

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE**  
**SCIENTIFIQUE**

**UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI DE TIZI-OUZOU**  
**FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE**  
**DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE**



# **Mémoire**

**De fin d'études**

*En vue d'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en électrotechnique*

*Option : Machines électriques*

**Thème :**

## **Détermination des paramètres d'une machine synchrone à aimants permanents par la méthode des éléments finis**

**Proposé et dirigé par :**

**Mr : B. BOUKAIS**

**Etudié par :**

**M<sup>elle</sup> BOUKERROUCHE Kheddoudja**

**M<sup>elle</sup> FERHAOUI Fazia**

**Promotion 2009**

# *Remerciements*

Au terme de ce modeste travail, nous tenons à exprimer notre profonde gratitude et notre reconnaissance à notre promoteur Mr Boukais.B pour la compréhension, la patience et l'attention qu'il a eu à notre égard.

Nous tenons à remercier vivement Mr .S Harmim, Mr H.Sediki, M<sup>elle</sup> N.Ouarek et M<sup>elle</sup> M.Louanchi pour leurs précieux conseils et leurs soutiens tout au long de notre travail.

Nous tenons à remercier aussi les membres de jury qui nous feront honneur de juger notre travail.

Nos remerciements vont également à nos collègues du labo TES 403 et tous ceux qui ont aidé à mener à bien notre projet.

## ∞ Dédicaces ∞

*Je dédie ce modeste travail à :*

- *Mes très chers parents.*
- *Mon très cher frère et sa famille.*
- *Mes très chères sœurs et leurs familles.*
- *L'ange du paradis.*
- *Mes amies.*

*Kheddoudja*

## ∞ Dédicaces ∞

*Je dédie ce modeste travail à :*

- *Mes très chers parents.*
- *Mes très chers frères.*
- *Mes très chères sœurs et leurs familles.*
- *Toute la famille Ferhaoui, Tafet en particulier Hamza.*
- *Mes oncles.*
- *Mes amies.*

*Fazia*

# Sommaire

<b>Introduction générale.....</b>	<b>01</b>
-----------------------------------	-----------

## *Chapitre I : Généralités sur la machine synchrone à aimants permanents*

<b>Introduction.....</b>	<b>03</b>
I.1. Constitution de la machine synchrone.....	03
I.2. Différents types de machines synchrones utilisées.....	04
I.3.Présentation de la machine synchrone à aimants permanents (M.S.A.P).....	05
I.3.1. Définition.....	05
I.3.2. Constitution .....	05
I.3.3. Différentes structures d'un moteur synchrone à aimants permanents.....	06
I.4. Principe de fonctionnement.....	07
I.5. Les aimants permanents.....	08
I.5.1. Historique.....	08
I.5.2. Caractéristiques des aimants.....	09
I.5.3. Matériaux constitutifs des aimants et leurs propriétés.....	12
I.5.4. Avantages des M.S.A.P.....	14
I.5.5. domaine d'utilisation des M.S.A.P.....	15
I.6. Autopilotage des M.S.A.P.....	15
I.6.1. Moteurs à fem sinusoïdale.....	16
I.6.2. Moteurs à fem trapézoïdale.....	16
<b>Conclusion.....</b>	<b>17</b>

## *Chapitre II : Modèle magnétostatique de la machine*

<b>Introduction.....</b>	<b>18</b>
II.1. Caractéristiques magnétiques des aimants.....	18

II.2. Formulation du modèle magnétostatique par éléments finis.....	19
II.2.1. Equations de Maxwell.....	19
II.2.1.1. Potentiel scalaire.....	20
II.2.1.2. Potentiel vecteur.....	21
II.3. Résolution par la méthode des éléments finis.....	22
II.4. Présentation du logiciel Maxwell 2D.....	23
II.5. Présentation de la machine à étudier.....	24
II.5.1. Structure de la machine.....	24
II.5.2. Dimensions de la machine.....	25
II.5.3. Matériaux utilisés.....	26
II.6. Procédures générales du logiciel Maxwell 2D.....	27
II.7. Maillage de machine.....	31
II.8. Les lignes équipotentiels.....	32
II.9. Détermination des paramètres électromagnétiques de la machine.....	33
II.9.1. Détermination de la force électromotrice.....	33
II.9.1.1. Expression de la fem par bobine.....	34
II.9.1.2. Détermination de la forme de la fem à vide par enroulement.....	35
II.9.1.3. Effet de la variation des dimensions de l'aimant sur le plateau de la fem.....	37
a. Effet de la variation de l'ouverture de l'aimant.....	37
b. Effet de la variation de l'angle intérieur de l'aimant.....	41
II.9.2. Détermination du couple en fonction de la position du rotor.....	43
II.9.2.1. Méthode de calcul du couple.....	44
II.9.2.1.1. Méthode du tenseur de Maxwell.....	44
II.9.2.1.2. Méthode du travail virtuel.....	44

II.9.2.2. Détermination du couple statique.....	45
II.9.2.3. Détermination du couple de détente.....	46
II.9.2.4. Minimisation du couple de détente.....	47
a. Minimisation par variation de l'ouverture de l'aimant...	47
b. Minimisation par variation de la profondeur des fausses encoches.....	50
II.9.3. Détermination des inductances de la machine en fonction de la position du rotor.....	52
II.9.3.1. Détermination des inductances en absence d'excitation au rotor..	53
II.9.3.1.1. Méthode énergétique.....	53
II.9.3.1.2. Méthode du flux de champ d'induction magnétique.....	55
II.9.3.2. Détermination des inductances en présence d'excitation au rotor.....	55
II.9.3.2.1. Méthode de l'énergie de perturbation.....	55
II.9.3.2.2. Méthode du flux de champ d'induction magnétique.....	55
<b>Conclusion.....</b>	<b>57</b>

### ***Chapitre III : Modèle de l'ensemble machine-convertisseur***

<b>Introduction.....</b>	<b>58</b>
III.1. Modélisation du système machine-convertisseur.....	58
III.1.1. Représentation de la fem.....	59
III.1.2. Mise en équations de la machine.....	60
a. Equations des tensions aux bornes de l'enroulement statorique.....	60
b. Equation du couple électromagnétique.....	63
c. Equation mécanique.....	63
III.1.3. Mise en équation de l'onduleur.....	65
III.1.4. Contrôle des courants par hystérésis.....	68

III.2. Simulation du système étudié.....	69
III.2.1. Paramètres de simulation de la machine.....	69
III.2.2. Modèle de simulation de l'ensemble machine-convertisseur.....	70
III.3. Interprétation des résultats.....	74
<b>Conclusion.....</b>	<b>74</b>
<b>Conclusion générale.....</b>	<b>76</b>



## *Introduction générale*

Le développement de nouvelles structures de conversion électromécanique associant machines et convertisseurs statiques, ainsi que l'apparition de nouveaux matériaux magnétiques a permis aux systèmes convertisseur-machine d'être de plus en plus utilisées en industrie.

La technologie moderne des systèmes d'entraînements exige de plus en plus un contrôle précis et continu de la vitesse, du couple et de la position, tout en garantissant la stabilité, la rapidité et le rendement le plus élevé possible. Le moteur à courant continu a satisfait une partie de ces exigences mais il est pourvu des balais flottant sur le collecteur à lames, ce qui limite la puissance et la vitesse maximale et présente des difficultés de maintenance et des interruptions de fonctionnement. [1]

L'absence du collecteur a permis d'accroître la fiabilité et d'obtenir des machines ayant un coût de fabrication et d'entretien moins important. L'utilisation de nouveaux matériaux magnétiques, notamment les aimants permanents à terre rare tels que les Néodyme-fer-bore et les Samarium-Cobalt caractérisés par une induction rémanente importante, a permis l'apparition de machines de grandes performances avec un couple massique et volumique important.

Parmi ces machines, on distingue le moteur synchrone à aimants permanents qui présente une bonne fiabilité, une faible inertie mécanique et de hautes performances statiques et dynamiques surpassant celles de la machine à courant continu. [2]

Selon la distribution des aimants permanents dans le rotor, on trouve : rotor à aimants surfacique, rotor à aimants enterrés et rotor à aimants avec pièces polaires; les machines synchrones à aimants permanents peuvent être aussi classées suivant la forme de la force électromotrice qui peut être sinusoïdale ou trapézoïdale.

L'objectif de notre travail est de déterminer les paramètres électromagnétiques d'une machine synchrone triphasée d'une puissance de 700W à excitation par aimants permanents, ces paramètres sont : la fem, le couple ainsi que les inductances propre et mutuelles.

Afin de mener ce travail à terme, nous l'avons subdivisé en trois chapitres :

Le premier chapitre contient, des généralités sur la machine synchrone à aimants permanents dont nous présentons ces différentes structures. Un aperçu sur les aimants permanents et leurs caractéristiques ainsi que le principe de l'autopilotage.

Dans le deuxième chapitre, nous rappelons le modèle magnétostatique développé à partir des équations de l'électromagnétisme. Le logiciel Maxwell 2D basé sur la méthode des éléments finis a été présenté, celui-ci permet de déterminer le flux créé par les aimants et déduire la force électromotrice. Nous déterminons aussi l'inductance propre d'une phase et l'inductance mutuelle entre deux phases avec des différentes méthodes. Ce chapitre est aussi consacré pour le calcul du couple électromagnétique en exploitant deux méthodes, puis nous nous sommes intéressés aux techniques utilisées pour minimiser le couple de détente.

Le troisième chapitre a pour objectif de tester les paramètres déterminés dans un modèle machine-convertisseur. Un programme de simulation sous l'environnement Matlab-simulink a été développé, les résultats de simulation seront confrontés à ceux expérimentaux.

Nous terminerons notre travail par une conclusion générale.

## Introduction

Le terme de machine synchrone regroupe toutes les machines dont la vitesse de rotation de l'arbre de sortie est égale à la vitesse de rotation du champ tournant. Pour obtenir un tel fonctionnement, le champ magnétique rotorique est généré soit par des aimants, soit par un circuit d'excitation. La position du champ magnétique rotorique est alors fixe par rapport au rotor, ce qui impose en fonctionnement normal une vitesse de rotation identique entre le rotor et le champ tournant statorique.

Cette machine est destinée à transformer l'énergie mécanique en énergie électrique (fonctionnement en générateur), ou l'énergie électrique en énergie mécanique (fonctionnement en moteur). [3]

Cette famille de machine regroupe en fait plusieurs sous familles, qui vont de l'alternateur de plusieurs centaines de mégawatts au moteur de quelques watts, en passant par les moteurs pas à pas.

les moteurs synchrones sont souvent utilisés dans des applications de fortes puissances à vitesse fixe, mais les progrès dans le domaine de l'alimentation et de la commande leur permettent aujourd'hui d'être présents en vitesse variable. L'arrivée d'aimants performants à un coût raisonnable a également permis de développer les moteurs synchrones de petite et moyenne puissance, qui associé à l'électronique, ont des qualités analogues à celle des moteurs à courant continu, sans avoir les inconvénients (présence du système balais - collecteur). [4]

### I.1.Constitution de la machine synchrone (M.S)

Comme toute machine tournante, la machine synchrone comporte un stator et un rotor à l'exception des rares machines homopolaire, c'est le rotor qui est l'inducteur, et le stator qui est l'induit.

- **Le stator** a une périphérie généralement lisse et porte, dans des encoches des enroulements appelés "circuits d'armature", ou plus simplement "phases". Lorsque la machine fonctionne en moteur, ces enroulements reçoivent du courant alternatif et lorsque la machine fonctionne en alternateur, ils en fournissent du courant alternatif.
- **Le rotor** porte le circuit d'excitation, dans lequel on envoie un courant continu (comme ce bobinage tourne, le courant y est envoyé par l'intermédiaire de deux "balais" qui frottent sur deux "bagues" circulaires). Il peut être de l'un ou de l'autre des deux types suivants :

- Rotor à pôles lisses: lorsque sa périphérie est parfaitement lisse c'est alors un tambour, sur lequel le bobinage est réalisé de telle sorte que l'axe magnétique soit radial. Dans ce cas, la réluctance du circuit magnétique, entre rotor et stator, est pratiquement constante et indépendante de la position du rotor.
- Rotor à pôles saillants : Lorsque sa périphérie est rectangulaire, ou cruciforme, s'il y a plusieurs paires de pôles. Le bobinage est alors réalisé de telle sorte que chacun des pôles successifs sur la périphérie soit alternativement nord et sud, toutes les bobines d'excitation étant parcourues par le même courant continu, en série. Dans ce cas, le flux est canalisé de façon plus localisée sous les pôles. [5]

## I.2. Différents types de machines synchrones utilisées

On trouve, dans la grande majorité des applications à vitesse variable, trois catégories de machines synchrones :

- **Les machines synchrones à rotor bobiné** font appel, le plus souvent, à une excitatrice associée à un redresseur tournant, pour éliminer tout contact glissant. Le rotor peut être à pôles lisses ou saillants et est généralement équipé de circuits amortisseurs. Pour certaines applications à forte puissance et à grande vitesse, on utilise un rotor cylindrique massif.
- **Les machines à réluctance**, avec des structures diverses, sont employées dans un certain nombre d'applications particulières où la simplicité de constitution est un avantage. L'inconvénient principal de leur utilisation pour l'alimentation à fréquence variable concerne la faiblesse inhérente de leur facteur de puissance (valeur typique 0.65), qui implique un sur dimensionnement systématique des convertisseurs statiques. Néanmoins, ce défaut peut devenir négligeable dans certaines applications de faible puissance.
- **Les machines synchrones à aimants permanents M.S.A.P** : sont de plus en plus employées depuis une dizaine d'années avec l'apparition d'aimants rigides et performants. Actuellement, l'augmentation de la taille de ce type de machine est sérieusement envisagée. En effet, à condition de coupler cette augmentation de taille avec une augmentation du nombre de pôles, l'utilisation des aimants reste avantageuse

Des réalisations particulièrement intéressantes commencent à voir le jour dans le domaine de moyennes et fortes puissances (100kw et plus), à des vitesses faibles (quelques centaines de tr/mn). [6]

### **I.3. Présentation de la machine synchrone à aimant permanent M.S.A.P**

Avec l'apparition des aimants rigides et performants, les machines synchrones à aimants permanents (M.S.A.P) présentent des performances supérieures à celles de la machine à rotor bobiné. Elles fonctionnent avec moins de pertes donc atteignent des puissances massiques importantes. Les stators, notamment en forte puissance, sont identiques à ceux d'une machine asynchrone.

Vers 1986 apparaît en prototype un moteur synchrone hybride à aimants permanents et à collecteur électronique (PM synchronous-relance hybrid actuator), dont le stator est pratiquement identique au moteur synchrone mais dont le rotor ferromagnétique est muni de pavés d'aimants. [7]

#### **I.3.1. Définition**

Le moteur à aimant qui, à l'origine, dérivait presque exclusivement de la machine à collecteur mécanique, est actuellement construit et piloté selon plusieurs principes, compatible avec les caractéristiques de fonctionnement désirées. De plus, il peut avoir les formes de circuit statorique et rotorique les plus diverses (moteur long, moteur plat, moteur à rotor extérieur, etc.).[7]

Les M.S.A.P occupent une place grandissantes au détriment des machines à courant continu et ce, grâce au développement récent des matériaux magnétiques et aux progrès faits au niveau des aimants permanents.

#### **I.3.2. Constitution**

Le moteur synchrone à aimant permanent, comporte, tout comme la machine asynchrone, un stator bobiné dont l'alimentation donne naissance à une force magnétomotrice de composante fondamentale tournant à la vitesse angulaire. Le rotor ou la roue polaire dont le nombre de pôles est égale à celui du stator, est excité par un bobinage parcouru par un courant continu ou par des aimants pour produire une force magnétomotrice dite d'excitation. Dans le cas du M.S.A.P, l'inducteur est remplacé par des aimants, ceci présente l'avantage

d'éliminer les balais et les pertes rotoriques, ainsi que la nécessité d'une source pour fournir le courant d'excitation. Cependant on ne peut pas contrôler le flux rotorique.

D'autre part, la surface interne du stator est cylindrique, et les enroulements sont placés dans des encoches taillées suivant les génératrices du cylindre. Chaque enroulement réalisé de manière à créer une force magnétomotrice sinusoïdale dans l'entrefer. Les forces magnétomotrices créées par chacun des trois enroulements sont déphasées d'un angle électrique de  $120^\circ$ . En alimentant cet enroulement triphasé par des courants triphasés, on crée un champ tournant circulaire. [1]

### I.3.3. Différentes structures d'un moteur synchrone à aimants permanents

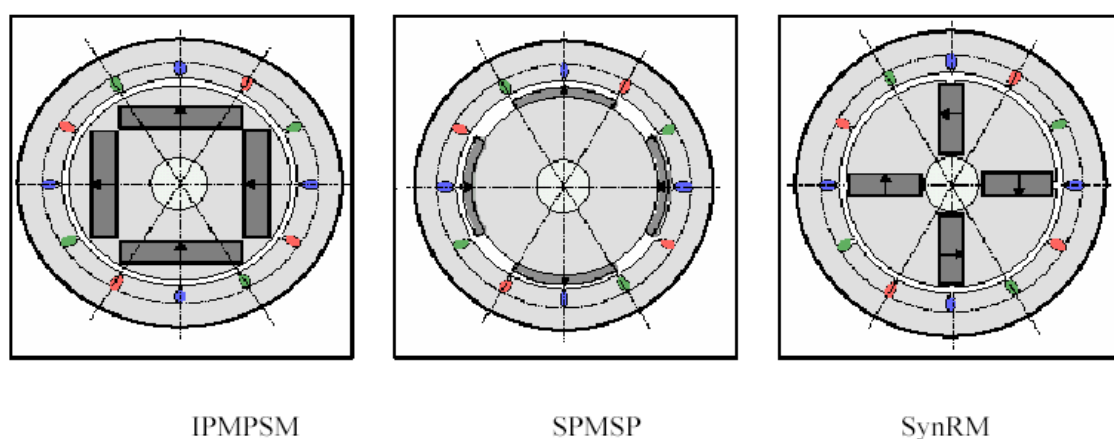
Il existe de nombreuses topologies de machines synchrones à aimants permanents.

Les moteurs synchrones peuvent être classés en trois types d'après l'arrangement des aimants dans le rotor (Fig. I.1)

Le moteur synchrone à aimants enterrés (IPMSM, Interior Permanent Magnet Synchronous Motor).

Le moteur synchrone à aimants collés (SPMSM, Surface Permanent Magnet Synchronous Motor).

Le moteur synchrone à concentration du flux (SynRM Synchronous Reluctance Motor). [3]



**Figure I.1** Les trois types de rotor du moteur synchrone à aimants permanents.

Diverses structures d'inducteurs à aimants sont envisageables

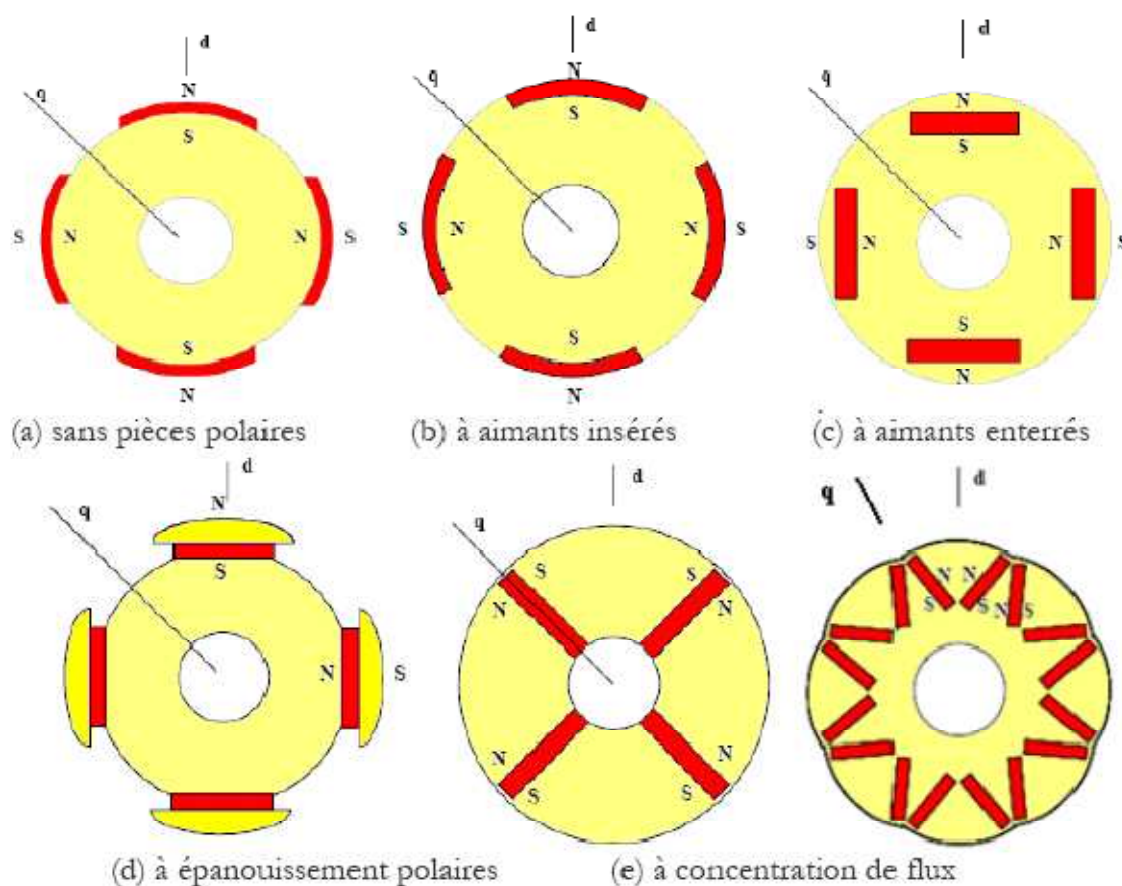


Figure I.2

#### I.4. Principe de fonctionnement

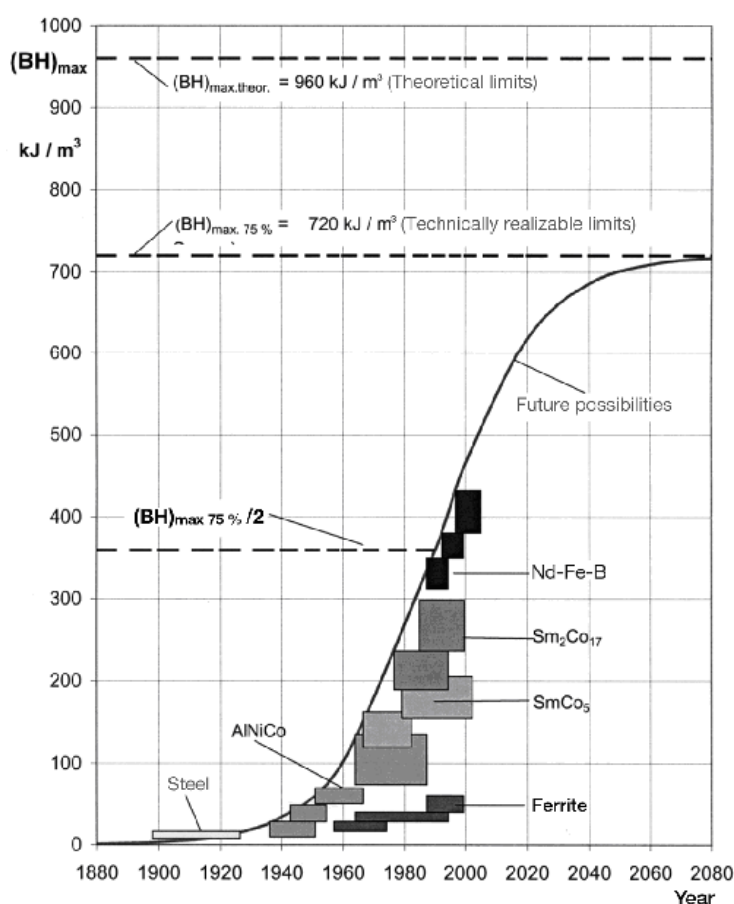
Le stator est alimenté en courant alternatif triphasé et le rotor est à aimants permanents. L'action réciproque qui s'exerce entre le champ tournant statorique et le champ du rotor se manifeste par l'action mutuelle des pôles fictifs du stator et des pôles réels du rotor. Cette interaction est équivalente à un couple moteur qui fournit une puissance mécanique sur l'arbre tandis que la machine absorbe une puissance électrique au réseau auquel elle est reliée. Le champ statorique et le champ rotorique tournent alors à la même vitesse.

Lorsque le champ inducteur et le champ d'induit sont colinéaires, le couple est nul et lorsqu'ils forment un angle  $90^\circ$  alors le couple est maximal. Si l'angle dépasse  $90^\circ$ , il y a apparition de phénomène de décrochage entraînant l'arrêt de la machine. [8]

## I.5. Les aimants permanents

### I.5.1. Historique

La première utilisation des aimants fut vraisemblablement en Chine en l'an 4000 Avant Jésus Christ en sa qualité de compas pour indiquer au voyageur la route ou pour des Cérémonies religieuses. Depuis un siècle, l'utilisation de nouveaux types d'aimants et l'amélioration de leurs performances, notamment en terme de densité volumique d'énergie, ont permis de trouver de nouvelles applications. La figure (I.1) montre certaines de ces applications, en particulier, les machines électriques de hautes performances. [9]



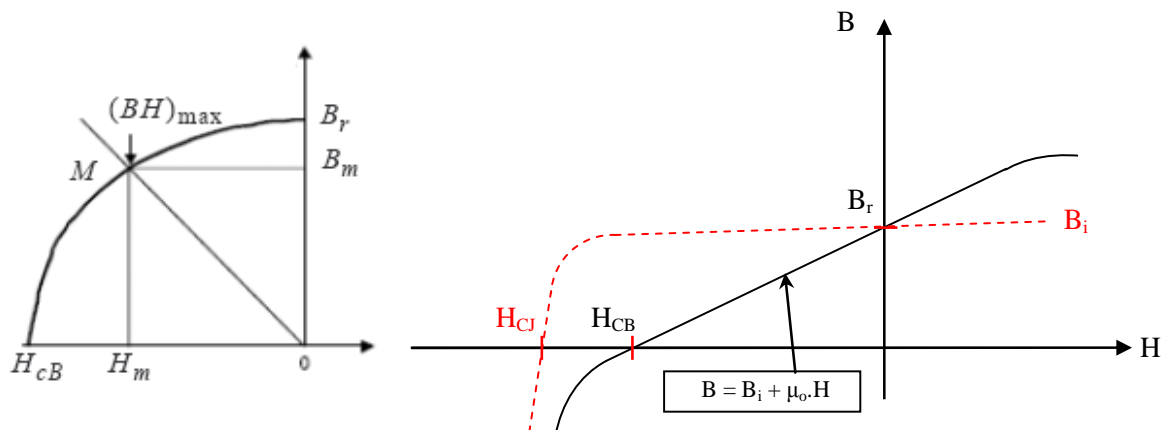
**Figure I.3** Développement de l'énergie spécifique des aimants au cours du 20<sup>ème</sup> siècle.



