

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET
DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI DE TIZI-OUZOU
FACULTE DU GENIE DE LA CONSTRUCTION
DEPARTEMENT GENIE-CIVIL



THÈSE DE DOCTORAT EN GENIE CIVIL
OPTION : STRUCTURES ET MATERIAUX

Présentée par :

M^{elle} CHAHOUR Kahina
Maître-Assistante classe A

THEME

**Etude dynamique des vibrations d'un sol
engendrées par une charge en mouvement**

Devant le jury composé de :

BOUAFIA Youcef	Professeur, UMMTO	Président
BOUHERAOUA Ali	Professeur, UMMTO	Rapporteur
LEFEUVE-MESGOUEZ Gaëlle	Maître de Conférences HDR, UAPV France	Co-rapporteur
NECHNECH Ammar	Professeur, USTHB	Examineur
BOUKHALED Ahmed	Maître de Conférences A, USTHB	Examineur
DRIZI Saïd	Maître de Conférences A, UMMTO	Examineur
MESGOUEZ Arnaud	Maître de Conférences HDR, UAPV France	Invité

Soutenue, le : / /

Résumé: Ce travail porte sur une analyse semi-analytique des vibrations d'ondes, dans un milieu soumis à une charge roulante due principalement au trafic ferroviaire. Le milieu étudié est composé d'une voie ferrée couplée avec un sol poroviscoélastique homogène ou multicouche.

Dans un premier temps, nous présentons une synthèse bibliographique des travaux portant sur les différentes approches permettant d'appréhender ce type problèmes. Le bilan des résultats rencontrés dans la littérature montre la nécessité de mener une étude complémentaire sur le modèle de Biot lié au problème des charges roulantes.

L'approche est proposée pour une modélisation tridimensionnelle du système voie ferrée/sol. L'approche proposée permet de calculer de manière semi-analytique les vitesses des ondes ainsi que les déplacements de chaque phase, solide ou fluide, en tout point du massif dans le domaine des nombres d'ondes et dans le domaine spatial. Un modèle utilisant une poutre de Sheng et al. intégrant tous les composants de la voie ferrée (rails, semelles, traverses, ballast) est appliqué pour représenter la voie ferrée. Le milieu poroviscoélastique est représenté par un sol multicouche constitué de couches horizontales allant de la moins rigide à la plus rigide, en profondeur. La sollicitation appliquée est une charge harmonique de dimensions rectangulaires.

A partir de l'approche ainsi développée, nous obtenons et analysons un certain nombre de résultats, axant plus particulièrement notre étude sur les phénomènes de propagation d'ondes et de dispersion. Nous étudions la réponse dynamique à la surface d'un sol poroviscoélastique homogène, monocouche et bicouches. L'étude montre l'existence d'une couche critique, pour les deux géométries étudiées. Le cas d'un sol viscoélastique est également abordé et montre, de ce fait, la pertinence d'une modélisation biphasique dans le sol. L'influence de la poutre sur la réponse dynamique du milieu est également mise en avant, par une comparaison avec le cas sans voie. La vitesse de l'excitation est considérée en régimes sub- et super-Rayleigh.

Enfin, une analyse spécifique et détaillée des courbes de dispersion est présentée, en tenant compte de l'amortissement et du couplage voie ferrée/sol multicouche. Les résultats sont présentés dans le domaine des nombres d'ondes et dans le domaine fréquentiel. Les résultats montrent que la vitesse critique de la charge peut être inférieure à la vitesse de propagation de l'onde de Rayleigh d'un sol mou, notamment en basses fréquences. L'effet de la voie ferrée sur le comportement à la résonance est également mis en évidence. L'analyse permet de prédire la gamme des fréquences de résonance possibles ou la gamme des vitesses critiques d'excitation, en régimes sub- et super-Rayleigh.

Mots-clés: Charges roulantes, milieu poreux, sol multicouche, voie ferrée, modélisation, transformée de Fourier, théorie de Biot, propagation d'ondes, dispersion, résonance.

Abstract: This research deals with a semi-analytical analysis of ground wave propagation subjected to a moving harmonic load due to rail traffic. The medium is composed of a railway track coupled to a homogenous or layered poroviscoelastic soil.

First, we present a bibliographic summary of work dealing with different approaches involving such problems. A review of results encountered in the literature shows the necessity of complementary studies for Biot's model applied to moving loads problem. The approach is proposed for a three-dimensional model to the track/ground system. The approach allows evaluating semi-analytically wave propagation speed and both solid and fluid displacement phases in wave numbers and spatial domain. A model using a Sheng's model integrating all components of the track (rails, sleepers, pads and ballast) is applied to model the railway track. The poroviscoelastic continuum is represented by a multilayered ground composed of horizontal layers from a less rigid to a more rigid layer. The applied load is rectangular harmonic load.

From the approach, we obtain and analyze results focused on the wave propagation and dispersion phenomena. The study deals with a dynamic surface response of poroviscoelastic homogeneous, one layered and two layered medium. The study shows the existence of a critical layer for both two studied geometries. A viscoelastic case is presented to show the interest of a biphasic model. The influence of beam on the dynamic response is also shown by a comparison with the case without railway track. Speed load is considered in a sub and super-Rayleigh regimes.

Finally, a specific and detailed analysis of the dispersion curves is presented, taking into account dumping and railway track/layered ground. Results are shown in the wavenumber and frequency domain. Results show that the critical load speed can be lower than the Rayleigh wave propagation speed in a soft medium, particularly in low frequencies. The effect of railway track on resonance is also shown. Analysis predicts both frequency resonance and critical load speed ranges in both sub-and super-Rayleigh regimes.

Key words: Moving loads, porous medium, layered ground, railway track, modeling, Fourier transform, Biot's theory, wave propagation, dispersion, resonance.

Remerciements

Ce petit mot s'adresse à toutes les personnes qui ont pu m'aider et conseiller durant ce travail.

Je désire, en tout premier lieu, adresser toute ma reconnaissance à mon directeur de thèse, Monsieur Ali BOUHERAOUA, Professeur à l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, pour m'avoir fait confiance et m'avoir dirigée pendant ces années. Je le remercie pour sa disponibilité et attention apportées à mon égard.

Ce travail a été réalisé grâce à une collaboration entre le laboratoire EMMAH à l'Université d'Avignon et des Pays de Vaucluse (France) et le département de Génie Civil à l'Université de Tizi-Ouzou (Algérie). J'adresse donc un énorme et chaleureux remerciement à ma co-directrice Madame Gaëlle LEFEUVE-MESGOUEZ, Maître de Conférences à l'Université d'Avignon et des Pays de Vaucluse, qui m'a fait partager durant ma formation son immense savoir-faire, culture et passion pour le domaine de la vibration des ondes. Je tiens tout particulièrement à la remercier pour sa patience tout au long de ce travail, ainsi que pour la richesse de ses idées, étayées par ses vastes connaissances dans cette thématique et une rigueur sans faille.

Je souhaiterais adresser un grand merci à Monsieur Arnaud MESGOUEZ, Maître de Conférences à l'Université d'Avignon et des Pays de Vaucluse, pour toutes les confrontations, réflexions et discussions fructueuses au sujet de mon travail. J'ai pu en apprendre énormément au travers de nos nombreux échanges.

Je ne saurais comment remercier Monsieur Abdelkrim LARIBI, Maître de Conférences à l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, qui a été à l'origine de cette thématique. Je tiens à lui exprimer toute ma gratitude pour avoir contribué à réaliser ce travail, en m'initiant à ce domaine de recherche.

Je tiens à remercier également Monsieur Youcef BOUAFIA, Professeur à l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury de soutenance.

Monsieur Ammar NECHNECH, Professeur à l'USTHB d'Alger, a bien voulu accepter de participer à ce jury, en tant qu'examineur, malgré ses nombreuses occupations. Je l'en remercie vivement.

Je tiens sincèrement à exprimer toute ma reconnaissance à Monsieur Ahmed BOUKHALED, Maître de Conférences à l'USTHB d'Alger, pour avoir accompli la lourde tâche d'examiner ce travail.

J'adresse également mes chaleureux et vifs remerciements à Monsieur Saïd DRIZI, Maître de Conférences à l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, pour avoir accepté d'examiner ce manuscrit.

Je voudrais adresser toute ma gratitude à mes parents, en particulier à ma mère, pour m'avoir soutenue, supportée et encouragée pendant ces années de travail. Je tiens également à remercier toute ma famille qui m'a soutenue pendant les périodes difficiles que j'ai traversées.

Mes remerciements vont, bien entendu, aux membres du laboratoire EMMAH de l'Université d'Avignon et des Pays de Vaucluse pour m'avoir accueillie dans leur laboratoire et de m'avoir donné la chance de travailler avec des équipes si riches de qualités scientifiques. Je n'oublie pas de remercier également, toute l'équipe du département de physique de l'Université d'Avignon et des Pays de Vaucluse qui m'a gentiment accueillie au sein de ses locaux, où règne toujours une ambiance de travail très chaleureuse et amicale.

Principales notations

a	demi-largeur de la charge appliquée
a_∞	coefficient de tortuosité
b	demi-longueur de la charge appliquée
c	vitesse de déplacement de l'excitation
c_{P1}	vitesse de déplacement de l'onde $P1$
c_{P2}	vitesse de déplacement de l'onde $P2$
c_S	vitesse de déplacement de l'onde S
c_R	vitesse de déplacement de l'onde R
E	module d'young
i	nombre imaginaire $\sqrt{-1}$
I	moment d'inertie du rail
f	fréquence de l'excitation
f_{app}	fréquence du premier mode d'apparition
f_c	fréquence de la réponse maximale du premier mode
F_B	force exercée par le ballast sur le sol
F_S	force exercée par les traverses sur le ballast
h	épaisseur de la couche
κ	perméabilité absolue
k	perméabilité hydraulique
k_B	raideur du ballast
k_P	raideur du coussinet
K, K_0, K_c, K_s, K_f	modules d'incompressibilité
$[K]$	matrice raideur
k_{P1}	nombre d'onde P_1
k_{P2}	nombre d'onde P_2
k_S	nombre d'onde S
k_R	nombre d'onde R
k_x	nombre d'onde correspondant à la variable x
k_y	nombre d'onde correspondant à la variable y
k_z	nombre d'onde correspondant à la variable z

L_B	demi-largeur du ballast
m	premier coefficient de Biot
m_B	masse linéique du ballast
m_R	masse linéique du rail
m_S	masse linéique des traverses
M_R, M_S, M_P	nombres de Mach correspondant respectivement aux ondes R, S et P
n	nombre de couches horizontales
N	nombre de charges appliquées
onde $P1$	première onde de compression
onde $P2$	seconde onde de compression
onde PI	onde de cisaillement
onde R	onde de Rayleigh
onde S	onde de cisaillement, onde secondaire
onde SH	onde de cisaillement horizontale
onde SV	onde de cisaillement verticale
P	amplitude de l'excitation
p	pression fluide
Q	charge appliquée
$[Q]$	matrice rigidité du massif
Re	partie réelle
t	variable temporelle
$u_{i,j}$	dérivée de la $i^{ème}$ composante de i par rapport à j
u_x, u_y, u_z	composantes du vecteur déplacement solide
U_x, U_y, U_z	composantes du vecteur déplacement fluide
w_x, w_y, w_z	composantes du vecteur déplacement relatif
x_1, x_2, x_3	abscisse, ordonnée, cote dans le repère fixe
x, y, z	abscisse, ordonnée, cote dans le repère mobile
\bar{g}	transformée de Fourier d'une fonction g par rapport aux variables d'espace
\dot{g}	dérivée temporelle de g
$\frac{\partial g}{\partial x}$	dérivée partielle de g par rapport à x
Δ	opérateur laplacien
δ_{ij}	symbole de Kronecker
∇	opérateur divergence

ε_{ij}	composantes du tenseur des déformations
σ_{ij}	composantes du tenseur des contraintes
β	second coefficient de Biot
ω	pulsation
ω_B	déplacement du ballast
ω_R	déplacement du rail
ω_S	déplacement de la semelle
ϕ	porosité
η	facteur d'amortissement
η_B	coefficient d'amortissement du ballast
η_P	coefficient d'amortissement du coussinet
λ_0, μ	coefficients de Lamé
λ_n	longueur d'onde
ν	coefficient de Poisson
θ	dilatation
ρ	densité équivalente
ρ_S	densité du solide
ρ_f	densité du fluide
φ, ψ	potentiels de Helmholtz issus de la décomposition du déplacement solide
φ^r, ψ^r	potentiels de Helmholtz issus de la décomposition du déplacement relatif

Liste des figures

- Figure I.1:** Définitions des axes du repère fixe et du repère mobile.
- Figure I.2:** Modèle d'une charge uniformément répartie sur une ligne infinie, en mouvement sur un massif semi-infini.
- Figure I.3:** Exemples de problèmes de charges roulantes.
- Figure I.4:** Mouvements engendrés par les ondes volumiques.
- Figure I.5:** Mouvement des particules pour l'onde R .
- Figure I.6:** Cône de Mach.
- Figure I.7:** Réflexion et réfraction d'onde P en ondes P et SV .
- Figure I.8:** Réflexion et réfraction d'onde R en ondes P , S et R .
- Figure I.9:** Effet de la tortuosité proprement dit, d'après Coussy.
- Figure I.10:** Modèle de Winkler.
- Figure I.11:** Poutre d'Euler-Bernoulli.
- Figure I.12:** Composants de la voie ferrée selon le modèle de Sheng.
- Figure II.1:** Géométrie du sol multicouche avec voie ferrée.
- Figure III.1:** Partie réelle des déplacements verticaux transformés le long de la ligne $k_x = 0$, massif semi-rigide (A) avec/sans voie ferrée.
- Figure III.2:** Diminution des déplacements du sol en introduisant la poutre.
- Figure III.3:** Géométrie du problème étudié sans voie ferrée.
- Figure III.4:** Epaisseur critique de la couche (A) dans le domaine transformé, vitesse nulle.
- Figure III.5:** Epaisseur critique de la couche (A) dans le domaine réel, vitesse nulle.
- Figure III.6:** Epaisseur critique de la couche (A) dans le domaine transformé.
- Figure III.7:** Epaisseur critique de la couche (A) dans le domaine réel.
- Figure III.8:** Epaisseur critique de la couche (A) avec voie ferrée dans le domaine des nombres d'ondes : $M_R = 0$.
- Figure III.9:** Epaisseur critique de la couche (A) avec voie ferrée dans le domaine réel.
- Figure III.10:** Epaisseur critique de la couche (A) avec voie ferrée, $M_R = 0.5$.
- Figure III.11:** Epaisseur critique de la couche (A) avec voie ferrée, $M_R = 1.5$.
- Figure III.12:** Lignes de niveaux des déplacements verticaux en surface de la couche (A), $c = 0 \text{ m.s}^{-1}$.
- Figure III.13:** Lignes de niveaux des déplacements verticaux en surface de la couche (A),

$$c = 54 \text{ m.s}^{-1}.$$

Figure III.14: Lignes de niveaux des déplacements verticaux en surface de la couche (A),

$$c = 163 \text{ m.s}^{-1}.$$

Figure III.15: Allure des déplacements à la surface d'une couche poroviscoélastique pour une vitesse nulle.

Figure III.16: Allure des déplacements à la surface d'une couche poroviscoélastique,

$$M_R = 0.5.$$

Figure III.17: Allure des déplacements à la surface d'une couche poroviscoélastique,

$$M_R = 1.5.$$

Figure IV.1: Evolution des déplacements maximums en fonction de la vitesse pour différentes porosités, $k = 10^{-9} \text{ m}^3/\text{s/kg}$.

Figure IV.2: Evolution des déplacements maximums en fonction de la vitesse pour différentes porosités, $k = 10^{-7} \text{ m}^3/\text{s/kg}$.

Figure IV.3: Déplacements maximums normalisés en fonction de la vitesse pour différentes perméabilités.

Figure IV.4: Influence du nombre de couches d'un sol sur la réponse dynamique en surface.

Figure IV.5: Effet de la vitesse de la charge sur les déplacements du massif (A) dans le domaine des nombres d'ondes.

Figure IV.6: Effet de la vitesse de la charge sur les déplacements du massif (A) dans le domaine réel.

Figure IV.7: Effet de la rigidité du rail sur la réponse dynamique du massif (A).

Figure IV.8: Effet de la rigidité des semelles sur la réponse dynamique du sol (A).

Figure IV.9: Effet de la masse des traverses sur la réponse du sol.

Figure IV.10: Effet de la masse du ballast sur la déformation du sol.

Figure IV.11: Effet de l'amortissement du ballast sur la déformation verticale du massif.

Figure IV.12: Géométrie du modèle étudié pour un ensemble de charges rectangulaires.

Figure IV.13: Amplitude des déplacements du massif (A) soumis à un train de 2 charges pour différents régimes, avec/sans voie ferrée.

Figure IV.14: Lignes de niveaux pour le massif (A) sous un train de 2 charges, vitesse nulle.

Figure IV.15: Lignes de niveaux du massif (A) sous un train de 2 charges, régime sub-Rayleigh.

Figure IV.12: Lignes de niveaux, demi-espace (A) sous un train de 2 charges, régime super-Rayleigh.

Figure V.1: Maximum de la réponse spectrale unitaire dans le domaine fréquentiel et dans le domaine des nombres d'ondes

Figure V.2: Maximum des déplacements verticaux, en fonction de la fréquence de la charge, cas d'une charge roulante.

Figure V.3: Phénomène de résonance pour les déplacements verticaux le long de la ligne $y = 0$ pour plusieurs fréquences.

Figure V.4: Régime sub-Rayleigh.

Figure V.5: Interprétation des résultats du régime sub-Rayleigh et du phénomène de résonance.

Figure V.6: Régime super-Rayleigh.

Figure V.7: Interprétation des résultats du régime super-Rayleigh et du phénomène de résonance.

Figure V.8: Déplacements maximaux du ballast, en fonction de la vitesse de la charge, pour différentes fréquences, cas avec voie ferrée.

Figure V.9: Déplacements du ballast pour $f_l = 26$ Hz pour différentes vitesses de la charge.

Figure V.10: Influence de la vitesse de la charge.

Figure V.11: Influence de la vitesse.

Figure V.12: Estimation de la gamme des fréquences critiques pour une vitesse spécifique, à partir de la représentation ombrée de la réponse spectrale unitaire.

Figure V.13: Estimation de la gamme des vitesses critiques pour une fréquence spécifique, à partir de la représentation ombrée de la réponse spectrale unitaire.

Résumé :

Ce travail porte sur une analyse semi-analytique des vibrations d'ondes, dans un milieu soumis à une charge roulante due principalement au trafic ferroviaire. Le milieu étudié est composé d'une voie ferrée couplée avec un sol poroviscoélastique homogène ou multicouche.

Dans un premier temps, nous présentons une synthèse bibliographique des travaux portant sur les différentes approches permettant d'appréhender ce type problèmes. Le bilan des résultats rencontrés dans la littérature montre la nécessité de mener une étude complémentaire sur le modèle de Biot lié au problème des charges roulantes.

L'approche est proposée pour une modélisation tridimensionnelle du système voie ferrée/sol. L'approche proposée permet de calculer de manière semi-analytique les vitesses des ondes ainsi que les déplacements de chaque phase, solide ou fluide, en tout point du massif dans le domaine des nombres d'ondes et dans le domaine spatial. Un modèle utilisant une poutre de Sheng et al. intégrant tous les composants de la voie ferrée (rails, semelles, traverses, ballast) est appliqué pour représenter la voie ferrée. Le milieu poroviscoélastique est représenté par un sol multicouche constitué de couches horizontales allant de la moins rigide à la plus rigide, en profondeur. La sollicitation appliquée est une charge harmonique de dimensions rectangulaires.

A partir de l'approche ainsi développée, nous obtenons et analysons un certain nombre de résultats, axant plus particulièrement notre étude sur les phénomènes de propagation d'ondes et de dispersion. Nous étudions la réponse dynamique à la surface d'un sol poroviscoélastique homogène, monocouche et bicouches. L'étude montre l'existence d'une couche critique, pour les deux géométries étudiées. Le cas d'un sol viscoélastique est également abordé et montre, de ce fait, la pertinence d'une modélisation biphasique dans le sol. L'influence de la poutre sur la réponse dynamique du milieu est également mise en avant, par une comparaison avec le cas sans voie. La vitesse de l'excitation est considérée en régimes sub- et super-Rayleigh.

Enfin, une analyse spécifique et détaillée des courbes de dispersion est présentée, en tenant compte de l'amortissement et du couplage voie ferrée/sol multicouche. Les résultats sont présentés dans le domaine des nombres d'ondes et dans le domaine fréquentiel. Les résultats montrent que la vitesse critique de la charge peut être inférieure à la vitesse de propagation de l'onde de Rayleigh d'un sol mou, notamment en basses fréquences. L'effet de la voie ferrée sur le comportement à la résonance est également mis en évidence. L'analyse permet de prédire la gamme des fréquences de résonance possibles ou la gamme des vitesses critiques d'excitation, en régimes sub- et super-Rayleigh.

Mots-clés: Charges roulantes, milieu poreux, sol multicouche, voie ferrée, modélisation, transformée de Fourier, théorie de Biot, propagation d'ondes, dispersion, résonance.

Table des matières

I	Bibliographie	3
I.1	Introduction	3
I.2	Modèles de la charge	4
I.3	Modèles de sols	6
I.3.1	Modèles (visco)élastiques	6
I.3.1.1	Les ondes volumiques P et S	7
I.3.1.2	L'onde superficielle de Rayleigh	8
I.3.1.3	Amortissement	8
I.3.1.4	Terminologie	10
I.3.1.5	Massif multicouche	11
I.3.2	Modèles poroélastiques	12
I.3.2.1	Présentation du modèle de Biot	13
I.3.2.2	Equations d'ondes du problème	16
I.3.2.3	Résultats sur les charges roulantes en milieux poreux	18
I.4	Modèles de la voie ferrée	19
I.4.1	Modèle simple	19
I.4.2	Modèle complexe	22
I.4.3	Résultats sur les modèles incluant la voie ferrée	24
I.4.3.1	Milieu viscoélastique	24
I.4.3.2	Milieu poreux	25
I.5	Le couplage entre la voie ferrée et le sol	26
I.6	Types de résolution	27
I.7	Conclusion	29
II	Approche semi-analytique du modèle tridimensionnel	30
II.1	Introduction	30
II.2	Approche théorique du milieu poreux	30
II.2.1	Résolution du système	31

II.2.1.1	Régime harmonique et transformée de Fourier	31
II.2.1.2	Résolution du système relatif aux ondes de compression	32
II.2.1.3	Résolution du système relatif aux ondes de cisaillement	32
II.2.1.4	Conditions d'interface	33
II.2.2	Equations de la poutre	33
II.2.3	Résolution matricielle	37
II.3	Conclusion	40
III	Epaisseur critique d'une couche	41
III.1	Introduction	41
III.2	Paramètres mécaniques	41
III.3	Résultats pour un massif semi-infini	42
III.3.1	Analyse dans le domaine des nombres d'ondes	42
III.3.2	Résultats dans le domaine spatial	44
III.4	Cas d'une charge directement appliquée au sol	44
III.4.1	Notion d'épaisseur critique	45
III.4.1.1	Visualisation de l'épaisseur critique pour $M_R = 0$	46
III.4.1.2	Evolution de l'épaisseur critique pour $M_R \neq 0$	49
III.5	Cas du sol couplé avec la poutre complète	50
III.5.1	Epaisseur critique	51
III.5.1.1	Cas d'une vitesse nulle	51
III.5.1.2	Régime sub-Rayleigh	53
III.5.1.3	Régime super-Rayleigh	53
III.5.2	Analyse des résultats dans le domaine (x, y)	54
III.5.2.1	Lignes de niveaux	54
III.5.2.2	Visualisation des déplacements $3D$	56
III.6	Conclusion	59
IV	Influence du sol et de la voie ferrée sur la réponse	60
IV.1	Introduction	60
IV.2	Etude paramétrique	60
IV.2.1	Influence des caractéristiques du sol	60
IV.2.1.1	Influence de la porosité	61
IV.2.1.2	Influence de la perméabilité	62
IV.2.1.3	Influence de l'hétérogénéité du sol	64
IV.2.2	Influence de la vitesse d'excitation	64

IV.2.3	Influence des caractéristiques de la voie	67
IV.2.3.1	Effet de la rigidité du rail	67
IV.2.3.2	Effet du type de semelle	68
IV.2.3.3	Effet des traverses	68
IV.2.3.4	Effet de la nature du ballast	69
IV.3	Train de $2N$ charges	70
IV.3.1	Résultats dans le domaine spatial	71
IV.3.2	Lignes de niveaux	72
IV.4	Conclusion	76
V	Dispersion	77
V.1	Introduction	77
V.2	Caractéristiques du sol et de la voie ferrée	77
V.3	Courbes de dispersion	77
V.3.1	Influence de la fréquence, cas d'une charge fixe	79
V.3.2	Influence de la fréquence, cas d'une charge mobile	82
V.3.2.1	Régime sub-Rayleigh	82
V.3.2.2	Régime super-Rayleigh	85
V.3.3	Influence de la vitesse pour une fréquence spécifique	88
V.3.3.1	Fréquence égale à 26 Hz	88
V.3.3.2	Fréquence inférieure à 26 Hz	89
V.3.3.3	Fréquence supérieure à 26 Hz	92
V.4	Conclusions préliminaires	92
V.5	Application à une autre couche	93
V.6	Conclusion	97
Bibliographie		101

Introduction Générale

L'étude dynamique des sols soumis à des charges en mouvement, principalement de type trafic ferroviaire, est très importante dans la conception des voies ferrées. En effet, l'étude en question peut être d'une grande utilité pour les ingénieurs dans leurs calculs pour prévoir la détérioration des voies ferrées, sous l'effet des charges dues au passage des trains.

Plusieurs auteurs se sont penchés sur le calcul et la modélisation des voies ferrées, pour mieux appréhender le problème des vibrations engendrées et en atténuer ainsi les nuisances environnementales. Ce problème devient de plus en plus important, de par l'évolution incessante des vitesses, notamment de la circulation ferroviaire. Par ailleurs, la problématique des vibrations ferroviaires s'atténue lorsqu'on essaie de déterminer les origines et de les atténuer. Selon une idée adoptée par une majorité de travaux de recherches, ce problème peut se décomposer en quatre parties distinctes :

- La dynamique du système véhicule/voie.
- La propagation d'ondes dans les sols.
- La réponse des bâtiments aux vibrations du sol.
- La réponse des personnes aux alentours de la région concernée.

Les travaux présentés dans cette thèse portent sur l'étude du deuxième point. Précisons que l'approche proposée s'inscrit dans la continuité des travaux déjà réalisés à l'Unité Mixte de Recherche **E.M.M.A.H** de l'Université d'Avignon et des Pays de Vaucluse (France).

Face à des résultats expérimentaux, il est difficile de mettre en avant les causes intervenant dans la gêne vibratoire. De plus, les mesures sur site restent longues, fastidieuses et coûteuses, sans apporter de réelle solution au problème. L'approche par simulation semble donc un moyen pertinent pour évaluer la réponse dynamique des sols, face à ce type de charges.

Le but de cette thèse est d'élaborer un modèle prédictif des mouvements vibratoires, en tenant compte à la fois de la source d'excitation, de la voie ferrée et du sol d'assise. La modélisation à adopter pour chaque partie reste donc un point essentiel et déterminant, afin de mieux simuler le

comportement réel du système couplé. La prise en compte d'une modélisation du sol sous forme d'un milieu poreux continu biphasique est aussi l'un des points importants du travail présenté.

Ainsi, ce manuscrit se divise en cinq parties :

- La première partie est consacrée à l'analyse bibliographique. Nous commençons par présenter un certain nombre de généralités sur la propagation d'ondes dans un milieu viscoélastique. Nous détaillons ensuite l'approche du milieu continu biphasique correspondant à la théorie générale de Biot. Par la suite, nous présentons un bilan des résultats obtenus pour les charges roulantes en milieux poreux ainsi que les modèles de la voie ferrée. Enfin, nous présentons une synthèse des différentes méthodes de résolution : analytiques, semi-analytiques et numériques.
- La seconde partie présente une approche semi-analytique basée sur une formulation matricielle du milieu poroviscoélastique couplé avec une poutre complète intégrant tous les composants de la voie ferrée. L'étude du problème dynamique se fait dans le cadre d'un régime harmonique.
- La troisième partie porte sur une première série de résultats numériques, en appliquant le modèle tridimensionnel à différentes géométries. Les résultats sont présentés dans le domaine spatial et dans le domaine des nombres d'ondes. L'analyse des différentes ondes ainsi générées est décrite, d'une part et les vitesses de propagation des différentes ondes sont déterminées, d'autre part.
- La quatrième partie regroupe une deuxième série de résultats, dans le cadre d'une étude paramétrique mettant en évidence l'influence du sol poreux, des caractéristiques de la charge et des constituants de la voie ferrée sur la réponse dynamique du sol.
- Dans la dernière partie, une analyse spécifique et détaillée des courbes de dispersion est présentée, en tenant compte de l'amortissement et du couplage voie ferrée/sol multicouche. Les résultats sont présentés dans le domaine des nombres d'ondes et dans le domaine fréquentiel. Une analyse alternative des courbes de dispersion permet d'étudier l'existence des phénomènes de résonance et de les appréhender.

Ces travaux sont le fruit d'une collaboration entre l'Unité Mixte de Recherche Environnement Méditerranéen et Modélisation des Agro-Hydrosystèmes de l'Université d'Avignon et des Pays de Vaucluse (Gaëlle Lefeuvre-Mesgouez, Arnaud Mesgouez) et l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, dans le cadre d'une formation **PROFAS** du Ministère Algérien de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique.

Chapitre I

Bibliographie

I.1 Introduction

Dans cette partie, nous tentons de faire une synthèse des travaux de recherches effectués, jusqu'à présent, sur le comportement dynamique des voies ferrées sous charges roulantes. Pour mieux simuler l'interaction sol-structure, on présente différents modèles de sols et de voies ferrées existant dans la littérature. A cet effet, différentes approches analytiques et numériques portant sur la propagation d'ondes dans le sol sous charges roulantes, sont abordées.

Comme nous le verrons dans ce chapitre, la voie ferrée peut être modélisée par une poutre, ou par la couche supérieure d'un sol multicouche. La fondation est représentée par un système composé de ressorts élastiques et d'amortissements, comme elle peut-être représentée par un demi-espace homogène ou multicouche. Les charges appliquées peuvent être isolées ou représentées par un train de charges, elles peuvent être concentrées ou réparties, de vitesse constante ou variable. Le comportement de la voie ferrée peut être élastique ou viscoélastique et celui du sol élastique, viscoélastique ou encore, poroélastique.

Nous dressons ensuite un bilan des méthodes permettant de résoudre un problème de propagation d'ondes dans un sol soumis à des charges roulantes. L'analyse est effectuée par des méthodes analytiques, des méthodes semi-analytiques basées sur une résolution analytique prolongée par un traitement numérique ou encore, des méthodes purement numériques. Le problème peut être résolu dans des conditions de déformations planes ou tridimensionnelles. Cette analyse permet d'illustrer la problématique et de mettre en avant l'effet dynamique des charges en mouvement sur le sol et l'apport des résultats sur la conception des voies ferrées.

I.2 Modèles de la charge

La modélisation de la charge appliquée reste un point important dans l'étude du comportement dynamique des sols de par l'intensité et la diversité du trafic ferroviaire. Les modèles les plus simples concernent par exemple des charges ponctuelles ou linéaires et permettent d'appréhender et de mieux comprendre les phénomènes physiques mis en jeu. Nous définissons une "charge roulante" comme une charge en mouvement ; cette charge peut modéliser par exemple une voiture ou par un train. Nous considérerons de manière générale le repère fixe (O, x_1, x_2, x_3) et le repère mobile (P, x, y, z) où P est le point d'application de la charge et $x = x_1 - ct$, $y = x_2$, $z = x_3$, figure I.1.

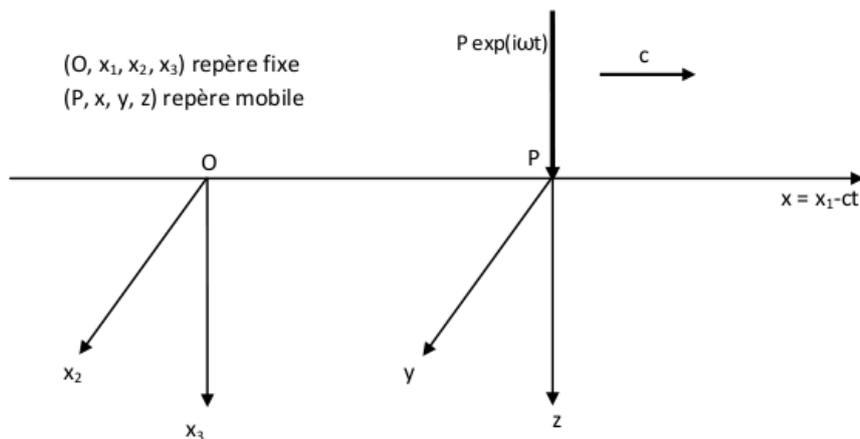


FIGURE I.1 – Définitions des axes du repère fixe et du repère mobile.

Nous tiendrons compte de différents régimes de vitesses, en nous positionnant par rapport à la vitesse de Rayleigh, nous utiliserons alors la terminologie suivante :

- Pour une vitesse inférieure à la vitesse de Rayleigh, nous dirons que le régime est "sub-Rayleigh" et la vitesse sera considérée comme "faible".
- Pour une vitesse supérieure à la vitesse de Rayleigh, nous dirons que le régime est "super-Rayleigh" et la vitesse sera considérée comme "élevée" ; nous dirons que c est une grande vitesse.

Dans le cas des charges roulantes, le problème pourra être bidimensionnel (cas par exemple d'une charge linéaire infinie), ou tridimensionnel (cas d'une charge ponctuelle). L'amplitude de la charge pourra être harmonique ou constante. Les premiers travaux portant sur le problème des charges roulantes ont été initiés par Sneddon [SNE52] qui a étudié un problème bidimensionnel d'une charge répartie sur une ligne infinie se déplaçant à vitesse constante en surface d'un massif semi-infini, figure I.2).

Par la suite, Cole et Hugh [COL58] considèrent le même type de problème abordé par Sneddon. Les auteurs obtiennent les expressions analytiques des déplacements engendrés par une ligne infinie d'amplitude constante en mouvement. Dans cette étude, la forme de la solution dépend de la vitesse de la charge par rapport à la vitesse de l'onde du milieu. Les travaux présentés par Eason et al. [EAS56] se restreignent au cas d'un demi-espace soumis à une charge ponctuelle roulant à faibles vitesses.

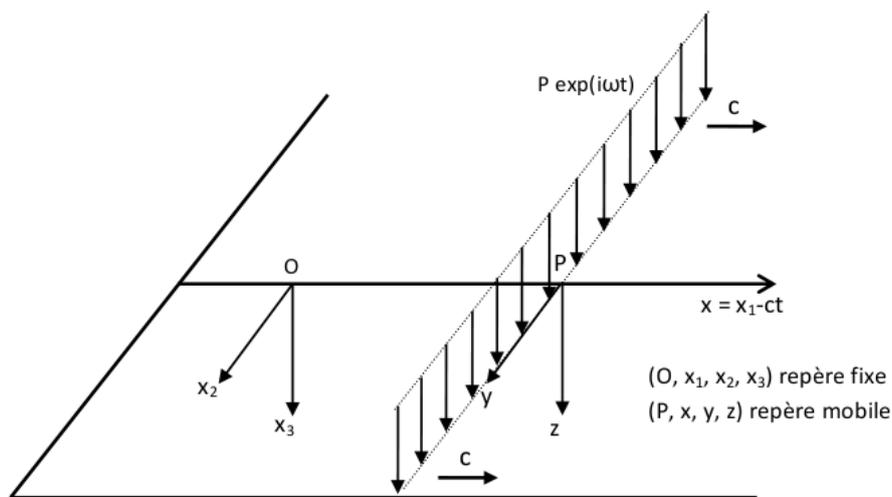


FIGURE I.2 – Modèle d'une charge uniformément répartie sur une ligne infinie, en mouvement sur un massif semi-infini.

Le premier problème considéré par Alabi est celui d'une charge roulante ponctuelle verticale de vitesse constante agissant en surface d'un massif semi-infini élastique [ALA88], cf. figure I.3 (a). Par la suite, l'auteur étend cette méthode à la prise en compte d'un ensemble de N wagons symbolisés par des charges ponctuelles [ALA89], figure I.3 (c) et aussi au cas d'une force ponctuelle oblique en mouvement [ALA92], cf. figure I.3 (b). Le problème envisagé par Jones et al. [JON98] est celui d'une charge verticale harmonique rectangulaire appliquée sur un massif semi-infini, figure I.3 (d). Dans tous ces cas, les auteurs se placent en régime sub-Rayleigh. Dans leurs travaux, Hung et Yang [HUN01] comparent le comportement dynamique d'un demi-espace viscoélastique sous différents types de charges roulant à vitesse constante (concentrées, uniformément distribuées ou un train de charges). Les auteurs montrent l'existence d'une vitesse critique correspondant à la vitesse de l'onde R .

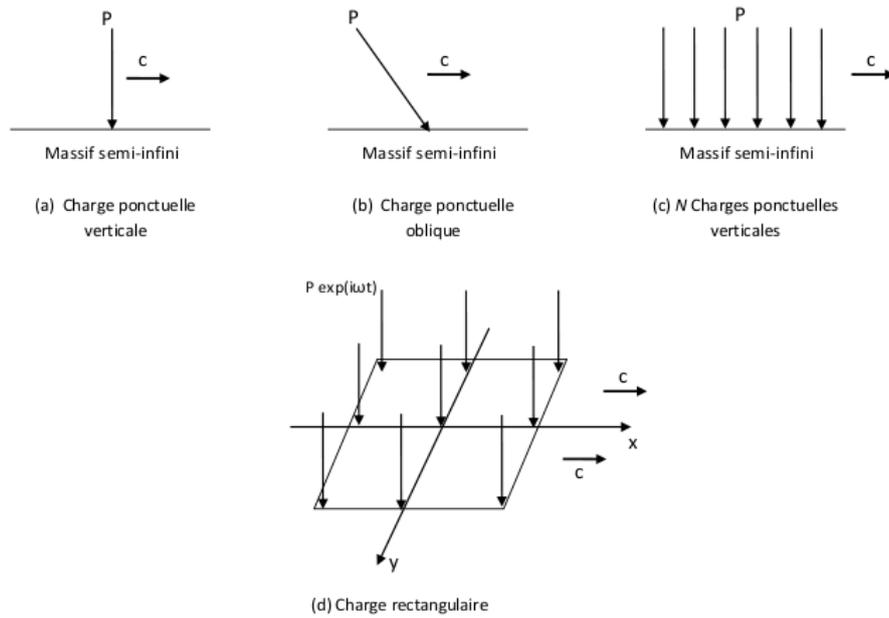


FIGURE I.3 – Exemples de problèmes de charges roulantes.

I.3 Modèles de sols

I.3.1 Modèles (visco)élastiques

Les problèmes de propagation des ondes dans le sol sont caractérisés par de petites déformations. Dans cette gamme d'amplitude de déformations, le sol peut être considéré comme un milieu élastique linéaire et isotrope. L'équation élastodynamique de Navier s'écrit alors

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = (\lambda + \mu) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + \mu \Delta \mathbf{u} + \mathbf{f} \quad (\text{I.1})$$

où \mathbf{u} est le déplacement solide et \mathbf{f} les forces volumiques. $(\ddot{\quad})$ est la dérivée temporelle double. Δ et $\nabla \cdot$ représentent l'opérateur laplacien et l'opérateur divergence, respectivement. ρ est la masse volumique, λ et μ sont les coefficients de Lamé.

A ce stade du développement, les forces volumiques \mathbf{f} ne sont plus prises en compte. Les efforts volumiques se limitent aux forces gravitationnelles qui n'interviennent pas dans la dynamique des sols.

I.3.1.1 Les ondes volumiques P et S

Il est classique d'utiliser la décomposition d'Helmholtz du vecteur déplacement qui s'exprime comme la somme du gradient d'un potentiel scalaire φ et du rotationnel d'un potentiel vectoriel Ψ

$$\mathbf{u} = \nabla \cdot \varphi + \nabla \times \Psi \quad (\text{I.2})$$

L'équation (I.2) est satisfaite si les potentiels φ et Ψ vérifient les équations

$$\Delta \varphi - \frac{1}{c_P^2} \ddot{\varphi} = 0 \quad (\text{I.3})$$

et

$$\Delta(\Psi) - \frac{1}{c_S^2} \ddot{\Psi} = 0 \quad (\text{I.4})$$

Les équations (I.3) et (I.4) sont des équations d'onde. La solution de l'équation (I.3), notée P est appelée **onde primaire** ou **onde de compression**, ou encore **onde de dilatation**. Elle entraîne une déformation volumique longitudinale, c'est-à-dire dans le sens de la propagation de l'onde, figure I.4 (a).

L'**onde secondaire** ou **onde de cisaillement**, encore appelée **onde de distorsion** et notée S répond à l'équation (I.4). La déformation générée est transversale, elle a lieu perpendiculairement à la direction de propagation, figure I.4 (b).

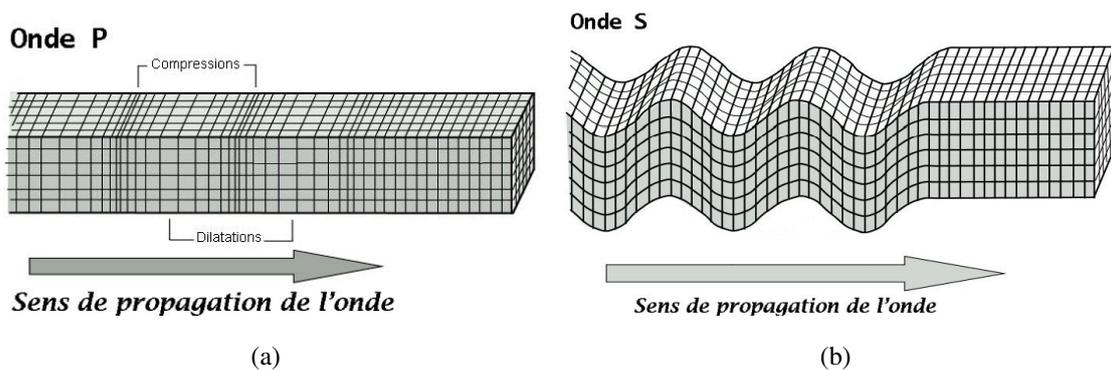


FIGURE I.4 – Mouvements engendrés par les ondes volumiques : (a) Onde P , (b) Onde S .

Les vitesses de propagation c_P et c_S s'expriment en fonction des caractéristiques du milieu dans lequel les ondes se propagent

$$c_P = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{E(1 - \nu)}{\rho(1 + \nu)(1 - 2\nu)}} \quad (\text{I.5})$$

et

$$c_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}} \quad (\text{I.6})$$

où E et ν le module d'Young et le coefficient de Poisson du milieu considéré, respectivement.

Pour un régime harmonique de fréquence $f = \omega/2\pi$ (ω : pulsation), on définit également :

- La longueur d'onde : $\lambda_n = \frac{c_n}{f}$,
- Le nombre d'onde : $k_n = \frac{2\pi}{\lambda_n} = \frac{\omega}{c_n}$; $n \equiv P$ ou S .

I.3.1.2 L'onde superficielle de Rayleigh

En présence d'une surface libre pour un massif, il apparaît un autre type d'onde, dite onde superficielle ou onde de surface. Elle porte communément le nom d'onde de Rayleigh et est notée onde **R**. Elle résulte d'interférences entre les composantes verticales des ondes **P** et **S**, figure I.5.

