

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique
Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou
Faculté du Génie de la construction
Département de Génie Civil

Master Académique

Spécialité: Génie Civil
Option: Structures
Présenté par: **Mr BELKHIR MEHDI**

Thème:

**Influence des méthodes de calcul sur la réponse
dynamique recherchée des bâtiments auto-stables en
béton armé faiblement élancées.**

Devant le jury suivant:

Mr Hannachi Naceur Eddine	Professeur- UMMTO	Président
Mr Hamizi Mohand	Professeur- UMMTO	Rapporteur
Mr Abed Ahmed	Professeur-UMMTO	Examineur

Soutenu le : 08 / 07 / 2017

Remerciements :

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements à **Mr Hamizi Mohand**, professeur à l'UMMTO, pour la confiance qu'il m'a accordé en acceptant de rapporter ce travail. Son soutien constant, sa disponibilité, et ces précieux conseils, m'ont permis de mener à bien ce travail, qu'il trouve ici le témoignage de ma profonde reconnaissance.

Je tiens aussi à remercier les membres du jury, pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant de juger ce travail.

Mes remerciements s'adressent aussi à **Mr Aliche Amar**, enseignant à l'UMMTO, pour son soutien, ses conseils, et ses précieuses orientations tout au long de ce travail.

Enfin, je tiens à remercier ma famille et mes amis pour leur soutien et leurs encouragements.

CHAPITRE I : Introduction et problématique

I-1) Introduction	1
I-2) Problématique et objectif de la thèse	5

CHAPITRE II : Généralités sur les méthodes appliquées et les caractéristiques dynamiques

II-1) Introduction	6
II-2) Les différentes méthodes de calcul de la réponse dynamique	7
II-2-1) Analyse dans la base nodale	7
II-2-2) Analyse dans la base Modale	7
II-2-3) Les autres bases	8
II-3) Les différentes méthodes de détermination des fréquences et modes propres	8
II-3-1) Résolution numérique par Matlab	9
II-3-2) Les méthodes approchées	9
II-3-2-1) Méthode de Stodola- Vianello	10
II-3-2-3) Méthode Jacobi	13

CHAPITRE III : Les méthodes du Règlement parasismique Algérien.

III-1) Introduction	14
III-2) Choix de la méthode de calcul	14
III-3) Méthode statique équivalente du RPA99/2003	15
III-3-1) Principe de la méthode	15
III-3-2) Conditions d'application de la méthode statique équivalente	15
III-3-3) Modélisation	16
III-3-4) Calcul de la période fondamentale T.	16
III.3. 5) Calcul de la force sismique totale à la base	18
III-3-6) Distribution de la résultante des forces selon la hauteur	20
III-3-7) Distribution horizontale des forces sismique	21

III-4) Méthode spectrale modale :	21
III-4- 1) Spectre de réponse de calcul du RPA :	22
III-4-2) Vérification des exigences du RPA :	23

CHAPITRE IV : Méthodes d'analyse non linéaire

IV-1) Introduction	25
IV-2) Méthode Push Over	25
IV-2-1) Définition du comportement non linéaire de la structure	26
IV-2-1-1) Définition du comportement non linéaire des poutres et poteaux	26
IV-2-2) Définition du chargement de l'analyse push over	29
IV-2-2-1) Définition de l'analyse sous charges gravitaires	30
IV-2-2-2) Définition de l'analyse push over sous charges horizontales.....	30
IV-2-3) Analyse statique non linéaire et extraction de la courbe de capacité	32
IV-3) Méthode de Wilson θ	34

CHAPITRE V : Calcul de la structure par les différentes méthodes.

V-1) Fiche technique de la structure	38
V-1-1) Présentation et caractéristiques de la structure	38
V-1-2) Dimensionnement des sections de béton pour les poutres et les poteaux	39
V-1-3) Détermination des rigidités d'étages K_1, K_2, K_3, K_4	39
V-2) Application des méthodes de calcul sur la structure	40
V-2-1) Méthode statique équivalente (MSE)	41
V-2-1-1) Détermination de la période	41
V.2.1. 2) Détermination de l'effort tranchant à la base de la structure.....	41
V-2-1-3) Distribution de la résultante des forces selon la hauteur	43
V-2-1-4) Déplacements d'étages	44

V-2-2) Analyse modale spectrale.....	45
V-2-2-1) Analyse du comportement dynamique	45
V-2-2-2) Détermination de l'effort tranchant à la base de la structure	47
V-2-2-3) Distribution des efforts tranchants d'étage.....	47
V-2-2-4) Déplacements d'étages	47
V-2-2-5) Déplacements inter étages	48
V-2-3) Application de la méthode Wilson θ	49
V-2-3-1) Déplacements d'étages	54
V-2-3-2) Distribution des efforts tranchants d'étage	54
V-2-4) - Méthode Push Over	55
V-2-4-1) - Courbe de capacité de la structure	55
V-2-4-2) - Distribution des efforts tranchants d'étage	56
V-2-4-3) - Déplacements d'étages	57

CHAPITRE VI : Résultats, comparaisons et conclusion

VI-1) - Introduction	58
VI-2) - Comparaison des périodes	58
VI-2-1) - Conclusions sur le calcul des périodes:.....	59
VI-3) - Comparaison des déplacements de chaque étage	59
VI-3-1) - Déplacement d'étage selon x-x δ_{kxx} (cm)	59
VI-3-2) - Déplacements d'étages selon Y-Y δ_{kyy} (cm)	60
VI-3-3) - Conclusions sur les déplacements d'étages	62
VI-4) - Efforts tranchants d'étages	63
VI-4-1) - Conclusions sur les efforts tranchants d'étages	65

CHAPITRE VII : Conclusion générale

VII-1) – Conclusion générale	66
------------------------------------	----

A)-Liste des figures:

Figure (I-1) : Séisme de Boumerdes 2003	01
Figure (I-2) : Centrale de Fukushima (Séisme Fukushima 2011)	02
Figure (II-1) : Les différentes méthodes de résolution	06
Figure (III-1) : Distribution de la résultante des forces sur les différents niveaux	21
Figure (III-2) : Spectre de réponse élastique du code parasismique algérien (RPA99/2003	22
Figure (IV-1): Courbe de capacité d'une structure (Vbase-Dsomett)	26
Figure (IV.2) : Loi de comportement utilisée par le logiciel Etabs	27
Figure (IV-3) : Loi de comportement (Force-Déformation) et niveaux de dommages	27
Figure (IV- 4): Introduction des rotules plastiques des poutres	28
Figure (IV-5) : Introduction des rotules plastiques des poteaux	29
Figure (IV-6): Définition du chargement de l'analyse push over sous charges verticales	30
Figure (IV-7) : Définition du chargement de l'analyse push over (Sens xx)	31
Figure (IV-8) : Définition du chargement de l'analyse push over (Sens Y-Y)	32
Figure (IV-9) : Résultats de l'analyse push over selon (x-x)	33
Figure (IV-10) : Résultats de l'analyse push over selon (y-y)	33
Figure (IV-11) : Accélération linéaire dans un intervalle de temps étendu $\ddot{y}_i$	35
Figure (V-1) : Vue en plan et en élévation du bâtiment	38
Figure (V-2) : Dimension des sections de béton des poutres et des poteaux de la structure	39
Figure (V- 3) : Translation suivant x-x (Mode 1)	46
Figure (V-4) : Translation suivant y-y (Mode 2)	46
Figure (V-5) : Représentation de la structure en 2D	49
Figure (V-6) : Courbe de capacité de la structure sens xx	55

Figure (V-7) : <i>Courbe de capacité de la structure sens yy.....</i>	<i>55</i>
Figure (VI-1): <i>Période fondamentale de chaque méthode.....</i>	<i>58</i>
Figure (VI-2) : <i>Déplacements d'étages selon X-X obtenus par les différentes méthodes de calculs.....</i>	<i>60</i>
Figure (VI-3) : <i>Déplacements d'étages selon y-y obtenus par les différentes méthodes de calculs.....</i>	<i>61</i>
Figure (VI-4) : <i>Efforts tranchants d'étages obtenus par les différentes méthodes de calculs dans le sens x-x.....</i>	<i>63</i>
Figure (VI-5) : <i>Efforts tranchants d'étages obtenus par les différentes méthodes de calculs dans le sens y-y.....</i>	<i>64</i>

B)-Liste des tableaux:

Tableau (III-1) : <i>Coefficient d'accélération de zone</i>	18
Tableau (V-1) : <i>Dimensions des sections de béton des poutres et des poteaux...</i>	33
Tableau (V-2) : <i>Distribution de la résultante des forces selon la hauteur avec la méthode statique équivalente (MSE)</i>	43
Tableau (V-3): <i>Déplacements relatifs calculés avec la méthode statique équivalente (MSE)</i>	44
Tableau (V- 4) : <i>Résultats de l'analyse modale</i>	45
Tableau (V-5) : <i>Efforts tranchants d'étage sous chargements sismiques (EX et EY</i>	47
Tableau (V-6) : <i>Déplacements d'étages sous chargement E_x et E_y</i>	47
Tableau (V-7) : <i>Déplacements relatifs dans le sens X-X</i>	48
Tableau (V-8) : <i>Déplacements relatifs dans le sens Y-Y</i>	48
Tableau (V-9) : <i>Déplacements relatifs dans le sens x-x et y-y</i>	54
Tableau (V-10) : <i>Distribution des efforts tranchants d'étage sur x-x et y-y</i>	54
Tableau (V-11) : <i>Effort tranchant d'étages dans le domaine linéaire</i>	56
Tableau (V-12) : <i>Déplacements dans le sens X-X</i>	57
Tableau (V-13) : <i>Déplacements relatifs dans le sens Y-Y</i>	57
Tableau (VI-1): <i>Les Périodes fondamentale obtenues par chaque méthode.</i>	58
Tableau (VI-2) : <i>Déplacements d'étages selon X-X obtenus par les différentes méthodes de calculs</i>	59
Tableau (VI-3) : <i>Déplacements d'étages selon y-y obtenus par les différentes méthodes de calcul</i>	60
Tableau (VI-4) : <i>Efforts tranchants d'étages obtenu par les différentes méthodes de calculs dans le sens x-x</i>	63
Tableau (VI-5) : <i>Efforts tranchants d'étages obtenus par les différentes méthodes de calculs dans le sens y-y</i>	64

I-1) - Introduction :

Parmi les catastrophes naturelles, les tremblements de terre sont sans doute ceux qui ont le plus d'effets destructeurs dans les zones urbanisées. En effet les phénomènes sismiques ne sont pas parfaitement connus. Toutefois, à chaque séisme nous observons un regain d'intérêt pour la construction parasismique.

En Algérie, les deux tremblements de terre de 1980, survenu à El Asnam (Chlef) et Boumerdes en 2003, ont contribué à la prise en compte de ce phénomène dans la construction. De plus, sur le plan international, l'impressionnant séisme de Kôbé au Japon en 1995, ou plus récemment le Séisme de 2011 de la côte Pacifique du Tohoku (Fukushima) nous amène à nous tourner une fois de plus vers la construction parasismique.



Figure (I-1) :*Séisme de Boumerdes 2003*



Figure (I-2) : Centrale de Fukushima (Séisme Fukushima 2011)

Les pays exposés à ce genre de catastrophes se sont dotés de règles parasismiques qui permettent de :

1. Protéger la vie et la sécurité des occupants du bâtiment et du public lorsque le bâtiment est soumis à des secousses de forte intensité.
2. Limiter les dommages du bâtiment pendant des secousses d'intensité faible et modérée, dissiper l'énergie par l'apparition des rotules plastiques.
3. Garantir que les bâtiments névralgiques (tous les bâtiments classés en 1A selon le règlement Parasismique Algérien) continuent d'être occupés et fonctionnels après de fortes secousses, même si ces bâtiments subissent des dommages minimes.

Ces règles de calculs fournissent des méthodes permettant de calculer l'action sismique pour laquelle les bâtiments doivent être calculés (charges hypothétiques qui correspondent à l'intensité du séisme de référence contre lequel nous entendons se protéger).

A ces conditions de stabilité et de résistance doit s'ajouter une limite de déformabilité, qui doit être exprimée en terme de déplacement relatif maximal des planchers, et dont le but est de prévenir les dommages importants aux éléments non structuraux et aux équipements.

Ces règles de calculs sont adossées à des méthodes qui diffèrent selon le domaine dans lequel nous souhaitons faire le calcul (comportement linéaire ou non linéaire) et du degré de protection souhaité. Les méthodes de calcul les plus récurrentes demandent la détermination d'un certain nombre de caractéristiques et de paramètres dynamiques.

Dans le cas de bâtiments réguliers et de faibles hauteurs, les actions sismiques d'ensemble sont en général déterminées par le calcul statique équivalent.

La **méthode statique équivalente (MSE)** donne des résultats cohérents pour les structures régulières dont le comportement dynamique est régi par un mode fondamental.

Cette méthode consiste à déterminer des forces statiques fictives, présumées équivalentes aux actions dynamiques réelles. Les forces statiques sont obtenues en appliquant au poids des constructions considérées un coefficient sismique qui comprend plusieurs facteurs, Dans le règlement parasismique Algérien, ce coefficient dépend de quatre paramètres :

- Le coefficient d'accélération de zone **A**.
- Le facteur d'amplification dynamique **D**.
- Le facteur de comportement **R**.
- Le facteur de qualité **Q**.

Cependant, cette méthode n'est pas adapté pour les structures élancées, irrégulière en plan ou en élévation dont le comportement dynamique est influencé par des modes supérieurs de vibration.

La deuxième méthode, la plus utilisée dans le calcul de dynamique des structures, est la **Méthode spectrale modale (MSM)**. Cette méthode comme son nom l'indique fait intervenir un spectre de réponse et prend en considération les différents modes propres de vibrations de la structure.

Dans le Règlement Parasismique Algérien, cette méthode est très bien exposée. Elle permet dans un premier lieu de déterminer les accélérations attendues (**S_a/g**) en fonction d'un certain nombre de paramètres dynamiques de la structure :

- Le coefficient d'accélération de zone **A**.
- Les périodes **T_1** et **T_2** qui dépendent du sol d'assise.
- La période fondamentale de la structure **T** .
- Du facteur de comportement **R**.
- Facteur de qualité **Q**.
- Du facteur d'amortissement **ξ** .

Dans un second lieu, les efforts déterminés pour chaque degré de liberté sont superposés en utilisant une combinaison modale.

Dans **le domaine non linéaire**, des méthodes d'intégration pas à pas sont de plus en plus utilisées grâce à la généralisation de l'outil informatique qui les rend plus attractives chaque fois qu'une incursion dans le domaine non linéaire est souhaitée.

La méthode la plus répandue est la **méthode Push Over** qui consiste à appliquer des forces statiques incrémentées de façon progressive jusqu'à l'atteinte d'un déplacement cible.

Cette méthode utilisée en calcul non linéaire représente une alternative très intéressante car les données matérielles sont similaires à celles de l'analyse temporelle non linéaire et les difficultés du calcul temporel pas à pas sont évitées, ce qui la rend très attractive.

La méthode **"Push over"** est basée sur le principe que la capacité d'atteindre un niveau de performance est évaluée en termes de déplacements, la structure est soumise à un chargement incrémental distribué le long de la hauteur, la courbe de capacité est obtenue en contrôlant le déplacement en tête de structure. La distribution de charges et le déplacement cible sont basés sur l'hypothèse que la réponse est fondamentalement contrôlée par un seul mode de vibration et que la forme de ce mode demeure constante durant le séisme. Cette méthode permet d'approcher le comportement réel de la structure en se basant uniquement sur le mode fondamental de la structure.

Une autre méthode est aussi suggérée dans la littérature et qui est très recommandée dans le calcul non linéaire c'est la **méthode de Wilson θ**

Cette méthode est une méthode incrémentale où les déplacements sont évalués à chaque pas de temps. Grâce à l'outil informatique, cette méthode bien que difficile à mettre en place est devenue très attractive. Elle nécessite uniquement le montage des matrices masse $[M]$, de rigidité $[K]$ et d'amortissement $[C]$ et le calcul du pas de temps d'intégration Δt . Une fois que les accélérations initiales sont connues à l'instant $t = 0$ s (conditions initiales), les autres accélérations, les vitesses et les déplacements à l'instant $t_{i+1} = t_i + \Delta t$ seront déterminés par un processus de calcul itératif sur un laps de temps imaginaire (pour assurer la stabilité de la méthode) plus grand $\tau = \theta \Delta t$. Une fois les déplacements, les vitesses et les accélérations sont déterminés sur cet incrément de temps, nous revenons sur l'incrément de temps réel Δt pour évaluer les déplacements, les vitesses et les accélérations et toutes les forces d'inerties d'amortissements et de rigidités de chaque degré de liberté.

I-2) -Problématique et objectifs de la thèse :

Le calcul dynamique d'une structure sous séisme est déterminé en amont de l'application des règles, en effet le choix de la méthode de calcul dépend de nombreux paramètres, notamment :

- Le Domaine de calcul (Linéaire ou non linéaire).
- Le type d'analyse (Base nodale, base modale, ou autres).
- La Réponse recherchée (Fréquentielle, temporelle, intégration pas à pas).
- Le type de protection recherchée sous séisme.

L'objectif de ce travail est d'évaluer l'incidence du choix de la méthode de calcul sur l'étude du comportement des bâtiments en portiques auto stable en béton armé.

Le travail réalisé dans le cadre de projet de fin d'études est subdivisé en cinq chapitres.

Après une introduction générale dans le **chapitre I** , Le **chapitre II** est consacré aux généralités sur les différentes méthodes de calcul de réponse dynamique, des bases théoriques sur le calcul de caractéristiques dynamiques essentielles sont exposées (Pulsations et modes propres de vibration, périodes).

Dans le **chapitre III**, nous nous intéressons de plus près aux méthodes de calcul proposées par le R.P.A 2003 pour le calcul **linéaire** (la méthode statique équivalente M.S.E est la méthode spectrale modale M.S.M).

Le **chapitre IV** traite deux méthodes de calcul **non linéaire** qui sont très utilisées depuis l'avènement de l'outil informatique, la méthode push over et la méthode d'intégrations pas à pas de Wilson θ .

Dans le **chapitre V**, les quatre méthodes exposées dans ce travail sont utilisées à travers un exemple d'application sur une structure en **(R+3)**, les résultats concernant les périodes de vibration, les efforts tranchants à la base, les efforts tranchants par niveau, et les déplacements trouvés seront présentés pour chaque méthode.

Quand au **chapitre VI**, il est consacré aux comparaisons entre les différentes méthodes de calculs, et on termine notre travail avec une conclusion générale.

II-1) - Introduction :

L'analyse d'une structure consiste en la détermination de sa déformée, des efforts attendus (effort tranchant à la base et effort d'étages) et de ses éléments de réduction (effort normal, effort tranchant et moment fléchissant). Lorsque les efforts qui lui sont appliqués varient suffisamment lentement dans le temps, l'analyse peut être réalisée sous l'hypothèse d'un comportement quasi-statique. C'est cette analyse qui est adoptée par le Règlement Parasismique Algérien (R.P.A. 99 vs 2003) pour le calcul des structures de bâtiments dans le domaine linéaire.

Pour différentes raisons, mais surtout pour en simplifier la représentation numérique, une structure physiquement continue est généralement modélisée à l'aide d'un ensemble fini de degrés de liberté ou coordonnées généralisées.

Le comportement dynamique des structures est régi par des équations différentielles se rapportant à chaque degré de liberté, la résolution de ces équations différentielles peut se faire par plusieurs méthodes. Quelque soit la méthode d'analyse choisie, nous sommes amené à résoudre une équation différentielle vectorielle du type :

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = p(t) \quad (2.1)$$

Où p est un vecteur et M , C et K sont des matrices de taille $(N \times N)$.

La (Figure 2.1) représente les différentes méthodes de résolution de cette équation. Les trois familles principales concernent la base de calcul utilisée : nodale, modale ou autre.

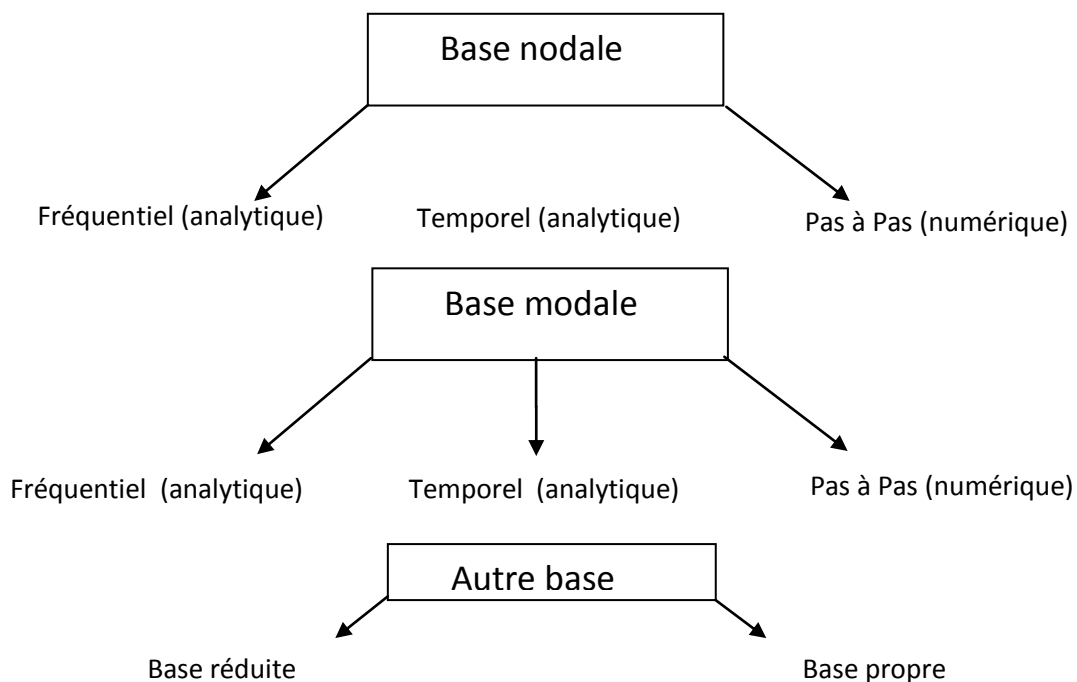


Figure (II-1) : Les différentes méthodes de résolution.

Dans la première partie de ce chapitre, nous allons définir les différentes méthodes de calcul de la réponse dynamique de structure, et dans la seconde partie, présenter les différentes méthodes de calcul des modes propres.

II-2) - Les différentes méthodes de calcul de la réponse dynamique :

II-2-1) - Analyse dans la base nodale :

La distinction de l'analyse base nodale par rapport aux autres méthodes concerne le choix de l'inconnue pour la résolution du problème. Dans l'approche nodale (la plus évidente, la plus directe, mais aussi la plus rudimentaire), les déplacements des nœuds x sont conservés comme inconnues du problème et l'équation **(2.1)** est résolue en tant que système d'équations couplées.

Dans les deux autres approches, des changements de variables adéquats permettent de prendre en compte plus finement les propriétés dynamiques de la structure. En plus de cette distinction sur l'inconnue conservée pour résoudre le problème, on peut également différencier les méthodes selon la variable conservée, temps ou fréquence, ce qui mène aux analyses dans le domaine temporel ou dans le domaine fréquentiel.

Lorsque les sollicitations prennent des formes analytiques simples, la résolution de l'équation du mouvement peut être réalisée analytiquement (méthode de Duhamel dans le domaine temporel et multiplication par la fonction de transfert dans le domaine fréquentiel).

Lorsque les méthodes de résolution de l'équation du mouvement deviennent trop lourdes à supporter, une approche numérique est alors nécessaire. Ces méthodes opèrent dans le domaine temporel (méthodes Pas à pas).

II-2-2) - Analyse dans la base Modale :

Lors de l'étude de l'oscillateur à 1-DDL, nous avons constaté qu'une structure à un seul degré de liberté, lorsqu'il est libre de force appliquée, oscille à une fréquence propre, une fréquence naturelle, celle dans laquelle la structure "se sent bien" et vibre naturellement et prend une déformée propre (qui évolue au cours du temps de façon harmonique), dont tout les points vibrent en phase. Les choses se corsent dans le cursus lorsqu'on apprend que tout les corps, pour autant qu'ils possèdent une masse, vibrent à leurs propres fréquences, et leurs propres déformées. On peut comprendre en effet qu'une structure complexe, par exemple un bâtiment, possède plusieurs fréquences propres et déformées propres.

