

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE MOULOU D MAMMERI DE TIZI-OUZOU



FACULTE DUGENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE
DEPARTEMENT D'AUTOMATIQUE

Mémoire de Fin d'Etudes deMASTER ACADEMIQUE

Domaine : Sciences et Technologies Filière : Génie électrique
Spécialité : Commande des systèmes

Présenté par
FaridCHALLAL
LilaZEMIH

Thème

Commande par mode glissant- neuronal d'un pendule inversé

Mémoire soutenu publiquement le 29/09/ 2016 devant le jury composé de:

Monsieur A. KASRI

Maitre-Assistant Classe A, UMMTO, Président

MmeK. KHERRAZ

Maitre de Conférences, UMMTO, Promotrice

Mme F. CHABALLAH

Maitre-Assistant Classe A, UMMTO, Examineur

Mme S. YOUSFI

Maitre-Assistant Classe A, UMMTO, Examineur

Promotion 2015 /2016

Remerciements

*N*ous tenons à remercier vivement notre promotrice Mme K. KHERRAZ pour ses précieux conseils et son orientation durant tout le long de notre travail.

*N*ous tenons à remercier également tous ceux qui nous ont aidé et contribué de près ou de loin à la réalisation ce notre travail.

*N*ous remercions enfin les membres de jury qui nous ferons l'honneur de juger notre travail.

Sommaire

Introduction générale

Chapitre I : Description et Modélisation Dynamique d'un Pendule Inversé	1
I. 1. Introduction	1
I. 2. Intérêt de l'étude du pendule inversé	1
I. 3. Présentation du pendule inversé	2
I. 3.1. Description du banc d'essai.....	2
I. 3.2. Les propriétés de ce système.....	3
1) <i>Système Instable</i>	3
2) <i>Système sous-actionné</i>	3
3) <i>Système holonome</i>	3
4) <i>Système non linéaire</i>	4
I. 4. Modélisation dynamique du système	4
I. 4.1. Modélisation du système à deux degrés de liberté.....	5
I. 4.1.1. Energie cinétique du système en mouvement.....	6
I. 4.1.2. Energie potentielle du système.....	7
I. 4.1.3. Equation de Lagrange.....	7
I. 4.1.1.1. L'équation de Lagrange pour le degré de liberté $q(t)=x(t)$	7
I. 4.1.1.2 L'équation de Lagrange pour le degré de liberté $q(t) = \theta(t)$	8
I. 5. Représentation d'état	9
I. 5.1 Avec la force F signal d'entrée.....	9
I. 5.2 Modélisation en tenant compte du moteur électrique.....	10
I. 6. Conclusion	12
Chapitre II : Théorie de la Commande par mode Glissant	13
II. 1. Introduction	13
II. 2. Principe et concept de base	13
II. 3. Définition du régime glissant	15
II. 4. Méthode de Fillipov	16
II. 5. Méthode équivalente	19
II. 6. Propriétés de convergence	20

Sommaire

II. 7. Choix de la surface de glissement.....	22
II. 8. Propriétés de robustesse.....	23
II. 9. Phénomène de réticence.....	26
II. 10. Solution pour la suppression de phénomène de réticence (chattering).....	27
II. 10. 1. Solution de couche limite.....	27
II. 10.2. Solution par des lois d'approche.....	29
II. 10.3. Solution par des modes glissants d'ordre supérieur.....	30
II. 12. Conclusion.....	30
Chapitre III : Réseaux de Neurones Artificiels.....	31
III. 1. Introduction.....	31
III. 2. Historique.....	31
III. 3. Notions de Neurophysiologie.....	32
III. 3. 1. Neurone biologique.....	32
III. 3. 2. Neurone Formel (Artificiel).....	33
III. 4. Modèle mathématique de neurone formel.....	34
III. 5. Fonction d'activation.....	36
a) Fonction binaire a seuil.....	36
b) Fonction linéaire.....	37
c) Fonction linéaire à seuil ou multi seuils.....	37
d) La fonction sigmoïde.....	38
III. 6. Différents types de réseaux de neurones artificiels(RNA).....	39
III. 6. 1. Définition.....	39
III. 6. 2. Réseaux de neurones non bouclés (statique ou acycliques).....	39
III. 6. 3. Réseaux de neurones bouclés (dynamiques ou récurrents).....	41
III. 7. Apprentissage des réseaux de neurone artificiels.....	43
III. 7.1. Apprentissage supervisé.....	43
III. 7.2. Apprentissage non supervisé.....	45
III. 7.3. L'apprentissage hybride.....	46
III. 7.4. Règles d'apprentissage des réseaux de neurones artificiels.....	46
III. 7.5. Algorithme d'apprentissage.....	48
III. 8. Conclusion.....	49
Chapitre IV :Implémentation et Simulation.....	50
IV. 1. Introduction.....	50
IV. 2. Mise en œuvre de la loi de commande par mode glissant neuronal.....	50

Sommaire

IV. 2. 1. Etape 1.....	50
IV. 2. 2. Etape 2.....	57
IV. 3. Conclusion.....	62
Conclusion générale	
Références bibliographiques	

❖ **Chapitre I :**

Figure I.1 : Synoptique de la maquette du pendule inversé

Figure I.2 : Schéma de l'ensemble chariot et pendule inversé

Figure I.3 : La relation entre la force mécanique F et la tension V_c

❖ **Chapitre II :**

Figure II.1 : Convergence du système glissant.

Figure II.2 : Concept de résolution de **Fillipov**.

Figure II.3 : Attractivité de la surface.

Figure II.4 : Phénomène de broutement.

Figure II.5 : Fonction saturation.

Figure II.6 : Fonction tangente hyperbolique.

❖ **Chapitre III :**

Figure III.1 : Neurone biologique.

Figure III.2 : Neurone formel de **MacCulloch** et **Pitts**

Figure III.3 : Neurone formel.

Figure III.4 : Fonctions binaires à seuil.

Figure III.5 : Fonction d'activation linéaire.

Figure III.6 : Fonction d'activation à seuil.

Figure III.7 : Fonction sigmoïde.

Figure III.8 : Réseau de neurone non bouclé.

Figure III.9 : Réseau de neurone bouclé.

Figure III.10 : Réseau à apprentissage supervisé.

Figure III.11 : Réseau à apprentissage non supervisé.

❖ **Chapitre IV :**

FigureIV.1 : Position de chariot et angle du pendule

FigureIV.2 : Signal de la commande

Figure IV.3 : Zoom de la commande

Figure IV.4 : Position du chariot et angle du pendule

FigureIV.5 : Singal de la commande

Figure IV.6 : Position du chariot et angle du pendule

Figure IV.7: Signal de commande

Introduction générale

Depuis toujours, l'être humain a cherché à rendre sa vie plus facile, c'est-à-dire avoir tous ses besoins en minimisant ses tâches et ses efforts. L'automatique est un domaine qui a largement contribué pour réaliser cet objectif, et cela quelque soit la discipline (électronique, mécanique, physique, chimie, biologie, écologie, économie, agronomie ...etc.).

Basée sur la notion de retour d'information, la conception des systèmes automatisés se fait de manière générale sur trois phases dont la première est la modélisation, ensuite vient l'analyse, celle-ci se consacre essentiellement à la synthèse d'un organe maître qui est le correcteur, ce dernier n'est autre que la troisième et dernière phase.

Après l'anfractuosités des lois de commande classiques, tel que les régulateurs Proportionnel Intégral dérivé (PID), appliquées aux systèmes non-linéaires, plusieurs outils ont été proposés pour remédier à ces problèmes de commande, parmi lesquels, Nous pouvons citer la commande à structure variable (CSV), et plus précisément dans cette même famille, la commande par mode de glissement. Cette dernière présente un mode de fonctionnement très particulier qui se caractérise par une précision fine, réponse dynamique rapide, stabilité, simplicité de conception et d'implantation, et enfin une grande robustesse envers les variations paramétriques internes ou externes.

Toutefois, la percée de cette technique de commande a été longtemps limitée par le phénomène de réticence (chattering) car, hélas, la commande par mode glissement induit en pratique des commutations hautes fréquences citées précédemment sous le nom de chattering. Ces commutations peuvent exciter des dynamiques non désirées qui risquent de déstabiliser, détériorer voire même de détruire le système étudié.

Différentes méthodes ont été développées pour diminuer ce phénomène pesant. Dans ce cadre, nous évoquons la fonction de saturation (ou fonction sigmoïde) qui consiste à remplacer la fonction signe par une approximation continue au voisinage de la surface de glissement. Une autre méthode basée sur les modes glissants d'ordre supérieur utilisant le principe de rejet des discontinuités résidantes au niveau des dérivées supérieures de l'entrée du système. D'autres méthodes modernes inspirées des phénomènes biologiques ainsi que la capacité d'apprentissage, tel que les réseaux de neurones, et le raisonnement humain tel que la logique Floue, on fait leurs apparitions pour pallier à ce genre de problèmes.

Introduction générale

Nous nous intéressons dans notre travail à l'un de ces méthodes ; une branche de l'Informatique fondamentale qui, sous l'appellation d'Intelligence Artificielle, a pour objectif de simuler des comportements du cerveau humain (neurones). Les premières tentatives de modélisation du cerveau sont anciennes et précèdent même l'ère informatique. Cette approche dite connexionniste a atteint ses limites technologiques, compte tenu de la puissance de calcul de l'époque, mais aussi théoriques au début des années 70.

C'est la méthode choisie pour éliminer ou du moins diminuer le phénomène de réticence durant l'application de commande pour un système non-linéaire fréquemment ciblé par les chercheurs ; il s'agit du pendule inversé.

Le pendule inversé est un problème classique qui a été persistant et redoutable dans le temps, et qui a par la suite servi de cobaye pour toutes les techniques qui ont émergées dans le cadre de la commande des systèmes et cela par rapport à sa possession à des caractéristiques très ciblées entre autres la non-linéarité, l'instabilité intrinsèque et le couplage.

L'objectif de notre travail est de mettre en œuvre une loi de commande robuste capable de stabiliser un pendule inversé. Dans cette approche, nous exploitons la robustesse de la commande par mode glissant et la capacité d'apprentissage et d'approximation des réseaux de neurones.

Cette loi de commande se fait en deux étapes. La première étape consiste à concevoir une loi de commande par mode glissant, en utilisant le second théorème de **Lyapunov**. Dans la deuxième, nous introduisons les réseaux de neurones pour éliminer le phénomène de chattering, qui est dû au terme discontinu de la commande par mode glissant.

L'approche proposée sera appliquée pour commander un pendule inversé. Elle contrôlera simultanément le déplacement horizontal du chariot par rapport au centre de rail de guidage et le mouvement angulaire de la tige.

Ce mémoire est organisé comme suit :

Le premier chapitre se consistera en la présentation du pendule inversé, que ce soit le banc d'essai ou bien les propriétés du système, ensuite l'établissement du modèle mathématique à l'aide des équations d'Euler Lagrange afin de nous permettre d'effectuer la simulation.

Introduction générale

Le deuxième chapitre sera consacré pour la commande par mode de glissement, et cela en définissant le régime glissant ainsi que le principe et concept de base, puis décrire les différentes méthodes utilisées (**Fillipov** et commande équivalente), passé alors à la présentation des propriétés de robustesse avec l'inconvénient majeur (Chattering).

Le troisième chapitre va être dédié pour la présentation des réseaux de neurones artificiels et les introduire ainsi pour remédier au phénomène de réticence et c'est le vrai but de ce travail.

Le quatrième et dernier chapitre se limitera à la simulation de l'ensemble des chapitres précédents.

Description et Modélisation Dynamique d'un pendule inversé

I. 1. Introduction :

Nous avons déjà presque tous essayé l'expérience de stabilisation d'un bâton sur notre index en déplaçant ce dernier de façon à contrecarrer le basculement du bâton. C'est le même défi que propose le système automatisé d'un pendule inversé qui sera l'objet de notre étude dans ce chapitre.

Nous allons d'abord définir l'intérêt de l'étude du pendule inversé, puis procéderons à la présentation de son banc d'essai. Par la suite et à l'aide du formalisme d'Euler-Lagrange, entamerons l'établissement du modèle dynamique non linéaire posant un problème d'instabilité au point d'équilibre instable $\theta = 0$, que nous finirons par associer au modèle du moteur à courant continu et faire une linéarisation de l'ensemble.

I. 2. Intérêt de l'étude du pendule inversé :

Le pendule inversé représente un problème classique en automatique. C'est un système instable qui possède des non linéarités non négligeables, ainsi il est souvent utilisé pour tester les nouvelles lois de commande. En effet son utilité et son importance dépassent largement cela, car son étude a bien mené à résoudre de très sérieux problèmes de stabilité.

Prenons l'exemple des prothèses pour les hanches, en démarrant du principe que l'homme représente un pendule double inversé, on a réussi à élaborer un modèle et calculer les contraintes auxquelles est soumise cette prothèse.

Le même concept est utilisé dans le domaine de la robotique, afin de parvenir à réaliser la stabilité verticale de certaines inventions telles que les nouveaux moyens de locomotion à deux roues sur un même axe, certains robots mobiles, etc.

Aussi sans se passer du domaine de l'aérospatial où l'étude du pendule inversé à jouer un rôle de base pour la commande et la stabilité de l'altitude des satellites et le lancement des fusées, etc.

I. 3. Présentation du pendule inversé :

Dans cette section, nous allons décrire le système pendulaire ainsi que ses propriétés.

I. 3.1. Description du banc d'essai :

Notre système est un mécanisme très fréquent, souvent utilisé dans les imprimantes à jet d'encre et son principe est très simple. Il est constitué essentiellement d'une masse fixée à l'extrémité d'une tige en aluminium, à son tour fixée sur un chariot mobile par l'intermédiaire d'un axe autour duquel elle peut pivoter librement. A l'aide d'un moteur électrique, une courroie crantée, et une poulie, le chariot peut faire un mouvement rectiligne contrecarrant ainsi le basculement du pendule (masse et tige) dans le but de le maintenir dans la position d'équilibre instable, qui veut dire le pendule vers le haut (pendule inversé).

Le schéma de Figure (I.1) ci-dessous représente la maquette de notre système [2].

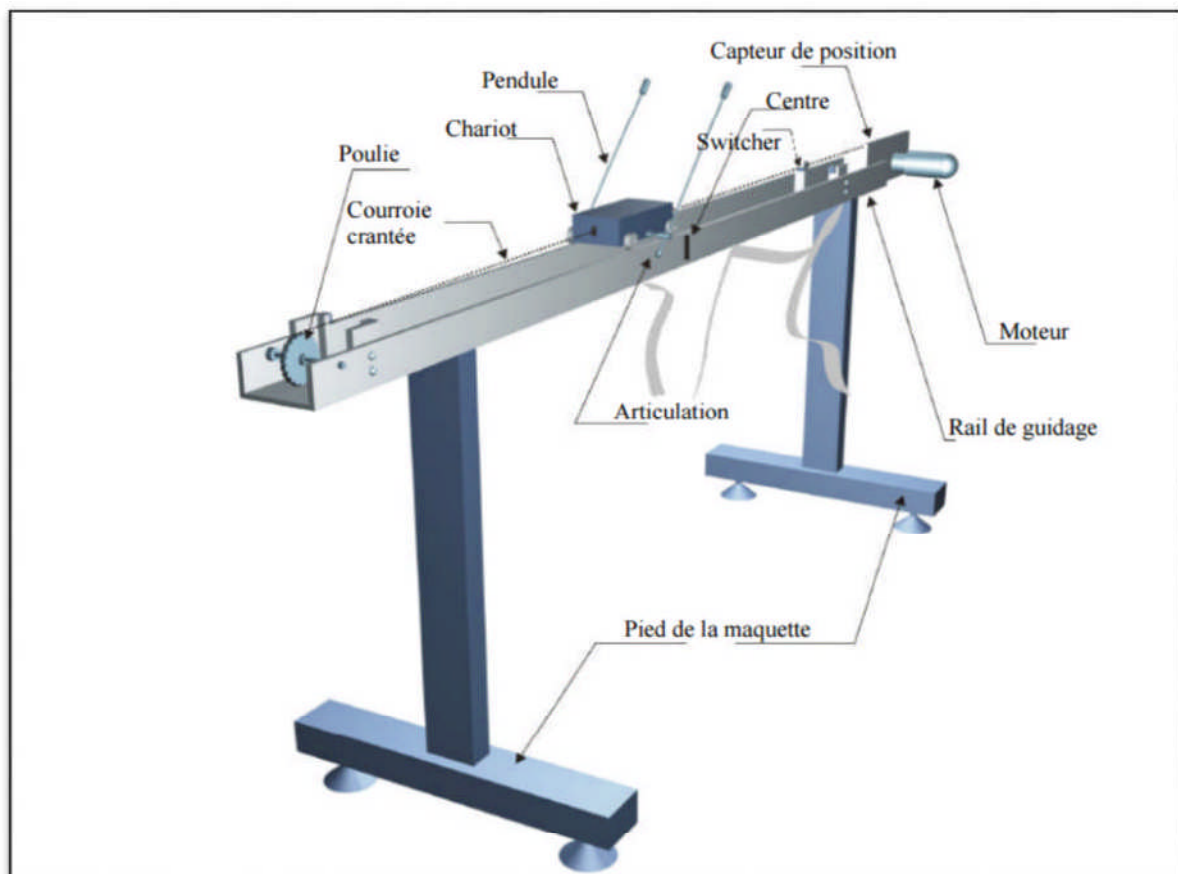


Figure (I.1) : Synoptique de la maquette du pendule inversé

I. 3.2. Les propriétés du système pendulaire :

- 1) *Système instable :*

Il est très clair expérimentalement que le système est instable dans la position haute du pendule.

- 2) *Système sous actionné :*

On considère le système décrit par l'équation suivante :

$$\ddot{q} = f(q, \dot{q}) + g(q)u \quad (I.1)$$

Où :

q : est un vecteur d'état de coordonnées généralisées.

$f(\cdot)$: est le champ de vecteur qui capture les dynamiques du système.

\dot{q} : Vecteur de vitesse généralisé.

g : est la matrice d'entrée.

u : est le vecteur des entrées généralisées.