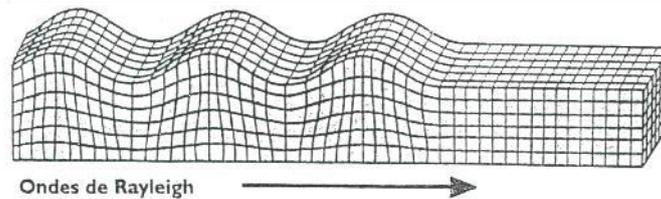


FIGURE I.5 – Mouvement des particules pour l'onde R .

Notons que la vitesse de l'onde **R** est légèrement plus faible que la vitesse de cisaillement. Ceci peut s'expliquer par l'absence de matière au dessus de la surface libre, ce qui équivaut à diminuer les constantes de rigidité. La longueur d'onde λ_R et le nombre d'onde k_R sont définis comme pour les ondes volumiques. L'onde **R** est moins rapide que l'onde de cisaillement, mais son amplitude est généralement plus forte et elle concentre le maximum d'énergie. Sa vitesse c_R peut être approchée par l'expression

$$c_R \simeq \frac{0.87 + 1.12\nu}{1 + \nu} c_S \quad (\text{I.7})$$

I.3.1.3 Amortissement

Dans un sol à comportement élastique pur, le seul facteur de décroissance des amplitudes des ondes se propageant est la distance. Cette décroissance est dite géométrique. Expérimentalement, il a été

observé que la décroissance était plus rapide que celle prévue par la décroissance géométrique. Pour cette raison, des travaux de recherche ont été menés dans le but d'introduire la notion d'amortissement interne du sol que nous présentons dans cette section.

Amortissement viscoélastique de Kelvin-Voigt

L'amortissement viscoélastique de Kelvin-Voigt est introduit dans le cas de l'oscillateur simple, avec le système "ressort-amortisseur" en parallèle, pour lequel l'équation du mouvement s'écrit comme suit

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + Ku(t) = P(t) \quad (\text{I.8})$$

où M , C et K représentent respectivement les termes de masse, d'amortissement et de raideur liés au mouvement défini par le paramètre $u(t)$. Pour une excitation harmonique $|P|e^{i\omega t}$ et une réponse harmonique $ue^{i\omega t} = |u|e^{i(\omega t - \varphi)}$, il vient alors

$$\left[K \left(1 + i \frac{C\omega}{K} \right) - M\omega^2 \right] |u|e^{-i\varphi} = |P| \quad (\text{I.9})$$

Tout se passe comme si la raideur du ressort K du système non amorti était remplacée par une raideur complexe $K^* = K(1 + i\omega C/K)$ pour le système amorti. Le terme d'amortissement fait apparaître des dérivées premières temporelles. Par analogie, pour le sol supposé viscoélastique, dans les équations (I.3) et (I.4), les grandeurs c_P et c_S sont à remplacer par des grandeurs complexes. Ceci s'obtient si l'on introduit des dérivées premières dans la loi de comportement contrainte-déformation

$$\sigma_{ij} = \left(\lambda + \lambda' \frac{\partial}{\partial t} \right) \delta_{ij} \nabla \cdot u + \left(\mu + \mu' \frac{\partial}{\partial t} \right) (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (\text{I.10})$$

Dans le cas d'un régime harmonique permanent, cela revient à introduire par rapport au cas élastique pur des coefficients de Lamé et un module d'Young complexes

$$\lambda^* = \lambda(1 + i\beta\omega), \quad \mu^* = \mu(1 + i\beta\omega), \quad E^* = E(1 + i\beta\omega) \quad (\text{I.11})$$

Le terme d'amortissement représenté par la partie imaginaire dépend donc, dans ce cas, de la pulsation ω . L'hypothèse de viscoélasticité de type Kelvin-Voigt permet d'expliquer l'affaiblissement plus rapide des vibrations de fréquence élevée, ce qui s'observe expérimentalement pour certains types de solides.

Amortissement hystérétique

Usuellement, la loi d'amortissement retenue pour les sols est de type hystérétique. Elle est indépendante de la fréquence et les coefficients de Lamé ainsi que le module d'Young s'écrivent

$$\lambda^* = \lambda(1 + i\eta), \mu^* = \mu(1 + i\eta), E^* = E(1 + i\eta) \quad (\text{I.12})$$

I.3.1.4 Terminologie

Nous introduirons la notion de “nombres de Mach” relatifs à chaque onde et définis comme étant le rapport de la vitesse de déplacement de la charge et la vitesse de l'onde considérée, soit : $M_R = c/c_R$, $M_S = c/c_S$, $M_P = c/c_P$.

Nous définissons également le “cône de Mach” dans lequel les ondes engendrées sont principalement concentrées. Son angle d'ouverture est donné par la relation $\phi = \arcsin(c_R/c)$, cf. figure I.6.

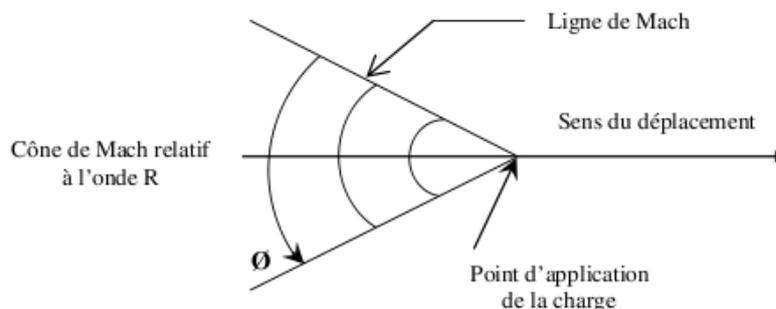


FIGURE I.6 – Cône de Mach

Cole et Hugh [COL58] introduisent le nombre de Mach et considèrent plusieurs régimes de déplacement de la charge définis comme suit :

- si la vitesse de la charge est inférieure à celle de l'onde secondaire, le régime est “subsonique”.
- si la vitesse de la charge est comprise entre la vitesse de l'onde secondaire et la vitesse de l'onde primaire, le régime est “transonique”.
- si la vitesse de la charge est supérieure à celle de l'onde primaire, le régime est “supersonique”.

Cette idée est ensuite reprise par Frýba [FRY99] qui a présenté les solutions du problème dans les trois cas subsonique, transonique et supersonique sous une forme intégrale.

Par analogie, en nous positionnant par rapport à la vitesse de Rayleigh, nous utiliserons la terminologie suivante :

- Pour une vitesse inférieure à la vitesse de Rayleigh, nous dirons que le régime est “sub-Rayleigh” et la vitesse sera considérée comme “faible”.

- Pour une vitesse supérieure à la vitesse de Rayleigh, nous dirons que le régime est “super-Rayleigh” et la vitesse sera considérée comme “élevée” ; nous dirons que c’est une grande vitesse.

- Dans le cas d’un sol homogène isotrope, nous utiliserons la notion de milieu ou de massif semi-infini.

I.3.1.5 Massif multicouche

En réalité, le sol ne peut pas être modélisé par un massif semi-infini. En effet, il est constitué de plusieurs couches horizontales aux interfaces desquelles les ondes se réfractent pour une part, et se réfléchissent pour l’autre part. On parle alors de milieu stratifié ou multicouche. La réponse dynamique d’un domaine à plusieurs couches devient alors beaucoup plus difficile à déterminer. Le mouvement dans une couche est une superposition des ondes réfléchies et réfractées qui viennent des interfaces de discontinuité. En outre, des ondes de surface apparaissent aussi à chaque interface. Le cas le plus simple correspondant à deux demi-espaces en contact. Ainsi, à la rencontre de l’interface, une onde P donne lieu à deux ondes P et SV réfléchies et deux autres ondes P et SV réfractées, cf. figure I.7). Une onde SV donne également naissance à des ondes P et SV réfléchies et réfractées ; une onde SH n’engendre que des ondes SH réfractée et réfléchie. Les diverses ondes suivent les lois classiques de la réflexion et de la réfraction.

Les ondes R n’existant qu’au voisinage de la surface libre, le seul cas intéressant est celui d’une discontinuité inclinée par rapport à la surface libre. Une onde de Rayleigh incidente donne alors naissance à des ondes de volumes et de Rayleigh réfractées et réfléchies et à des ondes de surface à l’interface, figure I.8.

Le cas d’un massif multicouche à couches horizontales est très intéressant car il peut se traiter de manière analytique. Ainsi, malgré la complexité des phénomènes intervenant, le problème peut être abordé d’un point de vue théorique, dans le cas où les couches sont horizontales et d’épaisseur constante. Dans ce cas, on utilise des approches matricielles du type méthode de matrice de raideur exacte ou méthode de matrices de transmission et réflexion, De Barros et Luco [DEB94], [DEB95].

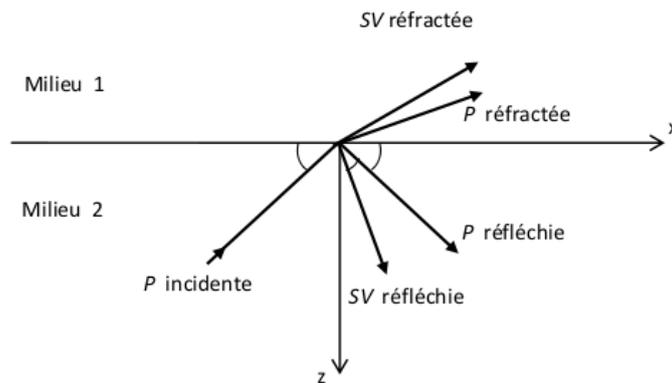


FIGURE I.7 – Réflexion et réfraction d'onde P en ondes P et SV .

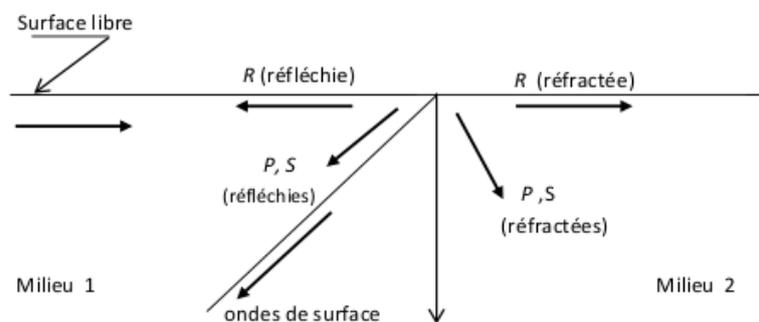


FIGURE I.8 – Réflexion et réfraction d'onde R , en ondes P , S et R .

Ce modèle est appliqué par la suite, par Jones et Petyt [JON93a] pour des charges rectangulaires sur des massifs multicouches ou semi-infinis, [JON93b].

I.3.2 Modèles poroélastiques

Jusqu'à présent, nous avons considéré que le comportement du sol est élastique ne tenant compte que d'une phase solide. Cependant, la présence quasi-permanente de l'eau dans le sol a mené plusieurs études à considérer le système couplé solide/fluide, Auriault et al. [AUR85], Coussy et al. [COU98], Terada et al. [TER98]. De Josselin De Jong [DEJ56] est l'un des premiers auteurs à considérer le comportement dynamique du sol comme un milieu bi-phasique, en supposant un comportement

parfaitement élastique pour le solide et l'eau et un comportement de Darcy, dans l'interaction des deux milieux. Pour simplifier les équations principales, Van der Kogel [VAN77] a supposé que les particules solides du sol sont incompressibles. Biot [BIO61] a traité la théorie bi-phasique de la dynamique en termes de contraintes partielles, en incluant l'anisotropie du milieu, la viscoélasticité et la dissipation interne du milieu solide. Dans le cas des charges en mouvement, la présence de l'eau peut affecter, d'une manière significative, la propagation des ondes induites.

En effet, Theodorakopoulos [THE03] a montré que dans le cas des sols mous, les modèles ignorant le couplage entre le fluide et le solide pouvaient conduire à des erreurs, principalement pour des vitesses élevées. L'importance de l'interaction entre les deux phases est maintenant prise en compte dans l'étude dynamique des milieux.

I.3.2.1 Présentation du modèle de Biot

Le modèle poroélastique saturé est représenté par le squelette solide et le fluide s'écoulant à travers les pores. Le modèle poroélastique le plus utilisé est celui de Biot. L'écoulement du fluide est d'abord supposé suivre un modèle de Poiseuille [BIO56a] à faible fréquence. L'approche énergétique conduit à la mise en évidence de deux ondes de compression et d'une onde de cisaillement. La première onde de compression P_1 , dite "rapide" est peu atténuée alors que la seconde onde P_2 , dite "lente" est fortement atténuée. Le cas des hautes fréquences est aussi abordé par l'auteur [BIO56b] où l'écoulement de type Poiseuille est mis en défaut. L'auteur introduit un terme correctif à cet écoulement sous la forme d'un facteur structurel représentant les effets de la viscosité et de la forme des pores. Son effet sur les trois ondes est alors discuté. Dans un autre article [BIO56c], l'auteur généralise l'étude de la propagation des ondes dans un milieu poreux au cas squelette solide anisotrope et viscoélastique.

Dans la mesure où nous utiliserons ce modèle dans le chapitre présentant les résultats, nous le présentons ici de manière plus détaillée. Tout comme dans le cas du sol élastique, les différents termes de déformations et de vitesse sont formulés dans le cadre des petites perturbations, aussi bien pour la phase solide que pour la phase fluide. Le milieu est isotrope et le fluide incompressible saturé totalement le milieu. Il n'y a pas d'échange de chaleur.

Lois de comportement

Les deux lois de comportement se présentent alors sous la forme

– Première loi de comportement

$$\sigma_{ij} = \lambda_0 \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} - \beta p \delta_{ij} \quad (\text{I.13})$$

– Seconde loi de comportement

$$-\phi(U_{i,i} - u_{i,i}) = \lambda_0 u_{i,i} + \frac{1}{M} p \quad (\text{I.14})$$

où δ_{ij} est le symbole de Kronecker. M et β représentent le premier et le second coefficient de Biot, respectivement. μ est le module de cisaillement du milieu poreux ou premier coefficient de Lamé, il n'est fonction que de la phase solide du milieu, la phase fluide ne prenant pas les efforts de cisaillement. λ_0 est le second coefficient de Lamé du milieu poreux. L'indice 0 caractérise un milieu ouvert ou drainé. Notons qu'un système ouvert ou drainé est un milieu poreux dans lequel la pression fluide reste indépendante de la sollicitation et dans lequel le fluide en excès a eu le temps de s'échapper.

σ_{ij} représentent les composantes du tenseur des contraintes globales du milieu poreux. La porosité est notée ϕ . Les termes u_i et U_i correspondent aux composantes du déplacement de la phase solide et de la phase fluide, successivement; ce qui se traduit ici pour les composantes du tenseur des déformations du squelette par

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (\text{I.15})$$

La répartition des contraintes étant hydrostatique, la contrainte moyenne fluide s'exprime sous la forme

$$\sigma_{ij}^f = -\phi p \delta_{ij} \quad (\text{I.16})$$

Le signe négatif traduit le fait que la pression fluide p positive génère une contrainte par convention négative. La déformation volumique de la phase fluide est représentée par sa dilatation, ou teneur en fluide définie par

$$\theta = U_{i,i} \quad (\text{I.17})$$

Equations du mouvement

En l'absence de forces volumiques, les équations du mouvement s'écrivent comme suit

– Equation du mouvement global

$$\sigma_{ij,j} = (1 - \phi)\rho_s \ddot{u}_i + \phi\rho_f \ddot{U}_i \quad (\text{I.18})$$

– Equation du mouvement caractérisant l'écoulement de la phase fluide, loi de Darcy généralisée

$$p_{,i} = -\frac{\phi}{k}(\dot{U}_i - \dot{u}_i) + \rho_f(a - 1)\ddot{u}_i - a\rho_f \ddot{U}_i \quad (\text{I.19})$$

ρ_s et ρ_f représentent les masses volumiques respectives du grain solide et du fluide. k est la perméabilité hydraulique du milieu. Elle se définit par

$$k = \frac{\kappa}{\mu_v} \quad (I.20)$$

où κ est la perméabilité absolue du milieu (en m^2 ou usuellement en Darcy avec $1D = 10^{-12} m^2$) et μ_v est la viscosité dynamique du fluide (en $Pa.s$). k est donc un terme de couplage visqueux traduisant la dissipation énergétique due au mouvement relatif fluide-matrice. La loi de Darcy classique se retrouve dans le cas de l'écoulement permanent sans termes d'inertie ni de tortuosité : $\ddot{u} = \ddot{U}$, $a = 0$.

a est la tortuosité du milieu poreux. Elle traduit le caractère tortueux microscopique (sinuosité géométrique) du chemin où a lieu l'écoulement du fluide. Elle est donc fonction de la porosité et de la forme des canaux connectés, figure I.9. Notons que a est un nombre adimensionnel, c'est un terme de couplage massique ou inertiel. Il apparaît donc comme un ajout de masse sur la phase solide et sur la phase fluide.

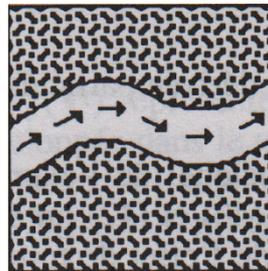


FIGURE I.9 – Effet de la tortuosité proprement dit, d'après Coussy [COU91].

Relations entre les coefficients du modèle de Biot

Soient K_0 , K_c , K_s et K_f respectivement les modules d'incompressibilité du milieu poreux drainé, du milieu fermé, des grains solides de la matrice constituant le squelette solide et de la phase fluide.

Les deux coefficients de Biot s'expriment en fonction des modules d'incompressibilité et de la porosité sous la forme suivante, Bourbié et al. [BOU86]

$$\beta = 1 - \frac{K_0}{K_s} \quad (I.21)$$

et

$$\frac{1}{M} = \frac{\beta - \phi}{K_s} + \frac{\phi}{K_f} \quad (I.22)$$

La relation entre le module d'incompressibilité et les paramètres de Lamé est donnée par : $K = \lambda + \frac{2}{3}\mu$. Le système fermé est relié au système drainé par la relation : $K_0 = K_c - \beta^2 M$.

I.3.2.2 Equations d'ondes du problème

Nous reprenons les équations de Biot présentées dans la section précédente, dans lesquelles nous introduisons deux décompositions de Helmholtz : cette technique présente l'avantage de séparer les ondes de compression des ondes de cisaillement. L'étude en régime harmonique permet de s'affranchir des dérivées temporelles. Nous introduisons ensuite, une transformée de Fourier sur les variables d'espace de surface du massif : un système différentiel sur la variable de profondeur est alors obtenu dans le domaine dit transformé ou encore domaine des nombres d'onde. Ce système se résout de manière analytique. Cette approche est inspirée par Degrande et al. en milieux poreux [DEG98].

L'analyse des déplacements dans le domaine des nombres d'ondes permet de visualiser l'influence de chacune des ondes de manière découplée. Le retour dans le domaine spatial est effectué numériquement par un algorithme de transformée de Fourier rapide inverse (FFT). Les déplacements réels sont issus de la superposition de la contribution de chaque onde. Dans le domaine spatial, ces contributions sont totalement mélangées : il est alors impossible de discerner la contribution de chacune d'elles.

La formulation introduite dans la section I.3.2 fait apparaître les déplacements solides et fluides respectivement \mathbf{u} et \mathbf{U} . A partir de ces équations, nous utilisons la formulation en déplacements solides-déplacements relatifs (\mathbf{u}, \mathbf{w}) tel que : $\mathbf{w} = \phi(\mathbf{U} - \mathbf{u})$. Après remaniement des équations (I.13), (I.14), (I.18) et (I.19), le système s'écrit

– Equations du mouvement

$$\sigma_{ij,j} = [(1 - \phi)\rho_s + \phi\rho_f]\ddot{u}_i + \phi\rho_f\ddot{w}_i \quad (\text{I.23})$$

$$p_{,i} = -\frac{1}{k}\dot{w}_i - \rho_f\ddot{u}_i - \frac{a_\infty\rho_f}{\phi}\ddot{w}_i \quad (\text{I.24})$$

– Lois de comportement

$$\sigma_{ij,j} = [\lambda_0 + m\beta^2]u_{k,k}\delta_{ij} + \mu(u_{ij} + u_{ji}) + \beta mw_{k,k}\delta_{ij} \quad (\text{I.25})$$

$$p = -m(\beta w_{k,k} - w_{k,k}) \quad (\text{I.26})$$

En supposant que les paramètres du problème soient indépendants des variables d'espace sur le domaine étudié, en dérivant par rapport aux variables d'espace les lois de comportement (I.23) et (I.24) puis en injectant dans les equations du mouvement (I.25) et (I.26), il vient

$$\begin{cases} (\lambda_0 + \mu + m\beta^2) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + m\beta \nabla(\nabla \cdot \mathbf{w}) = \rho \ddot{\mathbf{u}} + \rho_f \ddot{\mathbf{w}}, \\ m\beta \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + m \nabla(\nabla \cdot \mathbf{w}) = \rho_f \ddot{\mathbf{u}} + \frac{a_\infty \rho_f}{\phi} \ddot{\mathbf{w}} + \frac{\mu_v}{\kappa} \dot{\mathbf{w}}. \end{cases} \quad (\text{I.27})$$

Introduisons alors la décomposition de Helmholtz sur le déplacement solide \mathbf{u} et le déplacement relatif \mathbf{w} . Cette technique présente l'avantage de conduire à des matrices symétriques plus simples, Degrande [DEG98]. On obtient alors

$$\mathbf{u} = \nabla \cdot \varphi + \nabla \times \Psi, \quad \mathbf{w} = \nabla \cdot \varphi^r + \nabla \times \Psi^r, \quad (\text{I.28})$$

où φ et φ^r sont des potentiels scalaires, ils correspondent aux ondes de compression P_1 et P_2 . Ψ et Ψ^r sont des potentiels vectoriels, ils correspondent à l'onde de cisaillement S .

Il vient à partir du système vectoriel (I.29), les équations suivantes

$$\left\{ \begin{array}{l} (\lambda_0 + \mu + m\beta^2) \nabla(\nabla \cdot \varphi) + m\beta \nabla(\nabla \cdot \varphi^r) + \mu \nabla \times (\nabla \Psi) = [(1 - \phi)\rho_s + \phi\rho_f] \nabla \ddot{\varphi} + \\ \rho_f \nabla \ddot{\varphi}^r + [(1 - \phi)\rho_s + \phi\rho_f] \nabla \times \ddot{\Psi} + \rho_f \nabla \times \ddot{\Psi}^r, \\ m\beta \nabla(\nabla \cdot \varphi) + m \nabla(\nabla \cdot \varphi^r) = \frac{1}{k} \nabla \dot{\varphi} + \rho_f \nabla \dot{\varphi} + \frac{a_\infty \rho_f}{\phi} \nabla \dot{\varphi}^r + \\ \frac{1}{k} \nabla \times \dot{\Psi} + \rho_f \nabla \times \dot{\Psi} + \frac{a_\infty \rho_f}{\phi} \nabla \times \dot{\Psi}^r \end{array} \right. \quad (\text{I.29})$$

Sous condition de jauges, l'unicité de la décomposition de Helmholtz mène alors au système suivant

$$\left\{ \begin{array}{l} -(\lambda_0 + 2\mu + m\beta^2) \Delta \varphi - m\beta \Delta \varphi^r + [(1 - \phi)\rho_s + \phi\rho_f] \ddot{\varphi} + \rho_f \ddot{\varphi}^r = 0, \\ -m\beta \Delta \varphi - m \Delta \varphi^r + \frac{1}{k} \dot{\varphi}^r + \rho_f \ddot{\varphi} + \frac{a_\infty \rho_f}{\phi} \ddot{\varphi}^r = 0, \\ -\mu \Delta \Psi + [(1 - \phi)\rho_s + \phi\rho_f] \ddot{\Psi} + \rho_f \ddot{\Psi}^r = \mathbf{0}, \\ \rho_f \ddot{\Psi} + \frac{a_\infty \rho_f}{\phi} \ddot{\Psi}^r + \frac{1}{k} \dot{\Psi}^r = \mathbf{0}, \end{array} \right. \quad (\text{I.30})$$

En introduisant les matrices masse, rigidité et amortissement, définies telles que

$$[K_P] = \begin{bmatrix} \lambda_0 + 2\mu + m\beta^2 & m\beta \\ m\beta & m \end{bmatrix} \quad [K_S] = \begin{bmatrix} \mu & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} (1 - \phi)\rho_s + \phi\rho_f & \rho_f \\ \rho_f & \frac{a_\infty \rho_f}{\phi} \end{bmatrix} \quad [C] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{\eta}{\kappa} \end{bmatrix}$$

Il vient sous forme matricielle deux systèmes découplés relatifs respectivement aux ondes de compression P_1 et P_2 , un système en potentiels scalaires φ et φ^r (I.31) et à l'onde de cisaillement S , un système vectoriel en potentiels vectoriels Ψ et Ψ^r (I.32)

$$-[K_P] \begin{Bmatrix} \Delta\varphi \\ \Delta\varphi^r \end{Bmatrix} + [M] \begin{Bmatrix} \ddot{\varphi} \\ \ddot{\varphi}^r \end{Bmatrix} + [C] \begin{Bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\varphi}^r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{I.31})$$

$$-[K_S] \begin{Bmatrix} \Delta\Psi \\ \Delta\Psi^r \end{Bmatrix} + [M] \begin{Bmatrix} \ddot{\Psi} \\ \ddot{\Psi}^r \end{Bmatrix} + [C] \begin{Bmatrix} \dot{\Psi} \\ \dot{\Psi}^r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{I.32})$$

I.3.2.3 Résultats sur les charges roulantes en milieux poreux

Le modèle de Biot a été adopté par plusieurs auteurs. Burke et Kingsbury [BUR84] sont parmi les premiers à avoir proposé la solution de Biot, dans le cas des charges roulantes. Une solution analytique est proposée en utilisant la transformée de Fourier en $2D$, dans le cas d'une couche soumise à une charge roulant à vitesse constante. Le retour dans le domaine spatial est réalisé numériquement à l'aide de la transformée de Fourier inverse. Néanmoins, les forces d'inertie sont négligées. Sidharthan et al. [SID93] utilisent une méthode approximative pour résoudre les équations fondamentales de Biot en $2D$, dans le cas d'un milieu stratifié sur sol semi-rigide. Les auteurs ne considèrent que le cas des charges roulant à faibles vitesses.

Basés sur l'approche bidimensionnelle de Mei et Foda [MEI81] pour un sol poroélastique complètement saturé, Theodorakopoulos et al. [THE04], [THE06] proposent une méthode approximative, pour l'analyse dynamique d'un milieu poroélastique saturé. L'approche en question consiste à superposer un problème élastodynamique à constantes élastiques modifiées avec un problème de diffusion pour la pression fluide en surface libre. Par ailleurs, l'étude se limite aux vitesses sub-critiques, en géométrie $2D$. Dans leurs travaux, Jin et al. [JIN04a] présentent l'étude de la réponse d'un sol poreux semi-rigide à une sollicitation roulant à grande vitesse. La pression fluide et les contraintes sont calculées pour un milieu bidimensionnel. Une comparaison avec le milieu purement élastique est effectuée. Pour de faibles vitesses, les contraintes en milieu poroélastique sont plus importantes que celles d'un sol élastique. A grande vitesse, c'est le phénomène inverse qui est observé. Par ailleurs, l'effet de l'amortissement n'est pas pris en compte et l'étude se restreint au cas des vitesses sub-soniques.

L'un des premiers travaux portant sur l'approche tridimensionnelle en milieux poreux soumis aux charges roulantes est proposé par Lu et Jeng [LU07]. Les auteurs présentent la réponse dynamique d'un sol homogène soumis à une charge concentrée, en fonction de la vitesse. Une comparaison avec le cas d'une charge statique est aussi proposée.

Le cas d'une charge rectangulaire roulant sur un sol homogène poroélastique est abordé par Cai et al. [CAI07a]. Les auteurs calculent les déplacements et l'accélération du sol ainsi que la pression fluide, en fonction de la vitesse et de la perméabilité, dans le domaine spatial. Une comparaison avec un sol élastique permet de mettre en relief l'effet du caractère poreux sur le comportement dynamique du sol, à savoir qu'une vitesse élevée (de l'ordre de 100 m/s) engendre un déplacement plus important dans le sol poroélastique. Dans cette gamme de vitesses et pour une perméabilité croissante, le comportement dynamique des deux milieux est similaire. Par ailleurs, le déplacement du sol élastique est plus important, pour une vitesse relativement faible (20 m/s).

Lefeuvre-Mesgouez et Mesgouez [LM08a], développent des outils semi-analytiques en $3D$ pour l'étude de la propagation d'ondes dans un sol homogène poroviscoélastique, sous une charge harmonique rectangulaire en mouvement. Les auteurs tiennent compte du couplage élastique, inertiel et visqueux dans la théorie de Biot. Un amortissement hystérétique modifié est aussi introduit [LM00], ce qui leur permet d'étudier le cas super-sonique. Les résultats sont présentés dans le domaine des nombres d'ondes, en régime sub- et super-Rayleigh, avec une visualisation des cones de Mach. Les résultats obtenus montrent que le déplacement solide dépend du taux de saturation du milieu poreux.

I.4 Modèles de la voie ferrée

Dans cette section, nous proposons une classification des travaux portant sur les modèles issus du trafic ferroviaire et de l'interaction train-voie ferrée. Ces modèles permettent de calculer la déformation des voies ferrées sous l'effet des charges roulantes. Le comportement du sol sera considéré viscoélastique ou poreux. Les modèles en question peuvent être classés, selon le niveau de complexité de la poutre représentant la voie ferrée, en deux modèles principaux : les modèles simples tenant compte uniquement de la présence des rails et les modèles complets tenant compte de tous les composants de la voie (rails, coussinets, traverses, ballast,...).

I.4.1 Modèle simple

La modélisation des systèmes train/voie ferrée/fondation peut se faire par une poutre sur une fondation élastique de Winkler soumise à des charges roulantes. Ce système est le plus simple pour modéliser le rail couplé avec la fondation. Le modèle de Winkler suppose que la réaction $Q(x, y)$ de la fondation en un point quelconque est directement proportionnelle à la déformation du sol $u(x, y)$ en ce point, cf figure I.10. Mathématiquement, elle peut être écrite comme suit

$$Q(x, y) = ku(x, y) \tag{I.33}$$

où k exprime le coefficient de Lit.

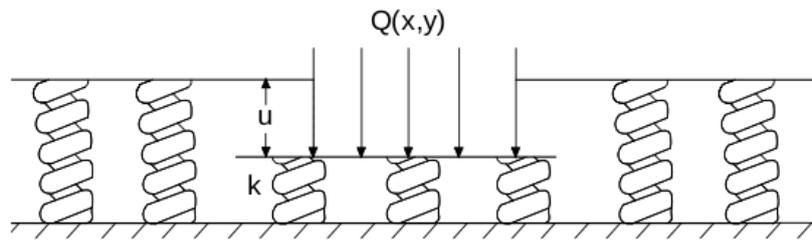


FIGURE I.10 – Modèle de Winkler

Physiquement, le modèle de Winkler est représenté par des ressorts indépendants les uns des autres. Il a été premièrement étudié par Timoshenko à partir de l'année 1926. Ce système est le plus simple pour modéliser le rail couplé avec la fondation, mais il est uniquement utilisé pour les sols non cohérents où l'interaction entre les particules du sol est principalement négligée.

Dans une étude plus détaillée, le système de ressorts de Winkler ne peut plus représenter la fondation réelle. Il s'agit de coupler la poutre et le massif élastique, en présence d'une charge mobile. L'un des premiers modèles voie/sol et le plus connu, est celui de Krylov [KRY93], [KRY94] qui a étudié le cas des trains de grandes vitesses en considérant que le comportement du sol est élastique linéaire. La modélisation adoptée essaie de s'approcher au mieux de la réalité, entraînant une mise en pratique plus complexe : l'auteur prend notamment en compte des paramètres du train tels que l'espacement des roues et des boggies, le nombre de wagons..., ainsi que des paramètres relatifs à la voie ferrée comme par exemple, la périodicité des traverses. Les efforts dynamiques sont représentés par la charge du véhicule complet alors que les forces transmises par les traverses sont estimées à partir de la déformation de la voie, modélisée par une poutre d'Euler-Bernoulli. L'auteur obtient une solution générale du problème en ne tenant compte que de la contribution des ondes de Rayleigh.

Dans une autre étude, l'auteur montre que les amplitudes des déplacements en surface du sol dépendent de la périodicité et du nombre des traverses [KRY95]. L'étude montre que pour de faibles vitesses, les ondes se propagent dans presque toutes les directions alors que, pour des vitesses supérieures à celle de l'onde de Rayleigh, les ondes engendrées sont principalement concentrées dans le cône de Mach.

L'auteur montre aussi que la présence des sols multicouches a un effet sur la vitesse des ondes qui deviennent dispersives et augmentent pour de faibles fréquences avec une plus forte pénétration de

l'énergie dans le sol [KRY97].

La vibration d'une masse ponctuelle se déplaçant sur une poutre d'Euler-Bernoulli sur une fondation de Winkler en compression est considérée par Metrikine et Dieterman [MET97]. Les auteurs montrent que pour une vitesse suffisamment grande de la masse, une instabilité de vibration apparaît dans la poutre. La vitesse critique est plus petite avec une plus grande masse ou avec une plus grande force axiale. Frýba [FRY99] présente le cas d'une force constante se déplaçant sur une poutre d'Euler-Bernoulli infinie sur la fondation de Winkler.

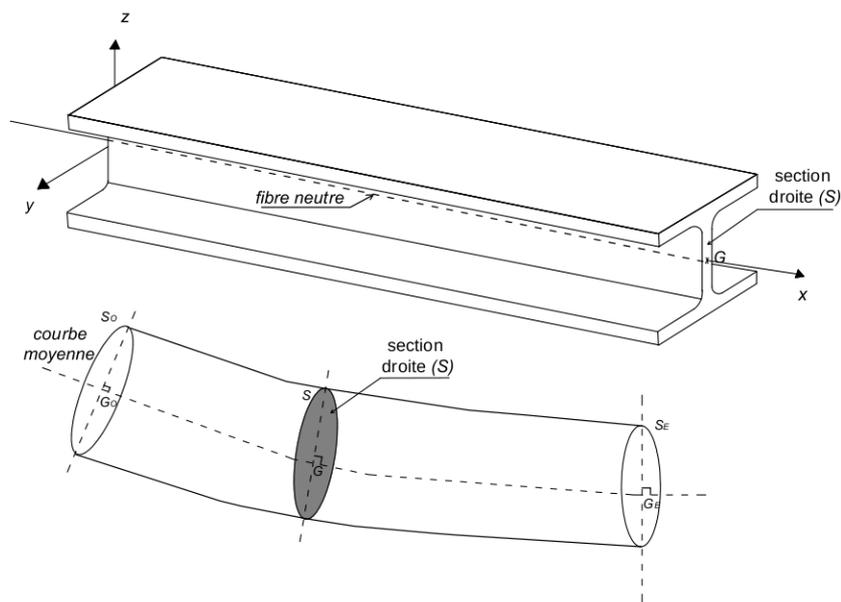


FIGURE I.11 – Poutre d'Euler-Bernoulli

Si on considère que I et $w(x_1, t)$ sont le moment d'inertie et le déplacement vertical de la poutre, respectivement, l'équation dynamique pour le modèle de la poutre d'Euler-Bernoulli (figure I.11), est donnée comme suit

$$EIw(x_1, t)_{,x_1x_1x_1x_1} + m\ddot{w}(x_1, t) = 0 \quad (\text{I.34})$$

où m est la masse linéique de la poutre et E son module d'Young.

L'auteur étudie toutes les possibilités de vitesses et de valeurs de viscosité. Une vitesse critique à laquelle la résonance apparaîrait est définie, elle dépend de la densité et de la rigidité de la poutre

et aussi de la rigidité de la fondation. La vitesse critique augmente quand la rigidité de la fondation augmente.

Dans leurs travaux, Xu et al. [XU07] étudient le cas d'une poutre d'Euler-Bernoulli reposant sur un sol poroélastique stratifié, soumis à une charge harmonique en mouvement. Les auteurs montrent l'existence de vitesses critiques même pour une vitesse de chargement supérieure à la vitesse de cisaillement. Les résultats numériques montrent que l'introduction d'une couche souple moyenne dans le sol multicouche engendre des déformations verticales plus importantes et plus particulièrement, pour de grandes vitesses de la charge. Des oscillations importantes dans la réponse dynamique de la poutre sont aussi observées.

D'autres études portent sur la modélisation simple du système fondation-voie ferrée, en représentant le rail par une poutre d'Euler-Bernoulli supportée par un sol homogène, Madsus et Kaynia [MAD00], Takemiya [TAK03] ou par un demi-espace multicouche, Karlström et Boström [KAR06], Bian et al. [BIA08], Lefeuvre-Mesgouez et Mesgouez [LM12].

I.4.2 Modèle complexe

Pour s'approcher au mieux de la réalité, la présence de la voie ferrée est prise en compte à travers une modélisation complète et plus détaillée du système étudié prenant en considération les rails, les traverses, l'assise et les semelles. Ce modèle a été développé en premier lieu, par Sheng et al. [SHE99a], [SHE99b] et repris par plusieurs auteurs, figure I.12.

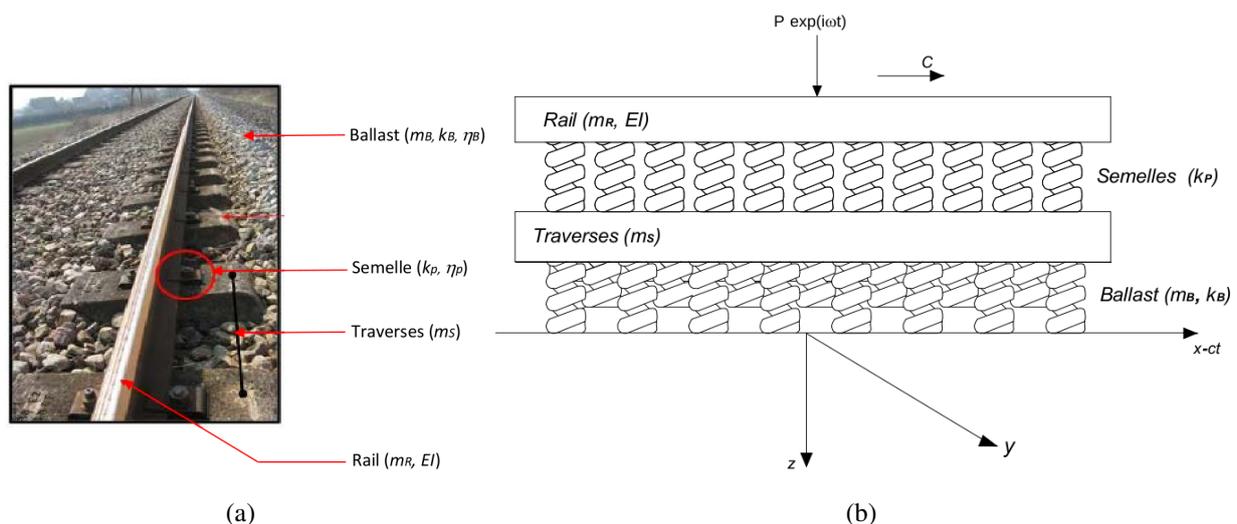


FIGURE I.12 – Composants de la voie ferrée selon le modèle de Sheng

Le modèle en question représente chaque partie constituant la voie ferrée. Celle-ci est composée prin-

cipalement de deux rails reposant sur des traverses (en bois ou en béton) jointes par l'intermédiaire de semelles. Les traverses s'appuient sur une assise de nature granulaire qui repose elle-même sur le sol. Le rail est assimilé à une poutre d'Euler reposant sur une poutre de Timoshenko représentant les traverses. Pour les coussinets et le ballast, on suppose un amortissement viscoélastique avec une dépendance fréquentielle arbitraire. Le ballast a une raideur verticale et une masse uniformément répartie. Ce modèle peut prendre en compte deux modes d'excitation (statique et dynamique) et a montré l'importance du régime dynamique en vitesse sub-Rayleigh dans l'amplification des vibrations, Sheng et al. [SHE03].

Le rail est le premier élément de contact entre le véhicule et la voie. Il transmet les vibrations du véhicule à la voie et répartit les efforts sur les traverses. Le rail représente, de par les irrégularités de sa surface, la principale source d'excitation avec le mouvement des masses mobiles dans le véhicule. L'écartement standard entre les deux files des rails est de 1.435 m. Les traverses transmettent les vibrations et les efforts au ballast. Actuellement, les traverses en béton armé sont les plus utilisées, Nguyen [NGU02]; l'espacement entre elles est de 0.6 m. Afin d'amortir la charge dynamique transmise par le rail, une semelle en élastomère (9 mm d'épaisseur) est mise entre le rail et la traverse.

L'assise, que nous appellerons "ballast", est composée de plusieurs couches différentes : une couche d'un granulat concassé de 40 mm de diamètre dont le rôle est de répartir les efforts appliqués sous les traverses et d'amortir fortement les vibrations, une couche de fondation (sable) et une couche de plate-forme. Le dimensionnement des couches d'assise doit assurer la résistance à la fatigue et doit mettre 'hors gel' des sols sensibles. L'assise a aussi pour fonction de limiter le mouvement des traverses en appliquant une force de résistance latérale, verticale et longitudinale et d'absorber les chocs dynamiques.

Un modèle basé sur le modèle de Lysmer et de Winkler-Voight est proposé par Kouroussis et al. [KOU11] pour modéliser le système voie ferrée/sol. La voie ferrée est représentée par un modèle complet similaire à celui de Sheng excepté le ballast qui est représenté par la couche d'un demi-espace viscoélastique multicouche. Le modèle ainsi élaboré en $2D$ est composé de systèmes ressorts-amortissements de n degrés de libertés, pour tenir compte du couplage entre les différentes semelles de la voie ferrée. Le mouvement du sol (\mathbf{u}) est régi par l'équation suivante

$$[M]\ddot{\mathbf{u}} + [K]\mathbf{u} = \mathbf{0} \tag{I.35}$$

où $[M]$ et $[K]$ sont les matrices masse et rigidité du système.

Une approche numérique par éléments finis/éléments infinis a permis de valider le modèle permettant ainsi de représenter l'interaction voie ferrée/sol. La simulation est proposée dans le domaine temporel et permet ainsi de tenir compte des géométries complexes du modèle numérique et des effets non-linéaires.

I.4.3 Résultats sur les modèles incluant la voie ferrée

I.4.3.1 Milieu viscoélastique

Il existe plusieurs articles abordant le problème des charges se mouvant sur une poutre, elle-même reposant sur une fondation (visco)élastique. Les premières recherches ont traité le cas des charges se déplaçant à vitesse constante. En étudiant une poutre d'Euler-Bernoulli infiniment longue sur une fondation élastique, Kenney [KEN54] trouve que la solution devient non bornée lorsque la vitesse de la charge s'approche d'une certaine vitesse dite "critique", égale à la vitesse minimale de phase des ondes engendrées. Par ailleurs, l'auteur s'intéresse uniquement au mouvement de la poutre. Pourtant la réponse du sol aux différentes sollicitations est très utile notamment pour la protection des structures environnantes.

La transmission d'ondes dans le sol est analysée par Dieterman et Metrikine [DIE96]. Les auteurs montrent qu'il existe deux vitesses critiques dans un système de poutre de largeur finie sur un demi-espace élastique excité par une charge se déplaçant à vitesse constante : une vitesse égale à la vitesse de Rayleigh du demi-espace et l'autre, voisine de la vitesse de l'onde de Rayleigh, contrôlée par la raideur et la masse de la poutre.

Celebi [CEL06] propose une approche tridimensionnelle basée sur une méthode numérique, pour un sol homogène et un sol stratifié. Le cas des trains roulant à une vitesse proche de la vitesse de Rayleigh est traité. L'auteur montre que l'amplitude des déplacements du sol est plus importante, lorsque la charge roulante est directement appliquée au sol, comparée à celle obtenue en présence de la voie ferrée.

