

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE.  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique.

UNIVERSITE MOULOUD MAMMARI TIZI-OUZOU



Faculté des Sciences  
Département de Mathématiques



Mémoire de fin d'études

En vue de l'obtention du diplôme de Master 2  
*En Recherche Opérationnelle*  
*Méthodes et Modèles de Décision*

*Thème*

Optimisation de la Distribution des Produits Pétroliers  
(Lubrifiants) au sein de l'Entreprise NAFTAL

**Réalisé par :**

- **Boualem MOKRANE**
- **Ourdia HOCINE**

**Encadré par :**

*M<sup>me</sup> : O. BOUARAB (UMMTO)*  
*M<sup>r</sup> : K. CHABA (NAFTAL)*

Devant le jury d'examen composé de :

Mr Abdelkader MERAKEB (MCA) UMMTO Président

Mme Rezika KHEFFACHE (MAA) UMMTO Examinatrice

Soutenu le 12 / 10 / 2017

# Remerciements

*Nous remercions Dieu Clément et Miséricordieux, tout puissant d'avoir guidé nos pas vers les portes du savoir tout en illuminant notre chemin, et nous avoir donné suffisamment de courage et de persévérance pour mener notre travail à terme.*

*Nous témoignons une reconnaissance particulière pour notre promotrice, que Mme BOUARAB Ouiza reçoive l'expression de toute notre reconnaissance pour ses précieux conseils et orientations.*

*Nous tenons à exprimer notre gratitude à Mr CHABA Kamel notre encadreur de la société, qui a proposé le thème et ouvert les portes pour accomplir ce travail, pour sa disponibilité, ses remarques constructives, temps et patience qu'il nous a accordé.*

*Nos plus sincères remerciements vont aux membres du jury: Mr Abdelkader MERAKEB Et Mme Reziqa KHEFFACHE, de nous avoir honoré en acceptant d'évaluer notre travail.*

*Nous ne saurons oublier le grand mérite des enseignants qui ont contribué à notre cursus particulièrement ceux du département "mathématiques" et qu'ils trouvent ici le témoignage de notre profonde reconnaissance.*

*Nous remercions aussi tous nos camarades du département mathématiques en particulier nos amis de la promotion. Nous leur exprimons notre profonde sympathie et leur souhaitons beaucoup de réussite. Finalement, nous remercions toute personne ayant contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce mémoire.*

# Dédicace

*Je dédie ce travail ...*

*A mes chers parents ma mère **OURIDA** et mon père **AHSENE***

*Aucune dédicace ne saurait exprimer mon respect, mon amour éternel et ma considération pour les sacrifices que vous avez consenti pour mon instruction et mon bien être.*

*Puisse Dieu, le Très Haut, vous accorder santé, bonheur et longue vie et faire en sorte que jamais je ne vous déçoive.*

*A mes chères sœurs **CÉLIA** et **FAIZA***

*Je vous souhaite une vie pleine de bonheur et de succès et que Dieu, le tout puissant, vous protège et vous garde.*

*A la mémoire de ma grand-mère maternelle **FATMA** qu'elle repose en paix.*

*A mon cher oncle et ma tante **RAMDANE** et **FAROUDJA***

*Veillez trouver dans ce travail l'expression de mon respect le plus profond et mon affection la plus sincère.*

*A ma meilleure amie **SARAH***

*En souvenir de notre sincère et profonde amitié et des moments agréables que nous avons passés ensemble.*

*A mon binôme **BOUALEM***

*A ma promo **M2 RO 2017***

**OURDIA**

# Dédicace

*Je dédie ce travail ...*

*A mes chers parents ma mère Ouardia et mon père  
SLIMANE.*

*Aucune dédicace ne saurait exprimer mon respect, mon amour éternel et ma considération pour les sacrifices que vous avez consenti pour mon instruction et mon bien être.*

*Puisse Dieu, le Très Haut, vous accorder santé, bonheur et longue vie et faire en sorte que jamais je ne vous déçoive.*

*A mon cher frère AMAR et mes chères sœurs DHAOUIA,  
HAYAT et DJEDJIGA.*

*Je vous souhaite une vie pleine de bonheur et de succès et que Dieu, le tout puissant, vous protège et vous garde.*

*A mes chers grands parents maternels Slimane et Tassadit.*

*A ma chère grand-mère paternelle Djouher.*

*A la mémoire de mon grand père paternel AMAR qu'il repose en  
paix*

*Veillez trouver dans ce travail l'expression de mon respect le plus profond et mon affection la plus sincère.*

*A mes amis RAFIK, SADEK, MOKRANE et RACHID.*

*A toute la famille MOKRANE, AMAR et LOUNES.*

*A mon binôme OURDIA*

*A ma promo M2 RO 2017*

**BOUALEM**

***Table des matières***

***Introduction générale***.....02

***Chapitre I : Présentation de l'entreprise NAFTAL***

1.1 Introduction..... 05

1.2 Historique et description de l'entreprise.....06

    1.2.1 Création de NAFTAL..... 06

    1.2.2 Missions et objectifs de NAFTAL.....07

    1.2.3 Siège et capital sociale de NAFTAL.....08

1.3 Les produits commercialisés par NAFTAL.....09

1.4 Les moyens de NAFTAL.....09

    1.4.1 Moyens humains.....09

    1.4.2 Moyens financiers.....10

    1.4.3 Moyens matériels.....10

1.5 Organisation générale de NAFTAL..... 11

    1.5.1 La direction générale.....11

    1.5.2 Les directions fonctionnelles.....12

    1.5.3 Les activités opérationnelles.....12

1.6 Branche commercialisation.....13

    1.6.1 Division lubrifiants..... 13

1.7 District CLP.....14

    1.7.1 Présentation du district CLP..... 14

    1.7.2 L'organisation du district commercial de Tizi-Ouzou....15

    1.7.3 Les missions du district CLP.....15

    1.7.4 L'approvisionnement du district CLP.....16

1.8 Généralités et définitions ..... 16

    1.8.1 Chaîne logistique de NAFTAL..... 16

    1.8.3 Distribution des lubrifiants .....17

        1.8.3.1 Circuit de distribution ..... 17

        1.8.3.2 Schéma de distribution .....17

    1.8.4 Les stocks..... 18

1.9 Conclusion.....19

## ***Chapitre II : Problématique et modélisation***

|       |  |    |
|-------|--|----|
| 2.1   | Introduction. . . . .                          | 21 |
| 2.2   | Présentation et position du problème . . . . . | 21 |
| 2.2.1 | Ensemble et type de client. . . . .            | 22 |
| 2.3.2 | Eléments du modèle . . . . .                   | 23 |
| 2.3   | Modélisation mathématique. . . . .             | 23 |
| 2.3.1 | Définitions des constantes. . . . .            | 23 |
| 2.3.2 | Notation. . . . .                              | 23 |
|       | I) Le produit E. . . . .                       | 24 |
|       | I.1 Variable . . . . .                         | 24 |
|       | I.2 Les contraintes . . . . .                  | 24 |
|       | I.3 Fonction objectif . . . . .                | 25 |
|       | II) Le produit D. . . . .                      | 26 |
|       | II.1 Variable . . . . .                        | 26 |
|       | II.2 Les contraintes . . . . .                 | 26 |
|       | II.3 Fonction objectif . . . . .               | 27 |
| 2.4   | Conclusion . . . . .                           | 28 |

## ***Chapitre III : Méthode de résolution***

|         |  |    |
|---------|--|----|
| 3.1     | Introduction. . . . .                          | 30 |
| 3.2     | Concept d'optimisation. . . . .                | 30 |
| 3.3     | Méthode de résolution. . . . .                 | 31 |
| 3.3.1   | Modèle de la programmation linéaire. . . . .   | 32 |
| 3.3.2   | Qu'est ce qu'un programme linéaire ? . . . . . | 33 |
| 3.3.3   | Définitions. . . . .                           | 34 |
| 3.4     | Le choix de la méthode de résolution. . . . .  | 36 |
| 3.5     | Méthode exacte. . . . .                        | 36 |
| 3.5.1   | La méthode du simplexe. . . . .                | 37 |
|         | 3.5.1.1 Principe. . . . .                      | 37 |
|         | 3.5.1.2 Algorithme. . . . .                    | 37 |
|         | 3.5.1.3 Organigramme. . . . .                  | 38 |
| 3.5.2   | La construction du dual . . . . .              | 38 |
| 3.6     | Problème de transport. . . . .                 | 39 |
| 3.6.1   | Position du problème. . . . .                  | 40 |
| 3.6.2.1 | Propriétés du problème de transport . . . . .  | 41 |

|         |   |    |
|---------|---|----|
| 3.6.2   | Résolution du problème de transport. . . . .                      | 43 |
| 3.6.3.1 | méthodes de recherche d'une solution de base<br>initiale. . . . . | 44 |
| I.1     | Méthode du coin nord ouest. . . . .                               | 44 |
| II.2    | Méthode de l'élément minimal. . . . .                             | 45 |
| 3.6.4   | Calculs des variables duales et des coûts marginaux. . . . .      | 46 |
| 3.6.5   | Critère d'optimalité. . . . .                                     | 48 |
| 3.6.6   | Amélioration de la solution. . . . .                              | 48 |
| 3.6.7   | Déséquilibre dans le problème de transport. . . . .               | 50 |
| 3.6.8   | La dégénérescence dans le problème de transport. . . . .          | 51 |
| 3.7     | Conclusion . . . . .  | 51 |

***Chapitre IV : Application numérique***

|         |   |    |
|---------|---|----|
| 4.1     | Introduction . . . . .  | 53 |
| 4.2     | Implémentation du problème de transport. . . . .                    | 53 |
| 4.2.1   | Exemple d'application. . . . .                                      | 53 |
| 4.2.2   | Enoncés . . . . .   | 53 |
| 4.2.3   | Résolution du problème en utilisant logiciel Visual Xpress. . . . . | 55 |
| 4.2.3.1 | Présentation logiciel Visual Xpress. . . . .                        | 55 |
| 4.2.3.2 | Résolution du problème d'application . . . . .                      | 57 |
| a)      | Produit E . . . . .   | 57 |
| b)      | Produit D . . . . .   | 59 |
| 4.3     | Conclusion. . . . .   | 61 |

**Conclusion général.....63**

**Bibliographie .....65**



# Introduction Générale

---

## ***Introduction Générale***

Depuis le début de l'histoire de l'humanité, l'homme a toujours été confronté à des situations où il doit décider quelle action va-t-il entreprendre afin qu'il puisse tirer le meilleur résultat dans différentes circonstances.

Dans l'économie mondiale, l'énergie est indiscutablement considérée comme générateur de base de tout processus de production et de consommation. En Algérie, les produits pétroliers restent le principal vecteur de la consommation énergétique, c'est à dire qu'ils occupent la grande partie dans le système de consommation national avec ses différentes composantes : l'industrie, le résidentiel et le transport. Depuis l'indépendance, les hydrocarbures ont toujours eu une place prépondérante dans le développement des autres secteurs.

NAFTAL (Entreprise Nationale de Commercialisation des Produits Pétroliers), filiale de SONATRACH (Société Nationale de Transport et de la Commercialisation des Hydrocarbures), s'occupe exclusivement des activités de la commercialisation des produits pétroliers sur tout le territoire national. Les coûts de transport de ces produits (approvisionnement, ravitaillement et livraison) représentent une part importante des charges d'exploitation.

Les professionnels de la distribution font de plus en plus appel à des techniques de la Recherche Opérationnelle pour faciliter la planification des opérations de transport de façon à pouvoir faire face à la demande et proposer ainsi des solutions.

La commercialisation et la distribution des produits pétroliers, sont des activités logistiques qui sont constituées de plusieurs maillons (dépôt, entrepôt, centre de production, moyen de transport,...etc) qui sont liées entre eux par des échanges de produits depuis l'extraction du pétrole, suivi de son traitement au niveau des raffineries jusqu'à la disposition des consommateurs.

Lors de la distribution de ces produits, NAFTAL enregistre annuellement des taux considérables de pertes (coûts de transport) qui créent un déséquilibre à son portefeuille financier. Ainsi elle se trouve confrontée devant un problème qui consiste à la réduction de ses taux. C'est dans cette optique que nous a été proposé notre thème qui s'intitule :

« *Optimisation de la Distribution des Produits Pétroliers (Lubrifiants)* ».

La méthode proposée, fait appel à des techniques de la Recherche Opérationnelle ainsi qu'à des théories de mathématiques.

*L'objectif de notre étude est de définir un programme d'optimisation de distribution des produits (lubrifiants) en minimisant les coûts de transport.*

Dans le cadre de ce travail, quatre chapitres seront présentés :

- ❖ Le premier chapitre, est consacré à une brève présentation de la société NAFTAL.
- ❖ Le second chapitre traite la problématique et introduit sa formulation mathématique.
- ❖ Le troisième chapitre présente quelques méthodes de résolution.
- ❖ Le quatrième chapitre traite l'implémentation de l'application.

Puis nous achèverons notre travail par une conclusion générale.

# CHAPITRE I

---

Présentation de l'Entreprise

NAFTAL



**FIG. 1.1** – *Présentation de l'Entreprise NAFTAL*

## ***1.1 Introduction***

En Algérie, les produits pétroliers restent le principal vecteur de la consommation énergétique, c'est à dire qu'ils occupent la grande partie dans le système de consommation national avec ses différentes composantes : l'industrie, domestique et le transport.

Depuis l'indépendance, les hydrocarbures ont toujours eu une place prépondérante dans le développement des autres secteurs.

L'Algérie est un pays à la fois producteur, exportateur et consommateur de cette ressource naturelle qui joue un rôle primordial dans son économie.

