MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI, TIZI-OUZOU



FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET DE L'INFORMATIQUE DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

### Mémoire de fin d'études

Présenté en vue de l'obtention du Diplôme d'Ingénieur d'Etat en Electronique

**Option : COMMUNICATION.** 

### Thème

### Application d'un réseau de neurones pour la réduction des distorsions de non linéarités dans une transmission multi porteuses O.F.D.M

Proposé par :

Mr AIT BACHIR.Y

Présenté par :

Melle Nacer bey Ghania

Melle Guezoui Zahia

Année universitaire : 2008/2009 Soutenu le : 12/10/2009

# Remerciements

Nous tenons à exprimer notre profonde gratitude à notre promoteur Mr Ait BACHIR.Y pour ces prestigieux conseils et orientations surtout son énorme gentillesse et sa simplicité.

D'autre part, nos vifs remerciement vont droit à tous nos enseignants qui nous ont suivis tout au long de notre cursus et plus particulièrement à Mr DICHE qui nous a beaucoup aidé.

Nous tenons enfin à remercier d'avance, Monsieur le président et tous les membres du jury qui nous feront l'honneur de juger notre travail. Je dédie ce modeste travail : A mes très chèrs parents, que dieu les protège. A mes chèrs frères : Mohend et Hmitouche et leurs épouses Hakima et Samia.

édicace

井 A mes chères sœurs : Djiji, HAkima et Saida.

A ma grande sœur que j'aime beaucoup Karima ainsi que son époux Slimane et leurs enfants (Dany, Rany, Mayssa).

♣ A tous mes amis(es) en particulier : Fazia,Rosa, Farida, Kahina, Karima, Mokrane, Marzouk, Tarik, Samir, Djamel ,Boussad...

A toute la promotion 2008 et en particulier les étudiants d'option' communication'.

Je dédie ce travail plus particulièrement à' Ghania' et à toute sa Famille.

A notre promoteur Mr AIT BACHIR.Y qui nous a aidé tout le long de notre projet.

ZAHIA



Je dédie ce modeste travail :

A La prunelle de mes yeux et la lumière de ma vie, mes très chèrs parents.

- *A mon très chèr Amar qui ma toujours soutenue et souvent été à mes cotés, que dieu le garde pour moi*
- A mes chèrs frères : Belkacem, Nacer et Djamel. DIN, et à toute la famille Samet.
- A ma très tendre sœur Warda et son cher mari Karim ainsi que leur petite princesse Sara et leur petit charment Rayan.

🕹 A mes sœurs que j'adore : Souad et Hanan.

- 4 A ma tendre grande mère qui m'a toujours aidée.
- A Tous mes amis(es): Karima, fazia, safia, wanissa, souad, Nadia, Fouzia, Samir, Marzouk, Redoine et particulièrement à noara.

Je dédie ce travail plus particulièrement à Kahina ainsi que à toute sa Famille.

*A notre chèr promoteur qui a fait le maximum pour nous orienter.* 

Ghania

### **SOMMAIRE**

Introduction général	1	l
----------------------	---	---

#### CHAPTER I : Les systèmes mobiles radiocellulaires

0

9

#### Partie 1.1 : Généralités sur sources d'information

L

9

μ

1.1.1. Définition d'une source d'information	8
1.1.2. Source discrète sans mémoire	
1.1.3. La quantité d'information	8
1.1.4. Entropie d'une source	9
1.1.5. Codage de sources discrètes	10
1.1.5.1. Débit moyenne d'information	10
1.1.5 .2. Efficacité (codage avec mots de longueur variable)	10
1.1.5.3. Codage par bloc	11
Partie 1.2 : Les systèmes mobiles radiocellulaire GSM,GPRS, UMTS	
1.2.1 Introduction	12
1.2.2. Réseau GSM (Global System for Mobile)	
1.2.2.1. Les concept du réseau GSM	
1.2.2.2. Architecture du GSM	14
1.2.2.3. Limites du réseau GSM	15
1.2.3. Réseau GPRS (Géneral Packet Radio Service)	15
1.2.3.1. Architecture du réseau GPRS	16
1.2.3.2. Les composants du réseau GPRS	17
1.2.3.3. Bilan sur le GPRS	17
1.2.4. Réseau UMTS (Universal Mobil Télécommunication System)	18
1.2.4.1. Le débit supporté	
1.2.4.2. Architecture du réseau UMTS	
1.2.4.3. Les objectifs du réseau UMTS	19
1.2.5. Conclusion	19

#### Chapitre2 : les modulations multiporteuse

2.1. Introduction	
2.2. Canal multi trajet	
• Les caractéristiques du canal multi trajets	21
2.3. Modulation multiporteuse	
2.3.1. Rappels sur la transmission numérique	
2.3.1.1. Les caractéristiques de la transmission numérique	
2.3.1.2. Les modulations numériques	
• Les modulations MAQ-M	27
2.3.2. Notion d'orthogonalité	31
2.3.3. Le principe de la modulation OFDM	32
2.3.4. Le principe de la démodulation OFDM	
2.3.5. Principe du modulateur et du démodulateur utilisant les transformées de	Fourier

discrète	34
2.3.6. Les interférences entre symboles	
2.3.7. Egalisation	
2.3.8. Décision	
2.4. Chaine complète d'une transmission OFDM	
2.5. Conclusion	39

#### Chapitre 3 : OFDM et non linéarité

μ.

Μ.

3.1. Introduction	41
3.2. Caractéristique d'un dispositif non linaire	41
3.2.1. Les harmoniques	42
3.2.2. Les produits d'intermodulation	44
3.2.3.Le point de compression à 1db	46
3.2.4. Le facteur de crête	47
3.3. L'amplificateur de puissance (PA)	50
3.4. Méthodes de réduction des effets des non-linéarités	54
3.4.1. Limitation de l'amplitude du signal OFDM temporel	54
3.4.2. Modification de codage	55
3.4.3. Modification des symboles OFDM	56
3.4.4. La prédistorsion	57
3.4.5. Correction à la réception	58
3.4.6. Compensation des non-linéarités dans le domaine fréquentiel enutilisat	nt le réseau
de neurones	60
3.5. Conclusion	61

#### Chapitre4 : Application des réseaux des neurones pour la réduction des effets de non linéarités

1.2 Modèle d'un neurone	64
4.2. Modele a un neurone	
4.2.1. Le neurone biologique	64
4.2.2. Le neurone artificiel	
4.3. Les réseaux de neurones artificiels	
4.4. Fonction d'activation	
4.4.1. La fonction linéaire	
4.4.2. La fonction sigmoïde	
4.4.3. La fonction seuil	
4.4.4. La fonction signe	
4.4.5. La fonction tan sigmoïde	

Apprentissage non supervisé	69
> Apprentissage par renforcement	69
Apprentissage supervisé (Back propagation)	70
4.6. Architecture du réseau de Neurone	
4.6.1. Réseaux neuronaux multicouches de type Feed- Forward	70
4.6.2. Réseaux récurrents	71
4.6.3. Réseaux cellulaires	72

## Partie 2 : Application des réseaux des réseaux de neurone pour la réduction des effets de non linéarités.

4.7. Application d'un réseau de neurones de type perceptron multi couche pou	ar la réduction
des effets de non linéarité	72
4.7.1. Apprentissage du réseau	72
4.7.2. Implémentation de la chaine OFDM	78
4.7.2.1. Génération du signal OFDM	78
4.7.2.2. Paramètres utilisée dans la chaine OFDM	79
4.7.2.3. Les étapes suivies pour la génération de la chaine OFDM	80
4.8. Conclusion	81

#### Chapitre 5 : Résultats de la simulation

μ

Ð

	9
P	Conclusion générale
L	

	Θ
9	Bibliographie
U	

		φ
β	9	Annexe
l	ţ	

Table des figures

ଦ୍ର

- Figure.1.1 : Entropie d'une source.
- Figure.1.2 : Exemple de motif d'un système cellulaire.
- Figure.1.3 : Architecture du GSM.
- Figure.1.4 : Vue global du réseau GPRS.
- Figure.1.5 : Architecture du réseau GPRS.
- Figure.1.6 : Hiérarchie des cellules d'un réseau UMTS.
- Figure.1.7 : Architecture de l'UMTS.
- Figure.2.1 : Fonction de transfert d'un canal comportant un retard.
- Figure.2.2 : La variation de la puissance moyenne d'un signal impulsionnel.
- Figure.2.3 : Effet Doppler.
- Figure.2.4 : La transformée de fourrier inverse du spectre Doppler.
- Figure.2.5 : Schéma général d'une transmission numérique.
- Figure.2.6 : Chaine d'émission OFDM.
- Figure.2.7 : La constellation de la MAQ-4 et la MAQ-16.
- Figure.2.8 : La forme générale de la modulation numérique.
- Figure.2.9 : Schéma de principe d'un modulateur OFDM.
- Figure .2.10 : Spectre du signal OFDM.
- Figure .2.11 : Spectre du signal OFDM pour 8 porteuses.
- Figure.2.12 : Schéma de principe du démodulateur OFDM.
- Figure.2.13 : Chaine de transmission numérique.
- Figure.2.14 : La démodulation en utilisant la FFT.
- Figure.2.15 : La modulation en utilisant l'IFFT.
- Figure.2.16 : l'intervalle de garde.
- Figure.2.17 : Chaine de transmission numérique.
- Figure.2.18 : Caractéristique non-linéaire de transfert.
- Figure.2.19 : Les signaux gaussiens en (haut), uniforme en (bas).
- Figure.2.20 : Caractéristique d'un amplificateur (SSPA).
- Figure.2.21 : Harmoniques à la sortie d'un composant non-linéaire.
- Figure.2.22 : Harmonique sur un signal en bande étroite
- Figure.2.23 : Point de compression à 1 db.
- Figure.2.24 : Produit d'intermodulation.
- Figure.3.1 : Modèle utilisé pour le calcul de l'expression de la non-linéarité dans le domaine fréquentiel.
- Figure .3.2 : Impulsion gaussienne pour limiter l'amplitude du signal.
- Figure.3.3 : Principe d'un modulateur PTS.
- Figure. 3.4 : Principe de la prédistorsion.
- Figure .3.5 : Le principe d'une postdistorsion.
- Figure.3.6 : Schéma d'un récepteur OFDM avec réseau de neurones pour la compensation des non-linéarités.
- Figure 3.4 : Schéma du récepteur OFDM avec un réseau de neurones complet.
- Figure 4.1 : Modèle d'un Neurone biologique.
- Figure 4.2 : Modèle d'un Neurone artificiel.
- Figure 4.3 : Le schéma général d'un Neurone.
- Figure 4.4 : Exemple simple d'un réseau de Neurones.

- Figure 4.5 : Structure du réseau MLP.
- Figure 4.6 : Structure d'un réseau Neuronal récurrent.
- Figure 4.7 : Réseau cellulaire.
- Figure 4.8 : Schéma d'un réseau de Neurones non récurrents à trois couches
- Figure 5.1 : Réponse temporelle du signal carriers.
- Figure 5.2 : Réponse fréquentielle du signal porteur
- Figure 5.3 : Forme d'onde g(t) pour les 20 échantillons.
- Figure 5.4 : Réponse temporelle du signal en sortie filtre.
- Figure 5.5 : Réponse fréquentielle du signal.
- Figure 5.6 : La réponse du filtre d'émission.
- Figure 5.7 : Réponse temporelle du signal après le filtrage
- Figure 5.8 : Réponse fréquentielle du signal après filtrage
- Figure 5.9 : Réponse temporelle du signal OFDM S(t) individuel avant amplification.
- Figure 5.10: Réponse fréquentielle du signal OFDM S(t) individuel avant amplification.
- Figure 5.11 : Réponse temporelle de signal OFDM total S(t) avant amplification
- Figure 5. 12 : Réponse fréquentielle du signal OFDM total S(t) avant amplification.
- Figure 5.13 : Réponse temporelle du signal S00(t) après amplification.
- Figure 5 .14 : Réponse fréquentielle du signal S00(t)
- Figure 5.15 : Réponse temporelle de signal S01(t)
- Figure 5.16 : Réponse fréquentielle du signal S01(t)
- Figure 5.18 : Réponse temporelle du signal S0(t)
- Figure 5.19 : Réponse fréquentielle du signal S0(t)
- Figure 5.20 : Résultat d'apprentissage avec nombre d'itération égale 4 et un pas de 0.05.
- Figure 5.21 : Résultat d'apprentissage avec nombre d'itiration égale à 45 et un pas de 0.1.
- Figure 5.22 : Résultat d'apprentissage avec un nombre d'itération égale à 45 et un pas de 0.2.
- Figure 5.23 : Résultat d'apprentissage avec un nombre ditération égale à 32 et un pas de 0.1 .
- Figure 5.24 : Résultat d'apprentissage avec un nombre d'itération égale à 50 et un pas de 0.05
- Figure 5.25 : Résultat d'apprentissage avec un nombre d'itération égale à 5 et un pas de 0.05.
- Figure 5.26 : Résultat d'apprentissage avec un nombre d'itération égale à 71 et pas de 0.05.
- Figure 5.27 : Résultat d'apprentissage avec un nombre d'itération égale à 147 et un pas de 0.1.



Depuis le début des années 1990, les services de la communication cellulaire connaissent un développement sans précédent rendu possible par l'existence de la technologie numérique dite 2<sup>eme</sup> génération ; le GSM étant l'une des plus populaires et la première norme de la téléphonie cellulaire qui soit pleinement numérique, il constitue désormais la référence mondiale pour les systèmes radio mobiles.

Les systèmes de la première génération sont analogiques, le signal de parole est transmis sur la voie radio par une modulation analogique de fréquence ou de phase tout à fait classique et la méthode d'accès utilise un simple multiplexage en fréquence.

À partir de la fin des années 70, divers systèmes ont été élaboré dans ce conteste, si le système AMPS (Advanced Mobile Phone Système) domine en Amérique, le système NMT (Nordic Mobile Téléphone) a connu un succée certain en Europe, cependant de multiples systèmes nationaux ont été mis au point en Japon, en Allemagne, en Italie . . . etc.

C'est dans le cadre de la première génération qu'a muri le concept cellulaire, puis apparition de la deuxième et troisième génération (GSM, GPRS, UMTS) qui n'ont cessé d'évoluer et de s'améliorer dans le but d'augmenter les débits et d'optimiser leurs performances, jusqu' à l'émergence des systèmes multi porteuses c'est la quatrième génération OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) qui fait l'objectif de notre travail.

L'idée de base de l'OFDM réside dans le fait de répartir un train binaire haut débit en une multitude de trains lesquels étant modulés à bas débits d'où l'appellation **Division Multiplexing**, chacune de ces sous porteuses est modulée par une fréquence différente dont l'espacement reste constant constituant une base orthogonale d'où l'appellation **Orthogonal Frequency**, donc il y a une répartition d'un débit important sur une série de sous porteuses modulées à bas débits et une orthogonalité de ces sous porteuses.

Notre travail consiste d'abord à présenter, expliquer cette nouvelle technologie et à proposer une solution pour la résolution des problèmes de non linéarités causés par les amplificateurs d'émission.

Nous avons décomposé notre travail en cinq chapitres principaux organisés de la manière suivante :

Dans le premier chapitre nous présentons un bref aperçu sur les systèmes de la télécommunication radio cellulaires, comportant des notions sur le codage de source ainsi que ses méthodes ; puis nous citons quelques définitions relatives à la deuxième et à la troisième génération (GSM, GPRS, et UMTS).

Dans le deuxième chapitre, nous décrivons les canaux multi-trajets et la modulation multi porteuses OFDM, un petit rappel sur les modulations numériques, leurs caractéristiques en se basant sur la modulation en quadrature de phase MAQ, puis nous détaillons le principe de la modulation OFDM ainsi que la chaine d'émission et de réception.

Le troisième chapitre consiste à l'étude des non-linéarités attribuées dans la transmission OFDM, nous commençons par parler des principaux éléments caractérisants un dispositif non-linéaire : les harmoniques, le point de compression à 1dB et les produits d'intermodulation (IM), pour arriver à parler d'un paramètre le PMEPR (Peak to Mean Enveloppe Power Ratio) qui représente un élément important dans la caractérisation de modulation à enveloppe non constante OFDM. Les caractéristiques de l'amplificateur de puissance (PA) seront présentées, nous terminons ce chapitre par la présentation de quelques méthodes de réduction des effets de non linéarités. Nous citons : la limitation de l'amplitude du signal OFDM temporel, la modification du codage, la modification des symboles OFDM, la prédisposions, enfin les méthodes à la réception pour corriger les distorsions introduites par les non linéarités.

Dans le quatrième chapitre, nous proposons une méthode de réduction des non-linéarités qui consiste à placer un réseau de neurones à la réception après le module de la FFT et avant égalisation, puis nous implémentons la méthode par simulation sous MATLAB.

Par la suite, dans le dernier chapitre nous présentons les résultats de la simulation.

Nous terminons ce mémoire avec une conclusion générale.

# Chapitre 1

# Généralités sur les systèmes mobiles radiocellulaires

#### Partie 1.1. Généralités sur les sources d'information

#### 1.1.1. Définition d'une source d'information

Une source d'information émet en général un message ou un signal non déterministe, il est possible de classer les sources en deux catégories, selon les signaux ou les messages qu'elles émettent.

- Source analogique : Domaine de TV, la vidéo, la radio (l'audio en général).
- Source discrète : Disques optique (CD, DVD), les mémoires magnétiques (disque dur, bandes).

Quelque soit le type de source, l'information doit être transmise sous forme numérique.

#### 1.1.2. Source discrète sans mémoire

Pour caractériser les sources, de nombreux termes sont empruntés à la description de langage courant. Une source dispose d'un alphabet qui est constitué d'éléments ou de symboles ou de caractères  $\{x_1, x_2, ..., x_k\}$ , k étant la longueur de l'alphabet, ces symboles sont associés pour constituer un message. Emettre un message c'est l'émission d'une succession de symboles appartenant à une source. Chaque symbole  $x_k$  de l'alphabet possède une probabilité d'utilisation  $p_k$ .

Donc on définit une source discrète sans mémoire, celle pour laquelle la probabilité d'émission d'un caractère est indépendante de ce qui a été émis avant ou sera émise après.

#### 1.1.3. La quantité d'information

La quantité d'information notée I est une fonction qui doit aussi avoir les propriétés suivantes :

1) I est une fonction continue de probabilité pi.

2) I (p<sub>k</sub>)  $\nearrow$  si p<sub>k</sub>  $\searrow \implies$  I (pk) est une fonction décroissante de p<sub>k</sub>.

3)  $I(p_k \text{ et } p_j) = I(p_k) + I(p_j)$ .