Dans leurs travaux, Wang et al. [WAN12] utilisent le modèle de Scheng, pour étudier le comportement dynamique d'une voie ferrée sur un sol multicouche reposant sur un milieu semi-rigide soumis à un train de charges concentrées. L'effet de l'irrégularité roue-rail est également mis en avant, à l'aide de la méthode développée par Sheng et al. [SHE03], [SHE04] tenant compte d'une fonction harmonique dans le domaine des nombres d'ondes qui considère que le contact entre la roue et le rail est permanent. Néanmoins, le modèle est confronté à des mesures expérimentales se limitant à

des trains roulant à une vitesse ne dépassant pas 60 Km/h.

Le cas des trains roulant à des vitesses dites ‘critiques’ a été abordé récemment par Huang et Chrismer [HUA13], dans un modèle tridimensionnel. Le ballast qui, habituellement est considéré comme une raideur dans le modèle de Sheng et al., est considéré dans cette étude comme la première couche du sol stratifié. Les résultats numériques montrent que plus la vitesse croît, plus la réponse dynamique du sol est amplifiée. Pour des vitesses critiques, la déformation s’étale en profondeur, ce qui desserre la couche du ballast et engendre ainsi des désordres en surface et loin devant le train.

I.4.3.2 Milieu poreux

En considérant une poutre simple infinie, Jin [JIN04b] note que pour une fréquence non nulle, la réponse du système est oscillante. De plus, l’amplitude des déformations de la poutre est d’autant plus importante que la vitesse est importante jusqu’à une vitesse critique ; au delà, l’amplitude commence à diminuer. Une comparaison avec le sol élastique permet de conclure que, pour une vitesse supérieure à la vitesse de l’onde de cisaillement du sol, les réponses dynamiques des deux configurations sont différentes.

En tenant compte des stratifications du sol, Cai et al. [CAI07b] étudient la réponse dynamique d’un sol poreux couplé avec une poutre simple d’Euler soumise à une charge harmonique concentrée. Les auteurs utilisent la méthode TRM (Transmission and Reflexion Method). Les résultats numériques montrent qu’il existe des vitesses critiques même pour une vitesse de chargement supérieure à celle de l’onde de cisaillement. Les auteurs notent par ailleurs, que la présence d’une couche molle dans le système donne lieu à des déformations oscillantes et des efforts internes importants dans le sol (efforts tranchants et moments fléchissants). Des déformations oscillantes sont aussi observées, dans le cas d’un sol multicouche sans poutre [CAI07a].

Afin de tenir compte de l’effet de la poutre, Cai et al. [CAI08] comparent les déformations d’un sol homogène poreux couplé avec une poutre de Sheng aux déformations d’un sol sans prise en compte de la voie ferrée, sous un train de charges. La comparaison montre que la présence de la poutre permet une meilleure répartition de la charge sur le sol. Les déformations du sol sur les côtés ainsi que celle du rail sont évaluées. Le cas d’un milieu élastique est comparé au cas d’un sol poreux, l’étude montre que les déplacements de celui-ci sont moins importants pour de faibles vitesses (cas sub-Rayleigh) alors qu’ils sont plus importants en régime super-Rayleigh. Par ailleurs, les auteurs ne présentent pas de résultats dans le domaine des nombres d’ondes.

Dans une approche similaire, Sun et al. [SUN10] considèrent la même poutre sur un sol homogène soumis à une charge harmonique concentrée. Le déplacement et l'accélération du rail sont évalués. L'effet de la vitesse d'excitation est similaire, à savoir qu'en régime super-Rayleigh, les déformations du sol poreux sont plus importantes que celles d'un sol élastique. Les auteurs notent que pour des valeurs importantes de la perméabilité intrinsèque, le comportement du sol poreux est assimilé à celui d'un sol élastique.

Pour un sol multicouche poroviscoélastique, Lefeuvre-Mesgouez et Mesgouez [LM12] présentent le cas d'une poutre simple d'Euler sur un sol multicouche en $3D$, pour plusieurs configurations de charges. Les auteurs utilisent une méthode semi-analytique basée sur une transformée de Fourier, sur une décomposition de Helmholtz et une formulation matricielle [LM08b]. Les résultats sont présentés dans le domaine spatial et dans le domaine des nombres d'ondes, en régime sub- et super-Rayleigh. Les auteurs montrent l'existence d'une épaisseur critique. L'effet de la poutre est aussi mis en avant, à savoir que la réponse dynamique du sol diminue en présence de la poutre, quelque soit la vitesse considérée.

Dans leurs travaux, Cao et Botröm [CAO13] montrent l'effet de l'accélération et de la décélération du train sur la réponse dynamique d'un massif semi-infini poroélastique complètement saturé. La voie ferrée est représentée par le rail, les traverses et le ballast qui sont modélisés par une poutre d'Euler, une plaque anisotrope de Kirchhoff et une couche élastique, respectivement, Karlström [KAR06]. Les résultats présentés dans le domaine temporel montrent que pour de faibles vitesses avoisinant 70 km/h, l'accélération et la décélération du train n'a pas d'effet sur le déplacement vertical du sol poreux. Par contre, la décélération de la charge peut induire des déplacements plus importants, pour des vitesses importantes (de l'ordre de 200 km/h). Dans cette gamme de vitesses, l'accélération et la décélération du train donnent lieu à un déplacement vertical plus significatif pour un milieu poreux, comparé au cas d'un milieu élastique.

I.5 Le couplage entre la voie ferrée et le sol

Le couplage entre la voie ferrée et le sol se fait en considérant les conditions d'interface. Celles-ci se traduisent par l'équation de continuité des contraintes et des déplacements entre le sol et la voie ferrée, sur la ligne médiane à la surface du milieu.

I.6 Types de résolution

Les méthodes analytiques, de par leur utilisation, sont abondantes dans la littérature. Celles-ci sont basées principalement sur la transformée de Fourier, dans le temps et l'espace et les contours d'intégration pour les transformées inverses. Dans la plupart des cas, cette approche commence par un changement de coordonnées fixes en coordonnées mouvantes Metrikine et al. [MET97], pour prendre en considération la charge roulante et l'utilisation de la décomposition de Helmholtz qui permettent de simplifier les équations de mouvement en aboutissant à des matrices symétriques simples, Picoux et al. [PIC05]. Par ailleurs, la transformée de Laplace exprimée en fonction du temps peut être utilisée, au lieu de la transformée de Fourier et dans la plupart des cas, la transformée de Fourier est appliquée pour toutes les variables sauf pour une des variables d'espace de sorte que le problème soit réduit à une équation différentielle ordinaire. Néanmoins, les résultats présentés se limitent à des cas particuliers, en raison des difficultés rencontrées, lorsqu'on passe à la transformée inverse.

Une autre approche appelée TRM (Transmission and Reflexion Matrices) utilise des matrices généralisées de transmission et de réflexion déterminées de manière récursive. Elle se base sur le principe de la continuité des conditions aux limites entre deux couches successives, Luco et al. [LUC83a] et [LUC83b]. Cette approche a l'avantage d'éliminer dans les matrices obtenues, les termes en 'fonctions exponentielles' de signes opposés. Ce qui permet d'étendre l'utilisation de la méthode dans le cas des hautes fréquences et des couches d'épaisseur importante, Xu et al. [XU07] et [XU08].

Pour les structures de géométries complexes, on a le plus souvent, recours aux méthodes numériques comme la méthode des différences finies, la méthode des éléments finis, la méthode des éléments de frontière ou encore la méthode dite $2.5D$. Ces approches permettent de résoudre des problèmes plus généraux, présentant par exemple des irrégularités géométriques (introduction de discontinuités) ainsi que des changements de propriétés physiques.

Avec l'évolution du trafic ferroviaire, le calcul des voies ferrées par la méthode des éléments finis a attiré beaucoup de travaux. Cette méthode est très puissante car elle permet de modéliser des géométries et des comportements complexes, Paolucci et al. [PAO03], Ju et Lin [JU04]. Pour les problèmes de propagation d'ondes, elle présente toutefois deux inconvénients principaux : la réflexion d'ondes parasites sur les frontières du domaine maillé, nécessitant des méthodes de frontières (ou couches) absorbantes, Semblat et al. [SEM10] et la dispersion numérique des ondes, Hughes et al. [HUG08]. La dispersion numérique provoque une variation artificielle de la vitesse de propagation des ondes en fonction des caractéristiques du modèle d'éléments finis.

La méthode des éléments de frontière présente l'avantage de permettre une modélisation aisée de la propagation d'ondes en milieu infini ou semi-infini, Chaillat et al. [CHA09]. Les conditions de radiation des ondes à l'infini sont en effet directement incluses dans la formulation. Cette méthode résout le problème aux interfaces entre milieux de caractéristiques homogènes. Elle permet donc un gain sensible pour la modélisation de la propagation bidimensionnelle (interfaces unidimensionnelles) ou tridimensionnelle (interfaces surfaciques), mais est donc limitée à des milieux faiblement hétérogènes. Afin de bénéficier des avantages de ces deux méthodes, il peut être intéressant de les combiner en réalisant un couplage éléments finis-éléments de frontière.

L'analyse par éléments finis de la propagation des ondes permet de modéliser la structure uniquement dans une partie finie. Ceci a poussé les études à introduire les frontières artificielles pour permettre de décrire l'influence des domaines extérieurs. Cette méthode dite $2.5D$, utilise la méthode des éléments de frontières dans le domaine fréquentiel, Aubry et al. [AUB99], Gao et al. [GAO12], Alves Costa et al. [ALV12a] et [ALV12a].

I.7 Conclusion

A l'issue de l'étude bibliographique portant sur le comportement dynamique sous charges roulantes, il s'avère que les méthodes (semi)analytiques sont aussi abondantes que les méthodes numériques. L'avantage de celles-ci réside dans le fait qu'elles permettent d'appréhender des structures de géométrie plus complexes. Dans la plupart des cas, les méthodes analytiques sont basées sur les transformées intégrales.

La prise en compte de la présence de la voie ferrée sur le sol permet de s'approcher au mieux de la réalité, aussi bien pour un massif viscoélastique que pour un massif poroviscoélastique. La modélisation de la voie tient compte, soit d'une poutre simple, soit d'une poutre plus élaborée intégrant les rails, les semelles, les traverses et le ballast. Par ailleurs, l'aspect homogène du massif est plus abordé que l'aspect multicouche. La gamme des vitesses se restreint, le plus souvent, aux régimes sub- et trans-Rayleigh.

Par ailleurs, les travaux portant sur le comportement dynamique des milieux poreux couplés à la poutre complète sont peu nombreux. Cai et al. ont entrepris une démarche dans ce sens. Néanmoins, l'étude s'est limitée soit à une poutre simple sur un sol stratifié, soit à une poutre complète sur un sol homogène. De plus, l'étude dans le domaine des nombres d'ondes n'a pas été abordée, dans la majorité des travaux. Il convient de préciser que cette étude est très utile pour la compréhension des phénomènes physiques, comme nous le verrons dans le chapitre suivant. Ce qui permet ainsi, la visualisation des ondes générées dans le milieu.

Dans le travail qui suivra, nous nous proposons de coupler la poutre complète proposée par Sheng avec un sol stratifié poreux. Le système sera soumis à une charge roulante. Une approche matricielle du massif poroviscoélastique sera appliquée pour résoudre le problème dynamique. En tenant compte du cas sans voie ferrée, l'influence de la poutre sur la réponse dynamique du système sera étudiée.

Chapitre II

Approche semi-analytique du modèle tridimensionnel

II.1 Introduction

Ce chapitre est consacré, en premier lieu, au couplage de la poutre complète proposée par Sheng et al. [SHE99a] avec un sol poroviscoélastique multicouche. La sollicitation appliquée est une charge isolée, ou un train de charges. Une méthode semi-analytique basée sur l'approche matricielle du milieu poroviscoélastique sera appliquée par la suite, pour la résolution du problème dynamique. Une étude dans le domaine des nombres d'ondes sera également présentée. L'influence de la poutre sur la réponse dynamique du système sera mise en avant, via une comparaison avec le cas sans voie ferrée. Aucune restriction quant à la vitesse ne sera envisagée.

II.2 Approche théorique du milieu poreux

L'approche proposée permet de calculer de manière semi-analytique les vitesses des ondes ainsi que les déplacements de chaque phase, solide ou fluide, en tout point du massif dans le domaine des nombres d'ondes et dans le domaine spatial. Pour cela, nous allons nous placer dans le cadre d'une étude en régime harmonique.

La géométrie étudiée est tridimensionnelle : il s'agit d'un sol multicouche sur un massif semi-infini analogue à celui de la figure II.1 soumis ici à une charge verticale de forme rectangulaire $2a \times 2L_{Bal}$ appliquée en surface. La charge se déplace à une vitesse constante c .

II.2.1 Résolution du système

II.2.1.1 Régime harmonique et transformée de Fourier

En considérant un régime harmonique de pulsation ω , il est classique de poser

$$\varphi = \varphi^* e^{i\omega t}, \varphi^r = \varphi^{r*} e^{i\omega t}, \Psi = \Psi^* e^{i\omega t}, \Psi^r = \Psi^{r*} e^{i\omega t}$$

Dans le cadre du problème tridimensionnel étudié, nous introduisons en outre une transformée de Fourier sur les variables d'espace x et y définie par

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{g}(k_x, k_y) \exp(ik_x x) \exp(ik_y y) dk_x dk_y \quad (\text{II.1})$$

$$\bar{g}(k_x, k_y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x, y) \exp(-ik_x x) \exp(-ik_y y) dx dy \quad (\text{II.2})$$

où k_x et k_y sont les nombres d'ondes relatifs à x et y , respectivement.

En tenant compte d'un amortissement hystérique modifié (i.e dépendant de la fréquence de sollicitation) tel que, Lefeuvre-Mesgouez [LM99]

$$\begin{cases} \lambda = \lambda_0 [1 + i \eta \text{sign}(\omega - k_x c)] \\ \mu = \mu_0 [1 + i \eta \text{sign}(\omega - k_x c)] \end{cases} \quad (\text{II.3})$$

où η est le facteur d'amortissement et on introduisant le changement de variables suivant

$$\begin{cases} x = x_1 - ct \\ y = x_2 \\ z = x_3 \end{cases} \quad (\text{II.4})$$

Il découle alors de (I.31) et (I.32) les systèmes différentiels matriciels suivants relatifs respectivement aux ondes de compression et à l'onde de cisaillement

$$\left(- \left(\frac{d^2}{dz^2} - k_x^2 - k_y^2 \right) [K_P] - (\omega - k_x c)^2 [M] + i(\omega - k_x c) [C] \right) \begin{Bmatrix} \bar{\varphi}^* \\ \bar{\varphi}^{r*} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{II.5})$$

$$\left(- \left(\frac{d^2}{dz^2} - k_x^2 - k_y^2 \right) [K_S] - (\omega - k_x c)^2 [M] + i(\omega - k_x c) [C] \right) \begin{Bmatrix} \bar{\Psi}^* \\ \bar{\Psi}^{r*} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.6})$$

II.2.1.2 Résolution du système relatif aux ondes de compression

L'intégration du système (II.5) donne une solution sous la forme d'ondes transmises (incidentes) et réfléchies

$$\begin{pmatrix} \overline{\overline{\varphi}}^* \\ \overline{\overline{\varphi}}^{r*} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ F_1 \end{pmatrix} \overline{\overline{\varphi}}_1^{*T} e^{-\alpha_{p1}z} + \begin{pmatrix} 1 \\ F_1 \end{pmatrix} \overline{\overline{\varphi}}_1^{*R} e^{\alpha_{p1}z} + \begin{pmatrix} 1 \\ F_1 \end{pmatrix} \overline{\overline{\varphi}}_2^{*T} e^{-\alpha_{p2}z} + \begin{pmatrix} 1 \\ F_1 \end{pmatrix} \overline{\overline{\varphi}}_2^{*R} e^{\alpha_{p2}z} \quad (\text{II.7})$$

où

$$F_j(k_x, k_y, \omega) = -\frac{(\alpha_j^2 - k_x^2 - k_y^2) \beta m + (\omega - k_x c)^2 \rho_f}{(\alpha_j^2 - k_x^2 - k_y^2) m + (\omega - k_x c)^2 \rho_f a_\infty / \phi - i(\omega - k_x c) / k} \quad (\text{II.8})$$

avec $j = 1, 2$. L'indice 1 étant relatif à l'onde P_1 et l'indice 2 à l'onde P_2 . Les notations T et R correspondent aux ondes transmises et réfléchies, respectivement.

Les fonctions α_{p1} et α_{p2} dépendent de k_x, k_y et ω , où ω est la fréquence radiale de la charge. Elles sont relatives aux ondes P_1 et P_2 et sont calculées par le déterminant suivant

$$|(\alpha_{pj}^2 - k_x^2 - k_y^2)[K_P] - (\omega - k_x c)^2[M] + i(\omega - k_x c)[C]| = 0 \quad (\text{II.9})$$

Les fonctions $\overline{\overline{\varphi}}_1^{*T/R}$ et $\overline{\overline{\varphi}}_2^{*T/R}$ sont déterminées à partir de la condition de jauge et des conditions aux limites. Deux ondes de compression P_1 et P_2 sont ainsi mises en évidence.

II.2.1.3 Résolution du système relatif aux ondes de cisaillement

L'intégration du système (II.6) donne une solution sous la forme

$$\overline{\overline{\Psi}}^* = \overline{\overline{\Psi}}_s^{*T} e^{-\alpha_s z} + \overline{\overline{\Psi}}_s^{*R} e^{\alpha_s z} = \begin{pmatrix} \overline{\overline{\Psi}}_{Sx}^{*T} \\ \overline{\overline{\Psi}}_{Sy}^{*T} \\ \overline{\overline{\Psi}}_{Sz}^{*T} \end{pmatrix} e^{-\alpha_s z} + \begin{pmatrix} \overline{\overline{\Psi}}_{Sx}^{*R} \\ \overline{\overline{\Psi}}_{Sy}^{*R} \\ \overline{\overline{\Psi}}_{Sz}^{*R} \end{pmatrix} e^{\alpha_s z} \quad (\text{II.10})$$

Par ailleurs, le système (II.6) présente une matrice $[K_S]$ avec une ligne nulle. Ainsi, les deux potentiels vectoriels sont directement proportionnels et sont liés par la relation suivante

$$\overline{\overline{\Psi}}^{r*} = G(\omega, k_x) \overline{\overline{\Psi}}^* \quad (\text{II.11})$$

avec

$$G(\omega, k_x) = -\frac{\rho_f(\omega - k_x c)\phi k}{a\rho_f(\omega - k_x c)k - i\phi} \quad (\text{II.12})$$

En remplaçant ensuite dans la première equation du système, on obtient l'équation différentielle en $\overline{\overline{\Psi}}^*$ suivante

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} + k_S^2\right)\overline{\overline{\Psi}}^* = 0 \quad (\text{II.13})$$

La solution est alors donnée par

$$k_S^2 = \frac{(\omega - k_x c)^2}{\mu} \left([(1 - \phi)\rho_s + \phi\rho_f] + \rho_f G(\omega, k_x) \right) \quad (\text{II.14})$$

Les composantes $\overline{\overline{\Psi}}_{Sx}^{*T/R}$, $\overline{\overline{\Psi}}_{Sy}^{*T/R}$ et $\overline{\overline{\Psi}}_{Sz}^{*T/R}$ sont également des constantes d'intégration à déterminer à partir de la condition de jauge et des conditions aux limites.

II.2.1.4 Conditions d'interface

Dans le cadre du problème étudié, le sol stratifié est soumis à une charge harmonique verticale de forme rectangulaire appliquée en surface ($x_3 = 0$). La contrainte verticale est alors définie en supposant qu'il y a continuité de la contrainte verticale entre la poutre et le sol. Les composantes verticales et horizontales de la contrainte ainsi que la pression sont nulles. Les conditions d'interface entre le ballast et le sol donnent alors lieu aux relations suivantes

$$\sigma_{33}(x_1, x_2, x_3 = 0) = \frac{-F_B}{2L_B} \text{ si } |x_2| < L_B \quad (\text{II.15})$$

$$\sigma_{13}(x_1, x_2, x_3 = 0) = 0, \quad \sigma_{23}(x_1, x_2, x_3 = 0) = 0 \quad (\text{II.16})$$

$$p(x_1, x_2, x_3 = 0) = 0 \quad (\text{II.17})$$

$$u_3(x_1, x_2, x_3 = 0) = w_B(x_1) \quad (\text{II.18})$$

où L_B est la demi-largeur du ballast et F_B , la force exercée sur le sol par la ballast.

II.2.2 Equations de la poutre

Dans un premier temps, nous considérons un système composé de la poutre de Sheng et al. [SHE99a] couplée avec un sol multicouche sur un massif semi-infini analogue à celui de la figure II.1. Le système est soumis à une charge verticale de forme rectangulaire $2a \times 2L_B$ appliquée en surface. La charge se déplace à une vitesse constante c , le long de l'axe Ox_1 . Le modèle de la poutre est composé de rails, de semelles, de traverses et de ballast. En premier lieu, le rail est modélisé par une

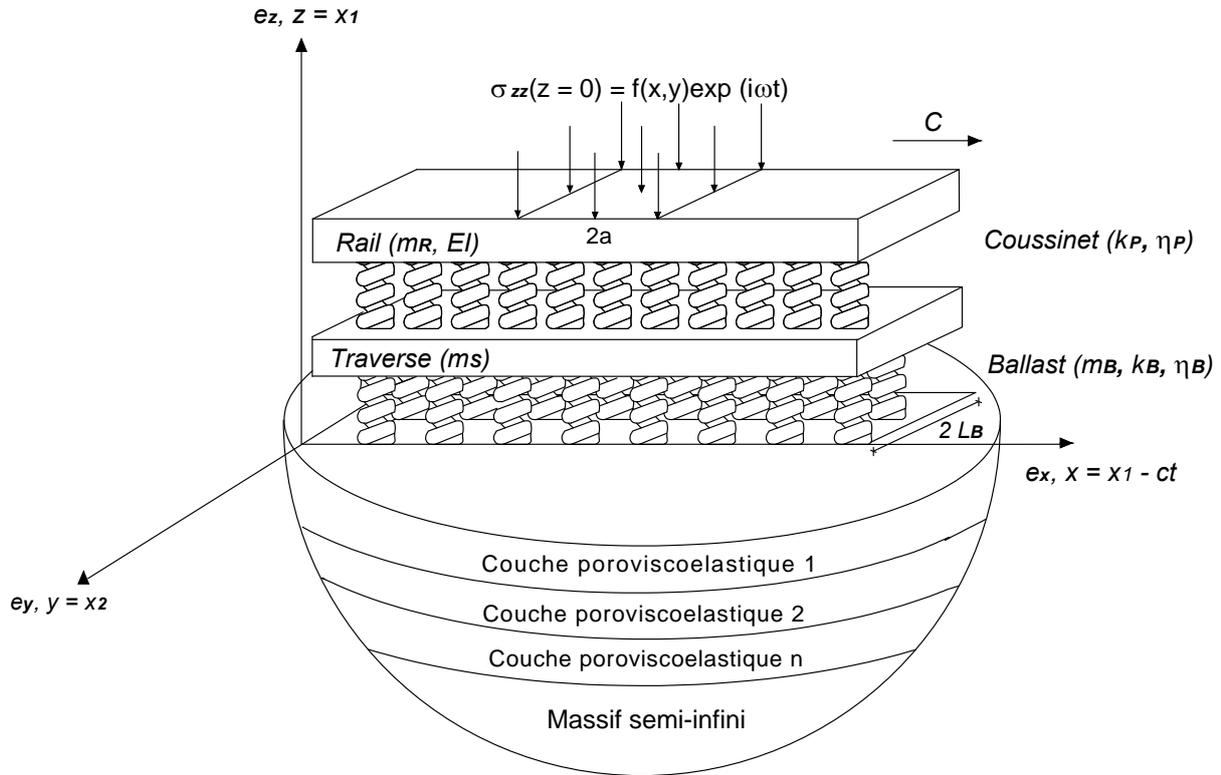


FIGURE II.1 – Géométrie du sol multicouche avec voie ferrée.

poutre viscoélastique d'Euler dont la section transversale est supposée infiniment rigide. L'équation différentielle s'écrit alors

$$EI w_R(x_1, t)_{,x_1 x_1 x_1 x_1} + m_R \ddot{w}_R(x_1, t) + k_P [w_R(x_1, t) - w_S(x_1, t)] = Q(x_1, t) \quad (\text{II.19})$$

où w_R et w_S représentent les déformations verticales du rail et des traverses, respectivement, EI est la rigidité du rail, m_R la masse du rail, k_P est la raideur du coussinet et Q , la charge appliquée.

Pour les traverses, on utilise une masse répartie et continue sur l'ensemble de la voie, sans faire intervenir l'espacement entre les traverses, ce qui engendre des déplacements verticaux identiques dans le cas d'une charge roulante, Vostroukhov et Metrikine [VOS03]. Par conséquent, l'équation différentielle s'écrit

$$m_S \ddot{w}_S(x_1, t) + k_P [w_S(x_1, t) - w_R(x_1, t)] = F_S(x_1, t) \quad (\text{II.20})$$

où F_S représente la force verticale exercée par les traverses sur le ballast et m_S la masse des traverses.

Enfin, on écrit les deux équations suivantes aux limites supérieure et inférieure du ballast, Suiker et al. [SUI99]

$$m_B/6[2\ddot{w}_S(x_1, t) + \ddot{w}_B(x_1, t) + k_B[w_S(x_1, t) - w_B(x_1, t)]] = -F_S(x_1, t) \quad (\text{II.21})$$

$$m_B/6[\ddot{w}_S(x_1, t) + 2\ddot{w}_B(x_1, t) + k_B[-w_S(x_1, t) + w_B(x_1, t)]] = F_B(x_1, t) \quad (\text{II.22})$$

où k_B et m_B sont la raideur et la masse du ballast, respectivement. F_B est la force verticale exercée sur le sol par le ballast, w_B est la déformation du ballast.

On tiendra compte de l'amortissement des semelles sur les traverses η_P et de l'amortissement du ballast η_B , en incluant un amortissement hystérique modifié.

En effectuant le changement de variables défini dans (II.4) et le changement de fonctions suivant

$$w(x_1, t) = w^*(x_1)e^{i\omega t}, \quad F(x_1, t) = F^*(x_1)e^{i\omega t} \quad (\text{II.23})$$

Les dérivées temporelles première et seconde s'écrivent

$$\begin{cases} \dot{w}(x_1, t) = [-cw_{,x_1}^*(x_1) + i\omega w^*(x_1)]e^{i\omega t} \\ \ddot{w}(x_1, t) = [c^2w_{,x_1x_1}^*(x_1) - 2ic\omega w_{,x_1}^*(x_1) - \omega^2 w^*(x_1)]e^{i\omega t} \end{cases} \quad (\text{II.24})$$

Les équations (II.19) à (II.22) s'écrivent dans le domaine des nombres d'ondes en effectuant une transformée de Fourier spatiale x , ce qui donne le système de trois équations du système rail-semelle-ballast

$$\begin{cases} EIk_x^4 \overline{w}_R^*(k_x, \omega) - m_R(\omega - k_x c)^2 + k_P[\overline{w}_R^*(k_x, \omega) - \overline{w}_S^*(k_x, \omega)] = \overline{Q}^*(k_x) \\ -m_S(\omega - k_x c)^2 \overline{w}_S^*(k_x, \omega) + k_P[\overline{w}_S^*(k_x, \omega) - \overline{w}_R^*(k_x, \omega)] = \\ m_B/6(\omega - k_x c)^2 [2\overline{w}_S^*(k_x, \omega) + \overline{w}_B^*(k_x, \omega)] - k_B[\overline{w}_S^*(k_x, \omega) - \overline{w}_B^*(k_x, \omega)] \\ -m_B/6(\omega - k_x c)^2 [\overline{w}_S^*(k_x, \omega) + 2\overline{w}_B^*(k_x, \omega)] + k_B[-\overline{w}_S^*(k_x, \omega) + \overline{w}_B^*(k_x, \omega)] = \overline{F}_B^*(k_x, \omega) \end{cases} \quad (\text{II.25})$$

où $\overline{Q}^*(k_x) = -Q_0 \sin(ak_x)/ak_x$ pour une charge appliquée sur une demi-largeur a .

Il vient

$$A_1(k_x, \omega) \overline{w}_R^*(k_x, \omega) - k_P \overline{w}_S^*(k_x, \omega) = A_2(k_x) \quad (\text{II.26})$$

$$k_P \overline{w}_R^*(k_x, \omega) + A_3(k_x, \omega) \overline{w}_S^*(k_x, \omega) + A_4(k_x, \omega) \overline{w}_B^*(k_x, \omega) = 0 \quad (\text{II.27})$$

$$A_4(k_x, \omega) \overline{w}_S^*(k_x, \omega) + A_5(k_x, \omega) \overline{w}_B^*(k_x, \omega) = -\overline{F}_B^*(k_x, \omega) \quad (\text{II.28})$$

avec

$$\begin{aligned}
 A_1(k_x, \omega) &= EI k_x^4 - m_R(\omega - k_x c)^2 + k_P \\
 A_2(k_x) &= \overline{Q}^*(k_x) \\
 A_3(k_x, \omega) &= m_S(\omega - k_x c)^2 + m_B/3(\omega - k_x c)^2 - k_P - k_B \\
 A_4(k_x, \omega) &= m_B/6(\omega - k_x c)^2 + k_B \\
 A_5(k_x, \omega) &= m_B/3(\omega - k_x c)^2 - k_B
 \end{aligned}$$

\overline{F}_B^* est obtenue à partir des conditions d'interface entre le ballast et le sol (II.15)

$$\overline{\sigma}_{zz}|_{z=0}(k_x, k_y, \omega) = -\overline{F}_B^*(k_x, \omega) \frac{\sin(k_y L_B)}{k_y L_B} \quad (\text{II.29})$$

L'équation de continuité des déplacements entre le ballast et le sol (II.18) est écrite le long de la ligne ($x_2 = 0, x_3 = 0$), Steenbergen et Dieterman [STE07]. Sa transformée de Fourier est alors exprimée comme suit

$$\begin{aligned}
 &\left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{w}_B^*(k_x, \omega) \exp(ik_x x) dk_x \right]_{z=0} = \\
 &\left[\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{u}_z^*(k_x, k_y, \omega)^* \exp(ik_x x) \exp(ik_y y) dk_y dk_x \right]_{y=z=0}
 \end{aligned}$$

On aura

$$[\overline{w}_B^*(k_x, \omega)]_{z=0} = \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{u}_z^*(k_x, k_y, \omega) dk_y \right]_{z=0} \quad (\text{II.30})$$

où $\overline{u}_z^*|_{z=0}^\circledast$ est la transformée du déplacement vertical solide pour une contrainte harmonique verticale unitaire $\overline{\sigma}_{zz}|_{z=0} = 1$, tel que $[T]\{\overline{u}_z^*|_{z=0}^\circledast\} = \langle 0, 0, i, 0, \dots, 0 \rangle^t$, on obtient alors

$$\overline{u}_z^*|_{z=0} = \overline{u}_z^*|_{z=0}^\circledast \overline{\sigma}_{zz}|_{z=0} = -\overline{u}_z^*|_{z=0}^\circledast \overline{F}_B^*(k_x, \omega) \frac{\sin(k_y L_B)}{k_y L_B} \quad (\text{II.31})$$

En combinant les relations (II.29), (II.30) et (II.31), le couplage entre le ballast et le sol donne

$$\overline{w}_B^*(k_x, \omega) = - \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{u}_z^*|_{z=0}^\circledast(k_x, k_y, \omega) \frac{\sin(k_y L_B)}{k_y L_B} dk_y \right) \overline{F}_B^*(k_x, \omega) \quad (\text{II.32})$$

$$\overline{w}_B^*(k_x, \omega) = -A_6(k_x, \omega) \overline{F}_B^*(k_x, \omega) \quad (\text{II.33})$$

$A_6(k_x, \omega)$ est obtenue en utilisant la technique de quadrature de Gauss-Legendre. Physiquement, A_6 représente la flexion du sol poroviscoélastique soumis à une force appliquée par le ballast (et par conséquent, par la voie ferrée), dans le domaine transformé. Comme la fonction intégrale $A_6(k_x, \omega)$ est paire, on peut écrire

$$A_6(k_x, \omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \overline{u}_z^*|_{z=0}^\circledast(k_x, k_y, \omega) \frac{\sin(k_y L_B)}{k_y L_B} dk_y$$

On obtient alors quatre inconnues ($\overline{w_R^*}$, $\overline{w_S^*}$, $\overline{w_B^*}$ et $\overline{F_B^*}$) pour quatre équations (II.26, II.27, II.28, II.32). A partir de ce système, on déduit l'expression de $\overline{F_B^*}$

$$\overline{F_B^*}(k_x, \omega) = \frac{-k_P A_2 A_4}{A_1 A_4^2 A_6 + (1 - A_5 A_6)(A_1 A_3 + k_P^2)} \quad (\text{II.34})$$

Une fois que $\overline{F_B^*}(k_x, \omega)$ est déterminée, les contraintes sont déterminées à partir de (II.29). Ensuite, elle est introduite dans la formulation multicouche du sol poroviscoélastique (II.44), pour évaluer les déplacements solide et relatif. A partir du système (II.26-II.28), on peut déduire les déplacements du rail, des traverses et du ballast.

II.2.3 Résolution matricielle

Le milieu étudié est constitué de (n) couches horizontales de caractéristiques physiques λ_i , μ_i reposant sur un massif semi-infini de caractéristiques λ_{hs} , μ_{hs} . Aux interfaces, nous considérons que les contraintes et les déplacements sont continus, en admettant que les couches adhèrent entre elles.

La formulation matricielle est basée sur les composantes des vecteurs contraintes et déplacements transformés, Degrande et al. [DEG98]. Les fonctions potentielles inconnues $\overline{\overline{\varphi}}_1^{*T/R}$, $\overline{\overline{\varphi}}_2^{*T/R}$, $\overline{\overline{\Psi}}_{Sx}^{*T/R}$, $\overline{\overline{\Psi}}_{Sy}^{*T/R}$ et $\overline{\overline{\Psi}}_{Sz}^{*T/R}$ dépendent de k_x et ω et sont déterminées à partir des conditions aux limites et d'interface et de la condition de jauge qui permet de réduire le potentiel vectoriel.

La méthode de "la matrice de raideur globale" relie le vecteur des déplacements transformés au vecteur des contraintes transformées. La matrice rigidité du massif est donc l'assemblage des matrices rigidités de chaque couche qui compose le milieu tridimensionnel, Lefeuvre-Mesgouez [LM99]. Dans le cas d'une géométrie 3D, le vecteur des déplacements transformés s'écrit : $\overline{\overline{\mathbf{u}}}^* = \langle \overline{\overline{u}}_x^*, \overline{\overline{u}}_y^*, i\overline{\overline{u}}_z^*, i\overline{\overline{w}}_z^* \rangle$ et le vecteur des contraintes transformées : $\overline{\overline{\Sigma}}^* = \langle \overline{\overline{\sigma}}_{xz}^*, \overline{\overline{\sigma}}_{yz}^*, i\overline{\overline{\sigma}}_{zz}^*, -i\overline{\overline{p}}^* \rangle^t$.

A partir des décompositions de Helmholtz dans le domaine transformé, il vient

$$\overline{\overline{\mathbf{u}}}^* = \langle \overline{\overline{u}}_x^*, \overline{\overline{u}}_y^*, i\overline{\overline{u}}_z^*, i\overline{\overline{w}}_z^* \rangle = [Q^T Z(h_n), Q^R Z(h_n)] \langle \overline{\overline{\varphi}}^{*T}, \overline{\overline{\varphi}}^{*R} \rangle^t \quad (\text{II.35})$$

où $Q^{T/R}$, et $Z(h_n)$ sont des matrices 4×4 définies, respectivement, comme suit

$$Q^T = \begin{bmatrix} ik_x & ik_x & \alpha_s & 0 \\ ik_y & ik_y & 0 & \alpha_s \\ i\alpha_{P1} & i\alpha_{P2} & k_x & k_y \\ i\alpha_{P1}F_1 & i\alpha_{P2}F_1 & k_x G & k_y G \end{bmatrix} \quad (\text{II.36})$$

$$Q^R = \begin{bmatrix} ik_x & ik_x & \alpha_s & 0 \\ ik_y & ik_y & 0 & \alpha_s \\ -i\alpha_{P1} & -i\alpha_{P2} & -k_x & -k_y \\ -i\alpha_{P1}F_1 & -i\alpha_{P2}F_1 & -k_xG & -k_yG \end{bmatrix} \quad (\text{II.37})$$

$$Z(h_n) = \text{diag}[e^{\alpha_{p1}h_n}, e^{\alpha_{p2}h_n}, e^{\alpha_s h_n}, e^{\alpha_s h_n}] \quad (\text{II.38})$$

“diag” décrit les termes d’une matrice carrée diagonale. h_n représente l’épaisseur de la $n^{\text{ième}}$ couche. Pour la couche “n”, en notant z_{n-1} et z_n les coordonnées respectivement supérieure (indiqué $n - 1$) et inférieure (indiqué z_{n-1}) de la couche, alors $h_n = z_n - z_{n-1}$, on peut écrire

$$\begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{u}}^*(z = z_{n-1}) \\ \bar{\mathbf{u}}^*(z = z_n) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}^T \mathbf{Z}(z = z_{n-1}) & \mathbf{Q}^R \mathbf{Z}(z = z_{n-1}) \\ \mathbf{Q}^T \mathbf{Z}(z = z_n) & \mathbf{Q}^R \mathbf{Z}(z = z_n) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\phi}^{\prime *T} \\ \bar{\phi}^{\prime *R} \end{Bmatrix} = [Q] \begin{Bmatrix} \bar{\phi}^{\prime *T} \\ \bar{\phi}^{\prime *R} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.39})$$

où $\bar{\mathbf{u}}^*(z = z_{n-1}) = \langle \bar{\mathbf{u}}_x^*(z = z_{n-1}), \bar{\mathbf{u}}_y^*(z = z_{n-1}), i\bar{\mathbf{u}}_z^*(z = z_{n-1}), i\bar{\mathbf{w}}_z^*(z = z_{n-1}) \rangle$.

Lefeuve-Mesgouez [LM99] a montré que les déplacements à chaque interface sont liés aux contraintes par l’intermédiaire d’une matrice $[Q]$ appelée matrice rigidité du massif. L’auteur a noté que cette matrice est mal conditionnée.

Pour éliminer du système matriciel les termes exponentiels réels dont la variable est positive, on déplace ces termes dans les potentiels inconnus pour ne garder que les termes exponentiels réels dont la variable est négative, Lefeuve-Mesgouez et Mesgouez [LM12]. La matrice résultante est alors bien conditionnée

$$\begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{u}}^*(z = z_{n-1}) \\ \bar{\mathbf{u}}^*(z = z_n) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}^T & \mathbf{Q}^R \mathbf{Z}_{hn} \\ \mathbf{Q}^T \mathbf{Z}_{hn} & \mathbf{Q}^R \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\phi}^{\prime *T} \\ \bar{\phi}^{\prime *R} \end{Bmatrix} = [Q'] \begin{Bmatrix} \bar{\phi}^{\prime *T} \\ \bar{\phi}^{\prime *R} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.40})$$

De la même manière, le vecteur des contraintes est relié à ces potentiels comme suit

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}^T & \mathbf{S}^R \mathbf{Z}_{hn} \\ -\mathbf{S}^T \mathbf{Z}_{hn} & -\mathbf{S}^R \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\phi}^{\prime *T} \\ \bar{\phi}^{\prime *R} \end{Bmatrix} = [S'] \begin{Bmatrix} \bar{\phi}^{\prime *T} \\ \bar{\phi}^{\prime *R} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{\Sigma}^*(z = z_{n-1}) \\ -\bar{\Sigma}^*(z = z_n) \end{Bmatrix} \quad (\text{II.41})$$

où

$$S^T = \begin{bmatrix} 2\mu k_x \alpha_{p1} & 2\mu k_x \alpha_{p2} & \mu u(\alpha_s^2 + k_x^2) & \mu k_x k_y \\ 2\mu k_y \alpha_{p1} & 2\mu k_y \alpha_{p2} & \mu k_x k_y & \mu(\alpha_s^2 + k_x^2) \\ s_{31}^T & s_{32}^T & 2\mu \alpha_s k_x & 2\mu \alpha_s k_y \\ s_{41}^T & s_{42}^T & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.42})$$

avec

$$s_{31}^T = i(\alpha_{P1}^2 - k_x^2 - k_y^2)(\lambda_0 + m\beta^2 + m\beta F_1(k_x, k_y, \omega)) + 2\mu\alpha_{P1}^2$$

$$s_{32}^T = i(\alpha_{P2}^2 - k_x^2 - k_y^2)(\lambda_0 + m\beta^2 + m\beta F_1(k_x, k_y, \omega)) + 2\mu\alpha_{P2}^2$$

$$s_{41}^T = im(\alpha_{P1}^2 - k_x^2 - k_y^2)(F_1(k_x, k_y, \omega) + \beta)$$

$$s_{42}^T = im(\alpha_{P2}^2 - k_x^2 - k_y^2)(F_2(k_x, k_y, \omega) + \beta)$$

$$S^R = \begin{bmatrix} -s_{11}^T & -s_{12}^T & -s_{13}^T & -s_{14}^T \\ -s_{21} & -s_{22}^T & -s_{23}^T & -s_{24}^T \\ s_{31}^T & s_{32}^T & s_{33}^T & s_{34}^T \\ s_{41}^T & s_{42}^T & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.43})$$

Pour une couche, le vecteur des déplacements transformés des interfaces (couche supérieure et couche inférieure) est relié au vecteur des contraintes aux interfaces, par la résolution du système matriciel suivant, Lefeuvre-Mesgouez et Mesgouez [LM12]

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{S}^T & \mathbf{S}^R \mathbf{Z}(h_n) \\ -\mathbf{S}^T \mathbf{Z}(h_n) & -\mathbf{S}^R \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_n(8 \times 8)} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{Q}^T & \mathbf{Q}^R \mathbf{Z}(h_n) \\ \mathbf{Q}^T \mathbf{Z}(h_n) & \mathbf{Q}^R \end{bmatrix}}^{-1} \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{u}}^*(z = z_{n-1}) \\ \bar{\mathbf{u}}^*(z = z_n) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{\bar{\Sigma}}^*(z = z_{n-1}) \\ -\bar{\bar{\Sigma}}^*(z = z_n) \end{Bmatrix} \quad (\text{II.44})$$

En ce qui concerne les couches du milieu poreux, elles sont assemblées par une technique d'assemblage classique avec des conditions de continuité des déplacements et des contraintes aux interfaces. Le système matriciel résultant est de dimensions $4(N+1) \times 4(N+1)$ pour un problème tridimensionnel, où n est le nombre des différentes couches. Dans le vecteur résultant $\bar{\bar{\Sigma}}^*$, tous les termes sont nuls, excepté $\bar{\bar{\sigma}}_{zz}^*$ qui est obtenu en utilisant les conditions d'interface. Soit

$$[T_{globale}]_{4(n+1) \times 4(n+1)} \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{u}}^*(z = z_1 = 0) \\ \bar{\mathbf{u}}^*(z = z_2) \\ \dots \\ \bar{\mathbf{u}}^*(z = z_n) \\ \bar{\mathbf{u}}^*(z = z_{hs}) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{\bar{\Sigma}}^*(z = z_1 = 0) \\ \mathbf{0} \\ \dots \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.45})$$

Pour le cas du milieu semi-infini inférieur, nous tenons compte uniquement des ondes transmises, l'approche matricielle pour cette couche est alors réduite à la forme

$$[T_{hs}]_{4 \times 4} \left\{ \bar{\mathbf{u}}^*(z = z_{hs}) \right\} = \left\{ \bar{\bar{\Sigma}}^*(z = z_{hs}) \right\} \quad (\text{II.46})$$

où $[T_{hs}]_{4 \times 4} = [S^T][Q^T]^{-1}$, l'indice 'hs' désigne le milieu semi-infini. On note que $[T_{globale}]$ et $[T_{hs}]$ sont des matrices de dimensions 8×8 et 4×4 , respectivement.

