

République Algérienne Démocratique et Populaire Ministère de l'Enseignement Supérieur et
de la Recherche Scientifique
UNIVERSITE MOULOUD MAMMARI TIZI-OUZOU
FACULTE DE GENIE DE CONSTRUCTION
DÉPARTEMENT GENIE MECANIQUE



Mémoire de Fin d'Etudes

En vue de l'obtention du diplôme de

MASTER ACADEMIQUE

Spécialité : Energétique

Filière : Génie Mécanique

Thème

Transfert de chaleur dans la région à déficit liquide dans un tube vaporisateur.

Présenté par :

HALLI Celia

KHALOUI Yanis

Proposé et dirigé par :

Mr M.FERROUK

Soutenu le:30/09/2025. Devant le jury :

Président : AMOKRANE Mounir

UMMTO

Encadreur : FERROUK Mohamed

UMMTO

Examineur : DJEBOURI Hassane

UMMTO

Année Universitaire : 2024/2025

Remerciements

À l'issue de ce travail que nous avons accompli après tant d'efforts, nous tenons à exprimer toute notre reconnaissance et notre profonde gratitude à notre promoteur, Monsieur M. FERROUK, pour ses précieuses connaissances, ses conseils éclairés et son soutien constant tout au long de l'élaboration de ce projet de fin d'études.

Son accompagnement, tant moral que scientifique, nous a permis de réaliser ce travail dans les meilleures conditions.

Nous adressons également nos sincères remerciements à toutes les personnes qui, de près ou de loin, nous ont aidés, encouragés ou soutenus dans la réalisation de ce projet.

Enfin, nous remercions chaleureusement celles et ceux qui ont cru en nous et qui nous ont motivés à aller jusqu'au bout de ce travail.

Dédicaces

À ceux qui ont cru en moi,

Même quand je doutais de moi-même.

À mes parents, pour leur amour inconditionnel, leur patience infinie et leurs silences qui m'ont porté plus que leurs mots.

À mes proches, pour leurs encouragements, leurs cafés réconfortants, et leurs messages « Tu vas y arriver » envoyés au bon moment.

À mes amis, pour les rires qui ont allégé les nuits blanches, et les pauses qui m'ont rappelé qu'il y a une vie après les pages.

Et à moi, aussi pour ne pas avoir lâché, même quand les mots manquaient et que le doute grondait.

Cette soutenance n'est pas qu'un aboutissement.

C'est une preuve : rien n'est impossible quand on est entourée.

Résumé

Ce mémoire porte sur l'étude du transfert de chaleur dans la région à déficit liquide à l'intérieur d'un tube vaporisateur. L'objectif principal est de modéliser et simuler le comportement thermique du fluide lorsque l'ébullition dépasse le point d'assèchement.

Une étude bibliographique a d'abord été menée pour comprendre les régimes d'écoulement diphasique et les différentes corrélations de transfert de chaleur existantes. Ensuite, le modèle phénoménologique de Bennett a été choisi, car il permet de décrire précisément l'évolution des gouttelettes liquides et de la vapeur après l'assèchement.

Un programme numérique en langage Fortran a été élaboré pour résoudre les équations différentielles du modèle (masse, énergie, quantité de mouvement, et évaporation). Les résultats obtenus ont été comparés aux données expérimentales et montrent une bonne concordance, notamment pour la température de paroi et la vitesse des gouttelettes.

Enfin, cette étude confirme la validité du modèle de Bennett et du code développé, tout en ouvrant la voie à des améliorations futures, comme l'utilisation d'autres fluides ou la prise en compte de l'éclatement des gouttelettes.

Mots clés : transfert de chaleur, d'écoulement diphasique, le modèle de Bennett, l'éclatement des gouttelettes

Abstract

This thesis focuses on the study of heat transfer in the liquid-deficient region inside a vaporizing tube. The main objective is to model and simulate the thermal behavior of the fluid when boiling extends beyond the dryout point.

A bibliographic study was first conducted to understand two-phase flow regimes and the main heat transfer correlations. Then, the phenomenological model of Bennett was adopted because it accurately describes the evolution of liquid droplets and vapor after dryout.

A numerical program written in Fortran was developed to solve the differential equations of the model (mass, energy, momentum, and evaporation). The results obtained show good agreement with experimental data, particularly for wall temperature and droplet velocity.

This study confirms the validity of Bennett's model and the developed code while suggesting future improvements, such as using other fluids or including the droplet breakup phenomenon.

Keywords: transfert of chaleur, two-phase flow, the model of Bennett, the bursting of droplets.

الملخص

يتناول هذا البحث دراسة انتقال الحرارة في منطقة النقص السائل داخل أنبوب مبخر. الهدف الرئيسي هو نمذجة ومحاكاة السلوك الحراري للمائع عندما تتجاوز الغليان نقطة الجفاف.

تم في البداية إجراء دراسة نظرية لفهم أنظمة الجريان ثنائي الطور ومعادلات انتقال الحرارة المختلفة. بعد ذلك تم اعتماد النموذج الظاهري لـ Bennett لكونه يصف بدقة تطور القطيرات السائلة والبخار بعد الجفاف.

تم تطوير برنامج حسابي بلغة Fortran لحل المعادلات التفاضلية للنموذج (الكتلة، الطاقة، كمية الحركة، والتبخير). أظهرت النتائج العددية تطابقاً جيداً مع البيانات التجريبية، خصوصاً في تطور درجة حرارة الجدار وسرعة القطيرات.

تؤكد هذه الدراسة صحة نموذج Bennett والبرنامج المطور، مع إمكانية تحسينه مستقبلاً باستعمال سائل أخرى أو إدخال ظاهرة انقسام القطيرات في الحسابات.

الكلمات المفتاحية: نقل الحرارة، التدفق ثنائي الطور، نموذج **Bennett**، انفجار القطرات.

1. Introduction générale 2

Chapitre1: Ébullition convective forcé

1.1. Rappel des grandeurs caractéristiques d'un écoulement diphasique..... 2

1.2. Ebullition en convection forcée à l'intérieur d'un tube chauffant 4

Conclusion..... 7

Chapitre 2 : Transfert de chaleur dans la région à déficit liquide

2. Introduction 8

2.1. Région simple phase..... 8

2.2. Région d'ébullition sous refroidie 9

2.3. Région d'ébullition saturée 10

2.4. Région à déficit liquide 13

Conclusion..... 16

Chapitre 3: Modèle phénoménologique de Bennett

3. Introduction 17

3.1. Hypothèses simplificatrices..... 17

3.2. Conservation de la masse 17

3.3. Conservation d'énergie 18

3.4. Conservation de la quantité de mouvement – Accélération des gouttelettes 18

3.5. Bilan des forces 19

3.6. Accélération des gouttelettes..... 19

3.7. Evaporation des gouttelettes..... 20

Conclusion..... 23

Chapitre 4: Description et organigramme du code élaboré

4. Introduction 24

4.1. Méthode de résolution 24

4.2. Méthode numérique de Runge-Kutta 25

4.3. Organigramme du programme principal	27
4.4. Sorties du code	32
Conclusion.....	35
Chapitre 5: Résultats et discussions	
5. Introduction	36
5.1. Evolution de la température de paroi	36
5.2. Evolution du diamètre de la gouttelette.....	37
5.3. Evolution du titre massique de vapeur	37
5.4. Evolution de la vitesse de la gouttelette	38
Conclusion.....	39
Conclusion générale	40

Nomenclature

A	section du tube	[m ²]
B	constante	
CO	paramètre de distribution de débit utilisé	[-]
Cp	chaleur spécifique	[kJ/kg K]
D	diamètre hydraulique	[m]
e	entropie	[kJ/K]
F	facteur d'amplification	
f	coefficient de frottement	[-]
G	débit spécifique	[kg/m ² s]
h _{2ph}	coefficient d'échange double phase	[kW/m ² K]
h _{LO}	coefficient d'échange simple phase liquide	[kW/m ² K]
i	enthalpie	[kJ/kg]
i _{LG}	chaleur latente de vaporisation	[kJ/kg]
K	constante	[-]
k _L	conductivité du liquide	[W/m K]
L	longueur du tube	[m]
P	périmètre mouillé	[m]
p	pression	[bar]
p [*]	pression réduite	[-]
dp/dz	gradient de pression	[N/m ² m]
Q _B	débit volumique	[m ³ /s]
q'	flux linéaire	[W/m]
r _{cr}	rayon critique de la bulle	[m]
S	glissement	[-]
S	facteur d'atténuation	[-]
T	température	[K]
T _W	température de paroi	[°C]
□T	différence de température	[K]
T _□	différence de température adimensionnelle entre la paroi chauffante et le sommet de la bulle	[-]
U	vitesse surfacique	[m/s]
UGU	vitesse de glissement « drift velocity »	[m/s]
v _L	volume spécifique de l'eau	[m ³ /kg]

Lettres grecques

α	fraction de vide	[-]
β	titre volumique	[-]
δ	rugosité relative	[-]
χ^2	paramètre de Martinelli	[-]
ε	rapport ($\varepsilon = \phi(\bar{z})/\phi(\bar{\delta})$)	[-]
ϕ	flux de chaleur	[W/m ²]
η	facteur empirique	[m ³ °C/J]
μ	viscosité dynamique	[N s/m ²]
ρ	masse volumique	[kg/m ³]
σ	tension superficielle	[N/m]

Nombres adimensionnels

Nu	Nombre de nusselt
Pr	Nombre de prandtl
Pe	Nombre de Peclet
Re	Nombre de Reynolds

Indices

a	agitatif
cb	convective boiling
CRIT	critique
DEF	région à déficit liquide
DO	assèchement (<i>dryout</i>)
e	évaporatif
i	entrée (<i>inlet</i>)
FDB	ébullition complètement développée
MAX	maximal
MIN	minimal
nb	nucleate boiling
ONB	début d'ébullition nucléée (<i>onset of nucleate boiling</i>)
SAT	saturation
SC	sous refroidie
SCB	ébullition sous refroidie (locale)
SPG	simple phase vapeur
SPL	simple phase liquide
SUB	sous refroidie
W	paroi (<i>wall</i>)
z	élévation

Figure 1. 1: Evolution des températures et régimes d'écoulement en ébullition convective (collier J.G1994).....	6
Figure 2. 1: Surface et liquide température distribution dans sous-refroidi ébullition (collier1994).....	8
Figure 2. 2: Évolution des températures et du titre en fonction de la longueur dans la région déficitaire en liquide (collier1994).....	13
Figure 5. 1: Température de paroi le long du tube	36
Figure 5. 2: Evolution du diamètre des gouttelettes.....	37
Figure 5. 3: Evolution du titre massique de vapeur.....	37
Figure 5. 4: Evolution de la vitesse des gouttelettes	38
Figure 5. 5: Evolution du nombre de weber.....	38

Tableau 2. 1. : Domaine de validité de la corrélation de Groeneveld (1973) 14

Introduction générale

Le présent travail a pour but l'élaboration d'un programme de calcul permettant d'évaluer le transfert de chaleur dans la région à déficit liquide dans un tube vaporisateur.

Le transfert de chaleur est un phénomène fondamental qui joue un rôle crucial dans de nombreux processus industriels, notamment dans les systèmes de réfrigération, la production d'énergie, les procédés chimiques et les applications thermiques. Parmi les configurations les plus intéressantes et complexes que l'on rencontre dans un tube vaporisateur et le régime à déficit liquide. Le transfert de chaleur se produit en présence d'une transition de phase (liquide vers vapeur). Ce type de système est largement utilisé dans les échangeurs thermiques, les condenseurs, les chauffe-eau solaires.

Un tube vaporisateur est conçu pour permettre l'évaporation d'un fluide à l'intérieur du tube, généralement en utilisant une source de chaleur externe. Ce processus implique plusieurs mécanismes de transfert de chaleur simultanés, tels que la conduction, la convection et, dans certains cas, le rayonnement. De plus, la dynamique des bulles gazeuses formées lors de l'ébullition et leur interaction avec le liquide environnant influencent significativement les performances thermiques du système.

L'étude du transfert de chaleur dans un tube vaporisateur présente un intérêt scientifique et pratique majeur. En effet, comprendre les paramètres qui régissent ce processus, tels que la vitesse du fluide, la température de la paroi, la pression, la nature du fluide et la géométrie du tube, permet d'optimiser les performances énergétiques des équipements thermiques. Cela peut conduire à une réduction des coûts opérationnels, une amélioration de l'efficacité énergétique et une diminution de l'empreinte carbone des installations industrielles.

Le mémoire contient 5 chapitres. Le premier est consacré à la description de l'ébullition en convection forcée.

Le second chapitre traite du transfert de chaleur dans la région à déficit liquide et de quelques modèles utilisés.

Le troisième chapitre décrit le modèle phénoménologique de Bennett où les équations régissant ce modèle sont passées en revue. Le quatrième chapitre est consacré à la description du code élaboré, rédigé en langage fortran, en donnant l'organigramme et la méthode numérique utilisée pour résoudre les équations régissant le transfert de chaleur dans la région à déficit liquide en se basant sur le modèle mécaniste de Bennett.

Le dernier chapitre expose et analyse les principaux résultats obtenus à partir du programme numérique développé, ainsi que leur interprétation et leur comparaison avec les données disponibles dans la littérature

La conclusion et les perspectives possibles souhaitables à entreprendre sont données à la fin de ce mémoire.