4) Un symbole certain possède une quantité d'information nulle : I  $(p_k=1) = 0$ .

Une fonction mathématique remplit les conditions 1,3 et 4 : log ( $p_k$ ), pour obtenir la propriété (2) il suffit de prendre – log ( $p_k$ ) = log ( $1/p_k$ ).

1.4

La quantité d'information d'un symbole  $x_k$  de probabilité  $p_k$  est ainsi définie par Shannon comme :

$$I(x_k) = -\log(p_k) = \log(1/p_k)$$
 1.1

#### 1.1.4. Entropie d'une source [11]

L'entropie H(S) d'une source S est la quantité d'information moyenne contenue dans l'alphabet X de cette source. Du point de vue mathématique, cela s'exprime par :

$$\mathbf{H}\left(\mathbf{S}\right) = \mathbf{E}\left[\mathbf{I}(\mathbf{X})\right]$$

Soit **E** [I(x)] =  $\sum_{k} p_k I(x_k) = \sum_{k} p_k \log \left(\frac{1}{p_k}\right)$ 

$$H(S) = \sum_{k=1}^{K} p_k \log(\frac{1}{p_k})$$
 1.2

Elle est exprimée en bits / symboles ou Shannon / symboles.

L'entropie est maximale lorsque tous les symboles sont équiprobables :  $p_k = 1/K$ 

Donc :

$$H(S) = \sum_{k=1}^{k} 1/K \log (k) = \log (k)$$
 1.3

Alors :  $0 \le H(s) \le \log(k)$ 



Figure 1.1. L'entropie d'une source [11]

#### 1.1.5. Codage des sources discrètes

#### 1.1.5.1 Débit moyen d'information

Soit k la taille de l'alphabet d'une source discrète sans mémoire X. X possède une quantité moyenne d'information par symbole qui est l'entropie H(X) celle ci admet une limite maximale :

#### $H(X) \leq log(k)$

Cette limite est atteinte lorsqu'il y a l'équiprobabilité entre tous les symboles de l'alphabet de la source.

Si la source émet ses symboles à une cadence régulière toute les  $\tau_s$  seconds,  $1/\tau_s$  est la vitesse d'émission de la source exprimée en symbole /seconds, le débit moyen d'information sera naturellement caractérisé par :

 $H(X) / \tau_s$  exprimé en Shannon /s.

#### 1.1.5.2. Efficacité (codage avec mots par longueur fixe)

#### • Mots de code de longueur fixe

Une manière simple de coder en binaire l'alphabet d'une source c'est d'attribuer à chaque symbole un **R** bits, il y a donc  $2^{R}$  codes possibles et bien sûr nous avons la condition  $2 \ge K$ l'égalité étant possible lorsque le nombre K de symboles de la source est une puissance de 2. Dans le cas contraire nous avons :  $2^{R-1} < K < 2^{R}$ , cette dernière relation permet de déterminer le nombre R de bits nécessaire au codage de l'alphabet d'une source de K symboles :

$$\mathbf{R} = \int [log_2(\mathbf{K})] + 1$$
 1.5

Nous avons :

$$\begin{aligned} H(X) &\leq \log_2(K) \\ &\Rightarrow R \geq H(X) \end{aligned} \qquad 1.6 \\ R &\geq \log_2(K) \end{aligned}$$

L'égalité aura lieu lorsque tous les symboles de la source sont équiprobables et K est une puissance de 2.

Un codage est dit d'autant plus efficace lorsque le nombre de codes possibles inutilisés est faible. L'efficacité dépend aussi de la quantité d'information moyenne de la source.

L'efficacité n d'un codage sera définie par :

$$\eta = \frac{H(x)}{R}$$
 exprimée en % 1.7

#### 1.1.5.3. Codage par bloc

Pour améliorer l'efficacité du codage, on peut transmettre et coder les symboles non pas individuellement mais par blocs de J symboles. Cette technique est appelée l'extension de la source.

Source primaire de K symboles  $\rightarrow$  extension  $\rightarrow$  source secondaire de K<sup>J</sup> symboles.

Si nous utilisons N bits de codage par bloc on obtient :

$$N \ge \log_2(K^J) \Rightarrow N \ge J \log_2(K)$$
 et  $N = \int [J \log_2(K)] + 1$  1.8

#### Partie 1.2. Les systèmes mobiles radio-cellulaire GSM, GPRS, UMTS

#### 1.2.1. Introduction

Aujourd'hui chacun peut communiquer avec un individu quelque soit le lieu où il se trouve et ça, grâce à la téléphonie cellulaire. Le GSM est la première norme de ce type de la téléphonie qui soit pleinement numérique, c'est la référence mondiale pour les systèmes radio mobiles destinés initialement au transport de la parole. Cette norme n'a cessé d'évoluer et s'étendre sur le plan international.

Un réseau de radiotéléphonie a pour premier rôle de permettre des communications entre les abonnés mobiles et les abonnés du réseau téléphonique commuté RTC. Il est caractérisé par un accès très spécifique c'est la liaison radio, enfin comme tous les réseaux, il doit offrir à l'operateur les facilités d'exploitation et de maintenance.

Le téléphone portable donne aujourd'hui l'accès à l'internet grâce au réseau de deuxième génération GPRS et les services multimédias grâce à de la troisième génération UMTS.

Dans ce qui suit, nous donnons un bref aperçu sur les réseaux GSM, GPRS et UMTS et leurs limites.

#### 1.2.2. Réseau GSM :( Global Système for Mobile)

GSM est l'abréviation de global system for mobile, c'est le système de radiotéléphonie le plus populaire qui permet l'établissement d'une communication d'une station mobile à un poste fixe et des services d'échange de données par transmission radio électrique.

#### 1.2.2.1. Les concepts du réseau GSM

Le réseau GSM est un système cellulaire numérique [5] :

#### a. Cellulaire

Un réseau cellulaire divise la zone à couvrir (un pays entier) en petites zones appelées cellules, chacune de ces cellule est équipée d'une station de base BTS (Base Transceiver Station) qui reçoit une partie des fréquences disponibles, c'est avec celle-ci que communiquent tous les téléphones mobiles actifs qui se trouvent dans la cellule concernée, ainsi la portée réelle des stations dépend de la configuration du territoire arrosé et du diagramme de rayonnement des antennes d'émission.

Les cellules sont souvent représentées sous forme d'hexagone, mais la dimension d'une cellule est en fonction de la puissance de son ensemble (émetteur-récepteur).

Dans la conception d'un réseau cellulaire, il faut considérer les aspects suivants :

- Deux cellules adjacentes ne peuvent pas utiliser la même bande de fréquence, dans le but d'éviter les interférences, aussi la distance entre deux cellules ayant la même bande de fréquence doit être de 2 à 3 fois le diamètre d'une cellule.
- La taille des cellules peut varier entre 0.5 et 35 km et dépend de la topographie et la densité d'utilisateur.
- La densité de population (abonnés) pour établir la dimension de la cellule.



Figure 1.2. Exemples de motif

#### • Les fonctions spécifiques d'un système cellulaire [3]

#### \* Notion d'itinérance ou de roaming

L'usager d'un réseau de radiotéléphonie qui se déplace en différents points du territoire couvert doit pouvoir appeler et être appelé, c'est la notion d'itinérance ou de roaming (du verbe anglais to roam, en français errer).

#### \* Notion de Handover

Pendant une communication, le terminal est en liaison radio avec une station de base déterminée, il est souhaitable d'assurer la continuation du service alors que l'utilisateur se déplace, il peut être nécessaire de changer la station de base avec laquelle le terminal est relié tout en maintenant la communication : c'est le transfert intercellulaire ou Handover (encore appelé hand-off dans certain pays).

#### **B.** Numérique

La téléphonie analogique transmet la voix par un signal électrique par contre la téléphonie numérique transmet la voix sous forme de bits 0,1 (impulsions).

Ce dernier procédé est plus fiable, il est amélioré par le développement de nouvelles méthodes de codage ; alors par conséquent :

- La capacité des réseaux est augmentée.
- > Il est moins sensible aux perturbations extérieures.
- Meilleure qualité des liaisons.

#### 1.2.2.2. Architecture du réseau GSM



Figure 1.3. Architecture du GSM [12]

Le réseau GSM est composé de plusieurs entités, lesquelles ont des interfaces spécifiques, ce réseau peut être divisé en 4 sous systèmes :

- La station mobile MS (Mobile Station).
- Le sous-système radio BSS (Base Station Sub Systèm) : Il est composé de :
  - La station de base BTS (base transceiver station)
  - Le contrôleur de station de base BSC (Base Station Controller)
- > Le sous système d'exploitation et de maintenance OSS (Operating Sub Systém).
- Le sous système réseau NSS (Network Sub Systèm : Il est composé de plusieurs parties, sont les suivantes :
  - •HLR c'est l'enregistreur de localisation nominal
  - MSC c'est le mobile service swishing.
  - VLR c'est l'enregistreur de localisation des visiteurs
  - AUC le centre d'authentification
  - EIR L'enregistreur des identités des équipements.

#### 1.2.2.3. Limites du réseau GSM

- ✓ Débit de transmission limité à 9,6 kbit/s.
- ✓ Temps d'établissement long (20 à 25s).
- ✓ Facturation selon le temps de connexion et non pas en fonction du volume de données transférées.
- ✓ Interconnexion complexe avec le réseau paquet.
- ✓ Le nombre des abonnés limité à 6 millions.

#### 1.2.3. Réseau GPRS (Général Packet Radio Service)

Le GPRS représente une évolution majeure de GSM, en ajoutant une couche supplémentaire au réseau GSM on obtient ce réseau.

Le GPRS est une technologie qui permet la transmission de données par paquet et permet également un accès quasi-immédiat à l'internet.

Le GPRS utilise les trois bandes de fréquences attribuées au GSM c'est-à-dire une bande dans les 900 MHZ, une autre dans les 1800MHZ et enfin une troisième pour l'USA dans les 1900MHZ.



Figure 1.4. Vue globale du réseau GPRS [12]

#### 1.2.3.1. Architecture du réseau GPRS

L'introduction de la mobilité nécessite de spécifier de nouvelles entités dédiées à la commutation de paquets : le nœud de service SGSN et le nœud de passerelle GGSN et BG qui joue un rôle supplémentaire de sécurité.

Le GPRS permet d'atteindre un débit théorique de 171,2 Kbits/s, il repose sur le réseau GSM car celui-ci se charge de fournir la voix ; Quant au GPRS, il fournit les services qui sollicitent les données par paquets.



Figure 1.5. Architecture du réseau GPRS. [3]

#### 1.2.3.2. Les composants du réseau GPRS

- Nœud de service SGSN (Serving GPRS Support Nœud): Serveur d'accès au service GPRS (équivalent au MSC) et qui gère les MS présents dans une zone donnée, son rôle est de délivrer des paquets aux MS.
- Nœud passerelle GGSN (Gateway GPRS Support Node): Retour connectant le réseau GPRS et un réseau externe de communication par paquet (IP ou X25), il sert de passerelle entre les SGSN du réseau GPRS et les autres réseaux de données.
- Le module (BG) (Border Gateway) : Les recommandations introduisent le concept de BG qui permet de connecter le réseau GPRS via un réseau fédérateur et qui assure les fonctions de sécurité pour la connexion de ces réseaux.

#### 1.2.3.3. Bilan sur le GPRS

- Avantages : Il se dégage trois avantages principaux :
  - Le premier est le débit, en effet le réseau GPRS a un débit supérieur à celui du GSM qui peut atteindre théoriquement 171,2 Kb/s.

- Le second est la commutation de paquets, en effet cette méthode permet de ne pas monopoliser les ressources radio lors de la consultation sur Internet.
- Enfin, le dernier avantage est l'apparition de la tarification au volume, cela permet à un utilisateur de ne plus se soucier du temps de téléchargement des données; il payera seulement la taille de ce téléchargement et non pas sa durée.
- Limites : Bien que le GPRS apporte une réelle avancée dans le monde de l'internet mobile, il existe des limites et des contraintes :
  - Le débit réel observé est très inférieur à celui annoncé dans les spécifications du protocole. En effet, on peut constater qu'en moyenne le débit est d'environ 50 Kbits/s et on peut atteindre un débit d'environ 115 Kbits/s dans les conditions optimales.
  - > Le coût de la mise en place de l'infrastructure GPRS.
  - Avec l'arrivée des nouvelles technologies (3G par exemple), les opérateurs de la téléphonie mobile peuvent hésiter à investir dans une technologie qui va être dépassée prochainement.

#### 1.2.4. Réseau de 3<sup>ème</sup> génération UMTS

L'UMTS (Universal Mobile Télécommunication System) désigne une technologie retenue dans la famille IM2000, comme norme pour les systèmes de télécommunication mobile dite de 3<sup>ème</sup> génération, c'est une norme qui permettra à la fois la téléphonie mobile (commutation de circuit) et le transport de données avec un débit théorique qui peut atteindre 2Mbits/s (commutation de paquet). Il s'agit d'une évolution de la norme GSM, mais contrairement au GPRS il n'est pas possible d'utiliser les mêmes fréquences que le GSM, il est donc nécessaire d'attribuer de nouvelles fréquences.

#### 1.2.4.1. Le débit supporté

L'UMTS utilise des fréquences plus élevées que les mobiles de deuxième génération, pour cette raison ses cellules sont plus petites. L'UMTS pourra ainsi permettre d'accéder aux débits suivants :

- Macro cellule : 144Kbits/s, (zones rurales).
- Micro cellule : 384 Kbits/s, (zones urbaines).

• Pico cellule : 2 Mbits/s, (dans un bâtiment).



Figure 1.6. Hiérarchie des cellules d'un réseau UMTS [3].

#### 1.2.4.2 Architecture du réseau UMTS

Le système UMTS utilise la même architecture bien connue, qui a été employé par tous les circuits principaux de la 2<sup>ème</sup> génération.



Figure 1.7. Architecture de l'UMTS [12]

#### 1.2.4.3. Les objectifs du réseau UMTS

✓ 50 à 100 millions d'abonnés pour le début 2005.

- ✓ En 2010 ce nombre devrait avoir doublé.
- ✓ Concurrent du fixe, câbles et ADSL.

#### **1.2.5.** Conclusion

Dans cette partie nous avons donné un aperçu sur les réseaux radio mobiles de la deuxième et de la troisième génération (GSM, GPRS, UMTS). Nous avons constaté que le réseau UMTS offre un très grand nombre de services par rapport au réseau GSM et GPRS, cependant à cause de limitation du débit et des problèmes de transmission ( les antennes utilisées en UMTS ne sont pas puissantes, ce qui nécessite l'utilisation de plusieurs BTS, ce qui provoque des problèmes de coût et d'autre interférences ), des tests ont d'ores et déjà conduit à une nouvelle technique intitulée OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) qui offre aux abonnés plusieurs services et fournis un débit toujours plus élevé qui sera au alentour de 100 Mbit /s.

# Chapitre 2

# Les modulations multi porteuses OFDM

#### **2.1. INTODUCTION**

Les premières études sur les multiporteuses étaient faites à la fin des années 1950, le multiplexage à division de fréquence orthogonale plus connu sous le non OFDM (Orthogonal Fréquency Division Multiplexing), a fait son apparition une dizaine d'année plus tard. La différence fondamentale entre les différentes techniques classiques de modulation multi porteuses et l'OFDM est que cette dernière permet un recouvrement spectral puissant entre les porteuses, ce qui autorise d'augmenter leurs nombre ou d'amoindrir l'encombrement spectral.

Les techniques multiporteuses consistent à transmettre des données numériques en les modulant sur un grand nombre de porteuses en même temps, ce sont des techniques de multiplexage en fréquence qui existent depuis longtemps. Le gain d'intérêt actuel réside dans l'amélioration apportée pour augmenter l'efficacité spectrale en ortogonalisant les porteuses, ce qui permet d'implémenter la modulation et la démodulation à l'aide de circuits performants de transformée de Fourier rapide.

Avant d'exposer le principe des modulations multiporteuses, nous allons donner quelques caractéristiques du canal pour lequel ce type de modulation est intéressant, puis nous donnons définitions pour la transmission numérique.

#### **2.2. Canal multi trajets**

Un signal radiofréquences est émis sur un canal qui constitue son support physique, ainsi que toute transmission numérique est limitée par les contraintes physiques de son support. Un canal est dit sélectif en fréquence lorsqu'il ne se comporte pas identiquement suivant la fréquence du signal. Certaines fréquences seront transmises plus rapidement que d'autre, ou encore seront atténuées plus que d'autre, le signal sera alors déformé lors de la transmission c'est-à-dire les données seront dispersées dans le temps, pouvant mener à des interférences entre symboles.

Ce phénomène de sélectivité en fréquence est aggravé par la présence de trajets multiples pour un même signal transmis, du fait des nombreuses réflexions que le signal peut subir en environnement urbain, le récepteur recevra une série d'échos d'amplitude et de retards variables. Cette problématique du canal a trajets multiples est critique dans le cas d'un canal radiomobile, c'est-à-dire lorsque le récepteur et l'émetteur ne sont pas relativement fixes.

#### 2.2.1. Les caractéristiques du canal multitrajets

#### a. fonction de transfert du canal

De façon générale, supposons que le signal émis s'écrit

$$S(t) = \text{Re} [s_l(t) \cdot e^{2j\pi f_c t}]$$

2.1

- $f_c$  est la fréquence porteuse.
- s<sub>l</sub>(t) sont des signaux issus des différents chemins.
- S(t) est le signal réel transposé en fréquence

Le signal reçu est la somme des signaux issus des différents chemins :

$$\mathbf{r}(\mathbf{t}) = \sum \alpha_n(t) \cdot S(t - \tau_n(t))$$

Chaque chemin provoque une atténuation  $\alpha_n$  et un retard  $\tau_n$  qui varie en fonction du temps. Le signal r(t) peut aussi s'écrire :

$$\mathbf{r}(t) = \operatorname{Re}\left\{ \sum \left[ \alpha_n(t) \cdot e^{-2j\pi f_c \tau_n(t)} s_l(t - \tau_n(t)) \right] e^{2j\pi f_c t} \right\}$$
2.2

Cette expression montre que le signal en bande de base s(t) subit des atténuations  $\alpha_n$ , des retards  $\tau_n$  et des déphasages (-  $2j\pi f_c \tau_n$ ) qui dépendent tous du temps.

A partir de cette formule on peut définir la fonction de transfert en bande de base :

$$h(t,\tau) = \sum \alpha_n(t) e^{-2j\pi f_c \tau_n(t)} \,\delta(\tau - \tau_n(t))$$
2.3

 $\alpha_n(t)$  et  $\tau_n(t)$  representent successivement l'atténuation et le retard en fonction du temps du n<sup>ieme</sup> écho.