### I.5.2. Caractéristiques des aimants

Les aimants permanents sont principalement caractérisés par leurs cycles d'hystérésis et plus particulièrement par la courbe de désaimantation du deuxième quadrant du plan B-H (figure I.4). Cette courbe est caractérisée par :

- l'induction rémanente  $B_r$ .
- le champ coercitif  $H_{CB}$ , qui est le champ démagnétisant annulant l'induction ; plus sa Valeur est élevée et plus l'aimant est stable,
- le produit d'énergie volumique  $(BH)_{\max}$
- les valeurs  $B_m$  et  $H_m$  du point de fonctionnement optimal M correspondant au produit  $(BH)_{\max}$ .
- l'aimantation  $H_{CJ}$ , champ coercitif qui annule l'aimantation intrinsèque du matériau. [9]



**Figure I.4** courbe de désaimantation.

Chaque **aimant** d'excitation possède son histoire et caractérisé par un **cycle d'hystérésis B(H)** (figure I.5.a). Les courbes situées dans le premier et le second quadrant peuvent être obtenues par aimantation selon le procédé décrit ci-après :

— on place un barreau non aimanté entre les pôles d'un électro-aimant à  $n_{sp}$  spires (figure I.5.b) ; l'augmentation du courant  $I$  entre 0 et  $I_{\max}$  correspond à la variation de l'induction  $B$  dans le barreau entre 0 et  $B_{\max}$  courbe (figure I.5.a) ;

— on coupe le courant sans enlever le barreau aimanté du dispositif ; le barreau est devenu un aimant naturel caractérisé par l'induction rémanente  $B_r$ . (courbe AB de la figure I.5.a) ;

— on place l'aimant sur le circuit magnétique d'un stator. Considérons le stator de la figure c. En négligeant les fuites, le théorème d'Ampère s'écrit :

$$H_{\text{ext}} \ell_{\text{ext}} + H_a \ell_a = 0 \quad (\text{I.1})$$

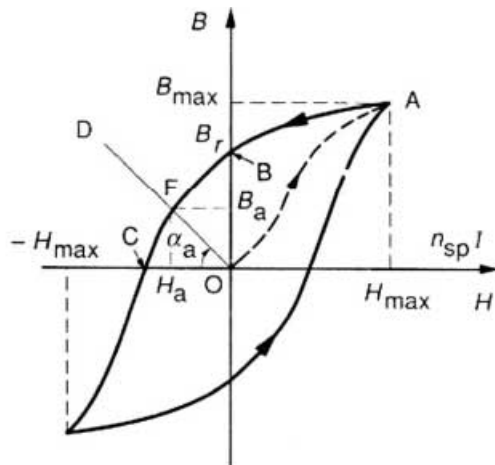
$$\text{Ce qui conduit à : } H_a = -\frac{\ell_{\text{ext}}}{\ell_a} H_{\text{ext}} \quad (\text{I.2})$$

Avec  $H$  champ magnétique,  $\ell$  longueur.

-L'indice « a » caractérise les grandeurs relatives à l'aimant

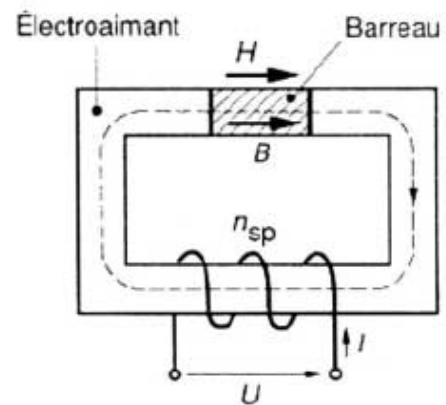
-l'indice « ext » celles relatives au circuit extérieur.

Le champ dans l'aimant est devenu négatif, c'est-à-dire que le point de fonctionnement F se trouve sur la portion BC de cycle (figure I.5.a) et appelée *courbe de désaimantation*.



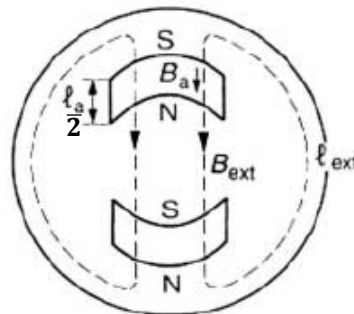
$B$  induction magnétique  
 $H$  champ électromagnétique

(a) courbe d'hystérésis



$U$  tension aux bornes des  
 $n_{\text{sp}}$  spires de l'électroaimant

(b) aimantation d'un barreau



(c) stator d'une machine avec aimant

Figure I.5

Le **point de fonctionnement F** et la **droite D** dite de **charge** (figure I.5.a) sont définis par les dimensions de l'aimant ( $\ell$  et  $S$  longueur et section) et par la réluctance  $\mathfrak{R}_{\mu\text{ext}}$  du circuit extérieur, car :

$$\mathbf{B}_a = \frac{\Phi}{S_a} = \frac{B_{\text{ext}} S_{\text{ext}}}{S_a} \quad (\text{I.3})$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{B}_a &= -\mu_{\text{ext}} \frac{l_a}{L_{\text{ext}}} \mathbf{H}_a \\ \mathbf{B}_a &= \frac{1}{\mathfrak{R}_{\mu\text{ext}}} \frac{l_a}{S_a} (-\mathbf{H}_a) \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.4})$$

Avec :

$\Phi = \Phi_a$  flux utile égal au flux à travers l'aimant (en négligeant toujours les fuites magnétiques).

$\mu$  : perméabilité magnétique.

D'où la pente de la droite D de charge est donné par :

$$\tan \alpha_a = \frac{B_a}{H_a} = \frac{l_a}{S_a} \frac{1}{\mathfrak{R}_{\mu\text{ext}}} \quad (\text{I.5})$$

Et le volume de l'aimant permanent  $V_a$  est :

$$V_a = S_a \ell_a = - \frac{1}{B_a H_a} \mathfrak{R}_{\mu\text{ext}} \Phi_a^2 \quad (\text{I.6})$$

Le point de fonctionnement de l'aimant, et donc l'excitation de la machine, dépendent, selon (I.4), de  $\mathfrak{R}_{\mu\text{ext}}$  et du champ magnétique  $H_a$ . Remarquons que le champ total de la machine peut prendre ses sources non seulement dans l'aimant, mais également dans les courants circulant dans l'induit (réaction d'induit).

La modification de la réluctance extérieure n'est possible que lors du montage et du démontage de la machine ; les variations de l'induction qui en résultent ne sont pas réversibles.

Si les risques de désaimantation au montage et au démontage sont minimes avec des aimants modernes (sauf pour les alnico), il n'en est pas de même en ce qui concerne la réaction d'induit. En effet, lorsque la machine est en charge, le champ magnétique  $H_{ri}$ , dû aux

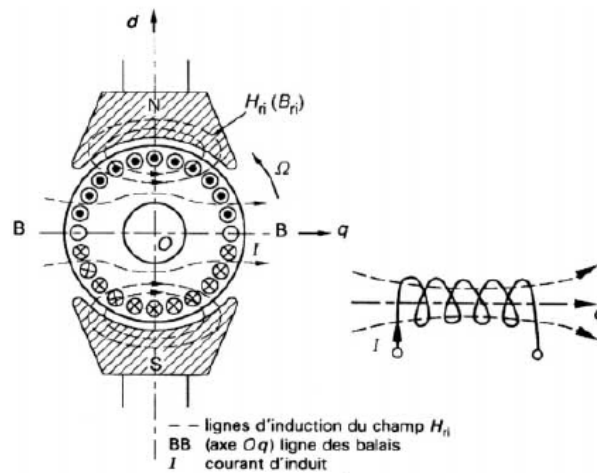
courants d'induit, s'oppose au champ des aimants  $H_a$  sur une partie des épanouissements polaires (figure si dessous)

La valeur de  $H_{ri}$ , et donc du courant d'induit qui lui est proportionnel (Hors saturation), doit être limitée par la valeur du champ coercitif d'induction  $H_{cB}$  de l'aimant :

$$H_{ri} < H_{cB}$$

Une réaction d'induit supérieure à  $H_{cB}$  provoquerait une désaimantation irréversible de la machine.

Ainsi, le couple massique maximal que la machine peut développer est limité par la qualité de l'aimant. Cette qualité diffère d'un aimant à l'autre selon le matériau constitutif. [7]



**Figure I.6** Schématisation des lignes d'induction du champ rotorique.

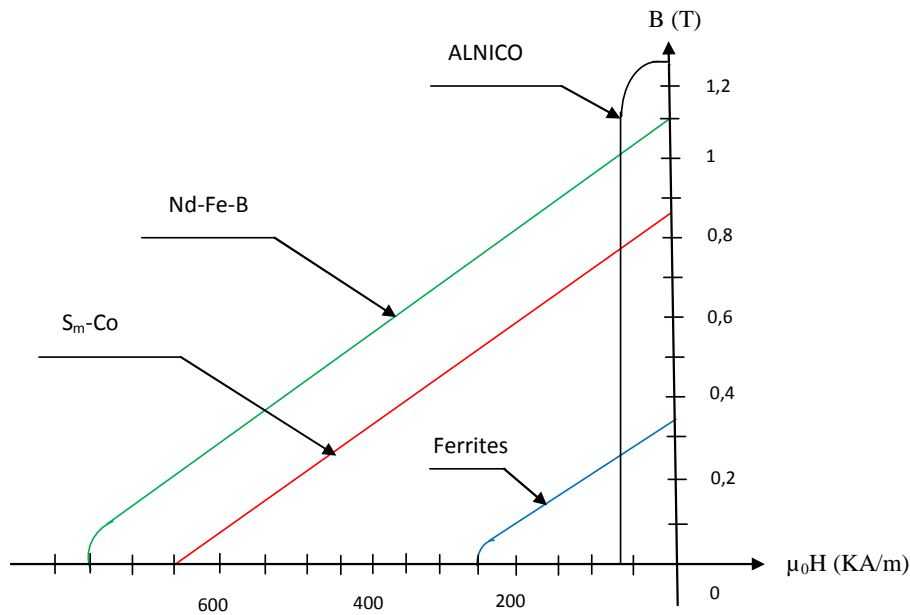
### I.5.3. Matériaux constitutifs des aimants et leurs propriétés

- **L'alnico ( $AlNiCo$ )** : est un aimant naturel ancien. Il se caractérise par une induction rémanente élevée (1,2 T) et un champ coercitif faible ( $\approx 150$  kA/m). Outre ses caractéristiques énergétiques médiocres et ses difficultés de mise en œuvre, l'alnico est conducteur électrique, donc siège de courants induits.
- **La ferrite** : est un aimant naturel non conducteur électrique et pratiquement non ferromagnétique (perméabilité relative incrémentale  $\mu_r \approx 1$ ). Il se caractérise par une

induction rémanente relativement faible ( $\approx 0,4$  T) et par un champ coercitif élevé (jusqu'à 370 kA/m).

Les avantages de la ferrite résident surtout dans un bon rapport de la densité d'énergie au prix, conjugué avec des caractéristiques de désaimantation linéaire, qui permettent le montage et le démontage du moteur ; en revanche, le ferrite est sensible à la température et peut être désaimanté par la réaction d'induit des machines en fonctionnement à impulsion.

- **Les aimants au samarium-cobalt (SmCo) :** utilisent des alliages de fer-nickel-cobalt et d'une ou de plusieurs terres rares, qui dans leur version la plus performante (Sm2Co17) sont pratiquement amagnétiques ( $\mu_r \approx 1,08$ ) et non conducteurs ; leur induction rémanente avoisine 1,25 T et leur champ coercitif approche 1 000 kA/m. Ces aimants sont pratiquement impossibles à désaimanter et présentent, inconvénients résident dans leur prix et dans leur masse volumique ( $\approx 8 \cdot 10^3$  kg/m<sup>3</sup>) élevés. Par ailleurs, ces matériaux sont très durs et assez fragiles mécaniquement, ce qui conduit à appliquer des procédés d'usinage particuliers, principalement par rectification.
- **Les aimants de néodyme-fer-bore (Nd-Fe-B) :** conjuguent une densité énergétique forte (induction rémanente  $\approx 1,2$  T ; champ coercitif  $\approx 900$  A/m) avec un prix relativement faible. Leur défaut majeur réside dans une sensibilité encore mal maîtrisée à l'élévation de la température. [7]



**Figure I.7** Courbes de désaimantation des principaux types d'aimants.

#### I.5.4. Avantages des machines synchrones à aimants permanents

Lors de construction des machines synchrones à aimants permanents (MSAP), l'utilisation des aimants permanents à la place des bobinages d'excitation offrent beaucoup d'avantages :

- Moins des pertes de cuivre, les pertes viennent surtout du stator d'où le rendement du moteur est amélioré.
- Une faible inertie et un couple massique élevé.
- Une meilleure performance dynamique.
- Construction et maintenance plus simple.
- Augmentation de la constante thermique et de la fiabilité, à cause de l'absence de contact bague – balais dans ces machines.

Le choix des aimants permanents dépend des facteurs suivants :

- Performance du moteur.
- Poids du moteur.

- Dimension du moteur.
- Rendement du moteur.
- Facteur économique. [3]

### **1.5.5. Domaines d'utilisation de la machine synchrone à aimants permanents**

Le moteur synchrone à aimants permanents est utilisé dans une large gamme de puissance, allant de centaines de watts, à plusieurs méga watts, dans les applications aussi diverses que le positionnement, la synchronisation, l'entraînement à vitesse variable, et la traction.

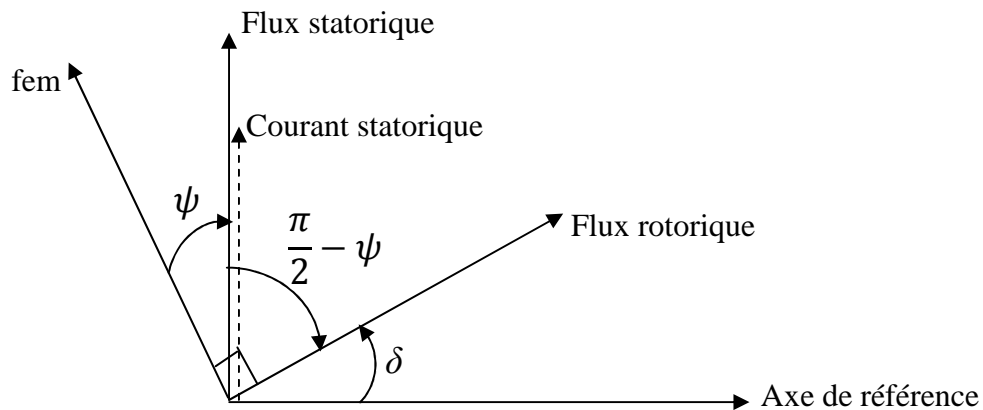
- Il fonctionne comme compensateur synchrone.
- Système de propulsion des navires.
- Servomoteurs, horloge synchrone.
- Il est utilisé pour les entraînements qui nécessitent une vitesse de rotation constante, tels que les grands ventilateurs, compresseurs et les pompes centrifuges. [1]

### **1.6. Autopilotage des M.S.A.P**

La machine synchrone est de loin la plus facile à piloter car le flux magnétique du rotor est créé uniquement soit par le moment magnétique de l'aimant permanent du rotor, soit par le courant inducteur continu envoyé dans le bobinage rotorique.

En particulier, il ne dépend pas de courants induits en provenance du stator, et donc de la variation du flux statorique; ce dernier sera utilisé uniquement pour effectuer un contrôle simple du couple électromagnétique.

L'autopilotage d'une machine synchrone consiste à maintenir constant ou peu variable le décalage angulaire «  $\psi$  » entre les fem (créées par le champ rotorique) et les courants (qui créent le champ statorique) Figure (I.8) avec cette condition, le couple électromagnétique développé par la machine peut être contrôlé et une boucle d'asservissement de position ou de vitesse peut être réalisée autour de la boucle de commande du couple de la machine. Pour réaliser cette tâche, le synchronisme de la machine doit être contrôlé par un capteur de position lié au rotor, cela permet d'imposer le courant ou la tension qu'il faut, afin d'assurer le contrôle du couple de la machine.



**Figure I.8** disposition du flux statorique par rapport au flux rotorique

Indépendamment de l'autopilotage et au regard des caractéristiques externes [10], Il existe deux grandes familles de machines synchrones à aimants permanents ; sur le plan conception, elles diffèrent par la forme des aimants et la distribution des bobinages statoriques. Ces deux familles sont :

#### I.6.1. Moteurs synchrones à fem sinusoïdales

Pour obtenir un couple uniforme, les courants d'alimentation doivent être également sinusoïdaux. L'ensemble (moteur-alimentation-autopilotage) sont appelés actionneurs synchrones (PMSM : Permanent Magnets Synchronous Motors).

#### I.6.2. Moteurs synchrones à fem trapézoïdales

Pour obtenir un couple uniforme, les courants d'alimentation doivent être en créneaux. Les actionneurs correspondants sont appelés actionneurs à courants continu sans balais (BDCM : Brushless Direct Current Motor).

L'objectif de l'alimentation et de l'autopilotage de ces moteurs sont :

- l'obtention d'un couple uniforme et constant sur une plage de vitesse la plus large possible.
- La définition d'une alimentation et d'une commande aussi simple que possible pour concurrencer l'actionneur à courant continu. [11]



**Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons fait un bref historique sur la machine synchrone à aimants permanents, dont nous avons présenté ces différentes structures ainsi que son principe de fonctionnement. Nous nous sommes intéressé ensuite aux types et aux caractéristiques des aimants permanents, puis nous avons cité les avantages de cette machine ainsi que son domaine d'utilisation. Nous avons finis par cité le principe de l'autopilotage.

Dans le chapitre suivant nous présenterons le modèle magnétostatique de la machine synchrone à aimants permanents, nous déterminerons ces différents paramètres électromagnétiques.

## Introduction

Le fonctionnement des dispositifs électrotechniques classiques tels que les moteurs et les transformateurs est directement lié à la distribution du champ magnétique au sein de leurs structures. La connaissance d'une telle distribution permet de calculer les grandeurs nécessaires au dimensionnement comme par exemple le flux, le couple, l'inductance ....etc.

Avec les méthodes analytiques, la résolution des systèmes électromagnétiques ayant les caractéristiques non linéaires présente des problèmes de calculs, du fait qu'elles ne permettent pas de tenir compte des spécifications géométriques de la machine, ainsi que la nature de ses matériaux. De nos jours, l'accroissement de possibilités de calcul et l'évolution des méthodes numériques ont permis de prendre en compte des phénomènes de plus en plus complexes et de fournir des solutions satisfaisantes pour un grand nombre de problèmes. La méthode des éléments finis (MEF) est l'une des méthodes numériques les plus utilisées pour la résolution des problèmes bidimensionnels (2D). Elle est utilisée pour le calcul des champs magnétiques.

Dans ce chapitre, on présente un modèle magnétostatique à deux dimensions de la machine synchrone à aimants permanents. Celui-ci tient compte de la géométrie de la machine ainsi que les caractéristiques des matériaux utilisés. La résolution de ce modèle est effectuée à l'aide du logiciel Maxwell 2D basé sur la méthode des éléments finis.

### II.1. Caractéristiques magnétiques des aimants

Les aimants permanents sont des matériaux magnétiques durs créant un champ magnétique au tour du volume qu'ils occupent. Caractérisés par un large cycle d'hystérésis et leur courbe d'aimantation  $B(H)$  saturée, celle-ci exprime la variation de l'induction magnétique  $B$  produite dans le matériau par l'application d'un champ magnétique d'intensité  $H$ .

Pour simplifier la modélisation de l'aimant permanent, l'effet d'hystérésis est négligé. Les propriétés de l'aimant seront représentées uniquement par leur courbe de magnétisation décrites par l'équation II.1. [2]

$$B = \mu H \quad (\text{II.1})$$

$\mu$  représente la perméabilité du matériau.

## II.2. Formulation du modèle magnétostatique par éléments finis [12]

La détermination du champ électromagnétique dans un système peut être obtenue à partir des équations de Maxwell en utilisant le potentiel scalaire ou le potentiel vecteur. Pour ces deux solutions, on définit les conditions aux limites de type Dirichlet et Neumann.

### II.2.1. Equations de Maxwell

L'étude des dispositifs électromagnétiques est régit par les quatre équations aux dérivées partielles de Maxwell et par les trois relations de milieu considérées. Nous disposant alors du système de sept équations :

$$\text{div } \vec{D} = \rho \quad (\text{II.2})$$

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.3})$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (\text{II.4})$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II.5})$$

Sachant que :

$\rho$  : densité de charge.

$\vec{D}$  : Vecteur déplacement électrique ou induction électrique.

$\vec{E}$  : Vecteur champ électrique.

$\vec{J}$  : Vecteur densité de courant.

$\vec{B}$  : Vecteur induction magnétique.

$t$  : Variable temporelle.

**Les relations du milieu**

- Pour un milieu magnétique :

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (\text{II.6})$$

Sachant que :  $\mu = \mu_0 \mu_r$

$\mu_0$  et  $\mu_r$  étant respectivement la perméabilité du vide, et la perméabilité magnétique relative.

- Pour un milieu diélectrique :

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (\text{II.7})$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$$

$\varepsilon$  étant la permittivité diélectrique

**La loi d'Ohm :**

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (\text{II.8})$$

$\sigma$  étant la conductivité du matériau

**II.2.1.1. Potentiel scalaire**

Ce potentiel est utilisé dans le cas où le domaine de travail ne contient pas de source de courant. Les équations de Maxwell s'écrivent dans ce cas sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{div } \vec{\mathbf{B}} = 0 \\ \vec{\text{rot}} \mathbf{H} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{II.9})$$

Avec :

$$\vec{\mathbf{B}} = \mu \vec{\mathbf{H}} \quad (\text{II.10})$$

La relation  $\overrightarrow{\text{rot}} \mathbf{H} = 0$  implique que  $\mathbf{B}$  dérive d'un potentiel scalaire  $\Phi$ . l'équation à résoudre devient alors :

$$\text{div} (\mu \text{ grad } \Phi) = 0 \quad (\text{II.11})$$

En utilisant la formulation variationnelle, on aura:

$$\int_{\Omega} \text{div} (\mu \text{ grad } \Phi) \cdot \Phi_1 = 0 \quad (\text{II.12})$$

### II.2.1.2. Potentiel vecteur

Le potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  est utilisé dans l cas où le domaine de travail contient une ou plusieurs sources de courants. Les équations de Maxwell s'écrivent alors dans ce cas sous cette forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Div } \vec{\mathbf{B}} = 0 \\ \overrightarrow{\text{rot}} \mathbf{H} = \vec{\mathbf{J}}_s \end{array} \right. \quad (\text{II.13})$$

Avec:

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (\text{II.14})$$

Où  $\mathbf{J}_s$  représente la densité du courant.

La relation  $\text{div } \vec{\mathbf{B}} = 0$  implique que  $\mathbf{B}$  dérive d'un potentiel vecteur  $\mathbf{A}$ . L'équation à résoudre devient:

$$\text{rot} \left( \frac{1}{\mu} \text{rot } \mathbf{A} \right) = \mathbf{J}_s \quad (\text{II.15})$$

Pour les problèmes bidimensionnels, on suppose qu'il existe une direction privilégiée pour l'établissement du courant. On choisit alors comme inconnu du problème la composante non nulle du potentiel vecteur suivant cette direction. On utilise donc un potentiel vecteur  $A$

normal au plan (XOY), dérivé suivant OZ et on le représente comme une fonction scalaire de deux variables.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ A(x, y) \end{bmatrix} = \mathbf{A}_Z$$

Car le potentiel vecteur est mono directionnel (suivent OZ).

### II.3. Résolution par la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est l'une des procédures adaptée à la résolution numérique des équations aux dérivés partielles. L'utilisation de cette méthode pour résoudre les équations du champ électromagnétique, nécessite en premier lieu le maillage du domaine de travail en éléments triangulaires. Elle remplace donc la forme intégrale globale par une somme de formes intégrales élémentaires. On définit ainsi pour chaque élément, la matrice élémentaire et le vecteur élémentaire d'ordre respectivement (3,3) et (3,1). En utilisant les techniques d'assemblages, on obtient la matrice globale  $\mathbf{G}$  (NP, NP) et le vecteur global  $\mathbf{F}$  (NP, 1) où NP représente le nombre total de nœuds.

Le problème consiste donc à déterminer, pour chaque nœud  $i$ , la valeur du potentiel  $A_i$  correspondant puis de déduire l'induction magnétique  $\mathbf{B}$  pour chaque élément.

Sachant que la perméabilité relative  $\mu_r$  est constante uniquement dans chaque élément, on aura à résoudre un système d'équations non linéaires de la forme :

$$\mathbf{G}(\mu) \mathbf{A} = \mathbf{F} \quad (\text{II.16})$$

La résolution du système (II.16) est effectuée avec la méthode de Cholesky qui est très adaptée au cas des matrices symétriques. En effet, elle limite le problème d'inversion matricielle et ne nécessite que la mémorisation d'une partie triangulaire supérieure, par exemple, de la matrice  $\mathbf{G}$ . soit  $\mathbf{A}^{(k-1)}$  et  $\mu^{(k-1)}$  les estimations de la solution et de la perméabilité à l'itération  $k-1$ . On définit le résidu à l'itération  $k$  par :

$$\mathbf{R}^{(k)} = \mathbf{F} - \mathbf{G}(\mu^{(k-1)}) \mathbf{A}^{(k-1)} \quad (\text{II.17})$$

On détermine l'écart  $\Delta^{(k)}$  à l'itération  $k$  en résolvant :

$$\mathbf{G}(\mu^{(k-1)}) \Delta^{(k)} = \mathbf{R}^{(k)} \quad (\text{II.18})$$

L'estimation de la solution à l'itération  $k$  est donnée alors par :

$$A(k) = A(k-1) + e \Delta(k) \quad (\text{II.19})$$

Où  $e$  représente le paramètre de relaxation. On calculant ensuite  $B$  pour chaque élément, on déduit les valeurs de  $\mu(k)$  à partir de la courbe  $B(H)$ . Le calcul est représenté alors au niveau de l'équation (II.17). L'algorithme itératif est initialisé avec un vecteur  $A_0$  donné. On retient la solution de l'itération  $i$  pour laquelle la norme de  $\Delta(i)$  est inférieure à une valeur fixée. [12]

## II.4. Présentation du logiciel Maxwell 2D

Le développement continu de l'informatique augmente le nombre d'outils disponibles aux ingénieurs pour résoudre les problèmes électromagnétiques. L'une des méthodes de résolution la plus utilisée est la méthode des éléments finis (MEF). ce développement a mis au point des logiciels très performants tels que : Flux 2D, FEMM, Maxwell 2D....etc.

Le logiciel Maxwell 2D est conçu pour résoudre les problèmes électromagnétiques en deux dimensions par la méthode des éléments finis.