Chapitre 1

Ébullition convective forcé

1. Introduction

Dans ce chapitre, nous abordons les phénomènes d'ébullition en convection forcée à l'intérieur d'un tube chauffé, en mettant en évidence les configurations d'écoulement et les régimes de transfert thermique associés. Pour mieux comprendre ces processus complexes, il est essentiel de revenir aux bases en rappelant les grandeurs caractéristiques d'un écoulement diphasique et les différents régimes d'ébullition observés dans le cas d'un tube vaporisateur

1.1. Rappel des grandeurs caractéristiques d'un écoulement diphasique

Le transfert de chaleur entre une paroi chauffante et un fluide en mouvement favorise la formation progressive d'un mélange diphasique (eau-vapeur), caractéristique des processus d'ébullition et de condensation. Pour décrire et modéliser ces phénomènes, il est essentiel d'examiner les différentes grandeurs caractéristiques propres aux écoulements diphasiques :

Fraction de vide : C'est le rapport, dans une section plane perpendiculaire à l'écoulement, entre la surface occupée par la vapeur et la surface totale de la section :

$$\alpha = \frac{A_G}{A} \quad (1.1)$$

Débit massique spécifique : C'est le rapport du débit masse total à la section de passage de l'écoulement.

$$G = \frac{W}{A} \quad (1.2)$$

Vitesse réelle : C'est la vitesse à laquelle la phase évolue réellement le long du conduit. Elle est le rapport du débit volumique à la section de passage occupée par la phase :

$$W_G = \frac{Q_G}{A_G}, W_L = \frac{Q_L}{A_L} \quad (1.3)$$

Vitesse surfacique : Si le débit volumique liquide traverse la section totale, la vitesse serait, qu'on appelle vitesse surfacique (superficialvelocity ou volumetric flux). La même définition s'applique au gaz :

$$U_L = \frac{Q_L}{A}, U = \frac{Q_G}{A} \quad (1.4)$$

Température de saturation : Si l'on fixe la valeur de la pression (tant qu'elle reste inférieure à la pression critique), l'équilibre entre les phases liquide et vapeur a lieu pour une valeur de la température notée, qu'on appelle température de saturation ou température d'ébullition.

Surchauffe : Elle représente la quantité positive entre la température et la température de saturation :

$$\Delta T_{SAT} = T - T_{SAT} \quad (1.5)$$

Sous-refroidissement : Elle représente la quantité positive entre la température de saturation et la température T :

$$\Delta T_{SUB} = T_{SAT} - T \quad (1.6)$$

Titre thermodynamique : Il est calculé à partir du bilan thermique :

$$x = \frac{i(z) - i_{L,SAT}}{i_{LG}} \quad (1.7)$$

Où $i_{L,SAT}$ est l'enthalpie du liquide saturé, i_{LG} est la chaleur latente de vaporisation et $i(z)$ est l'enthalpie à la section droite z donnée par :

$$i(z) = i_{in} + \frac{1}{W} \int_0^z q'(z) dz \quad (1.8)$$

i_{in} Est l'enthalpie du fluide à l'entrée, $q'(z)$ est le flux linéaire à l'abscisse d'un canal et W est le débit total du fluide.

Titre réel : On appelle titre réel x' le rapport du débit massique de vapeur au débit massique total :

$$x' = \frac{W_G}{W} \quad (1.9)$$

Il diffère du précédent du fait de la répartition non homogène des températures dans une section donnée. Il se détermine expérimentalement, par exemple par des méthodes d'absorption de rayons L'absorption étant différente pour l'eau et pour la vapeur.

Titre volumique : On appelle titre volumique le rapport du débit volumique de vapeur au débit volumique total :

$$\beta = \frac{Q_G}{Q} \quad (1.10)$$

Glissement : C'est le rapport des vitesses moyennes de la vapeur et du liquide. Le titre, le taux de vide et le glissement sont liés par la relation :

$$S = \frac{w_G}{w_L} = \left(\frac{x}{1-x} \right) \left(\frac{\rho_L}{\rho_G} \right) \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \quad (1.11)$$

Notons qu'on appelle parfois glissement le rapport de l'écart des vitesses entre phases à l'une quelconque des vitesses de phase, on peut ainsi avoir :

$$\frac{w_G - w_L}{w_L} \text{ ou } \frac{w_G - w_L}{w_G} \quad (1.12)$$

Paramètre de Martinelli : C'est le rapport des gradients de pression de frottement de chacune des phases s'écoulant seules dans le conduit.

$$x^2 = \frac{(dp_F / dz)_{LP}}{(dp_F / dz)_{GP}} \quad (1.13)$$

1.2. Ebullition en convection forcée à l'intérieur d'un tube chauffant

La figure 1.1 illustre l'évolution d'un écoulement biphasique liquide-vapeur soumis à un apport de chaleur au niveau de la paroi [1]. Le liquide pénètre dans la partie inférieure de la conduite avec un débit constant et une température inférieure à celle de saturation. Pour un flux de chaleur donné, la configuration de l'écoulement ainsi que la répartition approximative des températures du fluide et de la paroi sont représentées dans cette figure. Celle-ci met en évidence huit régions distinctes, ou apparaissent des phénomènes caractéristiques bien définis :

Région A : le fluide est entièrement liquide et subit un transfert de chaleur convectif. La température du liquide augmente progressivement à mesure qu'il se rapproche du point d'ébullition

Région B : une ébullition locale se produit lorsque des bulles de vapeur se forment à la paroi et se condensent au centre du canal alors que la température n'a pas encore atteint son point de saturation. Dans cette zone la température de la paroi se stabilise. Cependant si l'apport de chaleur devient trop important la production de vapeur s'intensifie au point de former une

couche isolante contre la paroi. Cela entraîne une forte diminution du coefficient de chaleur thermique un phénomène connu sous le nom de crise d'ébullition ou caléfaction (DNB : *departure from nucleate boiling*).

Région C : la température atteint le point d'ébullition du liquide et la formation des bulles devient plus stable. La nucléation des bulles se fait intensément ce qui améliore le transfert thermique entre la paroi et le liquide.

Région D : les bulles devenant très nombreuses s'agglomèrent (*phénomène de coalescence*) et forment des bouchons de vapeur. Cette région est appelée : écoulement à bouchon (*plug-flow* ou *slug-flow*).

Région E : les bouchons se rejoignent les uns les autres et forment un manchon de vapeur au centre du tube. La paroi est baignée par un mince film annulaire de liquide, d'où le nom de cette région dite à écoulement annulaire (*annular-flow*).

Région F : le film liquide a complètement disparu, il ne reste plus qu'un brouillard formé de microscopiques gouttelettes en suspension dans la vapeur, d'où le nom d'«écoulement à brouillard» donné à cette région (*mist-flow*).

Région G : il n'y a plus du tout de phase liquide, on a un écoulement simple phase de vapeur sèche où s'appliquent les lois classiques de la convection forcée.

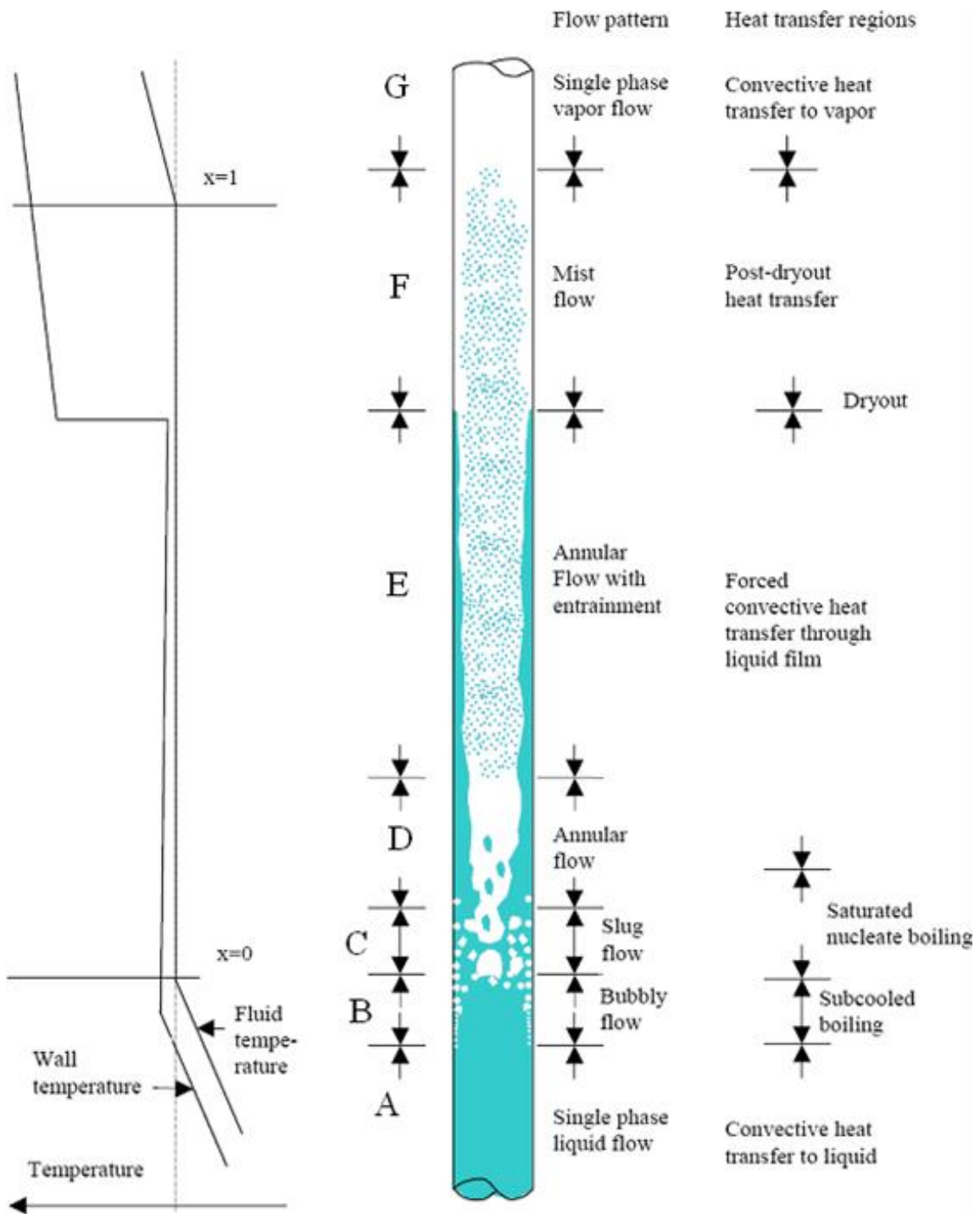


Figure 1. 1: Evolution des températures et régimes d'écoulement en ébullition convective (collier J.G1994)

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les principes fondamentaux de l'ébullition en convection forcée à l'intérieur d'un tube chauffé. Après avoir rappelé les grandeurs caractéristiques d'un écoulement diphasique, nous avons décrit l'évolution progressive du liquide depuis son état sous-refroidi jusqu'à la vapeur sèche. Les différents régimes d'écoulement — du simple chauffage convectif à l'écoulement annulaire, puis au brouillard et enfin à la vapeur sèche — montrent la complexité du transfert thermique lorsqu'un fluide change de phase. Cette compréhension est essentielle pour analyser les performances thermiques des échangeurs, prévoir les zones critiques comme le DNB (crise d'ébullition) et optimiser la conception des systèmes où l'ébullition en convection forcée joue un rôle central, notamment dans les installations thermiques et nucléaires.

Chapitre 2

Transfert de chaleur dans la région à déficit liquide

2. Introduction

Dans ce chapitre, nous passerons en revue les modèles ou corrélations utilisés pour la prédiction du transfert de chaleur dans les systèmes à déficit liquide. Pour cela nous présenterons brièvement en premier lieu, les corrélations et les régimes thermiques rencontrés à l'amont de régime à déficit liquide nécessaires même indispensables à l'étude de cette dernière.

2.1. Région simple phase

Le transfert de chaleur rencontrée est celui du transfert monophasique vers la phase liquide (région A), La Figure (2.1) présente de manière idéalisée les variations de températures de surface et du liquide dans les régions désignées par A, B et C, où la chute de pression le long du canal est supposé négligeable par rapport à la pression statique appliquée, ainsi donc la température de saturation reste constante tout au long du canal.

En supposant un flux thermique uniforme le long du tube, on obtient à l'aide du bilan thermique :

$$\phi \pi D z = W_f c_{pf} (T_f(z) - T_{fi}) \quad (2.1)$$

Avec c_{pf} la capacité thermique massique du liquide, et $T_f(z)$ la température moyenne du liquide à une distance z depuis l'entrée du tube. En réarrangeant l'équation et en remplaçant on

$$\text{obtient : } G = \frac{4w_f}{\pi D^2}$$

$$T_f(z) = T_{fi} + \frac{4\phi z}{G c_{pf} D} \quad (2.2)$$

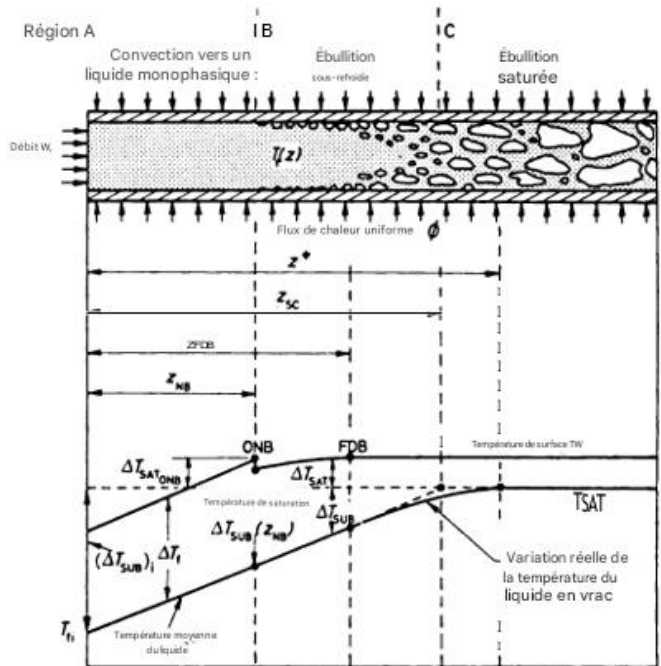


Figure 2. 1: Surface et liquide température distribution dans sous-refroidi ébullition (Collier, 1994)

La température de surface du tube est donnée par :

$$T_w = T_f(z) + \Delta T_f \quad (2.3)$$

Avec : $\Delta T_f = \phi / h_{fo}$ (2.4)

où h_{fo} est le coefficient d'échange de chaleur donné par la relation suivante :

$$\left[\frac{h_{fo} D}{k_f} \right] = 0.17 \left[\frac{GD}{\mu_f} \right]^{0.33} \left[\frac{c_p \mu}{k} \right]_f^{0.43} \left[\frac{\text{Pr}_f}{\text{Pr}_w} \right]^{0.25} \left[\frac{D^3 \rho_f^2 g \beta \Delta T}{\mu_f^2} \right]^{0.1} \quad (2.5)$$

La relation est valide pour le chauffage en écoulement vertical ascendant ou pour le refroidissement en écoulement vertical descendant lorsque $z/D > 50$ et $\left[\frac{GD}{\mu_f} \right] < 2000$.