Dans le but d'assurer le bon déroulement et dans les meilleures conditions, la gestion des hydrocarbures a été confiée à l'entreprise **SONATRACH** (**S**ociété **N**ationale de **T**ransport et de la **C**ommercialisation des **H**ydrocarbures) qui s'est restructurée en plusieurs filiales ayant chacune des tâches spécifiques, tel que

**NAFTEC** (Société Nationale de Raffinage du Pétrole) et **NAFTAL** (Entreprise Nationale de Commercialisation des Produits Pétroliers).

Dans ce chapitre, nous allons d'abord présenter l'entreprise NAFTAL où nous avons effectué notre stage pratique, à savoir son historique et la création de la société, puis mentionner les missions qu'elle effectue auprès de ses différentes stations. Nous allons aussi présenter l'organisation de l'entreprise à travers son organigramme général.

## ***1.2 Historique et description de l'entreprise***

### ***1.2.1 Création de NAFTAL***

En **1963**, l'Algérie a créé la **Société Nationale de Transport et de la Commercialisation des Hydrocarbures SONATRACH** qui exerçait auprès des sociétés étrangères (CONCORD, BRITICH pétrolier).

En **1965**, l'Algérie décida de nationaliser le secteur des hydrocarbures, et ainsi SONATRACH est devenue propriétaire de tous gisements et détenait la production du pétrole et du gaz à 100 %.

Issue de **SONATRACH**, l'entreprise **ERDP** (Entreprise de Raffinage et de Distribution des produits Pétroliers) a été créée par le décret n° **80/101** du **06 avril 1980** et entrée en activité le **01 janvier 1982** [12], mais elle a été restructurée et modifiée par le décret n° **87/189** du **27 août 1987** en deux entreprises :

**NAFTEC** : chargée du raffinage du pétrole pour mission d'organiser, créer, promouvoir et développer l'industrie du raffinage.

**NAFTAL** : chargée de la commercialisation et la distribution des produits pétroliers et dérivés.

A partir de **1998**, **NAFTAL** change de statut et devient société par action filiale à 100 % de SONATRACH avec un capital social de **6,5 milliards** de dinars qui évolua à nos jours à **15,65 milliards** de dinars.

L'appellation **NAFTAL** provient de : **NAFT** : terme pour désigner le **pétrole**, **AL** : en référence à **Algérie**. [6]

### ***1.2.2 Missions et objectifs de NAFTAL***

#### ***❖ Les missions de NAFTAL***

Les activités de NAFTAL consistent à commercialiser les produits pétroliers à travers l'organisation et la gestion d'un réseau de distribution sur l'ensemble du territoire national. Ses différentes missions sont :

- Organiser et développer l'activité de commercialisation et de distribution des produits pétroliers,
- Procéder à toute étude de marché en matière d'utilisation et de consommation des produits pétroliers,
- Développer et mettre en œuvre les actions visant à une utilisation optimale rationnelle des infrastructures,
- Veiller à l'application et au respect des mesures liées à la sûreté interne de l'entreprise conformément à la réglementation,
- Procéder à la récupération des huiles usagées dans le cadre de la préservation et la protection de l'environnement,

- Concourir à la formation, au recyclage et au perfectionnement des travailleurs et développer une image de qualité.

❖ *Les objectifs de NAFTAL*

A partir de son programme de développement, NAFTAL a tracé un certain nombre d'objectifs à atteindre dont :

- Maintenir sa position de leader sur le marché national en matière de distribution et de commercialisation des produits pétroliers,
- Poursuivre sa mission de distribution des produits pétroliers.

Pour atteindre ces objectifs NAFTAL a tracé un plan d'action à réaliser qui porte sur :

- La modernisation et la réhabilitation de ses infrastructures de stockage,
- La mise en conformité de ses installations avec les normes de protection de l'environnement et de sécurité industrielle,
- Le renouvellement de ses moyens de transport par route et de son matériel de manutention,
- L'augmentation de ses capacités de transport par pipe,
- La modernisation et l'extension de son réseau de stations- services.

### *1.2.3 Siège et capital social de NAFTAL*

Le siège social de **NAFTAL** est fixé à Alger, route des dunes, CHERAGA.

Le **18/04/1998**, **NAFTAL** change de statut et devient une société par actions (SPA), dotée d'un capital social de **15.650.000.000 DA**, dont les actions sont détenues à 100% par **SONATRACH**. [12]

### ***1.3 Produits commercialisés par NAFTAL***

Les principaux produits commercialisés par NAFTAL sont :

- Les carburants : Essence normal, Essence super, Essence sans plomb, Gasoil et GPL/C,
- Les bitumes,
- Les pneumatiques : (tourismes, poids lourds),
- Les lubrifiants.

**Notre étude va se baser sur les produits lubrifiants :**

#### ***❖ Les lubrifiants (Huiles, Graisses) :***

Les lubrifiants sont fabriqués exclusivement à partir du mélange d'huiles de base minérale issues d'un pétrole ou d'huiles synthétiques ou parfois des deux types d'huiles à la fois, ainsi qu'à des produits chimiques divers appelés Additifs. Citons quelques types :

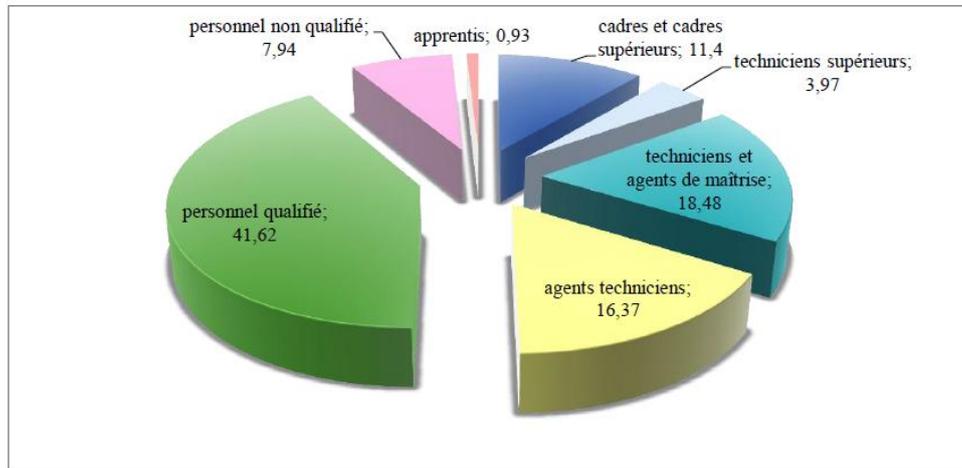
- Les huiles Moteurs : (Huiles pour moteurs essence et diesel),
- Les huiles de transmission,
- Les huiles industrielles : (Frigorifique, pour outillage pneumatiques,...etc),
- Les Graisses : (Pour automobiles, les graisses vaseline blanche, ...etc).

### ***1.4 Moyens de NAFTAL***

#### ***1.4.1 Moyens humains***

La force de travail de l'entreprise est constituée d'environ 30231 travailleurs en 2008 dont 2800 cadres. Le salarial est passé de 13 milliards de dinars en 2004 à 15 milliards de dinars en 2005 et représente 10 % du chiffre d'affaires de ces deux années [6].

Les effectifs permanents de l'entreprise sont représentés comme suit :



**FIG. 1.2** – *Les effectifs permanents de l'entreprise*

### 1.4.2 Moyens financiers

Le chiffre d'affaire de l'entreprise est composé de :

- Revente en l'état de marchandise,
- Production vendue, composée essentiellement de carburants, lubrifiants, GPL, bitumes, pneumatiques et gaz naturel,
- Présentation de services fournis avec chiffres d'affaires évolutifs.

### 1.4.3 Moyens matériels

- 67 centres de stockage et de distribution de carburants, lubrifiants, pneumatiques, GPL et produits spéciaux,
- 17 unités de formulation bitume,
- 1497 stations-service implantées sur tout le territoire,
- 42 centres emplisseurs pour le butane propane,
- 59 dépôts relais de stockage GPL,
- 134 aires de stockage GPL,

- 17877 points de vente GPL,
- 27 dépôts de ravitaillement des aéronefs,
- 6 Centres maritimes,
- 17 points de vente à la mer,
- 01 parc de 5232 véhicules et engins.

## ***1.5 Organisation générale de NAFTAL***

Suite aux strictes exigences économiques de la mondialisation, NAFTAL a jugé indispensable la mise en place d'une nouvelle organisation afin de se préparer à évoluer dans un marché concurrentiel de plus en plus ouvert. NAFTAL a adopté une organisation basée sur le principe de la spécialisation par ligne de produits et la décentralisation des activités opérationnelles. [9]

Le schéma d'organisation de NAFTAL proposé (*voir schéma 1.1*) répond au double objectif suivant :

- ✓ Le renforcement de la direction générale dans son rôle de conception et d'orientation stratégique.
- ✓ La décentralisation réelle des activités opérationnelles.

NAFTAL suit un schéma d'organisation qui s'articule autour de 3 pôles :

- La direction générale,
- Les directions fonctionnelles,
- Les activités opérationnelles.

### ***1.5.1 La direction générale***

Chargée de la politique et des orientations générales, de la coordination et la cohérence d'ensemble, du pilotage et de management. Elle est assurée par un président directeur général assisté par :

- Un comité exécutif,
- Un comité directeur,
- Le staff.

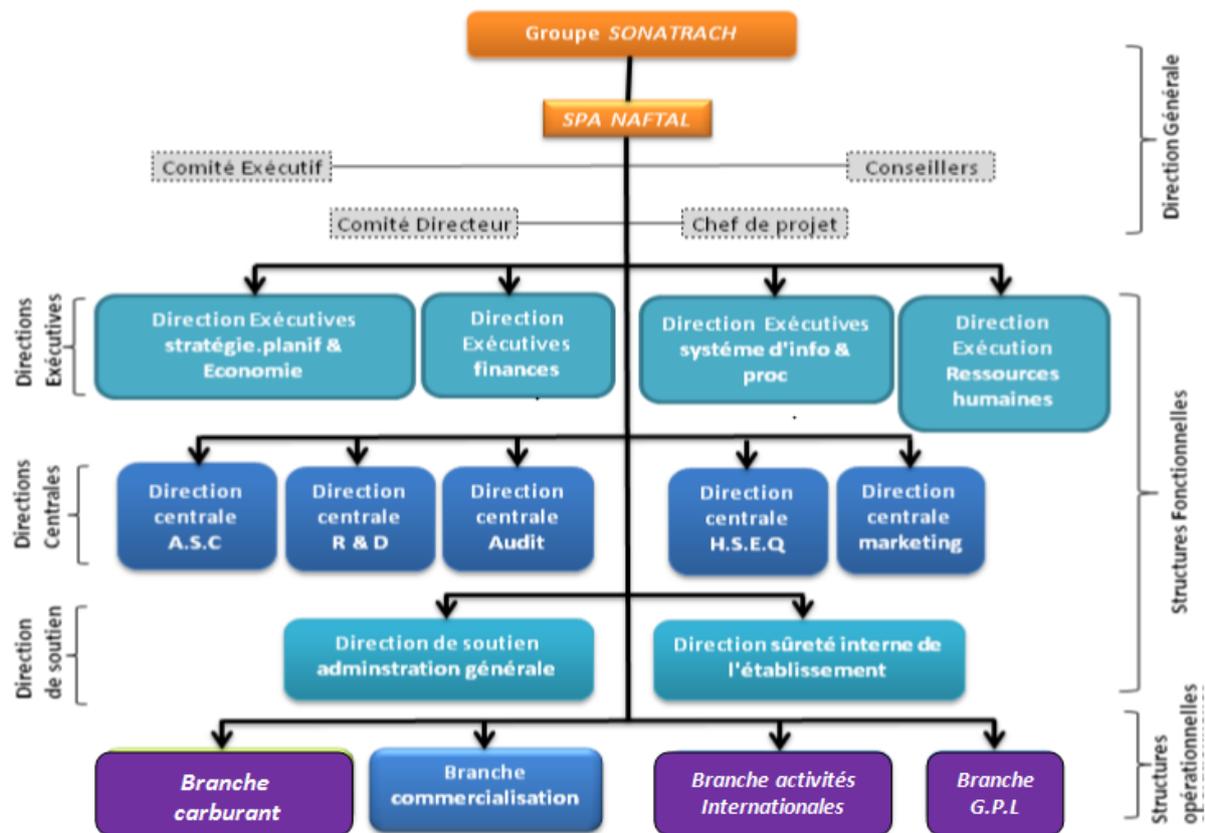
### ***1.5.2 Les directions fonctionnelles***

Elles élaborent les stratégies et les politiques de la société et veillent aussi à la coordination et la cohérence d'ensemble. Elles sont organisées en trois types de direction :

- Directions exécutives,
- Directions centrales,
- Directions de soutien.

### ***1.5.3 Les activités opérationnelles***

Elles exercent la responsabilité des matières de la société dans le cadre des objectifs stratégiques de la présidence.



*Schéma 1.1 – Schéma actuel d'organisation de la société NAFTAL*

Notre étude est basée sur les lubrifiants, qui se fera au niveau de la branche commercialisation.

## 1.6 Branche commercialisation

### 1.6.1 Division lubrifiants

Elle appartient à la branche commercialisation et a pour mission :

- Distribuer et commercialiser les lubrifiants et produits spéciaux à travers tout le territoire national,
- Élaborer et proposer des stratégies de commercialisation des produits (achat direct, partenariat, concession international ...etc.) qui permettent de développer les parts de marchés de la société,

- Initier et coordonner les actions de promotion destinées à augmenter la part des produits *NAFTAL*,
- Veiller à l'utilisation optimale des ressources humaines et prendre toutes mesures permettant d'en augmenter la productivité et d'en relever le niveau de formation. [12]

➤ *Direction Lubrifiants et Produits Spéciaux*

Cette direction est chargée de :

- Assurer la commercialisation des lubrifiants et produits spéciaux,
- Élaborer, mettre en œuvre, et contrôler un système de comptabilité matière des produits et définir les niveaux de stocks optimaux et en assurer le maintien,
- Assurer le service après vente et assister la clientèle sur tous les aspects liés aux choix et à l'utilisation des produits et notamment des lubrifiants et produits spéciaux,
- Mettre en place une banque de données statistiques sur les ventes de NAFTAL et de ses concurrents par type de produits et secteur d'activité,
- Identifier les besoins de la clientèle en produits non disponible localement et étudier la faisabilité de leur commercialisation.