Pour résoudre un problème, il faut définir la géométrie de la machine en deux dimensions, son excitation ainsi que les caractéristiques des matériaux utilisés.

Le logiciel Maxwell 2D procède comme suit :

- Définir le problème du système à étudier et le plan d'étude  $[x, y]$  et  $[r, z]$ .
- Introduire la géométrie de la machine en respectant minutieusement ses dimensions.
- Affecter les matériaux constitutifs de la machine, et assigner un sens d'aimantation pour les aimants.
- Affecter les conditions aux limites et assigner les sources.
- Choisir les paramètres à calculer.
- Exécution.

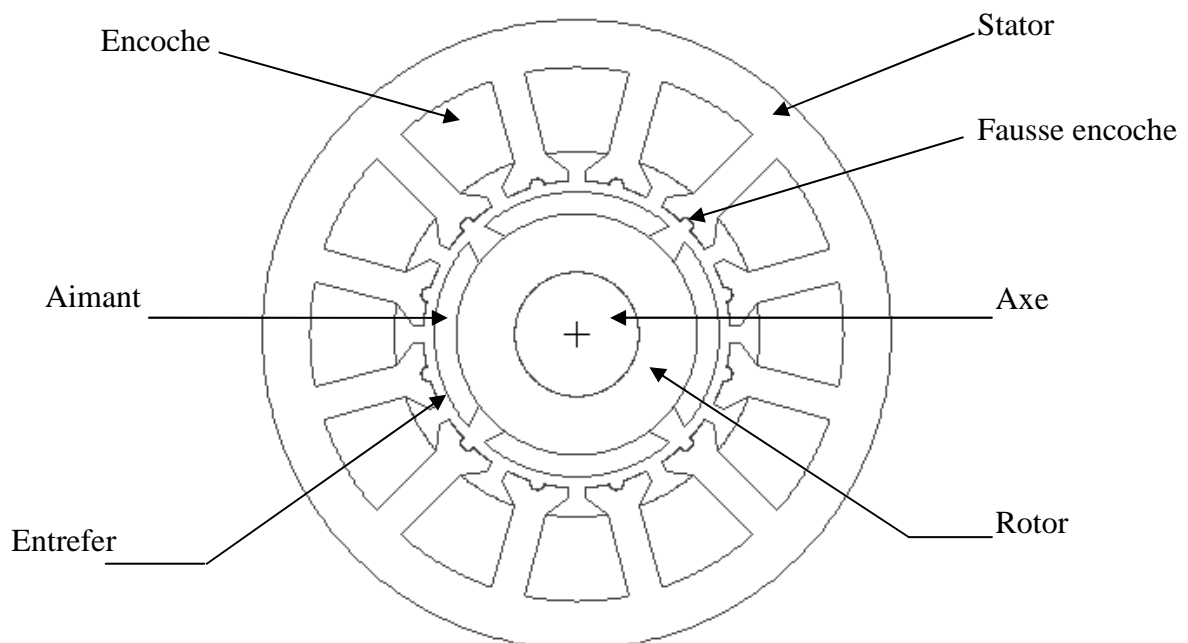
## II.5. Présentation de la machine à étudier

La machine à étudier est un moteur synchrone à aimants permanents, autopiloté alimenté en créneaux de courant de  $120^\circ$  électrique.

### II.5.1. Structure de la machine

La machine est constituée d'un :

- **Stator** cylindrique en tôle magnétique à 12 encoches. L'enroulement est triphasé concentrique à une seule couche.
  - longueur de la machine : 40 mm
  - nombre de pôle :  $2p = 4$
  - le nombre de conducteur par phase : 164 conducteurs.
  - le courant nominal :  $I_n = 4.8$  A
- **Rotor** lisse en matériau magnétique, les quatre aimants sont de type Samarium-Cobalt, collés sur le rotor, formés d'un seul segment sous forme de tuile et présentant une aimantation radiale. **Figure (II.1)**



**Figure II.1** Schéma de la structure de la machine.



### II.5.2. Dimensions de la machine

Les différents rayons de la machine sont :

$R_1 = 8.5 \text{ mm}$  : rayon de l'arbre.

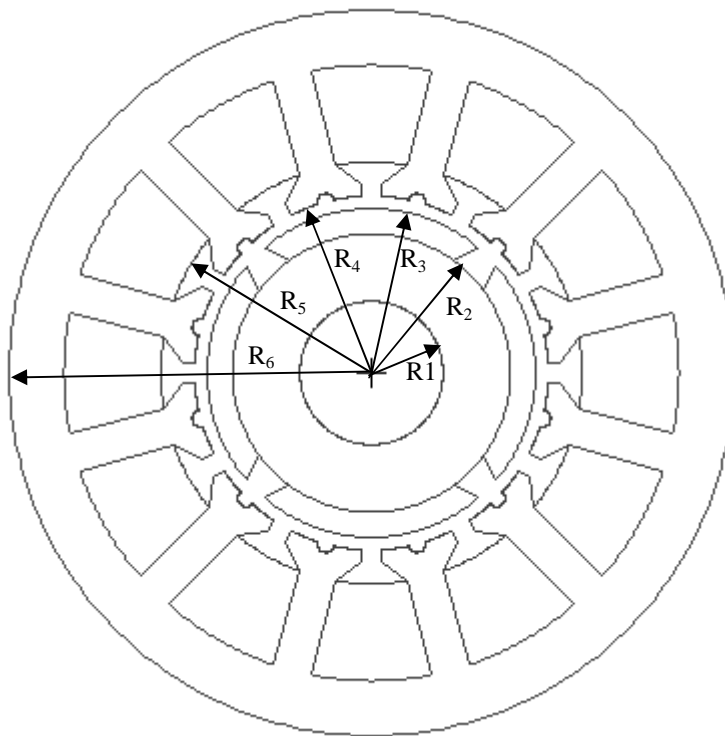
$R_2 = 16.5 \text{ mm}$  : rayon du rotor.

$R_3 = 19.5 \text{ mm}$  : rayon des aimants.

$R_4 = 21 \text{ mm}$  : rayon interne du stator.

$R_5 = 25 \text{ mm}$  : rayon inférieur des cales de l'encoche.

$R_6 = 43 \text{ mm}$  : rayon externe du stator.



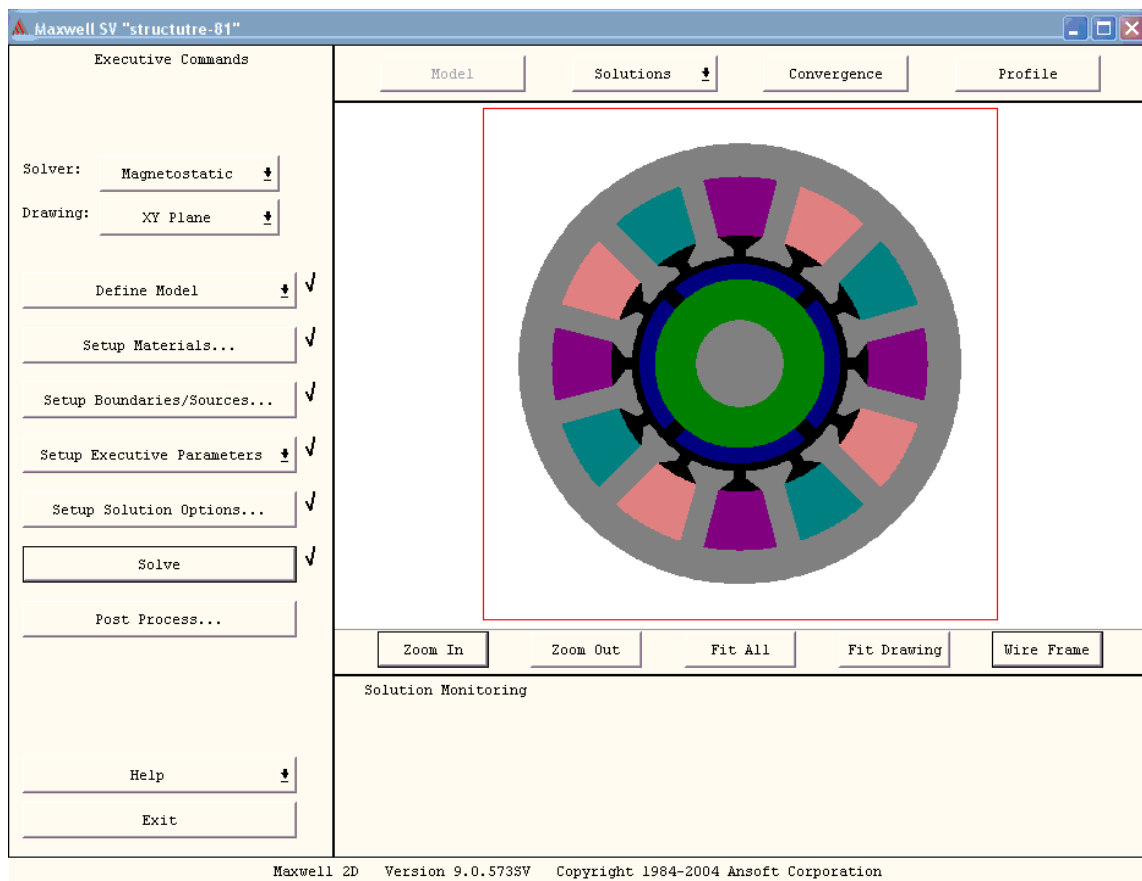
**Figure II. 2** Dimensions principales de la machine.

### II.5.3. Matériaux utilisés

- l'arbre du rotor est en matériau amagnétique : le titanium.
- Le rotor, les dents et le dos du stator sont en tôle magnétique : Steel1010. (voir l'annexe I)
- Les aimants sont de type SmCo28. (voir annexe I).
- Les conducteurs sont en cuivre.

### II.6. Procédures générales du logiciel Maxwell 2D

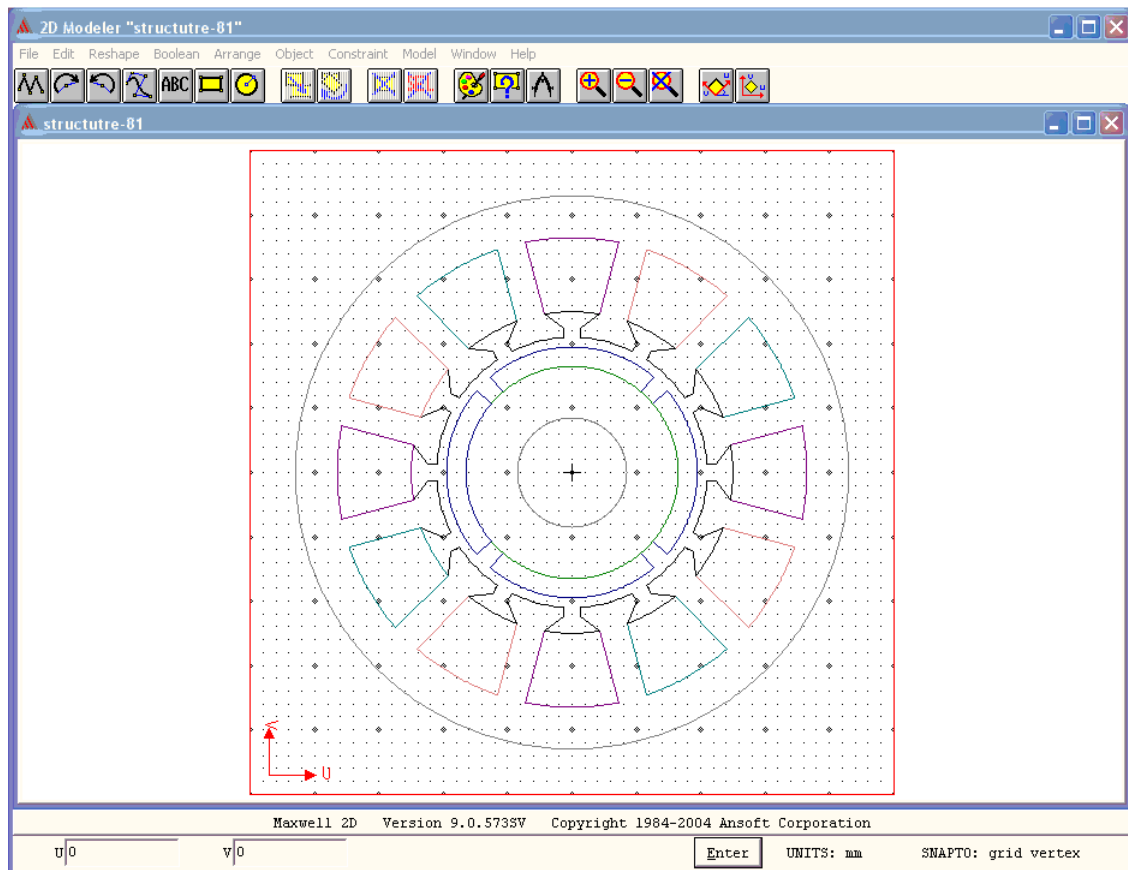
Dans la figure (II.3) on présente toutes les étapes nécessaires pour créer et résoudre un système avec le logiciel Maxwell 2D



**Figure II.3** Fenêtre des commandes principales.

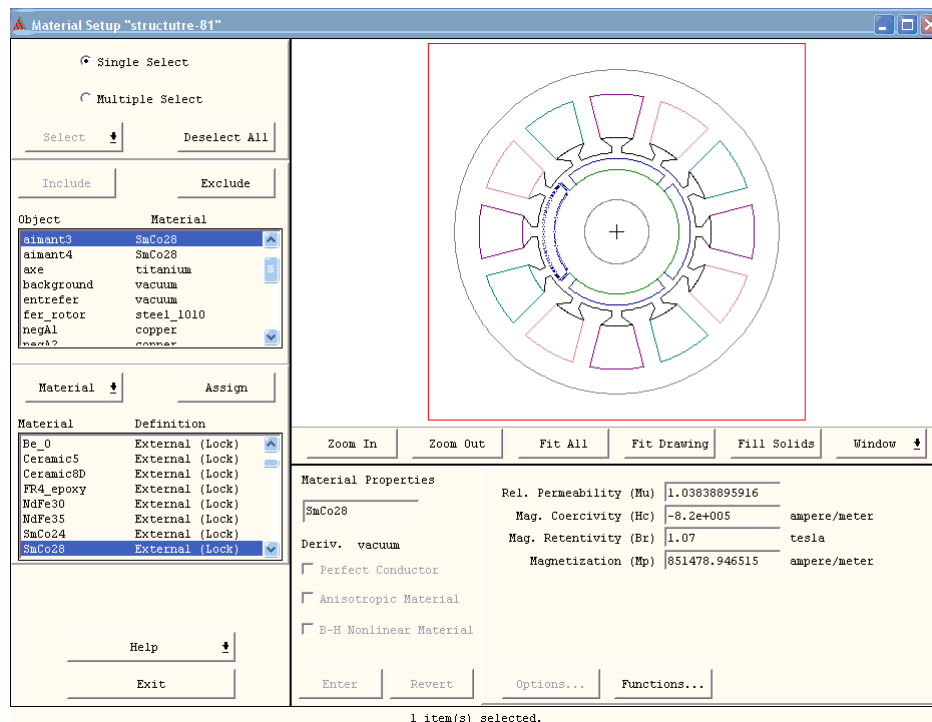
**Etape 1 :** Dans cette étape on choisit le modèle de résolution à savoir le modèle magnétostatique.

**Etape 2 :** La conception virtuelle de machine se fait dans la partie « draw Model » du logiciel. La figure (II.4) nous indique un plan de section droite [x, y] qui nous permet de schématiser la machine à l'aide d'outils représentés dans la barre d'outil.



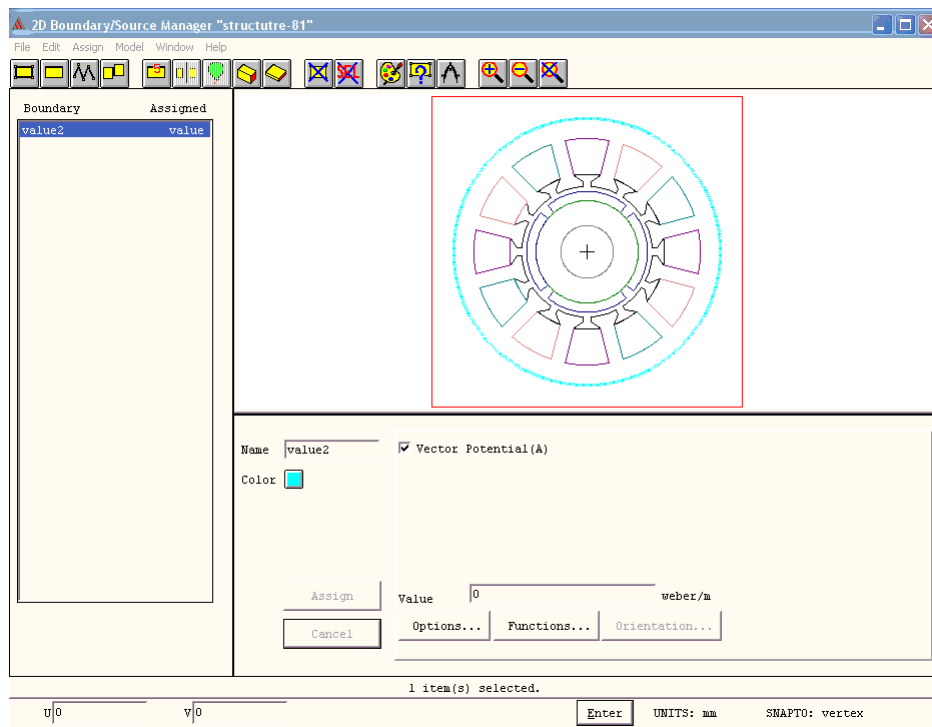
**Figure II.4** La fenêtre « draw Model » du logiciel.

**Etape 3 :** La fenêtre « Setup Materials » du logiciel permet d'assigner les matériaux désirés pour chaque partie de la machine. Cette fenêtre contient une liste des matériaux avec leurs propriétés, elle est illustrée dans la figure (II.5).



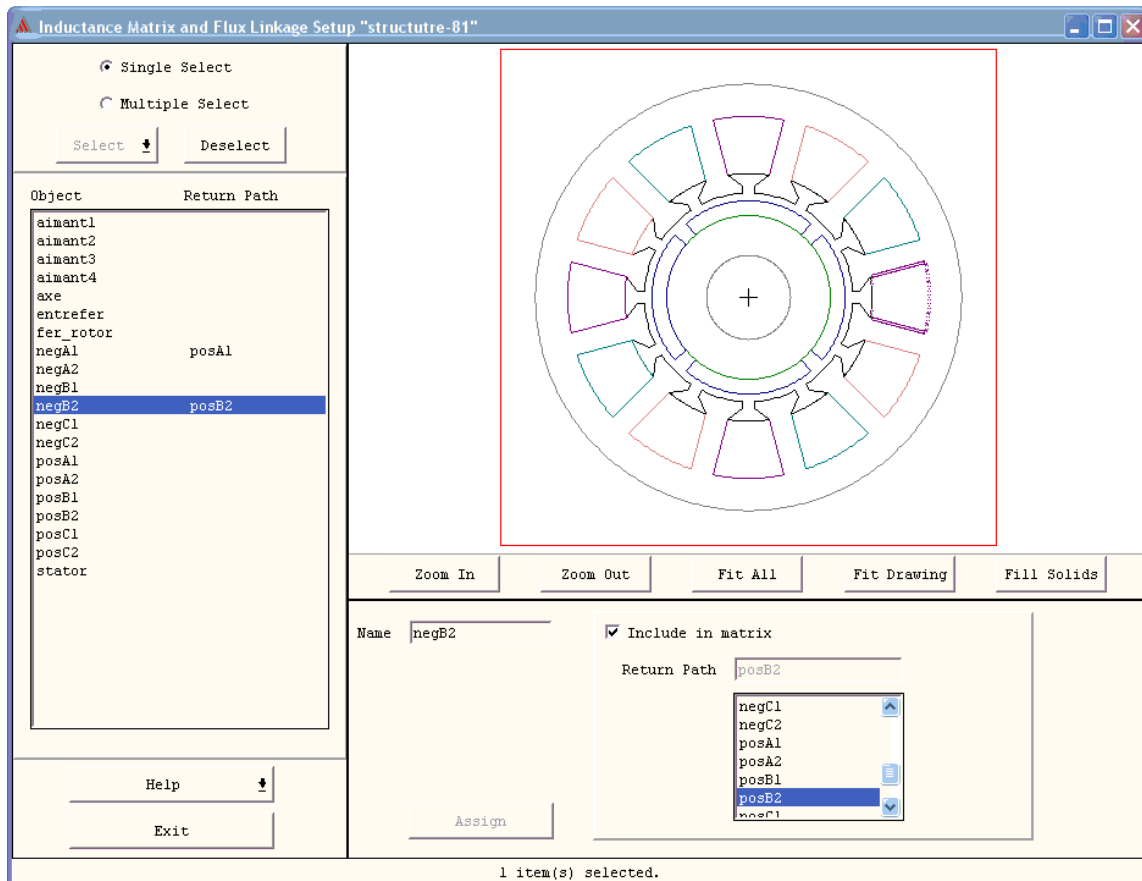
**Figure II.5** La fenêtre « Setup Materials » du logiciel.

**Etape 4 :** Dans la fenêtre « Setup Boundaries/ Sources » présentée dans la figure (II.6), on définit les conditions aux limites de type Dirichlet sur le contour de la machine.



**Figure II.6** La fenêtre « Setup Boundaries/ Sources » du logiciel.

**Etape 5 :** pour exécuter le calcul des différents paramètres (la force, le couple, le flux), il faut sélectionner les parties qui interviennent dans ce calcul. Cette étape est assurée par la partie « Setup Executive Parameters » du logiciel. La figure (II.7) représente les paramètres sélectionnés pour le calcul du flux.

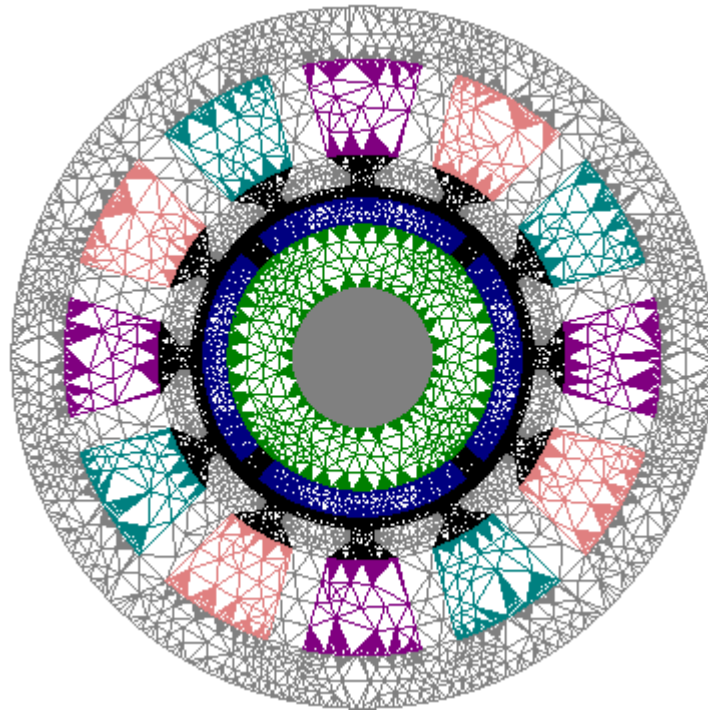


**Figure II.7**

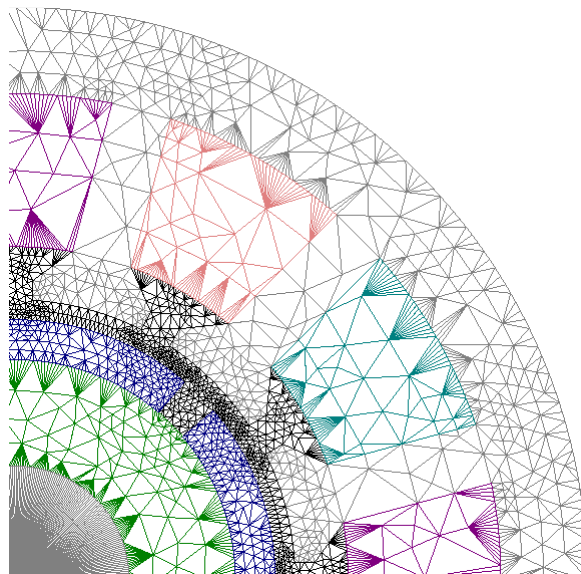
Après avoir passé par toutes ces étapes et choisir les paramètres de résolution, on sélectionne les parties de machine à mettre en rotation (axe, rotor, aimant). La rotation sera faite pour un déplacement de  $\Delta\theta_m = 1.5^\circ$  mec.

## II.7. Maillage de la machine

On lance le maillage avec l'instruction « mesh » du logiciel, il se fait automatiquement. La figure (II.10) présente le maillage de la machine.



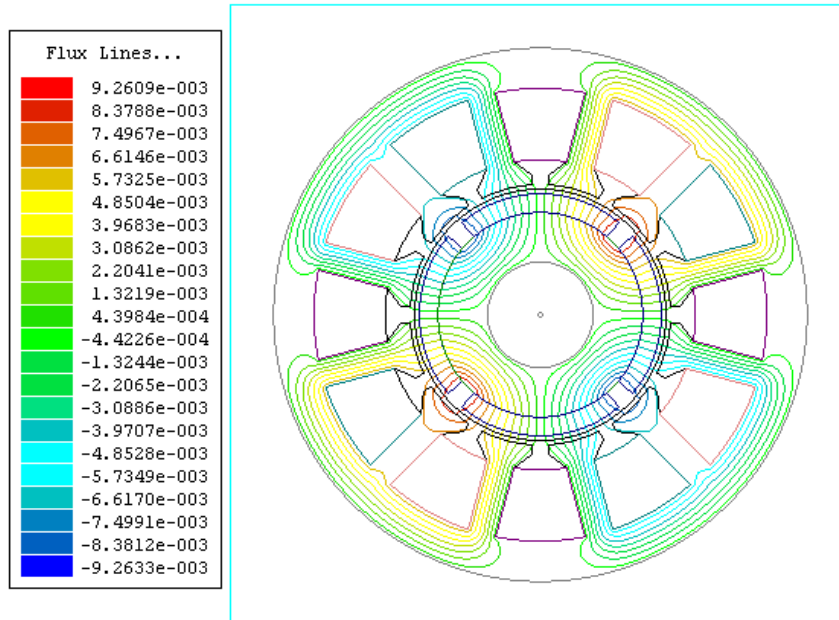
**Figure II.8** Le maillage de la machine.



