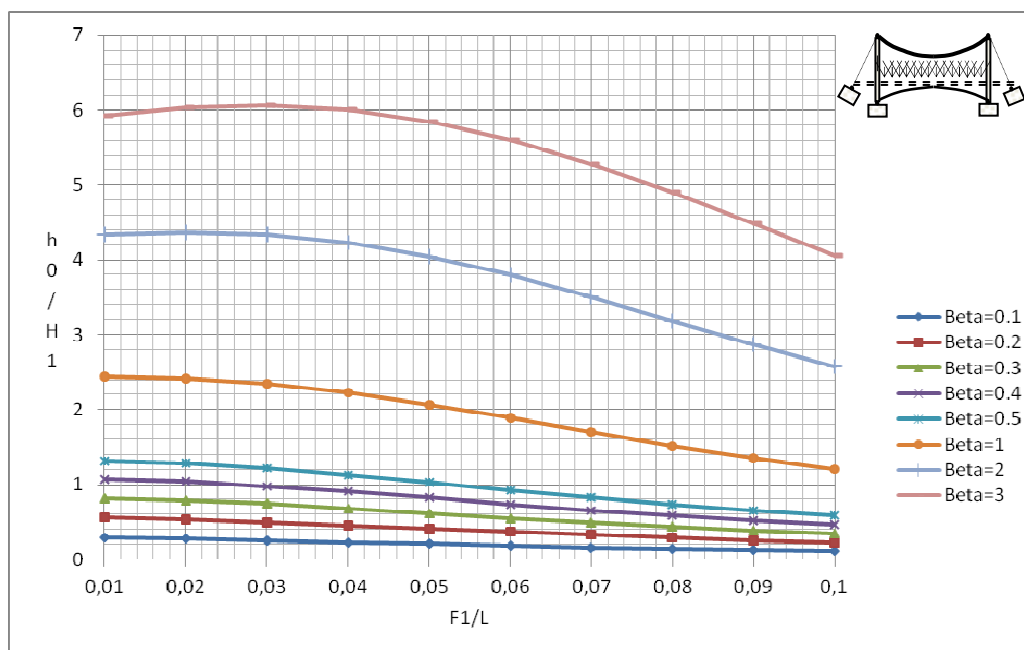


Figure 3-11 : Variation de la poussée du câble supérieur en fonction de la cambrure, pour des charges très élevées

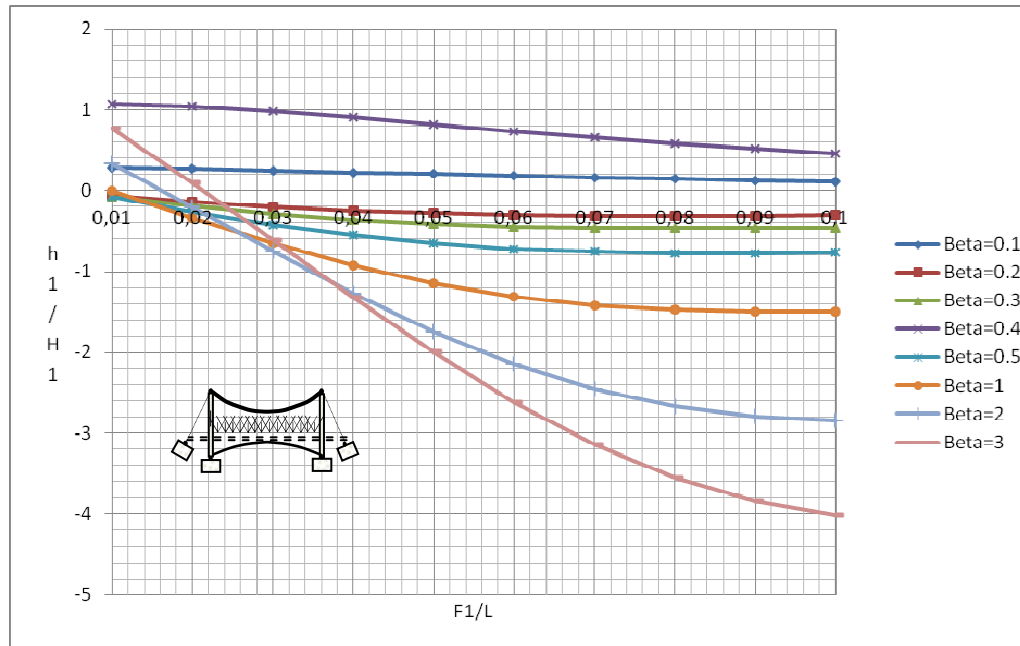


Figure 3-12 : Variation de la poussée du câble de rigidité en fonction de la cambrure, pour des charges très élevées

3-4-2 Effet de la précontrainte H_1

Les résultats obtenus sont rapportés à la figure 3-13 où nous représentons la variation de la flèche verticale en fonction de la précontrainte du câble de rigidité (H_1) et de la sollicitation ($2\beta p$), pour des valeurs usuelles de la cambrure du câble de rigidité ($f_1/L=1/25$) et de la flèche du câble porteur ($f_0/L=1/12$). Nous observons généralement une variation linéaire et un resserrement de plus en plus sensible des courbes en fonction de l'accroissement de la précontrainte.