## **1.7 District CLP**

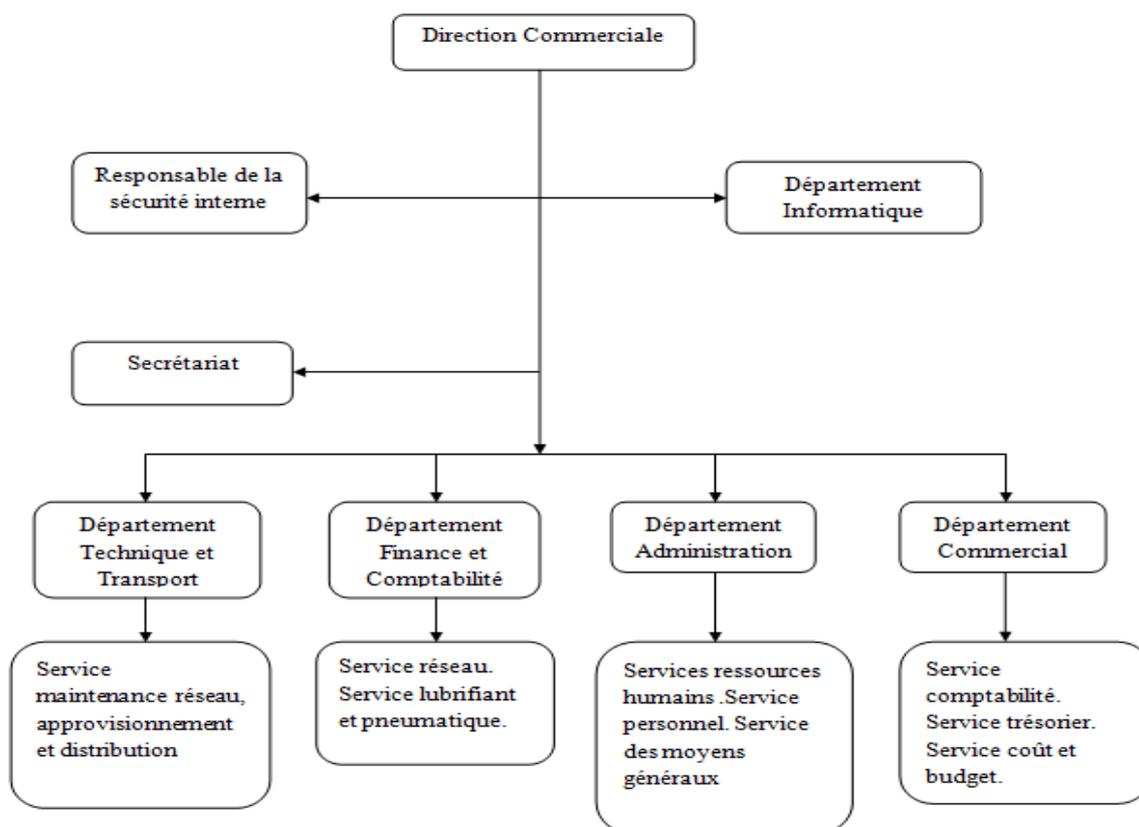
### **1.7.1 Présentation du district CLP**

Issu de la restructuration précédente, le district CLP (Carburants, Lubrifiants et Pneumatiques), est chargé des activités liées au transport, stockage, distribution et commercialisation.

Le CLP porte la nouvelle appellation de **district** qui a déjà été utilisée dans le passé au lieu de l'appellation **zône**.

### 1.7.2 Organisation du district commercial de Tizi-Ouzou

La structure est connue dans tous les districts, avec des missions connues mais qui doivent s'adapter aux réalités du terrain.



**Schéma 1.2** – Organisation du district commercial de TIZI- OUZOU

### 1.7.3 Les missions du district CLP

Les différentes missions principales du district sont :

- Commercialisation et service après vente.

- Respecter les mesures de sécurité dans les domaines d'activité technique, transport, stockage, commercialisation, comptabilité...etc,
- Organiser l'activité du district et optimisation de l'usage des moyens de transport propre au district,
- Organiser l'activité de maintenance,
- Tenue d'une comptabilité consolidée et élaboration des budgets,
- Promouvoir l'image de marque des produits de la division et par conséquent, l'image de marque de NAFTAL.

#### ***1.7.4 Approvisionnement du district CLP***

Les lubrifiants sont approvisionnés par la raffinerie d'ARZEW (RAIZ).

Les zones de distribution d'Alger et de Tizi-Ouzou sont approvisionnées par les produits lubrifiants. Et ils sont distribués à l'ensemble de clients par camions.

### ***1.8 Généralités et définitions***

Parmi les décisions de la gestion industrielle, l'une des plus importantes consiste à définir des programmes de distribution et de stockage, permettant de satisfaire la demande à moindre coût.

#### ***1.8.1 Chaîne logistique de NAFTAL***

La chaîne logistique de NAFTAL se décompose en trois parties essentielles: les raffineries, les dépôts, les clients.

## 1.8.2 Distribution des lubrifiants

### 1.8.2.1 Circuit de distribution

Le réseau national de distribution en produits pétroliers (lubrifiants) comprend trois étapes essentielles qui sont:

- a) **L'approvisionnement** : C'est la relation entre la source (raffinerie) et le centre de stockage primaire (entrepôt),
  - b) **Ravitaillement** : C'est le transfert du stock entre les entrepôts et les centres de stockages secondaires (dépôts). Ces derniers n'ont aucune livraison avec les raffineries, chaque entrepôt couvre un ensemble de dépôts,
  - c) **Livraison** : C'est la relation entre le centre de stockage secondaire (dépôt) et le consommateur final (clients). Les unités de distribution sont chargées de la mise en place des produits à ces différents clients et satisfaire toutes les commandes.
- **Livraison en droiture** : C'est le transport de la commande du consommateur final en produits finis du centre de stockage primaire (entrepôt) à l'aide du dépôt qui fait passer la commande.

### 1.8.2.2 Schéma de distribution



FIG. 1.3 – La procédure de distribution

### 1.8.3 Les stocks

- **Définition des stocks :**

Le stock est une quantité d'articles ou de marchandise maintenus en magasin ou dans des espaces de stockage, en attente d'être vendus aux utilisateurs ou d'être transformés (besoin de fabrication).

- **La gestion de stock :**

La gestion de stock est l'ensemble des techniques et méthodes scientifiques qui permettent d'assurer une production (respectivement un approvisionnement) optimale et de satisfaire les besoins des utilisateurs en temps opportun, dans les meilleures conditions économiques.

- **Utilité du stock :**

Pourquoi une entreprise garde des stocks, sachant qu'ils représentent une grosse somme d'argent dans la plupart des cas?

| Raison       | But (objectif)   |
|--------------|--|
| De sécurité  | Se protéger contre une hausse subite de la demande (éviter une pénurie) ;<br>Se protéger contre un délai de livraison instable.  |
| De prévision | Atténuer et profiter des hausses prévues des prix;<br>Absorber la grève d'un fournisseur important ou la rareté soudaine d'un bien;<br>Fonctionner durant la période de vacances des fournisseurs. |
| De cyclicité | Répondre à la demande des clients qui peut être cyclique (durant les périodes de fêtes par exemple).   |

**FIG. 1.4** – *Utilité du stock*

## ***1.9 Conclusion***

NAFTAL a pour mission la satisfaction de la demande nationale en tous produits pétroliers, et vu la sensibilité de cette mission, l'objectif de NAFTAL dépasse le contexte économique pour prendre une dimension politique et sociale qui consiste à éviter toute perturbation dans sa chaîne de distribution afin de bien servir ses clients dans les temps et gagner davantage de confiance de ces derniers à travers la bonne qualité de ses services.

*Notre thème d'étude s'intéresse à la distribution des produits lubrifiants.*

# CHAPITRE II

---

## Problématique et Modélisation

## 2.1 Introduction

Modéliser un problème ou une situation donnée, consiste à la représenter mathématiquement de la façon la plus fiable possible afin de mieux le traiter.

La modélisation est donc une traduction des paramètres du problème dans un langage accessible. C'est une façon de décrire le problème sous une forme qui introduit sa résolution.

On se donne un objectif à atteindre et un modèle à suivre et pour se faire on doit déchiffrer ses caractères et les analyser séparément.

A un niveau plus élevé, lorsqu'on rencontre un problème, la première des choses à faire est d'essayer de l'adapter le plus près possible à un modèle déjà connu, même si cette adaptation s'avère, le plus souvent, très contraignante.

## 2.2 Présentation et position du problème

Notre projet rentre dans le cadre des problèmes d'optimisation de la distribution des produits lubrifiants (*huile pour moteur diesel* et *huile pour moteur essence*).

Pour cela **NAFTAL** recherche un plan d'acheminement à coût minimal des dépôts aux centres de consommation (les clients).

L'entreprise **NAFTAL** veut reproduire un réseau de transport tel que la quantité totale disponible dans les dépôts coïncide avec la demande totale dans différents centres de consommation (les clients). Un tel *problème de transport* où l'offre totale est égale à la demande totale est dit *équilibré*. Ainsi, de façon à satisfaire la demande des centres, chaque dépôt devra expédier tous les produits lubrifiants dont il dispose et chaque centre recevra exactement la quantité de produits requise pour satisfaire la totalité de la demande.

Avant d'entamer la modélisation de notre problématique, rappelons d'abord la position de notre problème :

- 1. Déterminer les quantités de produits (huile pour moteur Essence et huile pour moteur Diesel) à transporter du dépôt  $i$  vers les centres de consommation  $j$  (clients).*
- 2. Il faut que le stock soit écoulé au niveau des dépôts.*
- 3. Il faut que la demande soit satisfaite.*
- 4. Et que le coût total de transport soit minimisé.*

*Donc notre objectif dans cette étude pratique au sein de l'entreprise NAFTAL est de déterminer les quantités des produits à transporter du dépôt  $i$  vers le client  $j$  en minimisant le coût total de transport.*

### **2.2.1 Ensemble et type de client**

L'entreprise NAFTAL possède un ensemble de clients repartis selon le mode de gestion cité ci-dessous :

- **Stations GD** (Station-service en **G**estion **D**irecte) : Ce sont des stations gérées directement par NAFTAL,
- **Stations RO** (Des stations-services de faibles capacités de stockage) qui sont gérées par des **R**evendeurs **O**rdinaires,
- **Stations GL** (Station-service en **G**estion **L**ibre) : Ce sont des stations service appartenant à NAFTAL, dont la gestion est confiée à des gérants libres,

- **Stations PVA (Point de Vente Agréé de capacité moyenne)** : Ce sont des stations appartenant à NAFTAL.

## 2.2.2 *Eléments du modèle*

- *Centres de dépôts* : dépôt (1) Alger et dépôt (2) Tizi-Ouzou,
- *Centres de consommation (clients)* : l'ensemble des clients,
- *Produits transportés* : deux produits : huile pour moteur diesel et huile pour moteur essence.

## 2.3 *Modélisation mathématique*

### 2.3.1 *Définitions des constantes*

$a_i$  : La quantité disponible en produit *E* (*Huile pour moteur Essence*) au niveau du dépôt *i*,

$b_j$  : La demande du client *j* en produit *E*,

$c_i$  : La quantité disponible en produit *D* (*huile pour moteur Diesel*) au niveau du dépôt *i*,

$d_j$  : La demande du client *j* en produit *D*,

$\alpha_{ij}$  : Le coût unitaire de transport du produit *E* de *i* vers *j*,

$\beta_{ij}$  : Le coût unitaire de transport du produit *D* de *i* vers *j*.

### 2.3.2 *Notations*

- *i* : Indice des dépôts,
- *j* : Indice des clients,
- *n* : Nombre de dépôts,

- $m$  : Nombre de clients,
- $E$  : Huile pour moteur *Essence*,
- $D$  : Huile pour moteur *Diesel*.

Notre problème est formulé par deux problèmes de transport :

- Le premier consiste à déterminer la quantité du produit (*huile pour moteur Essence*) à transporter de  $i$  vers  $j$ , de sorte que :
  - Le stock soit écoulé,
  - La demande soit satisfaite,
  - Et le coût de transport soit minimisé.
- Le deuxième problème consiste à déterminer la quantité du produit  $D$  (*huile pour moteur Diesel*) à transporter de  $i$  vers  $j$ , de sorte que :
  - Le stock soit écoulé,
  - La demande soit satisfaite,
  - Et minimiser le coût de transport.

## I) Pour le produit $E$

### I.1 Variable

La variable réelle positive  $X_{ij}$  représente la quantité du produit  $E$  transportée du dépôt  $i$  vers le client  $j$ .