On a aussi : $\text{rang}(g) < \dim(q)$, ce qui veut dire que le nombre d'actionneurs (un seul moteur) est inférieur au nombre de variables de configuration (x et θ , respectivement mouvement de translation et mouvement angulaire). Dans ce cas, le système est dit : sous actionné.

- 3) *Système holonome :*

Un système mécanique S est holonome si la position de ses différentes parties peut être caractérisée par n variables indépendantes q_1, \dots, q_n , appelées coordonnées généralisées du système. On dit alors que S est un système holonome à n degrés de liberté[2].

Le pendule inversé est également un système holonome avec les coordonnées généralisées :

$$q_1 = x \text{ et } q_2 = \theta$$

- 4) Système non linéaire :

Par définition un système est dit linéaire, si le théorème de superposition ci-dessous est vérifié :

$$f(\lambda x + \mu y) = \lambda f(x) + \mu f(y) \quad (I.2)$$

Où : x et y sont des vecteurs d'entrée, λ et μ sont des scalaires et $f(.)$ la sortie du système.

Notre système (pendule inversé) contient des termes de couplage entre les composantes de l'état tel que : $\sin x$ et x^2 , ce sont les non linéarités du système.

I. 4. Modélisation dynamique du système :

L'ensemble chariot-pendule possède deux degrés de liberté dont les coordonnées généralisées sont respectivement : x pour le déplacement horizontal du chariot et θ pour la rotation du pendule. La direction positive de x est le sens à droite en mètre et celui de l'angle est le sens des aiguilles d'une montre en radian[1].

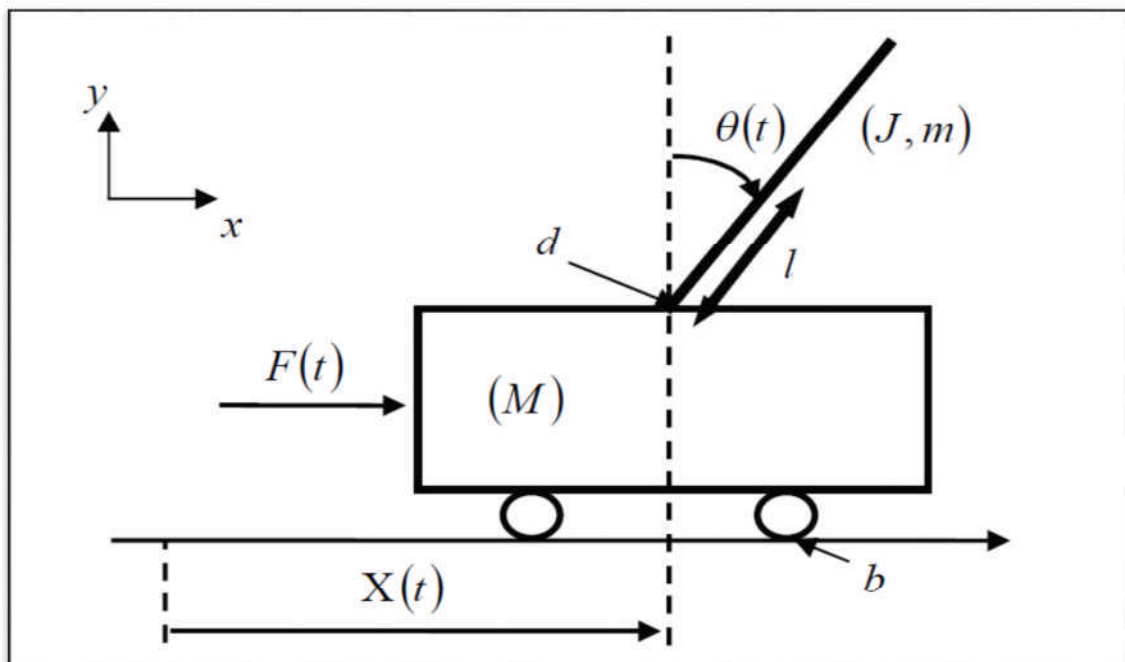


Figure (I.2) : Schéma de l'ensemble chariot et pendule inversé

- Les variables et les paramètres du système chariot pendule sont :

$M = 2.4 \text{ kg}$: masse du pendule $b = 0.05 \text{ Ns/m}$: frottement de déplacement du chariot

$m = 0.23 \text{ kg}$: masse du chariot $x(t)$: Position du chariot

$l = 0.36 \text{ m}$: demi longueur du pendule $\theta(t)$: L'angle du pendule

$F(t)$: force exercée sur le chariot $g = 9.81 \text{ m/s}^2$: intensité de pesanteur

$d = 0.005 \text{ Nms/rad}$: frottement du pendule

I. 4.1. Modélisation du système à deux degrés de liberté :

On utilise pour cela la méthode de Lagrange définie par les équations suivantes :

$$L = E_C - E_P \quad (I.3)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = F_j \quad (I.4)$$

Avec :

L : le lagrangien

q : degrés de liberté, dans ce cas $x(t)$ et $\theta(t)$.

F_i : Force généralisée dans le sens du degré de liberté q_i

E_C : Energie cinétique

E_P : Energie potentielle

I. 4.1.1. Energie cinétique du système en mouvement :

Le système en mouvement comporte le chariot qui se déplace linéairement sur les rails et le pendule qui se balance sur son axe de rotation.

L'énergie cinétique du chariot en mouvement est donnée par l'équation :

$$E_{cM} = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 \quad (1.5)$$

L'énergie cinétique du pendule est exprimée par l'équation :

$$E_{cm} = \frac{1}{2} m v_c^2 + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 \quad (1.6)$$

v_c : La vitesse de centre de gravité du pendule.

$\dot{\theta}$: La vitesse angulaire du pendule.

La position du centre de gravité du pendule, notée r_c à partir de ces coordonnées est donnée par :

$$r_c = (x + l \sin \theta) \vec{i} + l \cos \theta \vec{j} \quad (1.7)$$

\vec{i}, \vec{j} : étant les vecteurs unitaires du repère x, y

La vitesse du centre de gravité du pendule est donc :

$$v_c = \frac{dr_c}{dt} = (\dot{x} l \cos \theta \dot{\theta}) \vec{i} - l \sin \theta \dot{\theta} \vec{j} \quad (1.8)$$

En substituant les équations (1.7) et (1.8) dans l'équation (1.6), l'expression de l'énergie cinétique du pendule devient :

$$E_{cm} = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + 2 \dot{x} l \cos \theta \dot{\theta} + l^2 \cos^2 \theta \dot{\theta}^2 + l^2 \sin^2 \theta \dot{\theta}^2) + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 \quad (1.9)$$

Avec : $l^2 \dot{\theta}^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) = l^2 \dot{\theta}^2$

D'où :

$$E_{cm} = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + 2\dot{x}l\cos\theta\dot{\theta} + L^2\dot{\theta}^2) + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 \quad (I.10)$$

L'énergie cinétique totale de l'ensemble chariot et pendule est exprimée par :

$$E_c = E_{cM} + E_{cm} = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + 2\dot{x}l\cos\theta\dot{\theta} + l^2\dot{\theta}^2) + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 \quad (I.11)$$

I. 4.1.2. Energie potentielle du système :

L'énergie potentielle du centre de gravité de la barre est :

$$E_p = mgl\cos\theta \quad (I.12)$$

I. 4.1.3. Equation de Lagrange :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = F_j$$

Le lagrangien du système est la différence entre son énergie cinétique et son énergie potentielle.

$$L = E_c - E_p$$

En utilisant l'expression (I.11) et (I.12), le lagrangien peut être écrit comme suit :

$$L = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + 2\dot{x}l\cos\theta\dot{\theta} + l^2\dot{\theta}^2) + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 - mgl\cos\theta \quad (I.13)$$

I. 4 .1.1.1. L'équation de Lagrange pour le degré de liberté

$q(t)=x(t)$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = F - b\dot{x} \quad (I.14)$$

La dérivée partielle du lagrangien suivant \dot{x} et t s'écrit :

$$\frac{d}{dt} (M\dot{x} + m\dot{x} + ml\cos\theta\dot{\theta}) - 0 = F - b\dot{x} \quad (I.15)$$

Donc, la première équation de Lagrange est exprimée par :

$$(M + m)\ddot{x} + ml\cos\theta\ddot{\theta} - ml\sin\theta\dot{\theta}^2 = F - b\dot{x} \quad (I.16)$$

I. 4.1.1.2 L'équation de Lagrange pour le degré de liberté $q(t) = \theta(t)$:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) \frac{\partial L}{\partial \theta} = -d\dot{\theta} \quad (I.17)$$

La dérivée partielle du lagrangien suivant $\dot{\theta}$ et t s'écrit :

$$\frac{d}{dt} (-ml\dot{x}\cos\theta + ml^2\dot{\theta} + J\dot{\theta}) - (ml\dot{x}\sin\theta\dot{\theta} - mglsin\theta) = -d\dot{\theta} \quad (I.18)$$

Donc, la deuxième équation de Lagrange est donnée par :

$$(ml^2 + J)\ddot{\theta} + ml\ddot{x}\cos\theta + ml\dot{x}\sin\theta\dot{\theta} - ml\dot{x}\sin\theta\dot{\theta} - mglsin\theta = -d\dot{\theta} \quad (I.19)$$

Le modèle de connaissance du système chariot pendule est donné par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} (M + m)\ddot{x} + b\dot{x} + ml\cos\theta\ddot{\theta} - ml\sin\theta\dot{\theta}^2 = F \\ ml\ddot{x}\cos\theta + (ml^2 + J)\ddot{\theta} + d\dot{\theta} - mglsin\theta = 0 \end{cases} \quad (I.20)$$

I. 5. Représentation d'état :

I. 5.1 Avec la force F signal d'entrée :

On rappelle que la représentation d'état pour les systèmes linéaire est de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + BF \\ y = Cx \end{cases} \quad (I.21)$$

On pose le vecteur d'état x Tel que :

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [x \ \dot{x} \ \theta \ \dot{\theta}]^T \quad (I.22)$$

Avec : $h = M + m$, $N = (ml^2 + J)$

Après quelques manipulations mathématiques, on obtient le modèle non linéaire (I.23) où la grandeur de commande est la force F .

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{-bN}{hN - m^2l^2 \cos^2 x_3} x_2 - \frac{m^2l^2 g}{hN - m^2l^2 \cos^2 x_3} \cos x_3 \sin x_2 + \\ \frac{mld \cos x_3}{hN - m^2l^2 \cos^2 x_3} x_4 + \frac{mlN \sin x_3}{hN - m^2l^2 \cos^2 x_3} x_4^2 + \frac{FN}{hN - m^2l^2 \cos^2 x_3} \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{mgl}{N} \sin x_3 - \frac{d}{N} x_4 + \frac{mlb \cos x_3}{hN - m^2l^2 \cos^2 x_3} x_2 + \frac{m^3l^3 g \cos^2 x_3 \sin x_3}{N(hN - m^2l^2 \cos^2 x_3)} - \\ \frac{m^2l^2 d \cos^2 x_3}{N(hN - m^2l^2 \cos^2 x_3)} x_4 - \frac{m^2l^2 \cos x_3 \sin x_3}{hN - m^2l^2 \cos^2 x_3} x_4^2 - \frac{mlF}{hN - m^2l^2 \cos^2 x_3} \cos x_3 \\ y_1 = x_1 \\ y_2 = x_3 \end{array} \right.$$

(I.23)

I. 5.2 Modélisation en tenant compte du moteur électrique [4] :

Le chariot se déplace à l'aide d'un moteur à courant continu comme le présente la figure (I.3).

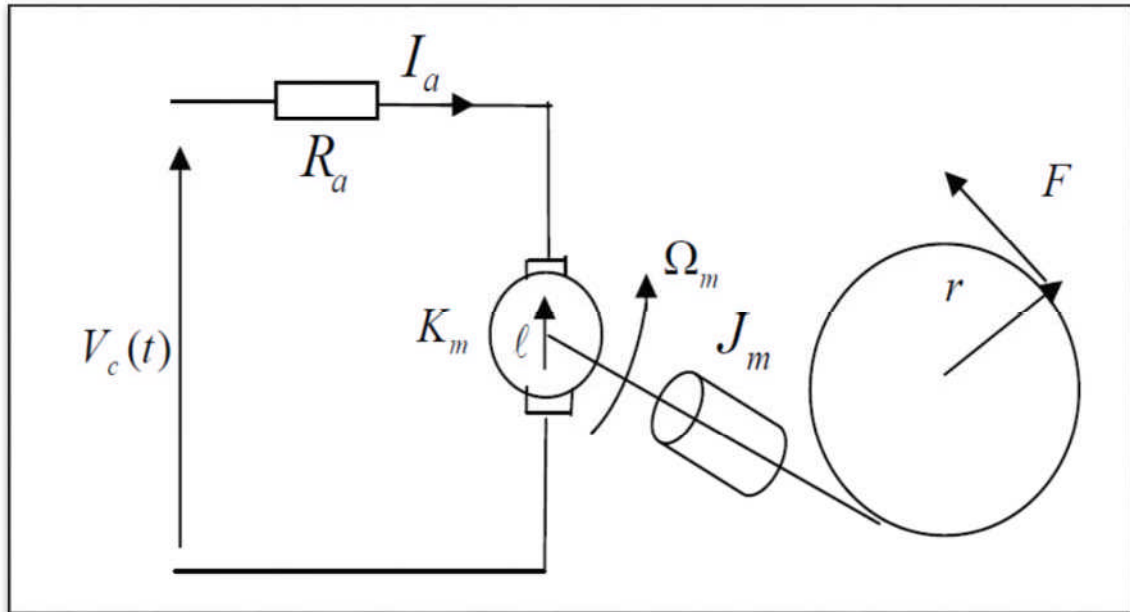


Figure (I.3) : Relation entre la force mécanique F et la tension V_c

L'équation électrique de ce schéma est :

$$V_c = IR_a + K_b \Omega_m \quad (I.24)$$

Les paramètres de la machine sont :

- $-2.5 \leq V_c \leq 2.5$ (volt): La tension exercée sur le moteur.
- $R_A = 2.5$ (ohm): Résistance équivalente du circuit.
- I_a : Intensité du courant(A).
- $K_b = 0.05$ (N/A). : Constante électrique du moteur.
- $K_m = 0.05$ (Nm): Constante mécanique.
- $r = 0.0027$ m: Rayon de la poulie (mètre).
- Ω_m : vitesse angulaire de l'arbre du moteur.

La vitesse angulaire du moteur Ω_m s'exprime donc par rapport à la vitesse du chariot \dot{x} par la relation :

$$\Omega_m = \frac{\dot{x}}{r} \quad (I.25)$$

Le couple produit à l'arbre du moteur est donné par cette équation mécanique :

$$C_m = K_m I_a \quad (I.26)$$

Le couple produit à l'arbre du moteur crée une force qui est donnée par :

$$F = \frac{C_m}{r} = \frac{K_m I_a}{r} \quad (I.27)$$

En substituant l'équation (I.25) dans l'équation (I.24), l'expression du courant s'écrit comme suit :

$$I_a = \frac{V_c}{R_a} - \frac{K_b}{r R_a} \dot{x} \quad (I.28)$$

En remplaçant l'équation (I.28) dans l'équation (I.27), on obtient finalement :

$$F = \frac{K_m}{r R_a} V_c - \frac{K_m K_b}{r^2 R_a} \dot{x} \quad (I.29)$$

Lorsque la grandeur de commande du modèle est la tension de commande V_c du moteur, il suffit de substituer dans le modèle (I.23) la force F par son expression (I.29), on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \dot{x}_1 = x_2 \\
 \dot{x}_2 = \frac{-bN}{hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3} x_2 - \frac{m^2 l^2 g}{hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3} \cos x_3 \sin x_3 + \\
 \quad \frac{m l d \cos x_3}{hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3} x_4 + \frac{m l N \sin x_3}{hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3} x_4^2 + \\
 \quad \frac{N}{hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3} \frac{K_m}{R_a r} V_c - \frac{N}{hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3} \frac{K_m K_b}{R_a r} x_2 \\
 \dot{x}_3 = x_4 \\
 \dot{x}_4 = \frac{m g l}{N} \sin x_3 - \frac{d}{N} x_4 + \frac{m l b \cos x_3}{hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3} x_2 + \frac{m^3 l^3 g \cos^2 x_3 \sin x_3}{N(hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3)} - \\
 \quad \frac{m^2 l^2 d \cos^2 x_3}{N(hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3)} x_4 - \frac{m^2 l^2 \cos x_3 \sin x_3}{hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3} x_4^2 - \frac{m l \cos x_3}{hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3} \frac{K_m K_b}{R_a r^2} x_2 \\
 y_1 = x_1 \\
 y_2 = x_3
 \end{array} \right.$$

(I.30)

I.6. CONCLUSION :

Après une présentation détaillée du pendule inversé et une étude généralisée des lois qui régissent son fonctionnement, l'étape suivante étant le vrai but de ce travail, est bien d'introduire une loi de commande pour ce système qui arrivera à des résultats satisfaisants. De nombreux travaux dans ce cadre, ont été basés sur les méthodes de commandes classiques.

Dans ce qui suit, nous allons nous consacrer pour un nouveau type de commande qui a fait une révolution dans le domaine de l'automatique. C'est la commande par mode glissant.

Théorie de la Commande par Mode Glissant

II.1. Introduction :

Les systèmes réels sont dans la plupart du temps non linéaires, mal définis, ont des paramètres variables et sont soumis à des perturbations externes. En effet, les lois de commande classique peuvent être insuffisantes pour ce genre de systèmes, car elles ne sont pas robustes surtout lorsque les exigences sur la précision et autres caractéristiques dynamiques du système sont strictes. Pour pallier à ces problèmes, on doit faire appel à des lois de commande insensibles aux variations de paramètres, aux perturbations et aux non linéarités, on parle donc de commandes dites à structures variables.

Le mode glissant est un cas particulier de commandes à structures variables qui a connu un essor considérable durant les dernières décennies. Ceci est dû principalement à la propriété de convergence rapide et en temps fini des erreurs, ainsi, que la grande robustesse par rapport aux erreurs de modélisation et certains types de perturbations extérieures. Dans ce qui suit, nous allons voir les concepts de base nécessaires à la compréhension de cette technique de commande.