**Figure II.9** Zoom sur le maillage d'un quart de la machine.

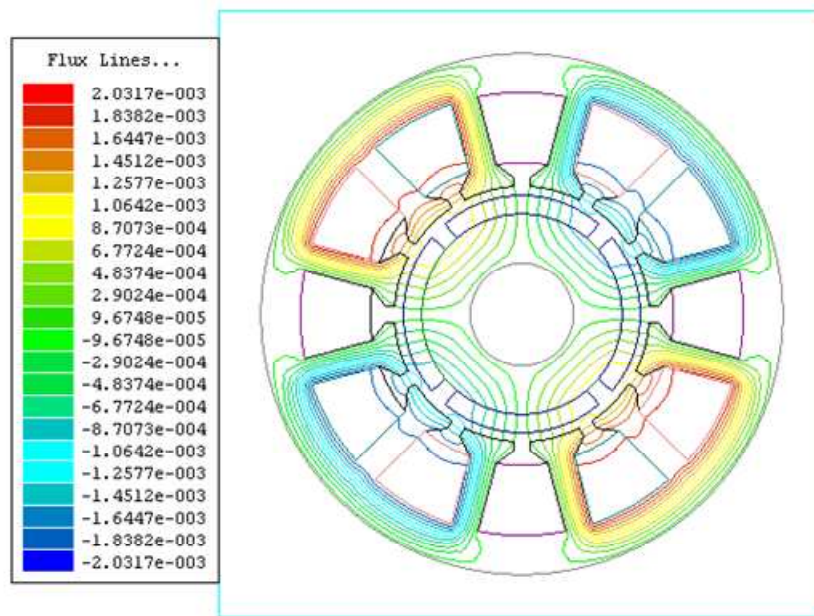
## II.8. Les lignes équipotentielles

La distribution du champ magnétique créé par les aimants permanents due à l'aimantation radiale est donnée par la figure ci-dessous.



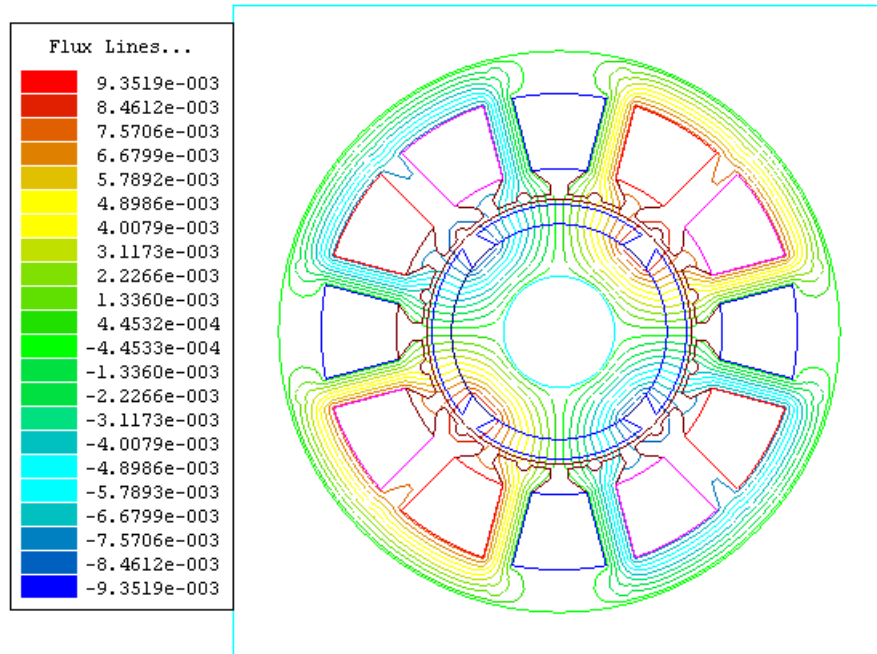
**Figure II.10** Distribution du champ créé par les aimants permanents.

La distribution du champ magnétique créé par les deux phases alimentées est donnée par la figure (II.11)



**Figure II.11** Distribution du champ créé par le courant d'excitation.

La distribution du champ magnétique créé par les aimants permanents et les courants d'excitation est donnée par la figure (II.12)



**Figure II.12** Distribution du champ créé par les aimants permanents avec l'excitation.

## II.9. Détermination des paramètres électromagnétiques de la machine

### II.9.1. Détermination de la force électromotrice

On calcule le flux créé uniquement par les aimants rotoriques, en annulant la source des courants des bobines statoriques. On s'intéresse ainsi à l'effet de ce flux rotorique sur les bobines statoriques.

La force électromotrice est calculée par dérivation centrée du flux, ce dernier est déterminé pour chaque position du rotor  $\theta_i$  et  $\theta_i + \Delta\theta$  avec un angle de rotation égal à  $1.5^\circ$  mec. Vu la symétrie de la machine ce flux est cyclique, on se limitera donc à une position d'un pas polaire.



### II.9.1.1. Expression de la fem par bobine

L'équation (II.3) signifie que la variation d'un champ magnétique crée un champ électrique. Sa forme intégrale est la loi de Faraday :

$$e_b = \frac{d\Phi_b}{dt} \quad (\text{II.20})$$

Où  $e_b$ ,  $\Phi_b$  représentent respectivement la force magnétomotrice et le flux magnétique par bobine.

Par approximation :

$$e_b = \frac{d\Phi_b}{dt} \Rightarrow e_b = \frac{\Delta\Phi_b}{\Delta t} \quad (\text{II.21})$$

$$e_b = \frac{\Delta\Phi_b}{\Delta\theta} \cdot \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad (\text{II.22})$$

Sachant que  $\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \omega = p \cdot \Omega$

et  $\Phi_b = n \Phi_s$

La force électromotrice créée par le champ magnétique rotorique dans une bobine de la machine est alors:

$$e_b = \frac{\Delta(n \cdot \Phi_s)}{\Delta\theta} p \cdot \Omega = n \cdot \frac{\Delta\Phi_s}{\Delta\theta} p \cdot \Omega \quad (\text{II.23})$$

$$e_b = 8 \cdot n \cdot N \cdot l \cdot \Delta\Phi_s \quad (\text{II.24})$$

$$e_b = K. \Delta \Phi_s \quad (\text{II.25})$$

Avec :  $K = 8. n. N. l$

$\Phi_b$  : flux par bobine.

$\Phi_s$  : flux inducteur d'une spire.

$n$  : le nombre de spires par bobine.

$\Omega$  [rad/s] : vitesse de rotation.

$N$  [tr/mn] : vitesse de rotation.

$l$  : longueur virtuelle de la machine.

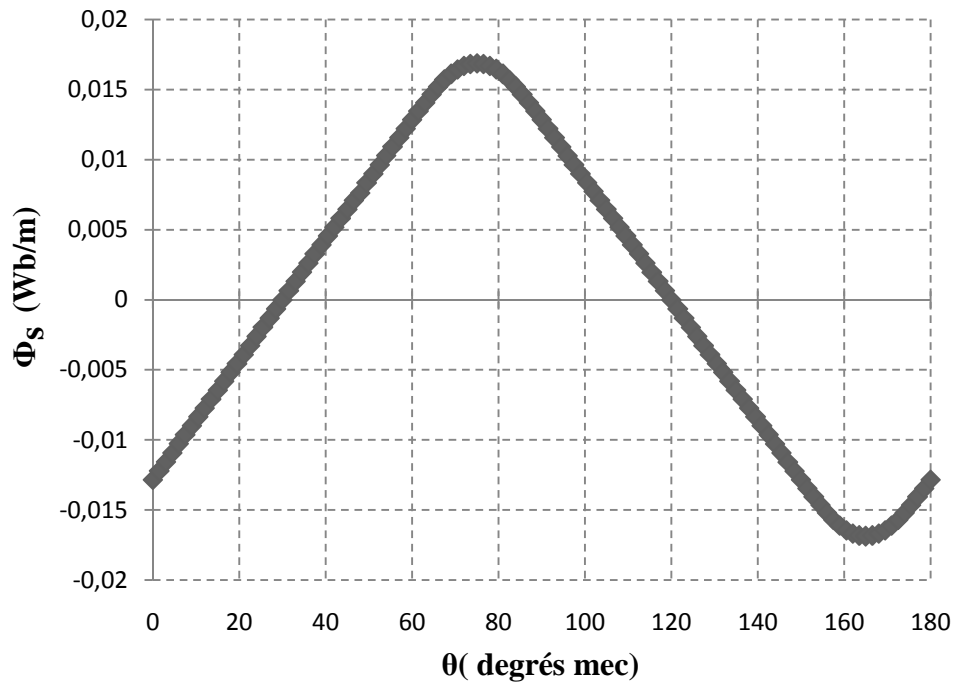
**Remarque :** une phase contient deux bobines montées en parallèle donc la fem d'une bobine égale à la fem d'une phase.

### II.9.1.2. Détermination de la forme de la fem à vide par enroulement

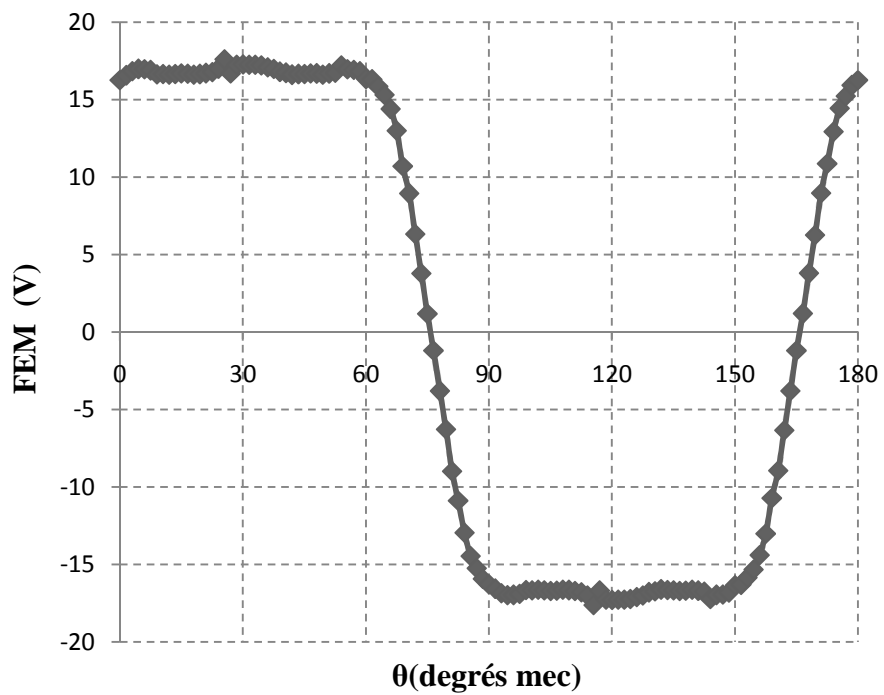
Pour différentes position du rotor, la figure (II.13) représente la variation du flux d'induction traversant une spire d'une bobine de la phase pour une vitesse de 1000 tr /mn.

Le flux par spire a une forme quasi-triangulaire ceci est dû au fait que l'aimant occupe presque tout le pôle. On déduit la caractéristique de la fem en fonction de la position du rotor pour la même vitesse de rotation en connaissant le nombre de spire par bobine (164 spires) ainsi que le nombre de bobine par phase (2 bobines décalées de 180°mec).

La figure (II.14) montre que la fem par phase de la machine a une forme presque trapézoïdale avec un plateau de 120° qui n'est pas assez lisse.

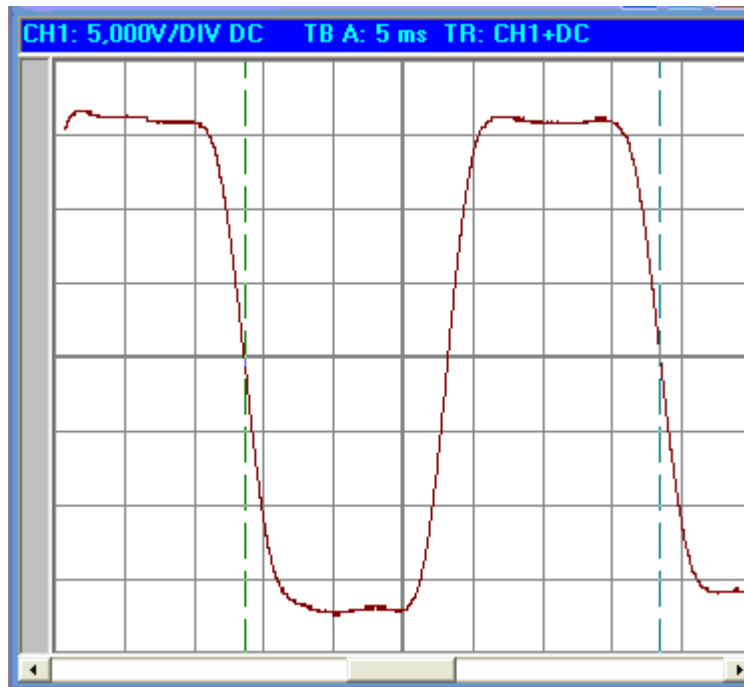


**Figure II.13** Variation du flux en fonction de la position du rotor.



**Figure II.14** fem par enroulement à 1000 tr /mn.

Nous avons comparé la fem précédente à la celle obtenue expérimentalement. La figure (II.15) montre la fem expérimentale par enroulement à 1000 tr/mn.



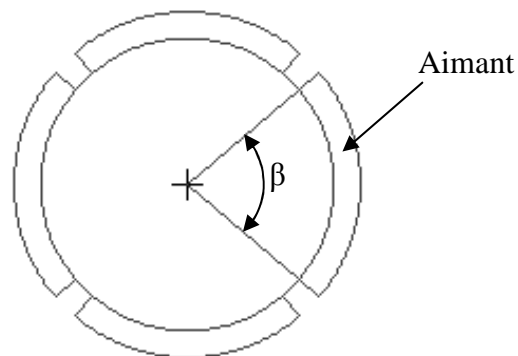
**Figure II.15** fem expérimentale par enroulement à 1000 tr/mn.

Les résultats théoriques et expérimentaux ont des valeurs assez proches, les deux fem atteignent presque la même amplitude avec la même largeur du plateau mais un peu plus ondulé en résultats théoriques.

### II.9.1.3. Effet de la variation des dimensions de l'aimant sur le plateau de la fem

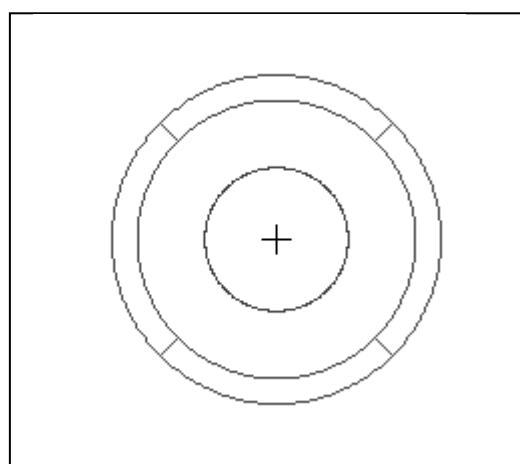
#### a. Effet de la variation de l'ouverture de l'aimant

Pour déterminer une fem avec un plateau de  $120^\circ$ , on teste plusieurs structures ayant des différentes largeurs d'aimant, en faisant varier l'angle d'ouverture de l'aimant  $\beta$  figure (II.16) qui prend les valeurs suivantes :  $\beta = 90^\circ, 87^\circ, 84^\circ, 81^\circ, 78^\circ$ .

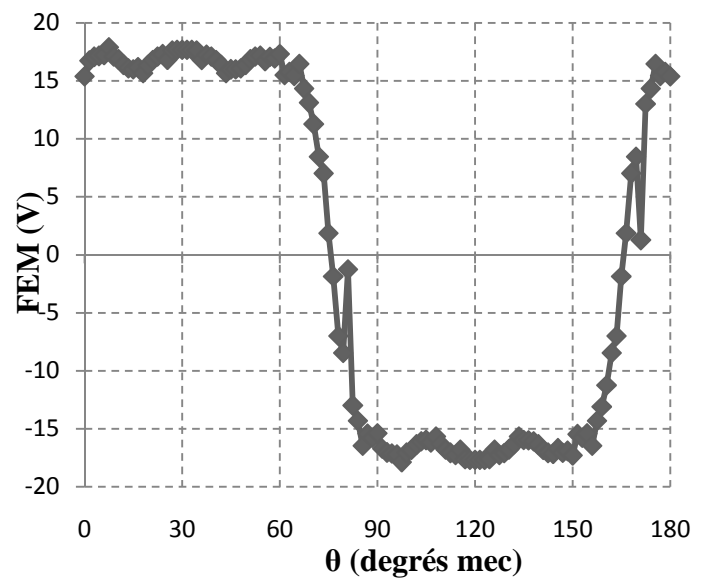


**Figure II.16** Ouverture  $\beta$  de l'aimant.

On présente ci-dessous les formes des fem correspondantes aux diverses ouvertures de l'aimant. Figure (II.17)

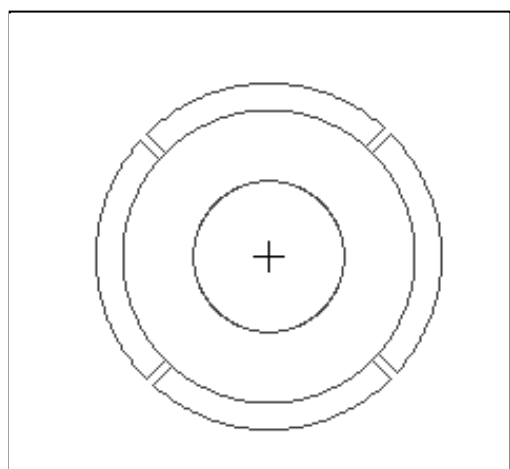


$\beta = 90^\circ$

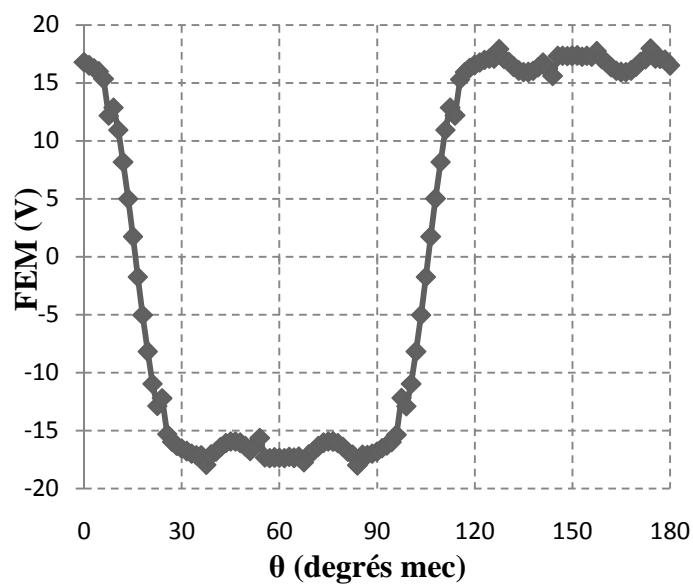


La variation de la fem en fonction de la position du rotor.

(a)

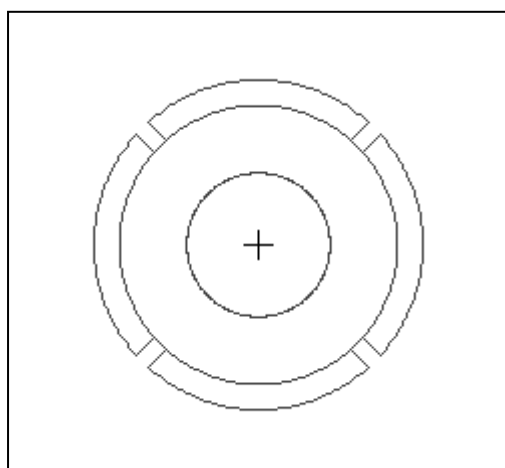


$$\beta = 87^\circ$$

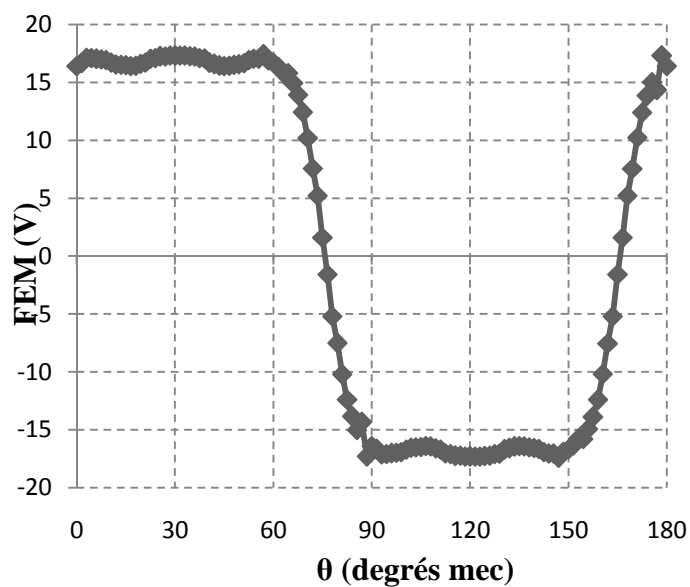


La variation de la fem en fonction de la position du rotor.

(b)

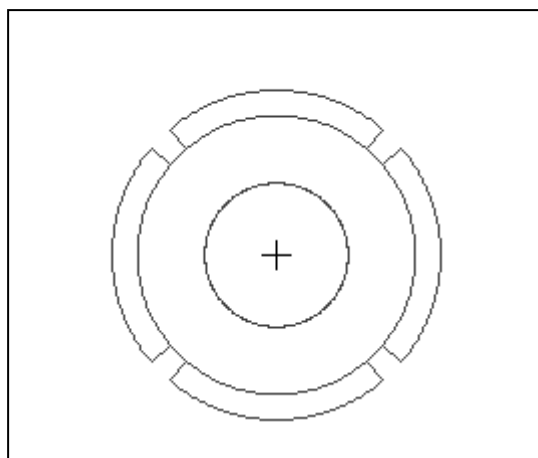


$$\beta = 84^\circ$$

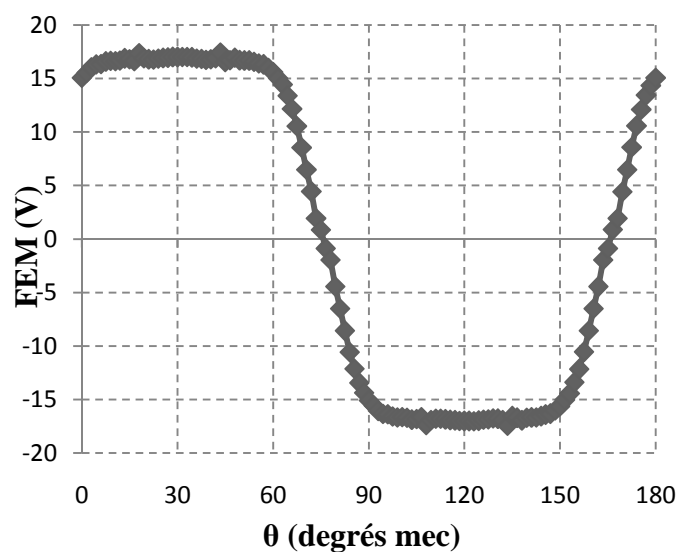


La variation de la fem en fonction de la position du rotor.

(c)

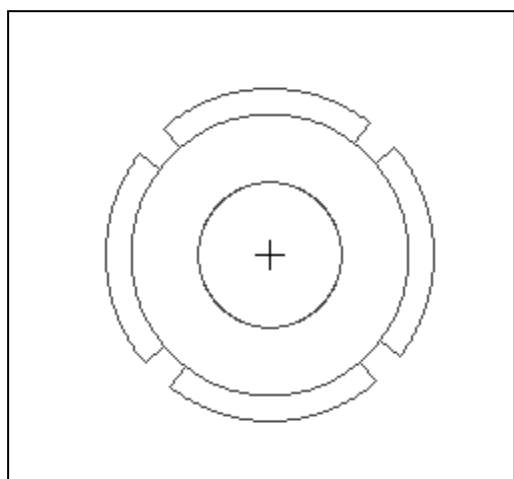


$$\beta = 81^\circ$$

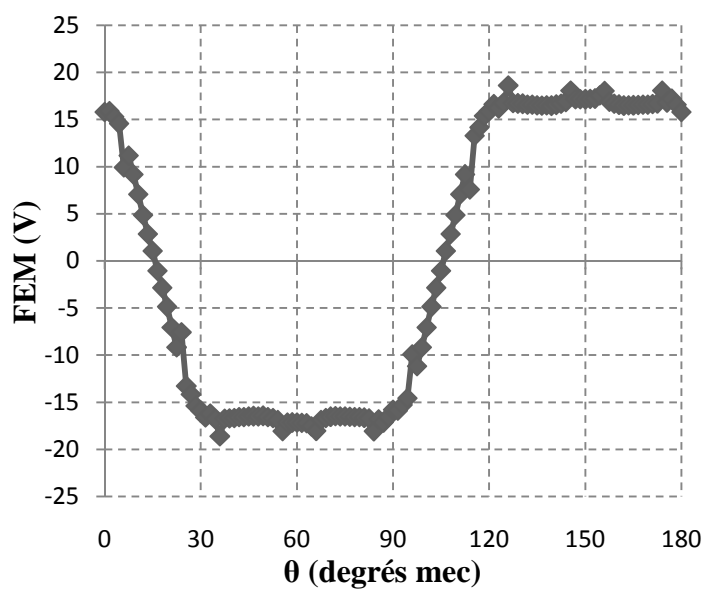


La variation de la fem en fonction de la position du rotor.

(d)



$$\beta = 78^\circ$$



La variation de la fem en fonction de la position du rotor.

(e)

Figure H.17

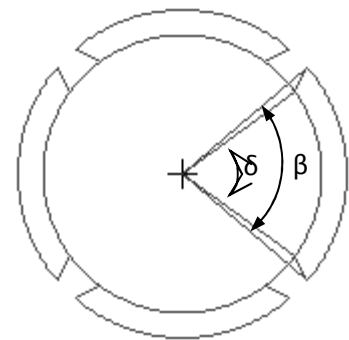
D'après les résultats obtenus, il ressort que l'ouverture  $\beta = 81^\circ$  donne le plateau le plus proche de  $120^\circ$ .

Pour avoir des résultats plus précis, nous avons opté à réduire l'angle de l'arc intérieur de l'aimant.

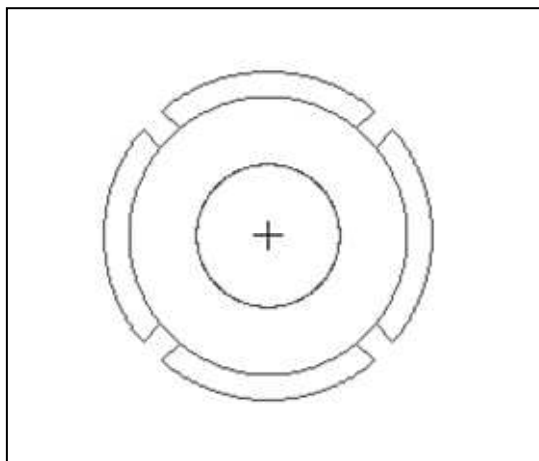
### b. Effet de la variation de l'angle intérieur de l'aimant

Dans ce cas on fait varier l'ouverture de l'aimant permanent, on gardant l'angle de l'arc extérieur de l'aimant fixe ( $\beta = 81^\circ$ ) et en faisant varier la dimension de l'arc intérieur caractérisé par l'angle  $\delta$  figure (II.18), ce dernier prend les différentes valeurs  $78^\circ, 75^\circ, 72^\circ, 69^\circ$ .