#### b. L'etalement des retards

Lors d'une transmission sur le canal multitrajets des atténuations ou évanouissements affectent la puissance du signal. Les composantes du signal ayant emprunté des chemins distincts arrivent au récépteur avec des retards différents. L'etalement temporel noté Tm est défini par la différence entre le plus grand et le plus court des retards, permet de caractériser par une seule variable la dispersion temporelle du canal.

Si on appelle  $t_{min}$  le temps de propagation du trajet le plus court et  $t_{max}$  celui du trajet le plus long, on peut définir l'étalement des retards  $T_m$  qui égal à ( $t_{max}$  -  $t_{min}$ ).

Cet étalement correspond à l'intervalle de temps pendant lequel la réponse impulsionnelle du canal est non nulle.



Figure 2.1. Réponse impulsionnelle du canal multi trajets [4]

En comparant l'étalement des retards avec la durée  $T_s$  d'un symbole, on peut déterminer s'il y aura interférences entre symboles introduits par le canal. Si $T_s \gg T_m$ , l'influence de ces retards est négligeable sur tout un symbole, et il y aura peu d'interférences. Si  $T_s$  est de même ordre de grandeur que  $T_m$ , il y'aura une interférence entre quelques symboles, et plus  $T_s$  est petite devant  $T_m$ , plus le nombre de symboles qui interfèrent entre eux est grand.

#### c. L'effet Doppler

Quand l'émetteur et le récepteur sont en mouvement relatif avec une vitesse angulaire constante, le signal subit un décalage constant de fréquence appelé effet Doppler proportionnel à cette vitesse et à la fréquence porteuse. Cette dispersion fréquentielle due à une augmentation de la bande de fréquence occupée par le signal, ce cas présent couramment pour un récepteur mobile.



Figure 2.2. Récepteur mobile de l'onde ayant subit l'effet Doppler [10] Pour un récepteur mobile, l'onde reçue subit l'effet Doppler et la fréquence de la porteuse est décalée d'une valeur dépendante de la vitesse du mobile et de l'angle de réception. Supposons que le mobile se déplace à la vitesse v et qu'il reçoive les ondes issues d'un même signal dans toutes les directions possibles  $\theta_n$  c'est-à-dire que le canal est dispersif. L'onde reçue dans la direction  $\theta_n$  subit un décalage de fréquence égal à ( $f_c \frac{v}{c} \cos \theta_n$ ) et le signal reçu par le mobile est la somme de toutes ces ondes : il subit une variation d'amplitude et un déphasage qui se modéliseront par une amplitude et une phase aléatoire de l'expression de  $\alpha(t)$ .

On peut considérer l'effet Doppler comme étant le pendant fréquentiel de l'étalement temporel et définir ainsi un étalement fréquentiel  $B_d$  correspondant à la différence entre le plus grand et le plus petit décalage en fréquence inhérent aux multiples trajets. On représente par  $T_c$  le temps de cohérence du canal durant lequel les distorsions temporelles du canal restent négligeables.

T<sub>c</sub> est du même ordre de grandeur que l'inverse de l'étalement fréquentiel : T<sub>c</sub>  $\approx 1/Bd$ .

Si on note  $T_s$  la période symbole, il est clair que pour éviter la sélectivité en temps il faut respecter la contrainte  $T_s \ll T_c$ .

Pour garantir la non sélectivité à la foi en fréquence et en temps, il faut respecter la condition :

 $T_m \ll T_s \ll T_c$ .

Parmi les environnements de propagations courants il est toute fois assez rare qu'un canal respecte parfaitement ces contraintes, obligeant ainsi les operateurs à trouver un compromis. On peut tracer le spectre de puissance Doppler du canal  $S_c(\lambda)$  ( $\lambda$ : Représente la variation de la fréquence porteuse du signal) qui a l'allure d'un élargissement Doppler. Le spectre Doppler montre alors la variation de la fréquence porteuse, sa transformée de Fourier inverse  $\phi_c(\Delta t)$ montre la variation en fonction du temps de la puissance due à un retard.



**Figure 2.3.** Spectre de puissance Doppler du canal $S_c(\lambda)$  et sa transformée de Fourier inverse  $\phi_c(\Delta t)$  [14]

#### 2.3. Modulations multiporteuse

#### 2.3.1. Rappels sur la transmission numérique

Les systèmes de transmission numériques **[3]** ont pour but de transmettre des informations d'un émetteur (source) à un récepteur (destinataire) à travers un canal de transmission ; Ce dernier possède quelques caractéristiques et contraintes qu'il faut prendre en considération lors de la transmission, comme la sélectivité en fréquence (comportement différent suivant les fréquences du signal), ainsi sa bande passante maximale admissible et le bruit qu'il génère. On constate alors qu'il est nécessaire pour transmettre un signal de l'adapter au canal, cela est réalisé en modifiant un ou plusieurs paramètres de l'onde porteuse s(t) telle que :

 $s(t) = A \cos (\omega t + \varphi)$  centrée sur la bande de fréquence du canal.

Les paramètres modifiants sont : - l'amplitude A.

-la fréquence 
$$f_0 = \frac{\omega}{2\pi}$$

```
-la phase \varphi
```

Le schéma synoptique d'un système de transmission numérique est donné ci-dessous.



Figure 2.4. Schéma général d'une transmission numérique

- Source : Elle émet un message numérique sous la forme d'une suite d'éléments binaires.
- Le codeur : Il peut supprimer des éléments binaires non significatifs (codage de source), ou introduire de la redondance dans l'information dans le but de la protéger contre le bruit et les perturbations présentées sur le canal de transmission (codage canal).

- La modulation : Elle a pour but d'adapter le spectre du signal au canal sur lequel il sera émis.
- Au coté récepteur, les fonctions de démodulation et de décodage sont les inverses respectifs des fonctions de modulation et de codage situées du coté émetteur.

#### 2.3.1.1. Les caractéristiques de la transmission numérique

#### a. La probabilité d'erreur Pe par bit transmis

Qui est une valeur théorique, elle indique une estimation de train d'erreur binaire (TEB).

Telle que :

$$\mathbf{TEB} = \frac{nombre\ de\ bits\ faux}{nombre\ de\ bits\ transmis}$$

il permet d'évaluer la qualité d'un système de transmission, il est en fonction de la technique de la transmission utilisée et aussi du canal sur lequel le signal est transmis.

#### b. La rapidité de la modulation R

La rapidité d'une modulation indique le nombre de chargements d'états par seconde d'un ou plusieurs paramètres modifies simultanément.

-Un changement de phase du signal porteur, une excursion de fréquence ou une variation d'amplitude sont définit comme étant des changements d'états.

On note : **R=1 /T** et s'exprime en bauds

#### c. Le débit binaire Db

C'est le nombre de bits transmis par seconde, il sera égal ou supérieure à la rapidité de modulation. Un changement d'état représentera un bit ou changement de bit.

**Db=1**/**Tb** et s'exprime en bit par seconde telle que : Tb c'est le temps bit.

#### d. Le débit symbole

$$\mathbf{Ds} = \frac{1}{n \text{ Tb}} = \frac{Db}{n}$$
 s'exprime en [Bauds]

Telle que : - n définit la quantité de bits transportée par chaque symbole  $c_k$ . (n= log<sub>2</sub>(M))

Finalement : **Db** = **n.Ds**.

#### e. L'efficacité spèctrale

L'efficacité spectrale d'une modulation se définie par le paramètre ŋ et s'exprime en bit/seconde /Hz. et s'écrit comme suit :

$$\eta = \frac{Db}{B}$$

B : est la largeur de la bande occupée par le signal modulé.

#### f. Message numérique

C'est un train binaire issu du décodeur, il est découpé en paquets de b bits donnent une suite de valeurs  $U_k$  appelée donnée numérique.

#### g. L'alphabet

C'est un ensemble fini dans lequel  $U_k \in A \quad \forall k$ 

On dit : - Alphabet binaire si la taille de ce dernier égale à 2.

$$ex: A = \{0, 1\}.$$

Alphabet est M-aire si le nombre total de ces éléments vaut M. ex : A = {0,1}<sup>b</sup> donc M=2<sup>b</sup>.

#### 2.3.1.2. Les modulations numériques

Les modulations utilisées dans la transmission numérique sont :

- Modulation par Déplacement d'Amplitude MDA (Amplitude Shift Keying ASK)
- Modulation par Déplacement de Phase MDP (Phase Shift Keying PSK)

Modulation par Déplacement de Phase Différentiel MDPD (Differential Phase Shift Keying DPSK)

Modulation par Déplacement de Fréquence MDF (Frequency Shift Keying FSK)

➢ Modulation d'Amplitude de deux porteuses en Quadrature MAQ (Quadrature Amplitude Modulation QAM), qui fait l'objet de notre intérêt dans cette partie car nous verrons par la suite que ce type du signal constitue généralement la base d'un signal multi porteuse OFDM.

#### • Les modulations MAQ-M

La modulation MAQ-M est introduite dans une chaine d'émission OFDM comme suit :

#### Les étapes d'une chaine d'émission OFDM



Figure 2.5. Chaine d'émission OFDM [3]

Les transformations que doivent subir les données numériques à transmettre sont :

#### 1. Codage canal :

Il permet de coder les données numériques à transmettre en une suite des 0 et des 1 par un processus qui dépend de la nature des données et qui supprime de la redondance éventuellement présente dans celles-ci.

#### 2. Codage binaire:

Il permet de faire correspondre à chaque donnée numérique  $u_k$  un nombre complexe  $c_k$  qui prend l'ensemble de M états avec  $M=2^b$ .

-  $c_k$  étant un nombre complexe est appelé symbole numérique ; telle que :  $c_k=a_k+jb_k$ .

- donc chaque symbole numérique ck code une donnée numérique uk.

-  $a_k, b_k$ ; appelées aussi symboles; prennent respectivement leurs valeurs dans deux alphabets A et B à E éléments.

A={ $a_1, a_2, \dots a_{E-1}, a_E$ } et B={ $b_1, b_2, \dots, b_{E-1}, b_E$ }.

- chaque état est représenté par le couple  $(a_k, b_k)$ ; qui est équivalent à un symbole numérique.

- l'information, dans la modulation MAQ est codée à la fois dans les parties réelle et imaginaire des symboles numériques  $c_k$ .

-On note cette technique MAQ-M qui veut dire que l'information est transmise à l'aide d'un paramètre qui prend M valeurs.

-Un codage binaire peut être représenté d'une manière graphique appelé constellation, dont chaque point correspond à un symbole  $c_k$ .

#### **Exemple :**

-Un codage MAQ-4 dont le nombre d'états est  $M = 2^2 = 4 \implies c_k$  est définit par 2 bits. -Codage MAQ-16 dont le nombre d'états est  $M = 2^4 = 16 \implies c_k$  est définit par 4 bits.

Les costelations de MAQ-4 et MAQ-16 sont données par les figures suivantes telles que les axes horezontal et vertical correspondent successivement aux parties reélles et imaginaires de  $c_k$ .



Figure 2.6. Les constellations de la MAQ-4 et la MAQ-16

- La MAQ-16 la plus utilisée car elle code d'une manière identique les deux parties réelle et imaginaire ce qui indique que les symboles  $a_k$  et  $b_k$  prennent leurs valeurs dans un même alphabet à  $E=2^n$  et chaque symbole code 2n bits : n bits dans la partie réelle et n bits dans la partie imaginaire, alors on va obtenir des constellations avec un contour carré comme le cas de la MAQ4, MAQ16, MAQ64, MAQ256.

- Le but de cette configuration est que le signal s(t) est obtenu par une configuration de deux porteuses en quadrature modulé en amplitude par les symboles  $a_k$  et  $b_k$ .

-Les données numériques doivent subir un certain nombre de transformation avant d'être transmises, et une autre série de transformation est effectuée dans le récepteur pour obtenir à nouveau les données numériques envoyées.

#### 3. La forme d'onde et filtre d'émission :

Avant de pouvoir transmettre les symboles  $c_k$  il faut obtenir un signal continue car le canal de transmission est un milieu continu et cela est réalisé par interpolation de signal discret.

- Les symboles sont cadencés par une horloge à la fréquence  $F_s=1/T_s$ ; ou  $T_s$  est la durée d'un symbole numérique.

Après codage, le signal modulant s'écrit : milieu continue

$$c(t) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k g(t - kT_s)$$
2.4

La fonction g(t) est non nulle sur  $[0, T_s]$ , car :  $kT_s \le t < (k + 1)T_s$  et elle est appelée forme d'onde.

En effet une forme d'onde classique est tout simplement le rectangle de durée  $T_s$ :

$$g(t) = \begin{cases} 1 & si \ 0 < t < T_s \\ 0 & si \ ailleurs \end{cases}$$
2.5

Alors: 
$$c(t) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k(t) = \sum_{k=0}^{\infty} [(a_k(t) + jb_k(t)] = a(t) + jb(t)$$
 2.6

g(t) permet d'interpoler le signal discret ce qui engendre la forme du signal continu.

Le signal ainsi généré a un spectre infini. En pratique il est impossible d'utiliser tout le spectre dans un canal réel donc il est nécessaire d'ajouter après cette forme d'onde un filtre basse fréquence qui servira à limiter la bande passante du signal émis, ce filtre est appelé filtre d'émission, il est placé après la forme d'onde. Le signal provenant après filtrage est à basse fréquence, dit un signal en bande de base.

#### 4. Transposée du signal autour d'une fréquence

La transposition de fréquence consiste à faire décaler la fréquence centrale du signal pour respecter les caractéristiques imposées par le canal.

Pour exprimer le signal MAQ émis à la fréquence f<sub>0</sub> on fait introduire la période symbole.

La fonction de mise en forme g(t) est décalée de  $T_s$  entre deux symboles numériques consécutifs.

Alors on a : S(t) = Re[s(t)] Avec  $s(t) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k(t) e^{j(\omega_0 t + \varphi_0)}$ Telle que :  $\begin{cases} \omega_0 = 2\pi f_0 \\ \varphi_0 : carracterise \ la \ sinusoide \ de \ porteuse \ utilisée \ pour \ la \ modulation. \end{cases}$
On développe l'expression de s(t) :

$$\Rightarrow s(t) = \sum_{k} \left( \left[ a_{k}(t) + jb_{k}(t) \right] \left[ \cos(\omega_{0}t + \varphi_{0}) + j\sin(\omega_{0}t + \varphi_{0}) \right] \right).$$
Rappelons que 
$$\begin{cases} a(t) = \sum_{k} a_{k}(t) = \sum_{k} a_{k}g(t - kTs) \\ b(t) = \sum_{k} b_{k}(t) = \sum_{k} b_{k}g(t - kTs) \end{cases}$$

$$\Rightarrow s(t) = \sum_{k} [a_k g(t - kTs) + jb_k g(t - kTs)] [\cos(\omega_0 t + \varphi_0) + j\sin(\omega_0 t + \varphi_0)]$$

Après le développement de cette équation on obtient :

 $S(t) = Re \sum_{k} \{g(t - kT_{s}) [a_{k}cos(\omega_{0}t + \varphi_{0}) - b_{k}sin(\omega_{0}t + \varphi_{0})] + j g(t - kT_{s})[a_{k}sin(\omega_{0}t + \varphi_{0}) + j b_{k}cos(\omega_{0}t + \varphi_{0})]\}$   $Donc S(t) = \sum_{k} g (t - kT_{s})[a_{k}cos(\omega_{0}t + \varphi_{0}) - b_{k}sin(\omega_{0}t + \varphi_{0})]$   $\Rightarrow S(t) = \sum_{k} a_{k}(t)cos(\omega_{0}t + \varphi_{0}) - b_{k}(t)sin(\omega_{0}t + \varphi_{0})$   $S(t) = a(t)cos(\omega_{0}t + \varphi_{0}) - b(t)sin(\omega_{0}t + \varphi_{0})$ 2.7

Le schéma ci-dessous nous explique les étapes de la modulation MAQ-M.



Figure 2.7. La forme générale de la modulation MAQ-M [3]

#### 5. Amplification:

Elle est nécessaire pour augmenter la puissance du signal afin que son niveau soit suffisant au niveau du récepteur. A la réception le signal reçu est démodulé en deux branches parallèles, sur l'une avec la porteuse en phase et sur l'autre avec la porteuse en quadrature de phase, les signaux démodulés sont convertis par deux convertisseurs analogique-numérique (CAN) puis une logique de décodage détermine les symboles et régénère les trains de bits reçus.

#### 2.3.2. Notion d'orthogonalité

La différence fondamentale entre les différentes techniques classiques des modulations multiporteuses et l'OFDM est que cette dernière autorise un fort recouvrement spectral, cependant pour que ce recouvrement n'ait pas d'effet néfaste, les porteuses doivent respecter les contraintes d'orthogonalités, à la fois dans les domaines temporel et fréquentiel.

On définit mathématiquement l'orthogonalité de deux fonctions  $s_1(t)$  et  $s_2(t)$  dans l'intervalle

[a,b] par la relation suivante :  $\int_{a}^{b} s_{1}(t) \cdot s_{2}(t) dt = 0$ 

Cela signifie que ces deux fonctions sont disjointes sur le segment [a,b].

#### Application au procédé OFDM

Nous allons déterminer le spectre du signal OFDM.

Chaque porteuse modulant une donnée pendant une fenêtre de durée  $T_s$ , son spectre est la transformée de Fourier de la fenêtre.



Figure 2.8. Spectres du signal OFDM [14]

La figure 2.8 montre que l'espace entre chaque sous-porteuse 1/Ts permet d'annuler le spectre de toutes les autres lorsque le spectre d'une sous-porteuse est maximal: c'est la condition d'orthogonalité. (Orthogonal d'OFDM).

Cette condition d'orthogonalité permet d'avoir un recouvrement entre les spectres des différentes sous-porteuses, et malgré ceci d'éviter les interférences entre sous-porteuse si l'échantillonnage est fait précisément à la fréquence d'une sous-porteuse.

#### 2.3.3. Le principe de la modulation OFDM

Le principe du multiplexage en fréquence est de grouper des données numériques par paquets qu'on appellera symbole OFDM et de moduler par chaque donnée une porteuse différente en même temps.

Considérons une séquence de N données  $c_0$ ,  $c_1$ ,..., $c_{N-1}$ , chaque donnée  $c_k$  module un signal à la fréquence  $f_k$ .