L'analyse dynamique d'une structure est l'approche la plus réaliste (en incluant ses propriétés importantes qui, fréquences et déformées propres). Cette analyse peut se faire exactement comme dans la base nodale, soit par l'approche fréquentielle temporelle ou bien par intégration pas à pas, seulement en y incluant l'ensemble des déformées (modes) de la structure. Cette analyse Modale commence toujours par le calcul des fréquences (pulsations) propres de la structure, et s'ensuit le calcul de toutes les déformées (modes) de vibrations de la structures. Ces deux caractéristiques (fréquences et modes) sont des caractéristiques intrinsèques qui ne dépendent que des caractéristiques physiques et mécaniques de la structure.

II-2-3) - Les autres bases :

La plupart des méthodes utilisées dans les codes de calcul en génie civil, sont des méthodes nodale ou modale. Néanmoins, nous pouvons utiliser d'autres analyses qui prennent une compte autre base de données. La méthode utilisée dans ce cas d'analyse est la méthode des éléments finis, où il est possible de calculer la sensibilité des composantes qui rentrent dans l'analyse dynamique recherchées, soit en termes d'énergie dissipée ou de déplacements ultimes.

II-3) - Les différentes méthode de détermination des fréquences et modes propres :

Le calcul des modes propres peut s'avérer très coûteux, suivant les méthodes utilisées et le nombre de modes calculés. Ils peuvent être déterminés à partir de l'équation d'équilibre du mouvement :

$$[M]\{\ddot{V}(t)\} + [C]\{\dot{V}(t)\} + [K]\{V(t)\} = \{F(t)\} \quad (2.2)$$

Comme le calcul des modes propres est en fonction de la masse et la rigidité de la structure l'équation du mouvement devient :

$$[M]\{\ddot{V}(t)\} + [K]\{V(t)\} = 0 \quad (2.3)$$

On pose l'équation :

$$\{V(t)\} = \{\Phi\} \sin(\omega t + \Phi) \quad (2.4)$$

$$\{\ddot{V}(t)\} = -(\Phi)\omega^2 \sin(\omega t + \Phi) \quad (2.5)$$

$$[M](-\Phi)\omega^2 \sin(\omega t + \Phi) + [K]\{\Phi\} \sin(\omega t + \Phi) = 0 \quad (2.6)$$

$$([K] - \omega^2)\{\Phi\} \sin(\omega t + \Phi) = 0 \quad (2.7)$$

Comme : $\sin(\omega t + \Phi) \neq 0$

On peut dire que : $([K] - \omega^2[M])\{\Phi_i\} = 0$
(2.8)

Lorsque le nombre de degrés de liberté est assez élevé (cas général) le calcul des pulsations propres et des modes propres par la relation $([K] - \omega^2)\{\Phi_i\} = 0$ s'avère laborieux, car le polynôme ω^2 obtenu est de degrés très élevé, et présente des difficultés pour le calcul des racines. Afin de contourner cette difficulté, on utilise soit des méthodes numériques (logiciel Matlab) ou des méthodes approchées basées sur un processus itératif.

II-3-1) - Résolution numérique par Matlab :

La résolution de l'équation (2.8) peut se faire avec le Matlab, qui est un logiciel de calcul numérique et de visualisation graphique, destiné aux ingénieurs, aux techniciens et aux scientifiques. L'approche matricielle de Matlab permet de traiter les données sans aucune limitation de taille et de réaliser des calculs numériques de façon fiable et rapide. [2]

La connaissance de la matrice masse de la structure et de sa rigidité, permet de déterminer les fréquences et les modes propres de vibration d'une structure à N degré de liberté.

En théorie, l'analyse dynamique va nécessiter la détermination d'autant de modes propres n (périodes et déformées modales) que la structure comporte de degrés de liberté N .

II-3-2) - Les méthodes approchées :

Ces méthodes sont nombreuses et présentent chacune une particularité, les précisions et leurs convergences diffèrent d'une méthode à l'autre, parmi ces méthodes:

- Méthode de Stodola – Vianello.
- Méthode de Rayleigh.
- Méthode de Jacobi.

II-3-2-1) - Méthode de Stodola- Vianello :

On considère un mode propre de vibration du système, avec une **déformée initiale arbitraire**. Cette dernière permet d'estimer la pulsation propre de vibration, qui à son tour permet de calculer une nouvelle déformée. La nouvelle déformée estime à nouveau la pulsation propre qui permettra de calculer une nouvelle déformée. Le cycle de calcul ainsi défini continu jusqu'à convergence des résultats. [17]

▪ **Exposé de la méthode :**

Le mouvement libre d'un système à plusieurs degrés de liberté dans un **mode j**, est décrit par l'équation matricielle suivante :

$$([K] - \omega_j^2 [M])\{\Phi_{ij}\} = 0 \quad (2.9)$$

$$\omega_j^2 [M]\{\Phi_{ij}\} = [K]\{\Phi_{ij}\} \quad (2.10)$$

Avec : $1 \leq i, j \leq n$

n : Nombre de degré de liberté.

ω_j : Pulsation propre du mode j.

[K] : Matrice des rigidités.

[M] : Matrice des masses.

$\{\Phi_{ij}\}$: Forme propre de vibration correspondant au mode j.

L'équation (2.10) est équivalente au système d'équations suivantes :

$$\left. \begin{aligned} \omega_j^2 M_1 \Phi_{1j} &= K_{11} \Phi_{1j} + K_{12} \Phi_{2j} + \dots + K_{1n} \Phi_{nj} & (a) \\ \omega_j^2 M_2 \Phi_{2j} &= K_{21} \Phi_{1j} + K_{22} \Phi_{2j} + \dots + K_{2n} \Phi_{nj} & (b) \\ \omega_j^2 M_n \Phi_{nj} &= K_{n1} \Phi_{1j} + K_{n2} \Phi_{2j} + \dots + K_{nn} \Phi_{nj} & (n) \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

On se donne une forme propre initiale du mode n.

Soit :

$$\{\Phi_{in}^\circ\} = \begin{pmatrix} \Phi_{1n}^\circ \\ \Phi_{2n}^\circ \\ \vdots \\ \Phi_{nn}^\circ \end{pmatrix}$$

D'après l'équation (a) du système (2.11) on aura cette expression suivante :

$$\omega_n^2 = \frac{K_{11}\Phi_{1n}^\circ + K_{12}\Phi_{2n}^\circ + \dots + K_{1n}\Phi_{nn}^\circ}{M_1\Phi_{1n}^\circ} \quad (2.12)$$

Les (n-1) de l'équation du système (2.11) nous donnent :

$$\{\Phi_{in}^1\} = \frac{K_{11}\Phi_{1n}^\circ + K_{12}\Phi_{2n}^\circ + \dots + K_{1n}\Phi_{nn}^\circ}{M_1\omega_n^2} \quad (2.13)$$

On obtient ainsi une nouvelle déformée :

$$\{\Phi_{in}^1\} = \begin{pmatrix} \Phi_{1n}^1 \\ \Phi_{2n}^1 \\ \vdots \\ \Phi_{nn}^1 \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

Si la nouvelle déformée calculée approche la déformée initiale choisie, on dira alors que la déformée choisie arbitrairement représente la déformée réelle du système dans son mode N de vibration, et ω_n sa pulsation propre.

Dans le cas contraire, on prendra comme déformée initiale arbitraire la nouvelle déformée calculée et on reprend les mêmes étapes de calcul précédentes. Le cycle de calcul continu jusqu'à convergence satisfaisante des résultats. [17]

II-3-2-2) - Méthode de Rayleigh :

▪ Principe de la méthode :

Contrairement à la méthode **Stodola-Vianello**, basée sur la détermination du dernier mode de vibration pour déterminer les premiers modes de vibration, qui sont les plus représentatifs. La méthode de Rayleigh déterminera d'abord le mode fondamental puis les modes supérieurs.

Elle ne présente guère d'intérêt dans l'étude d'un système simple de type (ressort-masse)

En revanche, elle est très pratique pour l'étude approchée d'un système ayant un grand nombre de degrés de liberté.

L'application de la méthode de Rayleigh passe par une hypothèse sur la déformée que prendrait la structure dans son mode fondamental de vibration (premier mode). [17]

Cette déformation ne change pas avec le temps, seule son amplitude varie de manière harmonique. Elle repose aussi sur l'hypothèse, selon laquelle la forme que prendrait la déformée du système dans son mode fondamental serait du type :

$$V(x, t) = \Phi(x) \cdot \sin \omega t \quad (2.15)$$

Avec :

$\Phi(x)$: Fonction de déplacement.

Cette hypothèse suppose que la forme de la déformée reste inchangée au cours du temps et que seule son amplitude change.

En résumé il y a 4 étapes pour le cycle de calcul itératif :

- Admettre une Forme $\Phi(x)$, soit Φ_i pour la masse M_i .
- Calculer les forces d'inertie $M_i \Phi_i$

$$F_i = M_i \Phi_i \quad (2.16)$$

- Calculer les déplacements $A' \Phi'_i$ dus aux forces d'inertie $M_i \Phi_i$ et déduire la forme propre normée Φ'_i .

$$A' \Phi'_i = \sum_{i=1}^n \frac{F_i}{K_i} \quad (2.17)$$

Sachant que :

A' : Représente L'amplitude du mouvement.

$$F'_i = \sum_{i=1}^n F_i \quad (2.18)$$

- Calcule de la pulsation propre ω^2 en utilisant la formule :

$$\omega^2 = \frac{\sum_{i=1}^n M_i \Phi_i \Phi'_i}{A' \sum_{i=1}^n M_i \Phi_i'^2} \quad (2.19)$$

Si les déplacements supposés approchent ceux calculés, on arrête le processus de calcul sinon on revient à l'étape (02), avec comme déplacements supposés les nouvellement calculés, ceci jusqu'à convergence. [17]

Les modes supérieurs s'obtiennent au moyen d'un recours simultané aux procédés d'orthogonalisation de Schmidt et à l'équation de Rayleigh. [17]

II-3-2-3) - Méthode Jacobi :

Pour cette méthode, la structure doit être de dimensions limitées (n inférieur à 100), dont les matrices sont symétriques et définies positives. La méthode générale de Jacobi permet de calculer les n valeurs et vecteurs propres d'une structure. [20]

Elle consiste à transformer les matrices $[K]$ et $[M]$ en des matrices diagonales en utilisant des transformations successives : [20]

$$\left. \begin{aligned} [K^1] &= [K][M^1] = [M] \\ [K^2] &= [Q^1]^t [K^1] [Q^1] [M^2] = [Q^1]^t [M^1] [Q^1] \\ [K^{k+1}] &= [Q^k]^t [K^k] [Q^k] [M^{k+1}] = [Q^k]^t [M^k] [Q^k] \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

Chaque matrice $[Q^k]$ est choisie de manière à ce qu'un terme (i, j) non diagonal et non nul de $[K^k]$ et $[M^k]$ soit nul après la transformation de l'équation (2.20).

Les matrices $[K^{k+1}]$ et $[M^{k+1}]$ tendent vers des matrices diagonales $[K^d]$ et $[M^d]$ lorsque « k » tend vers l'infini. Les valeurs et vecteurs propres sont alors :

$$[\lambda] = [K^d] / [M^d]^{-1} \quad (2.21)$$

III-1) - Introduction :

Les présentes règles du règlement parasismiques Algérien (RPA99/2003) visent à assurer une protection des vies humaines des constructions vis-à-vis des effets des actions sismiques par une conception et un dimensionnement appropriés.

Pour les ouvrages courants, les objectifs ainsi visés consistent à doter la structure :

D'une rigidité et d'une résistance suffisante pour limiter les dommages non structuraux et éviter les dommages structuraux par un comportement essentiellement élastique de la structure face à un séisme modéré, relativement fréquent. [22]

D'une ductilité et d'une capacité de dissipation d'énergie adéquates pour permettre à la structure de subir des déplacements inélastiques avec des dommages limités et sans effondrement, ni perte de stabilité, face à un séisme majeur, plus rare. [22]

Pour certains ouvrages importants, la protection visée est encore plus sévères puisqu'il faudra que l'ouvrage puisse demeurer opérationnel immédiatement après un séisme majeur. [22]

III-2) - Choix de la méthode de calcul :

Le calcul des forces sismiques peut être mené suivant trois méthodes :

- Méthode statique équivalente.
- Méthode d'analyse modale spectrale.
- Méthode d'analyse dynamique par accélérogrammes.

La méthode statique équivalente, peut être utilisée sous réserve de vérifier certaines conditions relatives à la hauteur et à la régularité de l'ouvrage.

La méthode d'analyse modale spectrale, peut être utilisée dans tous les cas et en particulier dans le cas où la méthode statique équivalente n'est pas permise.

La méthode d'analyse dynamique par accélérogrammes, peut être utilisée au cas par cas par un personnel qualifié, ayant justifié auparavant les choix des séismes de calcul et des lois de comportement utilisées, ainsi que la méthode d'interprétation des résultats et les critères de sécurité à satisfaire. [22]

Dans notre thèse nous allons présenter les deux premières méthodes du règlement parasismique algérien (RPA99/ Version 2003), **la méthode statique équivalente (MSE)** et **la méthode spectrale modale (MSM)** , qui sont les plus utilisées dans le calcul dynamique d'une structure.

III-3) Méthode statique équivalente du RPA99/2003 :

III-3-1) - Principe de la méthode :

Les forces réelles dynamiques qui se développent dans la construction sont remplacées par un système de forces statiques fictives, dont les effets sont considérés équivalents à ceux de l'action sismique. [22]

Le mouvement du sol peut se faire dans une direction quelconque dans le plan horizontal.

Les forces sismiques horizontales équivalentes, seront considérées appliquées successivement suivant deux directions orthogonales caractéristiques choisies par le projecteur. Dans le cas général, ces deux directions sont les axes principaux du plan horizontal de la structure. [22]

III-3-2) - Conditions d'application de la méthode statique équivalente :

Le bâtiment doit satisfaire aux conditions de régularité en plan et en élévation, avec une hauteur au plus égale à 65m en zone I et II et 30m en zone II_B et III .

- **Régularité en plan :**

Le bâtiment présente sensiblement une symétrie orthogonale aussi bien pour la distribution des rigidités que celle des masses. [22]

A chaque niveau et pour chaque direction de calcul, la distance entre le gravité et le centre de masse ne dépasse pas 15% de la dimension du bâtiment mesurée perpendiculairement à la direction de l'action sismique considérée. [22]

La forme du bâtiment doit être compacte avec un rapport (longueur / largeur) du plancher inférieure à 4. [22]

La somme des dimensions des parties rentrantes ou saillantes du bâtiment dans une direction donnée ne doit pas excéder 25 % de la dimension totale du bâtiment dans cette direction. [22]

Les planchers doivent présenter une rigidité suffisante vis-à-vis de celle des contreventements verticaux pour être considéré comme indéformables dans leur plan .pour cela la surface totale des ouvertures de plancher doit rester inférieur à 15% de celle de dernier. [22]

▪ **Régularité en élévation :**

Le système de contreventement ne doit pas comporter d'élément porteur vertical discontinu, dont la charge ne se transmet pas directement à la fondation. [22]

Aussi bien la raideur que la masse des différents niveaux restent constants ou diminuent progressivement, sans changement brusque, de la base au sommet du bâtiment.

Dans le cas de décrochement en élévation, la variation des dimensions en plan du bâtiment entre deux niveaux successifs ne dépasse pas 20% dans les deux directions de calcul et ne s'effectue que dans le sens d'une diminution avec la hauteur. La plus grande dimension latérale du bâtiment n'excède pas 1,5 fois sa plus petite dimension. [22]

III-3-3) - Modélisation :

Le modèle du bâtiment à utiliser dans chacune des deux directions de calcul est plan avec les masses concentrées au centre de gravité des planchers et un seul degré de liberté en translation horizontale par niveau sous réserve que les systèmes de contreventement dans les deux directions puissent être découplés. [22]

La rigidité latérale des éléments porteurs du système de contreventement est calculée à partir de sections non fissurées pour les structures en béton armé ou en maçonnerie.

Seul le mode fondamental de vibration de la structure est à considérer dans le calcul de la force sismique totale.

III-3-4) - Calcul de la période fondamentale T :

La formule empirique qui est donnée dans le code parasismique algérien RPA 99 / version 2003 pour le calcul de la période propre de vibration est :

$$T = C_T h_n \quad (3.1)$$

h_n : Hauteur mesurée en mètres à partir de la base de la structure jusqu'au dernier niveau (n).

C_T : Coefficient donnée par le **Tableau 4.6 (RPA 99 / V 2003)**, il est fonction du système de contreventement et du type remplissage. (**Annexe A**).

On peut également utiliser la formule :

$$T = 0,09 \frac{h_n}{\sqrt{D}} \quad (3.2)$$

Sachant que :

D : dimension du bâtiment mesurée à sa base dans la direction de calcul considéré.

Dans ce cas de figure, il y a lieu de retenir dans chaque direction de calcul considérée la plus petite des valeurs données respectivement par (3.1) et (3.2).

Le code précise également que la période fondamentale peut être calculée en utilisant une méthode rationnelle, telle que la méthode de Rayleigh ou une version simplifiée de celle-ci : [17]

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_i^n w_i \delta_i}{g \sum_i^n f_i \delta_i}} \quad (3.3)$$

Et que :

f_i : Système de forces horizontales, distribuées selon les formules de répartition de la force sismique totale à la base suivant la verticale.

δ_i : Flèches horizontales dues aux forces f_i calculées à partir d'un modèle élastique linéaire de la structure qui prend en compte tous les éléments participant à sa rigidité.

w_i : Poids revenant au niveau i .

Néanmoins, il existe une version simplifiée de la formule de Rayleigh , qui s'écrit sous la forme suivante :

$$T = 2\sqrt{\delta_N} \quad (3.4)$$

Avec :

δ_N : Flèche horizontale au sommet du bâtiment, mesurée en mètres, due aux forces gravitaires appliquées horizontalement.

Remarque :

Les valeurs de T , calculées à partir des formules Rayleigh ou des méthodes numériques ne doivent pas dépasser celles estimées à partir des formules empiriques appropriées de plus de 30 %. [17]

III.3. 5) - Calcul de la force sismique totale à la base :

La force sismique totale « V », appliquée à la base de la structure, doit être calculée successivement dans deux directions horizontales et orthogonales, selon la formule suivante : [17]

$$V = \frac{A.D.Q}{R} W \quad (3.5)$$

A : coefficient d'accélération de zone.

D : facteur d'amplification dynamique moyen.

Q : facteur de qualité.

R : coefficient de comportement global de la structure.

W : poids total de la structure.

▪ **Détermination du coefficient d'accélération de zone A :**

A est fonction de la zone sismique et le groupe d'usage du bâtiment.

ZONE				
GROUPE	I	II _a	II _b	III
1A	0.15	0.25	0.30	0.40
1B	0.12	0.20	0.25	0.30
2	0.10	0.15	0.20	0.25
3	0.07	0.10	0.14	0.18

Tableau (III-1) : Coefficient d'accélération de zone

▪ **Détermination du facteur d'amplification dynamique moyen D :**

Facteur d'amplification dynamique moyen D est en fonction de la catégorie du site, du facteur de correction d'amortissement n et de la période fondamentale (T) de la structure.

$$D = \begin{cases} 2,5\eta & 0 \leq T \leq T_2 \\ 2,5\eta(T_2/T)^{\frac{2}{3}} & T_2 \leq T \leq 3s \\ 2,5\eta(T_2/3)^{\frac{2}{3}}(3/T)^{\frac{5}{3}} & T \geq 3s \end{cases} \quad (3.6)$$

Sachant que:

η : Facteur de correction d'amortissement donné par la formule suivante :

$$\eta = \sqrt{\frac{7}{(2+\xi)}} \geq 0,7 \quad (3.7)$$

$\xi(\%)$: le pourcentage d'amortissement critique fonction du matériau constitutif, du type de structure et de l'importance des remplissages. **Tableau 4.2 (RPA 99 / V 2003). (Annexe B).**

T_2 : période caractéristique, associée à la catégorie du site donnée par le **Tableau 4.7 (RPA 99 / V 2003). (Annexe C).**

T : période fondamentale de la structure qui peut être estimée à partir de formule empirique ou calculée par des méthodes analytiques ou numériques.

R : Coefficient de comportement global de la structure.

▪ **Détermination du facteur de qualité Q :**

Le facteur de qualité de la structure Q définit dans le RPA 99 / V 2003) est en fonction des paramètres suivants [22]:

- La redondance et de la géométrie des éléments qui la constituent.
- La régularité en plan et en élévation.
- Contrôle de la qualité des matériaux.
- La qualité du contrôle de la construction.

La valeur de Q est déterminée par la formule suivante :

$$Q = 1 + \sum_1^5 P_q \quad (3.8)$$

Sachant que :

P_q : Pénalité à retenir selon le critère de qualité q , s'il est satisfait ou non. **Tableau 4.4 (RPA 99 / V 2003). (Annexe D).**

▪ **Détermination du coefficient de comportement global de la structure R:**

Sa valeur unique dépend du système de contreventement **tableau 4.3 (RPA 99 / V 2003) (Annexe E.1 et Annexe E.2).**

En cas d'utilisation de systèmes de contreventement différents dans les deux directions considérées il y a lieu d'adopter pour le coefficient R la valeur la plus petite.

▪ **Détermination du poids total W de la structure :**

W : Est égal à la somme des poids W_i calculés à chaque niveau (i).

$$W = \sum_{i=1}^n W_i \quad (3.9)$$

Avec :

$$W_i = W_{Gi} + \beta W_{Qi} \quad (3.10)$$

W_{Gi} : Poids du aux charges permanentes et à celles des équipements fixes éventuels, solidaires de la structure.

W_{Qi} : Charges d'exploitations.

β : Coefficient de pondération, fonction de la nature et de la durée de la charge d'exploitation. (Annexe F).

III-3-6) - Distribution de la résultante des forces selon la hauteur :

La résultante des forces sismiques à la base de V doit être distribuée sur la hauteur de la structure selon les formules suivantes [22]:

$$V = F_t + \sum_{i=1}^n F_i \quad (3.11)$$

Sachant que :

F_t : Force concentrée au sommet de la structure (**Figure 3.1**) permet de tenir compte de l'influence des modes supérieurs de vibration, sa valeur ne dépassera en aucun cas **0,25 V**, et déterminée par :

$$F_t = \begin{cases} 0.07 T V & \text{si } T > 0.7s \\ 0 & \text{si } T \leq 0.7s \end{cases} \quad (3.12)$$

T : période fondamentale de la structure.

$$F_i = \frac{(V - F_t)W_i h_i}{\sum_{j=1}^n W_j h_j} \quad (3.13)$$

F_i : Effort horizontal revenant au niveau **i**.

h_i : Niveau du plancher où s'exerce la force F_i .

W_i : Poids revenant aux planchers **i**.

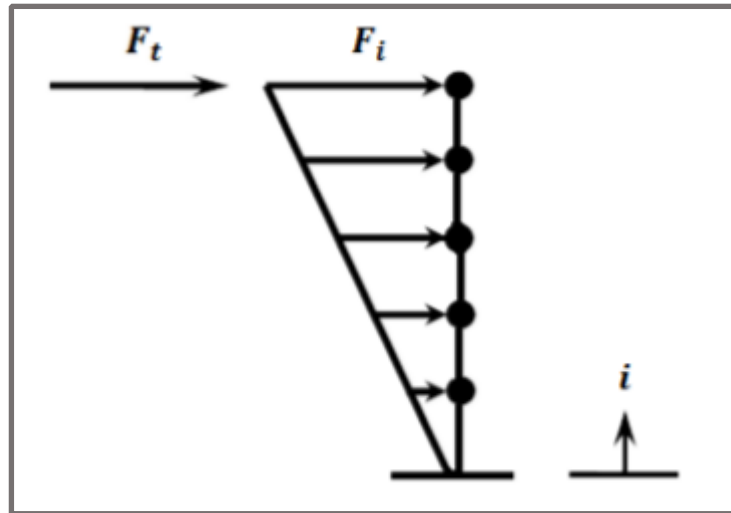


Figure (III-1) : Distribution de la résultante des forces sur les différents niveaux. [17]

III-3-7) - Distribution horizontale des forces sismique :

L'effort tranchant au niveau de l'étage k :

$$V_k = F_t + \sum_{i=k}^n F_i \quad (3.14)$$

III- 4) - Méthode spectrale modale :

La méthode dynamique modale spectrale, consiste à déterminer pour chaque mode de vibration, le maximum d'effet engendré dans la structure par les forces sismiques représentées par un **spectre de réponse de calcul**. [7]

Le spectre de réponse utilisé par le RPA algérien est une courbe de réponse maximale d'accélérations (S_a/g) pour un système à un degré de liberté, soumis à une excitation donnée pour des valeurs successives de périodes propres T . [5]

III- 4- 1) - Spectre de réponse de calcul du RPA :

L'action sismique est représentée par le spectre suivant [22] :

$$(S_a/g) = \begin{cases} 1,25A[1 + \left(\frac{T}{T_1}\right) \left(2,5\eta \left(\frac{Q}{R}\right) - 1\right)] & 0 \leq T \leq T_1 \\ 2,5\eta(1,25A) \left(\frac{Q}{R}\right) & T_1 \leq T \leq T_2 \\ 2,5\eta(1,25A) \left(\frac{Q}{R}\right) \left(\frac{T_2}{T}\right)^{\frac{2}{3}} & T_2 \leq T \leq 3s \\ 2,5\eta(1,25A) \left(\frac{T_2}{3}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{3}{T}\right)^{\frac{3}{5}} \left(\frac{Q}{R}\right) & T \geq 3s \end{cases} \quad (3.15)$$

S_a : Accélération spectrale associée au mode de vibration de période T du bâtiment.

