

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la A Recherche Scientifique

UNIVERSITE MOULOUD MAMMARI DE TIZI-OUZOU



FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE  
DEPARTEMENT D'AUTOMATIQUE

## Mémoire de Fin d'Etudes De MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Sciences et Technologies

Filière : Génie Electrique

**Spécialité : COMMANDE DES SYSTEMES**

Thème

# Suivi de trajectoire d'un drone type quadri- rotor approche par modèles flous Takagi-Sugeno

**Présenter par : Hamdani samir**

**Encadreur : M touat mohand ouachour**

**Mme Boudjema Fadila**

MCA, UMMTO, President

**M Triki Hocine**

Dr, UMMTO, Examineur

**M Touar mohand ouachour**

MCA, UMMTO, Encadreur

# *Remerciements*

*Au terme de ce mémoire, nous remercions tout d'abord  
DIEU, le clément, le miséricordieux, le tout puissant qui  
nous a donné durant toutes ces années la sante, le courage et la  
fois en nous même pour arriver à ce jour.*

*Nous exprimons nos sincères remerciements à l'égard de  
notre promoteur M. Touat pour son aide et ses  
encouragements précieux, durant les travaux pour la mise en  
œuvre de ce modeste travail*

*Que les membres de jury trouvent nos remerciements les plus  
vifs pour avoir accepté d'honorer par leur jugement notre  
travail.*

*Enfin, nous remercions toutes les personnes ayant  
contribué d'une façon ou d'une autre à réaliser ce projet de fin  
d'études.*

# *Dédicaces*

Je dédie ce modeste travail :  
A mes très chers parents qui  
Ont su être toujours présent à  
Mes côtés, tout au long de ma  
Vie pour me soutenir.  
A mes très chers frères.  
Et à mes deux très chères  
Sœurs Hayat, Fazia que j'aime  
Beaucoup.

A mes amis que j'admire  
Beaucoup.  
A mon binôme ainsi toute sa  
Famille.

Et à tous ceux qui se  
Reconnaîtront en ce mot  
« AMI » ...

**SAMIR.**

# *Table des matières*

Liste des figures .....	I
Liste des tableaux.....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
Liste des symboles .....	III
<b>Introduction générale</b> .....	<b>1</b>
Chapitre I. Etat de l'art.....	3
I.1. Introduction : .....	3
I.2. Définition d'un drone : .....	3
I.2.1. Classification des drones .....	3
I.3. Utilisation des drones .....	7
I.4. Constitution d'un drone miniature et contraintes associées .....	8
I.5. Conclusion .....	9
Chapitre II. Modélisation d'un quadri-rotor à six degrés de liberté .....	10
II.1. Introduction .....	10
II.2. Description générale du quadri-rotor .....	10
II.3. Les possibilités de vol du quadri-rotor.....	11
II.3.1. Mouvement vertical .....	11
II.3.2. Mouvement de roulis.....	12
II.3.3. Mouvement de tangage .....	12
II.3.4. Mouvement de lacet .....	13
II.3.5. Mouvements de translation .....	13
II.4. Modèle mathématique de la dynamique de vol d'un quadri-rotor: .....	14
II.4.1. Hypothèses du modèle : .....	15
II.4.2. Correspondance forces/moments – vitesses de moteur :.....	19
II.4.3. La dynamique du rotor : .....	19
II.5. Les contraintes non holonomie : .....	22

II.5.1. Commande des drones : .....	22
II.6. Conclusion : .....	23
Chapitre III. Commande PDC (Compensation parallèle distribuer) basée sur les modèles Takagi-Sugeno	24
III.1. Introduction.....	24
III.2. Définition des modèles flous TS : .....	24
III.3. Construction des modèles flous T-S : .....	26
III.3.1. Identification des modèles TS : .....	26
III.3.2. Linéarisation d'un modèle non linéaire : .....	27
III.3.3. Décomposition en secteurs non linéaires : .....	27
III.4. Exemple : .....	29
III.5. Stabilité et Stabilisation et suivi de trajectoire des modèles flous T-S : .....	32
III.6. Application de la technique PDC au quadri-rotor : .....	32
III.6.1. Stratégie de commande : .....	32
III.7. Résultats de simulation : .....	34
III.8. Interprétation des résultats : .....	38
III.9. Conclusion : .....	38
III.10. Conclusion générale.....	39
Bibliographie .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>