II.2. Principe et concept de base :

Le principe de la commande par modes glissants est de contraindre l'état du système à atteindre en temps fini (t_c : temps de convergence) une surface (dans l'espace d'état) convenablement sélectionnée et de le faire commuter à l'aide d'une logique appropriée autour de celle-ci, jusqu'au point d'équilibre (phénomène de glissement). Cette surface étant une relation statique entre les variables d'état du système, elle définit une équation différentielle déterminant totalement le comportement dynamique du système qui ne dépend plus du système lui-même, mais uniquement des propriétés de la surface de glissement. En résumé, une commande par régime glissant est divisée en deux parties [6]:

1. Détermination d'une région d'espace d'état, telle qu'une fois que le système se trouve dans cette région, il ait le comportement désiré.
2. Définition d'une loi de commande qui conduise le système jusqu'à cette région d'espace d'état.

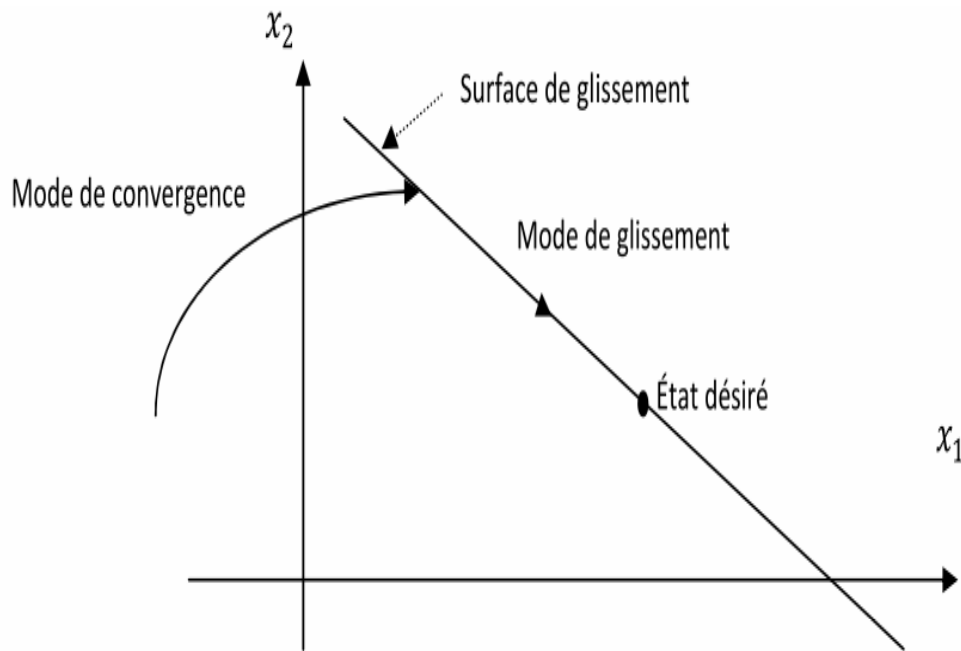


Figure (II.1) : Convergence du système glissant.

Les deux composantes de la commande sont :

$$U = u_{eq} + u_{glis} \text{ (II.1)}$$

u_{eq} : La commande équivalente ou nominale est déterminée par le modèle du système, dans ce cas, il s'agit d'un modèle en immersion linéaire ou non-linéaire. Cette partie est conçue avec la méthode de la commande équivalente, dont le principe est basé sur la détermination du comportement du système lorsqu'il est sur la surface de glissement S (soit $S = 0$).

u_{glis} : Le glissement est utile pour compenser les incertitudes du modèle. Il est constitué de la fonction signe '*sign*' de la surface de glissement S , multipliée par une constante K_{glis}

La surface de glissement est définie dans l'espace d'état des erreurs afin de garantir la convergence des états.

II. 3. Définition du régime glissant :

Nous considérons une classe de systèmes non-linéaires affines en la commande, c'est -à-dire des systèmes dont l'évolution est décrite par l'équation différentielle suivante [9]:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (II.2)$$

Où : $x = (x_1 \dots x_n)^T$ appartient à X , un ouvert R^n est le vecteur d'état. $U : R^m \rightarrow R$ est l'entrée de commande qui est une fonction éventuellement discontinue $f(x)$ et $g(x)$ sont des champs de vecteurs suffisamment différentiables définis sur X .

Soit S une fonction continue, $S : X \times R^+ \rightarrow R$. L'ensemble

$$S = \{x \in X : s(x, t) = 0\} \quad (II.3)$$

On définit une sous variété de dimension $(n-1)$, appelée surface de glissement ou de commutation. La fonction $S(x, t)$ est appelée fonction de glissement ou fonction de commutation. Elle sépare l'espace d'état en deux parties disjointes $s(x, t) > 0$ et $s(x, t) < 0$.

La commande u est une commande à structure variable, qui change la structure du système en utilisant des commandes différentes dans chacune des parties de l'espace d'état du système.

$$U = \begin{cases} u^+(x) & \text{si } s(x, t) > 0 \\ u^-(x) & \text{si } s(x, t) < 0 \end{cases} \quad (II.4)$$

Où u^+ et u^- sont des fonctions continues, avec $u^+ \neq u^-$.

Cette commande u de nature discontinue, va contraindre les trajectoires du système à atteindre la surface de glissement et de rester au voisinage de celle-ci malgré la présence de perturbations. En d'autres termes, la commande doit rendre cette surface de glissement localement attractive. Un régime glissant existe alors à chaque fois que :

$$\lim_{s \rightarrow 0^+} \dot{s} < 0 \text{ Et } \lim_{s \rightarrow 0^-} \dot{s} > 0 \quad (II.5)$$

Cette condition peut être écrite de façon simplifiée :

$$s\dot{s} < 0 \quad (II.6)$$

Les trajectoires du système sur la surface s ne sont pas définies puisque la commande u n'est pas définie pour $s=0$. Deux méthodes ont été proposées pour la détermination de la trajectoire d'état en régime glissant. La méthode de **Fillipov** et la méthode d'**Utkin**, appelée méthode de la commande équivalente.

II. 3.1. Méthode Fillipov [6] :

Dans l'étude de la dynamique du régime glissant, **Fillipov** s'est intéressé à la détermination du vecteur \dot{x} (le champ de vecteurs vitesses sur la surface de glissement) pour des systèmes dont la variable commandée n'apparaît pas d'une manière explicite dans l'expression du champ f . Comme le montre l'équation suivante :

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (II.7)$$

Où

x : Représente le vecteur d'état.

u : Le vecteur de commande :

$$u(x) = \begin{cases} u^+ & \text{si } s > 0 \\ u^- & \text{si } s < 0 \end{cases}$$

s : la surface de glissement.

Les trajectoires du système sur la surface s ne sont pas clairement définies, puisque le vecteur de commande u n'est pas défini pour $s=0$. **Fillipov** avait défini une solution à ce problème en termes d'inclusion différentielle.

La surface de glissement sépare l'espace d'état en deux régions :

$$f^+ = f(x, u^+) \text{ et } f^- = f(x, u^-).$$

La résolution de **Fillipov** assume ces deux régions constantes dans un petit intervalle $(t + \Delta t)$, pour un point x sur la surface de glissement $s=0$.

Nous savons qu'un intervalle de temps Δt est formé par deux intervalles Δt_1 et Δt_2 , tel que : $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2$, avec $u=u^+$ pour le premier intervalle Δt_1 et $u=u^-$ pour le deuxième Δt_2 .

Alors l'incrément du vecteur d'états après l'intervalle de temps Δt est calculé comme suit :

$$\Delta x = f^+ \Delta t_1 + f^- \Delta t_2$$

La moyenne du vecteur d'états est

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \dot{x} = \alpha_{fil} f^+ + (1 - \alpha_{fil}) f^- \quad (II.8)$$

Où : $\alpha_{fil} = \frac{\Delta t_1}{\Delta t}$ est le temps relatif que la commande prend pour atteindre la valeur u^+ et $(1 - \alpha_{fil})$ est le temps relatif pour atteindre la valeur u^- .

L'équation (II.8) représente l'expression du mouvement pendant le régime glissant. Puisque, la trajectoire des états pendant le régime glissant est sur la surface $s=0$, le paramètre α_{fil} doit être sélectionné de sorte que le vecteur vitesse du système (II.8) soit sur le plan tangent à la surface de glissement où ;

$$\dot{s} = grad[s(x)].\dot{x} = grad[s(x)][\alpha_{fil}f^+ + (1 - \alpha_{fil})f^-] \quad (II.9)$$

Avec : $[s(x)] = [\partial s / \partial x_1 \dots \partial s / \partial x_n]$.

$$\alpha_{fil} = \frac{grad(s).f^-}{grad(s).(f^- - f^+)} \quad (II.10)$$

Si, on fait le remplacement de (II.10) dans (II.8), nous obtenons l'équation suivante de glissement :

$$\dot{x} = f_{sm}; f_{sm} = \frac{grad(s).f^-}{grad(s).(f^- - f^+)} f^- - \frac{grad(s).f^+}{grad(s).(f^- - f^+)} f^- \quad (II.11)$$

Par conséquent, la solution x reste sur la surface s . Les valeurs que prend $f(x, t)$ dans un voisinage de S génèrent des solutions contraintes à glisser sur la surface de glissement, voir la **Figure (II.2)**.

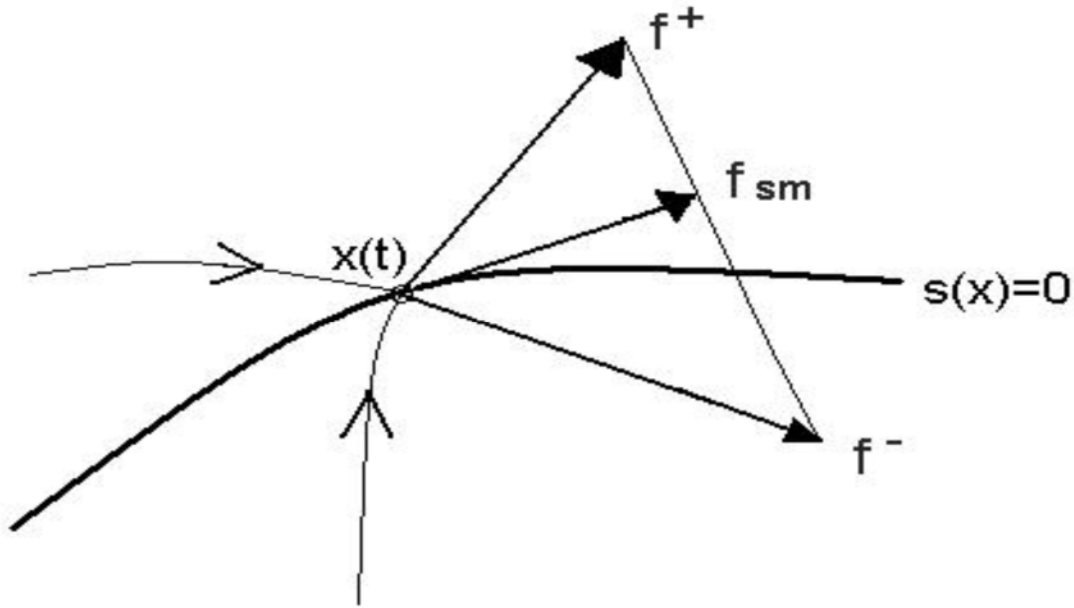


Figure (II.2) : Concept de la résolution de Filippov

II.3.2.Méthode équivalente :

La méthode proposée par **Utkin**, consiste à admettre qu'en mode de glissement, tout se passe comme si le système était piloté par une commande u_{eq} [5], dite la commande équivalente qui permet de déterminer la sortie de la commande continue u_{eq} , une fois que le système se trouve sur la surface de glissement, cela peut être exprimé par :

$$s(x, t) = 0 \text{ et } \dot{s}(x, t) = 0 \text{ (II.12)}$$

La condition (II.12) est appelée condition d'invariance de la surface de glissement. Pour la suite de notre travail, nous prenons $s(x, t) = s(x(t)) = s(x)$

$$\text{Donc } \dot{s} = 0 \Rightarrow \frac{\partial s}{\partial x} (f(x) + g(x)u_{eq}) = 0$$

u_{eq} , appelée commande équivalente, est associée au système nominal. Elle est déterminée de façon unique par les conditions d'invariance de l'équation (II.13).

En supposant que $\frac{\partial s}{\partial x} g(x) \neq 0$

La commande équivalente est donnée par le scalaire :

$$u_{eq} = - \left(\frac{\partial s}{\partial x} g(x) \right)^{-1} \frac{\partial s}{\partial x} f(x) \quad (II.13)$$

Physiquement, la commande équivalente représente la valeur moyenne de la commande u , qui maintient l'état du système sur la surface de glissement $s(x) = 0$.

L'équation du régime glissant idéal est obtenue en portant l'expression de u_{eq} dans (II.3) :

$$\dot{x} = f(x) - g(x) \left(\frac{\partial s}{\partial x} g(x) \right)^{-1} \frac{\partial s}{\partial x} f(x)$$

II.4. Propriétés de la convergence :

Cette étape consiste à concevoir une loi de commande qui puisse amener le vecteur d'état à converger vers la surface et y demeurer ($S=0$), pour cela il faut que la loi de commande soit conçue de telle manière à ce que S soit attractive.

Pour déterminer la condition d'attractivité, considérons la fonction de **Lyapounov** suivante :

$$v(s) = \frac{1}{2} s^2 \quad (II.14)$$

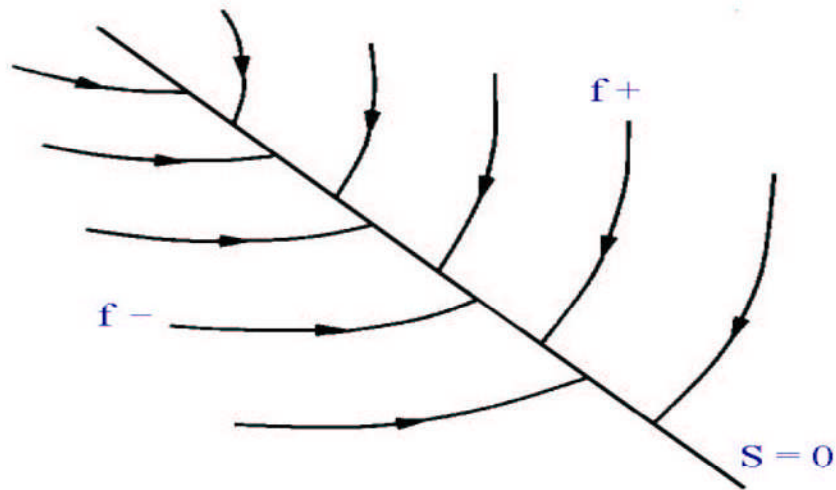


Figure (II.3) : Attractivité de la surface

Une condition nécessaire et suffisante, appelée condition d'attractivité, pour qu'une variable de glissement $s(x,t)$ tend vers 0 est que la dérivée temporelle de v soit définie négative tel que :

$$\dot{v} = \dot{s} < 0 \quad (II.15)$$

Si la condition (II.15) est vérifiée, alors la variable de glissement et sa dérivée sont de signe contraire quel que soit le temps et que 0 est un centre attracteur pour S .

Pour résoudre un tel problème, la dynamique de la surface de glissement est spécifiée par la loi :

$$\dot{s} = -\lambda \operatorname{sgn}(s) \quad (II.16)$$

Où : λ est une constante strictement positive.

On aboutit à :

$$\dot{v} = s\dot{s} \leq -\lambda|s| \quad (II.17)$$

La condition de (II.17) est dite condition d'attractivité.

L'intégration de (II.16) entre le temps initial $t=0$ et le temps de convergence

$t = t_c$ permet d'aboutir à :

$$S(t_c) - S(0) \leq -\lambda(t_c - 0) \quad (II.18)$$

Finalement la surface S sera atteinte durant un temps fini donné par :

$$t_c \leq \frac{S(t=0)}{\lambda} \quad (II.19)$$

II.5.Choix de la surface de glissement :

La surface de glissement s'écrit généralement en fonction de l'écart de la sortie par rapport à sa valeur désirée. L'objectif de la commande est d'assurer la poursuite d'un signal de référence, tel que l'écart e tend vers zéro.

Soit : $S(x): X \times R^+ \rightarrow R$ une fonction suffisamment différentiable telle que :

$$S = \{x \in X: S(x) = 0\}$$

Une condition nécessaire pour l'établissement d'un régime glissant d'ordre un est que la surface de glissement S ait un degré relatif égal à 1 par rapport à la commande u .

Le degré relatif d'un système est le nombre minimum de fois qu'il faut dériver la sortie par rapport au temps, pour y avoir l'entrée (la commande) de manière explicite.

J.J.Slotine propose une forme d'équation générale pour déterminer la surface de glissement qui assure la convergence d'une variable vers sa valeur désirée, elle s'écrit comme suit :

$$S(x) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} e \quad (II.20)$$

Avec :

λ : coefficient positif,

$e = x - x_d$: Ecart de la variable à régler,

x_d : valeur désirée.

n : ordre du système, c'est le plus petit entier positif représentant le nombre de fois qu'il faut dériver afin de faire apparaître la commande.

$S(x)$: est une équation différentielle linéaire autonome dont la réponse « e » tend vers zéro pour un choix correct du gain λ , c'est l'objectif de la commande.

II.6. Propriétés de robustesse [6] :

De nombreuses techniques de commande ont été développées de façon à être robustes vis-à-vis des incertitudes sur les systèmes considérés. La plupart d'entre elles sont basées sur des méthodes adaptatives, reposant aussi bien sur l'identification et l'observation, ou sur des méthodes impliquant la stabilité absolue. Bien souvent, elles conduisent à des lois de commande relativement compliquées dont l'implantation se révèle lourde en matière de calculs et de matériels.

D'un autre côté, les modes glissants, et ceci peut expliquer l'intérêt croissant pour ces techniques ces dernières années, permettent d'associer qualités de robustesse et réalisation relativement simple.

Reprenons le système (II.2) que l'on suppose maintenant soumis à des perturbations p pouvant représenter des incertitudes paramétriques sur le terme nominal de dérive f ou des perturbations externes indépendantes de l'état :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + p \quad (II.21)$$

Le théorème suivant permet d'avoir une description des incertitudes auxquelles le régime glissant sera insensible et a été donné dans sa forme première par **Drazenovic**.