A : coefficient d'accélération de zone.

η : Facteur de correction d'amortissement donné par la formule (3.7)

R : coefficient de comportement global de la structure.

T_1, T_2 : périodes caractéristiques associées à la catégorie de site (Tableau 4.7 du RPA 99 /2003).

Q : facteur de qualité.

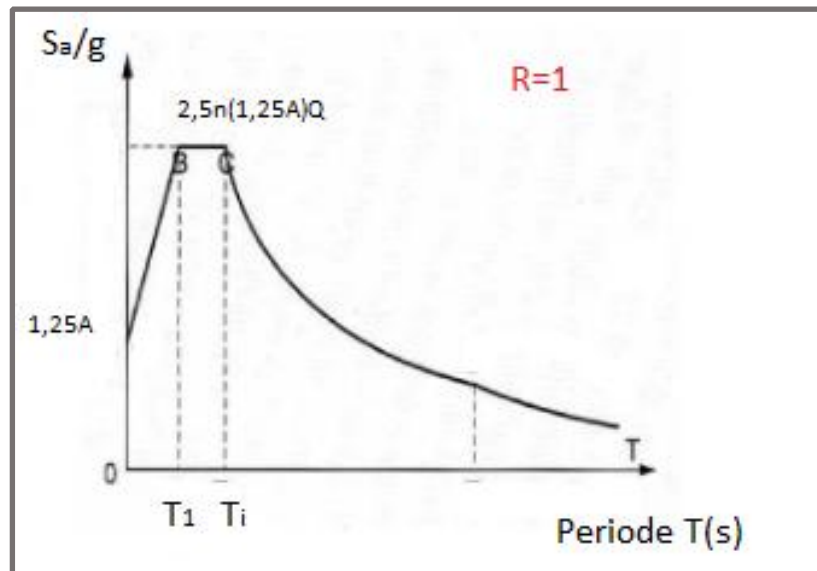


Figure (III-2) : Spectre de réponse élastique du code parasismique algérien (RPA99/2003)

Après détermination des modes propres de la structure, l'analyse spectrale permet d'avoir :

▪ **Pour chaque mode :**

Le coefficient de participation modal, les masses modales participantes.

▪ **Pour chaque direction:**

Les efforts spectraux, déplacements, réactions et effort correspondant à chacun des modes propres.

Pour chacun des modes retenus, l'équation du mouvement est résolue, la solution en termes de déplacement s'obtient en combinant les réponses modales en utilisant la méthode quadratique complète **CQC** (complète quadratique combination) ou **SRSS**.

III-4-2) - Vérification des exigences du RPA :

Avant l'exploitation des résultats de l'analyse modale spectrale, le Règlement parasismique algérien (RPA 2003) exige de vérifier des critères suivants :

▪ **Art 4.3.4 RPA 2003 :**

Le nombre de modes de vibration à retenir dans chacune des deux directions d'excitation doit être tel que :

- a) La somme des masses modales effectives pour les modes retenus soit égale à au moins **90 %** de la masse totale de la structure.[22]
- b) Tous les modes ayant une masse modale effective supérieure à **5%** de la masse totale de la structure doivent être retenus pour la détermination de la réponse totale de la structure.[22]

▪ **Art 4.3.6 RPA 2003 :**

La résultante des forces sismiques à la base V_t obtenue par combinaison des valeurs modales ne doit pas être inférieure à **80 %** de la résultante des forces sismiques déterminée par la méthode statique équivalente V_{MSE} pour une valeur de la période fondamentale donnée par la formule empirique appropriée. [22]

▪ **Art 5.10 RPA 2003 :**

Les déplacements relatifs latéraux d'un étage par rapport aux étages qui lui sont adjacents ne doivent pas dépasser **1.0%** de la hauteur de l'étage. [22]

Le déplacement horizontal à chaque niveau "K" de la structure est donné par [22] :

$$\delta_K = R \times \delta_{eK} \quad (3.17)$$

δ_{eK} : Déplacement dû aux forces sismiques (y compris l'effet de torsion).

R : coefficient de comportement.

Le déplacement relatif au niveau "K" par rapport au niveau "K-1" est égale à :

$$\Delta K = \delta_K - \delta_{K-1} \quad (3.18)$$

Le **RPA** préconise que les déplacements relatifs ne doivent pas dépasser les 1% $h_{\text{étage}}$:

$$\Delta K \leq 0.01 h_{\text{étage}} \quad (3.19)$$

▪ **Art 5.9 RPA 2003 :**

Selon le RPA99/Version 2003, les effets de second ordre (ou effet **P-Δ**) peuvent être négligés dans le cas des bâtiments si la condition suivantes est satisfaite a tous les niveaux [22]

$$\theta = \frac{P_k \Delta_k}{V_k h_k} \leq 0,10 \quad (3.20)$$

Avec :

P_k : Poids total de la structure et des charges d'exploitations associées au-dessus du Niveau k.

V_k : Effort tranchant d'étage au niveau k.

Δ_k : Déplacement relatif du niveau k par rapport au niveau k-1.

h_k : Hauteur de l'étage k.

IV-1) - Introduction :

Dans le code parasismique algérien (R.P.A 99 vs 2003), l'étude de la réponse des structures sous des chargements sismiques est conduite en faisant appel à des méthodes simplifiées (méthode statique équivalente ou méthode d'analyse modale spectrale) qui reposent sur le principe de détermination des efforts susceptibles d'être appliquées puis de procéder à une vérification des déplacements de la structure. Ce calcul est réalisé en posant comme hypothèse principale que le comportement de la structure est un comportement linéaire.

Le comportement non linéaire des structures est pris en compte en réduisant les efforts de par un facteur de comportement (R) qui tient compte du comportement dissipatif des structures. [22]

Suite à des séismes importants survenus récemment (Kobé 1995, Izmit 1999 et Boumerdes 2003), certaines lacunes des règlements parasismiques ont été décelées et elles ont révélé l'insuffisance de ces méthodes simplifiées. Il est clairement admis par la nouvelle génération de codes parasismiques que le dimensionnement des structures doit faire l'objet d'une nouvelle approche basée sur les notions de **risque** et de **vulnérabilité** [5].

Cependant, pour palier à ces insuffisances des méthodes classiques, **un calcul non linéaire** est suggéré par de nombreux chercheurs en dynamique des structures. Les méthodes les plus indiquées sont les méthodes d'intégrations directes pas à pas.

La méthode de calcul la plus rigoureuse et la plus complète d'analyse des structures sous des actions sismiques est **le calcul dynamique temporel non linéaire**, qui permet de reproduire fidèlement le comportement de la structure et de connaître ses états de performance à différents instants du séisme. Néanmoins ce type d'étude est difficilement envisageable pour des structures courantes car elle peut se révéler très couteuse en temps de calcul en raison de la complexité des modèles et du nombre de calcul à réaliser

Par conséquent, le calcul non linéaire en poussée progressive (**Push Over**) représente une alternative intéressante car les données matérielles sont similaires à celles de l'analyse temporelle non linéaire et les difficultés du calcul temporel pas à pas sont évitées.

IV-2) - Méthode Push Over :

La méthode "Push over" est basée sur le principe que la capacité d'atteindre un niveau de performance est évaluée en termes de déplacements, la structure est soumise à un chargement incrémental distribué le long de la hauteur, la courbe de capacité (**Figure IV-1**) est obtenue en contrôlant le déplacement en tête de la structure [5].

La distribution de charges et le déplacement cible, sont basés sur l'hypothèse que la réponse est fondamentalement contrôlée par un seul mode de vibration , et que la forme de ce mode demeure constante durant le séisme [5].

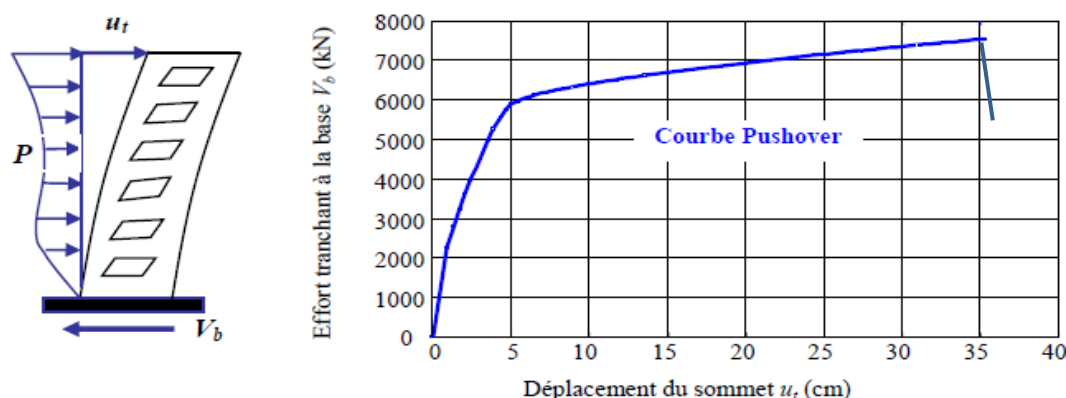


Figure (IV-1): Courbe de capacité d'une structure (V_{base} - D_{sommet}) [5].

Pour l'analyse push over, nous utilisons le logiciel "ETABS version 9.2 ", la courbe de capacité de la structure (V_{base} - D_{sommet}) est déterminée en effectuant les étapes suivantes :

IV-2-1) - Définition du comportement non linéaire de la structure :

IV-2-1-1) - Définition du comportement non linéaire des poutres et poteaux :

Les poutres et les poteaux sont modélisés par des éléments ayant des propriétés élastiques linéaires, le comportement **non linéaire** des éléments est traduit par l'introduction de rotules plastiques "Plastic Hinges" aux niveaux des sections susceptibles de se plastifier [5].

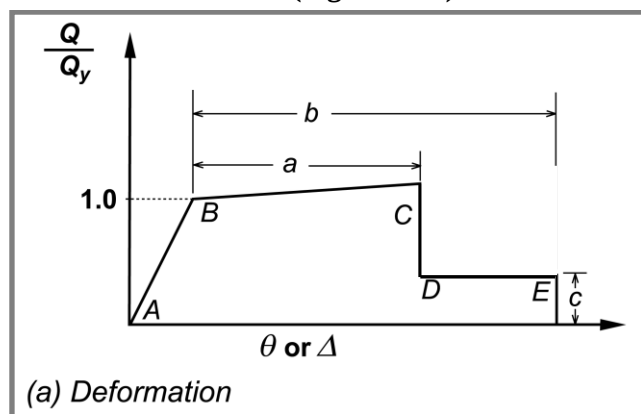
Des rotules de type moment (M_2 et M_3), cisaillement (V_2 et V_3), effort normal (P), Torsion (T), peuvent être définies le long des éléments linéaires, par ailleurs le logiciel offre aussi la possibilité de définir des rotules qui prennent en compte le couplage effort normal-moment (PMM) [5].

Pour nos modèles de calculs, nous allons introduire dans les poutres et les poteaux des rotules plastiques avec des lois de comportements définies **par défaut** par le logiciel comme suit :

- **Poutres** : Rotules de flexion (**Default M_3**), cisaillement (**Default V_2**).
- **Poteaux** : Rotules de flexion (**Default PMM**), cisaillement suivant axe 2-2 (**Default V_2**), cisaillement suivant axe 3-3 (**Default V_3**).

Les propriétés des différents types de rotules plastiques définies par défaut par le logiciel sont extraites des règlements américains **ATC40** et **FEMA 273** [5].

Pour chaque type de rotule, le comportement non linéaire est défini par un modèle idéalisé, représenté par une courbe force-déformation. (Figure IV.2)



(Figure IV.2) : Loi de comportement utilisée par le logiciel Etabs.

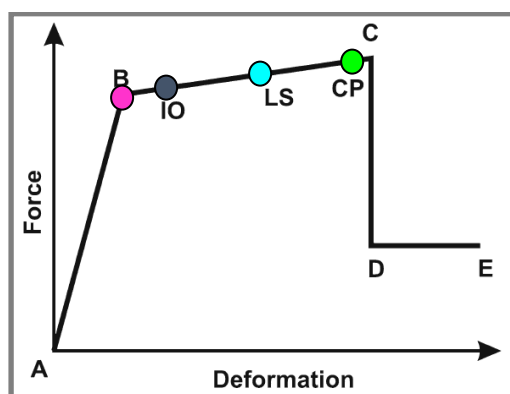
Le **segment A-B** représente la phase élastique de la section, le **point C** correspond à la capacité ultime et marque le début la phase de dégradation de la section (chute de résistance). (**Segment C-D**) [5].

Des contraintes résiduelles permettent à la section de résister aux charges gravitaires jusqu'à atteindre la déformation ultime (**Point E**) correspondant à la ruine de la section.

Les valeurs des points (**a**, **b**, **c**) des différents types de rotules dépendent de plusieurs paramètres (effort normal, caractéristiques du béton, type d'élément, dimensions, ferrailage) elles sont déterminés par le logiciel en se référant aux tableaux présentées dans le règlement américain Fema 273 [5].

▪ Niveaux de dommages :

Le règlement **FEMA 273** définit trois points (Figure IV.3) pour définir l'état de dégradation de chaque section et ainsi son degré de pénétration dans le domaine plastique.



(Figure IV-3) : Loi de comportement (Force-Déformation) et niveaux de dommages. [5].

Au niveau **IO (Immediate Occupancy)**, les dommages sont relativement limités, la section garde une grande partie de sa raideur initiale.

Au niveau **LS (Life Safety)**, la section a subi des dommages importants, pouvant entraîner une perte significative de sa raideur.

Au niveau **CP (Collapse Prévention)**, la section a subi de grandes déformations post élastiques, au-delà de ce niveau la section est susceptible de se rompre.

Les déformations (**IO, LS, CP**) qui définissent le niveau d'endommagement des rotules en se référant aux tableaux présentées dans le règlement américain Fema 273 [5].

Les rotules de flexion "**DefaultM₃**" et de cisaillement "**Default V₂**" sont introduites aux niveaux des zones nodales des poutres comme suit :

Sélection des poutres → Assign → Frame/Line → Frame Non Linear Hinges.

Dans la fenêtre qui apparaît (**Figure IV.4**), pour chaque de type de rotule choisie "**Hinge Property**", on introduit dans la case "**Relative Distance**" les valeurs des rapports (**0**) et(**1**) qui correspondent aux extrémités des poutres (Nœud).

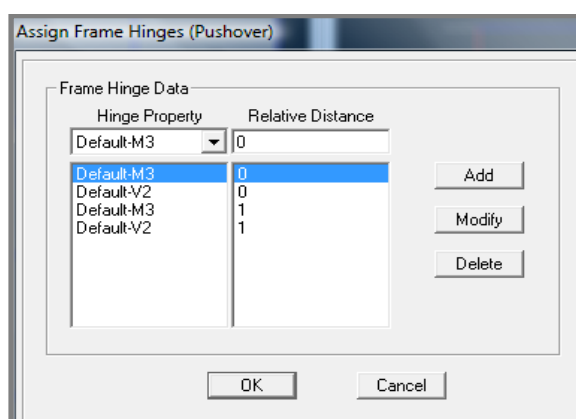


Figure (IV- 4): Introduction des rotules plastiques des poutres.

Pour ce qui est des poteaux, on introduit des rotules de cisaillement "**V₃**" et "**V₂**", et des rotules de type "**Default PMM**" qui tiennent compte de l'interaction (effort normal-moment).

Dans la fenêtre qui apparaît (**Figure IV.5**), pour chaque de type de rotule choisie "**Hinge Property**", on introduit dans la case "**Relative Distance**" les valeurs des rapports (**0**) et(**1**) qui correspondent aux extrémités des poteaux.

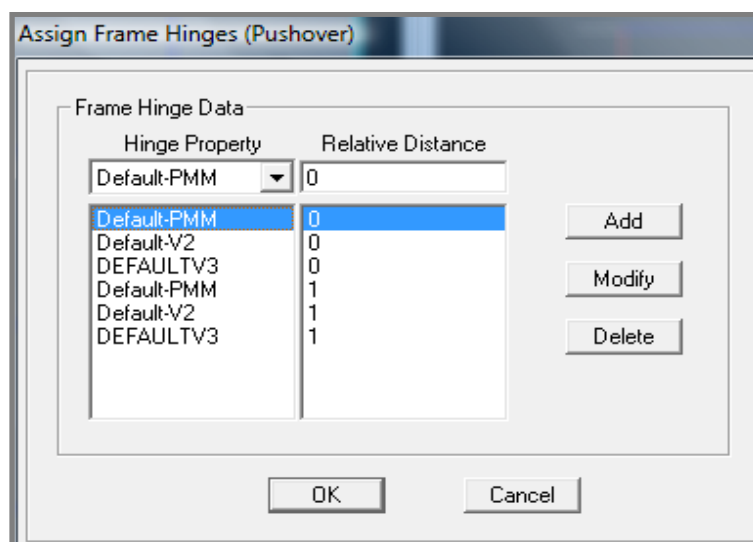


Figure (IV-5) : Introduction des rotules plastiques des poteaux.

IV-2-2) - Définition du chargement de l'analyse push over :

Après avoir défini le comportement non linéaire des éléments de la structure, on peut à présent passer à la prochaine étape qui consiste à définir le chargement de l'analyse Push over.

L'analyse push over consiste à appliquer à la structure une distribution de forces latérales incrémentées de façon progressive jusqu'à ce que le déplacement au sommet de la structure atteigne un déplacement cible (Analyse en mode **"Déplacement contrôlé"**). [1].

Ce type d'analyse est mené lorsque les charges ne sont pas connues, ou lorsque l'augmentation des charges pendant l'analyse est susceptible de provoquer l'instabilité de la structure [5].

En plus de l'analyse en mode **"Déplacement contrôlé"**, le programme offre la possibilité d'effectuer des analyses en mode **"Force contrôlée"**, ce type d'analyse est choisie lorsque les charges appliquées à la structure sont connues et ne risquent pas de provoquer l'instabilité de la structure (ex : Charges gravitaires). [1].

Le programme permet aussi qu'une analyse sous un chargement **"B"** soit menée en tenant compte des résultats finaux d'une analyse sous un chargement **"A"** définie précédemment, cette option est généralement utilisée pour que l'analyse push over sous charges horizontales tiennent compte des résultats de l'analyse sous charges gravitaires. [5].

IV-2-2-1) - Définition de l'analyse sous charges gravitaires :

Pour cela on clique sur : **Define** → **Static Non Linear / Push Over Cases.**

The dialog box 'Static Nonlinear Case Name' has the following fields and options:

- Name:** GRAVITAIRES
- Options:**
 - ☒ Load to Level Defined by Pattern
 - ☐ Push to Disp. Magnitude
 - ☐ Use Conjugate Displ. for Control
 - Monitor: UX, 1, STORY4
 - Start from Previous Case: [dropdown]
 - ☒ Save Positive Increments Only
- Member Unloading Method:** Unload Entire Structure
- Geometric Nonlinearity Effects:** P-Delta
- Load Pattern:**

Load	Scale Factor
DEAD	1.
DEAD	1.
LIVE	0.2
- Active Structure:**

Stage	Active Group
1	ALL
- ☐ Loads Apply to Added Elements Only
- Buttons: OK, Cancel

Figure (IV-6): Définition du chargement de l'analyse push over sous charges verticales.

Dans la fenêtre qui apparaît (**Figure IV.6**), on introduit le nom du chargement "Gravitaires" dans la case **Static Nonlinear Case Name**.

En cochant la case "**Load to level defined by pattern**", l'analyse sera effectuée en mode "Force contrôlée" et le chargement push over introduit sera déterminé à partir des charges définies dans la boîte de dialogue "**Load Pattern**".

Le chargement introduit correspond à la combinaison proposée par le **RPA 2003** pour la détermination des charges sismiques : **(G+0.2Q)**.

IV-2-2-2) - Définition de l'analyse push over sous charges horizontales:

Des investigations faites par (Saiidi et Sozen 1981 ; Miranda 1991 ; Qi et Mohele A présent que l'analyse sous charges gravitaires est définie, la prochaine étape consiste à définir l'analyse push over sous charges horizontales.

La distribution des charges horizontales est un des aspects les plus critiques de la méthode push over, car elle est basée sur l'hypothèse que la réponse est fondamentalement contrôlée par un seul mode de vibration et que la forme de ce mode demeure **constante** durant toute la durée de l'excitation sismique. [5].

Il est évident que cette hypothèse peut être parfois insuffisante, notamment après plastification de la structure et redistribution des efforts. [5].

(1991 ; Lawson et Al 1994 ; Fajfar et Fishinger 1988 ; Krawinkler et Seneviratna 1998 ; Maison et Bonowitz 1999 ; Gupta et Krawinkler 2000) ont montré que cette hypothèse peut conduire à de bonnes prédictions de la réponse sismique globale d'un système à plusieurs degrés de liberté si ce dernier oscille dans son premier mode de vibration. [5].

Il est recommandé (Fajfar 2000, Chopra 2002 et Al, Kunnath 2004) d'effectuer les analyses en appliquant au moins deux distributions de charges latérales [5] :

Une **distribution uniforme** avec des forces latérales proportionnelles à la masse sismique de chaque niveau ($S_j=m_j$).

Une **distribution modale** avec des forces proportionnelles aux forces latérales déterminées en utilisant une analyse élastique, elle doit être une des distributions suivantes :

- **Distribution triangulaire**
- **Distribution mode fondamental**

Dans notre cas, les structures étudiées présentent des configurations structurales simples, ainsi le comportement dynamique est contrôlé par un seul mode de vibration.

Par conséquent, nous avons choisi d'utiliser la distribution de charges suivant l'allure du **mode fondamental**.

Pour définir l'analyse sous charges horizontales on clique sur :

Define → Static Non Linear / Push Over Cases.

Load	Scale Factor
MODE	-1.
MODE 1	-1.

Stage	Active Group
1	ALL

Figure (IV-7) : Définition du chargement de l'analyse push over (Sens xx).

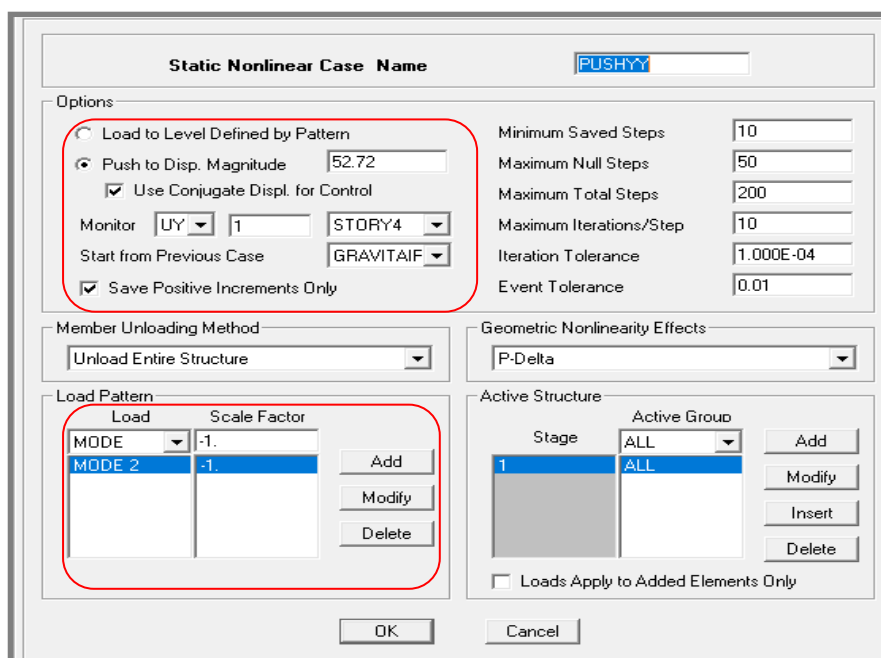


Figure (IV-8) : Définition du chargement de l'analyse push over (Sens Y-Y).