## Liste des figures

Figure I-1 Catégories des drones [9].....	4
Figure I-2 Classification selon le mode de propulsion [7].....	5
Figure I-3 Exemple d'hélicoptères à rotor anti-couple de queue [11] .....	6
Figure I-4 Exemple d'hélicoptère à rotors coaxiaux [11] .....	6
Figure I-5 Le SikorskyCypher I et Cypher II [13] .....	7
Figure I-6 Exemple de drone à rotors multiples [11].....	7
Figure II-1 Structure générale d'un quadri-rotor .....	11
Figure II-2 Illustration du mouvement vertical.....	12
Figure II-3 Illustration du mouvement de roulis .....	12
Figure II-4 Illustration du mouvement de tangage.....	13
Figure II-5 Illustration du mouvement de lacet .....	13
Figure II-6 Illustration du mouvement de translation .....	14
Figure II-7 Le repère du quadri-rotor.....	14
Figure II-8 Rotation suivant le roulis, le tangage et le lacet. ....	16
Figure II-9 Rotation angulaire, et translation linéaire.....	22
Figure III-1 Secteur global.....	28
Figure III-2 Secteur local .....	28
Figure III-3 Structure et validation d'un modèle T-S.....	29
Figure III-4 Simulation du système (NL) et (TS) .....	31
Figure III-5 Fonctions d'activations .....	31
Figure III-6 Schéma de commande sous matlab .....	32
Figure III-7 Résultats de poursuite, dans le cas des trajectoires de références en échelon, selon les axes (X,Y,Z, $\psi$ ) .....	35
Figure III-8 Trajectoire globale en 3D .....	36
Figure III-9.....	36
Figure III-10 L'angle de tangage et de roulis .....	37
Figure III-11 signaux de commande des rotations.....	37
Figure III-12 signal de commande de puissance.....	38

## Liste des symboles

<b>SYMBOLE</b>	<b>SIGNIFICATION</b>	<b>UNITE</b>
$x, y, z$	Coordonnées cartésiennes	$m$
$\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$	Vitesse de translation	$m/s^2$
$\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$	Accélération de translation	$m/sec^2$
$\varphi, \theta, \psi$	Angle d'Euler (Roulis, Tangage, Lacet)	$rad$
$\dot{\varphi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$	Vitesse angulaire	$rad/sec$
$\ddot{\varphi}, \ddot{\theta}, \ddot{\psi}$	Accélération angulaire	$rad/sec^2$
$\xi$	Vecteur position	-----
$v$	Vecteur des vitesses linéaire	-----
$m$	Masse de quadri-rotor	$Kg$
$d$	Distance entre le centre de gravité du quadri-rotor et l'axe de rotation des hélices	$m$
$g$	Accélération de la pesanteur	$m/sec^2$
$w_i$	Vitesse angulaire de rotor i	$rad/sec$
$F_i$	Force développer par rotor i	$N$
$\Gamma_i$	Moment applique à la structure de quadri-rotor	$N.m$
$K_p$	Coefficient de portance	$N.sec^2/rad^2$
$K_{tx}, K_{ty}, K_{tz}$	Coefficients de trainée selon 3 axes	$N.m.sec^2/rad^2$
$K_{ax}, K_{ay}, K_{az}$	Coefficients frottement aérodynamique	-----
$J_r$	L'inertie de rotor	$Kg.m^2$
$\Omega$	Vitesse angulaire exprimer aux repères lie au centre quadri-rotor	$Kg.m^2$

# Introduction générale

Les engins volants autonomes ou semi autonomes sont des véhicules capables d'effectuer des missions en vol sans présence humaine à bord, ils sont aussi connus sous la dénomination « UnmannedAerialVehicles : UAV [1]. Le pilotage automatique d'avions et d'hélicoptères est né avec l'aviation moderne et a évolué au cours du temps pour satisfaire des besoins de plus en plus contraignants. Il peut être utilisé lorsque la tâche à réaliser est trop répétitive ou trop difficile pour le pilote. La maîtrise de la commande automatique de l'évolution des drones miniatures contrôlés par radio ouvre la voie à des applications dans les domaines de la sécurité (surveillance de l'espace aérien, du trafic urbain et interurbain), de la gestion des risques naturels (surveillance de l'activité des volcans), de l'environnement (mesure de la pollution de l'air, surveillance des forêts), pour l'intervention dans des environnements hostiles (milieux radioactifs, déminage des terrains sans intervention humaine), la gestion des grandes infrastructures (barrages, lignes à haute tension, pipelines), l'agriculture (détection et traitement des cultures infestées) et la prise de vue aérienne dans la production de films. Il faut noter que contrairement, aux robots manipulateurs classiques, la plupart de ces systèmes mécaniques sont sous actionnés (le nombre d'entrées de commande est inférieur au nombre de degrés de liberté) [2].

La recherche dans le domaine des drones fait appel à plusieurs disciplines scientifiques à savoir l'aérodynamique, la mécanique, l'électronique, l'automatique, la communication..., etc.

Le travail présenté dans ce mémoire s'inscrit dans le cadre de la modélisation et le développement des lois de commandes linéaire et non linéaire pour un drone type quadri-rotor. Le but attendu est d'abord de déterminer un modèle compatible décrivant la dynamique de ce dernier et d'arriver enfin à concevoir des commandes linéaire et non linéaire réalisables, qui permettent au drone quadri-rotor la poursuite d'une trajectoire de référence désirée.

Ce mémoire s'articule autour de trois chapitres :

➤ **Le premier chapitre** apporte une introduction au monde des drones en général et le quadri-rotor en particulier. Leurs définitions leur historique, applications et leurs classifications.

➤ **Le deuxième chapitre** traite la modélisation dynamique du quadri-rotor et une description du principe de fonctionnement du drone quadri-rotor est présentée avec une description détaillée sur ses mouvements possibles ainsi que les modes de vol, en collaboration avec le jargon (tangage, roulis, lacet) de vol correct, qui désigne les signaux d'entrée et de leurs réponses de sorties correspondantes.