II.3 Conclusion

Nous avons présenté une méthode relativement générale permettant d'étudier les vibrations engendrées par une charge de forme rectangulaire, harmonique, se déplaçant à la surface d'un massif poroviscoélastique, pouvant comporter un nombre quelconque de couches horizontales. Cette méthode semi-analytique est basée sur une approche matricielle permettant l'étude l'analyse de différentes modélisations en $3D$: une charge agissant soit directement sur un sol poroviscoélastique, soit sur une voie ferrée couplée avec le sol. La voie ferrée a été modélisée par une poutre complète intégrant tous les composants du rail.

Par rapport aux travaux antérieurs portant sur les problèmes tridimensionnels tenant compte de la présence de la voie ferrée, notons que nous avons étendu le modèle présenté par Lefeuvre-Mesgouez et Mesgouez au cas d'une poutre complète couplée avec le sol. L'étude des auteurs était restreinte au cas d'une poutre d'Euler-Bernouilli. Dans le cas d'une charge agissant directement sur le sol, l'étude d'Alabi et al. était limitée au cas d'une charge ponctuelle agissant sur un sol viscoélastique, ne tenant compte que d'une seule phase solide dans le sol.

Dans les sections qui suivent, nous allons présenter des résultats numériques portant sur les vibrations engendrées dans le sol, en appliquant le modèle ainsi développé à plusieurs cas particuliers.

Chapitre III

Épaisseur critique d'une couche

III.1 Introduction

Dans cette section, nous présentons les résultats numériques portant sur le comportement dynamique du sol couplé à la poutre, en utilisant le modèle développé dans le chapitre précédent. Le cas de la charge agissant directement sur le sol sera aussi présenté.

III.2 Paramètres mécaniques

On définit les paramètres du modèle de sol poroviscoélastique multicouche, en considérant le cas de 2 couches (A) et (B) sur un demi-espace (C). Nous considérons des couches horizontales dont la rigidité augmente avec la profondeur. Les paramètres du sol stratifié sont ceux considérés par Theodorakopoulos [THE03], avec $\mu = 0.2 \times 10^8$ Pa pour la couche (A) et $\mu = 10^8$ Pa pour la couche (B). Le demi-espace (C) est de type 'Berea sandstone', Lefeuvre-Mesgouez et Mesgouez [LM08a]. Ce sol dont les grains ont principalement la taille des grains de sable, est composé de roches sédimentaires formées par le quartz et la silice. L'importance de ce type de sol est largement reconnue dans l'étude géomécanique de la propagation d'ondes dans le sol. Cette roche est couramment utilisée dans l'ingénierie pétrolière. Le tableau III.2 résume les valeurs des paramètres mécaniques du sol poreux.

		Couche (A)	Couche (B)	Massif semi-infini (C)
Fluide saturé	ρ_f (kg/m ³)	1000	1000	1000
Grains solides	ρ_s (kg/m ³)	1816	1816	2644
	μ (Pa)	$0.2 \cdot 10^8$	$1 \cdot 10^8$	$7.02 \cdot 10^9$
Matrice	η	0.1	0.1	0.01
	ϕ	0.40	0.40	0.20
	a_∞	1.0	1.0	2.4
	κ (m ²)	$1 \cdot 10^{-12}$	$1 \cdot 10^{-12}$	$1 \cdot 10^{-12}$
	μ_v (Pa.s)	$1 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-3}$
	λ_0 (Pa)	$0.46 \cdot 10^8$	$2.33 \cdot 10^8$	$5.69 \cdot 10^9$
	m (Pa)	$5.56 \cdot 10^9$	$5.56 \cdot 10^9$	$9.71 \cdot 10^9$
	β	1.0	1.0	0.72
Vitesses d'ondes ($f = 64$ Hz)	c_R (m/s)	108.7	243	1593.5
	c_S (m/s)	116.3	260	1741.4
	c_{P1} (m/s)	1946.9	2005.8	3270.6
	c_{P2} (m/s)	10.8	18.9	98.3

Tableau III.2 : Paramètres physiques du sol poreux multicouche.

Pour l'analyse des résultats numériques, nous introduisons les régimes sub- et super-Rayleigh. De ce fait, nous introduisons le nombre de Mach relatif à l'onde R , tel que

$$M_R = \frac{c}{c_R} \quad (\text{III.1})$$

Dans ce qui suivra, nous allons considérer une charge verticale harmonique appliquée en surface, avec une fréquence égale à 64 Hz, sauf cas indiqué. Par ailleurs, nous nous intéresserons uniquement aux déplacements verticaux solides en surface du sol.

III.3 Résultats pour un massif semi-infini

III.3.1 Analyse dans le domaine des nombres d'ondes

Dans un premier temps, nous considérons le cas d'un massif semi-infini. La figure III.1 présente une comparaison de la partie réelle du déplacement vertical, dans le domaine des nombres d'ondes, le long de la ligne $k_x = 0$, entre le cas d'une charge directement appliquée au sol et le cas d'une charge appliquée sur le système voie ferrée/sol multicouches. Les résultats sont présentés pour le sol (A) et le demi-espace, pour plusieurs vitesses.

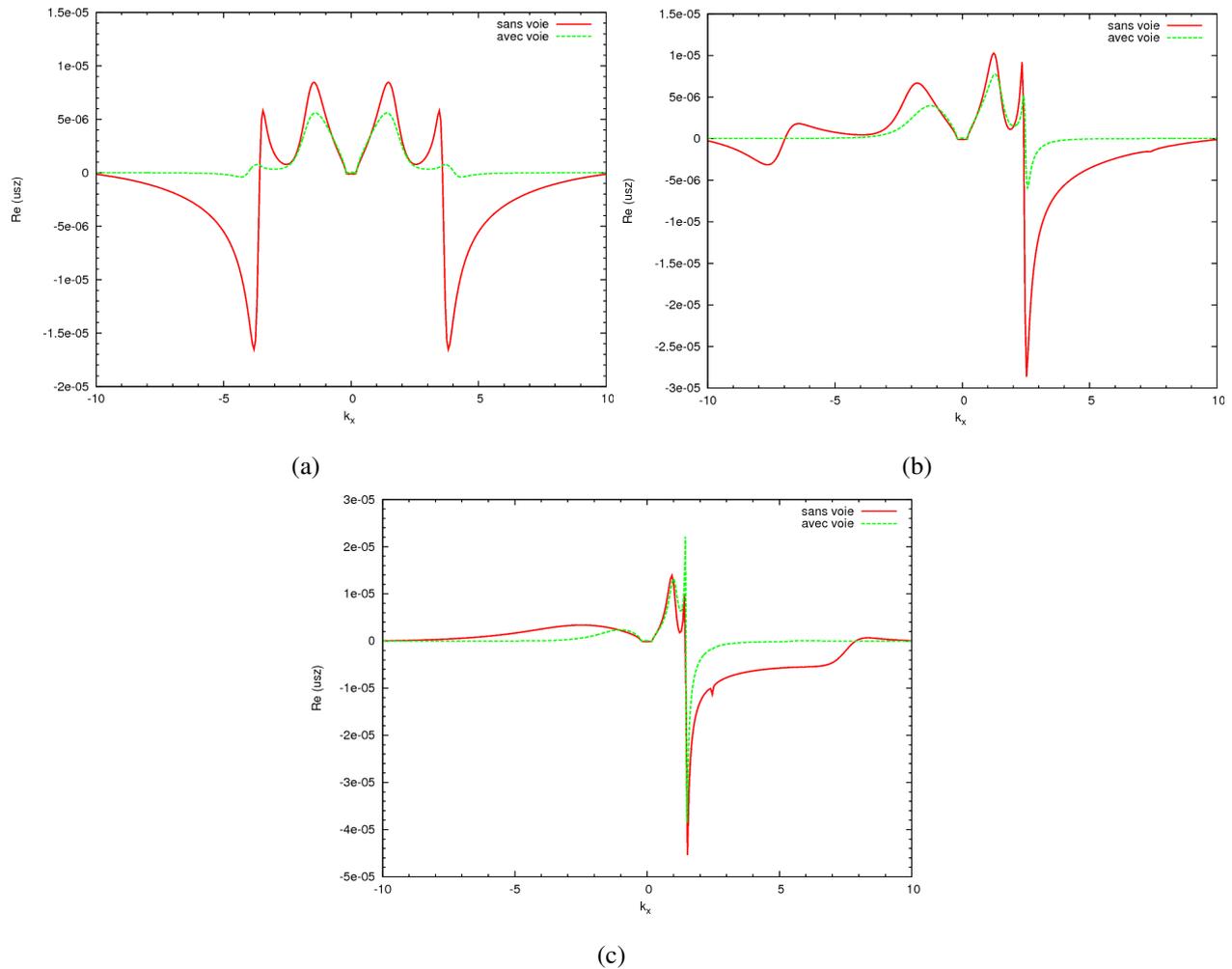


FIGURE III.1 – Partie réelle des déplacements verticaux transformés le long de la ligne $k_x = 0$, massif semi-rigide (A) avec/sans voie ferrée : (a) $M_R = 0$, (b) $M_R = 0.5$ m, (c) $M_R = 1.5$.

Sur la figure III.1 (a) obtenue pour $M_R = 0$, les parties réelles des déplacements transformés présentent trois séries de pics : une pour les nombres d'ondes égaux à $\pm k_R$, une deuxième pour les nombres d'ondes égaux à $\pm k_S$ et la dernière pour les nombres d'ondes $\pm k_P$. Les deux courbes sont symétriques, chacune traduit deux sens de propagation : l'un dans le sens des x positifs (nombres d'ondes négatifs) et l'autre dans le sens des x négatifs (nombres d'ondes positifs).

Nous constatons que l'amplitude des pics relatifs aux ondes P et S est nettement inférieure à celle du pic de l'onde R . La contribution de l'onde P est du même type que celle de l'onde S (i.e. la partie réelle est positive contrairement à celle de l'onde R), mais est supérieure en amplitude. D'autre part, nous constatons que les nombres d'ondes k_R et k_S sont très proches l'un de l'autre. Si on visualisait l'amplitude de cette réponse, on ne pourrait pas distinguer la contribution de l'onde S qui serait pratiquement confondue avec celle de l'onde de Rayleigh.

Par ailleurs, nous constatons que l'amplitude du pic correspondant à l'onde P lorsque la voie ferrée est prise en compte est supérieure au pic relatif à l'onde P , dans le cas sans voie ferrée, alors que les pics relatifs aux ondes R et S sont aplatis, en présence de la voie.

III.3.2 Résultats dans le domaine spatial

Les déplacements dans le domaine spatial sont obtenus par transformée de Fourier rapide. Celle-ci est calculée numériquement à l'aide d'un algorithme de FFT , Brigham [BRI74]. Pour obtenir des résultats fiables et précis, les intégrales doivent être tronquées pour des valeurs suffisamment élevées, de façon à éviter les distorsions des résultats et le maillage de calcul des fonctions doit être suffisamment fin, pour bien représenter les détails des fonctions visualisées dans le domaine transformé.

La figure III.2 donne un exemple de résultats dans le domaine spatial. Une comparaison entre le cas d'une charge directement appliquée et le cas d'une charge appliquée sur la poutre est présentée, avec différentes vitesses. Les bornes d'intégration sont choisies tel que $|k_x, k_y| < 20 \text{ m}^{-1}$. L'algorithme de la transformée de Fourier rapide est optimisé pour une valeur du nombre de points choisi pour décrire l'expression d'intégration, soit un maillage de calcul de 2048×2048 .

Quelque soit le régime de la vitesse considéré, les déplacements sont réduits d'une façon significative, en présence de la voie. Le rapport entre les maxima, dans le cas avec/sans voie ferrée, est égal à 3.3, 3.4 et 2.8, pour $M_R = 0$, $M_R = 0.5$ et $M_R = 1.5$, respectivement.

III.4 Cas d'une charge directement appliquée au sol

Considérons le cas d'une charge directement appliquée au sol poroviscoélastique reposant sur un massif semi-rigide, figure III.3.

L'équation (II.15) des conditions d'interface (section II.2.1.4), s'écrit alors

$$\sigma_{33}(x_1, x_2, x_3 = 0) = \frac{f_0}{4ab} \text{ si } |x_1 - ct| < a, |x_2| < b \quad (\text{III.2})$$

où f_0 est l'amplitude de la force verticale appliquée en surface. a et b représentent la demi-largeur et la demi-longueur de la charge, respectivement.

Nous considérons d'abord, le cas d'un sol monocouche (A) sur un massif (C) soumis à une charge harmonique rectangulaire, de dimensions $2a \times 2b = 0.6 \times 3.2 \text{ m}$.

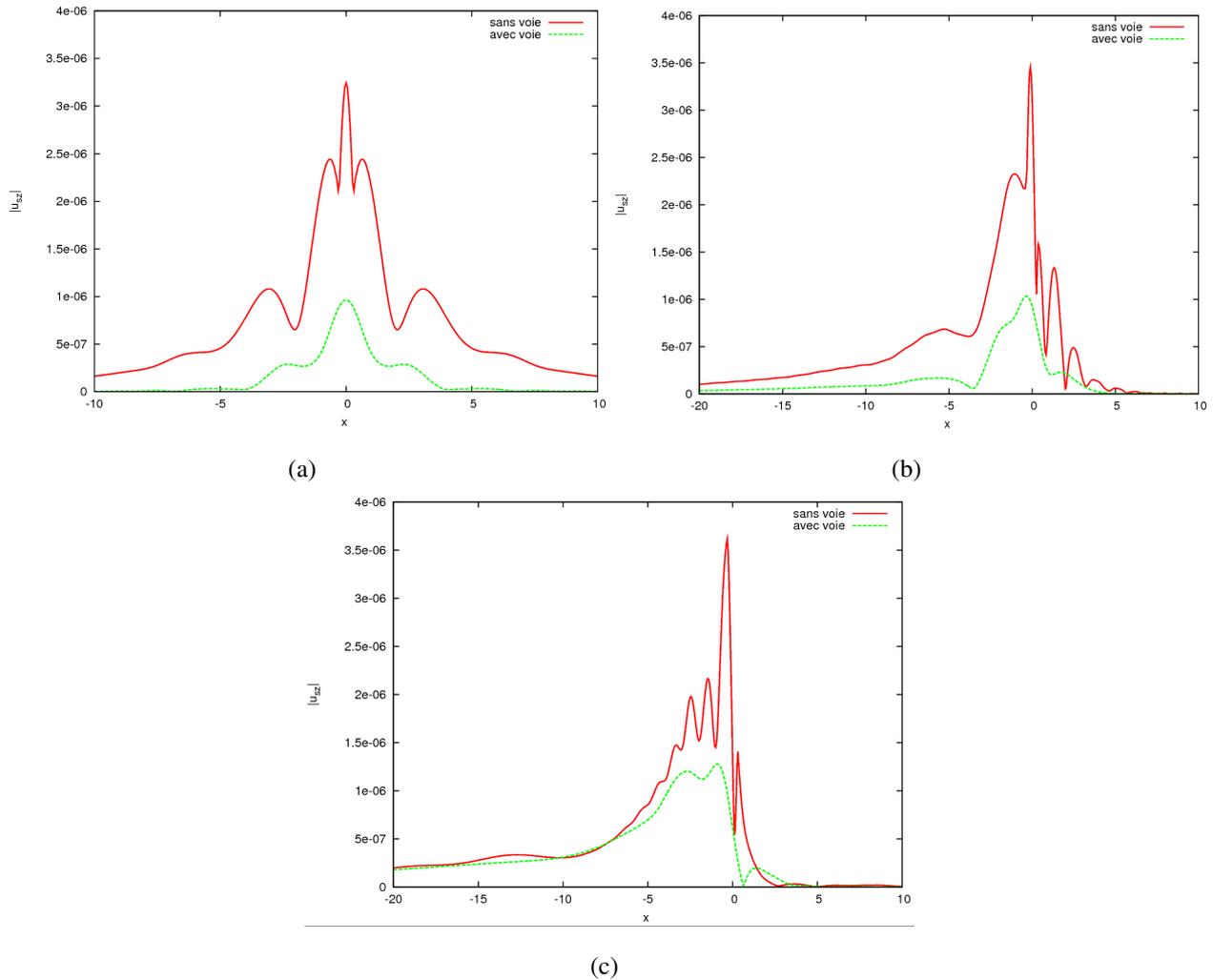


FIGURE III.2 – Diminution des déplacements du sol (A) en introduisant la poutre : (a) $M_R = 0$, (b) $M_R = 0.5$, (c) $M_R = 1.5$.

Les valeurs des vitesses de propagation d'ondes de Rayleigh, de cisaillement et de compression sont, respectivement : $c_R = 108 \text{ m.s}^{-1}$, $c_S = 116 \text{ m.s}^{-1}$ et $c_{P1} = 1946 \text{ m.s}^{-1}$. Nous désignons l'onde de compression par la première onde P_1 , vu que la seconde onde P_2 est lente et donc fortement atténuée, section I.3.2.1.

Les valeurs des nombres d'ondes respectifs correspondant aux ondes R , S et P_1 sont : $k_R = \omega/c_R = 3.72 \text{ m}^{-1}$, $k_S = \omega/c_S = 3.46 \text{ m}^{-1}$ et $c_{P1} = \omega/c_{P1} = 0.21 \text{ m}^{-1}$.

III.4.1 Notion d'épaisseur critique

De nombreux auteurs ont étudié l'épaisseur critique pour un sol multicouche, dans le cas d'une charge mobile, Yang et al. [YAN03], Kouroussis et al. [KOU11]. L'épaisseur critique pour un sol

visualisation dans ce domaine est très intéressante car elle permet de suivre l'évolution des contributions des ondes R , S et P de manière indépendante, alors que dans le domaine réel, celles-ci sont regroupées au sein d'un même résultat.

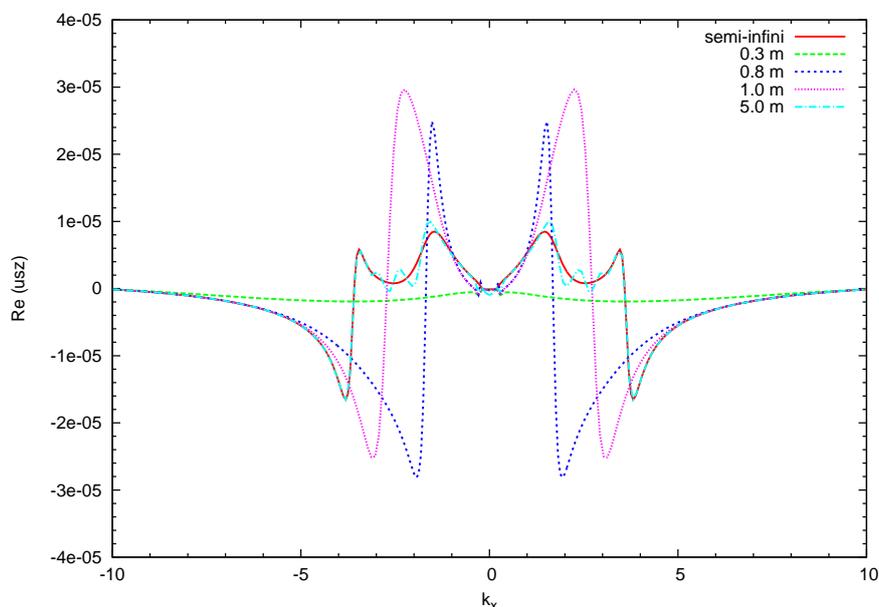


FIGURE III.4 – Epaisseur critique de la couche (A) dans le domaine transformé, vitesse nulle.

La figure III.4 montre les déplacements transformés obtenus dans le domaine des nombres d'ondes pour différentes valeurs de h , dans le cas d'une vitesse nulle. Pour la configuration en massif semi-infini, le pic lisse associé au nombre d'ondes $k = 1.47 \text{ m}^{-1}$ est relatif à une vitesse de propagation d'ondes $v = 273.4 \text{ m.s}^{-1}$. Cette vitesse d'onde est associée à une épaisseur critique $h_c^A = 1.0 \text{ m}$, donnée par l'expression III.3.

Pour $h = 5.0 \text{ m}$, nous constatons que la courbe obtenue reste très semblable à celle d'un massif semi-infini, figure III.4 : les ondes réfléchies à l'interface n'induisent que de faibles perturbations. La figure confirme aussi l'existence d'une épaisseur critique autour de $h = 1.0 \text{ m}$, puisque la courbe relative à cette valeur est supérieure aux autres, dans une gamme de nombres d'ondes compris entre -3 m^{-1} et $+3 \text{ m}^{-1}$. Par contre, la courbe à $h = 0.3 \text{ m}$ reste d'amplitude faible sur toute la gamme des nombres d'ondes. En effet, l'épaisseur est trop faible pour qu'il puisse y avoir propagation d'ondes.

Pour la configuration en massif semi-infini, les pics relatifs aux nombres d'ondes k_S et k_R confirment les valeurs des vitesses de propagation des ondes S et R , respectivement : $k_S = \omega/c_S = 3.46 \text{ m}^{-1}$ correspondant à $c_S = 116 \text{ m.s}^{-1}$ et $k_R = \omega/c_R = 3.72 \text{ m}^{-1}$ correspondant à $c_R = 108 \text{ m.s}^{-1}$.

(ii) Résultats dans le domaine réel

Conformément à ce qui vient d'être vu, la figure III.5 montre l'existence d'une épaisseur critique de

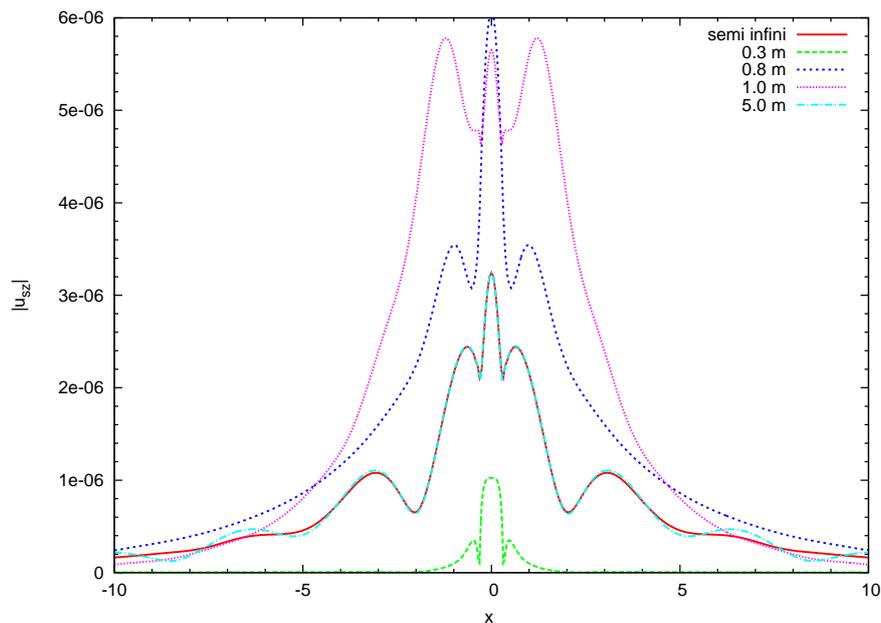


FIGURE III.5 – Épaisseur critique de la couche (A) dans le domaine réel, vitesse nulle.

la couche (A) qui est localisée aux alentours de 1.0 m. En effet, les déplacements sont plus élevés pour cette valeur, de part et d'autre de la charge. Remarquons par ailleurs que, pour une épaisseur plus élevée ($h^A = 5.0 \text{ m}$), la courbe se superpose pratiquement avec celle d'un massif semi-infini : on tend logiquement vers le cas limite du massif semi-infini. Ce phénomène a été observé, dans le domaine des nombres d'ondes, figure III.4.

Pour une faible épaisseur ($h = 0.3 \text{ m}$), il n'y a pas de propagation d'ondes dans le sol. Excepté pour cette courbe, l'ensemble des courbes présente des séries de couples de maxima symétriques relatifs à une propagation d'ondes de part et d'autre de la charge.

III.4.1.2 Evolution de l'épaisseur critique pour $M_R \neq 0$

(i) Résultats dans le domaine des nombres d'ondes

Dans le cas d'une charge roulante, les courbes relatives à une épaisseur proche de l'épaisseur critique

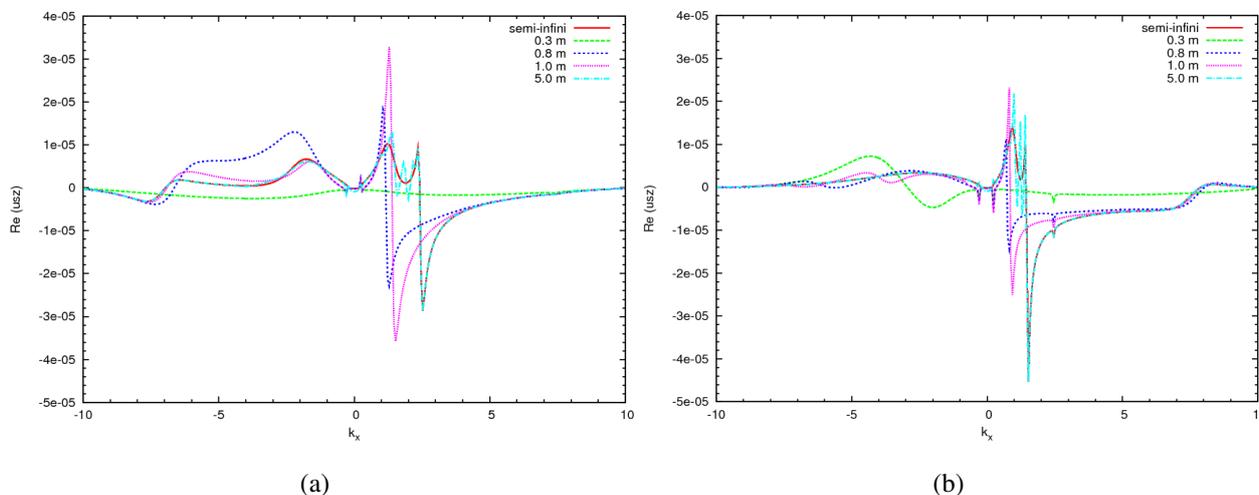


FIGURE III.6 – Epaisseur critique de la couche (A) dans le domaine transformé : (a) $M_R = 0.5$, (b) $M_R = 1.5$.

présentent des maxima situés dans le domaine des nombres d'ondes positifs qui diminuent en amplitude à mesure que la vitesse de la charge croît, figure III.6. Les maxima du domaine des nombres d'ondes négatifs se déplacent vers $-\infty$, lors du passage au régime super-Rayleigh. Notons que pour ce régime et pour $h_c = 1.0$ m, la courbe située sur la partie réelle négative n'est plus supérieure aux autres. Son amplitude devient même inférieure, comparée aux courbes obtenues pour une épaisseur plus importante. Cependant, des pics apparaissent à $h = 0.3$ m, traduisant une perturbation de la réponse, cf. figure III.6 (b). Nous retrouverons cette conclusion lors de la visualisation dans le domaine réel.

(ii) Analyse dans le domaine spatial

Les figures III.7 comparent les résultats obtenus pour différentes épaisseurs critiques de la couche (A) pour des nombres de Mach non nuls. Ainsi, en régime sub-Rayleigh, les amplitudes des déplacements obtenus restent du même ordre de grandeur. Néanmoins, les déplacements correspondant à l'épaisseur critique sont plus importants derrière la charge. En régime super-Rayleigh, l'épaisseur critique semble avoir une influence moindre : il n'y a plus de valeurs très élevées. Pour ce régime, il y a une amplification des vibrations derrière la charge.

Nous avons vu que pour une faible épaisseur, il n'y a pas de propagation d'ondes, dans le cas de la

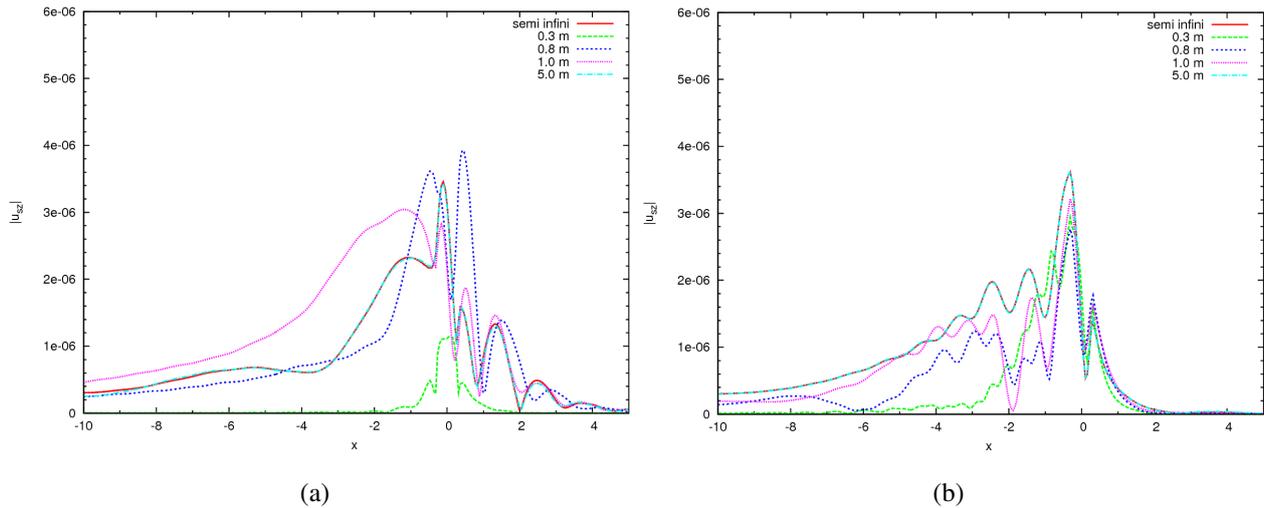


FIGURE III.7 – Epaisseur critique de la couche (A) dans le domaine réel : (a) $M_R = 0.5$, (b) $M_R = 1.5$.

charge fixe. Cependant, la figure III.7 (b) montre que lorsqu'on passe dans le régime super-Rayleigh, des ondes se propagent, la réponse ne reste plus concentrée autour de la charge mais s'étale derrière, montrant un début de propagation d'ondes.

III.5 Cas du sol couplé avec la poutre complète

Considérons maintenant, le cas d'un milieu poroviscoélastique couplé avec la voie ferrée, cf. figure II.1. Les dimensions de la charge appliquée sont $2a \times 2b = 0.6 \times 3.2$ m, la largeur de la charge correspond à celle du ballast. L'algorithme de FFT est optimisé avec une grille de 4096×4096 points et des bornes définissant les nombres d'ondes telles que : $k_x < 40 \text{ m}^{-1}$ et $k_y < 80 \text{ m}^{-1}$.

Les valeurs des paramètres du train sont définies dans le tableau III.5, Picoux et Le Houédec [PIC05] :

		Valeur
Rail	E (N/m ²)	12.11×10^{11}
	I (cm ⁴)	3055
	m_R (kg/m)	60.34
Traverse	m_S (kg/m)	191
Coussinet	k_P (N/m ²)	60×10^6
	η_P	0.2
Ballast	m_B (kg/m)	1200
	k_B (N.m ²)	3.15×10^8
	η_B	1
	L_B (m)	1.6

Tableau III.5 : Paramètres de la voie ferrée.

III.5.1 Epaisseur critique

III.5.1.1 Cas d'une vitesse nulle

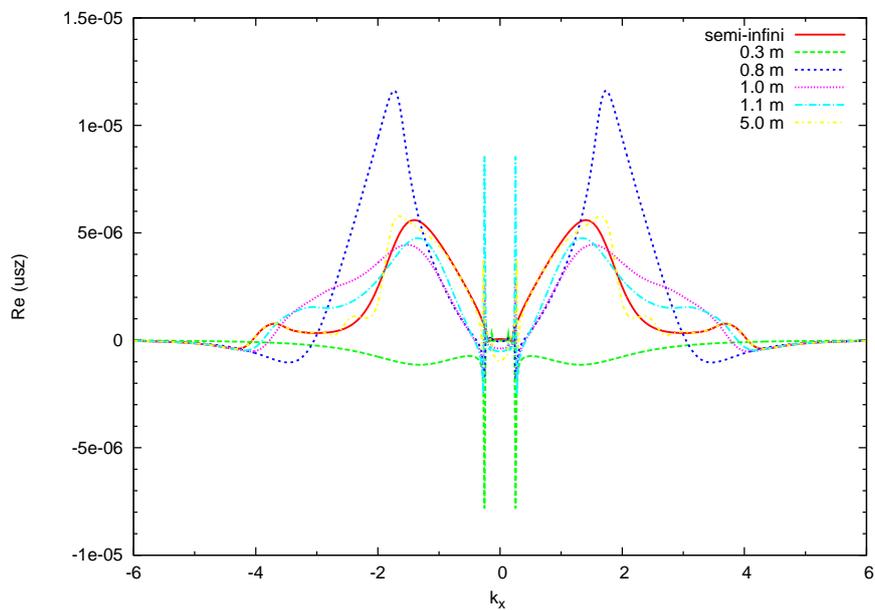


FIGURE III.8 – Epaisseur critique de la couche (A) avec voie ferrée dans le domaine des nombres d'ondes : $M_R = 0$.

La figure III.8 montre la partie réelle des déplacements transformés, le long de la ligne $k_x = 0$, pour différentes épaisseurs de la couche considérée et pour une vitesse nulle. Des pics élevés apparaissent au milieu des courbes obtenues pour $h = 0.3$ m et 1.1 m. Pourtant, comme nous le verrons dans l'analyse du domaine spatial, les déplacements correspondant se sont pas anormalement élevés.

Nous obtenons les mêmes conclusions que pour le cas sans voie ferrée, à $h = 0.3$ m et $h = 5.0$ m. La réponse en surface reste faible lorsque l'épaisseur de la couche est faible. Par ailleurs, la réponse du massif est similaire à celle de la couche lorsque son épaisseur est importante. Dans les deux cas, les déplacements sont inférieurs aux déplacements d'une couche dont l'épaisseur est aux alentours de l'épaisseur critique $h_c = 1.0$ m. Nous retrouvons ici, les conclusions relatives au cas d'une charge agissant directement sur le sol. Par contre, la notion d'épaisseur critique introduisant des déplacement plus élevés est moins franche, pour des cas intermédiaires. De plus, les déplacements induits ne s'étalent plus sur les côtés. Leur amplitude est plus importante sous la charge, figure III.9.

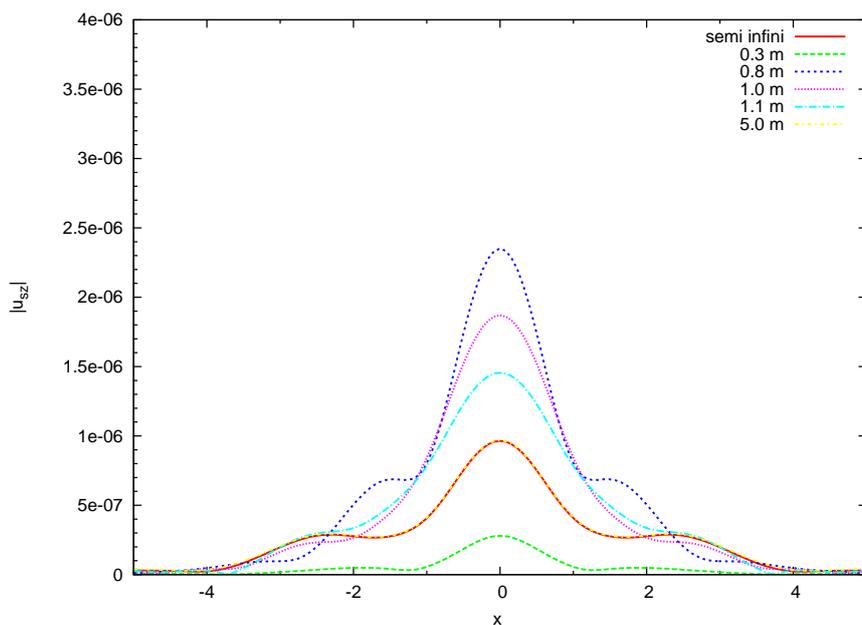


FIGURE III.9 – Epaisseur critique de la couche (A) avec voie ferrée dans le domaine réel : $M_R = 0$.

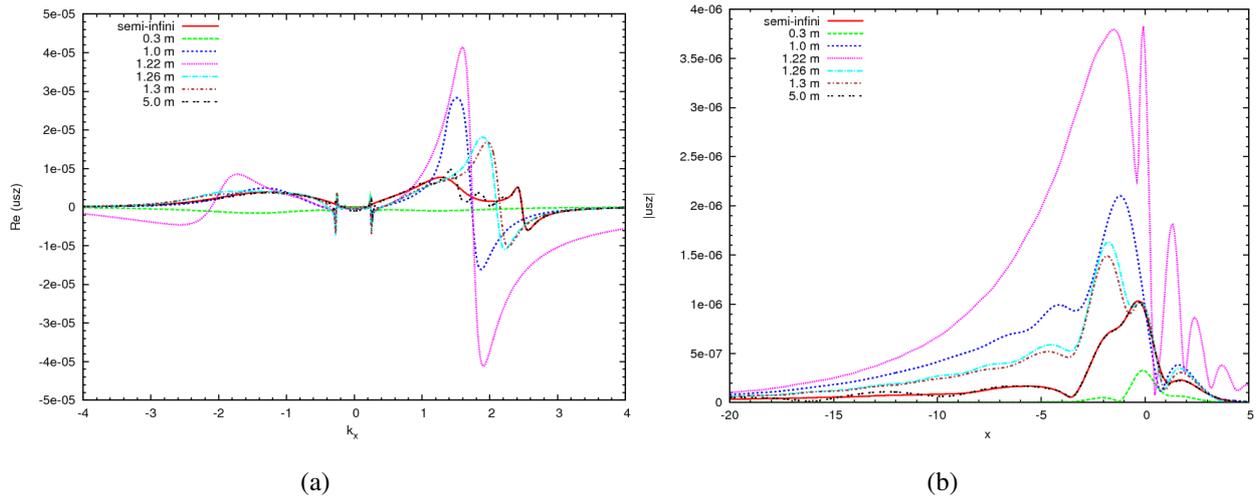


FIGURE III.10 – Epaisseur critique de la couche (A) avec voie ferrée, $M_R = 0.5$: (a) Domaine des nombres d'ondes, (b) Domaine réel.

III.5.1.2 Régime sub-Rayleigh

Dans le cas du massif semi-infini, le pic situé dans le domaine des nombres d'ondes positifs se déplace vers 0, tel que $k_p^1 = 1.28 \text{ m}^{-1}$. Dans le demi-plan négatif, il se déplace vers $-\infty$, donnant $k_p^2 = -1.24 \text{ m}^{-1}$, figure III.10 (a). Chacun de ces pics est associé à une épaisseur critique donnée par l'expression :

$$h_c^i = \frac{\pi}{2k_p^i} \quad (\text{III.4})$$

où $i = 1, 2$. Ce qui donne deux épaisseurs critiques correspondantes : $h_c^1 = 1.22 \text{ m}$ et $h_c^2 = 1.26 \text{ m}$.

Dans le domaine des nombres d'ondes, la courbe obtenue $h_c = 1.22 \text{ m}$ se distingue par des pics plus importants, comparées aux autres courbes, figure III.10 (a). Dans le domaine réel, nous retrouvons cette épaisseur critique qui présente une propagation d'ondes aussi bien derrière que devant la charge, figure III.10 (b). Pour 0.3 m, les déplacements sont quasiment nuls ; ceci se traduit par l'allure de la courbe correspondante qui est pratiquement aplatie, dans le domaine transformé. Cependant, l'évolution des autres courbes est similaire.

III.5.1.3 Régime super-Rayleigh

De la même manière, nous obtenons deux épaisseurs critiques, en régime super-Rayleigh : $h_1^c = 1.57 \text{ m}$ et $h_2^c = 1.65 \text{ m}$, figure III.11 (a).

Dans cette gamme de vitesse, la notion d'épaisseur critique est moins franche. Par contre, nous observons un début de propagation d'ondes, pour une couche de faible épaisseur, figure III.11 (b).

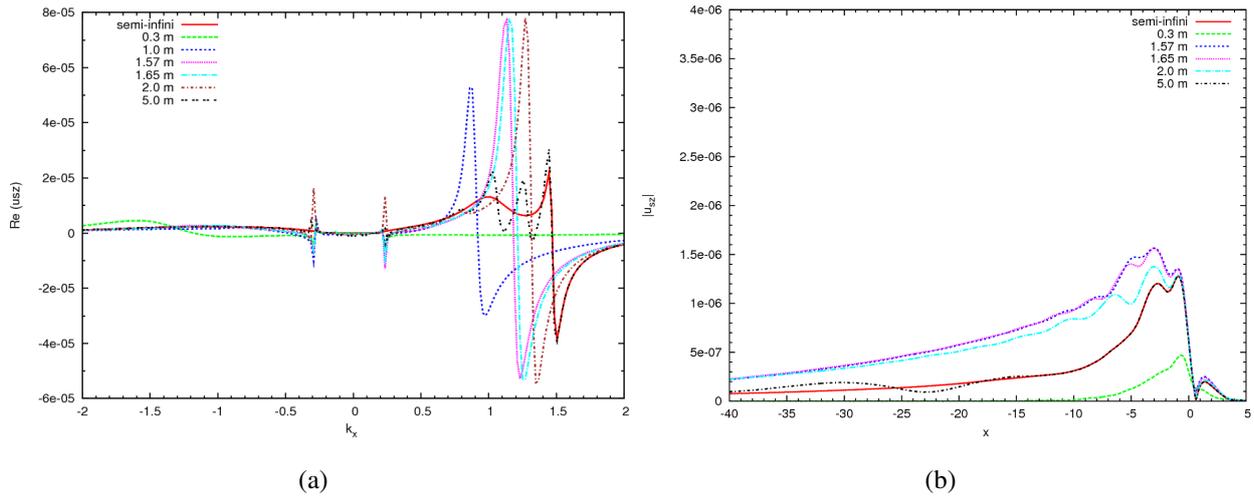


FIGURE III.11 – Epaisseur critique de la couche (A) avec voie ferrée, $M_R = 1.5$: (a) Domaine des nombres d'ondes, (b) Domaine réel.

Excepté pour cette épaisseur, un second pic apparaît devant la charge, traduisant une propagation d'ondes dans la poutre. Par ailleurs, les déplacements s'étalent encore plus loin derrière la charge, pour tous les cas considérés, sauf à $h = 0.3$ m.

III.5.2 Analyse des résultats dans le domaine (x, y)

III.5.2.1 Lignes de niveaux

Dans cette section, on s'intéresse à la répartition des lignes de niveaux pour une couche viscoélastique (A) sur un substratum (C), pour différentes vitesses, figures III.12, III.13 et III.14. L'épaisseur considérée correspond à l'épaisseur critique de la couche (A), pour une vitesse nulle ($h_A^c = 1.0$ m). Les lignes représentées sont comprises entre 10^{-7} m et 10^{-6} m, avec un intervalle de 0.5×10^{-7} m.