Théorème:

Un régime glissant sur S , du système perturbé (II.21), est indépendant du signal de perturbation p , si et seulement si celui-ci vérifie :

$$p \in Vect\{g(x)\} \quad (II.22)$$

La condition dans (II.22) est appelée condition de recouvrement ou « matching condition ».

Il faut noter que le système est insensible à de telles perturbations seulement en régime glissant, mais qu'il reste affecté pendant le régime transitoire, i.e avant que la surface de glissement ne soit atteinte.

Afin d'illustrer le robustesse d'une telle technique de commande par rapport à des incertitudes paramétriques, prenons l'exemple d'un système linéaire (par souci de simplicité) mis sous forme canonique de commandabilité :

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 1 & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ -a_0 - \Delta a_0 & \dots & \dots & \dots & -a_{n-1} - \Delta a_{n-1} \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

Où les Δa_i sont des incertitudes paramétriques dont on sait qu'elles sont bornées de la manière suivante :

$$\alpha_i^- < |\Delta a_i| < \alpha_i^+$$

On définit une surface de glissement :

$$s = [c_0, c_1, \dots, c_{n-2}, 1]x = 0$$

qui correspond à une dynamique de glissement désirée :

$$p^{n-1} + c_{n-2}p^{n-2} + \dots + c_0 = 0$$

La loi de commande est choisie telle que :

$$u = \sum_{i=1}^n \lambda_i x_i - \lambda_n \operatorname{sgn}(s).$$

La condition de η -attractivité de (II.17) peut être satisfaite de deux façons différentes, et ceci malgré les perturbations :

Si on se fixe des gains de commande constantes

$$\lambda_0 = a_0, \quad \lambda_i = a_i - c_{i-1}, \quad i = 1, \dots, n - 1,$$

On obtient :

$$s\dot{s} = \sum_{i=1}^n \Delta a_{i-1} x_i s - \lambda_n |s|,$$

En posant :

$$\lambda_n > \eta + \sum_{i=1}^n |\Delta a_{i-1} x_i|,$$

La condition (II.17) est satisfaite. L'amplitude de la discontinuité de la commande est en fonction de l'état et des incertitudes du système. Cette commande est assez simple d'élaboration, mais la discontinuité peut être importante (et par la même occasion le phénomène de réticence).

Une autre solution consiste à utiliser des gains qui commutent, en posant :

$$\lambda_0 = \widetilde{\lambda}_0 + a_0, \quad \lambda_i = \widetilde{\lambda}_i + a_i - c_{i-1}, \quad i = 1, \dots, n - 1$$

On obtient alors :

$$s\dot{s} = \sum_{i=1}^n (\widetilde{\lambda}_{i-1} - \Delta a_{i-1}) x_i s - \lambda_n |s|$$

Et la condition $s\dot{s} < -\eta |s|$ peut être satisfaite en choisissant $\lambda_n = \eta$ relativement peu important et aussi on a :

$$\widetilde{\lambda}_{i-1} = \begin{cases} \alpha_{i-1}^- & \text{si } x_i s > 0 \\ \alpha_{i-1}^+ & \text{si } x_i s \leq 0 \end{cases}, i = 1, \dots, n$$

La structure de la loi de commande est un peu plus compliquée mais l'amplitude des discontinuités s'en trouve réduite.

II.7. Phénomène de réticence :

Un régime glissant idéal requiert une commande pouvant commuter à une fréquence infinie [7], [8], [10]. Ainsi, durant le régime glissant, les discontinuités appliquées à la commande peuvent entraîner un phénomène de broutement, appelé réticence ou « chattering » en anglais. Celui-ci se caractérise par de fortes oscillations des trajectoires du système autour de la surface de glissement, *Figure (II.4)*.

Les principales raisons à l'origine de ce phénomène sont les limitations des actionneurs ou les retards de commutation au niveau de la commande. Ces commutations détériorent la précision de la commande et peuvent s'avérer néfastes pour l'organe de commande en provoquant une détérioration prématurée des systèmes mécaniques et une élévation de température dans les systèmes électriques (perte d'énergie non négligeable).

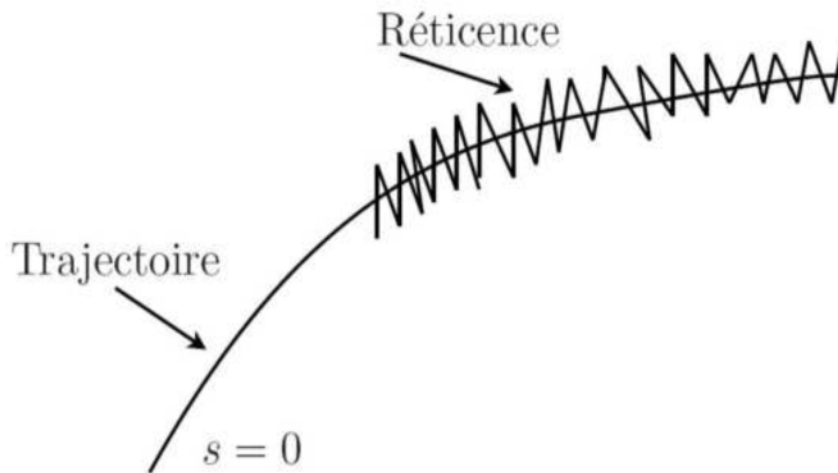


Figure (II.4) : Phénomène de broutement

II.8. Solution pour la suppression du phénomène de réticence(Chattering)

Le phénomène de réticence constitue un inconvénient majeur non négligeable, car même s'il est possible de le filtrer à la sortie du processus, il est susceptible d'exciter des modes de hautes fréquences qui n'ont pas été pris en compte lors de la modélisation du système. Ceci peut dégrader les performances et même conduire au problème d'instabilité. La réticence implique également d'importantes oscillations mécaniques au niveau des actionneurs, pouvant provoquer leur usure rapide, ainsi que des pertes énergétiques non négligeables au niveau des circuits de puissance électrique[5].

Dans le but d'éliminer ce phénomène, de nombreuses solutions ont été proposées.

II.8.1. Solution de couche limite [5],[10]:

Cette solution, connue aussi sous le nom de « Boundary layer solution » consiste à remplacer la fonction signe par une approximation continue, de type grand gain, uniquement dans un voisinage de la surface, parmi les fonctions utilisées, nous citerons la fonction de saturation :

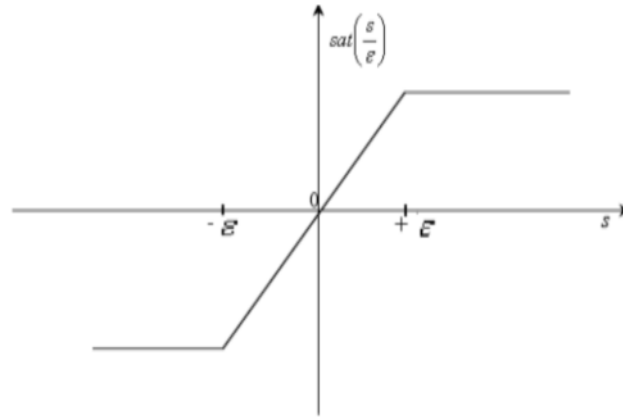
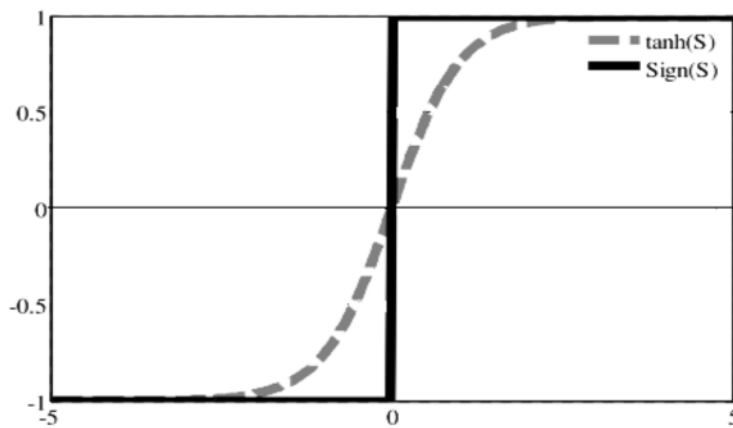


Figure (II.5) : Fonction de saturation

$$sat(s) = \begin{cases} \frac{s}{\varepsilon} & si \left| \frac{s}{\varepsilon} \right| \leq 1 \\ sign(s) & si \left| \frac{s}{\varepsilon} \right| > 1 \end{cases} \quad (II.23)$$

ε : Largeur du seuil de la fonction de saturation.

D'autres fonctions existent telles que les fonctions, $\tanh(s/\varepsilon)$, $2\pi \arctan(s/\varepsilon)$..)



Figure(II.6) : Fonction tangente hyperbolique

Le système ne converge plus vers la valeur désirée, mais vers un voisinage de cette dernière, dans ce cas, le système est dit en régime pseudo-glissant. Bien que cela permette d'atténuer le phénomène de reticence, la précision par rapport à l'objectif fixé, la robustesse de la commande et le temps de répose s'en trouvent dépréciés.

Cette méthode est paramétrée par une constante positive ε réglée pour avoir un bon compromis entre réduction du chattering et conservation de la robustesse. Dans les méthodes présentées ici, plus ε est petit, plus l'approximation tend vers la fonction signe, et donc meilleure est la robustesse, au détriment de la réduction du chattering.

II.8.2. Solution par des lois d'approche [10]:

Par ailleurs, une approche intéressante consiste à concevoir des lois de convergence non linéaires qui permettent une adaptation dynamique d'une composante de la commande en fonction de la variation de la fonction de glissement. Ainsi, plus le vecteur d'état est loin de la surface de glissement, plus cette composante est grande et tend à ramener le vecteur vers la surface, et inversement. Par conséquent, il est théoriquement possible de réduire les commutations haute fréquence en régime établi, sans toute fois affecter le temps de convergence ni même l'erreur de poursuite du système. **Gao** et **Hung** ont proposé notamment deux lois d'atteinte possibles pour réduire les commutations.

La première loi d'atteinte contient un terme proportionnel à la fonction de glissement qui permet au système d'atteindre plus rapidement la surface de glissement lorsque celui-ci en est éloigné, de plus, le terme proportionnel allège le travail de la partie discontinue $\text{sign}(S)$ et permet par conséquent une réduction des commutations sur la commande.

Cette loi d'atteinte est donnée par :

$$\dot{s} = -\alpha \cdot \text{sign}(s) - Q \cdot s$$

Dans la deuxième loi de convergence figure une puissance fractionnaire de la fonction de glissement qui multiplie le signe de celle-ci, comme suit :

$$\dot{s} = -\alpha |s|^p \text{sign}(s)$$

Où p est un réel strictement compris entre 0 et 1. Il est par ailleurs démontré par Gao et Hung que la loi de convergence engendre un temps d'atteinte fini de la surface de glissement.

II.8.3. Solution par des modes glissants d'ordre supérieur [10]:

Les modes glissants d'ordre supérieur ont été introduits pour pallier au problème du chattering tout en gardant les propriétés de convergence en temps fini et de robustesse des commandes par modes glissants classiques. Dans cette approche, le terme discontinu n'apparaît plus directement dans l'expression de la commande synthétisée, mais dans une de ses dérivées supérieures, ce qui a le mérite de réduire le chattering.

II.9. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté le principe de la commande par modes glissants d'ordre un. Une telle commande se compose de deux éléments :

- Une hyper surface sur laquelle le système doit évoluer.
- Une loi de commande forçant le système à atteindre cette surface de glissement et y demeurer jusqu'à l'équilibre.

Après la phase de convergence, le système jouit des propriétés suivantes :

- Sa dynamique est entièrement déterminée par la surface de glissement.
- Il est insensible aux perturbations extérieures ou aux variations des paramètres du modèle vérifiant les matching conditions.

Enfin, malgré tous ces aspects positifs que présente le mode glissant, il ne faut ni au moins pas nier l'existence d'un inconvénient majeur qui est le phénomène de réticence causé par la discontinuité de la commande. Plusieurs solutions ont été proposées pour remédier à ce problème, on cite la commande par mode glissant d'ordre supérieur, la logique floue et les réseaux de neurones qui feront l'objet du prochain chapitre.

Les réseaux de neurones Artificiels

III. 1. Introduction :

Les réseaux de neurones artificiels sont devenus en quelques années des outils précieux dans des domaines très divers de l'industrie et divers services, des techniques d'analyse en provenance de l'apprentissage automatique (intelligence artificielle) et des bases de données.

Néanmoins, ils n'ont pas encore atteint leur plein développement pour des raisons plus psychologiques que techniques, liées aux connotations biologiques du terme et au fait qu'ils sont considérés, à tort, comme des outils d'Intelligence Artificielle. Or l'intérêt des réseaux de neurones, dans le domaine des Sciences ne doit rien à la métaphore biologique, il est uniquement dû aux propriétés mathématiques spécifiques de ces réseaux.

Les réseaux de neurones ont d'abord été développés pour résoudre des problèmes de contrôle, de reconnaissance de formes ou de mots, de décision, de mémorisation comme une alternative à l'intelligence artificielle, et en relation plus ou moins étroite avec la modélisation de processus cognitifs (capable de connaître ou faire connaître) réels et des réseaux de neurones biologiques.

III. 2. Historique [15] :

Les recherches menées dans le domaine du connexionnisme ont démarré avec la présentation en 1943 par **W. McCulloch** et **W. Pitts** d'un modèle simplifié de neurone biologique communément appelé neurone formel. Ils montrèrent également théoriquement que des réseaux de neurones formels simples peuvent réaliser des fonctions logiques, arithmétiques et symboliques complexes.

En 1949, **D. Hebb** initie, dans son ouvrage "The Organization of Behavior", la notion d'apprentissage. Deux neurones entrant en activité simultanément vont être associés (c'est-à-dire que leurs contacts synaptiques vont être renforcés). On parle de loi de **Hebb** et d'associationnisme.

En 1958, **F. Rosenblatt** développe le modèle du Perceptron. C'est un réseau de neurones inspiré du système visuel. Il possède deux couches de neurones : une couche de perception

(sert à recueillir les entrées) et une couche de décision. C'est le premier modèle pour lequel un processus d'apprentissage a pu être défini.

S'inspirant du perceptron, **Widrow** et **Hoff**, développent, dans la même période, le modèle de l'**Adaline** (Adaptive Linear Element). Ce dernier sera, par la suite, le modèle de base des réseaux de neurones multicouches.

En 1969, Les recherches sur les réseaux de neurones ont été pratiquement abandonnées lorsque **M. Minsky** et **S. Papert** ont publié leur livre « Perceptrons » (1969) et démontré les limites théoriques du perceptron, en particulier, l'impossibilité de traiter les problèmes non linéaires par ce modèle.

En 1982, **Hopfield** développe un modèle qui utilise des réseaux totalement connectés basés sur la règle de **Hebb** pour définir les notions d'attracteurs et de mémoire associative. En 1984 c'est la découverte des cartes de **Kohonen** avec un algorithme non supervisé basé sur l'auto organisation et suivi une année plus tard par la machine de **Boltzman** (1985).

Une révolution survient alors dans le domaine des réseaux de neurones artificiels : une nouvelle génération de réseaux de neurones, capables de traiter avec succès des phénomènes non-linéaires : le perceptron multicouche ne possède pas les défauts mis en évidence par **Minsky**. Proposé pour la première fois par **Werbos**, le Perceptron Multicouche apparaît en 1986 introduit par **Rumelhart**, et, simultanément, sous une appellation voisine, chez **LeCun**(1985). Ces systèmes reposent sur la rétro propagation du gradient de l'erreur dans des systèmes à plusieurs couches, chacune de type **Adaline** de **Bernard Widrow**, proche du Perceptron de **Rumelhart**.

De nos jours, l'utilisation des réseaux de neurones dans divers domaines ne cesse de croître. Les applications en sont multiples et variées.

III. 3. Notions de neurophysiologie [13] :

III. 3. 1. Neurone biologique :

Dans le cerveau humain, un neurone typique recueille les signaux des autres à travers une multitude de structures fines appelées dendrites. Le neurone envoie des pics d'activité électrique à travers un long, un support mince connu sous le nom d'un axone, qui se divise en

des milliers de branches. A la fin de chaque branche, une structure appelée synapse convertit l'activité de l'axone en compte les effets électriques qui inhibent ou excitent l'activité de l'axone en compte les effets électriques qui inhibent ou excitent l'activité dans les neurones connectés. Quand un neurone reçoit une entrée excitatrice qui est suffisamment grande par rapport à son entrée inhibitrice, il envoie un pic d'activité électrique vers le bas de son axone.

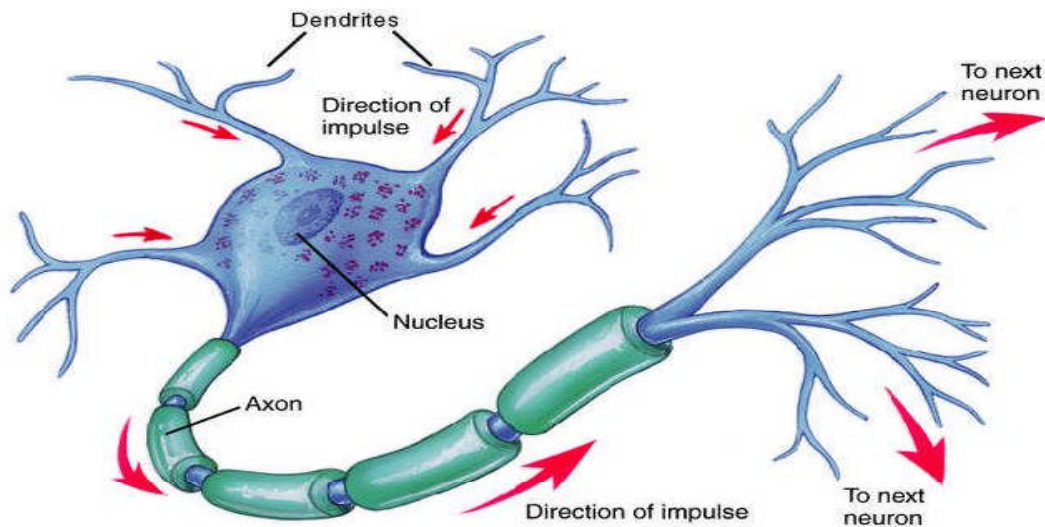


Figure (III.1) : Neurone Biologique

III. 3. 2. Neurone formel (Artificiel) :

Le neurone artificiel (ou cellule) est un processeur élémentaire. Il reçoit un nombre variable d'entrées en provenance de neurones appartenant à un niveau situé en amont (on parlera de neurones "amont"). A chacune des entrées est associé un poids w représentatif de la force de la connexion.