➤ **Le troisième chapitre** présente les principaux résultats les plus couramment utilisés pour l'analyse des modèles de Takagi-Sugeno. Leurs structures ainsi que la façon de les obtenir par les approches de linéarisation, d'identification et de transformation par secteurs non linéaires. Nous présentons également les principaux résultats de la littérature concernant la stabilisation des systèmes non linéaires représentés par des modèles flous T-S. Nous détaillons ensuite le principe de la commande PDC (Parallel Distributed Compensation) [3]. Nous montrons également quelques résultats concernant les conditions de stabilité et la stabilisation des modèles T-S et leurs formulations en un problème équivalent de LMI [4]. A la fin de ce chapitre, nous présentons une application à la stabilisation d'attitude d'un quadri-rotor.

Enfin, la conclusion générale présente le bilan de ce travail et les perspectives envisagées

# Chapitre I. Etat de l'art

### I.1. Introduction :

Les appareils à décollage vertical ou les drones (UAV : UnmannedAerialVehicle) sont des aéronefs inhabités qui utilisent les forces aérodynamiques pour produire un vol vertical. Ils peuvent être pilotés à distance, autonomes ou semi autonomes [1]. L'utilisation des drones a d'abord été connue dans les applications militaires, comme la surveillance et la reconnaissance et comme plateforme de désignation de cible ou comme arme.

Dans ce chapitre, nous présentons les drones, leurs classifications et leurs différentes utilisations. Enfin, une dernière partie est consacrée aux constitutions d'un drone miniature et contraintes associées.

### I.2. Définition d'un drone :

Les drones sont des engins volants sans pilote capables de mener à bien une mission en autonomie ou semi-autonomie [5]. Un drone de l'anglais faux-bourdon est un appareil volant sans pilote, semi autonome ou complètement autonome qui peut emporter une charge utile est destinée à des missions spécifiques [6].

L'usage du mot « drone » pour décrire un véhicule ou robot terrestre, de surface ou sous-marin, doté d'autonomie, est une particularité française. La classification américaine des mobiles autonomes sans humain à bord en UAV/UAS (aériens), USV/USS (de surface), UUV/UUS (sous-marins), UGV/UGS (robots terrestres) est la plus couramment utilisée dans le monde [5].

Le véhicule aérien sans pilote à long terme décrit les drones volants et les hélicoptères. S'il fonctionne dans l'air, nous l'appellerons un UAV. Le drone amateur le plus populaire est le quad-rotor ou quad-copter [6].

La caractéristique essentielle des drones est qu'ils sont récupérables, ce qui permet de les réutiliser. Cela les différencie des missiles, auxquels on aurait pu être tenté de les assimiler [7].

#### I.2.1. Classification des drones

Les drones peuvent être répartis selon plusieurs critères : la taille, le mode de propulsion, les systèmes de contrôle, etc.

##### I.2.1.1. Selon la taille

On peut distinguer les catégories suivantes :

- HALE (Haute Altitude Longue Endurance) : ce sont des drones, le plus souvent à voilure fixe, capables de rester très longtemps en vol et de collecter des informations sur de très longues périodes (entre 12 et 48 heures) [5].
- MALE (Moyenne Altitude Longue Endurance) : ayant une grande autonomie, ils sont utilisés pour des vols de longue durée à une moyenne altitude opérationnelle. Ces drones font partie de la classe de grande taille. Ils peuvent embarquer des armes, ce qui nécessite généralement d'avoir un humain dans la boucle, ce dernier doit garder la décision de tir et pouvoir à tout moment annuler la mission [5].
- Micro drones : ce sont des drones ayant des tailles variant du centimètre à quelques dizaines de centimètres et caractérisés par une faible charge. Généralement, propulsé électriquement, ils permettent ainsi de faire des vols en intérieur [6]
- Mini drones : ce sont des drones plutôt légers et de taille réduite (jusqu' à quelques kilogrammes et d'une envergure jusqu'à 1 à 2 mètres) facilitant la mise en œuvre d'une autonomie relativement faible (de 10 à 30 minutes). Ils sont, en général, utilisés pour l'observation de zones à accès difficiles. La figure I.1 présente les différentes catégories des drones [9].