En régime turbulent, il est donné par la corrélation de Dittus–Boelter.(1930)

$$\left[\frac{h_{fo} D}{k_f} \right] = 0.023 \left[\frac{GD}{\mu_f} \right]^{0.8} \left[\frac{c_p \mu}{k} \right]_f^{1/3} \quad (2.6)$$

Cette relation est valable pour un écoulement vertical ascendant en régime de chauffage lorsque le rapport $z/D > 50$ et $\left[\frac{GD}{\mu_f} \right] > 10,000$. Dans ces condition, la température de la surface chauffante

T_w est déterminée par :

$$T_w = T_{fi} + \phi \left[\frac{4z}{Gc_{pf} D} + \frac{1}{h_{fo}} \right] \quad (2.7)$$

2.2. Région d'ébullition sous refroidie

La région B (ébullition sous-refroidie), commence lorsque la température de la paroi du tube T_w atteint la valeur $(T_{SAT} + (\Delta T_{SAT})_{ONB})$. ainsi, la longueur du tube où l'ébullition ne se produit pas encore. Notée z_{NB} , est donnée par :

$$z_{NB} = \frac{Gc_{pf} D}{4} \left[\frac{(\Delta T_{SUB})_i + (\Delta T_{SAT})_{ONB}}{\phi} - \frac{1}{h_{fo}} \right] \quad (2.8)$$

2.3. Région d'ébullition saturée

La région C (l'ébullition nucléée saturée), débute lorsque la température moyenne du liquide $T_f(z)$ atteint la température de saturation T_{SAT} . La longueur totale des régions A et B (zones sous-refroidies) notée z_{sc} et s'exprime par :

$$z_{sc} = \frac{Gc_{pf}D}{4\phi}(T_{SAT} - T_{fi}) \quad (2.9)$$

Dans cette région, la température moyenne du fluide est stabilisée à la température de saturation. La température de paroi et celle du fluide sont liées par la relation suivante :

$$\Delta T_{SAT} = T_w - T_{SAT} = \frac{\phi}{h_{2ph}} \quad (2.10)$$

Où h_{2ph} est le coefficient d'échange double phase.

Groeneveld et Snoek (1986) ont résumé la plupart des récentes méthodes de prédiction de coefficient de transfert de chaleur lors de l'ébullition saturée. Ces derniers, à travers leurs études, recommandent l'utilisation de la méthode graphique de Shah (1982) et l'équation de Chen (1963) donnée par :

$$h_{2ph} = h_{cb} + h_{nb} \quad (2.11)$$

$$h_{2ph} = 0.00122 \frac{k_L^{0.79} C_{PL}^{0.45} \rho_L^{0.49}}{\sigma^{0.5} \mu_L^{0.29} \nu_{LG}^{0.24} \rho_G^{0.24}} \Delta T_{SAT}^{0.24} \Delta p_{SAT}^{0.75} S \quad (2.12)$$

$$+ 0.023 \left[\frac{DG(1-x)}{\mu_L} \right]^{0.8} \left(\frac{C_{PL}\mu_L}{k_L} \right)^{0.4} \frac{k_L}{D} F \quad (2.13)$$

La corrélation de Chen contient deux termes représentant deux mécanismes physiques différents. Le premier terme traduit la contribution de l'ébullition nucléée sur la paroi. Il est obtenu à partir de la corrélation d'ébullition nucléée en vase clos de Forster et Zuber (1954) pondérée par un facteur d'atténuation S. Le second terme représente l'effet de la convection forcée monophasique due au liquide, modifiée par un facteur d'amplification F et calculée à partir de la corrélation de Dittus Boelter (1930). Les facteurs S et F sont donnés par les équations suivantes :

$$S = \left[1 + 2.53 \times 10^6 \left(\frac{DG(1-x)}{\mu_L} F^{1.25} \right)^{1.17} \right]^{-1} \quad (2.14)$$

$$F=1 \quad \text{pour } 1/\chi \leq 0.1$$

$$F = 2.35 \left(\frac{1}{\chi} + 0.213 \right)^{0.736} \quad \text{pour } \frac{1}{\chi} > 0.1 \quad (2.15)$$

Où χ représente le paramètre de Martinelli donné par :

$$\chi = \left(\frac{1-x}{x} \right)^{0.9} \left(\frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{0.5} \left(\frac{\mu_L}{\mu_G} \right)^{0.1} \quad (2.16)$$

La corrélation de Chen est valable dans les conditions suivantes :

$$0.5 < p < 34 \text{ bar} \quad 6.3 < \phi < 2400 \text{ kW/m}^2 \quad 0 < x < 0.71$$

Gungor et Winterton(1986), en effectuant 4300 tests sur différentes substances liquides et en reprenant l'équation originale de Chen, ont proposé pour les facteurs S et F les corrélations suivantes :

$$S = 1 + 1.15 \times 10^6 F^2 \text{Re}^{1.17} \quad (2.14a)$$

$$F = 1 + 2.4 \times 10^4 Bo^{1.16} + 1.37 \chi^{-0.86} \quad (2.15a)$$

Avec $Bo = \frac{\phi}{(Gi_{LG})}$ représente le nombre d'ébullition.

Steiner et Taborek (1992) ont proposé un modèle de l'ébullition saturée basé sur la superposition asymptotique des effets de nucléation et de convection. Ce modèle peut être résumé comme suit :

$$h_{2ph} = \left[(h_{cb})^n + (h_{nb})^n \right]^{1/n} \quad (2.17)$$

$$h_{2ph} = \left[(h_{LO} F_{ip})^n + (h_{nb,o} F_{nbf})^n \right]^{1/n} \quad (2.18)$$

Où les paramètres suivants désignent :

h_{LO} : Coefficient de transfert simple phase, basé sur le débit total du mélange,

F_{ip} : Multiplicateur double phase de convection. Il est fonction du titre et rapport des densités liquide sur vapeur,

$h_{nb,o}$: Coefficient local d'ébullition nucléée en vase clos, basé sur des conditions normales

(Indice 'o') de flux de chaleur et de pression réduite,

F_{nbf} : Facteur de correction $h_{nb,o}$, qui compense la différence entre l'ébullition en vase clos et en convection forcée,

n : est un exposant égal a 3.

Pour un flux de chaleur supérieur à la valeur limite du flux ϕ_{ONB} nécessaire pour obtenir l'amorçage de l'ébullition nucléée, le facteur multiplicateur F_{tp} est donné par :

$$F_{tp} = \left[\left((1-x)^{1.5} + 1.9(x)^{0.6} \left(\frac{\rho_L}{\rho_G} \right)^{0.35} \right)^{1.1} \right]_{x \leq 0.6} \quad (2.19)$$

Pour un flux de chaleur appliqué inférieur au flux ϕ_{ONB} , le facteur multiplicateur F_{tp} est donné par :

$$\frac{h_{cb}}{h_{LO}} = F_{tp} = \left(\left[\left((1-x)^{1.5} + 1.9(x)^{0.6} \left(\frac{\rho_L}{\rho_G} \right)^{0.35} \right)^{-2.2} + \left\{ \left(\frac{h_{GO}}{h_{LO}} \right) (x)^{0.01} \left[1 + 8(1-x)^{0.7} \left(\frac{\rho_L}{\rho_G} \right)^{0.67} \right]^{-2} \right\} \right]^{-0.5} \right) \quad (2.19a)$$

La valeur limite du flux ϕ_{ONB} (*onset of nucleate boiling*) nécessaire pour amorcer l'ébullition nucléée est donnée par (Colebrook1938) :

$$\phi_{ONB} = \frac{2\sigma T_{SAT} h_{LO}}{r_{cr} \rho_G i_{LG}} \quad (2.20)$$

Avec T_{sat} en °K et le rayon critique de la bulle r_{cr} égal à $0.3 \cdot 10^{-6}$ m.

Le coefficient de transfert de chaleur local, $h_{nb,o}$, lors de l'ébullition nucléée en vase Clos sous des conditions normales, est donné par une table [9]. Pour l'eau, il est égal à 25580 W/m² K pour un flux normal, ϕ_{of} , de 150 000 W/m² et une pression réduite de 0.1.

Le facteur de correction, F_{nbf} , fait intervenir plusieurs paramètres tenant compte de l'effet de la pression, du flux, du diamètre, de la rugosité et en fin de la nature du fluide (masse molaire). Il est exprimé de la sorte :

$$F_{nbf} = F_{pf} \left[\frac{\phi}{\phi_{of}} \right]^{nf(pr)} \left[\frac{D}{D_o} \right]^{-0.4} \left[\frac{R_a}{R_{a,o}} \right]^{0.133} F(M) \quad (2.21)$$

Avec

$$F_{pf} = \left\{ 2.816(p_r)^{0.45} + \left[3.4 + \frac{1.7}{1-(p_r)^7} \right] (p_r)^{3.7} \right\}_{p_r \leq 0.95} \quad (2.22)$$

$$nf(p_r) = 0.8 - (0.1)\exp(1.75p_r) \quad (2.23)$$

$D_0 = 0.01\text{m}$, $R_{a,o} = 1\mu\text{m}$ et $R_a = 1\mu\text{m}$ pour une conduite neuve et $F(M)$ est égal à 0.72 pour l'eau.

2.4. Région à déficit liquide

Dans cette région (fig. 2.2), le flux de chaleur à la paroi est comme étant la somme de deux composantes : l'une est associée à l'évaporation des gouttelettes liquide $\phi_L(z)$, et l'autre à la surchauffe de la vapeur $\phi_G(z)$:

$$\phi(z) = \phi_f(z) + \phi_G(z) \quad (2.24)$$

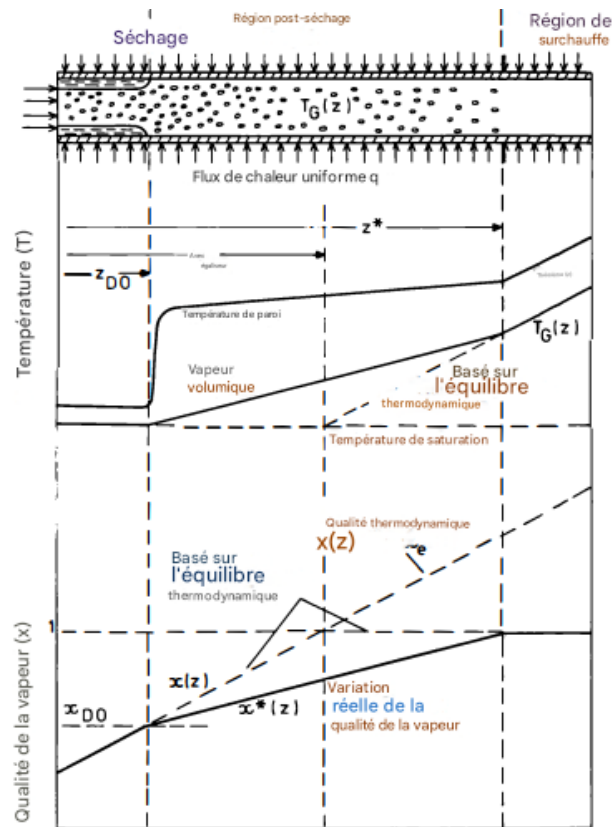


Figure 2. 2: Évolution des températures et du titre en fonction de la longueur dans la région déficitaire en liquide (Collier 1994)

Le rapport ($\varepsilon = \phi_f(z) / \phi_G(z)$) de ces composantes est donné par la corrélation de Plummer et

$$\text{al. (1974) : } \varepsilon = 0.402 + 0.0674 \ln \left[G \left(\frac{D}{\rho_G \sigma} \right)^{0.5} (1 - x_{CRIT})^5 \right] \quad (2.25)$$

Le titre réel, $x^*(z)$, en fonction de la longueur du canal (fig. 2.2) est donné par :

$$x^* = x_{CRIT} + \frac{4\varepsilon\phi}{GD i_{LG}} (z - z_{CRIT}) \quad (2.26)$$

Et pour $z > z^*$ et z^* donné par :

$$z^* = \frac{GD_{iLG}}{4\varepsilon\phi} (1 - x_{CRIT}) + Z_{CRIT} \quad (2.27)$$

La température moyenne de la vapeur $T_G(z)$ est donnée par :

$$T_G(z) = T_{SAT} + \frac{4(1-\varepsilon)\phi(z - z_{CRIT})}{GCp_G D} \quad z < z^* \quad (2.28)$$

$$T_G(z) = T_{sat} + \frac{4\phi(z - z_{EQ})}{GCp_G D} \quad z > z^* \quad (2.29)$$

Le coefficient d'échange est donné par la corrélation de Groeneveld (1973) :

$$Nu_G = \frac{h_G D}{k_G} = 0.00327 \left\{ Re_G \left[x + \frac{\rho_G}{\rho_L} (1-x) \right] \right\}^{0.9} Pr_G Y^{-1.5} \quad (2.30)$$

En connaissant le coefficient d'échange et la température moyenne de la vapeur, la température de la paroi est déterminée à l'aide d'équation (2.4)

Le domaine de validité de la corrélation de Groeneveld est le suivant :

Tableau 2. 1. : Domaine de validité de la corrélation de Groeneveld (1973)

Range of data on which correlations are based		
	Geometry	
	Tube	Annulus
Flow direction	Vertical and horizontal	Vertical
D_e , cm	0.25 to 2.5	0.15 to 0.63
p , bar	68 to 215	34 to 100
G kg/m ² s	700 to 5300	800 to 4100
x , fraction by weight	0.10 to 0.90	0.10 to 0.90
ϕ , kW/m ²	120 to 2100	450 to 2250
Nu_s	95 to 1770	160 to 640
$Re_s(x + (1-x)\rho_s/\rho_l)$	6.6×10^4 to 1.3×10^6	1.0×10^5 to 3.9×10^5
Pr_w	0.88 to 2.21	0.91 to 1.22
Y	0.706 to 0.976	0.610 to 0.963

Le coefficient d'échange et la température de la paroi sont donnés par les deux corrélations suivantes :

La corrélation de général électrique (GE) (Polomik et al., 1963) :

$$\frac{h_{TP} D_e}{(\text{Pr}_f)^{1/3} k_f} \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right) = 0.00136 \left[\frac{D_e G}{\mu_f} \left(\frac{1-x}{x} \right) \right]^{0.853} \quad (2.31)$$

Le coefficient de transfert de chaleur h est calculé en supposant que le mélange vapeur-eau est à température de saturation. D est le diamètre hydraulique, G la vitesse massique, et Pr , κ , et μ sont respectivement le nombre de Prandtl, la conductivité thermique et la viscosité de la vapeur, prises à une température moyenne entre la température de la paroi chauffée et la température de saturation. x est la qualité de la vapeur et α la fraction de vide, calculée à partir de l'expression suivante :

$$\alpha = \frac{1}{1 + \frac{(1-x)}{x} \left(\frac{\rho_G}{\rho_f} \right)^{2/3}} \quad (2.32)$$

Où ρ_G et ρ_f sont respectivement les densités de la vapeur et du liquide.