### I.2 Les contraintes

- *Contrainte sur la disponibilité du produit  $E$  au niveau de chaque dépôt :*

Il faut que la somme des quantités en produit  $E$  à transporter de  $i$  vers l'ensemble des clients soit égale à la quantité disponible au dépôt  $i$ .

$$\sum_{j=1}^m X_{ij} = a_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (1.1)$$

➤ *Contrainte sur la demande des clients en produit E :*

Il faut que la somme des quantités en produit  $E$  à transporter des dépôts vers  $j$  soit égale à la quantité demandée par le client  $j$ .

$$\sum_{i=1}^n X_{ij} = b_j, \quad j = 1, \dots, m \quad (1.2)$$

➤ *Contrainte sur l'offre et la demande :*

Les contraintes (1.1) et (1.2) exigent que chaque dépôt expédie tout ce qui est disponible et que chaque centre de consommation (les clients) reçoive exactement la quantité demandée c'est-à-dire :

$$\sum_{i=1}^n a_i = \sum_{j=1}^m b_j \quad (1.3)$$

### 1.3 Fonction objectif

L'objectif est de déterminer la quantité du produit  $E$  à transporter du dépôt  $i$  vers le client  $j$  en minimisant le coût total de transport  $Z_1$  c'est-à-dire :

$$\text{Min}(Z_1) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \alpha_{ij} X_{ij}$$

Donc le modèle mathématique obtenu pour le premier problème de transport est formulé par:

$$(E) \left\{ \begin{array}{l} \text{Min}(Z_1) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \alpha_{ij} X_{ij} \\ \sum_{j=1}^m X_{ij} = a_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (1.1) \\ \sum_{i=1}^n X_{ij} = b_j, \quad j = 1, \dots, m \quad (1.2) \\ \sum_{i=1}^n a_i = \sum_{j=1}^m b_j \quad (1.3) \\ X_{ij} \geq 0; \quad i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m \end{array} \right.$$

## II) Pour le produit D

### II.1 Variable

La variable réelle positive  $Y_{ij}$  représente la quantité du produit  $D$  transportée du dépôt  $i$  vers le client  $j$ .

### II.2 Les contraintes

- *Contrainte sur la disponibilité du produit D au niveau de chaque dépôt :*

Il faut que la somme des quantités du produit  $D$  transporter de  $i$  vers l'ensemble des clients soit égale à la quantité disponible au dépôt  $i$ .

$$\sum_{j=1}^m Y_{ij} = c_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.1)$$

➤ *Contrainte sur la demande des clients en produit D :*

Il faut que la somme des quantités du produit **D** à transporter des dépôts vers **j** soit égale à la quantité demandée par le client **j**.

$$\sum_{i=1}^n Y_{ij} = d_j, \quad j = 1, \dots, m \quad (2.2)$$

➤ *Contrainte sur l'offre et la demande :*

Les contraintes (2.1) et (2.2) exigent que chaque dépôt expédie tout ce qui est disponible et que chaque centre de consommation (les clients) reçoive exactement la quantité demandée c'est-à-dire :

$$\sum_{i=1}^n c_i = \sum_{j=1}^m d_j \quad (2.3)$$

### II.3 Fonction objectif

L'objectif est de déterminer la quantité du produit **D** à transporter du dépôt **i** vers les clients **j** en minimisant le coût total de transport **Z<sub>2</sub>** c'est-à-dire :

$$\text{Min}(Z_2) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \beta_{ij} X_{ij}$$

Donc le modèle mathématique obtenu pour le deuxième problème est formulé par :

$$\begin{array}{l}
 \text{(D)} \left\{ \begin{array}{l}
 \text{Min}(Z_2) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \beta_{ij} Y_{ij} \\
 \sum_{j=1}^m Y_{ij} = c_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.1) \\
 \sum_{i=1}^n Y_{ij} = d_j, \quad j = 1, \dots, m \quad (2.2) \\
 \sum_{i=1}^n c_i = \sum_{j=1}^m d_j \quad (2.3) \\
 Y_{ij} \geq 0; \quad i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

## 2.4 Conclusion

La modélisation du problème a donné lieu à deux programmes linéaires mono-objectif avec des contraintes linéaires et variables continues dont la méthode de résolution sera étudiée au chapitre suivant.

# CHAPITRE III

---

## Méthode de résolution

### **3.1 Introduction**

Les méthodes de résolution d'un modèle mathématique sont nombreuses, le choix d'une méthode parmi d'autres est relatif selon la structure du modèle mathématique et la famille auquel il appartient. [2]

Dans ce chapitre nous allons décrire les méthodes de résolution adoptées pour résoudre le problème de transport. Pour ce faire nous correspondons une méthode de résolution pour notre problème proposé dans le chapitre II.

### **3.2 Concept d'optimisation**

Un problème d'optimisation se présente mathématiquement sous la forme fonctionnelle d'un objectif à plusieurs variables en le maximisant ou en le minimisant tout en respectant certaines contraintes et variables qui le régissent.

L'état du système à optimiser est connu lorsque l'on connaît la variation des variables d'état.

Les variables que l'on doit ajuster pour optimiser le système sont appelées variables de décision. [1], [13]

La fonction à optimiser s'appelle indifféremment critère de performance du système ou fonction objectif. [4], [13]

La politique optimale est celle qui consiste à régler les variables de décision pour obtenir l'optimum recherché.

L'optimisation d'un système peut se diviser en plusieurs étapes :

1. Définir les variables d'état et décision, les bornes de ces variables, les contraintes et les critères de performance (fonction objectif). Cette étape est très importante puisqu'elle consiste à définir le but à atteindre et le moyen d'y parvenir.

2. Simplifier au maximum le système pour un choix judicieux des variables, une bonne formulation du problème,..., etc. Peut diminuer le volume des calculs ultérieurs dans un rapport notable.
3. Définir mathématiquement ou simuler la fonction objectif (ou un modèle) du système à optimiser en vérifiant sa validité.
4. Optimiser la solution (phase calcul).

Un modèle mathématique est donc une simplification de la réalité ou bien une modélisation mathématique d'un problème pratique.

### ***3.3 Méthode de résolution***

La résolution d'un problème d'optimisation consiste à explorer un espace de recherche afin de minimiser (ou maximiser) une fonction donnée. [2]

D'après l'analyse des différents paramètres constituant le problème et son application, nous constatons que nous sommes devant un problème de transport dans lequel nous voulons déterminer les quantités de produits transportés en minimisant les coûts totaux de transport.

#### ***3.3.1 Modèle de la programmation linéaire***

En mathématiques, les problèmes de Programmation Linéaire (PL) sont des problèmes d'optimisation où la fonction objectif et les contraintes sont toutes linéaires.

Beaucoup de problèmes réels de la Recherche Opérationnelle peuvent être exprimés comme un problème de (PL). Pour cela un grand nombre d'algorithmes

pour la résolution des problèmes d'optimisation sont fondés sur la résolution de problèmes linéaires.

Le terme Programmation Linéaire suppose que les solutions à trouver doivent être représentées en variables réelles. S'il est nécessaire d'utiliser des variables discrètes dans la modélisation du problème, on parle alors de programmation linéaire en nombres entiers (PLNE). Il est important de savoir que ces derniers sont nettement plus difficiles à résoudre que les (PL) à variables continues. [4]

### 3.3.2 Qu'est ce qu'un programme linéaire ?

Un Problème Linéaire (PL) est un problème d'optimisation qui consiste à maximiser ou minimiser une fonction objectif linéaire à  $n$  variables soumises un ensemble de contraintes exprimées sous forme d'équations ou d'inéquations linéaires. [4], [8], [9], [15]

La forme générale d'un Programme Linéaire (PL) est donnée par :

$$(PL) \left\{ \begin{array}{ll} \text{"Optimiser" } Z(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j & \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, & i \in I \subseteq \{1, \dots, m\}; \\ \sum_{j=1}^n a_{kj} x_j \geq b_k, & k \in K \subseteq \{1, \dots, m\}; \\ \sum_{j=1}^n a_{rj} x_j = b_r, & r \in R \subseteq \{1, \dots, m\}; \\ x_j \geq 0, & j = 1, \dots, n \end{array} \right.$$

Où :

- "**Optimiser**" signifie maximiser ou minimiser.
- Les ensembles  $I, K, R$  sont disjoints et  $I \cup K \cup R = \{1, \dots, m\}$ .

- Les nombres  $a_{ij}$ ,  $b_j$ ,  $c_j$  sont les paramètres du modèle, ce sont des nombres réels connus avant la résolution.

$c_j$  : Coefficients de la fonction objectif Z.

$a_{ij}$  : Coefficients des contraintes.

$b_j$  : Membre de droite des contraintes.

La résolution du modèle consiste à déterminer précisément la valeur des variables qui optimisent la fonction objectif Z tout en respectant les contraintes formulées. Le modèle (PL) tel que d'écrit peut difficilement être résolu à cause de la présence des inéquations alors il faut le transformer de façon à pouvoir le résoudre.

### 3.3.3 Définitions

Le programme linéaire apparaît généralement sous l'une des trois formes suivantes :

- **Définition 1 (écriture sous forme canonique) : [9]**

On écrit souvent les problèmes sous une forme condensée

$$(P_c) \begin{cases} \text{Max } Z(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = 1, \dots, m \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n \end{cases}$$

Où :

$$A = (a_{ij}) ; i = 1 \dots m ; j = 1 \dots n \text{ avec } \text{rang}(A) = m.$$

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^t$$

$$C = (c_1, c_2, \dots, c_n)^t$$

$$B = (b_1, b_2, \dots, b_m)^t$$

Toutes les variables  $x_1, x_2, \dots, x_n$  sont astreintes à être positives ou nulles.

- **Définition 2 (écriture sous forme standard) :**

La forme standard est donnée par:

$$(P_s) \begin{cases} \text{Max } Z(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, \quad i = 1, \dots, m \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n \end{cases}$$

Deux propriétés caractérisent la forme standard:

- Toutes les variables  $x_1, x_2, \dots, x_n$  sont astreintes à être positives ou nulles.
- Toutes les contraintes sont des équations.

- **Définition 3 (écriture sous forme mixte) :**

Sous cette forme, certaines contraintes sont des équations tandis que d'autres sont des inéquations. On utilise rarement cette forme pour la résolution des problèmes.

**Théorème :** Tout programme linéaire sous forme canonique peut être écrit sous forme standard, tout programme linéaire sous forme standard peut être écrit sous forme canonique.

Soit le problème linéaire d'un problème donné :

$$(P) \begin{cases} \text{Max}(Z) = c^t X \\ AX = B \\ X \geq 0 \end{cases}$$

- **Définition 4 (Solution admissible) :**

Une solution réalisable ou admissible est un vecteur  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^t$  qui satisfait toutes les contraintes de  $(P)$ .

- **Définition 5 (Polyèdre) :**

Un polyèdre est un ensemble qui peut être décrit comme  $P = \{X \in R^n / A X \leq b\}$ . [3]

Où  $A$  est une matrice  $m \times n$  et  $b$  un vecteur de  $R^m$ .

- **Définition 6 (Convexe) :**

Un ensemble convexe  $S \subset R^n$  est convexe si pour tout  $X, Y \in S$  et tous  $\lambda \in [0,1]$ , on a  $\lambda X + (1 - \lambda)Y \in S$ . [3]

- **Définition 7 (Point extrême) [7] :**

Un point  $X$  d'un ensemble convexe  $C$  est un point extrême de  $C$  s'il n'existe pas 2 points distincts  $X_1$  et  $X_2$  dans  $C$  tels que :  $X = \alpha X_1 + (1 - \alpha)X_2$  pour un certain  $\alpha$ ,  $0 < \alpha < 1$

- **Définition 8 (Ensemble des solutions réalisables) :**

$C$ 'est un polyèdre convexe dont les sommets sont appelés points extrêmes.

- **Définition 9 (Solution optimale) :**

$X_0 = (x_1, x_2, \dots, x_n)^t$  une solution réalisable est optimale si:  $c^t X_0 \geq c^t X$ ,  $\forall X$  réalisable pour (P).

- **Définition 10 (Solution de base) :**

Après introduction des variables d'écart, si le système obtenu contient  $m$  contraintes et  $n$  variables alors une solution de base est une solution réalisable avec:

- $(n-m)$  composantes nulles (variables hors base) et aux autres  $(x_{j_1}, x_{j_2}, \dots, x_{j_m})$ , correspondent  $m$  vecteurs  $(a_{j_1}, a_{j_2}, \dots, a_{j_m})$  de la matrice  $A$ , linéairement indépendants.

- L'ensemble  $J_B = \{j_1, \dots, j_m\}$  est appelé ensemble des indices de base et

$j_H = j \setminus j_B$  : ensemble des indices hors base avec  $J = \{1, \dots, n\}$ .

- **Définition 11 (Base réalisable) :**

Une base  $J$  d'un programme linéaire ( $P$ ) est dite réalisable si la solution de base correspondante est réalisable c'est-à-dire  $x = A_B^{-1} b \geq 0$ .

- **Définition 12 (Base optimale) :**

Une base  $J$  telle que le vecteur coût relatif à  $J$  est négatif ou nul est dite "base optimale".

**Remarque :** Une solution de base est dite non-dégénérée si  $X_j > 0, \forall j \in J_B$ .

Minimiser une fonction ( $Z(x)$ ), revient à maximiser ( $-Z(x)$ ).

### 3.4 Le choix de la méthode de résolution

L'analyse du modèle mathématique posé, montre qu'on est en présence d'un système linéaire qui est en fonction de variables positives, donc nous envisageons d'utiliser, l'application de la méthode de résolution d'un problème de transport.

### 3.5 Méthode exacte de résolution

Les méthodes exactes sont des méthodes qui garantissent la complétude de la résolution. Autrement dit : ces méthodes donnent à tous les coups la solution optimale. Le temps de calcul nécessaire pour ces méthodes augmente en général exponentiellement avec la taille du problème à résoudre, parmi ces méthodes on trouve la méthode du simplexe. [11], [14]

### 3.5.1 La méthode du simplexe

L'algorithme du simplexe, permet d'obtenir la solution optimale d'un problème en parcourant la fermeture convexe de l'ensemble de recherche (ensemble des solutions admissibles), en passant d'un sommet à un autre.

#### 3.5.1.1 Principe de la méthode du simplexe

L'algorithme procède de la façon suivante :

1. On cherche un sommet de départ,
2. - On teste si ce sommet est l'optimum, alors on a la solution optimale.  
- On teste si la fonction objectif n'est pas bornée inférieurement, dans ce cas le problème n'a pas de solution finie,
3. Si le sommet que l'on vient d'examiner n'est pas optimal, on se déplace sur un sommet voisin pour lequel la fonction économique augmente et on repasse à l'étape précédente.

