

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE MOULOUD MAMMARI DE TIZI-OUZOU



FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

Mémoire de Fin d'Etude de MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Sciences et Technologies

Filière : Electrotechnique

Spécialité : MACHINES ELECTRIQUES

Présenté par

Sarah SADOUK

Yamina ZEMMOUCHE

Mémoire dirigé par **Mr.M'hemed RACHEK**

Thème

Calcul par Eléments Finis (2D) des paramètres inductifs dans les dispositifs de transfert d'énergie électrique sans fil de structure axisymétrique.

Mémoire soutenu le 27 / 01 / 2021 devant le jury composé de :

Mme Nadia RADJA

MCB, UMMTO, Présidente

Mr. M'hemed RACHEK

Prof, UMMTO, Encadreur

Mme Salma CHERIF

MAA, UMMTO, Examinatrice

Remerciements

Nous tenons tout d'abord à remercier Dieu tout puissant, de nous avoir armés de courage, de patience et santé pour nous avoir permis de réaliser ce modeste travail.

*Toute notre gratitude et remerciements pour notre encadreur **Mr.M'hemed RACHEK** professeur à l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou ,d'avoir proposé ce thème fascinant, pour son expertise ainsi que tout le soutien et les conseils qu'il nous a fourni tout au long de ce travail.*

*Nous adressons nos vifs et sincères remerciements aux membres de jury **Mme Nadia RADJA** et **Mme Salma CHERIF** pour avoir accepté de juger notre travail.*

Enfin, nous remercions toutes les personnes, qui ont contribué de près ou de loin, directement ou indirectement à l'aboutissement de ce projet de fin d'étude.

Dédicaces

Je dédie ce travail à :

Ma très chère mère qui m'a toujours encouragé et donné de la force pour toujours aller de l'avant.

Ma grande sœur pour l'inspiration qu'elle m'a donnée.

Mes sœurs et mon frère qui ont veillés sur moi.

Tous mes ami(e)s qui m'ont accompagné et envoyé de la force.

Ma binôme et amie avec laquelle j'ai partagé ce travail, ainsi qu'à Sarah Soltani et Imene Setbel.

Sarah.

Je dédie ce travail :

A mes chers parents, merci pour tout le soutien et l'amour que vous m'avez donné depuis mon enfance, et J'espère que vos bénédictions m'accompagneront toujours.

A tous mes frères et ma meilleure sœur dans tout le monde.

A une personne très chère à mon cœur.

A ma chère binôme Sarah de m'avoir aidé beaucoup pour réaliser ce travail et à Sarah Soltani et Imene Setbel.

A tous mes ami(e)s, et toute la promotion machine électrique sans exception 2019 /2020.

Yamina.

Sommaire

Sommaire

Introduction générale	1
Chapitre I : Etat de l'art des dispositifs de transfert d'énergie sans fil (TESF)	
I.1.Introduction	3
I.2. Historique	3
I.3.Principe du transfert d'énergie sans fil.....	5
I.4.Techniques du transfert d'énergie sans fil.....	6
I.4.1. Systèmes à champs proches	6
I.4.1.1. Transfert par induction.....	6
I.4.1.2. (TESF) par résonance magnétique	7
I.4.1.3. (TESF) par couplage capacitif.....	8
I.4.2. Systèmes à champs lointain.....	8
I.4.2.1. Ondes radio et micro-ondes	8
I.4.2.2. (TESF) avec Laser	9
I.5. Les domaines d'applications	10
I.5.1. Applications actuelles	10
I.5.1.1. Chauffage par induction.....	10
I.5.1.2. Magnétoformage.....	12
I.5.1.3. Traitement de surface par induction	12
I.5.1.4. Contrôle Non Destructif par Courants de Foucault (CND-CF) 13	
I.5.1.5. Recharge de batterie sans fil	14
I.5.1.6. Véhicules électriques	14
I.5.2. Applications futurs.....	16
I.5.2.1. Recharge sans fil des véhicules électriques	16
I.5.2.2. (TESF) dans le domaine spatial : Centrales solaires orbitales ..17	
I.5.2.3. (TESF) dans le domaine domestique (Maison intelligente/Smart-Home)	18
I.5.2.4. (TESF) dans le domaine médical	19
I.5.2.5. (TESF) dans le domaine Militaire	21
I.6. Avantages et inconvénient du (TESF)	21
I.7. Conclusion.....	22

Chapitre II : Approches de modélisation électromagnétique du (TESF)

II.1. Introduction	23
II.2. Les approches de modélisation électromagnétique du (TESF)	23
II.2.1. Approche analytique	23
II.2.1.1. Loi de Biot & Savart	23
II.2.1.2. Formules analytiques de calcul d'inductance	24
II.2.1.3. Inductance d'une bobine pancake	24
II.2.1.4. Inductance mutuelle	25
A. Le théorème de Stokes	25
B. La formule de Neumann	26
C. Expressions générales de mutuelle d'un modèle avec désalignement latéral	27
II.2.1.5. Avantages et inconvénients de la méthode analytique	27
A. Avantages	27
B. Inconvénients	28
II.2.2. Approches numériques basées sur la modélisation électromagnétique	28
II.2.2.1 Equations de Maxwell	28
• Loi de Maxwell-Faraday	28
• Loi de Maxwell Gauss	29
• Loi de Maxwell-Flux (Maxwell-Thomson)	29
• Loi de Maxwell-Ampère	29
• La force de Lorenz	30
II.2.2.2. Conditions de passage (d'interfaces)	30
II.2.2.3. Loi de Lenz-Faraday	31
II.2.2.4. Lois de comportement des milieux	32
A. Relation magnétique	32
B. Lois d'Ohm	33
C. Comportement diélectrique des matériaux :	34
II.2.2.5. Formulation en potentiel vecteur magnétique	34
II.2.3. Méthodes numériques de résolution des équations aux dérivées partielles	35
II.2.3.1. Méthode des éléments finis	36
A. Discrétisation de la géométrie (le maillage)	37
B. Construction de l'approximation nodale	39
C. Calcul des matrices élémentaires	40

D.Assemblage des matrices élémentaires.....	41
E.La détermination des conditions aux limites.....	41
II.2.3.2. Avantages et inconvénients de la MEF.....	42
A.Avantages.....	42
C.Inconvénients.....	42
II.3. Conclusion.....	42

Chapitre III : modélisation magnétodynamique du système de TESF et calcul des grandeurs globales

III.1. Introduction.....	43
III.2. Présentation de l’outil PDEtool sous Matlab.....	43
III.2.1. Définition d’un problème sous PDEtool.....	44
III.2.2. Modes de PDEtool.....	44
1.Draw mode (mode dessin).....	44
2.Boundary mode (mode frontière).....	45
3.PDE mode:.....	45
III.2.3. Résolution d’un problème PDE.....	45
1.Mesh Mode (mode maillage).....	45
2.Solve mode (mode de résolution).....	45
3.Plot mode :.....	45
III.3. Etude d’un système (TESF) par modélisation numérique électromagnétique.....	45
III.3.1. La formulation des équations en potentiel vecteur magnétique.....	46
III.3.2. L’équation magnétodynamique.....	47
III.3.2.1. En coordonnées cylindriques.....	47
III.3.3. Formulation en éléments finis du modèle.....	49
III.3.3.1. La formule intégrale.....	49
III.3.3.2. Ecriture sous forme matricielle.....	51
III.4. Calcul des grandeurs globales.....	51
III.4.1. Calcul des inductances propres et mutuelles.....	51
A.En fonction de potentiel vecteur magnétique.....	51
B.En fonction de l’induction magnétique.....	52
III.4.2. Calcul des densités de courant.....	52
III.4.3. Calcul de résistance.....	52
III.4.4. Calcul de puissance.....	53

III.4.5. Calcul du flux.....	53
III.4.6. Calcul de la force électromotrice	54
III.5. Conclusion	54
Chapitre IV :Applications et résultats	
IV.1. Introduction.....	55
IV.2. Dispositif d'étude et données géométrique.....	55
IV.2.1. Dispositif d'étude.....	55
IV.2.2. Données géométriques	56
IV.3. L'étude du modèle avec MATLAB	56
IV.3.1. La définition de la géométrie.....	56
IV.3.2. Les caractéristiques du dispositif.....	57
IV.3.3. L'identification des paramètres de PDE :.....	58
IV.3.4. La spécification des conditions aux limites.....	59
IV.3.5. Création du maillage	59
IV.3.6. Etude du modèle sans ferrite	60
IV.3.7. Etude du modèle avec ferrite	63
IV.4. Conclusion	65
Conclusion générale.....	66

Liste des figures

Figure I.1 : Exemple de TESF.....	3
Figure I.2: Schéma équivalent à la bobine de Tesla.	4
Figure I.3 : Wardencllyffe Tower (la tour de Tesla).	5
Figure I.4 : Schéma du principe du transfert d'énergie sans fil.	5
Figure I.5 : Technique générale de TESF.	6
Figure I.6: Exemple de schéma de système de TESF par induction magnétique.	7
Figure I.7: Exemple de schéma de système TESF par résonance magnétique	7
Figure I.8: Structure du système a couplage capacitif.	8
Figure I.9: Schéma de principe d'un système de transmission de puissance par micro-ondes. .	9
Figure I.10: schéma du principe de chauffage par induction.....	11
Figure I.11: Schéma de principe du magnétoformage.....	12
Figure I.12 : Principe du CND.....	13
Figure I.13 : Principe du CND par courant de Foucault.....	13
Figure I.14: Principe de recharge sans fil par induction.....	14
Figure I.15: Schéma de fonctionnement d'un tramway électrique de la technologie primove.	15
Figure I.16: système TESF pour les véhicules électriques.	17
Figure I.17: Schéma de fonctionnement d'une centrale solaire orbitale	18
Figure I.18: Exemple d'application dans le domaine médical ; A : Schéma explicatif d'un stimulateur cardiaque ; B : Principe d'imagerie IRM.....	20
Figure II.1: Loi de Biot & Savart	24
Figure II.2 : Théorème de Stokes	25
Figure II.3 : Illustration des paramètres c et r.....	24
Figure II.4 : Modèle avec désalignement latéral.....	27
Figure II.5 : Illustration de la loi de Faraday.	28
Figure II.6 : Courbe d'aimantation.....	33
Figure II.7: Structure d'analyse en utilisant l'approche numérique.....	36
Figure II.8 : Exemple de Maillage.....	37
Figure II.9 : Coupe 2D du maillage.....	38
Figure II.10 : Différents types d'éléments utilisés dans la méthode des éléments finis.	39
Figure III.1 : Les étapes de la résolution d'un problème	44
Figure IV.1 : Présentation du dispositif d'étude.	55

Figure IV.2 : La géométrie et les domaines d'études57

Figure IV.3 : Maillage du domaine.59

Figure IV. 4 : Inductance L1, L2 sans ferrite avec variation de d(m) et sh=0.60

Figure IV. 5 : Inductance L1, L2 sans ferrite avec variation de sh avec d=0.05m.60

Figure IV. 6 : Inductance mutuelle sans ferrite avec variation de d et sh=0m.61

Figure IV. 7 : Inductance mutuelle sans ferrite avec variation de sh et d=0.05m.....61

Figure IV. 8 : module du potentiel vecteur magnétique sans ferrite avec sh=0m.....62

Figure IV. 9 : module du potentiel vecteur magnétique sans ferrite avec d=0.05m et
0<sh<0,4m.62

Figure IV. 10: inductances L1, L2 avec ferrite avec d variable et sh=0m.....63

Figure IV. 11: inductance mutuelle avec d=0.05m et sh variable.....64

Figure IV. 12 : module du potentiel vecteur magnétique avec ferrite et sh=0m.....64

Liste des tableaux

Tableau I.1. Comparaison des technologies du TESF.....10

Tableau IV.1 : Données géométriques du modèle.56

Résumé

La transmission d'énergie sans fil est une technologie récente et prometteuse, ce projet concerne les principes de la modélisation électromagnétique qui serviront à l'étude d'un système de Transmission d'Energie Sans Fil.

La modélisation est conduite à travers le développement des équations de Maxwell qui permettront la mise en Equations aux Dérivées Partielles (EDP) en coordonnées cylindriques 2D qui sont exprimées en potentiel vecteur magnétique en régime magnétodynamique harmonique. La méthode des éléments finis sous MATLAB est utilisée pour la résolution numérique des EDP.

L'estimation des paramètres d'inductions propres et mutuelles séparant l'émetteur et le récepteur permettront de savoir la quantité d'énergie transmise ainsi que conclure sur l'efficacité du système.

Mots clés :

TESF, WPT, EDP, transmission d'énergie sans fil, Modélisation magnétodynamique, Méthode des éléments finis, Pdetool, MATLAB.

Introduction générale

Introduction générale

L'une des premières percées majeures dans le domaine de l'électricité s'est produite en 1831, lorsque le scientifique britannique Michael Faraday a découvert les principes de base de la production d'électricité, il a observé qu'il pouvait créer ou « induire » un courant électrique en déplaçant des aimants à l'intérieur de bobines de fil de cuivre. La découverte de l'induction électromagnétique a révolutionné la façon dont nous utilisons l'énergie [1].

Au 19^{ème} siècle, le serbe Nikola Tesla a réussi à transférer de l'énergie sans fil avec un entrefer entre deux bobines alignées axialement en utilisant le champ magnétique [3]. Cette réalisation marque la naissance de la recherche et du développement des systèmes de Transfert d'Energie Sans Fil (TESF), une technologie qui a connu une croissance considérable au cours des dernières décennies. Elle recouvre un large domaine d'application, tel que le domaine médical, militaire, domestique, spatial ou encore l'industrie des voitures électriques qui a montré un intérêt accru pour la possibilité de recharger les véhicules sans fil.

La transmission d'énergie sans fil (TESF) est la transmission efficace de l'énergie électrique d'un point à un autre dans l'air, sans l'utilisation d'un conducteur. Son principe peut être représenté par deux bobines électriquement isolées, la première bobine (émettrice) est alimentée sous une tension alternative, le courant électrique qui circule dans la bobine primaire génère un champ magnétique, qui à son tour génère par induction électromagnétique une tension et un courant électriques aux bornes de la bobine réceptrice. La puissance peut être transmise en utilisant un couplage inductif pour une courte portée, une induction résonnante pour une plage moyenne et un transfert de puissance par ondes électromagnétiques pour une plage élevée. Le choix de la technologie de transmission d'énergie sans fil dépend principalement du domaine d'application.

L'objet de notre travail concerne les principes de la modélisation électromagnétique qui serviront à l'étude d'un système de Transmission d'Energie Sans Fil. La modélisation est conduite à travers la mise en Equations aux Dérivées Partielles (EDP) en coordonnées cylindriques 2D qui sont exprimées en potentiel vecteur magnétique en régime magnétodynamique harmonique. La méthode des éléments finis sous MATLAB est utilisée pour la résolution numérique des EDP.

Le système de TESF est constitué de deux bobines plates cylindriques (pancake) et de circuit magnétique en ferrite pour le blindage et la canalisation du flux.

La modélisation du système conduira à l'estimation des coefficients d'inductances propres et mutuelles en faisant varier l'entrefer inter-bobine (verticale) et la variation de la distance inter-axes des bobines (horizontale).

Le mémoire est réparti en quatre chapitres distincts :

Le premier chapitre du mémoire présentera l'état de l'art, qui est constitué d'un bref historique et du principe global du TESF, ses différentes technologies ainsi que les différents domaines d'applications.

Le second chapitre sera dédié à l'étude des différentes approches de modélisations électromagnétique (approche analytique/numérique) qui permettront la modélisation du système de TESF.

Le troisième chapitre représentera les différentes équations magnétodynamiques qui définissent notre système, l'application de la méthode de résolution (Eléments finis) aux équations aux dérivées partielles ainsi que les outils nécessaires pour l'application du modèle.

Le quatrième et dernier chapitre clôturera l'étude avec une application du modèle avec et sans ferrite sous environnement MATLAB, ainsi que la discussion des résultats obtenus. Le mémoire s'achève avec une conclusion générale et des perspectives.

Chapitre I

Etat de l'art des dispositifs du transfert d'énergie sans fil (TESF)

I.1.Introduction

Le transfert d'énergie sans fil (TESF) est une technologie prometteuse qui peut être utilisée dans plusieurs secteurs, les estimations indiquent que le TESF pourrait devenir l'industrie la plus riche dans les dix prochaines années.

Le chapitre suivant donne l'état de l'art de la transmission d'énergie sans fil, un court historique qui met en avant les avancées technologiques les plus pertinentes, les différentes techniques de transmission d'énergie sans fil, tout en illustrant les domaines d'applications.

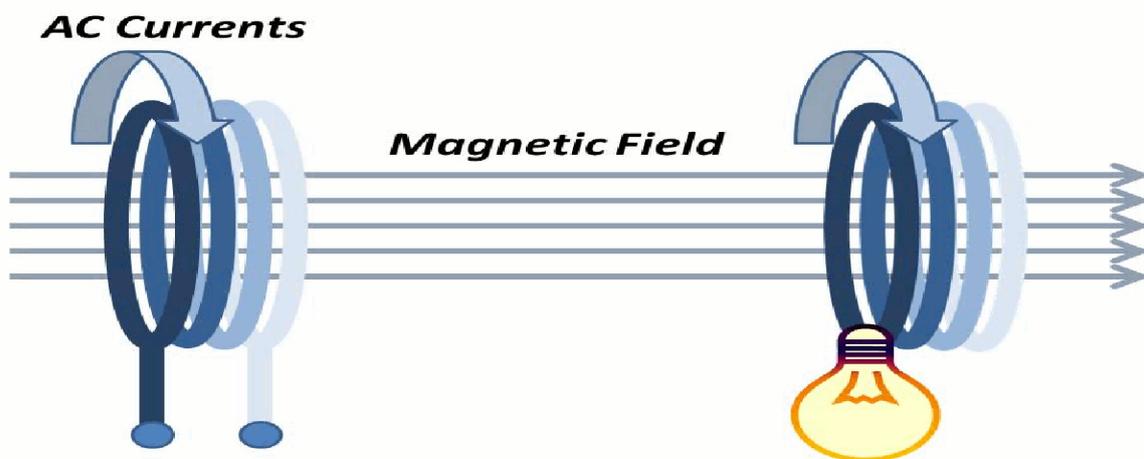


Figure I.1 : Exemple de TEF [2].

I.2. Historique

Au début des années 1800, beaucoup de scientifiques s'intéressent à comprendre les phénomènes liés au magnétisme et à l'électricité. Michael Faraday (1791-1867) physicien et scientifique anglais fera de nombreuses expériences qui le conduiront à penser et ensuite à démontrer que l'électricité et le magnétisme ne sont pas deux phénomènes indépendants mais intimement liés dans une seule grandeur : le champ électromagnétique. C'est le physicien Ecossais James Clerk. Maxwell (1831-1879) qui formalisera les relations entre les champs spatio-temporels électrique et magnétique, leurs sources respectives, autour de 4 équations électromagnétiques générales [3] [5].

En 1836, l'Irlandais Nicholas Callan (1799-1864) a démontré le transfert d'énergie sans contact à travers deux bobines isolées placées autour d'un noyau de fer, ce qui provoque des étincelles. L'ingénieur et physicien Allemand Heinrich Hertz (1857-1894) confirme en 1888 l'existence des radiations électromagnétiques (ondes radio) en construisant un oscillateur

(émetteur) qui produit des étincelles régulières. Pour vérifier la présence d'un champ électromagnétique créé par l'étincelle, il utilisa un arc en cuivre avec un entrefer. L'étincelle produite par l'oscillateur induisait une étincelle dans l'entrefer de l'arc en cuivre [4] [2] [5].

Nikola Tesla (Ingénieur/inventeur/chercheur Serbe 1856-1943) avait découvert que l'électricité pouvait être transmise à travers l'air mais aussi la terre. Au cours de ses recherches, il avait réussi à allumer des lampes à une distance moyenne et était même capable de détecter une transmission d'énergie sur de grandes distances [3] [7].

La première utilisation du transfert d'énergie sans fil a été en 1891. Tesla a inventé la bobine « Tesla », un circuit de transformateur résonnant électrique, utilisé pour mener des expériences innovantes parmi lesquelles la transmission de l'électricité sans fils.

La bobine Tesla ou transformateur de Tesla est une machine électrique fonctionnant sous courant alternatif à haute fréquence et permettant d'atteindre de très hautes tensions. L'appareillage consiste en deux, voire trois circuits de bobinages couplés et accordés par résonance (figure I.2). Il n'y a pas de noyau métallique comme dans les transformateurs électriques classiques : c'est un transformateur sans noyau de fer [3] [9].

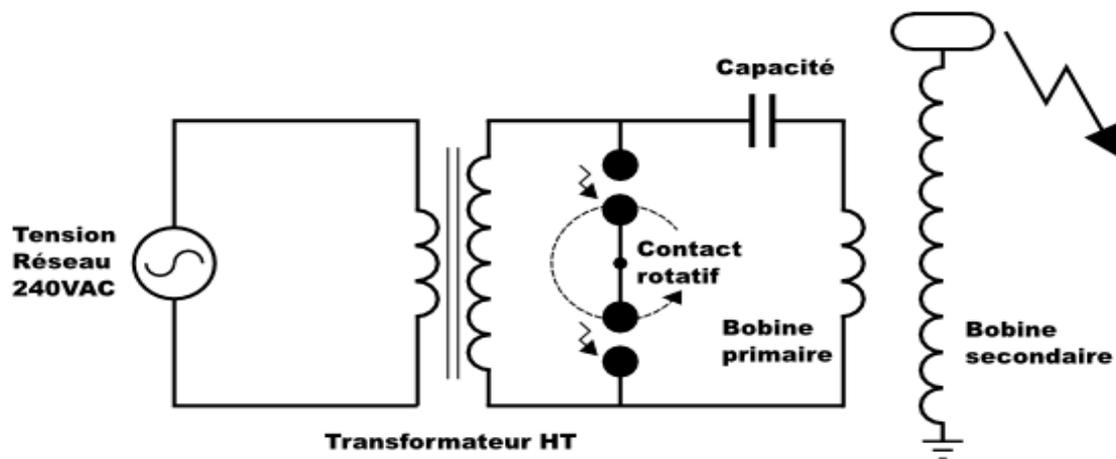


Figure I.2 : Schéma équivalent à la bobine de Tesla [3].

Une fois mis sous tension, le système d'alimentation charge le condensateur. Lorsque la différence de potentiel aux bornes de celui-ci est suffisante, un arc électrique traverse l'éclateur et le condensateur se décharge dans la maille contenant la bobine primaire. C'est une décharge oscillante amortie intense et à haute fréquence : on obtient ainsi dans la bobine primaire un courant alternatif à haute fréquence et haute intensité [3].

Nikola Tesla a aussi essayé de transférer de l'énergie électromagnétique en utilisant le principe de l'électrodynamique sans contact entre l'Amérique et l'Europe en construisant la Tour

Wardenclyffe connue aussi sous le nom de la tour de Tesla (Figure I.3). Il l'avait construit une tour afin de démontrer les possibilités de la transmission d'énergie sans fil globale. Malheureusement le projet n'aboutit pas pour cause de problèmes financiers. Mais Tesla était convaincu que le transfert d'énergie sans fils va prendre une ampleur importante dans le futur.



Figure I.3 : Wardenclyffe Tower (la tour de Tesla) [9].

I.3.Principe du transfert d'énergie sans fil

La transmission d'énergie sans fil est généralement représentée par le principe du transformateur. Le système est composé de deux bobines, l'une émettrice et l'autre réceptrice qui vont jouer le rôle d'enroulement primaire et secondaire du transformateur (Figure I.4). Les bobines sont électriquement isolées l'une de l'autre, le transfert d'énergie se fait par couplage magnétique.

La bobine émettrice est alimentée sous une tension alternative, le courant électrique qui circule dans la bobine primaire génère un champ magnétique, qui à son tour génère par induction électromagnétique une tension et un courant électriques aux bornes de la bobine réceptrice. La tension et le courant électriques générés vont être transmis à une charge.