En régime statique, nous constatons une répartition plus importante des déplacements le long de la ligne x , lorsque la charge agit directement sur le sol. Notons que les déformations restent concentrées autour de la charge, dans les deux cas. Ceci a également été observé lors de la visualisation en $2D$. Lorsque la charge se meut, les déplacements commencent à s'étaler suivant x et y . D'autre part, l'amplitude des déplacements engendrés le long de la ligne du mouvement reste du même ordre de grandeur, lorsque le nombre de Mach est faible. Remarquons, en outre, qu'au passage au régime super-Rayleigh, les déplacements s'étalent également sur les côtés du rectangle, engendrant deux lignes sur lesquelles ils sont plus élevés. Ce sont les lignes de Mach relatifs à l'onde de Rayleigh, puisqu'en surface, l'onde R est prépondérante. L'angle d'ouverture du cône vaut $\phi = \arcsin(1/M_R) = 42^\circ$, figure III.14.

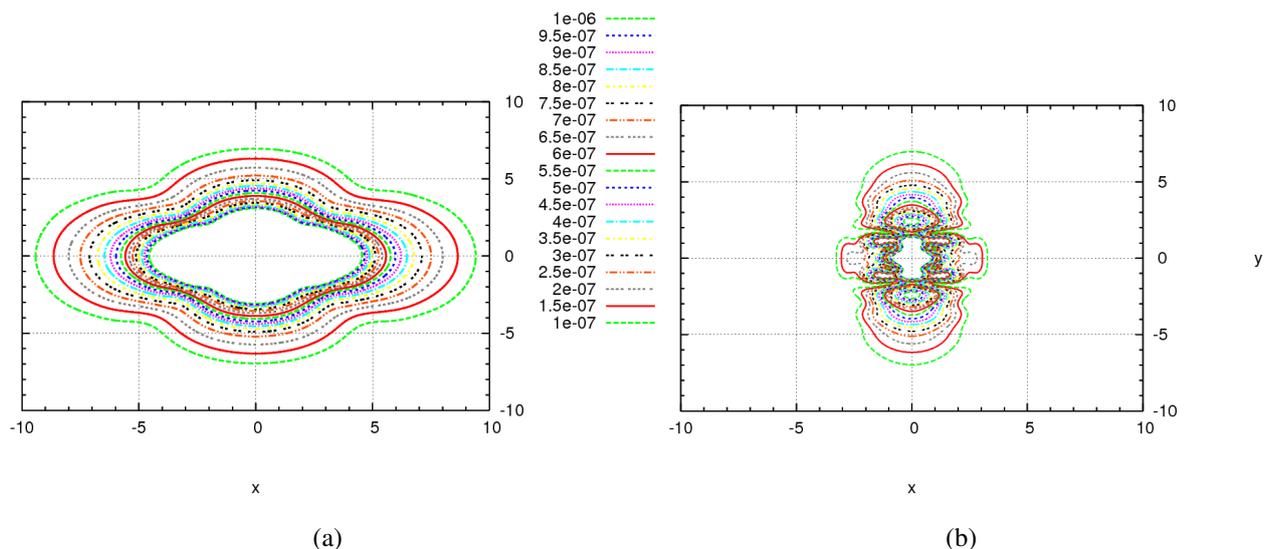


FIGURE III.12 – Lignes de niveaux des déplacements verticaux en surface de la couche (A), $c = 0$ $m.s^{-1}$: (a) Sans voie ferrée, (b) Avec voie ferrée.

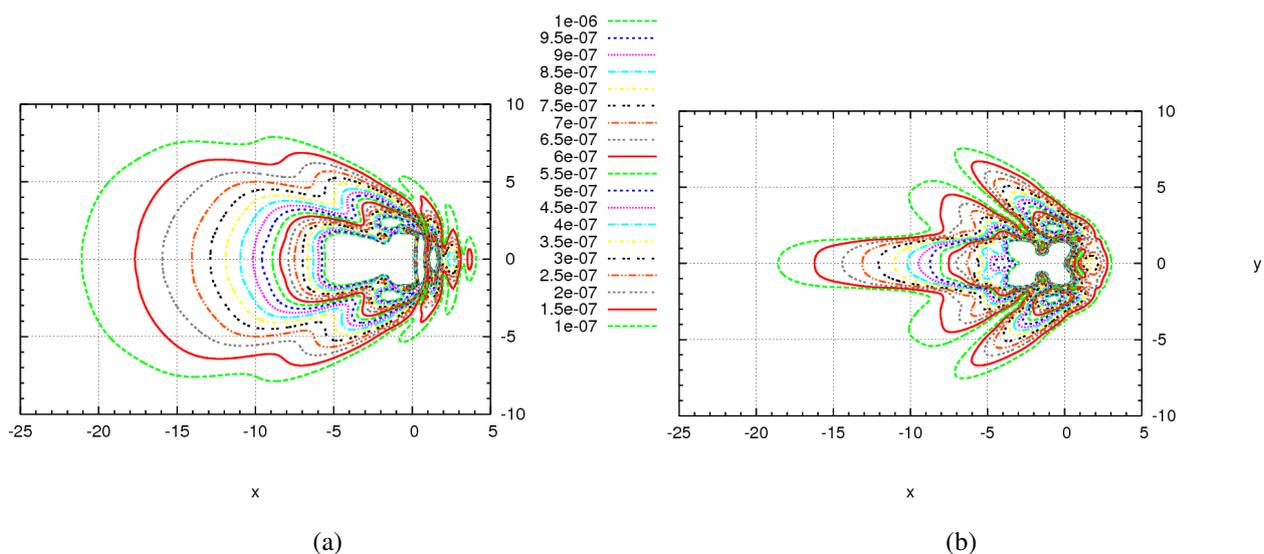


FIGURE III.13 – Lignes de niveaux des déplacements verticaux en surface de la couche (A), $c = 54$ $m.s^{-1}$: (a) Sans voie ferrée, (b) Avec voie ferrée.

Pour c croissant, les déplacements sont quasiment nuls devant la charge, les ondes engendrées se déplaçant moins vite que la charge. En présence de la poutre, les perturbations s'étalent de plus en plus loin derrière l'excitation mais restent concentrées à l'intérieur du cône. Notons aussi que son angle d'ouverture se referme à mesure que l'on s'approche de la charge. Pour une charge fixe, la présence de la poutre réduit les déplacements, contrairement au cas de la charge roulante et plus particulièrement, pour $M_R = 1.5$.

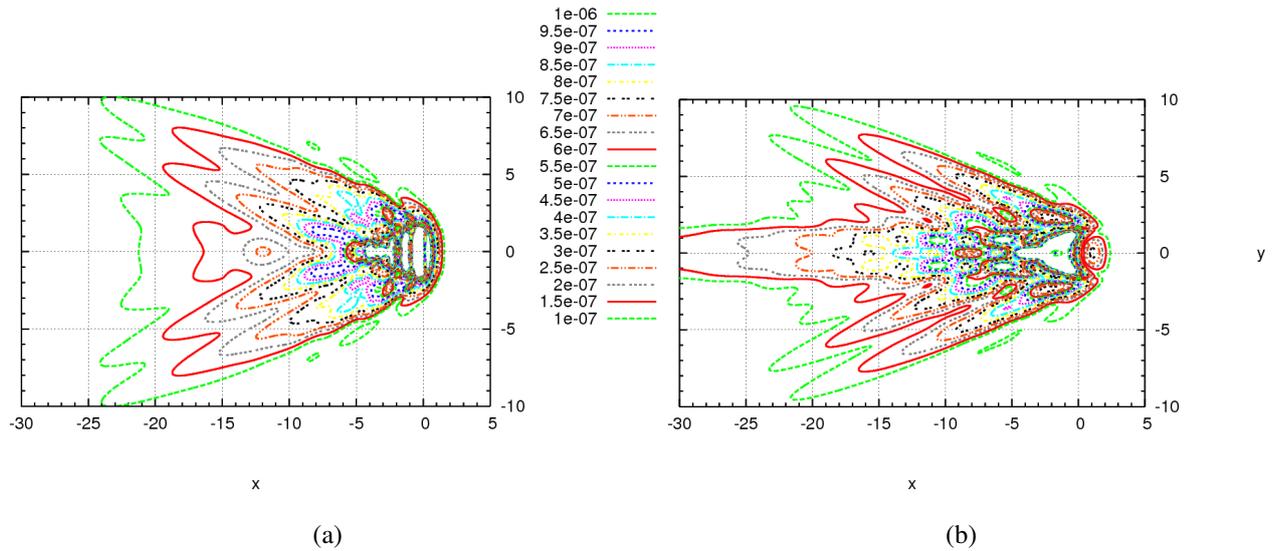


FIGURE III.14 – Lignes de niveaux des déplacements verticaux en surface de la couche (A), $c = 163 \text{ m.s}^{-1}$: (a) Sans voie ferrée, (b) Avec voie ferrée.

III.5.2.2 Visualisation des déplacements 3D

Les figures III.15, III.16 et III.17 présentent une visualisation tridimensionnelle des déplacements en surface de la couche considérée précédemment, en tenant compte ou non de la poutre de Sheng, pour différents nombres de Mach.

(i) Cas statique

Pour une charge fixe, les déplacements restent dans le voisinage de la charge, ceci a également

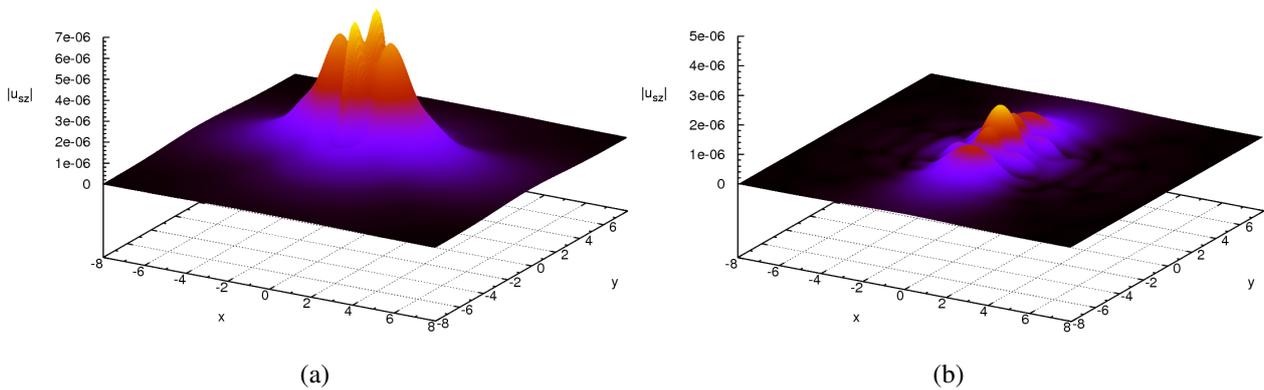


FIGURE III.15 – Allure des déplacements à la surface d'une couche poroviscoélastique pour une vitesse nulle : (a) Sans poutre, (b) Avec poutre.

été observé en visualisation 2D. Pour le cas sans poutre, deux pics apparaissent dans la direction y , traduisant ainsi des déplacements qui sont répartis dans le sens du mouvement, figure III.15 (a).

Pour l'autre configuration, c'est suivant la ligne x que les perturbations sont visibles. En présence de la poutre, les ondes changent de direction et se propagent ainsi sur les côtés, figure III.15 (b).

(ii) Cas dynamique

Le cas de la charge roulante montre une propagation d'ondes qui n'existait pas dans le cas d'une

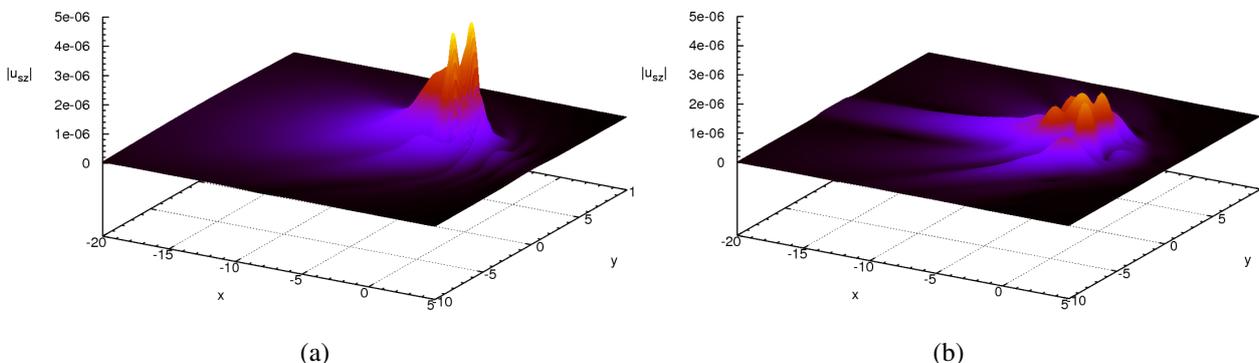


FIGURE III.16 – Allure des déplacements à la surface d'une couche poroviscoélastique, $M_R = 0.5$: (a) Sans poutre, (b) Avec poutre.

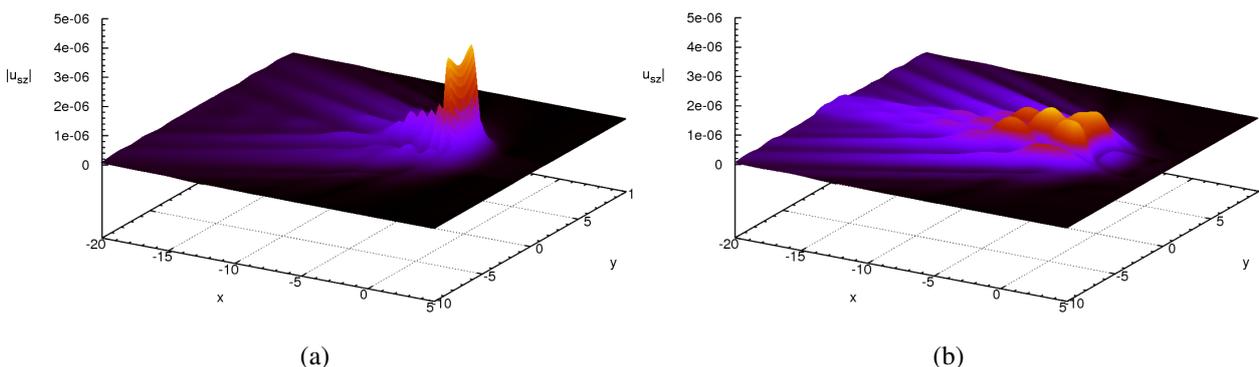


FIGURE III.17 – Allure des déplacements à la surface d'une couche poroviscoélastique, $M_R = 1.5$: (a) Sans poutre, (b) Avec poutre.

charge fixe. En effet, les déplacements s'étalent plus loin tout autour de la charge, vers la partie arrière, En régime sub-Rayleigh, figure III.16 (a). Lorsque la poutre est prise en compte, les déplacements continuent de s'étaler derrière la charge et plus particulièrement suivant la ligne y , figure III.16 (b). On constate aussi, que même si la réponse diminue, l'ensemble de la réponse influe de plus en plus loin de la charge, à mesure que la vitesse augmente. Par conséquent, les perturbations sont globalement plus importantes derrière la charge. Pour une grande vitesse, l'amplitude des déplacements est toujours maximale en $y = 0$, mais les déplacements sont davantage marqués à l'intérieur du cône de Mach qui est nettement visible, dans les deux configurations.

Par ailleurs, les figures montrent que la présence de la poutre réduit considérablement l'amplitude des déplacements engendrés et ce, quelque soit le régime considéré.

III.6 Conclusion

Une première série de résultats a été présentée dans ce chapitre, afin d'étudier l'aspect physique du problème : nous avons mis en évidence la propagation d'ondes devant et derrière la charge, dans les régimes sub-et super-Rayleigh. Une analyse dans le domaine des nombres d'ondes a également permis de comprendre les phénomènes de propagation d'ondes mis en jeu.

L'existence d'une épaisseur critique, dans le cadre d'une charge roulante, avait été auparavant abordée par Lefeuvre-Mesgouez et Mesgouez, mais les résultats numériques présentés étaient restreints au cas d'une charge directement appliquée à un sol monocouche. Dans cette étude, nous avons présenté des résultats, soit dans le cas d'une charge agissant sur le sol, soit dans le cas où la voie ferrée est prise en compte. Le sol a été représentée par un sol homogène, un sol monocouche ou bicouche.

Ainsi, l'influence de l'épaisseur de la couche poroviscoélastique n'est pas la même suivant la vitesse de déplacement de l'excitation, dans les deux configurations étudiées. Les résultats obtenus ont permis de conclure que l'existence d'une épaisseur critique dépend de la vitesse de déplacement de la charge : son influence est nettement atténuée, voire annulée, par le mouvement de la charge, surtout pour de grandes vitesses.

Dans le cas où l'épaisseur de la couche est faible, il n'y a pas de propagation d'ondes, pour des vitesses nulles ou sub-Rayleigh, par contre des ondes se propagent, lorsque le régime devient super-Rayleigh.

Par ailleurs, dans le cas étudié, les déplacements du sol sont en moyenne 3 fois moins importants en présence de la voie ferrée, comparés au cas où la charge agit directement sur le sol et ce, quelque soit la vitesse de l'excitation. La réponse dynamique se répartit dans les deux directions x et y . De plus, elle est plus importante derrière la charge, dans le cas dynamique et s'étale encore plus, en régime super-Rayleigh.

Chapitre IV

Influence du sol et de la voie ferrée sur la réponse

IV.1 Introduction

Pour mettre en relief l'intérêt du modèle développé pour l'étude du comportement dynamique du sol, une analyse paramétrique s'avère utile est nécessaire. Cette section présente donc une étude paramétrique, en tenant compte des principales caractéristiques du sol poreux et de la voie ferrée.

IV.2 Etude paramétrique

IV.2.1 Influence des caractéristiques du sol

Afin de mieux mettre en évidence l'intérêt du modèle développé pour l'étude du comportement dynamique du sol, une analyse paramétrique s'avère utile est nécessaire. Cette section présente donc une étude paramétrique de notre modèle, en tenant compte des paramètres principaux du sol poreux et de la voie ferrée.

Contrairement aux paramètres de la voie, les paramètres du sol peuvent varier dans une large gamme. Cependant, nous tenons compte des cas réalistes pouvant traduire le comportement réel du massif. Nous nous intéressons principalement aux paramètres du sol poreux, de la charge et de la poutre.

Nous envisageons le cas d'une couche (B) d'épaisseur $h_B = 18$ m reposant sur un substratum rigide, tableau III.2. Nous considérons le cas d'un milieu poroviscoélastique complètement saturé. Les valeurs des coefficients de Lamé du massif rigide sont : $\lambda_{hs} = 2.33 \times 10^{11}$ Pa et $\mu_{hs} = 10^{11}$ Pa. La charge rectangulaire de dimensions $2a \times 2b = 0.3 \times 0.3$ m est directement appliquée au sol, figure

II.1.

Les valeurs des vitesses de propagation des ondes de Rayleigh, de cisaillement et de compression relatives à la couche (B) sont : $c_R = 243 \text{ m.s}^{-1}$, $c_S = 260 \text{ m.s}^{-1}$ et $c_{P1} = 2006 \text{ m.s}^{-1}$, respectivement.

IV.2.1.1 Influence de la porosité

La porosité ϕ est l'un des principaux paramètres régissant la théorie de Biot. Il est donc intéressant d'étudier son influence sur le comportement dynamique du sol poreux. Nous considérons deux fréquences : $f = 1 \text{ Hz}$ et $f = 64 \text{ Hz}$.

Dans ce qui suit, nous considérons des grandeurs adimensionnées et notamment, nous introduisons le déplacement vertical solide maximum adimensionné par rapport au déplacement solide (u_{sz}^0) correspondant à une vitesse nulle, tel que

$$u_{sz}^{max*} = \frac{u_{sz}^{max}}{u_{sz}^0} \quad (\text{IV.1})$$

où u_{sz}^{max} est l'amplitude du déplacement maximum, à la surface du sol.

La vitesse de la charge est adimensionnée par rapport à la vitesse de cisaillement c_S , comme suit

$$c^* = \frac{c}{c_S} \quad (\text{IV.2})$$

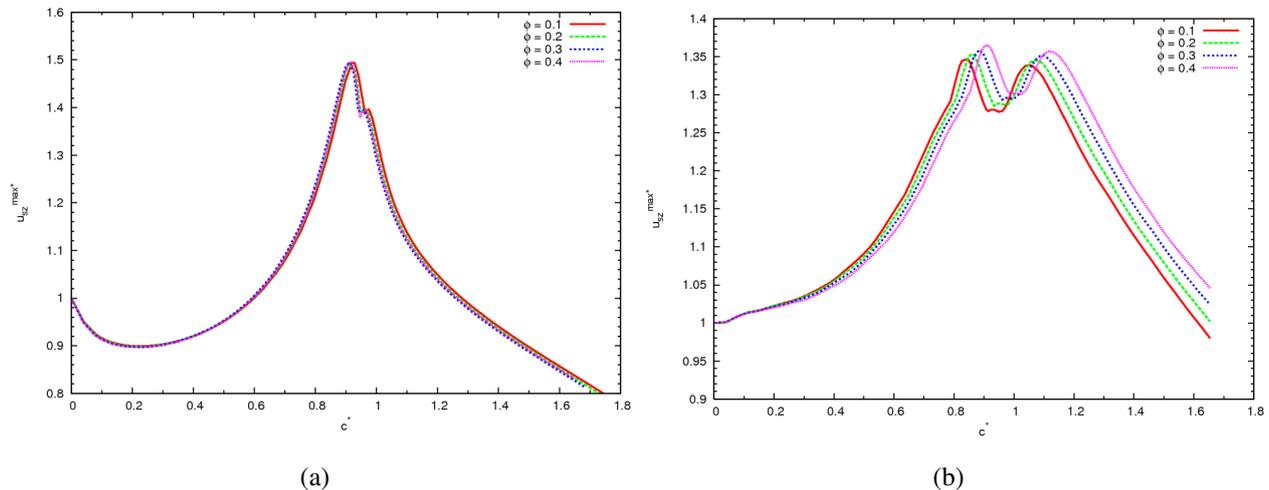


FIGURE IV.1 – Evolution des déplacements maximums en fonction de la vitesse pour différentes porosités, $k = 10^{-9} \text{ m}^3/\text{kg}$: (a) $f = 1 \text{ Hz}$, (b) $f = 64 \text{ Hz}$.

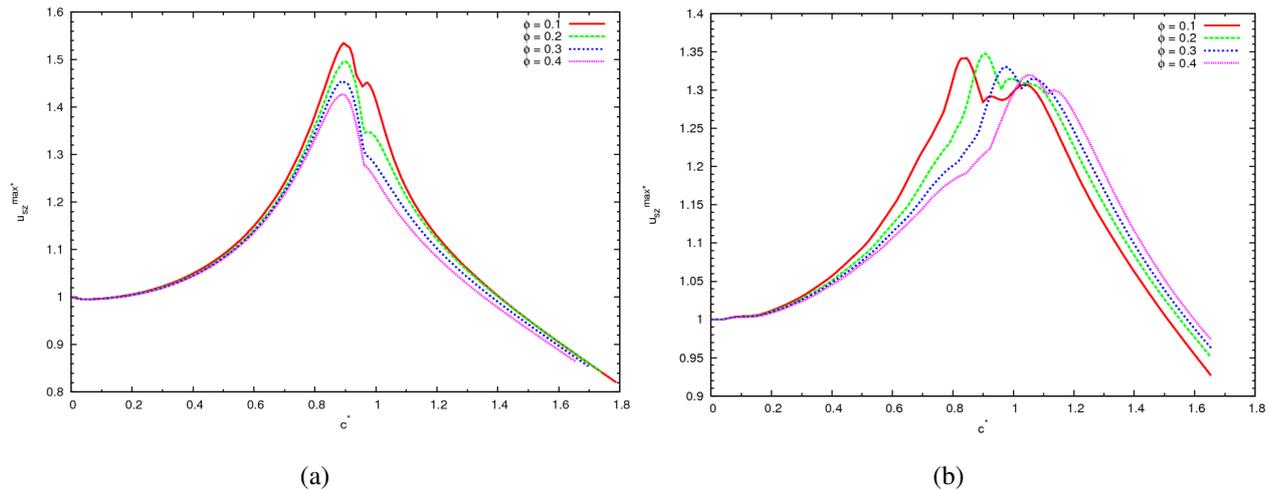


FIGURE IV.2 – Evolution des déplacements maximums en fonction de la vitesse pour différentes porosités, $k = 10^{-7} \text{m}^3/\text{s}/\text{kg}$: (a) $f = 1$ Hz, (b) $f = 64$ Hz.

Les figures IV.1 et IV.2 présentent l'évolution de l'amplitude des déplacements maximums en fonction de la vitesse, pour différentes valeurs de la porosité. Ainsi, dans le cas quasi-statique, les courbes se superposent, pour un sol fin ($k = 10^{-7} \text{m}^3/\text{s}/\text{kg}$). De plus, les courbes présentent un pic à $c = 0.93c_s$. Cette valeur correspond à une vitesse proche de la vitesse de propagation de l'onde de Rayleigh, $c_R = 243 \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, cf figure IV.1 (a). Ceci est dû au fait que l'onde R est prédominante en surface du milieu. Pour le même sol et pour le régime dynamique, une plus faible porosité donne lieu à une plus faible réponse, figure IV.1 (b), contrairement au cas d'un sol grossier ($k = 10^{-7} \text{m}^3/\text{s}/\text{kg}$) où la réponse du sol est d'autant plus importante que la porosité est moins importante, figure IV.2.

Par ailleurs, deux pics apparaissent en régime dynamique, pour un sol fin. Le premier correspond à une vitesse proche de celle de l'onde R , figure IV.2 (b). Les courbes se superposent jusqu'à une vitesse $c^* = 0.3$. Pour un sol grossier, les courbes présentent un écart visible au niveau des pics, à $f = 1$ Hz alors qu'il est perceptible avant les pics, en régime dynamique, figure IV.2.

L'effet de la porosité sur la réponse dynamique des deux milieux est donc limitée, sauf pour une vitesse proche de celle de l'onde R . De plus, aucun changement important n'est perçu avec l'évolution de la porosité, même pour de grandes vitesses. Ceci est également observé par Theodorakopoulos [THE03], pour une étude en $2D$.

IV.2.1.2 Influence de la perméabilité

La figure IV.3 présente l'évolution de la réponse du sol en fonction de la vitesse, pour plusieurs valeurs de la perméabilité. Nous comparons aussi les résultats d'un milieu poreux avec ceux d'un

milieu viscoélastique. A cet effet, deux milieux viscoélastiques sont présentés, les valeurs des coefficients de Lamé correspondants sont égales à celles du sol poreux. La masse volumique du milieu noté “viscoélastique 1” est : $\rho_{S1} = 1816 \text{ Kg/m}^3$, celle du second milieu noté “viscoélastique 2” est donnée par l’expression : $\rho_{S2} = (1 - \phi)\rho_s + \phi\rho_f$ où $\phi = 0.4$, telle que : $\rho_{S2} = 1490 \text{ Kg/m}^3$.

Les valeurs des déplacements maximums u_{sz}^0 correspondant à une vitesse nulle, pour $f = 64 \text{ Hz}$ sont : $1.00 \times 10^{-5} \text{ m}$ pour $k = 10^{-9} \text{ m}^3/\text{s/kg}$, $1.16 \times 10^{-5} \text{ m}$ pour $k = 10^{-7} \text{ m}^3/\text{s/kg}$ et $1.19 \times 10^{-5} \text{ m}$ pour les deux milieux viscoélastiques. Pour $f = 1 \text{ Hz}$, les valeurs de u_{sz}^{max} sont $1.25 \times 10^{-5} \text{ m}$ pour $k = 10^{-9} \text{ m}^3/\text{s/kg}$ et $1.30 \times 10^{-5} \text{ m}$ pour $k = 10^{-7} \text{ m}^3/\text{s/kg}$.

Les valeurs respectives des vitesses de propagation de l’onde de cisaillement c_S sont 235 m/s , 259 m/s et 260 m/s , pour le sol viscoélastique 1, le sol viscoélastique 2 et le milieu poroviscoélastique.

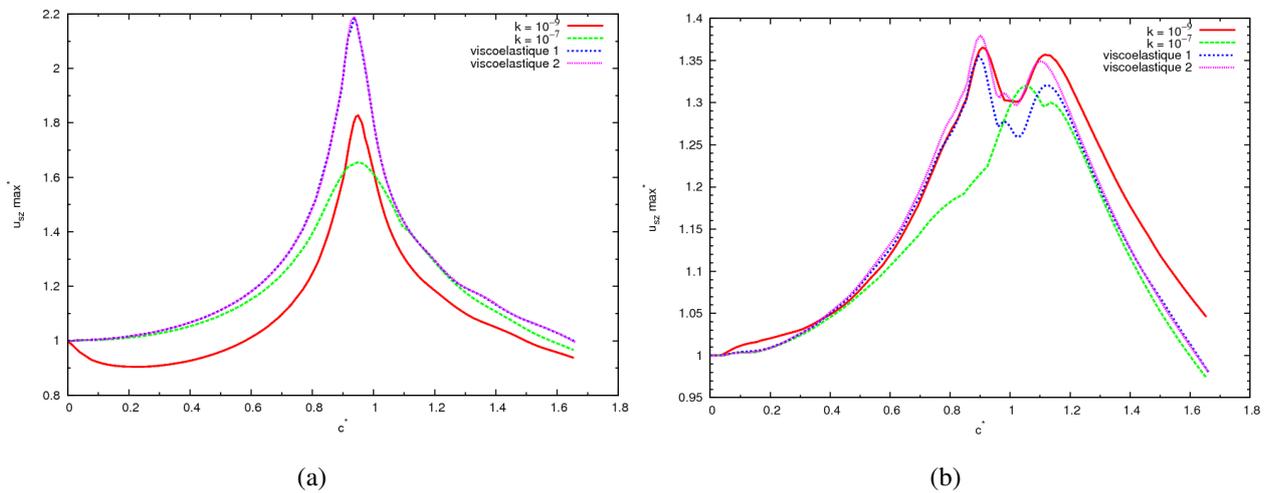


FIGURE IV.3 – Déplacements maximums normalisés en fonction de la vitesse pour différentes perméabilités : (a) $f = 1 \text{ Hz}$, (b) $f = 64 \text{ Hz}$.

En régime quasi-statique, toutes les courbes présentent un pic à une vitesse $c = 93c_S$, celle-ci est relative à la vitesse de l’onde R , figure IV.3 (a). Cependant, il n’y a pas de différence entre les réponses des deux milieux visqueux, ceci se traduit par les courbes correspondantes qui se superposent. En régime dynamique, toutes les courbes présentent deux pics, excepté celle obtenue dans le cas d’un sol plus perméable qui présente un seul pic. Le premier pic est donné pour une vitesse proche de celle de l’onde R , figure IV.3 (b). Pour les deux régimes, la réponse du milieu poreux est plus importante que celle du milieu visqueux. Ce phénomène est aussi observé par Theodorakopoulos [THE03].

Enfin, l’amplitude des déplacements est inversement proportionnelle à la perméabilité, à $f = 1$

Hz, excepté pour des vitesses proches de celle de l'onde de propagation de l'onde de Rayleigh qui présentent des déplacements plus importants pour une perméabilité moins importante. Ceci peut-être dû à la capacité réduite du fluide à reprendre une partie de la charge appliquée.

IV.2.1.3 Influence de l'hétérogénéité du sol

Dans le cadre d'un multicouche, nous comparons les résultats obtenus pour les géométries présentées sur les figures III.3 et IV.5. La charge appliquée est de dimensions $2a \times 2b = 0.6 \times 3.2$ m, avec une fréquence $f = 64$ Hz. Nous comparons le cas d'un sol homogène avec un sol multicouche qui est plus réaliste que le précédent. Les résultats sont présentés en considérant l'épaisseur critique de chaque couche : $h_A^c = 1.0$ m et $h_B^c = 2.45$ m.

Pour une charge fixe, l'introduction d'une seule couche augmente l'amplitude de la réponse obtenue par rapport au cas d'un sol homogène, pour les deux géométries. Par contre, lorsqu'on introduit une deuxième couche plus rigide, c'est le phénomène inverse qui se produit, à savoir que la réponse est atténuée, par rapport à un monocouche. La deuxième couche étant plus rigide, les vibrations deviennent nettement plus faibles, mais restent plus importantes comparées au cas du massif qui est très rigide.

Pour une charge se déplaçant à vitesse sub-Rayleigh, la diminution des déplacements due à l'introduction d'une deuxième couche plus dure est toujours visible devant la charge, mais est moins importante. Par contre, l'amplitude de la réponse devient plus importante sous la charge et derrière, dans le cas d'un bicouche sans poutre, figure IV.4 (b). De plus, la réponse obtenue pour le cas sans voie est plus étalée. Pour une vitesse plus élevée, la présence d'une deuxième couche n'induit plus de diminution des déplacements. Les vibrations sont amplifiées derrière la charge, lorsque celle-ci agit directement sur le sol. Par ailleurs, un pic apparaît devant la charge, traduisant un phénomène de résonance.

IV.2.2 Influence de la vitesse d'excitation

La vitesse du chargement est l'un des paramètres influant d'une façon plus ou moins directe, sur le comportement dynamique du sol et de la voie ferrée. C'est pourquoi il est pertinent de tenir compte de la gamme des vitesses, avec l'introduction des régimes sub- et super-Rayleigh, dans cette étude. Les figures IV.5 et IV.6 montrent l'évolution des déplacements du substratum, de type (A), pour le cas avec/sans voie ferrée, pour plusieurs nombres de Mach.

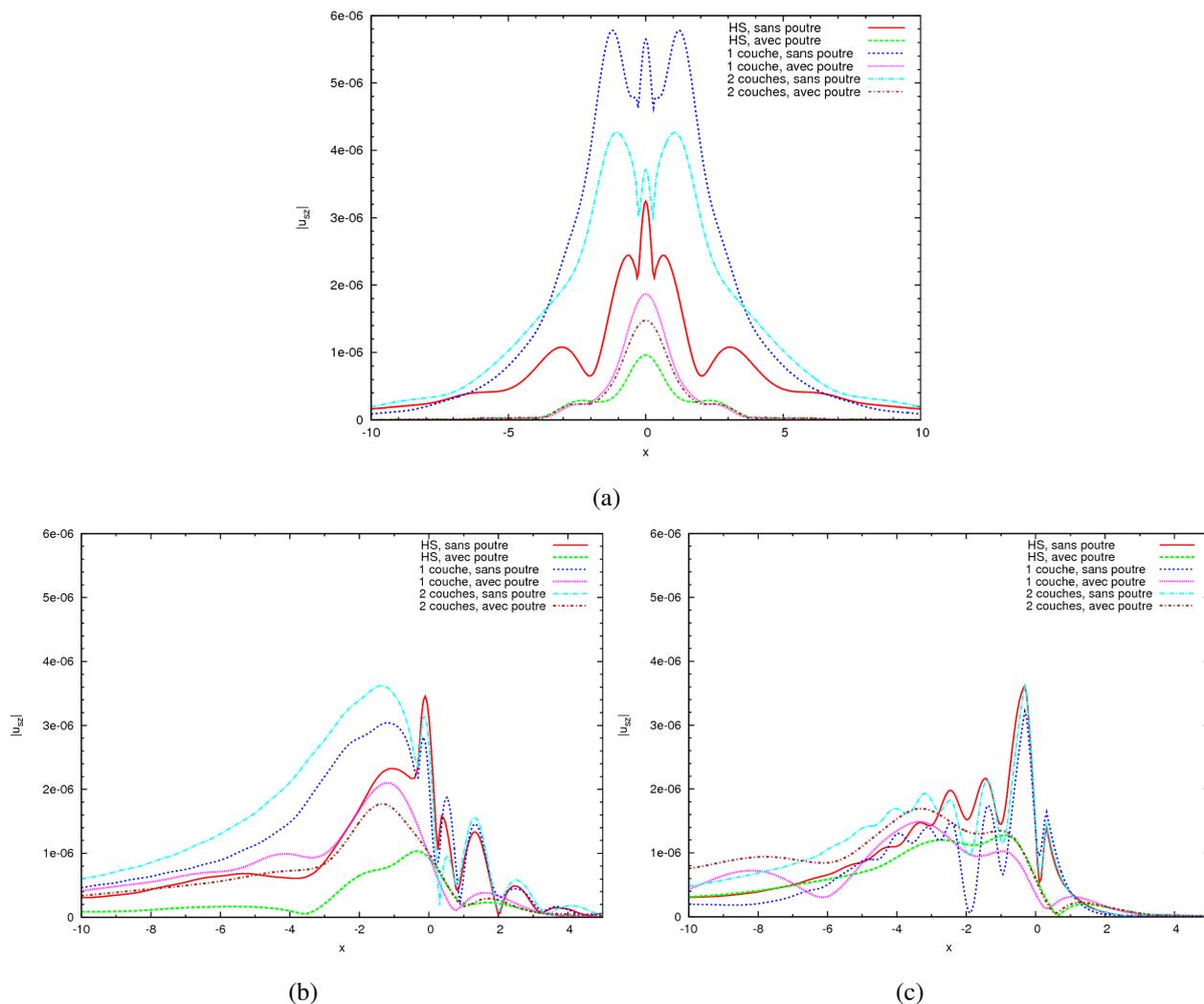


FIGURE IV.4 – Influence du nombre de couches d’un sol sur la réponse dynamique en surface : vitesse nulle, (b) Régime sub-Rayleigh. (c) Régime super-Rayleigh.

En l’absence de la voie ferrée, le pic relatif à l’onde P situé dans le demi-plan positif du domaine transformé, se déplace vers zéro lorsque la vitesse augmente, cf figure IV.5 (a). En effet, pour $M_R = 0$, le nombre d’onde correspondant à ce pic vaut $k_P = 1.47 \text{ m}^{-1}$ et la vitesse de l’onde correspondante vaut 273.4 m.s^{-1} . En régime sub- et super Rayleigh, ce pic vaut $k_P = 1.22 \text{ m}^{-1}$ et $k_P = 0.93 \text{ m}^{-1}$, respectivement. Dans le demi-plan négatif (k_x), ce pic se déplace vers l’infini. En régime statique, $k_P = -1.47 \text{ m}^{-1}$. Pour $M_R = 0.5$, $k_P = -1.75 \text{ m}^{-1}$ et pour $M_R = 1.5$, $k_P = -2.32 \text{ m}^{-1}$.

Considérons maintenant, le cas de la poutre couplée avec le sol. A mesure que la vitesse augmente, les pics situés dans le domaine des nombres d’ondes positifs évoluent de $k_x = +k_R$, $+k_S$ et $+k_P$, respectivement vers $k_x = 0$ et augmentent en amplitude, alors que ceux situés du côté des nombres d’ondes négatifs évoluent dans un premier temps de, respectivement $k_x = -k_R$, $-k_S$ et $-k_P$ vers

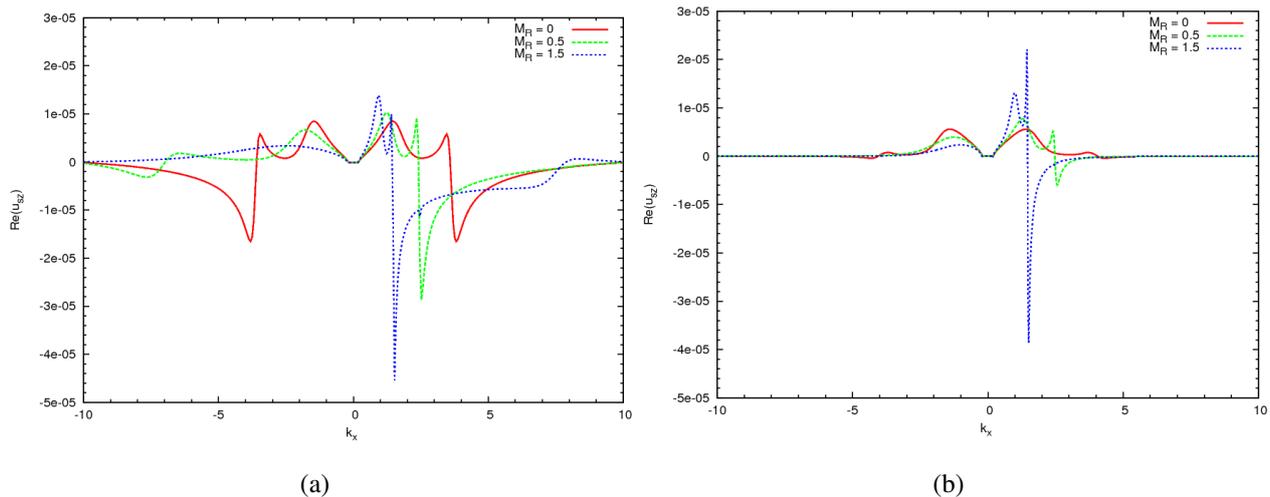


FIGURE IV.5 – Effet de la vitesse de la charge sur les déplacements du massif (A) dans le domaine des nombres d’ondes : (a) Sans poutre, (b) Avec poutre.

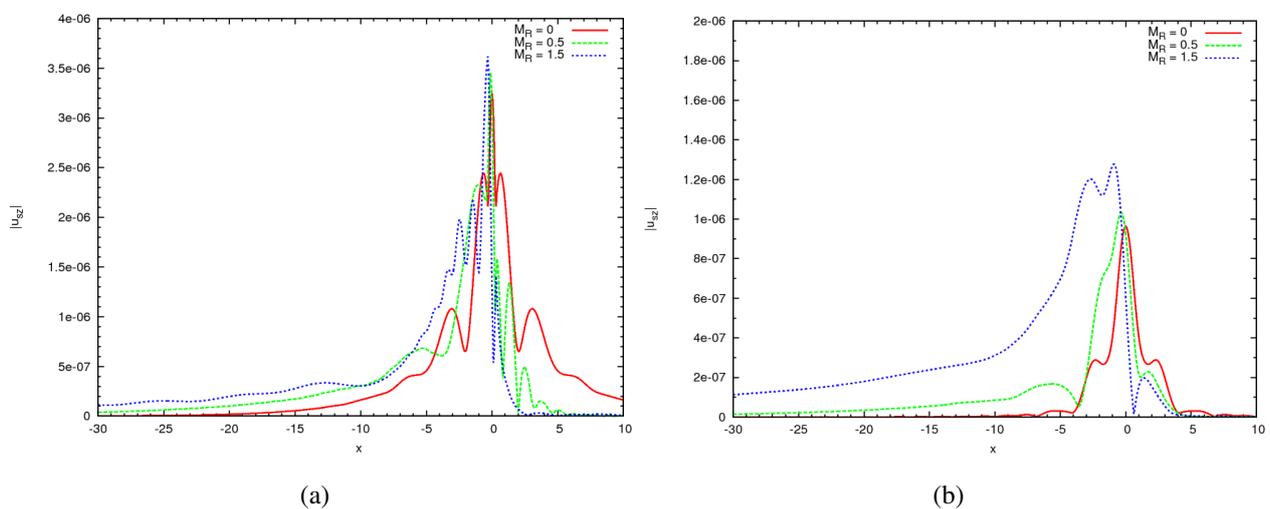


FIGURE IV.6 – Effet de la vitesse de la charge sur les déplacements du massif (A) dans le domaine réel : (a) Sans poutre, (b) Avec poutre.

$k_x \rightarrow -\infty$ avec une amplitude décroissante, à vitesse sub-Rayleigh. Lorsqu’on passe en régime super-Rayleigh, $c > c_R$, ces derniers basculent de $k_x \rightarrow -\infty$ en $k_x \rightarrow +\infty$ avec une amplitude croissante, cf figure IV.5 (b).

Dans le domaine spatial, l’amplitude maximale des déformations est proportionnelle à la vitesse, figure IV.6. De plus elle reste toujours maximale sous la charge. Par ailleurs, elle est environ 3 fois plus importante lorsque la charge est directement appliquée au sol, comparée au cas où la poutre est prise en compte. En l’absence de celle-ci, nous constatons une amplification des vibrations devant la charge, à vitesse sub-Rayleigh et derrière la charge, en régime super-Rayleigh. Dans les deux cas,

la déformation devant la charge reste plus importante pour une vitesse nulle alors que, derrière la charge elle est relativement plus importante dans le cas dynamique où elle s'étale beaucoup plus, pour une grande vitesse.