Le signal individuel s'écrit sous forme complexe :  $c_k e^{2j\pi f_k t}$ 

Le signal s(t) total correspondant à toutes les données d'un symbole OFDM est la somme des signaux individuels : s(t)= $\sum_{k=0}^{N-1} c_k e^{2j\pi f_k t}$ 

Alors: 
$$f_k = f_0 + \frac{k}{T_s}$$
 et  $s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} c_k \cdot e^{2j\pi(f_0 + \frac{k}{T_s})} = \sum_{k=0}^{N-1} c_k \cdot e^{2j\pi f_k t}$  2.8

Voici le schéma de principe de la modulation OFDM



Figure 2.9. Schéma de principe d'un modulateur OFDM [1]

Les données numériques  $c_k$  sont des nombres complexes définis à partir d'éléments binaires par une constellation (mapping) de modulation d'amplitude en quadrature MAQ à plusieurs états (4, 16, 64, de façon générale à 2q états). Ces données sont des symboles q-aires formés par groupement de q bits.

On les appelle symboles numériques. Il ne faut pas les confondre avec les symboles OFDM qui sont un regroupement de N symboles numériques sur N porteuses.

En suite on déduit l'expression réelle du signal pour le symbole OFDM.

$$S(t) = \operatorname{Re}\left[s(t)e^{2j\pi f_0 t}\right] = \operatorname{Re}\left[\sum_{k=0}^{N-1} (a_k + jb_k)e^{2j\pi \left(f_0 + \frac{k}{Ts}\right)t}\right]$$
$$S(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \left\{a_k \cos\left[2\pi \left(f_0 + \frac{k}{Ts}\right)t\right] - b_k \sin\left[2\pi \left(f_0 + \frac{k}{Ts}\right)t\right]$$
2.9

#### **Remarque :**

Si le symbole  $c_k$  transporte q bits, le débit total est qN/Ts.=qB. Pour une largeur de bande utilisée, le débit ne dépend pas de la durée des symboles ni du nombre de porteuses. Si on augmente la durée des symboles  $T_s$ , le spectre de chaque porteuse  $1/T_s$  devient plus étroit et on peut augmenter le nombre de porteuses.

#### 2.3.4. Principe de la démodulation multiporteuses

Le signal parvenant au récepteur s'écrit, sur une durée symbole T<sub>s</sub> :  $y(t) = \sum_{k=0}^{N-1} c_k H_k(t) e^{2j\pi f_k t}$ 2.10

 $H_k(t)$  est la fonction de transfert du canal autour de la fréquence  $f_k$  et au temps t. Cette fonction varie lentement et on peut la supposer constante sur la période T<sub>s</sub> (T<sub>s</sub> <<1/Bd.).

La démodulation classique consiste à démoduler le signal suivant les N sous-porteuses, le schéma ci-après nous le montre : **[14]** 



Figure 2.10. Schéma de principe du démodulateur OFDM

La condition d'orthogonalité nous montre que :

$$\frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} y(t) e^{-2j\pi f_i t} dt = \frac{1}{T_s} \sum_{k=0}^{N-1} \int_0^{T_s} c_k H_k e^{2j\pi (k-i)t/Ts} dt = c_i H_i$$
2.11

Car:

$$\frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} e^{2j\pi(k-i)t/Ts} dt = \begin{cases} 0 & si \quad k \neq i \\ 1 & si \quad k = i \end{cases}$$

**N.B**.

La réalisation suivant le schéma de principe nécessiterait N modulateurs ce qui est couteux et compliquer. Il a été constaté que l'expression mathématique exprimée en **2.8** peut être considérer comme IFFT des symboles  $c_{k}$ .

#### 2.3.5. Principe du modulateur et du démodulateur utilisant les transformées de Fourier discrètes

Pour discrétiser, il faut choisir une fréquence d'échantillonnage.

Voyons comment la démodulation impose cette fréquence :

Le signal occupe la bande passante B autour de la fréquence d'échantillonnage f0 comme le montre le schéma suivant :



Pour démoduler, on va d'abord transposer le signal en bande de base, donc effectuer une translation de f0+B/2, fréquence médiane de la bande.

Le spectre occupera la bande [-B/2, B/2], comme on le voit sur le schéma suivant :



La bande passante du signal étant  $B/2=N/2T_s$ , la fréquence d'échantillonnage doit être supérieure ou égale à 2B/2 soit N/T<sub>s</sub>. L'échantillonnage se fera aux temps  $t_n = nT_s/N$ 

La chaîne de transmission est schématiquement la suivante :



Figure 2.11. Chaine de transmission OFDM

Le signal reçu en bande de base après le décalage en fréquence de  $(f_0+B/2)$  s'écrit alors : Sachant que les expressions du signal émis s(t) et le signal reçu y(t) sont données successivement par les équations **2.8** et **2.10** précédentes, alors le signal reçu en bande de base après le décalage en fréquence de  $(f_0+B/2)$  s'écrit :

$$z(t) = y(t) e^{-2j\pi \left(f_0 + \frac{N}{2T_s}\right)t} = \sum_{k=0}^{N-1} c_k H_k e^{2j\pi \left(\frac{k-N}{T_s}\right)t}.$$

Puis après échantillonnage de période T<sub>s</sub>/N on obtient :

$$z(t_n) = z(nT_s/N) = z_n = (-1)^n \sum_{k=0}^{N-1} c_k H_k e^{2j\pi \frac{kn}{N}}$$
2.12

On voit que la  $z_n$  est la Transformée de Fourier discrète inverse de  $c_k H_k$ , la démodulation

consiste donc à effectuer une Transformée de Fourier directe discrète.

L'intérêt de cette discrétisation est qu'on peut réaliser ces transformées de Fourier à l'aide d'algorithmes de FFT (direct) et IFFT (inverse).

Le schéma de principe du démodulateur se simplifie alors comme suit :



Figure 2.12. Démodulateur en utilisant la FFT

Si on pose que le signal modulé en bande de base s(t) est lui aussi discrétisé, les échantillons

$$s_{n} = \sum_{k=0}^{N-1} c_{k} e^{2j\pi \frac{kn}{N}}$$
 2.13

Le schéma de principe du modulateur est le suivant :



Figure 2.13. La modulation en utilisant l'IFFT

Physiquement, les symboles numériques ck sont les données dans l'espace fréquentiel, les échantillons du signal sn sont les données dans l'espace temporel puisqu'on passe des premières aux secondes par une transformée de Fourier inverse.

Le spectre du signal OFDM est formé des ck placés aux fréquences  $f_k$ , autour de ces données.

Le spectre s'élargit suivant un sinus cardinal à cause du spectre de la fenêtre temporelle T<sub>s</sub> (voir figure 2.9)

#### 2.3.6. Les interférences entre les symboles OFDM

Les interférences entre les symboles sont dues au comportement multi-trajets du canal, le signal reçu provenant de la contribution d'un trajet direct et des trajets multiples introduisant des retards, ces derniers pouvant être du même ordre de grandeur que la durée d'un symbole. Pour remédier à ce problème, nous ajoutons entre deux trames OFDM, un préfixe ou intervalle de garde  $\Delta$  de telle manière qu'il soit supérieur au plus grand retard qui apparaissent dans le canal on note :  $\Delta > T_m$ .

Telle que :  $-\Delta$  : est l'intervalle de garde

-T<sub>m</sub>: le plus grand retard

Chaque symbole est procédé par une extension périodique du signal lui-même, la durée du symbole totale transmis est alors  $T = Ts + \Delta$ .



Début de l'échantillonnage

Figure 2.14. L'intervalle de garde

On voit sur cette figure que si l'échantillonnage est fait au début du symbole reçu i, l'écho le plus retardé du symbole i-1 ne sera pas encore reçu, mais la modulation OFDM tire partie des échos, il faut donc que le récepteur reçoivent les signaux provenant de tous les échos ce qui implique que le signal soit prolongé pendant les intervalles de garde précédent le symbole i.

Le débit qui était qN/T<sub>S</sub> bits/s diminue et devient qN/(T<sub>S</sub>+ $\Delta$ ). L'intérêt de la technique OFDM est que la durée d'un symbole OFDM contenant N symboles numériques peut être grande. Si le nombre de porteuses est assez grand permettant une durée symbole T<sub>S</sub> assez longue devant l'intervalle de garde  $\Delta$ , le débit n'est que peu réduit.

#### **Remarque :**

Ce préfixe (intervalle de garde) est ajouté après l'IFFT, puis enlevé à la réception avant la démodulation.

#### 2.3.7. Egalisation

L'égalisation compense les distorsions introduites par le canal de transmission. Son principe se base sur l'amplification ou l'atténuation de certaines fréquences d'un signal donné, dans le domaine des télécommunications, l'égalisation est employée pour amplifier les fréquences du signal reçu qui ont été atténuées à cause de la sélectivité en fréquence du canal. Pour l'OFDM, l'égaliseur est formé par *N* multiplieurs dont les coefficients peuvent être obtenus à l'aide d'une séquence d'entraînement contenue dans le préambule de la trame physique.

Le traitement numérique étant achevé, les symboles OFDM sont créés et ces signaux en bande de base sont prêts à moduler la porteuse RF (radio fréquence) avant d'être envoyés sur le canal de transmission.

#### 2.3.8. Décision

L'étape suivante consiste à déterminer les bits correspondant au symbole reçu  $d_k$  après le filtre de réception. Ce symbole peut être différent du symbole qui avait été envoyé ( $c_k$ ) à cause de perturbations introduites par le canal.

La détection par maximum de vrai semblance est le critère optimal permettant de déterminer le symbole qui a été envoyé avec la plus grande probabilité. Pour cela on sélectionne le point de la constellation le plus proche du symbole reçu, et les bits qui sont associés à ce point de la constellation sont les bits qui ont été émis avec la plus grande vrai semblance.

Le plan complexe est ainsi partitionné en zones de décision, chacune correspondant à un symbole de la constellation, et donc à un ensemble de bits particulier. Sur une constellation particulière, on peut représenter les limites de ces zones par des traits pointillés (on suppose que tous les symboles sont équiprobables).



Figure 2.15. Frontières des zones de décision sur la MAQ-16

Le signal décidé (au sens du critère de maximum de vraisemblance), sous forme binaire, sera décodé grâce au décodeur canal. Ce décodeur correspond au codeur canal qui a été utilisé dans l'émetteur pour ajouter de la redondance aux informations transmises.

Cette redondance est utilisée par le décodeur canal pour détecter des erreurs dans le flux binaire et éventuellement les corriger.

#### 2.4. Chaine complète d'une transmission OFDM [4]

Le synoptique de la figure 2.15 suivante illustre les différents traitements qui ont été exposés précédemment et présente donc les modules de la chaine d'émission et de la réception OFDM.



Figure 2.16. Chaine de la transmission OFDM

#### 2.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit la modulation OFDM, ce qui permis de mettre en évidence ses nombreux avantages, on peut citer par exemple : l'utilisation efficace des ressources fréquentielles en composant avec les solutions classiques de multiplexage fréquentiel, ceci est du au fait que dans l'OFDM les canaux se chevauchent tout en gardant une bonne orthogonalité. De plus, une égalisation numérique et un décodage simple et optimal sont réalisés grâce à l'insertion de l'intervalle de garde.

Cependant une telle mise en œuvre comporte également des inconvénients dont un majeur : c'est sa sensibilité aux non linéarités dues aux amplificateurs, que nous détaillerons dans le prochain chapitre.

# Chapitre 3 OFDM et non linéarités

#### **3.1. Introduction**

La dynamique en amplitude d'un signal quelconque s(t) représente un paramètre intéressant à prendre en compte surtout si ce signal est traité par des systèmes non-linéaires, les fortes fluctuations d'amplitudes peuvent par exemple saturer une zone d'amplification.

Les dispositifs non-linéaires qui présentent une caractéristique de transfert avec saturation, font partie de la chaîne de transmission, le problème se pose surtout en émission et il prend de l'ampleur au niveau de l'amplificateur de puissance (Pa), car c'est l'élément qui consomme plus d'énergie sur une chaîne de transmission, on comprend alors qu'il est nécessaire d'optimiser sa consommation surtout dans des terminaux mobiles ou la consommation est un facteur important.

Dans ce chapitre, notre attention se focalisera sur la non linéarité précisément dans l'Amplificateur de Puissance (PA), et ensuite on verra les différentes méthodes proposées pour réduire ce problème.

#### 3.2. Caractéristiques d'un dispositif non-linéaire

Un système quelconque est caractérisé par sa fonction de transfert qui est définie dans le domaine fréquentiel, comme le rapport entre la grandeur de sortie  $Y(j\omega)$  et celle d'entrée  $X(j\omega)$  comme suit :

$$H (j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = |H(j\omega)| e^{j\emptyset(\omega)}$$
3.1

Cette fonction de transfert prend en compte les distorsions linéaires d'amplitude et de phase en fonction de la fréquence d'autres distorsions liées à la présence d'éléments non-linéaires qui peuvent apparaître dans le système. Il est donc nécessaire d'exprimer le signal de sortie y(t) comme une fonction f[x(t)] du signal d'entrée x(t), si la sortie à l'instant t ne dépend que de l'entrée au même instant, le système non –linéaire est alors définit comme :

$$y(t) = f[x(t)]$$
 3.2

Si les grandeurs d'entrée et sortie sont des tensions, alors l'équation 3.2 peut se réécrire comme suit :

$$\mathbf{v}_{s}(t) = \mathbf{f} \left[ \mathbf{v}_{e}(t) \right]$$
 3.3

Focalisons alors notre attention sur le modèle polynomial représentant la non linéarité du système. Dans ce cas, la fonction f[.] peut donc s'écrire sous la forme d'un polynôme d'ordre n tel que :

$$v_s(t) = a_1 v_e(t) + a_2 v_e(t) + a_3 v_e(t) + \dots + a_n v_e(t)$$
 3.4



Figure 3.1. Caractéristique non linéaire du système [2]

D'une manière générale les coefficients  $a_i$  peuvent s'écrire comme $(\alpha_i + j\beta_i)$ . On dit alors que la non linéarité de la fonction f [.] introduit juste une distorsion d'amplitude si les coefficients  $a_i$  sont réels, tandis que la distorsion est d'amplitude et de phase s'ils sont complexes. En outre, les principales grandeurs caractérisant un dispositif non linéaire sont les suivantes :

- Les harmoniques.
- Le point de compression à 1dB.
- Les produits d'intermodulation.

#### 3.2.1. Les harmoniques

Les dégradations véhiculées par les non linéarités peuvent être observées dans le domaine fréquentiel. Si l'on fournit à l'entrée d'un composant non linéaire un signal sinusoïdal de fréquence  $f_0$ , le signal disponible en sortie n'est plus sinusoïdal, mais il reste périodique de période  $t_0 = 1/f_0$ . Le signal de sortie peut donc être décomposé en une somme de sinusoïdes de fréquences  $kf_0$  (k=0...∞), sur le spectre de signal de sortie, on voit donc apparaître des raies supplémentaires, appelées harmoniques, qui ont des fréquences multiples de la fréquence d'origine  $f_0$ .



Figure 3.2. Harmoniques à la sortie d'un composant non linéaire. [1]

Supposons que la non linéarité est toujours représentable par une fonction f[.] de type polynomial (voir l'équation **3.4**).

Considérons que la non linéarité d'ordre supérieur à 3 sont négligeables et que le signal d'entrée  $v_e$  est à un seul ton, c.à.d. une sinusoïde pure :  $v_e = A \cos(\omega_1 t)$ .

Alors nous pouvons en déduire que le signal de sortie du dispositif non linéaire s'écrit : [2]

$$v_{s}(t) = a_{1}A\cos(\omega_{1}t) + a_{2}A^{2}\cos^{2}(\omega_{1}t) + a_{3}A^{3}\cos^{3}(\omega_{1}t)$$
$$= a_{1}A\cos(\omega_{1}t) + a_{2}A^{2}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2\omega_{1}t)\right) + a_{3}A^{3}\left(\frac{3}{4}\cos(\omega_{1}t) + \frac{1}{4}\cos(3\omega_{1}t)\right)$$

 $v_{s}(t) = \frac{1}{2}a_{2}A^{2} + \left(a_{1}A + \frac{3}{4}a_{3}A^{3}\right)\cos(\omega_{1}t) + \frac{1}{2}a_{2}A^{2}\cos(2\omega_{1}t) + \frac{1}{2}a_{3}A^{3}\cos(3\omega_{1}t)$ 

Donc :

On conclut que :

Dans l'équation 3.5 nous retrouvons l'expression du fondamental ainsi que l'expression de la composante continue. Les termes dont la fréquence est un multiple de la fréquence du fondamental représentent les harmoniques du signal, générée par la non linéarité du dispositif.

Dans le cas d'un signal radio, sa largeur de bande  $\Delta f$  est faible devant sa fréquence centrale  $f_0$ . Donc les signaux harmoniques se situent en dehors de la bande utile du signal radio, pour respecter les contraintes du canal radio il est nécessaire de filtrer les harmoniques après l'amplificateur, afin d'éviter de perturber les canaux radio aux fréquences  $kf_0$ , k>1, mais les harmoniques ne perturbent pas le signal dans la bande utile [ $f_0 -\Delta f/2$ ,  $f_0 +\Delta f/2$ ].



Figure 3.3. Harmoniques sur un signal en bande étroite [1]

#### 3.2.2. Les produits d'intermodulation

L'effet de l'intermodulation apparaît lorsque plusieurs signaux à des fréquences différentes traversent un composant non linéaire, en effet si un signal composé de deux sinusoïdes aux fréquences  $f_1$  et  $f_2$  est fourni en entrée d'un dispositif non linéaire, le signal présent à la sortie comporte en plus des deux sinusoïdes d'autres signaux dont les fréquences sont des combinaisons linéaires de  $f_1$  et  $f_2$ .