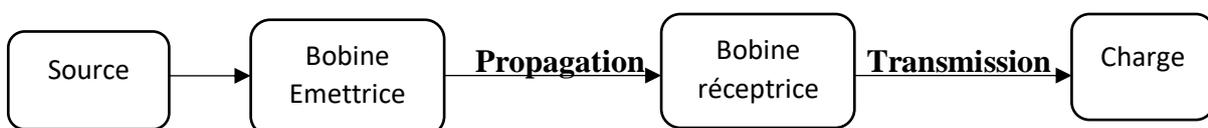


Figure I.4 : Schéma du principe du transfert d'énergie sans fil.

I.4. Techniques du transfert d'énergie sans fil

Pour réaliser le Transfert d'Énergie Sans Fil (TESF), il est nécessaire d'avoir une source d'alimentation continue (tout courant électrique continu est à l'origine de la création d'un champ magnétique) qui sera convertie en un courant alternatif à haute fréquence.

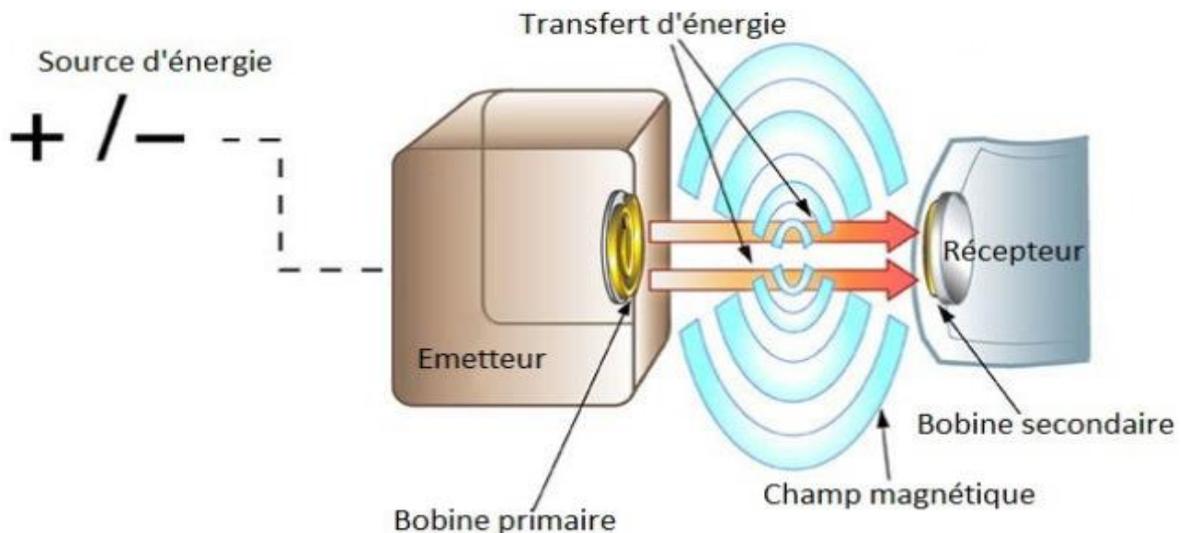


Figure I.5 : Technique générale de TEF [10].

Le rendement dépend des positions respectives de la bobine émettrice et de la bobine réceptrice, c'est un critère important dont il faut tenir en compte afin de déterminer le choix entre les différentes technologies, qui se déclinent en deux modes de systèmes : des systèmes à champs proches et des systèmes à champs lointains.

Les systèmes à champs proches permettent la transmission d'énergie sur une petite distance qui va de quelques centimètres à quelques mètres, on y trouve un couplage inductif et un couplage inductif par résonance. Les systèmes à champs lointains par contre permettent la transmission sur une distance plus élevée.

I.4.1. Systèmes à champs proches

I.4.1.1. Transfert par induction

C'est le principe du transformateur électrique, les deux bobines secondaires et primaires sont électriquement isolées, le transfert se fait par couplage électromagnétique (couplés par induction) par exemple grâce à l'utilisation d'un noyau magnétique perméable commun. Ce mode de transfert d'énergie en champ proche exploite les lois d'Ampère et de Faraday. Un courant électrique circule dans une bobine, qui constitue le rôle d'émetteur. Ce courant électrique induit un champ magnétique autour de cette bobine émettrice. L'appareil à alimenter

en puissance, embarque une bobine réceptrice qui, une fois placée dans le champ magnétique, transforme l'énergie du champ en courant électrique. Le rendement de la transmission d'énergie dépend du facteur de couplage (efficacité) entre les inducteurs (bobines) et de leur qualité [8] [11].

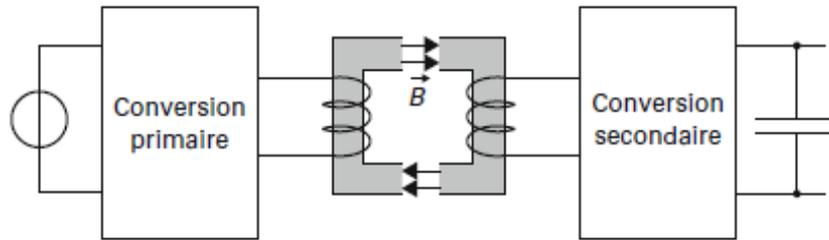


Figure I.6 : Exemple de schéma de système de TEF par induction magnétique [11].

I.4.1.2. (TESF) par résonance magnétique

La méthode utilise une bobine et un condensateur en tant que résonateur, l'énergie électrique étant transmise par résonance électromagnétique entre la bobine de l'émetteur et celle du récepteur (couplage par résonance magnétique). En faisant correspondre la fréquence de résonance des deux bobines avec un facteur élevé, la transmission d'énergie peut aller sur de grandes distances bien que le couplage magnétique entre les deux bobines est faible.

Le (TESF) par résonance est considéré comme une amélioration des inconvénients/défaillances de la (TESF) inductif liés à la distance et l'efficacité, elle permet de transmettre l'énergie électrique sur une distance pouvant aller jusqu'à plusieurs mètres. Le rendement est augmenté grâce à la résonance qui concentre le champ magnétique sur le récepteur possédant la même fréquence de résonance. Cette technique offre également une certaine souplesse concernant l'emplacement de la bobine du récepteur par rapport à la bobine d'émission [4] [12].

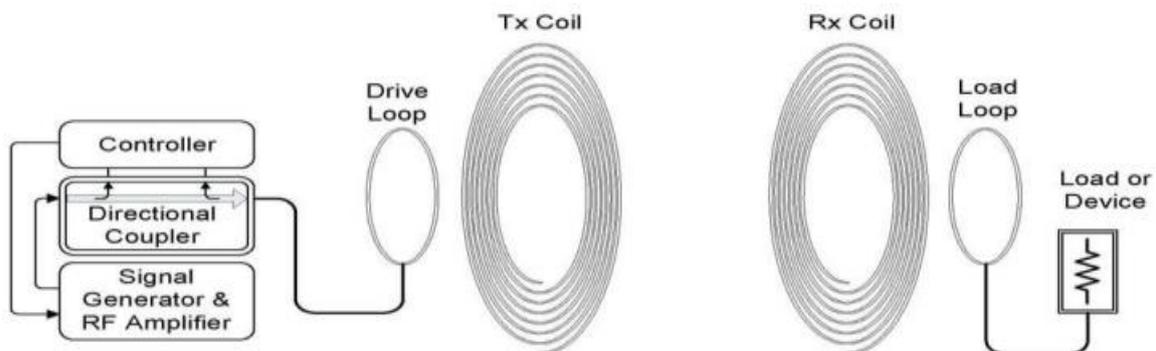


Figure I.7 : Exemple de schéma de système TEF par résonance magnétique [13].

I.4.1.3. (TESF) par couplage capacitif

La (TESF) par couplage capacitif consiste à séparer la source d'alimentation et la charge avec deux plaques parallèles, ces plaques agissent comme l'anode et la cathode d'un condensateur à plaques parallèles. L'énergie est transmise via un champ d'induction généré par le couplage des deux ensembles d'électrodes.

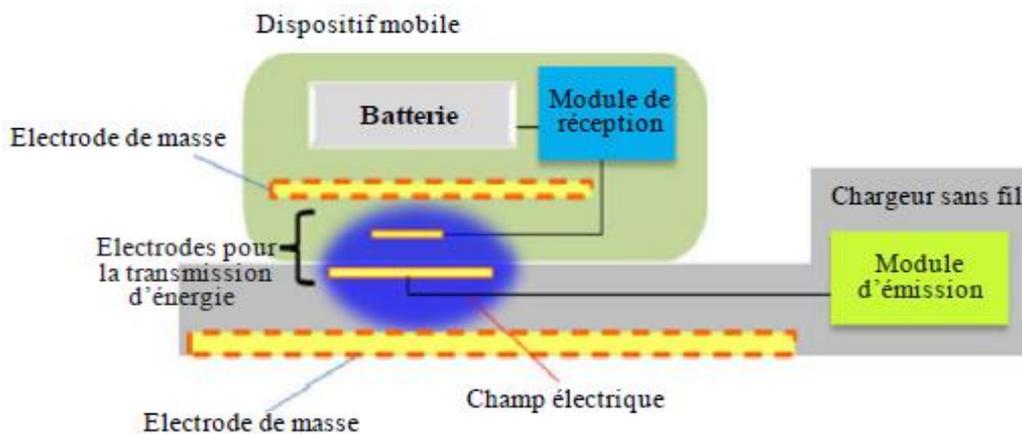


Figure I.8 : Structure du système à couplage capacitif [4].

Le système à couplage capacitif présente des avantages [4].

- L'électrode utilisée entre l'émetteur et le récepteur du système est mince ce qui permet de l'intégrer dans des dispositifs mobiles de faible épaisseur.
- La température ne s'élève pas dans la zone de transmission d'énergie ce qui signifie que la batterie est protégée de la chaleur même si elle est placée à proximité.
- Le niveau d'émission du champ électrique est faible en raison de la structure du système de couplage. Le champ électrique émane des électrodes destinées à la transmission d'énergie.

I.4.2. Systèmes à champs lointain

I.4.2.1. Ondes radio et micro-ondes

Les ondes radio correspondent aux ondes comprises entre 1m et 10^2 m, tandis que les micro-ondes correspondent elles aux ondes d'ordre de 10^{-2} m [4]. Ces ondes sont des ondes électromagnétiques capables de transporter de l'énergie ainsi que de l'information. L'antenne source émet une onde électromagnétique qui se propage jusqu'à l'antenne cible réceptrice qui est en opposition au travail de l'antenne émettrice : elle transforme l'onde électromagnétique en signal électrique. Le signal est démodulé, soit en amplitude soit en fréquence, puis amplifié et

transformé en informations par les enceintes. Ces systèmes permettent l'acheminement de l'énergie sur des distances bien plus grandes que le diamètre des transmetteurs [12] [14].

La (TESF) par ondes radiofréquences ou micro-ondes se fait en trois étapes : l'émission d'une onde portant l'énergie à transmettre, la propagation de cette onde, et la réception et conversion de l'onde en courant électrique exploitable. Ce principe de transmission s'appuie sur le fait qu'une onde se propage dans le vide en conservant l'énergie dont elle est chargée, cette énergie s'atténuant en fonction du milieu traversé par l'onde.

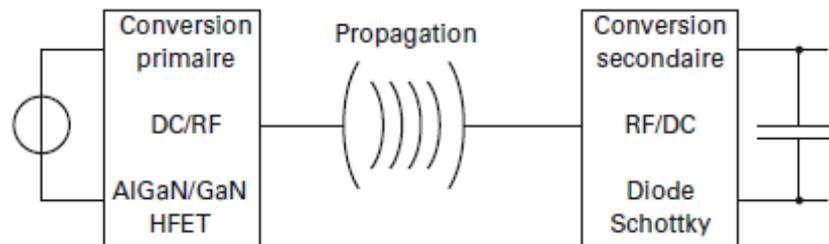


Figure I.9 : Schéma de principe d'un système de transmission de puissance par micro-ondes [11].

L'onde radio provient d'un générateur délivrant une tension et un courant de grande amplitude, le signal porteur est transporté vers une antenne au moyen d'un feeder (s'adresse à tout conduit destiné à transmettre des signaux électriques sous une puissance généralement élevée). L'antenne dont la constitution géométrique est intimement liée à la longueur d'onde a pour fonction de transformer l'énergie électrique transportée dans le Feeder en énergie électromagnétique transmise dans l'espace.

I.4.2.2. (TESF) avec Laser

Le faisceau de puissance laser utilise la lumière laser pour transférer l'énergie électrique d'un endroit à un autre, il fonctionne sur les mêmes principes que l'énergie solaire, en utilisant des cellules photovoltaïques pour générer de l'électricité, la seule différence est que, plutôt que de collecter l'énergie du soleil, le laser est généré par une source d'énergie.

Contrairement aux autres méthodes de transfert d'énergie, le rayonnement laser n'interfère pas avec les signaux radio à proximité [12].

	TESF via les ondes Radio	TESF par résonance magnétique	TESF par inductance magnétique
Champs	Electromagnétique (EM)	Résonance (électrique, Magnétique ou EM)	Champs Magnétiques
Méthodes	Antennes	Résonateurs	Bobines
Efficacité	Basse à grande	Grande	Grande
Distance	Distance courte et longue	Moyenne	Basse
Puissance	Faible et forte puissance	Grande	Grande

Tableau I.1 : Comparaison des technologies du TEF

I.5. Les domaines d'applications

I.5.1. Applications actuelles

I.5.1.1. Chauffage par induction

Le chauffage par induction peut être défini comme un procédé de chauffage sans contact utilisé pour chauffer un métal conducteur en y induisant un courant électrique.

Le chauffage par induction résulte de deux lois physiques, la loi de Lenz (Le courant induit, par ses effets, s'oppose à la cause qui lui a donné naissance) et l'effet joule. La connaissance de la loi de Faraday est très utile pour comprendre le fonctionnement du chauffage par induction. Selon la loi de Faraday sur l'induction électromagnétique, la modification du champ électrique dans le conducteur crée un champ magnétique alternatif autour de lui, dont la force dépend de l'ampleur du champ électrique appliqué. Ce principe fonctionne également vice-versa lorsque le champ magnétique est modifié dans le conducteur.

Lorsqu'un courant alternatif traverse la bobine, un champ magnétique alternatif est généré autour de celle-ci selon la loi de Faraday. Lorsque le matériau placé à l'intérieur de l'inductance se situe dans la plage de ce champ magnétique alternatif, un courant de Foucault est généré à l'intérieur du matériau [15].

Lorsqu'un courant est généré dans le matériau conducteur en raison du champ magnétique induit, le courant circulant produit de la chaleur à l'intérieur du matériau (effet Joule). Ceci explique le processus du chauffage inductif sans contact.

Le processus implique le passage d'un courant électrique à travers une bobine. A l'intérieur de cette bobine, on place le métal (pièce) qui va être chauffé (Figure I.10)

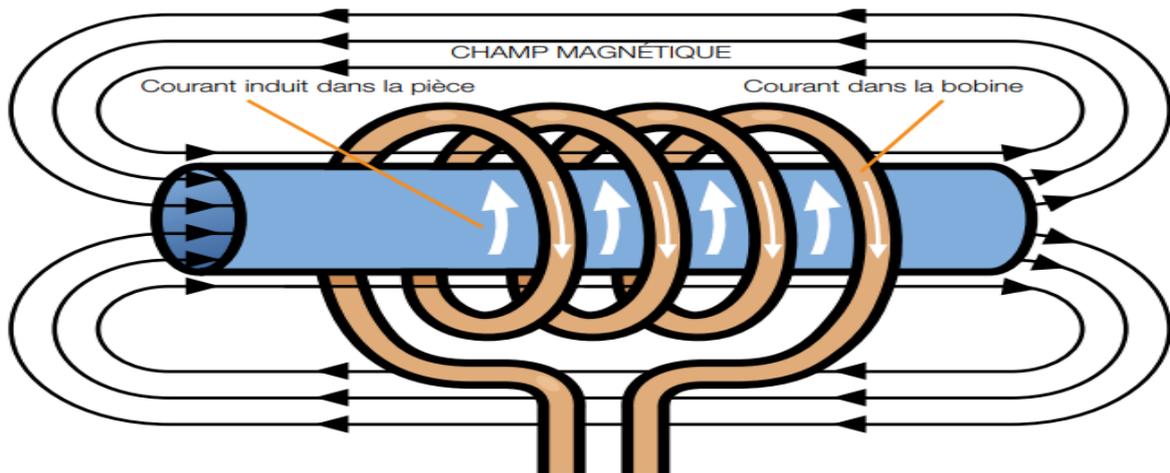


Figure I.10 : schéma du principe de chauffage par induction [15].

Les avantages du chauffage par induction [13] :

- L'induction électromagnétique a pour particularité de générer la chaleur directement à l'intérieur du matériau.
- Un chauffage plus rapide et plus précis, et un rendement plus élevé.
- La possibilité de chauffer d'une façon locale ce qui implique une durée de vie prolongée des équipements.
- Chauffage sans flamme qui implique un chauffage sans danger.

Le chauffage par induction présente aussi des inconvénients :

- D'autres objets peuvent être involontairement chauffés à cause de mauvaise manipulation.
- Cout élevé pour les fortes puissances.
- Lors d'une mauvaise isolation, des champs électromagnétiques peuvent apparaitre ce qui peut perturber l'environnement.

I.5.1.2. Magnétoformage

Le magnétoformage est un procédé de déformation à froid des métaux par champs magnétique, il s'applique généralement à des métaux cylindriques de bonne conductivité, il permet le formage, l'assemblage et le soudage.

Une bobine située dans un circuit et traversée par un courant variable dans le temps est placée à l'intérieur d'un tube métallique (pièce à mettre en forme). Un champ magnétique intense et variable est créé autour de la bobine. Le tube métallique est traversé par un courant parallèle et de sens contraire. Les forces électromagnétiques s'exerçant entre le tube et la bobine tendent à les éloigner l'un de l'autre. La bobine étant rendue rigide, il en résulte une expansion du tube. L'interposition d'une matrice permettra le formage désiré du tube [6].

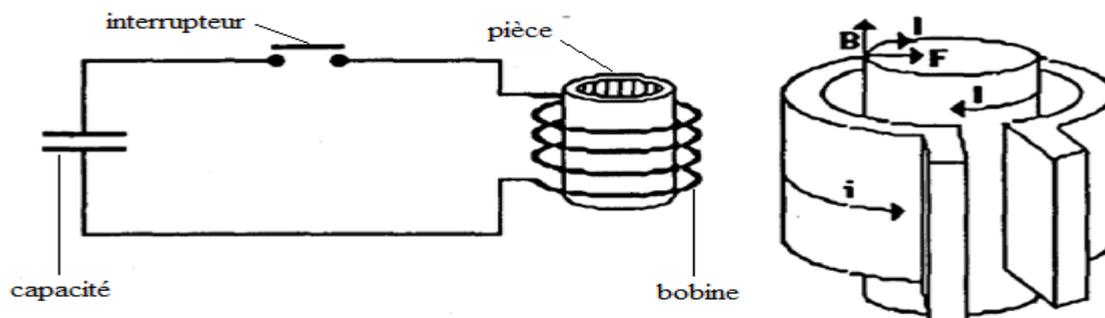


Figure I.11 : Schéma de principe du magnétoformage [6].

I.5.1.3. Traitement de surface par induction

Le durcissement par induction est un processus utilisé pour le durcissement de surface de l'acier et d'autres composants en alliage, Les pièces à traiter thermiquement sont placées à l'intérieur d'une bobine de cuivre puis chauffées au-dessus de leur température de transformation en appliquant un courant alternatif à la bobine. Le courant alternatif dans la bobine induit un champ magnétique alternatif à l'intérieur de la pièce à usiner qui fait chauffer la surface extérieure de la pièce [16].

Le durcissement par induction est un processus de traitement thermique effectué pour améliorer les propriétés mécaniques dans une zone localisée d'un composant. La zone durcie améliore les résistances à l'usure et à la fatigue ainsi que les caractéristiques de résistance.

Le durcissement par induction est utilisé pour renforcer une zone spécifique d'une pièce (Pièce unique, durcissement superficiel de zones sélectives) [17].

I.5.1.4. Contrôle Non Destructif par Courants de Foucault (CND-CF)

Le contrôle non destructif (CND) a pour objectif de mettre en évidence les défauts (fissures, inclusion, corrosion...), tout en préservant l'intégrité des produits contrôlés afin de garantir la qualité des pièces utilisées ou assemblage de pièces (figure I.12).

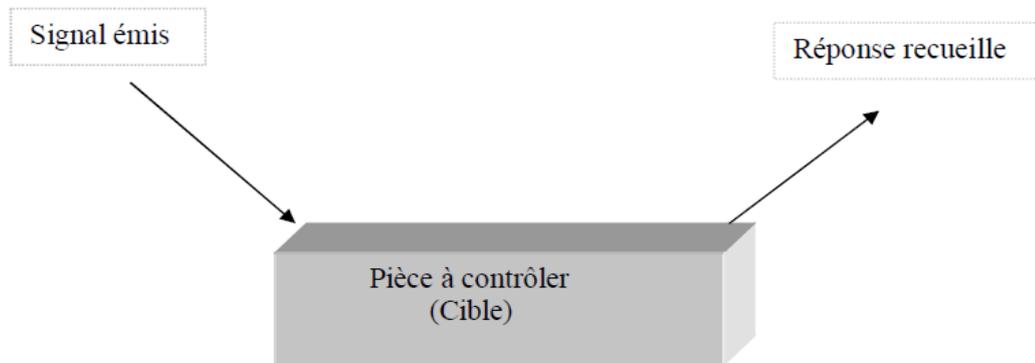


Figure I.12 : Principe du CND [20].

Les capteurs à courant de Foucault sont utilisés depuis plus d'un siècle pour le contrôle des pièces conductrices notamment métalliques. Cette méthode est très répandue et dite sans contact, elle permet de placer une pièce conductrice dans un champ magnétique variable dans le temps celle-ci est alors parcourue par des courants induits, appelés "courants de Foucault" ainsi, une bobine placée à proximité d'une pièce conductrice et parcourue par un courant variable, génère de tels courants induits dans la pièce figure (I.13). Ces courants créent eux-mêmes un flux magnétique induit qui s'oppose au flux d'excitation, modifiant par là-même la f.é.m. de la bobine [21].

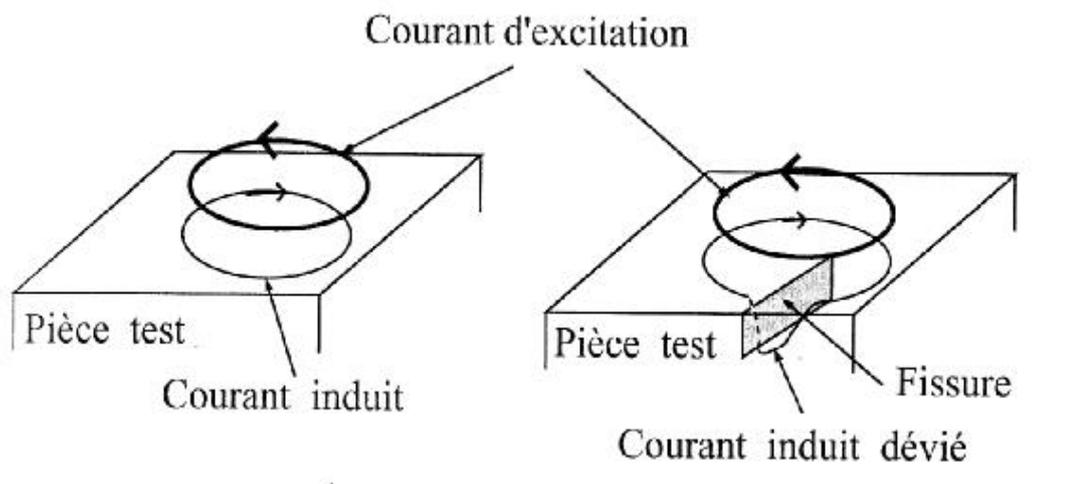


Figure I.13 : Principe du CND par courant de Foucault [20].

