République Algérienne Démocratique et populaire
Ministère de l'Enseignement supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mouloud MAMMERI de Tizi-Ouzou

Faculté de Génie de la Construction
Département Génie Mécanique

Mémoire de Fin d'Études

En vue de l'obtention du diplôme
Master Académique en Génie Mécanique
Spécialité : Construction Mécanique

Thème

Détection d'Endommagements Dans Les Structures Mécaniques Par La Méthode De Transmissibilité

Réalisé par :
Mlle KACIMI Sara

Proposé par :
Mr TIACHACHT.S

Membres du jury :

Mr. BOUAZZOUNI Amar	UMMTO	President
Mr. TIACHACHT Samir	UMMTO	Encadreur
Mr. BEHTANI Amar	UMMTO	Examinateur

Soutenue le 11/11/2017

Promotion 2016-2017

Remerciement

Avant tous, je remercie Dieu le tout puissant de m’avoir donné la force, le courage et surtout la volonté nécessaire pour la réalisation de ce modeste travail.

En second lieu, mes remerciements les plus sincères vont droit à mes parents qui n’ont pas cessé de nous encourager et nous soutenir tout au long du long parcours que furent nos études.

Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance, et vive gratitude à monsieur TIACHACHT Samir, pour avoir proposé, dirigé, suivi constamment le progrès de ce mémoire, et d’avoir consacré un temps et une disponibilité d’esprit considérable à mon égard .

Et je ne peux oublier de remercier mon cher mari ZAHER pour sa compréhension, son aide précieux.

Je remercie aussi ma petite famille et ma belle famille pour leur aide.

Que monsieur le président BOUAZZOUNI Amar et le membre du jury monsieur BEHTANI Amar trouvent ici l’expression de ma gratitude de m’avoir fait l’honneur d’accepter de lire et de juger ce mémoire.

Je suis également reconnaissante à mes chers amis et amies qui m’ont aidé tout au long de se mémoire.

Dédicace

Je dédie ce travail à :

Mes chers parents

Mes cher frère et sœur : Mounir, Lydia, Messad et Melissa

Mon cher mari Zaher

Ma belle famille

Mon neveux et ma nièce : Adam et Elyanor.

Mon cher Oncle Mohammed

Et à mes chers amis et amies

Je souhaite que ce travail serve d'exemple pour mes futurs enfants.

Sara

Sommaire

Sommaire

Chapitre III

Chapitre IV

Liste des figures chapitre III

Liste des figure chapitre VI

Nomenclature du 1er chapitre

N : fonction de forme.

U : déplacement d'un point

Ue : déplacement nodaux

$\mathcal{E}$: déformation

B : dérivées des fonctions de forme

σ : contrainte de déformation

D : est une matrice carrée symétrique

E : module de Young

υ : coefficient de poisson

Ke : la matrice de rigidité l'élément considéré

ρ :la masse volumique du matériau.

T : énergie cinétique

Me : la matrice de masse de l'élément considéré.

F^e : le vecteur de force nodale

I_0 : le moment d'inertie polaire.

G : le module de cisaillement

Z : la matrice des cosinus directeurs

P : la matrice de transformation.

C : la matrice d'amortissement.

ω_0 *:pulsation propre du système.*

λ *: coefficient d'amortissement*

ξ *: facteur d'amortissement*

w : est la pulsation de la force d'excitation.

Nomenclature du 3éme chapitre

TR : matrice de transmissibilité

U_i *: matrice orthogonale décomposée*

V_i *:matrice orthogonale décomposée*

S_i *: matrice diagonale décomposée*

T_{ij} *: la fonction de transmissibilité*

X : fonction de réponse fréquentielle.

H :la fonction de réponse fréquentielle(FRF)

Ψ *:les vecteurs modaux.*

f : fréquence de résonnance.

Nomenclature du 4éme chapitre

Φ *:mode propre.*

β_i^{es} *: Énergie de déformation modale pour une structure saine.*

β_i^{es} *: Énergie de déformation modale pour une structure endommagé .*

α_i^{es} *: Normalisation de l'énergie de déformation modale pour la structure saine.*

α_i^{ed} *: Normalisation de l'énergie de déformation modale pour la structure endommagé*

Nomenclature

MSE^{e} *: l'indice de base d'énergie de déformation modale.*

La fiabilité des systèmes industriels est devenue un élément essentiel que ce soit au stade de leur conception que lors de leur exploitation, car il affecte la durée de vie du matériel et sa rentabilité.

Bien que les concepteurs aient dés le début du siècle reconnu l'importance de la mécanique vibratoire pour la prédiction du comportement dynamique des structures, ils durent se contenter de méthodes d'analyse assez rudimentaire,. L'explosion récente des moyens informatiques à permis de franchir un grand pas dans l'approche rationnelle de la conception et de l'optimisation des systèmes mécanique.

Le contrôle non destructif (CND) est le plus largement Utilisé, vu qu'il laisse la structure intacte. Plusieurs méthodes de Contrôle non destructif classique sont utilisées avec succès dans plusieurs domaines de l'industrie, telles que les ultra-sons, la radiographie par rayon X et le test par émission acoustique. Cependant, ces méthodes ne nous permettent pas de suivre la structure en continu pendant son service. Le développement technologique, dans les domaines de capteurs, acquisition de données, le traitement du signal et l'outil informatique, à favorisé la surveillance de la structure en temps réel, et a fait que l'émergence de ce type de contrôle soit l'évolution naturelle des méthodes traditionnelles.

La surveillance de l'état de la structure (en anglais Structural Health Monitoring « SHM ») peut être classée dans la littérature parmi les méthodes de contrôle non destructif en termes de technologie , elle diverge avec les méthodes traditionnelles dans le but qu'il y est l'automatisation et le contrôle continu, en temps réel, de la structure en service, avec un minimum d'intervention humaine.

Dans ce mémoire nous nous focalisons sur les méthodes vibratoires pour la localisation d'endommagements, la définition d'endommagement sera alors limitée aux changements des propriétés physiques de la structure.

Ce travail sera partagé en quatre chapitres :

Chapitre I : il est subdivisé en deux parti, nous allons présenter en premier lieu l'utilisation de la méthode des éléments finis sur une barre, une poutre, un treillis, et enfin un portique. En deuxième lieu nous allons faire un rappel sur la dynamique des structures.

Chapitre II : cette partie du mémoire est consacré pour une recherche bibliographique la où on a essayé de balayer la plupart des méthodes de détection d'endommagement basée sur des donnée vibratoire.

Chapitre III : cette partie est attribuée à la détection des paramètres modaux par l'utilisation de la méthode de transmissibilité sur des poutres sous différentes conditions aux limites.

Chapitre VI : nous avons consacré cette partie pour l'application de la méthode de transmissibilité pour la détection d'endommagement sur des poutre sous différentes conditions aux limites.

La méthode de transmissibilité détecte et localise efficacement t-elle l'endommagement dans des structures mécanique ?

I. Rappels sur la méthode des éléments finis

I.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous nous intéressons en premier lieu par un petit rappel sur la méthode des éléments finis, ensuite, nous terminons ce chapitre par des notions de base sur la dynamique des structures

I.2. Définition :[01]

Le calcul occupe une place importante dans l'industrie, grâce à ce dernier l'ingénieur peut tester plusieurs configurations pour optimiser le comportement d'un modèle, cela évite de multiplier les prototypes et les essais de tests réels. Et nous permet de réduire le cout et les délais de fabrication.

La méthode des éléments finis est une méthode de discrétisation et un des outils les plus efficaces et les plus généraux pour l'analyse des structures dans de nombreux secteurs de l'industrie.

Le principe de la méthode des éléments finis consiste à subdiviser la structure continue en sous-domaine de formes extrêmement simples appelées (élément finis), ce qui conduit à définir une approximation de la solution pour chacun des éléments constitutifs de la structure.

Il y'a plusieurs sortes de formulations d'éléments finis en mécanique des structures : en déplacement, en contraintes.

Dans la méthode des éléments finis, on distingue trois aspects :

- La discrétisation de la structure en éléments.

- Le choix d'une approximation pour chaque élément.

- Le choix des coordonnées physique [déplacements nodaux] pour chaque élément.

En dynamique, la méthode la plus utilisée est celle basé sur une discrétisation spatiale par éléments finis de type déplacements, qui permettent l'étude du comportement de la structure en connaissance des déplacements aux nœuds. On peut mettre en évidence les étapes de calcul comme suit :

- La discrétisation spatiale du domaine en éléments finis.
- La formulation au niveau de l'élément.

- La formulation globale après assemblage.

I.2.1. La discrétisation en élément finis : [02]

Nous subdivisons la structure ou le milieu continu à étudier en éléments finis de forme de géométrie simple, de manière à approximer le mieux possible sa géométrie.

I.2.2. L'approximation nodale de chaque élément

Pour chaque élément, on choisit une fonction d'interpolation qui représente la variation des déplacements au sein de cet élément. $U(x, y, z)$à l'intérieur de cet élément en termes de déplacement nodaux U^e.se modèle peut être représenté par une expression polynomiale suivante:

$$U(x, y, z) = N^t . U^e \tag{1}$$

Avec :

N : fonction de forme.

U : déplacement d'un point, peut comporter jusqu'à trois composantes : u, v, w selon les axes : x, y, z.

Nous avons donc :

$$U = a_1 + a_2 . x = <1 \quad x> \binom{a_1}{a_2}$$

$$V = a_3 + a_4 . y = <1 \quad y> \binom{a_3}{a_4}$$

$$W = a_5 + a_6 . Z = <1 \quad z> \binom{a_5}{a_6}$$

I.2.3. Rappels sur l'énergie de déformation

L'expression générale de l'énergie de déformation d'un élément s'écrit comme suit :

$$U = 1/2 \int_{\tau} \varepsilon . \sigma . d\sigma \tag{2}$$

Par dérivation, l'équation (1) devient :

$$\{\varepsilon\} = [B] . \{U\} \tag{3}$$

Dans la mesure où il n'ya pas de contraintes initiales, les contraintes et les déformations sont reliées par :

$$\sigma = D . \mathcal{E} \tag{4}$$

OuD est une matrice carrée symétrique dont les termes dépend des caractéristiques mécaniques des matériaux, en général le module de Young$E$ et le coefficient de poisson υ.

En remplaçant les deux équations (3) et (4) dans (2) ; l'équation de l'énergie de déformation devient :

$$U = \frac{1}{2} \int \ (B.U^e)\ ^t.D.B.U^e \ d\tau.$$

$$U = 1/2.\{U^e\}^t.[\int B^t.D.B.d\tau].[U^e]$$

$$U = \frac{1}{2}\{U^e\}^t.K^e \ .\{U^e\} \qquad (5)$$

K^e : la matrice de raideur de l'élément considéré.

I.2.4. Rappel sur l'énergie cinétique

Nous avons :

$$T = \ \frac{1}{2} \int \rho \ V \ d\tau \qquad (6)$$

Avec ; ρ :la masse volumique du matériau.

$$V = \ N.U^e \qquad (7)$$

$$T = \frac{1}{2} \int N.U^e.\rho. \ (N.U^e)^t$$

$$T = \frac{1}{2} U^e \ [\int N^t.\rho.N.d\tau.$$

d'où :

$$M^e = \ \int N^t.\rho.N.d\tau \qquad (8)$$

U^e : la matrice de masse de l'élément considéré.

I.3. Etudes des portiques :[02]

I.3.1. Définition

Une structure portique est constituée de poutres reliées entre elles. Les éléments portique travaillent en flexion, traction et torsion. Ils sont modélisés par des poutres tridimensionnelles.

I.3.2. Calcul des matrices de masse et de raideur

L'analyse des structures portiques s'effectue d'abord comme étant des poutres indépendamment ensuite en assemblant ces parties de telle façon que l'équilibre des forces et la compatibilité des déplacements soient satisfaits pour chaque élément.

I.3.3. Matrices élémentaires dans le plan 2D

Les matrices élémentaires pour un élément poutre dans le plan sont formulées dans le tableau suivant (voir annexe B) :

D'où I_0 : le moment d'inertie polaire.

	Matrice de raideur Ke	Matrice de masse Me
Traction	$K^e = \frac{E.A}{L}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$	$M^e = \frac{\rho.A.L}{6}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$
Torsion	$K^e = G.I_0/L\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$	$M^e = \frac{\rho I_0 L}{6}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$
Flexion (x- y)	$K^e = \begin{bmatrix} \frac{12EI_z}{l^3} & \frac{6EI_z}{l^2} & \frac{-12EI_z}{l^3} & \frac{6EI_z}{l^2} \\ \frac{6EI_z}{l^2} & \frac{4EI_z}{l} & \frac{-6EI_z}{l^2} & \frac{2EI_z}{l} \\ \frac{-12EI_z}{l^2} & \frac{-6EI_z}{l^2} & \frac{12EI_z}{l^3} & \frac{-6EI_z}{l^2} \\ \frac{6EI_z}{l^2} & \frac{2EI_z}{l} & \frac{-6EI_z}{l^2} & \frac{4EI_z}{l} \end{bmatrix}$	$M^e = \frac{\rho Al}{420}\begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l^2 & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix}$
Flexion (x- z)	$K^e = \begin{bmatrix} \frac{12EI_y}{l^3} & \frac{6EI_y}{l^2} & \frac{-12EI_y}{l^3} & \frac{6EI_y}{l^2} \\ \frac{6EI_y}{l^2} & \frac{4EI_y}{l} & \frac{-6EI_y}{l^2} & \frac{2EI_y}{l} \\ \frac{-12EI_y}{l^2} & \frac{-6EI_y}{l^2} & \frac{12EI_y}{l^3} & \frac{-6EI_y}{l^2} \\ \frac{6EI_y}{l^2} & \frac{2EI_y}{l} & \frac{-6EI_y}{l^2} & \frac{4EI_y}{l} \end{bmatrix}$	$M^e = \frac{\rho Al}{420}\begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l^2 & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix}$

Matrice élémentaire d'un élément poutre dans le plan en différentes sollicitations.

I.3.4. Matrice élémentaire tridimensionnelle :

a) Dans le plan local

Considérons l'élément poutre tridimensionnelle, l'axe x de la poutre coïncide avec son axe neutre.

Les axes y et z sont choisis de telle sorte que les plans $(x-y)$ et $(x-\ z)$ soient les plans principaux de la flexion.

Soient u_1, v_1 et w_1 les déplacements au nœud1 ;$\theta_x,\ \theta_y$ et θ_z sont les rotations autour de x, y, z au nœud 1.

Le vecteur de force est :

$$F^e = \{F_{x1} \quad F_{y1} \quad F_{z1} \quad M_{x1} \quad M_{y1} \quad M_{z1} \quad F_{x2} \quad F_{y2} \quad F_{z2} \quad M_{x2} \quad M_{y2} \quad M_{z2}]$$

Le vecteur de déplacement est :

$$U^e = \{u_1 \quad v_1 \quad w_1 \quad \theta_{x1} \quad \theta_{y1} \quad \theta_{z1} \quad u_2 \quad v_2 \quad w_2 \quad \theta_{x2} \quad \theta_{y2} \quad \theta_{z2}]$$

Comme les matrices de masse et de raideur d'une poutre tridimensionnelle est la superposition de quatre éléments dont les matrices de raideur et de masse ont été déjà déterminées dans le tableau (03).

La matrice de raideur :

$$K^e = \begin{bmatrix}
\frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{l^2} & 0 & \frac{-12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{l^2} \\
0 & 0 & \frac{12EI_y}{l^3} & 0 & \frac{-6EI_y}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{-12EI_y}{l^3} & 0 & \frac{-6EI_y}{l^2} & 0 \\
0 & 0 & 0 & \frac{GI_0}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-GI_0}{l} & 0 & 0 \\
0 & 0 & \frac{-6EI_y}{l^2} & 0 & \frac{4EI_y}{l} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & 0 & \frac{2EI_y}{l} & 0 \\
0 & \frac{6EI_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{l} & 0 & \frac{-6EI_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{l} \\
\frac{-EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{-12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{-6EI_z}{l^2} & 0 & \frac{12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{-6EI_z}{l^2} \\
0 & 0 & \frac{-12EI_y}{l^3} & 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_y}{l^3} & 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & 0 \\
0 & 0 & 0 & \frac{-GI_0}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GI_0}{l} & 0 & 0 \\
0 & 0 & \frac{-6EI_y}{l^2} & 0 & \frac{2EI_y}{l} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & 0 & \frac{4EI_y}{l} & 0 \\
0 & \frac{6EI_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{l} & 0 & \frac{-6EI_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{l}
\end{bmatrix}$$

La matrice de masse :

$$M^e = \frac{\rho A l}{420}\begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 0 & 0 & 0 & 22l & 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & -13l \\ 0 & 0 & 156 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 54 & 0 & 13l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{140I_0}{A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{70I_0}{A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -22l & 0 & 4l^2 & 0 & 0 & 0 & -13l & 0 & -3l^2 & 0 \\ 0 & 22l & 0 & 0 & 0 & 4l^2 & 0 & 13l & 0 & 0 & 0 & -3l^2 \\ 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & 13l & 0 & 156 & 0 & 0 & 0 & -22l \\ 0 & 0 & 54 & 0 & -13l & 0 & 0 & 0 & 156 & 0 & 22l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{70I_0}{A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{140I_0}{A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 13l & 0 & -3l^2 & 0 & 0 & 0 & 22l & 0 & 4l^2 & 0 \\ 0 & -13l & 0 & 0 & 0 & -3l^2 & 0 & -22l & 0 & 0 & 0 & 4l^2 \end{bmatrix}$$

b) Dans le repère global

La matrice de transformation de base permettant le passage du repère local au repère global est donnée comme suit :

$$p = \begin{bmatrix} Z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z \end{bmatrix} \text{tel que : } Z = \begin{bmatrix} c_X & y_X & z_X \\ c_y & y_y & z_y \\ c_z & y_z & z_z \end{bmatrix}$$

Avec Z, la matrice des cosinus directeurs ox, oy, oz par rapport au système d'axes globaux (o, x, y, z). Le vecteur c_i, y_i et z_i représente les cosinus directeurs de la direction i par rapport au système d'axes globaux. On obtient alors :

$$K^e = p^t K^e p.$$

$$M^e = p^t M^e p.$$

I.4. Rappels sur la dynamique des structures :

I.4.1. Introduction

Dans cette partie, on s'intéresse sur des notions de base des vibrations, en commençant par l'étude des systèmes linéaires à un degré de liberté, ensuite, nous élargissons le champ à l'étude des systèmes à N degré de liberté.

I.4.2. Etude des systèmes à un degré de liberté :

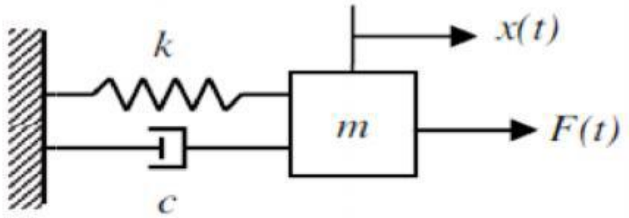


Figure I.1. Système vibratoire à un ddl

Le système à un degré de liberté constitue le modèle de vibration le plus élémentaire, mais il est à la base de compréhension des systèmes à plusieurs degrés de liberté. La modélisation d'un tel système se fait par la caractérisation de ses éléments constitutifs qui sont : une masse m (corps rigide), un ressort k (élément élastique), et un amortisseur c (élément dissipatif).