IV.2.3 Influence des caractéristiques de la voie

La voie est l'un des composants principaux et non des moindres, qu'il est judicieux d'étudier. Nous étudierons essentiellement l'influence du type de rail, des raideurs des semelles et la masse des traverses ainsi que la nature du ballast, sur la réponse dynamique du sol.

IV.2.3.1 Effet de la rigidité du rail

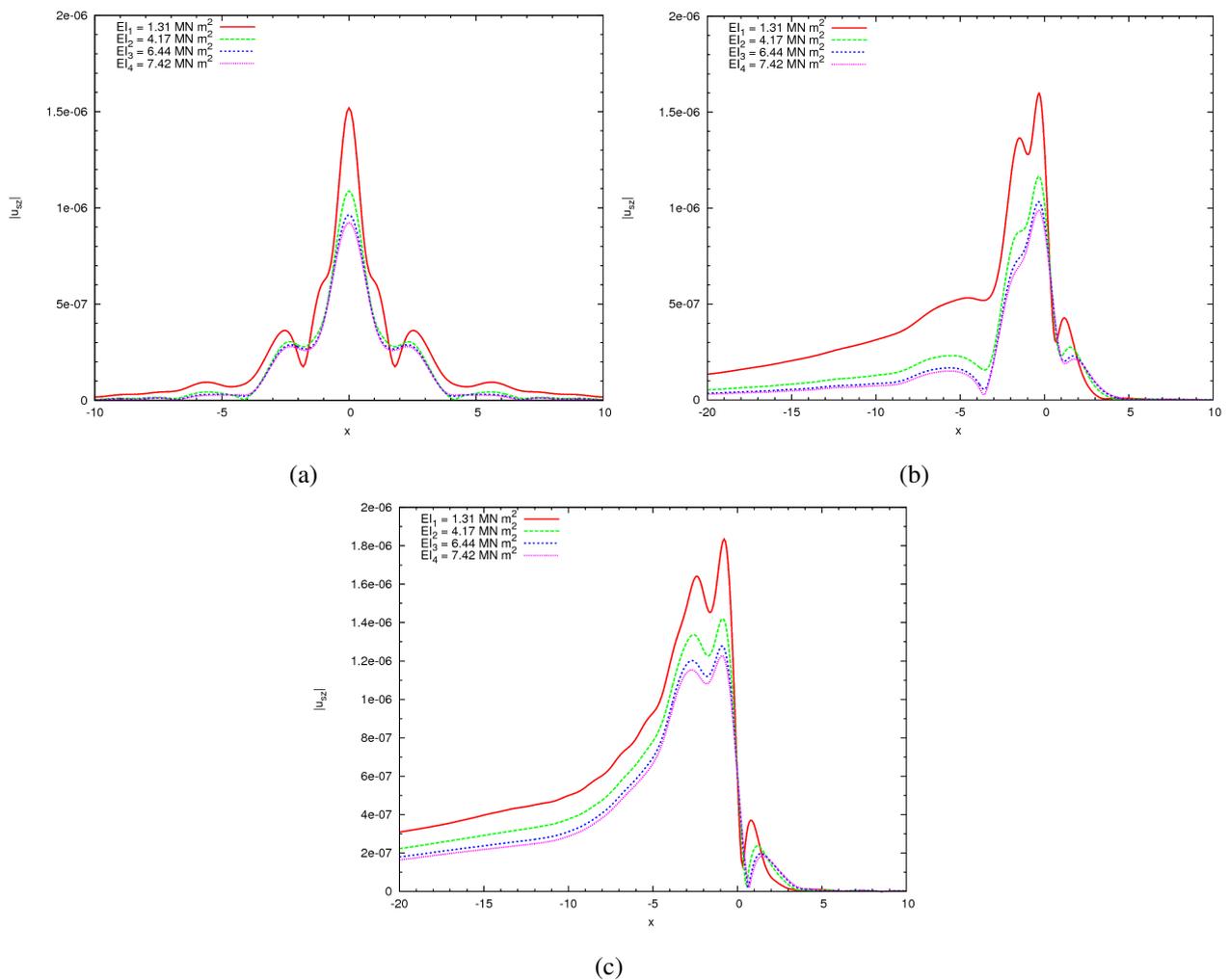


FIGURE IV.7 – Effet de la rigidité du rail sur la réponse dynamique du massif (A) : (a) $M_R = 0$, (b) $M_R = 0.5$, (c) $M_R = 1.5$.

L'effet de la rigidité du rail sur le comportement dynamique du sol est illustré sur les figure IV.7. Les

résultats présentés dans cette section sont relatifs au massif semi-infini (A). Les différentes valeurs de la rigidité du rail sont celles proposées par Kouroussis [KOU09] et Picoux et Le Houédec [PIC05] : une poutre souple d'une rigidité $EI_1 = 1.31 \text{ MN.m}^2$ de masse $m_{r1} = 30 \text{ kg}$, une poutre de rigidité moyenne $EI_2 = 4.17 \text{ MN.m}^2$ et $EI_3 = 6.44 \text{ MN.m}^2$ avec une masse correspondante $m_{r2} = 50 \text{ kg}$ et $m_{r3} = 60 \text{ kg}$, respectivement. Enfin, une poutre plus rigide telle que $EI_4 = 7.42 \text{ MN.m}^2$ avec $m_{r4} = 62 \text{ kg}$.

L'amplitude des déplacements est plus importante dans le cas sans voie et ce, quelque soit le régime considéré, figure IV.7. De plus, les déplacements du sol sont d'autant moins importants que la rigidité de la poutre est plus importante. Par ailleurs, ils sont plus importants en régime super-Rayleigh. Dans ce cas, l'amplitude est plus importante devant la charge.

IV.2.3.2 Effet du type de semelle

Différents types de semelles sont étudiés, en fonction de leur raideur. Les cas de simulation varient de semelles très souples jusqu'à des semelles plus rigides : une semelle très souple d'une rigidité $k_p = 6 \text{ MN/m}$, Kouroussis [KOU09], une semelle de raideur moyenne $k_p = 60 \text{ MN/m}$, Picoux et Le Houédec [PIC05] et $k_p = 350 \text{ MN/m}$, Sheng et al. [SHE99b] et enfin, une semelle fort rigide avec : $k_p = 1 \text{ GN/m}$, Kouroussis [KOU09].

La figure IV.8 présente l'évolution des déformations verticales du sol semi-infini, pour différents rigidités de la semelle. L'allure des courbes obtenues montre que plus la semelle est rigide, plus la déformation du sol est grande. Par ailleurs, une semelle très souple induit une étendue des vibrations devant et derrière la charge. Pour de grandes vitesses, la résonance apparaît au niveau de la poutre devant la charge, sauf dans le cas d'une semelle très souple, figure IV.8 (c).

IV.2.3.3 Effet des traverses

A la différence des autres constituants de la voie, peu de variantes des traverses existe. L'étude paramétrique dans notre cas, se base sur la masse des traverses. Les différentes valeurs sont tirées des travaux de Zhai et True [ZHA99], Picoux [PIC02] et Wang et al. [WAN12].

La figure IV.9 présente l'évolution de la réponse dynamique du massif, en considérant plusieurs masses des traverses. Quelque soit le régime considéré, il n'y a que très peu de différence au niveau de la réponse, pour les différentes traverses. L'influence de ce composant sur la déformation verticale du sol est, de ce fait, moins marquée.

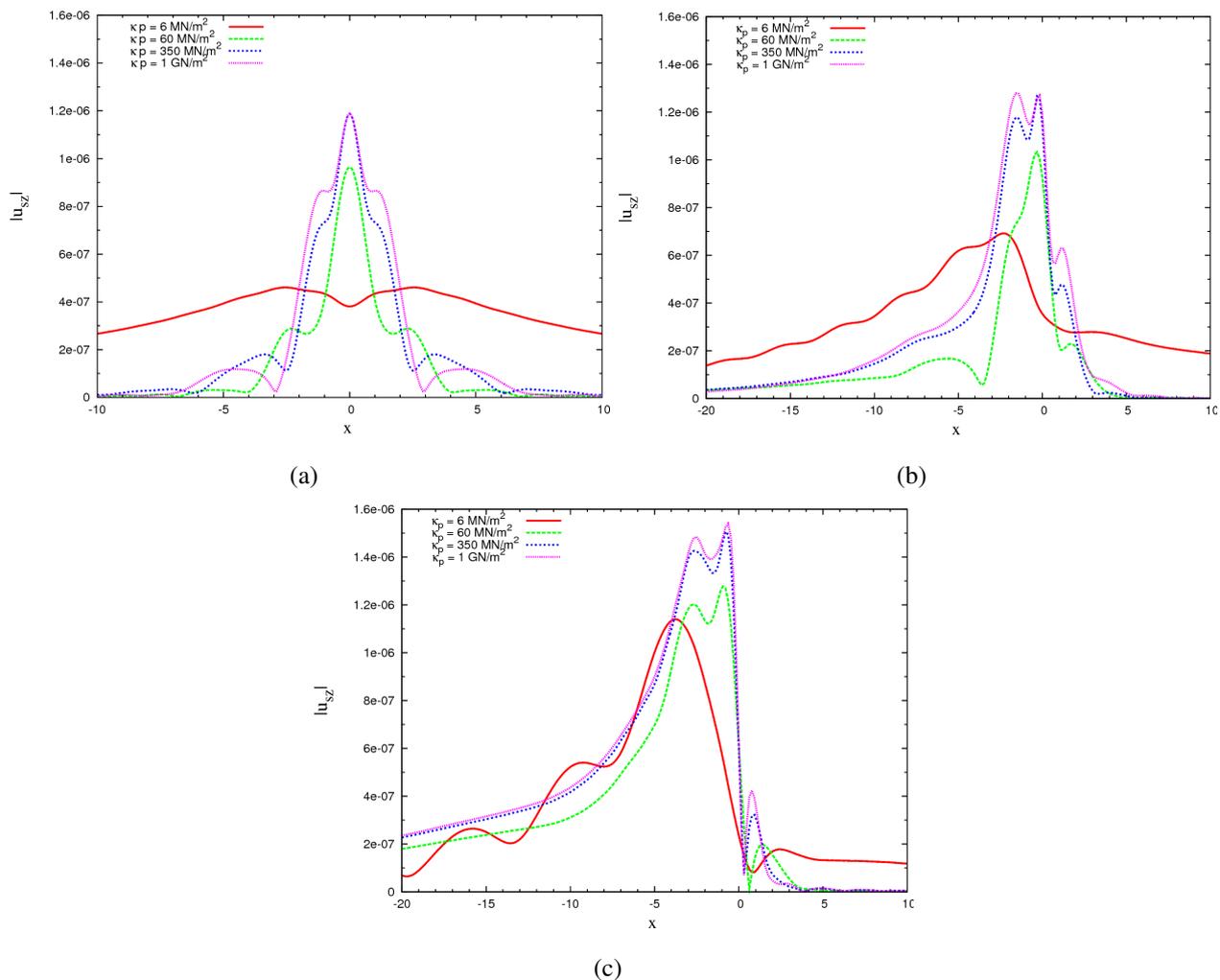


FIGURE IV.8 – Effet de la rigidité des semelles sur la réponse dynamique du sol (A) : (a) $M_R = 0$, (b) $M_R = 0.5$, (c) $M_R = 1.5$.

IV.2.3.4 Effet de la nature du ballast

L'influence du ballast est étudiée à travers sa raideur et son amortissement, en considérant plusieurs cas allant du ballast flexible au ballast plus rigide. Nous considérons deux régimes : le cas d'une vitesse d'excitation nulle et le cas d'une vitesse super-Rayleigh ($c = 163 \text{ m.s}^{-1}$).

La figure IV.10 montre que les déformations à la surface du sol sont d'autant plus importantes que le ballast est souple. Pour une vitesse super-Rayleigh, c'est le phénomène inverse qui se produit derrière la charge, à savoir que les vibrations induites sont inversement proportionnelles à celle de la masse et plus précisément, au delà de 5 m, figure IV.10 (b).

Par ailleurs, l'influence de l'amortissement du ballast est moindre sur la réponse dynamique du

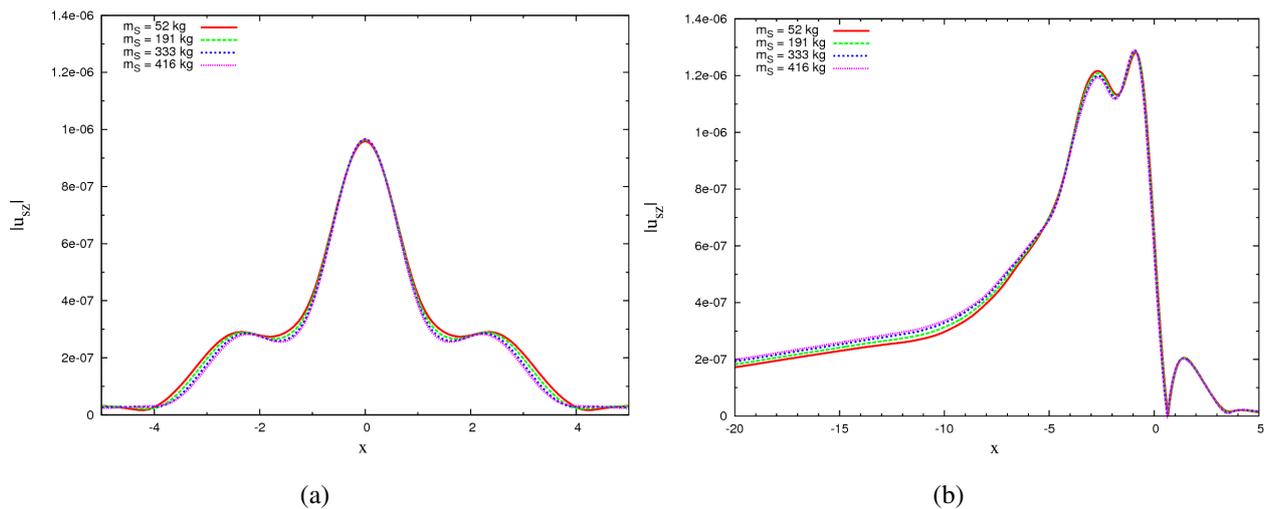


FIGURE IV.9 – Effet de la masse des traverses sur la réponse du sol : (a) $c = 0$, (b) $c \neq 0$.

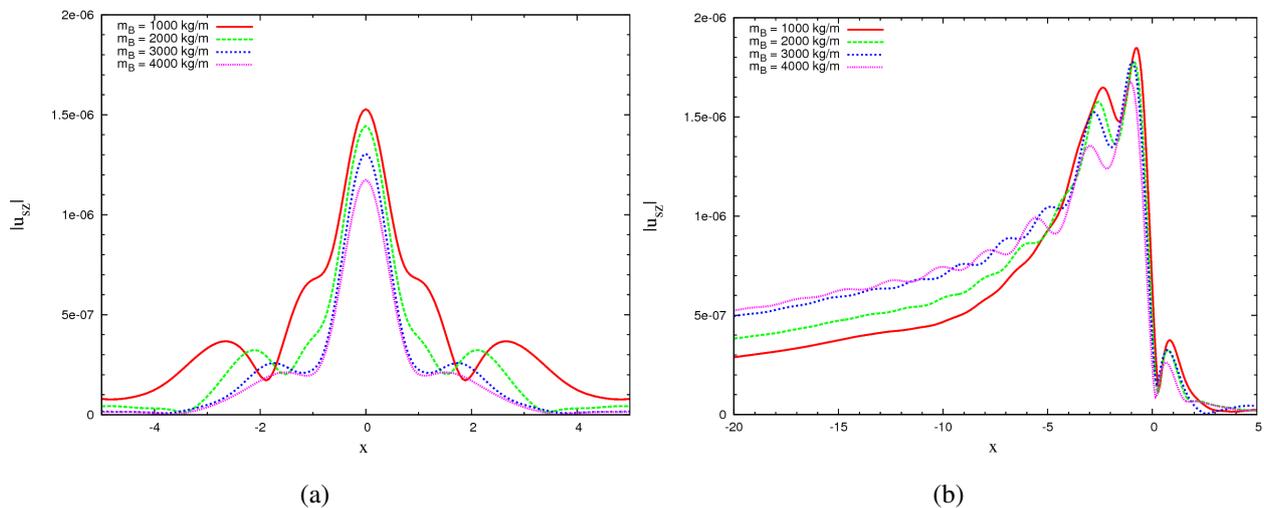


FIGURE IV.10 – Effet de la masse du ballast sur la déformation du sol : (a) Vitesse nulle, (b) Vitesse super-Rayleigh.

massif. En effet, la figure IV.11 montre qu'il n'y a que peu de différence entre les courbes obtenues, à part que la déformation maximum est relativement moins importante pour un amortissement plus important.

IV.3 Train de $2N$ charges

Jusqu'à présent, nous avons étudié le cas d'une charge roulante unique. Nous pouvons également modéliser sommairement un train de charges. Nous allons examiner le cas d'un ensemble de plusieurs charges harmoniques alignées en mouvement. Nous considérons le cas de $2N$ charges rectangulaires de demi-largeurs a , b , dont les centres sont espacés d'une distance d , comme présenté sur la figure

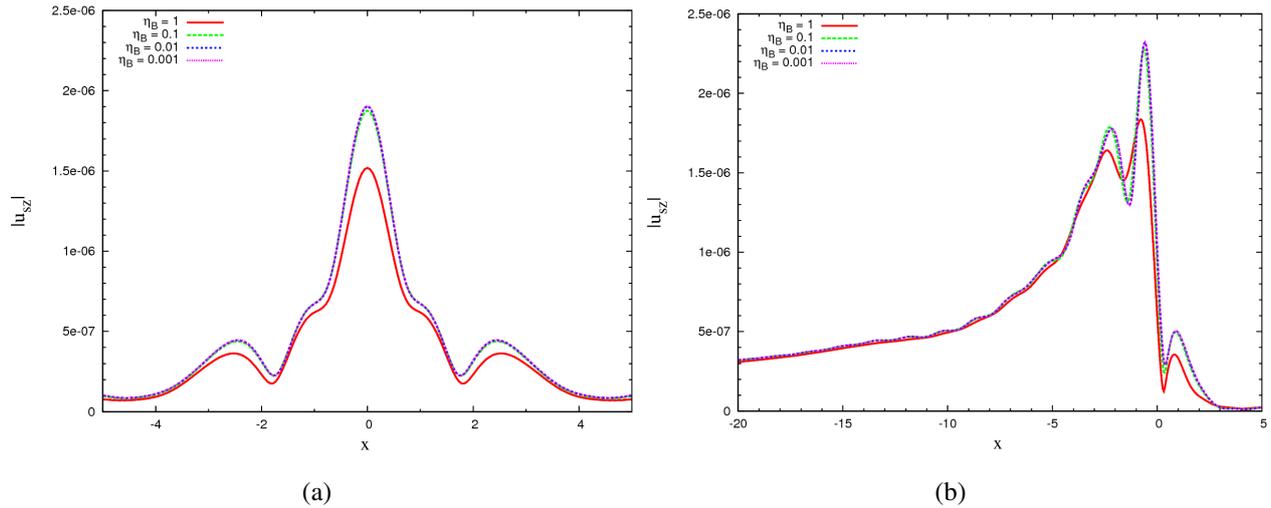


FIGURE IV.11 – Effet de l’amortissement du ballast sur la déformation verticale du massif : (a) $c = 0$, (b) $c \neq 0$.

IV.12.

Les $2N$ charges sont représentées par les fonctions :

$$\overline{\sigma_{zz}}|_{z=0} = \begin{cases} -P \frac{\sin(k_y a)}{k_y a} \frac{\sin(k_x b)}{k_x b} \frac{2 \sin(N k_y d) \sin(k_y d/2)}{1 - \cos(k_y d)} & \text{pour } k_y d \neq 2n\pi, \\ -P \frac{\sin(k_y a)}{k_y a} \frac{\sin(k_x b)}{k_x b} 2N & \text{pour } k_y d = 2n\pi. \end{cases} \quad (\text{IV.3})$$

Considérons le cas de deux charges de dimensions $2a = 0.6$ m et $2b = 3.2$ m chacune, espacées d’une distance $d = 16.3$ m qui correspond à la distance entre-axe des essieux d’un wagon, Picoux et Le Houédec [PIC05]. Les charges agissent sur un massif semi-rigide, de type (A).

IV.3.1 Résultats dans le domaine spatial

Pour la géométrie choisie, la transformée de Fourier est calculée avec une grille de 2048×2048 points. Les bornes définissant les nombres d’ondes sont telles que $|k_x, k_y| < 40 \text{ m}^{-1}$.

L’allure des déformations obtenues sur la figure IV.13 est la juxtaposition de celle d’une charge isolée de mêmes dimensions, (voir figure III.2). Par ailleurs, les déplacements restent du même ordre de grandeur et la déformation obtenue dans le cas sans poutre reste en moyenne 3 fois plus importante que celle obtenue dans le cas avec poutre. La présence de la poutre réduit donc significativement les déplacements du sol, quelque soit la vitesse considérée. Ceci a également été observé dans le cas d’une charge isolée.

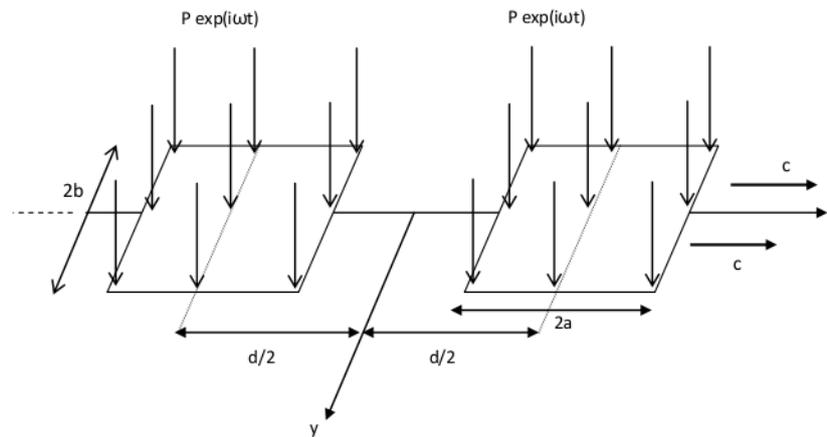


FIGURE IV.12 – Géométrie du modèle étudié pour un ensemble de charges rectangulaires.

IV.3.2 Lignes de niveaux

Les lignes de niveaux représentées sur les figures IV.14, IV.15 et IV.16 sont comprises entre 10^{-8} m et 10^{-6} m, avec un intervalle de 10^{-8} m.

Les déplacements en surface s'étalent d'une façon plus marquée, aux alentours de l'excitation lorsque celle-ci est directement appliquée au sol, sauf dans le cas super-Rayleigh où les déplacements se répartissent d'une manière plus ou moins similaire, dans les deux configurations. Dans ce cas, on observe l'apparition des cônes de Mach.

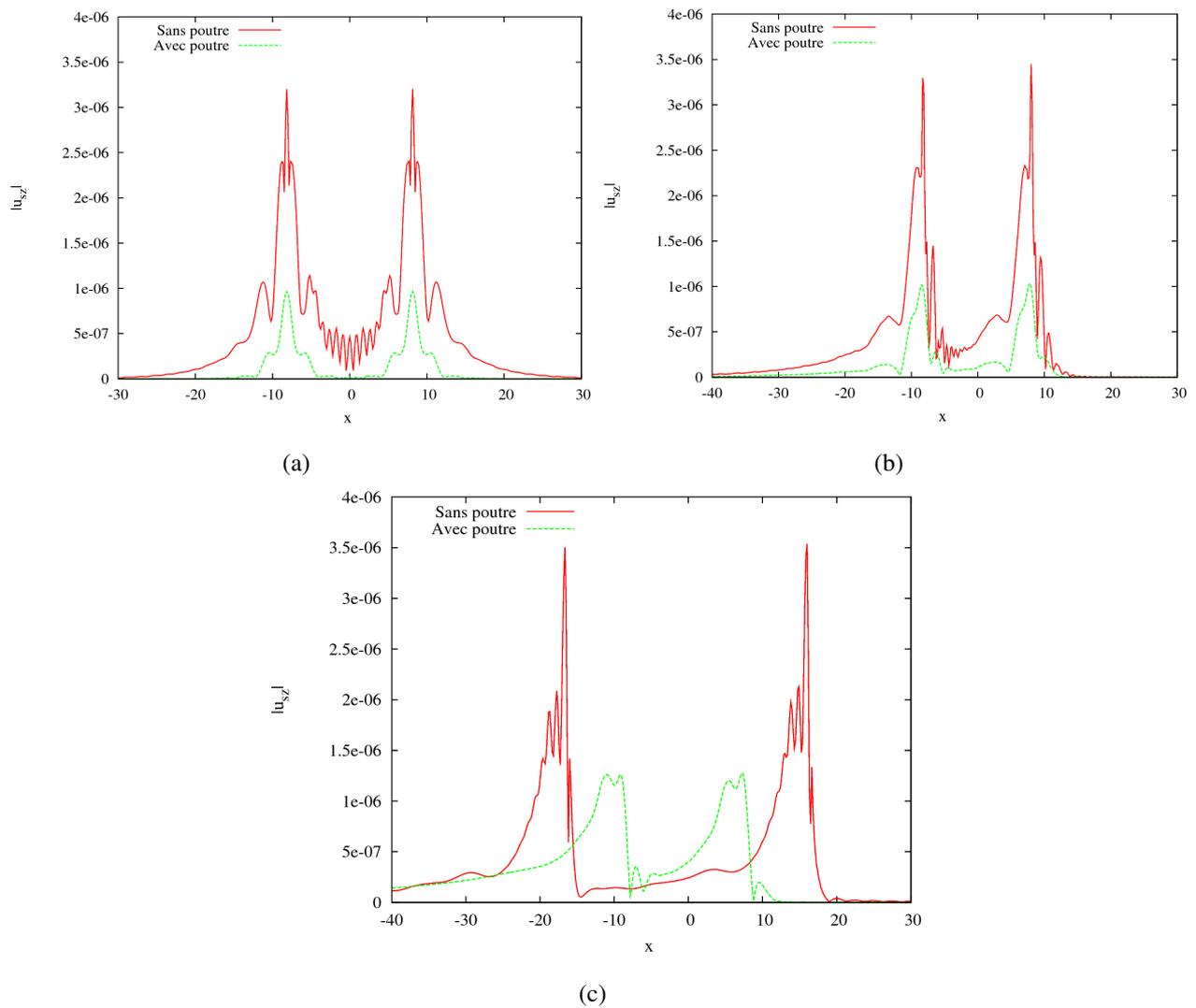


FIGURE IV.13 – Amplitude des déplacements du massif (A) soumis à un train de 2 charges pour différents régimes, avec/sans voie ferrée : (a) $M_R = 0$, (b) $M_R = 0.5$, (c) $M_R = 1.5$.

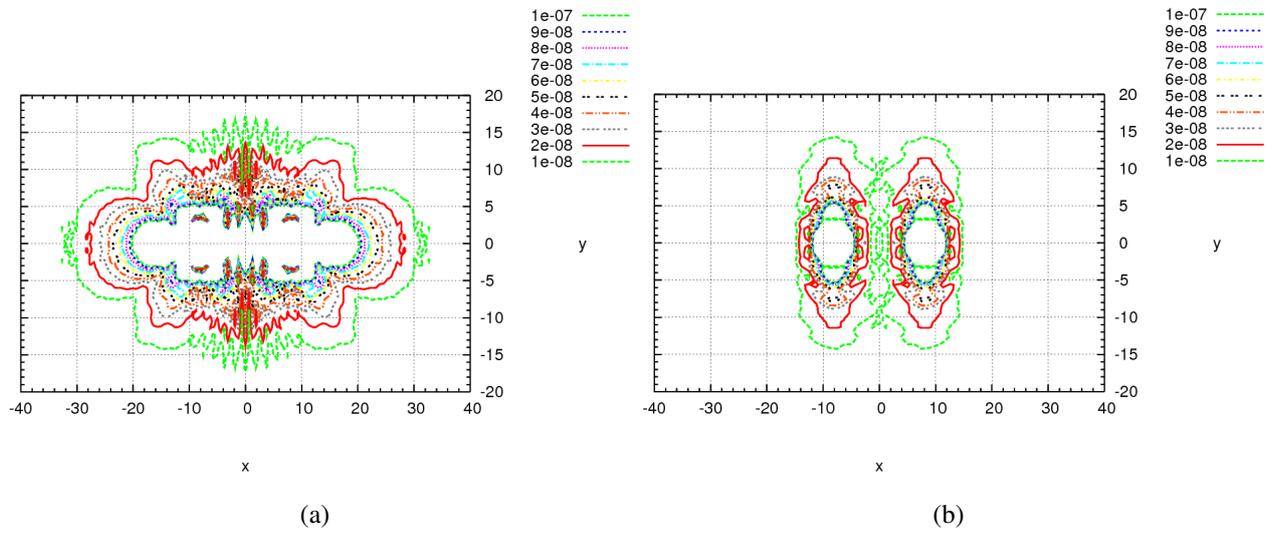


FIGURE IV.14 – Lignes de niveaux pour le massif (A) sous un train de 2 charges, vitesse nulle : (a) Sans voie, (b) Avec voie.

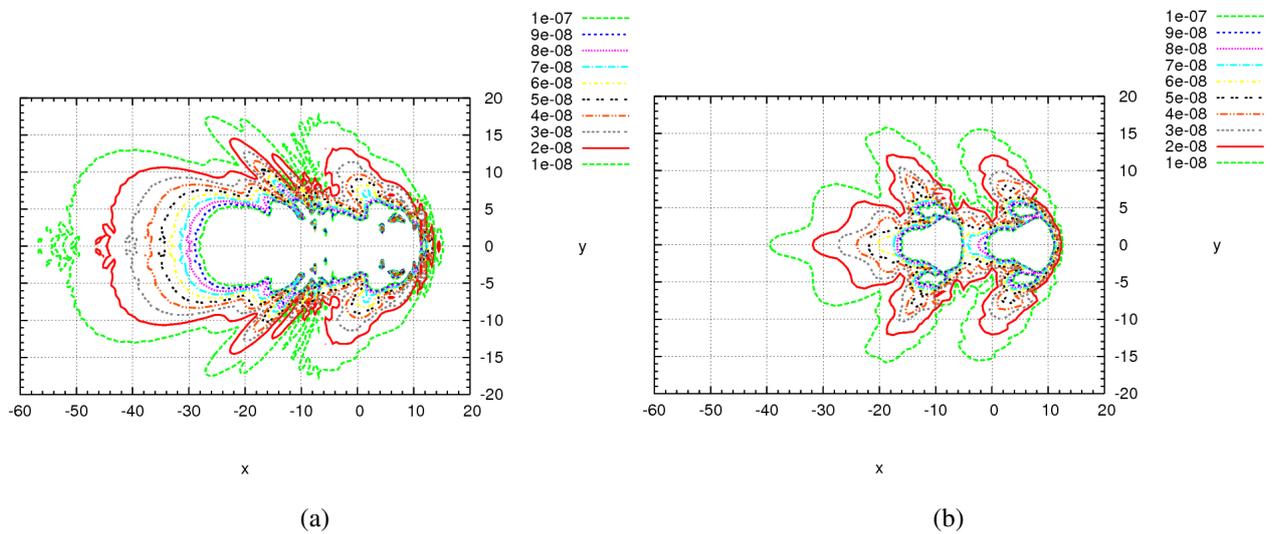


FIGURE IV.15 – Lignes de niveaux du massif (A) sous un train de 2 charges, régime sub-Rayleigh : (a) Sans voie, (b) Avec voie.

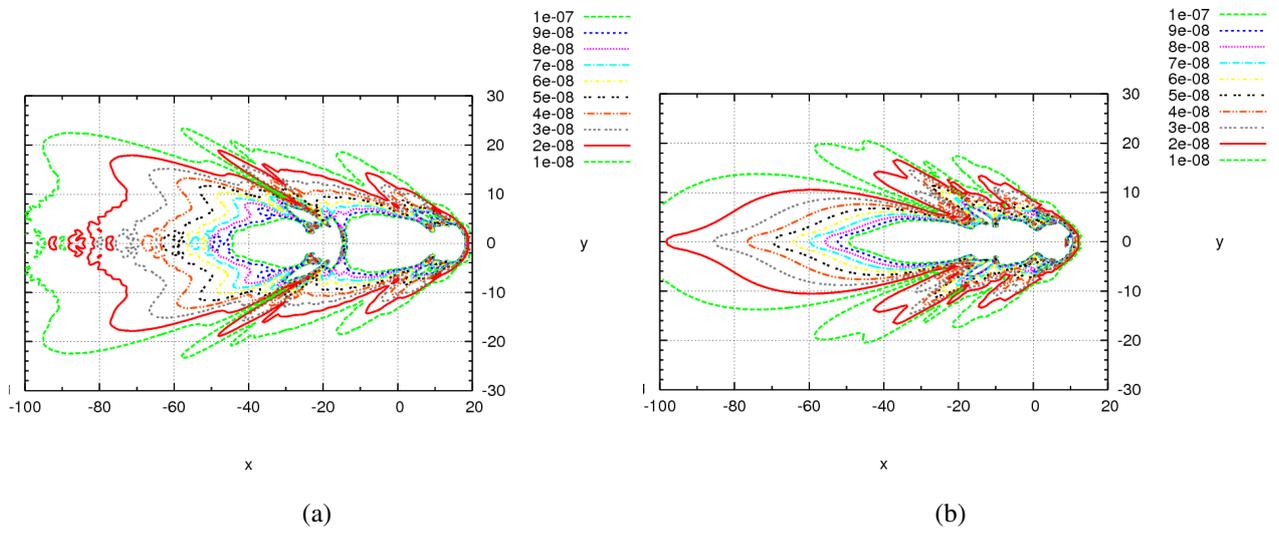


FIGURE IV.16 – Lignes de niveaux, demi-espace (A) sous un train de 2 charges, régime super-Rayleigh : (a) Sans voie, (b) Avec voie.

IV.4 Conclusion

Une étude paramétrique a mis en avant l'influence des paramètres du sol et des constituant de la voie ferrée sur le comportement dynamique du milieu étudié. Ainsi, les paramètres du sol poro-viscoélastique et de la voie ont une influence plus ou moins marquée sur l'évolution de la réponse dynamique du sol.

L'introduction d'une seule couche augmente l'amplitude de la réponse du sol, pour les deux géométries. Par contre, la réponse est atténuée, lorsque l'on introduit une deuxième couche plus rigide, sauf dans le cas d'une grande vitesse où les vibrations sont amplifiées derrière la charge, lorsque celle-ci agit directement sur le sol.

Pour une configuration monocouche, la réponse du sol est différente en régime dynamique, en ce sens que l'amplitude des déplacements reste du même ordre de grandeur lorsque la charge se meut avec une vitesse inférieure à la vitesse de l'onde R . L'effet de la poutre est favorable dans le sens où les déplacements verticaux sont nettement réduits. L'onde de Rayleigh est aussi minimisée en surface, lorsque la rigidité évolue. Néanmoins, les ondes engendrées par une grande vitesse se propagent plus loin derrière la charge, dans le cas d'un sol stratifié.

Le cas d'un train de charge a également été abordé, mettant en évidence la possibilité de généraliser le modèle à plusieurs configurations de la charge appliquée.

Comme nous l'avons souligné, dans l'étude bibliographique, si plusieurs couches sont prises en compte, les phénomènes de réflexion et de réfraction aux interfaces multiplient la propagations des différentes ondes engendrées et compliquent ainsi le problème étudié. Le cas du tricouche par exemple, peut faire l'objet d'une étude plus poussée, afin de mettre l'accent sur tous ces phénomènes. Finalement, plusieurs configurations possibles peuvent être étudiées.

Chapitre V

Dispersion

V.1 Introduction

Dans cette section, une analyse spécifique et détaillée des courbes de dispersion est présentée, en tenant compte de l'amortissement et du couplage voie ferrée/sol multicouche. Les résultats sont présentés dans le domaine des nombres d'ondes et dans le domaine fréquentiel.

Dans le cas d'une charge roulante, nous étudions l'existence d'une éventuelle fréquence de résonance, en fonction de la vitesse de la charge. Par la suite, nous examinons de la même manière, l'existence d'une vitesse critique, en fonction de la fréquence de la charge. Par conséquent, les valeurs critiques de la fréquence et de la vitesse sont extraites à partir des courbes de dispersion. Enfin, l'analyse est appliquée à un autre exemple, afin de valider le raisonnement proposé.

V.2 Caractéristiques du sol et de la voie ferrée

Le cas étudié concerne celui d'une charge verticale harmonique se déplaçant sur la voie ferrée couplée avec le sol poroviscoélastique monocouche, de type (A). Le sol se compose d'une couche souple, de type (A) reposant sur le demi-espace plus rigide, de type (C). La transformée de Fourier est calibrée avec un intervalle : $|k_x, k_y| < 40 \text{ m}^{-1}$ et 4096 points d'intégration.

V.3 Courbes de dispersion

En élasticité, les courbes de dispersion sont habituellement obtenues avec la méthode proposée par Williams et Wittrick [WIL73] et ne tiennent compte d'aucun amortissement. La méthode consiste à repérer, dans le domaine des nombres d'ondes k et dans le domaine fréquentiel, les zéros du

déterminant de la matrice globale T . Par ailleurs, il est difficile d'adapter cette approche lorsque l'amortissement ou le couplage entre différentes structures est pris en compte, car cette géométrie donne lieu à un système matriciel combiné avec d'autres équations.

Pour ce type de configurations, d'autres méthodes peuvent être utilisées. Sheng et al. [SHE04] proposent une approche alternative aux courbes classiques de dispersion : ils utilisent une représentation ombrée des déplacements verticaux transformés dû à une charge ponctuelle unitaire harmonique, en fonction de la fréquence f et du nombre d'onde k_x . Lorsque l'amortissement n'est pas pris en compte, les singularités donnent des lignes de dispersion. Dans le cas contraire, les singularités deviennent maximales et traduisent ainsi les modes de propagation. Les auteurs comparent les figures obtenues dans le cas sans amortissement aux courbes classiques de dispersion et montrent ainsi une bonne concordance, excepté le fait qu'un mode supplémentaire peut apparaître mais il ne se propage pas loin latéralement.

Dans ce chapitre, nous nous proposons d'étendre cette idée au système complet voie ferrée/sol poro-viscoélastique qui tient compte à la fois, de la perméabilité et de l'amortissement intrinsèque du squelette solide. Nous proposons également d'insérer une information spécifique dans le tracé : en premier lieu, nous extrayons les maxima des déplacements verticaux transformés, puis nous ajoutons les informations relatives à leurs amplitudes, en utilisant une représentation en couleur. Par conséquent, deux points essentiels sont mis en évidence dans ce tracé : la localisation des modes, d'une part et leurs amplitudes, d'autre part.

La figure V.1 (a) montre les différents modes et leur niveau de contribution, dans le cas sans poutre, avec une grille telle que : $\Delta f = 0.05$ Hz et $\Delta k_x = 0.01$ m⁻¹. Tous les modes sont compris entre les lignes relatives à l'onde R de la couche et les lignes relatives à l'onde S du massif semi-infini, respectivement. Le premier mode apparaît à une fréquence $f_{app} = 15.0$ Hz. Avant cette fréquence, aucune propagation d'ondes ne se produit. Ce mode est prédominant et présente une amplitude maximale pour une fréquence $f_c = 28.5$ Hz. Pour des fréquences élevées, ce mode tend vers la ligne relative à l'onde R de la couche. Dans ce qui suit, nous utiliserons les notations f_{app} pour la fréquence du premier mode d'apparition et f_c pour la fréquence de la réponse maximale du premier mode.

La présence de la voie ferrée modifie la localisation du premier mode, figure V.1 (b) : celui-ci apparaît pour $f_{app} = 15.0$ Hz, comme précédemment, une courbe similaire est aussi obtenue. Néanmoins, elle implique des nombres d'ondes plus élevés et passe par la ligne correspondant à l'onde R , à

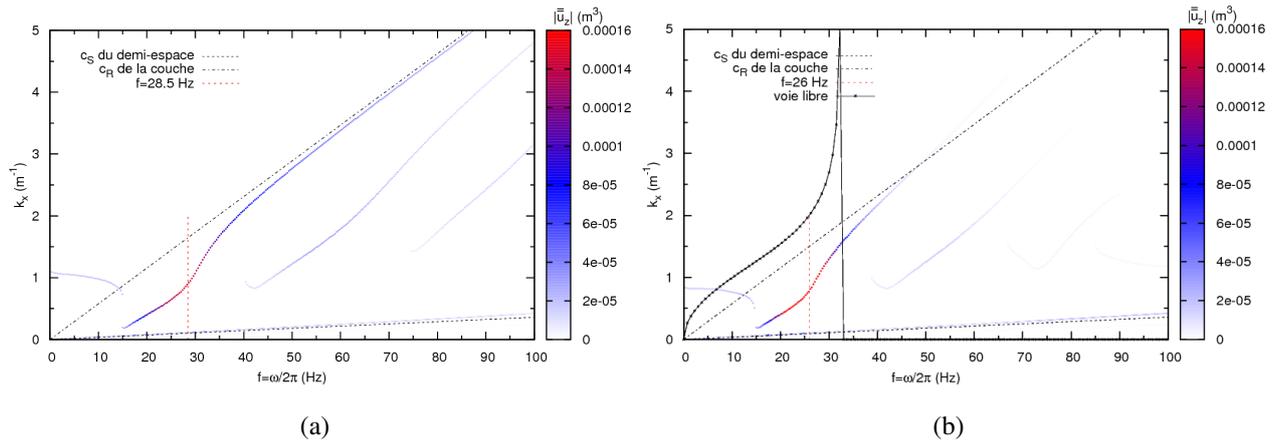


FIGURE V.1 – Maximum de la réponse spectrale unitaire dans le domaine fréquentiel et dans le domaine des nombres d’ondes : (a) Sans voie. (b) Avec voie.

$f = 47.5$ Hz. On précise que la même échelle de couleur est utilisée pour les deux sous-figures, bien que dans le cas avec poutre, on obtient des maxima allant jusqu’à $2.05 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$. Le premier mode est prédominant et l’amplitude maximale est obtenue pour $f_c = 26$ Hz. La figure V.1 (b) présente également la courbe de dispersion dans le cas d’une voie libre (ne reposant pas sur le sol) : un seul mode existe dans une gamme de fréquences de $[0 - 32.5]$ Hz.

Le couplage de la poutre avec le sol engendre une interaction entre le mode induit par le sol et le mode induit par la poutre. Cette similitude donne lieu à des modes couplés pouvant être séparés en fonction de la rigidité de la poutre et de la masse du ballast, Sheng et al. [SHE99a]. Notons par ailleurs, que la séparation de ces modes dépend du taux d’amortissement. Dans notre cas, un seul mode maximum ‘global’ est prépondérant, comme indiqué sur la figure V.1 (b). Les autres modes sont également engendrés, mais dans une faible gamme. Pour le cas avec voie, l’amplitude des modes est relativement faible, sauf pour des valeurs de fréquences correspondant au pic maximum, puisque les courbes présentent des couleurs atténuées pour $f > 40$ Hz.

Dans ce qui suit, nous nous proposons d’exploiter l’information présentée sur la figure V.1, concernant la localisation des modes et l’amplitude de la réponse, pour expliquer les résultats obtenus dans le domaine spatial et éventuellement, les appréhender.