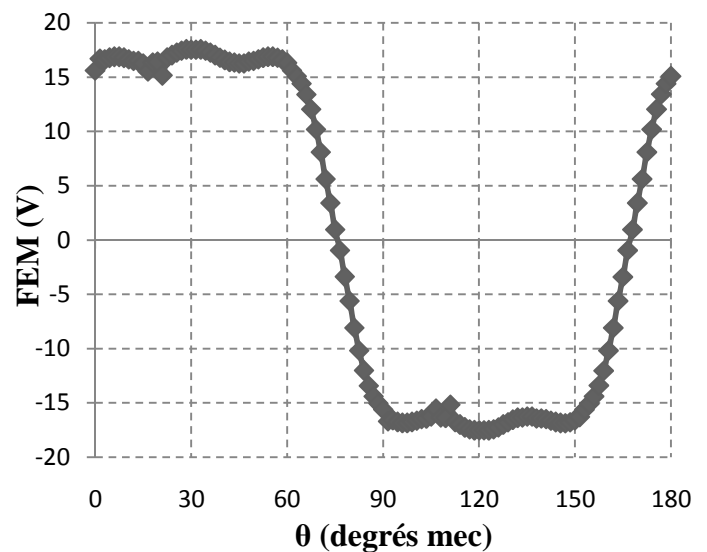
Les différentes formes des fem ainsi que les structures correspondantes sont représentées par la figure (II.19)



**Figure II.18** Représentation des angles d'ouverture de l'aimant.

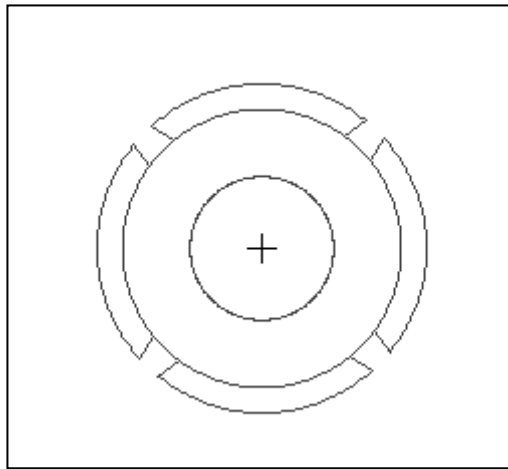


$$\beta = 81^\circ, \delta = 78^\circ$$

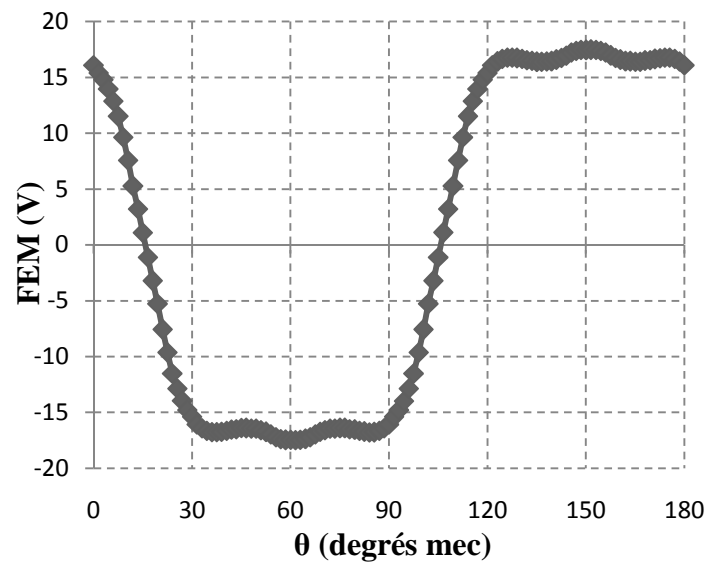


La variation de la fem en fonction de la position du rotor.



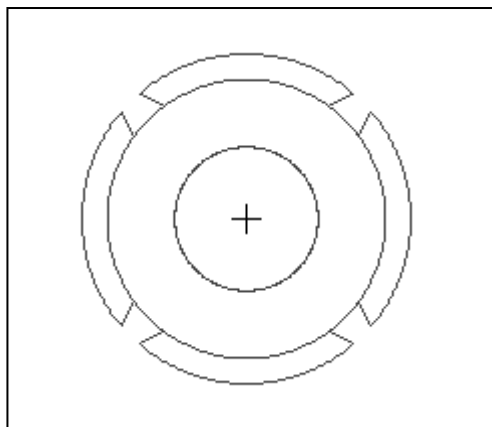


$$\beta = 81^\circ, \delta = 75^\circ$$

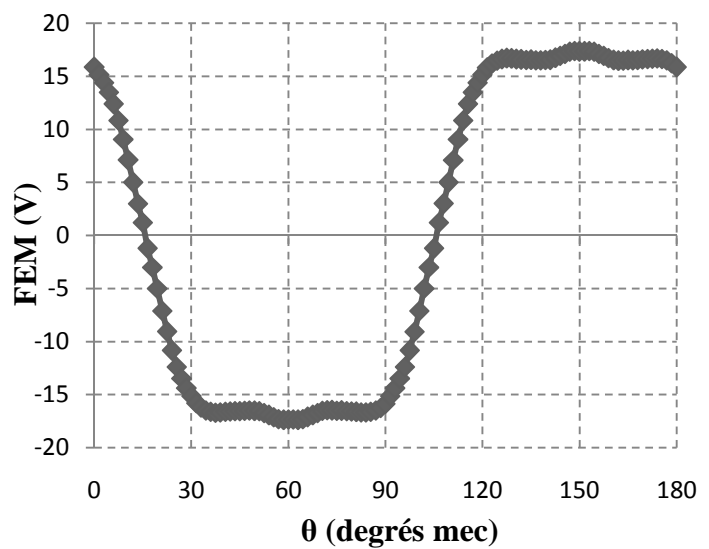


La variation de la fem en fonction de la position du rotor.

(b)

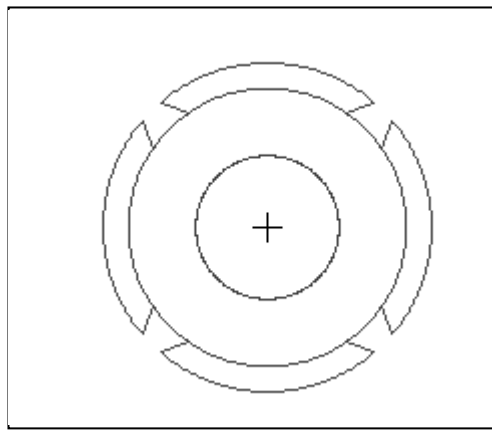


$$\beta = 81^\circ, \delta = 72^\circ$$

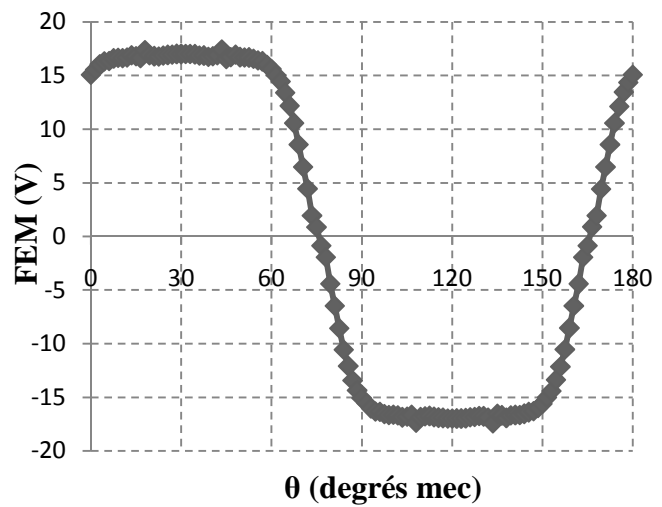


La variation de la fem en fonction de la position du rotor.

(c)



$$\beta = 81^\circ, \delta = 69^\circ$$



La variation de la fem en fonction de la position du rotor.

(d)

**Figure II.19**

Si l'on juge la forme de la fem obtenue dans les quatre cas précédents, il apparaît que la troisième structure ( $\beta = 81^\circ, \delta = 72^\circ$ ) est la mieux adaptée pour avoir des fem avec un plateau de  $120^\circ$ . Ces dimensions de l'aimant sont bien ceux de la structure réelle de la machine.

### II.9.2. Détermination du couple en fonction de la position du rotor

Le couple total de la machine à aimants permanent est composé de trois couples :

- 1- Le couple réactif, dû à l'interaction entre les courants statoriques et la saillance rotorique. Dans notre machine ce couple est négligeable car elle est à pôle lisse.
- 2- Le couple de détente ou de repos, dû à l'interaction entre les aimants rotoriques et la saillance statorique.
- 3- Le couple d'interaction qui domine dans ce type de machines, dû à l'interaction des deux champs statorique et rotorique.

### II.9.2.1. Méthode de calcul du couple [2]

Le calcul du couple est effectué à l'aide de deux méthodes : la méthode du tenseur de Maxwell et la méthode du travail virtuel.

#### II.9.2.1.1. Méthode du tenseur de Maxwell

Cette méthode permet de calculer directement la force ou le couple à partir de la distribution du champ électromagnétique.

Dans le cas d'un système à deux dimensions, la force et le couple sont évalués par intégration du tenseur de Maxwell (densité de force) sur un contour qui délimite la partie mobile.

Pour une distribution de l'induction magnétique  $B$  connue et un contour  $l$  englobant la partie mobile, les expressions de la force  $F$  et du couple  $C$  agissant sur cette partie sont :

$$F = \int_C \left[ \frac{1}{\mu_0} B(B \cdot n) - \frac{1}{2\mu_0} B^2 \cdot n \right] dl \quad (\text{II.26})$$

Et

$$C = r * F \quad (\text{II.27})$$

$r$  : le vecteur dont l'origine coïncide avec le point d'action du couple.

$n$  : le vecteur unitaire normal au contour spécifié.

Cette méthode est résolue avec une seule solution du champ pour calculer le couple d'une position donnée du rotor. Par conséquent, cette méthode est rapide mais moins précise du fait qu'on choisit différents rayons dans l'entrefer.

#### II.9.2.1.2. Méthode du travail virtuel

Cette méthode est basée sur le principe de conservation de l'énergie. Cependant la somme des énergies mécaniques et électriques introduites au système est égale à la variation des énergies mécaniques, électriques et magnétiques emmagasinées plus les pertes. Dans le cas des modèles à éléments finis l'énergie mécanique et électrique emmagasinée ne varie pas.

En négligeant les pertes par hystérésis et par courant de Foucault, l'énergie magnétique  $W_c$  emmagasinée est une fonction du flux du champ et de la position, la coénergie  $W_c$  est fonction du courant et de la position. Le concept de la coénergie correspond à l'aire au-dessous de la courbe  $B(H)$  (Voir annexe II). Elle peut être évaluée par les équations (II.28) ou (II.29).

$$W_c = \int_0^H B dH \quad (\text{II.28})$$

$$W_c = \bar{B} \cdot \bar{H} - W_e \quad (\text{II.29})$$

Le travail dû au mouvement de la machine est donc égal à la variation de la coénergie.

La variation de la coénergie par rapport à la variation de la position angulaire  $\theta$  est égale au couple moyen donné par :

$$C = \Delta W_c / \Delta \theta \quad (\text{II.30})$$

Cette méthode nécessite deux solutions de champs correspondant à deux positions données.

### II.9.2.2. Détermination du couple statique

L'application des deux méthodes citées précédemment pour le calcul du couple statique de la machine pour un courant nominal, a donné les résultats représentés par la figure (II.20).

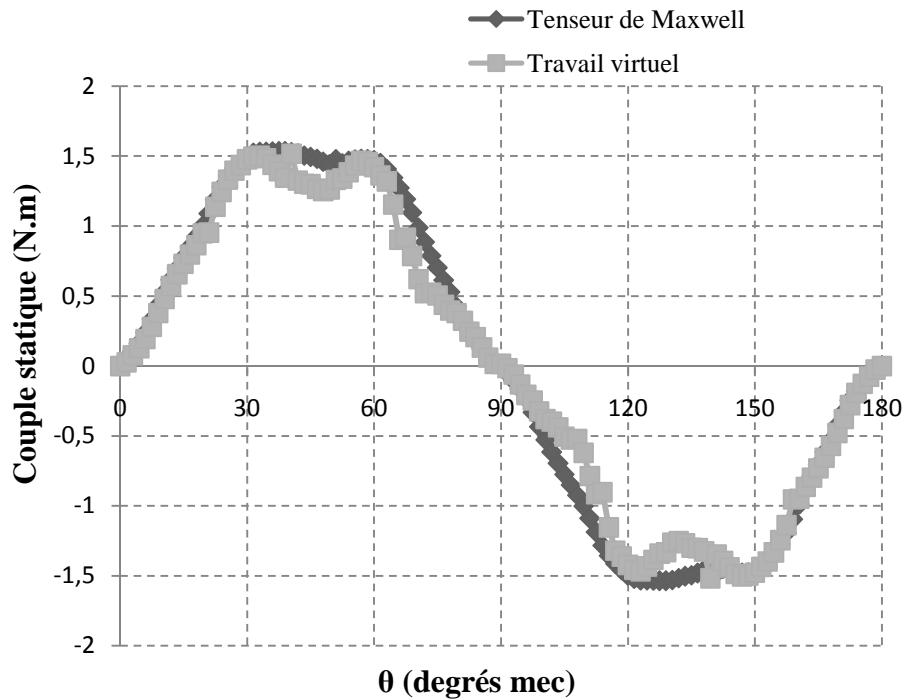
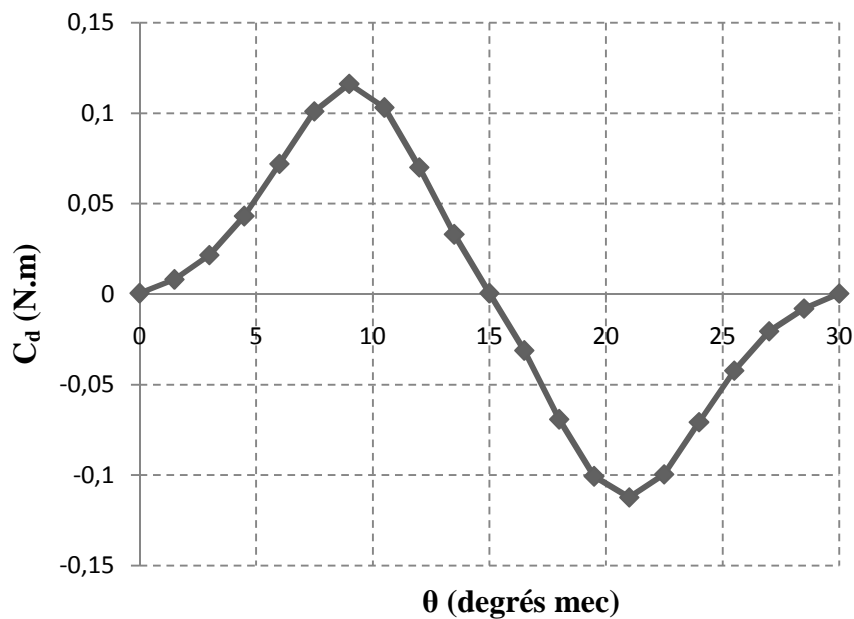


Figure II.20 Variation du couple statique en fonction de la position du rotor.

La figure (II.20) montre que la caractéristique du couple total déterminée par les deux méthodes donne des résultats très proches, ils sont légèrement décalés entre  $40^\circ$  et  $75^\circ$  relativement à la partie positive du graphe. Le couple statique présente un plateau presque constant dans l'intervalle  $[30^\circ, 60^\circ]$ , avec des ondulations qui sont plus remarquables dans la méthode du travail virtuel, ces ondulations sont dues à la présence d'un couple de détente important.

### II.9.2.3. Détermination du couple de détente

Le couple de détente est déterminé par la méthode du tenseur de Maxwell, en excitant uniquement les aimants permanents, l'évolution du couple de détente en fonction de la position du rotor est représentée par la figure (II.21).



**Figure II.21** Variation du couple de détente en fonction de la position du rotor.

La figure (II.21) montre que le couple de détente présente une période de  $30^\circ$  mécanique, avec une valeur maximale relativement grande qui vaut 0,12 N.m. Ce couple doit être minimisé afin de réduire les ondulations du couple total.

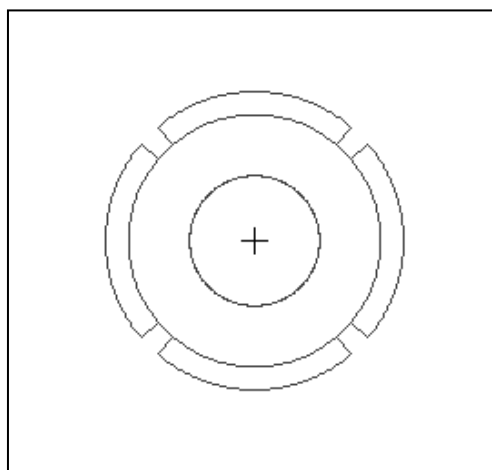
#### II.9.2.4. Minimisation du couple de détente

Les oscillations du couple total sont engendrées par différents phénomènes physiques, certaines de ces pulsations sont dues à l'interaction entre les aimants et les dents d'encoches, cette interaction engendre un couple dit « de détente » [13]. Afin de réduire les ondulations du couple statique, il faut minimiser le couple de détente qui sera par la suite négligé devant le couple électromagnétique. Deux procédures permettent de réduire le couple de détente ; en jouant sur l'ouverture de l'aimant, en introduisant des fausses encoches.

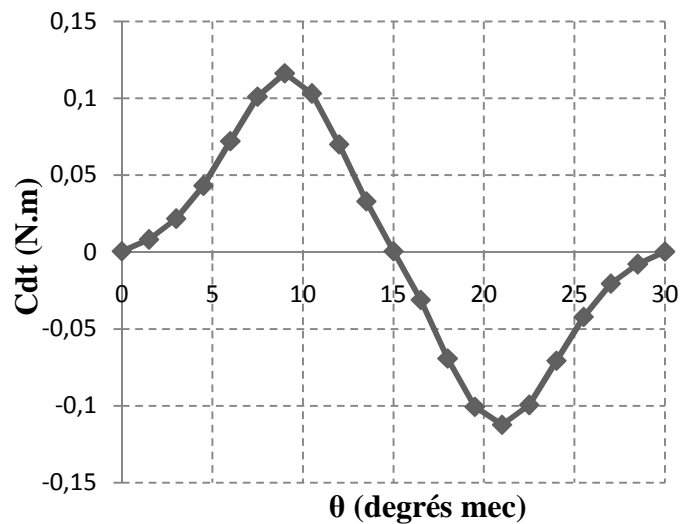
##### a. Minimisation par variation de l'ouverture de l'aimant

On fait varier l'angle d'ouverture de l'aimant tel qu'il est montré par la figure (II.18), cette fois-ci  $\delta$  prend les valeurs suivantes :  $\delta = (81^\circ, 78^\circ, 75^\circ, 72^\circ, 69^\circ)$ .

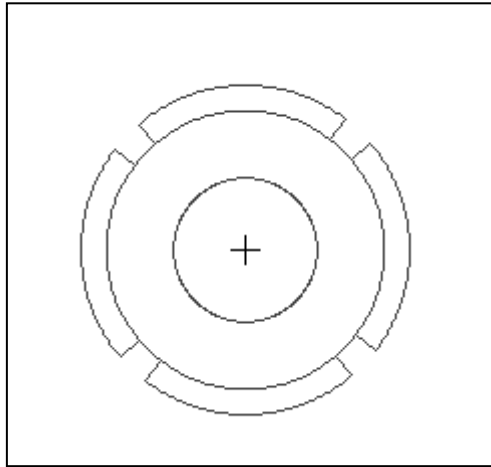
On donne par la figure (II.22) les diverses géométries et la courbe du couple de détente correspondante.



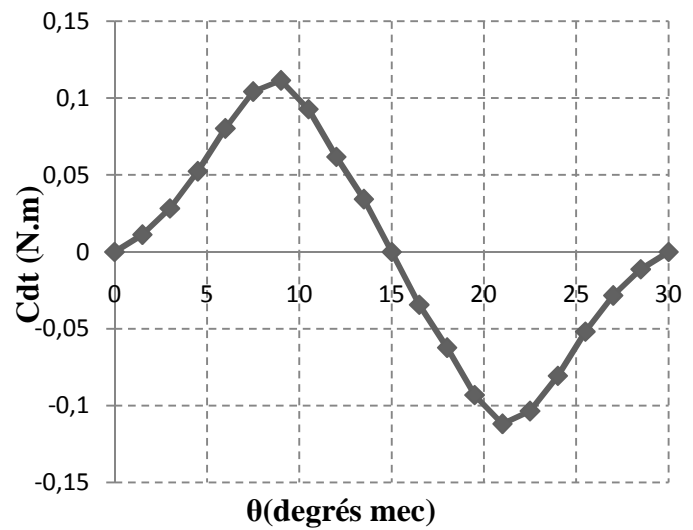
$$\beta = \delta = 81^\circ$$



La variation du couple de détente en fonction de la position du rotor.

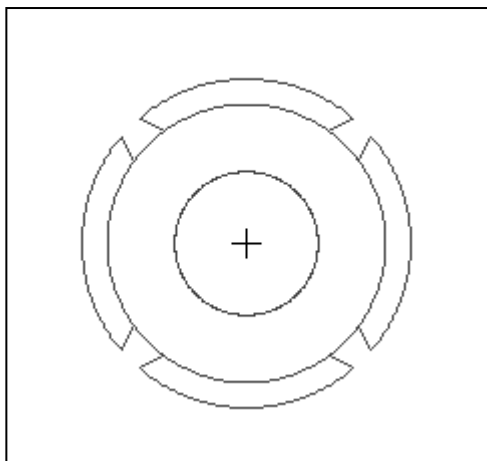


$$\beta = 81^\circ, \delta = 78^\circ$$

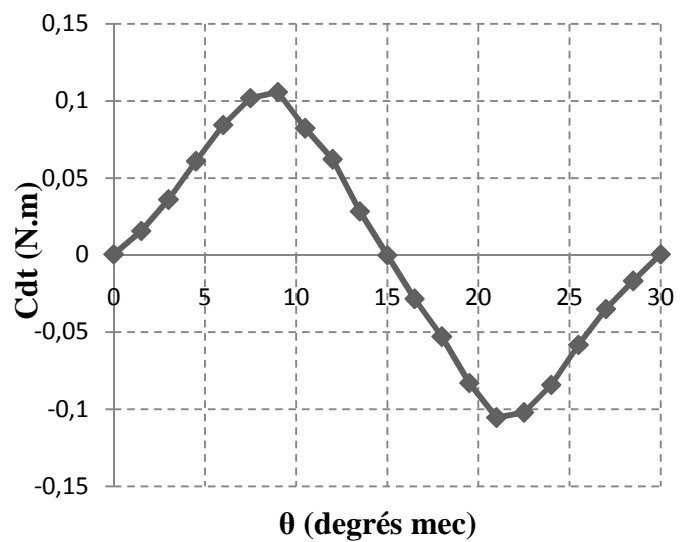


La variation du couple de détente en fonction de la position du rotor.

(b)

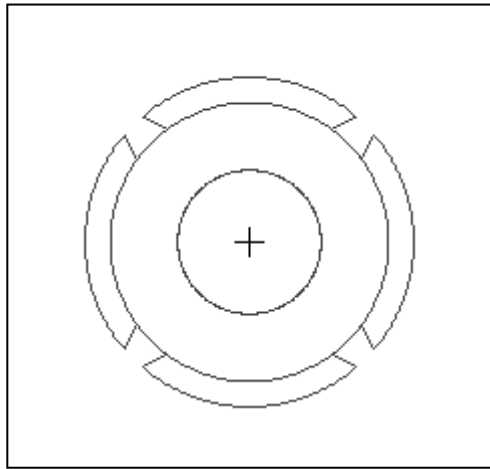


$$\beta = 81^\circ, \delta = 75^\circ$$

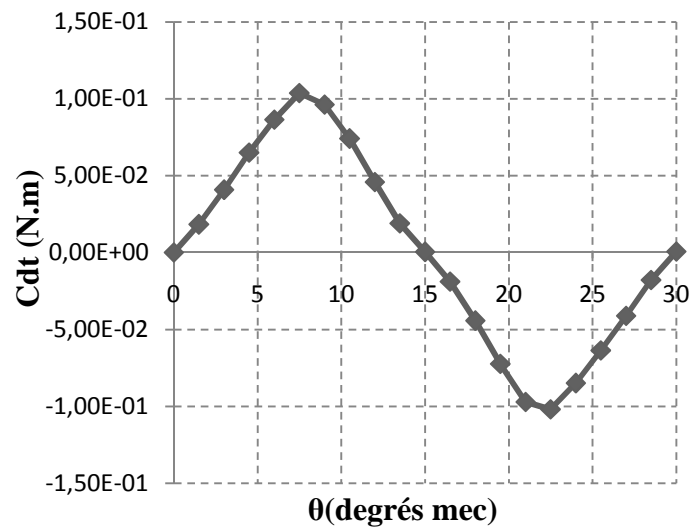


La variation du couple de détente en fonction de la position du rotor.

(c)

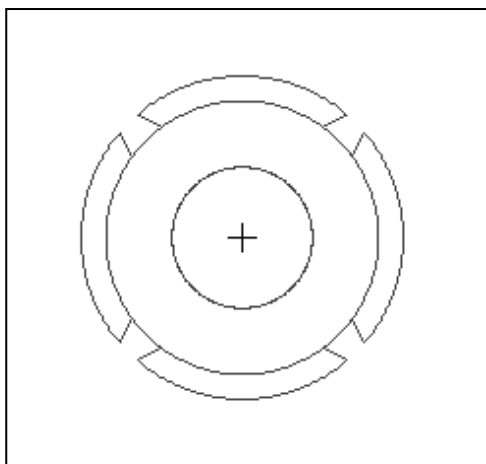


$$\beta = 81^\circ, \delta = 72^\circ$$

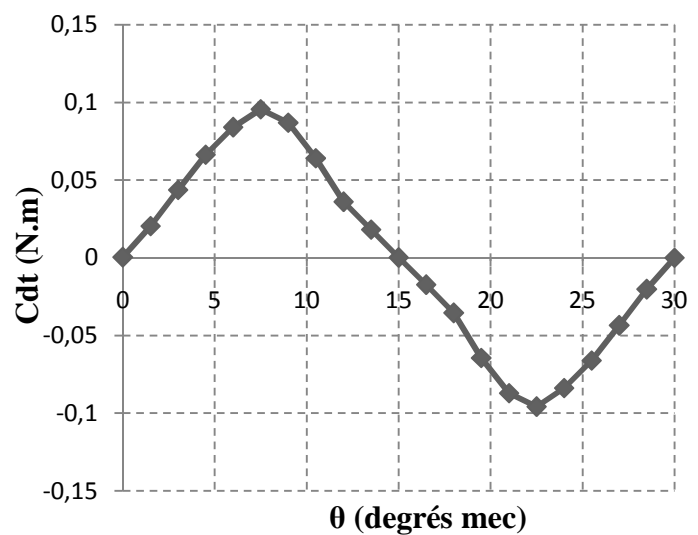


La variation du couple de détente en fonction de la position du rotor.