En cochant la case **"Push To Displacement Magnitude"**, l'analyse est effectuée en mode "Déplacement contrôlé", le nœud de contrôle est définie dans les cases **"Monitor"**, le déplacement cible est définie par défaut par le logiciel en fonction de la hauteur de l'ouvrage.

$$D_{\text{cible}} = h/25 \text{ (cm) [ATC 40]}$$

Quant au chargement push over, il sera déterminé à partir des charges définies dans la boîte de dialogue "Load Pattern" en choisissant le mode de vibration qui mobilise la plus grand masse sismique dans la direction x-x et y-y .

IV-2-3) - Analyse statique non linéaire et extraction de la courbe de capacité :

L'analyse statique non linéaire (push over) est exécutée en cliquant sur :

Analyse → Run Static Non Linear Analysis.

Pour visualiser la courbe de capacité ; Display Show → Static Pushover Curve.

Dans la fenêtre qui apparaît (Figure IV.9) et (Figure IV.10), on choisit le type de chargement push over défini précédemment dans la case **"Static Nonlinear Case"**.

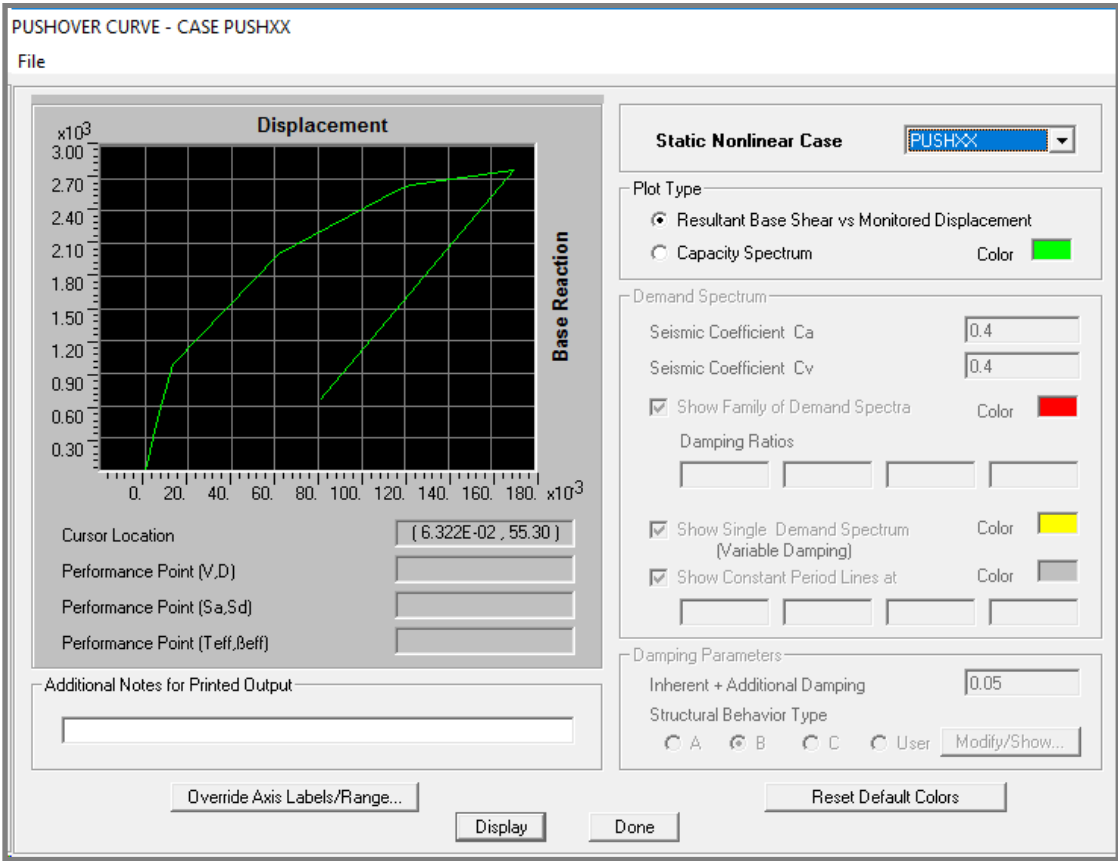


Figure (IV-9) : Résultats de l'analyse push over selon x-x.

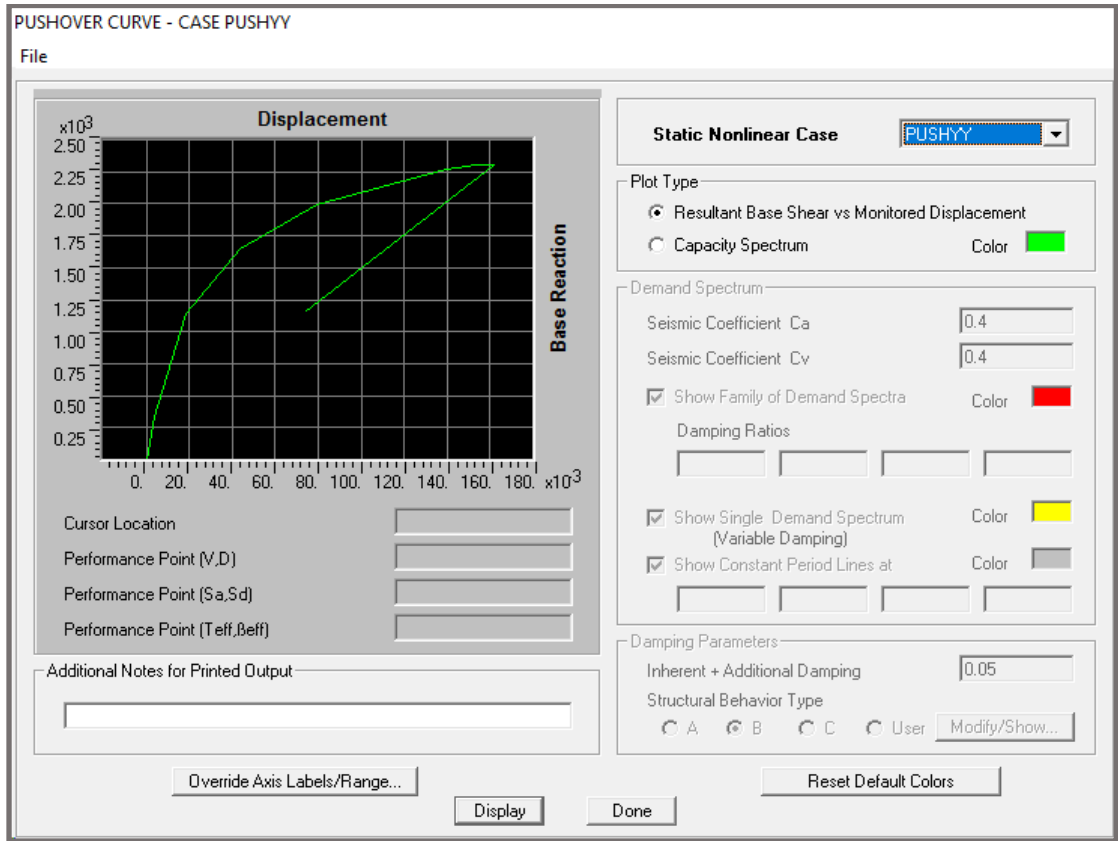


Figure (IV-10) : Résultats de l'analyse push over selon y-y

IV-3) - Méthode de Wilson θ :

La méthode de Wilson θ est très recommandée dans le calcul non linéaire.

C'est une méthode incrémentale où les déplacements sont évalués à chaque pas de temps. Grâce à l'outil informatique, cette méthode bien que difficile à mettre en place est devenue très attractive. Elle nécessite uniquement le montage de la matrice masse $[M]$, de rigidité $[K]$, d'amortissement $[C]$, et le calcul du temps d'intégration Δt . Une fois que les accélérations initiales sont connues à l'instant $t = 0$ s (conditions initiales), les autres accélérations, les vitesses et les déplacements à l'instant $t_{i+1} = t_i + \Delta t$, seront déterminés par un processus de calcul itératif sur un laps de temps imaginaire plus grand (pour s'assurer de la stabilité de la méthode) $\tau = \theta \Delta t$. Une fois les déplacements, les vitesses et les accélérations déterminés sur cet incrément de temps, nous revenons sur l'incrément de temps réel Δt pour évaluer les déplacements, les vitesses et les accélérations et toutes les forces d'inerties, d'amortissements et de rigidités de chaque degré de liberté. [17].

Cette méthode s'applique également aux structures linéaires auxquels les calculs sont grandement simplifiés, car les caractéristiques de cette structure restent stables.

Dans certain cas, il est plus judicieux d'utiliser cette intégration directe plutôt que la superposition des modes, car elle ne requiert pas le calcul des allures et des modes de vibration. En général, l'intégration directe pas à pas tend à être des plus utiles dans le calcul de la réponse des structures complexes, avec des charges impulsives de courte durée (qui tendent à exciter de nombreux modes de vibration) dont l'histoire de la réponse recherchée doit être de durée relativement courte. [17].

- **Principe de La méthode de Wilson θ :**

Cette méthode est basée sur les principes suivants [17]. :

- Diviser l'historique de la réponse en petit incréments de temps Δt égaux entre eux.
- Calculer la réponse dans chacun de ces incréments pour un système linéaire ayant les caractéristiques du début de l'intervalle. A la fin de l'intervalle, les caractéristiques sont modifiées conformément à l'état de contrainte et de déformation à cet instant.

Les équations exprimant l'équilibre des incréments de force, qui se produisent lors d'un incrément de Δt s'écrivent :

$$\Delta F_I(t) + \Delta F_a(t) + \Delta F_R(t) = \Delta F(t) \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned}
 \Delta F_I(t) &= F_I(t + \Delta t) - F_I(t) = M \hat{\Delta} \ddot{y}(t). \\
 \Delta F_a(t) &= F_a(t + \Delta t) - F_a(t) = C(t) \hat{\Delta} \dot{y}(t). \\
 \Delta F_R(t) &= F_R(t + \Delta t) - F_R(t) = K(t) \hat{\Delta} y(t). \\
 \Delta F(t) &= F(t + \Delta t) - F(t).
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$

Où on a supposé que M est constant dans le temps.

Si on remplace (4.2) dans (4.1) on aura :

$$M \hat{\Delta} \ddot{y}(t) + C(t) \hat{\Delta} \dot{y}(t) + K(t) \hat{\Delta} y(t) = \hat{\Delta} F(t) \tag{4.3}$$

Sachant que :

$$\begin{aligned}
 \hat{\Delta} y(t) &= y(t_i + \theta \Delta t) - y(t_i) \\
 \hat{\Delta} \dot{y}(t) &= \dot{y}(t_i + \theta \Delta t) - \dot{y}(t_i) \\
 \hat{\Delta} \ddot{y}(t) &= \ddot{y}(t_i + \theta \Delta t) - \ddot{y}(t_i)
 \end{aligned}
 \tag{4.4}$$

La méthode de Wilson θ suppose que l'accélération varie linéairement sur l'intervalle de temps (t et t + $\theta \Delta t$).

la valeur de θ ne doit diverger quelque soit le rapport entre l'incrément de temps et le période la plus courte.

Pour que θ soit **inconditionnellement stables** il faut que $\theta \geq 1$, 38. [17]

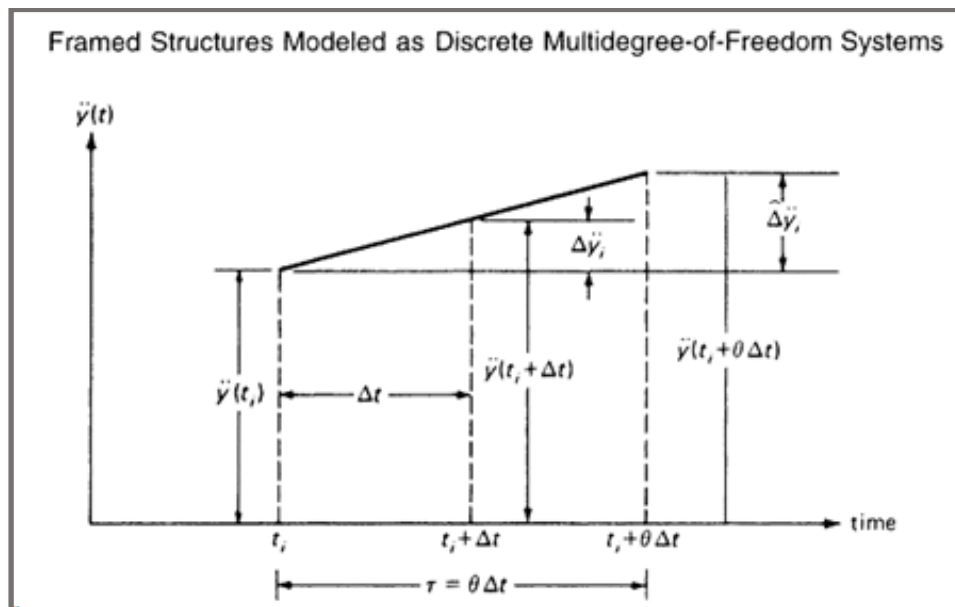


Figure (IV-11) : Accélération linéaire dans un intervalle de temps étendu $\ddot{y}_i$ [17].

A partir de la figure (IV-11) on peut écrire l'expression linéaire de l'accélération :

$$\ddot{y}(t) = \dot{y}_i + \frac{\hat{\Delta}\ddot{y}_i}{\tau} (t - t_i) \quad (4.5)$$

En intégrant par rapport à « t » l'équation (4.5) on aura :

$$\dot{y}(t) = \dot{y}_i + \ddot{y}(t - t_i) + \frac{1}{2} \frac{\hat{\Delta}\ddot{y}_i}{\tau} (t - t_i)^2 \quad (4.6)$$

Et en intégrant encore une fois l'équation (4.6) par rapport à « t » on aura :

$$y(t) = y_i + \dot{y}_i(t - t_i) + \frac{1}{2} \ddot{y}(t)(t - t_i)^2 + \frac{1}{6} \frac{\hat{\Delta}\ddot{y}_i}{\tau} (t - t_i)^3 \quad (4.7)$$

En évaluant les équations (4.6) et (4.7) à l'instant $t = t_i + \tau$ on aura :

$$\hat{\Delta}\dot{y}_i = \dot{y}_i \tau + \frac{1}{2} \hat{\Delta}\ddot{y}_i \tau \quad (4.8)$$

$$\hat{\Delta}y_i = \dot{y}_i \tau + \frac{1}{2} \ddot{y}_i \tau^2 + \frac{1}{6} \hat{\Delta}\ddot{y}_i \tau^2 \quad (4.9)$$

A partir de l'équation (4.9) on peut déduire :

$$\hat{\Delta}\ddot{y}_i = \frac{6}{\tau^2} \hat{\Delta}y_i - \frac{6}{\tau} \dot{y}_i - 3 \ddot{y}_i \quad (4.10)$$

De l'équation (4.10) et (4.8) nous obtenons :

$$\hat{\Delta}\dot{y}_i = \frac{3}{\tau} \hat{\Delta}y_i - 3 \dot{y}_i - \frac{\tau}{2} \ddot{y}_i \quad (4.11)$$

Si on injecte (4.10) et (4.11) dans l'équation (4.3) :

$$(K_i + \frac{6}{\tau^2} M + \frac{3}{\tau} C_i) \hat{\Delta}y_i = \hat{\Delta}F_i + \left(\frac{6}{\tau^2} \dot{y}_i + 3 \ddot{y}_i \right) + C_i (3 \dot{y}_i + \frac{\tau}{2} \ddot{y}_i) \quad (4.12)$$

L'incrément d'accélération $\hat{\Delta}\ddot{y}_i$ pour un temps normal est obtenu par une simple interpolation linéaire :

$$\Delta\ddot{y} = \frac{\hat{\Delta}\ddot{y}}{\theta} \quad (4.13)$$

Pour calculer l'incrément de vitesse et l'incrément de déplacement correspondant à un intervalle de temps normal, il suffit d'introduire l'équation (4.12) dans (4.8) et (4.9)

$$\Delta\dot{y}_i = \dot{y}_i \Delta t + \frac{1}{2} \Delta\ddot{y}_i \Delta t \quad (4.14)$$

$$\Delta y_i = \dot{y}_i \Delta t + \frac{1}{2} \ddot{y}_i \Delta t^2 + \frac{1}{6} \Delta \ddot{y}_i \Delta t^2 \quad (4.15)$$

Finalement le déplacement y_{i+1} et la vitesse $\dot{y}_{i+1}$ à la fin de l'intervalle normal du temps sera égal à :

$$y_{i+1} = y_i + \Delta y_i \quad (4.16)$$

$$\dot{y}_{i+1} = \dot{y}_i + \Delta \dot{y}_i \quad (4.17)$$

Pour le calcul de l'accélération $\ddot{y}_{i+1}$:

$$\ddot{y}_{i+1} = M^{-1} (F_{i+1} - C_{i+1} \dot{y}_{i+1} - K_{i+1} y_{i+1}) \quad (4.18)$$

Sachant que $C_{i+1} \dot{y}_{i+1}$ et $K_{i+1} y_{i+1}$ représentent respectivement la force d'amortissement et la force de rappel évalué à l'instant $t_{i+1} = t_i + \Delta t$

Le déplacement, la vitesse et l'accélération seront déterminées à l'instant $t_{i+1} = t_i + \Delta t$.

Introduction :

Les quatre méthodes exposées dans ce travail sont utilisés à travers un exemple d'application sur une structure de configuration régulière. L'objectif de ce chapitre est d'extraire pour chaque méthode les différents résultats en termes d'efforts, déplacements, périodes.

V-1)- Fiche technique de la structure :

V-1-1) - Présentation et caractéristiques de la structure :

La structure étudiée est un bâtiment en **(R+3)** à usage d'habitation, elle comporte 05 travées dans le sens X-X dont les longueurs varient entre 3,5m et 4m et 04 travées dans le sens Y-Y dont les longueurs varient entre 4m et 4,5m.

La hauteur d'étage du rez de chaussée est de 4m et les autres niveaux de 3.06m.

Le bâtiment est implanté sur un sol ferme de classe (**S₂**), situé dans une zone à moyenne sismicité (**Zone II_a**), le groupe d'usage selon le RPA 2003 est de classe 2, ce qui permet de fixer l'accélération de zone à 0.15.

Les planchers ont une épaisseur de 20cm (Corps creux+dalle de compression), le béton est de classe **C25**, et les aciers **Fe E400**.

Les charges statiques considérés sont les charges dues au poids propre du plancher ($G=5.8\text{KN/m}^2$), et la surcharge d'exploitation $Q=1.5\text{KN/M}^2$.

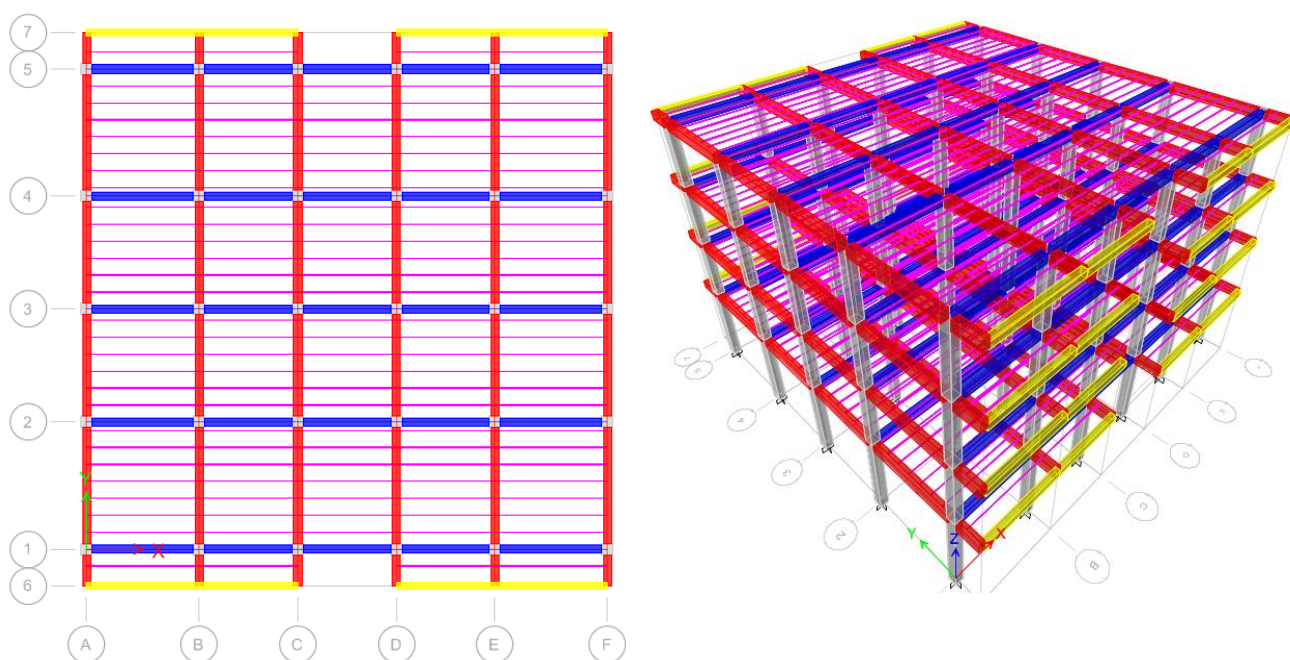


Figure (V-1) : Vue en plan et en élévation du bâtiment

V-1-2) -Dimensionnement des sections de béton pour les poutres et les poteaux :

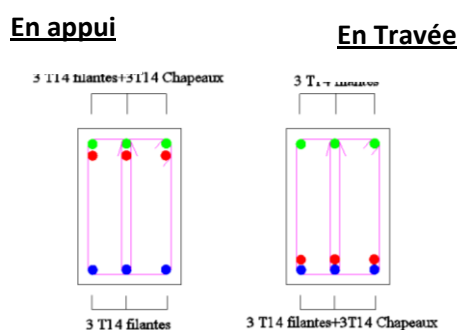
Pour cela Les sections de béton adoptées pour les poutres et les poteaux sont résumées dans le **Tableau V .1** et la **Figure V.2**.

Poteaux (cm)	Poutres principales (cm)	Poutres secondaires (cm)	Chainages (cm)
(40×40)	(30×40)	(30×35)	(25×30)

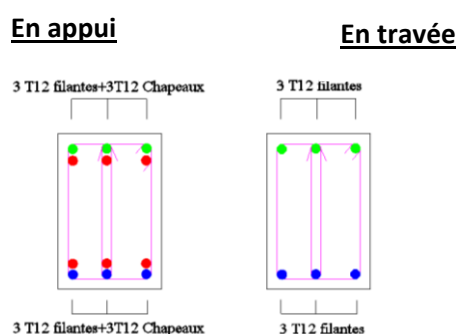
Tableau (V-1) : Dimensions des sections de béton des poutres et des poteaux.

Après avoir effectué les vérifications préconisées par les règlements (RPA 2003, BAEL 91), les éléments de la structure sont ferrailés comme suit :

- **Poutres principales (30x40 cm²):**



- **Poutres secondaires (30x35 cm²) :**



- **Poteaux (45x40 cm²) :**

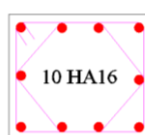


Figure V-2: Ferrailage des éléments (poutres,

V-1-3) - Détermination des rigidités d'étages K_1, K_2, K_3, K_4 :

- **Inertie des poteaux :**

$$I_{xx} = I_{yy} = \frac{bh^3}{12} = \frac{0,4 \times 0,4^3}{12} = 2,133 \times 10^{-3} m^4$$

- **Rigidité du poteau au niveau du rez-de-chaussée :**

E : Module d'élasticité . $E = 3,2164200 \times 10^{10} N/m^2$.

$$K'_0 = \frac{12EI}{h_1^3} = \frac{12 \times 3,2164200 \times 10^{10} \times 2,133 \times 10^{-3}}{4^3} = 1,286 \times 10^7 N/m$$

- **Rigidité du poteau au niveau des étages courants :**

$$K' = \frac{12EI}{h_2^3} = \frac{12 \times 3,2164200 \times 10^{10} \times 2,133 \times 10^{-3}}{3,06^3} = 0,718 \times 10^7 N/m$$

- **Rigidité totale des étages courants :**

$$K_1 = 30 \times K'_0 = 30 \times 1,286 \times 10^7 = 3,858 \times 10^5 N/m$$

$$K_2 = 30 \times K' = 30 \times 0,718 \times 10^7 = 2,154 \times 10^8 N/m$$

$$K_3 = 30 \times K' = 30 \times 0,718 \times 10^7 = 2,154 \times 10^8 N/m$$

$$K_4 = 30 \times K' = 30 \times 0,718 \times 10^7 = 2,154 \times 10^8 N/m$$

V-1- 4) - Masses sismiques du bâtiment :

Les planchers sont supposés infiniment rigides, la masse sismique de chaque plancher est concentrée au niveau de son centre de masse.