Le sommet optimal est atteint lorsqu'aucun des sommets voisin ne permet plus d'augmentation du critère.

#### 3.5.1.2 Algorithme de la méthode du simplexe

1. Déterminer une solution de base réalisable,
2. Vérifier si la solution actuelle est optimale,
3. Déterminer la variable hors base qui va devenir variable de base,
4. Déterminer la variable de base qui sortira de la solution,
5. Effectuer les opérations linéaires (pivots).

## 3.5.1.3 Organigramme de la méthode du simplexe

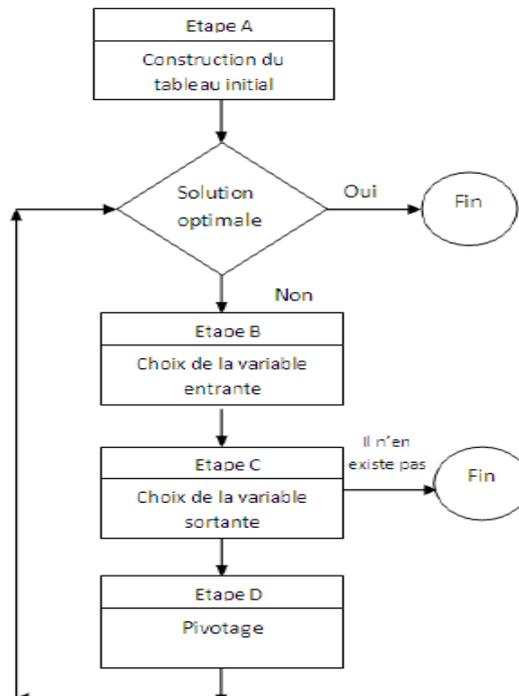


FIG 3.1 : – L'organigramme de la méthode du simplexe

## 3.5.2 La construction du dual

A tout programme linéaire, on associe un second programme dual du premier (appelé primal), ce programme a la propriété d'être en relation étroite avec le premier (la solution optimale de l'un des deux programmes est complètement déterminée par la résolution de l'autre).

Soit le programme linéaire primal écrit sous sa forme canonique:

$$(P) \begin{cases} \max(Z) = c^t X \\ AX = b \\ X \geq 0 \end{cases}$$

Auquel on associe un autre programme linéaire dual :

$$(D) \begin{cases} \min(W) = b^t Y \\ A^t Y \geq c \\ Y \in R^m \end{cases}$$

Pour déterminer le dual d'un programme linéaire, on doit suivre les règles résumées dans le tableau suivant :

| <i>Max Z</i>     | <i>Min W</i>     |
|------------------|------------------|
| $A_i X \leq b_i$ | $Y_i \geq 0$     |
| $A_i X = b_i$    | $Y_i$ quelconque |
| $A_i X \geq b_i$ | $Y_i \leq 0$     |
| $X_i \geq 0$     | $A_i Y \geq c_i$ |
| $X_i$ quelconque | $A_i Y = c_i$    |
| $X_i \leq 0$     | $A_i Y \leq c_i$ |

**FIG 3.2** – Tableau de passage du problème primal au problème dual

**Théorème 1** : Le dual du dual est le primal.

**Théorème 2** : Si  $x$  et  $y$  sont deux solutions réalisables du primal et du dual respectivement alors  $c^t X \leq b^t Y$ .

**Théorème 3** : Soient  $x^0$  et  $y^0$  deux solutions réalisables du primal et du dual respectivement, si  $c^t x^0 = b^t y^0$  alors  $x^0$  et  $y^0$  sont des solutions optimales respectivement du primal et du dual.

### 3.6 Problème de transport

Les problèmes de transport ont été les premiers problèmes à être traités par la Recherche Opérationnelle. Ce sont des Programmes Linéaires dont la principale

caractéristique est d'avoir une structure spéciale. A cause de cette particularité ces problèmes sont résolus par des approches qui sont plus efficaces que la méthode du simplexe. [4]

### 3.6.1 Position du problème

Une marchandise doit être transportée de  $m$  centres de dépôts  $A_i$ , ( $i=1, \dots, m$ ) vers  $n$  centres de consommation  $B_j$ , ( $j=1, \dots, n$ ). Les centres de dépôts disposent de  $a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_m$  unités du produit.

Les centres de consommation demandent  $b_1, b_2, \dots, b_j, \dots, b_n$  unités de produit. (*Schéma 3.1*)

Le coût de livraison d'une unité  $x_{ij}$ ,  $i = \overline{1, m}$  et  $j = \overline{1, n}$  est connu et est désigné par  $c_{ij}$ .

Notons que le transport de  $j$  vers  $i$  est interdit et qu'il n'existe aucun point intermédiaire entre une source  $i$  et une destination  $j$ .

Le problème de transport consiste alors à déterminer le nombre d'unités  $x_{ij}$  à transporter de  $i$  vers  $j$  de sorte que :

- Le stock soit écoulé c'est-à-dire :

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, i = 1, \dots, m$$

- La demande soit satisfaite c'est-à-dire :

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, j = 1, \dots, n$$

- Le coût total de transport soit minimal c'est-à-dire :

$$\min Z(x) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

- Les quantités  $x_{ij}$  soient positives.

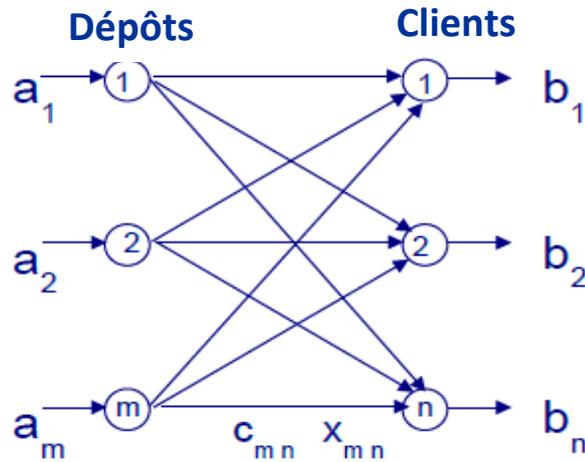


Schéma 3.1

- Dans ce cas le problème se formule comme suit :

$$(T) \left\{ \begin{array}{l} \text{Min } Z(x) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad i = 1, \dots, m \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = 1, \dots, n \\ x_{ij} \geq 0, \quad \forall i, \quad \forall j \end{array} \right.$$

### 3.6.1.1 Propriétés du problème de transport

La forme matricielle du problème (T) s'écrit :  $(T) \left\{ \begin{array}{l} \text{Min } Z = CX \\ AX = B \\ X \geq 0 \end{array} \right.$

Où  $C = (c_{ij}) \in R^{m \times n}$ ,  $X = (x_{ij}) \in R^{m \times n}$ ,  $B = \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_m \\ b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} \in R^{m+n}$

$A$  est une matrice  $(m + n, m \times n)$  et  $\text{rang } A = m + n - 1$ .

**Exemple :** pour  $m=2$  et  $n=3$ . La matrice  $A$  correspondante s'écrit:

$$A \left\{ \begin{array}{c|cccccc} & x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ \hline a_1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline a_2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ \hline b_1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline b_2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline b_3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right.$$

- Chaque colonne  $x_{ij}$  de  $A$  contient deux éléments égaux à 1.
- $\text{Rang } A = m+n-1 \Rightarrow$  chaque solution de base réalisable contient  $m+n-1$  composantes positives.

**Remarque :**

Le problème de transport admet une solution si et seulement si (*l'offre = demande*) c'est-à-dire :

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$$

Dans le cas où cette condition n'est pas vérifiée, il faut créer une origine fictive, si la demande est supérieure à l'offre, ou une destination fictive, si l'offre est supérieure à la demande.

Les données du problème de transport, c'est-à-dire, les coûts unitaires, les offres et les demandes sont représentés par le tableau (Tab) ci-dessous.

Demande →

|  |          |          |         |          |                                       |
|--|----------|----------|---------|----------|---------------------------------------|
|  | $b_1$    | $b_2$    | $\dots$ | $b_n$    | $\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$ |
|  | $c_{11}$ | $c_{12}$ | $\dots$ | $c_{1n}$ | $a_1$                                 |
|  | $c_{21}$ | $c_{22}$ | $\dots$ | $c_{2n}$ | $a_2$                                 |
|  | $\vdots$ | $\vdots$ |         | $\vdots$ | $\vdots$                              |
|  | $c_{m1}$ | $c_{m2}$ | $\dots$ | $c_{mn}$ | $a_m$                                 |

← Quantité

**Tableau de transport**

### 3.6.2 Résolution du problème de transport

Pour résoudre le problème de transport, il n'est pas intéressant d'utiliser l'algorithme du simplexe à cause du nombre important de variables et de contraintes.

L'exploitation de la structure spéciale d'une matrice de transport a permis de développer une méthode de résolution dite méthode des potentiels qui n'est rien d'autre qu'une adaptation de l'algorithme révisé du simplexe au problème de transport. Par conséquent, les étapes de cette méthode sont : [10]

- La recherche de la solution de base de départ,
- Calcul des variables duales et des coûts marginaux,
- Test d'optimalité de la solution obtenue,
- L'amélioration de la solution si celle-ci n'est pas optimale.

Dans ce qui suit nous décrivons en détail chacune de ces étapes.

### 3.6.2.1 Méthodes de recherche d'une solution de base initiale

Il existe plusieurs méthodes d'obtention d'une solution de base initiale. On distingue :

#### I.1 Méthode du coin nord-ouest

On choisit la case (1,1) située au coin nord-ouest du tableau de donnée, et on lui affecte la quantité  $x_{11} = \min(a_1, b_1)$

- i. Si  $x_{11} = a_1$ , alors la quantité disponible au dépôt  $A_1$  est entièrement transportée ceci saturera la première ligne du tableau.

Dans le tableau réduit, on remplacera  $b_1$  par  $(b_1 - x_{11})$  et on répétera la même procédure que précédemment.

- ii. Si  $x_{11} = b_1$ , alors la demande du consommateur  $B_1$  est entièrement satisfaite. Ainsi la première colonne est saturée.

Dans le tableau réduit, nous remplaçons  $a_1$  par  $(a_1 - x_{11})$  et nous répétons la procédure.

La solution de base initiale est obtenue après  $m + n - 1$  opérations.

#### Exemple numérique :

Considérons le problème de transport dont la matrice des coûts, les disponibilités et les demandes sont données dans le tableau ci-dessous :

$$(T) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \mathbf{20} & \mathbf{45} & \mathbf{20} & \mathbf{85} \\ \hline 3 & 2 & 4 & \mathbf{20} \\ \hline 1 & 4 & 3 & \mathbf{30} \\ \hline 4 & 2 & 5 & \mathbf{35} \\ \hline \end{array}$$

**Tableau (3.1)**

En appliquant cette méthode on trouve :

$$x_{11} = \min(a_1, b_1) = \min(20, 20) = 20$$

$$x_{22} = \min(a_2, b_2) = \min(30, 45) = 30$$

$$x_{32} = \min(a_3, b_2 - x_{22}) = \min(35, 45 - 30) = 15$$

$$x_{33} = \min(a_3 - x_{32}, b_3) = \min(35 - 15, 20) = 20$$

Ainsi la solution de base de départ est :

$$X_0 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 20 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 30 & 0 \\ \hline 0 & 15 & 20 \\ \hline \end{array}$$

**Tableau (3.2)**

$I_B = \{(1,1)(2,2)(3,2)(3,3)\}$  est l'ensemble des composantes de base.

$I_H = \{(1,2)(1,3)(2,1)(2,3), (3,1)\}$  est l'ensemble des composantes hors base.

Nous remarquons que la solution  $X_0$  contient seulement quatre composantes de base donc elle est dégénérée.

## I.2 Méthode de l'élément minimal

Cette méthode repose sur les deux étapes suivantes :

1) On choisit la case  $(r, s)$  telle que  $c_{rs} = \min_{i,j} c_{ij}$ ,  $i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n$ .

On pose  $x_{rs} = \min(a_r, b_s)$ .

- Si  $x_{rs} = a_r$ , on pose  $x_{rj} = 0$ ,  $\forall j \neq s$

- Si  $x_{rs} = b_s$ , on pose  $x_{is} = 0$ ,  $\forall i \neq r$

2) On calcule les nouveaux éléments  $a_i$  et  $b_j$

$$a'_i = \begin{cases} a_i - x_{rs} & \text{si } i = r \\ a_i & \text{si } i \neq r \end{cases}$$

$$b'_j = \begin{cases} b_j - x_{rs} & \text{si } j = s \\ b_j & \text{si } j \neq s \end{cases}$$

Et on revient à la première étape.

**Application :** On applique cette méthode sur l'exemple précédent :

$$(r, s) = (2, 1); x_{21} = \min(30, 20) = 20$$

$$(r, s) = (1, 2); x_{12} = \min(20, 45) = 20$$

$$(r, s) = (3, 2); x_{32} = \min(35, 45 - 20) = 25$$

$$(r, s) = (2, 3); x_{23} = \min(30 - 20, 20) = 10$$

$$(r, s) = (3, 3); x_{33} = \min(35 - 25, 20 - 10) = 10$$

Le tableau ci-dessous résume le résultat suivant :

$$X_0 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 20 & 0 \\ \hline 20 & 0 & 10 \\ \hline 0 & 25 & 10 \\ \hline \end{array}$$

**Tableau (3.3)**

$I_B = \{(1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$  est l'ensemble des composantes de base.

$I_H = \{(1, 1), (1, 3), (2, 2), (3, 1)\}$  est l'ensemble des composantes hors base.

**Remarque :** Il paraît que la méthode du coin nord ouest donne souvent des solutions éloignées de l'optimum, par contre la méthode de l'élément minimal conduit plus rapidement à la solution optimale.