Cela révèle en premier lieu, par analogie avec la cambrure du câble de rigidité, l'importance de la mise en tension initiale dans la stabilité. On note pour la structure étudiée, une réduction de 8% de la flèche sous charge par rapport à la valeur minimale de la précontrainte considérée. En deuxième lieu, le resserrement des courbes en fonction de l'accroissement des intensités de charge nous renseigne également sur la non-linéarité illustrée par la courbe du seuil de 5% à la figure 3-10. En effet, de toute évidence, la non-linéarité se manifeste de plus en plus avec la diminution de la précontrainte et l'élévation des charges. Cela donne, pour une précontrainte $H_1=180\text{kN}$ (soit la valeur minimale envisagée) et $\beta=2$, un pourcentage de non-linéarité égale à 7.3% alors qu'il est de 6.3 pour la précontrainte $H_1^*=600\text{kN}$ de référence.

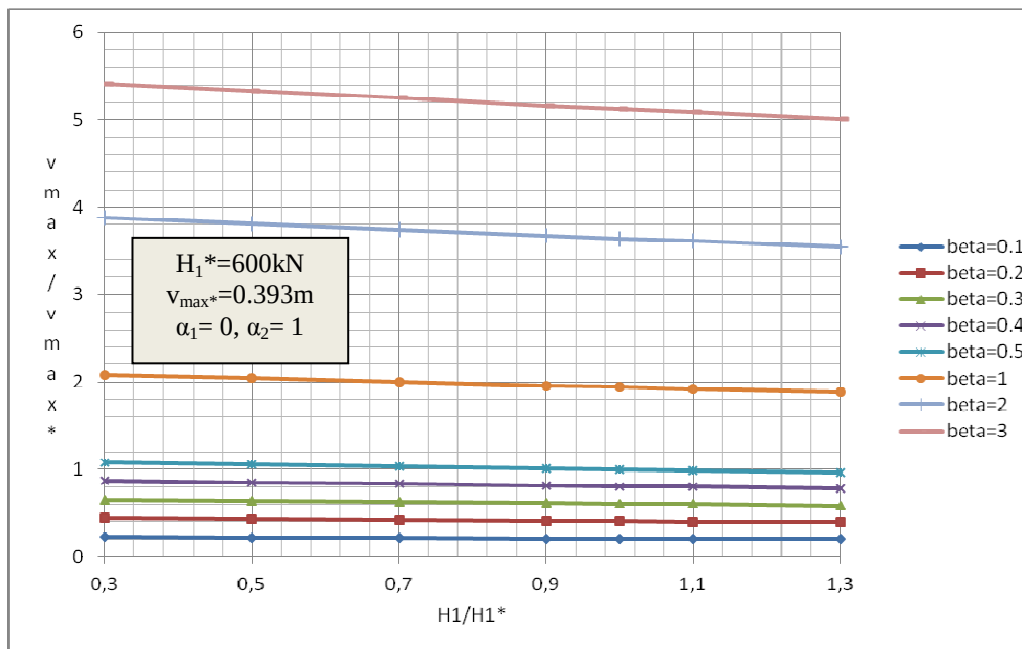


Figure 3-13 : Variation de la flèche en fonction de la précontrainte et de l'intensité des charges

3-4-3 Effets de la variation des températures

Nous allons considérer d'autres niveaux de variations de température (ΔT) susceptibles de se produire lors de la vie de l'ouvrage à savoir 10, 20, 30, 40 et 50°C. Les trois premières valeurs peuvent correspondre à des écarts journaliers de température qui peuvent être occasionnées au cours d'une saison estivale. Par contre, les deux dernières valeurs constituent un cas extrême pouvant avoir lieu lors d'un incendie si l'ouvrage est implanté dans un environnement forestier fortement boisé par exemple.

Les résultats ainsi obtenus avec la méthode analytique (modèle continu) et ceux affichés par le code ANSYS (modèle discret) sont récapitulés dans le tableau 3-5 où sont indiqués les valeurs enregistrées pour les poussées dans les câbles et la déflexion maximale ou la flèche dans la structure. L'évolution de la déflexion maximale, à mi-travée, est représentée graphiquement sur la figure 3-14. D'autres résultats plus détaillés comparés à ceux du code ANSYS illustrant la déformée obtenue sous l'action de chaque variation de température (ΔT) sont représentées sur les figures 3-15 à 3-19.