Pour chaque un niveau i du bâtiment, cette masse est égale à :

$$W_i = W_{Gi} + \beta W_{Qi} \quad (5.1)$$

- **Le Poids revenant à chaque étage :**

- Rez de chaussée : $W_1 = 4029,84 KN$

- Etage (02) : $W_2 = 3972,33 KN$

- Etage (03) : $W_3 = 3972,33 KN$

- Etage (04) : $W_4 = 3511,88 KN$

- **Le Poids total de la structure : $W = 15486,38 KN$.**

V-2) - Application des méthodes de calcul sur la structure :

La structure définie, est étudiée en utilisant les quatre méthodes de calcul (Méthode statique équivalente, analyse modale spectrale, méthode push over, méthode Wilson θ).

Pour chaque méthode, les résultats concernant les périodes de vibration, les efforts tranchants, et les déplacements sont présentés.

V-2-1) - Méthode statique équivalente (MSE) :**V-2-1-1) - Détermination de la période :**

La période fondamentale de la structure peut être estimée à partir de formule empirique suivante :

$$T = C_t h_n^{3/4} \quad (5.2)$$

Avec :

- C_t : coefficient, fonction du système de contreventement, du type de remplissage est donné par le Tableau (4.6) du RPA. **(Annexe A).**
Dans notre cas la structure est contreventée par des portiques auto stable en béton armé avec remplissage en maçonnerie, donc $C_t = 0,05$. [22].
- h_n : hauteur mesurée en mètres a partir de la base de la structure jusqu'au dernier niveau (N). donc $h_n = 13,18$ m [22].

Donc : $T = 0,35$ s

V-2-1-2) - Détermination de l'effort tranchant à la base de la structure :

La force sismique totale « V », appliquée à la base de la structure, doit être calculée successivement dans deux directions horizontales et orthogonales, selon la formule suivante [22]. :

$$V = \frac{A.D.Q}{R} W \quad (5.3)$$

A : coefficient d'accélération de zone.

D : facteur d'amplification dynamique moyen.

Q : facteur de qualité.

R : coefficient de comportement global de la structure.

W : poids total de la structure.

▪ **Détermination du coefficient d'accélération de zone A :**

A est fonction de la zone sismique et du groupe d'usage du bâtiment ($A=0.15$). [22].

▪ **Détermination du facteur d'amplification dynamique moyen D :**

Le facteur d'amplification dynamique moyen **D** est en fonction de la catégorie du site, du facteur de correction d'amortissement (**n**) et de la période fondamentale (T) de la structure. [22].

Sachant que : $0 \leq T \leq T_2$, le facteur d'amplification dynamique moyen $D=2.5 \eta$

η : Facteur de correction d'amortissement donné par la formule suivante :

$$\eta = \sqrt{\frac{7}{(2+\xi)}} \geq 0.7 \quad (5.4)$$

$\xi(\%)$: le pourcentage d'amortissement critique, il est en fonction du matériau constitutif, du type de structure et de l'importance des remplissages ($\xi=0.07$)

Le facteur de correction d'amortissement est égal **$\eta = 0,88$**

Donc : $D = 2.2$

▪ **Détermination du facteur de qualité Q :**

Le facteur de qualité de la structure **Q** définit dans le RPA 99 / V 2003) est en fonction des paramètres suivants [22] :

- La redondance et de la géométrie des éléments qui la constituent.
- La régularité en plan et en élévation.
- Contrôle de la qualité des matériaux.
- La qualité du contrôle de la construction.

La valeur de Q est déterminée par la formule suivante :

$$Q = 1 + \sum_1^5 P_q \quad (5.5)$$

Sachant que :

P_q : Pénalité à retenir selon que le critère de qualité q est satisfait ou non

- Régularité en plan et en élévation :

Ces deux critères sont observés : **$q_1=q_2=0$**

- La redondance en plan et les conditions minimales sur les fils de contreventement :

Ces deux critères sont observés : **$q_3=q_4=0$**

- Contrôle de qualité des matériaux et suivi de chantier :

Ces deux critères sont **obligatoirement** respectés depuis le **séisme de 2003** : $q_5 = 0$

Conclusion : le facteur de qualité est égal à ($Q=1$).

- **Détermination du coefficient de comportement global de la structure R:**

Sa valeur unique dépend du système de contreventement ($R=3.5$).

- **Détermination de l'effort tranchant à la base de la structure :**

$$V = \frac{A.D.Q}{R} W$$

Application numérique :

L'effort tranchant à la base de la structure : $V_x = V_y = 1460,14 \text{ KN}$

V-2-1-3) - Distribution de la résultante des forces selon la hauteur :

La distribution de la résultante des forces selon la hauteur est déterminée comme suit [22] :

$$F_i = \frac{(V - F_t)W_i h_i}{\sum_{j=1}^n W_j h_j} \quad (5.6)$$

F_i : Effort horizontal revenant au niveau i .

h_i : Niveau du plancher où s'exerce la force F_i .

W_i : Poids revenant aux planchers i .

L'effort tranchant au niveau de l'étage k est déterminé comme suit:

$$V_k = F_t + \sum_{i=k}^n F_i \quad (5.7)$$

Application numérique :

Etages	W_i (KN)	h_i (m)	$W_i h_i$ (KN. m)	F_i (KN)	V_i (KN)
4	3511,88	3,06	10746,35	306,6	306,6
3	3972,33	3,06	12155,33	346,8	653,4
2	3972,33	3,06	12155,33	346,8	1000,2
1	4029,84	4.00	16119,36	460	1460,2

Tableau (V-2) : Distribution de la résultante des forces selon la hauteur avec la méthode statique équivalente (MSE)

V-2-1-4) - Déplacements d'étages :

Le déplacement d'étage selon le sens x-x est calculé par la formule suivante [17] :

$$\Delta_x = \frac{V_x}{K_x} \times R \quad (5.8)$$

Sachant que :

V_x : Représente l'effort tranchant d'étage ($V = \sum F_i$).

K_x : Représente la rigidité d'étage.

R : Coefficient de comportement.

δ_k^{xx} : Déplacement absolu de l'étage « K »

Niveaux	$V_i(KN)$	$K_i(KN/m)$	R	$\Delta_x (cm)$	$\delta_k^{xx}(cm)$	$h_k(cm)$	$1\%h_k(cm)$	Vérification
4	306,6	$2,154 \times 10^5$	3,5	0.50	4.46	306	3,06	Vérifié
3	653,4	$2,154 \times 10^5$	3,5	1.06	3.96	306	3,06	Vérifié
2	1000,2	$2,154 \times 10^5$	3,5	1,6	2,9	306	3,06	Vérifié
1	1460,2	$3,858 \times 10^5$	3,5	1,3	1,3	400	4	Vérifié

Tableau (V-3): Déplacements relatifs calculés avec la méthode statique équivalente (MSE).

Commentaire :

- Comme $V_x = V_y$ et que $K_x = K_y$ alors $\Delta_x = \Delta_y$ et que $\delta_k^{xx} = \delta_k^{yy}$.
- Nous constatons que les déplacements relatifs inter - étages sont inférieurs aux déplacements relatifs recommandés par le RPA99/ V 2003 [22].

V-2-2) - Analyse modale spectrale:

La méthode modale spectrale consiste à déterminer pour chaque mode de vibration, le maximum d'effets engendrés dans la structure par les forces sismiques représentées par un spectre de réponse de calcul. Le spectre de réponse utilisé par le RPA algérien est une courbe de réponse maximale d'accélérations (S_a/g) pour un système à un degré de liberté soumis à une excitation donnée pour des valeurs successives de périodes propres. [5].

L'analyse linéaire élastique est basée sur la méthode des forces, les étapes de modélisation peuvent être résumées comme suit [5]. :

- Introduction de la géométrie du modèle (trames et hauteurs d'étages).
- Spécification des propriétés mécaniques de l'acier et du béton.
- Spécification des propriétés géométriques des éléments (poutres, poteaux...).
- Définition des charges (G, Q) et introduction du spectre (E).
- Affectation des charges revenant aux éléments.
- Introduction des combinaisons d'actions.
- Définition des nœuds maitres et inertie d'étages.
- Affectation des masses sismiques et inertie massiques.
- Spécification des conditions aux limites (appuis, diaphragmes).
- Exécution de l'analyse et visualisation des résultats.

V-2-2-1) - Analyse du comportement dynamique :

Le règlement parasismique algérien exige que la somme des masses modales effectives pour les modes retenus soit égale au moins **90%** de la masse totale de la structure. [22].

Mode	Période(s)	Masses U_x [%]	Masses U_y [%]	Masses U_z [%]	Masses Cumulée U_x [%]	Masses Cumulée U_y [%]	Masses Cumulée U_z [%]
1	0.746861	89.6179	0	0	89.6179	0	0
2	0.718906	0	90.251	0	89.6179	90.251	0
3	0.689722	0.1126	0	0	89.7305	90.251	0
4	0.229269	8.1472	0	0	97.8777	90.251	0
5	0.222158	0	7.8156	0	97.8777	98.0666	0
6	0.213876	0.0141	0	0	97.8918	98.0666	0
7	0.122028	1.7826	0	0	99.6744	98.0666	0
8	0.119645	0	1.6458	0	99.6744	99.7124	0
9	0.116458	0.0087	0	0	99.6831	99.7124	0
10	0.080885	0.3093	0	0	99.9924	99.7124	0
11	0.08033	0	0.2876	0	99.9924	100	0
12	0.078958	0.0076	0	0	100	100	0

Tableau (V- 4) : Résultats de l'analyse modale

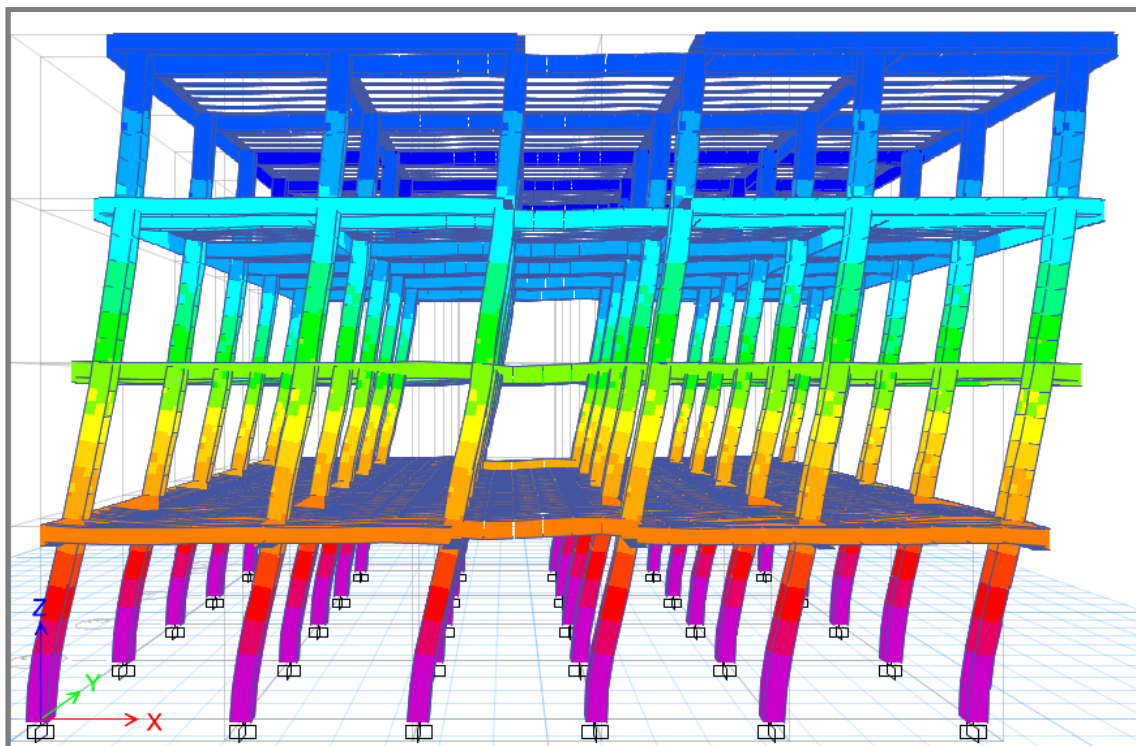


Figure (V- 3) : Translation suivant x-x (Mode 1).

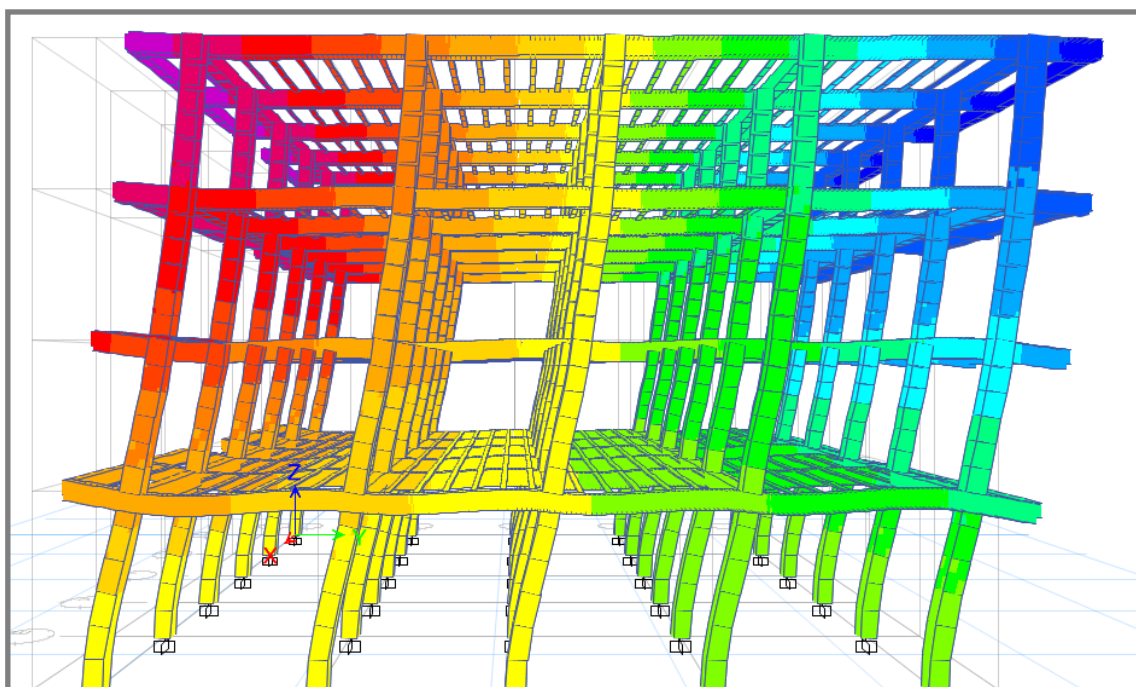


Figure (V-4) : Translation suivant y-y (Mode 2).

Les modes de vibration 1et 2 sont des translations pures suivant les directions principales de la structure

- Les **90%** de mobilisation de masse sont atteintes au **1^{er} mode dans le sens x-x**
- Les **90%** de mobilisation de masse sont atteintes au **2^{eme} mode dans le sens y-y**

V-2-2-2) - Détermination de l'effort tranchant à la base de la structure :

$$V_{x\ DYN} = 1180,4\text{KN}$$

$$V_{y\ DYN} = 1215,5\text{KN}$$

Remarque :

La résultante des forces sismiques à la base V_t obtenue par combinaison des valeurs modales est inférieure à 80% de la résultante des forces sismiques déterminée par la méthode statique équivalente. (Exigence du RPA vérifiée, Art 4.3.6 RPA 2003).

V-2-2-3) - Distribution des efforts tranchants d'étage:

<u>Etage</u>	<u>Effort tranchant x-x (EX)</u>	<u>Effort tranchant y-y (EY)</u>
<u>Etage 4</u>	406.52	412.11
<u>Etage 3</u>	755.19	772.36
<u>Etage 2</u>	1014.27	1041.92
<u>Etage 1</u>	1180.39	1215.53

Tableau (V-5) : Efforts tranchants d'étage sous chargements sismiques (EX et EY)

V-2-2-4) - Déplacements d'étages :

Niveaux	δ_{ek}^{xx} (cm)	δ_{ek}^{yy} (cm)	R	δ_k^{xx} (cm)	δ_k^{yy} (cm)
4	1.49	1.41	3.5	5.22	4.94
3	1.30	1.24	3.5	4.55	4.34
2	0.98	0.94	3.5	3.43	3.29
1	0.54	0.53	3.5	1.89	1.86

Tableau (V-6) : Déplacements d'étages sous chargement E_x et E_y

Sachant que :

$$\delta_k = R \delta_{ek}$$

δ_{ek} : Déplacement du aux forces sismiques F_i .

R : Coefficient de comportement.

V-2-2-5) - Déplacements inter étages :

Selon le RPA99 /V 2003, les déplacements relatifs latéraux d'un étage (Δ_k) par rapport aux étages qui lui sont adjacents, ne doivent pas dépasser 1% de la hauteur d'étage [22].

$$\Delta_k = \delta_k - \delta_{k-1}$$

Sachant que :

$$\delta_k = R \delta_{ek}$$

δ_{ek} : Déplacement du aux forces sismiques F_i .

R : Coefficient de comportement.

▪ **Sens x – x :**

Niveaux	δ_{ek}^{xx} (cm)	R	δ_k (cm)	Δ_k^x (cm)	$1\%h_k$ (cm)	Vérification
4	1.49	3.5	5.22	0.67	3.06	Vérifié
3	1.30	3.5	4.55	1.12	3.06	Vérifié
2	0.98	3.5	3.43	1.54	3.06	Vérifié
1	0.54	3.5	1.89	1.89	4	Vérifié

Tableau (V-7) : Déplacements relatifs dans le sens X-X

▪ **Sens y – y :**

Niveaux	δ_{ek}^{yy} (cm)	R	δ_k (cm)	Δ_k^y (cm)	$1\%h_k$ (cm)	Vérification
4	1.41	3.5	4.94	0.6	3.06	Vérifié
3	1.24	3.5	4.34	1.05	3.06	Vérifié
2	0.94	3.5	3.29	1.43	3.06	Vérifié
1	0.53	3.5	1.86	1.86	4	Vérifié

Tableau (V-8) : Déplacements relatifs dans le sens Y-Y

Commentaire :

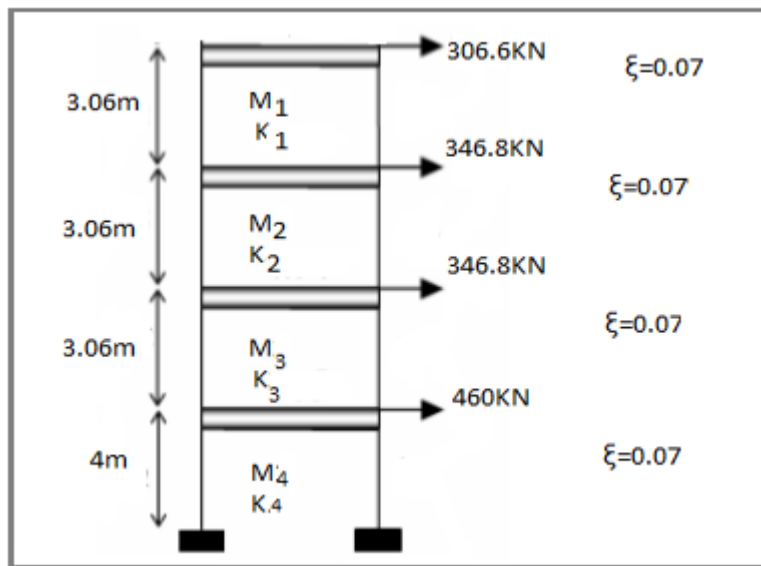
Nous constatons que les déplacements relatifs sont inférieurs aux déplacements relatifs recommandés par le RPA99/ V 2003.

V-2-3) - Application de la méthode Wilson θ :

Le but de la Méthode Wilson θ est de déterminer la réponse de la structure en termes de déplacements, vitesses et accélérations à un instant « t » en utilisant le logiciel MATLAB.

La figure suivante illustre une représentation en 2D de la structure étudiée précédemment (R+3), la structure est constituée de 30 Poteaux carrés de section $(40 \times 40)cm$ et de poutres infiniment rigides ($I = \infty$) avec un module d'élasticité $E = 3,2164200 \times 10^{10} N/m^2$.

Pour cette étude, la distribution des forces sismiques utilisées est celle de la méthode statique équivalente (**MSE**).



Figure(V-5) : Représentation de la structure en 2D.

▪ La masse totale de chaque niveau est de :

- $M_1 = 351,188 \times 10^3 Kg$
- $M_2 = 397,233 \times 10^3 Kg$
- $M_3 = 397,233 \times 10^3 Kg$
- $M_4 = 402,984 \times 10^3 Kg$

▪ La force qui s'exerce sur chaque niveau :

- $F_1 = 306,6KN$
- $F_2 = 346,8 KN$
- $F_3 = 346,8 KN$
- $F_4 = 460 KN$

▪ Le facteur d'amortissement de chaque étage :

- $\xi_1 = 0,07$
- $\xi_2 = 0,07$
- $\xi_3 = 0,07$
- $\xi_4 = 0,07$

▪ La rigidité d'étage :

- $K_1 = 2,154 \times 10^8 N/m$
- $K_2 = 2,154 \times 10^8 N/m$
- $K_3 = 2,154 \times 10^8 N/m$
- $K_4 = 3,858 \times 10^8 N/m$

Résolution du problème :

▪ Matrice rigidité global de la structure :

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & -K_1 & 0 & 0 \\ -K_1 & K_1 + K_2 & -K_2 & 0 \\ 0 & -K_2 & K_2 + K_3 & -K_3 \\ 0 & 0 & -K_3 & K_3 + K_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,154 & -2,154 & 0 & 0 \\ -2,154 & 4,308 & -2,154 & 0 \\ 0 & -2,154 & 4,308 & -2,154 \\ 0 & 0 & -2,154 & 6,012 \end{bmatrix} \times 10^8 (N/m)$$

▪ Matrice masse global de la structure :

$$M = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 351,188 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 397,233 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 397,233 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 402,983 \end{bmatrix} \times 10^3 Kg$$

▪ Conditions initiales :

Avec la méthode Wilson θ , on suppose que **l'accélération est linéaire**, et on suppose qu'à l'instant $t_i = 0$ s le déplacement de la structure et la vitesse **sont nulles**.