(d)



$$\beta = 81^\circ, \delta = 69^\circ$$



La variation du couple de détente en fonction de la position du rotor.

(e)

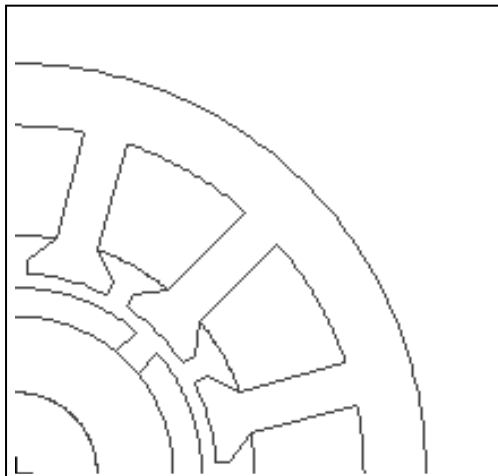
Figure II.22



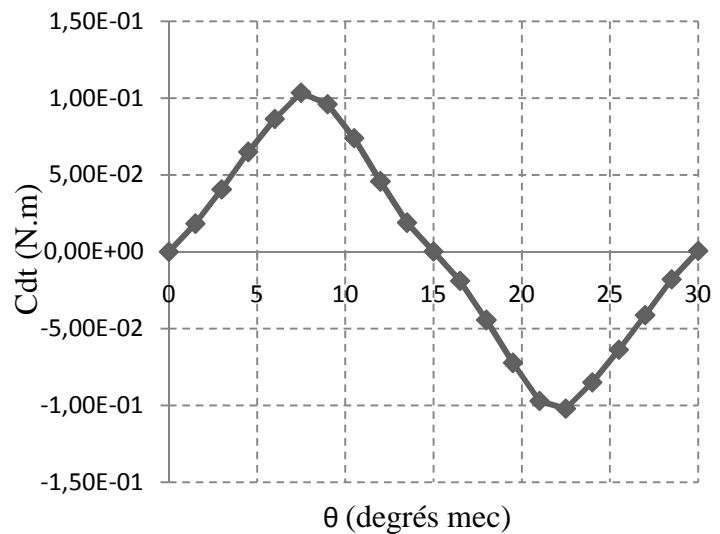
D'après les résultats obtenus, on constate que l'ouverture de l'aimant influence sur le couple de détente, ce dernier diminue en minimisant l'angle d'ouverture de l'aimant.

### b. Minimisation par variation de la profondeur des fausses encoches

Afin de mettre en évidence l'influence des fausses encoches sur la minimisation du couple de détente on les introduit à la structure qui porte les quatre aimants tels qu'ils sont représentés précédemment par la figure (II.22.d), on faisant varier la profondeur  $\rho$  des fausses encoches comme suit : ( $\rho = 0$  mm,  $\rho = 0.5$  mm,  $\rho = 1$  mm,  $\rho = 1.5$  mm). les diverses structures ainsi que les courbes de variation du couple de détente correspondant à chaque géométrie sont données par la figure (II.23).

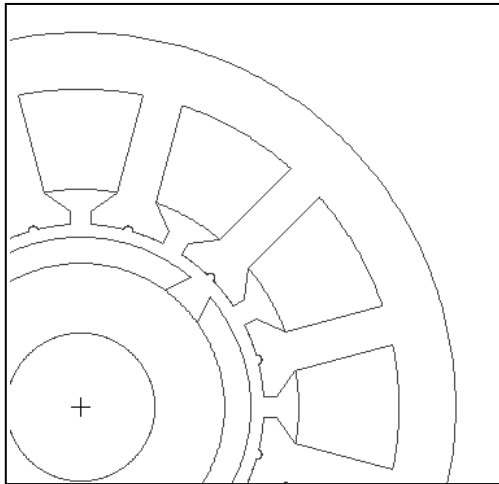


Structure sans fausses encoches  
( $\rho = 0$  mm)

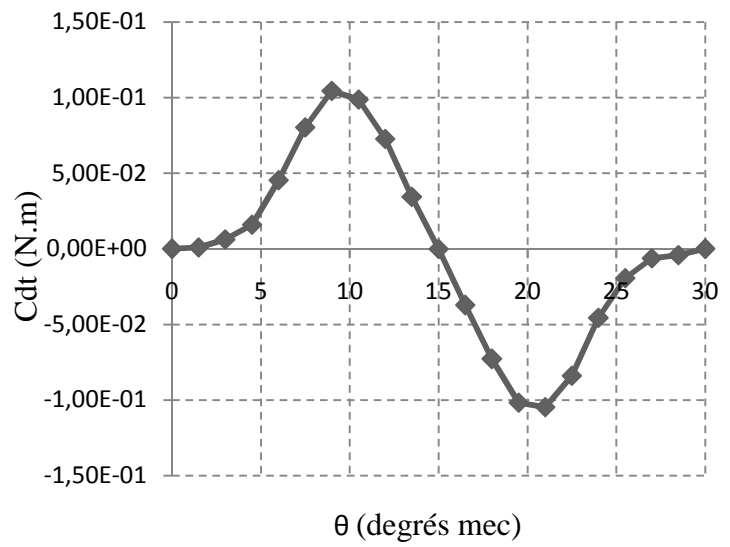


La variation du couple de détente en fonction de la position du rotor.

(a)

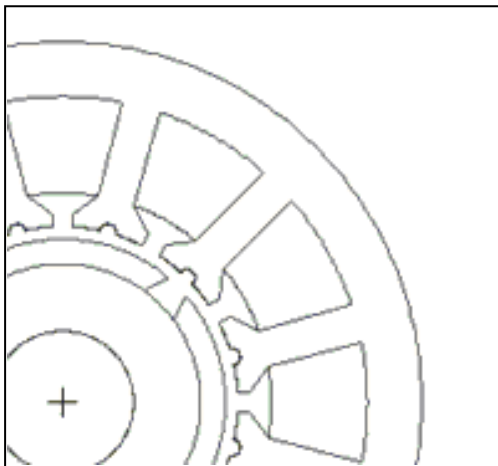


Structure avec fausses encoches  
( $\rho = 0.5\text{mm}$ ).

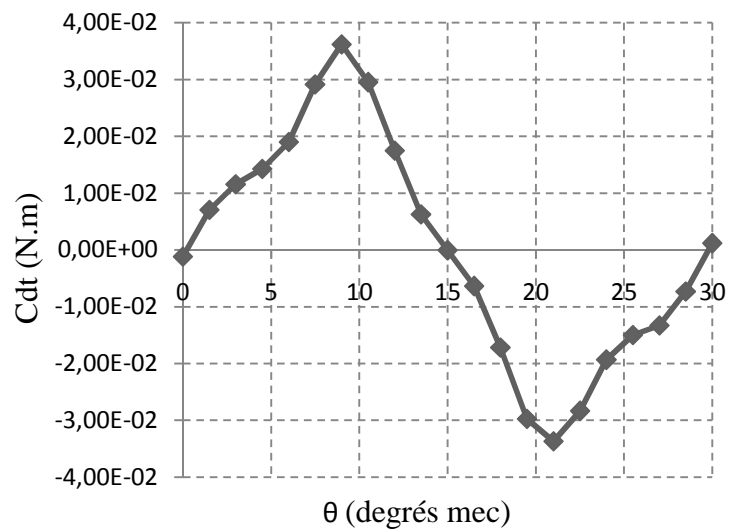


La variation du couple de détente en fonction de  
la position du rotor.

(b)

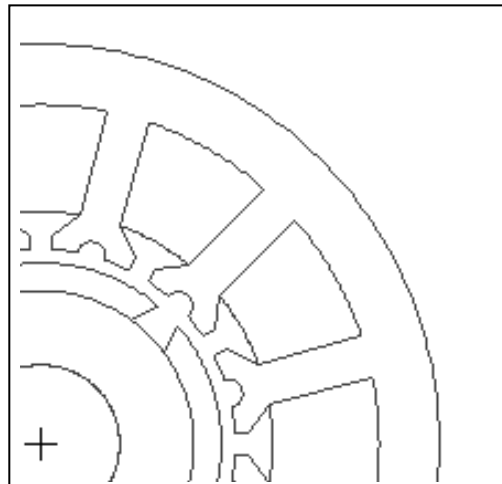


Structure sans fausses encoches  
( $\rho = 1\text{ mm}$ )

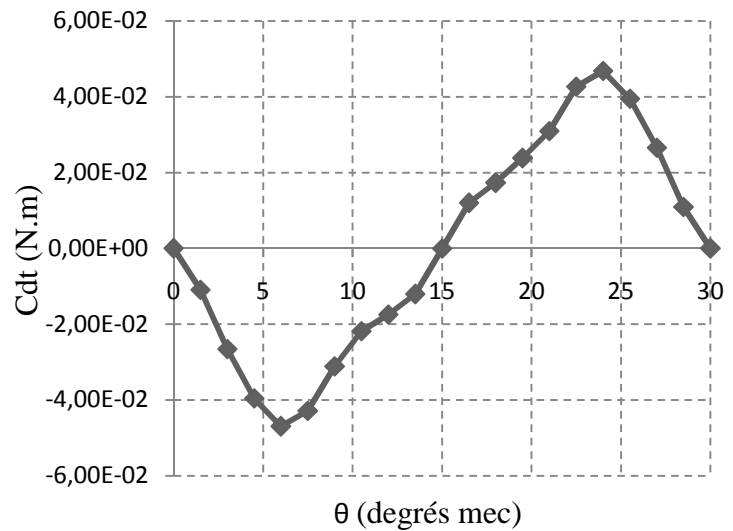


La variation du couple de détente en fonction de  
la position du rotor.

(c)



Structure avec fausses encoches  
( $\rho = 1.5\text{mm}$ )



La variation du couple de détente en fonction de la position du rotor.

(d)

**Figure II.23** Les diverses structures avec fausses encoches

Les résultats obtenus montrent que la structure de la machine avec des fausses encoches de profondeur 1 mm donne un couple de détente minimal qui vaut 0.03 N.m tandis qu'il valait 0.1 N.m pour la même structure sans fausses encoches.

### Constatacion

Pour les différentes structures étudiées, il ressort que la structure  $72^\circ / 81^\circ$  avec fausses encoches de profondeur 1mm donne une fem de la machine avec le plateau de  $120^\circ$  et un couple de détente minimal. Il se trouve que ces dimensions correspondent exactement aux dimensions de la structure réelles de la machine industrielle.

### II.9.3. Détermination des inductances de la machine en fonction de la position du rotor [2]

Le calcul des inductances propre et mutuelle se fait à l'aide de deux méthodes. La méthode énergétique qui se base sur le calcul de l'énergie emmagasinée par la machine à travers le champ magnétique et la méthode basée sur le calcul du flux d'induction magnétique. Pour mettre en évidence l'influence du champ rotorique sur les inductances, les deux méthodes sont appliquées en présence et en absence d'excitation au rotor.

#### II.9.3.1. Détermination des inductances en l'absence d'excitation au rotor

L'absence d'excitation au rotor revient à assimiler les aimants permanents à des matériaux amagnétiques. C'est-à-dire qu'il n'existe que le champ des phases statoriques.

##### II.9.3.1.1. Méthode énergétique

###### a. Inductance propre d'une phase

On calcul l'énergie emmagasinée par la machine à travers le champ magnétique créé par une seule phase statorique en l'absence du champ rotorique. L'inductance propre  $L$  d'une phase est déterminée à partir de l'expression suivante :

$$L = 2. (W_e) / I^2 \quad (\text{II.31})$$

Avec:

$I$  courant traversant la phase

$W_e$ : énergie emmagasinée à travers la phase, qui correspond à l'aire au-dessus de la courbe de magnétisation  $B(H)$ , (voir annexe II)

L'énergie du champ magnétique emmagasinée  $W_e$  est évaluée par l'expression (II.32)

$$W_e = \int_0^B H dB \quad (\text{II.32})$$

### b. Inductance mutuelle entre deux phases

Pour déterminer l'inductance mutuelle entre deux phases statoriques A et B, on effectue deux essais : on calcule l'énergie du champ créé par les deux phases alimentées puis l'énergie du champ créé par ces deux phases mais en inversant le courant dans la phase B. On détermine, ainsi, les énergies du champ  $We_1, We_2$  correspondantes.

$$We_1 = \frac{1}{2} [L_{aa} \cdot I_a^2 + M_{ab} I_a \cdot I_b + M_{ba} \cdot I_b \cdot I_a + L_{bb} \cdot I_b^2] \quad (\text{II.33})$$

Dans le cas où le courant dans la phase (b) est inversé :

$$We_2 = \frac{1}{2} [L_{aa} \cdot I_a^2 - M_{ab} I_a \cdot I_b - M_{ba} \cdot I_b \cdot I_a + L_{bb} \cdot I_b^2] \quad (\text{II.34})$$

Sachant que  $M_{ab} = M_{ba} = M$ ,  $L_{aa} = L_{bb} = L$  et  $I_a = I_b = I$

La différence entre les deux énergies  $We_1$  et  $We_2$  donne :

$$We_1 - We_2 = 2 \cdot M \cdot I^2 \quad (\text{II.35})$$

L'inductance mutuelle  $M$  entre deux phases de la machine dépourvue d'excitation au rotor est donnée par :

$$M = (We_1 - We_2) / 2 \cdot I^2 \quad (\text{II.36})$$

#### II.9.3.1.2. Méthode du flux du champ d'induction magnétique

##### a. Induction propre d'une phase

L'équation du flux par phase  $\Phi_{ph}$  est donnée par la relation suivante :

$$\Phi_{ph} = \Phi_s \cdot N_s \cdot N_b \quad (\text{II.37})$$

Avec :

$\Phi_s$  : le flux d'induction magnétique traversant une spire d'une bobine.

$N_s, N_b$  : respectivement le nombre de spire et le nombre de bobine formant l'enroulement de la phase.

On a aussi :

$$\Phi_{ph} = L \cdot I \quad (\text{II.38})$$

D'où l'expression de l'inductance propre de la phase :

$$L = \Phi_{ph} / I \quad (\text{II.39})$$

### b. Inductance mutuelle entre deux phases

On alimente la phase A par le courant  $I_a$  et on détermine le flux du champ  $\Phi_{ab}$  créée par la phase A dans la phase B donné par :

$$\Phi_{ab} = M_{ab} \cdot I_a = M \cdot I_a \quad (\text{II.40})$$

L'expression de la mutuelle est donnée par :

$$M = \Phi_{ab} / I_a \quad (\text{II.41})$$

### II.9.3.2. Détermination des inductances en présence d'excitation au rotor

Dans ce cas, on détermine les inductances en présence du champ rotorique créé par les aimants permanents par la méthode de l'énergie de perturbation et la méthode du flux de champ d'induction.

#### II.9.3.2.1. Méthode de l'énergie de perturbation

Dans cette méthode les inductances sont déterminées en effectuant un essai de calcul de la coénergie pour une variation de courant  $\Delta I$  optimale. L'expression de l'inductance propre dans la phase A est donnée par :

$$L_{aa} = (W(I_a - \Delta I) - 2 \cdot W(I_a) + W(I_a + \Delta I)) / (\Delta I_a)^2 \quad (\text{II.42})$$

L'expression de l'inductance mutuelle est donnée par :

$$\begin{aligned} M = & (W(I_a - \Delta I_a, I_b - \Delta I_b) - W(I_a - \Delta I_a, I_b + \Delta I_b) - W(I_a + \Delta I_a, I_b - \Delta I_b) \\ & + W(I_a + \Delta I_a, I_b + \Delta I_b)) / (4 \cdot \Delta I_a, \Delta I_b) \end{aligned} \quad (\text{II.43})$$

### II.9.3.2.2. Méthode du flux de champ d'induction magnétique

On détermine le flux d'induction crée par les aimants permanents et les phases statoriques alimentées qu'en lui soustrait le flux d'induction dû uniquement aux aimants permanents.

L'expression de l'inductance propre est donnée par :

$$L = (\Phi_t - \Phi_m) / I \quad (\text{II.44})$$

Avec :

$\Phi_t$  : est le flux de champ magnétique total traversant la phase, dû à son courant  $I$  et aux aimants permanents.

$\Phi_m$  : est le flux de champ magnétique traversant la phase dû uniquement aux aimants permanents.

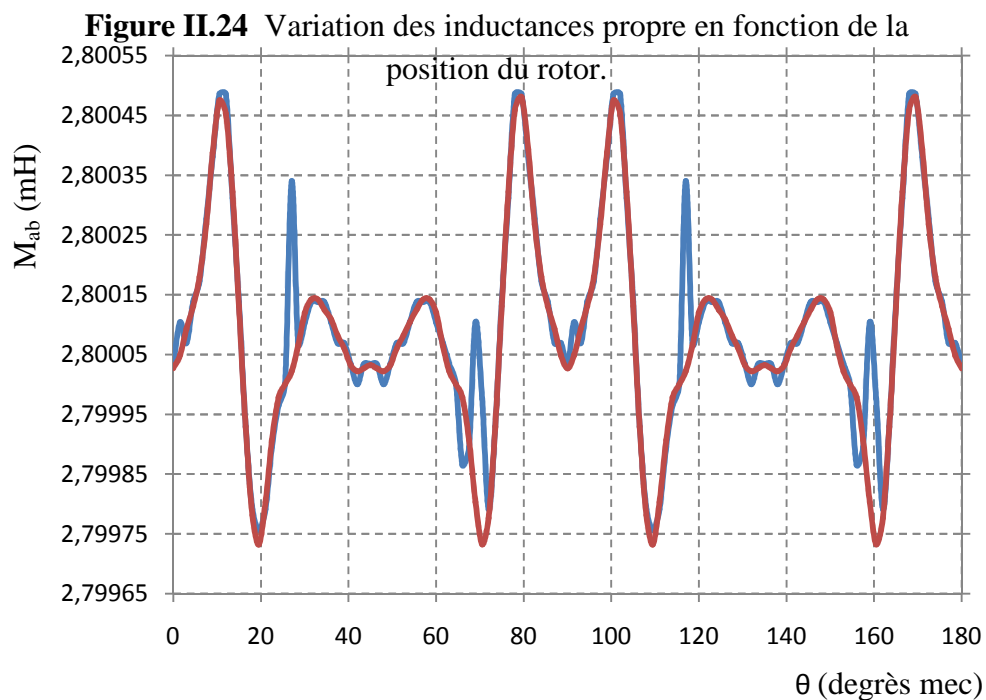
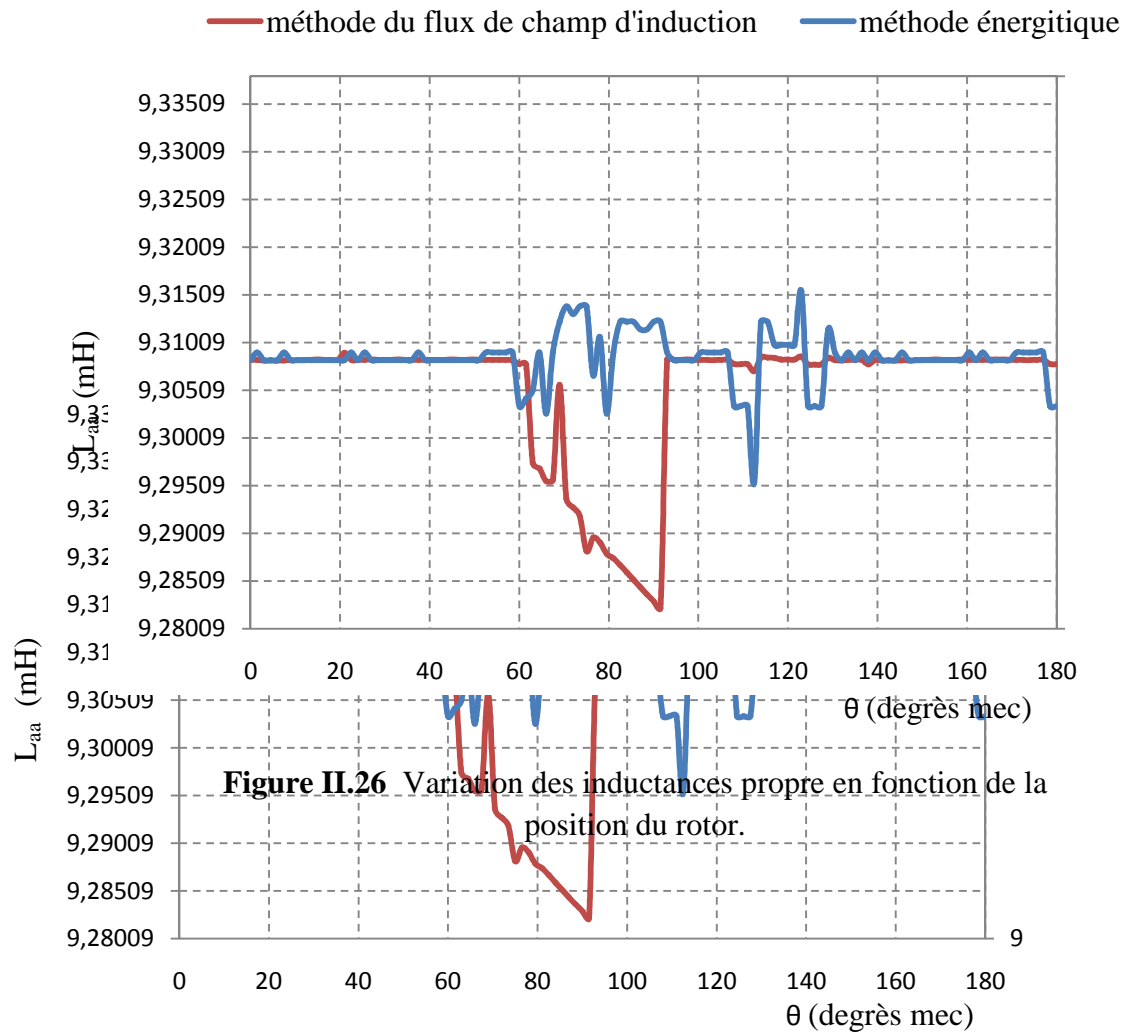
L'expression de l'inductance mutuelle est donnée par :

$$M = (\Phi_{abm} - \Phi_m) / I_a \quad (\text{II.45})$$

Avec :

$\Phi_{abm}$  : est le flux total traversant la phase B, crée par le courant  $I_a$  de la phase A et les aimants rotoriques.

Pour des raisons de précision et de rapidité de calcul, les deux dernières méthodes sont moins utilisées. Concernant la méthode de l'énergie de perturbation, il est difficile de choisir la variation du courant permettant d'avoir des résultats précis. Pour la méthode du flux de champ d'induction magnétique, son principe est le même que celui donné par la méthode (II.9.3.1.b) sauf que dans la méthode du flux de champ d'induction magnétique en présence d'excitation au rotor on effectue plus d'essais ce qui prend plus de temps, donc pour réaliser un compromis entre la précision et le temps de calcul, on se contentera d'utiliser la méthode énergétique et la méthode du flux de champ d'induction magnétique en absence du rotor. Les résultats obtenus pour le calcul d'inductances propre et mutuelle par les deux méthodes (énergétique et la méthode du flux) sont représentés par la figure (II.24) et (II.25).



**Figure II.25** Variation des inductances mutuelles en fonction de la position du rotor.



Les figures (II.24), (II.25) montrent que les deux méthodes donnent des résultats très proches, les inductances propres et mutuelles sont presque constantes, elles varient légèrement en fonction de la position du rotor, cela est dû à la présence de la saturation au niveau des dents statoriques.

## Conclusion

Dans ce chapitre nous avons établi un modèle magnétostatique dont nous avons rappelé les caractéristiques magnétiques des aimants et les équations de Maxwell, nous avons aussi donné une présentation brève du principe de la méthode des éléments finis. En suite nous avons présenté le logiciel Maxwell 2D de calcul du champ ainsi que la machine pour laquelle nous avons déterminé les paramètres électromagnétiques (fem, couples, inductances) par diverses méthodes en tenant compte des spécifications géométriques de la machine. En fin, nous avons vu les différentes techniques permettant d'avoir une fem avec un plateau de  $120^\circ$  et de réduire les ondulations du couple statique.

Dans le chapitre suivant nous allons confirmer les résultats obtenus dans le deuxième chapitre, pour cette comparaison nous modélisons l'ensemble machine-convertisseur en exploitant un programme de calcul sous l'environnement Matlab-simulink.

## Introduction

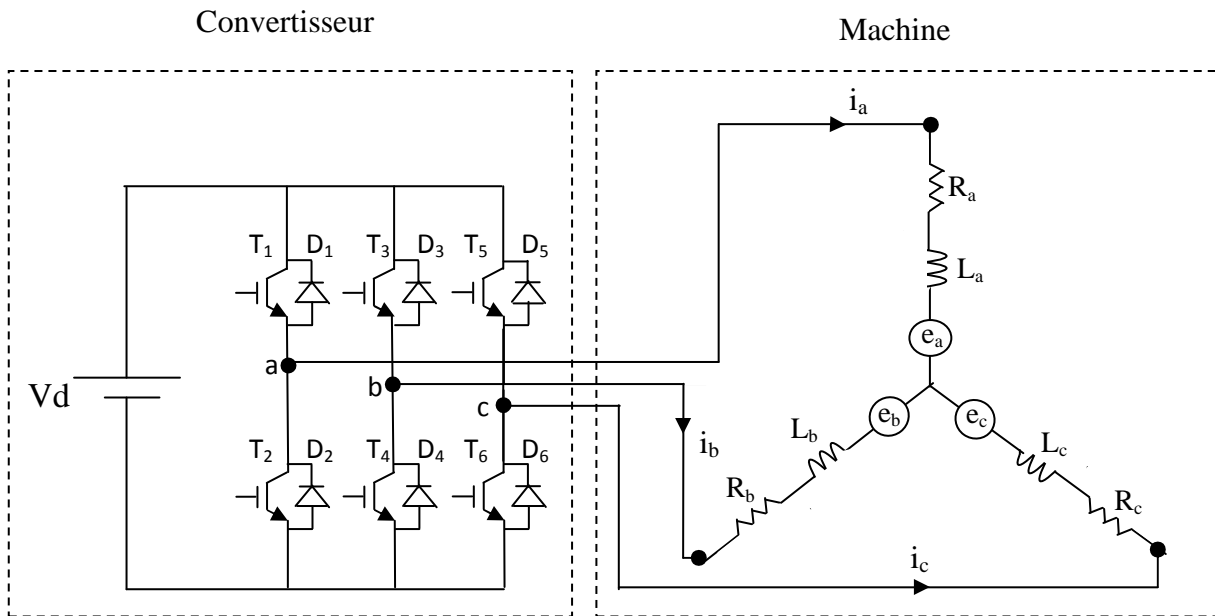
L'élaboration du modèle mathématique des machines est une étape nécessaire en vue de la commande et de la simulation de leurs différents régimes de fonctionnement. La commande d'une M.S.A.P est très complexe que celle d'une machine à courant continu car il est très difficile d'obtenir le découplage effectif des deux paramètres de commandes qui sont le flux magnétique et le couple mécanique qu'il faut réguler indépendamment l'un de l'autre.[14]

Le but de ce chapitre est de faire une étude comparative des résultats de simulation par l'utilisation d'un programme développé sous Matlab–Simulink avec ceux obtenus dans le chapitre précédent par le logiciel Maxwell 2D. L'autopilotage est la technique de commande utilisée pour la modélisation du système machine-convertisseurs. La simulation de l'ensemble est basée sur un modèle en séries de Fourier.