L'analyse de ces résultats nous permet de dégager particulièrement deux points importants. Nous remarquons en premier lieu une parfaite concordance des résultats avec le modèle discret formulé par ANSYS et ce à tous les niveaux de variations de température envisagés où l'erreur ne dépasse guère 2.2%. Ce qui démontre clairement la fiabilité de la méthode analytique ainsi proposée tenant compte des effets des variations de température. L'erreur semble être toutefois légèrement plus prononcée pour des écarts de température plus élevés. En deuxième lieu, comme c'est déjà pressenti dans la section précédente, nous constatons que plus les variations des températures augmentent dans le système, plus les déplacements sont importants et plus les câbles deviennent encore beaucoup plus détendus ;

les effets sont pratiquement proportionnels aux variations de température comme montré sur les figures 3-20 et 3-21. A titre comparatif, en prenant comme référence le cas où l'ouvrage n'est sous l'action que des charges mécaniques seules (i.e $\Delta T=0$), la variation de température $\Delta T = 50^\circ\text{C}$ conduit à une augmentation de la flèche d'une valeur égale à 152.2 m soit en terme d'erreur relative équivalente à 38.7%. La tension dans le câble supérieure passe ainsi de $T_{C0} = 362.5+339.6 = 702.1 \text{ kN}$ ($\Delta T=0^\circ\text{C}$), à la valeur $T_{C0} = 362.5+222 = 584.5 \text{ kN}$ ($\Delta T=50^\circ\text{C}$) ; ce qui représente une baisse ou une détention de 117.6 kN équivalent en pourcentage à une réduction de 16.8%. Par contre, dans le câble de rigidité, la tension passe de $T_{C1} = 600-183.5 = 416.5 \text{ kN}$ ($\Delta T=0^\circ\text{C}$) à $T_{C1} = 600-427 = 173 \text{ kN}$ ($\Delta T=50^\circ\text{C}$) soit une détention de 243.5 kN équivalent à une réduction de 58.5% qui est presque quatre fois plus élevée que dans le câble supérieure.

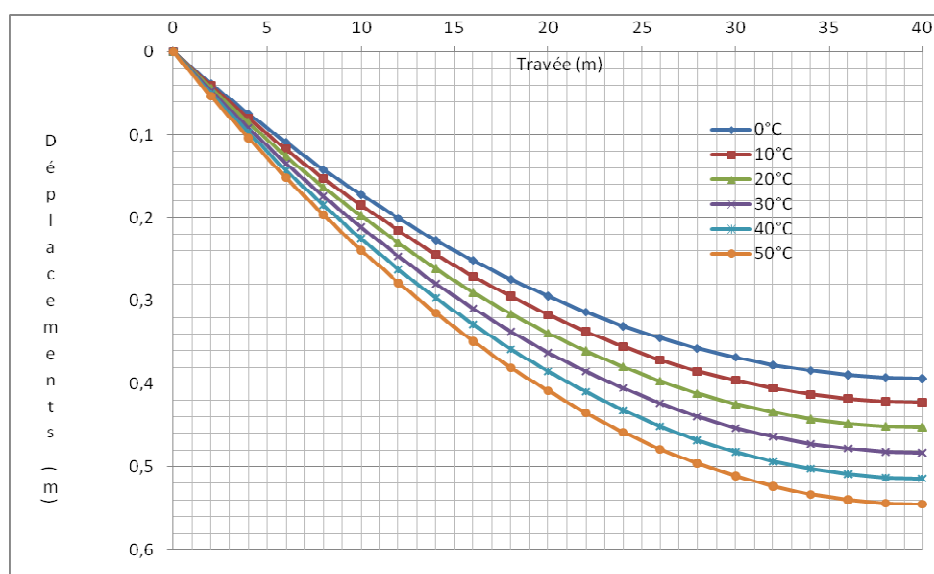


Figure 3-14 : Evolution de la flèche en fonction des écarts de température variés

Tableau 3-5 : Comparaison des résultats sous écarts de température variés

ΔT ($^\circ\text{C}$)	h_0 (kN)			h_1 (kN)			$V_{\max}$ (mm)		
	continu	discret	e(%)	continu	discret	e(%)	continu	discret	e(%)
0	339.6	336.0	-1.0	-183.5	-183.3	-0.1	393.0	397.7	1.2
10	314.9	311.1	-1.2	-232.1	-234.1	-0.9	423.0	428.1	1.2
20	290.9	286.2	-1.6	-280.7	-283.3	-0.9	452.0	458.9	1.5
30	267.3	263.0	-1.6	-329.4	-332.5	-0.9	482.9	490.2	1.5
40	244.4	239.8	-1.9	-378.2	-381.8	-1.0	513.8	521.9	1.6
50	222.0	217.2	-2.2	-427.0	-431.1	-1.0	545.2	550.2	1.0