Lorsque le signal d'entrée d'un système non-linéaire est un signal à deux tons, c'est-àdire la somme de deux sinusoïdes, de nouveaux termes apparaissent en sortie ce ne sont ni le fondamental ni les harmoniques du signal considérons maintenant un signal d'entrée à deux tons :

$$v_{e}(t) = A_1 \cos(\omega t) + A_2 \cos(\omega t)$$

Si on insère l'expression de  $v_e(t)$  dans l'équation 3.4, on obtient en sortie du système non linéaire le signal suivant :

 $\begin{aligned} v_{s}(t) &= a_{1}A_{1}\cos(\omega 1t) + a_{1}A_{2}\cos(\omega 2t) + a_{2}A_{1}^{2}/2 + a_{2}A_{2}^{2}/2 + a_{2}A_{1}^{2}/2\cos(2\omega 1t) \\ &+ a_{2}A_{2}^{2}\cos(2\omega 2t) + a_{2}A_{1}A_{2}[\cos (\omega 1 + \omega 2)t + \cos(\omega 1 - \omega 2)t] + a_{3}A_{1}^{3}/4\cos(3\omega 1t) + a_{3}A_{2}^{2}/4 \\ &(3\omega 2t) + [(3a_{3}A_{1}A_{2}^{2})/2 + (3a_{3}A_{2}^{3})/4]\cos (\omega 2t) + 3a_{3}A_{1}A_{2}^{2}/4[\cos (2\omega 1 + \omega 2)t + \cos(2\omega 1 - \omega 2)t] \\ &+ \dots + (3a_{3}A_{1}^{2}A_{2})/4[\cos (2\omega 2 + \omega 1)t + \cos (2\omega 2 - \omega 1) + \dots \\ \end{aligned}$ 

Donc on conclut que :

$a_1A_1\cos(\omega t) + a_1A_2\cos(\omega t)$	fondamental
$a_2A_1^2/2 + a_2A_2^2/2$	Composante continue
$a_2A_1^2/2\cos(2\omega 1t) + a_2A_2^2/2\cos(2\omega 2t)$	$ 2^{\acute{eme}}$ harmonique
$a_2A_1A_2[\cos(\omega 1 + \omega 2)t + \cos(\omega 1 - \omega 2)t]$	t]► IM2
$[(3a_{3}A_{1}A_{2}^{2})/2 + (3a_{3}A_{1}^{3})/4]\cos(\omega 2t)$	fondamental
$(a_3A_1^3)/4\cos(3\omega 1t) + (a_3A_2^2)/4 (3\omega 2t)$	→ 3 <sup>eme</sup> harmonique
$3a_3A_1A_2/4[\cos{(2\omega 1 + \omega 2)t} +$	
$\cos(2\omega 1 - \omega 2)] + \dots + (+3a_3A_1^2A_2)/4[$	——→ IM3
$\cos (2\omega 2 - \omega 1) t + \cos (2\omega 1 + \omega 2)t]$	
+	Termes d'ordre supérieur à 3.

Dans l'équation 3.6 nous voyons apparaître les termes du fondamental ainsi que d'autre termes appelés harmoniques et produits d'intermodulations (IM) dont la fréquence est multiple ou combinaison linéaire des fréquences fondamentales.

Une non-linéarité d'ordre 2 provoque le produit d'intermodulation d'ordre 2 (IM2), tandis qu'une non –linéarité d'ordre 3 génère un produit d'intermodulation d'ordre 3 (IM3).

Les amplitudes des produits d'intermodulation décroissant avec l'ordre de l'intermodulation et ceux qui se situent en fréquence à côte du fondamental seront les plus gênants.

On appelle intermodulation d'ordre 3 les signaux présents aux fréquences  $2f_1 - f_2$ 

et  $2f_2 - f_1$ , intermodulations d'ordre 5 ceux aux fréquences  $3f_1 - 2f_2$  et  $3f_2 - 2f_1$ , et ainsi de suite.



Figure 3.4. Produits d'intermodulation

Alors on peut conclure que les produits d'intermodulation d'ordre impaire sont les plus gênant, en particulier l'ordre 3 (IM3) et cela car ils sont les plus proches des fréquences fondamentales ( $f_1$ et  $f_2$ ) cependant les produits d'intermodulation d'ordre pair et les produits d'intermodulation d'ordre impair, somme des fréquences harmoniques sont rejetés loin des signaux aux fréquences fondamentales, ces derniers peuvent donc être éliminés par filtrage.

#### 3.2.3. Le point de compression à 1db

On définit la taille de la zone linéaire en utilisant la notion de point de compression à 1dB, qui est le point de la caractéristique qui s'éloigne d' 1dB de la loi linéaire.

Le point de compression à 1dB est la puissance d'entrée ou de sortie pour laquelle il y'a 1dB d'écart entre la puissance fondamental et la puissance obtenue si le circuit était resté linéaire, pour un signal de fréquence f. D'après l'équation **3.5** l'amplitude fondamental de signal est égale à :

$$A_{fond} = a_1 A + \frac{3}{4} a_3 A^3$$
 3.6

Cette grandeur est inférieure à l'amplitude du signal amplifié linéairement  $a_1A$  si  $a_3 < 0$ (compression de gain), et elle est supérieure à  $a_1A$  si  $a_3 > 0$  (expansion de gain). On définit alors le gain du dispositif à la fréquence fondamental par :

$$G_{\text{fond}} = 20 \log \left[ \left( a_1 A + 3/4 a_3 A^3 \right) / A \right] = 20 \log \left( a_1 + 3/4 a_3 A^2 \right)$$
 3.7

Le gain linéaire vaut :

$$G_{lin} = 20 \log (a_1 A/A) = 20 \log (a_1)$$
 3.8

D'où nous en déduisons le gain à 1dB de compression défini comme la compression d

1dB sur le fondamental par rapport au gain linéaire, donc :  $G_{1db} = G_{lin}-1db$ .

Au point de compression d'1dB, l'équation précédente peut alors se réécrire comme suit :

$$20 \log (a_1 + 3/4 a_3 A_{1db}^2) = 20 \log (a_1) - 1db$$
 **3.9**

D'où l'on déduit la valeur du point de compression en tension :

$$A_{1db} = \sqrt{0.145|a_1/a_3|}$$
 3.10

Cette grandeur est une mesure du niveau maximal de signal d'entrée que le dispositif peut traiter. Au-delà de cette valeur, le signal est de plus en plus compressé jusqu'à arriver à la saturation.



Figure 3.5. Point de compression à 1db

#### 3.2.4. Facteur de crête

Dans une modulation monoporteuse, l'ensemble des valeurs prises par le signal modulé est fixé par les constellations et la distribution des valeurs prises suit généralement une loi uniforme.

Le signal OFDM temporel est la somme de N signaux modulés, ou N est le nombre de porteuses. D'après le théorème de la limite central, si  $N \rightarrow \infty$ , les valeurs prises par le signal OFDM temporel tend vers une variable aléatoire normale. En pratique, on peut constater par simulation que la distribution des valeurs prises par Ve(t) est proche d'une loi gaussienne à partir de 4 porteuses,

Si on fait la comparaison entre la distribution uniforme et la distribution gaussienne de même puissance, on constate des différences telles que la dynamique du signal gaussien est plus grande et on peut remarquer la présence des « pics » d'amplitudes importantes. La figure suivante montre que les signaux ont une variance de 1, le signal du haut est un signal à répartition gaussienne et le signal du bas est un signal à répartition uniforme.



Figure 3.6 Les Signaux gaussiens en (haut), uniforme en (bas) [1]

On peut quantifier cette caractéristique avec une grandeur appelée facteur de crête, on définit tout d'abord le PMEPR (Peak-to-Mean Enveloppe Power Ratio), qui est le rapport entre la puissance maximale et la puissance moyenne d'un signal temporel, si un signal non nul s(t) et de moyenne nulle est défini sur [0, T], son PMEPR sur cet intervalle est égale à :

$$PMEPR(s) = \frac{\max|s(t)^2| \ t \in [0,T] \ (puissance \ max)}{\frac{1}{T} \int_0^T |S(t)|^2 \ dt \ (puissance \ moyenne)}$$
[1] 3.11

Le facteur de crête (CF, pour Crest factor) est défini par :  $CF = \sqrt{PMEPR}$  certaines valeurs prises par ce signal sont importantes par rapport aux valeurs moyennes, autrement dit des pics d'amplitude importante sont présents.

#### A titre d'exemple :

Dans le cas d'un signal  $S_A(t)$  à distribution uniforme centrée d'amplitude A, la puissance maximale est égale à  $A^2$  (car le signal prend des valeurs entre -A et A et en peut calculer sa puissance moyenne, qui est égale à  $A^2/3$  donc son PMEPR est égal à3.

Dans le cas d'un signal OFDM on montre que le PMEPR est majoré par :

$$PMEPR \le N \quad \frac{\max \ |cj,k|^2}{\min |cj,k|^2}$$
3.12

Ou N est le nombre de porteuses et c (j, k) sont les symboles modulés sur chaque porteuse, on montre également que le PMEPR est exactement égale à N dans le cas d'une modulation de phase c'est-à-dire lorsque tous les symboles  $c_k$  ont le même module. [1]

Plus on augmente N plus le PMEPR est élevé, donc la modulation OFDM devient avantageuse lorsque ce nombre de porteuse est grand.

L'évaluation du facteur de crête est importante pour le dimensionnement des composantes non-linéaires dans un système de communication.

L'utilisation d'un amplificateur est nécessaire afin de propager le signal sur le canal, si la transmission est réalisée sur un canal radio, on utilise un amplificateur de puissance, cependant les amplificateurs radio utilisés en pratique sont à semi-conducteur ou SSPA (Solid State Power Amplifier) ont une caractéristique non-linéaire.

La figure suivante montre la courbe de réponse d'un amplificateur SSPA



Figure 3.7. Caractéristique d'un amplificateur (SSPA) [1]

Dans cette courbe de reponse de l'amplificateur , la sortie et l'entrée sont normalisées de telle manière que la puissance de saturation correspond à 0db (amplitude 1volt), et le gain dans la zone lineaire soit de 1.

Sur une certaine plage de valeurs de l'entreé ,l'amplificateur a un comportement très proche d'un système lineaire et le signal de sortie sera proportionel au signal de l'entrée selon un rapport appellé gain de l'amplificateur ,cette plage est appeleé zone de fonctionnement lineaire de l'amplificateur .

#### **Remarque :**

Pour une amplitude plus grande de l'entrée ,la réponse de l'amplificateur s'eloigne de celle d'un système linéaire ,et la sortie tend vers une valeur limite ,appeleé saturation en sortie.

On peut definir la taille de la zone linéaire en utilisant la notion de point de compression à 1db qui est le point de la carractéristique qui s'eloigne d'1db de la loi lineaire qu' on a vu précedemment.

Nous remarquons aussi que pour que le signal ne subisse aucune distortion dans l'amplificateur ,il est necessaire que celui-ci reste dans la zone de fonctionnement lineaire .

#### **3.3.** L'amplificateur de puissance (PA)

Un signal transitant sur un système de télécommunication, après les différentes étapes de codage, modulation et de translation en fréquence porteuse, est amplifié pour résister à l'atténuation provoquée par la propagation dans le canal.

L'amplification est une opération non-linéaire caractérisée par la compression en amplitude AM/AM et par le déphasage du signal à la sortie de l'amplificateur AM/PM.

Le but de cette section n'est pas de calculer précisément la non-linéarité dans le domaine fréquentielle, mais plutôt d'avoir une idée de l'expression de l'amplificateur.

Pour modéliser un amplificateur non-linéaire on peut utiliser les conversions AM/PM et AM/AM, AM (amplitude modulation)), et PM (phase modulation) .Si on appelle S(t) le signal à l'entrée de l'amplificateur et  $S_0(t)$  celui à sa sortie, ces conversion sont définies par :

$$S_0(t) = S(t) * g(|S(t)|$$
 3.13

$$g(\mathbf{r}) = \frac{a(r) e^{i\phi(r)}}{r}$$
 3.14

a(r) est la conversion AM/AM ou non -linéarité d'amplitude, il représente l'évolution du module de la sortie en fonction de celui de l'entrée, le cas linéaire correspondant à a(r) = vr, où v est le gain de l'amplificateur,  $\phi(r)$  est la conversion AM/PM ou non-linéarité de phase et il représente le déphasage en sortie en fonction du module de l'entrée le cas linéaire correspondant à  $\phi(r) = 0$ .

Un modèle d'amplificateur est utilisé, est un amplificateur à semi-conducteur SSPA ou (solid state power amplifier).

Sa fonction de transfert est de :

Où

$$\begin{cases} a(r) = \frac{\nu r}{(1 + (\frac{\nu r}{A_0})^{2p})^{\frac{1}{2p}}} \\ \phi(r) = 0 \end{cases}$$
3.15

- p est définit l'ordre de non-linéarité, en général on choisie 1,2, ou 3.
- v est le gain dans le domaine linéaire.

- *A*<sub>0</sub>, est l'amplitude de saturation en sortie.
- La non-linéarité de phase est nulle avec ce modèle.

Pour l'étude de la non-linéarité de l'amplificateur dans le domaine fréquentiel nous supposons que l'égalisation du canal est réalisée parfaitement, et donc nous allons retirer le canal de la modélisation, ensuite nous cherchons à exprimer le symbole OFDM reçu après égalisation du canal en fonction du symbole OFDM émis.



Figure 3.8. Modèle utilisé pour le calcul de l'expression de la non-linéarité dans le domaine fréquentiel.

Les composantes du symbole OFDM émis sont  $c_j$ ,  $j=0, \ldots, N_p-1$ , et celle du symbole reçu  $d_k$ , k=0 ..... $N_p-1$ , Np = N: Etant le nombre de porteuses.

Le signal temporel S(t) est la transformée de fourrier inverse OFDM :

$$s(t) = \frac{1}{N_p} \sum_{j=0}^{N_p - 1} c_j e^{2i\pi (f' + \frac{j}{T_S})t}$$
3.16

Où T<sub>s</sub> est la durée du symbole OFDM, afin de simplifier l'écriture on ne calcule que le premier symbole de l'OFDM et donc nous intéressons qu'aux valeurs de S(t) pour t  $\epsilon$  [0, Ts]. De plus la fréquence de la première porteuse a été notée :  $f' = f_0 + N_p/2Ts$ .

Le modèle de l'amplificateur non linéaire que l'on va utiliser est le modèle définit précédemment SSPA, alors :

$$s_0(t) = a(|s(t)|)s(t)$$
où  $a(|s(t)|) = \frac{\nu}{(1 + (\frac{\nu|s(t)|}{A_0})^{2p})^{\frac{1}{2p}}}$ 
3.17

La fonction *a* étant paire, son développement en Série entière est de la forme :

$$a(|s(t)|) = \sum_{l=0}^{\infty} a_l |s(t)|^{2l}$$
3.18

 $a_l$  étant les coefficients du développement en série entière :  $a_l = a^{(l)}(0) / l!$ 

Finalement l'expression du signal en sortie de l'amplificateur non-lineaire est :

$$s_0(t) = \sum_{l=0}^{\infty} a_l |s(t)|^{2l} s(t)$$
 3.19

Nous constatons qu'on ne peut pas calculer tous les termes de cette somme, mais il est possible de calculer les premiers .Nous posons :

$$s_0(t) = \sum_{l=0}^{\infty} s_{0l}(t)$$
  
où  $s_{0l}(t) = a_l |s(t)|^{2l} s(t)$   
3.20

Les deux premiers termes ont pour expression :

$$\begin{cases} s_{00}(t) = a_0 s(t) = a(0)s(t) = \frac{\nu}{N_p} \sum_{j=0}^{N_p - 1} c_j e^{2i\pi (f' + \frac{j}{T_S})t} \\ s_{01}(t) = a_1 |s(t)|^2 s(t) = a'(0)|s(t)|^2 s(t) \end{cases}$$
3.21

La valeur de  $|s(t)^2|$  est :

$$|s(t)|^{2} = s(t)\overline{s(t)} = \frac{1}{N_{p}^{2}} \sum_{j=0}^{N_{p}-1} \sum_{j'=0}^{N_{p}-1} c_{j}\overline{c_{j'}}e^{2i\pi\frac{j-j'}{T_{s}}t}$$
3.22

Et donc :

$$s_{01}(t) = \frac{a_1}{N_p^3} \sum_{j=0}^{N_p-1} \sum_{j'=0}^{N_p-1} \sum_{j''=0}^{N_p-1} c_j \overline{c_{j'}} c_{j''} e^{2i\pi (f' + \frac{j-j'+j''}{T_S})t}$$
3.23

Nous appliquons le changement de variable :  $n = j \cdot j' + j''$ 

Nous obtenons :

$$s_{01}(t) = \frac{a_1}{N_p^3} \sum_{j=0}^{N_p-1} \sum_{j'=0}^{N_p-1} \sum_{n=j-j'}^{N_p-1+j-j'} c_j \overline{c_{j'}} c_{n-j+j'} e^{2i\pi (f' + \frac{n}{T_S})t}$$
3.24

On remarque que: n varie de -Np+ 1 à 2Np-2, suivant les valeurs de j et j'.

Si n < j-j', l'indice n-j+j' devient inferieur à 0, et si n > Np-1+j-j' il devient supérieur ou égale à Np. Donc si nous allons étendre la définition de c<sub>j</sub> avec des coefficients nuls.

$$c_j = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & \text{si } j < 0 \\ \text{composantes du symbole OFDM} & \text{si } j \in [0, N_p - 1] \\ 0 & \text{si } j \ge N_p \end{array} \right.$$

Nous pouvons donc écrire :

$$s_{01}(t) = \frac{a_1}{N_p^3} \sum_{n=-N_p+1}^{2N_p-2} \left(\sum_{j=0}^{N_p-1} \sum_{j'=0}^{N_p-1} c_j \overline{c_{j'}} c_{n-j+j'}\right) e^{2i\pi (f' + \frac{n}{T_S})t}$$
3.25

Donc:  $S_0(t) = S_{00}(t) + S_{01}(t)$  3.26

Ce qui nous permet de regrouper les termes par fréquence porteuse, les symboles  $d_k$ , sont calculés avec la transformée de Fourrier de  $S_0(t)$  et ils correspondent chacun à la porteuse à la fréquence f'+ k /Ts. Comme pour S(t) nous pouvons décomposer chaque  $d_k$  en une somme :

$$\begin{cases} d_{k} = \sum_{l=0}^{\infty} d_{k,l} \\ d_{k,l} = \sum_{j=0}^{N_{p}-1} s_{0l} (\frac{j}{N_{p}} T_{S}) e^{-2i\pi (f' + \frac{k}{T_{S}}) \frac{j}{N_{p}} T_{S}} \end{cases}$$

$$3.27$$

 $\label{eq:chaque terme } Chaque terme \; d_{k,l} \; correspond à la contribution du terme \; S_{0l} \; de la décomposition de \; S_0(t), \\ les valeurs de \; d_{k,0} \; et \; \; d_{k,l}.$ 

d<sub>k,1</sub> se déduisent facilement des équations précédentes.

#### 3.4. Méthodes de réduction des effets de non-linéarité

Plusieurs méthodes ont déjà été proposées pour limiter ces effets des non-linéarités, nous citons quelques unes.

#### 3.4.1 Limitation de l'amplitude du signal OFDM temporel

Cette méthode consiste à multiplier l'amplitude du signal temporel par une enveloppe afin de le limiter .En effet on fixe l'amplitude maximale voulue pour le signal OFDM, l'enveloppe est construite à l'aide d'impulsions gaussiennes par un algorithme de telle manière que ce seuil ne soit jamais dépassé. Les impulsions gaussiennes ont l'avantage d'être localisées à la foi dans les domaines fréquentiel et temporel ce qui minimise les perturbations générées.