Chaque processeur élémentaire est doté d'une sortie unique, qui se ramifie ensuite pour alimenter un nombre variable de neurones appartenant à un niveau situé en aval (on parlera de neurones "avals"). A chaque connexion est associé un poids.

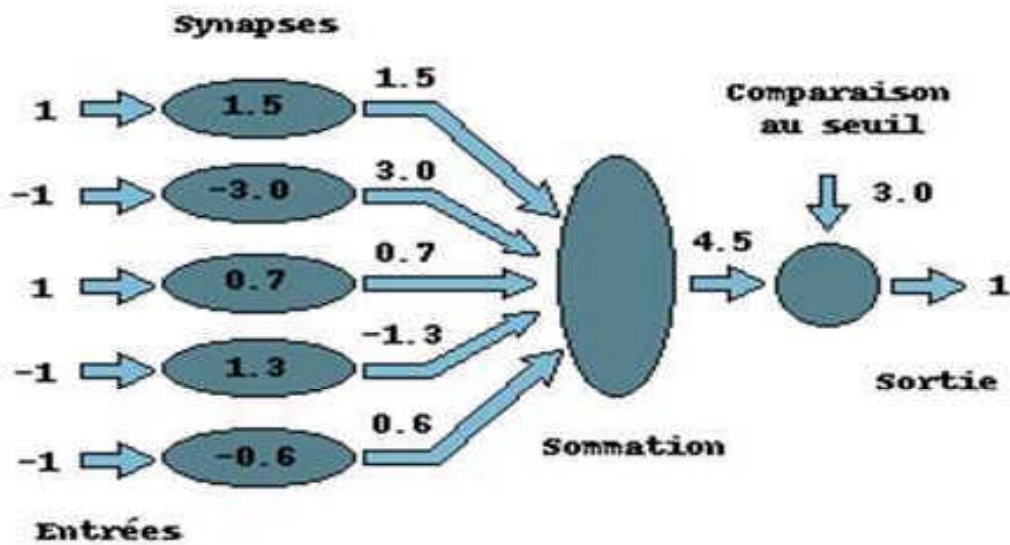
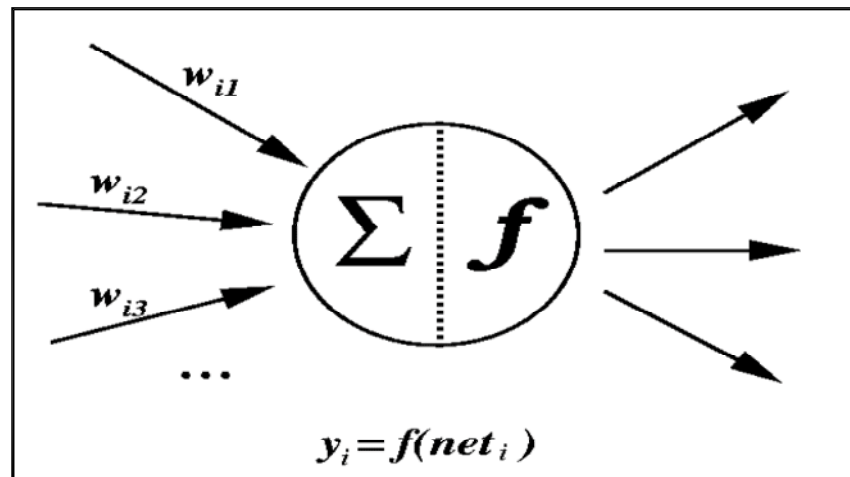


Figure (III.2) : Neurone Formel de MacCulloch etPitts

III. 4. Modèle mathématique du neurone formel [12] :

Les réseaux de neurones formels sont à l'origine d'une tentative de modélisation mathématique du cerveau humain. Les premiers travaux datent de 1943 et sont l'œuvre de **MacCulloch** et **Pitts**. Ils présentent un modèle assez simple pour les neurones et explorent les possibilités de ce modèle. La modélisation consiste à mettre en œuvre un système de réseau neuronal sous un aspect non pas biologique mais artificiel.

Un neurone est donc avant tout un opérateur mathématique, dont on peut calculer la valeur numérique par quelques lignes de logiciel. D'un point de vue mathématique, un neurone formel réalise donc une fonction linéaire.



Figure(III.3) :Neurone Formel

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_p; w_1, w_2, \dots, w_p) \quad (III.1)$$

Les $\{x_i\}$ sont les variables (ou entrées), les $\{w_j\}$ sont des paramètres (ou poids).

Les entrées peuvent être booléennes, binaires (0,1), bipolaire (-1,1) ou réels.

En règle générale, le calcul de la valeur de cette fonction peut se décomposer en deux étapes:

- Une combinaison linéaire des entrées

$$U = \sum_{i=1}^n w_i x_i - \theta \quad (III.2)$$

- La sortie d'un neurone est:

$$y = f(U) = f\left(\sum_{i=1}^n w_i x_i - \theta\right) \quad (III.3)$$

(θ) est appelé biais, il peut être considéré comme la pondération de l'entrée 0 fixée à 1

(U) est appelé potentiel d'un neurone.

La fonction (f) permet de définir l'état interne d'un neurone en fonction de son entrée totale.

Citons à titre d'exemple quelques fonctions d'activation ou de transfert souvent utilisées.

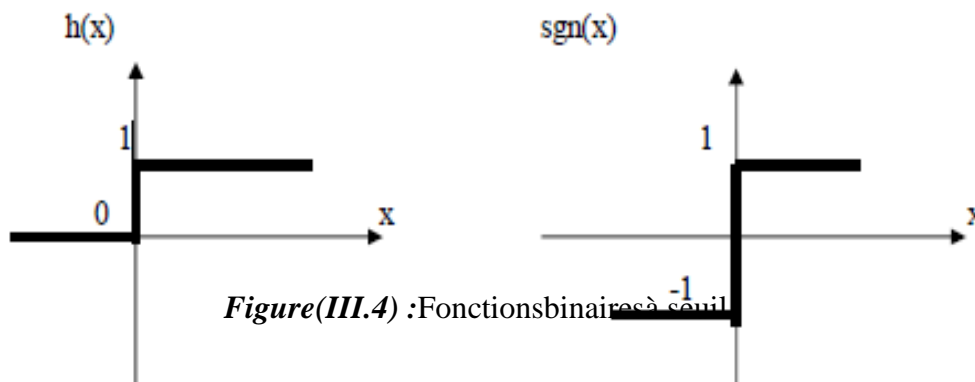
III. 5. Fonctions d'activation :

Dans sa première version, le neurone formel était donc implémenté avec une fonction à seuil, mais de nombreuses versions existent. Ainsi le neurone de **McCulloch et Pitts** a été généralisé de différentes manières, en choisissant d'autres fonctions d'activations. La sortie du neurone dépend d'une fonction de transfert, dont les principales sont :

a) Fonction binaire à seuil :

$$h(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{sgn}(x) = \begin{cases} -1, & \text{si } x < 0 \\ 1, & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{III.4})$$

Le seuil introduit une non-linéarité dans le comportement du neurone, cependant il limite la gamme des réponses possibles à deux valeurs [12].



b) Fonction linéaire :

C'est l'une des fonctions d'activation les plus simples, sa fonction est définie par: $F(x) = x$

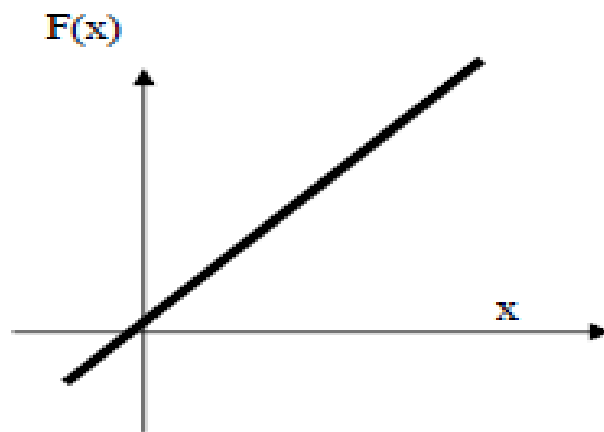


Figure (III.5) : Fonction d'activation linéaire

c) Fonction linéaire à seuil ou multiseuil :

Cette fonction représente un compromis entre la fonction linéaire et la fonction seuil, entre ses deux barres de saturation, elle confère au neurone une gamme de réponses possibles. En modulant la pente de la linéarité, on affecte la plage de réponse d'un neurone.

la fonction seuil, entre réponses possibles. En

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \in [u, v] \\ v & \text{si } x \geq v \\ u & \text{si } x \leq u \end{cases} \quad (III.5)$$

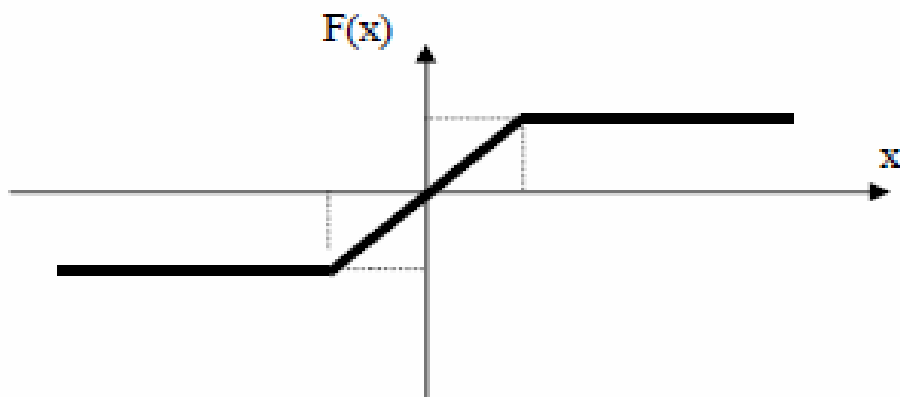


Figure (III.6) : Fonction d'activation a seuil

d) La fonction sigmoïde :

Elle est l'équivalent continu de la fonction linéaire. Etant continu, elle est dérivable, d'autant plus que sa dérivée est simple à calculer, (figure)elle est définie par

$$f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}} \text{ (III.6)}$$

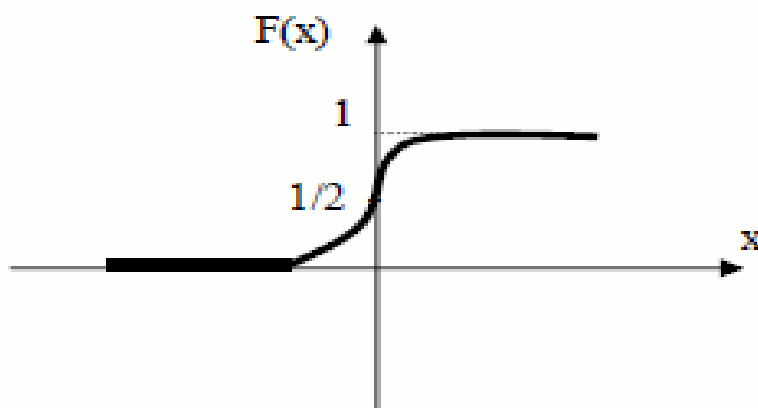


Figure (III.7) : Fonction sigmoïde

Un neurone formel ne réalise donc rien d'autre qu'une somme pondérée suivi d'une non linéarité. C'est l'association de tels éléments simples sous forme de réseaux qui permet de réaliser des fonctions utiles pour les différentes applications.

III. 6. Différents types de réseaux de neurones artificiels (RNA) :

III. 6. 1. Définition [19] :

Un Réseau de Neurones Artificiels (RNA) est un ensemble de neurones formels (d'unités de calcul simples, de nœuds processeurs) associés en couches (ou sous-groupes) et fonctionnant en parallèle.

Dans un réseau, chaque sous-groupe fait un traitement indépendant des autres et transmet le résultat de son analyse au sous-groupe suivant. L'information donnée au réseau va donc se propager couche par couche, de la couche d'entrée à la couche de sortie, en passant ne soit par aucune, soit par plusieurs couches intermédiaires (dites couches cachées).

Habituellement (excepté pour les couches d'entrée et de sortie), chaque neurone dans une couche est connecté à tous les neurones de la couche précédente et de la couche suivante. Les RNA ont la capacité de stocker de la connaissance empirique et de la rendre disponible à l'usage. Les habiletés de traitement (et donc la connaissance) du réseau vont être stockées dans les poids synaptiques, obtenus par des processus d'adaptation ou d'apprentissage.

III. 6.1. Réseaux de neurones non bouclés (statiques ou acycliques) :

Un réseau de neurones non bouclé réalise une (ou plusieurs) fonction algébrique de ses entrées par composition des fonctions réalisées par chacun de ses neurones. Dans un tel réseau Figure (III.8), le flux d'information circule des entrées vers les sorties sans retour en arrière. Si l'on représente le réseau comme un graphe dont les nœuds sont les neurones et les arêtes les « connexions » entre ceux-ci, le graphe d'un réseau non bouclé est acyclique.

Tout neurone dont la sortie est une sortie du réseau est appelé « neurone de sortie ».

Les autres, qui effectuent des calculs intermédiaires, sont des « neurones cachés ». Il existe deux types de réseaux de neurones : les réseaux complètement connectés et les réseaux à couche.

Le réseau de neurones à une couche cachée et une sortie linéaire est un cas particulier de ce dernier type.

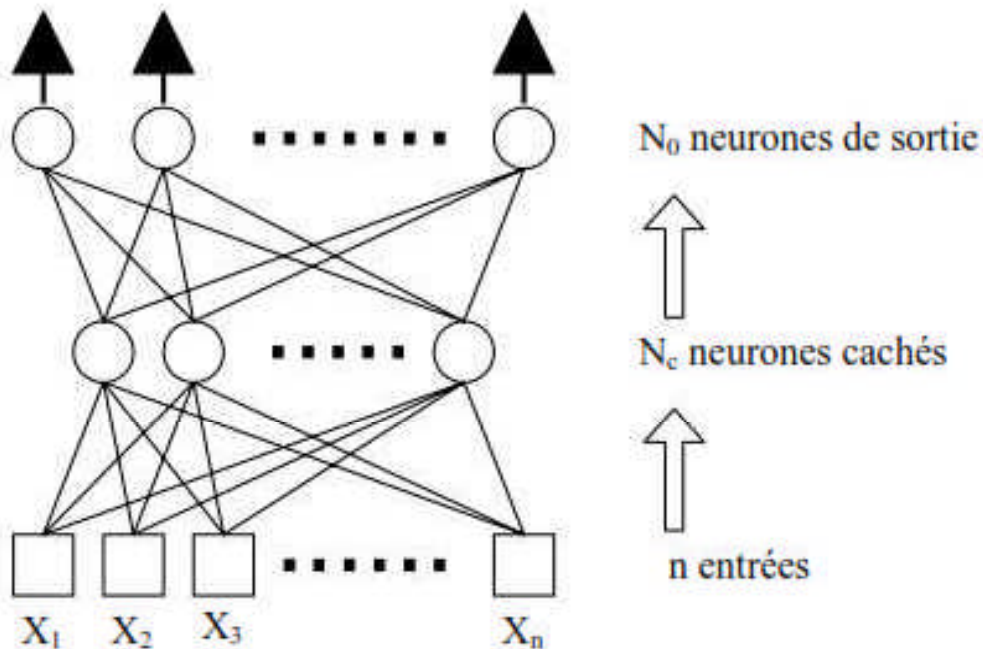


Figure (III.8) : Réseau de neurones non bouclé

- *Les réseaux de neurones complètement connectés :*

Dans un réseau complètement connecté, les entrées puis les neurones (cachés et de sortie) sont numérotés, et, pour chaque neurone :

- Ses entrées sont toutes les entrées du réseau ainsi que les sorties des neurones de numéro inférieur.
- Sa sortie est connectée aux entrées de tous les neurones de numéro supérieur.

- *Les réseaux de neurones à couche :*

Dans une architecture de réseaux à couches, les neurones cachés sont organisés en couches, les neurones d'une même couche n'étant pas connectés entre eux. De plus les connexions entre deux couches de neurones non consécutives sont éliminées.

Une telle architecture est historiquement très utilisée, surtout en raison de sa pertinence en classification.

Il est à rappeler que dans un réseau de neurones non bouclé, le temps ne joue aucun rôle fonctionnel : si les entrées sont constantes, les sorties le sont également. Le temps nécessaire pour le calcul de la fonction réalisée par chaque neurone est négligeable et on peut considérer ce calcul comme instantané.

Pour cette raison, les réseaux non bouclés sont souvent appelés « réseaux statiques », par opposition aux réseaux bouclés ou « dynamiques ». Ils sont utilisés en classification, reconnaissance des formes (caractères, parole, ...), en prédiction

III. 6.2. Réseaux de neurones bouclés (dynamiques ou récurrents) :

L'architecture la plus générale pour un réseau de neurones est le « réseau bouclé », dont le graphe des connexions est cyclique : lorsqu'on se déplace dans le réseau en suivant le sens des connexions, il est possible de trouver au moins un chemin qui revient à son point de départ (un tel chemin est désigné sous le terme de « cycle »). La sortie d'un neurone du réseau peut donc être fonction d'elle-même ; cela n'est évidemment concevable que si la notion de temps est explicitement prise en considération.

Ainsi, à chaque connexion d'un réseau de neurones bouclé (ou à chaque arête de son graphe) est attaché, outre un poids comme pour les réseaux non bouclés, un retard, multiple entier (éventuellement nul) de l'unité de temps choisie. Une grandeur, à un instant donné, ne pouvant pas être fonction de sa propre valeur au même instant, tout cycle du graphe du réseau doit avoir un retard non nul.