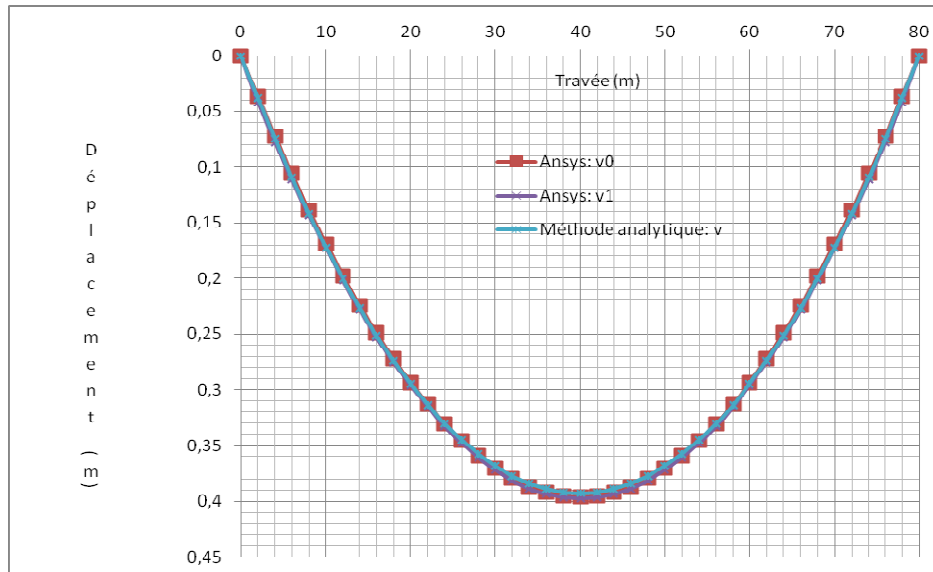


Figure 3-15: Evolution des déplacements le long de la travée à 0°C

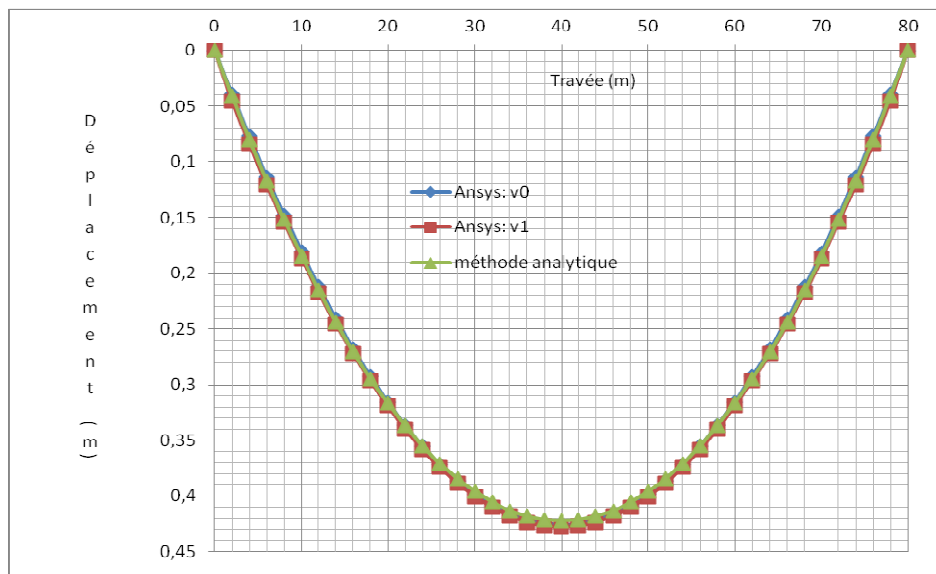


Figure 3-16: Evolution des déplacements le long de la travée à 10°C

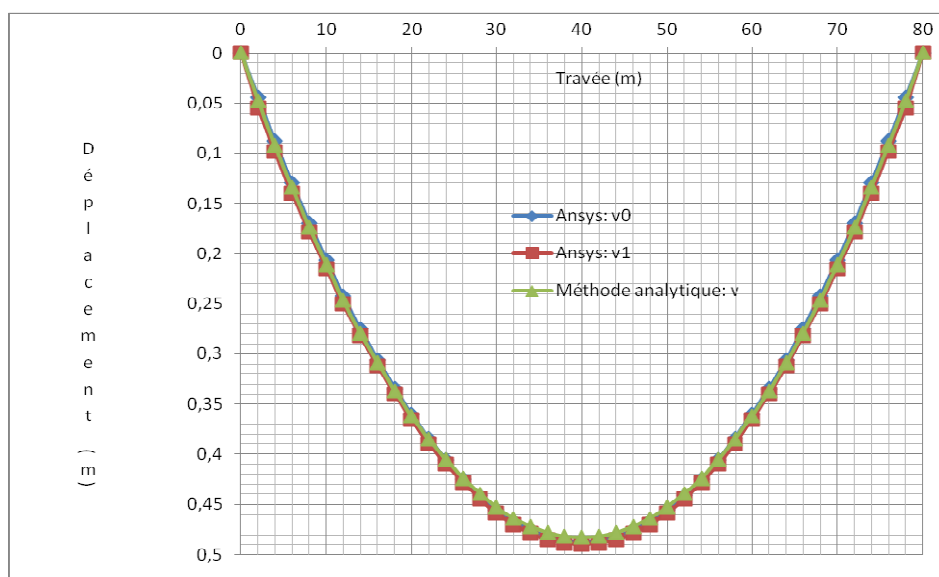


Figure 3-17: Evolution des déplacements le long de la travée à 30°C

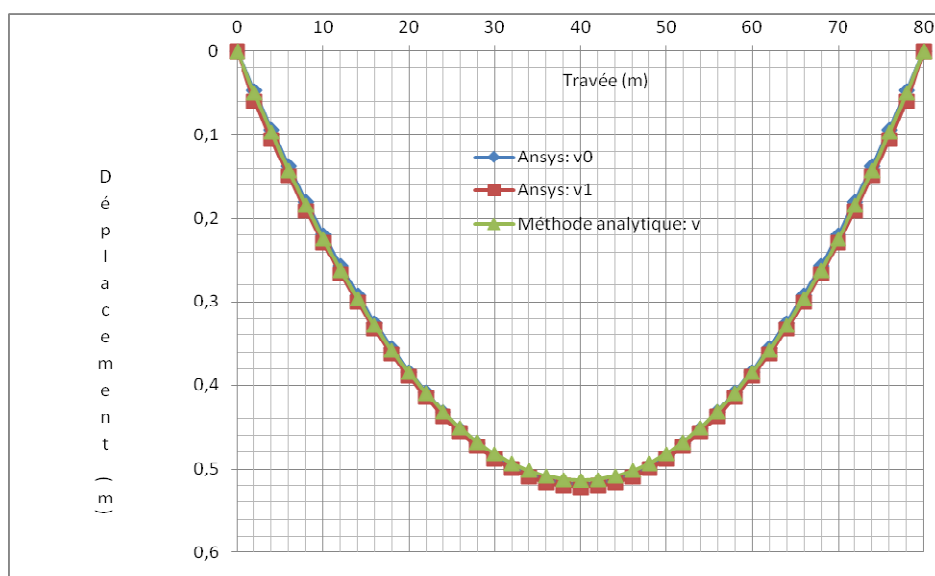


Figure 3-18: Evolution des déplacements le long de la travée à 40°C