Et la corrélation WAPD (Bishop et al., 1965) :

$$\left(\frac{h_{TP} D_e}{k_f} \right) = 0.0193 \left(\frac{D_e G}{\mu_f} \right)^{0.80} \text{Pr}_f^{1.23} \left(\frac{\rho_G}{\rho_B} \right)^{0.68} \left(\frac{\rho_G}{\rho_f} \right)^{0.68} \quad (2.33)$$

ρ_B où est la densité moyenne du fluide, supposée être donnée par le modèle homogène :

$$\rho_B = \frac{1}{x/\rho_G + (1-x)/\rho_f} \quad (2.34)$$

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les principaux modèles et corrélations utilisés pour prédire le transfert de chaleur dans les écoulements soumis à un déficit en liquide. Après avoir rappelé les lois qui gouvernent les régimes simples phase et les premières étapes de l'ébullition, nous avons décrit les corrélations permettant de déterminer les coefficients d'échange thermique en ébullition sous-refroidie et en ébullition saturée, en mettant en avant les approches classiques telles que celles de Chen, Shah, Gungor & Winterton ainsi que le modèle de Steiner et Taborek.

Chapitre 3

Modèle phénoménologique de Bennett

3. Introduction

L'approche adoptée par Bennet et al. (1967) a consisté en l'établissement des équations fondamentales régissant l'évaporation, la fragmentation et l'accélération locales des gouttelettes dans le canal. Ces équations ont été combinées aux équations de bilan massique et thermique, ainsi qu'à l'équation de transfert de chaleur de Heineman (1966).

3.1. Hypothèses simplificatrices

- La pression reste constante dans la région à déficit liquide
- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable
- Les gouttelettes ne mouillent pas la paroi et le transfert de chaleur direct de la paroi vers les gouttelettes peut être négligé
- Le coefficient de transfert thermique de la paroi au fluide est égal à celui de la vapeur s'écoulant seule à la même vitesse que la vitesse moyenne de la vapeur dans le mélange vapeur-gouttelettes. Pour ce calcul, l'équation de Heineman (1960) a été utilisée
- Les deux phases : liquide-vapeur sont à l'équilibre thermodynamique (à la température de saturation) au moment de l'apparition du CHF (dryout).
- Pas de phénomène de coalescence. Le nombre de gouttelettes, N , s'écoulant par unité de temps et de surface, à $z = z_{cr}$, $x = x_{cr}$ et $d = d_{cr}$, est constant et n'est jamais inférieur à celui observé lors de l'apparition de l'assèchement.
- Pas de phénomène d'*éclatement des gouttelettes*. Le glissement entre les gouttelettes et la vapeur augmente le long du canal. Selon Forslund et Rohsenow (1966), la gouttelette peut se scinder en deux si le nombre de Weber critique a atteint la valeur critique de 7.5. Les valeurs du nombre de Weber calculées ici sont au-dessous de la valeur critique.
- La vitesse relative entre les gouttelettes et la vapeur est égale, au point de début du CHFC, à la vitesse de chute libre des gouttelettes.

3.2. Conservation de la masse

A une cote donnée, z , le bilan massique du liquide permet d'écrire :

$$G(1-x) = N \pi \frac{d^3}{6} \rho_L \quad (3.1)$$

A $x = x_{cr}$ et $d = d_{cr}$ (au point de l'assèchement), le nombre de gouttelettes, N , s'écoulant par unité de temps et de surface est donné par :

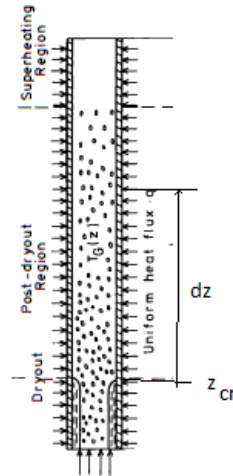
$$N = \frac{6G(1-x_{cr})}{\pi d_{CHF}^3 \rho_L} \quad (3.2)$$

Le taux de variation du titre de vapeur en fonction de la longueur z est obtenu en dérivant l'éq.(3.1) :

$$\frac{dx}{dz} = -\frac{N\pi\rho_L}{2G} \cdot d^2 \cdot \frac{dd}{dz} \quad (3.3)$$

où d est le diamètre de la gouttelette et x le titre de vapeur.

3.3. Conservation d'énergie



Le bilan énergétique permet d'exprimer le gradient de température de la Vapeur :

$$\phi\pi D(z - z_{cr}) = GAx_{cr} Cp_g (T_g - T_{SAT}) + GA(1 - x_{cr}) i_{fg} (x - x_{cr}) \quad (3.4)$$

Chaleur sensible vapeur Chaleur latente
 Évaporation des gouttelettes

$$T_g = T_{SAT} + \frac{\phi\pi D dz - GA(1 - x_{cr}) i_{fg} dx}{GAx_{cr} Cp_g}$$

$$\frac{dT_g}{dz} = \frac{\phi\pi D - GA(1 - x_{cr}) i_{fg} dx/dz}{GAx_{cr} Cp_g} \quad (3.5)$$

3.4. Conservation de la quantité de mouvement – Accélération des gouttelettes

Lorsque les gouttelettes traversent le canal dans la zone pauvre en liquide, elles s'accroissent continuellement en raison de l'augmentation de la vitesse de la vapeur résultant de la dilatation de la vapeur due à l'élévation de température et de la création d'une nouvelle vapeur par évaporation des gouttelettes.

3.5. Bilan des forces

Les forces considérées sont la force de trainée et la force de flottabilité. La force de trainée sur la gouttelette est la force qui s'oppose au mouvement de la goutte dans la vapeur et agit comme frottement. C'est la composante des efforts exercés sur la gouttelette, dans le sens opposé à la vitesse relative de la gouttelette par rapport à la vapeur.

$$F_D = \frac{1}{2} \rho_G (u_G - u_d)^2 C_D \frac{\pi d^2}{4} = C_D \pi d^2 \rho_G (u_G - u_d)^2 / 8 \quad (3.6)$$

où u_d est la vitesse de la gouttelette, u_G la vitesse de la vapeur et C_D le coefficient de traînée. Ce dernier est donné par la loi d'Ingebo (1956) comme suit :

$$C_D = \frac{27}{\text{Re}_d^{0.84}} \quad (3.7)$$

où le nombre de Reynolds de la gouttelette est défini par l'équation :

$$\text{Re}_d = \frac{d \rho_G (u_G - u_d)}{\mu_G} \quad (3.8)$$

La force de trainée s'écrit donc :

$$F_D = \frac{27}{\text{Re}_d^{0.84}} \pi d^2 \rho_G (u_G - u_d)^2 / 8$$

$$F_D = \frac{27}{8(d\rho_G(u_G - u_d))^{0.84}} \pi d^2 \rho_G (u_G - u_d)^2 \mu_G^{0.84} = \frac{27}{8} \pi d^{1.16} \rho_G^{0.16} (u_G - u_d)^{1.16} \mu_G^{0.84} \quad (3.9)$$

La force de flottabilité est donnée par :

$$F_B = \pi d^3 (\rho_L - \rho_G) g / 6 \quad (3.10)$$

3.6. Accélération des gouttelettes

La seconde loi de Newton permet d'écrire :

$$\frac{\pi d^3}{6} \rho_L \frac{du_d}{dt} = \frac{27}{8} \pi d^{1.16} \rho_G^{0.16} (u_G - u_d)^{1.16} \mu_G^{0.84} - \frac{\pi d^3}{6} (\rho_L - \rho_G) g$$

$$\frac{du_d}{dt} = 20.25 \frac{\mu_G^{0.84} \rho_G^{0.16} (u_G - u_d)^{1.16}}{\rho_L d^{1.84}} - \left(1 - \frac{\rho_G}{\rho_L}\right) g$$

$$\frac{du_d}{dt} = K_1 (u_G - u_d)^{1.16} - \left(1 - \frac{\rho_G}{\rho_L}\right) g \quad (3.11)$$

Où :

$$K_1 = 20.25 \frac{\mu_G^{0.84} \rho_G^{0.16}}{\rho_L d^{1.84}} \quad (3.12)$$

Finalement le taux de variation de la vitesse de la gouttelette en fonction de z est donné par :

$$\frac{du_d}{dz} = \frac{1}{u_d} \frac{du_d}{dt} = \left[K_1 (u_G - u_d)^{1.16} - \left(1 - \frac{\rho_G}{\rho_L} \right) g \right] / u_d \quad (3.13)$$

3.7. Evaporation des gouttelettes

Les gouttelettes s'évaporent grâce à un processus de transfert simultané de chaleur et de masse ; la chaleur est transférée à la goutte par la vapeur surchauffée environnante, et la vapeur d'eau rediffuse dans la vapeur depuis l'interface. Pour une sphère dans un fluide immobile, le nombre de Nusselt pour le transfert de chaleur et le nombre de Sherwood pour le transfert de masse sont tous deux égaux à 2. Dans ce cas, la vitesse de variation du rayon de la goutte en fonction du temps peut donc être donnée alternativement à partir des équations de transfert de chaleur ou de transfert de masse, comme suit :

Le flux de chaleur ϕ_w fourni à la gouttelette, à l'instant t, est de la forme :

$$\phi_w = S(t)h(T_G - T_{SAT})$$

La surface de la gouttelette considérée sphérique est :

$$S(t) = 4\pi r^2$$

Le flux de chaleur génère un débit de vapeur par unité de temps de :

$$\dot{m}_v = \frac{\phi_w}{i_{fg}} = \frac{4\pi r^2 h(T_G - T_{SAT})}{i_{fg}}$$

La masse instantanée de la gouttelette est :

$$m(t) = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_L$$

$$\dot{m}_v = -\frac{dm}{dt} = -\rho_L \frac{4}{3} \pi \frac{d(r^3)}{dt} = -\rho_L 4\pi r^2 \frac{dr}{dt} = \frac{4\pi r^2 h(T_G - T_{SAT})}{i_{fg}}$$

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{h(T_G - T_{SAT})}{i_{fg} \rho_L} = -\frac{Nu k_G (T_G - T_{SAT})}{i_{fg} 2 r \rho_L}$$

$$r \frac{dr}{dt} = \frac{1}{2} \left(\frac{dr^2}{dt} \right) = -\frac{Nu k_G (T_G - T_{SAT})}{i_{fg} 2 \rho_L}$$

$$\frac{dr^2}{dt} = -\frac{Nu k_G (T_G - T_{SAT})}{i_{fg} \rho_L} \quad (3.14)$$

Quand la gouttelette est immobile, le nombre de Nusselt vaut 2 et l'équation (3.14) devient :

$$\left(\frac{dr^2}{dt}\right)_{still} = \frac{-2k_G(T_G - T_{SAT})}{\rho_L i_{fg}} \quad (3.15)$$

La vitesse de variation du rayon de la gouttelette en fonction du temps établie à partir des équations de transfert de masse est donnée comme suit :

$$\left(\frac{dr^2}{dt}\right)_{still} = \frac{-2D(p_s - p)}{\rho_L RT} \quad (3.16)$$

De toute évidence, $T_G > T_{SAT}$ et $P_s > P$ pour maintenir respectivement la chaleur et le flux diffusif. Ryley (1961) a suggéré que le coefficient de diffusion soit calculé à partir de l'équation suivante (déductible de la théorie cinétique des gaz) :

$$D = \frac{k_G(\gamma - 1)}{\rho_G R} \quad (3.17)$$

T_{SAT} et P_s sont à l'état de saturation. L'équation de Clausius-Clapeyron de la pression de vapeur saturante en fonction de la température est :

$$\frac{dp_{sat}}{dT} = \frac{i_{fg}}{T v_{fg}} \quad (3.18)$$

Loin du point critique, on peut écrire :

$$v_{fg} \approx v_G \approx \frac{RT}{P_{SAT}}$$

L'intégration de l'équation de Clausius-Clapeyron dans un intervalle très limité donne :

$$\ln\left(\frac{p_{sat}}{p_{s1}}\right) = \frac{-i_{fg}}{R} \left[\frac{1}{T_{sat}} - \frac{1}{T_{s1}} \right] \quad (3.19)$$

En égalisant les taux d'évaporation calculés à partir des équations (3.15) et (3.16) et en éliminant T_{SAT} , au moyen de l'équation (3.19), nous obtenons :

$$T - \frac{1}{\left[\frac{1}{T_{s1}} - \frac{R}{i_{fg}} \ln\left(\frac{p_{sat}}{p_{s1}}\right) \right]} = \frac{i_{fg} D}{k_G RT} (p_{sat} - p) \quad (3.20)$$

Où l'inconnue est P^{sat} . . L'équation (3.20) peut être résolue par des méthodes itératives pour donner P^{sat} , et par conséquent T_{SAT} . Une fois ces valeurs calculées, elles peuvent être substituées dans l'équation (15) ou (16) pour donner le taux d'évaporation.