Les connexions récurrentes ramènent l'information en arrière par rapport au sens de propagation défini dans un réseau multicouche. Ces connexions sont le plus souvent locales. Pour éliminer le problème de la détermination de l'état du réseau par bouclage, on introduit sur chaque connexion « en retour » un retard qui permet de conserver le mode de fonctionnement séquentiel du réseau **Figure (III.9)**.

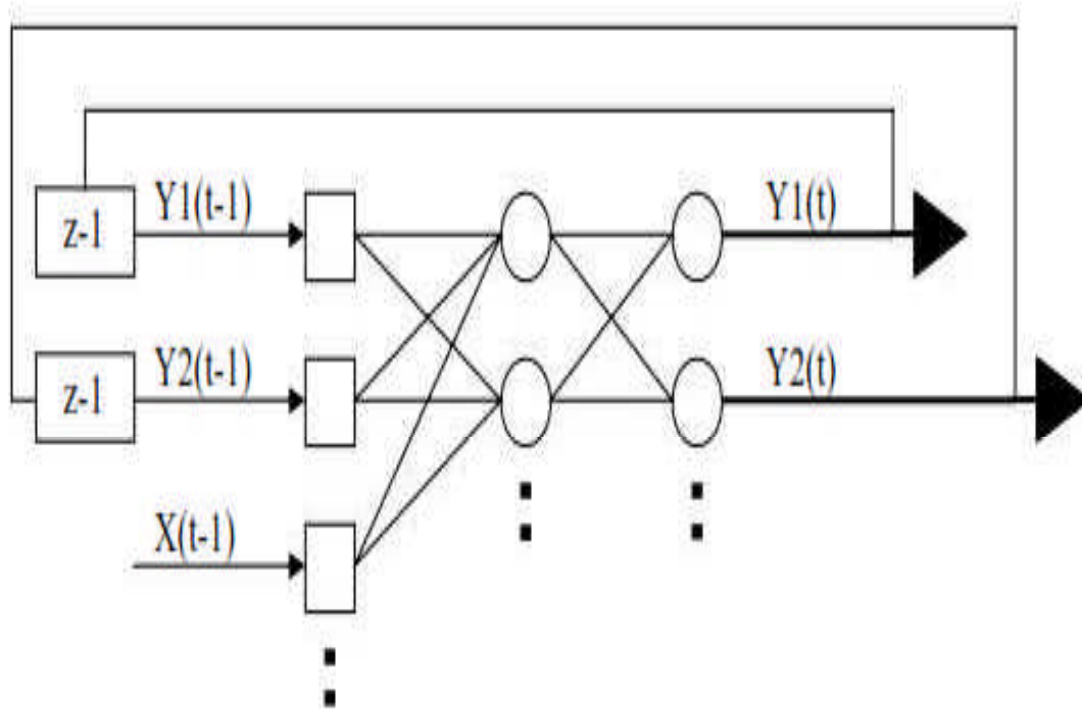


Figure (III.9) : Réseau de neurone bouclé

Le graphe des connexions de réseaux récurrents est cyclique. Ces réseaux sont décrits par un système d'équations aux différences

- *Forme canonique des réseaux récurrents :*

Il a été démontré [Nerrand et al., 1993] que tout réseau bouclé peut être mis sous une forme particulière, appelée forme canonique, qui est la représentation d'état minimale de la fonction réalisée par ce réseau. Cette forme canonique est constituée d'un graphe acyclique, et de connexions à retard unité reliant certaines sorties de ce graphe à ses entrées. La fonction réalisée par un réseau de neurones ayant cette structure particulière est décrite par les équations aux différences suivantes :

$$x(k+1) = F(x(k), u(k+1)) \quad (III.7)$$

$$y(k+1) = \Psi(x(k+1), u(k+1)) \quad (III.8)$$

Où $x(k)$ est le vecteur d'état à l'instant k , $u(k)$ est le vecteur des variables de commande exogènes, $y(k)$ le vecteur des sorties, Ψ et F sont deux fonctions qui dépendent de la structure de la partie acyclique du réseau.

III. 7.Apprentissage des réseaux de neurone artificiels :

On appelle «apprentissage» des réseaux de neurones la procédure qui consiste à estimer les paramètres des neurones du réseau, afin que celui-ci remplisse au mieux la tâche qui lui est affectée.

Il existe de nombreux types de règles d'apprentissage qui peuvent être regroupées en trois catégories : les règles d'apprentissage supervisé, non supervisé, et hybride. Mais l'objectif fondamental de l'apprentissage reste le même : soit la classification, l'approximation de fonction ou encore la prévision. Dans l'optique de la prévision, l'apprentissage consiste à extraire des régularités (à partir des exemples) qui peuvent être transférées à de nouveaux exemples.

III. 7.1. Apprentissage supervisé [18] :

Dans l'apprentissage supervisé, on présente à l'ordinateur des exemples sous la forme de paires (entrée, sortie désirée).

Dans ce type d'apprentissage, on fournit au réseau de neurones la donnée à traiter mais aussi la sortie attendue. Le réseau effectue une évaluation de la donnée, puis compare la valeur obtenue avec la valeur désirée. Il va ensuite modifier ses paramètres internes afin de minimiser l'erreur constatée.

L'apprentissage 'supervisé' consiste donc à calculer les coefficients de telle manière que les sorties du réseau de neurones soient, pour les exemples utilisés lors de l'apprentissage, aussi proches que possibles des sorties 'désirées', qui peuvent être : la classe d'appartenance de la forme que l'on veut classer. La valeur de la fonction que l'on veut approcher ou de la sortie du processus que l'on veut modéliser, ou encore la sortie souhaitée du processus à commander. Il est habituel de le présenter en utilisant le paradigme du professeur et de l'élève.

De façon conceptuelle, on admet qu'il existe un professeur qui connaît la relation exacte entre toutes les entrées et leurs sorties, mais le réseau (élève) ne connaît pas cette relation. Si l'élève et le professeur sont exposés à une même entrée, le professeur est capable d'indiquer à l'élève la réponse désirée.

Les paramètres (dans le cas des réseaux de neurones, le nombre de neurones et les poids) de l'élève doivent être ajustés pour donner la même réponse que celle du professeur. Cet ajustement, l'apprentissage, est réalisé en général de façon itérative, en minimisant une mesure de l'erreur, jusqu'à ce que le réseau élève puisse émuler aussi bien que possible le professeur.

La plupart des algorithmes d'apprentissage des réseaux de neurones sont des algorithmes d'optimisation : ils cherchent à minimiser, par des méthodes d'optimisation non linéaire, une fonction de coût, qui constitue une mesure de l'écart entre les réponses réelles du réseau et ses réponses désirées.

Cette optimisation se fait de manière itérative, en modifiant les poids en fonction du gradient de la fonction de coût : le gradient est estimé par une méthode spécifique aux réseaux de neurones, dite méthode de rétro propagation, puis il est utilisé par l'algorithme d'optimisation proprement dit. Les poids sont initialisés aléatoirement avant l'apprentissage puis modifiés itérativement, jusqu'à obtention d'un compromis satisfaisant entre la précision de l'approximation sur l'ensemble d'apprentissage et la précision de l'approximation sur un ensemble de validation, distinct du précédent.

Contrairement à des affirmations mainte fois répétées, l'apprentissage des réseaux de neurones n'est pas spécialement lent : il existe des algorithmes d'optimisation non linéaire extrêmement rapides qui permettent de faire des développements industriels sur de simples PC. Le but fondamental de l'apprentissage est de bien généraliser à de nouveaux cas.

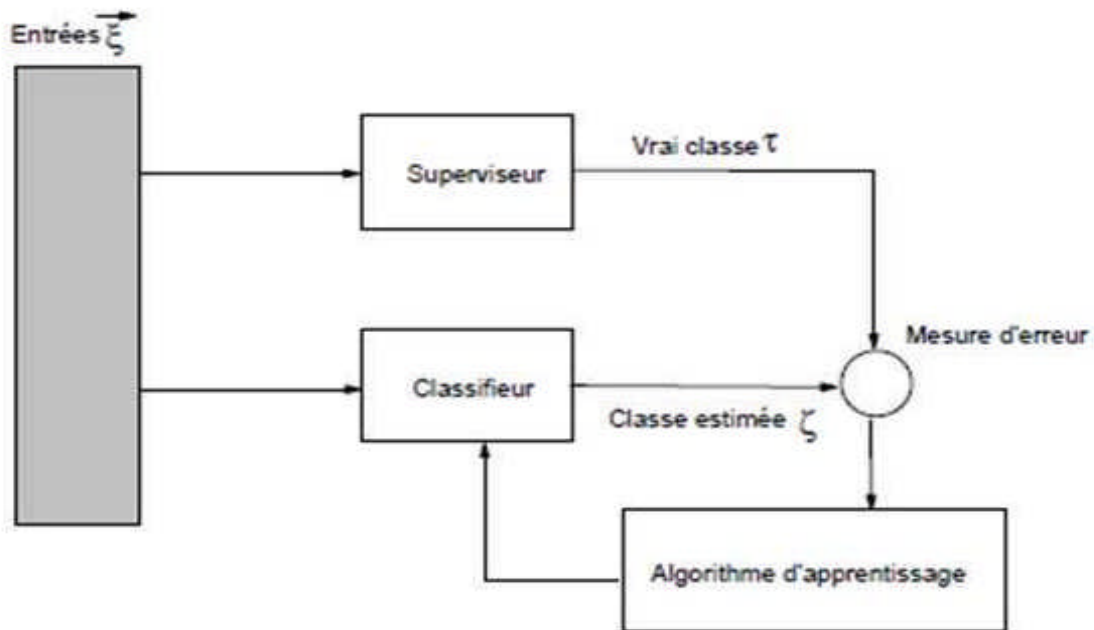


Figure (III.10): Réseau à apprentissage supervisé

III. 7.2. Apprentissage non supervisé [19] :

Dans ce type d'apprentissage, aucune information n'est fournie au réseau en plus des données à apprendre. Celui-ci est amené à découvrir la structure sous-jacente des données afin de les organiser en clusters. L'apprentissage non-supervisé correspond au cas où aucune cible n'est prédéterminée.

Ainsi, l'ensemble d'entraînement ne contient que des entrées et ne définit pas explicitement la nature de la fonction (f) qui doit être retournée par l'algorithme d'apprentissage. C'est plutôt l'utilisateur qui doit spécifier le problème à résoudre.

Pour ce problème, (f) doit fournir une estimation de la fonction de densité ou de probabilité de la distribution ayant généré les éléments d'entrées. Pour le problème de la classification les cartes auto-organisatrices de **Kohonen** sont utilisées dans les réseaux de neurones artificiels.

Dans l'apprentissage non supervisé, le réseau modifie ses paramètres en tenant compte seulement des informations locales. Ces méthodes n'ont pas besoins de sorties désiréespréétablies. Les réseaux utilisant cette technique sont appelés réseaux à dynamique autonome et sont considérés comme des détecteurs de régularité, car le réseau apprend en détectant les régularités dans la structure des motifs d'entrée et produit la sortie la plus satisfaisante.

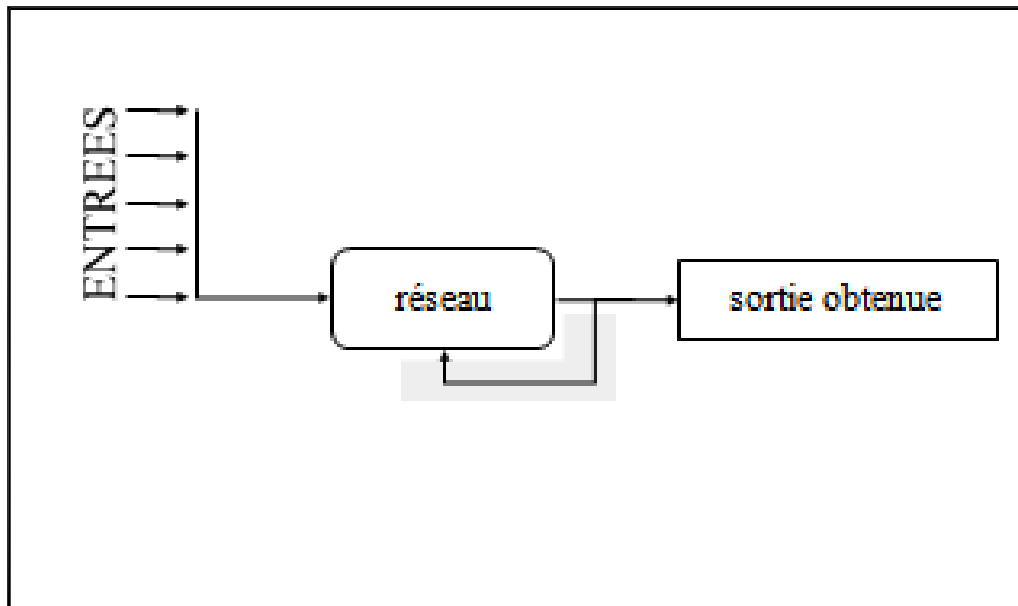


Figure (III.11) :Réseau à apprentissage non supervisé

III. 7.3. L'apprentissage hybride :

Ce type d'apprentissage est plus rare et est encore mal exploré, cette approche combine des méthodes numériques (réseaux de neurones, algorithmes génétiques) et des méthodes symboliques. Certains auteurs utilisent le terme d'apprentissage hybride pour parler d'un couplage 'supervisé non supervisé'; dans ce cas, ils agissent d'un réseau qui met en parallèle ou en série un réseau entraîné en mode supervisé et un autre en mode non supervisé.

III. 7.4. Règles d'apprentissage des réseaux de neurones artificiels [12] :

L'apprentissage est une phase du développement d'un réseau de neurones durant laquelle le comportement du réseau est modifié jusqu'à l'obtention du comportement désiré. Cette modification consiste à changer les poids de connexions entre les neurones en suivant certaines. La loi de **Hebb** (1949) s'applique aux connexions entre neurones, comme le représenté la figure suivante :



Figure (III.12) : Règle d'apprentissage

(*i*) le neurone amont, (*j*) le neurone aval et (w_{ij}) le poids de la connexion.

Elle s'exprime de la façon suivante :

"Si 2 cellules sont activées en même temps alors la force de la connexion augmente".

La modification de poids dépend de la Co activation des neurones pré synaptique et post synaptique.

x_i et x_j : sont respectivement les valeurs d'activation des neurones *i* et *j*.

∂w_{ij} : (dérivée partielle du poids) correspond à la modification de poids réalisée.

La loi de **Hebb** peut être modélisée par les équations suivantes :

$$w_{ij}(t+1) = w_{ij}(t) + \partial w_{ij}(t) \quad (III.9)$$

$w(t+1)$: Est le nouveau poids

$w_{ij}(t)$: Est l'ancien poids

$\partial w_{ij}(t) = x_i \cdot X_j$ (l'activité est modélisée comme le produit des deux valeurs d'activation)

III. 7.5. Algorithme d'apprentissage [18] :

L'algorithme d'apprentissage modifie de façon itérative (petit à petit) les poids pour adapter la réponse obtenue à la réponse désirée. Il s'agit en fait de modifier les poids lorsqu'il y a seulement une erreur.

1. Initialisation des poids et du seuil S à des valeurs (petites) choisies au hasard.
2. Présentation d'une entrée $El = (e1, \dots, en)$ de la base d'apprentissage.
3. Calcul de la sortie obtenue x pour cette entrée :

$$a = \sum (Wi \cdot e) - S \text{ (III.12)}$$

La valeur de seuil est introduite ici dans le calcul de la somme pondérée

$$x = \text{signe}(a) : \begin{cases} \text{si } a > 0 \text{ alors } x = +1 \\ \text{sinon } a \leq 0 \text{ alors } x = -1 \end{cases}$$

4. Si la sortie (x) est différente de la sortie désirée (d) pour cet exemple d'entrée El alors la modification des poids (μ est une constante positive, qui spécifie le pas de modification des poids) :

$$w_{ij}(t+1) = w_{ij}(t) + \mu \cdot (x_i \cdot x_j) \text{ (III.11)}$$

5. Tant que tous les exemples de la base d'apprentissage ne sont pas traités correctement (i.e. modification des poids), retour à l'étape 2.

III. 8. Conclusion

Aujourd'hui, on retrouve les réseaux de neurones solidement implantés dans diverses industries, entre autres : dans les milieux financiers, pour la prédiction des fluctuations de marché ; en pharmaceutique, pour analyser le 'QSAR' (Quantitative Structure-Activity Relationship) ; pour la détection de fraudes sur les cartes de crédit et le calcul de cotes de crédit ; dans les départements de marketing de compagnies de diverses industries, pour prévoir le comportement des consommateurs ; en aéronautique, pour la programmation de pilotes automatiques.

Les applications sont nombreuses et partagent toutes un point commun essentiel à l'utilité des réseaux de neurones : les processus pour lesquels, on désire émettre des prédictions comportent de nombreuses variables explicatives et, surtout, il existe éventuellement des dépendances non linéaires de haut niveau entre ces variables qui, si elles sont découvertes et exploitées, peuvent servir à l'amélioration de la prédiction du processus.

Dans le prochain chapitre, nous allons exploiter la capacité d'apprentissage et d'approximation des réseaux de neurones, en les combinant avec la commande par mode glissant, afin de mettre en œuvre une loi de commande robuste.

Implémentation et Simulation

IV. 1. Introduction

L'objectif de la loi de commande par mode glissant est de contraindre les trajectoires d'état du système à atteindre et ensuite à rester sur la surface de glissement malgré la présence d'incertitudes sur le système.

Dans ce chapitre, nous mettons en œuvre une loi de commande robuste. Elle se fait en deux étapes. Dans la première étape, nous utilisons la condition de la commande par mode glissant pour élaborer l'approche proposée. Son inconvénient est le phénomène de Chattering qui conduit à l'instabilité du système et à la destruction des actionneurs.

Dans la deuxième étape, nous exploitons les réseaux de neurones pour remédier au problème de Chattering, tout en gardant les avantages de la commande par mode glissant.

L'approche proposée est appliquée pour commander un pendule inversé. Elle contrôle simultanément le déplacement horizontal du chariot par rapport au centre de rail de guidage et le mouvement angulaire de la tige.