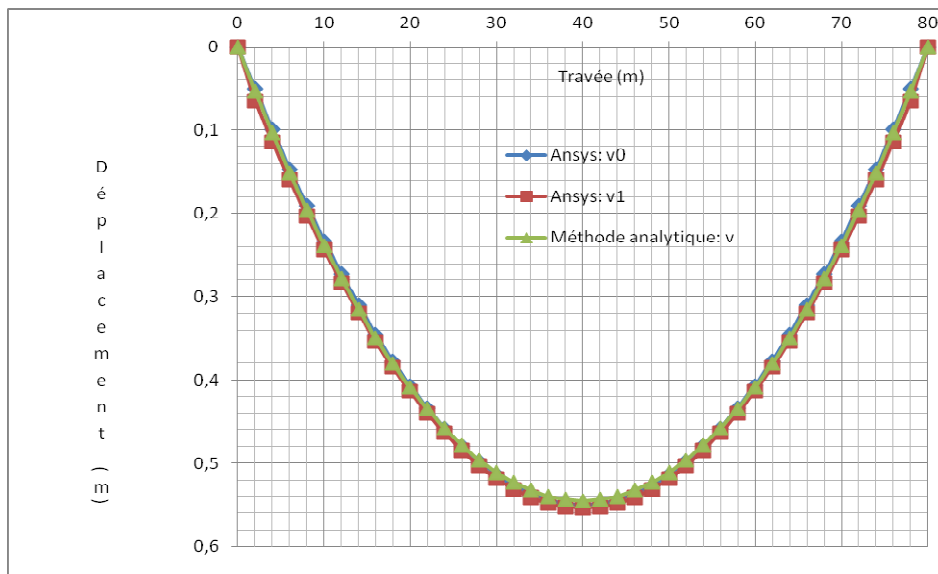


Figure 3-19 : Evolution des déplacements le long de la travée à 50°C

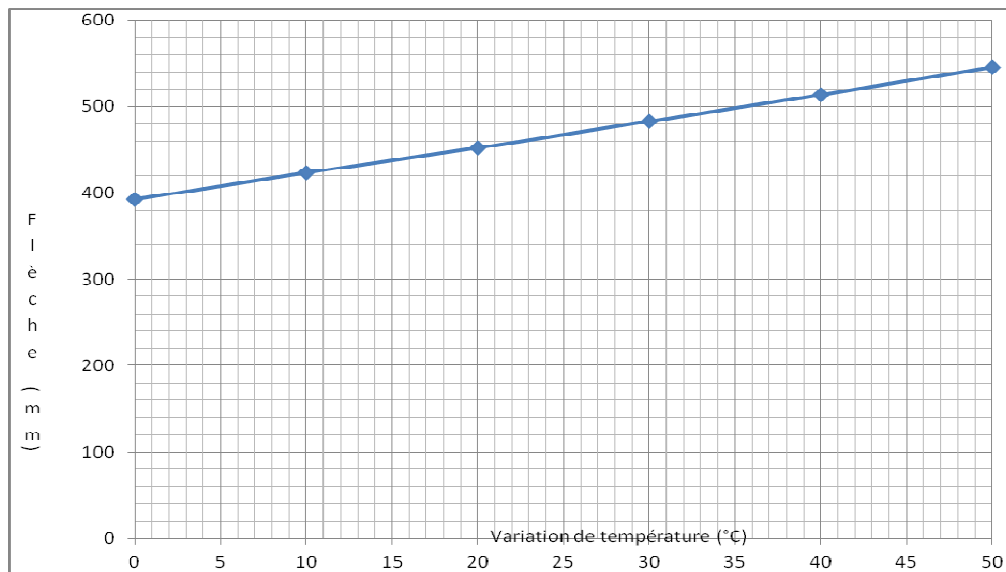


Figure 3-20 : Evolution des flèches en fonction des variations de température

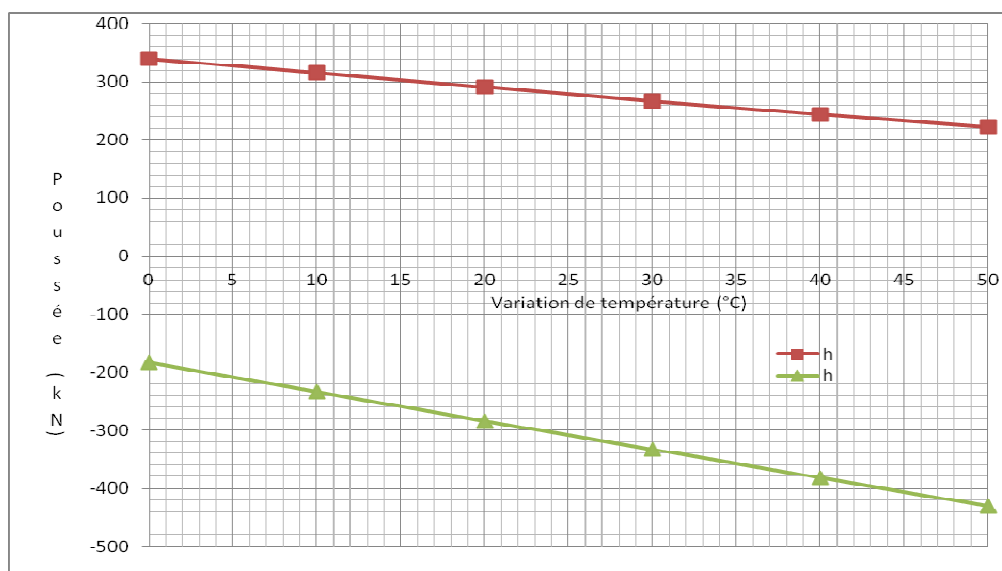


Figure 3-21: Evolution des poussées en fonction des variations de température

CHAPITRE 4

CONCLUSIONS GENERALES

4-1 Rétrospective

L'objectif principal fixé dans ce travail consiste essentiellement de mettre en évidence, à travers une analyse paramétrique appropriée, l'effet de certains paramètres clés sur le comportement d'un ouvrage suspendu léger et sans poutre de rigidité, telle une passerelle suspendue rigidifiée par câbles précontraints. Les sollicitations d'origine mécanique ou thermique sont supposées appliquées comme étant des charges verticales qui agissent dans le plan propre de la structure.