Figure 3.9. Impulsions gaussiennes pour limiter l'amplitude du signal

 $m_E(t)$  est le signal d'origine (sur la courbe il est divisé par sa valeur efficace  $m_{Eeff}$ ) et il est multiplié par b(t) composé d'impulsions gaussiennes. Le résultat du produit est le signal m(t) qui ne dépasse jamais le signal ayant une amplitude plus faible, les influences des nonlinéarités de l'amplificateur seront moindres. Avec cette méthode les intermodulations sont fortement atténuées avec une augmentation négligeable des erreurs sur le flux binaire.

#### 3.4.2 Modification de codage

Dans un système de communication l'utilisation d'un correcteur d'erreurs est indispensable à fin de protéger la transmission en réduisant les erreurs binaires. Les codes en blocs sont particulièrement adaptés à une communication multi porteuses. Dans un code en bloc on encode un mot de m bits (appelé mot d'information) en un autre mot de n bits (appelé mot de code) telle que n > m et (n-m) est le nombre de bits de redondance par mot du code.si l'on choisit pour n le nombre de bits représentés par un symbole OFDM on a une correspondance directe entre un mot du code et un symbole OFDM , cependant tous les symboles possibles n'ont pas le même PMEPR alors il est possible de sélectionner les mots de code qui génèrent des symboles OFDM avec un PMEPR faible.

Il est possible de construire un nouveau code correcteur d'erreurs en choisissant systématiquement les mots de code ayant le PMEPR le plus faible. Cependant il n'a pas encore été trouvé d'algorithme permettant de déterminer ces mots, et il est donc nécessaire de calculer le PMEPR de tous les mots possibles avant de sélectionner ceux qui ont le facteur de crête le plus faible. Quand le nombre de porteuses est important, le grand nombre de symboles possibles rend cette recherche très longue. Cependant on constate une chute importante du PMEPR avec des codes qui ont un bon rendement. Le décodage de ce type de codes est aussi extrêmement couteux car il faut comparer le mot reçu avec tous les mots du code.

#### 3.4.3 Modification des symboles OFDM

La méthode PTS (Partial Transmit séquences) consiste à repartir les différentes porteuses en plusieurs blocs, puis en appliquant une rotation sur chaque bloc. Le symbole OFDM  $(c_j)$ est tout d'abord décomposé en une somme, si l'on appelle  $c_j^{(l)}$  chaque terme et si l'on note Ns le nombre de termes, on a :

$$cj = \sum_{l=1}^{N_s} cj^{(l)}$$
 3.27

Sur chaque porteuse le symbole  $c_{j, k}$  transmis est placé dans un et un seul terme de la décomposition, pour les autres termes la composite correspondante sera à 0. On peut formaliser cette contrainte :

$$\forall k \in \{0 \dots \dots (N_p - 1)\}, \exists l \in \{1 \dots \dots N\} \text{ telque } c_{j,k}^{(l)} = \begin{cases} c_{j,k} & \text{si } l' = l \\ 0 & \text{si } l' \neq l \end{cases}$$
 3.28

Dans un modulateur OFDM une IFFT est réalisée pour obtenir le symbole OFDM temporel, comme l'IFFT est linéaire il est possible de calculer l'IFFT de chaque symbole  $c_j^{(l)}$  et la somme des transformées sera également le symbole temporel.

Dans un modulateur PTS chaque transformée est multipliée par une valeur complexe  $\alpha_k$  de module 1 ce qui cause une rotation du vecteur transformé. Un algorithme détermine jeu de valeurs qui produit un symbole temporel avec le PMEPR le plus faible. Le récepteur réalisera la même recomposition et multipliera par l'inverse des valeurs  $\alpha_k$ et ainsi retrouvera le symbole OFDM original.



Figure 3.10. Principe d'un modulateur PTS

Le récepteur doit connaitre les coefficients  $\alpha_k$  pour recombiner les vecteurs correctement. Deux solutions sont proposées :

- On peut coder ces coefficients dans les symboles transmis.
- On peut utiliser un codage différentiel, dans les deux cas on constate une petite perte du débit utile consacrée à ces coefficients.

Cependant une diminution conséquente du PMEPR apparait lorsque le nombre de termes et la décomposition sont bien choisis.

Il est également possible d'ajouter aux symboles OFDM transmis une séquence particulière qui va baisser le facteur de crête. Les séquences possibles font partie d'un code connu du l'emetteur et du recepteur , un algorithme en Treillis permet de choisir la séquence qui entraine un facteur de crête faible, cette methode est appelée « Treillis Shaping ».

Aussi une méthode dite « Tone injection » la constellation utilisée lors du codage binaire est etendue. Des points sont ajoutés autour de la constellation existante et ainsi chaque symbole possible correspend à plusieurs points qui minimisent le facteur de crête ,dans ce cas également ce dernier peut être réduit significativement mais cette fois au détriment de la puissance moyenne du signal qui augmente.

#### 3.4.4 la prédistorsion

La prédistorsion consiste à ajouter un élément avant l'amplificateur qui va inverser la fonction non lineaire de celui-ci.



Figure 3.11. Principe de la prédistorsion

Cette méthode a été mise au point pour des modulations mono-porteuses, mais peut également être appliquée à l'OFDM.. Cependant l'amplitude de saturation de l'amplificateur demeure une limite infranchissable et un émetteur radio muni de cet amplificateur linéarisé aura tout de même des saturations et donc des erreurs dues à des non linéarités, plusieurs moyens de réaliser cette prédistorsion ont été étudiés dont un modèle polynomial et un modèle qui sépare la distorsion en deux, une sur le module du signal et une autre sur sa phase.

#### 3.4.5 Correction à la réception

Une dernière possibilité est de corriger les distorsions introduites par les non linéarités dans le récepteur. L'avantage de cette méthode est qu'elle peut être utilisée sur des systèmes existants car il n'est pas nécessaire de modifier le codage ou les composants de l'émetteur, seul le récepteur doit être modifié pour faire fonctionner un algorithme supplémentaire au

niveau de l'égalisation et aucune modification des normes et protocoles existants est nécessaire.

Un algorithme itératif (fréquent) est proposé et adapté au cas de l'OFDM en couches, la modulation en couches consiste à séparer les porteuses en plusieurs catégories dont certaines sont plus protégées contre les erreurs que les autres.

L'algorithme présenté s'appuie sur les porteuses à fort pouvoir de correction pour corriger de manière itérative les distorsions non linéaires sur les porteuses à faible pouvoir de correction.

Autre méthode été proposé appelée postdestorsion, celle-ci peut s'appliquer à n'importe quel système OFDM, elle consiste à placer un module dans le récepteur après l'égalisation de canal. Ce module simule la chaine OFDM complète, teste la transmission de différents symboles et compare le résultat avec le symbole reçu, ainsi on peut déterminer le symbole qui a été émis avec la plus grande probabilité.

Il n'est pas possible de simuler tous les symboles OFDM possibles car cela demanderait trop de calculs donc des algorithmes sont chargés de limiter le nombre de tests à réaliser en choisissant soigneusement les candidats potentiels

Ces algorithmes sont améliorés et ils permettent de réduire le nombre de tests, et donc de calculs avec une augmentation négligeable de l'erreur. Par contre dans les deux cas la postdistorsion suppose que l'on connait parfaitement le modèle de l'amplificateur et du canal afin de les simuler correctement



Figure 3.12. Le principe d'une postdistorsion OFDM

### 3.4.6 Compensation des non-linéarités dans le domaine fréquentiel en utilisant le réseau de neurones

Dans cette partie il s'agit de placer un correcteur basé sur un réseau de neurones dans la chaine de transmission.

#### \* Rôle et emplacement du réseau de neurones

Un système de compensation des non-linéarités peut être en divers endroits il est possible par exemple d'intervenir au niveau du codage source .L'utilisation de réseau de neurones pour créer ou utiliser un codage capable de corriger les erreurs particulières dues aux nonlinéarités. Les réseaux de neurones ont déjà été étudiés pour le décodage source et il été prouvé qu'ils peuvent accomplir cette tâche. [1]

Il est également possible d'intervenir au niveau du canal, des réseaux de neurones ont été étudiés pour réaliser l'égalisation de canal ainsi que la prédistorsion que son utilisation en multiporteuse est limitée par la saturation de l'amplificateur puisque la puissance de crête du signal à amplifier est souvent bien supérieure à la puissance de saturation. **[1]**  Ainsi le réseau de neurones peut être inséré dans le récepteur OFDM après l'égalisation du canal et avant le seuil de décision et le décodage comme montre la figure suivante. (FFT signifie transformée de Fourrier direct)



Figure 3.13. Schéma d'un récepteur OFDM avec réseau de neurones pour la compensation des non-linéarités

Il a été constaté que le réseau de neurones a besoin des symboles reçus sur toutes les porteuses pour compenser la non-linéarités ,il faudrait donc choisir un réseau de neurones avec  $N_p$  entrées et  $N_p$  sorties ,où  $N_p$  est le nombre de porteuses ,dans le cas où le réseau de neurones est capable de traiter des informations complexes .Si le réseau ne traite que des informations réelles ,il faut  $2N_p$  entrées et sorties réelles .

Nous pouvons donc placer le réseau de neurones après l'équation **3.16** pour compenser les non-linéarités dues à l'amplificateur SSPA utilisée.



Figure 3.14. Schéma du récepteur OFDM avec un réseau de neurones complet

#### **3.5.** Conclusion

Dans ce chapitre nous avons exposé des rappels théoriques sur les caractéristiques des dispositifs non linéaires et nous avons aussi parlé des principales sources de distorsion non linéaire (amplificateur de puissance). Cependant, le facteur de crête élevé du signal temporel à transmettre le rend sensible aux non linéarités de l'amplificateur, et les perturbations engendrées peuvent faire apparaître des erreurs de transmission.

Après nous avons essayé de donner un aperçu de quelques méthodes qui s'existent à l'émission et à la réception, dont le but d'éliminer les problèmes des non linéarités, on cite modification des symboles OFDM dans le domaine fréquentiel afin de réduire le facteur de crête au détriment (atteinte) du débit utile. La prédistorsion est une autre méthode efficace sur une modulation monoporteuse mais qui a une efficacité bien moindre en multiporteuses en raison du facteur de crête élevé du signal. Ainsi un dernier ensemble de méthodes qu'on peut mettre à la réception ont l'avantage de ne pas modifier l'émetteur et le protocole de communication, mais augmentant dans de grandes proportions la complexité du récepteur, les plus importants qui ont des avantages major par apport aux autres sont ceux qui utilisent les réseaux de neurones.

C'est dans ce dernier contexte que nous allons proposer un correcteur basé sur un réseau de nuerons. C'est la méthode que nous avons choisi pour implémenter un correcteur dans la chaîne de réception.

## Chapitre 4

Application des reseaus de neurones pour la réduction des effets de non linéarités

#### 4.1. Introduction

Dans ce chapitre une méthode de compensation des non linéarités est proposée. Son principe est de placer un correcteur basé sur un réseau de neurones dans le récepteur, celui-ci permet de corriger certaines erreurs causées par la non linéarité de l'amplificateur et ainsi améliorer la qualité de transmission.

Tout d'abord nous allons décrire les réseaux de neurones ainsi que leurs caractéristiques. Ensuite nous allons aborder le principe de cette méthode.

#### Partie 1 : Généralités sur les réseaux de neurones

#### 4.2. Modèle d'un neurone

#### 4.2.1. Le neurone biologique

Le neurone biologique est une cellule vivante spécialisée dans le traitement des signaux électriques. Les neurones sont reliés entre eux par des liaisons appelées axones. Ces axones vont eux-mêmes jouer un rôle important dans le comportement logique de l'ensemble, ces axones conduisent les signaux électriques de la sortie d'un neurone vers l'entrée (synapse) d'un autre neurone.

Les neurones font une sommation des signaux reçus en entrée et en fonction du résultat obtenu vont fournir un courant en sortie.



Figure 4.1. Modèle d'un neurone biologique
#### 4.2.2. Le neurone artificiel

Un réseau de neurones artificiels est un processeur parallèle de traitement d'informations distribuées, qui présente une propension (organisation) naturelle à la mémorisation et à l'exploitation de connaissances relatives à l'environnement dans lequel il est immergé, connaissances acquises à partir de l'expérience.

Sa structure repose sur une interconnexion massive de cellules élémentaires de traitement d'information, appelées neurones formels, dont la représentation est un graphe dirigé.

L'analogie entre un réseau de neurones formels et le cerveau est suscitée par deux remarques :

• un réseau de neurones artificiels acquiert la connaissance de son environnement par

L'intermédiaire d'un apprentissage qui simule la plasticité du cerveau.

En cours d'apprentissage, le réseau peut être amené à modifier sa structure en créant ou Supprimant des neurones ou des liaisons entre neurones.

• La connaissance acquise par un réseau de neurones est encodée par les forces intensités évolutives des connexions établies entre neurones formels.

Les forces des connexions liant les neurones réfèrent aux valeurs des poids ou coefficients synaptiques qui définissent les paramètres du modèle interne du réseau.



Figure 4.2. Modèle d'un neurone artificiel

Le modèle mathématique d'un neurone artificiel est illustré à la figure 4.2. Un neurone est essentiellement constitué d'un intégrateur qui effectue la somme pondérée de ses entrées, le résultat n de cette somme est ensuite transformé par une fonction de transfert f qui produit la sortie *a* du neurone. En suivant les notations présentées à la section précédente, les **R** entrées des neurones correspondent au vecteur  $p = [p_1 p_2 ... p_R]^T$  alors que  $w = [w_{1,1} w_{1,2} ... w_{1,R}]^T$  représente le vecteur des poids du neurone.

La sortie n de l'intégrateur est donnée par l'équation suivante :

$$n = \sum_{j=1}^{K} w_{1j} p_j - b$$
  
=  $w_{1,1} p_1 + w_{1,2} p_2 + \dots + w_{1,R} p_R - b$  4.1

Que l'on peut aussi écrire sous forme matricielle :  $n = w^T - b$ 

Cette sortie correspond à une somme pondérée des poids et des entrées moins ce qu'on nomme le biais b du neurone. Le résultat n de la somme pondérée s'appelle le niveau d'activation du neurone.

Le biais b s'appelle aussi le seuil d'activation du neurone. Lorsque le niveau d'activation atteint ou dépasse le seuil b, alors l'argument de f devient positif (ou nul). Sinon, il est négatif. On peut faire un parallèle entre ce modèle mathématique et certaines informations que l'on connait à propos du neurone biologique.

Un poids d'un neurone artificiel représente l'efficacité d'une connexion synaptique.

### 4.3. Les réseaux de neurones artificiels

Un réseau de neurones artificiel est un modèle de calcul dont la conception est très schématiquement inspirée du fonctionnement de vrais neurones . Les réseaux de neurones sont généralement optimisés par des méthodes d'apprentissage de type statistique, si bien qu'ils sont placés d'une part dans la famille des applications statistiques, qu'ils enrichissent avec un ensemble de paradigmes permettant de générer de vastes espaces fonctionnels, souples et partiellement structurés, et d'autre part dans la famille des méthodes de l'intelligence artificielle qu'ils enrichissent en permettant de prendre des décisions s'appuyant davantage sur la perception que sur le raisonnement logique formel.



Figure 4.3. Le schéma général d'un neurone



Figure 4.4. Exemple simple d'un réseau de neurones

## 4.4. Fonctions d'activations

Généralement l'utilisation d'une fonction d'activation non-linéaire permet au RNA de modéliser des équations dont la sortie n'est pas une combinaison linéaire des entrées. Cette caractéristique confère au RNA de grandes capacités de modélisation fortement appréciées pour la résolution de problèmes non-linéaires. Voici quelques exemples de fonctions d'activation :

## 4.4.1. La fonction linéaire

C'est l'une des fonctions d'activations les plus simples, sa fonction de transfert est définie par :



## 4.4.2. La fonction sigmoïde (logsig)

C'est l'équivalent continu de la fonction linéaire. Etant continu, elle est dérivable, d'autant plus que sa dérivée est simple à calculer, elle est définie par :



## 4.4.3. La fonction seuil (hardlim)

 $\begin{cases} a=1 \text{ si } n \ge 0 \\ a=0 \text{ sinon} \end{cases}$ 



## 4.4.4. La fonction signe (hardlims)



a=hardlims (n)

## 4.4. 5. La fonction tan sigmoïde



Nom de la fonction	Relation d'entrée/sortie	Icône	Nom Matlab
seuil	$\begin{array}{cc} a=0 & \mathrm{si}\; n<0\\ a=1 & \mathrm{si}\; n\geq 0 \end{array}$		hardlim
seuil symétrique	$\begin{array}{cc} a=-1 & \sin n < 0 \\ a=1 & \sin n \geq 0 \end{array}$	$\square$	hardlims
linéaire	a = n	$\nearrow$	purelin
linéaire saturée	a = 0  si  n < 0 $a = n  \text{si } 0 \le n \le 1$ a = 1  si  n > 1		satlin
linéaire saturée symétrique	a = -1  si  n < -1 $a = n  \text{si } -1 \le n \le 1$ a = 1  si  n > 1	$\not\vdash$	satlins
linéaire positive	$\begin{array}{cc} a = 0 & \sin n < 0 \\ a = n & \sin n \ge 0 \end{array}$		poslin
sigmoïde	$a = \frac{1}{1 + \exp^{-n}}$	$\int$	logsig
tangente hyperbolique	$a = \frac{e^n - e^{-n}}{e^n + e^{-n}}$	F	tansig
compétitive	a = 1 si <i>n</i> maximum a = 0 autrement	С	compet

Les fonctions d'activations sont résumées dans le tableau suivant :

## 4.5. Apprentissage des réseaux de neurones

Comme le cerveau humain, les réseaux de neurones artificiels (RNA) peuvent apprendre par expérience. Ainsi, suite à l'application séquentielle de plusieurs entrées à apprendre, les algorithmes d'apprentissage modifient la valeur des poids entre les neurones ainsi que la valeur des biais de façon à améliorer la performance du RNA. En fait, l'ajustement des poids est plus ou moins efficace tout dépendamment de la connaissance que nous avons du système à modéliser ou du problème à résoudre. Ainsi trois grandes classes d'apprentissage existent :

- Apprentissage non-supervisé : Ce type d'apprentissage est choisi lorsqu'il n'y pas de connaissances à priori des sorties désirés pour des entrées données. En fait, c'est de l'apprentissage par exploration où l'algorithme d'apprentissage ajuste les poids des liens entre neurones de façon à maximiser la qualité de classification des entrées.
- Apprentissage par renforcement : Dans ce cas bien que les sorties idéales ne soient pas connues directement, il y a un moyen quelconque de connaître si les sorties du RNA s'approchent ou s'éloignent du but visé. Ainsi, les poids sont ajustés de façons plus ou moins aléatoire et la modification est conservée si l'impact est positif ou rejetée sinon.