IV.2. Mise en œuvre de la loi de commande par mode glissant-neuronal :

Dans cette section, on s'intéresse à la mise en œuvre d'une loi de commande par mode glissant-neuronal. Cette approche sera appliquée sur un système non linéaire, incertain et instable, qui est un pendule inversé. Elle se fait en deux étapes :

IV. 2.1. Etape 1 :

Cette étape consiste à concevoir une loi de commande par mode glissant, en utilisant le second théorème de **Lyapunov**.

Le modèle dynamique du pendule inversé considéré est donné par l'équation suivante :

$$(m + M)\ddot{x} + b\dot{x} + ml\ddot{\theta} \cos(\theta) - ml\dot{\theta} \sin(\theta) = u_{(IV.1)}$$

$$(I + ml^2)\ddot{\theta} - mgl\sin(\theta) + ml\ddot{x} \cos(\theta) + d\dot{\theta} = 0_{(IV.2)}$$

Le vecteur d'état du système pendulaire (pendule-chariot) est choisi de la manière suivante :

$$X = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T. (IV.3)$$

Où : x_1 et x_2 représentent la position du chariot et sa vitesse, respectivement.

x_3 et x_4 représentent l'angle du pendule et sa vitesse angulaire, respectivement.

Tels que :

$$x_1 = x \text{ et } x_2 = \dot{x}$$

$$x_3 = \theta \text{ et } x_4 = \dot{\theta}$$

La dynamique du système en mode de glissement est déterminée uniquement par le choix des coefficients de la surface de glissement.

Pour choisir la surface de glissement, nous avons opté pour la forme de **J.J. Slotine** :

$$s(x, t) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda \right)^{r-1} e (IV.4)$$

Avec :

$s(x, t)$: est la surface de glissement.

e : erreur sur la grandeur à commander, c'est la différence entre la valeur de la variable mesurée x et sa valeur désirée x_d .

Cette erreur est donnée par :

$$e = x - x_d (IV.5)$$

r : désigne le degré relatif du système par rapport à la surface de glissement.

λ : Constante positive.

Définissons deux surfaces de glissement :

$$s_1 = \dot{e}_1 + \lambda_1 e_1 \text{ (IV.6)}$$

$$s_2 = \dot{e}_2 + \lambda_2 e_2 \text{ (IV.7)}$$

$$\text{Avec : } e_1 = x - x_d \text{ et } e_2 = \theta - \theta_d$$

$$\dot{e}_1 = \dot{x} - \dot{x}_d \text{ et } \dot{e}_2 = \dot{\theta} - \dot{\theta}_d$$

Réécrivons l'équation, qui décrit le modèle dynamique du pendule inversé considéré, de la manière suivante :

$$\mathfrak{N}(\theta, x) \begin{Bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{x} \end{Bmatrix} + \mathfrak{C}(\theta, \dot{\theta}, x, \dot{x}) + \mathfrak{F}_d(\theta, x) = \mathfrak{u} \text{ (IV.8)}$$

Avec :

\mathfrak{N} : Matrice d'inertie.

\mathfrak{C} : Matrice de Coriolis et de centrifuge.

\mathfrak{F}_d : Perturbation.

\mathfrak{u} : Commande appliquée sur le système.

On considère la fonction de **Lyapunov** suivante :

$$V = \frac{1}{2} \mathfrak{s}^T \mathfrak{N} \mathfrak{s} \text{ (IV.9)}$$

Cette fonction est définie positive de manière évidente.

D'après l'équation (IV.9), nous avons :

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \dot{\mathfrak{s}}^T \mathfrak{N} \mathfrak{s} + \frac{1}{2} \mathfrak{s}^T \dot{\mathfrak{N}} \mathfrak{s} + \frac{1}{2} \mathfrak{s}^T \mathfrak{N} \dot{\mathfrak{s}}$$

Ce qui donne :

$$\dot{V} = s^T \mathfrak{N} \dot{s} + \frac{1}{2} s^T \dot{\mathfrak{N}} s \quad (IV.10)$$

Pour élaborer la loi de commande par mode glissant, nous utilisons une propriété intéressante entre les matrices \mathfrak{N} et C du système (IV.8). La matrice $\dot{\mathfrak{N}} - 2C$ est antisymétrique, elle vérifie :

$$x^T (\dot{\mathfrak{N}} - 2C) x = 0, \forall x \neq 0. \quad (IV.11)$$

Lorsqu'on utilise cette propriété, l'équation (IV.10) devient comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s^T (\mathfrak{N} \dot{s} + Cs) \\ &= s^T [(u - \mathfrak{N}(\ddot{\theta}_d - \lambda \dot{e}) - C(\dot{\theta}_d - \lambda e) - F_d)] \\ &= s^T (u + (\mathfrak{N} \lambda \dot{e} + C \lambda e) - F_d - \mathfrak{N} \ddot{\theta}_d - C \dot{\theta}_d) \quad (IV.12) \end{aligned}$$

La commande u est choisie telle que :

$$u = -\mu - k_c \text{sign}(s) \quad (IV.13)$$

$$\text{Où : } \mu = \mathfrak{N} \lambda \dot{e} + C \lambda e$$

$k_c = \text{diag} [k_{c11}, k_{cii}, \dots, k_{cnn}]$ Avec k_{cii} ($i = 1, \dots, n$) est une constante positive.

On pose :

$$B = \mathfrak{N} \ddot{\theta}_d + C \dot{\theta}_d \quad (IV.14)$$

En remplaçant u et B par leurs valeurs, on obtient l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s^T (-F_d - B - k_c \text{sign}(s)) \\ &= \sum_{i=1}^n s_i (-F_{di} - B_i - k_{cii} \text{sign}(s_i)) \quad (IV.15) \end{aligned}$$

Le gain k_{cii} est choisi de manière à satisfaire la condition de glissement $\dot{V} < 0$ et assurer la convergence en temps fini vers la surface de glissement. Il doit être pris suffisamment grand.

Le pendule inversé est un système sous-actionné, c.à.d. qu'il est soumis uniquement à une seule entrée de commande pour contrôler deux variables, la position du chariot et l'angle de la tige. Cette commande possède deux composantes u_1 et u_2 . Elle est calculée comme suit :

$$u = \varphi_1 u_2 - \varphi_2 u_1 \text{ (IV.16)}$$

Où φ_1 et φ_2 sont des constantes positives.

- **Simulation et interprétation :**

Le terme discontinu dans la commande implique la présence du phénomène de Chattering. Pour tester les performances du contrôleur mis au point, nous l'avons appliqué sur un pendule inversé. Nous avons effectué un test par simulation sur Matlab.

Dans ce test, nous avons amené le système aux conditions initiales suivantes :

$$x_1(0) = 0.7 \text{ m et } x_3(0) = -0.6 \text{ rad}$$

Pour ce qui concerne la perturbation, nous avons effectué une variation paramétrique sur la matrice d'inertie \mathcal{M} en la multipliant par 150.

Les résultats de la simulation donnent les graphes suivants :

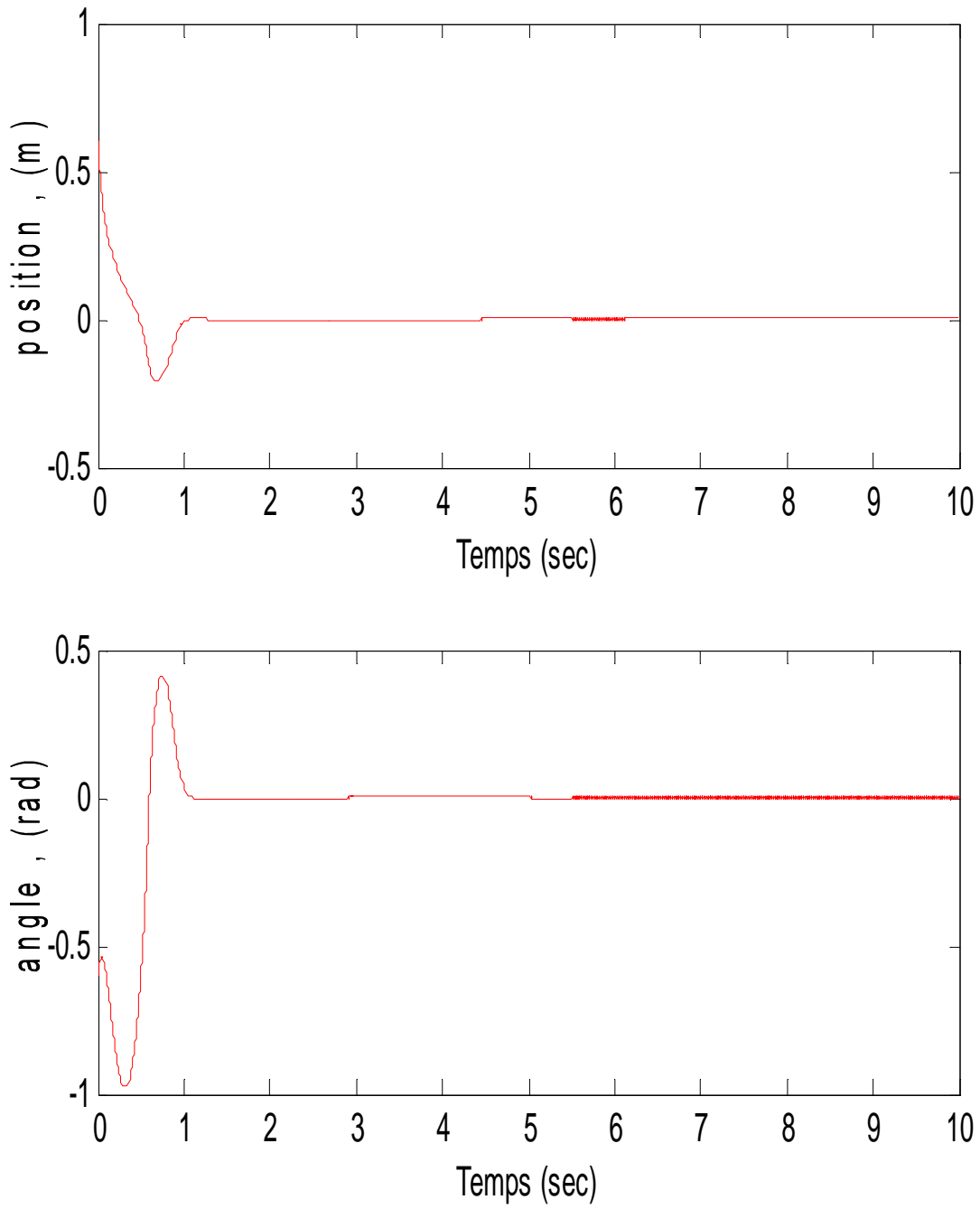


Figure (IV.1) : Position de chariot et angle du pendule

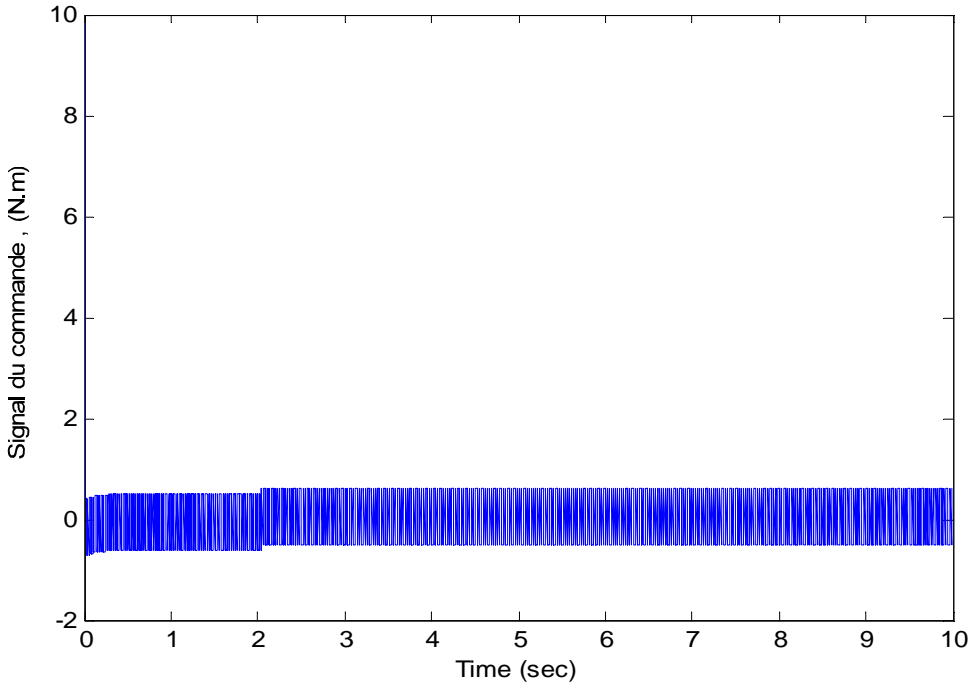


Figure (IV.2) : Signal de la commande

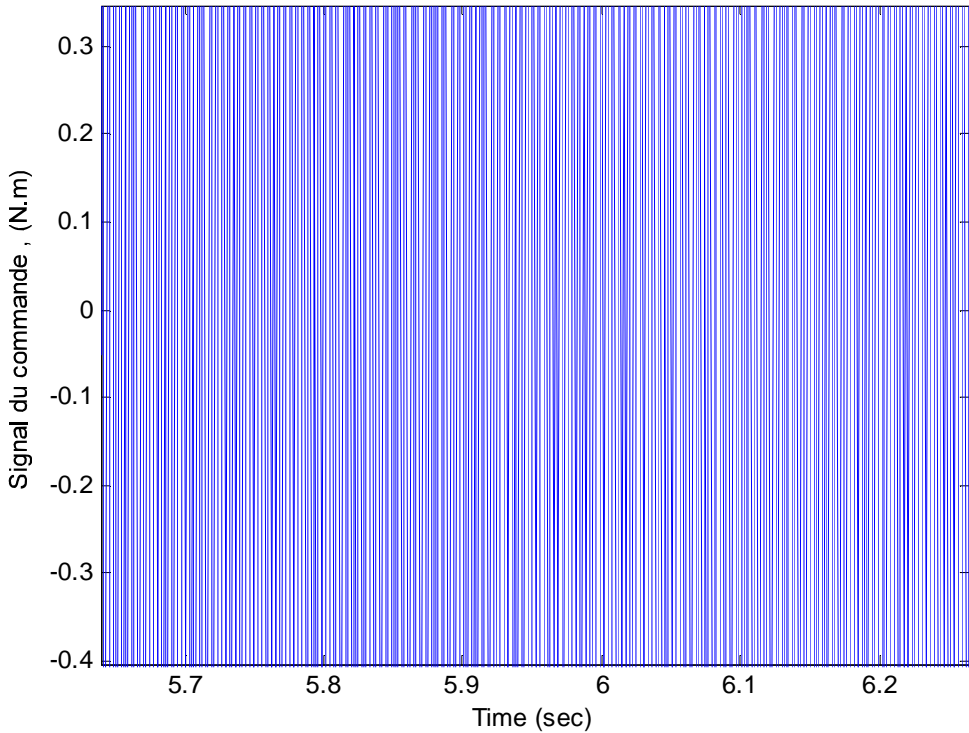


Figure (IV.3) : Zoom de la commande

La **Figure (IV.1)** montre clairement que le chariot et la tige rejoignent le point d'équilibre en un temps fini. La position du chariot atteint l'origine en un temps de réponse de 1.2 s. L'angle de pendule rejoint zéro au bout d'un temps de réponse de 1 s. La **Figure (IV.2)** donne le signal de commande qui est plein de Chattering. Ce broutement est clairement illustré par le zoom du signal de commande par la **Figure (IV.3)**.

On peut conclure que, malgré la présence du phénomène de Chattering, le contrôleur est capable de stabiliser le système.

IV.2.2. Etape 2 :

Dans cette étape, on s'intéresse à l'introduction des réseaux de neurones, afin d'éliminer le phénomène de broutement tout en gardant les avantages de la commande par mode glissant.

- **Couche 1** : C'est la couche d'entrée. Chaque neurone correspond à une variable d'entrée x_i . Elle est exprimée par :

$$O_i^1 = x_i \quad , i = 1 \dots 2. \quad (IV.17)$$

- **Couche 2** : C'est la couche cachée. Elle est donnée comme suit :

$$O_j^2 = G_j = \frac{1 - e^{-I_{ij}^2}}{1 + e^{-I_{ij}^2}} \quad (IV.18)$$

Avec : $I_{ij}^2 = \sum_{i=1}^m O_i^1, j = 1 \dots 2.$

- **Couche3** : C'est la couche de sortie. Elle est exprimée par :

$$O_k^3 = y_k = \sum_{j=1}^l w_{ij} O_j^2 \quad (IV.19)$$

w_{ij} Est le poids de connexion, $k = 1 \dots 2.$

$$W = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \dots & W_{1j} \\ W_{21} & W_{22} \dots & W_{2j} \end{bmatrix} \quad (IV.20)$$

La sortie de la commande par mode glissant-neuronal peut être écrite comme suit :

$$Y = w \mathbf{O}_j^2 \quad (IV.21)$$

L'incertitude F_d sur le système s'écrit comme suit :

$$F_d = Y + \varepsilon \quad (IV.22)$$

Où ε est l'erreur d'approximation.

La sortie du contrôleur est exprimée par :

$$u = -s - \mu + (1 + \varphi)wG - B - k'_c \text{sign}(s) \quad (IV.23)$$

Avec : $\varphi > 0$, $k'_c = \bar{\varepsilon} + \alpha$, $\alpha > 0$.

- **Simulations et interprétation**

Pour mettre en évidence l'efficacité de la commande par mode glissant-neuronal, nous avons effectué deux tests par simulation. La perturbation F_d est prise comme une variation paramétrique sur la matrice d'inertie \mathfrak{N} .