Vu l'existence d'une vitesse relative entre la gouttelette et la phase gazeuse environnante, le taux réel de transfert de chaleur et de masse est accru et doit être corrigé par un facteur de ventilation. Le taux réel d'évaporation est donc donné par :

$$\frac{dr^2}{dt} = \left(\frac{dr^2}{dt} \right)_{still} \times F \quad (3.21)$$

F peut être corrélé en fonction du nombre de Reynolds de la gouttelette, défini par l'équation (3.8), et du nombre de Schmidt de la vapeur. Une forme courante de cette corrélation est la suivante :

$$F = 1 + 0.276 \text{Re}_d^{1/2} \left(\frac{\mu_G}{D\rho_G} \right)^{1/3} \quad (3.22)$$

Le taux de variation du diamètre de la goutte en fonction de sa longueur est alors donné par la relation suivante :

$$\frac{dd}{dz} = \frac{1}{u_d} \left(\frac{2}{d} \frac{dr^2}{dt} \right) \quad (3.23)$$

Les étapes du calcul du taux d'évaporation sont les suivantes :

- (a) Pour les propriétés physiques locales de la vapeur, on calcule la diffusivité D (éq. (3.17)), et pour ces valeurs locales de T_G et p, on calcule P_{sat} à partir de l'équation (3.20).
- (b) À partir de la valeur calculée de P_{sat} , on évalue T_{SAT} et on utilise l'équation (3.15) pour calculer le taux d'évaporation de la goutte stationnaire.
- (c) À l'aide du nombre de Reynolds local de la gouttelette, on calcule F à partir de l'équation (3.22) et on détermine le taux d'évaporation en utilisant cette valeur de F dans l'équation (3.21)

Le coefficient de transfert thermique de la paroi au fluide est égal à celui de la vapeur s'écoulant seule à la même vitesse que la vitesse moyenne de la vapeur dans le mélange vapeur-gouttelettes. Pour ce calcul, l'équation de Heineman (1960) a été utilisée comme suit :

$$\frac{hD_e}{k_f} = 0.0157 \left(\frac{\rho_G u_G D_e}{\mu_f} \right)^{0.84} \text{Pr}^{1/3} \left(\frac{L}{D_e} \right)^{-0.04} \quad \text{Pour } 6 < L/D_e < 60 \quad (3.24)$$

$$\frac{hD_e}{k_f} = 0.0133 \left(\frac{\rho_G u_G D_e}{\mu_f} \right)^{0.84} \text{Pr}^{1/3} \quad \text{Pour } L/D_e > 60 \quad (3.25)$$

Conclusion

Ce chapitre a présenté les principaux modèles permettant de décrire le transfert de chaleur depuis la région simple phase jusqu'à la zone de déficit liquide. Les différentes corrélations exposées pour l'ébullition sous-refroidie, saturée et en déficit liquide fournissent les outils nécessaires pour prédire l'évolution de la température de paroi et du coefficient d'échange dans un écoulement diphasique chauffé. Ces éléments sont essentiels pour analyser les performances thermiques et prévenir les conditions critiques comme le burn-out.

Chapitre 4

Description et organigramme du code élaboré

4. Introduction

Dans ce chapitre, nous décrivons d'une manière succincte le code élaboré, rédigé en langage Fortran, en présentant les organigrammes et la méthode de résolution et les sorties du code.

4.1. Méthode de résolution

Pour obtenir la température moyenne de la vapeur en aval du point d'assèchement (dryout), quatre équations différentielles ont été résolues simultanément à l'aide de la méthode numérique de Runge-Kutta. Ces équations ont été présentées et détaillées au chapitre précédent.

Nous les reproduisons ci-après :

$$\frac{dx}{dz} = -\frac{N\pi\rho_L}{2G} \cdot d^2 \cdot \frac{dd}{dz} \quad (4.1)$$

$$\frac{dT_g}{dz} = \frac{\phi\pi D - GA(1-x_{cr})i_{fg} dx/dz}{GAx_{cr}Cp_g} \quad (4.2)$$

$$\frac{du_d}{dz} = \frac{1}{u_d} \frac{du_d}{dt} = \left[K_1(u_G - u_d)^{1.16} - \left(1 - \frac{\rho_G}{\rho_L}\right)g \right] / u_d \quad (4.3)$$

$$\frac{dd}{dz} = \frac{1}{u_d} \left(\frac{2}{d} \frac{dr^2}{dt} \right) \quad (4.4)$$

$$\text{où : } \left(\frac{dr^2}{dt} \right)_{still} = \frac{-2k_G(T_G - T_{SAT})}{\rho_L i_{fg}} = \frac{-2D(p_s - p)}{\rho_L RT}$$

La position du point d'assèchement est supposée connue et en ce point, le liquide et la vapeur sont supposé être en équilibre et par conséquent le titre x_{cr} est connu et que la vapeur est à la température de saturation. Le diamètre de la gouttelette au point de l'assèchement est pris égal à 0.3 mm tel que recommandé par Bennett. Le canal a été discrétisé et l'intégration numérique a été faite depuis le point d'assèchement. La température de paroi a été calculée en chaque point. Le coefficient de transfert thermique de la paroi au fluide est égal à celui de la vapeur s'écoulant seule à la même vitesse que la vitesse moyenne de la vapeur dans le mélange vapeur-gouttelettes. Pour ce calcul, l'équation de Heineman (1960) a été utilisée comme suit :

$$\frac{hD_e}{k_f} = 0.0157 \left(\frac{\rho_G u_G D_e}{\mu_f} \right)^{0.84} \text{Pr}^{1/3} \left(\frac{L}{D_e} \right)^{-0.04} \quad \text{pour } 6 < L/D_e < 60 \quad (4.5)$$

$$\frac{hD_e}{k_f} = 0.0133 \left(\frac{\rho_G u_G D_e}{\mu_f} \right)^{0.84} \text{Pr}^{1/3} \quad \text{pour } L/D_e > 60 \quad (4.6)$$

4.2. Méthode numérique de Runge-Kutta

De nombreux problèmes d'ingénierie et de sciences peuvent être formulés en termes d'équations différentielles. Il existe différentes techniques pour résoudre sous forme fermée certaines classes d'équations différentielles. Cependant, la grande majorité des équations rencontrées en pratique ne peuvent être résolues analytiquement, et il faut nécessairement recourir à des méthodes numériques. La méthode numérique recommandée est utilisée pour résoudre le système d'équations différentielles décrit ci-dessus est la méthode numérique de Runge-Kutta. Cette méthode permet d'obtenir une plus grande précision, par rapport à la méthode d'Euler, tout en évitant d'avoir recours à des dérivées plus élevées, lors de l'évaluation de la fonction $f(x,y)$ en des points sélectionnés de chaque sous-intervalle. L'algorithme le plus populaire et le plus couramment utilisé de la méthode de Runge-Kutta est celui d'ordre 4 donné ci-après (Conte et al. 1980) :

Pour l'équation $y' = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$, on génère des approximations y_n à $y(x_0 + nh)$ pour h fixe et pour $n = 0, 1, 2, \dots$, en utilisant la formule de récursivité suivante :

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad /$$

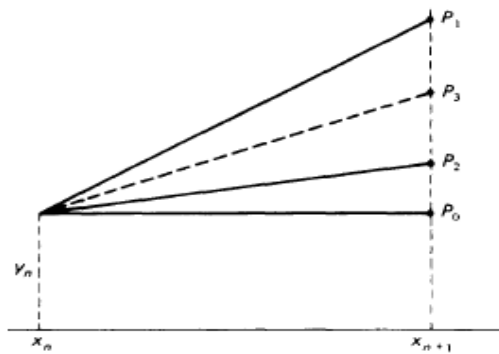
où :

$$k_1 = h f(x_n, y_n)$$

$$k_2 = h f\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{1}{2}k_1\right)$$

$$k_3 = h f\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{1}{2}k_2\right)$$

$$k_4 = h f(x_n + h, y_n + k_3)$$



La formule ci-dessus est largement utilisée en pratique avec un succès considérable. Elle présente l'avantage important d'être auto-démarrable : elle ne nécessite que la valeur de y , en un point $x = x_n$ pour trouver y et y' en $x = x_{n+1}$, où x est la variable d'intégration de la fonction et elle est remplacée par z représentant la longueur du canal ou du tube et la variable x représente le titre massique.

Un programme FORTRAN à usage général et très performant, appelé DVERK, basé sur une autre méthode de Runge-Kutta avec contrôle de la taille des pas, pour la résolution d'un système d'équations différentielles, est recommandé dans l'ouvrage de Conte et al. (1980).

Ce dernier est basé sur la méthode de Verner (Conte et al. 1980), notée RKV 56 et nécessite huit évaluations de fonctions par pas, à partir desquelles deux estimations de $y(x)$ sont obtenues : l'une basée sur une approximation du cinquième ordre et l'autre sur une approximation du sixième ordre.

Les premiers tests de cette méthode ont été réalisés à l'Université de Toronto (Hull et al. 1976). La méthode a été ensuite intégrée à la sous-routine DVERK et diffusée par l'IMSL Inc. (corporation international) de Houston, Texas. L'IMSL (Bibliothèque internationale de mathématiques et de statistiques) est une collection de sous-routines rigoureusement testées pour une grande variété de problèmes mathématiques et statistiques.

Afin de pouvoir maîtriser et utiliser correctement cette sous-routine DVERK, un programme principal dédié principalement aux tests décrits dans le manuel du guide des utilisateurs (Hull et al. 1976) a été mis en œuvre et validé. Un extrait du script faisant appel aux neuf tests étudiés est donné ci-après :

program principal

```
call test1
call test2
call Test3A
call Test3B
call Test4A
call Test4B
call Test5
call test7
call test6
```

```
end program
principal
```

Subroutine Test7

```
implicit none
integer n, nw, ind, k
double precision x, xend, y(1), tol, c(24), w(1,9), xlow, xhigh,
eps, root
data c(1),c(2),c(3),c(4),c(5),c(6),c(7),c(8),c(9)/9*0.d0/
external fcn2
!
n = 1 ; x = 0.D0 ; ind = 2 ; tol = 1.d-6 ; eps = 5.d-4
nw = 1; xend = 1.d2 ; y(1) = 1.d0 ; c(1) = 2.D0; c(9) = 1.d0
!
! Loop until an acceptable value of trial is greater equal 100
10 call dverk(n,fcn2,x,y,xend,tol,ind,c,nw,w)
.....
```

Un autre programme principal faisant appel à la sous routine DVERK traitant les exemples donnés dans l'ouvrage de Conte et al. (1980) a été également mis au point où l'accent est porté essentiellement sur les exercices traitant des systèmes d'équations différentielles. Après vérification et validation, les programmes développés ont été adaptés à notre cas, c'est-à-dire à la résolution des quatre équations différentielles (éq. (3.3), éq. (3.5), éq. (3.13) et éq.