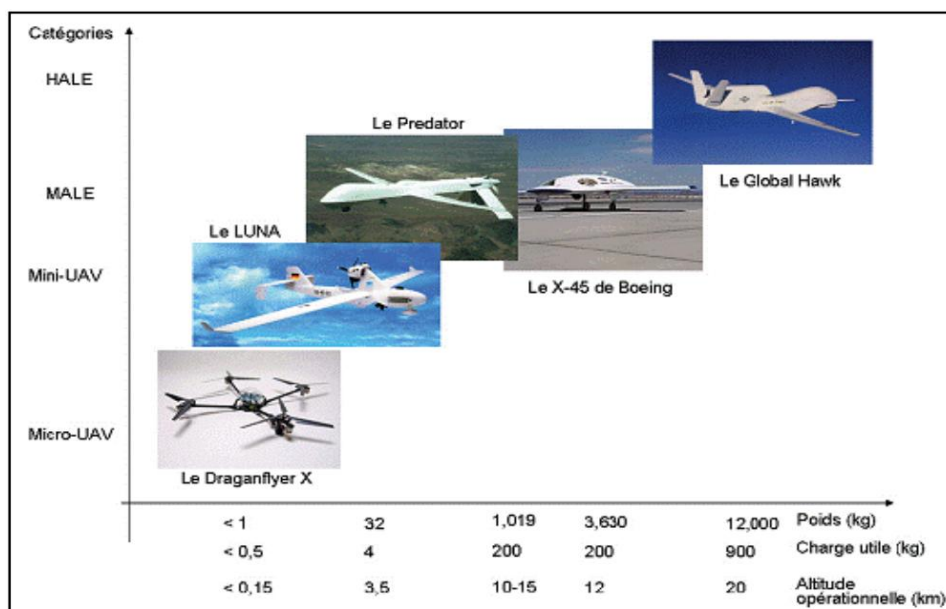


Figure I-1 Catégories des drones [9].

### I.2.1.2. Classification selon le mode de propulsion

Le fonctionnement aérodynamique fournit une autre possibilité de classification. Ainsi, les drones peuvent être structurés principalement en trois familles [7] :

- Drones à voilures fixes : utilisent des ailes fixes dans leur mode de déplacement.

- Drones à ailes battantes : utilisent des ailes comme celles des oiseaux ou de certains insectes.
- Drones à voilures tournantes : utilisent le même organe (rotors) pour la propulsion et la sustentation. Ce type de drones est capable d'atterrissage et de décollage verticaux, ainsi que de vol stationnaire à basse et à faible altitude. La figure I.2 montre quelques exemples des drones à voilures fixes, voilures tournantes et ailes battantes



Figure I-2 Classification selon le mode de propulsion [7].

Ils peuvent être classés suivant le nombre de rotors et leur position en 4 catégories :

- Les hélicoptères classiques ;
- Les rotors coaxiaux ;
- Les rotors coaxiaux carénés ;
- Les rotors multiples.

#### A. Les hélicoptères classiques :

L'hélicoptère est un drone à voilure tournante le plus connu et le mieux maîtrisé. Il est formé d'un rotor principal et un rotor anti-couple de queue. Ce dernier peut être libre ou caréné dans un fenestron afin d'augmenter la protection et l'efficacité aérodynamique. Les deux configurations sont illustrées dans la figure I.3. La rotation du rotor principal assure la fonction de la sustentation, alors que le rotor de la queue joue un rôle d'anti-couple pour annuler le couple de réaction en lacet généré par la rotation du rotor principal.



(a) RAC libre



(b) RAC caréné

*Figure I-3 Exemple d'hélicoptères à rotor anti-couple de queue [11]*

Cette configuration est formée de deux rotors fixés sur le même axe et qui tournent à la même vitesse dans un sens opposé, ce système de rotation inversé du second rotor permet d'annuler l'effet de la réaction du couple du premier. Le second rotor permet également de rendre le flux d'air plus laminaire et plus rapide en sortie [7], ces deux rotors contribuent à un mouvement de poussée vertical et leur différentiel de vitesse de rotation pilote l'orientation de l'angle de lacet.



(a) Ka-27



(b) Ka-50

*Figure I-4 Exemple d'hélicoptère à rotors coaxiaux [11]*

### B. Les rotors coaxiaux carénés

Dans cette structure, le drone à rotors coaxiaux est intégré dans une carène. Il est alors plus résistant aux chocs puisque les pales ne sont pas directement accessibles. Deux architectures techniques peuvent être distinguées. La première architecture regroupe les appareils à carène courte dont la hauteur est faible devant le diamètre de la carène. Ces véhicules possèdent en général une bonne stabilité en vol stationnaire, mais une aptitude limitée à la translation horizontale. Une deuxième architecture présentée à la figure 1.5 a ainsi vu le jour : une hélice secondaire a été rajoutée pour assurer le vol de translation et le rotor principal sert juste pour générer la force de poussée (principe de girodyne). Le véhicule reste pratiquement

à plat lors du vol d'avancement, gardant par conséquent une traînée faible en phase de translation [7].

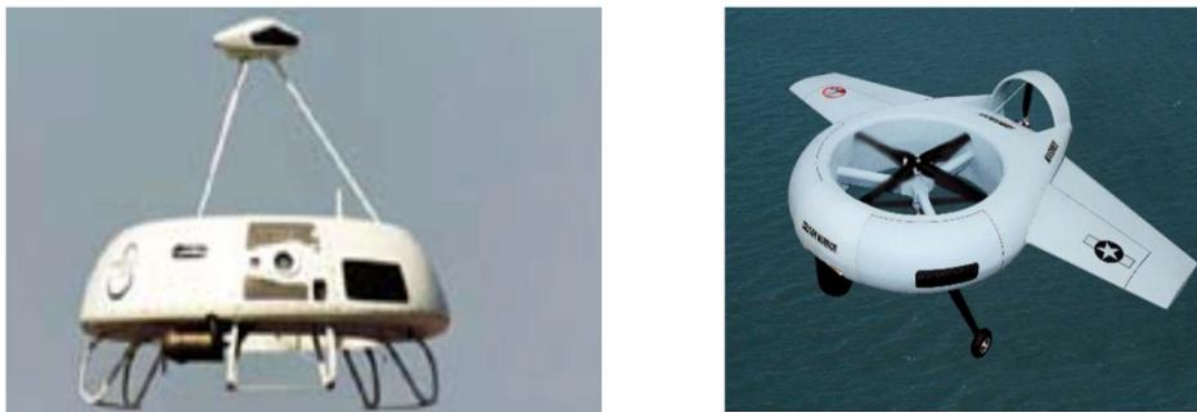


Figure I-5 Le Sikorsky Cypher I et Cypher II [13]