V.3.1 Influence de la fréquence, cas d’une charge fixe

Étudions l’influence de la fréquence de la charge, notée f_0 , pour le cas d’une charge fixe. La figure V.2 présente les maxima des déplacements verticaux solides $|u_z(x, y = 0, z = 0)|$, des déplacements

du ballast $|w_b(x)|$ et des déplacements verticaux fluides en surface $|U_z(x, y = 0, z = 0)|$, dans le domaine spatial, en fonction de la fréquence. La résonance est observée à $f_0 = f_c = 28.5$ Hz, dans le cas sans voie ferrée, et à $f_0 = f_c = 26.0$ Hz, en présence de la voie ferrée. On obtient les mêmes valeurs pour les déplacements verticaux du ballast, du solide et du fluide. Elles correspondent aux valeurs maximales des déplacements transformés, dans le domaine des nombres d'ondes, obtenus pour le premier mode, figure V.1. En tenant compte de la présence de la voie, on remarque que :

- i) la valeur du pic diminue,
- ii) la valeur de la fréquence de résonance est modifiée,
- iii) le couplage est renforcé le long de la voie.

Le rapport des valeurs maximale et minimale est de 2.5 et 14.5, pour les cas avec et sans poutre, respectivement. L'effet de la résonance est donc plus prononcé en présence de la voie.

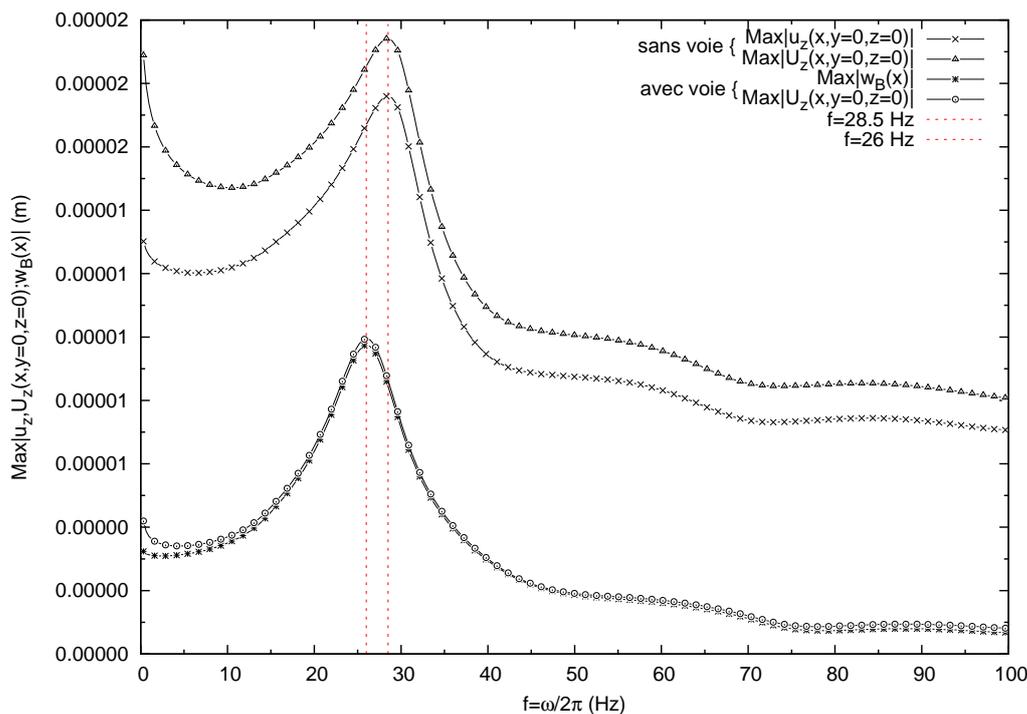


FIGURE V.2 – Maximum des déplacements verticaux, en fonction de la fréquence de la charge, cas d'une charge roulante.

La figure V.3 présente l'évolution des déplacements du sol et du ballast, le long de la ligne $y = 0$,

en fonction de x . La figure met en évidence deux résonances à $f_c = 28,5$ Hz et $26,0$ Hz, dans le cas sans et avec voie ferrée, respectivement. Par ailleurs, les déplacements présentent un pic aigu sous la charge, dans le cas sans poutre alors qu'en présence de la poutre, les déplacements sont répartis le long de la voie, mais donnent lieu à un pic inférieur. Par conséquent, la domaine de résonance est plus étendu, alors qu'il est situé aux alentours de la charge, lorsque la poutre est prise en compte. En outre, même si la valeur maximale des déplacements est plus élevée dans le cas sans poutre, les déplacements sont nettement plus élevés à $|x| > 0.05$ m, en présence de la poutre, cf figure V.3 (c). Le phénomène de résonance est plus marqué dans ce cas, sauf sous la charge.

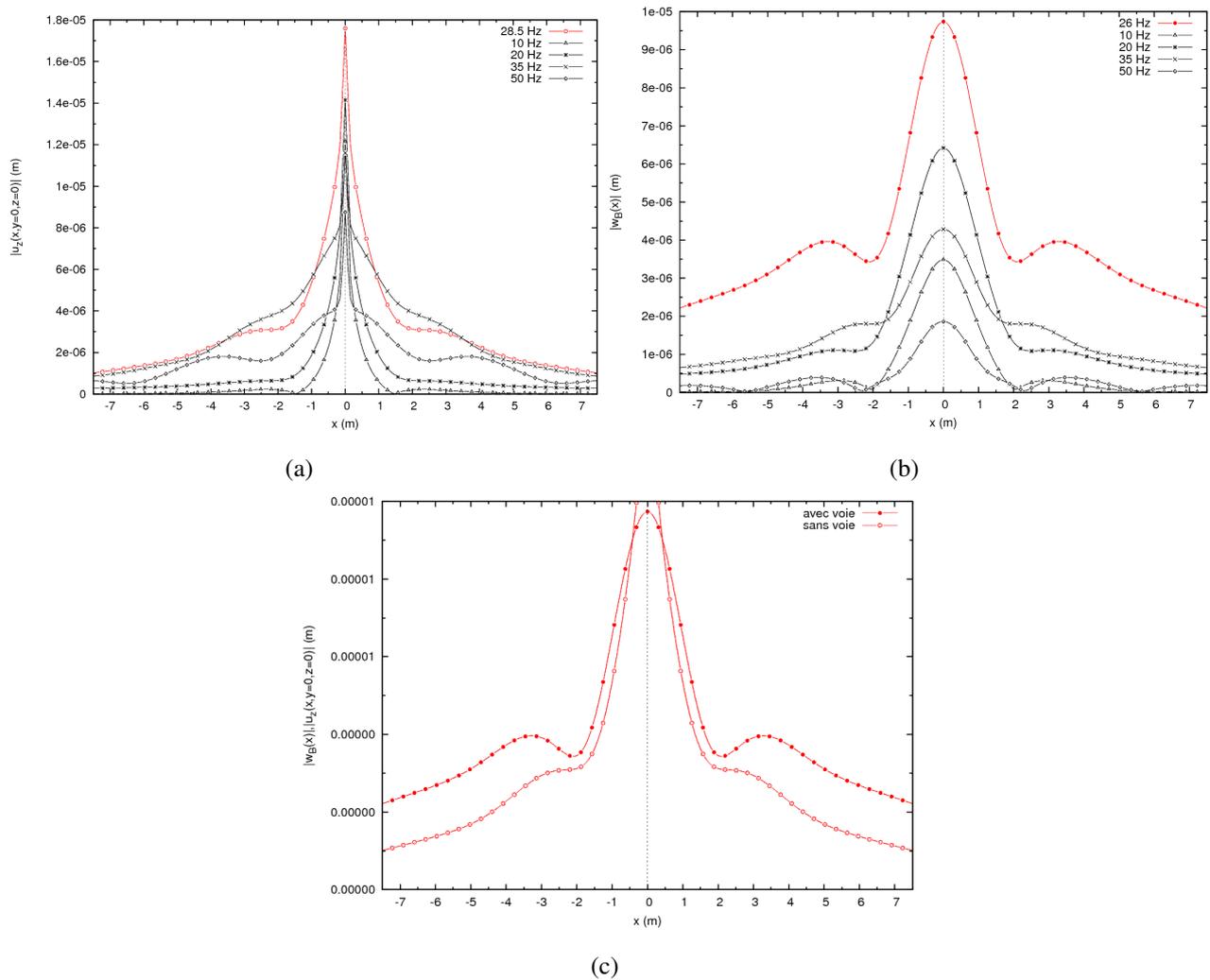


FIGURE V.3 – Phénomène de résonance pour les déplacements verticaux le long de la ligne $y = 0$ pour plusieurs fréquences : (a) Sans voie, (b) Avec voie, (c) avec/sans voie, pour la fréquence de résonance.

Le premier point essentiel à souligner, à partir de la figure V.1, c'est que nous pouvons en déduire

une valeur assez précise de la fréquence de résonance, dans le cas d'une charge fixe ; cette fréquence est inférieure à 1 Hz.

V.3.2 Influence de la fréquence, cas d'une charge mobile

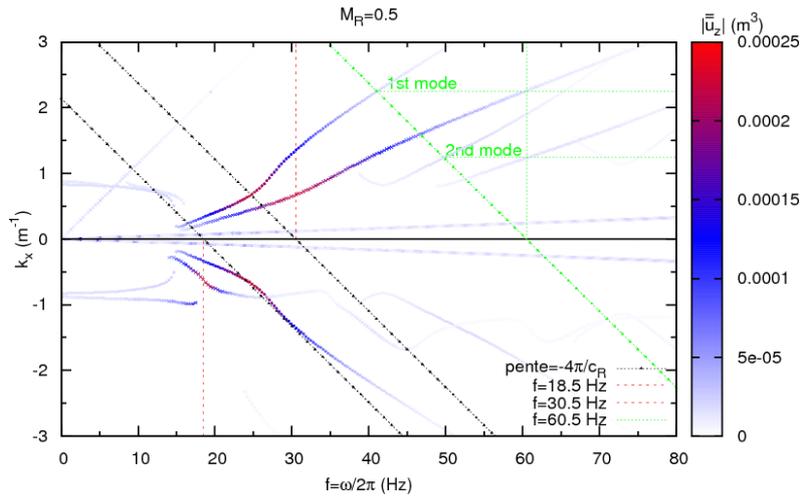
Nous nous proposons de montrer l'intérêt d'analyser les courbes des modes engendrés par une charge se déplaçant parallèlement à l'axe x à vitesse constante. Les figures V.4 à V.7 concernent le cas d'une charge se déplaçant à une vitesse telle que $M_R = 0.5$ ($c = 54.5 \text{ m.s}^{-1}$, régime sub-Rayleigh) et $M_R = 1.3$ ($c = 142 \text{ m.s}^{-1}$, régime super-Rayleigh).

V.3.2.1 Régime sub-Rayleigh

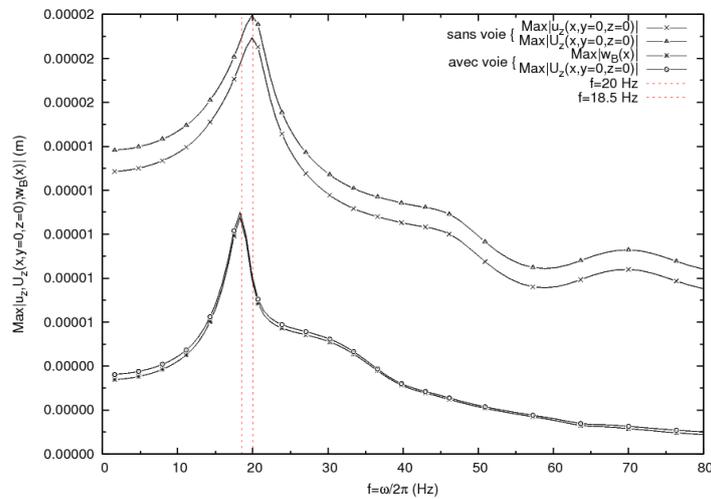
En régime sub-Rayleigh, la figure V.4 (a) présente les modes obtenus pour une charge fixe appliquée sur le système couplé voie/sol (en cercles de couleur unie). Les parties positives et négatives du domaine des nombres d'ondes sont aussi représentées ; pour une charge non roulante, les courbes sont symétriques.

La figure V.4 (a) comprend également les lignes relatives à la vitesse de la charge qui se croisent avec les courbes du premier mode, au point correspondant à l'amplitude maximale. Ces lignes sont déterminées par l'expression : $k_x = -2\pi(f - f_0)/c$ (en pointillés noirs), avec $f_0 = f_{c1} = 18.5 \text{ Hz}$ et $f_0 = f_{c2} = 30.5 \text{ Hz}$. Pour une fréquence $f_0 = 18.5 \text{ Hz}$, la droite de la vitesse de la charge coupe celle du premier mode à son extrémité, dans la partie positive des nombres d'ondes k_x . Dans ce cas, la résonance peut alors se produire. Pour une fréquence $f_0 = 30.5 \text{ Hz}$, la droite de la vitesse coupe celle du premier mode à son extrémité aussi, pour k_x positif. Pour une interprétation plus détaillée des contributions des nombres d'ondes positifs et négatifs, le lecteur peut se référer aux travaux de Lefeuvre-Mesgouez et Mesgouez [LM08b].

Par ailleurs, une courbe alternative est tracée, en représentant les déplacements maximum du ballast sous charge roulante, cf. figure V.4 (a). Les lignes verticales (en rouge) indiquent les maxima des amplitudes obtenues pour : $f = f_{c1} = 18.5 \text{ Hz}$ et $f = f_{c2} = 30.5 \text{ Hz}$. Ces valeurs correspondent aux fréquences données par les points d'intersections entre les droites de vitesse et du premier mode, pour $c = 0$, obtenue précédemment. En comparant les courbes, il s'avère aussi que la gamme générale des fréquences est plus étendue, pour une vitesse non nulle. Par ailleurs, le pic positif (des nombres d'onde) correspondant au premier mode se déplace vers la partie inférieure des nombres d'ondes. Le comportement du pic négatif semble moins évident, à savoir qu'il se déplace vers la partie inférieure des nombres d'ondes, pour des fréquences inférieures à 27 Hz, ce qui atténue donc sa contribution.



(a)



(b)

FIGURE V.4 – Régime sub-Rayleigh : (a) Maximum de la réponse spectrale unitaire dans les domaines des nombres d’ondes et fréquentiel, en cercles : $M_R = 0$, en croix : $M_R = 0.5$. (b) Déplacements verticaux maximum dans le domaine spatial, en fonction de la fréquence.

La figure V.4 (b) présente les déplacements maximum, le long de la ligne $y = 0$, en fonction de la fréquence, pour $M_R = 0.5$, dans le domaine spatial, tout comme la figure V.2, pour $M_R = 0$. La résonance est observée pour une fréquence $f_0 = f_{c1} = 18.5$ Hz, ce qui était prévu d’après l’analyse de la figure V.4 (a). Néanmoins, aucune résonance n’est observée pour $f_0 = f_{c2} = 30.5$ Hz. La figure V.4 (b) permet aussi de relever la fréquence de résonance qui vaut 20.0 Hz, dans le cas sans voie ferrée. Le rapport des valeurs maximales et minimales est égal à 2.6 et 14.8, dans le cas sans voie ferrée et avec voie ferrée, respectivement. Ces valeurs sont du même ordre que celles obtenues, pour $c = 0$.

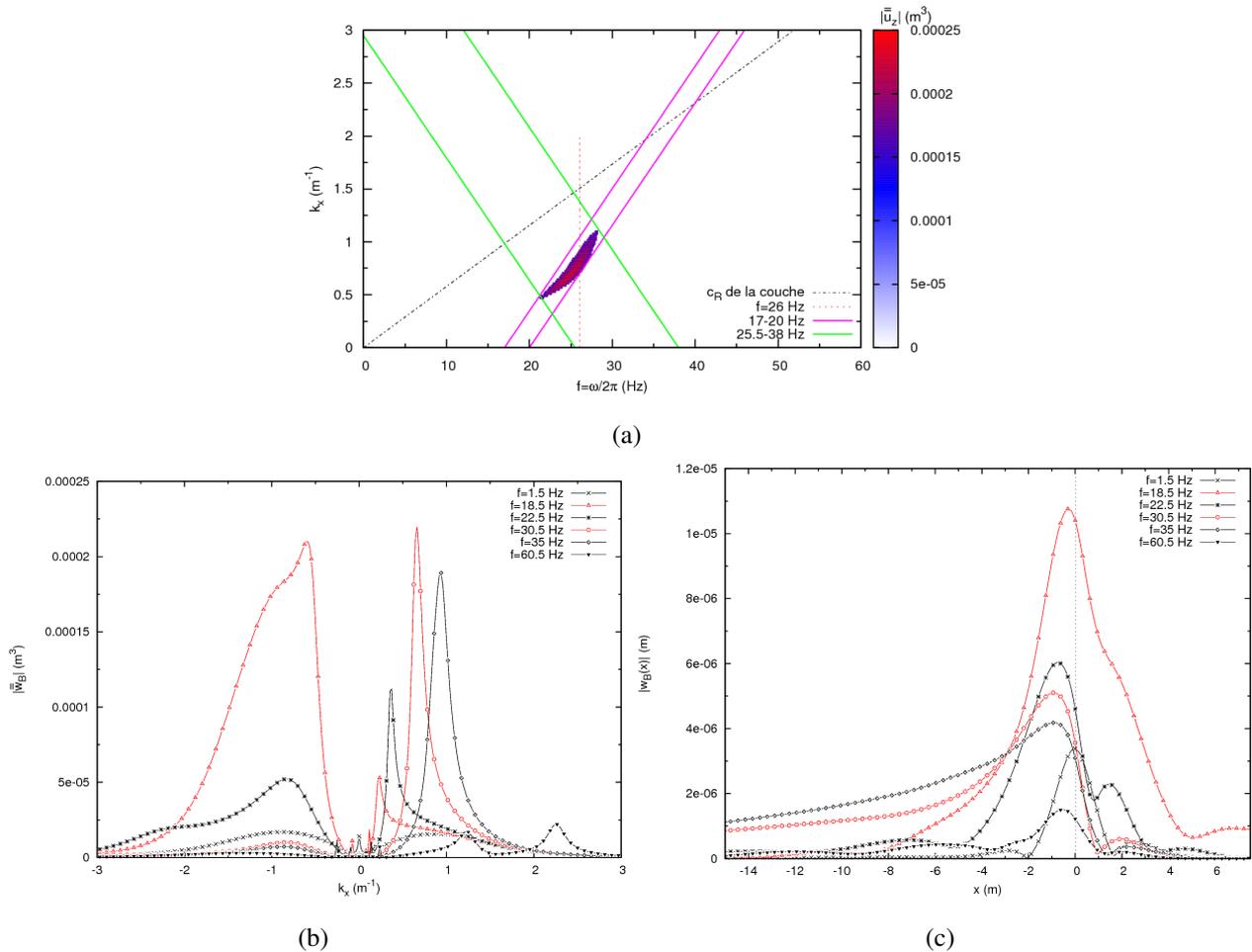


FIGURE V.5 – Interprétation des résultats du régime sub-Rayleigh et du phénomène de résonance : (a) Représentation ombrée du spectre de la réponse unitaire dans les domaines des nombres d’ondes et fréquentiel, pour des valeurs supérieures à 75% de l’amplitude maximale du spectre. (b) Déplacements transformés le long de la ligne $k_y = 0$. (c) Déplacements le long de la ligne $y = 0$.

Pour mieux comprendre les phénomènes de résonance ou de non résonance à 20.0 Hz, il est nécessaire de donner plus de détails. La figure V.5 (a) présente la réponse spectrale unitaire pour une charge fixe, avec une représentation en ombrage des pics et pour un spectre supérieur à 75% de la valeur maximale. Ce choix est arbitraire. Comme le spectre de la réponse est symétrique, seule la partie positive des nombres d’ondes est considérée. Les lignes violettes présentant la vitesse sont relatives à la partie négative des nombres d’ondes ; elles sont déduites par symétrie. Cette figure montre plus précisément que le domaine de résonance s’étale longitudinalement et transversalement.

Nous pouvons en déduire des gammes des fréquences induisant la résonance, pour une valeur spécifique du nombre de Mach, tel que nous avons procédé en figure V.4 (a) : les gammes [17 – 20]

Hz et $[25.5 - 38]$ Hz. La gamme de fréquences du premier mode (en violet) se situe à 18.5 Hz environ. La gamme est serrée, mais donne une large contribution dans le domaine des nombres d'ondes ($0.5 < |k_x| < 1.1 \text{ m}^{-1}$ pour $f = 18.5$ Hz), puisque le domaine de résonance est traversé longitudinalement ; la deuxième plage de fréquences (en vert) est plus large $[25.5 - 38]$, mais donne lieu à un pic étroit dans le domaine des nombres d'onde ($0.6 < k_x < 0.7 \text{ m}^{-1}$ pour $f = 30.5$ Hz), car la zone de résonance est traversée transversalement, figure V.5.

La figure V.5 (b) présente l'évolution des déplacements transformés du ballast, le long de la ligne $k_y = 0$, pour une vitesse nulle. La figure ainsi représentée confirme les remarques soulignées ci-avant, à savoir que la courbe obtenue pour $f = 18.5$ Hz présente un pic aigu dans le domaine négatif des nombres d'ondes, alors que le pic donné par $f = 30.5$ Hz est large dans le domaine positif des nombres d'ondes. Ceci donne lieu au phénomène de résonance, figure V.5 (c), avec un déplacement maximal sous la charge, devant la charge et aux alentours d'une fréquence égale à $f = 18.5$ Hz. Par ailleurs, pour la gamme des fréquences comprises dans l'intervalle $[25.5 - 38]$ Hz, bien qu'aucune amplification ne soit observée sous la charge, les déplacements sont nettement plus élevés derrière l'excitation : les courbes relatives à $f = 30.5$ et 35 Hz sur la figure V.5 (c), confirment cela. En outre, l'allure des déplacements qui était symétrique pour $f = 18.5$ Hz, ne l'est plus. Pour une gamme de fréquences plus élevées (au delà de 60 Hz), les déplacements sont réduits, puisque les lignes représentant la vitesse de la charge ne traversent pas le domaine résonance.

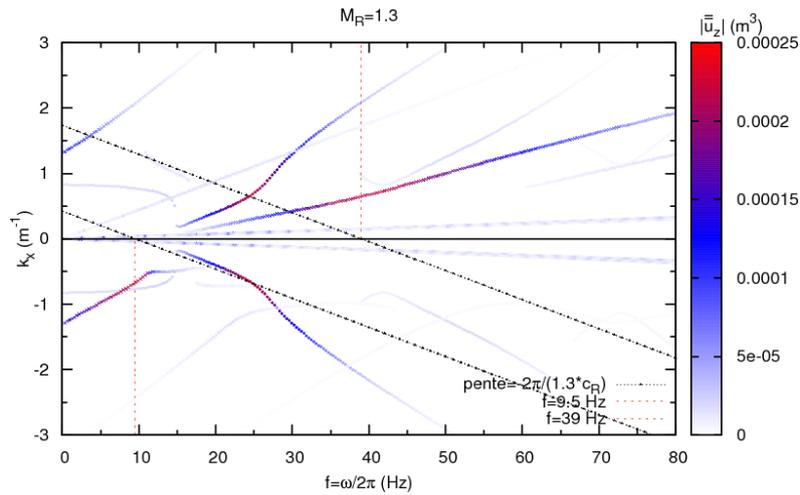
Comme l'a montré l'analyse de la figure V.1 (a) présentant des fréquences de résonance pour $M_R = 0$, l'analyse des figures V.4 et V.5 confirme l'existence d'une résonance, pour $M_R = 0.5$. Lorsque la zone maximale est traversée longitudinalement, la résonance est clairement marquée. Lorsque la zone en question est traversée transversalement, les déplacements s'étalent plus loin derrière la charge, mais l'amplitude maximale n'est pas nécessairement élevée.

V.3.2.2 Régime super-Rayleigh

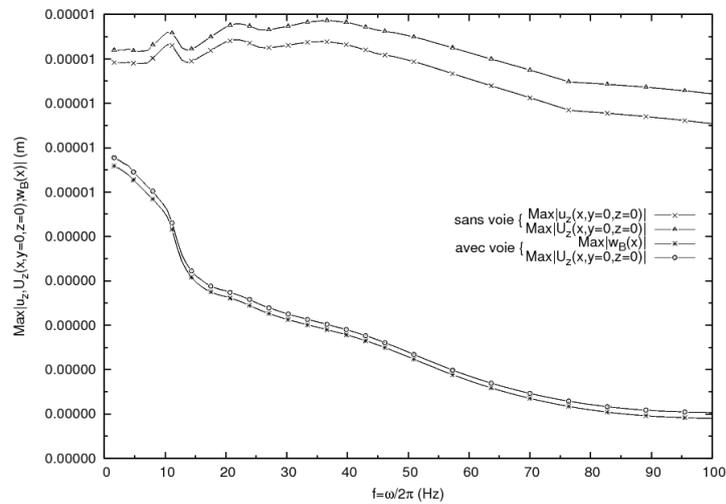
En régime super-Rayleigh ($M_R = 1.3$), les figures V.6 (a) et V.7 (a) présentent deux fréquences de résonance potentielles : 9.5 Hz et 39 Hz, lignes en pointillés rouges dues à l'intersection entre les lignes des grandes vitesses, ou déduites directement à partir du tracé obtenu pour $M_R = 1.3$. En outre, la gamme des fréquences associées est plus importante que celle obtenue pour de faibles vitesses.

A partir des figures V.6 (a) et V.7 (a), 4 cas se présentent :

- $[3 - 11]$ Hz : pour les basses fréquences, il y a une contribution du premier mode pour les



(a)



(b)

FIGURE V.6 – Régime super-Rayleigh : (a) Maximum de la réponse spectrale unitaire dans les domaines des nombres d’ondes et fréquentiel, en cercles : $M_R = 0$, en croix : $M_R = 1.3$. (b) Déplacements verticaux maximum dans le domaine spatial, en fonction de la fréquence de la charge, pour $M_R = 1.3$.

valeurs négatives des nombres d’ondes, puisque la ligne de grande vitesse traverse le domaine de résonance ; ce qui conduit à une amplification des déplacements tel que présenté sur les figures V.6 (b) et V.7 (c) pour $f_0 < 11$ Hz. La réponse présente alors une oscillation.

- [12 – 31] Hz : la contribution du premier mode n’existe plus. Dans cette gamme, les réponses ainsi obtenues dans le domaine transformé et spatial sont plus petites. Ceci est confirmé pour $f_0 = 18.5$ Hz, sur les figures V.7 (b-c).

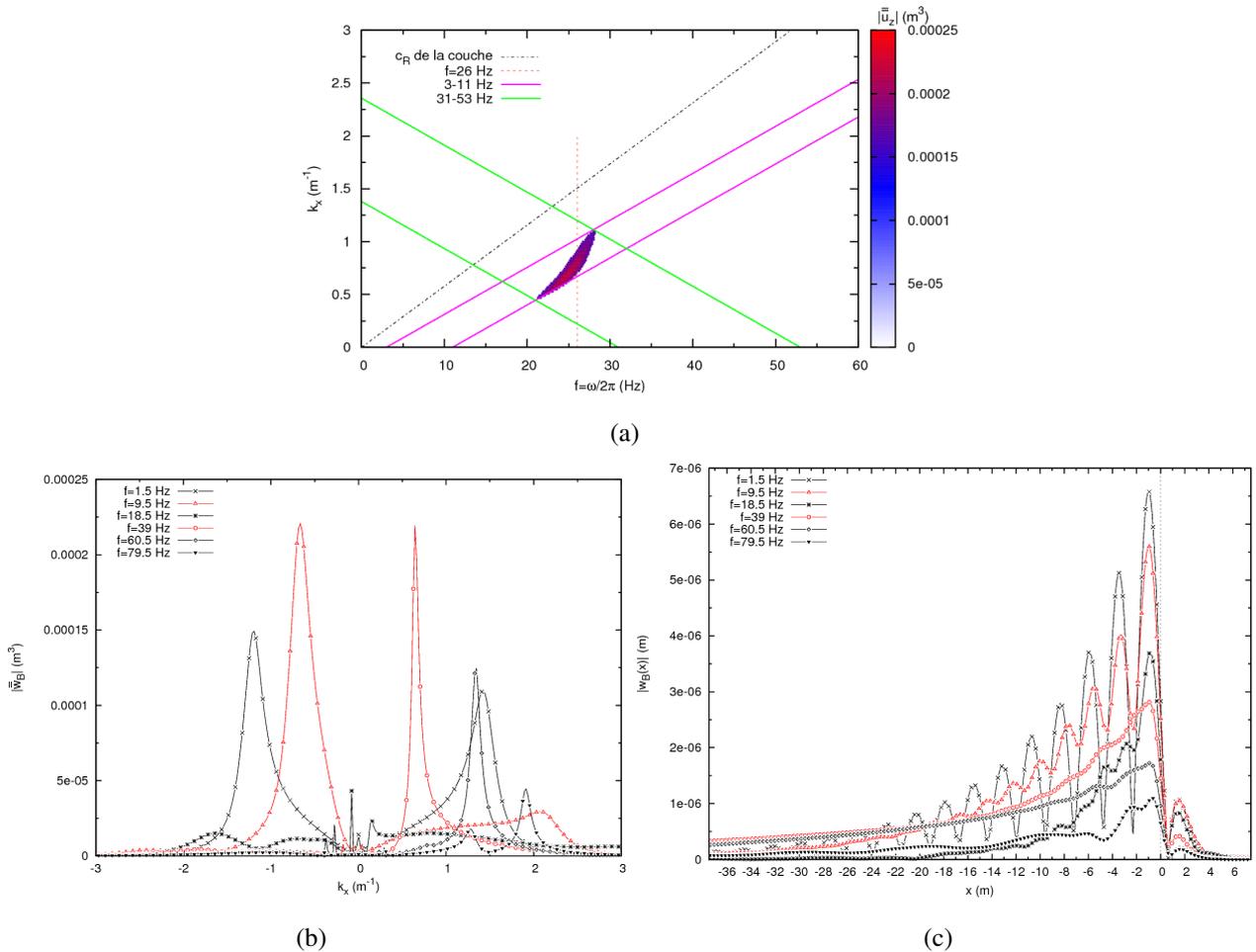


FIGURE V.7 – Interprétation des résultats du régime super-Rayleigh et du phénomène de résonance : (a) Représentation en ombrage du spectre de la réponse unitaire dans les domaines des nombres d’ondes et fréquentiel, limitée à des valeurs supérieures à 75% de l’amplitude maximale du spectre. (b) Déplacements transformés le long de la ligne $k_y = 0$. (c) Déplacements le long de la ligne $y = 0$.

- [31 – 53] Hz : il y a une contribution, à nouveau, du premier mode dans la partie positive des nombres d’ondes, il en résulte aussi une zone serrée pour k_x . La contribution du mode est plus élevée dans le domaine transformé, puis elle diminue (voir la courbe obtenue pour $f_0 = 39$ Hz sur la figure V.7 (b). Néanmoins, comme nous l’avons remarqué pour le régime sub-Rayleigh, cela ne donne pas lieu à des déplacements maximum plus importants, mais à des déplacements plus étalés derrière la charge, figure V.7 (c).
- au-delà de 53 Hz, les amplitudes sont de nouveau plus faibles dans les domaines transformé et spatial (pour $f = 79.5$ Hz, par exemple), figures V.7 (b-c). Dans ce cas, la zone de résonance n’est plus traversée.

V.3.3 Influence de la vitesse pour une fréquence spécifique

Nous pouvons étendre l'analyse précédente pour déterminer la gamme de la vitesse "critique" pour une fréquence donnée, ceci peut conduire soit à la résonance avec une amplification généralisée des déplacements, soit à un étalement des déplacements avec une amplification locale des déplacements.

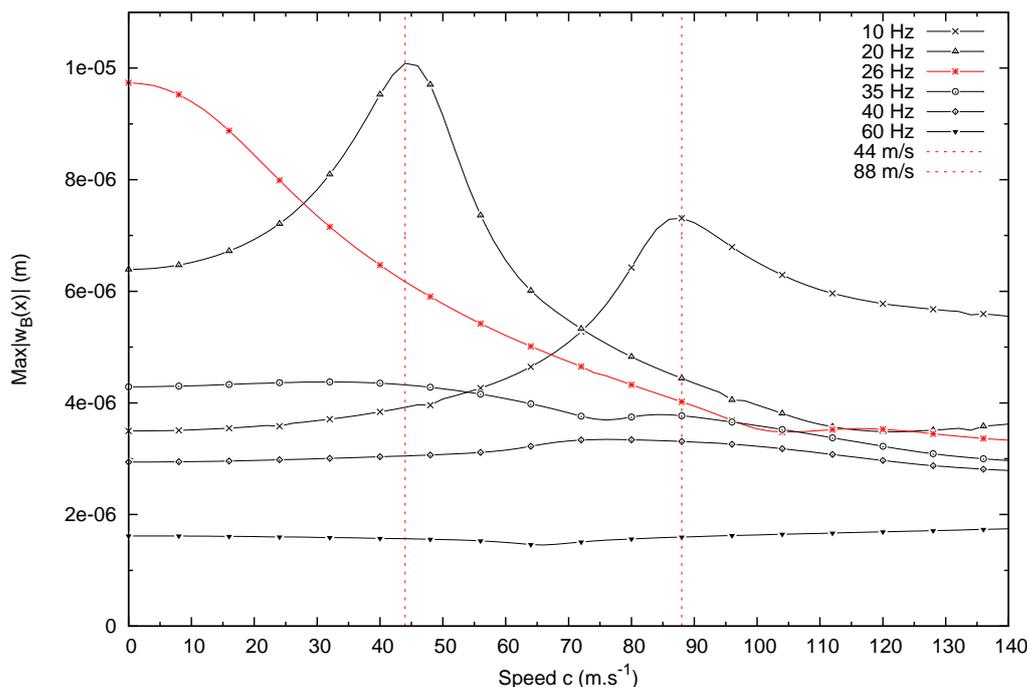


FIGURE V.8 – Déplacements maximaux du ballast, en fonction de la vitesse de la charge, pour différentes fréquences, cas avec voie ferrée.

En premier lieu, la figure V.8 présente l'influence de la vitesse de la charge sur le déplacement maximum du ballast, le long de la ligne $y = 0$ pour plusieurs valeurs de la fréquence. La figure présente deux comportements différents selon que la fréquence de la charge est inférieure ou supérieure à la fréquence de résonance $f_c = 26$ Hz, obtenue dans le cas d'une charge fixe (section V.3.1).

V.3.3.1 Fréquence égale à 26 Hz

La courbe rouge présentée sur la figure V.8 correspond à la fréquence de résonance obtenue pour une charge fixe : $f_c = 26$ Hz. En fait, cette courbe donne la plus grande valeur, comparée aux autres

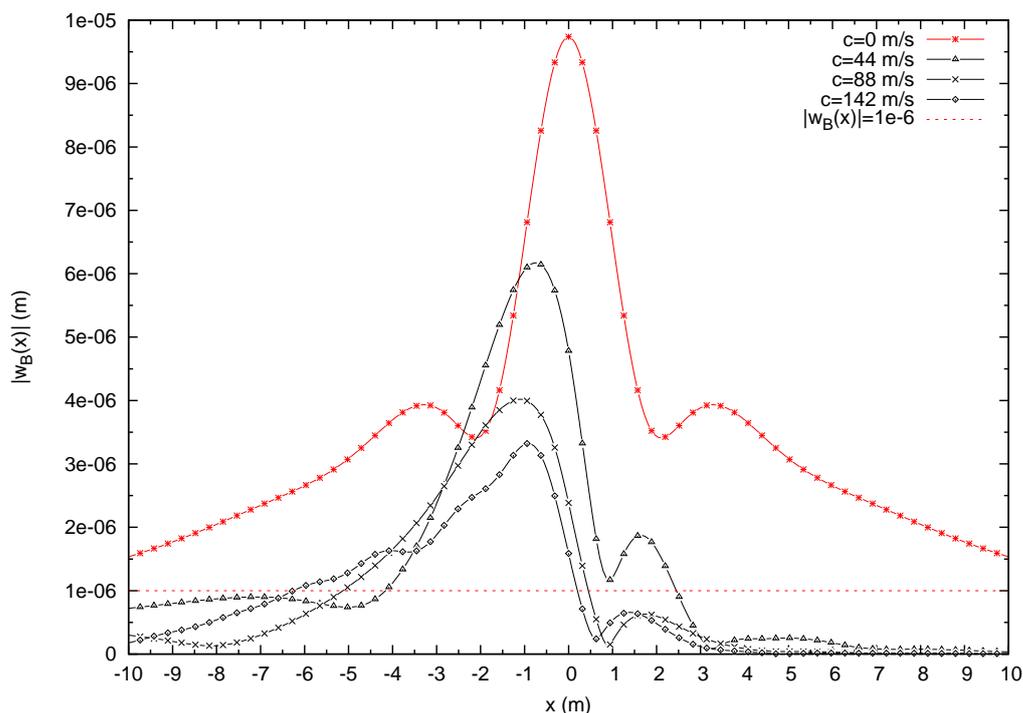


FIGURE V.9 – Déplacements du ballast pour $f_1 = 26$ Hz pour différentes vitesses de la charge.

courbes, pour une vitesse nulle. Par ailleurs, les déplacements maximums diminuent, lorsque la vitesse croît. Ceci peut être expliqué à partir de la figure de dispersion : pour la charge fixe, la fréquence de résonance est représentée par une ligne verticale à $f_c = 26$ Hz qui coupe le premier mode de contribution dans le domaine de résonance, figures V.1 (b) et V.5 (a). Pour une charge mobile, les lignes de vitesse de la charge correspondantes sont tracées à partir du point ($k_x = 0 \text{ m}^{-1}$; $f_0 = 26$ Hz) avec une pente $c = \pm 2\pi/c$.

Lorsque la vitesse augmente, les lignes de la vitesse correspondant à une fréquence $f_0 = 26$ Hz s'éloignent progressivement du domaine de résonance ; ainsi le maxima et les déplacements diminuent. D'après l'allure des déplacements le long de la ligne $y = 0$, figure V.9, non seulement les maxima diminuent, mais toute la réponse diminue aussi et ce, le long de la voie.

V.3.3.2 Fréquence inférieure à 26 Hz

Les courbes relatives aux fréquences $f_0 = 10$ Hz et 20 Hz sont caractérisées par un pic correspondant aux vitesses $c = 88$ et 44 m.s^{-1} , respectivement, cf figure V.8. La valeur maximale obtenue pour la courbe correspondant à 20 Hz donne un pic plus marqué que celui obtenu pour la courbe à 10

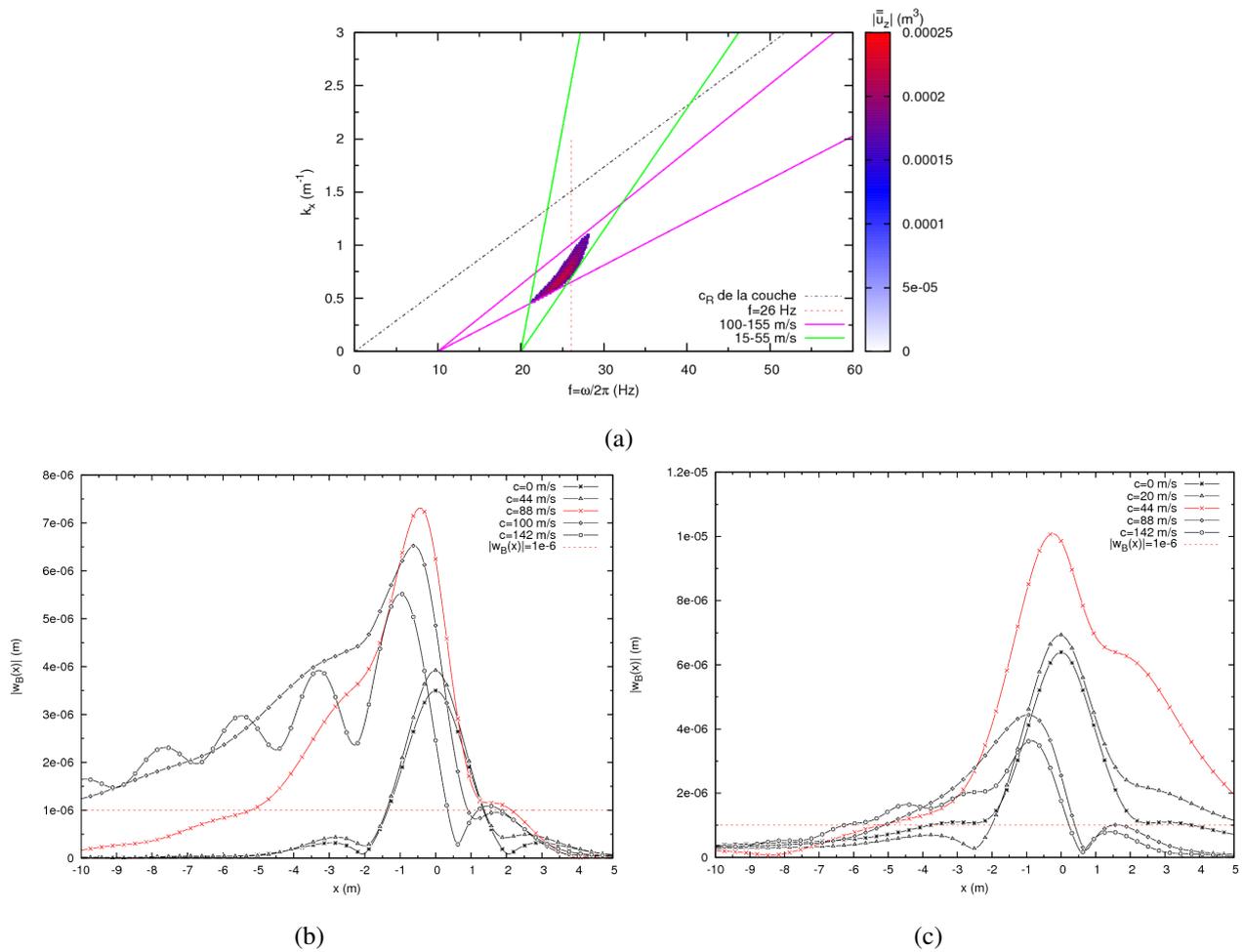


FIGURE V.10 – Influence de la vitesse de charge : (a) Représentation en ombrage du spectre de la réponse unitaire dans les domaines des nombres d’ondes et fréquentiel, limitée à des valeurs supérieures à 75% de l’amplitude maximale du spectre. (b) Déplacements du ballast pour $f = 10$ Hz et différentes vitesses. (c) Déplacements du ballast pour $f = 20$ Hz et différentes vitesses.

Hz. Ceci peut-être dû au fait que cette valeur est plus proche de la fréquence de résonance $f_c = 26$ Hz. A partir de la figure de dispersion, nous pouvons déduire une gamme de “vitesses critiques” : $[100 - 155]$ et $[15 - 55]$ m.s⁻¹ pour $f_0 = 10$ et 20 Hz, respectivement, figure V.10 (a).