L'équation de mouvement d'un système à un degré de liberté dans le cas général est donnée par :

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + K\,x = F(t) \quad (9)$$

1.4.2.1. Système libre non amorti :

Le régime libre décrit le comportement d'un système après un lâcher initial, sans appliquer une énergie ultérieure par une force extérieure. Dans ce cas qui est conservatif l'équation du mouvement est :

$$M\ddot{x}(t) + K\,x(t) = 0 \quad (10)$$

Sa solution sera de la forme :

$$x(t) = A\cos(w_0 t) + B\sin(w_0 t) \quad (11)$$

Avec $w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$: la pulsation propre du système.

1.4.2.2. Système libre amorti :

L'équation du mouvement de ce système est :

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = 0. \tag{12}$$

La résolution de cette équation revient à résoudre une équation différentielle homogène à coefficients constants. En divisant les termes de cette équation par m, elle deviendra :

$$\ddot{x} + 2\lambda\,\dot{x} + w_0^2 = 0 \tag{13}$$

Avec$\lambda = \frac{c}{2m}$ est le coefficient d'amortissement. On définit aussi le facteur d'amortissement par : $\xi = \frac{\lambda}{w0}$.

La solution est de la forme :

$$x(t) = A\,e^{rt}\,. \tag{14}$$

Son équation caractéristique,

$$r^2 + 2\,\lambda\,r + w_0^2 = 0 \tag{15}$$

Dépend de la valeur de la valeur de ξ, qui peut prendre trois valeurs $\xi < 1$, $\xi = 1$ ou $\xi > 1$.

a) Cas sous-amorti (sous –critique) : $\xi < 1$

Les racines de l'équation caractéristique sont complexes

$r_{1,2} = -\xi \pm jw_0\sqrt{(1-\xi^2)}$Et le déplacement n'est plus périodique, En remplaçant r_1 et $r_2$par leurs valeurs dans l'équation (I.2.6), on obtient :

$$x(t) = e - \xi w_0 t\, [A\cos(w_0\sqrt{1-\xi^2 t}) + B\sin(w_0\sqrt{1-\xi^2 t})] \tag{16}$$

A et B sont à déterminer par les conditions initiales de déplacement et de vitesse.

b) Cas sur – amorti(sur – critique) : $\xi > 1$

Dans ce cas les racines de l'équation caractéristique sont réelles : $r_{1,2} = -\xi \pm w_0\sqrt{\xi^2 - 1}$: la solution de l'équation différentielle du mouvement est :

$$x(t) = A\, e^{r1t} + B\, e^{r2t}. \tag{17}$$

c) Cas critique $\xi = 1$:

L'équation aura une racine double : $r_1 = r_2 = -\xi\ w = -w_0$, et la solution de l'équation est :

$$x(t) = (A_1 + A_2 t)\, e^{-w_\circ t} \tag{18}$$

Mouvement forcé (force harmonique) :

Dans ce cas le second membre de l'équation différentielle n'est pas nul. La solution générale est la somme de la solution du mouvement libre et une solution particulièrede l'équation. Assez souvent nous nous intéressons qu'au mouvement en régime permanent. C'est-à-dire nous prendrons en compte que la solution particulière.

Prenons une force sinusoïdale appliquée à la masse m :

$$F(t) = f_0 \sin(wt). \tag{19}$$

w : est la pulsation de la force d'excitation.

D'où la solution est sous forme : $x(t) = x_H(t) + x_P(t)$.

Et comme nous avons cité en haut, nous prendrons en compte que la solution particulière ($x_p(t)$), qui est sous forme :

$$x_P(t) = A\sin(w\,t + Q) \tag{20}$$

Avec Q : déphasage de la réponse par rapport à l'excitation.

D'où

$$Q = \operatorname{atan}\left|\frac{2\,\alpha\, w_0 w}{w_0^2 - w^{é}}\right| \quad (21)$$

Et

$$A = F_0/m \frac{1}{\sqrt{(w_0^2 - w^2)^2 + (2\alpha\, w_0 w^2)^2}} \quad (22)$$

I.4.3. Etude des systèmes à n degré de liberté :

Dans cette partie, nous allons présenter la méthode des résolutions des systèmes non amortis à n degrés de liberté, le système d'équations différentielles de mouvement peut se mettre sous forme matricielle suivante :

$$[K]\{x\} + [C]\{\dot{x}\} + [M]\{\ddot{x}\} = \{0\} \quad (23)$$

Dans le cas d'un système libre non amorti, l'équation (I.2.15) devient :

$$[K]\{x\} + [M]\{\ddot{x}\} = \{0\} \quad (24)$$

La solution de l'équation (I.2.16) est sous forme :

$$x\{t\} = \{X\}\, e^{jwt} \quad (25)$$

En remplaçant l'expression (I.2.17) et sa deuxième dérivée seconde dans l'équation du mouvement, on aura :

$$[K - w^2 M]\,\{X\} e^{jwt} = 0 \quad (26)$$

En simplifiant par e^{jwt} la solution (I.2.18) devient :

$$[K - w^2 M]\,\{X\} = 0 \quad (27)$$

L'équation (I.2.19) est un problème aux valeurs propres. L'équation caractéristique est sous forme :

$$det\,[(K) - w^2(M)] = 0 \quad (28)$$

Vu que le système à n degré de liberté, cette équation nous donne (i) valeurs propres w_i, à chaque pulsation w_i correspond0104b un mode propre {X}. En remplaçant w_i dans l'équation (I.2.20), la solution associée à w_i est :

$$\{x\} = \{X\} \, cos\,(wi\,t + Qi). \tag{29}$$

I.4.4. Réponse fréquentielle

Les endommagements modifier les caractéristiques dynamiques d'une structure. Elle est caractérisée par des changements dans les paramètres modaux, c'est à dire les fréquences modales, l'amortissement des valeurs et le mode de formes associées, à chaque fréquence modale.

Les changements se produisent également dans certains des paramètres structuraux, tels que la masse, l'amortissement, la raideur et des matrices de flexibilité de la structure.

Les équations du mouvement d'une structure à N degrés de liberté et les coefficients d'amortissement visqueux peuvent être exprimées en :

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [D]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = F(t)(1) \tag{30}$$

Où$[M]$,$[D]$ et $[K]$ représente $n * n$ masse, amortissement, et la matrices de rigidité.

Si nous supposons une entrée harmonique, la force extérieure et le déplacement peut être exprimé comme :$f(t) = \{F(\omega)\}e^{j\omega t}$ et$x(t) = \{x(\omega)\}e^{j\omega t}$.

En substituant ces équations dans l'équation(1) on aura :

$$[-\omega^2[M] + j\omega[D] + [K]\{X(t)\}]e^{j\omega t} = \{F(\omega)\}e^{j\omega t}\,(2) \tag{31}$$

De l'équation ci-dessus, la matrice de FRF,$[H(\omega)]$ est définie comme :

$$[H(\omega)] = (-\omega^2[M] + j\omega[D] + [K])^{-1}(3) \tag{32}$$

Dans l'équation (3), si l'amortissement est négligé, la matrice FRF peut être exprimer comme:

$$[H(\omega)] = (-\omega^2[M] + [K])^{-1}(4) \tag{33}$$

II. 1-Introduction :

Les fissures dans les éléments constituants d’une structure mécanique, ou la dégradation de leurs caractéristiques mécaniques souvent appelées endommagements peuvent être à l’origine d’une défaillance catastrophique de la structure. Développer de méthodes précises et efficaces pour l’identification de la fissure et la prédiction du comportement dynamique de la structure est devenue un sujet de grande importance de la communauté scientifique notamment dans les deux dernières décades.

Dansce chapitre nous allons essayer de présenter certaines méthodes de détectiond’endommagement.

II. 2. L’endommagement des structures :

Unestructure mécanique soumise à des chargements dynamiques peut subir selon la nature des sollicitations de grandes variations dans son comportement allant de la phase de déformation plastique jusqu’à la rupture en passant par l’endommagement. La présence de ce dernier entraine une dégradation des propriétés mécaniques du matériau. Par conséquent, pour détecter toute dégradation d’un ou plusieurs éléments d’une structure et éviter ses répercussions probablement catastrophiques sur l’intégrité de la structure, le contrôle de la santé des structures est devenu une nécessité pour s’assurer le bon fonctionnement et une durée de vie la plus longue possible de la structure.

II. 3.Détection d’endommagement :

II. 3.1. Méthodes de contrôle non destructif :

Le contrôle non destructif (CND) est un ensemble de méthodes qui permet de contrôler l’état d’intégrité de la structure industrielles, sans les dégrader. Parmi les techniques les plus connues de ce type nous pouvons citer :

Les contrôles par rayon X.

Les techniques à base d’ultrasons.

Les courants de corrosion.

Les émissions acoustiques…etc.

II. 3.2 Surveillance de l'état de la structure :

Les méthodes de détection de l'endommagement ont contribué au développement de la SHM (Structural Health Monitoring). L'endommagement de la structure peut être défini comme un changement introduit au système, qui influence sur ses performances (Doelbling et al.)

Un système de classification de détection de l'endommagement a été donné par Rytter qui inclut 4 niveaux :

- Niveau 1 : détermination de l'existence de l'endommagement dans la structure.
- Niveau 2 : localisation de l'endommagement.
- Niveau 3 : quantification de la sévérité de l'endommagement.
- Niveau 4 : prédiction de la durée de vie résiduelle.

Saadat et all**[3]** ont classé en deux types les méthodes de détection d'endommagement en fonction de leur aptitude et niveau de détection : méthodes globales et méthodes locales.

Les méthodes globales indiquent simplement la présence de l'endommagement alors que les méthodes locales vont jusqu'à sa localisation. Les méthodes globales tentent d'évaluer la condition de toute la structure contrairement aux méthodes locales qui mettent au point des instruments non destructifs pour tous les éléments constitutifs de la structure. En conséquence, les méthodes globales peuvent être utilisées de manière continue ou bien intermittente pour la surveillance de la santé des structures en amont alors que les méthodes locales sont utilisées en aval pour détecter, localiser et caractériser l'endommagement plus exactement.

Lee et all**[4]** résument les différents types méthodes de détection d'endommagement en les catégories suivantes :

- Méthodes utilisant la variation des paramètres modaux : changement en fréquences naturelles et déformée des modes propres.
- Méthode des matrices basées sur la matrice de raideur ou la variation de flexibilité.
- Méthodes basées sur le changement de la fonction de la réponse fréquentielle (FRF).

II. 3.3Méthodes basées sur des données vibratoires

II. 3.3.1Méthode par changement de déformées propres :

Un indicateur pour explorer l'information modale spatiale a été développé durant les dernières décennies **[5].**

Les déformées propres sont les descriptions des amplitudes à chacune des fréquences de résonnance, grâce à l'investigation qu'a proposé West**[6],** on peut faire une corrélation entre les déformées propres d'une structure saine et une autre endommagée sans passer par la méthode des éléments finis et ceux en utilisant le MAC (Modal Assurance Criterion).

Pour l'identification des coordonnées ou un ensemble de deux vecteurs propres qui ne se correspondent pas Lieven et Ewin**[7]** ont utilisé un critère appelé COMAC (Coordinate Modal Assurance Criterion).

Ratcliffe a proposé une méthode de détection d'endommagement basée seulement sur les déformées propres. La localisation peut être effectuée à partir d'une approximation aux différences finis de l'opérateur Laplacien aux vecteurs propres.

Contrairement aux fréquences, l'estimation des déformées propres requiert la mesure dans chacun des points, posant des difficultés pratique dues au nombre limités de capteurs et à la capacité d'avoir une mesure fiable. En plus, l'estimation des vecteurs propres à partir de la réponse fréquentielle peut devenir problématique quand la structure à une configuration complexe.

II. 3.3.2Méthode basée sur les variations matrices de flexibilités modales :

Pour la localisation et la quantification des endommagements, Li et all **[8]** ont mis une approche basée sur le changement de la matrice de flexibilité modale généralisée. Cette dernière réduit l'effet de troncature des modes d'ordre supérieur par rapport à l'approche non généralisée.

Reynders et all **[9]**ont proposé une méthode basée sur la flexibilité quasi-statique, la matrice de flexibilité modale est combinée avec des forces virtuelles qui causent des contraintes non nulles sur des parties de la structure, d'où le changement de raideur.

La variation de flexibilité modale a été utilisée par Kazemi et all **[10]** pour détecter les endommagements sur des plaques minces. L'indicateur d'endommagement est formulé à partir de la matrice de flexibilité modale et des équations différentielles de variation des efforts.

II. 3.3.3Méthode par changement de fréquence :

De tous les paramètres dynamiques, les fréquences naturelles sont les plus faciles à mesurer. L'inspection de changement de fréquences naturelles pour la détection d'endommagement était l'approche majeure dans les méthodes basées sur les données vibratoires

L'investigation systématique de changement de fréquence dans la détection d'endommagement peut être attribuée à Adam et all**[11].** En partant du principe que le changement de raideur est indépendant de celui des fréquences, le rapport de changement de fréquence en deux modes est fonction seulement de la localisation de l'endommagement.

De tous les paramètres dynamiques, les fréquences naturelles restent les plus faciles à mesurer des paramètres dynamiques.

En utilisant le critère de Adams-Cawley sur la détection d'endommagement sur les poutres fissurées, Palacz et Kawaczuk**[12]** indiquent que le changement dans les deux premières fréquences avec succès la position et la profondeur de la fissure.

Cependant, comme mentionné par Doebling et all, et Friswell et Penny [**13].** L'identification de l'endommagement en utilisant le changement de fréquences naturelles seules à des limitations en pratique.

Armon et al. **[14]** ont proposé un classement par rang des modes en changement de fréquences pour détecter des fentes et des fissures dans une poutre, et ils ont démontré que la méthode est efficace même en prenant en considération les erreurs expérimentales et les incertitudes sur le modèle.

Nicholson et Alnefaie **[15]** ont introduit un autre paramètre sensible à l'endommagement nommé l'indice du moment modal (Modal Moment Index MMI), qui extrait des paramètres modaux expérimentaux. L'indice a un changement brusque à l'endroit de l'endommagementet peut servir à le quantifier.

En résolvant un problème inverse des trois premières fréquences naturelles, Chaudhari et Maiti **[16]** ont utilisé la technique Frobenius qui gouverne des équations différentielles, et ont obtenu ainsi la localisation du défaut par une approche semi-numérique, tandis que Chinchlkar **[17]** a fait recours à la méthode des éléments finis pour modéliser une modification du premier ordre du problème aux valeurs propres.

D'autres auteurs ont pris les fréquences d'antirésonance dans un modèle éléments finis pour détecter les endommagements.

Moser et al ont étudié l'effet des conditions environnantes sur le changement de fréquences naturelles, ils ont, de la sorte, pu rendre les fréquences naturelles plus efficaces dans la détection d'endommagement.

II. 3.3.4Méthode par changement de réponse fréquentielle (FRF) :

Les réponses fréquentielles sont très utilisées dans la dynamique des structures et l'identification des systèmes mécaniques, elles décrivent ainsi le domaine fréquentielle d'un système, vecteurs propres, coefficients d'amortissement et vérifier les matrices de messes et de raideurs.

Plusieurs méthodes de détection d'endommagement basées sur l'évaluation des paramètres modaux sont reliées, directement ou indirectement, à la FRF. Cela implique que l'information contenue dans les données FRF, peut être directement utilisée pour détecter l'endommagement.

Wang et all **[18]** ont utilisé les données FRF en développant un algorithme pour localiser et quantifier le défaut, le vecteur d'endommagement est calculé à partir des perturbations dans les équations de la FRF.

Mottershead et al.**[19]** ont exploré la possibilité de détection d'endommagement, en utilisant des équations FRF rationnelles, basée sur l'observation que l'endommagement peut augmenter le comportement non-linéaire d'une structure.

Vanhoenacker et all **[20]** ont développé des techniques pour extraire les distorsions des données FRF pour localiser et quantifier les défauts.

Kirmsher **[17]** a illustré les effets des fissures sur la repense structurale à travers de simples réductions des sections du modèle en utilisant des méthodes énergétiques.

Lifshitz et Rotem**[21]** ont proposé l'utilisation des mesures vibratoires comme une méthode de détection d'endommagement. Ils ont observé une variation des amplitudes dynamiques, qui pourraient être en relation avec les variations des fréquences, pour indiquer l'endommagement.

En 2014, SC Mohan et DK Maiti **[16]** ont mis au point un algorithme d'optimisation PSO (Particle Swarm Optimisation) basé sur la FRF pour localiser et quantifier un défaut dans une structure avec différents types de défauts.

II. 3.3.6Méthode par l'énergie de déformation :

Yang et al **[22]** ont utilisé la propriété de l'invariance d'énergie de déformation modale élémentaire pour localiser l'endommagement. Dans cette méthode, l'énergie de déformation modale est décomposée en deux parties qui définissent deux indicateurs d'endommagement.

Le premier est le rapport de changement d'énergie de déformation modale de compression et le second représente le rapport de changement d'énergie modale de torsion. L'énergie de déformation modale a été obtenue par des formes modales incomplètes et des matrices de raideur élémentaire. Plusieurs cas d'endommagement ont été simulés sur une plate-forme pétrolière offshore. D'après les résultats obtenus, les auteurs ont montré l'efficacité et la précision de la méthode dans la détection d'endommagement sur des structures complexes.

Brehm et al **[23]** ont pu localiser et quantifier l'endommagement, en développant une approche basée sur un modèle purement mathématique enrichi par des informations physiques obtenues par un modèle numérique basée sur l'énergie de déformation modale.

Afin de localiser et de quantifier des endommagements sur des poutres, sous différentes conditions aux limites, Dixit et al **[24]** ont obtenu des résultats expérimentaux qui démontrent la robustesse de leur approche en présentant une méthode basée sur l'énergie de déformation modale obtenue à partir des fréquences naturelles et des déformées propres correspondantes

II. 3.3.7Méthode de recalage des matrices de masse de raideur :

La méthode de recalage basée sur la notion de l'erreur en relation de comportement, cependant, l'évaluation de la qualité des prédictions se fait par le calcul de l'erreur globale, si cette dernière est supérieure à l'erreur spécifiée par l'utilisateur, le processus itératif du recalage paramétrique est enclenché en deux étapes :

a) Etape de Localisation

Cette étape permet de localiser les zones présentant des défauts dominants au niveau de la modélisation initiale. Ces régions sont supposées responsables de l'écart entre lesprédictions et le comportement réel de la structure, elles sont détectées en utilisant les erreurs locales élémentaires.

b) Etape de Correction

Dans cette étape un processus d'optimisation paramétrique cherche à minimiser la fonction objective, en corrigeant les paramètres de conception des seules régions décelées dans l'étape de localisation. Après chaque itération, l'erreur globale est recalculée. En cas de résultats non satisfaisants, on recommence l'opération autant de fois que nécessaire. Le processus itératif s'arrête lorsque le niveau toléré d'erreur défini par l'utilisateur est atteint.

Fritzen et al[43] ont étudié la possibilité de modélisation des erreurs et leurs influences pour l'exactitude de la localisation des défauts et ont présenté une approche pour des résultats plus fiables. Un intérêt particulier est porté à la sélection du paramètre pour traiter les équations de la sensibilité inverse mal posées.

Zang et Imregum[44] ont discuté sur La technique de recalage du modèle basé sur la sensibilité pour détecter et localiser des défauts d'une structure. Hamez et Farhat[45] ont utilisé la repense fréquentielle pour le recalage du modèle. Un ensemble de d'équations linéaires basé sur la corrélation de la forme globale. Une procédure de l'élimination itérative a été rendu effective pour l'emplacement de défaut. Les résultats ont indiqué que la méthode de recalage basé sur la sensibilité proposée qui utilise les données de la repense fréquentielles incomplète pourrait non seulement détecter, mais quantifier l'endommagement structural.