(3.23)). Ces quatre équations sont implémentées dans une routine externe nommée fcn1, appelée par la sous routine DVERK. Le script de la sous routine fcn1 est donné ci-après :

```

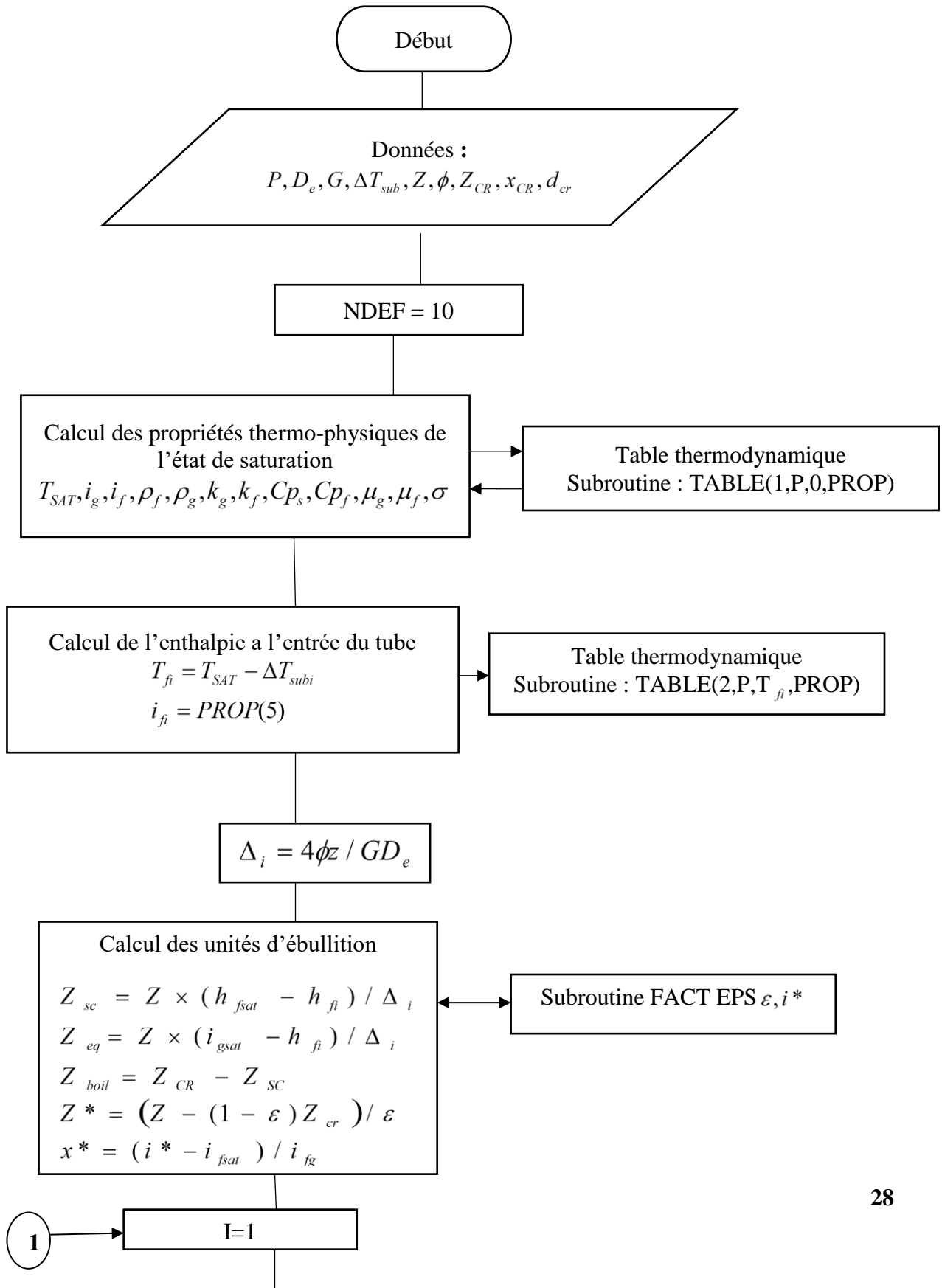
|----subroutine fcn1(n,x,y,yp)
----implicit none
----integer n
----double precision x,y(n),yp(n)
----real(8) f,alfa,Ndroplets
----real(8) FLUX,ZM,muf
----real(8) Cte1,Cte2,Cte3,Cte4,Cte5,Cte6,Cte7,D,pi,cg
----real(8) vf,vg,rog,ug,fnc4,fnc1,K1,Mug,Tsat,G,DE,visf!,sigma
----real(8) VISG,Red
----real(8) CPG,CVG,KG,R,GAMMA,rateofchange
----COMMON/CSTPICG/pi,cg
----COMMON/CONSTANTES/Cte1,Cte2,Cte3,Cte4,Cte5,Cte6,Cte7,Ndroplets
----COMMON/LOCALPROP/ROG,CPG,CVG,KG,MUG,R,GAMMA,D
----COMMON/FLOWCOND/FLUX,DE,G,ZM
----COMMON/VOLSPSAT/VF,VG
----COMMON/VISCOSAT/VISF,VISG
----COMMON/TEMPSAT/TSAT
|----COMMON/EQDIFF4/rateofchange
----ug=-G/rog
----Red=(ug-y(3))*Rog*y(4)/Mug
----F=1.D0+0.276D0*Red**0.5*Cte6
----Fnc4=rateofchange*2*F/y(4)/y(3)
----Fnc1=-0.5D0*Ndroplets*Pi*y(4)*y(4)*Fnc4/vf/G
----K1=Cte4/y(4)**1.85
----yp(1)=Fnc1
----yp(2)=(Cte1-Cte2*Fnc1)/Cte3
----yp(3)=(K1*(ug-y(3))**1.16-Cte5)/y(3)
!----yp(3)=(K1*(ug-y(3))**1.16)/y(3)
----yp(4)=Fnc4
----return
----end subroutine fcn1
|----

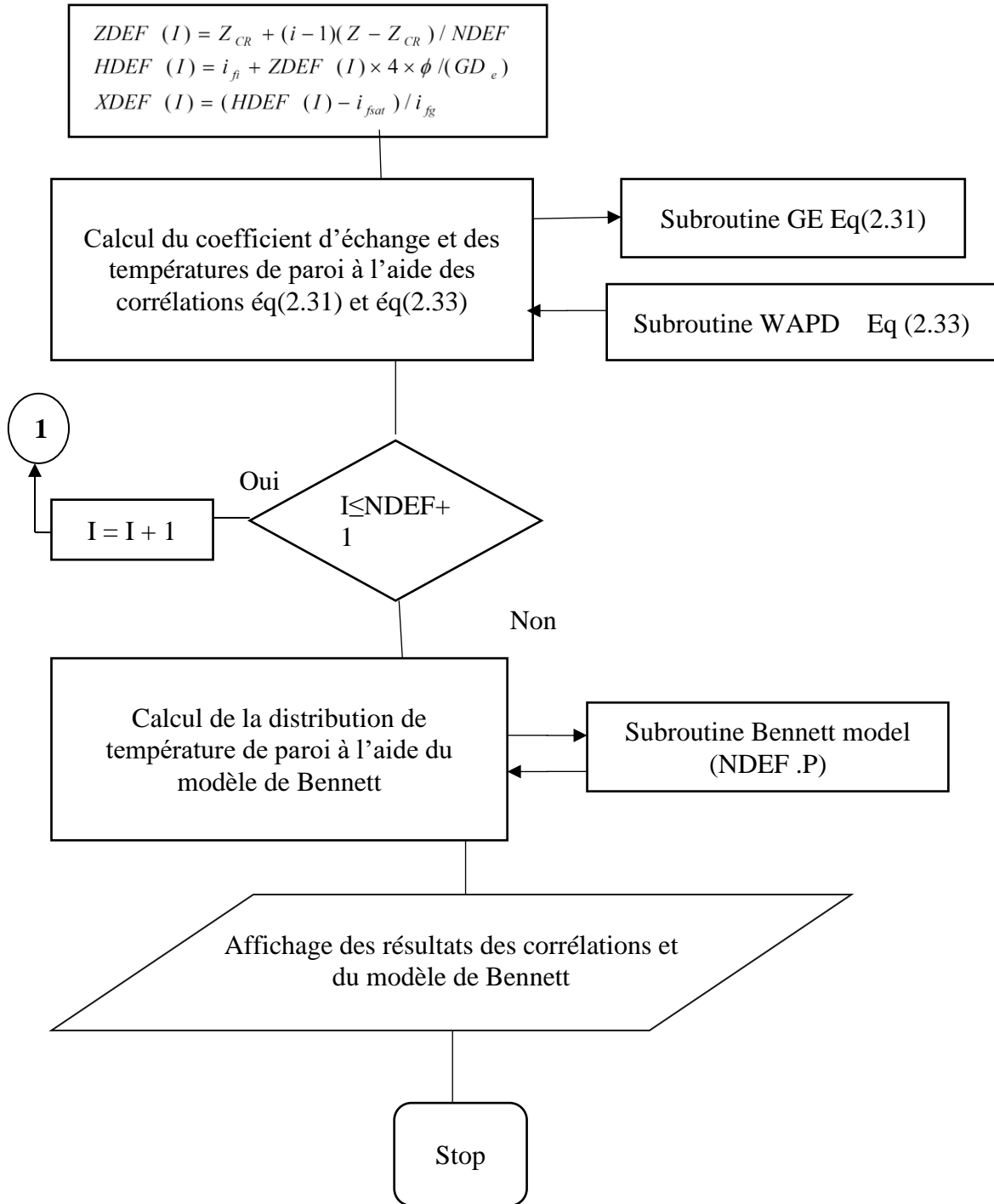
```

4.3. Organigramme du programme principal

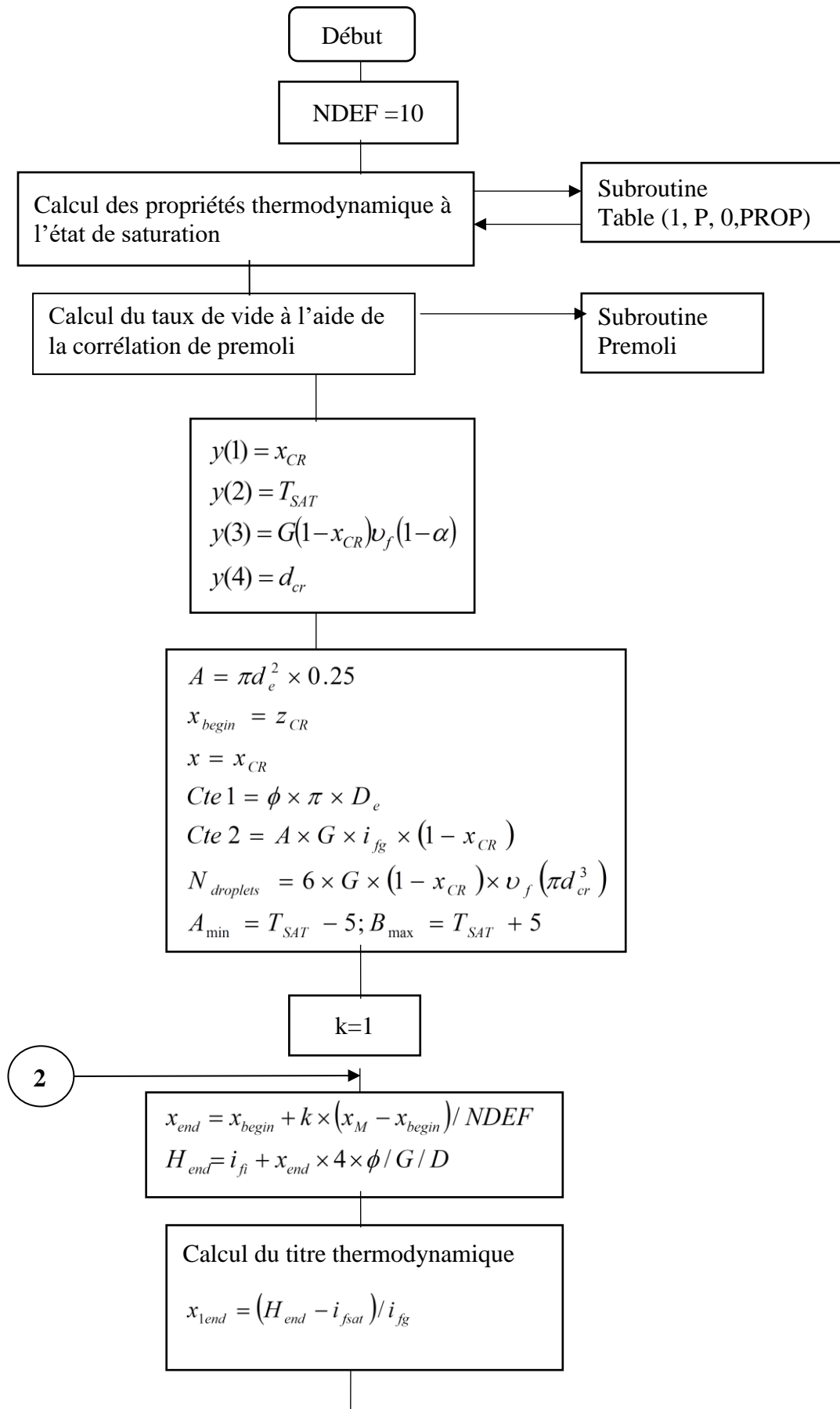
Le programme appelle deux sous-routines permettant de calculer le coefficient d'échange et la température de paroi à l'aide de deux corrélations distinctes : la corrélation de General Electric éq. (2.31) (Palmik et al., 1963) et la corrélation WAPD éq.(2.33) (Bishop et al. 1965). Les résultats issus de ces corrélations sont comparés avec ceux obtenus avec le modèle de Bennet. Ce dernier est appelé par le programme principal juste après avoir affiché les résultats des corrélations.