### C. Les rotors multiples

Les drones à rotor multiples constituent une configuration aéromécanique très répandue. Ils possèdent généralement quatre rotors, mais il existe avec six et huit rotors comme en atteste la figure 1.6. La simplicité mécanique de ce véhicule en fait une configuration très populaire pour la réalisation de plateformes expérimentales à faibles coûts [7].

Du point de vue fonctionnement, le sens de rotation des rotors est inversé deux à deux afin de compenser le couple de réaction. En effet, c'est la différence de portance qui détermine l'inclinaison du véhicule autour des angles de roulis et de tangage, et qui permettra donc le vol d'avancement. Ces drones sont particulièrement appropriés au vol stationnaire et à faibles vitesses. Ils sont cependant peu adaptés pour des vols de translation à grande vitesse ou pour des vols dans des conditions venteuses.



(a) Quadrotor



(b) Hexarotor



(c) Octorotor

Figure I-6 Exemple de drone à rotors multiples [11].

## I.3. Utilisation des drones

Pour les applications, militaires, généralement secrètes et sensibles. Les drones sont utilisés pour :

- La préservation maximale de la vie des soldats en tenant l'information disponible en temps réel [7].
- La prise de décision tactique en générant des modifications majeures dans la manière de concevoir non seulement les opérations aériennes, mais, au-delà, les principes mêmes des opérations inter armées [7].
- Les missions principales telles que la reconnaissance, l'espionnage et l'écoute.

Dans le domaine civil, ils sont utilisés dans une grande variété d'applications :

- Recherche et sauvetage dans les endroits inaccessibles et dangereux, comme les montagnes, la mer et les centrales chimiques [7].
- La reconnaissance des frontières, l'évaluation des dommages, la surveillance des feux de forêt, des lignes électriques haute tension, le survol des régions éloignées, montagneuses et peu accessibles, des zones de pêche et des routes maritimes très fréquentées et dangereuses, les niveaux de pollution atmosphérique ou en mer, la surveillance du trafic routier, les tracés terrestres et la cartographie [7].
- La surveillance des pipelines de pétrole et de gaz, surveillance de cargaisons dangereuses, des sources d'eau, des vestiges archéologiques, des filons de matières premières ou de combustible [7].

### **I.4. Constitution d'un drone miniature et contraintes associées**

La miniaturisation des drones est un formidable défi technique qui fait apparaître des problèmes multidisciplinaires à résoudre :

- a) En aérodynamique, les véhicules vont fonctionner à de faibles nombres de Reynolds, un domaine encore très peu exploré et maîtrisé.
- b) En propulsion, les moteurs doivent être petits et puissants tout en ayant de bons rendements énergétiques pour assurer une autonomie suffisante.
- c) En charge utile, les drones miniatures ne pourront pas embarquer les systèmes de guidage ou de surveillance habituels, mais des systèmes redimensionnés et repensés pour y être intégrés.

- d) En dynamique de vol, ces engins plus légers seront plus sensibles aux perturbations extérieures.

L'enjeu principal pour la construction d'un drone miniature est de pouvoir maximiser son autonomie pour une masse donnée, tout en assurant la puissance nécessaire à sa propulsion et à l'alimentation des instruments embarqués. Il est donc important de choisir judicieusement les éléments les uns par rapport aux autres pour avoir le meilleur ensemble.

## **I.5. Conclusion**

Nous avons traité dans ce chapitre Quelques définitions sur les drones et leurs classifications, selon leur taille, et leur mode de propulsion. Puis nous avons abordé les différentes utilisations. Enfin, une dernière partie est consacrée aux constitutions d'un drone miniature et contraintes associées.

# Chapitre II. Modélisation d'un quadri-rotor à six degrés de liberté

## II.1. Introduction

Afin de concevoir un contrôleur de vol, on doit d'abord comprendre profondément les mouvements de l'avion, sa dynamique et par conséquent ses équations dynamiques. Cette compréhension est nécessaire non simplement pour la conception du contrôleur, mais aussi pour s'assurer que les simulations du comportement de véhicule sont plus proches que possible de la réalité lorsque la commande est appliquée [8].

Le quadri-rotor est classé dans la catégorie des systèmes volants les plus complexes vu le nombre d'effets physiques qui affectent sa dynamique à savoir les effets aérodynamiques, la gravité, les effets gyroscopiques, les frottements et le moment d'inertie [9]. Cette complexité résulte essentiellement du fait que l'expression de ces effets diffèrent pour chaque mode de vol. En effet les modèles dynamiques du quadri-rotor proposés dans [10-11] changent en fonction des taches planifiées et en fonction des milieux de navigation définis à priori par l'opérateur.