Apprentissage supervisé (back propagation) : Cet algorithme d'apprentissage ne peut être utilisé que lorsque les combinaisons d'entrées-sorties désirés sont connues. L'apprentissage est alors facilité et par là, beaucoup plus rapide que pour les deux autres algorithmes puisque l'ajustement des poids est fait directement à partir de l'erreur, soit la différence entre la sortie obtenue par le RNA et la sortie désirée.

## 4.6. Architecture du réseau de neurones

Le choix d'une architecture adéquate de RNA (réseau de neurones artificiel) est primordiale pour obtenir un système performant ou tout au moins fonctionnel. Or plusieurs aspects sont à considérer lors de la conception dont les plus importants sont :

- Le nombre d'entrées et de sorties
- Le nombre de couches de neurones
- Le nombre de neurones sur chaque couche
- La fonction d'activation

Habituellement une seule couche cachée suffit pour résoudre la plupart des problèmes. Règle générale, plus un RNA a d'entrées et plus la résolution du problème est complexe, plus il faudra de neurones en couche cachée. Une technique souvent utilisée consiste à effectuer l'apprentissage d'une première topologie de réseau avec beaucoup de neurones en couche cachée et de diminuer ce nombre jusqu'à ce que les performances commencent à se dégrader.

Il est aussi possible de commencer avec une structure simple, pour ensuite la complexifier jusqu'à l'atteinte des performances souhaitées.

On peut classer les réseaux de neurones artificiels dans trois grandes catégories :

- Réseau neuronal multicouche de type Feed-Forward (réseau non bouclé).
- Réseau récurrent (réseau bouclé).
- Réseau cellulaire

## 4.6.1. Réseaux neuronaux multicouches de type Feed- Forward

Appelés aussi "**réseaux de type Perceptron**", ce sont des réseaux dans lesquels l'information se propage de couche en couche sans que le retour en arrière soit possible. On trouve le perceptron monocouche et le perceptron multicouche.



Figure 4.5. Structure de MLP.

Ce réseau est considéré comme un système neuronal non linéaire statique. Il existe trois types de réseaux neuronaux multicouches de type Feed-Forward qui sont : Le perceptron multicouche MLP, le réseau RBFNN (Radial- Basis- Function Neural Network) et le réseau d'ondelettes WNN (Wavelet Neural Network).

## 4.6.2. Réseaux récurrents

Appelés aussi réseaux bouclés ou dynamiques (**Figure 4.6**), ce sont des réseaux dans lesquels il y a retour en arrière de l'information, des connexions apparaissent entre la sortie du réseau et les neurones qui se trouvent dans des couches amont. Ces réseaux sont souvent utilisés pour identifier des systèmes dynamiques non linéaires.



Figure 4.6. Structure d'un réseau neuronal récurrent

## 4.6.3. Réseaux cellulaires

Dans un réseau cellulaire (**figure 4.7**), les neurones sont entièrement connectés dans un plan où chaque neurone est relié à tous les neurones qui les entourent. Une connexion entre deux neurones peut être bidirectionnelle.



Figure 4.7. Réseau cellulaire

# Partie 2 : Application des réseaux de neurones pour la réduction des effets de non linéarités

# 4.7. Application d'un réseau de neurones de type perceptron multicouches pour la réduction des non linéarités

Dans notre application nous avons choisi un perceptron multicouche (PMC). C'est le modèle le plus simple et le plus connu des réseaux de neurones, sa structure est relativement simple, il est composé d'une couche d'entrée, une couche de sortie et une ou plusieurs couche cachées (dans notre cas c'est un perceptron à une seule couche cachée).

Chaque neurone dans une couche est connecté à tous les neurones de la couche précédente et de la couche suivante ; et il n'y a pas de connexions entre les cellules d'une même couche. Les fonctions d'activation utilisées dans ce type de réseaux sont principalement les fonctions à seuil ou sigmoïdes, il suit un apprentissage supervisé selon la règle de correction de l'erreur.

#### 4.6.1. Apprentissage du réseau

L'apprentissage du réseau ce fait selon la règle de correction de l'erreur (retropropagation du gradient de l'erreur), c'est-à-dire dans le cas où l'on fournit au réseau une entrée et la sortie correspondante. Si on considère Y comme étant la sortie calculée par le réseau, et D la sortie désirée, le principe de cette règle est d'utiliser l'erreur (D-Y), afin de modifier les connexions et de diminuer ainsi l'erreur globale du système. Le réseau va donc s'adapter jusqu'à ce que Y soit égal à D.

#### • Apprentissage supervise par retropropagation du gradient :

La retropropagation consiste à rétro propagé l'erreur commise par un neurone à ses synapses et aux neurones qui y sont reliés. Pour les réseaux de neurones, on utilise habituellement l'algorithme de la retropropagation du gradient de l'erreur, qui consiste à corriger les erreurs selon l'importance des éléments qui ont justement participé à la réalisation de ces erreurs : les poids synaptiques qui contribuent à engendrer une erreur importante se verront modifiés de manière plus significative que les poids qui ont engendré une erreur marginale.

Soit le schéma d'un réseau de neurones non récurrents :



Figure 4.7. Schéma d'un réseau de neurones non récurrents à trois couches

Tel que :

N : le nombre de neurones de la couche d'entrée.

L : le nombre de neurones de la couche cachée.

M : le nombre de neurones de la couche de sortie.

 $W_{ji}$ : Le poids du lien entre le neurone «j » de la couche cachée et le neurone «i » de la couche d'entrée.

 $W_{kj}$ : Le poids du lien entre le neurone « j » de la couche cachée et le neurone « k »

de la couche de sortie.

S : sortie de réseau.

D: sortie désirée.

X : l'entrée de réseau.

Dans un apprentissage supervisé l'association entrée sortie n'est pas réalisable que si l'on dispose d'une base d'apprentissage d'entrée sortie. Celle-ci est représentée par un ensemble B de p échantillons  $(X^{(n)}, D^{(n)})$  où  $X^{(n)}$  représente l'entrée du réseau et  $D^{(n)}$  la sortie correspondante.

Cet ensemble est :

$$B = \left\{ \left( X^{(1)}, D^{(1)} \right), ..., \left( X^{(n)}, D^{(n)} \right), ..., \left( X^{(P)}, D^{(P)} \right) \right\}$$
4.2

Partant d'une configuration aléatoire des poids on somme séquentiellement chaque entrée  $X^{(n)}$  au réseau. Après le calcul de la sortie  $S^{(n)}$  du réseau, on compare celle-ci avec la sortie désirée  $D^{(n)}$ . A la suite de quoi on corrige les poids de façon à minimiser l'erreur quadratique qui est égale :

$$E(n) = \frac{1}{2} \left( \sum_{k=1}^{M} \left( D_{k}^{(n)} - S_{k}^{(n)} \right)^{2} \right)$$
4.3

#### Avec S la sortie effective ou bien obtenue.

Pour minimiser cette erreur, on utilise la méthode du gradient qui consiste à faire varier les poids synaptiques W entre deux couches, dans la direction indiquée par le gradient de E(n)

Soit :

$$W(t+1) = W(t) - \mu \frac{\partial E(n)}{\partial W}(t) = W(t) + \mu \Delta W(n)$$
4.4

Où  $\mu$  est le pas d'apprentissage et  $\Delta W(n) = -\frac{\partial E(n)}{\partial W}(t)$ ,

#### Algorithme de retropropagation :

La retropropagation comprend deux phases :

- Présentation d'un exemple et propagation des activations vers la sortie.
- Calcule de l'erreur de sortie et propagation vers l'entrée.

Il existe plusieurs algorithmes de retropropagations qui seront exposées dans ce chapitre, la plus simple application fait que les poids et les biais sont ajustés dans le sens inverse du gradient de la fonction de performance comme suit :

- 1- Initialisation des poids  $W_{ji}$  et  $W_{kj}$  à des valeurs aléatoires faibles (ces valeurs sont comprises entre -0.5 et 0.5 ou -1 et 1) et initialisation du nombre d'itérations U à l'unité.
- 2- Application du premier vecteur d'entrée (X) et du vecteur de sortie désirée (D)
- 3- Calcul des entrées des couches cachées :

$$Net_j = \sum_{i=1}^{N} W_{ji} \cdot X_i$$
4.5

Avec j=1,..., L. i=1,..., N

4- Calcul des sorties des couches cachées :

$$Y_{j} = f\left(Net_{j}\right)$$
Avec j=1,..., L.

5- Calcul des entrées des couches sorties:

$$Net_k = \sum_{i=1}^{N} W_{kj} Y_j$$

Avec k=1,..., M. j=1,..., L

6- Calcul des sorties des couches sorties :

$$S_k = f\left(Net_k\right) \tag{4.8}$$

7- Adaptation des poids de la couche de sortie :

$$W_{kj}(t+1) = W_{kj}(t) - \mu \frac{\partial E(t)}{\partial W_{kj}}$$
4.9

Ou 
$$W_{kj}(t+1) = W_{kj}(t) + \mu \Delta W_{kj}(t)$$
 Avec j=1,..., L. et k=1,..., M.

8- Adaptation des poids de la couche de cachée :

$$W_{ji}(t+1) = W_{ji}(t) - \mu \frac{\partial E(t)}{\partial W_{ji}}$$
4.10

Ou 
$$W_{ji}(t+1) = W_{ji}(t) + \mu \Delta W_{ji}(t)$$
 Avec i=1,..., N. et j=1,..., L.

9- refaire les étapes 3 et 8 pour tous les autres vecteurs d'entrée.

**10-** Calcul de l'erreur quadratique moyenne :

$$Err = \frac{1}{2p} \sum_{n=1}^{p} \sum_{k=1}^{M} \left( D_k^{(n)} - S_k^{(n)} \right)^2$$
4.11

11-

i  $Err > \varepsilon$  alors, incrémenter U et refaire les étapes 2 à 7. si non, l'algorithme s'arrête lorsque l'erreur Err devient très petite.

S

## ◆ Calcul des poids synaptique de la couche de sortie :

Au niveau de la septième étape de l'algorithme à retropropagation de l'erreur, on a :

$$W_{kj}(t+1) = W_{kj}(t) + \mu \Delta W_{kj}(t)$$
4.12
  
Avec j=1,..., L et k=1,..., M

Au cours de l'apprentissage, les variations de l'erreur E du neurone en fonction des poids synaptiques  $W_{kj}$  de la couche de sortie sont :

$$W_{kj} = -\frac{\partial E}{\partial W_{kj}} = -\frac{\partial \left(\frac{1}{2} \left(D_k - S_k\right)^2\right)}{\partial W_{kj}} = \left(D_k - S_k\right) \frac{\partial \left(S_k - D_k\right)}{\partial W_{kj}}$$
**4.13**

En dérivant, on a :

$$\Delta W_{kj} = \left(D_k - S_k\right) \frac{\partial S_k}{\partial W_{kj}}$$
4.14

L'erreur E(k) commise sur le neurone k de la couche de sortie, vaut alors :

$$E(k) = D_k - S_k$$
4.15

D'où :

$$\Delta W_{kj} = E(k) \frac{\partial S_k}{\partial Net_k} \frac{\partial Net_k}{\partial W_{kj}}$$
4.16

On déduit des cinquièmes et sixièmes étapes de l'algorithme d'apprentissage que :

$$\frac{\partial Net_k}{\partial W_{kj}} = \frac{\partial \left\{ \sum_{j=1}^{L} W_{kj} Y_j \right\}}{\partial W_{kj}} = Y_j$$
4.17

Et

$$\frac{\partial S_k}{\partial Net_k} = \frac{\partial f(Net_k)}{\partial Net_k} = f'(Net_k)$$
**4.18**

Puis, on trouve que :

$$\Delta W_{kj} = E(k) f'(Net_k) Y_j$$
**4.19**

Si la fonction est une sigmoïde, on à

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$
 4.20

Sa dérivée première vaut alors :

$$f'(x) = f(x)[1-f(x)]$$
 4.21

Comme

$$S_k = f\left(Net_k\right) \tag{4.22}$$

L'équation précédente s'écrit :

$$\Delta W_{kj} = E(k) S_k (1 - S_k) Y_j$$
4.23

Finalement les poids synaptique de la couche de sortie sont déterminés en résolvant l'équation suivante :

$$W_{kj}(t+1) = W_{kj}(t) + \mu \left[ E(k) S_k(1-S_k) Y_j \right]$$
**4.24**

#### • calcul des poids de la couche cachée

L'ajustement des poids synaptiques  $W_{ji}$  de la couche cachée est effectué de façon similaire à celui des poids de la couche de sortie.

Au niveau de la huitième étape de l'algorithme d'apprentissage, on a :

$$W_{ji}(t+1) = W_{ji}(t) + \mu \Delta W_{ji}(t) \qquad (\alpha) \qquad 4.25$$
  

$$W_{kj}(t+1) = W_{kj}(t) + \mu \Delta W_{kj}(t) (\beta) \qquad 4.26$$
  
Avec i=1,..., N et j=1,..., L et k=1,..., M

Dans cette expression interviennent les variations de l'erreur E en fonction des poids  $W_{ji}$ , soit :

$$\Delta W_{ji} = -\frac{\partial E}{\partial W_{ji}} = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{M} \frac{\partial \left(D_k - S_k\right)^2}{\partial W_{ji}}$$
4.27

On peut alors écrire que :

$$\Delta W_{ji} = \sum_{k=1}^{M} \left( D_k - S_k \right) \frac{\partial S_k}{\partial W_{ji}} = \sum_{k=1}^{M} E(k) \frac{\partial S_k}{\partial W_{ji}}$$

$$4.28$$

Posons :

$$f'(Net_j) = \frac{\partial Net_j}{\partial W_{ji}}$$
**4.29**

Il vient :

$$\Delta W_{ji} = \sum_{k=1}^{M\partial y} E(k) \frac{\partial S_k}{\partial Net_j} \frac{\partial Net_j}{\partial Y_j} \frac{\partial Y_j}{\partial Net_j} \frac{\partial Net_j}{\partial W_{ji}} \frac{\partial Net_j}{\partial W_{ji}}$$
**4.30**

En explicitant cette expression en fonction des dérivées  $f'(Net_k)$  et  $f'(Net_j)$ , on aura :

$$\Delta W_{ji} = \sum_{k=1}^{M} E(k) f'(Net_k) W_{kj} f'(Net_j) X_i$$
**4.31**

D'où :

$$\Delta W_{ji} = f' \left( Net_j \right) X_i \sum_{k=1}^{M} E(k) f' \left( Net_k \right) W_{kj}$$

$$4.32$$

Pour une fonction sigmoïde cette équation s'écrit :

$$\Delta W_{ji} = X_i S_j \left( 1 - S_j \right) \sum_{k=1}^{M} E(k) S_k \left( 1 - S_k \right) W_{kj}$$
**4.33**

Et la relation ( $\alpha$ ) devient :

$$W_{ji}(t+1) = W_{ji}(t) + \mu X_i S_j (1-S_j) \sum_{k=1}^{M} E(k) S_k (1-S_k) W_{kj}$$
4.34

#### • Les paramètres du réseau de neurones utilisé dans notre application

- Vecteur d'entrée : d<sub>k</sub>.
- Vecteur de sortie :  $c_{k}$ .
- Nombre de neurones de la couche d'entrée : 50.
- Nombre de neurones de la couche de sortie : 50.
- Nombre de neurones de la couche cachée :
- Nombre d'itérations : U= 45.

#### 4.7.2. Implémentation de la chaine OFDM

Nous allons tester notre application sur un exemple de transmission **OFDM**, pour cela on a généré un signal OFDM qui sera l'entrée du réseau lors de son apprentissage.

#### 4.7.2.1. Génération du signal OFDM :

Pour constituer une base d'apprentissage, on se sert d'une simulation du système OFDM, plusieurs paramètres sont importants pour la génération de la base d'apprentissage, tout

d'abord les caractéristiques de la modulation OFDM : en effet les paramètres tels que le nombre de porteuses, le codage binaire.

Rappelons l'expression d'un symbole OFDM engendrer à t =Ts donnée par :

$$s(t) = \frac{1}{N_p} \sum_{j=0}^{N_p - 1} c_j e^{2i\pi (f' + \frac{j}{T_S})t}$$

Les c<sub>j</sub> (ou bien c<sub>k</sub>) sont obtenus par différent codage et par la modulation d'amplitude en quadrature de phase (dans notre application c'est la MAQ- 16 qui est utilisée), après le passage de la chaine de caractères suivante :

Chaine de caractères : « Projet de fin étude pour thème la transmission multiporteuses OFDM et une simulation du modem OFDM sous MATLAB ».

Le modèle de l'amplificateur non linaire utilisé est le SSPA qui a la fonction de transfert suivante :

$$s_0(t) = a(|s(t)|)s(t)$$
  
où  $a(|s(t)|) = rac{
u}{(1 + (rac{
u|s(t)|}{A_0})^{2p})^{rac{1}{2p}}}$ 

Après développement en série entière de la fonction '*a*' l'expression du signal en sortie de l'amplificateur est :

$$s_0(t) = \sum_{l=0}^{\infty} a_l |s(t)|^{2l} s(t)$$

Nous ne calculons que les premiers termes nous obtenons :

$$\begin{cases} s_{00}(t) = a_0 s(t) = a(0)s(t) = \frac{\nu}{N_p} \sum_{j=0}^{N_p - 1} c_j e^{2i\pi (f' + \frac{j}{T_S})t} \\ s_{01}(t) = a_1 |s(t)|^2 s(t) = a'(0) |s(t)|^2 s(t) \end{cases}$$

Après le calcul de  $S_{01}(t)$  nous obtenons :

$$s_{01}(t) = \frac{a_1}{N_p^3} \sum_{j=0}^{N_p-1} \sum_{j'=0}^{N_p-1} \sum_{j''=0}^{N_p-1} c_j \overline{c_{j'}} c_{j''} e^{2i\pi (f' + \frac{j-j'+j''}{T_S})t}$$

Telle que :  $S_0(t) = S_{00}(t) + S_{01}(t)$ 

#### 4.7.2.2. Les paramètres utilisés :

- Durée du symbole OFDM utile : Tu=1.75e-6.
- > Période élémentaire en bande de base : T=Tu/16.
- > Choix d'intervalle de garde soit : 1/4, 1/8, 1/16, ou 1/32.
- ➢ Durée de l'intervalle de garde : delta=G\*Tu.
- Période du symbole OFDM total : Ts=delta+Tu.
- > Nombre de sous porteuse utiles N=14.
- ➤ Taille de la IFFT/FFT est : FS=32.
- Rapport fréquence porteuse sur fréquence élémentaire : q=10.
- Fréquence de la porteuse : fc = q\*1/T.
- Fréquence de simulation : Rs = 4\*fc.
- > Temps de simulation : t = 0:1/Rs:Tu.