### 3.6.4 Calcul des variables duales et des coûts marginaux

Le problème dual associé au problème de transport (**T**) s'écrit :

$$(D) \begin{cases} \max W = \sum_{i=1}^m a_i u_i + \sum_{j=1}^n b_j v_j \\ u_i + v_j \leq c_{ij}, \quad i = 1, \dots, m ; j = 1, \dots, n \\ u_i, v_j \text{ quelconques} \end{cases}$$

Le couple  $(u_i, v_j)$  est admissible pour le programme dual si et seulement si :

$$u_i + v_j \leq c_{ij} \text{ ou encore : } \Delta_{ij} = c_{ij} - u_i - v_j \geq 0$$

Où  $\Delta_{ij}$  est le coût marginal associé à la variable  $x_{ij}$ .

Le théorème des écarts complémentaires atteste que :  $\Delta_{ij} x_{ij} = 0$

Cela signifie que si  $\Delta_{ij} > 0$ , la variable correspondante  $x_{ij}$  est égale à zéro. De façon analogue, si  $x_{ij} > 0$ , le coût marginal  $\Delta_{ij}$  est nul.

Ainsi les variables duales  $u_i$  et  $v_j$  sont données par le système :

$$u_i + v_j = c_{ij}, \forall (i, j) \in I_B \quad (1)$$

Les coûts marginaux sont calculés à partir de la relation :

$$\Delta_{ij} = c_{ij} - u_i - v_j, \forall (i, j) \in I_H$$

Déterminons les variables duales et les coûts marginaux pour la solution obtenue par la méthode du coût minimal dans notre exemple précédent.

Nous avons  $I_B = \{(1,2), (2,1), (2,3), (3,2), (3,3)\}$  dans ce cas la relation (1) se traduit par :

$$u_1 + v_2 = c_{12}$$

$$u_2 + v_1 = c_{21}$$

$$u_2 + v_3 = c_{23}$$

$$u_3 + v_2 = c_{32}$$

$$u_3 + v_3 = c_{33}$$

En posant  $u_1 = 0$  nous trouvons :

$$u_2 = -2, u_3 = 0, v_1 = 3, v_2 = 2, v_3 = 5$$

### 3.6.5 Critère d'optimalité [10]

#### **Théorème 1 :** [7]

Si  $X^0$  et  $Y^0 = (u^0, v^0)$  sont solutions optimales du problème (T) et de son dual (D) respectivement alors,

$$\begin{cases} u_i^0 + v_j^0 = c_{ij} & \text{si } x_{ij}^0 > 0 \\ u_i^0 + v_j^0 \leq c_{ij} & \text{si } x_{ij}^0 = 0 \end{cases} \quad (i = 1, \dots, m), (j = 1, \dots, n)$$

#### **Théorème 2 : (critère d'optimalité)** [7]

Les inégalités :

$$\Delta_{ij} = c_{ij} - u_i - v_j \geq 0, \quad \forall (i, j) \in I_H \quad (3)$$

sont suffisantes pour l'optimalité d'une solution de base  $X$ . Elles sont aussi nécessaires dans le cas où  $X$  est non dégénérée.

**Application :** Calculons les coûts marginaux pour la solution obtenue par la méthode de l'élément minimal pour l'exemple précédent.

$$\Delta_{11} = c_{11} - u_1 - v_1 = 3 - 0 - 3 = 0$$

$$\Delta_{13} = c_{13} - u_1 - v_3 = 4 - 0 - 5 = -1$$

$$\Delta_{22} = c_{22} - u_2 - v_2 = 4 + 2 - 2 = 4$$

$$\Delta_{31} = c_{31} - u_3 - v_1 = 4 - 0 - 3 = 1$$

$\Delta_{13} < 0$ , par conséquent la solution en question n'est pas optimale.

### 3.6.6 Amélioration de la solution

Comme dans la méthode du simplexe, si le critère d'optimalité (3) n'est pas satisfait pour la solution de base obtenue à l'étape initiale, nous choisissons une case hors base  $(i_0, j_0)$  à faire rentrer dans la base. Cette case est déterminée par :

$$\Delta_{i_0 j_0} = \min \Delta_{ij}, (i, j) \in I_H \tag{4}$$

A l'aide de la case  $(i_0, j_0)$  et des autres cases de base, nous construisons un cycle de la manière suivante :

- Nous affectons une valeur  $\theta$  ( $\theta \geq 0$ ) à la case  $(i_0, j_0)$  et on procède à l'élimination des lignes et des colonnes qui ne contiennent qu'une seule variable de la base. Cette opération sera répétée autant de fois que possible jusqu'à ce qu'il ne reste que deux variables de base sur chaque ligne et sur chaque colonne. Ces variables restantes constituent les sommets du cycle.
- Nous affectons successivement les valeurs  $(-\theta)$  et  $(+\theta)$  aux sommets du cycle.
- Pour les cases affectées de  $(-\theta)$ , nous déterminons la valeur  $\theta^0 = \min x_{ij} = x_{i_1, j_1}$ .
- Les sommets du cycle sont réajustés en remplaçant  $\theta$  par  $\theta^0$ .
- Les variables de base non touchées par le cycle et les variables hors base restent inchangées.

On obtient ainsi un nouveau plan basique de transport  $\bar{X}$ , avec un nouvel ensemble basique

$$\bar{I}_B = \{U_B / (i_1, j_1)\} \cup (i_0, j_0).$$

Cette itération sera répétée jusqu'à ce que le critère d'optimalité soit vérifié.

Dans l'exemple précédent nous avons  $\min_{(i,j) \in I_H} \Delta_{ij} = \Delta_{13}$ , donc la case (1,3) doit rentrer dans la base.

|    |               |               |
|----|---------------|---------------|
| 0  | $20 - \theta$ | $0 + \theta$  |
| 20 | 0             | 10            |
| 0  | $25 + \theta$ | $10 - \theta$ |

Tableau (3,4)

$\theta^0 = \min\{10,20\} = 10 = x_{33}$ . Ainsi, la case (3,3) quitte la base et la nouvelle solution de base est :

$$x_1 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 10 & 10 \\ \hline 20 & 0 & 10 \\ \hline 0 & 35 & 0 \\ \hline \end{array}$$

**Tableau (3,5)**

$$u_1 + v_2 = c_{12} = 2$$

$$u_1 + v_3 = c_{13} = 4 \quad \text{En posant } u_1 = 0 \text{ nous trouvons,}$$

$$u_2 + v_1 = c_{21} = 1 \quad u_2 = -1, u_3 = 0$$

$$u_2 + v_3 = c_{23} = 3 \quad v_1 = 2, v_2 = 2, v_3 = 4$$

$$u_3 + v_2 = c_{32} = 2$$

$$\Delta_{11} = c_{11} - u_1 - v_1 = 3 - 0 - 2 = 1$$

$$\Delta_{22} = c_{22} - u_2 - v_2 = 4 + 1 - 2 = 3$$

$$\Delta_{31} = c_{31} - u_3 - v_1 = 4 - 0 - 2 = 2$$

$$\Delta_{33} = c_{33} - u_3 - v_3 = 5 - 0 - 4 = 1$$

Le critère d'optimalité est vérifié, donc cette solution est optimale avec

$$Z = (10 \times 2) + (10 \times 4) + (20 \times 1) + (10 \times 3) + (35 \times 2) = 180.$$

### 3.6.7 Déséquilibre dans le problème de transport

Le problème de transport est dit déséquilibré lorsque les sommes des offres et des demandes ne sont pas égales. Pour pouvoir appliquer les méthodes d'obtention d'une solution de base admissible il faut créer soit une source fictive (quand la somme des demandes est supérieure à celle des offres) soit une destination fictive dans le cas contraire.

### ***3.6.8 Dégénérescence dans le problème de transport***

Une solution de base admissible au problème de transport signifie qu'il existe  $(m+n-1)$  cellules qui ont une allocation positive. La dégénérescence a lieu dans un problème de transport lorsque moins de  $(m+n-1)$  cellules disposent d'une quantité positive. Elle se rencontre dans deux cas :

1. D'abord le problème peut devenir dégénéré au cours de l'obtention de la solution de base admissible initiale telle qu'elle peut être obtenue par les méthodes (le coin nord-ouest ou l'élément minimal).
2. En suite, le problème de transport devient dégénéré au cours des itérations ultérieures, ceci arrive quand l'inclusion de la cellule la plus favorable (du point de vue du coût d'opportunité) conduit à l'élimination d'au moins deux cellules occupées de la solution actuelle.

### ***3.7 Conclusion***

Dans ce chapitre, nous avons rappelé brièvement les méthodes de résolution de notre problème principal à savoir la méthode du simplexe et la méthode des potentiels.

# CHAPITRE IV

---

## Application Numérique

## 4.1 Introduction

Après avoir bien compris le problème soulevé par la société et ayant proposé un modèle mathématique représentatif, nous avons été amené dans ce chapitre, à effectuer une application pratique.

Durant ces dernières années, les langages de programmation informatique ont connu un formidable développement et un très grand nombre de logiciels de programmation ont vu le jour, d'où la tendance à choisir les logiciels plus spécialisés et plus productifs selon le domaine.

Dans notre étude pratique, nous avons utilisé le logiciel Visual Xpress, pour résoudre deux programmes linéaires (problèmes de transport).

## 4.2 Implémentation du problème de transport

### 4.2.1 Exemple d'application

Pour un simple exemple d'application nous allons utiliser les résultats obtenus au chapitre II, le principe est de :

- Transporter des produits lubrifiants de centres dépôts aux centres de consommations (clients),
- Satisfaire toutes les demandes des clients,
- Ecouler les stocks des dépôts,
- Minimiser les coûts totaux de transport.

### 4.2.2 Enoncés :

- **Dépôt (1)** : Alger,
- **Dépôt (2)** : Tizi-Ouzou.

- **Produits :**
  - **E** : Huile pour moteur essence,
  - **D** : Huile pour moteur diesel.
- Les quantités sont données en Tonnes.
- Les quantités disponibles des produits dans chaque dépôt sont représentées dans le tableau suivant :

|          | Le dépôt (1) | Le dépôt (2) |
|----------|--------------|--------------|
| <b>E</b> | 300          | 150          |
| <b>D</b> | 600          | 350          |

*Tableau 4.1*

- Le tableau suivant nous donne la liste des clients avec leurs codes, indices et leurs demandes par produit :

| <b>Indice client</b> | <b>Code client</b> | <b>Demande des clients en produit E</b> | <b>Demande des clients en produits D</b> |
|----------------------|--------------------|---|--|
| 01                   | J1407              | 59                                      | 170                                      |
| 02                   | U9704              | 53                                      | 160                                      |
| 03                   | M7939              | 78                                      | 110                                      |
| 04                   | N4146              | 94                                      | 240                                      |
| 05                   | K2851              | 97                                      | 100                                      |
| 06                   | J3718              | 69                                      | 170                                      |

*Tableau 4.2*

- Les deux tableaux suivants représentent les coûts unitaires de transport :

|   |     | Client<br>1     | Client<br>2      | Client<br>3 | Client<br>4 | Client<br>5 | Client<br>6 |     |     |
|---|-----|-----------------|------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-----|-----|
| <table border="1"> <tr> <td style="text-align: center;"><i>Demandes</i></td> <td style="text-align: center;"><i>Quantités</i></td> </tr> </table> |     | <i>Demandes</i> | <i>Quantités</i> | 590         | 530         | 780         | 940         | 970 | 690 |
|   |     | <i>Demandes</i> | <i>Quantités</i> |             |             |             |             |     |     |
| Dépôt 1   | 300 | 100             | 150              | 250         | 200         | 120         | 400         |     |     |
| Dépôt 2   | 150 | 900             | 140              | 350         | 190         | 100         | 380         |     |     |

Tableau 4.3 : Les coûts unitaires de transport du produit E

|   |     | Client<br>1     | Client<br>2      | Client<br>3 | Client<br>4 | Client<br>5 | Client<br>6 |      |      |
|---|-----|-----------------|------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------|------|
| <table border="1"> <tr> <td style="text-align: center;"><i>Demandes</i></td> <td style="text-align: center;"><i>Quantités</i></td> </tr> </table> |     | <i>Demandes</i> | <i>Quantités</i> | 1700        | 1600        | 1100        | 2400        | 1000 | 1700 |
|   |     | <i>Demandes</i> | <i>Quantités</i> |             |             |             |             |      |      |
| Dépôt 1   | 600 | 700             | 1000             | 1800        | 150         | 900         | 300         |      |      |
| Dépôt 2   | 350 | 500             | 900              | 2000        | 1100        | 800         | 320         |      |      |

Tableau 4.4 : Les coûts unitaires de transport du produit D

### 4.2.3 Résolution du problème en utilisant logiciel Visual Xpress

#### 4.2.3.1 Présentation du logiciel Visual Xpress

*Visual Xpress* est utilisé pour résoudre les modèles d'optimisation linéaire. C'est la version pour Windows du logiciel Xpress, qui est également disponible

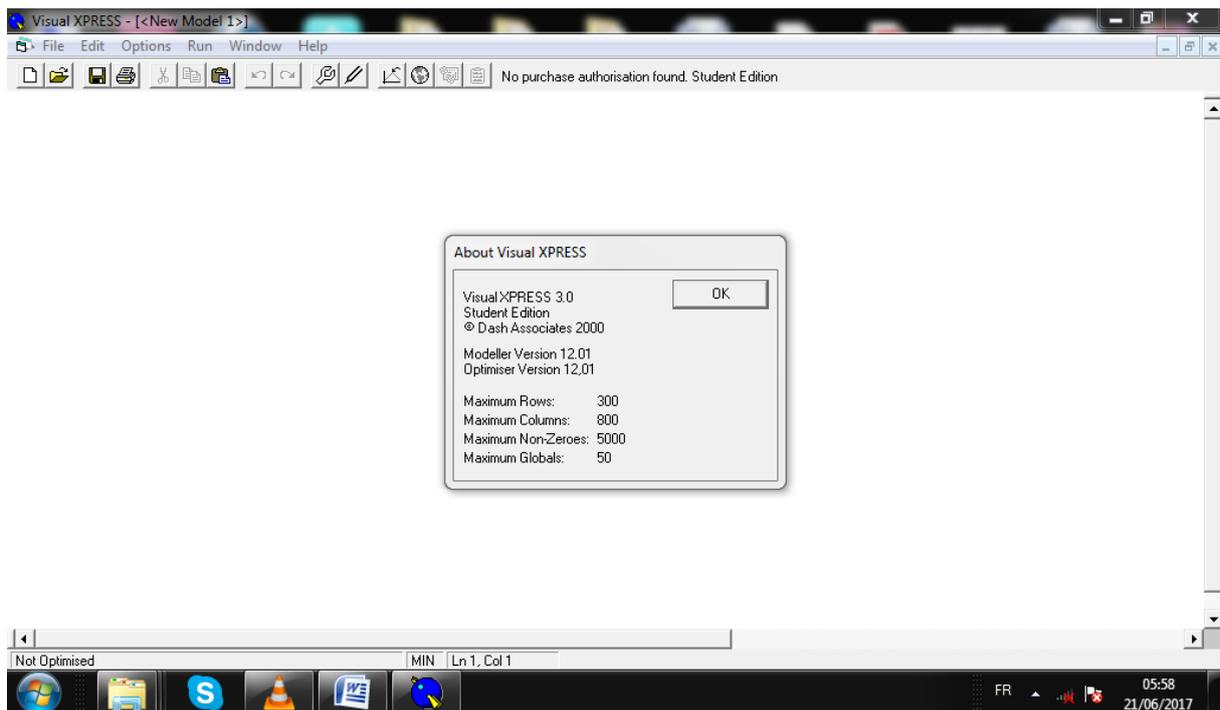
sur d'autres plates-formes comme Unix [5], est téléchargeable gratuitement sur le site web <http://www.artelys.fr>.