La modélisation mathématique, présentée d'une manière succincte et académique, a été effectuée par l'approche fondamentale qui assimile le comportement de la nappe des suspentes à celui d'un voile continu et inextensible. Les fondements théoriques de la méthode de calcul qui est essentiellement non linéaire, sont basés sur l'équation des déplacements orthogonaux et la condition d'immobilité des extrémités des câbles solidaires des massifs d'ancrage. Les équations à caractère non linéaire décrivant les tractées dans les câbles sont établies de façon à être résolues par la méthode de Newton-Raphson à double itération. Les effets thermiques sont supposées partout uniformes et invariables dans toute la structure.

Les hypothèses admises qui délimitent les conditions de validité de la méthode de calcul sont principalement les suivantes:

- câble parfaitement flexible qui revient à énoncer en langage structural que, tout au long d'un câble en équilibre, le moment fléchissant est nul;
- inextensibilité des suspentes permettant d'assimiler le comportement de la nappe des suspentes à celui d'un voile continu et inextensible;
- câbles relativement peu profonds correspondant à un rapport flèche/travée ne dépassant pas l'ordre de 1/10 afin d'assimiler les chaînettes fortement aplaties, dans l'état initial, à des paraboles de 2^{ème} degrés;
- Lors du réglage initial, le câble porteur reprend la totalité des charges uniformément réparties dues au poids propre de l'ouvrage y compris le poids de l'ensemble des câbles et des suspentes, et auquel il faut ajouter les effets engendrés par la pré-tension du câble de rigidité.

La méthode est ensuite appliquée à différents aspects de l'analyse d'une passerelle piétonnière rigidifiée par câbles précontraints en considérant plusieurs niveaux distincts de variations de température susceptibles de se produire lors de la vie de l'ouvrage. Les résultats sont confrontés avec succès à ceux issus du logiciel ANSYS qui est un code essentiellement

numérique basé sur la méthode des éléments finis dont le principe consiste de traiter la structure comme telle soit par modèle discret.

4-2 Conclusions

La méthode de calcul analytique ainsi utilisée est appliquée à différents aspects de l'analyse d'une passerelle piétonnière rigidifiée par câbles précontraints dont les résultats sont confrontés avec succès au code numérique ANSYS basé sur la méthode des éléments finis. Nous avons ainsi pu examiner par le biais de l'analyse paramétrique l'influence des paramètres clés comme la cambrure, la pré-tension du câble de rigidité, l'intensité des charges appliquées et les variations de température. Les résultats ont été présentés sous forme graphique en vue de montrer l'influence notamment du câble raidisseur cambré sur les déplacements (flèche) et les efforts engendrés dans les câbles en fonction de l'intensité des charges et leurs dispositions respectives. En conséquence, nous avons pu juger de la valeur et du mérite des hypothèses simplificatrices du système continu et nous renseigner sur la non-linéarité géométrique en fonction des paramètres principaux selon les critères admis.

Les hypothèses de la modélisation numérique sont évidemment plus réalistes que les simplifications admises de continuité et d'inextensibilité des suspentes. Cela confère bien entendu au modèle discrétisé plus de souplesse que n'en possède le modèle analytique ou continu puisqu'il permet de tenir compte des conditions d'appuis, de la présence des pylônes et de n'importe quelle direction de la sollicitation. L'avantage de la méthode analytique proposée demeure, par conséquent, dans la faible taille du problème résultant qui permet de traiter très aisément sur un micro-ordinateur simple, ce qui répond avec succès à un objectif tant recherché sur le plan théorique et pratique.

Quant aux résultats de l'analyse paramétrique, nous pouvons en dégager les conclusions suivantes :

- La courbure et la précontrainte du câble de rigidité contribuent très efficacement à la stabilité de la structure. Les résultats obtenus démontrent qu'avec des valeurs relativement élevées de la cambrure, on pourrait réduire de façon appréciable (jusqu'à environ 60%) les déplacements et les variations des poussées par rapport à une cambrure quasi-rectiligne qui a été la configuration généralement utilisée jusqu'ici dans les cas pratiques. Ainsi, sans affecter significativement la hausse du poids propre de la travée, un choix adéquat de ces paramètres permet de réduire la déformabilité à laquelle sont sujettes en majorité ces types de structures suspendues.
- La flèche du câble porteur agit dans le même sens que celle du câble de rigidité : les effets engendrés dans la structure (efforts et déplacements) lui sont inversement proportionnels.
- Les effets de l'augmentation des températures se traduisent dans la structure par l'accroissement des flèches et par la détention des éléments de la suspension (câbles, suspentes) qui se manifestent par la réduction sensible des efforts.
- La non-linéarité observée est du type positif ou favorable et contribue à la rigidification du système ; elle devient de plus en plus importante au fur et à mesure que la cambrure et la précontrainte du câble de rigidité diminuent.