#### 4.7.2.3. Les étapes suivies sont :

#### Implémentation de l'IFFT :

La première tâche à considérer est le fait que le spectre OFDM est centrée à la fréquence fc, une façon simple de pouvoir effectuer le centrage est d'utiliser une IFFT en faisant un sur échantillonnage telle que le résultat de cette opération est un signal discret en bande de base, ainsi les commandes utilisées pour afficher le résultat sont :

stem(tt(1:20),real(carriers(1:20))) et stem(tt(1:20),imag(carriers(1:20))).

**Remarque** : nous avons choisi de représenter 20 échantillons de sous porteuses pour un meilleur aperçu.

 Pour ensuite produire un signal temporel continu, la première étape est d'appliquer une fonction de mise en forme g(t) au signal complexe carriers.

La forme d'onde est définit par la commande **g=ones (length(p) ,1)** et la commande **stem(p,g)** qui permet d'afficher ces points .

Le signal OFDM est généré sur un spectre infini, en pratique il est impossible de transmettre tous le spectre donc il faut le limiter par l'insertion d'un filtre appelé filtre d'émission.

Le filtre d'émission ou de reconstruction ou filtre D/A proposée est un filtre Butterworth d'ordre 13 et de fréquence de coupure 1/T, le signal sortant de ce filtre est en bande de base.

 La prochaine étape est d'exécuter la modulation d'amplitude en quadrature de phase du signal suivant la formule suivante :

$$s(t) = \frac{1}{N_p} \sum_{j=0}^{N_p - 1} c_j e^{2i\pi (f' + \frac{j}{T_S})t}$$

Pour augmenter la puissance de signal S(t) afin que son niveau soit au niveau du récepteur en effectue une amplification par un amplificateur de type SSPA de fonction transfert montrer précédemment.

Le signal obtenu après développement est :  $S_0(t) = S_{00}(t) + S_{01}(t)$ 

A la réception on effectue la démodulation du signal  $S_0(t)$  par l'expression suivante :

$$\begin{cases} d_k = \sum_{l=0}^{\infty} d_{k,l} \\ \\ d_{k,l} = \sum_{j=0}^{N_p - 1} s_{0l} (\frac{j}{N_p} T_S) e^{-2i\pi (f' + \frac{k}{T_S}) \frac{j}{N_p} T_S} \end{cases}$$

✤ L'amplificateur SSPA utilisée a une caractéristique de transfert non linaire qui provoque des problèmes de non linéarités sur le signal émis.
Plusieurs méthode ont été proposée pour la réduction des effets de non linéarités dont nous proposons une qui consiste à insérer un correcteur basée sur le réseau de neurone de type perceptron multi couche telle que sa base d'apprentissage est **B** = (**d**<sub>k</sub>, **c**<sub>k</sub>).

L'apprentissage de ce réseau est effectué comme il est montré précédemment et nous comparons à chaque fois le résultat obtenue avec le résultat désirer  $c_k$  jusqu'à obtenir  $d_k=c_k$ .

## **4.8.** Conclusion

Un des avantages des réseaux de neurones est leur capacité à s'adapter à différents problèmes, nous avons donc entrainé puis simuler le réseau MLP dans un système OFDM muni des non linéarités dues à l'amplificateur SSPA utilisé et les résultats de la simulation sont présentés dans le chapitre **5**.



Dans notre travail nous sommes intéressés aux applications dites haut débit pour les terminaux mobiles de 4ieme génération, cette technologie permettent d'atteindre des débits élevés en transfert de donnés, se base sur les procédés de modulations multiporteuses de type OFDM ou les N sous porteuses sont orthogonales entre elles.

Aujourd'hui, plusieurs standard reposent sur la modulation OFDM en particulier en raison de la simplicité de l'égalisation du canal ceci permet de transmettre avec plus d'efficacité des données sur des canaux multi trajets.

Cependant le signal OFDM temporel possède un facteur de crête élevé, et pour des raisons de coût et d'efficacité énergétique, il n'est généralement pas possible de placer dans l'émetteur un amplificateur qui possède une réponse linéaire pour l'intégralité de la dynamique du signal ainsi des erreurs dues à la non-linearité de l'amplificateur apparaissent dans la transmission.

Il est donc nécessaire de réduire le PMEPR (Peak to Mean Envelope Power Ration) du signal à amplifier. Différentes techniques sont proposées pour diminuer ces effets, en particulier en intervenant dans la réception.

La méthode proposée basée sur les réseaux de neurones, nous donnent des bons résultats, en effet les symboles reçus correspondent à la chaine de transmission OFDM, ce réseau permet donc de réduire les non-linéarités dues à l'amplificateur de puissance au niveau des symboles reçus.

Ce résultat aussi satisfaisant soit il, mais il n'est pas optimal, cependant en perspective pour améliorer ce résultat il est nécessaire de faire un entrainement sur plusieurs signaux OFDM c'est-à-dire avoir une base de données de plusieurs signaux en entrée. Ce ci nous permettra d'avoir une architecture neuronale optimale avec un pouvoir de généralisation à tout type de signaux OFDM reçus.

Aussi afin de visualiser l'effet de cette solution neuronale sur les symboles dk reçus on peut représenter le diagramme de constellation des dk et de le comparer à celui des Ck.

Les résultats obtenus après simulation sont acceptables c'est-à-dire le réseau converge vers une erreur minimale, néanmoins nous avons eu quelques difficultés à ajuster les paramètres des différentes étapes de la chaine de transmission OFDM et de comprendre aussi l'utilité de chacune des étapes, ensuite d'établir le lien entre la théorie et la programmation.

Nous souhaitons que ce travail puisse être amélioré prochainement, en combinant plusieurs méthodes pour réduire les effets de non linéarités.



# **Bibliographie**

 $( \mathcal{D} )$ 

[1]: M<sup>r</sup> Sylvain TERTOIS « Réduction des effets de non linéarités dans une modulation multiporteuse à l'aide de réseaux de neurones » thèse de doctorat décembre 2003, Rennes.

[2]: M<sup>r</sup> Salvatore RAGUSA « Écrêtage Inversible pour l'Amplification Non Linéaire des Signaux OFDM dans les Terminaux Mobiles » thèse de doctorat juin 2006, Université JOSEPH FOURIER

[3]: M<sup>r</sup> Akmoune Sofiane et M<sup>elle</sup> Kherroubi Drifa « Réduction des effets des non linéarités dans une transmission OFDM à l'aide d'un réseau de Neurones » Thèse d'ingénieur en électronique UMMTO (2006/2007).

**[4] :** M<sup>r</sup> Akri Niamba Jean-Michel et M<sup>elle</sup> Arab Dhbia « Etude et simulation sous Matlab d'une transmission OFDM, application a la norme DVB-T de la télévision terrestre » Thèse d'ingénieur en électronique UMMTO (2005/2006).

[**5**] : Xavier Lagrouge et Pyilippe Godlewski et Sami Tabbane « Réseaux GSM » livre de 5<sup>ieme</sup> édition revue et augmentée.

[6] :Iflissen.l et Ben Chaban .M et Cherfa.L « Application des réseaux de neurone à fonction radial de base pour la classification d'arythmies cardiaques » thèse d'ingénieur en électronique UMMTO (2005/2006).

[7] : Khelifi .F et Lebal.A « Méthode combinée ondelette – réseau de neurones pour la classification des signaux électrocardiographies » Thèse d'ingénieur en électronique UMMTO (2005/2006).

[8] : M<sup>lle</sup> AKNINE Souhila et M<sup>lle</sup> BEGGAZ Ourida « Etude générale du réseau UMTS et calcul du nombre d'accès simultané » thèse d'ingénieur en électronique UMMTO 2006.

[9] : CARMONA élément et GARCIA jean Michel et ROUBEAU Julien « General Packet Radio Service » (2004/2005).

[10] : Mérouane DEBBAH « Introduction aux principes de l'OFDM », cours sur l'OFDM. Institut EURECOM.



# Programme de la simulation de la chaine OFDM

% SIMULATION D'une transmission OFDM avec 16 porteuses

clear all;

close all;

% definition des variables MSG en binaries.

format short

chaine\_emise\_char='projet de fin étude pour theme la transmission multiporteuses ofdm et une simulation du modem ofdm sous matlab';

chaine\_emise\_dec=double(chaine\_emise\_char);

chaine\_emise\_bin=dec2bin(chaine\_emise\_dec,8);

bits\_emis\_char=reshape(chaine\_emise\_bin',1,length(chaine\_emise\_bin)\*8);

bits\_emis\_bin=str2num(bits\_emis\_char')';

# %paramètres

Tu=1.75e-6;	%Durée du symbole OFDM utile
T=Tu/16;	%Période élémentaire en bande de base
G=0;	%Choix de 1/4,1/8,1/16 et 1/32
delta=G*Tu;	%Durée de l'intervalle de garde
Ts=delta+Tu;	%Période du symbole OFDM total
N=14;	%Nombre de sous porteuses utiles
FS=32;	%Taille de la IFFT/FFT

q=10;	%Rapport frequence porteuse sur frequence élémentaire		
fc=q*1/T;	%Frequence de la porteuse		
Rs=4*fc;	%Frequence de simulation		
t=0:1/Rs:Tu;	%Temps de simulation		
%Génération des symboles numériques (A)			
rand('state',0); %Remise du générateur rand à son état initial			
cj=-1+2*round(rand(N,1)).'+i*(-1+2*round(rand(N,1))).'; %14 symboles de la			
		MAQ 16	
info=zeros(FS,1);	%Tableau nul	de taille FS=32	
info(1:(N/2))=[cj(1:(	(N/2)).']; %N/2 symb	oles dans sa partie sup	
info((FS-((N/2)-1)):	FS)= $[cj(((N/2)+1):N).']$ %Et N/	2 autre symboles	
	numériques	s utiles dans	

la partie inf du tableau crée précédemment

%Génération de sous porteuses (B)

carriers=200\*ifft(info,FS);

tt=0:T/2:Tu;

figure(1);

subplot(211);

stem(tt(1:20),real(carriers(1:20)));

subplot(212);

```
stem(tt(1:20),imag(carriers(1:20)));
```

figure(2);

f=(2/T)\*(1:(FS))/(FS);

subplot(212);

```
pwelch(carriers,[],[],[],2/T);
```

subplot(211);

plot(f,abs(info));

% Génération des constellations de codage QAM-16

```
gray_table=[0.5+0.5i;1+0.5i;0.5+1i;1+1i;-0.5+0.5i;-1+0.5i;-0.5+1i;-1+1i;0.5-0.5i;1-0.5i;0.5-
```

```
1i;1-1i;-0.5-0.5i;-1-0.5i;-0.5-1i;-1-1i];
```

M= [0000;

0001;

0010;

0011;

0100;

0101;

0110;

0111;

1000;

1001;

1010;		
1011;		
1100;		
1101;		
1110;		
1111];		
m=[];		
for i=1:4:length(bits_emis_bin)-3		
m=[m;bits_emis_bin(i:i+3)];		
end		
[I,cj]=size(m);		
p=[];		
for C1=1:1		

for C2=1:16

I=(m(C1,:)==m(C2,:));

if I==ones(1,4);

P=[p;C2];

end

end

end

NM=[m,gray\_table(p)];

X=NM(:,4);

% Adaptation à l'IFFT<< rajout des conjuguées et initialisation à O >>

M8=[];

% M8 est une matrice qui regroupe dans chaque colonne des paquets de 8 éléments de NM.

for k=1:8:length(NM)-7;

M8=[M8,X(k:k+7,:)];

end

[a,b]=size(M8);

PR=[];

for r=1:b;

B=[0;M8(:,r)];

C=flipud(M8(:,r));

W=[0;C];

S=[B;conj(B)];

End

%IFFT sur 14 points

TFI=ifft(S);

% Convertisseur p/S

seri=TFI';

% <b>)</b> / <b>Г</b>	%	S	/ <b>P</b>
-----------------------	---	---	------------

paral=seri';

%FFT sur 16 points

TF=fft(paral);

% ajout de l'intervalle de garde

delta=G\*Tu; %Durée de l'intervalle de garde

Ts=delta+Tu; %Periode du symbole OFDM total

## %Simulation D/A

```
chips=[carriers.';zeros((2*q)-1,FS)];
```

p=1/Rs:1/Rs:T/2;

g=ones(length(p),1); %PULSATION DE MISE EN FORME

figure(3);

stem(p,g); % AFICHER LES POINT CARACTERISTIQUE

```
dummy=conv(g,chips(:));
```

```
u=[dummy(1:length(t))];
```

figure(4);

subplot(211);

```
plot(t(1:400),real(u(1:400)));
```

subplot(212);

```
plot(t(1:400),imag(u(1:400)));
```

figure(5); ff=(Rs)\*(1:(q\*FS))/(q\*FS); subplot(212); pwelch(u,[],[],[],Rs); subplot(211); plot(ff,abs(fft(u,q\*FS))/FS); %Filtre de RECONSTRUCTION [b,a]=butter(13,1/20); [H,F]=FREQZ(b,a,FS,Rs); figure(6); plot(F,20\*log10(abs(H))); w=filter(b,a,u); % signal continu en bande de base(D) figure(7); subplot(211); plot(t(80:480),real(w(80:480))); subplot(212); plot(t(80:480),imag(w(80:480))); figure(8); subplot(212); pwelch(w,[],[],[],Rs); subplot(211);

plot(ff,abs(fft(w,q\*FS))/FS); %Passage a haute frequence s\_tilde=(w.').\*exp(1i\*2\*pi\*fc\*t); s=real(s\_tilde); % signal passe bande (E) figure(9); plot(t(80:480),s(80:480)); figure(10); subplot(212); %Pwelch(((real(w).').\*cos(2\*pi\*fc\*t)),[],[],[],Rs); %Pwelch(((imag(w).').\*sin(2\*pi\*fc\*t)),[],[],[],Rs); pwelch(s,[],[],[],Rs/1.0000000000001); subplot(211); %Plot(ff,abs(fft(((real(w).').\*cos(2\*pi\*fc\*t)),q\*FS))/FS);

%Plot(ff,abs(fft(((imag(w.').\*sin(2\*pi\*fc\*t)),q\*FS))/FS);

plot(ff,abs(fft(s,q\*FS))/FS)

% Decodeur de constellation

POS=[];

[g,h]=size(F);

for k=1:g;

comp=F(k,:)-gray\_table;

```
lim=find(abs(comp)<0.0001);
```

POS=[POS,lim];

end

A0=5;

nu=10;

p=1;

```
ar=(10*abs(S))/(1+(2*abs(S))'*(2*abs(S)))^{1/2};
```

N=14;

```
cj = -1 + 2*round(rand(N,1)).' + i*(-1 + 2*round(rand(N,1))).'; \ \% 14 \ symboles MAQ-16
```

```
a1=diff(ar);
```

cj1=conj(cj);

```
f1=fc-(N/(2*Ts));
```

S=0;

for j=0:N-1;

S=S+(1/N)\*cj'\*exp(6.28i\*(f1+j/Ts)\*t);

end

figure(11);

subplot(211);

plot(t(1:400),real(S(1:400)));

subplot(212);

```
plot(t(1:400),imag(S(1:400)));
```

figure(12);

subplot(212);

pwelch(S,[],[],[],Rs);

subplot(211);

```
plot(ff,abs(fft(S,q*FS))/FS)
```

S00=0;

for j=0:N-1;

```
S00=S00+(nu/N)*cj'*exp(6.28i*(f1+j/Ts)*t);
```

end

figure(13);

subplot(211);

```
plot(t(1:400),real(S00(1:400)));
```

subplot(212);

plot(t(1:400),imag(S00(1:400)));

figure(14);

subplot(212);

pwelch(S00,[],[],[],Rs);

subplot(211);

```
plot(ff,abs(fft(S00,q*FS))/FS)
```

S01=0; for j=0:N-1; for j1=0:N-1; for j2=0:N-1;  $S01=S01+(cj^*cj1'^*cj)'^*exp((6.28i)^*(f1+(j-j1+j2)/Ts)^*t);$ j2=j2+1; end j1=j1+1; end j=j+1; end figure(15); subplot(211); plot(t(1:400),real(S01(1:400))); subplot(212); plot(t(1:400),imag(S01(1:400))); figure(16); subplot(212);

pwelch(S01,[],[],[],Rs);
subplot(211);

plot(ff,abs(fft(S01,q\*FS))/FS);

S0=S00+S01;

figure(17);

subplot(211);

```
plot(t(1:400),real(S0(1:400)));
```

subplot(212);

plot(t(1:400),imag(S0(1:400)));

figure(18);

subplot(212);

pwelch(S0,[],[],[],Rs);

subplot(211);

```
plot(ff,abs(fft(S0,q*FS))/FS)
```

```
S000=S0*exp(-2i*pi*(fc+N)/(2*Ts)*t)'
```

% Application du reseau de neurone pour la reduction des effets de non linéarité

%Création du réseaux de neurone multicouche

p1=[2.0778 - 4.6718i

-2.0826 + 4.6825i

2.0778 - 4.6718i

2.0826 - 4.6825i

- 2.0778 4.6718i
- -2.0778 + 4.6718i
- -2.0826 + 4.6825i
- -2.0826 + 4.6825i
- -2.0778 + 4.6718i
- 2.0826 4.6825i
- -2.0826 + 4.6825i
- 2.0826 4.6825i
- -2.0778 + 4.6718i
- 2.0778 4.6718i];
- p=1.0e+013 \*p1; % Vecteur d'entrée du réseau de neurone
- t = [1.0000 + 1.0000i
  - -1.0000 + 1.0000i
  - 1.0000 1.0000i
  - -1.0000 1.0000i
  - 1.0000 + 1.0000i
  - 1.0000 1.0000i
  - -1.0000 + 1.0000i
  - -1.0000 + 1.0000i

1.0000 - 1.0000i

-1.0000 + 1.0000i

1.0000 + 1.0000i

1.0000 + 1.0000i

1.0000 + 1.0000i

1.0000 - 1.0000i];

net=newff([min(abs(p)) max(abs(p))],[3 1],{'tansig','purelin'},'traingd');

%parameters

net.trainParam.Show=50;

net.trainParam.Ir=0.05;

net.trainParam.epochs=45;

net.trainParam.goal=1e-5;

% apprantissage du reseau par retropropagation de gradient de l'erreur

[net,tr]=train(net,p',t');

a=sim(net,p');