I.5.1.5. Recharge de batterie sans fil

La recharge sans fil existe depuis la fin du 19e siècle, lorsque le pionnier de l'électricité Nikola Tesla a démontré le couplage résonnant magnétique, Mais pendant environ 100 ans, c'était une technologie sans beaucoup d'applications pratiques, à l'exception peut-être de quelques modèles de brosses à dents électriques [22].

Actuellement on trouve la recharge sans fil soit dans les téléphones, les aspirateurs robots ou les écouteurs sans fil. La recharge sans fil se base sur le principe du transfert d'énergie par induction pour transférer de l'énergie d'un appareil à un autre. Le champ est créé lorsque de l'électricité traverse une bobine dans le chargeur, et l'énergie est reconvertie en électricité grâce à une seconde bobine, placée dans l'appareil compatible. La recharge sans fil tel qu'on la trouve aujourd'hui avec les smartphones fonctionne à des distances très courtes, il faut donc placer l'appareil à charger dans une position assez précise pour bien aligner les bobines et s'assurer que le transfert d'énergie fonctionne. Afin d'avoir une compatibilité des appareils avec le chargeur sans fil, une norme Qi a été créée (Créée en 2008 par le *Wireless Power Consortium*, Qi est une technologie basée sur la transmission d'énergie sans fil sur une distance maximale de 40 mm) [22].



Figure I.14 : Principe de recharge sans fil par induction [8].

I.5.1.6. Véhicules électriques

La société Canadienne Bombardier a présenté fin 2008 le système Primove bombardier qui permet d'effectuer le rechargement des Tramways électriques (Figure I.15). Cette technologie sans fil permet de propulser les véhicules électriques (Tramways, autobus, camion, et voiture) en utilisant le principe de la transmission d'énergie par induction, ce système

permet la recharge sans fil des véhicules pendant leurs fonctionnements et aussi à l'arrêt. [23] [24].

Les équipements de recharge sont enterrés au niveau des stations du tramway et permettent l'alimentation sans contact de l'engin roulant notamment au moment de l'accélération, fortement consommatrice en énergie. L'induction permet de faire fonctionner le tramway sans mise en place et entretien de caténaires, simplifiant ainsi l'aménagement de l'espace urbain [8].

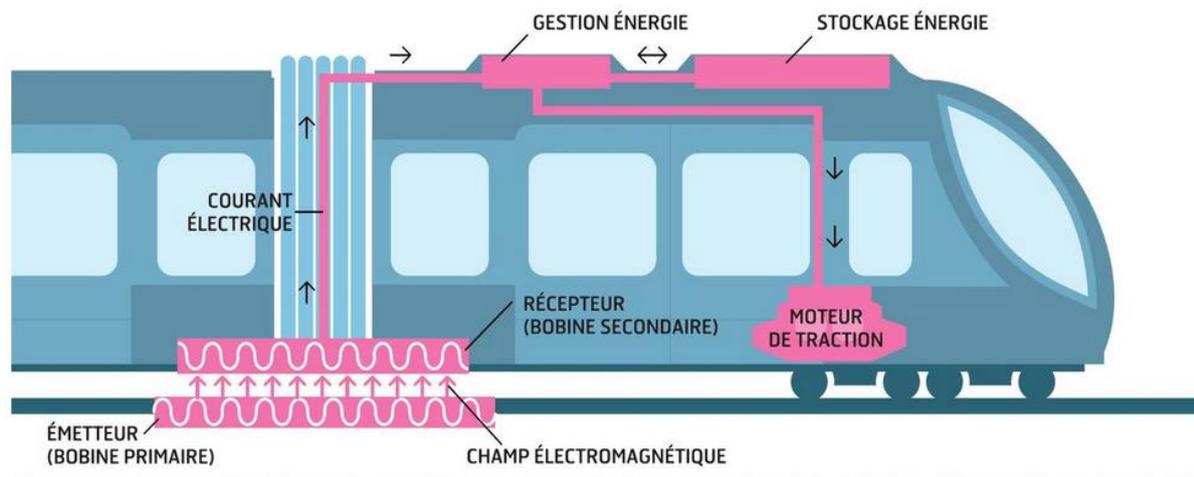


Figure I.15 : Schéma de fonctionnement d'un tramway électrique de la technologie primove [23].

Récemment une nouvelle vague de voiture circulait sur le marché, une voiture électrique innovatrice qui promet un meilleur confort et souplesse que les voitures traditionnelles.

Le moteur de la voiture fonctionne avec le principe de la force électromagnétique pour générer du mouvement, il est alimenté par une batterie intégrée dans le véhicule, la recharge s'effectue via un câble ce qui pose certainement des inconvénients, mais malgré les points négatifs, il existe aussi des avantages.

Les avantages de la voiture électrique

- Le premier avantage des voitures électriques c'est qu'elles ne rejettent pas de polluant dans l'atmosphère (pas d'émission de CO₂).
- Les voitures électriques sont quasi silencieuses, un véritable atout pour les passagers ainsi la quiétude des villes.
- La voiture électrique demande peu d'entretien. Le système moteur est très simplifié par rapport à un véhicule thermique (essence, diesel ou gaz). Il y a cent fois moins de pièces

en rotation, il n'y a pas de boîte de vitesse et pas d'huile à changer. Grâce au freinage régénératif (on récupère une partie de l'énergie cinétique pour en faire de l'électricité), les freins sont beaucoup moins sollicités et les plaquettes doivent être remplacées moins souvent qu'avec une voiture thermique.

Les inconvénients de la voiture électrique

- Bien que la voiture électrique ne rejette pas de polluant dans l'air, sa fabrication pose d'autres problèmes environnementaux tels que la conception des centrales nucléaires pour la production de l'électricité ; cela implique un taux de déchets radioactifs élevés.
- Les batteries en fin de vie peuvent poser un problème de gestion des déchets.
- Bien que l'autonomie des voitures électriques ne cesse d'augmenter mais une conduite agressive et l'utilisation du chauffage ou de la climatisation diminue rapidement cette autonomie.
- La recharge avec une borne de charge prend 4 à 6 heures.
- La recharge avec un câble peut s'avérer très dangereuse au cas d'usure du câble (risque d'électrocution).

Pour l'instant un câble, branché à la borne et au véhicule est la seule possibilité existante pour recharger sa voiture. Mais grâce au principe de la recharge par induction qu'on trouve dans les smartphones ou les brosses à dents électriques, la recharge de voitures électriques peut prendre une autre tournure dans un futur proche.

I.5.2. Applications futurs

I.5.2.1. Recharge sans fil des véhicules électriques

La recharge par induction est un système permettant à un véhicule de récupérer de l'électricité à distance, par ondes électromagnétiques. Physiquement dans le domaine automobile, cela se traduit par un émetteur d'électricité via un boîtier au sol, ou intégré sous la couche de bitume de la voie (Figure I.16). Ce type de charge serait possible dans deux situations. Premièrement, à l'arrêt, sur une place de parking, présente l'avantage d'éviter toute manipulation de câble et d'être moins sensible que les chargeurs filaires cela supprimerait ainsi la borne et l'interface. Cependant, ce type de charge garde toutefois les inconvénients liés à la charge à l'arrêt, à savoir une énergie concentrée sur les points de recharge [18].

L'autre utilisation de la recharge sans câble est dite « dynamique », c'est à dire qu'il est possible de recharger en roulant grâce à un dispositif intégré tout au long de la chaussée. Finie la perte

d'autonomie, il sera possible de relier un point A à un point B en gagnant de la charge ou d'en perdre moins selon la puissance délivrée. L'autonomie du véhicule devient limitée principalement par la taille de l'infrastructure équipée. Cela permettra de réduire la taille de la batterie, et donc le poids embarqué et le coût du véhicule [18].

On trouve plusieurs projets notamment depuis 2013 en Corée du Sud qui dispose d'une ligne de 23km fonctionnant sur le même principe. La charge sans câble de 100 kW permettrait de réduire par cinq la taille des batteries, la Norvège aussi envisage un réseau de taxis rechargeables par induction à travers un partenariat avec société américaine « Momentum Dynamics ». En France, un prototype de route de 100 mètres à Satory Versailles a été réalisé.

Au vu des rares mises en pratiques et projets en cours, la recharge par induction ne sera pas disponible à court terme. Pour qu'elle soit démocratisée sur nos futurs trajets, il faudra attendre une décennie ou plus.

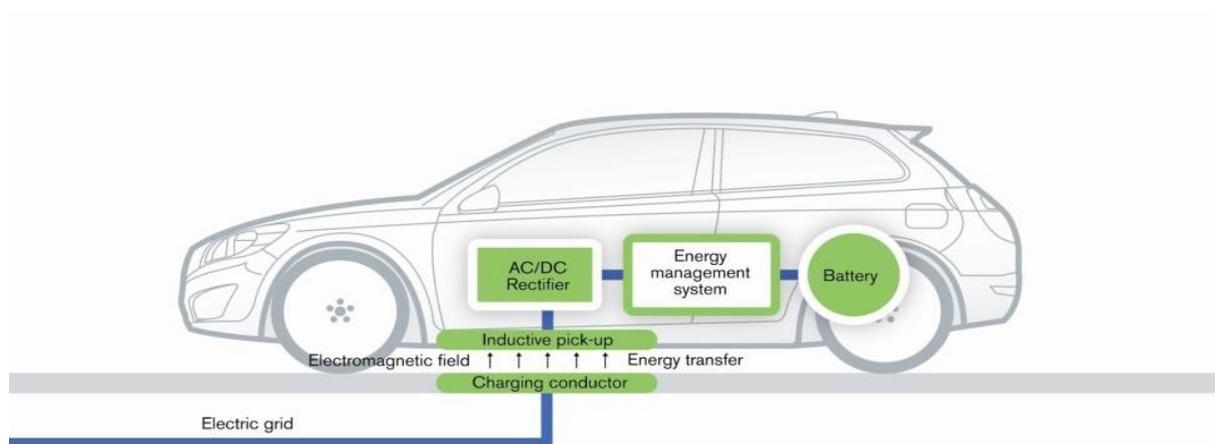


Figure I.16 : système TESH pour les véhicules électriques [25].

I.5.2.2. (TESF) dans le domaine spatial : Centrales solaires orbitales

Une centrale solaire orbitale-consiste à placer des panneaux solaires dans l'espace à environ 36000 kilomètres d'altitude (Figure I.17). Cet emplacement permettrait aux cellules photovoltaïques d'absorber une grande quantité d'énergie lumineuse en tout temps et obtenir ainsi un rendement optimal. Ce projet a été planifié il y a plus de quarante ans par le célèbre scientifique Peter Glaser. Cette idée a été analysée par la NASA et l'agence spatiale européenne. Les recherches de ces institutions confirment la faisabilité de ce projet, la seule barrière existante étant économique. L'agence spatiale japonaise, la JAXA, travaille depuis 1998 au lancement d'un prototype de centrale solaire en orbite géostationnaire et espère un lancement en 2040. [8]

Vus que l'espérance de vie du soleil est estimée à 5 milliard d'année, on peut dire que la transmission d'électricité sans fil depuis l'espace pourrait révolutionner nos habitudes de transport et encourager le développement des nouvelles technologies ainsi que compléter le réseau actuel. Hormis cela, on ne peut nier les difficultés qui régissent cette technologie, l'assemblage des panneaux solaires nécessite un grand nombre de lancement de fusées ce qui pose un handicap au niveau économique.

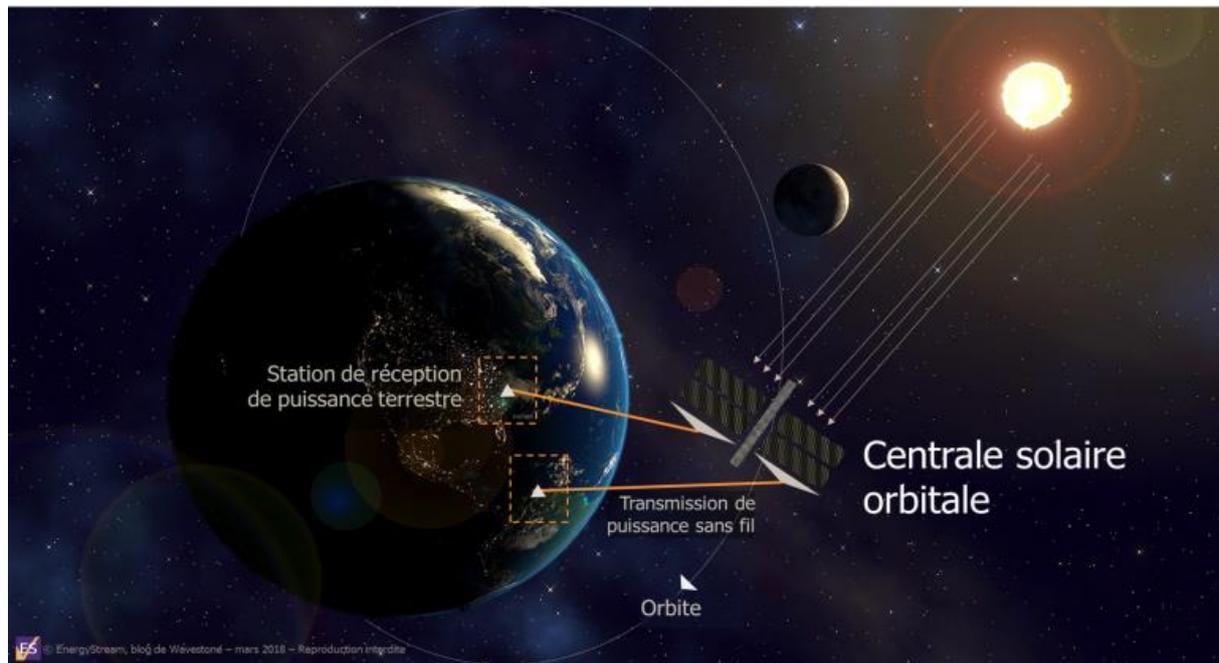


Figure I.17: Schéma de fonctionnement d'une centrale solaire orbitale [8].

I.5.2.3. (TESF) dans le domaine domestique (Maison intelligente/Smart-Home)

Après des tests rigoureux, la Commission Fédérale des Communications (FCC) aux États-Unis a récemment approuvée la technologie Watt Up de Energous. Cette dernière permet de recharger à distance n'importe quel appareil électronique via une fréquence radio jusqu'à une distance de 4,5 mètres, pourvu que l'appareil soit équipé d'un récepteur (une puce ou d'un add-on Watt Up). L'émetteur émet des ondes radiofréquences dans toutes les directions, les antennes du récepteur captent ces ondes émises et les convertissent en courants électriques suffisants pour charger les appareils mobiles et alimenter d'autres appareils [8].

Ce système installé dans une maison pourrait alimenter des appareils électriques sans qu'ils soient branchés directement sur le secteur, supprimant ainsi les câbles d'alimentation. Des appareils mobiles munis d'un récepteur pourraient se mettre automatiquement en charge dès qu'ils entrent dans la boucle de résonance magnétique de l'émetteur. L'enjeu technologique

réside dans le fait de générer des ondes suffisamment chargées en énergie dans l'optique de recharger efficacement des appareils électroniques, tout en limitant la puissance transmise pour minimiser les risques potentiels d'utilisation [4].

I.5.2.4. (TESF) dans le domaine médical

La recharge et le fonctionnement d'appareils et de dispositifs divers à distance représente un grand intérêt dans le domaine médical, en effet, certains dispositifs médicaux implantés exigent un niveau élevé de puissance pour leurs fonctionnements surtout dans le transfert transcutané dans les systèmes de pile cardiaque. C'est pour cela qu'il s'avère intéressant de remplacer l'induction magnétique traditionnelle qui permet un transfert d'énergie peu efficace. Ce dispositif de capture d'énergie peut être implanté profondément dans la cavité du corps, plusieurs centimètres sous la peau. De même, la source d'énergie peut être de plusieurs centimètres de la surface de la peau, facilitant notamment la mise en place de dispositifs d'assistances ventriculaires, stimulateurs cardiaques, défibrillateurs, la restauration des fonctions motrices d'organes affectés à la suite d'un accident ou d'une maladie, la stimulation des muscles et l'allègement des effets de certains types de maladies (Les prothèses visuelles utilisées pour restaurer une perte de vision, diagnostic du tractus gastro-intestinal...)[26] [27].

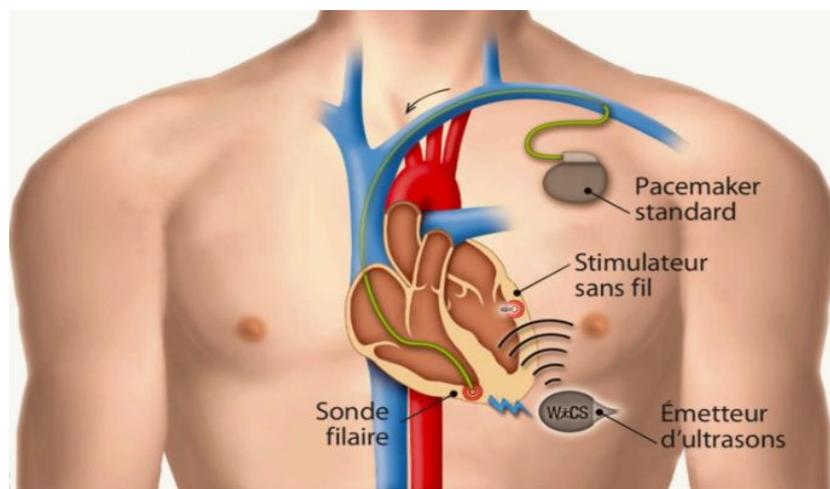
Par exemple, l'utilisation d'appareils d'assistance cardiaque pour contourner les dysfonctionnements ventriculaires s'est avérée bénéfique. Cependant, les moyens conventionnels d'approvisionnement peuvent développer des risques supplémentaires associés à l'apparition d'infections lorsque les fils sont passés à travers la peau. Pour résoudre ce problème, un nouveau convertisseur résonnant avec un transformateur sans noyau qui permet de fournir un prototype d'un tel appareil d'assistance cardiaque. La quantité de puissance transférée est de 10 W et la fréquence de fonctionnement est de 205,1 kHz [26].

Le transfert d'énergie transcutané est conçu aussi pour un cœur artificiel implantable. La principale contrainte est que la bobine primaire doit être placée près de la bobine secondaire afin d'avoir un bon couplage. Le transformateur sans noyau comprend deux bobines spirales circulaires dont la structure mécanique est maintenue par des fibres radiales amorphes. Ces fibres rendent les bobines flexibles et contiennent des matériaux magnétiques censés améliorer le transfert d'énergie en concentrant le flux à travers les bobines.

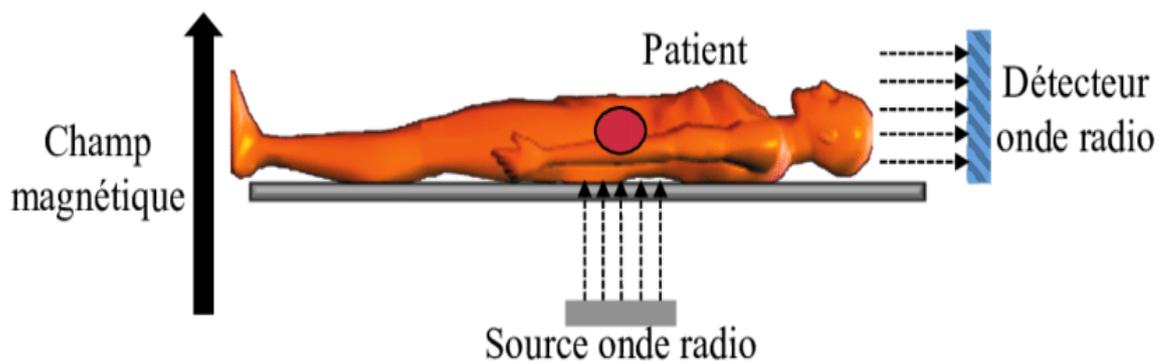
Le transfert d'énergie transcutané est utilisé pour fournir des électrodes qui visent à générer des stimulations électriques afin de restaurer le mouvement des membres paralysés par une moelle

épineière blessée. La bobine primaire a une forme de solénoïde qui est placée autour du membre. Les bobines secondaires ont des formes en spirale et sont connectées aux électrodes. Pour obtenir un système implantable portable et autonome, les circuits électroniques de l'implant doivent être de taille réduite et consommer peu de puissance. L'aspect le plus important dans la conception des implants électroniques dans le domaine biomédical est donc l'alimentation en énergie [26].

Le système est principalement composé d'une partie allant dans le corps humain (unité interne) et d'une unité de commande externe ou contrôleur externe [6]. Comme le montre la figure (I.18)



A



B

Figure I.18 : Exemple d'application dans le domaine médical ; **A** : Schéma explicatif d'un stimulateur cardiaque [29] ; **B** : Principe d'imagerie IRM [30]

I.5.2.5. (TESF) dans le domaine Militaire

Le (TESF) tend à offrir un grand potentiel pour une multitude d'applications militaires d'aujourd'hui dont l'amélioration de la fiabilité, l'ergonomie et la sécurité des dispositifs électroniques. Actuellement, il y a un certain nombre de projets militaires en développement ou en cours d'évaluation, notamment la recharge sans fil automatique pour les systèmes militaires de haute technologie, tels que les appareils alimentés par batteries mobiles ou les robots mobiles sans pilote et avion, ou encore des batteries qui peuvent être portées dans la veste du soldat qui permettront l'alimentation des radios ou encore la vision de nuit (lunettes optiques) [28].

I.6. Avantages et inconvénient du (TESF)

Parmi la multitude d'avantages, on citera les plus pertinents suivants [31] [6] :

- Le (TESF) permet dans un futur proche de se débarrasser des fils électriques qui sont considérés comme étant trop encombrants et qui sont souvent la cause de plusieurs accidents techniques et notamment des problèmes d'électrocution, ou encore d'incendies domestiques.
- Avec la recharge sans fils, l'alimentation de plusieurs appareils au même temps est alors réalisable et bénéfique.
- L'avantage environnemental et économique de l'alimentation sans fil de petits appareils tels que des horloges, des radios, des lecteurs de musique et des télécommandes est de réduire considérablement les 6 milliards de piles éliminées chaque année, source importante de déchets toxiques et de contamination des eaux souterraines.
- Diminuer les pertes avec le principe de récupération d'énergie.

Par ailleurs, certains inconvénients sont à dénombrer, à savoir [31] [6] :

- Plus grand sera l'écart entre l'émetteur et le récepteur, plus l'énergie transmise au récepteur est faible.
- Dans le cas du transfert radiatif à hautes fréquences, le système peut présenter des risques pour la santé.
- La durée de la recharge sans fil est plus longue que la recharge classique.
- Le problème de la compatibilité des appareils.
- Problème d'acceptabilité du système par un grand public.

I.7. Conclusion

A travers ce chapitre, on a pu se familiariser avec le concept du transfert d'énergie sans fil à travers l'étude de l'état de l'art présentant les différentes techniques et systèmes de (TESF). Ce qui nous a amené donc à présenter les domaines d'applications existants et futurs qui vont révolutionner la technologie sans fil et apporter des solutions à des problèmes existants.

Il existe plusieurs techniques pour la transmission d'énergie sans fil et le choix de la méthode par rapport à une autre se fait selon les spécifications de l'application visée, c'est pour cela qu'il s'avère nécessaire d'étudier les lois physiques qui définissent le principe du (TESF) ainsi que les approches de modélisations nécessaires à la compréhension, l'analyse et la conception/amélioration de systèmes.

Chapitre II

Approches de modélisation électromagnétique du (TESF)

II.1. Introduction

La formulation d'un problème permet de déterminer les caractéristiques d'une méthode, à savoir ses avantages, ses inconvénients, ses limitations et la procédure qui devra ensuite être appliquée pour résoudre le problème posé. En électromagnétisme, nous cherchons principalement à déterminer la distribution spatio-temporelle des champs électromagnétiques dans un milieu pouvant être conducteur, ferromagnétique, ... dans lequel circulent des courants sources ou induits.