Un quadri-rotor est un hélicoptère composé de quatre rotors à voilure tournante. C'est un engin omnidirectionnel à décollage vertical et à atterrissage vertical (VTOL) capable de faire s vols stationnaires. Il est constitué de quatre pales à pas fixe accouplées à des moteurs à courant continu.

## II.2. Description générale du quadri-rotor

Un quadri-rotor est un robot mobile aérien à quatre rotors définit dans l'espace par 6 DDL [12]. Ces 4 rotors sont généralement placés aux extrémités d'une croix, et l'électronique de contrôle est habituellement placée au centre de la croix. Afin d'éviter à l'appareil de tourner sur lui-même sur son axe de lacet, il est nécessaire que deux hélices tournent dans un sens, et les deux autres dans l'autre sens. Pour pouvoir diriger l'appareil, il est nécessaire que chaque couple d'hélice tournant dans le même sens soit placé aux extrémités opposées d'une branche de la croix.

Le fonctionnement d'un quadri-rotor est assez particulier. En faisant varier astucieusement la puissance des moteurs, il est possible de le faire monter/descendre, de l'incliner à gauche/droite(roulis) ou en avant/arrière (tangage) ou encore de le faire pivoter sur lui-même (lacet) [13], le quadri-rotor a six degrés de libertés, trois mouvements de rotation et trois mouvements de translation, ces six degrés doivent être commandés à l'aide de quatre déclencheurs seulement, donc c'est un système sous actionné (le nombre des entrées inférieure au nombre des sorties).

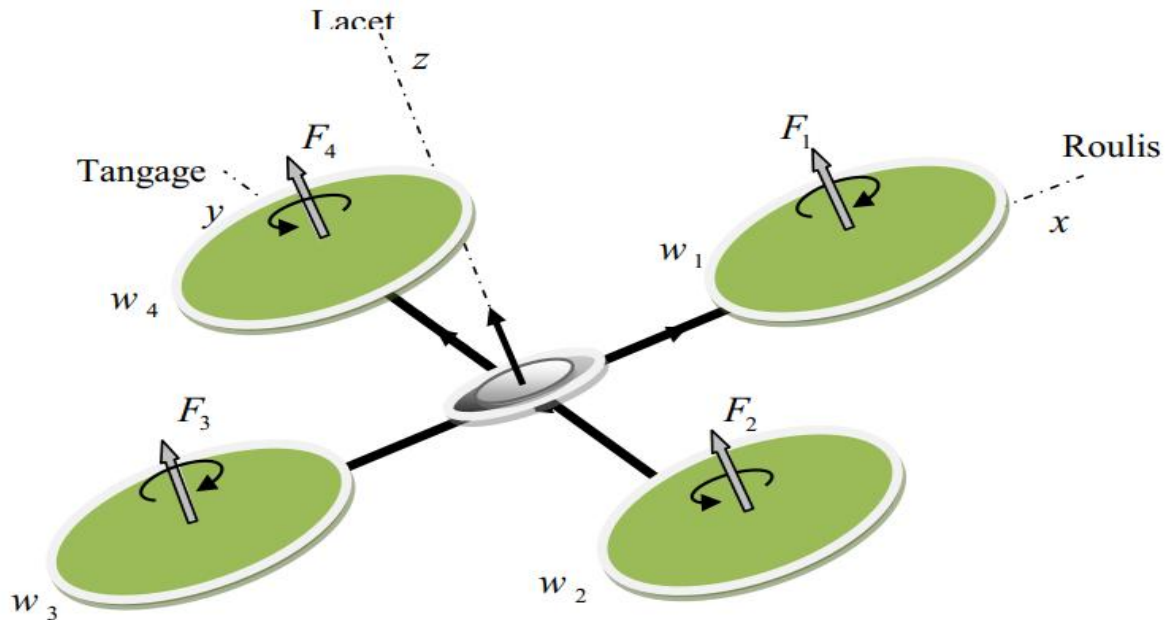


Figure II-1 Structure générale d'un quadri-rotor

### II.3. Les possibilités de vol du quadri-rotor

Le quadri-rotor est composé de 4 hélices, les rotors de droite et gauche (1 et 3) tournent dans le sens des aiguilles d'une montre et les rotors de l'avant et l'arrière (2 et 4) tournent dans le sens inverse pour neutraliser le mouvement du drone [12]. Pour faire glisser le drone il suffit de varier la vitesse des rotors pour produire une force de poussée vers le sens désiré. Le quadri-rotor a cinq mouvements principaux [13] :

- Mouvement vertical
- Mouvement de roulis
- Mouvement de tangage
- Mouvement de lacet
- Translation horizontale

#### II.3.1. Mouvement vertical

Afin de planer, toute la force de portance devrait seulement être le long de l'axe z avec une grandeur exactement opposée à la force de pesanteur. D'ailleurs, la force de portance créée par chaque rotor doit être égale pour empêcher le véhicule de renverser plus. Par conséquent, la poussée produite par chaque rotor doit être identique.