Après introduction de ces valeurs sur Matlab les résultats nous obtenons :

▪ Pulsation propre de la structure :

$$\omega = \begin{cases} \omega_I = 9,2086 \\ \omega_{II} = 26,0158 \\ \omega_{III} = 38,4714 \\ \omega_{IV} = 45,0808 \end{cases} (rad/s)$$

- Période propre de la structure :

$$T = \begin{pmatrix} T_I = 0,6823 \\ T_{II} = 0,2415 \\ T_{III} = 0,1633 \\ T_{IV} = 0,1394 \end{pmatrix} (s)$$

- L'accélération initiale a $t_i = 0s$:

$$A = \begin{pmatrix} A_1 = 0,870 \\ A_2 = 0,870 \\ A_3 = 0,870 \\ A_4 = 1,1415 \end{pmatrix} (m/s^2)$$

- L'intervalle d'étude :

$$\theta = 1,4$$

$$\Delta t = \frac{T_I}{10} = \frac{0,6823}{10} \approx 0,07s$$

$$t_f = t_i + \tau = t_i + \theta \Delta t = 0,098s$$

$$\theta \geq 1,4 \quad \tau = \theta \Delta t$$

Donc l'intervalle étendue : **t= [0 ; 0,098 s]**

- Valeurs des constantes :

$$a_1 = \frac{3}{\tau} = \frac{3}{0,021} = 30,6122$$

$$a_2 = \frac{6}{\tau} = \frac{6}{0,021} = 61,2245$$

$$a_3 = \frac{\tau}{2} = \frac{0,021}{2} = 0,0490$$

$$a_4 = \frac{6}{\tau^2} = \frac{6}{0,021^2} = 624,739$$

- Matrice d'amortissement global de la structure :

$$\xi = \frac{C_i}{2M_i \times \omega_i} \longrightarrow C_i = 2M_i \omega_i \xi$$

$$C = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,53 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14,47 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 21,40 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 25,43 \end{bmatrix} 10^5 (Kg.rad/s)$$

- Matrice de rigidité effective :

$$[\bar{K}] = \begin{bmatrix} 4,4867 & -2,1540 & 0 & 0 \\ -2,1540 & 7,2326 & -2,1540 & 0 \\ 0 & -0,21540 & 7,4448 & -2,1540 \\ 0 & 0 & -2,1540 & 9,3081 \end{bmatrix} \times 10^8 (N/m)$$

- force incrémentale effective dans l'intervalle étendu :

$$\{\overline{\Delta F_i}\} = \begin{Bmatrix} 0,9392 \\ 1,1023 \\ 1,1319 \\ 1,5222 \end{Bmatrix} \times 10^6 (N)$$

- Déplacement incrémentale dans l'intervalle étendu :

$$\{\Delta \hat{y}\} = \begin{Bmatrix} 0,0038 \\ 0,0036 \\ 0,0033 \\ 0,0024 \end{Bmatrix} (m)$$

- Accélération incrémentale dans l'intervalle étendue :

$$\{\widehat{\Delta \ddot{y}}\} = \begin{Bmatrix} -0,2195 \\ -0,3447 \\ -0,5790 \\ -1,9306 \end{Bmatrix} (m/s^2)$$

- Accélération incrémentale dans l'intervalle normal cet a dire entre $t_i = 0$ et $t_{i+1} = 0,098s$:

$$\{\Delta \ddot{y}\} = \begin{Bmatrix} -0,1568 \\ -0,2462 \\ -0,4136 \\ -1,3790 \end{Bmatrix} (m/s^2)$$

- Vitesse incrémentale dans l'intervalle normal cet a dire entre $t_i = 0$ et $t_{i+1} = 0,098s$:

$$\{\Delta \dot{y}\} = \begin{Bmatrix} 0,0556 \\ 0,0525 \\ 0,0466 \\ 0,0316 \end{Bmatrix} (m/s)$$

- Déplacement incrémentale dans l'intervalle normal cet a dire entre $t_i = 0$ et $t_{i+1} = 0,098s$:

$$\{\Delta y\} = \begin{pmatrix} 0,0020 \\ 0,0019 \\ 0,0018 \\ 0,0017 \end{pmatrix} (m)$$

- Déplacement y_{i+1} a l'instant $t_{i+1} = 0,07 s$:

$$\{y_{i+1}\} = \begin{pmatrix} 0,0020 \\ 0,0019 \\ 0,0018 \\ 0,0017 \end{pmatrix} (m)$$

- Vitesse $\dot{y}_{i+1}$ a l'instant $t_{i+1} = 0,07 s$:

$$\{\dot{y}_{i+1}\} = \begin{pmatrix} 0,0556 \\ 0,0525 \\ 0,0466 \\ 0,0316 \end{pmatrix} (m/s)$$

- Vitesse $\ddot{y}_{i+1}$ a l'instant $t_{i+1} = 0,07 s$:

$$\{\ddot{y}_{i+1}\} = \begin{pmatrix} 0,7565 \\ 0,6473 \\ 0,6250 \\ -0,5875 \end{pmatrix} (m/s^2)$$

Après plusieurs itérations on constate que le déplacement maximum correspond à la 4ème itération c'est a dire à un $t_{i+1} = 0,364 s$ (voir annexe H, I, J,K) :

- Déplacement y_{i+1} a l'instant $t_{i+1} = 0,364 s$:

$$\{y_{i+1}\} = \begin{pmatrix} 0,0201 \\ 0,0169 \\ 0,0110 \\ 0,0035 \end{pmatrix} (m)$$

- Vitesse $\dot{y}_{i+1}$ a l'instant $t_{i+1} = 0,364 s$:

$$\{\dot{y}_{i+1}\} = \begin{pmatrix} 0,0557 \\ 0,0363 \\ 0,0195 \\ -0,0024 \end{pmatrix} (m/s)$$

- vitesse $\ddot{y}_{i+1}$ a l'instant $t_{i+1} = 0,364 s$:

$$\{\ddot{y}_{i+1}\} = \begin{pmatrix} -1,1819 \\ -0,6816 \\ -0,1429 \\ 1,8520 \end{pmatrix} (m/s^2)$$

V-2-3-1) - Déplacements d'étages :

Niveaux	δ_k^{xx} (cm)	Δ_k^x (cm)	δ_k^{yy} (cm)	Δ_k^y (cm)
4	2,01	0,32	2,01	0,32
3	1,69	0,59	1,69	0,59
2	1,10	0,75	1,10	0,75
1	0,35	0,35	0,35	0,35

Tableau (V-9) : Déplacements relatifs dans le sens x-x et y-y**V-2-3-2) - Distribution des efforts tranchants d'étage :**

L'effort tranchant d'étage peut être déterminé à partir de l'équation suivante :

$$V_i = K\Delta_k$$

Sachant que :

V : Représente l'effort tranchant d'étage.

K : Représente la rigidité d'étage.

Δ_k : Représente le déplacement inter-étage.

Niveaux	$K_i(KN/m)$	$\Delta_k^x(cm)$	$V_i^{xx}(KN)$	$V_i^{yy}(KN)$
4	$2,154 \times 10^5$	0,32	689,3	689,3
3	$2,154 \times 10^5$	0,59	1270,9	1270,9
2	$2,154 \times 10^5$	0,75	1615,5	1615,5
1	$3,858 \times 10^5$	0,35	1350,03	1350,03

Tableau (V-10) : Distribution des efforts tranchants d'étage sur x-x et y-y.

V-2-4) - Méthode Push Over :

L'analyse push over est effectuée en appliquant à la structure une distribution de forces latérales incrémentées jusqu'à ce que le déplacement au sommet atteigne un déplacement cible défini.

Pour ce faire, nous utilisons le logiciel "ETABS version 9.2 ", la courbe de capacité de la structure ($V_{\text{base}}-D_{\text{sommet}}$) est déterminée en effectuant les étapes suivantes :

Etape 1 : Modélisation et analyse élastique linéaire de la structure.

Etape 2 : Vérification et ferrailage de la structure.

Etape 3 : Définition du comportement non linéaire des éléments.

Etape 4 : Définition du chargement de l'analyse statique non linéaire (Push Over).

Etape 5 : Analyse statique non linéaire et extraction de la courbe de capacité

Pour notre modèle de calcul, nous allons introduire dans les poutres et les poteaux des rotules plastiques avec des lois de comportements définies par défaut par le logiciel .

Les propriétés des différents types de rotules plastiques définies par défaut sont extraites des règlements américains **ATC40 et FEMA 273**.

V-2-4-1) - Courbe de capacité de la structure :

L'analyse statique non linéaire permet d'obtenir la courbe de capacité de la structure (Effort tranchant à la base-Déplacement au sommet) pour une distribution des forces incrémentées de façon progressive jusqu'à l'atteinte du déplacement cible :

- **Sens X-X :**

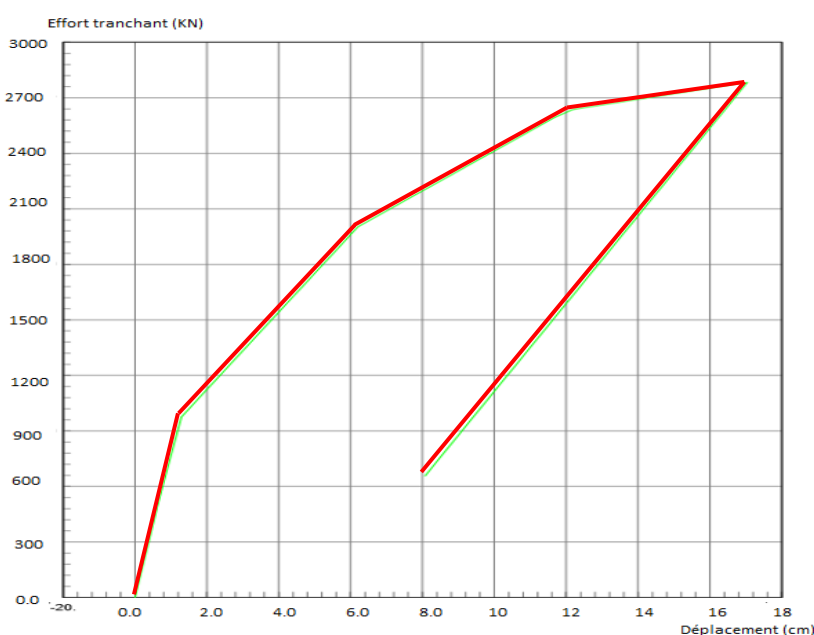


Figure (V-6) : Courbe de capacité de la structure sens x-x.

▪ **Sens Y-Y :**

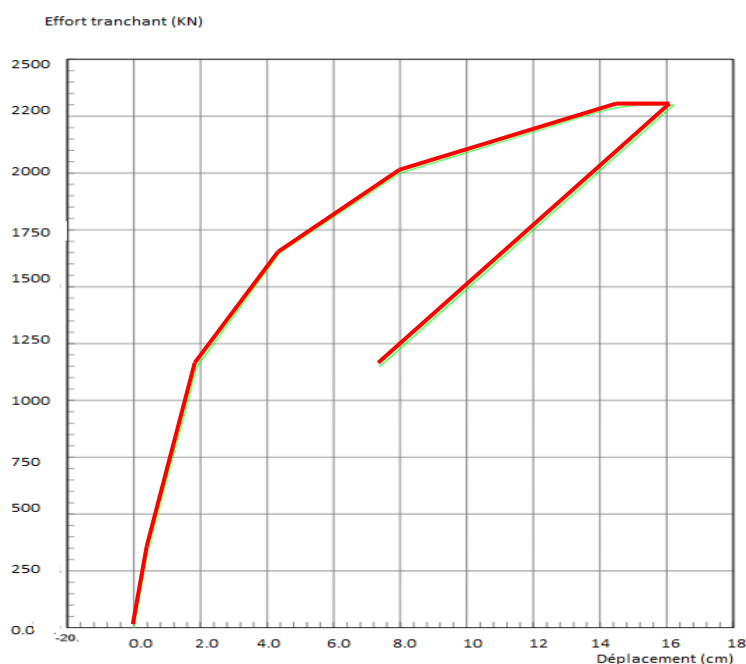


Figure (V-7) : Courbe de capacité de la structure sens yy.

▪ **Analyses des courbes de capacités :**

Pour les deux courbes, nous constatons qu'au début du chargement la structure se comporte de manière élastique, la rigidité de la structure est maximale.

Au terme de la phase élastique, la plastification des rotules permet à la structure de subir des déplacements plus importants avec une perte de rigidité progressive jusqu'à atteindre sa capacité ultime, marquant ainsi le début de la phase de dégradation de la structure.

Des contraintes résiduelles lui permettent de résister aux charges gravitaires jusqu'à atteindre la déformation ultime correspondant à la ruine.

V-2-4-2) - Distribution des efforts tranchants d'étage :

Les résultats exposés dans le **tableau (V-11)**, représentent les efforts tranchants d'étages au terme de la phase élastique.

<u>Etage</u>	<u>Effort tranchant x-x</u>	<u>Effort tranchant y-y</u>
<u>Etage 4</u>	357,9	350,4
<u>Etage 3</u>	712,7	700
<u>Etage 2</u>	978,8	964
<u>Etage 1</u>	1127,5	1114,7

Tableau (V-11) : Effort tranchant d'étages dans le domaine linéaire.

V.2.4.3) - Déplacements d'étages :

Les résultats exposés dans les **tableaux (V-112) et (V-13)**, représentent les déplacements d'étages (δ) ainsi que les déplacements relatifs (Δ) au terme de la phase élastique.

- **Sens X-X :**

Niveaux	δ_{ek}^{xx} (cm)	Δ_k^x (cm)	$1\%h_k$ (cm)	Vérification
4	1,80	0.20	3.06	Vérifié
3	1,60	0,40	3.06	Vérifié
2	1,21	0,56	3.06	Vérifié
1	0,65	0,65	3.06	Vérifié

Tableau (V-12) : Déplacements dans le sens X-X

- **Sens Y-Y :**

Niveaux	δ_{ek}^{yy} (cm)	Δ_k^y (cm)	$1\%h_k$ (cm)	Vérification
4	1,79	0,21	3.06	Vérifié
3	1,58	0,37	3.06	Vérifié
2	1,21	0,57	3.06	Vérifié
1	0,64	0,64	3.06	Vérifié

Tableau (V-13) : Déplacements relatifs dans le sens Y-Y

Commentaire :

Nous constatons que les déplacements relatifs sont inférieurs aux déplacements relatifs recommandés par le RPA99/ V 2003.

VI-1) - Introduction

Pour chacune des méthodes utilisées (*Méthode statique équivalente*, *Méthode spectrale modale*, *Méthode Push Over*, *Méthode Wilson ϑ*), les résultats obtenus sont exposés sous formes graphiques afin de permettre une analyse comparative des résultats.

L'objectif de ce chapitre est d'évaluer l'incidence **du choix de la méthode de calcul** sur les périodes de vibration, les efforts tranchants et les déplacements.

VI-2) - Comparaison des périodes :

Méthodes de calculs	Période T_x (s)	Période T_y (s)
Méthode statique équivalente (MSE)	0,35	0,35
Méthode spectrale modale (MSM)	0,75	0,72
Méthode Wilson θ	0,68	0,68

Tableau (VI-1): Les Périodes fondamentale obtenues par chaque méthode.

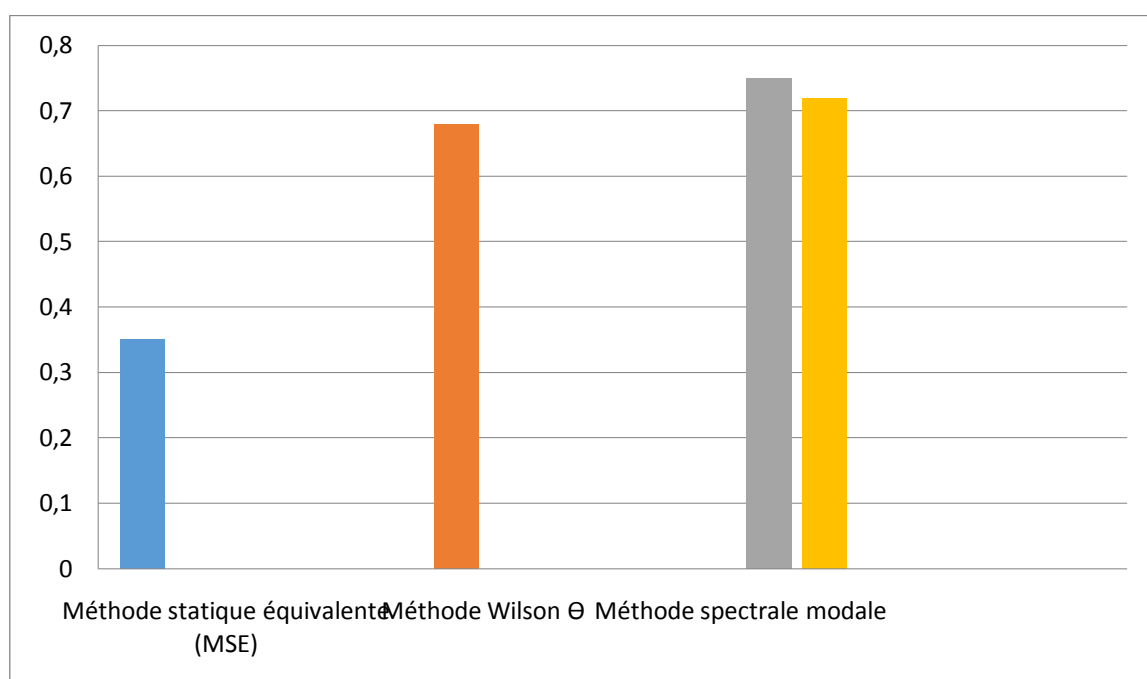


Figure (VI-1): Période fondamentale de chaque méthode.

▪ Analyse des résultats :

La première constatation que nous pouvons formuler, est que les périodes trouvées par la méthode spectrale modale et par la méthode de Wilson θ sont très proches, en effet la méthode spectrale modale surestime la période fondamentale par rapport à la méthode de Wilson θ de **9%** dans le sens X-X et de **5 %** dans le sens Y-Y.

On remarque aussi que la période fondamentale obtenue par les deux méthodes spectrale modale et Wilson θ est pratiquement **2 fois** plus grande que la période fondamentale trouvée par la méthode statique équivalente (**Figure VI-1**).

Notons aussi que la méthode push over, ne nous permet pas de déterminer la période fondamentale T .

VI-2-1) - Conclusions sur le calcul des périodes:

La méthode statique équivalente, qui ne dépend que d'une seule variable, en l'occurrence, la hauteur, sous estime la période fondamentale par rapport aux méthodes spectrales modales et à la méthode de Wilson θ dont les périodes sont sensiblement équivalentes.

VI-3) - Comparaison des déplacements de chaque étage :

Les déplacements d'étages dans les deux directions (**x-x et y-y**) obtenus par chaque méthode sont présentés dans les **tableaux (VI-2 et VI-3)** et les **figures (VI-2 et VI-3)**.

Les comparaisons porteront sur chaque étage et suivant les deux directions (**x-x et y-y**).

VI-3-1) - Déplacement d'étage selon x-x δ_k^{xx} (cm) :

	Méthode statique équivalente (MSE)	Méthode spectrale modale	Méthode Wilson θ	Méthode push over
Niveau (4)	4.46	5,22	2,01	1,8
Niveau (3)	3.96	4.55	1,69	1,6
Niveau (2)	2.90	3.43	1,10	1,21
Niveau (1)	1.30	1.89	0,35	0,65

Tableau (VI-2) : Déplacements d'étages selon X-X obtenus par les différentes méthodes de calculs

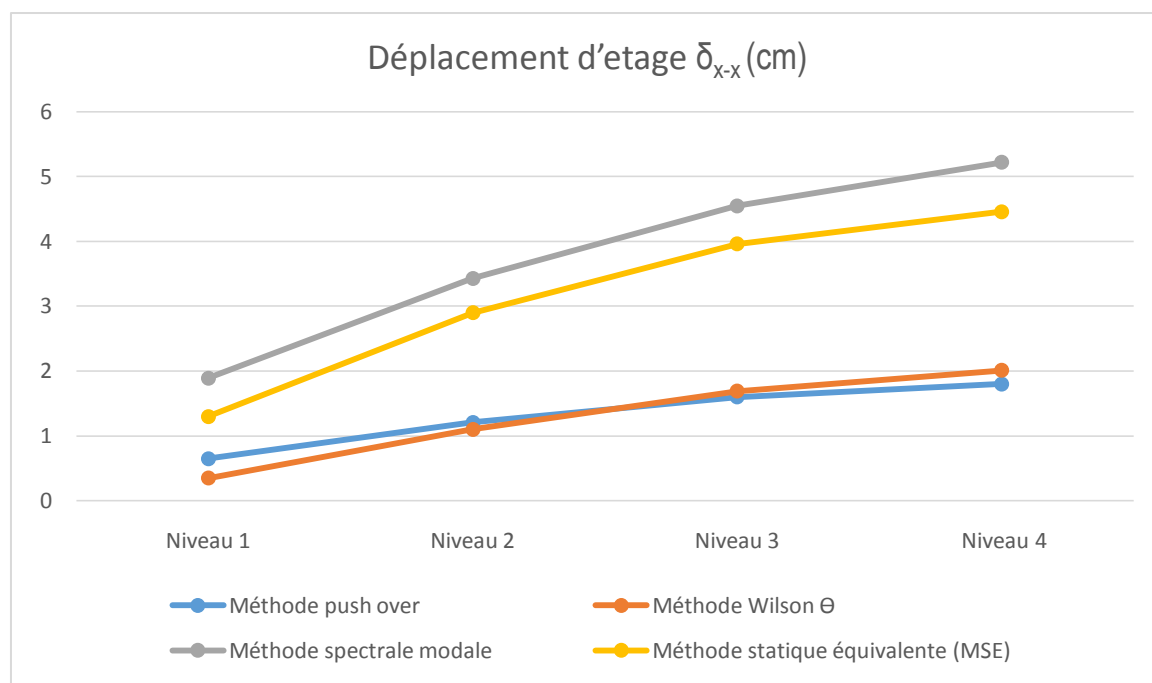


Figure (VI-2) : Déplacements d'étages selon X-X obtenus par les différentes méthodes de calculs

VI-3-2) - Déplacements d'étages selon Y-Y δ_k^{yy} (cm) :

	Méthode statique équivalente (MSE)	Méthode spectrale modale	Méthode Wilson Θ	Méthode push over
Niveau (4)	4.46	4.94	2.01	1.79
Niveau (3)	3.96	4.34	1.69	1.58
Niveau (2)	2.90	3.29	1.1	1.21
Niveau (1)	1.30	1.86	0.35	0.64

Tableau (VI-3) : Déplacements d'étages selon y-y obtenus par les différentes méthodes de calcul

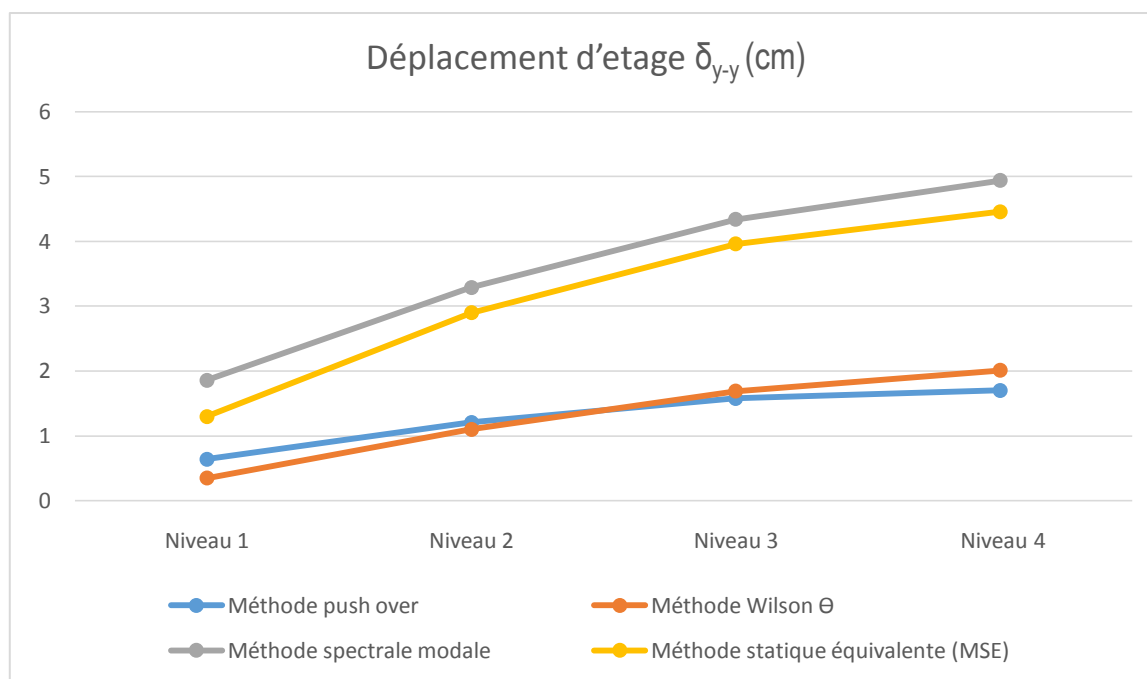


Figure (VI-3) : Déplacements d'étages selon y-y obtenus par les différentes méthodes de calculs

Analyse des résultats :

- Les déplacements d'étages obtenus selon (**X-X ou Y-Y**) par la méthode Wilson Θ et la méthode push over sont très proches.
- Les déplacements d'étages obtenus par la **MSE** et la **MSM** sont de 2 à 3 fois supérieures que ceux obtenus par Wilson Θ ou bien Push Over.
- Les déplacements du dernier étage obtenus par les méthodes linéaires (**MSE et MSM**) sont nettement plus grands que ceux obtenus par les deux autres méthodes du calcul non linéaire.
- La **MSM** donne un déplacement du **denier étage** de l'ordre 1,2 fois plus grand que celui obtenue par la **MSE** dans le sens (**X-X**) et de 1,1 dans le sens (**Y-Y**), ce résultat semble être respecté pour le **3^{ème} niveau**.
- Toute fois pour les deux **premiers niveaux** et dans les deux directions, la **MSM** donne des déplacements qui sont de 1.2 à 1.45 fois plus grands que ceux obtenus par la **MSE**.
- La **MSM** donne des déplacements d'étages plus grands que ceux obtenus par la **MSE** de l'ordre de 12 à 15 % pour les 3 derniers niveaux et de 30% pour le premier niveau.