Bouazzouni et al [45] ont proposé une technique des conditions aux limites artificielle pour fournir une base de données plus riches, pour le recalage du modèle. Il a été montré que les fonctions de la repense fréquentielle pour la structures sous une variété de conditions aux limites sont disponibles son aucune modification physique réelle des conditions aux limites, d'où le terme conditions aux limites artificielles. Cette technique a pu procurer potentiellement une base de connaissances plus riches de la structure.

II. 3.3.8. la méthode de transmissibilité :[25]

Analyse modale opérationnelle utilise uniquement des signaux de sortie pourextraire les paramètres dynamiques structurelles et, par conséquent, de déterminer la phase structurelle. En ce sens,dans l'analyse modale opérationnelle, transmissibilité a attiré beaucoup d'attention dans le domaine scientifique dans ladernière décennie, bien que de nombreuses méthodes SHM à base transmissibilité pour une identification desdommages ont été mis au point, aucune méthode systématique n'a été soulevée. La précision dans la détection, la localisation et laquantification des dommages structurels est encore une question ouverte.. Motivé à éviter la mesure d'excitation eningénierie réelle, la conception de transmissibilité a été soulevée il y a des décennies, mais surtout à partir de la finde la vingtaine siècle, la recherche en plein essors sur la transmissibilité a été développé de manière intensive.

Différents types de transmissibilités ont été définis et développés, tels que :.

- Transmissibilité de mouvement.
- La puissance transmissibilité
- La transmissibilité directe.
- Le spectre de densité de puissance transmissibilité…….

Pour l'application de la transmissibilité, la recherche peut être divisée en plusieurs directions: analyse modale devibration, SHM identification des dommages et autres, y compris des recherches multidisciplinaires.

- **Estimation de transmissibilité :**

Si nous prenons notre systèmelinéaire avec plusieurs degrés de liberté, l'équation d'équilibre dynamique s'écrit :

$$\mathrm{M}\,\ddot{x}+C\dot{x}+Kx=F(t) \qquad (01)$$

Où :

x : contient la réponse de chaque ddl.

M, C, K : sont les matrices de masse, d'amortissement et de rigidité du système

La transformée de Fourier ou de Laplace peuvent être utilisées pour résoudre l'équation différentielle ci-dessus pour calculer le déplacement, vitesse et l'accélération.

X_i et X_j : les amplitudes complexes des réponses du système.

ω : la fréquence

Pour pouvoir calculer n'importe quelle transmissibilité, nous pouvons utiliser plusieurs méthodes d'estimation, nous allons présenter quelles unes :

a) Méthode d'estimation de transmissibilité I :

En utilisant la FRF :

$$T_{(i,j)}(\omega)=\frac{X_i(\omega)}{X_j(\omega)}=\frac{X_i(\omega)/F_b(\omega)}{X_j(\omega)/F_b(\omega)}=\frac{H_{(i,b)}(\omega)}{H_{(j,b)}(\omega)} \tag{02}$$

Où :

b : le nœud d'excitation non corrélé

H : représente la FRF

b) Méthode d'estimation de transmissibilité II :

Cette autre méthode consiste à utiliser l'auto spectre automatique et croisée :

$$T_{(i,j)}(\omega)=\frac{X_i(\omega)}{X_j(\omega)}=\sqrt{\frac{X_i(\omega)X_i(\omega)}{X_j(\omega)X_i(\omega)}}=\sqrt{\frac{G_{i,i}(\omega)}{G_{j,j}(\omega)}} \tag{03}$$

Avec :

$$T_{(i,j)}(\omega)=\frac{X_i(\omega)}{X_j(\omega)}=\frac{X_i(\omega)X_i(\omega)}{X_j(\omega)X_i(\omega)}=\frac{G_{i,i}(\omega)}{G_{j,i}(\omega)} \tag{04}$$

D'où :

$$T_{(i,j)}(\omega)=\frac{X_i(\omega)}{X_j(\omega)}=\frac{X_i(\omega)X_j(\omega)}{X_j(\omega)X_j(\omega)}=\frac{G_{i,j}(\omega)}{G_{j,j}(\omega)} \tag{05}$$

G : désigne le spectre automatique ou croisée.

c) Procédé d'estimation de transmissibilité III :

Nous pouvons rappeler que dans le deuxième moyen d'estimation de la transmissibilité, les équations (04) et (05) estiment le facteur de transmission en prenant comme nœud de référence i ou j, cependant pour la comparaison des transmissibilités il est habituel de choisir un autre nœud de référence de sortie, par exemple P, dans l'estimation de transmissibilité. Ensuite, chaque transmissibilité peut être dérivée et notée.

$$T^{p}_{(i,j)}(\omega)=\frac{X_i(\omega)}{X_j(\omega)}=\frac{X_i(\omega)X_p(\omega)}{X_j(\omega)X_p(\omega)}=\frac{G_{i,p}(\omega)}{G_{j,p}(\omega)} \tag{06}$$

Si nous comparons l'équation (06) avec les équations (04) et (05), nous allons trouver que la seule différence est de savoir si le troisième point de référence appartient ou pas aux deux nœuds connu.

$$\lim_{s\to\lambda_\nu} T^{p}_{(i,j)}=\frac{\phi_{(i,\nu)}}{\phi_{(j,\nu)}} \tag{07}$$

$$\lim_{s\to\lambda_\nu}(T^{p_1}_{(i,j)}-T^{p_2}_{(i,j)})=\frac{\phi_{(i,\nu)}}{\phi_{(j,\nu)}}-\frac{\phi_{(i,\nu)}}{\phi_{(j,\nu)}}=0 \tag{08}$$

$$\Delta T^{P_1P_2}_{(i,j)}=T^{p_1}_{(i,j)}-T^{p_2}_{(i,j)} \tag{09}$$

$$\Delta^{-1}T^{P_1P_2}_{(i,j)}=\frac{1}{\Delta T^{P_1P_2}_{(i,j)}}=\frac{1}{T^{p_1}_{(i,j)}-T^{p_2}_{(i,j)}}=\frac{1}{\dfrac{G_{(i,P_1)}}{G_{(j,P_1)}}-\dfrac{G_{(i,P_2)}}{G_{(j,P_2)}}}=\frac{G_{(j,P_1)}G_{(j,P_2)}}{G_{(i,P_1)}G_{(j,P_2)}-G_{(i,P_2)}G_{(j,P_1)}} \tag{10}$$

III.1. Introduction

Analyse Modal Opérationnelle (OMA) est de plus en plus utilisé comme une technique expérimentale pour identifier les propriétés dynamiques de nombreux types de systèmes à grande échelle construits. Pour les structures industriellesen état de fonctionnement réel, il est parfois difficile, voire impossible de mesurer les forces d'excitation de sorte que certaines technique d'identification ont été conçues pour fonctionner uniquement sur des données de réponse.

Dans l'Analyse Opérationnelle Modal(OMA), il n'y a pas besoin de faire une hypothèse sur la nature de la force et par conséquent les fréquences de résonances sont reconnues, dans ce chapitre, une application d'analyse opérationnelle modal qui est appelée mesure de transmissibilité est censé être engagé pour trouver des fréquences de résonance.

L'analyse modale opérationnelle(OMA) est une technique complémentaire aux méthodes d'analyse modale traditionnelle.

III.1.1. Objectif :

Dans ce chapitre, tout d'abord nous allons discuter sur le concept de transmissibilité. Par la suite, nous allons transformer en la simulation. Nous avons utilisé un système mécanique à deux degré de liberté afin d'étudier l'applicabilité de la méthode, et sa sera suivi d'un système multiple degré de liberté

Méthode de recherche :

La technique(OMA) permet de tester des structures telles que les voitures en cours d'exécution, avions…etc., qui sont difficiles à excité par des forces extérieures, la technique présentée est une technique de décomposition en valeur singulier (SVD), dont la première étape consiste à estimer la matrice de transmissibilité. L'estimation de la transmissibilité est ensuite décomposée en prenant la décomposition en valeur singulier(SVD) de la matrice.$TR = Ui.Si.Vi.$

$$TR = Ui.Si.Vi. \qquad (01)$$

Logiciel MATLAB est utilisé durant notre travail.

III.2. Concept de la transmissibilité :

Dans le domaine de l'attention de l'identification des transmissibilités sera versée à l'utilisation des transmissibilités comme données de base pour déterminer les paramètresmodaux. Aucune hypothèse sur la nature de la force n'est faite, et la transmissibilitéestobtenue en prenant le rapport dans deux spectres de réponse, à savoir :

$$Tij = Xi / Xj \tag{02}$$

III.3. Etude de simulation : [26]

Une étude de simulation est effectuée en utilisant un système à 2 degré de liberté ainsi un système de poutre multi-degré de liberté sous différentes conditions aux limitestelle qu'une poutre encastré/libre, poutre encastré/encastré et enfin poutre appui.

Lesparamètres modaux pour les deux systèmes se trouvent grâce à des techniques de l'OMA, dans lequel la mesure de transmissibilité est la technique la plus dominante pour obtenir des paramètres modaux.

Logiciel MATLAB est utilisé pour effectuer la simulation.

III.3.1. Système à 02 degré de liberté : [26]

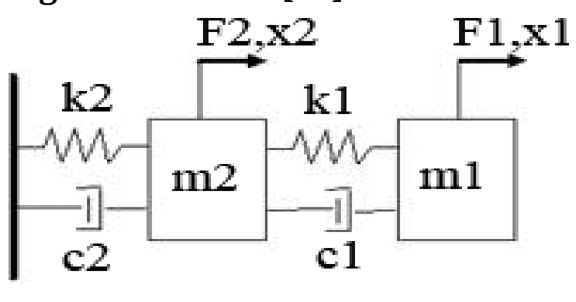


Figure (a) : système à 2 degré de liberté

La figure (III-1) montre un exemple d'un système à 2 ddl, nous partons du principe que X_1 et X_2 sont connus.

Détermination des paramètres modaux par la méthode de transmissibilité

D'après les équations de mouvements du système :

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} c_1 & -c_1 \\ -c_1 & c_1+c_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1+k_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} \tag{03}$$

En négligeons l'amortissement, on aura

$$(K - w^2 M)X = F \tag{04}$$

D'où :

$$X = (K - w^2 M)^{-1} \tag{05}$$

Avec X : fonction de réponse fréquentielle.

Avec :

$$H = (K - w^2 M)^{-1} \tag{06}$$

On a :

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} F_1^1 \\ 0 \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} \tag{07}$$

Supposons que nous avons deux mesures (1) et (2) :

Cas (1) : une seule force sur 1er ddl.

Cas (2) : une seule force sur 2^{éme} ddl.

Pour le cas (1), nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} F_1^1 \\ 0 \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} \tag{08}$$

Et pour le cas (2), nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ F_2^2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X_1^2 \\ X_2^2 \end{Bmatrix} \tag{09}$$

Nous pouvons maintenant définir les deux fonctions de transmissibilité comme suit :

$$Tij = \frac{X_i}{X_j} = \frac{H_{ik}}{H_{jk}} \tag{10}$$

Donc d'après les deux cas de mesure, on aura:

$$T_{12}^{1} = \frac{H_{11}}{H_{21}} \tag{11}$$

$$T_{12}^{2} = \frac{H_{12}}{H_{22}} \tag{12}$$

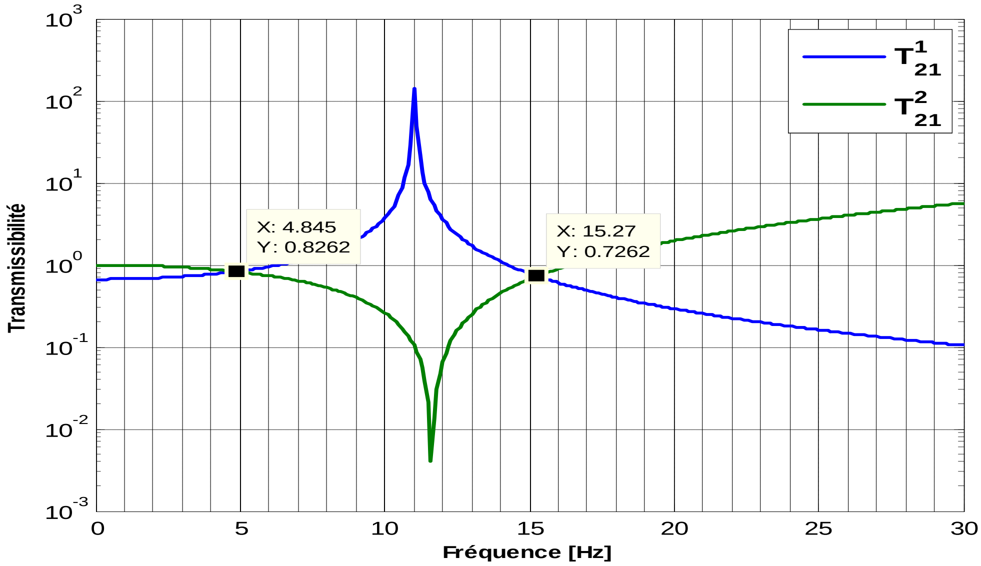
Par conséquent T_{12}^{1} est le facteur de transmission pour le cas (1), tandis que T_{12}^{2} est la transmissibilité pour le cas (2). La relation entre les transmissibilités et les (FRF) est obtenu directement à partir de l'équation (11) et (12).

Les transmissibilités se croisent les unes les autres à des fréquences de résonance comme l'indique la figure (01).

Afin d'extraire des fréquences de résonance avec une plus grande précision, nous introduisons la Décomposition en Valeur Singulières (SVD) pour la matrice de transmissibilité. Nous allons obtenir trois matrices distinctes après la décomposition. Nous créons la matrice de transmissibilité comme suit :

$$\begin{bmatrix} T_{12}^{1} & T_{12}^{2} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{13}$$

La matrice proposée est de rang 2, mais en cas de fréquence de résonance transmissibilité sont égales les unes aux autres de sorte que la matrice proposée est de rang un, dans ce cas, les éléments diagonaux de la deuxième matrice décomposée (nom de matrice S) sont proches de zéro, sauf pour le composant $S(1,1)$. Par conséquent, si nous traçons la composante inverse $S(2,2)$ en fonction de la fréquence, les pics de cette courbe indiquent des fréquences de résonance, ceci est démontré dans la figure (02).



Figure(01) : Fonction de transmissibilité

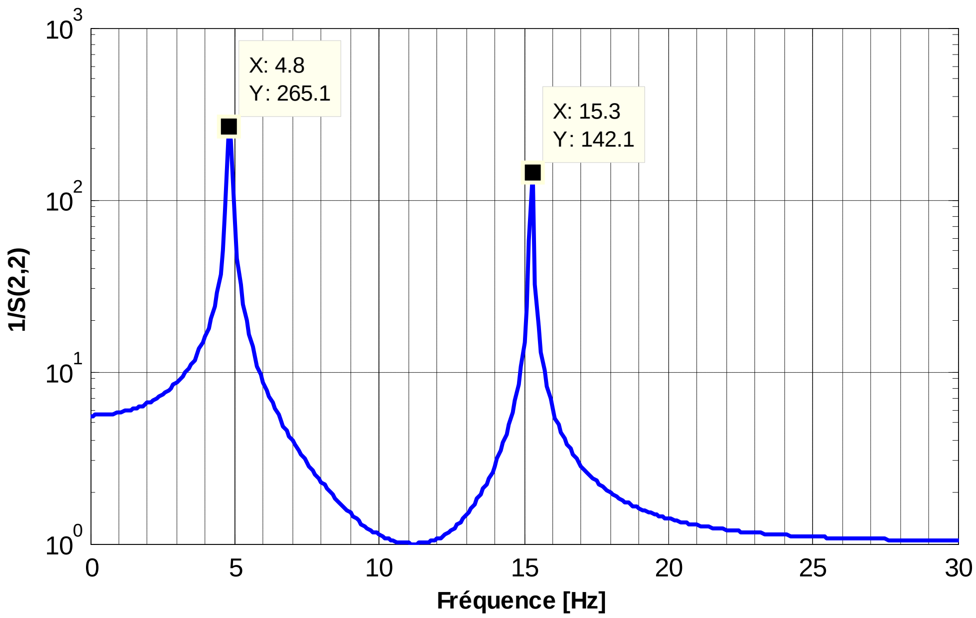


Figure (02) : la composante de l'inverse de S en fonction des fréquences.

D’où les fréquences de résonance estimées sont :

$$f1 = 4.843\ Hz$$

$$f2 = 15.27\ Hz$$

D’après les figures (01) et (02) :

$T121 = 0.8223$ et $T122 = 0.7262$

Donc ; les vecteurs modaux sont donnés par :

$$\Psi1 = [1 \quad 1.2161]$$

$$\Psi2 = [1 \quad 1.3770].$$

Comme on l’a vu, le résultat de la mesure pour système le plus simple, un système à 02 degré de liberté est acceptable. Si l’on regarde à travers les figure (01) et (02), nous découvrirons les fréquences de résonance de transmissibilité sont proches de la flexibilité calculée qui est sur la figure (03).

En suivant, nous allons étendre le degré de liberté à un système de multi degré de liberté tel qu’une poutre afin d’examiner si la transmissibilité est applicable pour tout système ou non.

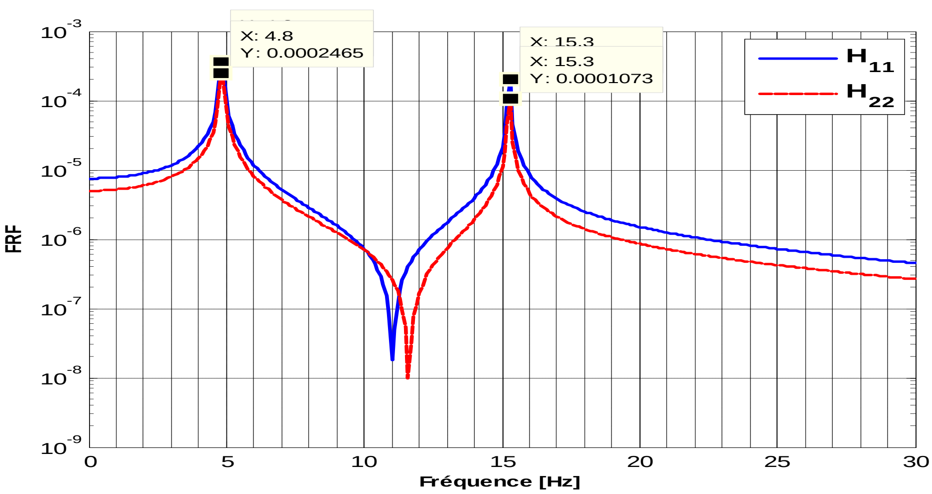


Figure (03) : calcul de la flexibilité

III.3.2. Système poutre encastré/libre [26]

Le procédé de l'OMA appliqué dans la section précédente est ensuite démontrée sur un système de poutre encastré/libre avec cinq éléments donc six nœuds dont deux degré de liberté pour chacun.

Pour la simulation, les paramètres suivants sont utilisés :Tapez une équation ici.