Le mouvement ascendant et descendant est obtenu par la variation de la vitesse de rotation des moteurs (par conséquent la poussée produite), si la force de portance est supérieure au poids

du quadri-rotor le mouvement est ascendant, et si la force de portance est inférieure au poids du quadri-rotor le mouvement est descendant [13].

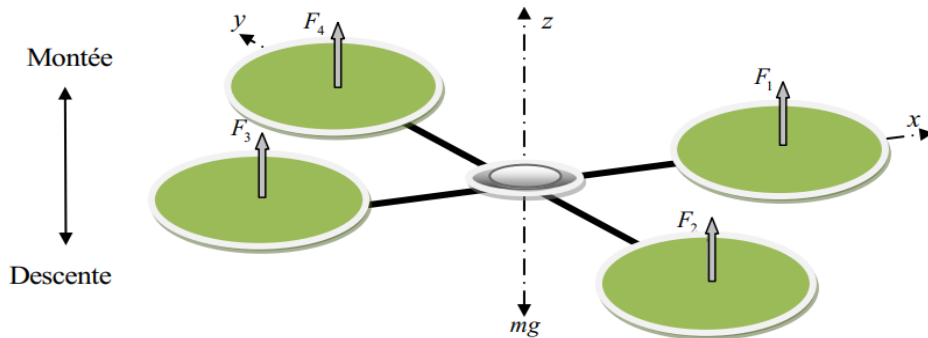


Figure II-2 Illustration du mouvement vertical

### II.3.2. Mouvement de roulis

La figure (II.3) montre comment un mouvement de roulis est obtenu. Dans ce cas, on applique un couple autour de l'axe  $x$ , c'est-à-dire en appliquant une différence de poussée entre le rotor 2 et le rotor 4. Ce mouvement (rotation autour de l'axe  $x$ ) est couplé avec un mouvement de translation selon l'axe  $y$  [12].

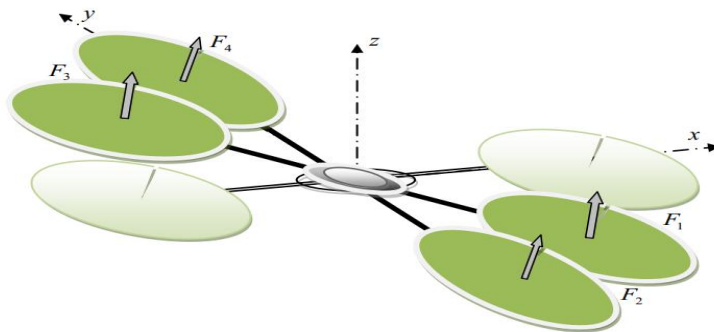


Figure II-3 Illustration du mouvement de roulis

### II.3.3. Mouvement de tangage

La figure (II.4) montre comment un mouvement de tangage est obtenu. Dans ce cas, on applique un couple autour de l'axe  $y$ , c'est-à-dire en appliquant une différence de poussée entre le rotor 1 et le rotor 3. Ce mouvement (rotation autour de  $y$ ) est couplé avec un mouvement de translation selon l'axe  $x$ .

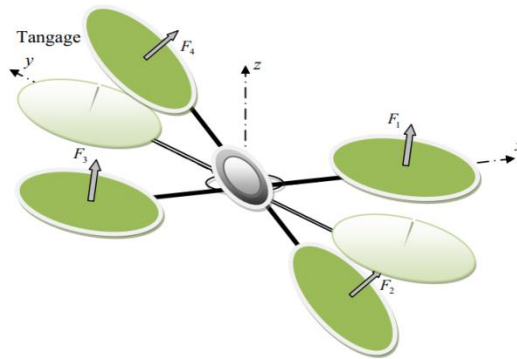


Figure II-4 Illustration du mouvement de tangage

### II.3.4. Mouvement de acet

La figure (II.5) montre comment le mouvement de lacet est obtenu. Dans ce cas, nous voulons appliquer un couple autour de l'axe  $z$ , qui est fait en appliquant une différence de vitesse entre les rotors  $\{1,3\}$  et  $\{2,4\}$ . Ce mouvement n'est pas un résultat direct de la poussée produit par les propulseurs mais par les couples réactifs produits par la rotation des rotors. La direction de la force de poussée ne décale pas pendant le mouvement, mais l'augmentation de la force de portance dans une paire de rotors doit être égale à la diminution des autres paires pour s'assurer que toute la force de poussée demeure la même.

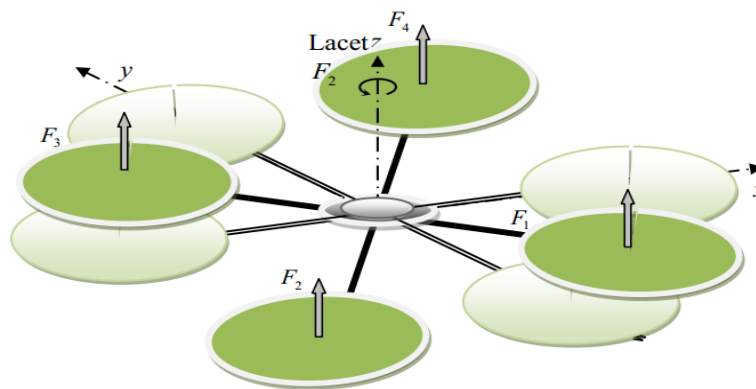


Figure II-5 Illustration du mouvement de lacet

### II.3.5. Mouvements de translation

La figure (II.6) montre comment la translation horizontale est réalisée. Dans ce cas, nous voulons appliquer une force le long de  $x$  ou de  $y$  qui est fait en inclinant le corps (par le tangage ou le roulement) et en augmentant toute la poussée produite pour garder l'importance du composant de  $z$  de la poussée égale à la force de pesanteur [13].