- La **MSM** donne des déplacements d'étages qui sont de 2,45 à 5 fois plus grandes que ceux obtenus par la méthode de **Wilson θ** .
- Les résultats obtenus par la **MSE** sont 1,5 à 3 plus grands que ceux de la méthode **Wilson θ** .

VI-3-3) - Conclusions sur les déplacements d'étages :

- La **Méthode Wilson θ** et la **méthode Push Over** évaluent exactement de la même manière, les déplacements d'étages avec une légère différence pour le premier niveau.
- La méthode de **Wilson θ** et la méthode **Push Over** donnent, d'une manière générale, des déplacements d'étages plus petits que les deux autres méthodes du calcul linéaire à savoir la **MSE** et la **MSM**. Ces résultats sont attendus car en calcul non linéaire, la structure dissipe plus d'énergie par la création de rotules plastiques.
- Par contre, dans le calcul linéaire, la **MSM** donne des déplacements d'étages plus grands que ceux obtenus par la **MSE**. La **MSE** sous estime les déplacements d'étages car les efforts qui s'exercent sur les planchers ne sont que des fractions du poids de la structure.
- Au regard de ces résultats, il apparait clairement que pour un calcul linéaire, il est plus judicieux d'utiliser la **MSM**. Par contre, si nous souhaitons un gain économique, il est judicieux de passer par un calcul non linéaire (Push Over Wilson θ).
- Toute fois et avec une grande réserve, les résultats obtenus pour les déplacements d'étages par la méthode Push Over semblent plus exacts et se rapprochent plus de la réalité.

VI-4) - Efforts tranchants d'étages :

Les efforts tranchants d'étages obtenus par les différentes méthodes sont présentés dans les tableaux (VI-4 et VI-5) et les figures (VI-4 et VI-5) selon (x-x) et (y-y)

Sens x – x :

	Méthode statique équivalente (MSE)(KN)	Méthode spectrale modale(KN)	Méthode push over (KN)	Méthode Wilson Θ (KN)
Niveau (4)	306,6	406.52	357,9	689,3
Niveau (3)	653,4	755.19	712,7	1270,9
Niveau (2)	1000,2	1014.27	978,8	1615,5
Niveau (1)	1460,2	1180.39	1127,5	1350,03

Tableau (VI-4) : Efforts tranchants d'étages obtenu par les différentes méthodes de calculs dans le sens x-x

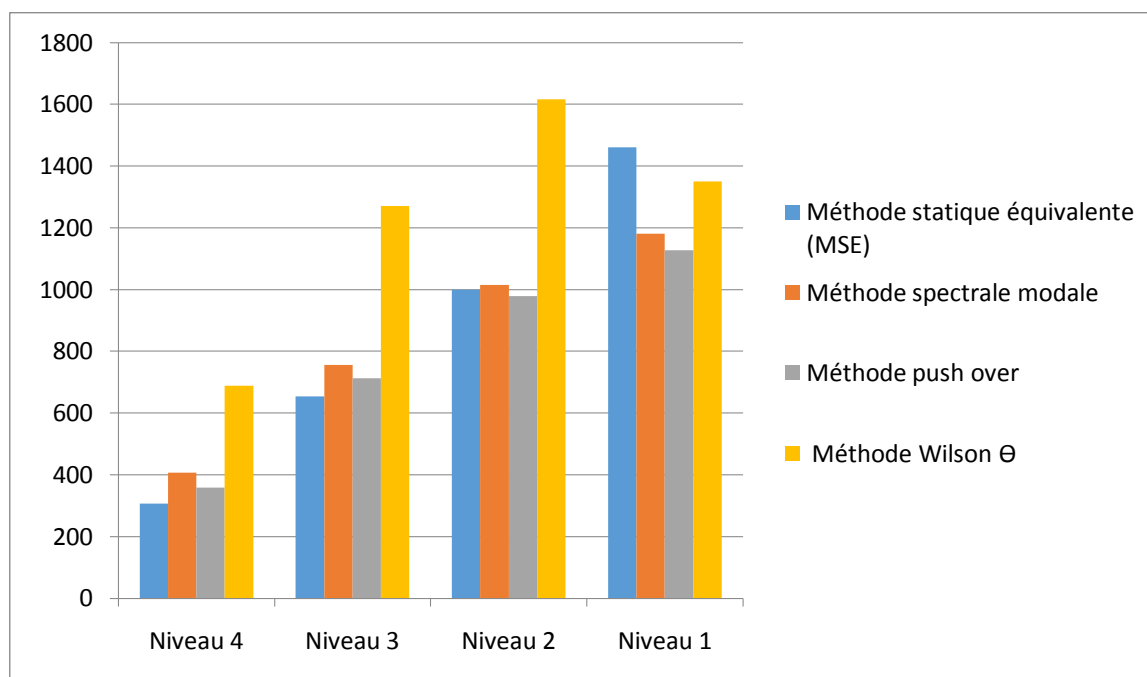


Figure (VI-4) : Efforts tranchants d'étages obtenus par les différentes méthodes de calculs dans le sens x-x

Sens y – y :

	Méthode statique équivalente (MSE)(KN)	Méthode spectrale modale(KN)	Méthode push over (KN)	Méthode Wilson Θ (KN)
Niveau (4)	306,6	412.11	350.40	689,3
Niveau (3)	653,4	772.36	700.00	1270,9
Niveau (2)	1000,2	1041,92	964.00	1615,5
Niveau (1)	1460,2	1215.53	1114.70	1350,03

Tableau (VI-5) : Efforts tranchants d'étages obtenus par les différentes méthodes de calculs dans le sens y-y

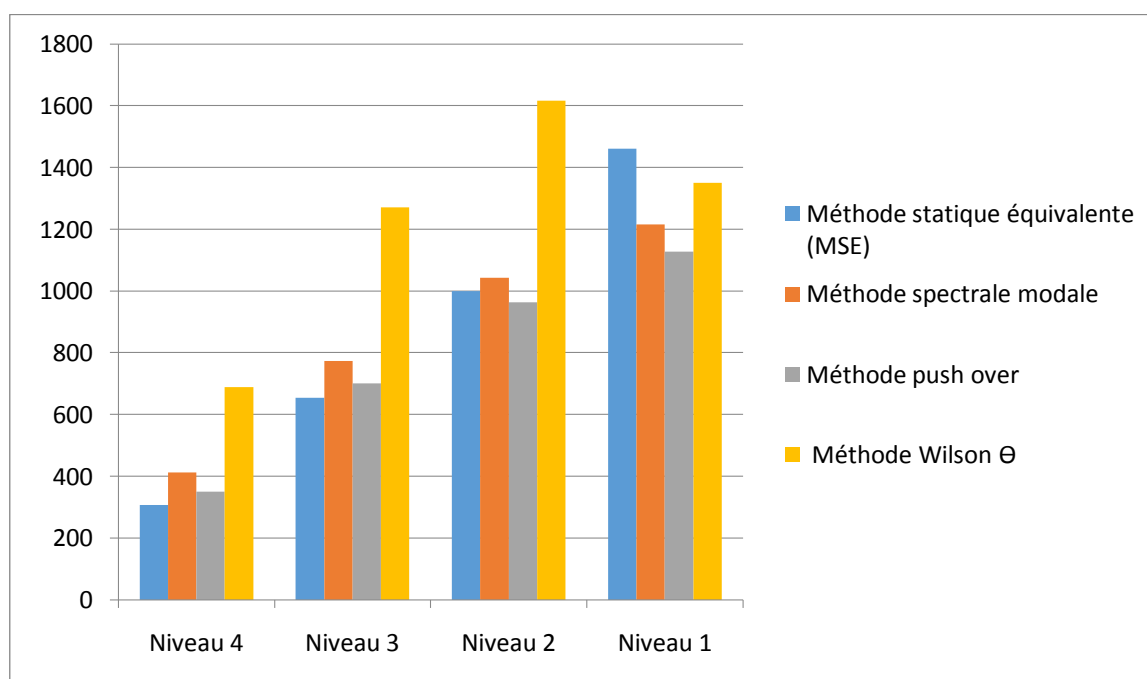


Figure (VI-5) : Efforts tranchants d'étages obtenus par les différentes méthodes de calculs dans le sens y-y

Analyse des résultats :

- La première constatation est que les efforts tranchants d'étages obtenus par les trois méthodes MSE, MSM et la méthode Push Over sont proches. Par contre, les efforts tranchants d'étages obtenus par **Wilson θ** sont de 1,7 à 1,9 fois plus grands que ceux obtenus par les 3 autres méthodes.
- La deuxième constatation est que les efforts tranchant au niveau 1 sont proches pour les quatre méthodes.
- Pour les 3 derniers niveaux, nous pouvons dire que les efforts sont très proches pour les 3 méthodes (MSE, MSM et Push Over)
- La **méthode statique équivalente** surestime l'effort tranchant à la base par rapport à la **méthode Push Over** de 23% dans le sens X-X et Y-Y.

VI-4-1) - Conclusions sur les efforts tranchants d'étages :

- La **MSE** surestime, encore une fois, les efforts tranchants d'étages à la base. L'explication est que ces efforts ne sont que des pourcentages du poids de la structure.
- En termes d'efforts tranchants d'étages, la méthode de **Wilson θ** surestime ces efforts à l'exception de l'effort tranchant du premier niveau.
- Toute fois, nous suggérons de prendre en compte la méthode Push Over qui prédit avec beaucoup d'exactitude le comportement dynamique de la structure.

Conclusion générale :

Les pays exposés aux séismes se sont dotés de règles parasismiques qui permettent de calculer l'action sismique pour laquelle les bâtiments doivent être dimensionnés.

Le calcul dynamique d'une structure sous séisme est déterminé en amont de l'application des règles, en effet le choix de la méthode de calcul dépend de nombreux paramètres.

L'objectif de ce travail est d'évaluer l'incidence du choix de la méthode de calcul sur l'étude du comportement des bâtiments en portiques auto stable en béton armé.

Après avoir exposé les bases théoriques nécessaires pour le calcul des caractéristiques dynamiques des structures (Pulsations et modes propres de vibration, périodes), nous nous sommes intéressés de plus près aux méthodes de calcul proposées par le R.P.A 2003 pour le calcul linéaire (**La méthode statique équivalente M.S.E est la méthode spectrale modale M.S.M**), les différents critères relatifs à l'utilisation de ces deux méthodes sont détaillés.

Cependant, les limites de ces méthodes basées sur un calcul linéaire à conduit les recherches vers d'autres méthodes qui permettent de tenir compte de l'incursion de la structure dans le domaine non linéaire, afin d'avoir une meilleure simulation du comportement dynamique.

En effet, dans le domaine non linéaire, des méthodes d'intégration pas à pas sont de plus en plus utilisées, grâce à la généralisation de l'outil informatique qui les rend plus attractives chaque fois qu'une incursion dans le domaine non linéaire est souhaitée.

Nous avons choisi d'étudier la méthode **Push Over**, qui consiste à appliquer des forces statiques incrémentées de façon progressive jusqu'à l'atteinte d'un déplacement cible.

Une autre méthode non linéaire qui est une méthode incrémentale où les déplacements sont évalués à chaque pas de temps est exposée dans notre travail, à savoir, la méthode de **Wilson θ** .

Par ailleurs, l'exposé de ces méthodes nous a permis de maîtriser le logiciel de calcul **ETABS**, qui est utilisé pour les **méthodes spectrales modales et Push Over**.

De plus, l'utilisation de la méthode **Wilson θ** , nous a donné la possibilité de faire une bonne initiation à l'introduction d'algorithme de calcul dans le logiciel **MATLAB**.

Après avoir exposé les quatre méthodes de calcul (Méthode statique équivalente, Méthode spectrale modale, Méthode Push Over, Méthode Wilson θ), notre travail a été recentré sur la problématique de notre thèse, qui s'articule autour de l'incidence du choix des méthodes de calculs sur l'étude du comportement des bâtiments en portiques en béton armé.

Pour ce faire, les quatre méthodes exposées dans ce travail sont utilisées à travers un exemple d'application sur une structure en (R+3), les résultats concernant les périodes de vibration, les efforts tranchants, et les déplacements trouvés par chaque méthode sont présentés sous formes graphiques.

L'analyse comparative des résultats a permis de constater que la **méthode statique équivalente**, qui ne dépend que d'une seule variable, en l'occurrence, la hauteur, sous-estime la période fondamentale par rapport aux **méthodes spectrales modales** et à la méthode de **Wilson θ** .

La méthode de **Wilson θ** et la méthode **Push Over** donnent, d'une manière générale, des déplacements relatifs plus petits que les deux autres méthodes de calcul linéaire à savoir la **Méthode statique équivalente** et la **Méthode spectrale modale**. Ces résultats sont attendus car en calcul non linéaire, la structure dissipe plus d'énergie par la création de rotules plastiques.

Par contre, dans le calcul linéaire, la **Méthode spectrale modale** donne des déplacements d'étages plus grands que ceux obtenus par la **méthode statique équivalente**, cette dernière sous-estime les déplacements d'étages car les efforts qui s'exercent sur les planchers ne sont que des fractions du poids de la structure.

Au regard de ces résultats, il apparaît clairement que pour un calcul linéaire, il est plus judicieux d'utiliser la **Méthode spectrale modale**. Par contre, si nous souhaitons un gain économique, il est judicieux de passer par un calcul non linéaire (**Push Over**, **Wilson θ**).

Néanmoins, il aurait été préférable de confirmer les tendances constatées dans ce travail en étudiant plusieurs structures de hauteurs et de dimensions différentes, ce qui pourrait constituer une perspective de travail à venir.

Résumé :

Les pays exposés aux séismes se sont dotés de règles parasismiques qui permettent de calculer l'action sismique pour laquelle les bâtiments doivent être dimensionnés.

Le calcul dynamique d'une structure sous séisme est déterminé en amont de l'application des règles, en effet le choix de la méthode de calcul dépend de nombreux paramètres.

Notre travail consiste à étudier quatre méthodes (Méthode statique équivalente, Méthode spectrale modale, Méthode Push Over, Méthode Wilson θ), dans l'optique d'évaluer l'incidence du choix de la méthode de calcul sur l'étude du comportement des bâtiments en portiques auto stable en béton armé.

Pour ce faire, les quatre méthodes exposées dans ce travail sont utilisés à travers un exemple d'application sur une structure en (R+3), les résultats concernant les périodes de vibration, les efforts tranchants, et les déplacements trouvés par chaque méthode sont présentés sous formes graphiques afin de permettre une analyse comparative des résultats.

Mots clés : Méthode statique équivalente, Méthode spectrale modale, Méthode Push Over, Méthode Wilson θ .

- [1] : **Ankik Djamel**, *Incidence des périodes fondamentales proposées par les différents règlements parasismique sur la performance sismique des bâtiments*, Université de Tizi ousou, Algérie.
- [2] : **Baba Hamed Fatima Zohra**, *Le calcul scientifique appliqué au Génie Civil sous Matlab*, Université d'Oran Mohamed Boudiaf. Algérie.
- [3] : **Balandier Patricia**, *Conception Parasismique des Bâtiments (Structures) Volume 2*, Direction départementale de l'équipement, Martinique.
- [4] : **Balandier Patricia**, *le séisme et le bâtiment*, Document d'information à l'usage du constructeur *Volume 3*.
- [5] : **Belkhir Mohammed Aghiles**, 2012, *Influence de la disposition des voiles sur la performance sismique des bâtiments*, Mémoire de Magister, Université de Tizi ousou, Algérie.
- [6] : **Bonnard Quentin**, *La Tour Téotista a Monaco*, Projet fin d'étude, INSA de Strasbourg, France
- [7] : **Dahmani Souhaib et Rahmani Djamel**, 2014, *Analyse dynamique de la réponse d'une structure*, Mémoire de Magister, Université de Tlemcen, Algérie.
- [8] : **Davidovici Victor**, 1999, *La construction en zone sismique*, Edition Monteur.
- [9] : **Gangloff Antoine-Xavier**, 2011, *Etude Parasismique de 3 bâtiments en béton armé a Colmar*, Projet fin d'étude, INSA de Strasbourg, France
- [10] : **ETABS version 9, 2005**, Automated Lateral Loads Manual, Computers and Structures, University of Berkeley, California.
- [11] **ETABS version 9, 2005**, CSI Analysis Reference Manual, Computers and Structures, University of Berkeley, California.
- [12] **ETABS version 9, 2005**, User's Guide, Computers and Structures, University of Berkeley, California.
- [13] **ETABS version 9, 2005**, Introductory Tutorial, Computers and Structures, University of Berkeley, California.
- [14] : **Kahil Amar**, Evaluation de la performance sismique des structures en béton armé en tenant compte de la nocivité du signal sismique, Thèse de doctorat, Université de Tizi ousou, Algérie.
- [15] **MATLAB version 7.10, 2010**, MathWorks, University of Stanford, California.
- [16] : **Menasrl. Y, Nouaouria. M.S. et Guenfoud .M**, Evaluation de la vulnérabilité sismique à l'échelle d'une structure en béton armé par l'analyse statique non linéaire (push over), Université de Guelma, Algérie.

[17]: **Paz Mario**, 1997, Structural Dynamics Theory and Computation 4th edition, University of Louisville, KY

[18] : **Penzien Joseph et Clough Ray W**, dynamique des structures.

[19]: **Rajasekaran. S**, 2009, Structural dynamics of earthquake engineering theory and application using mathematica and matlab, Université Connecticut, USA.

[20] : **Touzot Gilbert et Dhatt Gouri**, 1981, Une presentation de la méthode des éléments finis, Université Laval. Québec.

[21] : **Zacek Milan**, 1996, Construction Parasismique, Edition Parenthèses.

[22] : Règles Parasismiques Algériennes, Rpa 99 / Version 2003, Centre National De Recherche Appliquée En Génie Parasismique. Algérie.

- **Annexe A :** Valeur du Coefficient C_T , RPA 99 version 2003.

Cas n°	Système de contreventement	C_T
1	Portiques autostables en béton armé sans remplissage en	0,075
2	maçonnerie	0,085
3	Portiques autostables en acier sans remplissage en maçonnerie	
4	Portiques autostables en béton armé ou en acier avec remplissage en maçonnerie	0,050
	Contreventement assuré partiellement ou totalement par des voiles en béton armé, des palées triangulées et des murs en maçonnerie	0,050

Tableau (A-1) : Coefficient du comportement C_T .

- **Annexe B :** Valeur de ξ (%), RPA 99 version 2003.

Remplissage	Portiques		Voiles ou murs
	Béton armé	Acier	Béton armé/maçonnerie
Léger	6	4	10
Dense	7	5	

Tableau (A-2) : Valeur de ξ (%).

- **Annexe C :** Valeur de T_1 T_2 .

Site	S_1	S_2	S_3	S_4
$T_{1(sec)}$	0,15	0,15	0,15	0,15
$T_{2(sec)}$	0,30	0,40	0,50	0,70

Tableau (A-3) : Valeur de T_1 et T_2 .

➤ **Annexe D** : Valeur des pénalités P_q .

Critère q »	P_q	
	Observé	N/observé
1. Conditions minimales sur les files de contreventement	0	0,05
2. Redondance en plan	0	0,05
3. Régularité en plan	0	0,05
4. Régularité en élévation	0	0,05
5. Contrôle de la qualité des matériaux	0	0,05
6. Contrôle de la qualité de l'exécution	0	0,10

Tableau (A-4) : Valeur des pénalités P_q .

➤ **Annexe E :** Valeur du coefficient de comportement **R**.

Cat	Description du système de contreventement (voir chapitre III § 3.4)	Valeur de R
<u>A</u>	<u>Béton armé</u>	
1a	Portiques autostables sans remplissages en maçonnerie	5
1b	rigide	3,5
2	Portiques autostables avec remplissages en maçonnerie	3,5
3	rigide	3,5
4a	Voiles porteurs	5
4b	Noyau	4
5	Mixte portiques/voiles avec interaction	2
6	Portiques contreventés par des voiles Console verticale à masses réparties Pendule inverse	2
<u>B</u>	<u>Acier</u>	
7	Portiques autostables ductiles	6
8	Portiques autostables ordinaires	4
9a	Ossature contreventée par palées triangulées en X	4
9b	Ossature contreventée par palées triangulées en V	3
10a	Mixte portiques/palées triangulées en X	5
10b	Mixte portiques/palées triangulées en V	4
11	Portiques en console verticale	2
<u>C</u>	<u>Maçonnerie</u>	
12	Maçonnerie porteuse chaînée	2,5
<u>D</u>	<u>Autres systèmes</u>	
13	Ossature métallique contreventée par diaphragme	2
14	Ossature métallique contreventée par noyau en béton armé	3
15	Ossature métallique contreventée par voiles en béton armé	3,5
16	Ossature métallique avec contreventement mixte comportant un noyau en béton armé et palées ou portiques métalliques	4
17	en façades Systèmes comportant des transparences (étages souples)	2

Tableau (A-5) : Valeur du coefficient de comportement **R**

➤ **Annexe F : Valeurs du Coefficient de pondération β .**

Cas	Type d'ouvrage	β
1	Bâtiments d'habitation, bureaux ou assimilés	0,20
2	Bâtiments recevant du public temporairement : - Salles d'exposition, de sport, lieux de culte, salles de réunions avec places debout. - salles de classes, restaurants, dortoirs, salles de réunions avec places assises	0,30 0,40
3	Entrepôts, hangars	0,50
4	Archives, bibliothèques, réservoirs et ouvrages assimilés	1,00
5	Autres locaux non visés ci-dessus	0,60

Tableau (A-6) : Valeurs du Coefficient de pondération β .