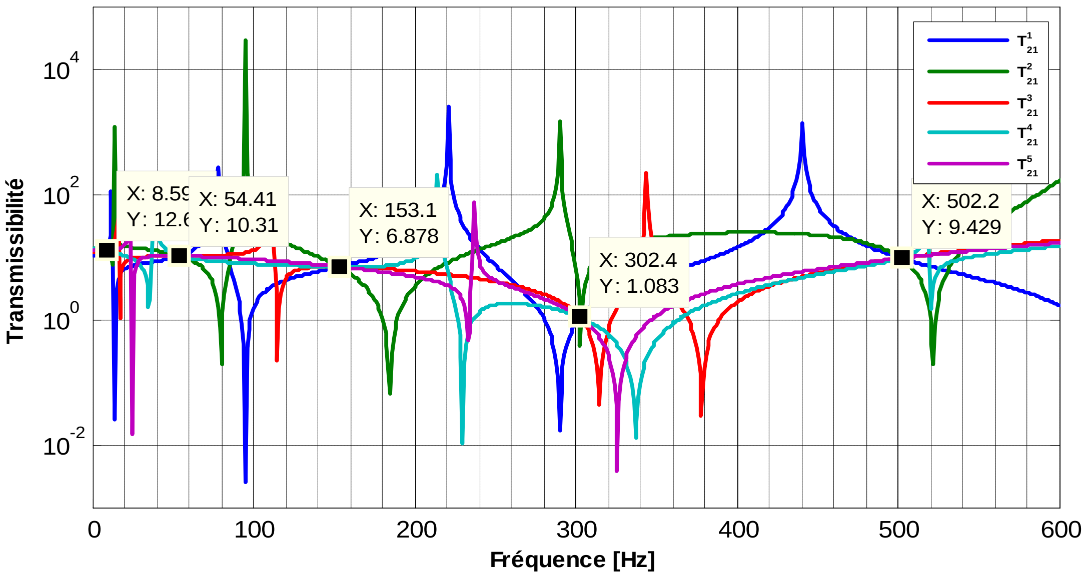
- La longueur : $L = 0.75\ m$, la largeur $w = 14 * 10^{-3}\ m$,

la hauteur $H = 6 * 10^{-3} m$, avec une masse volumique p $= 7850\ kg/m$ .et avec un module de Young$E = 200\ GPa$.

Avec ces paramètres, la première fréquence naturelle est de $f1 = 8.5841\ Hz$.

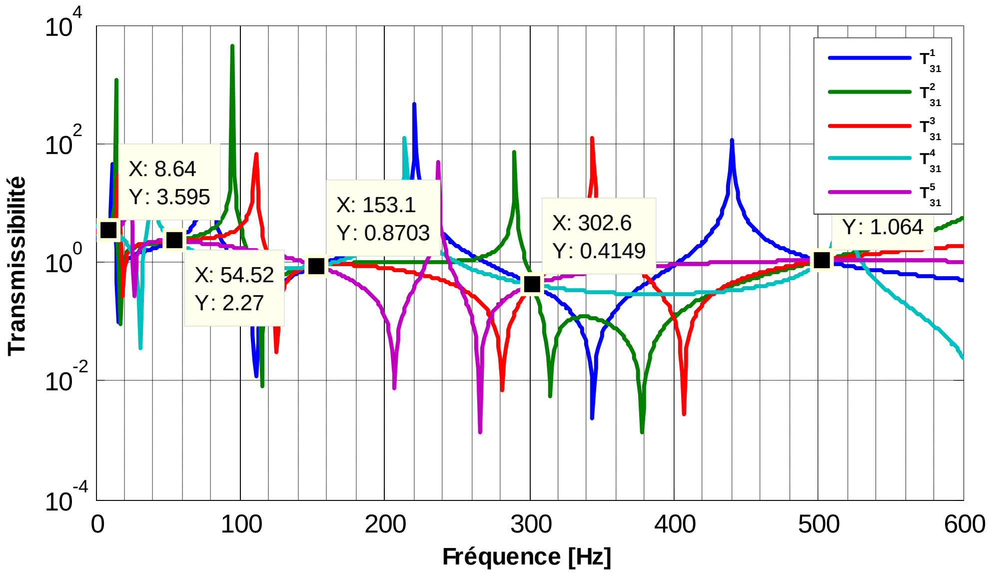
Nous prenons les cinq premiers modes en compte.

Fonction de transmissibilité estimées sont illustrés sur la figure (04), (05), (06), et la figure(07) :

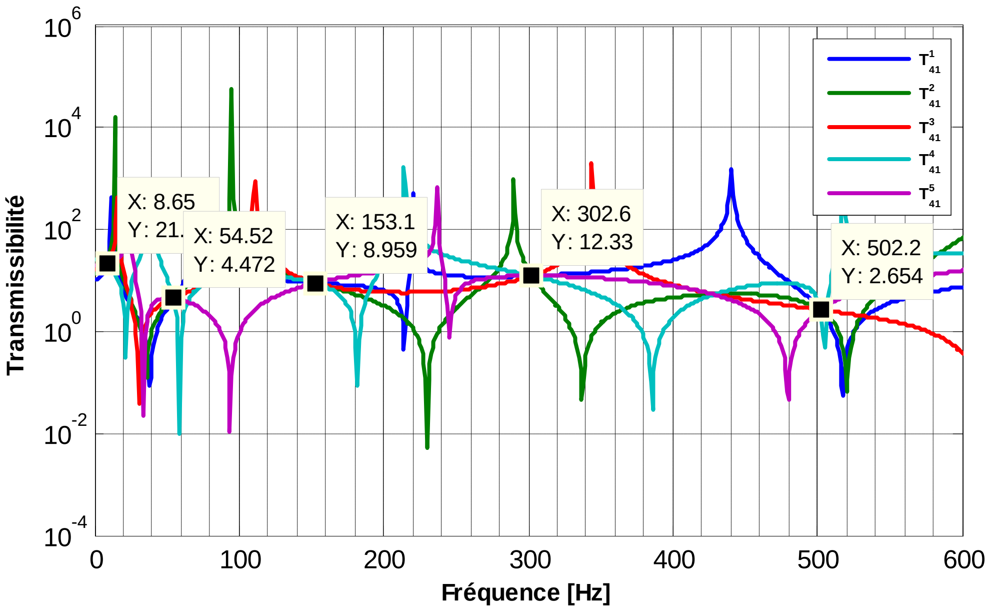


Figure(04) : mesure de transmissibilité (T_{21}) pour toutes excitations ddl

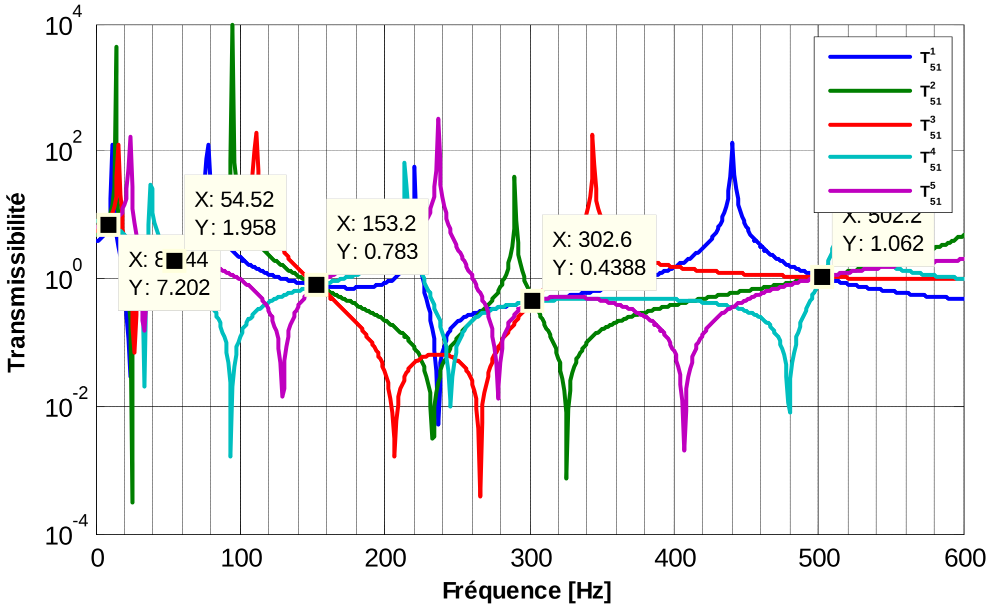
.



Figure(05) : mesure de transmissibilité (T_{31}) pour toutes excitations ddl



Figure(06) : mesure de transmissibilité (T_{41}) pour toutes excitations ddl



Figure(07) : mesure de transmissibilité (T_{51}) pour toutes excitations ddl

Une décomposition en valeur singulières est effectuée sur la matrice de transmissibilité, nous créons cette dernière comme suit :

$$\begin{bmatrix} T_{21}^1 & T_{21}^2 & T_{21}^3 & T_{21}^4 & T_{21}^5 \\ T_{31}^1 & T_{31}^2 & T_{31}^3 & T_{31}^4 & T_{31}^5 \\ T_{41}^1 & T_{41}^2 & T_{41}^3 & T_{41}^4 & T_{41}^5 \\ T_{51}^1 & T_{51}^2 & T_{51}^3 & T_{51}^4 & T_{51}^5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

La matrice proposée est de rang 5, mais en cas de fréquences de résonance transmissibilités sont égales les unes aux autres de sorte que la matrice proposée est de rang un. Dans ce cas, la composante diagonale de la deuxième matrice décomposée (S) estproche de zéro, sauf pour le composant S (1,1). Par conséquent, en étudiant la composante inverse S (2,2) en fonction de la fréquence, les pics révèlent des fréquences de résonance. Ceci est illustré à la figure (08)

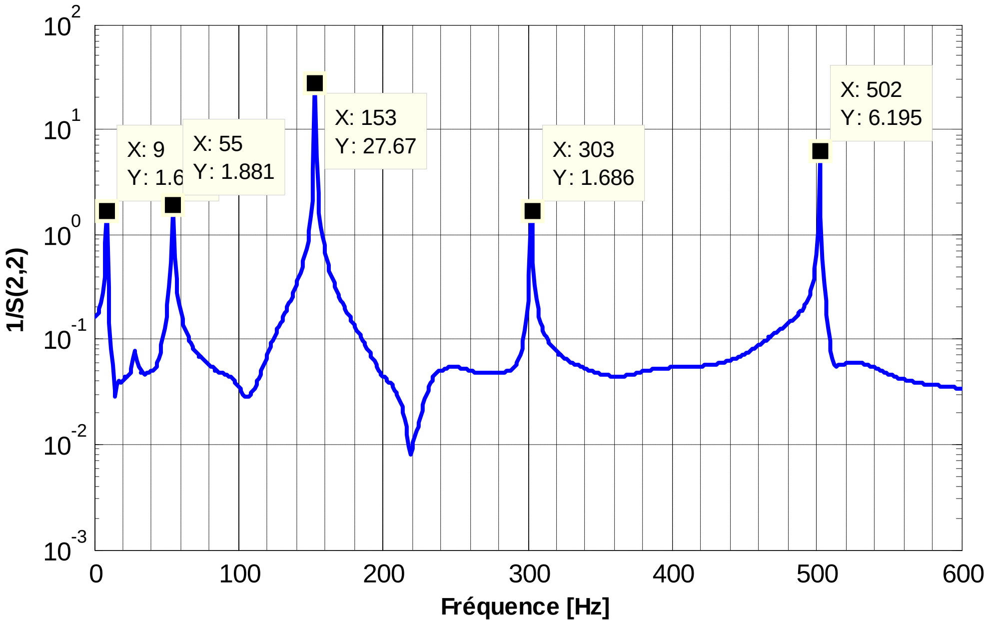


Figure (08) :inverse de S(2,2,) en fonction des fréquences.

Comme on levoit sur la figure (III.6), les fréquences de résonance sont :

$$f1 \ = \ 8.6\,Hz.$$

$$f2 \ = 54.6\,Hz$$

$$f3 \ = 153.2\,Hz$$

$$f4 = 302.6\,Hz.$$

$$f5 = 502.2\,Hz.$$

Et les cinq premiers modes pour les six premiers ddl sont :

$$\Psi_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 12.66 \\ 3.59 \\ 21.34 \\ 7.21 \\ 26.36 \end{bmatrix} ; \ \Psi_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 10.29 \\ 2.27 \\ 4.47 \\ 1.95 \\ -8.94 \end{bmatrix}. ; \ \Psi_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 6.87 \\ 0.87 \\ -8.94 \\ -0.78 \\ -8.36 \end{bmatrix}. ; \ \Psi_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1.07 \\ -0.41 \\ -12.33 \\ -0.43 \\ 11.99 \end{bmatrix}. ; \ \Psi_5 = \begin{bmatrix} 1 \\ -9.43 \\ -1.06 \\ 2.65 \\ 1.06 \\ 3.53 \end{bmatrix}.$$

On conclut que pour un système a multi degré de liberté (poutre encastré/libre) les fonctions de transmissibilité sont applicable aussi pour déterminé les paramètres modaux si on compare par rapport à l'article de Amir H **[26]**

III.3.3. Système poutre encastré/encastré [27]

Le procédé de l'OMA appliqué dans le système précédent est ensuite démontré sur un système de poutre encastré/encastré avec vingt éléments donc vingt et un nœud dont deux degré de liberté pour chacun [27]. Les caractéristiques mécaniques du matériau sont comme suit :

Module de Young$E = 70\ Gpa.$ Masse volumique p=2700 kg/m^3.

Longueur $L = 60\ cm$ Largeur $l = 5\ cm.$ Hauteur $h = 0.6\ cm.$

Après programmation de la méthode sur cette poutre avec le logiciel MATLAB, les résultats obtenus sont comme suit :

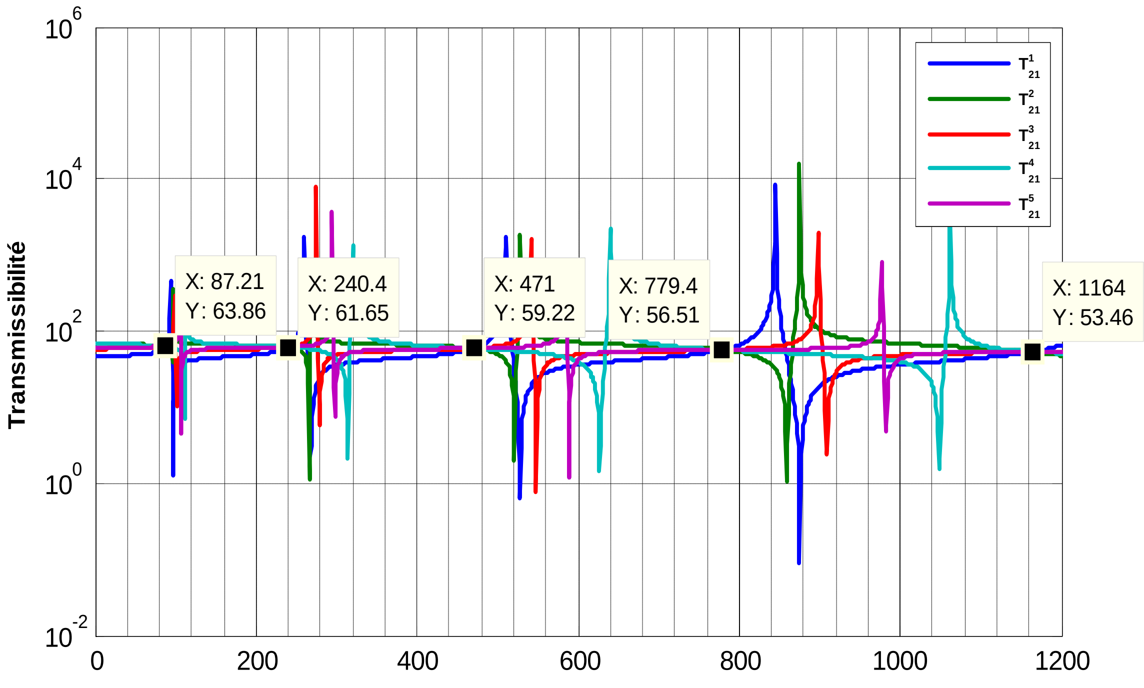


Figure (09) : mesure de transmissibilité (T_{21}) pour toute excitation ddl.

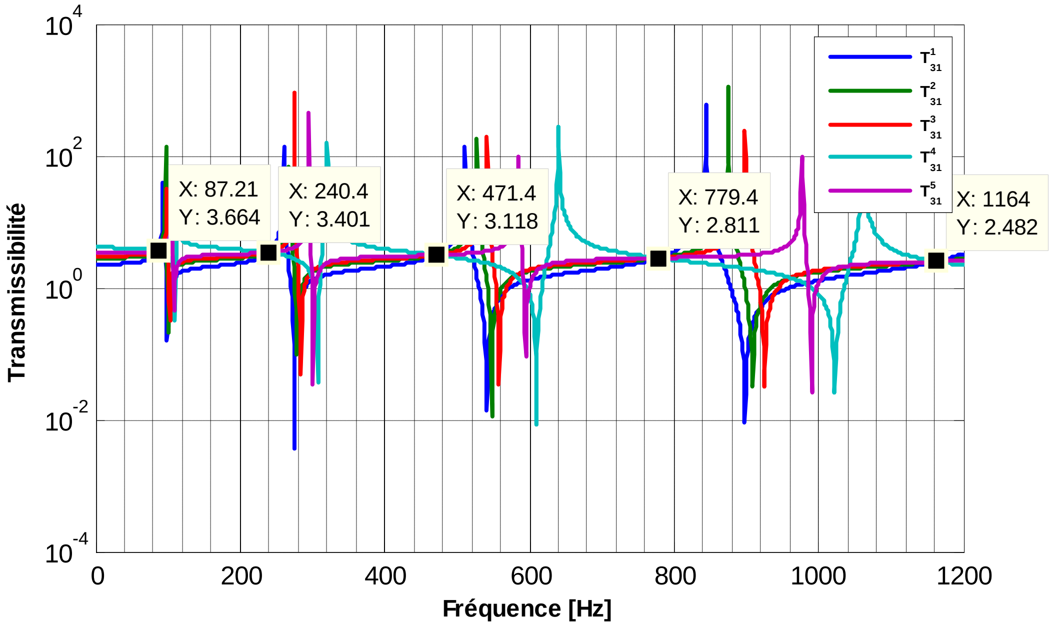


Figure (10) : mesure de transmissibilité (T_{31}) pour toute excitation ddl.

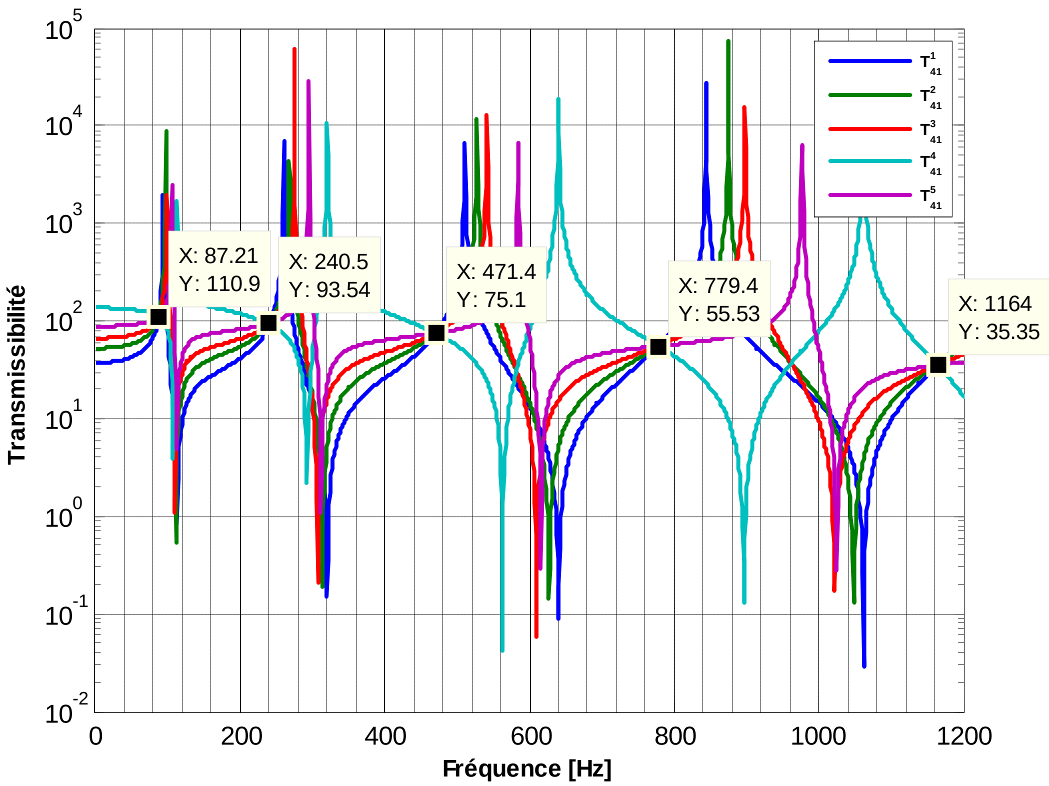


Figure (11) : mesure de transmissibilité (T_{41}) pour toute excitation ddl.