- **Test 1 :**

Conditions initiales :

$$x_1(0) = 0.8 \text{ m et } x_3(0) = -0.6 \text{ rad}$$

Les résultats obtenus par simulation sont donnés par les figures suivantes :

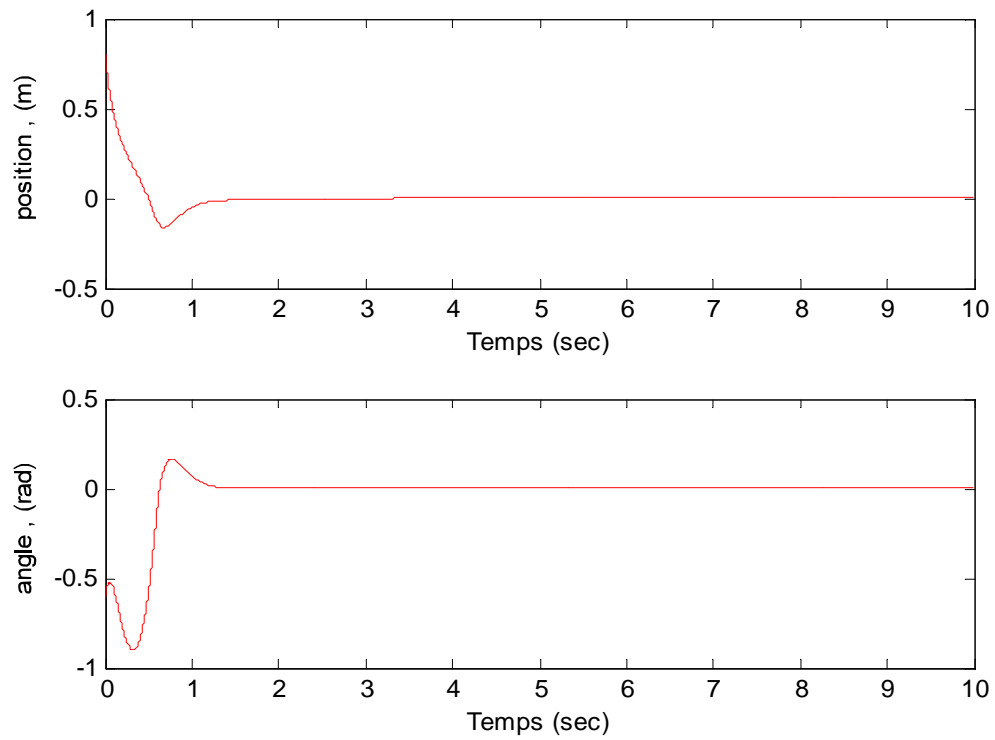
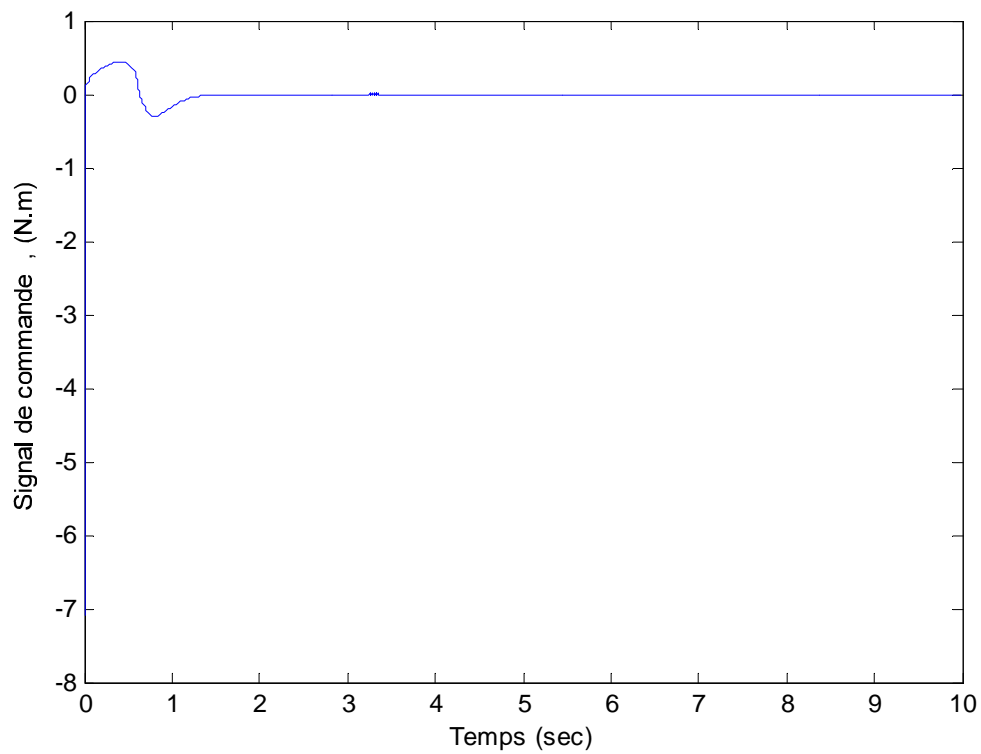


Figure (IV.4) : Position du chariot et angle du pendule



Figure(IV.5) : Singal de la commande

D'après la *Figure (IV.4)*, nous notons que le contrôleur est apte à amener les grandeurs de sortie vers les références désirées. La position du chariot et l'angle du pendule convergent vers l'origine au bout de 1.2 s avec un faible dépassement. Dans la *Figure (IV.5)*, nous remarquons que le signal de commande ne présente pas de chattering. Il converge vers zéro quant les trajectoires d'état désirées sont atteintes.

- **Test 2 :**

Conditions initiales :

$$x_1(0) = -0.1 \text{ m et } x_3(0) = 0.45 \text{ rad}$$

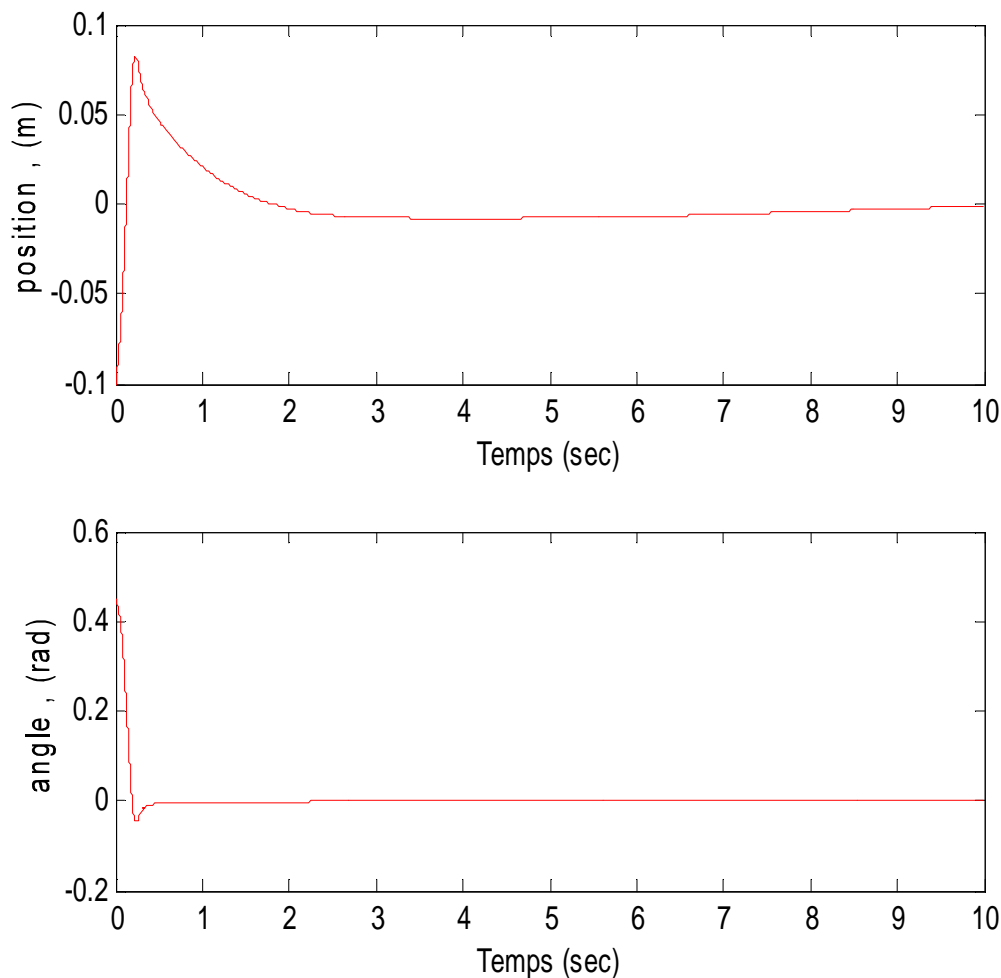


Figure (IV.6) : Position du chariot et angle du pendule

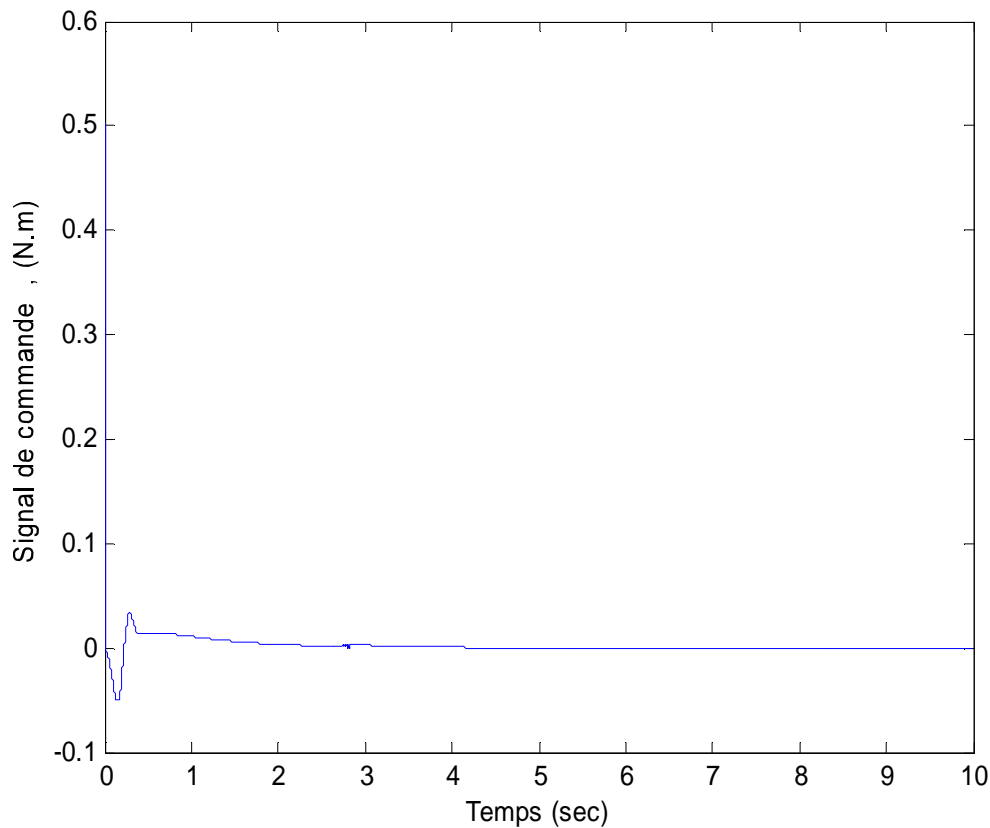


Figure (IV.7) : Signal de commande

Les courbes ci-dessus montrent que toutes les trajectoires d'état convergent vers le point d'équilibre désiré.

La *Figure (IV.6)* nous montre que la position du chariot converge vers zéro au bout de 2 s, avec un dépassement de 0.08 s. L'angle du pendule se stabilise au bout de 0.4 s.

La *Figure(IV.7)* représente le signal de commande qui est lisse et moins énergétique.

D'après ces résultats, nous constatons que le contrôleur arrive à stabiliser le système, en éliminant le phénomène de réticence.

IV. 3. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une loi de commande à base de la commande par mode glissant et des réseaux de neurones, pour une classe de systèmes non linéaires et incertains. Cette approche est appliquée pour commander un pendule inversé.

En conclusion, nous pouvons dire que la commande par mode glissant-neuronal constitue une solution intéressante au problème de la commande de processus perturbés et instables.

Conclusion générale

Conclusion générale

L'objectif de notre travail a été la mise en œuvre d'une commande robuste capable de stabiliser un système classique, bien connu pour sa non linéarité, son instabilité et son couplage ; qui est le pendule inversé. Pour se faire, nous avons exploité la robustesse de la commande par mode glissant et les propriétés d'apprentissage et d'approximation offertes par les réseaux de neurones. Notre modeste contribution a été de combiner ces deux méthodes de commandes pour en tirer de l'une la robustesse et la stabilité puis de l'autre la capacité du choix de plusieurs possibilités grâce à l'apprentissage pour réduire les effets négatifs de la première commande (chattering).

En premier lieu, nous avons décrit les propriétés du système pendulaire inversé, ainsi que sa modélisation dynamique en utilisant les équations d'Euler-Lagrange. Nous avons aussi décrit le banc d'essai qui permet l'étude d'un tel système. Ensuite, nous avons présenté dans ces grandes lignes la commande par mode glissant en définissant les concepts importants de ce type de commande, ainsi que le choix de la surface de glissement. Nous nous sommes étalés dans la description des propriétés de robustesse de cette méthode de commande. Cette partie de notre mémoire a traité aussi l'inconvénient majeur d'une telle méthode pleine de mérite ; le broutement ou le phénomène de réticence. Enfin, nous avons cité les approches les plus courantes dans la littérature du domaine de l'automatique classique qui proposent la solution pour éliminer ou de moins réduire de l'ampleur de ce phénomène si pesant de la commande par mode glissant.

En deuxième lieu, nous avons proposé d'approfondir une approche moderne pour résoudre le problème de broutement, issu de la commande par mode glissant, en introduisant les réseaux de neurones. Nous avons commencé cette partie de notre travail, par les définitions de base des réseaux de neurones, tel que le neurone formel, la fonction d'activation... Nous nous sommes penchés, par la suite, sur les types de réseaux existants, ainsi que les règles d'apprentissage appliquées à ces réseaux.

En dernier lieu, nous avons élaboré une loi de commande basée sur la condition de la commande par mode glissant, en utilisant le second théorème de **Lyapunov**, puis nous avons introduit les réseaux de neurones pour éliminer le phénomène de chattering.

Afin d'illustrer le problème de la commande par mode glissant et de mettre en évidence les performances de la commande par mode glissant neuronal proposée, nous les avons appliquées sur un pendule inversé, en effectuant une série de tests par simulation sous Matlab.

Conclusion générale

- D'abord, sans introduire les réseaux de neurones ; nous avons observé le phénomène de chattering sur le signal de commande.
- Puis, avec l'exploitation des réseaux de neurones ; nous avons réduit, voire supprimé ce problème de chattering, tout en stabilisant le pendule inversé.

Notre travail est loin d'être achevé et beaucoup d'insuffisances subsistent ; le choix des conditions initiales est aléatoire, le choix des poids des fonctions d'activation des réseaux de neurones est arbitraire...l'utilisation d'autres méthodes basées sur l'aspect biologique serait une piste intéressante à explorer pour le choix des conditions initiales.

- [1] : **B.Chahira**, « Implémentation de régulateur fractionnaires pour la stabilisation d'un pendule inversé », Mémoire de magister, université mouloud Mammeri Tizi-Ouzou, Algérie (2012).
- [2] : **F.Lahouazi**, Mise en œuvre d'une stratégie de commande neurofloue : application a un pendule inversé », Mémoire de magister, Université Mouloud Mammeri Tizi-Ouzou, Algérie(2011).
- [3] :**LumayGeoffroy, MichelFabrice**, Etude expérimentale du pendule simple, double et inversé (2002-2003).
- [4] : **D.Sahraoui**, « Identification paramétrique d'un pendule inversé simple par un algorithme génétique, Master, Université Mohamed Khider Biskra, 2014.
- [5] :**M.C.Sosse Alaoui**, « commande et observateur par mode glissant d'un système de pompage et d'un bras manipulateur », Thèse doctorat de l'université de sidi Mohammed ben Abdellah, Fess, 2009.
- [6] :**T.SalgadoJimenez**, « contribution à la commande d'un robot sous-marin autonome de type torpille », Thèse de doctorat, Université de Montpellier II, 2004.
- [7] :**H.Benderradji**, « contribution à la commande robuste de la machine à induction », Thèse de doctorat, Université de Batna, 2004.
- [8] :**V.Bregeaut**, « quelques contributions à la théorie de la commande par modes glissants », Thèse de doctorat, L'école centrale de Nantes, 2010.
- [9] :**A. SiAmmour**, « Contribution à la commande par modes glissants d'ordre fractionnaire », Thèse de doctorat, Université Mouloud Mammeri Tizi-Ouzou, 2011.
- [10] :**DeghboudjImen**, « Commande des systèmes non linéaires par mode glissant », Thèse de doctorat, UniversitéConstantine, 2013.
- [11] : **Thierry Floquet**, « Contribution à la commande par modes glissants d'ordre supérieur, thèse de doctorat, Ecole centrale de Lille, 2000.
- [12] :**Melle Djamila KADOUS** « Utilisation des réseaux de neurones comme outil du datamining : Génération de modèle comportemental d'un processusphysique à partir de données » Mémoire de Master, Université de Tlemcen,Algérie, 2012.

[13] : **Mohamed YessinAMMAR**« Mise en œuvre de réseaux de Neurones pour la modélisation de Cinétique Réactionnelles en Vue de la Transposition Batch/Continu. », Mémoire d'Ingénieur en Génie des Matériaux, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sfax, Tunisie, 2007.

[15] : **Gérald PETITGEAN** « introduction aux réseaux de Neurones », Cour à l'Université de Rouen,France, 2009.

[16] : **Sofiane HAMMOUCHE** « Identification d'un modèle Fractionnaire à l'aide des Réseaux de Neurones », Mémoire de MAGISTER, Université de Tizi-Ouzou, Algérie, 2012.

[17] :**Bernard GOSSELIN** « *PPLICATION DE RESEAUX DE NEURONES ARTIFICIELS A LA RECONNAISSANCE AUTOMATIQUE DE CARACTERES MANUSCRITS* », Thèse de Doctorat, Faculté Polytechnique de Mons, France, 1996.

[18] : **Yann Boniface, Nicolas P. Rougier** « Apprentissage et Mémoires introduction auxréseaux de neurones Artificiels »,Master 1, Sciences Cognitives, Université De Lorraine,France, 2012.

[19] : **Claude TOUZET** « LES RESEAUX DE NEURONES ARTIFICIELSINTRODUCTION AU CONNEXIONNISMECOURS, EXERCICES ET TRAVAUX PRATIQUES »,Laboratoire d'Etudes et Recherche à Nîmes, France, 1992.