Le domaine de modélisation du (TESF) peut être classé en deux approches : l'approche analytique/semi-analytiques qui regroupe l'ensemble des formules classiques (Biot-Savart, Faraday, Inductances propres/mutuelles), et l'approche numérique basée sur les lois (équations de Maxwell) qui régissent l'électromagnétisme, et l'utilisation de méthodes tels que les différences/volumes finis et les éléments finis.

II.2. Les approches de modélisation électromagnétique du (TESF)

II.2.1. Approche analytique

L'approche analytique a pour but de résumer les équations mathématiques de base qui décrivent les phénomènes électromagnétiques intervenant dans la transmission sans fil d'énergie. Les équations simplifiées nous permettent de modéliser le système du (TESF).

II.2.1.1. Loi de Biot & Savart

Dans le vide, les courants sont la seule source de champ magnétique. Le champ magnétique, créé par une distribution de courant dans le vide, est donné par la loi de Biot & Savart.

Considérons le schéma de la figure (II.1), Ω_j est le domaine associé au matériau conducteur, avec j la densité du courant et P le point d'observation.

L'expression de l'induction magnétique créée par une distribution de courant dans le vide et du potentiel vecteur sont données par la loi de Biot & Savart [32].

$$B(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{\Omega_j} \frac{j(r') \times (r - r')}{|r - r'|^3} d\Omega' \quad (\text{II.1})$$

$$A(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{\Omega_j} \frac{j(r')}{|r - r'|} d\Omega' \quad (\text{II.2})$$

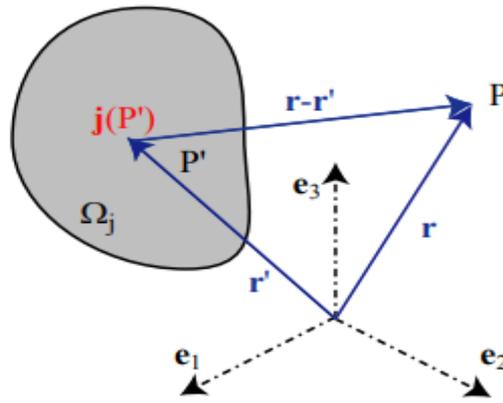


Figure II.1 : Loi de Biot & Savart [32].

II.2.1.2. Formules analytiques de calcul d'inductance

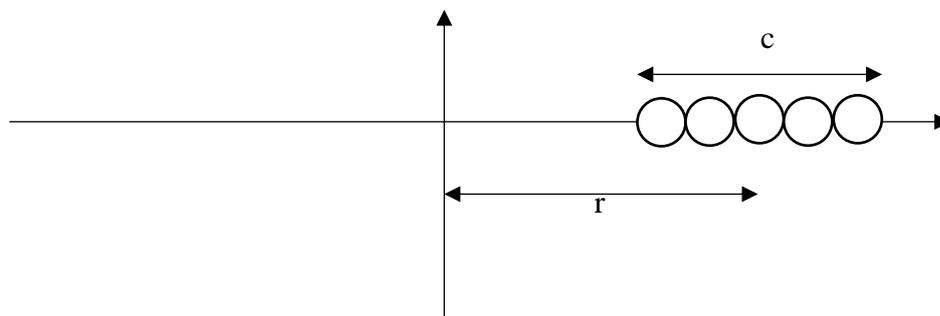
L'inductance est une propriété d'un conducteur, la définition électromagnétique de l'inductance L est le rapport du flux magnétique ϕ au courant I .

$$L = \frac{\phi}{I} \text{ [H]} \quad (\text{II.3})$$

II.2.1.3. Inductance d'une bobine pancake

La meilleure approximation de l'inductance dans une bobine pancake est donnée par [33] :

$$L = \frac{10^{-4} r^2 n^2}{2,54 8r + 11c} \quad (\text{II.4})$$

Figure II.2 : Illustration des paramètres c et r .

Avec :

r : Le rayon de la demi-largeur d'enroulement [m]

n : Le nombre de tours (spires).

c : La largeur des enroulements [m].

II.2.1.4. Inductance mutuelle

L'inductance mutuelle est un point crucial, car elle définit la capacité à transférer de l'énergie. C'est une image du couplage mutuel et du lien entre les bobines primaires et secondaires. Elle contient des informations sur la façon dont les bobines s'influencent mutuellement dans un transformateur sans noyau.

A. Le théorème de Stokes

Le principe de cette méthode est de faire lien entre la circulation, l'intégrale de la surface et le rotationnel d'un champ. Avec cette méthode, la stratégie consiste d'abord à calculer l'inductance mutuelle entre deux bobines à un tour. Ces bobines peuvent être approximées par deux boucles fermées. Leur inductance mutuelle est ensuite calculée à l'aide du théorème de Stokes et du potentiel vectoriel magnétique [19].

$$M = \frac{1}{I_1} \oint_{C_1} A_1 \cdot dl_2 = \frac{1}{I_1} \iint_{S_1} \nabla \times A_1 \cdot dS = \frac{1}{I_1} \iint_{S_2} B_1 \cdot dS \quad (\text{II.5})$$

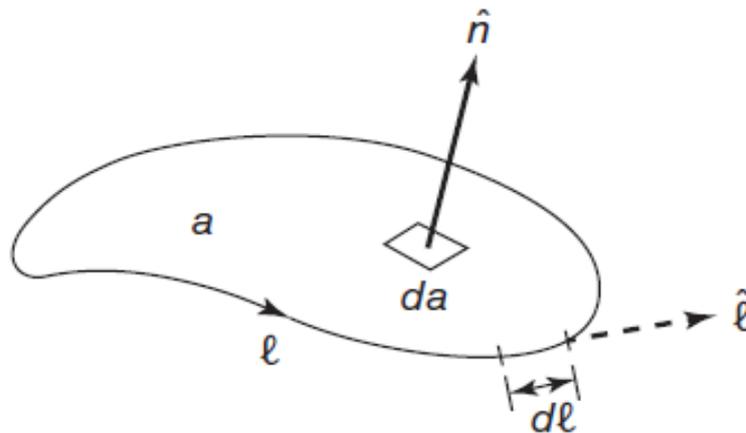


Figure II.3 : Théorème de Stokes [34].

A_1 : Potentiel vecteur magnétique [T.m].

B_1 : Densité de flux magnétique issue de la bobine primaire [T].

S_2 : est la zone délimitée par la bobine secondaire [m^2].

L'équation (II.5) doit être numériquement intégrée sur la zone délimitée par la deuxième bobine afin d'évaluer l'inductance mutuelle entre les deux bobines.

Pour les bobines primaires et secondaires qui ont plus d'un tour, l'inductance mutuelle totale L_{12} est obtenue en additionnant des inductances mutuelles entre chaque paire de spires possibles [19] [33] :

$$L_{12} = \sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=2}^{n_2} M_{ij} \quad (\text{II.6})$$

n_1, n_2 : Sont respectivement le nombre de spires primaires et secondaires.

M_{ij} : Inductance mutuelle entre la $i^{\text{ème}}$ spire primaire et la $j^{\text{ème}}$ spire secondaire.

Dans le cas où on assume que toutes spires primaires et secondaires sont traversées par un flux magnétique identique, l'inductance mutuelle M_{eq} entre les spires secondaires et primaires peut être vue comme la perméance mutuelle entre la bobine secondaire et primaire. Dans ce cas :

$$L_{12} = n_1 \cdot n_2 \cdot M_{eq} \quad (\text{II.7})$$

B. La formule de Neumann

La deuxième méthode de calcul de l'inductance est donnée par la formule de Neumann, elle fournit l'équation analytique pour l'inductance mutuelle entre deux bobines de toute forme : [19]

$$L_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{dl_2 \cdot dl_1}{R} \quad (\text{II.8})$$

C_1 : Le chemin d'intégration du conducteur primaire.

C_2 : Le chemin d'intégration du conducteur secondaire.

R : La distance entre les deux longueurs d'intégration élémentaires dl_1 et dl_2 .

La formule de Neumann est compliquée à utiliser directement, elle peut être évaluée en deux étapes. Premièrement, le potentiel vecteur magnétique est calculé comme suit :

$$A_1 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \oint_{C_1} \frac{dl_1}{R} \quad (\text{II.9})$$

Ensuite, l'inductance mutuelle est exprimée en fonction du potentiel vectoriel :

$$L_{12} = \frac{1}{I_1} \oint_{C_1} A_1 \cdot dl_2 \quad (\text{II.10})$$

C. Expressions générales de mutuelle d'un modèle avec désalignement latéral

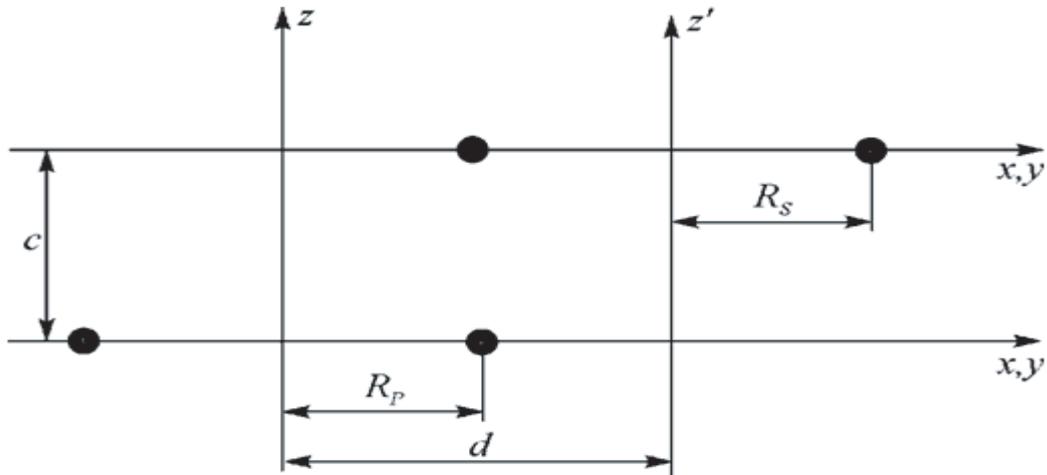


Figure II.4 : Modèle avec désalignement latéral.

L'inductance basique de la mutuelle est donnée par [35] :

$$M = \frac{2\mu_0 N_p N_s}{\pi} \sqrt{R_p R_s} \int_0^\pi \frac{\left[1 - \frac{d}{R_s} \cos\phi\right] \Psi(k)}{\sqrt{V^3}} d\phi \tag{II.11}$$

Avec :

R_p, R_s : sont respectivement le rayon de la bobine secondaire et primaire.

ϕ : L'angle d'intégration.

k : Intégral elliptique.

$$V = \sqrt{1 - 2 \frac{d}{R_s} \cos\phi + \frac{d^2}{R_s^2}}$$

$$K(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2\theta}} d\theta$$

$$\Psi(k) = \left(1 - \frac{K^2}{2}\right) K(k) - E(k)$$

$$E(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - k^2 \sin^2\theta} d\theta$$

$$\alpha = \frac{R_s}{R_p} \quad , \quad \beta = \frac{c}{R_p} \quad , \quad \xi = \beta \quad , \quad K^2 = \frac{4\alpha}{(1+\alpha)^2 + \xi^2}$$

II.2.1.5. Avantages et inconvénients de la méthode analytique

A. Avantages

- La possibilité de prendre en compte les phénomènes de saturation magnétique à une échelle locale.
- Le temps d'évaluation des modèles reste très court, lorsque la géométrie est relativement simple.
- La possibilité d'utiliser des algorithmes déterministes (par exemple la méthode du gradient) lorsque ces modèles sont employés dans des routines d'optimisation.

- La possibilité d'opérer aisément un couplage entre les différents domaines physiques par la nature explicite des équations des modèles analytiques.

B. Inconvénients

- La difficulté de décrire certains phénomènes physiques tel que la saturation des matériaux ferromagnétiques, ce qui fait de l'approche analytique une méthode non adéquate pour des problèmes à caractères non linéaires (limité en terme de géométrie).
- Pour des géométries complexes, il devient difficile d'obtenir une formulation analytique correcte ou en d'autres termes d'écrire les équations de manière formelle.
- Une connaissance précise des grandeurs magnétiques à un niveau local est nécessaire afin de pouvoir appliquer les modèles de pertes.

II.2.2. Approches numériques basées sur la modélisation électromagnétique

II.2.2.1 Equations de Maxwell

Les phénomènes électromagnétiques sont régis par les quatre équations aux dérivées partielles de Maxwell et par les trois relations du milieu [36].

- **Loi de Maxwell-Faraday**

La loi de Faraday représente la première équation, elle est le résultat de la découverte expérimentale de Michael Faraday en 1831 [36].

$$\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad (II.12)$$

Cette loi établit qu'un champ \vec{B} variant dans le temps produit un champ électrique non conservateur dont les lignes de champs sont fermées. Dans sa forme intégrale, la loi de Faraday stipule que lorsque le flux magnétique ($\int \vec{B} \cdot \vec{ds}$) enfermé par une boucle de fil change avec le temps, un courant est produit dans la boucle indiquant qu'une tension ou une force électromotrice est induite autour de la boucle. [36] [47] Un champ magnétique variant donne naissance à un champ électrique [38].

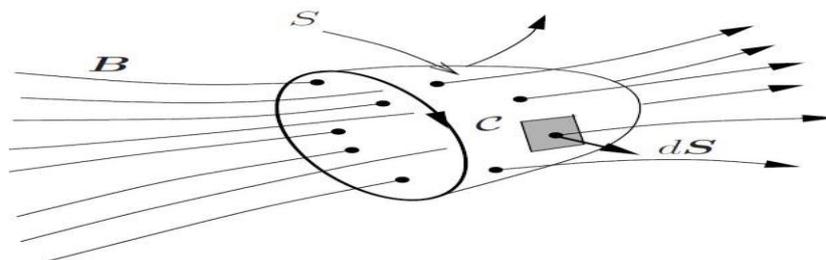


Figure II.5 : Illustration de la loi de Faraday [38].

- **Loi de Maxwell Gauss**

Cette relation est une conséquence directe de la loi de Coulomb qui stipule que la force d'interaction entre les charges électriques dépend de la distance entre eux. Selon la loi de Gauss, la divergence du champ vectoriel \vec{D} est la densité volumique des charges électriques libres [36].

$$\text{div } \vec{D} = \rho \quad (\text{II.13})$$

\vec{D} : Vecteur déplacement électrique [$C \cdot m^{-2}$], $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$

ϵ_0, ϵ_r : Respectivement ; perméabilité électrique du vide et perméabilité électrique relative au milieu.

ρ : Densité volumique de charge [$C \cdot m^{-3}$].

- **Loi de Maxwell-Flux (Maxwell-Thomson)**

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (\text{II.14})$$

L'équation (II.14) peut s'exprimer sous forme intégrale comme suit :

$$\oiint B \cdot dS = 0 \quad (\text{II.15})$$

Le flux magnétique à travers toute surface fermée S est nul : Le champ magnétique est à flux conservatif (pas de monopôle magnétique).

- **Loi de Maxwell-Ampère**

Cette équation relie le champ magnétique à ses sources et au champ électrique [36].

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II.16})$$

Tel que :

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J}_D \quad (\text{II.17})$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (\text{II.18})$$

J_c : Densité de courant de conduction.

J_D : Densité de courant de déplacement.

La variation de la densité électrique (D) dans le temps et la circulation d'un courant (J) donne naissance à un champ magnétique.

- **La force de Lorentz**

En plus des équations de Maxwell, la force de Lorentz permet de calculer l'orientation et l'intensité de la force subie par une charge plongée dans un champ magnétique.

C'est la force sur une charge q se déplaçant avec la vitesse \vec{v} à travers un champ \vec{E} et un champ magnétique \vec{B} [37] :

$$\vec{F}_r = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (\text{II.19})$$

Les champs électriques et magnétiques en un point peuvent être déterminés à partir d'une connaissance des forces subies par une charge en ce point pour plusieurs vitesses différentes [37].

Avec :

\vec{D} : Vecteur déplacement électrique [C/m].

ρ : Densité volumique de la charge [C/m].

\vec{E} : Vecteur champ électrique [V/m].

\vec{B} : Vecteur induction magnétique [T].

\vec{H} : Vecteur champ magnétique [A/m].

\vec{J}_t : La densité totale du courant électrique [A/m²].

\vec{J}_c : La densité de courant de conduction [A/m²].

\vec{J}_D : La densité de courant de déplacement [A/m²].

\vec{v} : La vitesse [m/s].

II.2.2.2. Conditions de passage (d'interfaces)

Dans la majorité des problèmes de l'électromagnétisme on est confronté à plusieurs milieux, lors du passage d'un milieu 1 à un milieu 2, les grandeurs de champ subissent des discontinuités aux interfaces. On fait alors appel aux conditions aux limites qui sont représentées par les 4 équations suivantes :

$$(\vec{H}_2 - \vec{H}_1) \times \vec{n} = \vec{J} \quad (\text{II.20})$$

$$(\vec{E}_2 - \vec{E}_1) \times \vec{n} = 0 \quad (\text{II.21})$$

$$(\varepsilon_1 \vec{E}_1 - \varepsilon_2 \vec{E}_2) \times \vec{n} = 0 \quad (\text{II.22})$$

$$(\mu_1 \vec{H}_1 - \mu_2 \vec{H}_2) \times \vec{n} = 0 \quad (\text{II.23})$$

II.2.2.3. Loi de Lenz-Faraday

La loi de Lenz est une conséquence du principe de conservation de l'énergie appliqué à l'induction électromagnétique. Elle a été formulée par Heinrich Lenz en 1833, tandis que la loi de Faraday donne l'amplitude de la FEM produite, la loi de Lenz renseigne sur le sens que va prendre le courant. Selon cette loi, le sens du courant est toujours tel qu'il va s'opposer à la variation du flux qui lui a donné naissance. Ainsi, tout champ magnétique créé par un courant induit sera de sens opposé à la variation du champ initial [39].

La loi de Lenz est en général incorporée à la loi de Faraday avec un signe moins, ce qui permet d'utiliser le même système de coordonnées pour le flux et la FEM. La loi résultante est parfois appelée loi de Lenz-Faraday [39].

$$e = - \frac{d\phi}{dt} \quad (\text{II.24})$$

Le signe « - » présent dans cette loi est une signification de la définition historique de l'orientation du champ électrique (de la charge + vers la charge -) et du champ magnétique (à l'extérieur de l'aimant les lignes de champ vont du pôle nord de l'aimant vers le pôle sud). Une conséquence de cette loi est donnée par les courants de Foucault.

En pratique, l'induction magnétique est souvent causée par plusieurs bobines, chacune d'elles produisant la même FEM.

$$e = -N \frac{d\phi}{dt} \quad (\text{II.25})$$

Avec :

e : La FEM [$V \cdot m^{-1}$].

ϕ : flux d'induction magnétique [Wb].

N : le nombre de bobines.

On ajoute les équations qui définissent le flux magnétique et le flux électrique, respectivement équation (II .26) et (II .27) :

$$\phi_M = \iint \vec{B} \cdot \vec{ds} \quad (\text{II.26})$$

$$\phi_E = \iint \vec{D} \cdot \vec{ds} \quad (\text{II.27})$$

ϕ_M : Flux magnétique [Wb].

ϕ_E : Flux électrique [V.m].

\vec{D} : Densité de champ électrique (Induction électrique) [C/m^2].

II.2.2.4. Lois de comportement des milieux

Pour définir complètement le phénomène électromagnétique, on rajoute la loi de comportement des milieux qui exprime la relation non linéaire entre \vec{B} et \vec{H} due à la saturation du champ magnétique [36].

A. Relation magnétique

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\text{II.28})$$

$$\mu = \mu_0 \mu_r \quad (\text{II.29})$$

μ : La perméabilité caractéristique du milieu [H/m].

μ_r : La perméabilité relative du milieu.

μ_0 : La perméabilité du vide, $\mu_0 = 4.\pi.10^{-7}$ [H/m].

La courbe d'aimantation $B = f(H)$, détermine la relation entre le champ et l'induction magnétique, une variation du champ H conduit à une variation de l'induction B.

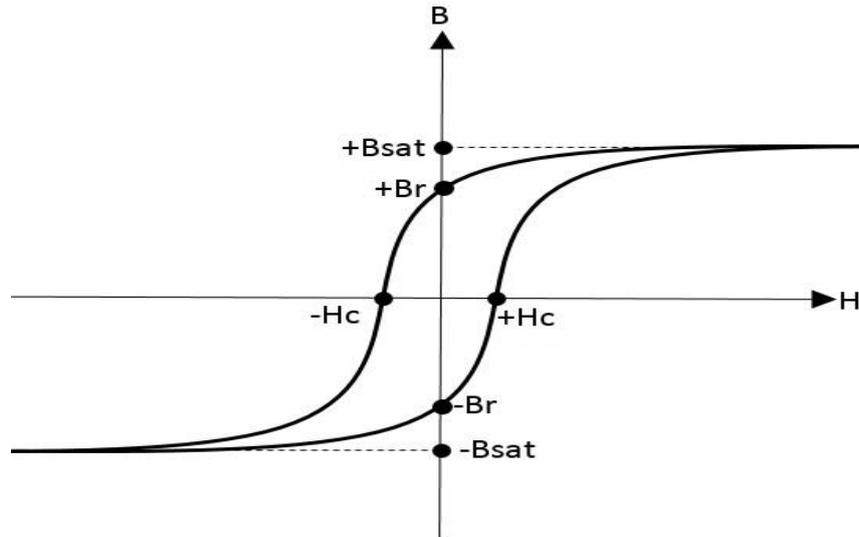


Figure II.6 : Courbe d'aimantation.

Lorsque le champ magnétique appliqué à un tel matériau s'annule, il subsiste une induction dite rémanente, notée B_r . Pour ce type de matériau [36] [40].

$$\vec{B} = \mu\vec{H} + \vec{B}_r \tag{II.30}$$

$$B_r = \mu_0 M \tag{II.31}$$

\vec{B}_r : Vecteur induction magnétique rémanente [T].

M : L'aimantation [A/m].

B. Loi d'Ohm

Quand un tel milieu est soumis à un champ électrique, les charges électriques (électrons libres dans les métaux) se mettent en mouvement, créant un courant électrique. Dans les milieux homogènes et isotropes, on admet la loi d'Ohm généralisée : [40]

$$\vec{J} = \vec{J}_s + \sigma\vec{E} + \sigma(\vec{v} \wedge \vec{B}) + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \tag{II.32}$$

Avec :

σ : Conductivité électrique [$S.m^{-1}$].

\vec{J}_s : Densité du courant d'excitation ou de source [$A.m^{-2}$].

$\sigma\vec{E}$: Densité des courants induits [$A.m^{-2}$].

$\sigma(\vec{v} \wedge \vec{B})$: Densité des courants induits par mouvement [$A.m^{-2}$].

\vec{v} : Vecteur vitesse des pièces conductrices susceptible [$A.m^{-2}$].

C. Comportement diélectrique des matériaux :

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (\text{II.33})$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r \quad (\text{II.34})$$

Cette équation décrit la relation entre le vecteur induction électrique \vec{D} et le vecteur champ électrique \vec{E} . Elle est linéaire si ε est constante.

Dans le cas des conducteurs non-polarisé, on obtient :

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} \quad (\text{II.35})$$

Où :

ε_0 : Permittivité absolue du vide [F/m], $\varepsilon_0 = \frac{1}{36.\pi.10^9}$ [F.m⁻¹].

ε_r : Permittivité relative du milieu.