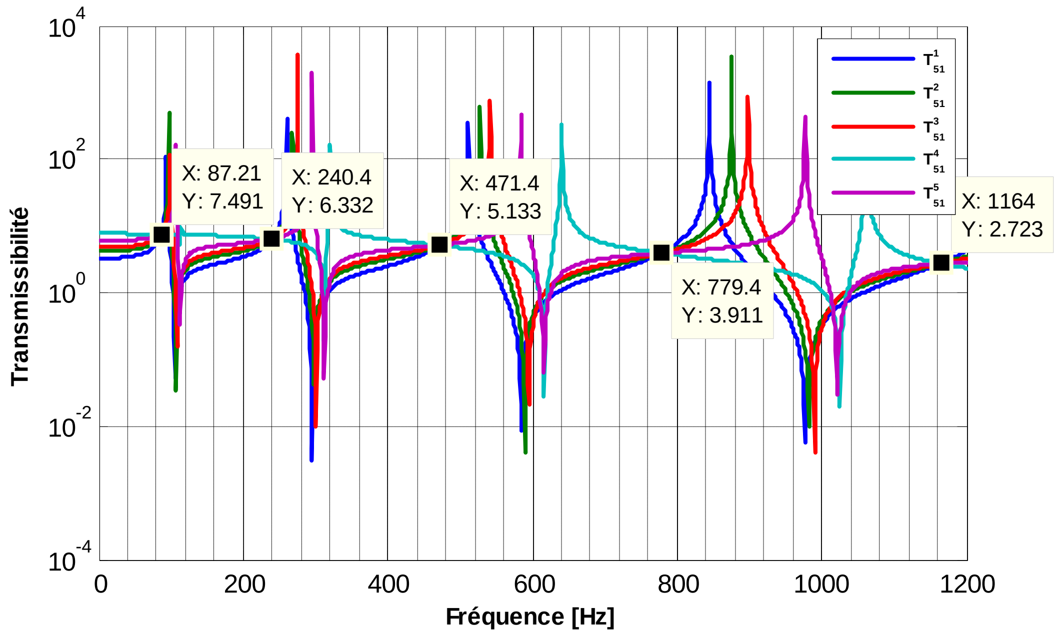


Figure (12) : mesure de transmissibilité (T_{51}) pour toute excitation ddl.

La matrice proposée est de rang 5, mais en cas de fréquences de résonance transmissibilités sont égales les unes aux autres de sorte que la matrice proposée est de rang un. Dans ce cas, la composante diagonale de la deuxième matrice décomposée (S) estproche de zéro, sauf pour le composant S (1,1). Par conséquent, en étudiant la composante inverse S(2,2) en fonction de la fréquence, les pics révèlent des fréquences de résonance. Ceci est illustré à la figure (13).

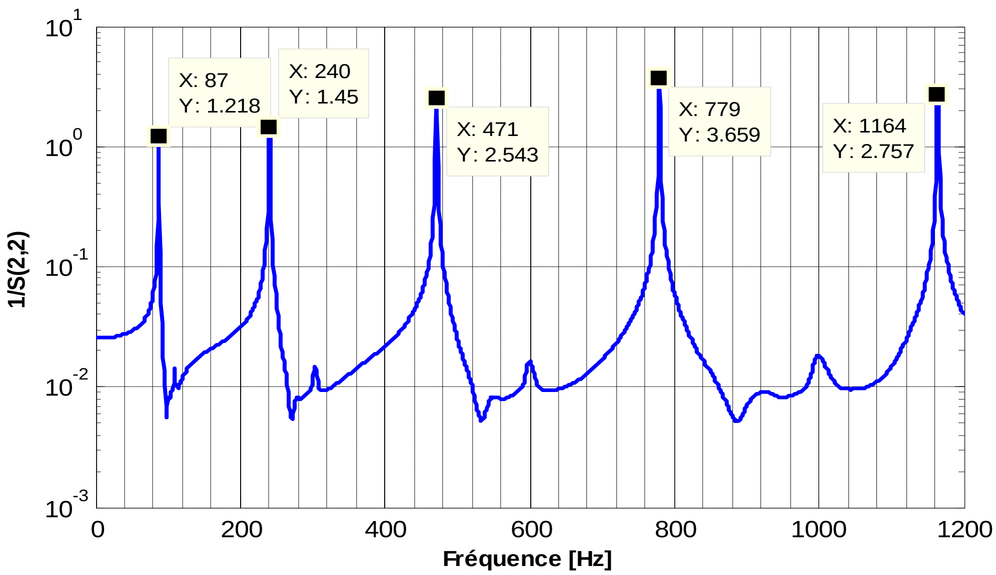


Figure (13):inverse de S(2,2,) en fonction des fréquences

Avec les fréquences de résonances sont :

$f1 = 87Hz \quad f2 = 240Hz \quad f3 = 471Hz \qquad f4 = 779Hz \qquad\qquad f5 = 1164Hz$

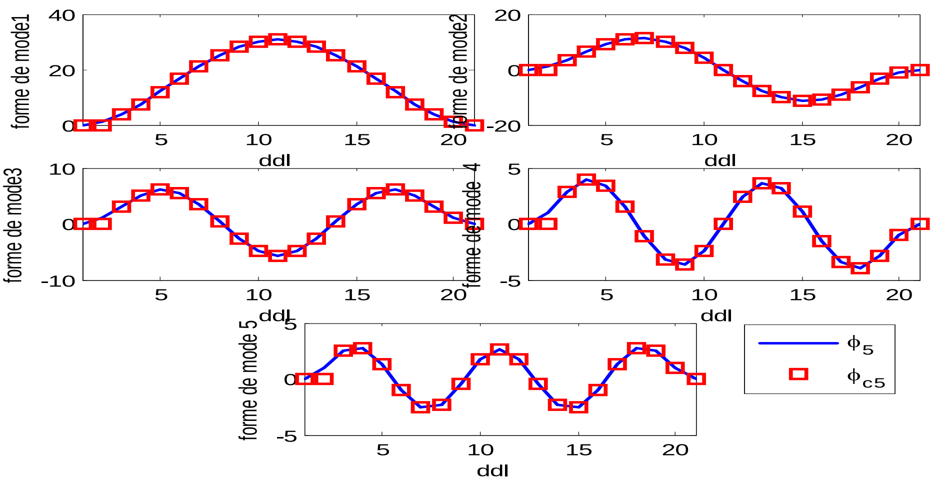


Figure (14):les cinq premiers formes de modes du système.

Avec les cinq premiers vecteurs modaux avec 6ddl sont comme suit :

$$\Psi_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -9.43 \\ -1.06 \\ 2.65 \\ 1.06 \\ 3.53 \end{bmatrix}. \; ; \; \Psi_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 61.6542 \\ 3.4008 \\ 93.5309 \\ 6.3312 \\ 97.4141 \end{bmatrix} \; ; \; \Psi_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 59.2267 \\ 3.1183 \\ 75.1015 \\ 5.1331 \\ 53.9005 \end{bmatrix} \; ; \; \Psi_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 56.5059 \\ 2.8111 \\ 55.5345 \\ 3.9115 \\ 12.9551 \end{bmatrix} \; ; \; \Psi_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ 53.4551 \\ 2.4824 \\ 35.3496 \\ 2.7233 \\ -21.9060 \end{bmatrix}$$

Conclusion :

On conclut que pour un système a multi degré de liberté (poutre encastré/encastré) les fonctions de transmissibilité sont applicables aussi pour déterminer les paramètres modaux si on compare par rapport à l'articlede DilsonAntónioet all**[27].**

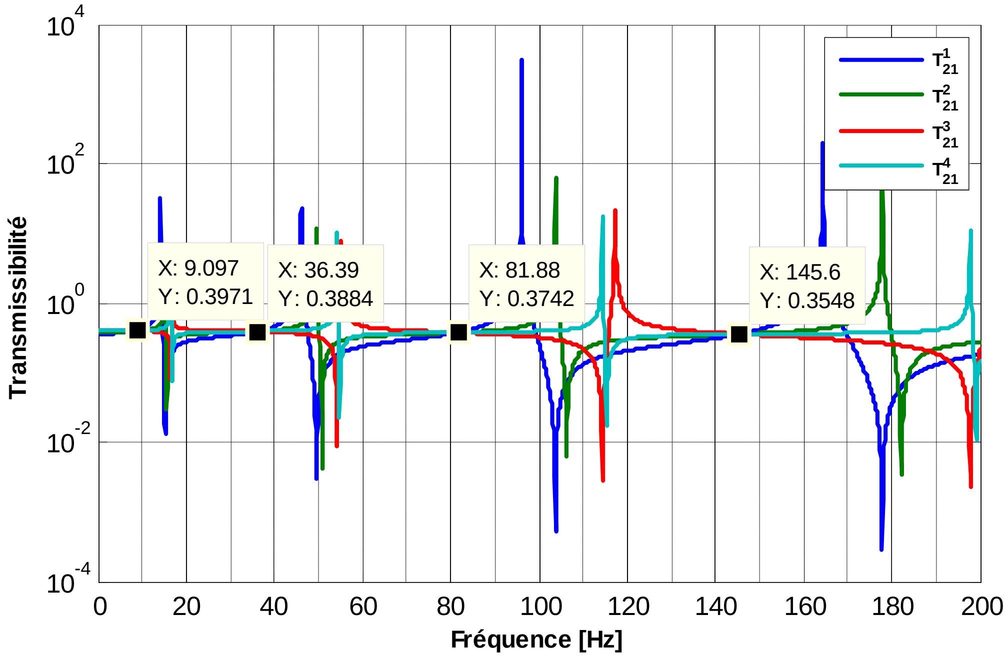
III.3.4. Système de poutre appui [28]

Le procédé de l'OMA appliqué dans le système précédent est ensuite démontré sur un système de poutre appui avec cinq éléments donc six nœuds dont deux degrés de liberté pour chacun Les caractéristiques mécaniques du matériau sont comme suivies :

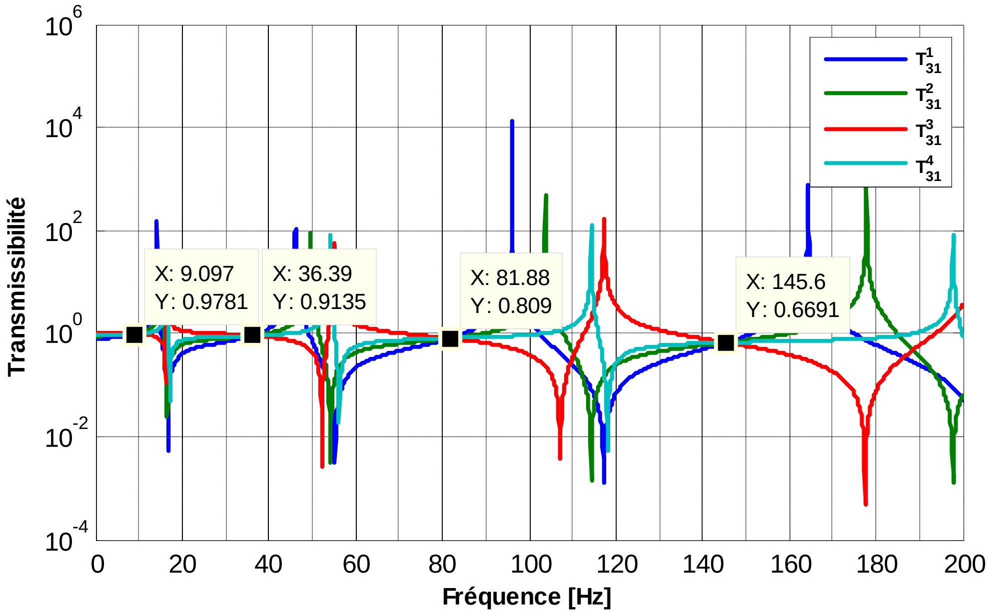
$E = 3.28.1010 \;\; Pa \qquad \rho = 2500 \; kg/m3 \qquad L = 6m$

$h = 0.2 \; m \qquad B = 0.25 \; m$

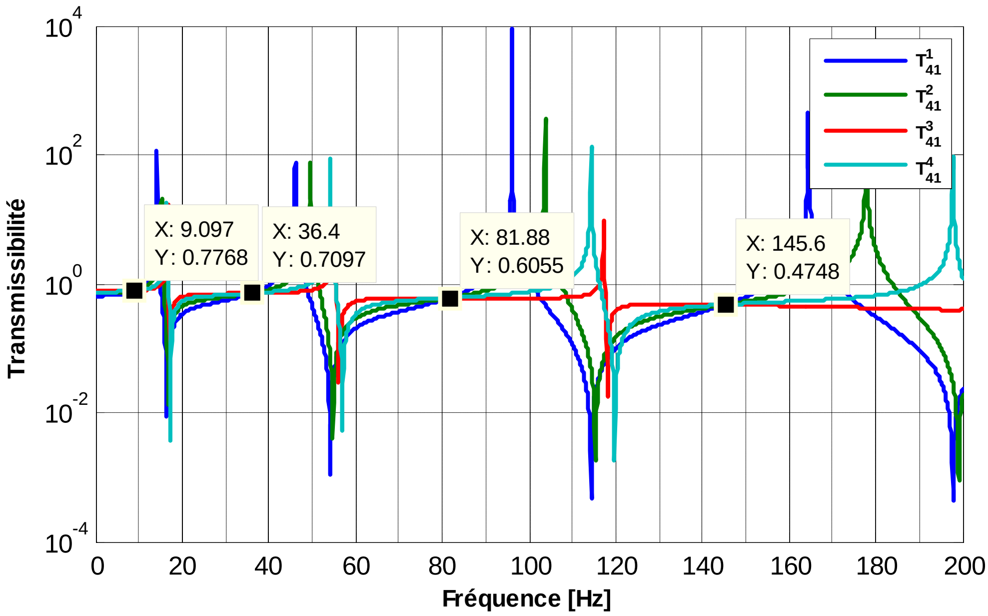
Après programmation de la méthode sur cette poutre avec le logiciel MATLAB, les résultats obtenus sont comme suit :



Figure(15): mesure de transmissibilité (T_{21}) pour toute excitation ddl.



Figure(16): mesure de transmissibilité (T_{31}) pour toute excitation ddl.



Figure(17): mesure de transmissibilité (T_{41}) pour toute excitation ddl.

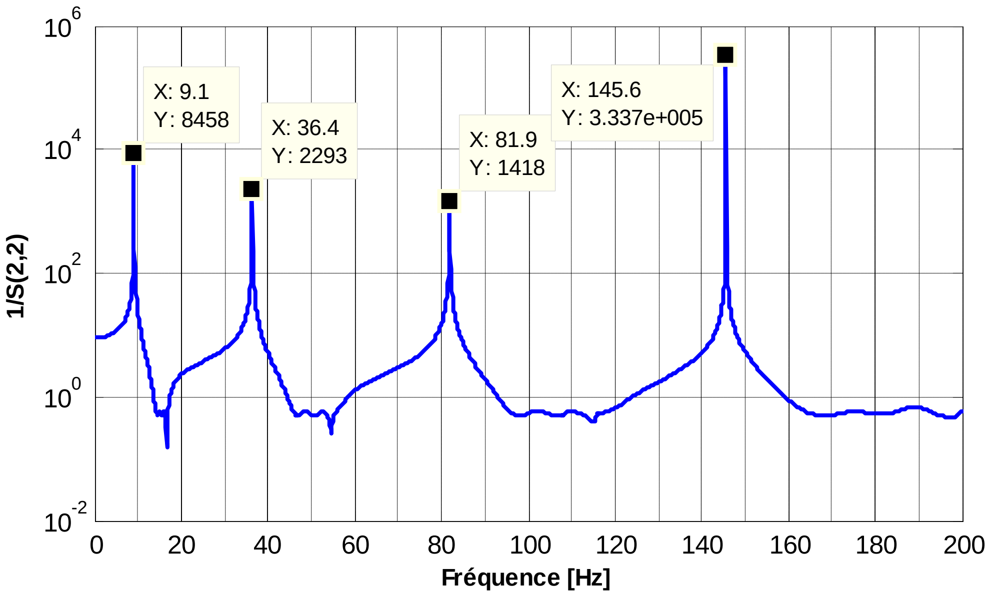


Figure (18): inverse de S(2,2,) en fonction des fréquences

Avec les fréquences de résonances sont :

$f1 = 9.1Hz$ $f2 = 36.4Hz$ $f3 = 81.9Hz$ $f4 = 145.6Hz$

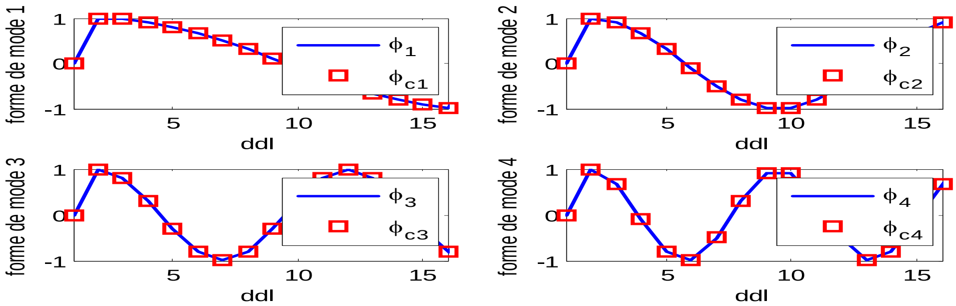


Figure (19): les cinq premières formes de modes du système.

Avec les quatre premiers vecteurs modaux avec 6ddl sont comme suit :

$$\Psi_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.3971 \\ 0.9781 \\ 0.7768 \\ 0.9135 \\ 1.1226 \end{bmatrix} ; \quad \Psi_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.3884 \\ 0.9135 \\ 0.7097 \\ 0.6691 \\ 0.9082 \end{bmatrix} ; \quad \Psi_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.3742 \\ 0.8090 \\ 0.6055 \\ 0.3090 \\ 0.6055 \end{bmatrix} ; \quad \Psi_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.3548 \\ 0.6691 \\ 0.4748 \\ -0.1045 \\ 0.2806 \end{bmatrix}$$

On conclut que pour un système a multi degré de liberté (poutre appui) les fonctions de transmissibilité est applicable aussi pour déterminer les paramètres modaux si on compare par rapport à l'article de Dilson António et all **[28].**

III.4 Conclusion :

A travers ce chapitre, nous avons pu modéliser notre structure poutre sous différentes conditions aux limites avec le logiciel de MATLAB tout en introduisant leurs caractéristiques mécaniques afin de définir les paramètres modaux pour chaque structure.

Cependant, ces résultats seront utilisés pour la programmation de la méthode de détection d'endommagement dans le chapitre suivant.