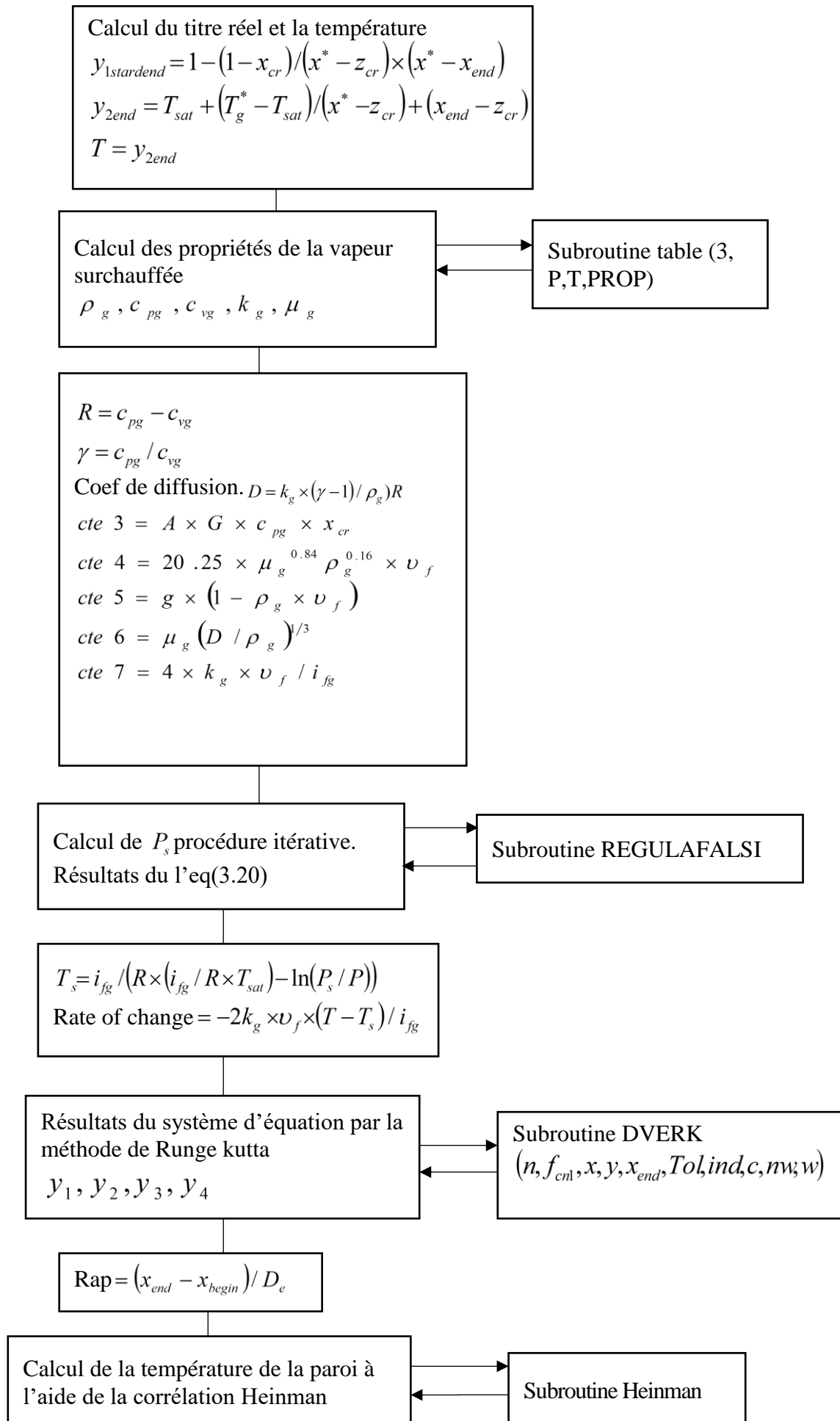
Organigramme - Programme Principal

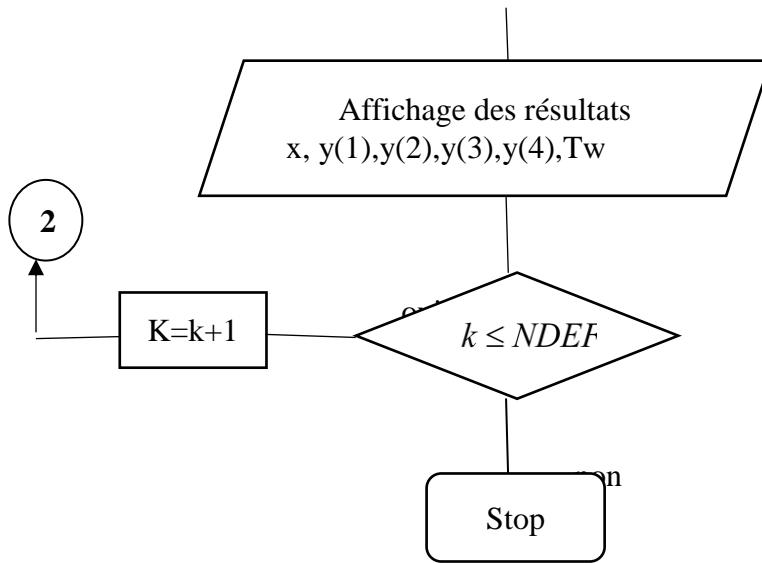




Organigramme du modèle de Bennett :







4.4. Sorties du code

Le fichier output généré lors de l'exécution du code se présente comme suit :

z	Tw_GE	Tw_WAPD
4.70	1322.17	1643.90
4.81	1319.38	1632.90
4.92	1316.59	1622.28
5.03	1313.81	1612.05
5.14	1311.03	1602.16
5.25	1308.25	1592.60
5.36	1305.45	1583.37
5.47	1302.64	1574.43
5.58	1299.80	1565.78
5.69	1296.94	1557.40
5.80	1294.04	1549.28

OUTPUT FROM TEST1

z	x	Tg	ud	d	Tw	WEB
4.700	5.469555D-01	5.579396D+02	2.044063D+01	3.000000D-04		
4.810	5.476717D-01	5.657994D+02	2.048714D+01	2.998418D-04	8.056306D+02	0.08
4.920	5.483902D-01	5.741386D+02	2.053194D+01	2.996830D-04	8.215895D+02	0.33
5.030	5.491559D-01	5.828939D+02	2.057532D+01	2.995135D-04	8.348113D+02	0.78
5.140	5.50052D-01	5.920147D+02	2.061766D+01	2.993253D-04	8.469548D+02	1.51
5.250	5.509690D-01	6.014577D+02	2.065946D+01	2.991115D-04	8.585245D+02	2.64
5.360	5.520747D-01	6.111839D+02	2.070126D+01	2.988658D-04	8.697318D+02	4.32
5.470	5.533465D-01	6.211576D+02	2.074366D+01	2.985826D-04	8.810364D+02	6.80
5.580	5.548066D-01	6.313450D+02	2.078729D+01	2.982569D-04	8.904085D+02	10.36
5.690	5.564759D-01	6.417145D+02	2.083280D+01	2.978837D-04	8.997784D+02	15.40
5.800	5.583737D-01	6.522359D+02	2.088088D+01	2.974582D-04	9.091230D+02	22.41

Les trois premières colonnes présentent les distributions de la température de paroi données respectivement par la corrélation de General Electric (Polmik et al., 1963) et la corrélation WAPD (Bishop et al. 1965).

Les sept colonnes qui suivent concernent le modèle de Bennett. La première colonne représente la longueur du tube à partir de la cote où a lieu l'assèchement. La deuxième donne la distribution du titre de vapeur. La troisième la température moyenne de la vapeur. La quatrième colonne la vitesse des gouttelettes liquides. La cinquième colonne le diamètre des gouttelettes. La sixième colonne donne la valeur de la température de paroi et enfin la dernière colonne présente les valeurs du nombre de Weber évaluées à l'aide de l'équation suivante :

$$We = \frac{G(u_G - u_d)^2 d}{\sigma g}$$

Les résultats affichés ci-dessus sont obtenues pour les conditions thermohydrauliques suivantes :

- Tube chauffé uniformément
- Diamètre intérieur de 12.6 mm
- Longueur du tube $L = 5.80$ m
- Cote à laquelle l'assèchement a lieu, $Z_{cr} = 4.70$ m
- Pression de service $p = 68.93$ bars
- Débit spécifique $G = 1356$ kg/m² s
- Flux de chaleur $\phi = 841$ kW/m²
- Sous refroidissement à l'entrée $\Delta T_{sub_i} = 18.96$ °C

Ces données ont été rapportées par Collier et al. (1994) et sont données et résumées dans la légende de la figure ci-dessous :

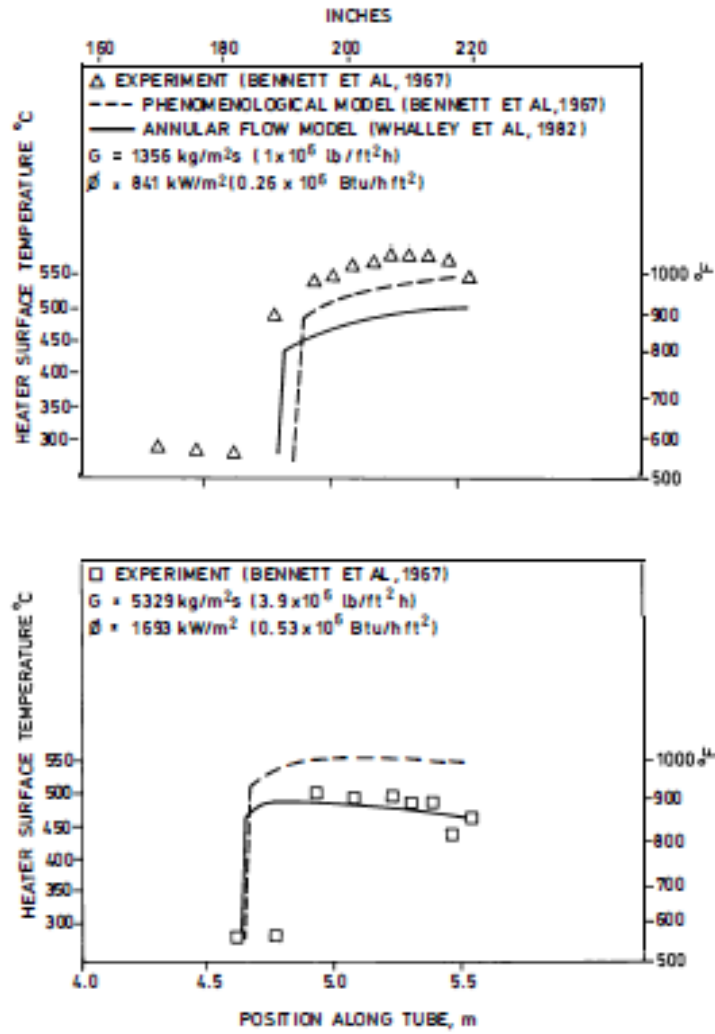


Fig. 7.21. Calculation of wall temperature profile for post-dryout heat transfer to steam-water at 70 bar in a 12.6 mm diameter tube (Bennett *et al.* 1967; Whalley *et al.* 1982).

Conclusion

Ce chapitre a présenté le code développé en langage Fortran ainsi que la méthode numérique utilisée pour résoudre le système d'équations différentielles décrivant l'évolution des grandeurs thermohydrauliques après le point d'assèchement. Grâce à la méthode de Runge-Kutta et à l'utilisation de la sous-routine DVERK, il a été possible d'obtenir des résultats précis et fiables. Les organigrammes et les sorties du code ont permis d'illustrer clairement le fonctionnement du programme et de comparer les températures de paroi issues des différentes corrélations à celles prédites par le modèle de Bennett. Ce travail fournit ainsi une base solide pour l'analyse des phénomènes thermiques dans la zone post-assèchement.

Chapitre 5

Résultats et discussions

5. Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons quelques résultats obtenus par le code élaboré pour le cas d'un tube chauffé uniformément, rapporté par Collier et al. (1994). Les données d'entrées du code sont les suivantes :

- Tube chauffé uniformément
- Diamètre intérieur de 12.6 mm
- Longueur du tube $L = 5.80$ m
- Cote à laquelle l'assèchement a lieu, $Z_{cr} = 4.70$ m.
- Pression de service $p = 68.93$ bars
- Débit spécifique $G = 1356$ kg/m² s
- Flux de chaleur $\phi = 841$ kW/m²
- Sous refroidissement à l'entrée $\Delta T_{sub_i} = 18.96$ °C

5.1. Evolution de la température de paroi

La figure 5.1 montre l'évolution de la température de paroi en fonction de la longueur du tube. Les données expérimentales et prédites obtenues par Bennett sont représentées respectivement par la courbe en bleu et la courbe en marron. Les valeurs prédites par notre programme sont présentées par la courbe en gris. Les valeurs prédites par notre code présentent la même allure que celles rapportées par Bennett et sont plus proches des données expérimentales. Cependant, au-delà d'une certaine cote proche de la sortie du tube, le programme surestime les valeurs de la température de paroi.

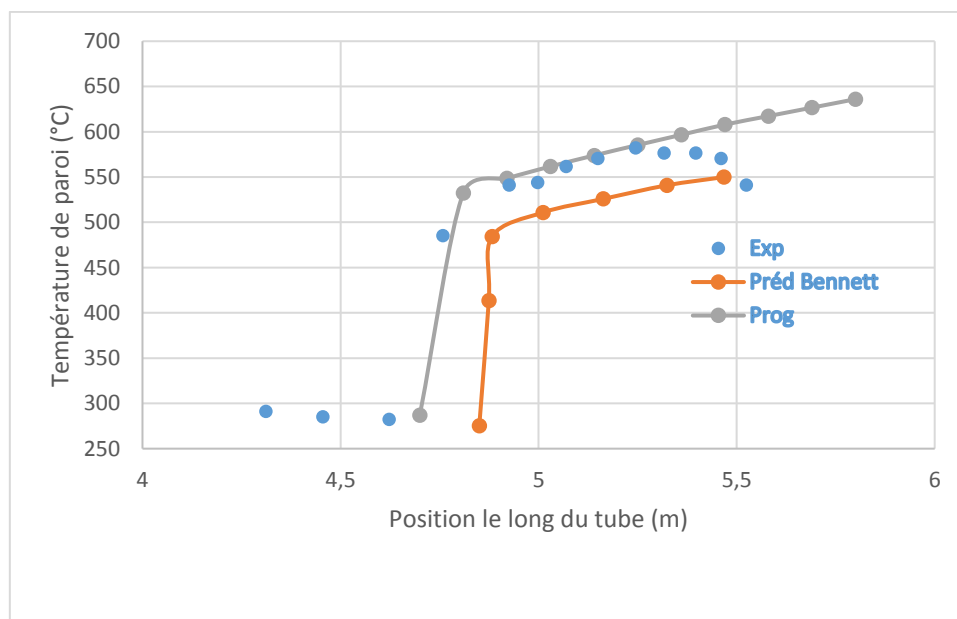


Figure 5. 1: Température de paroi le long du tube

5.2. Evolution du diamètre de la gouttelette

La figure 5.2 montre l'évolution du diamètre de la gouttelette le long de la longueur. Au fur et à mesure, que les gouttelettes avancent, elles reçoivent de la chaleur provoquant un transfert de masse par évaporation traduisant ainsi une réduction de leur diamètre.