Les étapes de l'installation :

1. Démarrer Windows,
2. Insérer le CD-ROM ou une clé USB où il y'a le programme d'installation,
3. Cliquer sur l'icône Setup (Install) dans votre explorateur de Windows,
4. Suivre les instructions sur l'écran.

Une fois le logiciel installé, on clique sur la commande HELP.

Puis cliquer sur ABOUT Visual XPRESS et on aura la figure suivante qui comporte toute les informations sur ce dernier.



*Figure 4.1 : Informations sur logiciel*

### 4.2.3.2 Résolution du problème d'application

Après avoir traité le problème posé par la société NAFTAL, le problème a donné lieu à deux modèles mathématiques sous forme de problèmes de transport résolus par le logiciel Visual Xpress.

#### a) Produit E

Introduire le modèle mathématique sous Visual Xpress (*Figure 4.1*) :

```

Visual XPRESS - [C:\Users\pc\Desktop\mémoire final 2017\botre.mod]
File Edit Options Run Window Help
No purchase authorisation found. Stu

X24
X25
X26

CONSTRAINTS

PROFIT: 100*X11+ 150*X12+ 250*X13+ 200*X14+ 120*X15+ 400*X16+ 900*X21

TR1:      X11 + X12 + X13 + X14 + X15 + X16 = 300
TR2:      X21 + X22 + X23 + X24 + X25 + X26 = 150
TR3:      X11 + X21 = 59
TR4:      X12 + X22 = 53
TR5:      X13 + X23 = 78
TR6:      X14 + X24 = 94
TR7:      X15 + X25 = 97
TR8:      X16 + X26 = 69

BOUNDS

X11 >=0
X12 >=0

```

LP Optimal      MIN      Ln 18, Col 111

*Figure 4.1*

Après avoir exécuté notre programme on a obtenu les résultats suivant :

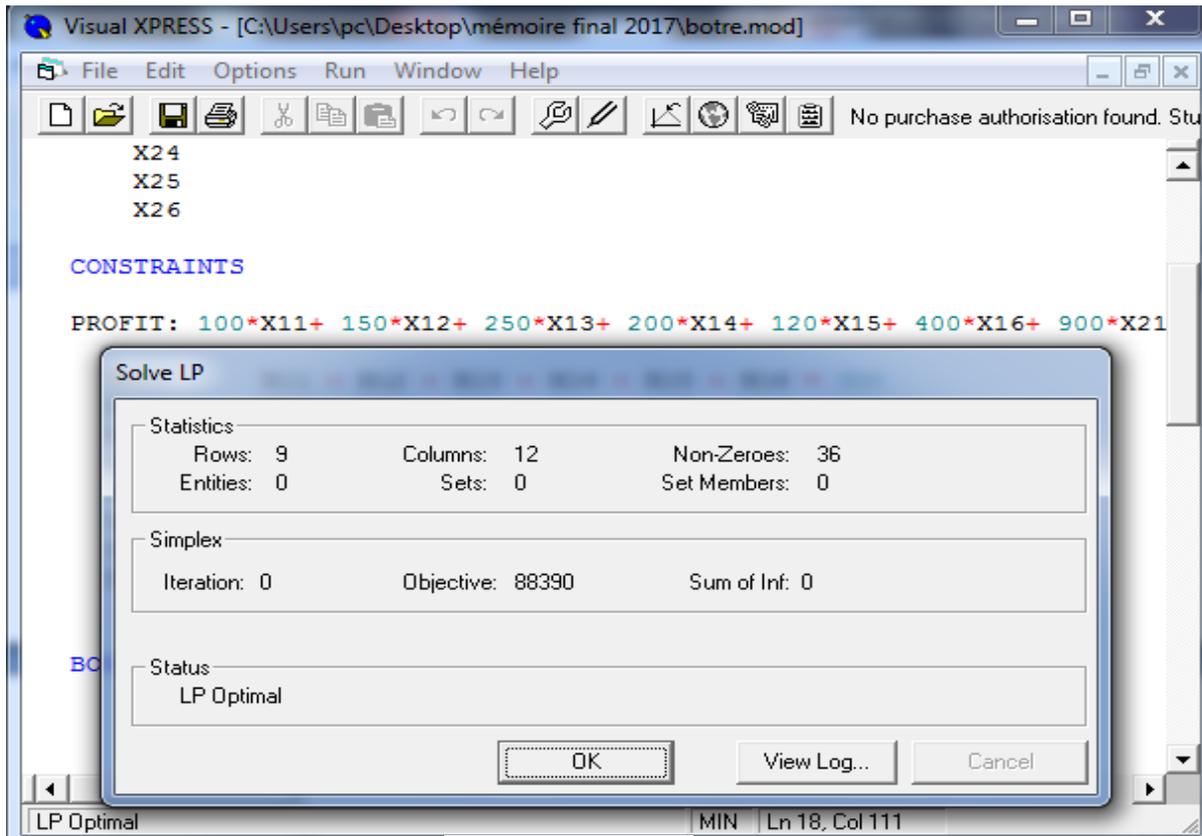


Figure 4.2

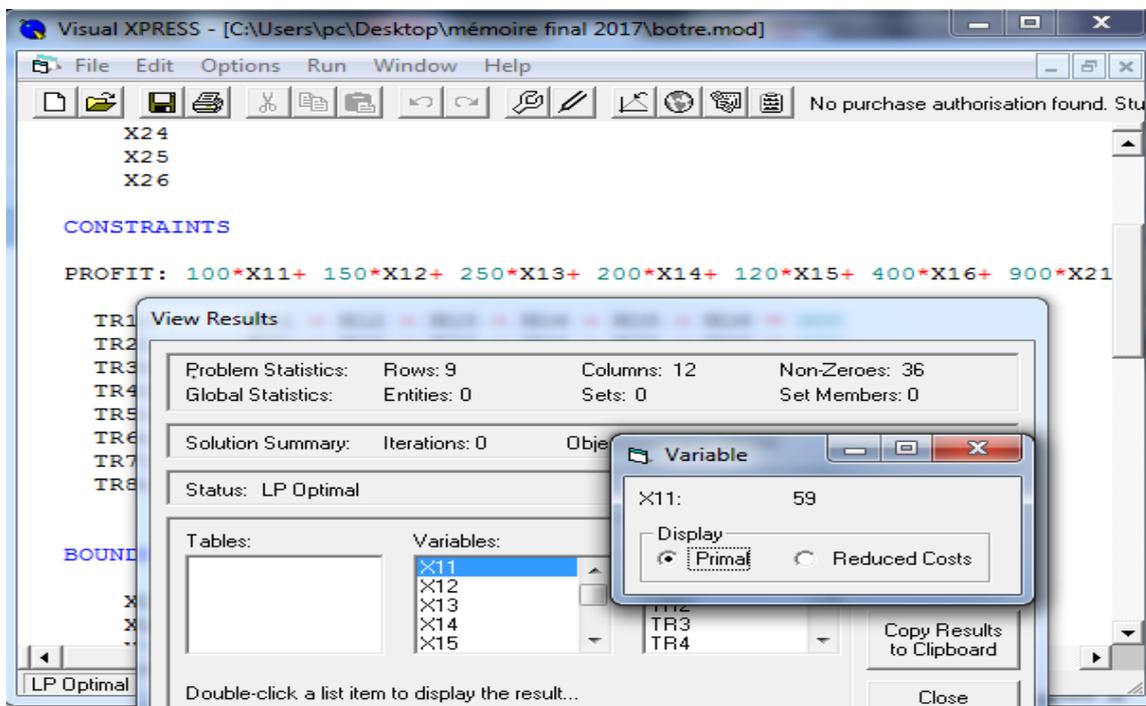


Figure 4.3

$Min (Z_1) = 88390$  DA.

| Dépôt 1  | Résultats | Dépôt 2  | Résultats |
|----------|-----------|----------|-----------|
| $X_{11}$ | 59        | $X_{21}$ | 0         |
| $X_{12}$ | 53        | $X_{22}$ | 0         |
| $X_{13}$ | 78        | $X_{23}$ | 0         |
| $X_{14}$ | 94        | $X_{24}$ | 0         |
| $X_{15}$ | 16        | $X_{25}$ | 81        |
| $X_{16}$ | 0         | $X_{26}$ | 69        |

Tableau 4.5 : Quantités à transporter en produit E vers l'ensemble des clients.

**b) Produit D**

Introduire le modèle mathématique sous Visual Xpress (Figure 4.4) :

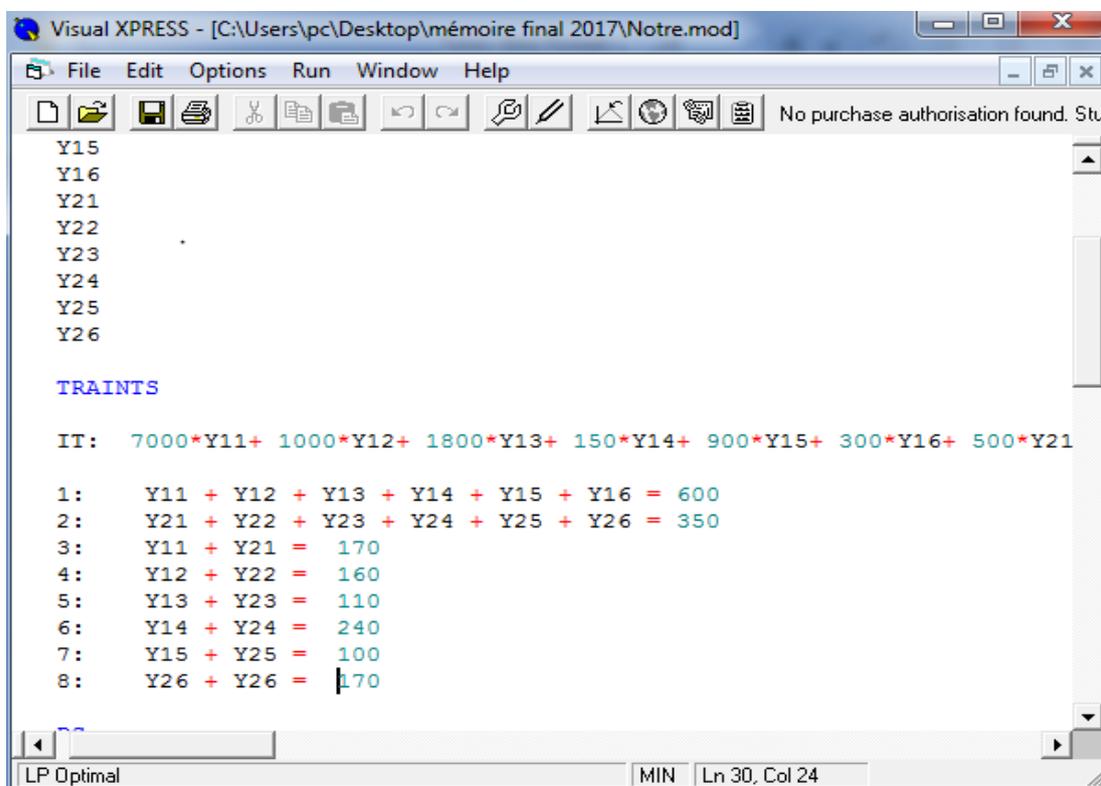


Figure 4.4

Après avoir exécuté notre programme on a obtenu les résultats suivant :