IV.1. Introduction

L'une des technique de l'analyse modale opérationnelle(OMA) qui est la transmissibilité nous à permis de calculer, de définir les valeurs propres et les vecteurs propres d'un système, et comme avec cette méthode à l'heure actuelle nous à pas permis de localiser l'endommagement, pour cela dans se chapitre on vas utilisé la méthode d'énergie de déformation modale en utilisant les paramètres identifiés par les fonctions de transmissibilité afin de détecter et localiser l'endommagement dans des système mécaniques.

IV.2. Méthode de l'énergie de déformation

Présentation de la méthode

On a : $([K] - \lambda[M])\{\emptyset_i\} = 0$

i : 1………………n (nombre de mode).

Et : $\{\emptyset_i^T\}.[K].\{\phi_i\} = \lambda_i$

L'énergie de déformation modale (MSE) est prodiguer comme suit dans chaque élément (vecteurs propres sont équivalents aux déplacements nodaux).

$\beta_i^{es} = \frac{1}{2}\{\phi^s\}_i^T.[K]^e.\{\phi^s\}_i$avec e :1………..m(est le nombre d'élément.)

$\beta_i^{ed} = \frac{1}{2}\{\phi^d\}_i^T.[K]^e.\{\phi^d\}_i$s : structure saine d: structure endommagé

Une fois l'énergie de déformation est calculée pour chaque élément, on peut maintenant calculer l'énergie de déformation modale de toute la structure avec les deux équations suivantes :

$$\beta_i^s = \sum_{e=1}^{m} \beta_i^{es}$$

$$\beta_i^d = \sum_{e=1}^{m} \beta_i^{ed}$$

Et pour la normalisation de β_i^{es} et β_i^{ed} sa sera avec les équations suivantes :

$$\alpha_i^{es} = \frac{\beta_i^{es}}{\beta_i^{s}}$$

$$\alpha_i^{ed} = \frac{\beta_i^{ed}}{\beta_i^{s}}$$

on peut choisir les premiers modes (n) comme paramètres efficaces alors on aura :

$$\gamma_i^{es} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i^{es}}{n}$$

$$\gamma_i^{ed} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i^{ed}}{n}$$

Et enfin l'équation qui permet de calculer l'indice de base d'énergie de déformation modale est :

$$\mathrm{MSE}^{e} = \frac{\gamma_i^{es} - \gamma_i^{ed}}{\gamma_i^{es}}$$

IV.3. Applications :

IV.3.1. Poutre encastré – encastré(27)

Prenons une poutre encastré/encastré avec les caractéristiques mécaniques suivantes :

$Module\ de\ Young\ E = 70\ Gpa.$ $Masse\ volumique$ p $= 2700\ kg/m3.$

$Longueur\ L = 60\ cm$ $Largeur\ l = 5\ cm.$ $Hauteur\ h = 0.6\ cm.$

Et pour détecter et localiser l'endommagement nous ferons quelques tests surla poutre :

1er cas test : un seul endommagement sur l'élément 2avec 50%:

Le résultat obtenu avec le logiciel MATLAB est :

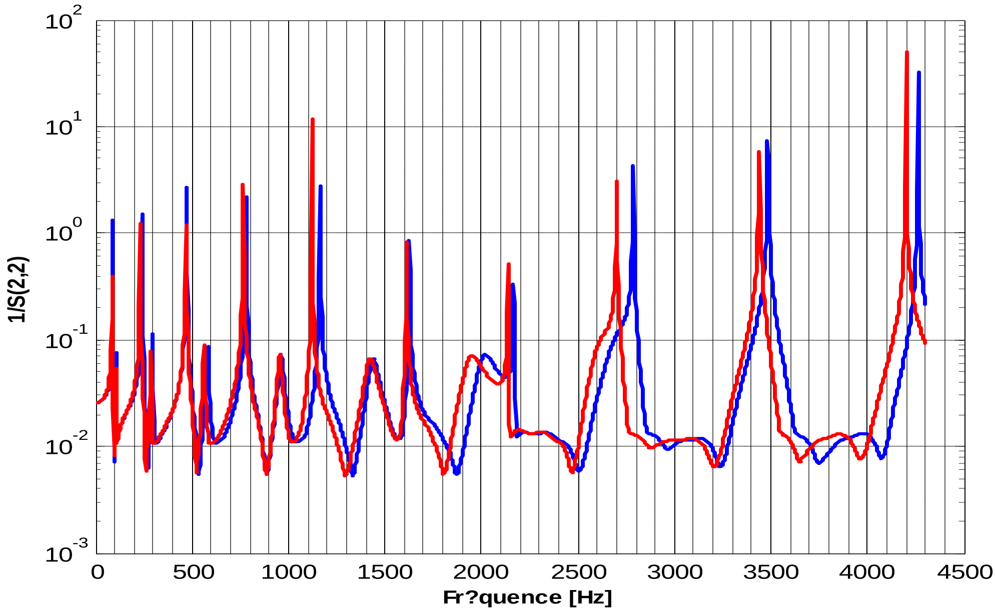


Figure (1) : inverse de S(2,2,) en fonction des fréquences

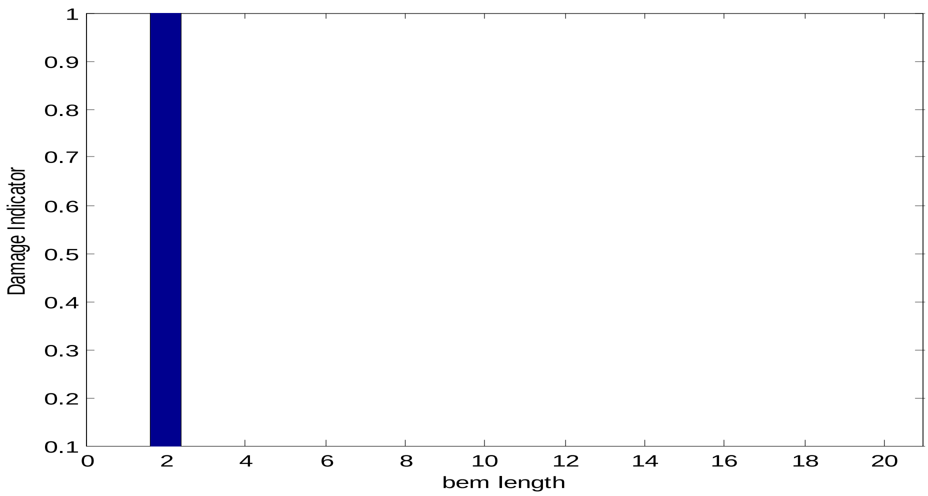


Figure (2) : Élément 2 endommagée de 50%

On remarque que pour la poutre encastré/encastré avec un seul élément endommagé la méthode d'énergie de déformation localise l'endommagement parfaitement.

2^{éme} cas test :deux endommagements sur les éléments 6 et 15 avec les taux d'endommagement de 50%et 60% respectivement, le résultat obtenu est :

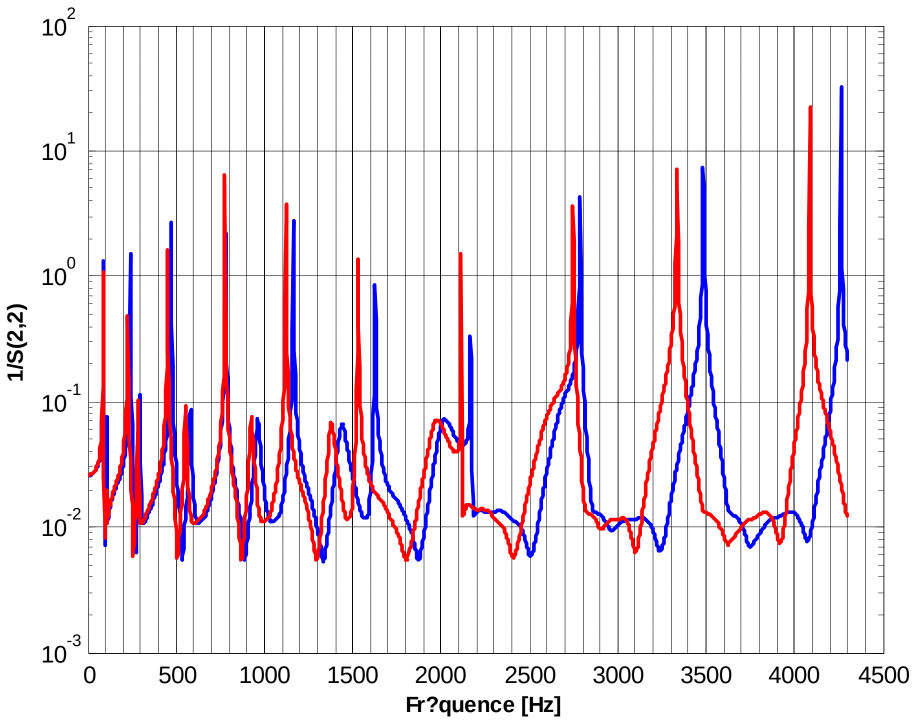


Figure (3) : inverse de S(2,2,) en fonction des fréquences

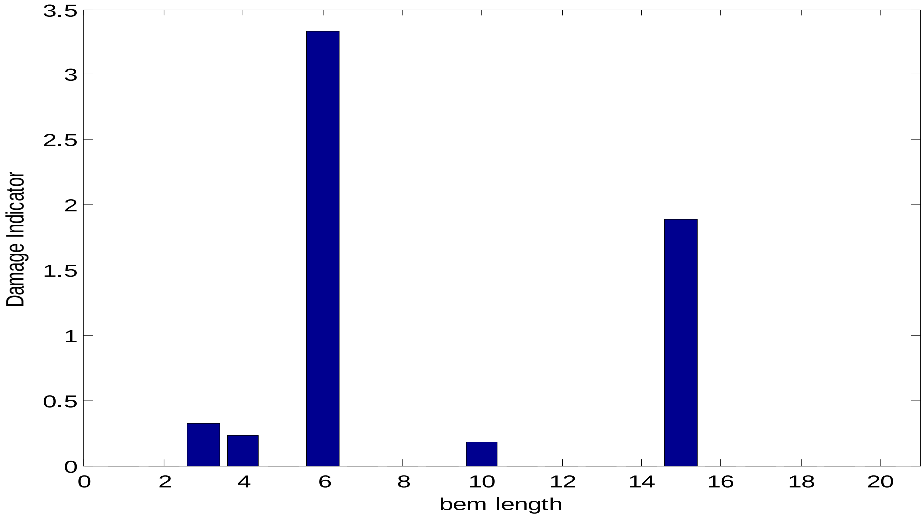


Figure (4) : Eléments 6 et 15 endommagés avec 50%et 60% respectivement

Pour ce deuxième cas test avec deux éléments endommagés on remarque que la méthode aussi localise l'endommagement.

<u>3éme cas test</u> : trois endommagements sur les éléments 2, 8 et 15 avec des taux d'endommagement de 50%, 60% et 30%.

Le résultat obtenu est :

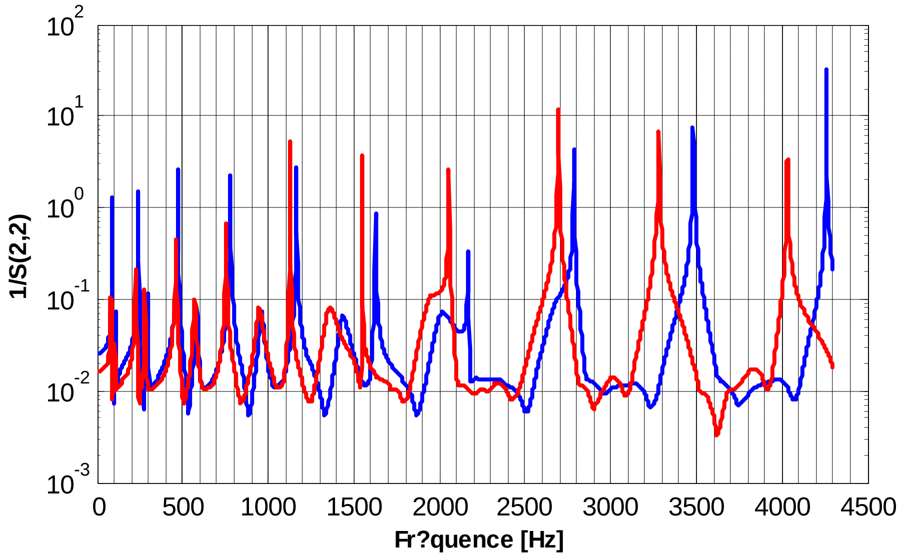


Figure (5) : inverse de S(2,2,) en fonction des fréquences

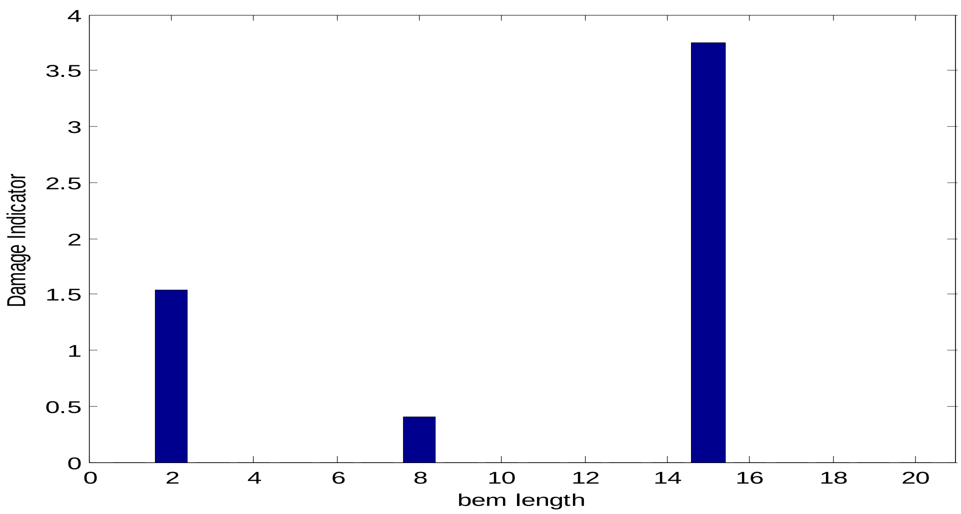


Figure (6) : Eléments 2,8 et 15 endommagés avec 50%et 60% et 30% respectivement

Pour ce troisième cas test avec trois éléments endommagés on remarque que la méthode aussi localise l'endommagement parfaitement.

IV.3.2. Poutre encastré – libre[29] :

Considérons une poutre encastré/libre discrétisé en vingt éléments donc 2 degré de liberté pour chaque nœud avec les caractéristiques mécaniques suivants :

$L = 0.586\ m$ $\qquad b = 0.02\ m$ $\qquad h = 0.01\ m$

$\rho = 2830\ kg/m^3$ $\qquad E = 57\ GPa$

1^er cas test :

Une seule réduction de rigidité sur l'élément 7 avec un taux d'endommagement de 50%

Le résultat obtenu est :

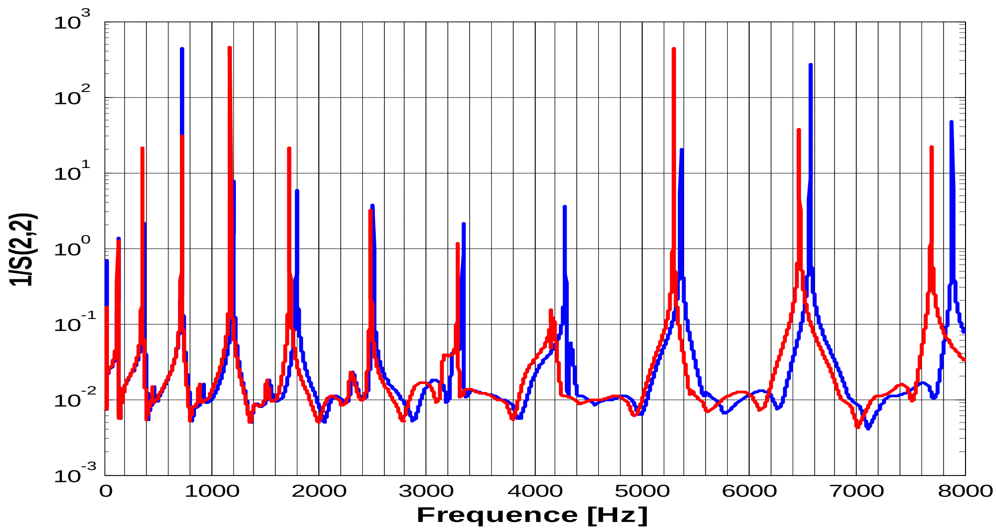


Figure (7) : inverse de S(2,2,) en fonction des fréquences

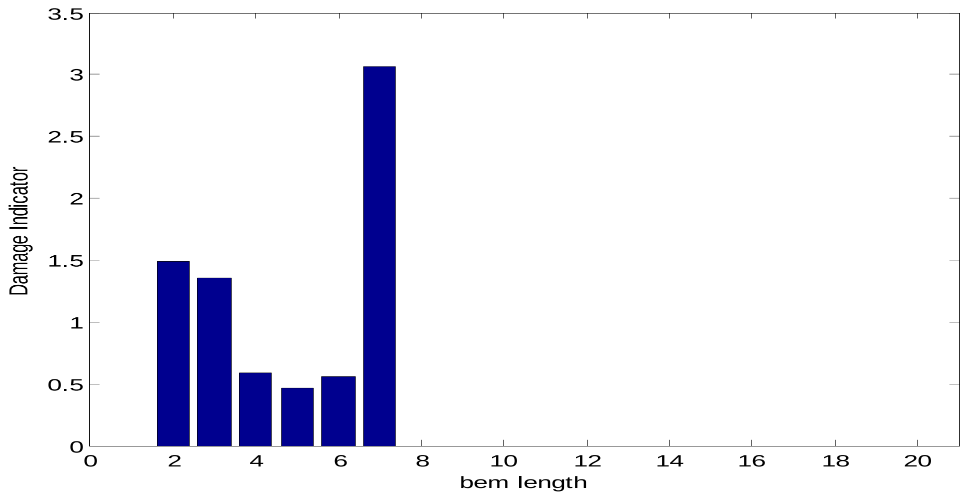


Figure (8) : Eléments 7 endommagé avec 50%

On remarque que pour la poutre encastré/libre avec un seul élément endommagé la méthode de l'énergie de déformation détecte et localise l'endommagement.

2éme cas test:

Cettefois--ci on réduit la rigidité de deux élément le 6éme et 15éme avec des taux d'endommagement respectivement de 50% et 60%.