### III.1.Modélisation du système machine-convertisseur

L'analyse du système machine-convertisseur représenté dans la figure (III.1) est assez complexe. Afin de simplifier la modélisation de la machine nous allons apporter certaines simplifications :

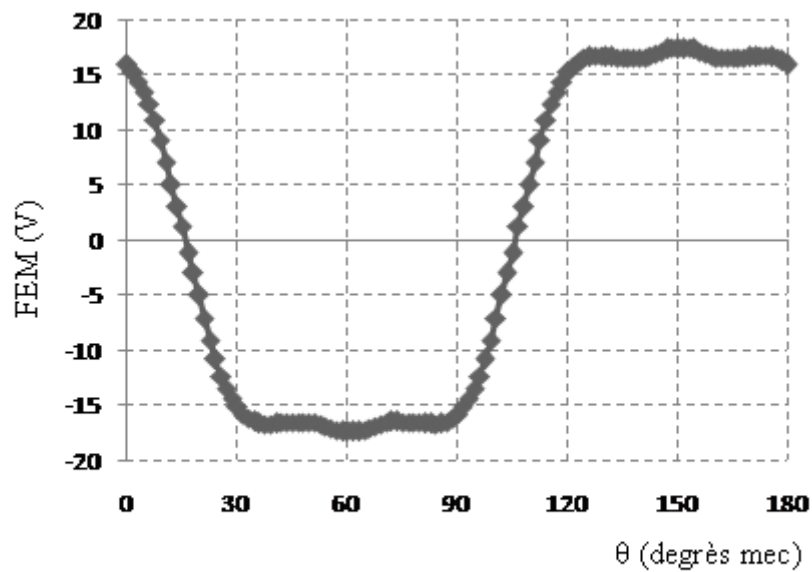
- les inductances propres et mutuelles sont considérées constantes, ne dépendent pas de la position du rotor.
- L'entrefer est constant
- La caractéristique du circuit magnétique est linéaire, on ne tient pas compte de l'hystérésis.
- Le circuit magnétique est supposé parfaitement feuilleté ce qui conduit à négliger les courants de Foucault.
- Les phases statoriques sont considérées symétriques et connectées en étoile avec neutre en l'air.
- Le convertisseur est formé d'interrupteurs idéaux (sans chute de tension).



**Figure III.1** Représentation du système machine-convertisseur.

### III.1.1. Représentation de la fem

La variation de la fem à vide en fonction de la position du rotor déterminée par le logiciel Maxwell 2D pour une vitesse 1000 tr/mn est donnée par la figure (III.2), que nous injectons dans le modèle de simulation à l'aide du block look-up table.



**Figure III.2** fem induite dans une phase.

### III.1.2. Mise en équations de la machine

#### a. Expression de tension aux bornes des enroulements statoriques

En convention récepteur, les tensions instantanées des trois phases de la machine sont données par :

$$\begin{cases} V_a(t) = R_a \cdot i_a(t) + \frac{d\Phi_a}{dt} \\ V_b(t) = R_b \cdot i_b(t) + \frac{d\Phi_b}{dt} \\ V_c(t) = R_c \cdot i_c(t) + \frac{d\Phi_c}{dt} \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

Les flux des trois phases sont donnés comme suit :

$$\begin{cases} \Phi_a = L_{aa} \cdot i_a + M_{ab} \cdot i_b + M_{ac} \cdot i_c + \Phi_{fa} \\ \Phi_b = L_{bb} \cdot i_b + M_{ba} \cdot i_a + M_{bc} \cdot i_c + \Phi_{fb} \\ \Phi_c = L_{cc} \cdot i_c + M_{ca} \cdot i_a + M_{cb} \cdot i_b + \Phi_{fc} \end{cases} \quad (\text{III.2})$$

Avec :

$V_a$  ,  $V_b$  et  $V_c$  sont respectivement les tensions simples des phases a, b et c.

$i_a$  ,  $i_b$  et  $i_c$  sont respectivement les courants dans les phases a, b et c.

$R_a$  ,  $R_b$  et  $R_c$  sont respectivement les résistances des phases a, b et c.

$\Phi_a$  ,  $\Phi_b$  et  $\Phi_c$  sont respectivement les flux totaux des phases a, b et c.

$\Phi_{fa}$  ,  $\Phi_{fb}$  et  $\Phi_{fc}$  sont respectivement les flux envoyés par les aimants dans les phases statoriques a, b et c.

$L_{aa}$  ,  $L_{bb}$  et  $L_{cc}$  sont respectivement les inductances propres des phases a, b et c.

$M_{ab}$  ,  $M_{ac}$  ;  $M_{ba}$  ,  $M_{bc}$  ;  $M_{ca}$  ,  $M_{cb}$  sont respectivement deux à deux les inductances mutuelles des phases a, b et c.

Comme les phases sont symétriques et les inductances sont indépendantes de la position du rotor, on aura :

$R_a = R_b = R_c = R = \text{constante}$ .

$$L_{aa} = L_{bb} = L_{cc} = L = \text{constante.}$$

$$M_{ab} = M_{ac} = M_{ba} = M_{bc} = M_{ca} = M_{cb} = M = \text{constante.}$$

Puisque les enroulements des phases sont connectés en étoile, avec un neutre en l'air on aura alors :

$$i_a + i_b + i_c = 0 \Rightarrow i_b + i_c = -i_a \quad (\text{III.3})$$

On aura donc:

$$\Phi_a = L.i_a + M . (i_b + i_c) + \Phi_{fa} \quad (\text{III.4})$$

$$\Phi_a = (L - M) . i_a + \Phi_{fa} \quad (\text{III.5})$$

Posons :

$$L_c = L - M$$

$L_c$  : Inductance cyclique

Les flux des trois phases deviennent :

$$\begin{cases} \Phi_a = L_c . i_a + \Phi_{fa} \\ \Phi_b = L_c . i_b + \Phi_{fb} \\ \Phi_c = L_c . i_c + \Phi_{fc} \end{cases} \quad (\text{III.6})$$

Le système d'équations (III.5) devient :

$$\begin{cases} V_a(t) = R.i_a(t) + L_c . \frac{di_a(t)}{dt} + \frac{d\Phi_{fa}}{dt} \\ V_b(t) = R.i_b(t) + L_c . \frac{di_b(t)}{dt} + \frac{d\Phi_{fb}}{dt} \\ V_c(t) = R.i_c(t) + L_c . \frac{di_c(t)}{dt} + \frac{d\Phi_{fc}}{dt} \end{cases} \quad (\text{III.7})$$

Le troisième terme du système d'équations (III.11) représente la force électromotrice de la machine, donnée pour la phase (a) par l'équation suivante :

$$\frac{d\Phi_{fa}}{dt} = \frac{d\Phi_{fa}}{d\theta} . \frac{d\theta}{dt} = P . \Omega . \frac{d\Phi_a}{d\theta} = e_a \quad (\text{III.8})$$

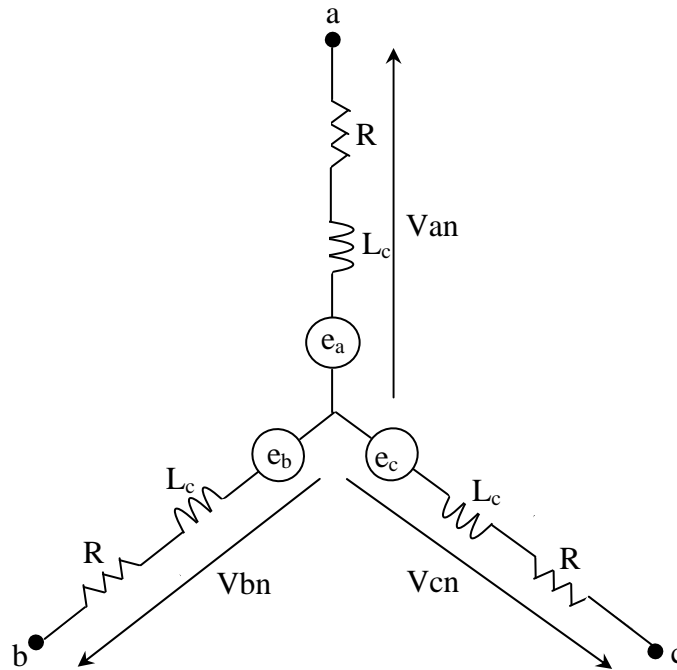
D' ou :

$$\begin{cases} V_a(t) = R \cdot i_a(t) + L_c \cdot \frac{di_a(t)}{dt} + e_a \\ V_b(t) = R \cdot i_b(t) + L_c \cdot \frac{di_b(t)}{dt} + e_b \\ V_c(t) = R \cdot i_c(t) + L_c \cdot \frac{di_c(t)}{dt} + e_c \end{cases} \quad (\text{III.9})$$

Le système d'équations (III.13) peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_c & 0 & 0 \\ 0 & L_c & 0 \\ 0 & 0 & L_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} \quad (\text{III.10})$$

A partir du système (III.14), on peut établir le schéma équivalent suivant :



**Figure III.3** Schéma équivalent de la machine.

### b. Expression du couple électromagnétique

La puissance électromagnétique développée par la machine s'écrit :

$$P_e = e_a \cdot i_a(t) + e_b \cdot i_b(t) + e_c \cdot i_c(t) \quad (\text{III.11})$$

D'où l'expression du couple électromagnétique :

$$C_e = \frac{P_e}{\Omega} = \frac{e_a i_a(t) + e_b i_b(t) + e_c i_c(t)}{\Omega} \quad (\text{III.12})$$

### c. Equation mécanique

L'équation fondamentale de la dynamique s'écrit :

$$C_{em} - C_r = J \frac{d\Omega}{dt} + f \Omega = J \frac{d^2\theta}{dt^2} + f \frac{d\theta}{dt} \quad (\text{III.13})$$

Où :

$C_{em}$  : le couple électromagnétique.

$C_r$  : le couple résistant.

$J$  : l'inertie totale du système.

$\Omega$  : la vitesse mécanique du rotor.

$f$  : le coefficient de frottement visqueux.

$\theta$  : angle mécanique.

Le modèle de simulation de la machine sur Matlab-simulink est représenté par la figure (III.4)

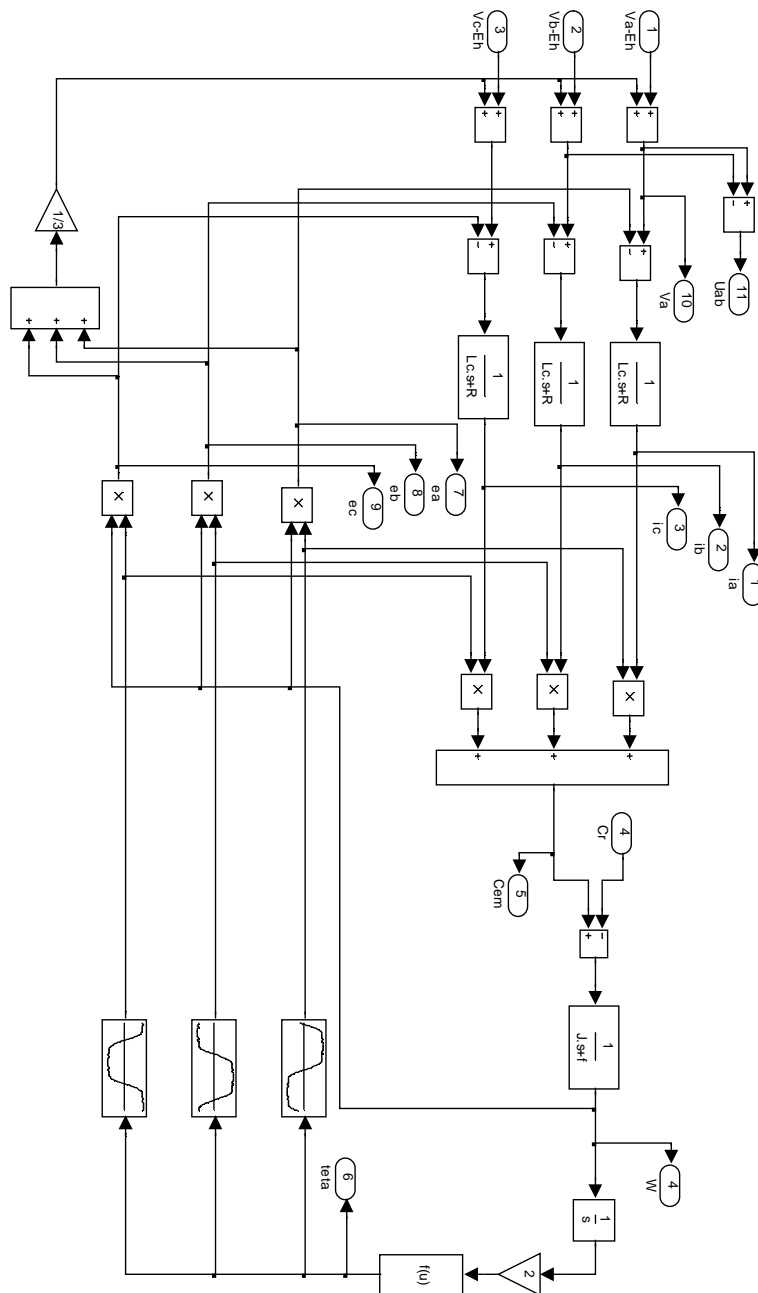
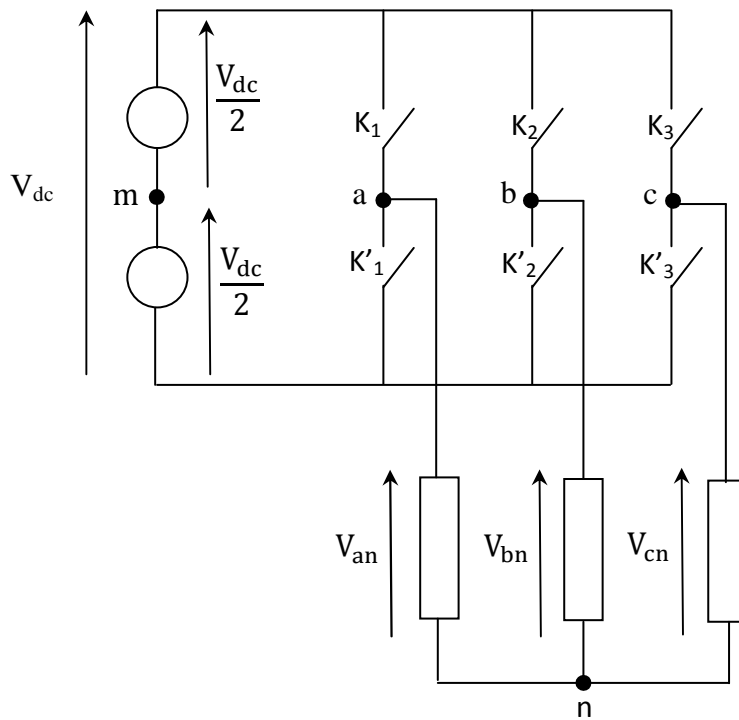


Figure (III.4) Modèle de simulation de la machine sous Matlab-Simulink.



### III.1.3. Mise en équation de l'onduleur

L'onduleur est un convertisseur statique d'énergie électrique du continu en alternatif, il comporte six transistors montés en antiparallèle par des diodes de récupération qui permettent de renvoyer le courant vers la source de l'onduleur.



**Figure III.5** Structure de l'onduleur triphasé.

Pour la modélisation de l'onduleur, on définit  $C_j$  et  $C'_j$  respectivement les états logiques des interrupteurs  $K_j$ ,  $K'_j$ .

$$C_j = \overline{C'_j} = \begin{cases} 1 & \text{si } K_j \text{ est fermé.} \\ 0 & \text{si } K_j \text{ est ouvert.} \end{cases}$$

On associe à chaque état logique la fonction  $f(C_j)$  imposée par la commande qui permet d'exprimer la tension de sortie de l'onduleur en fonction de sa tension d'entrée.

$$V_{jm} = f(C_j) \cdot \frac{V_{dc}}{2} \quad (\text{III.14})$$

$$j = a, b, c$$

Pour ne pas mettre en court-circuit la source de tension  $V_{dc}$  et en circuit ouvert la source de courant, les fonctions logiques sur un bras de l'onduleur doivent vérifier la relation :

$$C_j + C'_j = 1$$

Les tensions de sortie des trois phases de l'onduleur sont :

$$\begin{cases} V_{am} = (C_a - C'_a) \cdot \frac{V_{dc}}{2} = (2 \cdot C_a - 1) \cdot \frac{V_{dc}}{2} \\ V_{bm} = (C_b - C'_b) \cdot \frac{V_{dc}}{2} = (2 \cdot C_b - 1) \cdot \frac{V_{dc}}{2} \\ V_{cm} = (C_c - C'_c) \cdot \frac{V_{dc}}{2} = (2 \cdot C_c - 1) \cdot \frac{V_{dc}}{2} \end{cases} \quad (\text{III.15})$$

$$\begin{cases} V_{an} = V_{am} + V_{mn} \\ V_{bn} = V_{bm} + V_{mn} \\ V_{cn} = V_{cm} + V_{mn} \end{cases} \quad (\text{III.16})$$

En présence d'une composante homopolaire  $E_h$  de tension, due à la présence d'harmoniques de rang multiple de trois dans les fem, la somme des tensions simple s'écrit :

$$V_{an} + V_{bn} + V_{cn} = V_{am} + V_{bm} + V_{cm} + 3V_{mn} = 3 \cdot E_h \quad (\text{III.17})$$

Où :

$E_h$  est la composante homopolaire, due à la forme trapézoïdale des fem qui présentent l'harmonique d'ordre trois et ses multiples.

$$V_{mn} = E_h - \frac{1}{3}(V_{am} + V_{bm} + V_{cm}) \quad (\text{III.18})$$

$$V_{mn} = E_h - \frac{1}{3}[(2 \cdot C_a - 1) \cdot \frac{V_{dc}}{2} + (2 \cdot C_b - 1) \cdot \frac{V_{dc}}{2} + (2 \cdot C_c - 1) \cdot \frac{V_{dc}}{2}] \quad (\text{III.19})$$

$$V_{mn} = E_h - \frac{V_{dc}}{3}(C_a + C_b + C_c) + \frac{V_{dc}}{2} \quad (\text{III.20})$$

Le système d'équations (III.18) devient :

$$\begin{cases} V_{an} = (2.C_a - 1) \cdot \frac{V_{dc}}{2} - \frac{V_{dc}}{3} (C_a + C_b + C_c) + \frac{V_{dc}}{2} + E_h \\ V_{bn} = (2.C_b - 1) \cdot \frac{V_{dc}}{2} - \frac{V_{dc}}{3} (C_a + C_b + C_c) + \frac{V_{dc}}{2} + E_h \\ V_{cn} = (2.C_c - 1) \cdot \frac{V_{dc}}{2} - \frac{V_{dc}}{3} (C_a + C_b + C_c) + \frac{V_{dc}}{2} + E_h \end{cases} \quad (\text{III.21})$$

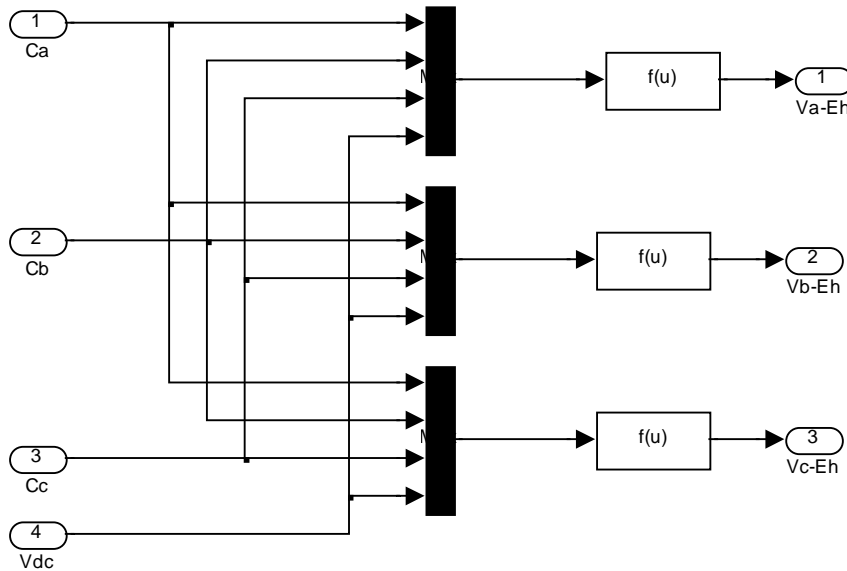
Après simplifications on aura:

$$\begin{cases} V_{an} = \frac{V_{dc}}{3} (2.C_a - C_b - C_c) + E_h \\ V_{bn} = \frac{V_{dc}}{3} (-C_a + 2.C_b - C_c) + E_h \\ V_{cn} = \frac{V_{dc}}{3} (-C_a - C_b + 2.C_c) + E_h \end{cases} \quad (\text{III.22})$$

Le système d'équations (III.25) peut être écrit sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} V_{an} - E_h \\ V_{bn} - E_h \\ V_{cn} - E_h \end{pmatrix} = \frac{V_{dc}}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_a \\ C_b \\ C_c \end{pmatrix} \quad (\text{III.23})$$

Le modèle de l'onduleur sous Matlab-simulink est représenté par la figure suivante :



**Figure III.6** Modèle de l'onduleur sous Matlab-simulink.

Il existe huit combinaisons possibles pour commander les interrupteurs de l'onduleur dont six sont des séquences actives alimentant la charge, dans le tableau (III.1) on présente les expressions des tensions simples et composées en fonction des états des interrupteurs  $K_1$ ,  $K_2$  et  $K_3$ .

$K_1$	$K_2$	$K_3$	$V_{an}-E_h$	$V_{bn}-E_h$	$V_{cn}-E_h$	$U_{ab}$	$U_{bc}$	$U_{ca}$
1	1	1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	$V_{dc}/3$	$-2V_{dc}/3$	$V_{dc}/3$	$V_{dc}$	$-V_{dc}$	0
1	1	0	$V_{dc}/3$	$V_{dc}/3$	$-2V_{dc}/3$	0	$V_{dc}$	$-V_{dc}$
1	0	0	$2V_{dc}/3$	$-V_{dc}/3$	$-V_{dc}/3$	$V_{dc}$	0	$-V_{dc}$
0	1	1	$-2V_{dc}/3$	$V_{dc}/3$	$V_{dc}/3$	$-V_{dc}$	0	$V_{dc}$
0	0	1	$-V_{dc}/3$	$-V_{dc}/3$	$2V_{dc}/3$	0	$-V_{dc}$	$V_{dc}$
0	1	0	$-V_{dc}/3$	$2V_{dc}/3$	$-V_{dc}/3$	$-V_{dc}$	$V_{dc}$	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

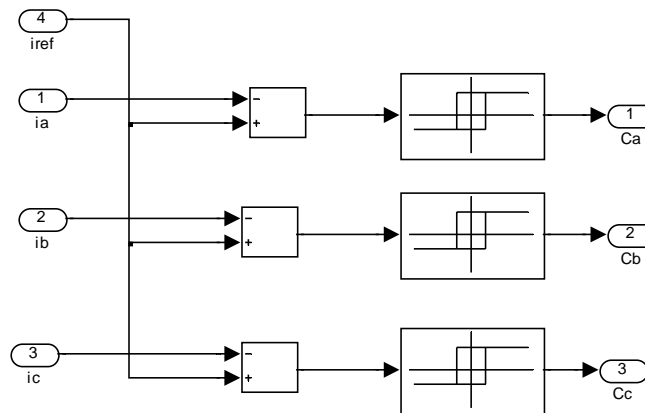
**Tableau III.1** Etablissement des expressions des tensions en fonction des interrupteurs.

#### III.1.4. Contrôle des courants par hystérésis :

Cette méthode, certainement la plus simple, a souvent été employée pour l'alimentation des machines à courant alternatif.