➤ **Annexe G : Algorithme de programmation 1^{ère} itération .**

➤ Matrice masse

```
function [M]=matricemasse(M1,M2,M3,M4)
M=[M1 0 0 0;0 M2 0 0;0 0 M3 0;0 0 0 M4];
```

➤ Matrice rigidité :

```
function [K]= matricerigidite(K1,K2,K3,K4)
K = [K1 -K1 0 0;-K1 K1+K2 -K2 0;0 -K2 K2+K3 -K3;0 0 -K3 K3+K4];
```

➤ Déplacement vitesse et accélération :

```
clear all
close all
clc

%%% definition des parametres:

%%% [K]= matrice rigidité. Unité: m/s
%%% [M]= matrice masse. Unité: kg
%%% [C]= matrice amortissement. Unité: m/s
%%% {F}= vecteur force. Unité: N
%%% W=Pulsation. Unité: rad/s
%%% T=période propre. Unité: s
%%% R=inverse de la matrice M
%%%{X}=vecteur déplacement initiale. Unité : m
%%%{V}=vecteur vitesse initiale. Unité : m/s
%%%{A}=accélération initiale. Unité : m/s^2
%%% O=constante= 1.4
%%% tau= intervalle d'étude = 0.0098s
```

```

%%% a1, a2, a3, a4 sont des constantes
%%% [L]=matrice rigidité effective. Unité: N/m
%%% {Z}= vecteur force incrémental effective entre ti et TF=0.098s. Unité:
N
%%% {H}=vecteur force incrémental entre ti=0 et tf=0.098s
%%% [E]= inverse matrice rigidité effective
%%% {U}= vecteur déplacement incrémentale entre ti=0 et tf=0.098s. Unité: m
%%% {I}= vecteur accélération incrémentale entre ti=0 et tf=0.098s.unité :
m/s^2
%%%{P}=l'accélération incrémental pour un intervalle normal ti=0 et t=0.07s
%%%{Q}=la vitesse incrémental pour un intervalle normal ti=0 et t=0.07s
%%%{D}=déplacement incrémental pour un intervalle normal ti=0 et t=0.07s
%%%{w}=vecteur déplacement a t=0.07s. Unité: m
%%%{G}=vecteur vitesse a t=0.07s. Unité : m/s
%%%{B}=vecteur accélération a t=0.07s. Unité : m/s^2

[K]=matricerigidite(2.154*10^8,2.154*10^8,2.154*10^8,3.858*10^8)
[M]=matricemasse(351.188*10^3 , 397.233*10^3 , 397.233*10^3 , 402.984*10^3)
[C]=matriceamortissement( 4.53*10^5 , 14.47*10^5 , 21.40*10^5 , 25.43*10^5)
[F]=vecteurforce( 306.6*10^3 , 346.8*10^3 , 346.8*10^3 , 460*10^3)
dt=0.07
O=1.4
X=[0;0;0;0]
V=[0;0;0;0]
H=[0;0;0;0]

%%%calcul des pulsations: det([m]-w^2)= 0

[Modes,omegas]=eig(inv(M)*K)
W=zeros(4);
for i=1:4
    W(i,i)=omegas(i,i)^0.5
end
W

%%%Calcul des périodes correspondant a chaque mode de vibration: T
=(2*pi/w)

T= zeros (4);
for i=1:4

    T(i,i)=2*pi/(W(i,i))

end
T

%%%détermination de l'accélération initiale:
%%% [M]*{A}+[C]*{V}+[K]*{X}=F

R=inv(M)
A=R*(F-[C]*V+[K]*X)

%%%détermination de l intervalle d'étude:

tau=O*dt

%%%détermination des constantes a1,a2,a3,a4:
a1=3/tau

```

```
a2=6/tau
a3=tau/2
a4=6/tau^2
```

```
%%détermination de la matrice rigidité effective:
%%[L]=[K]+a4*[M]+a1*[C]
```

```
[L]=[K]+a4*[M]+a1*[C]
```

```
%%détermination de la force incrémentale effective pour l'intervalle ti et
tf
%%{Z}={F}+(a2[M] +3[C])*{V} +(3*[M]+a3[C])*A
```

```
Z=H+ (a2*M +3*C)*V +(3*M+a3*C)*A
```

```
%% détermination du déplacement incrémental entre ti et tf:
%% {Z}={L}*{U}
```

```
E=inv(L)
U=E*Z
```

```
%% détermination de l'accélération incrémentale entre ti et tf:
%% {I} = a4*{U} - a2*{V} -3*{A}
```

```
I=a4*U -a2*V - 3*A
```

```
%% détermination de l'accélération incrémentale pour un intervalle normal
entre ti et t:
%% {P}={I}/O
```

```
P=I/O
```

```
%% détermination de la vitesse incrémentale pour un intervalle normal
entre ti et t:
%% {Q}=dt*{A} + dt {P}/2
```

```
Q=dt*A + dt*P/2
```

```
%% détermination du déplacement incrémental pour un intervalle normal
entre ti et t:
%% {D}={V}*dt +dt^2 * {A}/2 + dt^2 {P}/6
```

```
D=V*dt +dt^2 * A/2 + dt^2 * P/6
```

```
%% détermination du déplacement t:
%% {w}= {X}+{D}
w=X+D
```

```
%% détermination de la vitesse a t:
%% {G}= {V}+{Q}
G=V+Q
```

```
%% détermination de l'accélération t:
%%[M]{B}={F}-[C]{G}-[K]{w}
S=F - [C]*G - [K]*w
N=inv (M)
B=N*S
```

■ Annexe H : Algorithme de programmation 2^{ème} itération .

➤ Matrice masse

```
function [M]=matricemasse (M1,M2,M3,M4)
M=[M1 0 0 0;0 M2 0 0;0 0 M3 0;0 0 0 M4];
```

➤ Matrice rigidité :

```
function [K]= matricerigidite(K1,K2,K3,K4)
K = [K1 -K1 0 0;-K1 K1+K2 -K2 0;0 -K2 K2+K3 -K3;0 0 -K3 K3+K4];
```

➤ Déplacement vitesse et accélération :

```
clear all
close all
clc
```

```
%%% definition des parameters:
```

```
%%% [K]= matrice rigidité. Unité: m/s
%%% [M]= matrice masse. Unité: kg
%%% [C]= matrice amortissement. Unité: m/s
%%% {F}= vecteur force. Unité: N
%%% W=Pulsation. Unité: rad/s
%%% T=période propre. Unité: s
%%% R=inverse de la matrice M
%%%{X}=vecteur déplacement initiale. Unité : m
%%%{V}=vecteur vitesse initiale. Unité : m/s
%%%{A}=accélération initiale. Unité : m/s^2
%%% O=constante= 1.4
%%% tau= intervalle d'étude = 0.021s
%%% a1, a2, a3, a4 sont des constantes
%%% [L]=matrice rigidité effective. Unité: N/m
%%% {Z}= vecteur force incrémentale effective entre ti=0.098s et
tf=0.0196s. Unité: N
%%% {H}=vecteur force incrémentale entre ti=0.098s et tf=0.0196s
%%% [E]= inverse matrice rigidité effective
%%% {U}= vecteur déplacement incrémentale entre ti=0.098s et tf=0.0196s.
Unité: m
%%% {I}= vecteur accélération incrémentale entre ti=0.098s et tf=0.0196s.
Unité : m/s^2
%%%{P}=1'accélération incrémentale pour un intervalle normal ti=0.098s et
t=0.168s
%%%{Q}=la vitesse incrémentale pour un intervalle normal ti=0.098s et
t=0.168s
%%%{D}=déplacement incrémentale pour un intervalle normal ti=0.098s et
t=0.168s
%%%{w}=vecteur déplacement a t=0.168s. Unité: m
%%%{G}=vecteur vitesse a t=0.168s. Unité : m/s
%%%{B}=vecteur accélération a t=0.168s. Unité : m/s^2

[K]=matricerigidite(2.154*10^8,2.154*10^8,2.154*10^8,3.858*10^8)
[M]=matricemasse(351.188*10^3 , 397.233*10^3 , 397.233*10^3 , 402.984*10^3)
[C]=matriceamortissement( 4.53*10^5 , 14.47*10^5 , 21.40*10^5 , 25.43*10^5)
[F]=vecteurforce( 306.6*10^3 , 346.8*10^3 , 346.8*10^3 , 460*10^3)
dt=0.07
O=1.4
```

```
X=[0.0020;0.0019;0.0018;0.0017]
V=[0.0556;0.0525;0.0466;0.0318]
A=[0.7565;0.6473;0.6250;-0.5875]
H=[0;0;0;0]

%%calcul des pulsations:  $\det([m]-w^2)=0$ 

[Modes,omegas]=eig(inv(M)*K)
W=zeros(4);
for i=1:4
    W(i,i)=omegas(i,i)^0.5
end
W

%%Calcul des périodes correspondant a chaque mode de vibration:  $T$ 
 $= (2\pi/w)$ 

T= zeros (4);
for i=1:4

    T(i,i)=2*pi/(W(i,i))

end
T

%%détermination de l'intervalle d'étude:

tau=0*dt

%%détermination des constantes a1,a2,a3,a4:

a1=3/tau
a2=6/tau
a3=tau/2
a4=6/tau^2

%%détermination de la matrice rigidité effective:
%%[L]=[K]+a4*[M]+a1*[C]

[L]=[K]+a4*[M]+a1*[C]

%%détermination de la force incrémentale effective pour l'intervalle ti et
tf:
%%{Z}={F}+(a2[M] +3[C])*{V} +(3*[M]+a3[C])*A

Z=H+ (a2*M +3*C)*V +(3*M+a3*C)*A

%% détermination du déplacement incrémentale entre ti=0s et tf:
%% {Z}={L}*{U}

E=inv(L)
U=E*Z
```

```

%%% détermination de l'accélération incrémentale entre ti=0 et tf:
%%% {I} = a4*{U} - a2*{V} -3*{A}

I=a4*U -a2*V - 3*A

%%% détermination de l'accélération incrémentale pour un intervalle normal
entre ti=0 et t:
%%% {P}={I}/O

P=I/O

%%% détermination de la vitesse incrémentale pour un intervalle normal
entre ti=0 et t:
%%% {Q}=dt*{A} + dt {P}/2

Q=dt*A + dt*P/2

%%% détermination du déplacement incrémentale pour un intervalle normal
entre ti=0 et t:
%%% {D}={V}*dt +dt^2 * {A}/2 + dt^2 {P}/6

D=V*dt +dt^2 * A/2 + dt^2 * P/6

%%% détermination du déplacement t:
%%% {w}= {X}+{D}

w=X+D

%%% détermination de la vitesse a t:
%%% {G}= {V}+{Q}

G=V+Q

%%% détermination de l'accélération t:
%%% [M] {B}={F}-[C] {G}-[K] {w}

S=F - [C]*G - [K]*w
N=inv (M)
B=N*S

```

■ Annexe I : Algorithme de programmation 3^{ème} itération :

➤ Matrice masse

```

function [M]=matricemasse(M1,M2,M3,M4)
M=[M1 0 0 0;0 M2 0 0;0 0 M3 0;0 0 0 M4];

```

➤ Matrice rigidité :

```

function [K]= matricerigidite(K1,K2,K3,K4)
K = [K1 -K1 0 0;-K1 K1+K2 -K2 0;0 -K2 K2+K3 -K3;0 0 -K3 K3+K4];

```

➤ Déplacement vitesse et accélération :

```
clear all
close all
clc

%%% definition des parameters:
%%% [K]= matrice rigidité. unité: m/s
%%% [M]= matrice masse. unité: kg
%%% [C]= matrice amortissement. unité: m/s
%%% {F}= vecteur force. unité: N
%%% W=Pulsation. unité: rad/s
%%% T=période propre. unité: s
%%% R=inverse de la matrice M
%%%{X}=vecteur déplacement initiale. unité : m
%%%{V}=vecteur vitesse initiale. unité : m/s
%%%{A}=accélération initiale. unité : m/s^2
%%% O=constante= 1.4
%%% tau= intervalle d'étude = 0.021s
%%% a1,a2,a3,a4 sont des constantes
%%% [L]=matrice rigidité effective. unité: N/m
%%% {Z}= vecteur force incrémentale effective entre ti=0.196s et tf=0.294s.
unité: N
%%% {H}=vecteur force incrémentale entre ti=0.196s et tf=0.021s
%%% [E]= inverse matrice rigidité effective
%%% {U}= vecteur déplacement incrémentale entre ti=0.196s et tf=0.294s.
unité: m
%%% {I}= vecteur accélération incrémentale entre ti=0.196s et tf=0.294s.
Unité : m/s^2
%%%{P}=l'accélération incrémentale pour un intervalle normal ti=0.196s et
t=0.266s
%%%{Q}=la vitesse incrémentale pour un intervalle normal ti=0.196s et
t=0.266s
%%%{D}=déplacement incrémentale pour un intervalle normal ti=0.196s et
t=0.266s
%%%{w}=vecteur déplacement a t=0.266s. unité: m
%%%{G}=vecteur vitesse a t=0.266s. unité : m/s
%%%{B}=vecteur accélération a t=0.266s. unité : m/s^2

[K]=matricerigidite(2.154*10^8,2.154*10^8,2.154*10^8,3.858*10^8)
[M]=matricemasse(351.188*10^3 , 397.233*10^3 , 397.233*10^3 , 402.984*10^3)
[C]=matriceamortissement( 4.53*10^5 , 14.47*10^5 , 21.40*10^5 , 25.43*10^5)
[F]=vecteurforce( 306.6*10^3 , 346.8*10^3 , 346.8*10^3 , 460*10^3)

dt=0.07
O=1.4
X=[0.0074;0.0068;0.0059;0.0029]
V=[0.0940;0.0829;0.0592;0.0108]
A=[0.3878;0.3798;-0.5170;-0.1807]
H=[0;0;0;0]

%%%calcul des pulsations: det([m]-w^2)= 0
[Modes,omegas]=eig(inv(M)*K)
W=zeros(4);
for i=1:4
    W(i,i)=omegas(i,i)^0.5
end
W
```

```
%%Calcul des périodes correspondant a chaque mode de vibration: T
=(2*pi/w)

T= zeros (4);
for i=1:4

    T(i,i)=2*pi/(W(i,i))

end
T

%%détermination de l intervalle d'étude:

tau=0*dt

%%détermination des constantes a1,a2,a3,a4:

a1=3/tau
a2=6/tau
a3=tau/2
a4=6/tau^2

%%détermination de la matrice rigidité effective:
    %%[L]=[K]+a4*[M]+a1*[C]

[L]=[K]+a4*[M]+a1*[C]

%%détermination de la force incrémentale effective pour l'intervalle ti et
tf:
%%{Z}={F}+(a2[M] +3[C])*{V} +(3*[M]+a3[C])*A

Z=H+ (a2*M +3*C)*V +(3*M+a3*C)*A

%% détermination du déplacement incrémentale entre ti et tf:
    %% {Z}={L}*{U}

E=inv(L)
U=E*Z

%% détermination de l'accélération incrémentale entre ti et tf:
    %% {I} = a4*{U} - a2*{V} -3*{A}

I=a4*U -a2*V - 3*A

%% détermination de l'accélération incrémentale pour un intervalle normal
entre ti et t:
    %% {P}={I}/O
P=I/O

%% détermination de la vitesse incrémentale pour un intervalle normal
entre ti et t:
    %% {Q}=dt*{A} + dt {P}/2

Q=dt*A + dt*P/2
```

```
%%% détermination du déplacement incrémentale pour un intervalle normal
entre ti et t:
    %%% {D}={V}*dt +dt^2 * {A}/2 + dt^2 {P}/6
```

```
D=V*dt +dt^2 * A/2 + dt^2 * P/6
```

```
%%% détermination du déplacement t=0.266s:
    %%% {w}= {X}+{D}
```

```
w=X+D
```

```
%%% détermination de la vitesse a t=0.266s:
    %%% {G}= {V}+{Q}
```

```
G=V+Q
```

```
%%% détermination de l'accélération t=0.266s:
    %%% [M] {B}={F}-[C]{G}-[K]{w}
```

```
S=F - [C]*G - [K]*w
N=inv (M)
B=N*S
```

▪ **Annexe J : Algorithme de programmation 4^{eme} itération :**

➤ Matrice masse

```
function [M]=matricemasse(M1,M2,M3,M4)
M=[M1 0 0 0;0 M2 0 0;0 0 M3 0;0 0 0 M4];
```

➤ Matrice rigidité :

```
function [K]= matricerigidite(K1,K2,K3,K4)
K = [K1 -K1 0 0;-K1 K1+K2 -K2 0;0 -K2 K2+K3 -K3;0 0 -K3 K3+K4];
```

➤ Déplacement vitesse et accélération :

```
clear all
close all
clc
```

```
%%% definition des parameters:
```

```
%%% [K]= matrice rigidité. unité: m/s
%%% [M]= matrice masse. unité: kg
%%% [C]= matrice amortissement. unité: m/s
%%% {F}= vecteur force. unité: N
%%% W=Pulsation. unité: rad/s
%%% T=période propre. unité: s
%%% R=inverse de la matrice M
%%%{X}=vecteur déplacement initiale. unité : m
%%%{V}=vecteur vitesse initiale. unité : m/s
```

```

%%%{A}=accélération initiale. unité : m/s^2
%%% O=constante= 1.4
%%% tau= intervalle d'étude = 0.021s
%%% a1,a2,a3,a4 sont des constantes
%%% [L]=matrice rigidité effective. unité: N/m
%%% {Z}= vecteur force incrémentale effective entre ti=0.294s et
tf=0.0392s. unité: N
%%% {H}=vecteur force incrémentale entre ti=0.294s et tf=0.021s
%%% [E]= inverse matrice rigidité effective
%%% {U}= vecteur déplacement incrémentale entre ti=0.294s et tf=0.0392s.
unité: m
%%% {I}= vecteur accélération incrémentale entre ti=0.294s et tf=0.0392s.
Unité : m/s^2
%%%{P}=1'accélération incrémentale pour un intervalle normal ti=0.294s et
tf=0.364s
%%%{Q}=la vitesse incrémentale pour un intervalle normal ti=0.294s et
tf=0.364s
%%%{D}=déplacement incrémentale pour un intervalle normal ti=0.294s et
tf=0.364s
%%%{w}=vecteur déplacement a t=0.364s. unité: m
%%%{G}=vecteur vitesse a t=0.364s. unité : m/s
%%%{B}=vecteur accélération a t=0.364s. unité : m/s^2

[K]=matricerigidite(2.154*10^8,2.154*10^8,2.154*10^8,3.858*10^8)
[M]=matricemasse(351.188*10^3 , 397.233*10^3 , 397.233*10^3 , 402.984*10^3)
[C]=matriceamortissement( 4.53*10^5 , 14.47*10^5 , 21.40*10^5 , 25.43*10^5)
[F]=vecteurforce( 306.6*10^3 , 346.8*10^3 , 346.8*10^3 , 460*10^3)
dt=0.07
O=1.4
X=[0.0144;0.0128;0.0091;0.0035]
V=[0.0979;0.0798;0.0366;0.0121]
A=[-0.2010;-0.6121;-0.3036;-0.6458]
H=[0;0;0;0]

%%%calcul des pulsations: det([m]-w^2)= 0

[Modes,omegas]=eig(inv(M)*K)
W=zeros(4);
for i=1:4
    W(i,i)=omegas(i,i)^0.5
end
W

%%%Calcul des périodes correspondant a chaque mode de vibration: T
=(2*pi/w)

T= zeros (4);
for i=1:4

    T(i,i)=2*pi/(W(i,i))

end
T

%%%détermination de l intervalle d'étude:

tau=O*dt

```

```

%%détermination des constantes a1,a2,a3,a4:

a1=3/tau
a2=6/tau
a3=tau/2
a4=6/tau^2

%%détermination de la matrice rigidité effective:
    %%[L]=[K]+a4*[M]+a1*[C]

[L]=[K]+a4*[M]+a1*[C]

%%détermination de la force incrémentale effective pour l'intervalle ti et
tf:
%%{Z}={F}+(a2[M] +3[C])*{V} +(3*[M]+a3[C])*A

Z=H+ (a2*M +3*C)*V +(3*M+a3*C)*A

%% détermination du déplacement incrémentale entre ti et tf:
    %% {Z}={L}*{U}

E=inv(L)
U=E*Z

%% détermination de l'accélération incrémentale entre ti et tf:
    %% {I} = a4*{U} - a2*{V} -3*{A}

I=a4*U -a2*V - 3*A

%% détermination de l'accélération incrémentale pour un intervalle normal
entre ti et t:
    %% {P}={I}/O

P=I/O

%% détermination de la vitesse incrémentale pour un intervalle normal
entre ti et t:
    %% {Q}=dt*{A} + dt {P}/2

Q=dt*A + dt*P/2

%% détermination du déplacement incrémentale pour un intervalle normal
entre t et t:
    %% {D}={V}*dt +dt^2 * {A}/2 + dt^2 {P}/6

D=V*dt +dt^2 * A/2 + dt^2 * P/6

%% détermination du déplacement t=0.364s:
    %% {w}= {X}+{D}

w=X+D

```

```
%%% détermination de la vitesse a t=0.364s:
%%% {G}= {V}+{Q}
```

$G=V+Q$

```
%%% détermination de l'accélération t=0.364s:
%%% [M] {B}={F}-[C] {G}-[K] {w}
```

```
S=F - [C]*G - [K]*w
N=inv (M)
B=N*S
```

▪ Annexe K : Algorithme de programmation 4^{eme} itération :

➤ Matrice masse

```
function [M]=matricemasse(M1,M2,M3,M4)
M=[M1 0 0 0;0 M2 0 0;0 0 M3 0;0 0 0 M4];
```

➤ Matrice rigidité :

```
function [K]= matricerigidite(K1,K2,K3,K4)
K = [K1 -K1 0 0;-K1 K1+K2 -K2 0;0 -K2 K2+K3 -K3;0 0 -K3 K3+K4];
```

➤ Déplacement vitesse et accélération :

```
clear all
close all
clc
```

```
%%% definition des parametres:
```

```
%%% [K]= matrice rigidité. unité: m/s
%%% [M]= matrice masse. unité: kg
%%% [C]= matrice amortissement. unité: m/s
%%% {F}= vecteur force. unité: N
%%% W=Pulsation. unité: rad/s
%%% T=période propre. unité: s
%%% R=inverse de la matrice M
%%% {X}=vecteur déplacement initiale. unité : m
%%% {V}=vecteur vitesse initiale. unité : m/s
%%% {A}=accélération initiale. unité : m/s^2
%%% O=constante= 1.4
%%% tau= intervalle d'étude = 0.021s
%%% a1,a2,a3,a4 sont des constantes
%%% [L]=matrice rigidité effective. unité: N/m
%%% {Z}= vecteur force incrémental effective entre ti=0.392s et tf=0.49s.
unité: N
%%% {H}=vecteur force incrémental entre ti=0.392s et tf=0.021s
%%% [E]= inverse matrice rigidité effective
%%% {U}= vecteur déplacement incrémentale entre ti=0.392s et tf=0.49s.
unité: m
%%% {I}= vecteur accélération incrémentale entre ti=0.392s et tf=0.49s.
Unité : m/s^2
```

```

%%{P}=l'accélération incrémental pour un intervalle normal ti=0.392s et
t=0.462s
%%{Q}=la vitesse incrémental pour un intervalle normal ti=0.392s et
t=0.462s
%%{D}=déplacement incrémental pour un intervalle normal ti=0.392s et
t=0.462s
%%{w}=vecteur déplacement a t=0.462s. unité: m
%%{G}=vecteur vitesse a t=0.462s. unité : m/s
%%{B}=vecteur accélération a t=0.462s. unité : m/s^2

[K]=matricerigidite(2.154*10^8,2.154*10^8,2.154*10^8,3.858*10^8)
[M]=matricemasse(351.188*10^3 , 397.233*10^3 , 397.233*10^3 , 402.984*10^3)
[C]=matriceamortissement( 4.53*10^5 , 14.47*10^5 , 21.40*10^5 , 25.43*10^5)
[F]=vecteurforce( 306.6*10^3 , 346.8*10^3 , 346.8*10^3 , 460*10^3)

dt=0.07
O=1.4
X=[0.0201;0.0169;0.0110;0.0035]
V=[0.0557;0.0363;0.0195;-0.0024]
A=[-1.1819;-0.6816;-0.429;-1.8520]
H=[0;0;0;0]

%%calcul des pulsations: det([m]-w^2)= 0

[Modes,omegas]=eig(inv(M)*K)
W=zeros(4);
for i=1:4
    W(i,i)=omegas(i,i)^0.5
end
W

%%Calcul des périodes correspondant a chaque mode de vibration: T
=(2*pi/w)

T= zeros (4);
for i=1:4

    T(i,i)=2*pi/(W(i,i))

end
T

%%détermination de l intervalle d'étude:

tau=O*dt

%%détermination des constantes a1,a2,a3,a4:

a1=3/tau
a2=6/tau
a3=tau/2
a4=6/tau^2

%%détermination de la matrice rigidité effective:
%%[L]=[K]+a4*[M]+a1*[C]

[L]=[K]+a4*[M]+a1*[C]

```

```
%%détermination de la force incrémentale effective pour l'intervalle ti et tf:
%%{Z}={F}+(a2[M] +3[C])*{V} +(3*[M]+a3[C])*A
```

$$Z=H+ (a2*M +3*C)*V +(3*M+a3*C)*A$$

```
%% détermination du déplacement incrémentale entre ti et tf:
%% {Z}={L}*{U}
```

$$E=\text{inv}(L)$$
$$U=E*Z$$

```
%% détermination de l'accélération incrémental entre ti et tf:
%% {I} = a4*{U} - a2*{V} -3*{A}
```

$$I=a4*U -a2*V - 3*A$$

```
%% détermination de l'accélération incrémental pour un intervalle normal
entre ti et t:
%% {P}={I}/O
```

$$P=I/O$$

```
%% détermination de la vitesse incrémental pour un intervalle normal entre
ti et t:
%% {Q}=dt*{A} + dt {P}/2
```

$$Q=dt*A + dt*P/2$$

```
%% détermination du déplacement incrémental pour un intervalle normal
entre ti et t:
%% {D}={V}*dt +dt^2 * {A}/2 + dt^2 {P}/6
```

$$D=V*dt +dt^2 * A/2 + dt^2 * P/6$$

```
%% détermination du déplacement t=0.462s:
%% {w}= {X}+{D}
```

$$w=X+D$$

```
%% détermination de la vitesse a t=0.462s:
%% {G}= {V}+{Q}
```

$$G=V+Q$$

```
%% détermination de l'accélération t=0.462s:
%% [M]{B}={F}-[C]{G}-[K]{w}
```

$$S=F - [C]*G - [K]*w$$
$$N=\text{inv}(M)$$
$$B=N*S$$