Le résultat obtenu est :

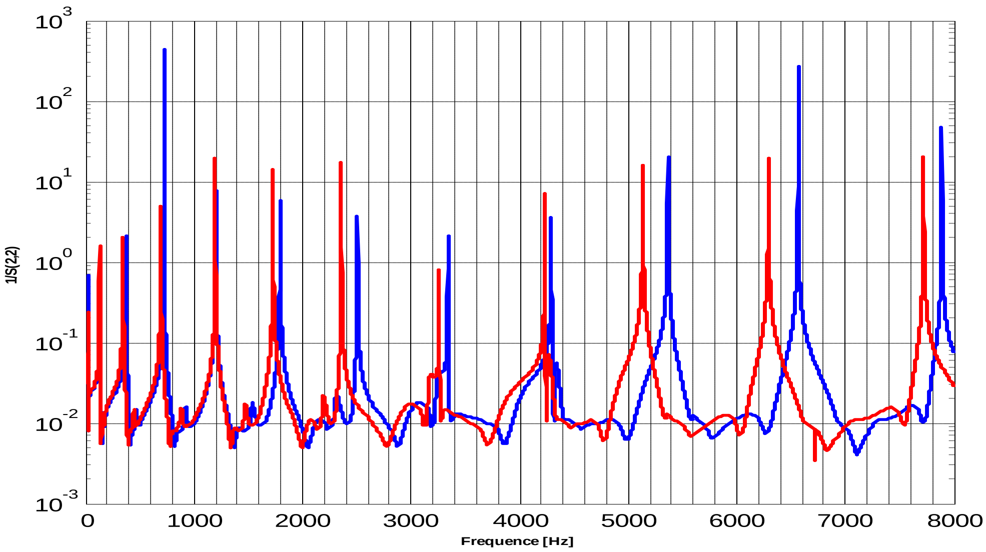


Figure (9) : inverse de S(2,2,) en fonction des fréquences

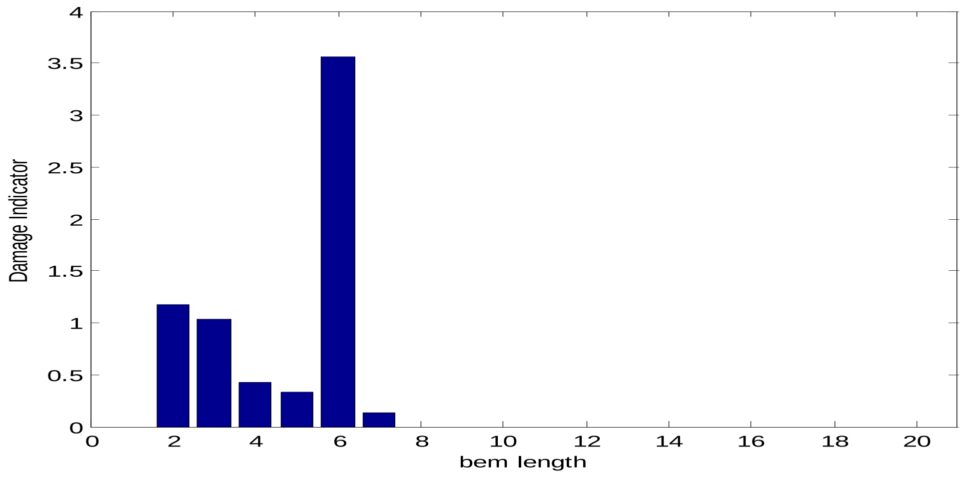


Figure (10) : Eléments 6 et 15 endommagé avec 50% et 60% respectivement

Dans ce cas, on remarque que la méthode ne localise pas toutles éléments endommagé.

3éme cas : une réduction de rigidité sur trois éléments suivant :2, 8 et 15 avec 50%60% et 30%.

Le résultat obtenu est :

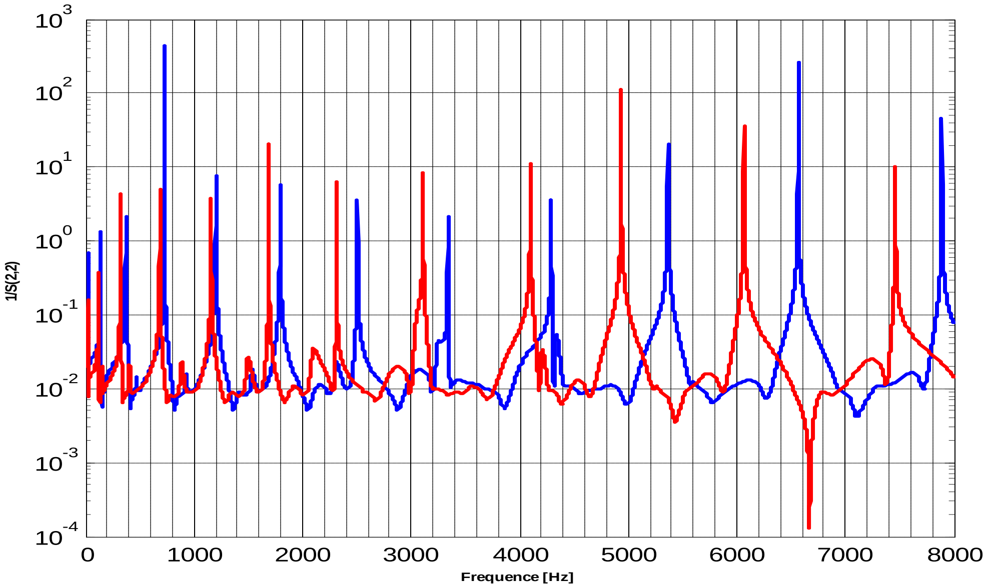


Figure (11) : inverse de S(2,2,) en fonction des fréquences

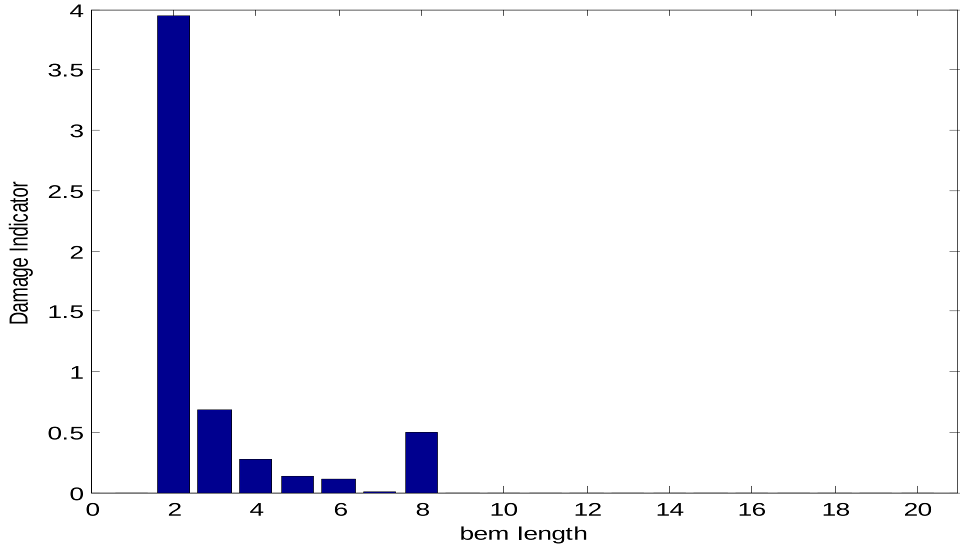


Figure (12) : Eléments 2, 8 et 15 endommagé avec 50% ,60% et 30%respectivement

IV.3.3. Poutre appui [28]:

Maintenant nous prenons une poutre sur appui discrétisé en cinq éléments avec deux degré de liberté pour chaque nœud avec les caractéristiques mécanique suivants :

$L = 6m$ $\quad$ $b = 0.25m$ $\quad$ $h = 0.2m$

$E = 3.2\ GPa$ $\quad$ $\rho = 2500\ kg/m^3$

1^{er} cas test :

Une seule réduction de rigidité sur l'élémentsept(7) avec 50%

Les résultat obtenus sont :

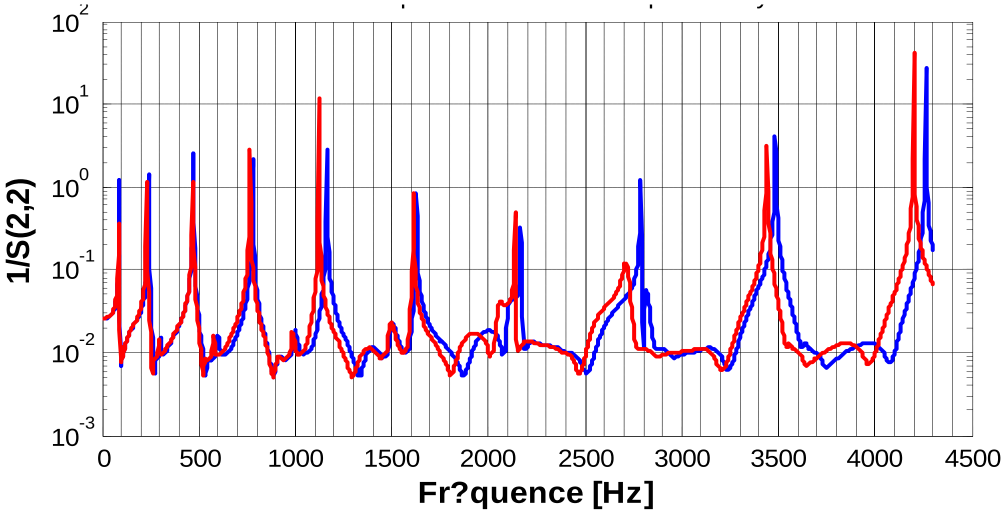


Figure (13) : inverse de S(2,2,) en fonction des fréquences

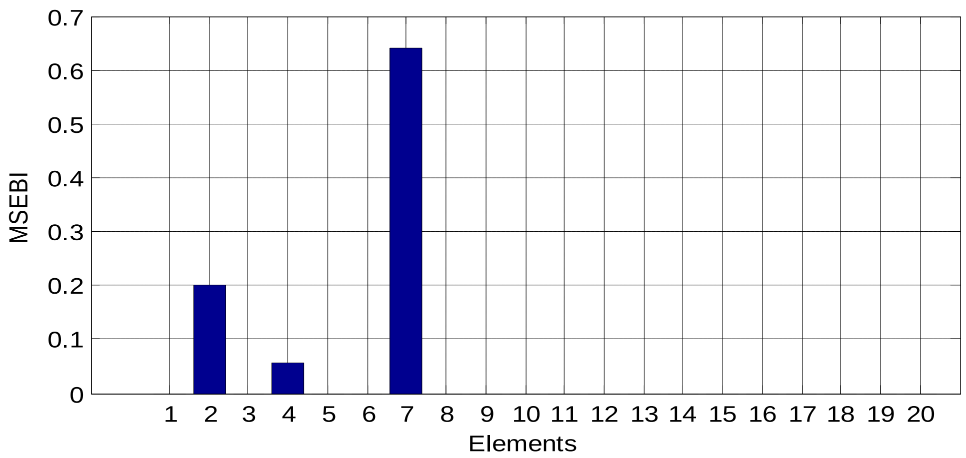


Figure (14) : Eléments 7 endommagé avec 50%

Nous remarquons que pour un seul élément endommagé la méthode detecte et localise l'endommagement

2éme cas test : une réduction de rigidité sur les deux éléments 6 et 15 avec des taux d'endommagement 50% et 60% :

Les résultats obtenus sont :

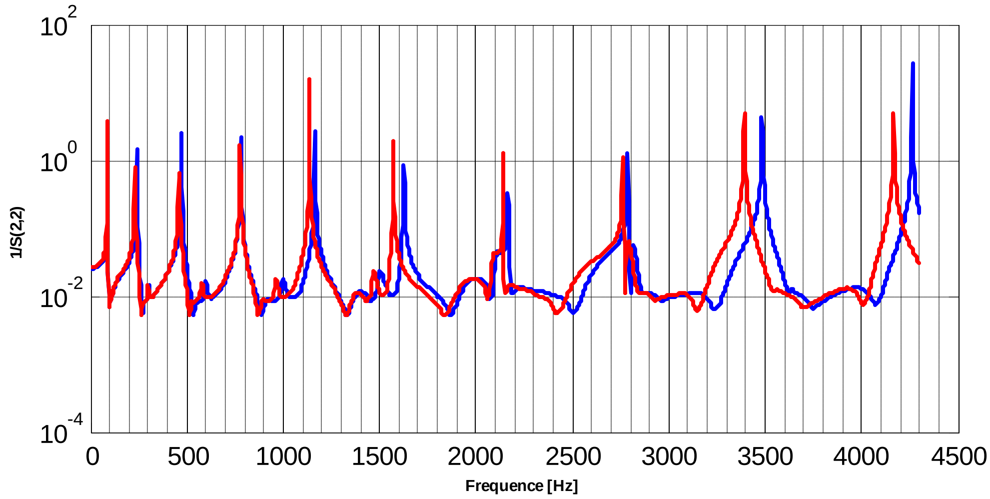


Figure (15) : inverse de S(2,2,) en fonction des fréquences

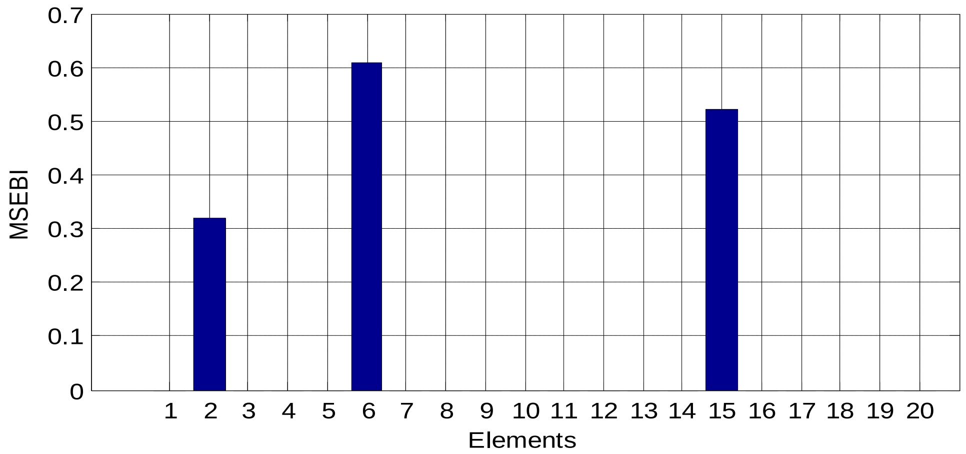


Figure (16) : Eléments 6 et 15 endommagé avec 50% et 60%

Dans ce deuxième cas test avec deux éléments endommagés, la méthode détecte et localise parfaitement l'endommagement.

3^{éme} cas test :cette fois ci nous réduisons la rigidité de trois éléments 2, 8 et 15 avec des taux d'endommagement de 50%, 60% et 30% respectivement

Les résultats obtenus sont :

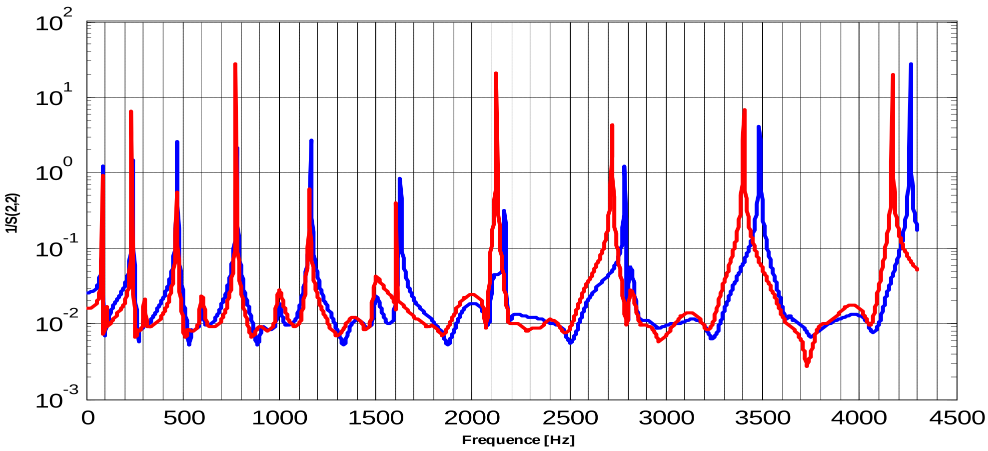


Figure (17) : inverse de S(2,2,) en fonction des fréquences

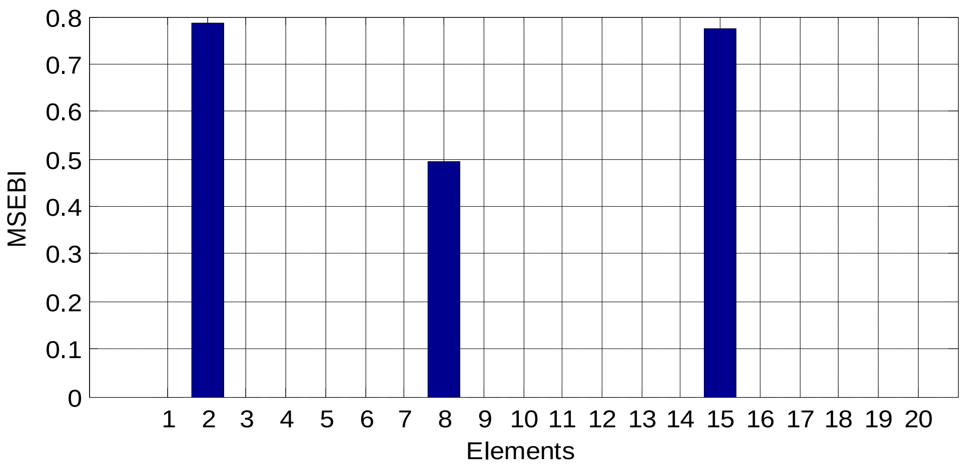


Figure (18) : Eléments 2, 8 et 15 endommagé avec 50% et 60% et 30%

Et enfin pour les trois éléments endommagés, la méthode localise parfaitement l'endommagement.

IV.4. Conclusion :

L’indicateur de la méthode énergie de déformation qui est utilisé dans la méthode de transmissibilité afin de détecter et de localiser l’endommagement, s’est montré très efficace pour les cas test sur les deux structure poutre encastré-encastré et poutre appui.

Par contre, pour la poutre encastré-libre, notre indicateur ne nous permet pasde localiser parfaitement l’endommagement, et nous remarquons qu’à chaque fois que nous éloignons du l’emplacement de l’encastrement la localisation devient invisible voire impossible même si nous augmentons le taux d’endommagement.

Conclusion générale

Dans le cadre de notre mémoire nous avons en premier lieu les différentes méthodes de contrôle et de détection après les avoirs classées en deux catégories : les contrôles non destructif (le contrôle par rayon X, les techniques à base d'ultrason…) et les CND basé sur des données vibratoires.

En second lieu, nous avons programmées la méthode de transmissibilité en utilisant le logiciel MATLAB afin d'identifier les paramètres modaux pour des structures sous différentes conditions aux limites.

Après avoir eu les paramètres modaux avec la méthode de transmissibilité, nous l'avons utiliser pour la détection et la localisation d'endommagement en introduisant l'indicateur de la méthode de la variation d'énergie de déformation afin de localiser les endommagements pour des structures poutre sous différentes conditions aux limites vu qu'a ce moment la, la transmissibilité ne localise pas l'endommagement.

En guise de perspectives nous proposons :

- d'améliorer de la méthode de transmissibilité afin qu'elle puisse localiser plusieurs endommagements.
- D'Appliquer de ces méthodes sur des structures complexes

[1] Almansba.M. 2016.”modélisation et localisation d’endommagements dans les structures mécaniques par mesures vibratoire. Master en construction mécanique, université de Mouloud Mammeri. Tizi-ouzou.

[2] Herve Oudin. « Méthodes des éléments finis (MEF) ».2008.

[3] Saadat, S.A Buckner,G,D, and Noori, M, N. (Structural system identification and damage detection using the intelligent parameter varying technique” Structural hearth monitoring.

[4] Lee, L, S, Karbhari, V, M and Sikoesky, C “Investigation of integrity and effectiveness of RC bridge deck rehabilitation with CFRP composition” Depatment of Structural Engineering University ofCalifornia.2004

[5] Xia, Y. and Hao, H. 2003. « Statistical damage identification of structures with frequency changes », Journal of Sound and Vibration, Vol. 263, pp. 853-870.

[6] West, W. M., 1984, “Illustration of the use of modal assurance criterion to detect structural changes in an orbiter test specimen,” Proceedings of the Air Force Conference on Aircraft Structural Integrity, pp. 1-6.

[7] Lieven, N. A. J. and Ewins, D. J., 1988, “Spatial correlation of mode shapes, the coordinate modal assurance criterion (COMAC),” Proceeding of the 6th International Modal Analysis Conference, Kissimmee, FL, pp. 690-695.