II.2.2.5. Formulation en potentiel vecteur magnétique

Vu que le champ magnétique est à flux conservatif, sa divergence est nulle (II.14). Il existe alors un champ appelé potentiel vecteur magnétique tel que :

$$\vec{B} = \overrightarrow{rot} \vec{A} \quad (\text{II.36})$$

$$\overrightarrow{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.37})$$

$$\overrightarrow{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial}{\partial t} \overrightarrow{rot}(\vec{A}) \quad (\text{II.38})$$

$$\overrightarrow{rot}(\vec{E}) = \overrightarrow{rot} \left(-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) \quad (\text{II.39})$$

Pour un conducteur filaire : $\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$

$$\overrightarrow{rot} \vec{H} = \vec{J}_s + \sigma \vec{E} + \sigma(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (\text{II.40})$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu} \quad (\text{II.41})$$

$$\overrightarrow{rot} \left(\frac{\vec{B}}{\mu} \right) = \vec{J}_s + \sigma \left(-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) + \sigma(\vec{v} \times \overrightarrow{rot} \vec{A}) \quad (\text{II.42})$$

$$\overrightarrow{rot} \left(\frac{\overrightarrow{rot} \vec{A}}{\mu} \right) = \vec{J}_s + \sigma \left(-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) + \sigma(\vec{v} \times \overrightarrow{rot} \vec{A}) \quad (\text{II.43})$$

Afin d'assurer l'unicité du potentiel vecteur magnétique \vec{A} on applique une jauge et généralement c'est la jauge de Coulomb qui est automatiquement vérifiée pour les systèmes en 2D.

$$\operatorname{div}\vec{A} = 0 \quad (\text{II.44})$$

II.2.3. Méthodes numériques de résolution des équations aux dérivées partielles

Parfois la complexité des équations ne permet pas de fournir une solution analytique pour un problème donné. On a alors recours à des méthodes numériques qui permettent de résoudre les formulations intégrales ou différentielles par une discrétisation/un maillage de l'espace, et du temps dans le cas des méthodes temporelles. Pour atteindre un niveau de convergence suffisant, le maillage doit s'effectuer avec un niveau de finesse suffisamment importante, ce qui limite rapidement la dimension des structures pouvant être analysées. La résolution numérique s'effectue dans un domaine borné qui nécessite de définir des conditions aux limites.

Ces méthodes sont beaucoup plus adaptées à la résolution de problèmes d'équations aux dérivées partielles du (TESF) en zone de champ proche et à des structures de tailles électriquement réduites.

L'organisation des étapes de résolution numérique d'un problème d'équations aux dérivées partielles électromagnétiques, est présentée par l'organigramme de la Figure (II.7).

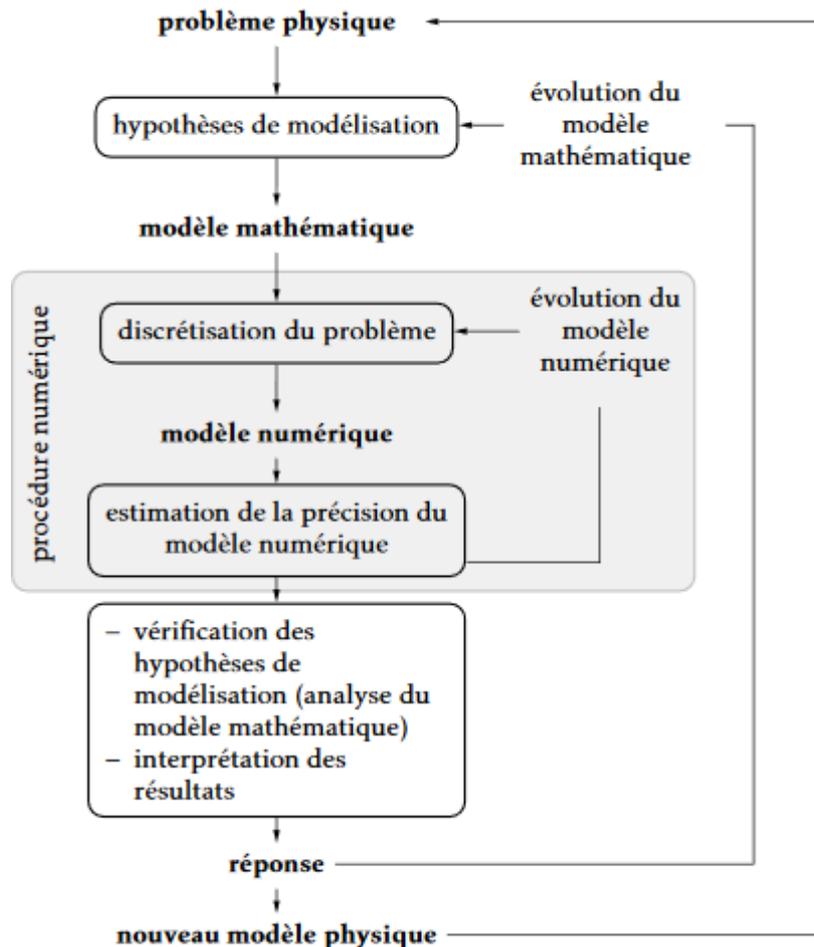


Figure II.7 : Structure d'analyse en utilisant l'approche numérique [42].

Afin de modéliser les phénomènes électromagnétiques, les méthodes numériques couramment utilisées aujourd'hui sont basées sur les différences finies, des volumes finis ou encore la méthode qui nous intéresse le plus, soit la méthode des éléments finis.

II.2.3.1. Méthode des éléments finis

La Méthode des Eléments Finis (MEF) est la méthode numérique la plus populaire et la plus flexible pour déterminer la solution approximative des équations aux dérivées partielles, il existe même plusieurs logiciels commercialisés qui sont capables de résoudre des problèmes à une, deux ou trois dimensions. De portée générale, elle est utilisée en électromagnétisme, mécanique des structures/fluides, transfert thermique, l'optimisation des structures, la mise en forme/étude de la résistance des matériaux, et dans les domaines de la physique appliquée.

L'idée fondamentale de la (MEF) est basée sur la formulation des équations de Maxwell dans lesquelles les champs électriques et magnétiques sont discrétisés dans tout l'espace, subdiviser (discrétiser) une forme complexe en un grand nombre de sous-domaines élémentaires de forme

géométrique simple (éléments finis) interconnectés en des points appelés nœuds. Cette subdivision donne un maillage d'éléments finis.

Les champs scalaire ou vecteur inconnus dans les équations à résoudre sont approximées dans chaque élément fini par des fonctions simples appelées fonctions de forme ou d'approximation. Une fonction de forme est une fonction continue définie sur un élément fini unique. Les fonctions de forme des éléments finis individuels sont combinées en fonctions de forme globales, également appelées fonctions de base [42].

La méthode comprend deux étapes. La première étape consiste à convertir la forme forte de l'EDP à la forme faible. La deuxième étape consiste à utiliser des éléments de taille finie pour discrétiser et résoudre le problème de forme faible qui en résulte [43].

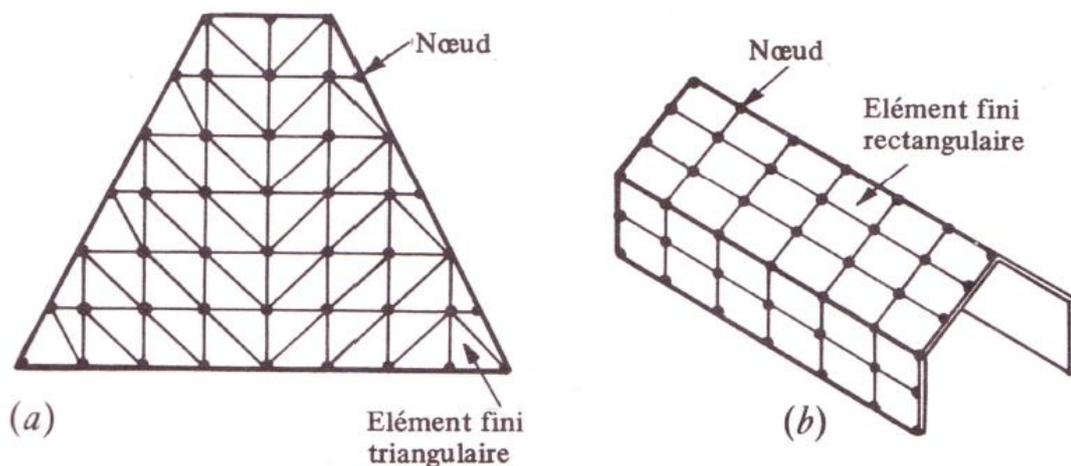


Figure II.8 : Exemple de Maillage.

Les principales étapes de la construction d'un modèle d'élément finis sont ainsi [44]

- Discrétisation du milieu continu en sous domaines.
- Construction de l'approximation nodale par sous domaine.
- Calcul des matrices élémentaires correspondant à la forme intégrale du problème.
- Assemblage des matrices élémentaires.
- Prise en compte des conditions aux limites.
- Résolution du système d'équations.

A. Discrétisation de la géométrie (le maillage).

La discrétisation du domaine est la première et peut-être l'étape la plus importante de toute analyse par éléments finis. Cette étape est une redéfinition de la géométrie, elle consiste

à découper le domaine continu en sous-domaines, il faut donc simplifier au maximum une géométrie complexe du domaine par des éléments géométriques simples (Figure II.8). Il ne doit y avoir ni recouvrement ni trou entre deux éléments ayant une frontière commune. Le maillage par élément fini est généré par un programme de préprocesseur.

$$\Omega = \sum_{e=1}^n \Omega_e \quad (\text{II.45})$$

Ω : Domaine continu.

Ω_e : Sous-domaine.

e : Nombre de sous-domaine.

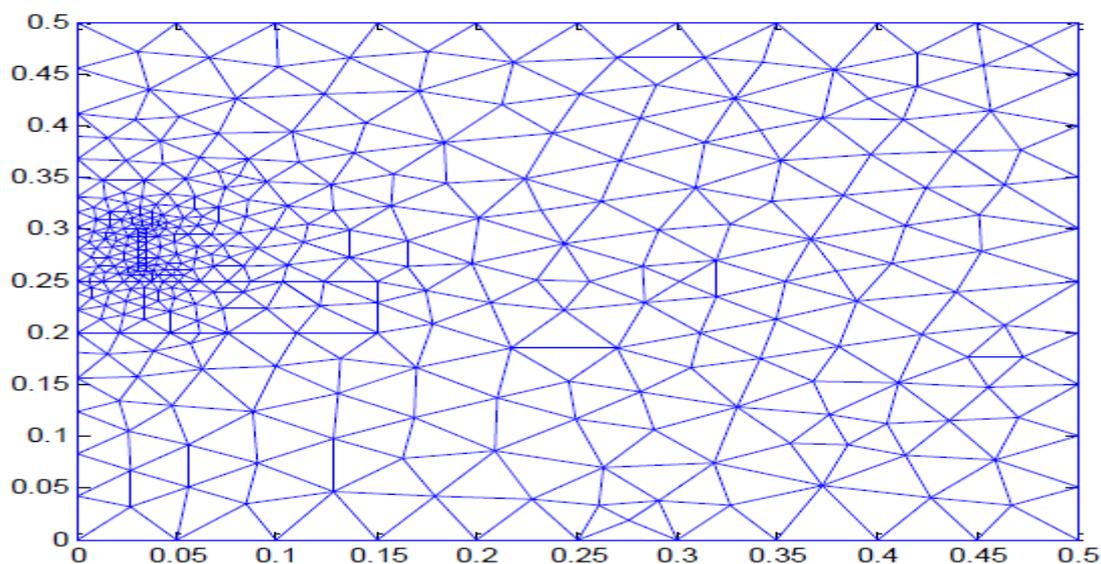


Figure II.9 : Coupe 2D du maillage.

Pour un domaine 1D qui est en fait une droite de ligne courbe, les éléments sont souvent des segments de lignes courtes interconnectées pour former la ligne d'origine. Pour un domaine 2D, les éléments sont généralement de petits triangles et rectangles. Les éléments rectangulaires sont bien sûr les mieux adaptés pour discrétiser des régions rectangulaires, tandis que les éléments triangulaires peuvent être utilisés pour des régions irrégulières. Dans une solution 3D, le domaine peut être subdivisé en tétraèdres, prismes triangulaires ou briques rectangulaires, parmi lesquels les tétraèdres sont les plus simples et les mieux adaptés aux domaines à volume arbitraire (Figure II.10). [42]

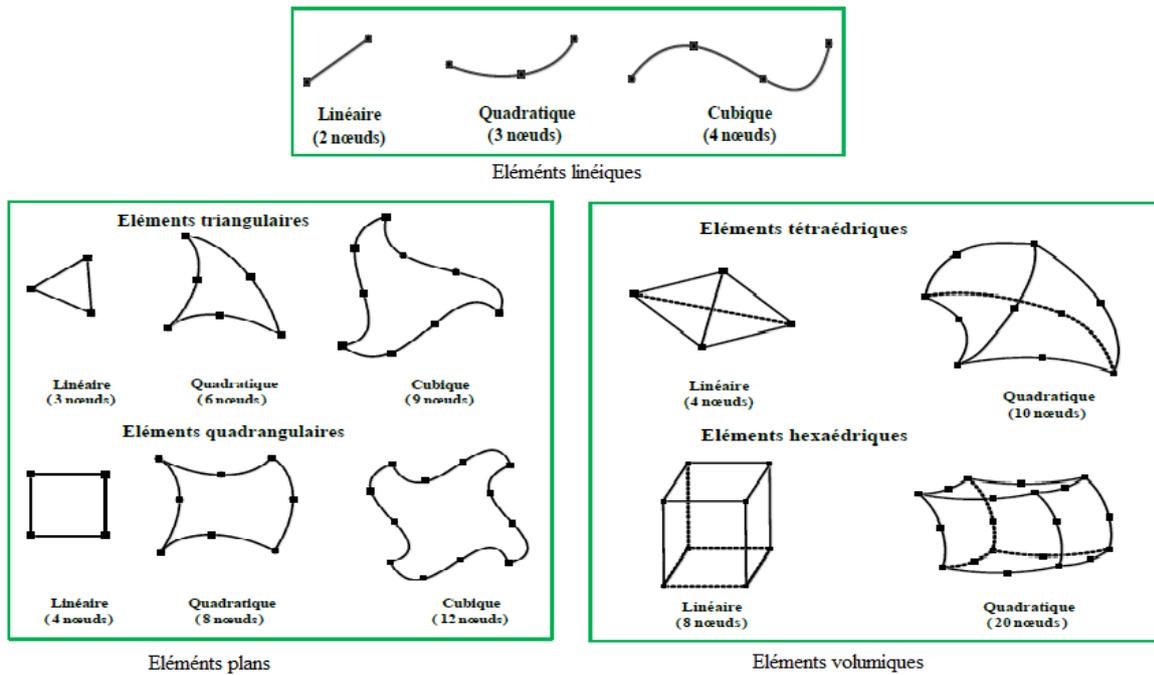


Figure II.10 : Différents types d'éléments utilisés dans la méthode des éléments finis.

Lorsque la frontière du domaine est constituée par des courbes ou des surfaces plus complexes que celles qui définissent les frontières des éléments, une erreur est inévitable. Cette erreur est appelée "erreur de discrétisation géométrique". Elle peut être réduite en diminuant la taille des éléments ou en utilisant des éléments à frontières plus complexe.

B. Construction de l'approximation nodale

La méthode d'approximation nodale d'une fonction s'étend directement à l'approximation de plusieurs fonctions de plusieurs variables. Cette approximation est construite sur les valeurs approchées du champ aux nœuds de l'élément considéré, on parle de représentation nodale de l'approximation ou plus simplement d'approximation nodale. Généralement le champ à approcher est un champ vectoriel, l'interpolation nodale est construite à partir d'une approximation générale.

$$u^*(M) = \phi(M)a \tag{II.46}$$

$u^*(M)$: La valeur de la fonction approchée en tout point M de l'élément N.

ϕ : fonction de base (d'interpolation).

a : Le vecteur des paramètres de l'approximation aussi dits paramètres généralisés, qui n'a pas de signification physique.

L'approximation peut fournir une solution approchée en tout point x d'une fonction difficile à évaluer ou connue seulement en certains points. Une solution approchée d'une équation différentielle ou aux dérivées partielles.

C. Calcul des matrices élémentaires

D'abord, il s'avère cruciale de déterminer l'équation aux dérivées partielles du problème à résoudre (dans notre cas c'est le modèle électromagnétique).

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial y} \right) - j\omega\sigma A = J_s \quad (\text{II.47})$$

A : Potentiel vecteur magnétique [T/m].

J_s : Densité de courant [A/m^2].

σ : Conductivité électrique [S/m].

ω : Pulsation.

μ : Perméabilité magnétique [H/m].

On utilise ensuite la méthode des résidus pondérés qui permet de traiter directement l'équation aux dérivées partielles, Elle consiste à projeter l'équation à résoudre sur une base de fonction. [43]

$$\iint \Psi(x, y) \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial y} \right) - j\omega\sigma A - J_s \right] d\Omega \quad (\text{II.48})$$

Ψ : Fonction de pondération.

Ω : Le domaine.

La méthode des résidus pondérés est considérée comme la base mathématique de la (MEF), elle consiste alors à déterminer ϕ qui annule la forme intégrale :

$$\iint \Psi(x, y) R d\Omega = 0 \quad (\text{II.49})$$

$$\iint \Psi(x, y) \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial y} \right) - j\omega\sigma A - J_s \right] d\Omega = 0 \quad (\text{II.50})$$

R : Résidus qui est l'erreur commise lorsqu'on utilise une approximation $u^*(M)$ de $\phi(M)$ pour écrire les équations du problème.

La méthode la plus simple pour développer les formulations intégrales est la méthode de Galérkine. Cette méthode est un cas particulier où les fonctions de pondération Ψ_i sont identiques à la fonction d'interpolation ϕ_i . L'avantage de cette méthode réside dans le fait qu'elle ne nécessite pas la connaissance d'un principe variationnel associé à l'EDP [36].

$$\phi_i(x, y) = \Psi_i(x, y) \quad (\text{II.51})$$

$$R = \sum_{e=1}^{ne} Re \quad (\text{II.52})$$

D. Assemblage des matrices élémentaires.

Cette opération fait l'assemblage des matrices élémentaire F , et matrice Raideur K .

$$R = \sum_{e=1}^{ne} Re = 0 \quad (\text{II.53})$$

$$R = \sum_{e=1}^{ne} [K]^e [A]^e - [F]^e = [K][A] - [F] = 0 \quad (\text{II.54})$$

$[K]$: La matrice globale discrétisée dite la matrice Raider.

$[F]$: Vecteur source.

Le système final à résoudre est :

$$[K][A] = [F] \quad (\text{II.55})$$

La résolution du système se fait après introduction des conditions aux limites.

E. La détermination des conditions aux limites

Il existe deux types de conditions aux limites pour un domaine \vec{D} .

- **Condition de Dirichlet** : Cette condition consiste à appliquer la valeur de la solution A_d sur la frontière du domaine.

$$\vec{A}|_{\Gamma} = A_d \quad (\text{II.56})$$

- **Condition de Neumann** : Cette condition consiste à appliquer la dérivé d'une solution A_n à l'intérieur de la limite du domaine.

$$\frac{\partial \vec{A}}{\partial \vec{n}}|_{\Gamma} = A_n \quad (\text{II.57})$$

Avec :

\vec{n} : Vecteur unitaire

A_d et A_n : des constantes.

Pour les conditions aux limites homogènes on pose : $A_d = 0$, $A_n = 0$.

II.2.3.2. Avantages et inconvénients de la MEF

A. Avantages [43]

- Implémentation aisée des conditions aux limites
- Adaptation aux géométries complexes 2D/3D.
- Les éléments d'ordre supérieur peuvent être mis en œuvre avec une relative facilité.
- L'anisotropie et la non linéarité/homogénéité des matériaux peuvent être traitées sans trop de difficultés.
- La disponibilité d'un grand nombre de logiciels et de documentation informatique qui fait de la (MEF) une méthode numérique polyvalente et puissante.

B. Inconvénients [43]

- Une grande quantité de données est requise comme entrée pour le maillage utilisé en termes de connectivité nodale et d'autres paramètres en fonction du problème.
- Nécessite des ressources informatiques importantes
- Il existe des points chauds tels que le rapport d'aspect (rapport des dimensions plus longues aux dimensions plus petites), qui peuvent affecter le résultat final.

II.3. Conclusion

Dans ce chapitre on a présenté les différentes approches de modélisation électromagnétique, ainsi que leurs avantages et inconvénients.

D'après ce qu'on a présenté on conclut qu'un modèle en éléments finis prenant en compte un minimum d'hypothèses sera celui qui nécessite le plus de temps de calcul mais aussi celui qui donnera le plus d'informations avec une précision suffisante. Un modèle analytique moyennant des hypothèses simplificatrices sera le plus rapide et pourra fournir des informations/résultats sur les grandeurs globales avec un niveau de précision très acceptable. La méthode à utiliser pour la résolution d'un problème donnée dépendra de la géométrie et du type du problème à résoudre, il est alors judicieux de bien choisir la méthode afin d'obtenir les résultats souhaités.

Chapitre III

Modélisation magnétodynamique du système de TESF et calcul des grandeurs globales

III.1. Introduction

Les méthodes numériques sont pratiques, moins coûteuses, et prennent moins de temps, elles fournissent une solution numérique approchée du problème basé sur le jugement technique ainsi que les paramètres d'entrée. Afin de pouvoir modéliser il faudra donc un logiciel de simulation, dans notre cas on utilisera MATLAB/Pdetoool.

Dans le présent chapitre, on va présenter le logiciel à utiliser ainsi que les étapes nécessaires de modélisation magnétodynamique d'un système de transfert d'énergie sans contact et l'application de la méthode des éléments fini sur les équations aux dérivées partielles.

III.2. Présentation de l'outil PDEtool sous Matlab

La boîte à outils PDE (Partial Differential Equation) fournit un environnement flexible et puissant pour l'étude et la résolution d'équations aux dérivées partielles en deux dimensions spatiales et temporelles. Les équations sont discrétisées par la méthode des éléments finis (MEF). Les objectifs du Pdetoool est de fournir des outils permettant de : [45]

- Définir un problème d'équation aux dérivées partielles (définir les régions 2D, les conditions aux limites et Coefficients PDE).
- Résoudre numériquement un problème d'équation au dérivées partielles (générer des maillages non structurés, discrétiser les équations et produire une approximation de la solution).
- Visualiser les résultats.

Pdetoool est utilisé dans une grande variété de phénomènes dans toutes les branches de l'ingénierie et de la science.

- Les équations elliptiques et paraboliques sont utilisées pour la modélisation du transfert de chaleur, de l'électrostatique des milieux diélectriques et conducteurs...
- Les équations hyperboliques sont utilisées pour la propagation des ondes transitoires et harmoniques en acoustique et électromagnétique, mouvements transversaux des membranes...

III.2.1. Définition d'un problème sous PDEtool

La manière la plus simple de définir un problème dans PDEtool est d'utiliser l'interface graphique GUI implémenté dans pdetool, il existe 3 étapes différentes pour définir un problème électromagnétique (Figure III.1).