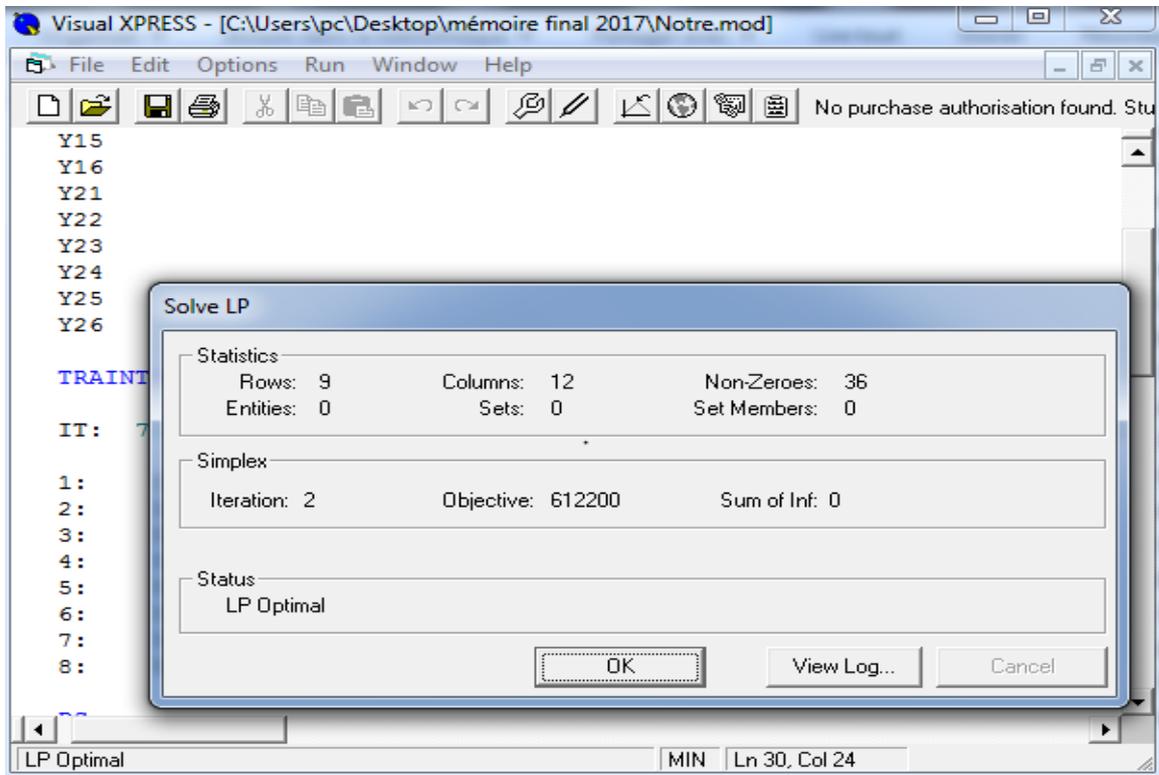


Figure 4.5

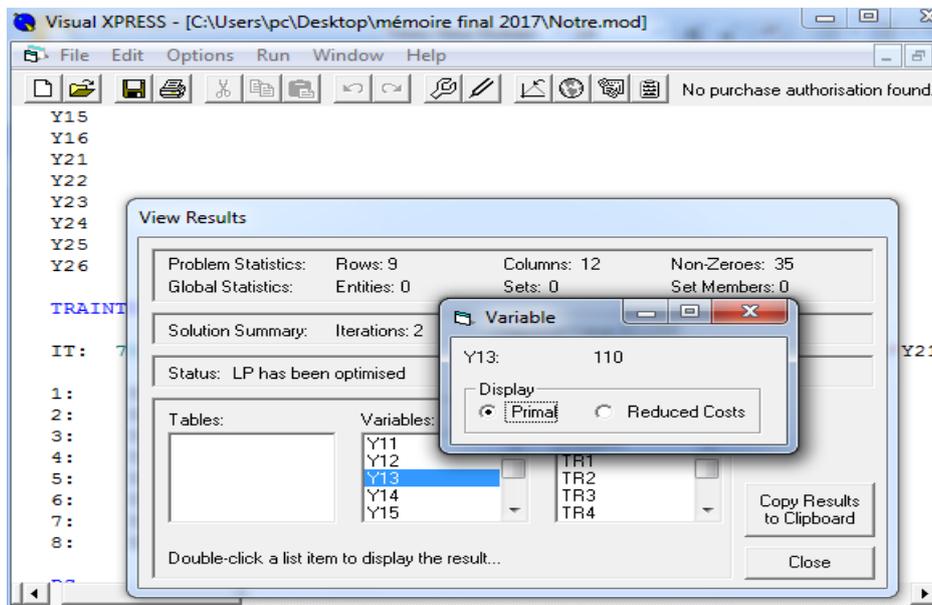


Figure 4.6

$Min (Z_2) = 612200$  DA.

| <i>Dépôt 1</i> | <i>Résultats</i> | <i>Dépôt 2</i> | <i>Résultats</i> |
|----------------|------------------|----------------|------------------|
| $Y_{11}$       | 0                | $Y_{21}$       | 170              |
| $Y_{12}$       | 65               | $Y_{22}$       | 95               |
| $Y_{13}$       | 110              | $Y_{23}$       | 0                |
| $Y_{14}$       | 240              | $Y_{24}$       | 0                |
| $Y_{15}$       | 100              | $Y_{25}$       | 0                |
| $Y_{16}$       | 85               | $Y_{26}$       | 85               |

**Tableau 4.6** : Quantités à transporter en produit **D** vers l'ensemble des clients.

## 4.2 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons utilisé le logiciel Visual XPRESS pour résoudre le problème posé au chapitre II.

# Conclusion Générale

---

## ***Conclusion Générale***

Le contexte concurrentiel pousse les entreprises à élaborer des stratégies nouvelles afin de s'adapter aux changements opérés. De ce fait, l'enjeu est de déployer plus d'efforts dans les activités de l'entreprise en rentabilisant considérablement son chiffre d'affaires tout en réduisant les coûts.

C'est pourquoi, l'entreprise nationale NAFTAL nous a confié une étude qui a pour objet : «*Optimisation de la Distribution des Produits Pétroliers (Lubrifiants)* ».

Notre étude est essentiellement consacrée à l'élaboration d'un programme linéaire permettant d'assurer les quantités nécessaires à transporter pour satisfaire les demandes des clients en minimisant les coûts totaux de transport.

Après la formulation mathématique de notre problème, nous avons abouti à :

- Deux programmes linéaires sous formes de problèmes de transport dont la résolution s'est faite par les méthodes du Simplexe et des potentiels. Nous avons programmé et implémenter nos méthode par le logiciel Visual Xpress.

Au cours de cette étude, notre savoir a été enrichi en découvrant le domaine de la commercialisation des produits pétroliers. Mais, il nous reste tant à découvrir car la Recherche Opérationnelle est un champ bien vaste et fascinant.

En conclusion, ce travail nous a permis de valoriser et de mettre en pratique les connaissances théoriques acquises durant notre cursus universitaire.

Nous espérons que ce travail soit bénéfique. Et qu'il ouvre une porte pour l'exploitation de plus en plus effective et croissante des techniques de la Recherche Opérationnelle.

***Bibliographie***

[1] : BRIKI Ismahan et MAROUF Fatma Zohra Andira. « Optimisation du schéma de distribution de produit aviation », mémoire master en Engineering en Recherche Opérationnelle, USTHB, 2012.

[2] : DOUGHA Samir et BOUKHECHEME Rabah. « Le problème de distribution des carburants », mémoire de licence en Recherche Opérationnelle, USTHB, 2014.

[3] : Ecole polytechnique Fédérale de Lausanne Optimisation Linéaire Recherche Opérationnelle GC-SIE. <http://transp-or.epfl.ch/courses/RechOp/09-10/slides/PDF/03- Geometrie-PL.pdf>

[4] : EMKEIDECHE Manel et MECHTA Amina. « Elaboration d'un schéma optimal de distribution et de ravitaillement du butane vrac et conditionné », mémoire d'ingénieur d'état en Recherche Opérationnelle, USTHB, 2008.

[5] : Guéret C., PRINS C. et Sevaux M. « Programmation Linéaire : 65 problèmes d'optimisation modélisés et résolus avec Visual Xpress », Eyrolles, 2000.

[6] : HALIMAOUI Dahbia. « Optimisation de distribution des produits pétroliers (les carburants) au niveau de l'entreprise NAFTAL de Tizi-Ouzou », mémoire d'ingénieur d'état en Recherche Opérationnelle, UMMTO, 2011.

[7] : IFT 2505 Programmation Linéaire Fabian Bastin DIRO Université de Montréal, 2013. [https://www.iro.umontreal.ca/~bastin/ift2505/ift2505\\_fondamental.pdf](https://www.iro.umontreal.ca/~bastin/ift2505/ift2505_fondamental.pdf)

[8] : ISSAD Samia et LASSACI Lila. « Application de la Programmation Multi-objectifs au Problème de Pertes d'Énergies Électriques : SONELGAZ de Tizi-Ouzou », mémoire d'ingénieur d'état en Recherche Opérationnelle, UMMTO, 2010.

[9] : LOUNIS Samira et KHELLAL Lila. « Application de l'optimisation Multi-objectifs aux ravitaillements du centre carburant et planification de ces livraisons NAFTAL », mémoire d'ingénieur d'état en Recherche Opérationnelle, UMMTO, 2009.

[10] : MANSOUR Sonia et CHABANE Samiha « Approche Floue du Problème de transport Multi-objectifs à Coefficients Intervalles », mémoire d'ingénieur d'état en Recherche Opérationnelle, UMMTO, 2009.

[11] : MOKRANI Faiza et BOULACHEB Soumya. « Elaboration d'un Programme Optimal de Distribution des Carburants » mémoire master en Recherche Opérationnelle Modèles et Méthodes pour l'Ingénierie et la Recherche, 2012.

[12] : OUGHILIS Oussama et ZAIYOU Nacir. « Elaboration d'un programme optimal de distribution des lubrifiants », mémoire d'ingénieur d'état en Recherche Opérationnelle, USTHB, 2008.

[13] : SAKAROVITCH Michael. « Optimisation Combinatoire : programmation discrète », Hermann, Paris, 1984.

[14] : SIMONNARD M. « Programmation Linéaire », Dunod, Paris, 1962.

[15] : TEGHEM Jacques. « Programmation Linéaire », co-edition ellipses 2003.



***Bibliographie***

[1] : BRIKI Ismahan et MAROUF Fatma Zohra Andira. « Optimisation du schéma de distribution de produit aviation », mémoire master en Engineering en Recherche Opérationnelle, USTHB, 2012.

[2] : DOUGHA Samir et BOUKHECHEME Rabah. « Le problème de distribution des carburants », mémoire de licence en Recherche Opérationnelle, USTHB, 2014.

[3] : Ecole polytechnique Fédérale de Lausanne Optimisation Linéaire Recherche Opérationnelle GC-SIE. <http://transp-or.epfl.ch/courses/RechOp/09-10/slides/PDF/03- Geometrie-PL.pdf>

[4] : EMKEIDECHE Manel et MECHTA Amina. « Elaboration d'un schéma optimal de distribution et de ravitaillement du butane vrac et conditionné », mémoire d'ingénieur d'état en Recherche Opérationnelle, USTHB, 2008.

[5] : Guéret C., PRINS C. et Sevaux M. « Programmation Linéaire : 65 problèmes d'optimisation modélisés et résolus avec Visual Xpress », Eyrolles, 2000.

[6] : HALIMAOUI Dahbia. « Optimisation de distribution des produits pétroliers (les carburants) au niveau de l'entreprise NAFTAL de Tizi-Ouzou », mémoire d'ingénieur d'état en Recherche Opérationnelle, UMMTO, 2011.

[7] : IFT 2505 Programmation Linéaire Fabian Bastin DIRO Université de Montréal, 2013. [https://www.iro.umontreal.ca/~bastin/ift2505/ift2505\\_fondamental.pdf](https://www.iro.umontreal.ca/~bastin/ift2505/ift2505_fondamental.pdf)

[8] : ISSAD Samia et LASSACI Lila. « Application de la Programmation Multi-objectifs au Problème de Pertes d'Énergies Électriques : SONELGAZ de Tizi-Ouzou », mémoire d'ingénieur d'état en Recherche Opérationnelle, UMMTO, 2010.

[9] : LOUNIS Samira et KHELLAL Lila. « Application de l'optimisation Multi-objectifs aux ravitaillements du centre carburant et planification de ces livraisons NAFTAL », mémoire d'ingénieur d'état en Recherche Opérationnelle, UMMTO, 2009.

[10] : MANSOUR Sonia et CHABANE Samiha « Approche Floue du Problème de transport Multi-objectifs à Coefficients Intervalles », mémoire d'ingénieur d'état en Recherche Opérationnelle, UMMTO, 2009.

[11] : MOKRANI Faiza et BOULACHEB Soumya. « Elaboration d'un Programme Optimal de Distribution des Carburants » mémoire master en Recherche Opérationnelle Modèles et Méthodes pour l'Ingénierie et la Recherche, 2012.

[12] : OUGHILIS Oussama et ZAIYOU Nacir. « Elaboration d'un programme optimal de distribution des lubrifiants », mémoire d'ingénieur d'état en Recherche Opérationnelle, USTHB, 2008.

[13] : SAKAROVITCH Michael. « Optimisation Combinatoire : programmation discrète », Hermann, Paris, 1984.

[14] : SIMONNARD M. « Programmation Linéaire », Dunod, Paris, 1962.

[15] : TEGHEM Jacques. « Programmation Linéaire », co-edition ellipses 2003.



**UNIVERSITE MOULOUD MAMMARI DE TIZI –OUZOU**  
**FACULTE DES SCIENCES**  
**DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUE**



Optimisation de la Distribution des Produits Pétroliers (Lubrifiants) au sein de l'Entreprise NAFTAL

**RESUME**

La société NAFTAL s'occupe de la commercialisation et la distribution des produits pétroliers sur tous le territoire national.

Notre étude va se basé sur les produits lubrifiants (*huiles moteurs*).

Notre étude est essentiellement consacrée à l'élaboration d'un programme linéaire permettant d'assurer les quantités nécessaires à transporter pour satisfaire les demandes des clients en minimisant les coûts totaux de transport.

***Réaliser :***

**Boualem MOKRANE**

**&**

**Ourdia HOCINE**

***Encadré par :***

***M<sup>me</sup> : O. BOUARAB (UMMTO)***