[8] Li J. Wu B. Zeng Q.C. and Lim C.W., 2010, “A generalized flexibility matrix approach for structural damage detection’’, Journal of Sound and Vibration, 329 (2010), 4583-4587.

[9] Edwin R. and Guido D.R., 2010, “A local flexibility, method for vibration – based damage localization and quantification’’, Journal of sound and vibration, 329 (2010), 2367-2383.

[10] Kazemi S., Fooladi A. and Rahai A.R., 2010, “Implementation of the modal flexibility variation to fault identification in thin plates’’, Acta Astronautica, 66 (2010), 414-426.

[11] Cawley, P. and Adams, R. D., 1979, “The location of defects in structures from measurements of natural frequencies,” Journal of Strain Analysis, 14(2), 49-57.

[12] Palacz, M. and Krawczuk, M., 2002, “Vibration parameters for damage detection in structures,” Journal of Sound and Vibration, 249(5), 999-1010.

[13] Friswell M.I., Penny J.E.T., Wilson D.A.L., 1994 « Using vibration data and statistical measures to locate damage in structures», International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, 239-254.

[14] Gudmundson, P. 1982. « Eigenfrequency changes of structures due to cracks, notches or other geometrical changes», Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 30, pp. 339-353.

[15] Nicholson, D. W. and Alnefaie, K. A., 2000, “Modal moment index for damage detection in beam structures,” Acta Mechanica, 144(3-4), 155-167.

[16] S.C. Mohan, D.K. Maiti, D. Maity, 2014, "Structural assessment using FRF employing particle swarm optimisation"

[17] Kirmsher, P. G. 1944. « The effect of discontinuities on the natural frequency of beams» , Proceedings of American Society of Testing and Materials, Vol. 44, pp. 897-904.

[18]Wang, Z., Lin, R. M. and Lim, M. K., 1997, "Structural damage detection using measured FRF data," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 147(1-2), 187-197.

[19] Mottershead, J. E., Kyprianou, A. and Ouyang, H, 2003, "Estimation of rotational frequency responses," Mechanical and Corrosion Properties, A – Key Engineering Materials, 245/246,157-116.

[20] Vanhoenacker, K., Schoukens, J., Guillaume, P. and Vanlanduit, S., 2004, "The use of multisine excitations to characterize damage in structures," Mechanical Systems and Signal Processing, 18(1), 43-57.

[21] Lifshitz, J. M. and Rotem, A. 1969. « Determination of reinforcement unbonding of composites by a vibration technique» , Journal of Composite Materials, Vol. 3, pp. 412-423.

[22] Yang H.Z., Li H.S. and Wang S.Q., 2003, "Damage location of offshore platforms under ambient excitation'', China Ocean Engineering, v. 17, pp. 495-504.

[23] Brehm M., Zabel V. and Bucher C., 2010, "An automatic mode pairing strategy using an enhanced modal assurance criterion based on modal strain energies'', Journal of Sound and Vibration, 329(2010), 5372-5392

[24] Dixit A. and Hanagud S., 2011, "Single beam analysis of damaged beams verified using a strain energy based damage measure'', International Journal of Solids and Structures, 48 (2011), 592-602.

[25] Yun Lai Zhoru Engineer "Structural Health Monitoring by using Transmissibility", Article,2015.

[26] Amir Hossein Aghdasi.2013. "Application of transmissibility measurement in estimation of modals parameters for a structure" Sweden.

[27] X. Wang , N. Hu , Hisao Fukunaga , Z.H. Yao "Structural damage identification using static test data and changes in frequencies".

[28] Dilson António Nhamagea, Rafael Holdorf Lopez, Leandro Fleck Fadel Miguel," An improved hybrid optimization algorithm for vibration based-damage detection." Décembre 2015.

[29] Seyed Alireza Moezi, Ehsan Zakeri, Amin Zare,"Structural single and multiple crack detection in cantilever beams using a hybrid Cuckoo-Nelder-Mead optimization method»

Formulation des matrices de masse et de raideur pour élément barre :

Dans le plan local :

On a : $K^e = \int B^t . D . B \, d\upsilon$

Et: $M^e = \int N^t . \rho . N \, d\upsilon$

Alors pour l'élément barre on a 2ddl:

D'où : $u = a_1 + a_2.x = \langle 1 \quad x \rangle \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix}$ (*)

C A L :

Pour x=0 $\longrightarrow$ $u_1 = \langle 1 \quad 0 \rangle \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix}$

Pour x= L;

$u_2 = \langle 1 \quad L \rangle \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix}$

sous forme matricielle:

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & l \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} \qquad (2)$$

Calculons les coefficients $\{ a_i \}$

On a d'après la relation (2) :

$$\begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} = \frac{1}{l} \begin{bmatrix} l & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{Bmatrix}$$

Donc $U = \langle 1 \quad x \rangle \frac{1}{l} \begin{bmatrix} l & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{Bmatrix}$

Comme : $U = [N^{t]}] . U^e$

Donc : $N_1 = 1 - \frac{x}{l}$ $\qquad N_2 = \frac{x}{l}$

D'où : $U = \left[1-\frac{x}{l} \quad \frac{x}{l} \right] \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{Bmatrix}$

On a : $\varepsilon = \frac{du}{dx}$

Donc : $\{\varepsilon\} = \frac{1}{l} [\,-1 \quad 1\,] \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{Bmatrix} = B.\,U^e$

$[B] = \frac{1}{l}\ [\,-1 \quad 1\,].$

Avec :

$$K^e = \int B^t\, D\ B.\, dx$$

Et : $M^e = \int N^t\ .\ \rho.\ N\, dx$

On trouvera :

$$K^e = \frac{E\,A}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M^e = \frac{\rho\,A\,l}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

2/ Transformation dans le repère global :

Comme on a cité dans le chapitre I :

$$U_1 = U_1^*.\ C_x + V_1^*.\ C_y.$$

Et $U_2 = U_2^*.\ C_x + V_2^*.\ C_y.$

Avec : $C_x = \frac{1}{l}\,(x_2 - x_1)$

Et $C_y = \frac{1}{l}\,(y_2 - y_1)$

Sachant que $l = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} u_{xi} \\ u_{xj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_x & c_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_x & c_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u^e_{xi} \\ u^e_{yi} \\ u^e_{xj} \\ u^e_{yj} \end{bmatrix}$$

Donc la matrice de transformation est :

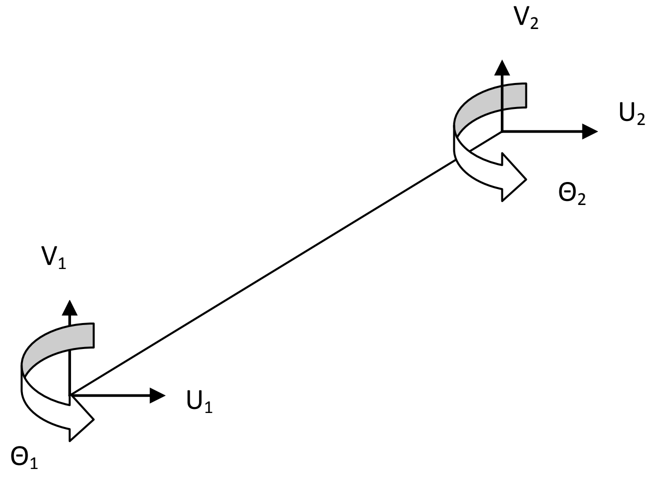
$$T = \begin{bmatrix} c_x & c_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_x & c_y \end{bmatrix}$$

Les matrices de rigidité et de masse exprimés dans le repère global seront réduites de la matrice de masse et de rigidité exprimées dans le repère local par les transformations suivantes :

$K^{e*} = T^t . K^e . T$

$M^{e*} = T^t . M^e . T.$

Formulation de la matrice de masse et de raideur pour l'élément poutre :



En négligeant les déplacements axiaux u_1 et u_2, l'approximation polynomial, vu qu'on a 4ddl sous forme suivante :

$$V = a_1 + a_2.x + a_3.x^2 + a_4 . x^3 = < 1 \quad x \quad x^2 \quad x^3 > \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} \qquad (1)$$

$$\theta = \frac{dv}{dx} = a_2 + 2\, a_3.\, x + 3\, a_4\, x^2 = < 0 \quad 1 \quad 2x \quad 3x^2 > \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix}$$

C.A.L: pour x=0:

$$V_1 = <1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 > \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} \qquad \Theta_1 = <0 \quad 1 \quad 0 \quad 0> \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix}$$

Pour x=l;

$$V_2 = < 1 \;\; 1 \;\; l^2 \;\; l^3 > \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} \qquad \theta_2 = < 0 \;\; 1 \;\; 2l \;\; 3l^2 > \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix}$$

Sous forme matricielle:

$$\begin{Bmatrix} V_1 \\ \theta_1 \\ V_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & l & l^2 & l^3 \\ 0 & 1 & 2l & 3l^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{Bmatrix}$$

Calculons les coefficients « a_1 a_2 a_3 a_4 » :

$$\begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & l & l^2 & l^3 \\ 0 & 1 & 2l & 3l^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} V_1 \\ \theta_1 \\ V_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}$$

Après calcul de la matrice inverse :

$$\begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{Bmatrix} = 1/l^3 \begin{bmatrix} 2 & -l & 0-2 & -l \\ -3l & 2l & 3l & l^2 \\ 0 & -l^3 & 0 & 0 \\ -l^3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_1 \\ \theta_1 \\ V_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}$$

En remplaçant dans (1) on aura :

$$V = 1/l^3 < 1 \;\; x \;\; x^2 \;\; x^3 > \begin{bmatrix} 2 & -l & 0-2 & -l \\ -3l & 2l & 3l & l^2 \\ 0 & -l^3 & 0 & 0 \\ -l^3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_1 \\ \theta_1 \\ V_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}$$

D'où ; $[N] = 1/l^3 < 1 \;\; x \;\; x^2 \;\; x^3 > \begin{bmatrix} 2 & -l & 0-2 & -l \\ -3l & 2l & 3l & l^2 \\ 0 & -l^3 & 0 & 0 \\ -l^3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Donc $N_1 = 1 + 2x^3/l^3 - 3\frac{x^2}{l^2}$ $\qquad N_2 = -x(\frac{x}{l} - 1)^2$

$N_3 = 3\frac{x^2}{l^2} - 2\,x^3 / l^3$ $\qquad N_4 = -x(\frac{x^2}{l^2} - \frac{x}{l})$

Déplacements – déformations :

La seule déformation à considérer est la courbure autour de l'axe « y »

Le vecteur de déformation est donné par :

$$\mathcal{E} = -y\,\frac{\partial^2 u}{\partial^2 x}$$

La contrainte σ et le moment m_z dus à la flexion dans le repére (x- y) est :

$$\sigma = -\,Ey\,\frac{\partial^2 u}{\partial^2 x}$$

$$m_z = -EI_z\,\frac{\partial^2 u}{\partial^2 x}$$

si E est le module de Young du matériau et I_z est le moment d'inertie de la section par rapport à l'axe z

les contraintes σ et les déformations Ɛ correspondant au moment interne dans la poutre sont liées par la relation :

$$\sigma = D\,\{\mathcal{E}\} = D.B.U^e.$$

avec $B = N''$

d'où : $[B] = \begin{bmatrix} \frac{6}{l^2}+\frac{12x}{l^3} & \frac{4}{l}-\frac{6x}{l^2} & \frac{6}{l^2}-\frac{12x}{l^3} & \frac{2}{l}-\frac{6x}{l^2} \end{bmatrix}$

D'où la matrice de rigidité et de masse de l'élément poutre à 4ddl dans le repère local sont dans le tableau suivant :

ANNEXE B

	La matrice de régidité	La matrice de masse
Flexion (x-y)	$K^e = \frac{EI}{L3}\begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix}$	$M^e = \frac{\rho A l}{420}\begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l^2 & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix}$

En tenant compte du coefficient dus au déplacement et au torsion, la matrice de régidité et de masse d'une poutre tridimensionnelle sont :

$$K^e = \begin{bmatrix}
\frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{l^2} & 0 & \frac{-12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{l^2} \\
0 & 0 & \frac{12EI_y}{l^3} & 0 & \frac{-6EI_y}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{-12EI_y}{l^3} & 0 & \frac{-6EI_y}{l^2} & 0 \\
0 & 0 & 0 & \frac{GI_0}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-GI_0}{l} & 0 & 0 \\
0 & 0 & \frac{-6EI_y}{l^2} & 0 & \frac{4EI_y}{l} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & 0 & \frac{2EI_y}{l} & 0 \\
0 & \frac{6EI_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{l} & 0 & \frac{-6EI_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{l} \\
\frac{-EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{-12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{-6EI_z}{l^2} & 0 & \frac{12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{-6EI_z}{l^2} \\
0 & 0 & \frac{-12EI_y}{l^3} & 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_y}{l^3} & 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & 0 \\
0 & 0 & 0 & \frac{-GI_0}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GI_0}{l} & 0 & 0 \\
0 & 0 & \frac{-6EI_y}{l^2} & 0 & \frac{2EI_y}{l} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & 0 & \frac{4EI_y}{l} & 0 \\
0 & \frac{6EI_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{l} & 0 & \frac{-6EI_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{l}
\end{bmatrix}$$

ANNEXE B

$$
M^e = \frac{\rho A l}{420}
\begin{bmatrix}
140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 156 & 0 & 0 & 0 & 22l & 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & -13l \\
0 & 0 & 156 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 54 & 0 & 13l & 0 \\
0 & 0 & 0 & \frac{140 I_0}{A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{70 I_0}{A} & 0 & 0 \\
0 & 0 & -22l & 0 & 4l^2 & 0 & 0 & 0 & -13l & 0 & -3l^2 & 0 \\
0 & 22l & 0 & 0 & 0 & 4l^2 & 0 & 13l & 0 & 0 & 0 & -3l^2 \\
70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 54 & 0 & 0 & 0 & 13l & 0 & 156 & 0 & 0 & 0 & -22l \\
0 & 0 & 54 & 0 & -13l & 0 & 0 & 0 & 156 & 0 & 22l & 0 \\
0 & 0 & 0 & \frac{70 I_0}{A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{140 I_0}{A} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 13l & 0 & -3l^2 & 0 & 0 & 0 & 22l & 0 & 4l^2 & 0 \\
0 & -13l & 0 & 0 & 0 & -3l^2 & 0 & -22l & 0 & 0 & 0 & 4l^2
\end{bmatrix}
$$

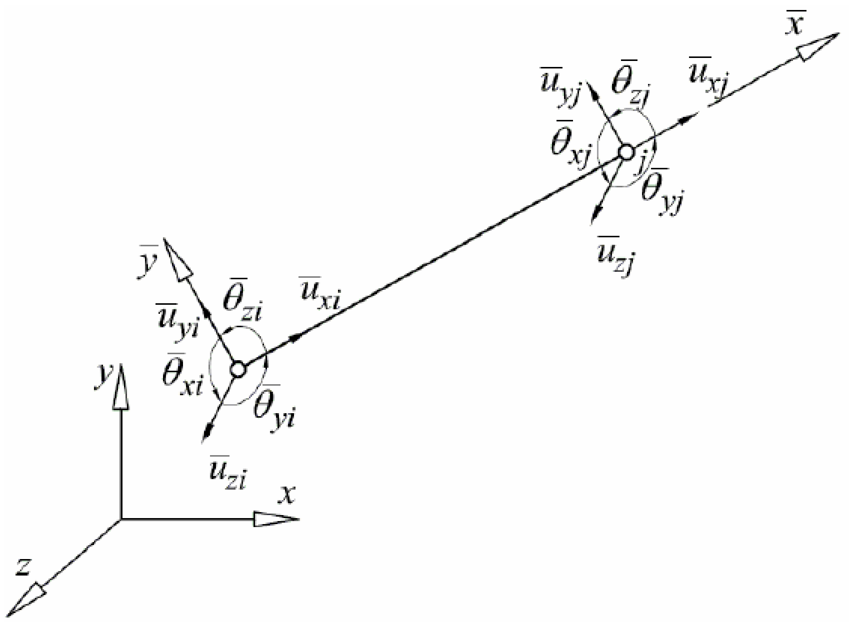


Figure (B) : Elément poutre tridimensionnelle.

Systéme masse ressort "2 ddl":

```
clear global;close all;clc
m1=75;m2=125;
c1=150;c2=90;
k1=400e3;k2=200e3;
M=[m1 0;0 m2];
C=[c1 -c1;-c1 c1+c2];
K=[k1 -k1;-k1 k1+k2];
[Phi,Lam]=eig(K,M);
% Fréquence du système
Freq=sqrt(diag(Lam))/2*pi/10;
% Normalisatin des modes
n_2=2;
for jjj=1:n_2
    Phi_n=Phi(:,jjj)./Phi(1,jjj);
end
% Fréquence d'exitation
w=0:.1:30;
n_1=length(w);
% n_2=2;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Calcul de Transmissibilité T
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

T11=zeros(n_1,n_2);
S=zeros(n_1,1);
for i=1:n_1;
    ii=2*pi*w(i);
    H=inv(K-ii^2*M);(H:la function de fréquence fréquentielle)
    H11(i)=H(1,1);
    H22(i)=H(2,2);
    for jj=1:n_2;
        T11(i,jj)=H(jj,2)./H(jj,1);(T: la function de transmissibilité)
    end
end

% ---------------------------------------------------
% Figure de Transmisibilité (Voir figure 5.1.2 page 21)
% ---------------------------------------------------
figure(1)
semilogy(w,abs(T11),'LineWidth' ,1.5)
legend({'T^1_2_1','T^2_2_1'},'FontSize',12,'FontWeight','bold')
xlabel('Fréquence [Hz]','FontSize',9,'FontWeight','bold')
ylabel('Transmissibilité','FontSize',9,'FontWeight','bold')
grid on
grid minor
% ---------------------------------------------------
% Figure de H11 et de H22 (Voir figure 5.1.5 page 23)
% ---------------------------------------------------
figure(2)
semilogy(w,abs(H11),w,abs(H22),'--r','LineWidth' ,1.5)
legend({'H_1_1','H_2_2'},'FontSize',12,'FontWeight','bold')
xlabel('Fréquence [Hz]','FontSize',9,'FontWeight','bold')
ylabel('FRF','FontSize',9,'FontWeight','bold')
grid on
```

```
grid minor
%--------------------------------------------------
% Inverse de S(2,2)
%--------------------------------------------------
for i=1:n_1;
        TR=[T11(i,:);1 1];( TR: la matrice de transmissibilité )
        [X_1,X_2,X_3]=svd(TR);
        S(i)=1./X_2(2,2);(S: la matrice inverse )
end
% --------------------------------------------------
% Figure de 1/S(2,2) (Voir figure 5.1.3 page 21)
% --------------------------------------------------
figure(3)
semilogy(w,abs(S),'LineWidth' ,1.5)
xlabel('Fréquence [Hz]','FontSize',9,'FontWeight','bold')
ylabel('1/S(2,2)','FontSize',9,'FontWeight','bold')
grid on
grid minor
% --------------------------------------------------
% Figure de Fréquence de transmissibilité (Voir figure 5.1.4 page 22)
% --------------------------------------------------

figure(4)
plot(Freq,[4.8 15.3],'--c','LineWidth' ,1.5)
hold on
plot(Freq,[4.8 15.3],'--sc','LineWidth'
,1.5,'MarkerEdgeColor','g','MarkerFaceColor','g')
xlabel('Fréquence exacte [Hz]','FontSize',9,'FontWeight','bold')
ylabel('Fréquence de transmissibilité (Hz)','FontSize',9,'FontWeight','bold')
grid on
grid minor
```