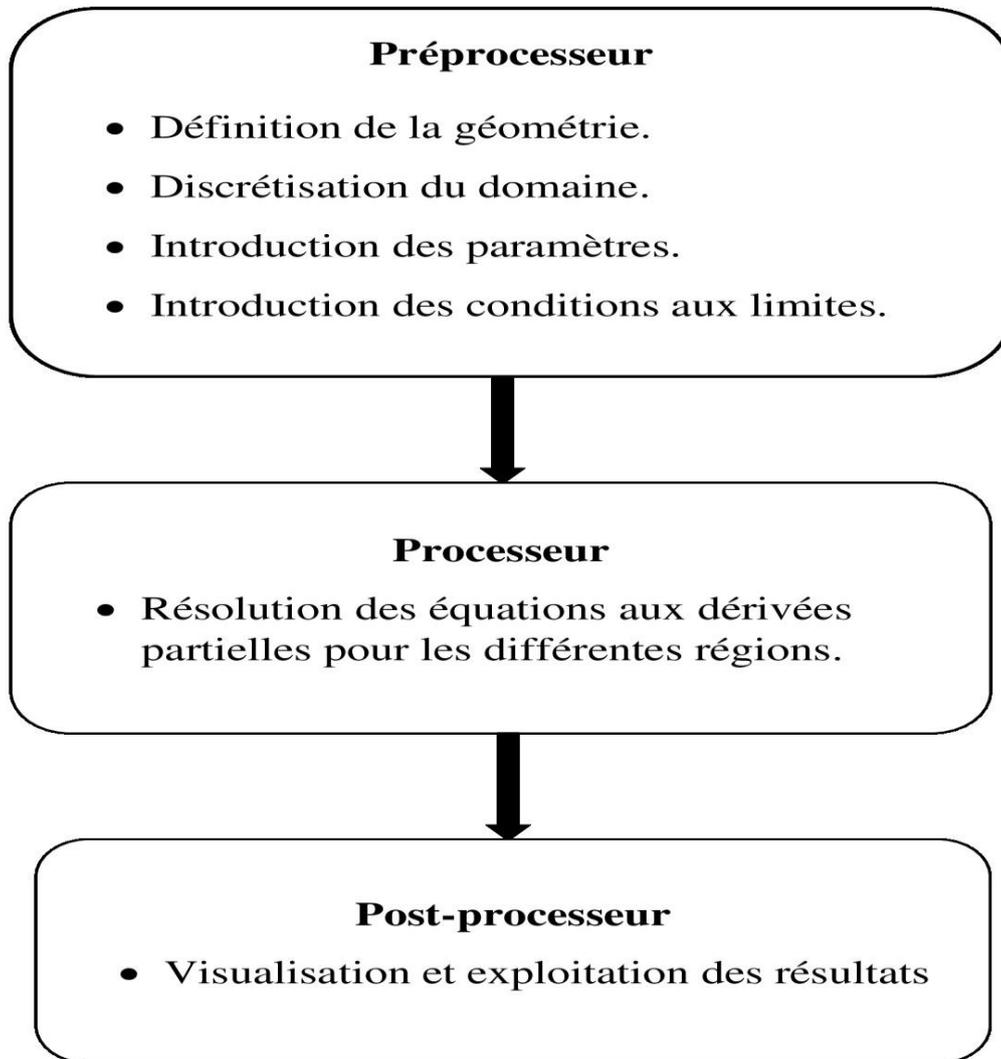


Figure III.1 : Les étapes de la résolution d'un problème.

III.2.2. Modes de PDEtool

1. Draw mode (mode dessin) :

Il permet de dessiner des objets solides (rectangle, cercle, ellipse et polygone). A chaque objet est attribué automatiquement un nom unique qui est affiché dans

l'interface graphique sur l'objet lui-même, on peut ainsi combiner les objets en utilisant les formules.

2. Boundary mode (mode frontière) :

Il permet de définir les conditions aux limites de type (Neumann, Dirichlet, et mixtes). Les limites extérieures sont codées par couleur pour indiquer le type de conditions aux limites. Le rouge correspond à la condition aux limites de Dirichlet, le bleu représente les conditions de Newman et le vert, les conditions mixtes.

3. PDE mode :

Ce mode nous permet de spécifier le type de problème ainsi que les coefficients c , a , f , et d . On peut aussi spécifier les coefficients pour chaque domaine indépendamment.

III.2.3. Résolution d'un problème PDE

1. Mesh Mode (mode maillage) :

Dans ce mode, on peut tracer les maillages et contrôler les paramètres de générateur de maillage automatisé, un maillage initial peut être généré en sélectionnant « Initialise Mesh » puis « Refine Mesh ».

2. Solve mode (mode de résolution) :

Ce mode permet de spécifier les paramètres de résolution. Pour les problèmes paraboliques et hyperboliques, on peut spécifier les valeurs initiales et les durées pendant lesquelles la sortie doit être générée.

Même après avoir résolu un problème on peut toujours revenir en mode maillage pour l'affiner davantage puis résoudre le problème à nouveau.

3. Plot mode :

Ça permet de visualiser les résultats avec une large variété de méthode de visualisation telle que la visualisation de la surface, maillage, contour des parcelles...

Nous pouvons afficher la solution en 2D et 3D.

III.3. Etude d'un système (TESF) par modélisation numérique électromagnétique

Comme dit précédemment dans le chapitre I, le principe de la TESF repose sur le principe du transformateur. Le système d'étude est constitué de deux bobines cylindriques plates et identiques qui vont jouer le rôle de l'émetteur et le récepteur. Les bobines sont électriquement isolées.

III.3.1. La formulation des équations en potentiel vecteur magnétique.

Les phénomènes électromagnétiques sont régis par les quatre équations aux dérivées partielles de Maxwell. On a :

$$\begin{cases} \vec{B} = \overrightarrow{rot}(\vec{A}) \\ div(\vec{A}) = 0 \\ \overrightarrow{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \overrightarrow{rot}(\vec{H}) = \vec{J} \end{cases}$$

A partir de ces équations :

$$\overrightarrow{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial}{\partial t} \overrightarrow{rot}(\vec{A}) \quad (III.1)$$

On peut écrire

$$\overrightarrow{rot}\left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) = 0 \quad (III.2)$$

Avec :

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \overrightarrow{grad}(V) \quad (III.3)$$

V : Potentiel scalaire électrique.

En considérant la loi d'ohm :

$$\vec{J} = \sigma \left(-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \overrightarrow{grad}(V) \right) \quad (III.4)$$

On obtient :

$$\overrightarrow{rot}(\vec{H}) = \sigma \left(-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \overrightarrow{grad}(V) \right) \quad (III.5)$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot} \vec{A} \quad (III.6)$$

Finalement :

$$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot} \vec{A}\right) = \sigma \left(-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \overrightarrow{grad}(V) \right) \quad (III.7)$$

$$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot}(\vec{A})\right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\sigma \overrightarrow{grad}(V) \quad (III.8)$$

Avec : $\vec{J}_s = -\sigma \overrightarrow{\text{grad}}(V)$ (Densité de courant source)

On aboutit à l'équation magnétodynamique :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{A}) \right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{J}_s \quad (\text{III.9})$$

III.3.2. L'équation magnétodynamique

Pour un modèle magnétodynamique en régime harmonique $\frac{\partial}{\partial t} = j\omega$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{A}) \right) + j \cdot \omega \cdot \sigma \cdot \vec{A} = \vec{J}_s \quad (\text{III.10})$$

III.3.2.1. En coordonnées cylindriques

Le plant d'étude en coordonnées cylindriques 2D est un plan (r, z) en d'autre terme $\frac{\partial}{\partial \phi} = 0$

Le potentiel vecteur magnétique en coordonnées cylindriques ne possède qu'une seule composante $\vec{A} = (0, A_\phi, 0)$ et $\vec{J}_s = (0, j_{s\phi}, 0)$

$$\vec{B} = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} = \vec{\nabla} \times \vec{A} = \frac{1}{r} \begin{vmatrix} \vec{u}_r & r\vec{u}_\phi & \vec{u}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \phi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & rA_\phi & 0 \end{vmatrix} = \begin{cases} \vec{u}_r \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial r A_\phi}{\partial z} \right) \\ \vec{u}_\phi(0) \\ \vec{u}_z \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r A_\phi}{\partial r} \right) \end{cases} \quad (\text{III.11})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} B_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial r A_\phi}{\partial z} \\ B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial r A_\phi}{\partial r} \end{cases} \quad (\text{III.12})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} = -\left(\frac{1}{r} \frac{\partial r A_\phi}{\partial z} \right) \vec{u}_r + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r A_\phi}{\partial r} \right) \vec{u}_z \quad (\text{III.13})$$

$$\frac{1}{\mu} (\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}) = -\frac{1}{\mu} \left[\left(\frac{1}{r} \frac{\partial r A_\phi}{\partial z} \right) \vec{u}_r + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r A_\phi}{\partial r} \right) \vec{u}_z \right] \quad (\text{III.14})$$

**Chapitre III Modélisation magnétodynamique du système de TESF et calcul
des grandeurs globales**

On pose : $\frac{1}{\mu} = v$

Alors :

$$\frac{1}{\mu}(\overrightarrow{rot}\vec{A}) = -\left(\frac{v}{r}\frac{\partial r A_\phi}{\partial z}\right)\vec{u}_r + \left(\frac{v}{r}\frac{\partial r A_\phi}{\partial r}\right)\vec{u}_z \quad (\text{III.15})$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{rot}\vec{A}\right) &= \frac{1}{\mu}\vec{\nabla} \times \overrightarrow{rot}\vec{A} = \frac{1}{r} \begin{vmatrix} \vec{u}_r & r\vec{u}_\phi & \vec{u}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \phi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ -\frac{v}{r}\frac{\partial r A_\phi}{\partial z} & 0 & \frac{v}{r}\frac{\partial r A_\phi}{\partial r} \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{v}{r} \frac{\partial r A_\phi}{\partial r} \right) \vec{u}_r \right. \\ &\quad - \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \frac{\partial r A_\phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{r} \frac{\partial r A_\phi}{\partial z} \right) \right) r\vec{u}_\phi \\ &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{v}{r} \frac{\partial r A_\phi}{\partial z} \right) \vec{u}_z \right] \end{aligned} \quad (\text{III.16})$$

Avec $\frac{\partial}{\partial \phi} = 0$

Alors :

$$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{rot}\vec{A}\right) = -\left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \frac{\partial r A_\phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{r} \frac{\partial r A_\phi}{\partial z} \right)\right)\vec{u}_\phi \quad (\text{III.17})$$

On sait que :

$$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{rot}(\vec{A})\right) + j \cdot \omega \cdot \sigma \cdot \vec{A} = \vec{J}_s$$

Avec : $A = r A_\phi$ et $J_s = \sigma \frac{v}{2\pi}$

Alors :

$$\left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \frac{\partial A}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) \right) - \frac{j\omega\sigma}{r} A = -J_s \quad (\text{III.18})$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \frac{\partial A}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) = \begin{cases} 0 & \text{Dans l'air.} \\ j\omega \frac{\sigma}{r} A & \text{Dans la bobine Réceptrice} \\ j\omega \frac{\sigma}{r} A + \sigma \frac{V}{2\pi} & \text{Dans la bobine Emettrice} \end{cases}$$

III.3.3. Formulation en éléments finis du modèle

L'équation magnétodynamique en coordonnées cylindriques dans le cas d'un système comportant une source est donnée par l'équation (III.18).

$$\left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \frac{\partial A}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) \right) - \frac{j\omega\sigma}{r} A = -J_s$$

III.3.3.1. La formule intégrale

$$- \iint_{\Omega} \alpha_i \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu r} \frac{\partial A}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) - \frac{j\omega\sigma}{r} A \right) drdz = \iint_{\Omega} \alpha_i J_s drdz \quad (\text{III.19})$$

$$\begin{aligned} - \iint_{\Omega} \alpha_i \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu r} \frac{\partial A}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) \right) drdz + \iint_{\Omega} \alpha_i \frac{j\omega\sigma}{r} A drdz \\ = \iint_{\Omega} \alpha_i J_s drdz \end{aligned} \quad (\text{III.20})$$

A partir du théorème de Green :

$$\begin{aligned} - \iint_{\Omega} \alpha_i \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \frac{\partial A}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) \right) drdz \\ = - \iint_{\Omega} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \frac{\partial A}{\partial r} \right) + \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \left(\frac{v}{r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) \right) drdz + \int_{\Gamma} \alpha_i \frac{\partial A}{\partial n} d\Gamma \end{aligned} \quad (\text{III.21})$$

Γ : Le contour

On introduisant l'opérateur $\vec{\nabla}$ on obtient :

$$\begin{aligned} & - \iint_{\Omega} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \frac{\partial A}{\partial r} \right) + \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \left(\frac{v}{r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) \right) drdz + \int_{\Gamma} \alpha_i \frac{\partial A}{\partial n} d\Gamma \\ & = - \iint_{\Omega} \vec{\nabla} \left(\alpha_i \frac{v}{r} \vec{\nabla} A \right) drdz + \int_{\Gamma} \alpha_i \frac{\partial A}{\partial n} d\Gamma \end{aligned} \quad (\text{III.22})$$

On remplace cette expression dans la relation (III.20) on obtient :

$$\begin{aligned} & - \iint_{\Omega} \vec{\nabla} \left(\alpha_i \frac{v}{r} \vec{\nabla} A \right) drdz + \int_{\Gamma} \alpha_i \frac{\partial A}{\partial n} d\Gamma + \iint_{\Omega} \alpha_i \frac{j\omega\sigma}{r} \frac{\partial A}{\partial t} drdz \\ & = \iint_{\Omega} \alpha_i j_s drdz \end{aligned} \quad (\text{III.23})$$

Avec la condition au limite de type Dirichlet homogène :

$$\int_{\Gamma} \alpha_i \frac{\partial A}{\partial n} d\Gamma = 0 \quad (\text{III.24})$$

Alors :

$$- \iint_{\Omega} \vec{\nabla} \left(\alpha_i \frac{v}{r} \vec{\nabla} A \right) drdz + \frac{j\omega\sigma}{r} \frac{\partial A}{\partial t} drdz = \iint_{\Omega} \alpha_i j_s drdz \quad (\text{III.25})$$

On a :

$$A = \sum_{j=1}^N \alpha_j A_j \quad (\text{III.26})$$

Donc :

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^N \left(\iint_{\Omega} \vec{\nabla} \left(\alpha_i \frac{v}{r} \vec{\nabla} \alpha_j \right) drdz \right) A_j + \sum_{j=1}^N \left(j\omega \iint_{\Omega} \frac{\sigma}{r} \alpha_i \alpha_j drdz \right) A_j \\ & = \iint_{\Omega} \alpha_i j_s drdz \end{aligned} \quad (\text{III.27})$$

III.3.3.2. Ecriture sous forme matricielle

L'expression peut s'écrire :

$$[M][A] + j\omega[L][A] = [K] \quad (\text{III.28})$$

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} \vec{\nabla} \left(\alpha_i \frac{v}{r} \vec{\nabla} \alpha_j \right) dr dz \quad (\text{III.29})$$

$$L_{ij} = \iint_{\Omega} \frac{\sigma}{r} \alpha_i \alpha_j dr dz \quad (\text{III.30})$$

$$K_{ij} = \iint_{\Omega} \alpha_i j_s dr dz \quad (\text{III.31})$$

III.4. Calcul des grandeurs globales

III.4.1. Calcul des inductances propres et mutuelles

A. En fonction de potentiel vecteur magnétique

- L'inductance propre pour la bobine émettrice en linéaire et sous sa forme générale est donnée par l'expression suivante [46] :

$$L_1 = L_1 = \Re \left\{ \iiint_{v_1} \frac{N_1 A_\varphi}{I_1 \cdot S_1} \partial v \right\} = \Re \left\{ \iiint_{v_1} \frac{\vec{A} \cdot \vec{J}_1}{I_1^2} \partial v \right\} \quad (\text{III.32})$$

Pour $I_2=0$ et $J_1 = \frac{I_1}{S_1}$

- L'inductance propre pour la bobine réceptrice est donnée par l'expression suivante [46] :

$$L_2 = \Re \left\{ \iiint_{v_2} \frac{N_2 A_\varphi}{I_2 \cdot S_2} \partial v \right\} = \Re \left\{ \iiint_{v_2} \frac{\vec{A} \cdot \vec{J}_2}{I_2^2} \partial v \right\} \quad (\text{III.33})$$

Pour $I_1=0$ $J_2 = \frac{I_2}{S_2}$

- L'inductance mutuelle entre les deux bobines est donnée :

$$M = \Re \left\{ \iiint_{v_1, I_1 \ll I_2} \frac{\vec{A}_{2/1} \cdot \vec{J}_2}{I_1 I_2} \partial v \right\} = \Re \left\{ \iiint_{v_2, I_2 \ll I_1} \frac{\vec{A}_{1/2} \cdot \vec{J}_1}{I_1 I_2} \partial v \right\} \quad (\text{III.34})$$

S_1, S_2 : Les sections des bobines.

N_1, N_2 : Le nombre de spires de chaque bobine.

v_1, v_2 : Le volume des bobines.

\Re : désigne la valeur réelle.

B. En fonction de l'induction magnétique

$$L_1 = \frac{1}{I_1^2} \iiint (B_1 H_1) dv \quad (\text{III.35})$$

$$L_2 = \frac{1}{I_2^2} \iiint (B_2 H_2) dv \quad (\text{III.36})$$

$$M = \frac{1}{2I_1 I_2} \iiint (B_1 H_2 + B_2 H_1) dv \quad (\text{III.37})$$

$$M = \Re \sqrt{L_1 L_2} \quad (\text{III.38})$$

III.4.2. Calcul des densités de courant

$$\vec{J} = \vec{J}_{source} + \vec{J}_{induit} \quad (\text{III.39})$$

$$\vec{J}_{induit} = -\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -j\omega\sigma\vec{A} \quad (\text{III.40})$$

$$I_1 = \iint \vec{J}_1 \vec{ds} \quad (\text{III.41})$$

III.4.3. Calcul de résistance

$$R_1 = \frac{1}{I_1^2} \iiint \frac{(\vec{J}_1 \vec{J}_1)}{\sigma} dv \quad (\text{III.42})$$

$$R_2 = \frac{1}{I_2^2} \iiint \frac{(\vec{J}_2 \vec{J}_2)}{\sigma} dv \quad (\text{III.43})$$

$$R_m = \frac{1}{2I_1 I_2} \iiint \frac{(\vec{J}_1 + \vec{J}_2)(\vec{J}_1 + \vec{J}_2)}{\sigma} dv \quad (\text{III.44})$$

III.4.4. Calcul de puissance

$$P = \iiint \Re \frac{(\vec{J}_1 + \vec{J}_2)(\vec{J}_1 + \vec{J}_2)}{\sigma} dv \quad (\text{III.45})$$

$$P = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + 2R_m I_1 I_2 \quad (\text{III.46})$$

III.4.5. Calcul du flux

La bobine émettrice L_1 est alimentée par un courant alternatif, ce courant crée un champ magnétique variable qui, à son tour, donne naissance à un flux Φ_{21} à travers la zone circulaire S_1 à l'intérieur de la bobine réceptrice L_2 . [46]

$$\Phi_{21} = \int_{S_2} B_1 dS_1 = M_{21} i_1 \quad (\text{III.47})$$

Avec : $M_{21} = M_{12} = M$

$$\Phi_{22} = \int_{S_2} B_2 dS_2 = L_2 i_2 \quad (\text{III.48})$$

$$\Phi_2 = \Phi_{21} + \Phi_{22} \quad (\text{III.49})$$

$$\Phi_{11} = \int_{S_1} B_1 dS_1 = L_1 i_1 \quad (\text{III.50})$$

$$\Phi_{12} = \int_{S_1} B_2 dS_1 = M_{12} i_1 \quad (\text{III.51})$$

$$\Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12} \quad (\text{III.52})$$

III.4.6. Calcul de la force électromotrice

La force électromotrice induite dans la bobine L_2 avec n_2 tours est :

$$e_{21} = -n_2 \frac{d\Phi_{21}}{dt} = -M_{21} \frac{di_1}{dt} \quad (\text{III.53})$$

$$e_1 = e_{11} + e_{12} \quad (\text{III.54})$$

$$e_2 = e_{21} + e_{22} \quad (\text{III.55})$$

Ou bien :

$$e_2 = -j\omega\phi_2 = -j\omega \iint B_2 ds_2 = -j\omega \oint A_{2moy} dl = -j\omega \cdot A_{2moy} \cdot 2\pi r \quad (\text{III.56})$$

Avec :

$$A_{2moy} = \frac{\sum A_2 S_\Delta}{S_2}$$

III.5. Conclusion

Avant de modéliser le système de TESF, il est important de bien définir les équations aux dérivées partielles qui seront ensuite résolues grâce à la méthode des éléments finis.

Ce chapitre présente les outils nécessaires pour la compréhension et la formulation du problème ainsi que l'application de la méthode de résolution aux équations aux dérivées partielles, on peut considérer ce chapitre comme un pont par lequel il est strictement obligatoire de traverser pour aboutir à l'étude finale du système de TESF.

Chapitre IV

Application et résultats

IV.1. Introduction

L'efficacité et le rendement représentent les critères les plus importants dans chaque système électrique. Le rendement du système de TESF représente la quantité d'énergie transmise entre l'émetteur et le récepteur, et cela en fonction de plusieurs facteurs tels que la distance et la fréquence.

Le chapitre suivant est consacré à l'étude du système de TESF sous MATLAB et la discussion des résultats obtenus lors du calcul des grandeurs d'inductances propres et mutuelles qui détermineront l'efficacité de notre système.

IV.2. Dispositif d'étude et données géométrique

IV.2.1. Dispositif d'étude

Comme énoncé dans le chapitre précédent, le dispositif d'étude est constitué de deux bobines émettrices et réceptrices cylindriques et des ferrites qui les recouvrent. Le dispositif ainsi que les différentes grandeurs sont données par la (figure IV.1), avec sh étant la distance entre les axes des bobines et d la distance entrefer entre les bobines dans le sens vertical.

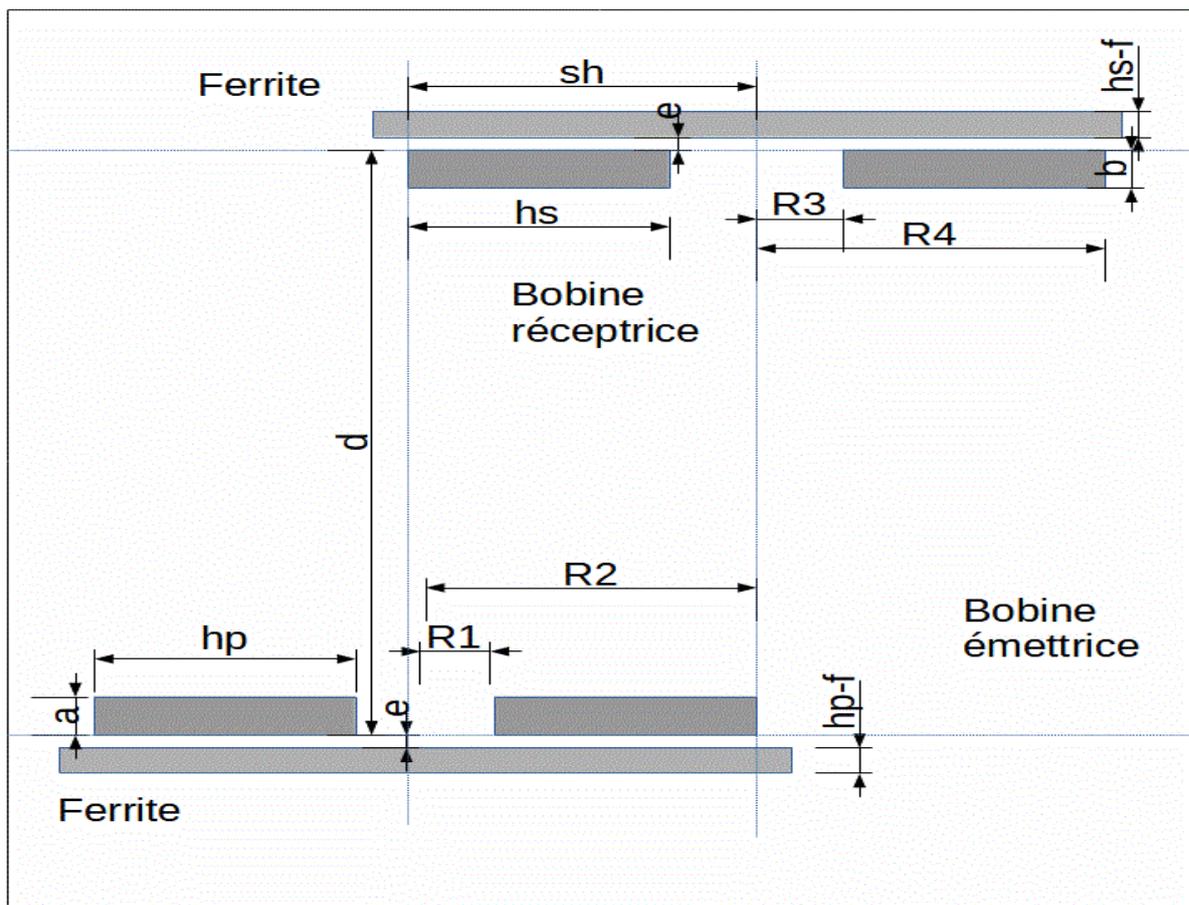


Figure IV.1 : Présentation du dispositif d'étude. [46].