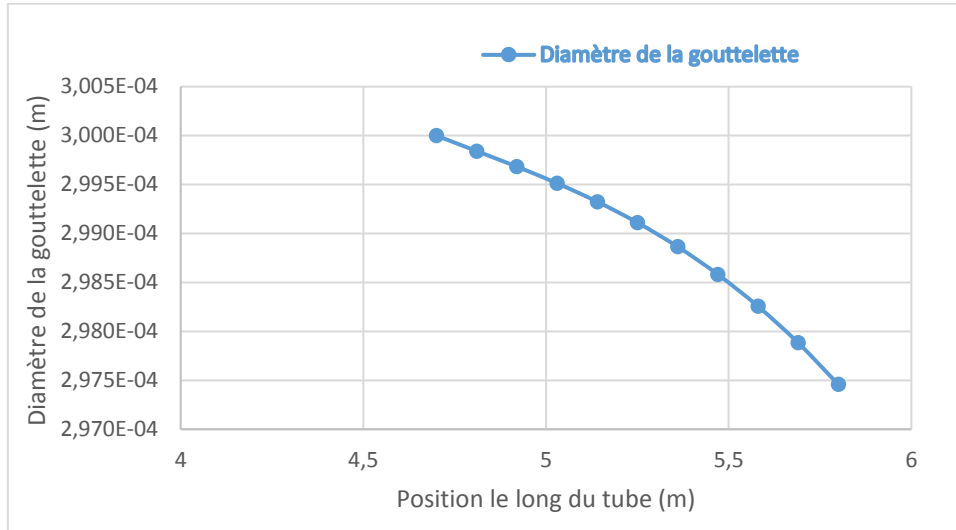


Figure 5. 2: Evolution du diamètre des gouttelettes

5.3. Evolution du titre massique de vapeur

La figure 5.3 montre l'évolution du titre tenant compte du déséquilibre thermique des deux phases. Ce dernier évolue de manière croissante le long du tube.

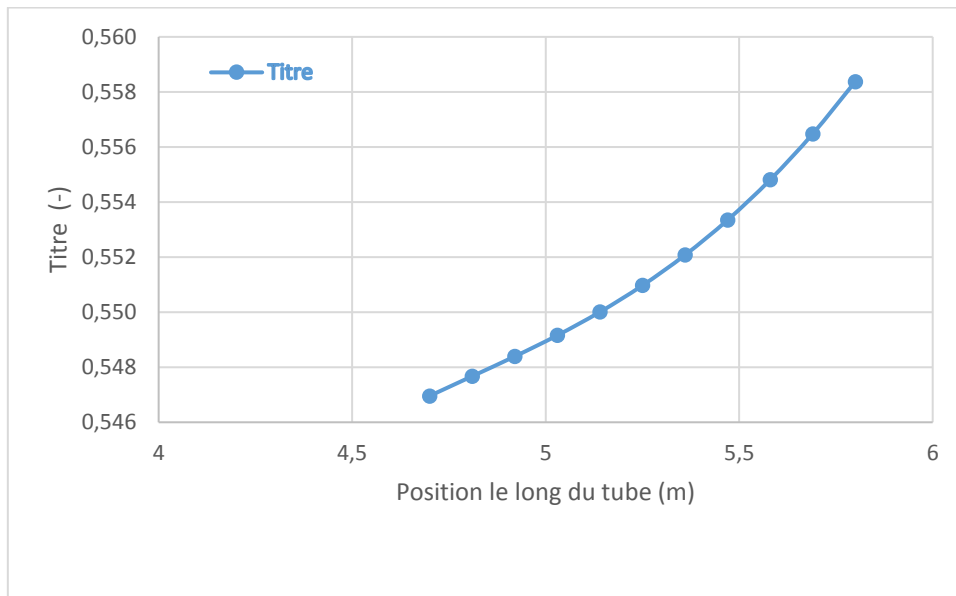


Figure 5. 3: Evolution du titre massique de vapeur

5.4. Evolution de la vitesse de la gouttelette

La figure 5.4 montre l'évolution de la vitesse de la gouttelette le long du tube. Elle augmente légèrement de façon linéaire.

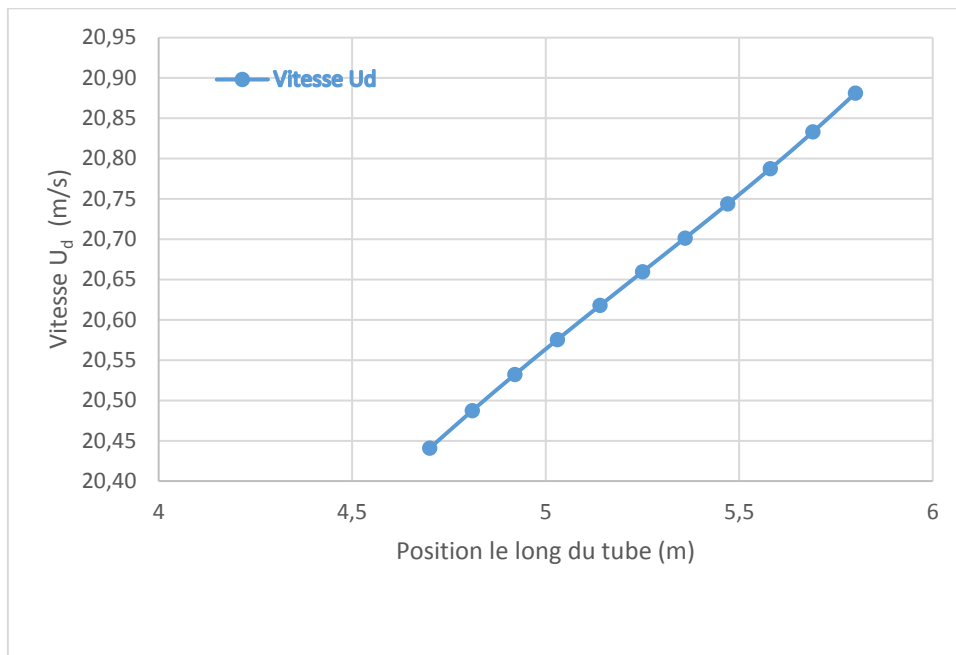


Figure 5. 4: Evolution de la vitesse des gouttelettes

5.5. Evolution du nombre de Weber

Le nombre adimensionnel de Weber, représentant le rapport des forces d'inertie sur les forces de tension superficielle, est calculé à l'aide de la relation suivante :

$$We = \frac{G(u_G - u_d)^2 d}{\sigma g}$$

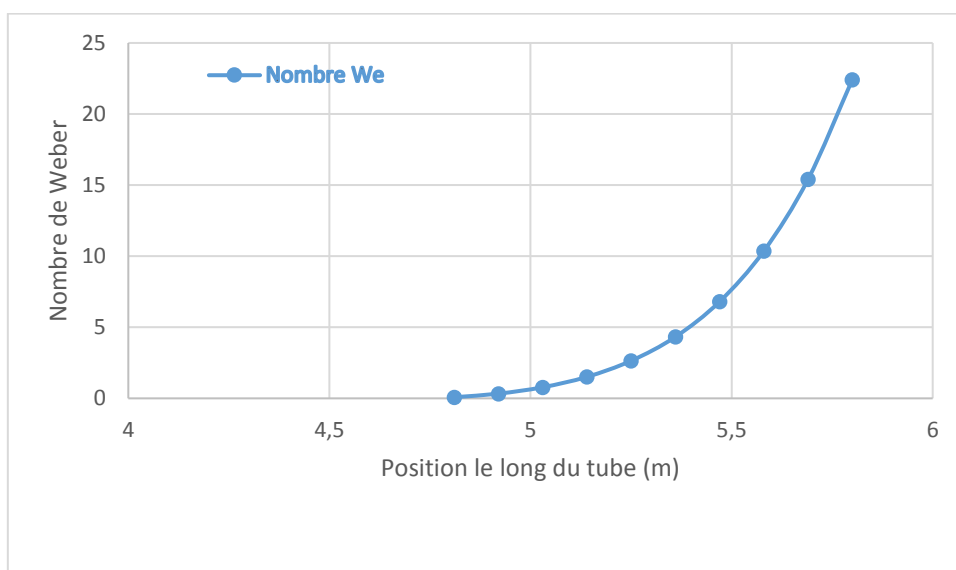


Figure 5. 5: Evolution du nombre de weber

Une des hypothèses simplificatrices du modèle proposé par Bennett est que le phénomène d'éclatement de la gouttelette (*Droplet break-up*) n'ait pas lieu tant que la valeur du nombre de Weber est inférieure à 7.5, valeur suggérée par Forslund et Rohsenow (1966). Sur la figure 4, on remarque qu'à une certaine hauteur z du tube de l'autre de 4.4 m, la valeur du nombre de Weber prédite par notre programme dépasse la valeur critique de 7.5. Par conséquent, le phénomène d'éclatement des gouttelettes est à considérer. Dans cette région précise, où l'on constate un écart important avec les données expérimentales (voir figure 5.1).

Conclusion

Les résultats obtenus à l'aide du code développé montrent un bon accord général avec les données expérimentales rapportées par Collier et al. (1994) ainsi qu'avec le modèle de Bennett. L'évolution des principales grandeurs — température de paroi, diamètre des gouttelettes, titre massique et vitesse — suit globalement les tendances physiques attendues. Toutefois, une surestimation de la température de paroi est observée près de la sortie du tube. Cette divergence est liée au dépassement du nombre critique de Weber, indiquant l'apparition probable du phénomène d'éclatement des gouttelettes, non pris en compte dans le modèle initial. Ces résultats confirment à la fois la validité du code dans la zone proche du point d'assèchement et ses limites dans la région où les hypothèses simplificatrices ne sont plus satisfaites.

Conclusion générale

Conclusion

Pour mener à bien notre étude, il a fallu en premier lieu maîtriser le langage fortran. Langage de programmation non dispensé dans notre formation.

Afin de pouvoir traiter le phénomène de transfert thermique dans le régime à déficit liquide, une étude bibliographique sur le transfert de chaleur en écoulement diphasique a été menée. Le transfert de chaleur dans la région à déficit liquide est régi par quatre équations différentielles : l'équation de conservation de la masse de la phase liquide, l'équation de conservation de l'énergie, l'équation de quantité de mouvement de la gouttelette et enfin l'équation de transfert de masse concernant l'évaporation de la gouttelette.

Ces équations sont résolues numériquement à l'aide de la méthode numérique de Runge Kutta d'ordre 4.

Le programme numérique basé sur cette méthode a été testé et validé avant son adaptation à notre problème de transfert de chaleur.

Les premiers résultats prédits par notre programme concordent très bien avec les données expérimentales concernant l'évolution de la température de paroi le long de la longueur du tube. L'évolution des autres grandeurs telles que le diamètre de la gouttelette, la vitesse de la gouttelette et le titre de vapeur sont très cohérents.

En perspective, il est souhaitable de mener une validation sur un grand nombre de points expérimentaux.

Le programme développé peut être étendu à l'utilisation d'un autre fluide réfrigérant autre que l'eau.

*Références
bibliographiques*

- Bennett, A. W., Hewitt, G. F., Kearsley, H. A. & Keeys, R. K. F., Heat transfer to steam-water mixtures flowing in uniformly heated tubes in which the critical heat flux has been exceeded. Paper 27 presented at Thermodynamics and Fluid Mechanics Convention, IMechE, Bristol, 27–29 March. See also AERE-R 5573 (1967).
- Bishop, A. A., Sandberg, R. O. & Tong, L. S., Forced Convection heat transfer at high pressure after the critical heat flux. ASME paper 65-HT-31 (1965).
- Chen, J. C., A correlation for boiling heat transfer to saturated fluids in convective flow. ASME preprint 63-HT-34 presented at 6th National Heat Transfer Conference, Boston, 11–14 Aug. (1963).
- Colebrook, C. K., Turbulent Flow in pipes with particular reference to the transition region between the smooth and rough pipes laws. J. Inst. Civ. Eng. Lond., 133–156 (1938).
- Collier, J. G. & Thomes, J. R., Convective Boiling and Condensation. Oxford University Press, New York (1994).
- Conte, S. D. & de Boor, C., Elementary Numerical Analysis: An Algorithmic Approach. Third Edition, McGraw-Hill Book Company (1980).
- Dittus, F. W. & Boelter, L. M. K., Univ. Calif. (Berkeley) Pub. Eng., vol. 2, p. 443 (1930).
- Forslund, R. P. & Rohsenow, W. M., Thermal non-equilibrium in dispersed flow film boiling in a vertical tube. M.I.T. Report 75312-44 (1966).
- Forster, H. K. & Zuber, N., Growth of a vapor bubble in superheated liquid. J. Appl. Phys., 25, pp. 474–478 (1954).
- Groeneveld, D. C. & Snoek, C. W., A comprehensive examination of heat transfer correlation suitable for reactor safety analysis. In Multiphase Science and Technology, Vol. 2 (1986), pp. 181–274.
- Groeneveld, D. C., Post-dryout heat transfer at reactor operating conditions. Paper AECL-4513 presented at the National Topical Meeting on Water Reactor Safety, ANS, Salt Lake City, Utah, 26–28 March (1973).
- Gungor, K. E. & Winterton, R. H. S., A general correlation for flow boiling in tubes and in annuli. Int. J. Heat Mass Transfer, 29, pp. 351–358 (1986).
- Heineman, J. B., An experimental investigation of heat transfer to superheated steam in round and rectangular tubes. ANL-6213 (1960).

- Hull, T. E., Enright, W. H. & Jackson, R. K., User's Guide for DVERK—A Subroutine for Solving Non-Stiff ODE's. TR 100, Department of Computer Science, University of Toronto, October (1976).
- Ingebo, R. D., Drag coefficients for droplets and solid spheres in clouds accelerating in air streams. NACA Tech. Note 3762 (1956).
- Plummer, D. N., Post critical heat transfer to flowing liquid in a vertical tube. Ph.D. thesis, Mass. Inst. Technol. (1974).
- Polomik, E. E., Levy, S. & Sawochka, S. G., Film boiling of steam–water mixtures in annular flow at 800, 1100, and 1400 psi. ASME paper 62-WA-136 (1963).
- S. M. Chen, “Correlation of Heat Transfer Coefficients in Two-Phase Flow”, ASME Journal of Heat Transfer, (1966)
- Shah, M. M., Chart correlation for saturated boiling heat transfer: Equations and further study. Trans. Am. Soc. Heating Refrig. Air Cond. Eng. (ASHRAE), Preprint no. 2676 (1982).
- Steiner, D. & Taborek, J., Flow Boiling Heat Transfer in Vertical tubes Correlated by an Asymptotic Model. Heat Transfer Engineering, vol. 13, no. 2 (1992).