La figure (III.7) présente le diagramme de principe pour cette technique, où les références de courant sont en créneaux de  $120^\circ$ . Cette stratégie utilise trois régulateurs indépendants, un par phase; quand le courant instantané dans une phase s'écarte de sa référence fixée par hystérésis du régulateur, une commutation est imposée aux interrupteurs du bras d'onduleur correspondant, de façon à maintenir ces courants toujours dans une bande entourant ces

références; les ondulations du courant sont fixées par la valeur de la bande d'hystérésis. [1]



**Figure III.7** Contrôle des courants par régulateur à hystérésis.

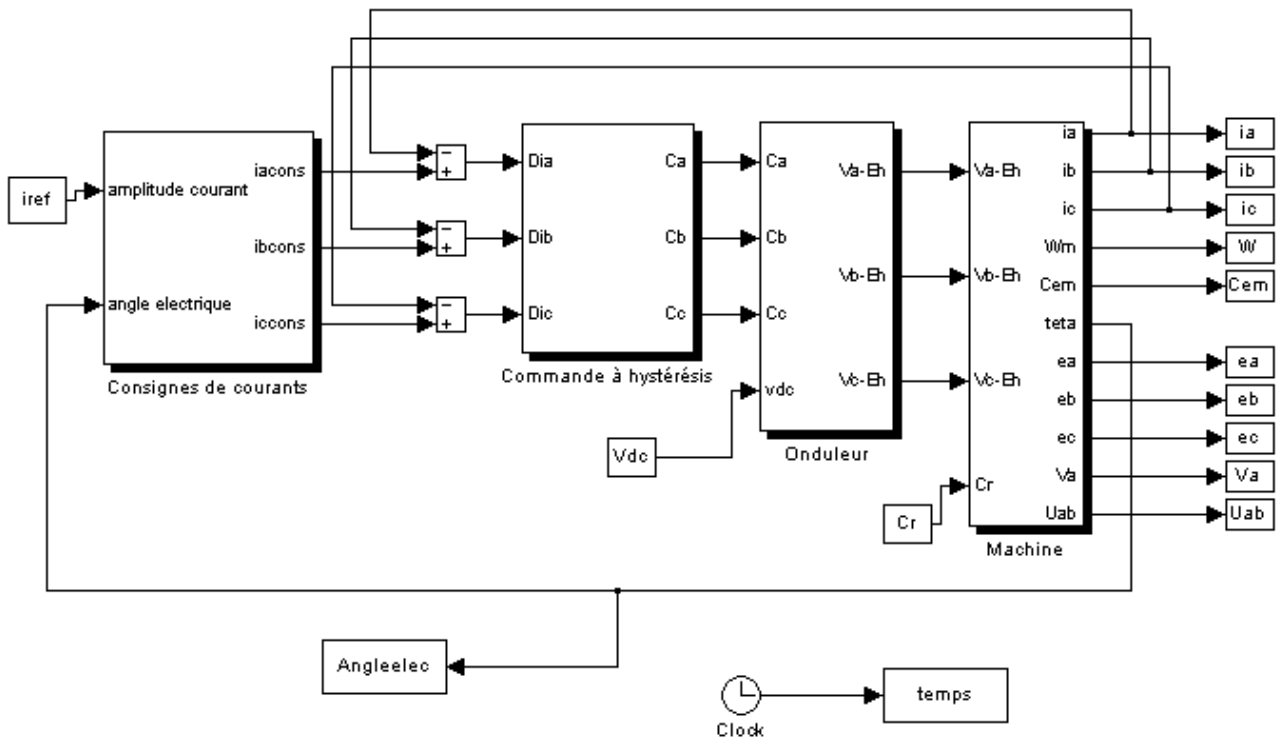
## III.2 Simulation du système étudié :

### III.2.1 Paramètres de la machine :

- Résistance par phase :  $R=1,25 \Omega$ .
- Inductance cyclique :  $L_c = 0.0065 \text{ H}$ .
- Moment d'inertie propre de la machine :  $J=128.10^{-6} \text{ Kg.m}^2$ .
- Coefficient des frottements visqueux  $f= 0$ .
- Force électromotrice trapézoïdale telque : Son plateau  $E_{\max}=17,2\text{V}$  pour une vitesse de rotation  $N=1000 \text{ tr/mn}$ .

Un programme de simulation de l'ensemble convertisseur-machine, a été élaboré sous Matlab-simulink, pour déterminer les performances de la machine, telque le couple électromagnétique, les courants, la vitesse de rotation et les tensions.

Le schéma de simulation est représenté sur la figure suivante :

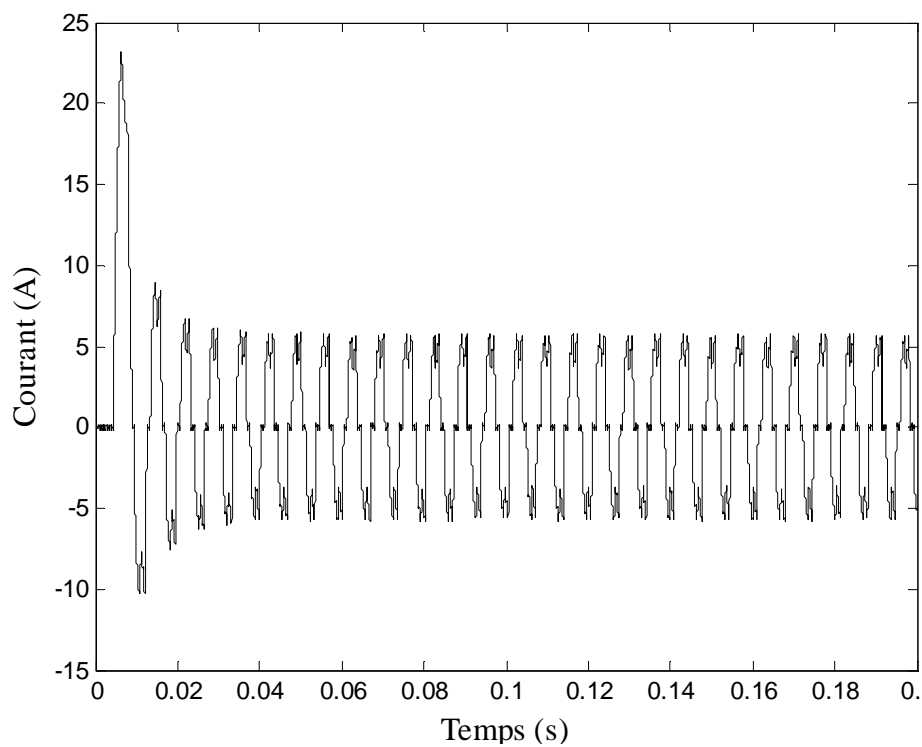


**Figure III.8** Modèle de simulation du système machine-convertisseur sur Matlab-Simulink

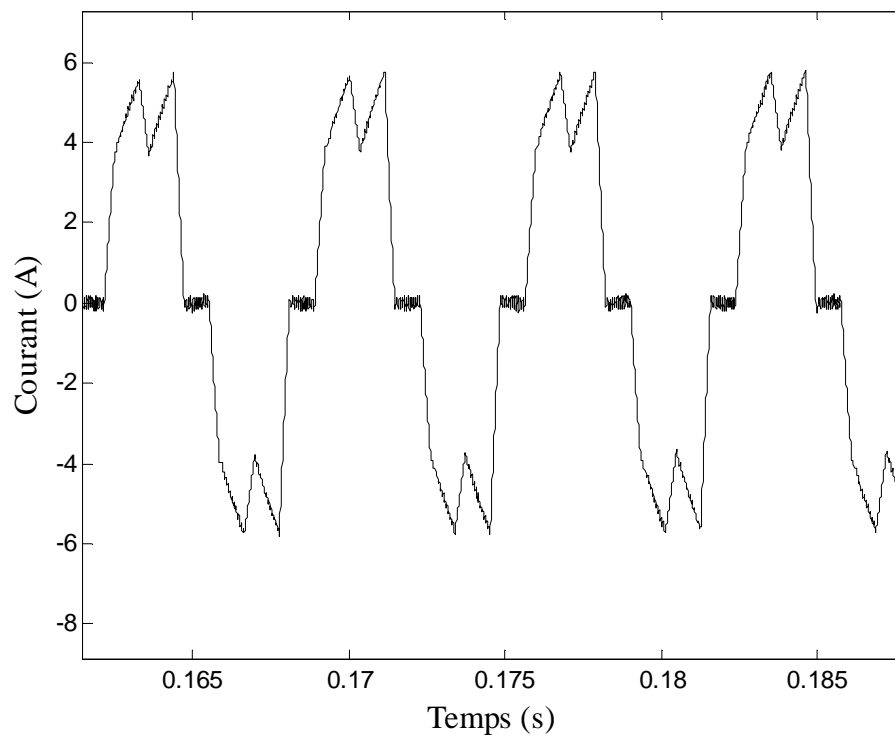
Les valeurs des fem retrouvées au chapitre II, seront injectées dans ce modèle de simulation de la machine.

La simulation du système a été effectuée pour un fonctionnement avec un couple de charge de 1.5 N.m et une tension d'entrée de l'onduleur  $V_{dc} = 190$  V.

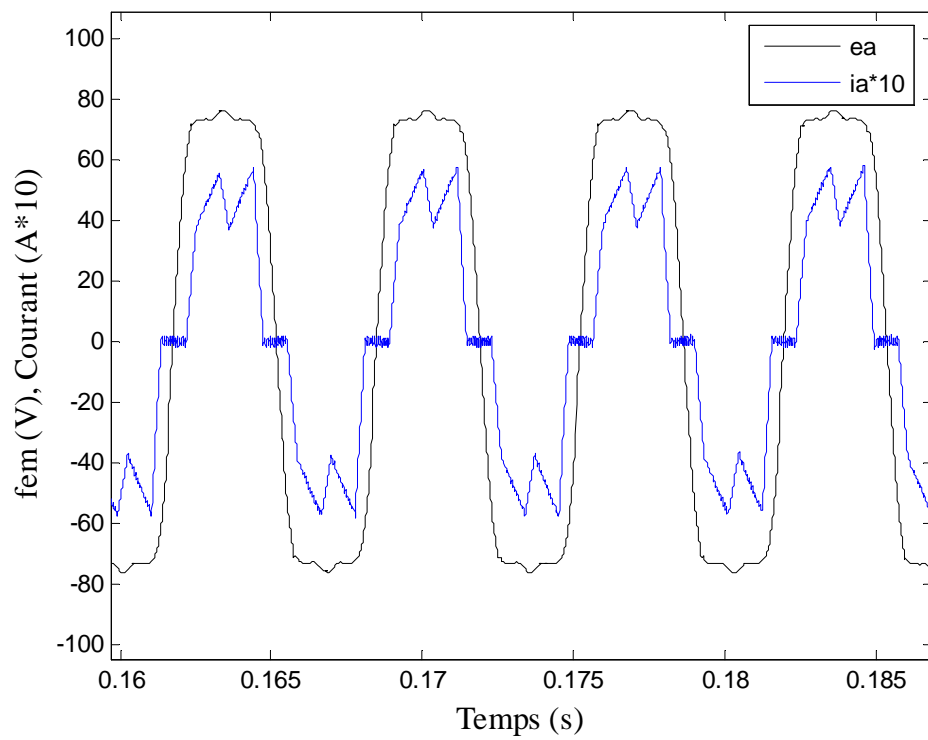
Les résultats de simulations sont donnés ci-dessous.



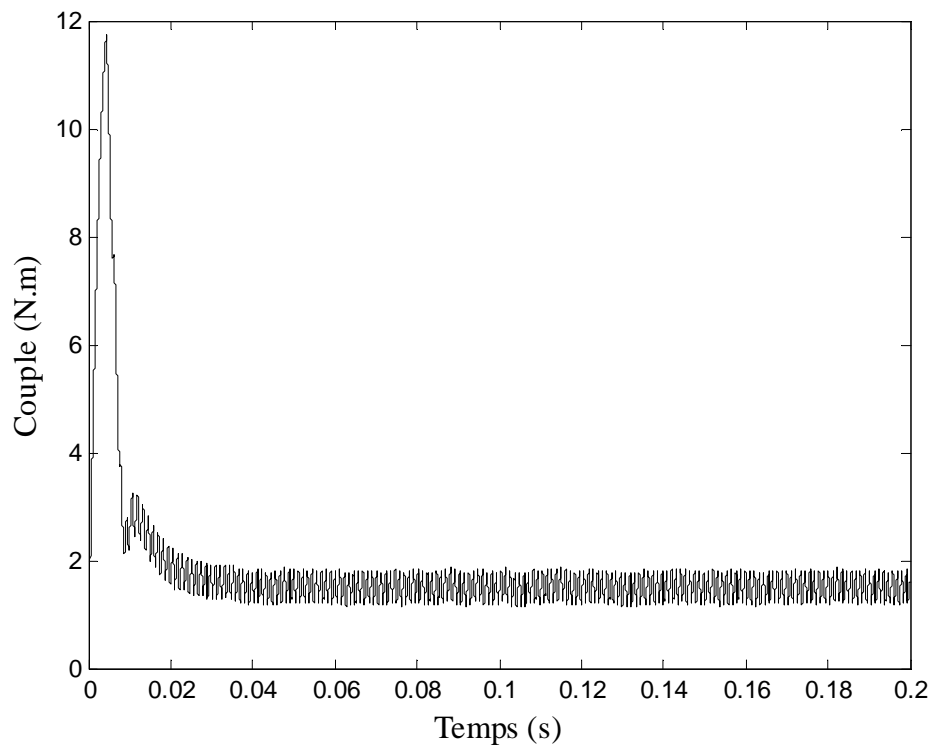
**Figure III.9** Variation du courant d'une phase en fonction du temps.



**Figure III.10** Zoom sur le courant en régime permanent.

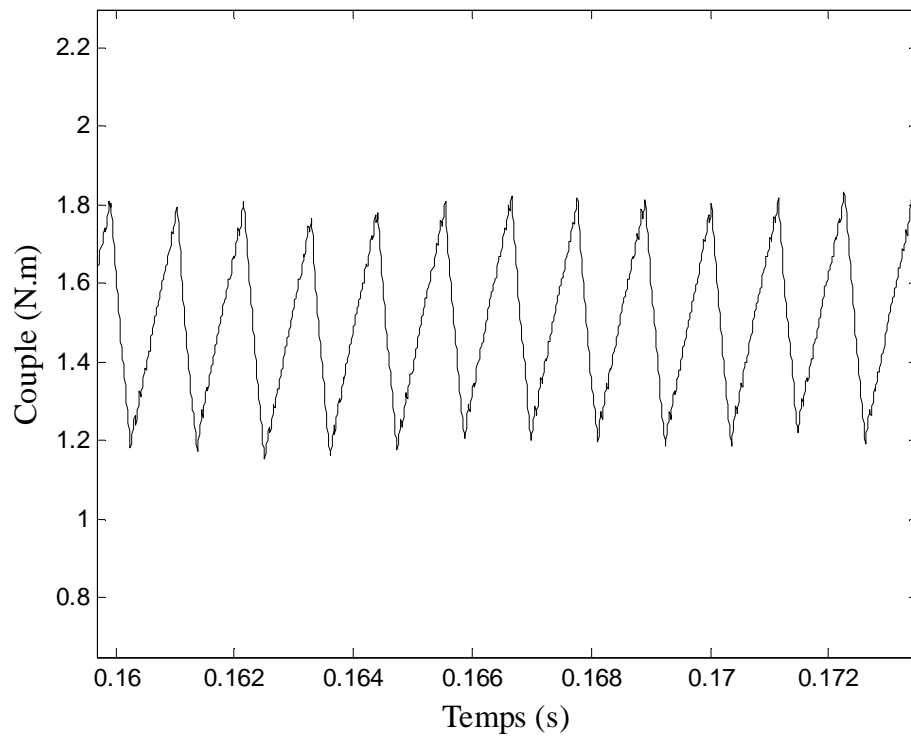


**Figure III.11** Superposition du courant de phase et de la fem en régime permanent.

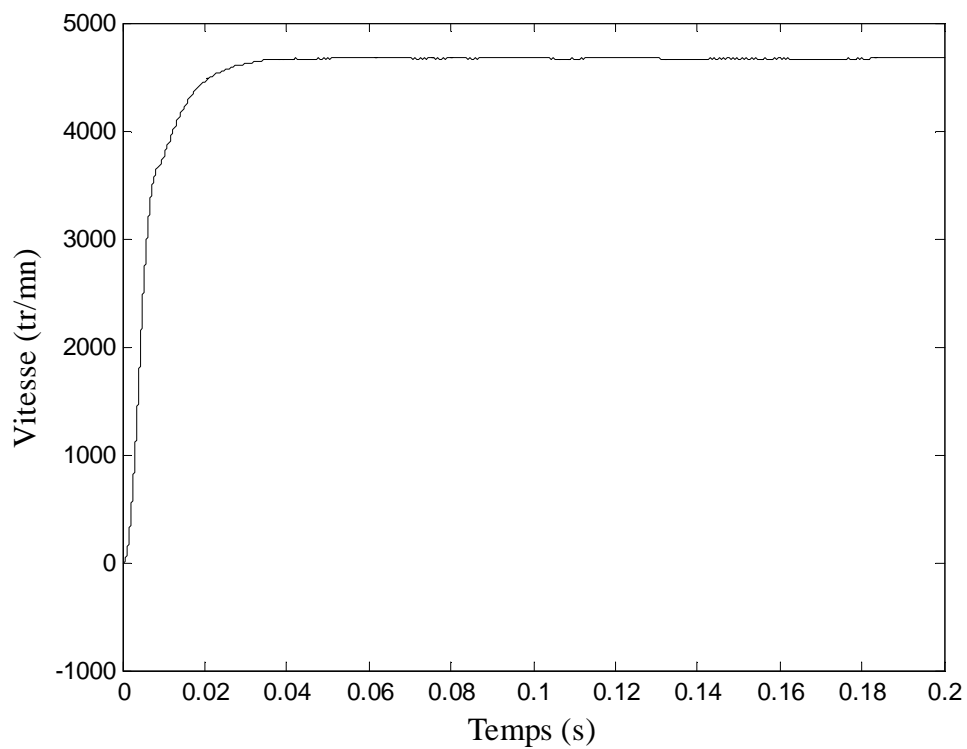


**Figure III.12** Variation du couple électromagnétique en fonction du temps.





**Figure III. 13** Zoom sur le couple en régime permanent.



**Figure III.14** Variation de la vitesse de rotation en fonction du temps.

### III.3. Interprétation des résultats obtenus

La figure (III.9) montre la forme du courant de phase en fonction du temps, qui présente un pic au démarrage de 23 A, nous remarquons dans la figure (III.10) que le courant présente des durées de conduction de 120° électrique alternées par des intervalles de 60° à conduction nulle. A cause de la commande à hystérésis la forme du courant est proche de celle en créneaux idéaux, la différence se trouve au niveau d'empiètement qui est dû à l'effet retardataire des inductances des enroulements durant les durées de commutation des interrupteurs.

La figure (III.11) présente la superposition de la fem et le courant de phase, ces deux derniers sont en phase, leur produit donne l'image du couple électromagnétique de la machine illustrée par la figure (III.12). Au démarrage la machine développe un couple maximal supérieur à celui appliqué à la charge.

La simulation montre que les déformations au niveau du courant et de la forme de la fem influent directement sur les ondulations du couple de la machine figure (III.13).

En régime permanent, le taux d'ondulations du couple peut être calculé par l'expression suivante :

$$\tau (\%) = \frac{C_{\max} - C_{\min}}{C_{\text{moy}}} \cdot 100$$

### Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons établi les équations permettant la simulation sous l'environnement Matlab-Simulink de l'ensemble machine-convertisseur, cela nous a permis de mettre en évidence les résultats obtenus dans le chapitre précédent. Nous avons présenté les résultats de simulation du système en introduisant les paramètres calculés avec le logiciel Maxwell 2D.

## Conclusion générale

Le but de notre projet est de déterminer les paramètres électromagnétiques d'une machine synchrone à aimants permanents. Pour cela nous avons établi un modèle magnétostatique à l'aide d'un logiciel Maxwell 2D, basé sur la méthode des éléments finis.

Dans le but de confirmer et justifier le choix des dimensions de la machine, nous avons testé plusieurs structures. Nous avons commencé notre travail par déterminer la force électromotrice de la machine, en jouant sur l'angle d'ouverture de l'aimant, nous avons abouti à la structure dont l'arc intérieur de l'aimant est à  $72^\circ$  et l'arc extérieur est à  $81^\circ$  qui donne une fem avec le plateau de  $120^\circ$ , il se trouve que ces dimensions de l'aimant correspondent exactement aux dimensions réelles de la machine industrielle.

Pour cette structure nous avons déterminé le couple électromagnétique avec deux méthodes qui sont la méthode du tenseur de Maxwell et celle du travail virtuel. Les résultats obtenus sont très proches, le couple a une valeur moyenne de 1.5 N.m, il présente des ondulations qui sont dues à la présence d'un couple de détente important. Dans le but de réduire ces ondulations, nous avons cherché à diminuer la valeur du couple de détente.

Pour la minimisation du couple de détente, nous avons exploité deux techniques: la première consiste à diminuer l'angle intérieur d'ouverture de l'aimant. Dans la deuxième technique nous avons étudié des structures avec des fausses encoches de différentes profondeurs. La structure  $72^\circ/81^\circ$  avec des fausses encoches de profondeur 1 mm réalise bien le compromis d'avoir le plateau de la fem à  $120^\circ$  et un couple de détente minimal.

On constate que les dimensions de la structure réelle de la machine ont été bien choisies pour son optimisation.

Le dernier paramètre calculé était les inductances des enroulements. La détermination des inductances propres et mutuelles de la machine a été effectuée par deux méthodes en

présence du rotor (la méthode d'énergie de perturbation et la méthode du flux de champ d'induction) et en absence du rotor (la méthode énergétique et celle du flux de champ d'induction). Ces deux dernières méthodes sont plus précises et demandent moins d'opérations, leur résultats sont très proches. Les inductances propres et mutuelles sont presque constantes, elles varient légèrement en fonction de la position du rotor, cela est dû à la saturation des dents statoriques.

Afin de mettre en évidence les résultats obtenus par le logiciel Maxwell 2D, nous avons procédé dans le dernier chapitre à la simulation du système machine-convertisseur en exploitant un programme de calcul sous l'environnement Matlab-Simulink.

Pour conclure nous espérons que notre travail sera d'un grand apport pour les futurs étudiants qui se pencheront sur l'optimisation de la machine synchrone à aimants permanents.

# *Bibliographie*

[1] **Ameur Aissa**, « Commande sans capteur de vitesse par DTC d'une M.S.A.P dotée d'un observateur d'ordre complet à modes glissant », mémoire de magister, université de Batna 2003.

[2] **Boukaïs Boussad** « analyse des performances statiques et dynamiques de deux BDCM de faibles puissances ».thèse de magister, U.M.M.T.O, 2001.

[3] **Marzoug Med Salah**, « Etude comparative des performances d'un DTC et d'un FOC d'une M.S.A.P ».Thèse de magister, université de Batna, 2006.

[4] **Pierre Mayé**, « Moteurs électriques industriels »

Paris, Dunod, 2005.

[5] **B. Saint - Jean**, « électrotechnique et machines électriques »

Paris, Eyrolles, 1977.

[6] **Michel Lajoie-mazenc, Philippe Viarouge**, « Alimentation des machines synchrones ». Article D 3 630, techniques de l'ingénieur, traité génie électrique.

[7] **Michel Kant**, « Actionneurs à collecteur à aimant permanent ». Article D 3 695, techniques de l'ingénieur, traité génie électrique.

[8] **Marcel Jufer**, « électromécanique »

Lausanne, presses polytechniques et universitaires romandes, 1998.

[9] **Ramdane Lateb** « Modélisation des machines asynchrones et synchrones à aimants avec prise en compte des harmoniques d'espaces et de temps : Application à la propulsion marine par POD ».Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2006.

[10] **Amel Zaïdat**, « Effet de le forme des aimants sur les ondulations du couple d'une BDCM ».Mémoire d'ingénieur, U.M.M.T.O, 2007.

[11] **Kachenora Ghania**, « optimisation de la commande des machines synchrones autopilotées ». Thèse de magister, U.M.M.T.O, 2003.

**[12] Y.Koubaa, M.B.A.Kamoun, F.Rioux-Damidaou, B.Bandelier** « calcul du couple d'une machine synchrone par la méthode des éléments finis ».Article, Laboratoire d'Electrotechnique et d'Automatique, Département du Génie Electrique, E.N.I de Sfax.

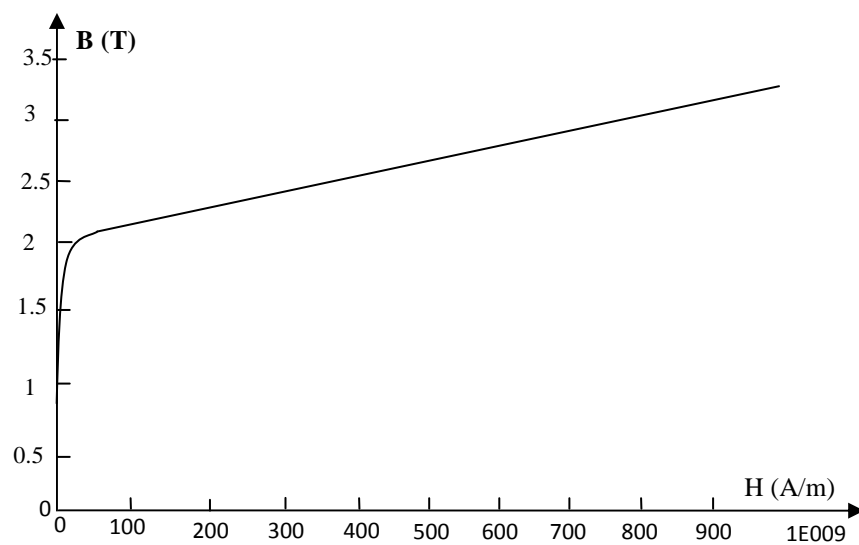
**[13] S.Alik** « optimisation du couple d'un actionneur synchrone à aimants permanents par la méthode des éléments finis ». Mémoire d'ingénieur, U.M.M.T.O, 2008.

**[14] Hamdouche Sonia** « Contribution à l'amélioration des structures de régulation des courants des machines à courants alternatifs ». Thèse de magister, université de Batna, 2007.

## Annexe I

### Caractéristiques du fer :

Le fer steel\_1010 utilisé a une perméabilité non linéaire, ces caractéristiques sont données dans la figure suivante :



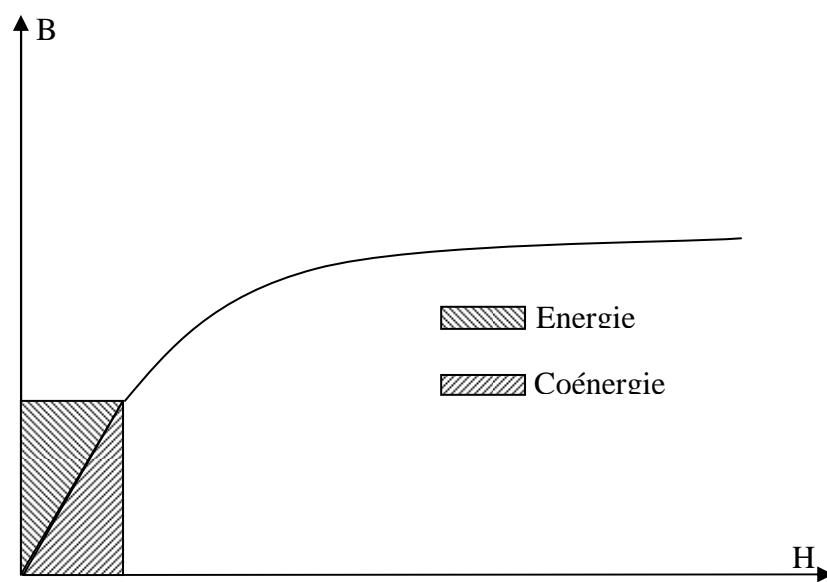
B en fonction de H pour le matériau steel\_1010

### Caractéristiques des aimants permanents :

L'aimant permanent utilisé présente les caractéristiques suivantes :

- Perméabilité  $\mu$  : 1.03838895916.
- Champ coercitif  $H_c$  :  $-8.2 \cdot 10^{-5}$  A/m.
- Induction magnétique  $B$  : 1.07 T.
- Aimantation : 851478.946515 A/m.

## Annexe II



Courbe de magnétisation  $B(H)$