IV.2.2. Données géométriques

Les valeurs des différentes grandeurs géométriques représentées dans la figure (IV.1) sont données dans le tableau suivant :

Emetteur	Bobine	R1	100×10^{-3}
		R2	250×10^{-3}
		hp	150×10^{-3}
		S1	855×10^{-6}
		a	$\frac{S1}{hp}$
	Ferrite	hp-f	10×10^{-3}
Espacement	Épaisseur entrefer bobine-ferrite	e	5×10^{-3}
	Entrefer vertical	d	Variable
	Distance horizontale	sh	Variable
Récepteur	Bobine	R3	100×10^{-3}
		R4	250×10^{-3}
		hs	150×10^{-3}
		S2	855×10^{-6}
		b	$\frac{S2}{hs}$
	Ferrite	hs-f	5×10^{-3}

Tableau IV.1 : Données géométriques du modèle [m] [46].

IV.3. L'étude du modèle avec MATLAB

IV.3.1. La définition de la géométrie

La figure suivante donne la géométrie du modèle réalisée sous MATLAB pdeTool 2D (r, z).

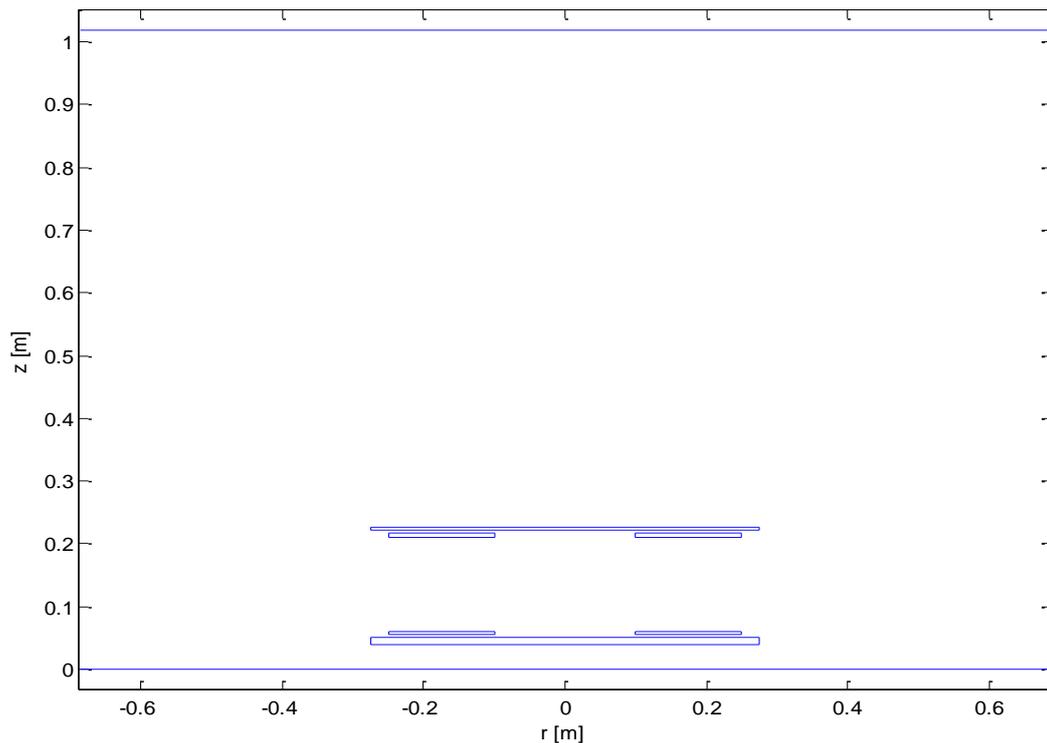


Figure IV.2 : La géométrie et les domaines d'études.

IV.3.2. Les caractéristiques du dispositif

Les deux bobines sont en cuivre et considérées comme identiques :

$$N_1 = N_2 = 20 \text{ spires}$$

La fréquence : $f=30\text{KHz}$.

La puissance $P = 3\text{KW}$.

Courant dans la bobine émettrice : $I=40\text{A}$.

La conductivité électrique : $\sigma = 5,8.10^7 \text{ S/m}$

La perméabilité relative : $\mu_r = 1$

La perméabilité relative du Ferrite : $\mu_{r-ferrite} = 2000$

La perméabilité du vide : $\mu_0 = 4\pi.10^{-7} \text{ H/m}$

IV.3.3. L'identification des paramètres de PDE :

On sait que : $\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{A_\phi}) = div(grad(\overrightarrow{A_\phi}))$

$$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{A_\phi})\right) = \left(\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{v}{r}\frac{\partial A}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{v}{r}\frac{\partial A}{\partial z}\right)\right) - \frac{j\omega\sigma}{r}A = -J_s$$

Alors on peut écrire : $-\frac{1}{\mu}div(grad(\vec{A})) + j\omega\sigma\vec{A} = \vec{J}_s$

Les équations sont sous forme : $-div(C * grad(u)) + a * u = f$

- Dans la bobine émettrice (R1) :

$$\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{v}{r}\frac{\partial A}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{v}{r}\frac{\partial A}{\partial z}\right)\right) - \frac{j\omega\sigma}{r}A = -J_s$$

$$C = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_0\mu_r}$$

$$a = j\omega\sigma$$

$$f = J_s = \frac{\sigma V}{2\pi r}$$

- Dans la bobine réceptrice (R2) :

$$\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{v}{r}\frac{\partial A}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{v}{r}\frac{\partial A}{\partial z}\right)\right) - \frac{j\omega\sigma}{r}A = 0$$

$$C = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_0\mu_r}$$

$$a = j\omega\sigma$$

$$f = 0$$

- Dans l'air (R3)

$$\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{v}{r}\frac{\partial A}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{v}{r}\frac{\partial A}{\partial z}\right)\right) = 0$$

Par identification : $C = \frac{1}{\mu_0} = 1/(4 * \pi * 1e - 7)$

$$a = 0 \qquad f = 0$$

- Dans le Ferrite $C = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_0 \mu_{r-ferrite}}$ Avec $\mu_{r-ferrite} = 2000$
 $a = 0$ $f = 0$

IV.3.4. La spécification des conditions aux limites

L'approximation de l'équation à résoudre est obtenue en remplaçant des dérivées partielles par leurs approximations en éléments finis, il reste cependant à appliquer les conditions aux limites sur la solution approchée. Pour les équations aux dérivées partielles du second ordre on applique généralement les conditions aux limites de type Dirichlet, Neumann ou mixte.

Dans notre cas on appliquera les conditions aux limites de type Dirichlet homogène.

La condition de Dirichlet consiste à imposer la valeur de la solution sur la frontière ce qui se traduit par l'imposition de la valeur nodale.

IV.3.5. Création du maillage

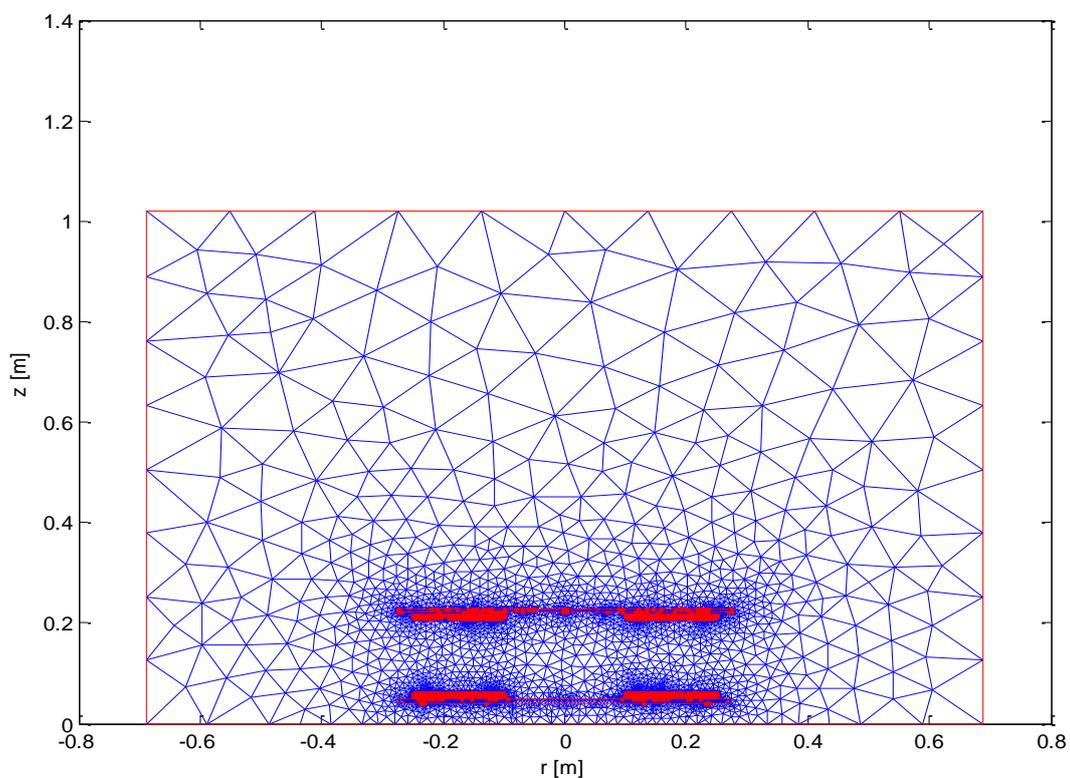


Figure IV.3 : Maillage du domaine.

IV.3.6. Etude du modèle sans ferrite

Comme première étude, le modèle de TESHF considéré précédemment est étudié sans ferrite afin de savoir l'influence de celui-ci sur la qualité et la quantité d'énergie transmise.

Le calcul des inductances propres et mutuelles est obtenu avec la variation des distances verticales (d) et horizontales (sh) séparant les deux bobines du modèle.

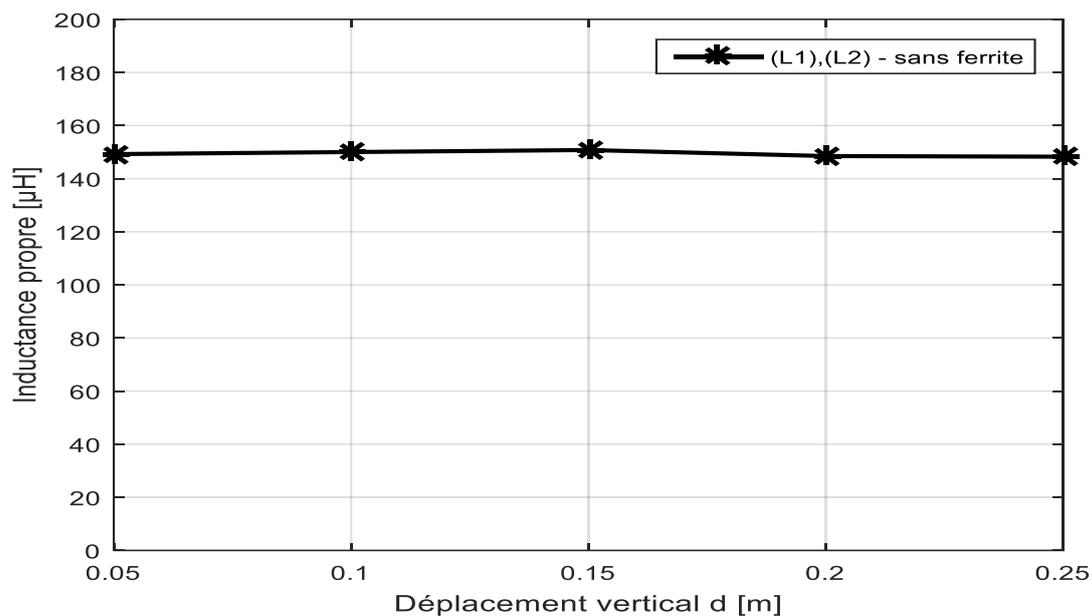


Figure IV. 4 : Inductance L1, L2 sans ferrite avec variation de d (m) et $sh=0$.

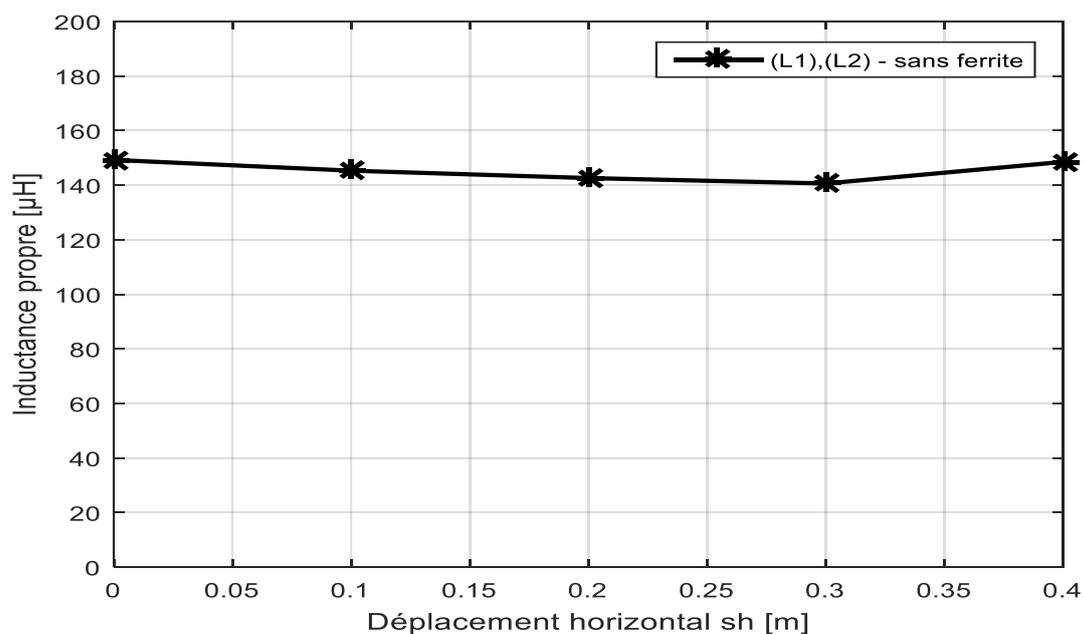


Figure IV. 5 : Inductance L1, L2 sans ferrite avec variation de sh avec $d=0.05$ m.

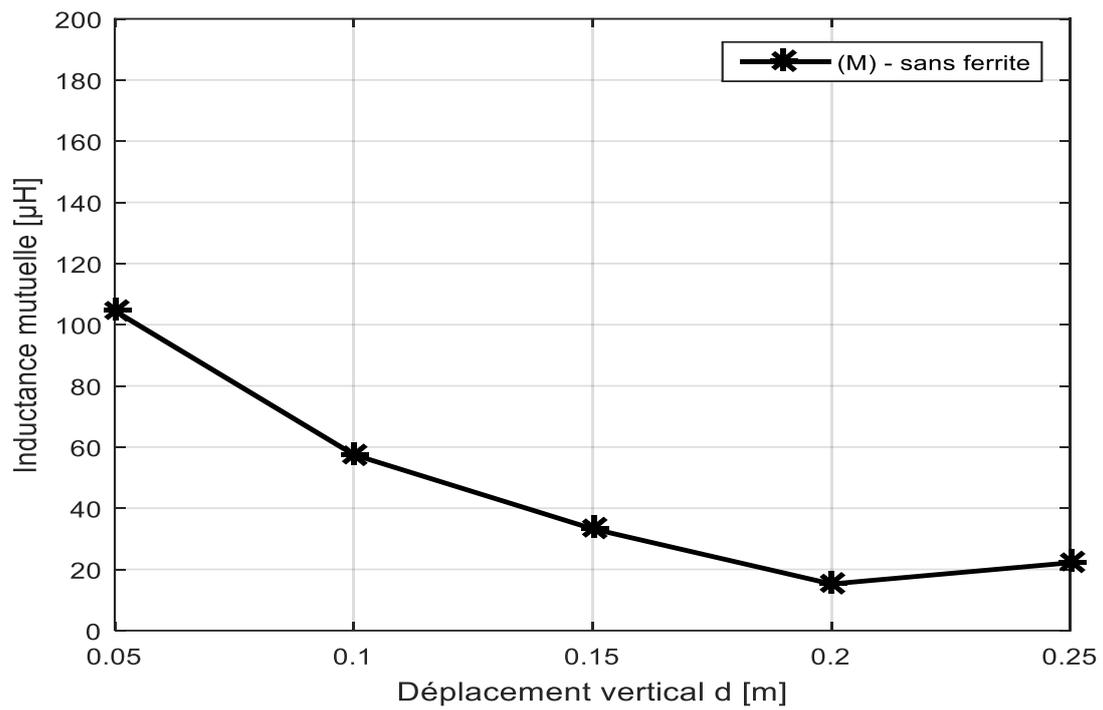


Figure IV. 6 : Inductance mutuelle sans ferrite avec variation de d et $sh=0\text{m}$.

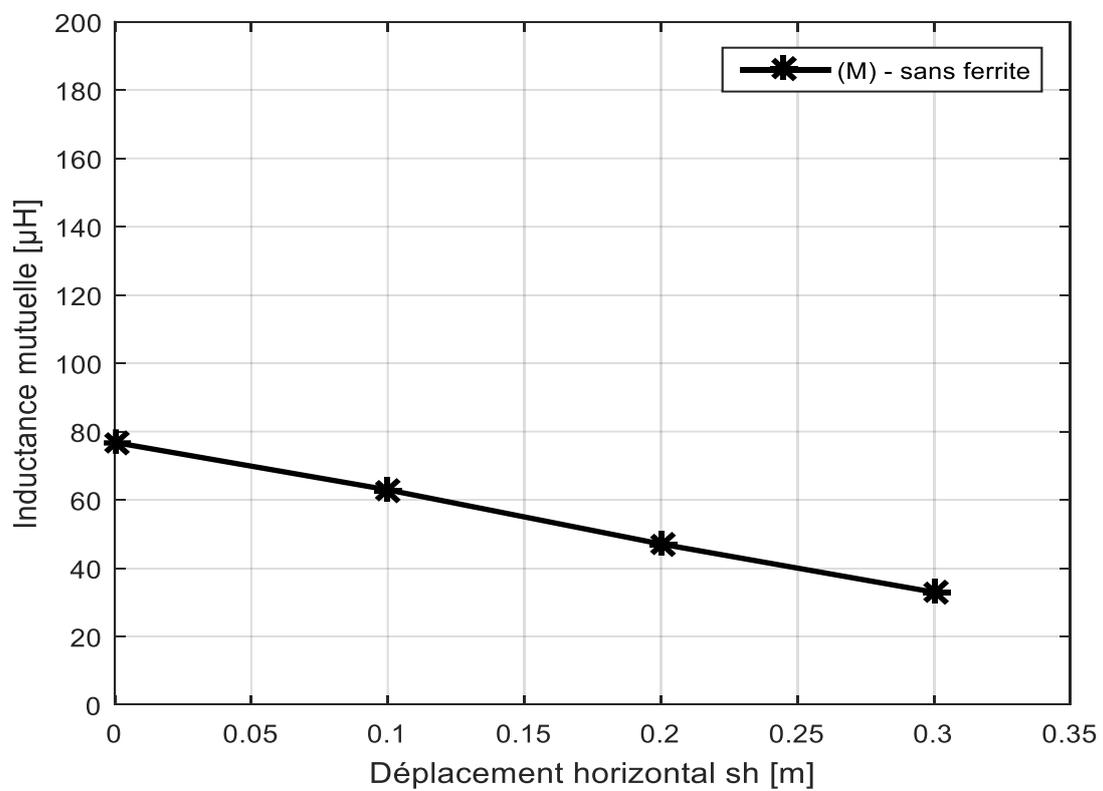


Figure IV. 7 : Inductance mutuelle sans ferrite avec variation de sh et $d=0.05\text{m}$.

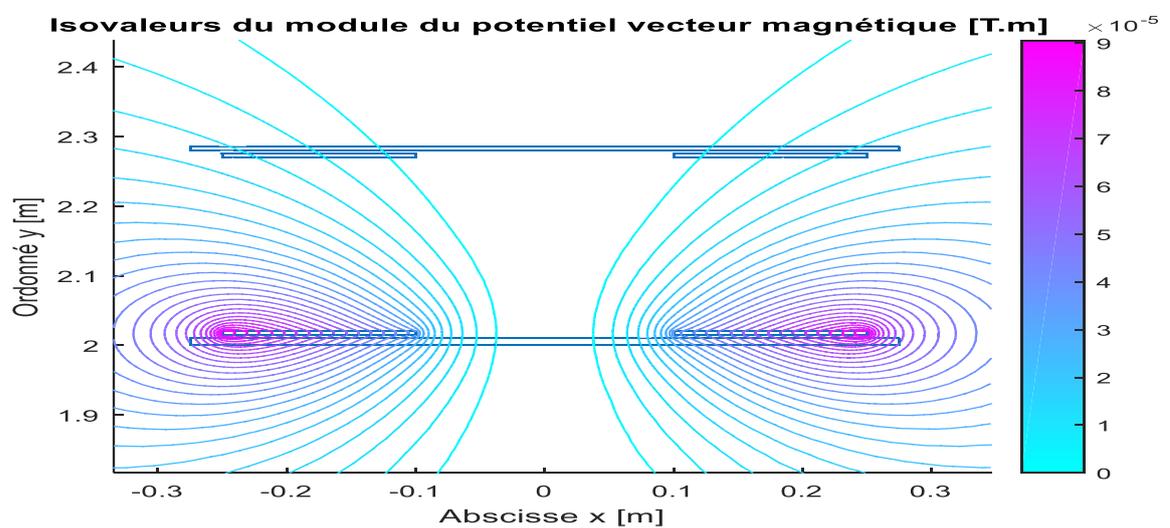
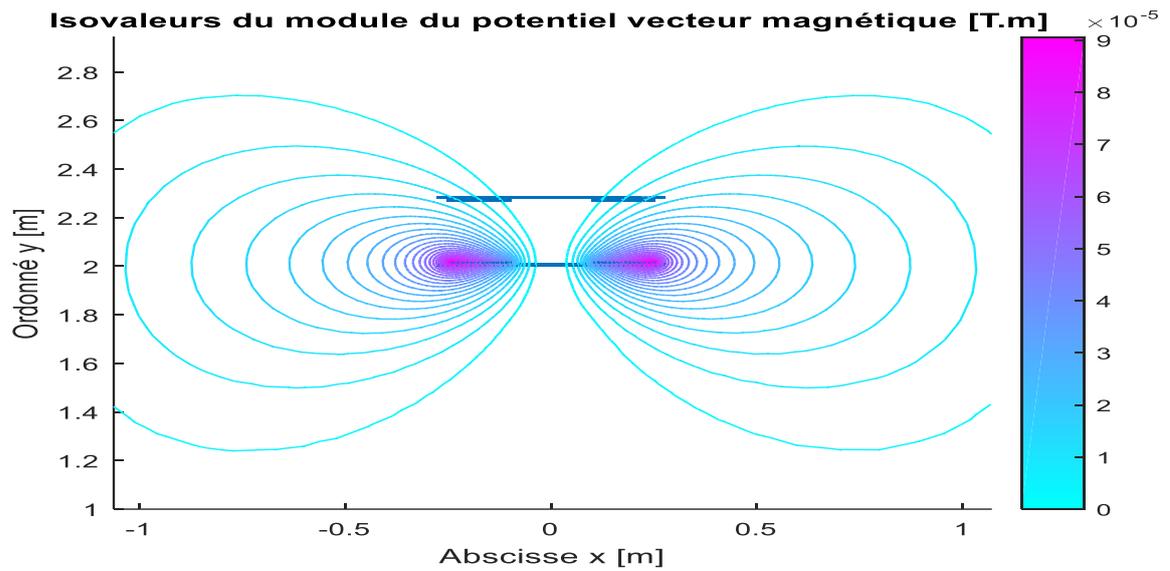


Figure IV. 8 : module du potentiel vecteur magnétique sans ferrite avec $sh=0m$.