Même si la tendance de ces courbes est similaire, une distinction doit être faite :

- $f = 10$ Hz est inférieure à la fréquence correspondant au premier mode $f_{app} = 15$ Hz, cf figure V.1 (b). Dans ce cas, il n’y a pas de propagation qui se produit réellement, pour une faible vitesse. Lorsque la vitesse de charge devient significativement élevée, la ligne de la grande vitesse coupe la courbe du premier mode à $c = 88$ m.s⁻¹. Ainsi, le point d’intersection décrit le premier mode du sommet vers la base (de haut en bas), pour une vitesse croissante, ceci est illustré par la con-

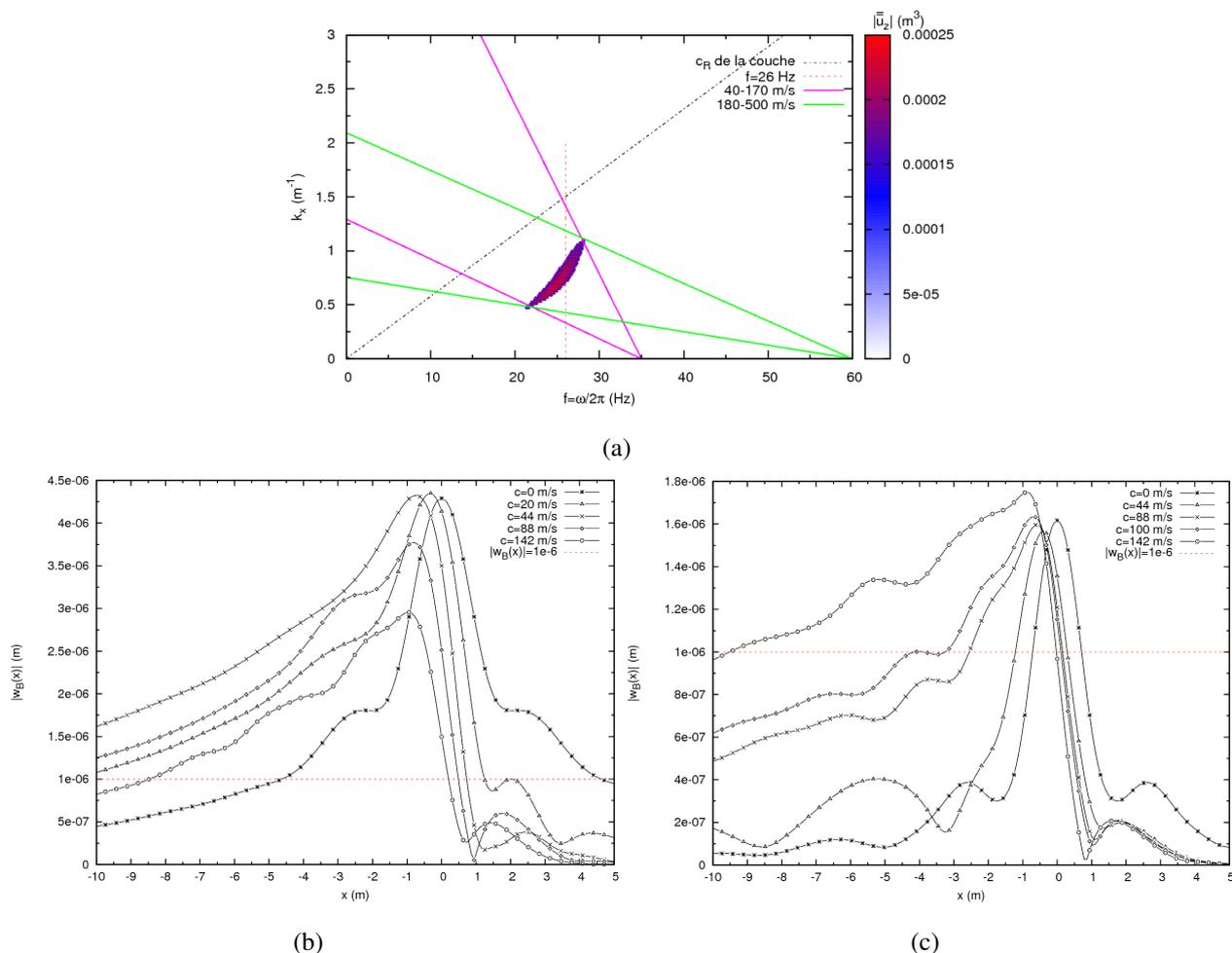


FIGURE V.11 – Influence de la vitesse : (a) Représentation ombrée du spectre de la réponse unitaire dans les domaines des nombres d’ondes et fréquentiel, limitée à des valeurs supérieures à 75% de l’amplitude maximale du spectre. (b) Déplacements du ballast pour $f_1 = 35$ Hz et différentes vitesses. (c) Déplacements du ballast pour $f_1 = 60$ Hz et différentes vitesses.

cavité de la courbe, figures V.10 (a) et V.1 (b). Ainsi, la contribution du premier mode produit une propagation. Le passage de la configuration de “non propagation” (pas de mode excité) au comportement de ‘propagation’ (premier mode excité) entraîne un changement significatif du champ de déplacements, comme indiqué sur la figure V.10 (b) : les déplacements se situant aux alentours de la charge, pour une faible vitesse avec un champ de déplacements plus réduit, induisent des valeurs plus élevées et se propagent dans un domaine spatial plus étendu. Lorsque la vitesse de charge augmente, le point d’intersection se déplace vers la zone de résonance. Il en résulte une propagation du champ de déplacements ; cependant, la valeur maximale n’est pas plus importante.

– $f = 20$ Hz est supérieure à f_{app} . Dans ce cas, le premier mode est excité, même pour une vitesse

nulle. Néanmoins, la courbe est décrite de la base vers le sommet. Dans ce cas, le changement du champ des déplacements est différent de celui observé à $f_0 = 10$ Hz. La valeur maximale est obtenue pour $c = 44$ m.s⁻¹ de la gamme [15 – 55] m.s⁻¹. La représentation des déplacements le long de la ligne $y = 0$ pour différentes vitesses, montre une amplification pour $c = 44$ m.s⁻¹, d'une part et une magnitude du même ordre de grandeur pour les autres vitesses d'excitation, d'une autre part, figure V.10 (c).

V.3.3.3 Fréquence supérieure à 26 Hz

Pour une fréquence supérieure à 26 Hz, les déplacements maximum sont du même ordre de grandeur, à mesure que la vitesse de la charge augmente, figure V.8. Par ailleurs, l'analyse de la courbe de dispersion permet d'observer que la courbe de la vitesse de la charge traverse la zone de résonance, pour une gamme de vitesses spécifique. Considérons deux exemples : $f_0 = 35$ et 60 Hz. Les gammes des vitesses qui donnent une intersection entre des lignes de vitesse de charge et le premier mode de résonance sont obtenues à partir de la figure V.11 (a) : [40 – 170] m.s⁻¹ et [180 – 500] m.s⁻¹ pour $f_0 = 35$ Hz et 60 Hz, respectivement. Le point d'intersection de la courbe décrit le premier mode de haut en bas.

Comme nous avons limité l'étude à $M_R = 1.3$, la vitesse maximale présentée sur les figures V.11 (b-c) est limitée à 142 m.s⁻¹. Les figures en question montrent clairement que les maxima restent du même ordre pour les différentes vitesses. Par contre, le champ des déplacements est différent pour des vitesses induisant le domaine de résonance. Pour ces fréquences, le champ des déplacements devient plus large.

Afin de comparer l'amplitude entre les différents cas analysés, les figures V.10 (b-c) et V.11 (b-c) présentent une ligne horizontale représentant le même déplacement 1×10^{-6} m. Pour une fréquence variant entre 20 et 26 Hz, le maximum est plus élevé. Par contre, pour une réponse obtenue à $x = -10$ m par exemple, les déplacements peuvent être du même ordre que ceux obtenus pour la fréquence de résonance, pour une charge roulante : figure V.10 (b) pour 10 Hz et $c = 100$ ou 142 m.s⁻¹ ou figure V.11 (b), pour 35 Hz et $c = 44$ ou 88 m.s⁻¹.

V.4 Conclusions préliminaires

En premier lieu, il est important de conclure que pour un sol mou dont la vitesse de l'onde de Rayleigh peut être atteinte par celle du train, les courbes de dispersion montrent clairement que la vitesse critique est inférieure à la vitesse de l'onde R , en basses fréquences.

V.5 Application à une autre couche

Dans les sections précédentes, nous avons montré que l'analyse de la réponse spectrale unitaire permet d'anticiper le régime de résonance ou un champ de déplacements plus étendu. Dans cette section, nous nous proposons d'appliquer et de valider le raisonnement précédent, pour répondre aux 2 questions pertinentes suivantes :

Question 1 : Pour une vitesse spécifique, la résonance peut-elle exister ? Le cas échéant, évaluer la gamme des fréquences correspondantes.

Question 2 : Pour une fréquence spécifique, évaluer une éventuelle gamme de vitesses critiques induisant une amplification des déplacements ou un champ de déplacements plus étendu.

Le sol étudié est celui de Theodorakopoulos pris en compte dans la configuration précédente, [THE03]. Seul le coefficient de Lamé et la perméabilité ont été modifiés tel que : $\mu = 1.10^8$ Pa et $\kappa = 1.10^{10}$ m⁻². Par rapport à la géométrie précédente, le sol est plus dur induisant ainsi des vitesses de propagation d'ondes plus élevées : $c_R = 244$ m.s⁻¹, $c_S = 261$ m.s⁻¹, $c_{P2} = 170$ m.s⁻¹, $c_{P1} = 1975$ m.s⁻¹. Les paramètres de la voie restent inchangés.

A partir de l'analyse de la dispersion, on peut déduire :

-la fréquence correspondant au premier mode : $f_{app} = 30 - 31$ Hz.

-la fréquence de résonance à $c = 0$: $f_c = 55$ Hz.

Réponse 1 : Les figures V.12 (a-c) présentent l'évolution des courbes de dispersion et les lignes de vitesse correspondant à : (a) $c = 0.25 \times c_R = 61$ m.s⁻¹, (b) $c = 0.4 \times c_R = 98$ m.s⁻¹ et (c) $c = 0.5 \times c_R = 122$ m.s⁻¹. Nous avons volontairement limité les vitesses à des valeurs réalistes. Nous n'avons donc pas tenu compte des vitesses supérieures à 146 m.s⁻¹ ($M_R = 0.6$). Les gammes des fréquences qui traversent la zone de résonance du premier mode sont déduites à partir des figures V.12 (a-c). Les fréquences induisant un pic des déplacements maximaux sont déduites sur la figure V.12 (d). Ces résultats sont résumés dans le tableau V.5 :

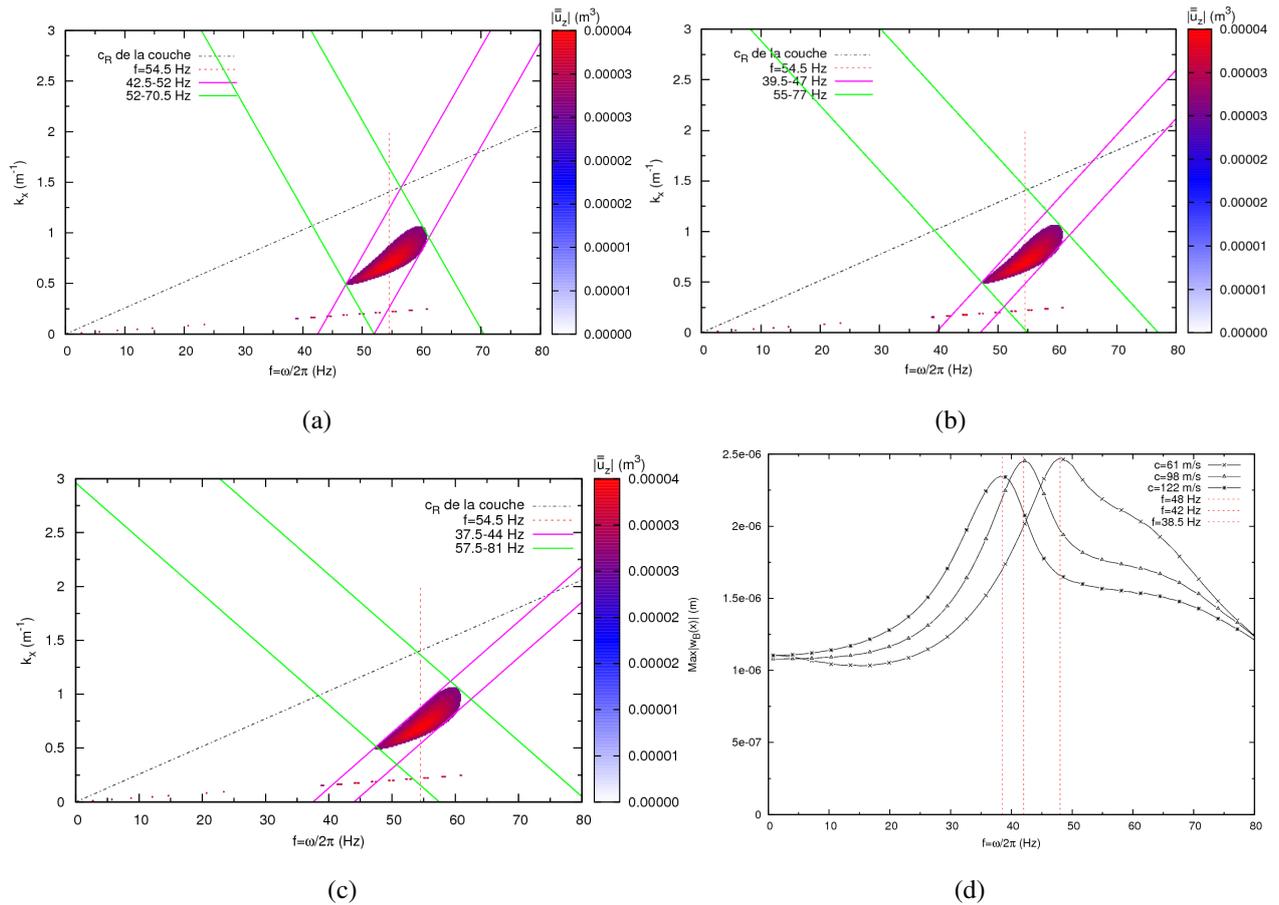


FIGURE V.12 – Estimation de la gamme des fréquences critiques pour une vitesse spécifique, à partir de la représentation ombrée de la réponse spectrale unitaire (courbe en couleurs). (a) 61 m.s⁻¹. (b) 98 m.s⁻¹. (c) 122 m.s⁻¹. (d) Déplacements maximaux en fonction de la fréquence de ces vitesses.

Figure correspondante	Vitesse (m.s ⁻¹)	Gamme de la fréquence critique (Hz)	Fréquence (Hz) du maximum	Figure correspondante
13 (a)	61	[42.5 – 52] et [52 – 70.5]	48	13 (d)
13 (c)	98	[39.5 – 47] et [55 – 77]	42	13 (d)
13 (e)	122	[37.5 – 44] et [57.5 – 81]	38.5	13 (d)

Tableau V.5 : Principales valeurs numériques extraites de la figure V.12.

Pour cette configuration, la fréquence correspondant au pic des déplacements maximaux se situe dans l'intervalle prévu. Le second intervalle du tableau correspond à un étalement des déplacements,

comme cela a été observé dans l'analyse de la configuration précédente.

Réponse 2 : Avant de répondre à la seconde question, nous devons d'abord situer la fréquence de la charge, par rapport à f_{app} et f_c .

- pour $f_0 = 20 \text{ Hz} < f_{app}$, dans l'intervalle $[0 - 146] \text{ m.s}^{-1}$, aucune vitesse critique n'est observée, figure V.13 (a). La gamme des valeurs critiques serait : $[230 - 370] \text{ m.s}^{-1}$. En fait, nous avons augmenté la vitesse fictivement, au-delà de la valeur de la vitesse de l'onde R . Les résultats obtenus sont similaires aux résultats de la section précédente, à savoir que le champ des déplacements varie considérablement lorsque les lignes des vitesses traversent la zone de résonance.

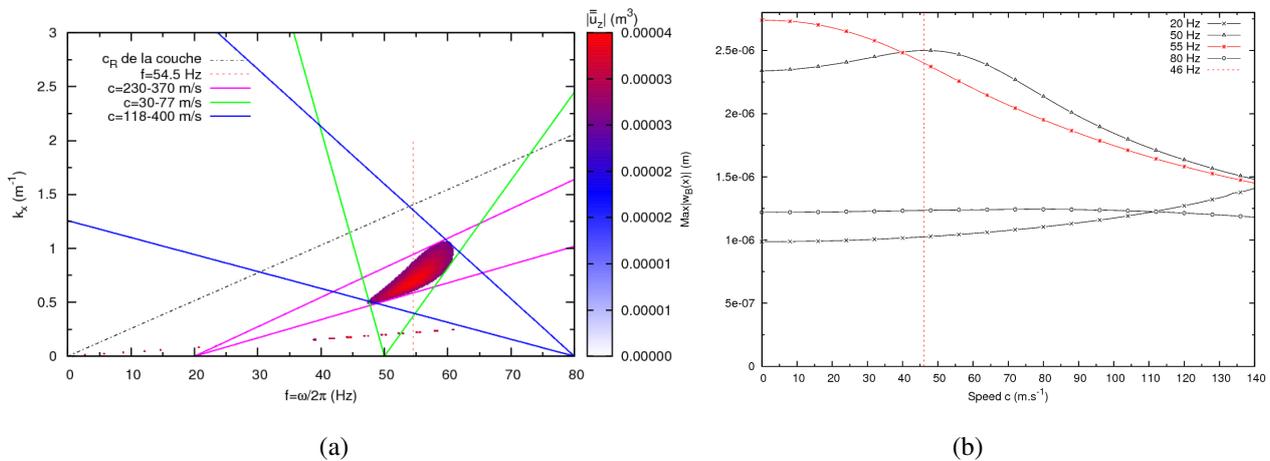


FIGURE V.13 – Estimation de la gamme des vitesses critiques pour une fréquence spécifique, à partir de la représentation ombrée de la réponse spectrale unitaire (courbe en couleurs). (a) Différentes fréquences. (b) Déplacements maximum en fonction de la vitesse de ces fréquences.

- pour $f_0 = 50 \text{ Hz} : f_{app} < f < f_c$, il y a amplification des déplacements maximums dans l'intervalle $[30 - 70] \text{ m.s}^{-1}$, figures V.13 (a) et (b).
- pour $f_0 = 55 \text{ Hz}$: cette valeur est très proche de celle de la fréquence de résonance pour une charge fixe, les déplacements maximum diminuent lorsque la charge se déplace, figure V.13 (b).
- pour $f_0 = 80 \text{ Hz} > f_c$, à partir de la figure de dispersion une amplification du champ des déplacements peut se produire dans l'intervalle $[118 - 400] \text{ m.s}^{-1}$, figure V.13 (a). L'amplification ne se produit pas pour une valeur maximale, mais sur la zone correspondant à l'étalement du champ de déplacements, figure V.13 (b).

En situant la fréquence par rapport à f_{app} et f_c , nous pouvons déduire pour quelle gamme de la

vitesse, le déplacement maximum peut augmenter ou pour quelle gamme le champ de déplacements peut se propager derrière la charge.

V.6 Conclusion

L'analyse des caractéristiques du premier mode du modèle voie ferrée-sol poreux soumis à une charge roulante, de forme rectangulaire a été proposée. Des charges harmoniques de diverses fréquences avec différents nombres de Mach, notamment en régime super-Rayleigh, ont été proposés. Une représentation alternative aux courbes de dispersion classiques appliquée à la géométrie étudiée a été analysée, en utilisant une représentation ombrée des déplacements transformés verticaux, sous une charge harmonique unitaire, en fonction des nombres d'ondes et de la fréquence. La localisation du premier mode et de l'amplitude de la réponse permettent d'appréhender et d'analyser les résultats obtenus dans le domaine spatial. Les conclusions suivantes peuvent être soulignées :

- La représentation alternative peut prédire la gamme des fréquences de résonance possible, en régimes sub- et super-Rayleigh, ou la gamme des vitesses critiques d'excitation pour une fréquence donnée.
- Une analogie entre les caractéristiques de la dispersion pour le cas d'une charge fixe et celui d'une charge mobile a été mise en évidence.
- La prise en compte de l'amplitude de la réponse spectrale unitaire permet de mieux appréhender les principales caractéristiques des déplacements du ballast ou du fluide. A titre d'exemple, pour un sol mou dont la vitesse de l'onde R de la première couche peut être atteinte par le train, l'analyse de la grille de dispersion montre que la vitesse critique de la charge, en basses fréquences, peut être inférieure à la vitesse de propagation de l'onde de Rayleigh.
- La prise en compte de la voie ferrée dans la géométrie ainsi étudiée met en relief le phénomène de résonance du modèle complet.

Conclusion Générale et Perspectives

L'objectif de ce travail était d'étudier, par une approche semi-analytique, la propagation des ondes mécaniques dans un milieu poreux biphasique soumis à des charges roulant à vitesse constante à la surface du sol. Afin de modéliser le trafic ferroviaire, la présence de la voie ferrée a été prise en compte.

Une analyse bibliographique a permis d'établir un bilan des résultats existants et a montré la nécessité de mener une étude complémentaire, notamment sur le modèle complet poreux biphasique appliqué au cas d'un sol couplé avec la voie ferrée.

Une méthode semi-analytique basée sur l'approche matricielle du massif poroviscoélastique associée à un changement de variables et une transformée de Fourier sur les variables d'espace a été appliquée, pour la résolution du problème dynamique. L'approche ainsi proposée a permis de calculer, de manière semi-analytique, les vitesses de propagation des ondes induites et les déplacements de chaque phase, solide et fluide, en tout point du massif dans le domaine des nombres d'ondes et dans le domaine spatial. L'approche proposée a été développée pour une modélisation tridimensionnelle. Le sol a été modélisé soit par un massif semi-infini, soit par un massif multicouche. Pour ce qui est de la voie ferrée, notre modélisation a considéré une représentation plus élaborée pour la voie ferrée (rails, traverses, semelles et ballast).

A partir de l'approche précédente, nous avons obtenu et analysé un certain nombre de résultats, axant plus particulièrement notre étude sur les phénomènes de propagation d'ondes et de dispersion. Nous avons étudié la réponse dynamique à la surface d'un sol poroviscoélastique homogène, monocouche et bicouche. Nous avons aussi abordé le cas du sol viscoélastique et avons montré, de ce fait, la pertinence d'une modélisation biphasique dans le sol. Nous avons comparé le cas d'une charge agissant directement sur le sol et le cas d'une charge appliquée au système sol/voie ferrée. La comparaison a montré l'influence de la voie ferrée sur le comportement dynamique du sol. Une étude paramétrique a permis de mettre en avant l'influence des caractéristiques du sol et de chaque composant de la voie sur le comportement vibratoire du milieu.

L'étude d'une couche poroviscoélastique reposant sur un substratum rigide nous a permis de montrer l'existence d'une couche critique, dans le cas des deux géométries étudiées. Une analyse de la dispersion a été présentée, en tenant compte de l'amortissement et du couplage voie ferrée/sol multicouche. Les résultats ont été présentés dans le domaine des nombres d'ondes et dans le domaine fréquentiel. Les résultats ont montré que la vitesse critique de la charge peut être inférieure à la vitesse de propagation de l'onde de Rayleigh, notamment en basses fréquences. Le rôle de la voie ferrée dans le comportement à la résonance du modèle complet a également été mis en évidence. A travers cette analyse, nous avons pu prédire la gamme des fréquences de résonance possibles et la gamme des vitesses critiques d'excitation, en régimes sub- et super-Rayleigh.

En ce qui concerne les développements pour la suite, nous porterons notre attention sur les points suivants :

- Les transformées intégrales, principalement de Fourier, sont utilisées dans la littérature. Mais celles-ci offrent une solution sous forme d'intégrales impropres divergentes, dans la majorité des cas, lorsqu'il s'agit de dériver plusieurs fois, pour obtenir les efforts tranchants et les moments fléchissants. C'est pourquoi se pose le problème de l'amélioration de la convergence de ces intégrales. De plus, les travaux existant jusqu'à présent, se limitent en majeure partie, au calcul de la déformation, pour contourner le problème de divergence alors que le calcul des moments fléchissant et des efforts tranchants, très utiles pour l'ingénieur, n'a pas fait l'objet de plusieurs recherches. C'est pourquoi se pose la question de l'amélioration de la convergence de ces intégrales.
- De nombreuses autres études peuvent être envisagées, à partir de l'approche présentée. En effet, bien que l'analyse des déplacements du ballast ait été abordée dans la dernière section de ce travail, il serait intéressant d'analyser également les déplacements des autres composants de la voie ferrée.
- Le modèle poreux étant largement utilisé, dans la littérature, son influence sur le comportement dynamique des sols reste un point pertinent. Dans la continuité de nos travaux, la prise en compte des autres paramètres du sol poreux dans la réponse du milieu peut faire l'objet d'une étude plus exhaustive.
- Si plusieurs couches sont prises en compte, les phénomènes de réflexion et de réfraction aux interfaces multiplient la propagation des différentes ondes engendrées et compliquent ainsi le problème étudié. Le cas du tricouche par exemple, peut faire l'objet d'une étude plus élaborée,

afin de mettre l'accent sur tous ces phénomènes. Finalement, plusieurs configurations possibles peuvent être étudiées.

Bibliographie

- [ALA88] Alabi B. 'Ground vibration excited by surface trains'. *The Nigerian Engineer* 23, 1-10, 1988.
- [ALA89] Alabi B. 'A model for the problem of ground vibration induced by the wheels of a moving load'. *App Math Modeling* 13, 710-715, 1989.
- [ALA92] Alabi B. 'A parametric study on some aspects of ground-borne vibrations due to rail traffic'. *Journal of Sound and Vibration* 153, 71-87, 1992.
- [ALV12a] Alves Costa P., Calçada R., Silva Cardoso A. 'Track-ground vibrations induced by railway traffic : In-situ measurements and validation of a 2.5D FEM-BEM model'. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 32 111-128, 2012.
- [ALV12b] Alves Costa P., Calçada R., Silva Cardoso A. 'Ballast mats for the reduction of railway traffic vibrations. Numerical study'. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 42 137-150, 2012.
- [AUB99] Aubry D., Baroni A., Clouteau D., Modaresi A. 'Modélisation du comportement du ballast en voie'. 12th European Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, (6 pages), Amsterdam juin 1999.
- [AUE94] Auersch L. 'Wave propagation in layered soil : theoretical solution in wavenumber domain and experimental results of hammer and railway traffic excitation'. *Journal of Sound and Vibration* 173, 233-264, 1994.
- [AUR85] Auriault J., Borne L., Chambon R. 'Dynamics of porous saturated media, checking of the generalized law of Darcy'. *The Journal of the Acoustical Society of America* 77 No 5, 1641-1650, 1985.
- [BIA08] Bian X.C., Chen Y.M., Hu T. 'Numerical simulation of high-speed train induced ground vibrations using 2.5D finite element approach'. *Science in China Series G : Physics, Mechanics and Astronomy* 51, No 6, 632-650, 2008.
- [BIO56a] Biot M.A. 'Theory of propagation of elastic waves in a fluid saturated porous solid. I : Low frequency range'. *Journal of the Acoustical Society of America* 28 No 2, 168-178, 1956.
- [BIO56b] Biot M.A. 'Theory of propagation of elastic waves in a fluid saturated porous solid. II : Higher frequency range'. *Journal of the Acoustical Society of America* 28 No 2, 179-191, 1956.

- [BIO56c] Biot M.A. 'Theory of the deformation of a porous viscoelastic anisotropic solid'. *Journal of Applied physics* 27 No 5, 459-467, 1956.
- [BIO61] Biot M.A. 'Theory of folding of stratified viscoelastic media and its implications in tectonics and orogenesis'. *The Geological Society of America Bulletin* 72, 1959-1620, 1961.
- [BUR84] Burke M., Kingsbury H.B. 'Response of poroelastic layers to moving loads'. *International Journal of Solids and Structures* 20 No 5, 499-511, 1984.
- [BOU86] Bourbié T., Coussy O., Zinszner R. 'Acoustique des milieux poreux'. Editions Technip Paris, Publications de l'Institut Français du Pétrole, 1986.
- [BRI74] Brigham, E. O., 1974. 'The Fast Fourier Transform'. Englewood Cliffs New Jersey, Prentice-Hall Inc.
- [CAI07a] Cai Y., Sun H., Xu C. 'Steady state response of poroelastic half-space soil medium to a moving rectangular load'. *International Journal of Solids and Structures* 44, 7183-7196, 2007.
- [CAI07b] Cai Y., Lu J.F., Wang J.H. 'Dynamic response of an infinite beam overlying a layered poroelastic half-space to moving loads'. *Journal of Sound and Vibration* 306, 91-110, 2007.
- [CAI08] Cai Y., Sun H., Xu C. 'Response of railway track system on poroelastic half-space soil medium subjected to a moving train load'. *Journal of Solids and Structures* 45, 5015-5034, 2008.
- [CAO13] Cao Z., Boström A. 'Dynamic response of a poroelastic half-space to accelerating or decelerating trains'. *Journal of Sound and Vibration* 332, 2777-2794, 2013.
- [CEL06] Celebi E. 'Three-dimensional modelling of train-track and sub-soil analysis for surface vibrations due to moving loads'. *Applied Mathematics and Computation* 179, 209-230, 2006.
- [CHA09] Chaillat S., Bonnet M., Semblat J.F. 'A new fast multi-domain BEM to model seismic wave propagation and amplification in 3D geological structures'. *Geophysical Journal International* 177 No 2, 509-531, 2009.
- [COL58] Cole J., Hugh J. 'Stresses produced in a half-plane by moving loads'. *Journal of Applied Mechanics*, 433-436, 1958.
- [COU91] Coussy O. 'Mécanique des milieux poreux'. Editions tethnip Paris, 1991.
- [COU98] Coussy O., Dormieux L., Detournay E. 'From mixture theory to Biot's approach for porous media'. *International Journal of Solids and Structures* 35 No 34-35, 4619-4635, 1998.
- [DEB94] De Barros F., Luco J. 'Response of a layered viscoelastic half-space to a moving point load'. *Wave Motion* 19, 189-210, 1994.
- [DEB95] De Barros F., Luco J. 'Stresses and displacements in a layered half-space for a moving line load'. *Applied Mathematics Computational* 67, 103-134, 1995.
- [DEG98] Degrande G., De Roeck G., Van Den Broeck P., Smeulders D. 'Wave propagation in layered dry, saturated and unsaturated poroelastic media'. *International Journal of Solids and*

- Structures 35 (34-35), 4753-78, 1998.
- [DEG01] Degrande G., Schillemans L. 'Free field vibrations during the passage of a Thalys high-speed train at variable speed'. *Journal of Sound and Vibration* 247 No 1, 131-144, 2001.
- [DEJ56] De Josselin De Jong G. 'Soil Mechanics and Transport in porous Media'. Ruud J. Schotting, Hans (C.J.) Van Duijn and Arnold Verruijt Edition. P.O Box 17, 3300 AA Dordrecht, The Netherlands, 1956.
- [DIE96] Dieterman H.A., Metrikine A.V. 'The equivalent stiffness of a half-space interacting with a beam. Critical velocities of a moving load along the beam'. *European Journal of Mechanics* 15 No 1, 67-90, 1996.
- [EAS56] Eason G., Fulton J., Sneddon I. 'Generation of waves in an infinite elastic solid by variable body forces'. *Phil. Transaction Royal Society A248*, 575-607, 1956.
- [FRY99] Frýba L. 'Vibration of Solids and Structures Under Moving Loads'. Thomas Telford, 3rd Edition, 1999.
- [GAO12] Gao G.Y., Chen Q.S., He J.F., Liu F. 'Investigation of ground vibration due to trains moving on saturated multi-layered ground by 2.5D finite element method'. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 40, 87-98, 2012.
- [GAL07] Galvín P., Dominguez J. 'Analysis of ground motion due to moving surface loads induced by high-speed trains'. *Engineering Analysis with Boundary Elements* 31, 931-941, 2007.
- [GAZ83] Gazetas G. 'Analysis of machine foundation vibrations : state of the art'. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 2 1, 2-42, 1983.
- [HUA13] Huang H., Chrismer S. 'Discrete element modeling of ballast settlement under trains moving at "Critical Speeds"'. *Construction and Building Materials* 38, 994-1000, 2013.
- [HUG08] Hughes T.J.R., Reali A., Sangalli G. 'Duality and Unified Analysis of Discrete Approximations in Structural Dynamics and Wave Propagation : Comparison of p-method Finite Elements with k-method NURBS'. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 197 No 49-50, 4104-4124, 2008.
- [HUN01] Hung H., Yang Y. 'Elastic waves in visco-elastic half-space generated by various vehicle loads'. *Soil Dynamic and Earthquake Engineering* 21, 1-17, 2001.
- [JON98] Jones D., Le Houédec D., Peplow D., Petyt M. 'Ground vibration in the vicinity of a moving harmonic rectangular on a half-space'. *European Journal of Mechanics A/Solids* 17 No 1, 153-166, 1998.
- [JON93a] Jones D.V, Petyt M. 'Ground vibration in the vicinity of a strip load : An elastic layer on an elastic half-space'. *Journal of Sound and Vibration* 161 No 1, 1-18, 1993.
- [JON93b] Jones D.V, Petyt M. 'Ground Vibration in the Vicinity of a Rectangular Load On a Half-Space'. *Journal of Sound and Vibration*, 166 No 1, 141-159, 1993.

- [JON00] Jones C., Sheng X., Petyt M. 'Simulation of ground vibration from a moving harmonic load on a railway track'. *Journal of Sound and Vibration* 231 No 3, 739-751, 2000.
- [JIN04a] Jin B., Yue Z.Q., Tham L.G. 'Stresses and excess pore pressure induced in saturated poroelastic half space by moving line load'. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 24 No 1, 25-33, 2004.
- [JIN04b] Jin B. 'Dynamic displacements of an infinite beam on a poroelastic half space due to a moving oscillating load'. *Archive of Applied Mechanics* 74, 277-287, 2004.
- [JU04] Ju S.H., Lin H.T. 'Analysis of train-induced vibrations and vibration reduction schemes above and below critical Rayleigh speeds by finite element method'. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 24, 993-1002, 2004.
- [KAR06] Karlström A., Boström A. 'An analytical model for train-induced ground vibrations from railways'. *Journal of Sound and Vibrations* 292, 221-241, 2006
- [KEN54] Kenney J. 'Steady-state vibrations of a beam on elastic foundation for moving loads'. *Journal of Applied Mechanics*, 359-364, December 1954.
- [KOU11] Kouroussis G., Verlinden O., Conti C. 'Free field vibrations caused by high-speed lines : Measurement and time domain simulation'. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 4 No 31, 692-707, 2011.
- [KOU09] Kouroussis G. 'Modélisation des effets vibratoires du trafic ferroviaire sur l'environnement'. Thèse de Doctorat, Faculté Polytechnique de Mons (France), 2009.
- [KOU11] Kouroussis G., Verlinden O., Conti C. 'Free field vibrations caused by high-speed lines : Measurement and time domain simulation'. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 4 No 31, 692-707, 2011.
- [KRY93] Krylov V., Ferguson C., 'Calculation of ground vibrations from heavy freight trains'. *Proceeding of the institute of the acoustics* 15 No 8, 59-68, 1993.
- [KRY94] Krylov V. 'On the theory of railway-induced ground vibrations'. *Journal of Physics IV* 4 C5, 769-772, 1994.
- [KRY95] Krylov V. 'Generation of ground vibrations by superfast trains'. *Appl Acoust* 44, 149-64, 1995.
- [KRY97] Krylov V. 'Spectra of low frequency ground vibrations generated by high speed trains on layered ground'. *Journal of Low Frequency Noise Vibration and Active Control* 16 No 4, 257-270, 1997.
- [KRY98] Krylov V. 'Effects of track properties on ground vibrations generated by high-speed trains'. *Acustica* 84, 78-90, 1998.
- [LM99] Lefeuvre-Mesgouez G. 'Propagation d'ondes dans un massif soumis à des charges se déplaçant à vitesse constante'. Thèse de doctorat de l'Ecole Centrale de Nantes, 1999.

- [LM00] Lefeuvre-Mesgouez G., Le Houédec D., Peplow A.T. 'Vibration in the vicinity of a high-speed moving harmonic strip load'. *Journal of Sound and Vibration* 231 (5), 1289-1309, 2000.
- [LOM2001] Lombaert G., Degrande G. 'An efficient formulation of Krylov's prediction model for train induced vibrations based on the dynamic reciprocity theorem'. In H. Heller G. Guidati, H. Hunt and A. Heiss, editors, *Proceeding of the 7th International Congress on Sound and Vibration, Garmisch-Partenkirchen (Germany)*, 2000.
- [LM08a] Lefeuvre-Mesgouez G., Mesgouez A. 'Ground vibration due to a high-speed moving harmonic rectangular load on a poroviscoelastic half-space'. *International Journal of Solids and Structures* 45, 3353-3374, 2008.
- [LM08b] Lefeuvre-Mesgouez G., Mesgouez A. 'Vibration in the vicinity of a high-speed moving harmonic strip load'. *International Journal of Solids and Structures* 45, 11-12, 2008.
- [LM12] Lefeuvre-Mesgouez G., Mesgouez A. 'Three-dimensional dynamic response of a porous multilayered ground under moving loads of various distributions'. *Advancing Engineering Software* 46, 75-84, 2012.
- [LUC83a] Luco J., Apsel R. 'On the Green functions for a layered half-space, part 1'. *Bulletin of Seismology Society of America* 73, No 4, 909-929, 1983.
- [LUC83b] Luco J., Apsel R. 'On the Green functions for a layered half-space, part 2'. *Bulletin of Seismology Society of America* 73, No 4, 931-951, 1983.
- [LU07] Lu J.F., Jeng D.S. 'A half-space saturated poro-elastic medium subjected to a moving point load'. *International Journal of Solids and Structures* 44, 573-586, 2007.
- [MAD00] Madsus C., Kaynia A. M. 'High-speed railway lines on soft ground : dynamic behavior at critical train speeds'. *Journal of Sound and Vibration* 231 No 3, 689-703, 2000.
- [MEI81] Mei C., Foda M. 'Wave-induced responses in a fluid-filled poroelastic solid with a free surface-a boundary layer theory'. *Geophysics Journal R. of Astronom. Society* 66, 597-631, 1981.
- [MET97] Metrikine A.V., Dieterman H.A., 'Three dimensional vibrations of a beam on an elastic half space : resonance interaction of vertical, longitudinal and lateral beam waves'. *Journal of Applied Mechanics* 64, 951-956, 1997.
- [NGU02] Nguyen V.H. 'Comportement dynamique de structures non-linaires soumises à des charges mobiles'. Thèse de Doctorat, l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2002.
- [PAO03] Paolucci R., Maffei A., Scandella L., Stupazzini M., Vanini M. 'Numerical prediction of low-frequency ground vibrations induced by high-speed trains at Ledsgaard, Sweden'. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 23, 425-433, 2003.
- [PIC02] Picoux B. 'Etude théorique et expérimentale de la propagation dans le sol des vibrations émises par un trafic ferroviaire'. Thèse de Doctorat en Génie Mécanique, Ecole Centrale de

Nantes, 2002.

- [PIC05] Picoux B., Le Houédec D. 'Diagnostic and prediction of vibration from railway trains'. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 25, 905-21, 2005.
- [SEM10] Semblat J.F., Gandomzadeh A., Lenti L. 'A simple numerical absorbing layer method in elastodynamics'. *C. R. Mecanique* 338, 24-32, 2010.
- [SHE99a] Sheng X., Jones C., Petyt M. 'Ground vibration generated by a harmonic load acting on a railway track'. *Journal of Sound and Vibration* 225 No 1, 3-28, 1999.
- [SHE99b] Sheng X., Jones C., Petyt M. 'Ground vibration generated by a load moving along a railway track'. *Journal of Sound and Vibration* 228 No 1, 129-156, 1999.
- [SHE03] Sheng X., Jones C., Thompson D. 'A comparison of a theoretical model for quasi-statically and dynamically induced environmental vibration from trains with measurements'. *Journal of Sound and Vibration* 267, 621-635, 2003.
- [SHE04] Sheng X., Jones C., Thompson D. 'A theoretical model for ground vibration from trains generated by vertical track irregularities'. *Journal of Sound and Vibration* 262, 937-965, 2004.
- [SHE05] Sheng X., Jones C., Thompson D. 'Responses of infinite periodic structures to moving or stationary harmonic loads'. *Journal of Sound and Vibration* 282, 125-149, 2005.
- [SHE06] Sheng X., Jones C., Thompson D. 'Prediction of ground vibration from trains using the wavenumber finite and boundary element methods'. *Journal of Sound and Vibration* 293, 575-586, 2006.
- [SID93] Siddharthan R., Zafir Z., Norris G.M. 'Moving load response of layered soil. I. Formulation'. *Journal of Engineering and Mechanics, ASCE* 119 No 10, 2052-2071, 1993.
- [STE07] Steenbergen MJMM., Dieterman, HA., 2007. 'The effect of the interface conditions on the dynamic response of a beam on a half-space to a moving load'. *Eur. J. Mech. A. Solids* 26, 33-54.
- [SNE52] Sneddon I. 'The stress produced by a pulse of pressure moving along the surface of a semi-infinite solid'. *Rendiconti Del Circolo Matematico di Palermo* 1, No 2, 57-62, 1952.
- [SUI99] Suiker, ASJ., Chang, C., De Borst, R., Esveld, C., 1999. 'Surface waves in a stratified half space with enhanced continuum properties. Part 2 : analysis of the wave characteristics in regard to high speed railway tracks'. *Eur. J. Mech. A. Solids* 18, 769-87.
- [SUN10] Sun H., Cai Y., Xu C. 'Three-dimensional simulation of track on poroelastic half-space vibrations due to a moving point load'. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 30, 958-967, 2010.
- [TAK03] Takemiya H. 'Simulation of track-ground vibrations due to high-speed trains : the case of X2000 at Ledsgard'. *Journal of Sound and Vibration* 261, 503-526, 2003.
- [TER98] Terada K., Ito T., Kikuchi N. 'Characterization of mechanical behaviors of solid-fluid

- mixture by the homogenization method'. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 153, 223-257, 1998.
- [THE03] Theodorakopoulos D.D. 'Dynamic analysis of a poroelastic half-plane soil medium under moving loads'. *Soil Dynamic and Earthquake Engineering* 23, 521-533, 2003.
- [THE04] Theodorakopoulos D.D., Chassiakos A.P., Beskos D.E. 'Dynamic effects of moving load on a poroelastic soil medium by an approximate method'. *International Journal of Solids and Structures* 41 No 7, 1801-1822, 2004.
- [THE06] Theodorakopoulos D.D., Berkos D.E. 'Application of Biot's poroelasticity to some soil dynamics problems in civil engineering'. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 26, 666-679, 2006.
- [VAN77] Van Der Kogel H. 'Wave propagation in saturated porous media'. Thèse de Doctorat, Institut de Technologie, Californie, 1977.
- [VOS03] Vostroukhov AV., Metrikine AV. 'Periodically supported beam on a visco-elastic layer as a model for dynamic analysis of a high-speed railway track'. *International Journal of Solids and Structures* 40 No 21, 5723-52, 2003.
- [WAN12] Wang F.T., Tao X.X., Zheng, X. 'Inversion of excitation source vibration from urban railway traffic'. *Science China : Thechnological Sciences* 55, 959-959, 2102.
- [WIL73] Williams F.W., Wittrick W.H.. 'Efficient calculation of natural frequencies of certain marine structures'. *International Journal of mechanis and Sciences* 15, 833-843, 1973.
- [XU07] Xu B, Lu JF, Wang JH. 'Dynamic response of an infinite beam overlying a poroelastic half space to moving loads'. *Journal of Sound and Vibration* 306, 91-110, 2007.
- [XU08] Xu B., Lu J.F., Wang J.H. 'Dynamic response water-saturated half space to a moving load'. *Computers and Geotechnics* 35, 1-10, 2008.
- [YAN09] Yang Y., Hung H.H. 'Wave propagation for train-induced vibrations : a finite/infinite element approach'. Singapore : World Scientific, 2009.
- [ZHA99] Zhai W.M., True H. 'Vehicle-track dynamics on a ramp and on the bridge : simulation ans measurements'. *Vehicle Sytems Dynamics* 33, 604-615, 1999.
- [YAN03] Yang Y.B., Hung H.H., Chang D.W., 2003 'Train-induced wave propagation in layered soils using finite/infinite element simulation'. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 23 263-278.