4-3 Recommandations futures

Ce qu'on pourrait enfin suggérer comme études futures pour l'amélioration de ce thème de travail sont les suivantes :

- Entreprendre une analyse paramétrique afin de montrer l'influence des pylônes (conditions d'appuis, sections, etc.).
- Etendre la théorie du modèle dit continu aux charges horizontales, telles que par exemple sous l'effet quasi-statique du vent en exploitant la voie de la théorie des structures hyperstatiques d'ordre infini qui fondamentalement exploite le principe de superposition des petits effets.

Références

- [1] Troyano L.F., 2003. Bridge engineering-A global perspective, London, Tomas Telford Ltd, 775 p.
- [2] Ryall M.J., Park G.A.R. and Harding J.E., 2003. Manual of bridges engineering London, Tomas Telford Ltd, 1007 p.
- [3] Gimsing N.J., 1997. Cable supported bridges-Concept and design, 2nd ed. Chichester, John Wiley & Sons, 471 p.
- [4] ANSYS® Academic Research, Release 15.0 <http://www.ansys.com/>.
- [5] Grogorjeva T., Juozpaitis A. and Kamaitis Z., Static analysis and simplified design of suspension bridges having various rigidity of cables, 2010, Journal of Civil Eng. And Mang., 16:3, pp. 363-371.
- [6] Chen Z. and al., A simplified structural mechanics model for cable truss footbridges and its implications for preliminary design, 2014, Engineering Structures, 68, pp. 121-133.
- [7] Grigorjeva T. and Juozpaitis A., Revised engineering method for analysis of behavior of suspension bridge with rigid cables and some aspects of numerical modeling, 2013, Procedia Engineering, 57, pp. 364-371.
- [5] Desai Y.M. and al., Geometric nonlinear static analysis of cable supported structures, 1989, Computers & Structures, V. 29, N° 6, pp. 1001, 1009.
- [6] Goremikins V. and al., Simplified method of determination of natural-vibration frequencies of prestressed suspension bridges, 2013, Procedia Engineering, 57, pp. 343-352.
- [10] Shrefler B.A. and Odorizzi S., A total lagrangian geometrically non-linear analysis of combined beam and cable structures, 1983, Computers & Structures, V. 17, N° 1, pp. 115-127.
- [11] Latteur P., Calculer une structure – de la théorie à l'exemple, Chapitre 13_Les cables, ed. academia-Bruylant, 2014, www.issd.be.
- [12] Sadaoui A., Lattari K. and Khennane A. A novel analytical method for the analysis of cable-truss footbridges, *Engineering Structures*, 123 (2016), Pages 97-107. [http:// dx.doi.org/10.201j.struct.2016.05.025](http://dx.doi.org/10.201j.struct.2016.05.025). Journalhomepage: www.elsevier.com/locate/engstruct.
- [13] Sadaoui A., Lattari K. and Khennane A. Effects of temperature changes on the behaviour of a cable truss system, *Journal of Constructional Steel Research*, November 2016, 129 (2016),Pages 111-118, <http://dx.doi.org/10.2016/J.Jcsr.2016.11.013>.
- [14] Ministère de l'urbanisme, de logement et des transports, Installation technique pour la surveillance et l'évaluation des ouvrages d'art, 2^{ème} partie, Fascicule 34, Ponts suspendus et ponts haubanés, Direction des routes, Paris, 1979.
- [15] Berthier Y., Vincent L. Et Godet Y., L'usure et la fissuration induite en petits débattements : gènèse, formalisme et remède, *Mécanique, Matériaux, Electricité*, V.248, octobre 1988.
- [16] Laboratoire central des ponts et chaussées (LCPC), Les ponts suspendus en France, Service d'études techniques des routes et autoroutes, Paris, 1989.
- [17] Courbon, J., Application de la résistance des matériaux au calcul des ponts, 1950, Dunod, Paris.
- [18] Timoshenko, S.P., The collected papers, 1953 New-York, Mc Graw-Hill Book Company, pp. 448-462.
- [19] Idjeri F., Analyse par modèle continu d'une passerelle suspendue rigidifiée par câbles précontraints: Bases de calcul et implémentation, Mémoire de master académique, Département de Génie Civil, Université Mouloud Mammeri, Tizi-ouzou, 2015.

- [20] Ounas C., Analyse par modèle continu d'une passerelle piétonnière suspendue par câbles cambrés en tenant compte des effets de dilatation thermique, Mémoire de master académique, Option Structure, Département de Génie Civil, Université Mouloud Mammeri, Tizi-ouzou, Mémoire soutenu, 2016.