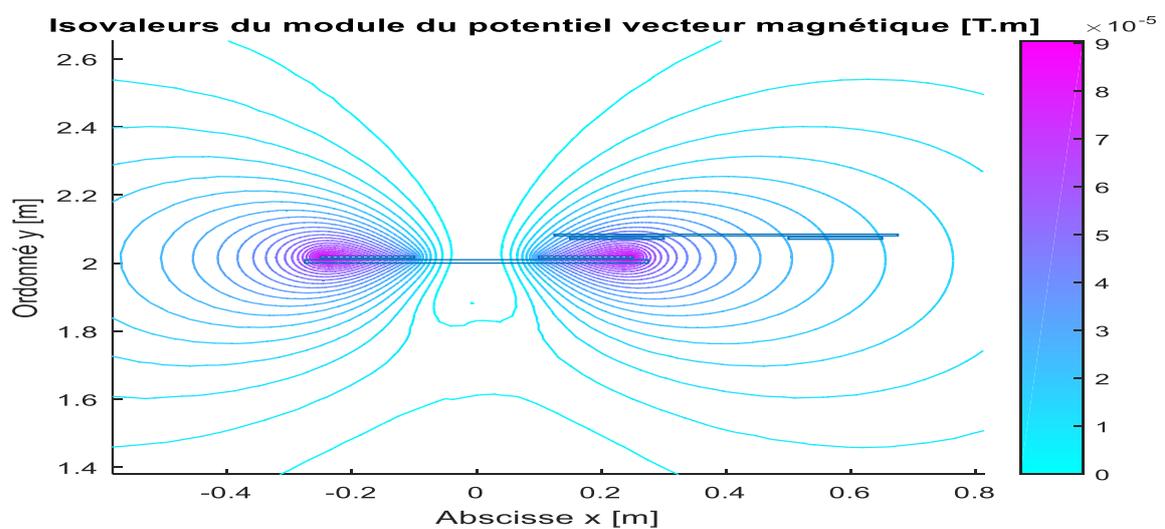


Figure IV. 9 : module du potentiel vecteur magnétique sans ferrite avec $d=0.05m$ et $0 < sh < 0,4m$.

La perméabilité magnétique du milieu dans le modèle d'étude sans ferrite (dans l'air) est $\mu_r = 1$, à partir des figures (IV.5) et (IV.6) il est clairement notable que les inductances propres de la bobine émettrice et réceptrice sont assez constantes malgré la variation des distances horizontales et verticales. Dans l'air il n'y a pas de phénomène de saturation, le circuit magnétique éventuel tel qu'on pourra lui appliquer l'hypothèse linéaire ($\vec{B} = \mu\vec{H}$), dans ces conditions, l'induction magnétique en tout point de l'environnement de la bobine (ainsi que le flux) est proportionnelle au courant qui la traverse. Le circuit magnétique étant indéformable, l'inductance du bobinage est constante.

En ce qui concerne l'inductance mutuelle elle diminue toujours avec l'augmentation de l'entrefer entre les deux bobines ce qui nous renseigne sur la quantité d'énergie transmise, plus la distance entre l'émetteur et le récepteur est grande, plus l'énergie transmise au récepteur est petite.

La perméabilité magnétique est simplement la capacité du matériau à former un champ magnétique interne en lui-même sous l'influence d'un champ magnétique extérieur. Plus un matériau possède une grande perméabilité magnétique plus il est susceptible de canaliser efficacement les lignes de champs magnétique. Dans le cas de l'air ou le vide, la perméabilité magnétique est faible ce qui se traduit par la non canalisation des lignes de champ du potentiel vecteur magnétique.

IV.3.7. Etude du modèle avec ferrite

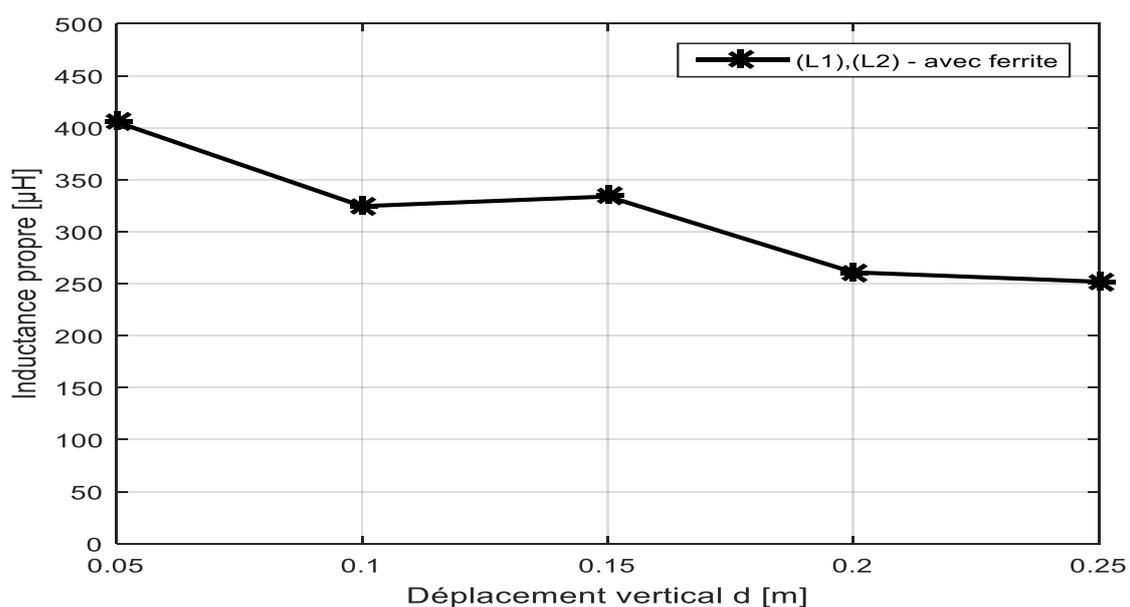


Figure IV. 10 : inductances L1, L2 avec ferrite avec d variable et $sh=0m$.

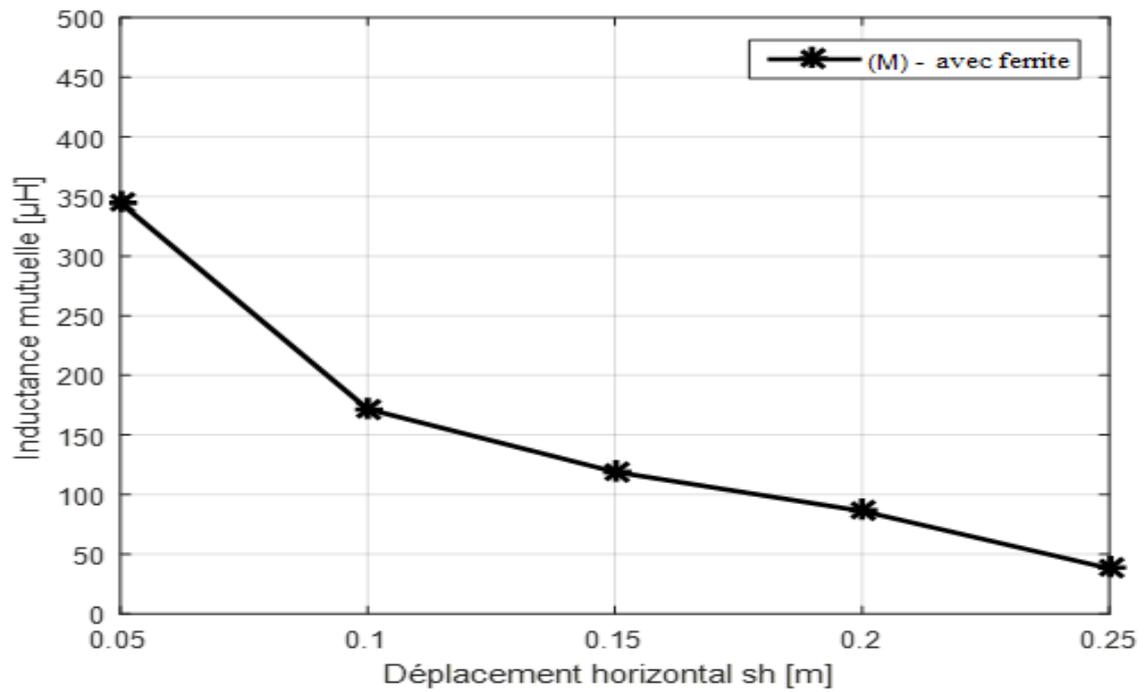


Figure IV. 11 : inductance mutuelle avec $d=0.05\text{m}$ et sh variable.

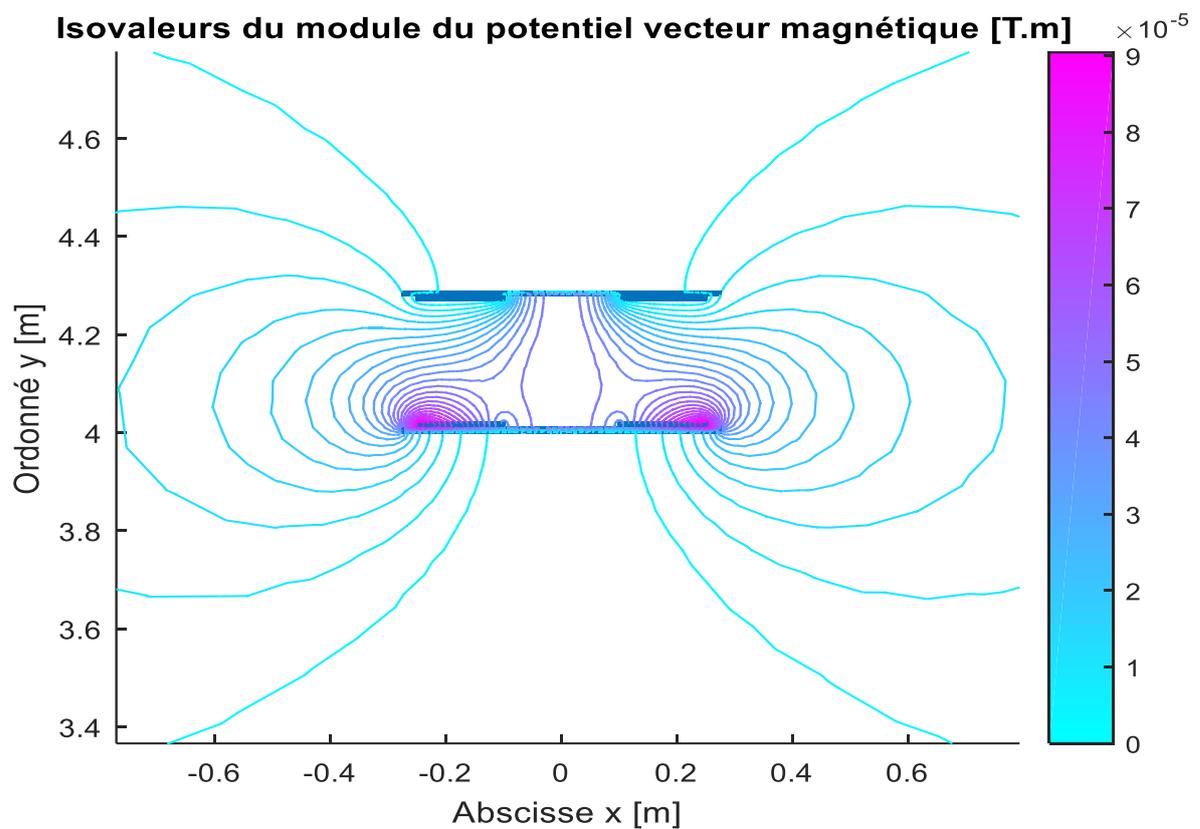


Figure IV. 12 : module du potentiel vecteur magnétique avec ferrite et $sh=0\text{m}$.

Les valeurs des inductances propres ont considérablement augmentées ce qui est dû à l'ajout du ferrite qui possède une perméabilité magnétique élevée $\mu_r \approx 2000$. Néanmoins la variation des inductances propres est large pour des petits entrefers car le ferrite contribue fortement à la distribution du champ magnétique. Les valeurs d'inductance mutuelle sont plus importantes et diminuent toujours avec l'augmentation de l'entrefer en raison de l'augmentation du flux de fuite. Une plus grande inductance mutuelle implique un flux ainsi qu'une force électromotrice importante comme le montre les équations (III.47) et (III.53). Les lignes du champ du potentiel vecteur magnétique sont beaucoup plus canalisées, et se propagent de la bobine émettrice vers l'extérieur et se referme sur le circuit magnétique (ferrite).

IV.4. Conclusion

L'étude de ce chapitre consiste à modéliser un système de TESH en deux configurations ; modèle sans et avec ferrite, et cela afin de comprendre l'influence de celui-ci sur la quantité de l'énergie transmise, les essais sont fait pour des différentes valeurs d'entrefer d (déplacement vertical) et l'espacement sh (déplacement horizontale). Pour les deux configurations les valeurs des inductances propres et mutuelles diminuent avec l'augmentation de l'entrefer d et l'espacement sh , ce qui confirme que le transfert d'énergie est dépendant de la distance séparant le récepteur de l'émetteur.

En conclusion, l'utilisation d'un blindage magnétique ou le ferrite est principalement utilisé, est essentiel dans ce système, car le ferrite aide à diriger, guider et canaliser les lignes du flux magnétique, ainsi qu'à limiter les fuites de champs, ce qui fait augmenter l'inductance mutuelle qui est un critère qui nous renseigne sur la quantité d'énergie transmise.

Conclusion générale

Conclusion générale

Ce projet opte pour la modélisation d'un système de transfert d'énergie sans fil et le calcul par éléments finis des paramètres inductifs, le système étant constitué généralement de deux bobines ou plus qui sont couplées magnétiquement. Les principales étapes du projet consistaient à étudier l'aspect théorique derrière la technologie du transfert d'énergie sans fil et adapter les différentes équations au modèle d'étude. La modélisation du système de TESF avec MATLAB a permis l'obtention des différents résultats permettant de savoir les paramètres influents l'optimisation et la maximisation de l'efficacité du transfert d'énergie sans fil.

Le modèle étant constitué de deux bobines cylindriques plates et des ferrites qui représentent un blindage magnétique, le travail a mis en évidence l'influence des espacements d (verticale) et sh (horizontale) et des ferrites sur la répartition des lignes de champ et sur le comportement des bobines (valeurs des inductances propres et mutuelles).

Les résultats trouvés lors de la simulation du système de TESF sont une confirmation de la loi d'Ohm et de Faraday ; une bobine disposée dans l'émetteur et une autre au récepteur, lorsque l'émetteur applique un courant variable aux bornes de la bobine émettrice, cette dernière produit un champ magnétique variable, lorsque le récepteur est situé à une distance adaptée de l'émetteur, le champ magnétique est capté par la bobine réceptrice qui le convertit à son tour en courant électrique. L'intensité des champs décroît en fonction de la distance entre l'émetteur et le récepteur, il s'ensuit une diminution de la puissance transmise du dispositif. Il est donc limité par la distance de transmission. L'utilisation d'un blindage magnétique en ferrite contribue à canaliser les lignes de champs ainsi que de diminuer les fuites du flux ce qui rend la puissance transmise supérieure, les ferrites permettent aussi le filtrage des perturbations dues aux hautes fréquences (entre 10Mhz et 5Ghz) et protègent les appareils électroniques à proximités du dispositif.

Le modèle présenté dans ce projet peut être amélioré et appliqué à un système de recharge sans fil de voiture électrique, la batterie est à bord de la voiture et les bobines peuvent avoir différentes formes (circulaires, carrées), d'autres dispositifs peuvent être ajoutés tel que des composants d'électronique de puissance, des technologies de batteries ou de contrôle de communication. Le modèle peut aussi être utilisé dans les applications où la distance séparant l'émetteur du récepteur n'est pas importante tel que dans des maisons pour la recharge sans fil, implants médicaux...

La TESH une idée de renommée mondiale qui est en mesure de changer la société d'innombrable façons, d'un point de vue environnemental la technologie sans fil pourrait remplacer les piles en lithium, les fils électriques et les cordons jetables réduisant ainsi les produits chimiques dangereux et toxiques. Au cours des 50 dernières années, des pays comme les Etats-Unis, le Canada, la France, la Russie et le Japon ont apporté des idées réalisables et scientifiquement fondées dans ce domaine.

Bibliographie

- [1] Michael Faraday, « On the Various forces of nature », publié par Vigyan Prasar, New Delhi, 2003.
- [2] Yue Ma, « Wireless Energy Transfer », Université de Stanford, Octobre 2010.
- [3] «690-Bobine de Tesla », Ecole polytechnique Fédérale de Lausanne, <https://auditoires-physique>.
- [4] Union international de télécommunication, « Transmission d'énergie sans fil au moyen de techniques autres que la transmission par faisceau radiofréquence », Rap. UIT-R SM.2303-1, Genève 2015.
- [5] D.J. Cichon, W. Wiesbeck, «The Heinrich Hertz wireless experiments at Karlsruhe in the view of modern communication», London UK, IET.
- [6] Messad Boudjema, « Etude Electromagnétique du Transfert Sans Fil d'Energie par voie de Couplage Inductif Résonant Série-Parallèle » Mémoire de Master en électrotechnique, option énergie renouvelable, 2016-2017.
- [7] Avenir et sciences, « Le miracle de l'électricité sans fil », Edition 2007-2008.
- [8] « L'électricité sans fil, bientôt une réalité du quotidien », Mars 2018, <https://www.energystream-wavestone.com>.
- [9] «How the Tesla coil works», www.Livescience.com 9 Juliet 2014.
- [10] Frédéric Cuvelier, <https://www.clubic.com>, 29 Janvier 2016.
- [11] DERBEY, « Transfert d'énergie sans contact par induction en moyenne puissance », Énergies | Conversion de l'énergie électrique, 10 Mai 2018.
- [12] Naoki shinohara, « Transfer via radiowaves», *Series Editor Pierre-Noël Favennec*, Kyoto Japon, 2018.
- [13] Fadia Hassane Saba, « Smart Desk », thèse de Master, CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET METIERS CENTRE REGIONAL ASSOCIE DE BEYROUTH (
- [14] Frauge, Ingo, « La communication utilisant la transmission analogique et signaux, les ondes électromagnétique » <https://www.ph-ludwigsburg.de>
- [15] « Chauffage par induction bobines d'induction », AMBRELL Precision Induction Heating, 411-0168-13 Rév. A, www.ambrell.fr.

- [16] Veli Tayfun Kilic, Emre Unal, Hilmi Volkan Demir, «Wireless Metal Detection and Surface Coverage Sensing for All-Surface Induction Heating» Academic Editor: Vittorio M. N. Passaro, Publié: 11 March 2016.
- [17] J. Dossett and G.E. Totten, « Introduction to Surface Hardening of Steels », ASM Handbook, Volume 4A, 2013
- [18] M. Antoine CAILLIEREZ, « Etude et mise en œuvre du transfert de l'énergie électrique par induction : Application à la route électrique pour véhicules en mouvement », thèse de doctorat de l'université Paris-Saclay, 19 Janvier 2016.
- [19] Pascal Meyer, « Modeling of Inductive Contactless Energy Transfer Systems », présenté POUR L'OBTENTION DU GRADE DE DOCTEUR DÈS SCIENCES, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 25 Septembre 2012.
- [20] KHEBBAB MOHAMED, « Etude et Modélisation de Capteur a Courant de Foucault pour le contrôle non destructif (CND) » Présenté en vue de l'obtention du diplôme de MAGISTERE en Electrotechnique, Université MENTOURI de CONSTANTINE, 2007.
- [21] BENSALAH Oussama, « Contrôle non destructif par courants de Foucault par capteur différentiel » thèse de Master, université de M'sila.
- [22] <https://www.wirelesspowerconsortium.com/about/about-wpc>
- [23] <https://www.bombardier.com/fr/media/nouvelles/detail.bt-20161207-bombardier-primove-technology-enters-service-on-scan.bombardiercom.html>
- [24] Jean-Romain SIBUE, « Conception de systèmes d'alimentation sans contact pour la traction ferroviaire », THÈSE Pour L'obtention du grade de DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE, 7 août 2006
- [25] <https://www.nationwidevehiclecontracts.co.uk/blog/wireless-charging-electric-volvo-cars/65853/>
- [26] Fei Zhang, Steven A. Hackworth, Xiaoyu Liu, Haiyan Chen, Robert J. Sclabassi, et Mingui Sun, « Wireless Energy Transfer Platform for Medical Sensors and Implantable Devices » 31st Annual International Conference of the IEEE EMBS Minneapolis, Minnesota, USA, September 2-6, 2009.
- [27] Vrushali B. Gore, Dhanashri H. Gawal, « Wireless Power Transfer Technology for Medical Applications» 2016 Conference on Advances in Signal Processing (CASP) Cummins College of Engineering for Women, Pune. Jun 9-11, 2016.
- [28] M. ABUL MASRUR, MICHAEL COX, « A Unique Military Application of Wireless Power Transfer» IEEE INDUSTRIAL ELECTRONICS MAGAZINE, December 2019.

- [29] Fondation Suisse de cardiologie, les stimulateurs cardiaques, brochure.
- [30] <https://www.researchgate.net/figure/Principe-dimagerie-IRM> (IRM)
- [31] Guious Issam, Foul Mustapha, « Calcul analytique en 3D des inductances mutuelles dans les systèmes de recharge sans contact pour le véhicule électrique » thèse de Master en Electromécanique, Université Mohamed Seddik Ben Yahia-Jijel Faculté des Sciences et de la Technologie, 2019
- [32] Anthony Carpentier « Formulation intégrale de volume magnétostatique et calcul des densités de force magnétique : Application au couplage magnéto-mécanique » THÈSE Pour obtenir le grade de DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE, 12 décembre 2013
- [33] Oskar Ronnback, « Optimization of Wireless Power» these de master, Lulea University of Technology Dept. of Computer Science, Electrical and Space Engineering, December 5, 2013
- [34] Akira Ishimaru, «ELECTROMAGNETIC WAVE PROPAGATION, RADIATION, AND SCATTERING from Fundamentals to Applications, Edition 2, University of Washington, Seattle, WA, USA, IEEE press.
- [35] Mr.Amos Onyedikachi ANELE, « Conception et amélioration de la structure de couplage magnétique pour des systèmes de transfert de puissance inductive localisés», thèse de doctorat de l'université paris-Saclay, 2016.
- [36] Jean-Claude SABONNADIÈRE, Jean-Louis COULOMB « CAO en Electrotechnique » Editeur Hermès, Paris 1985.
- [37] Nannapaneni Narayana Rao, « Element of Engineering Electromagnetics», Edition 6 Université de l'Illinois, Urbana-Champaign, Pearson Education International
- [38] Dominic Grenier, « Electromagnétisme et transmission des ondes », Université Laval, Québec, Automne 2016
- [39] « Qu'est-ce que le Loi de Faraday ? »<https://fr.khanacademy.org/>
- [40] Chetouane Hocine ET Benamira Antar, « Etude paramétrique d'une machine synchrone à aimants par logiciel ANSYS Maxwell », thèse de master en électrotechnique, UNIVERSITE DE JIJEL ,2019
- [41] Sadouki Hocine et Boukhatem Sid Ahmed, « modélisation des défauts statoriques à cage d'un moteur asynchrone par la méthode des éléments finis » thèse de master en électronique, 2017.
- [42] Hervé Oudin, « Introduction à la méthode des éléments finis », Ecole centrale de Nantes, 2011.

[43] Sandip Mazumder, « Numerical Methods for Partial Differential Equations Finite Difference and Finite Volume Methods » The Ohio State University, Academic Press is an imprint of Elsevier, 2016.

[44] DARYL L.LOGAN, « A First course in the finite Element Method » University of Wisconsin–Platteville edition 5, éditeur Global Engineering: Christopher M. Shortt, 2010.

[45] Partial Differential Equation Toolbox, User's Guide, COPYRIGHT 1995–2010 The MathWorks, Inc.

[46] Mohammad Ibrahim, «Wireless Inductive Charging for Electrical Vehicules: Electromagnetic Modelling and Interoperability Analysis», these de Doctorat, Université Paris Sud. 2014.