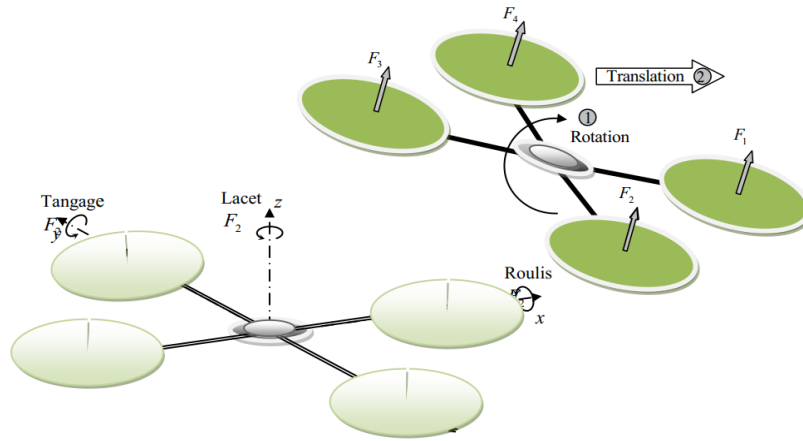


Figure II-6 Illustration du mouvement de translation

#### II.4. Modèle mathématique de la dynamique de vol d'un quadri-rotor:

Pour étudier les mouvements du quadri-rotor, on utilise deux repères :

le repère fixe  $R_e = (O_e, \vec{X}_e, \vec{Y}_e, \vec{Z}_e)$  lié à la terre et supposé galiléen et le repère mobile  $R = (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  lié au corps du quadri-rotor de centre de gravité G.

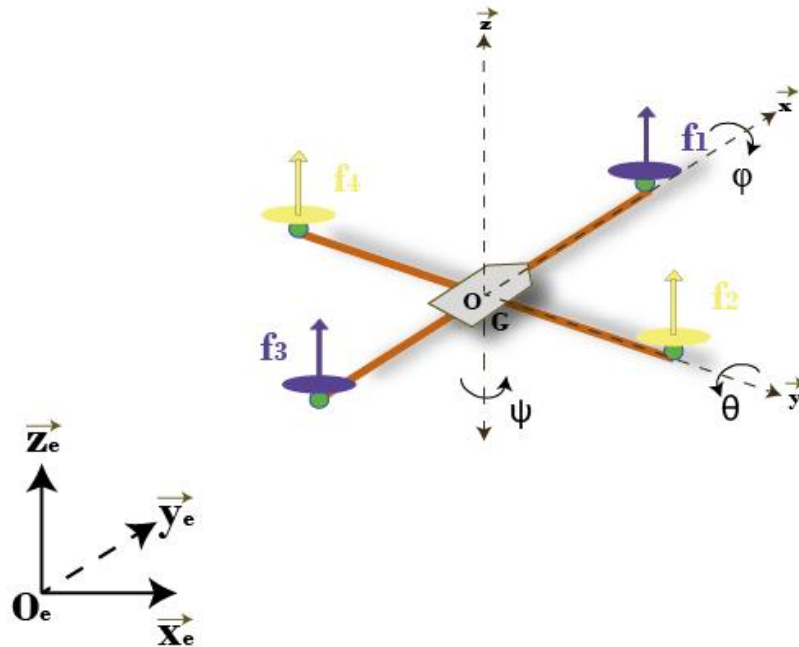


Figure II-7 Le repère du quadri-rotor

Afin de pouvoir comprendre au mieux le modèle dynamique développé ci-dessous, voilà les différentes hypothèses du travail :

### II.4.1. Hypothèses du modèle :

Pour pouvoir déterminer le modèle dynamique, le quadri-rotor est assimilé à une structure rigide et symétrique d'où l'hypothèse que la matrice d'inertie est diagonale. Les hélices sont également supposées rigides pour pouvoir négliger l'effet de leur déformation lors de la portance et la traînée de chaque moteur qui sont proportionnelles au carré de la vitesse de rotation des rotors, ce qui est une approximation très proche du comportement aérodynamique et le repère lié à cette structure est généralement supposé confondu avec son centre de gravité. Cela nous emmène à considérer la dynamique du quadri-rotor comme celle d'un corps solide dans l'espace [5] [6]. Les conditions atmosphériques sont la condition standard de pression et de température. Sous ces hypothèses, il est possible de décrire la dynamique du quadri-rotor comme celle d'un corps rigide dans l'espace à laquelle viennent s'ajouter les forces aérodynamiques provoquées par la rotation du rotor. En utilisant le formalisme de Newton-Euler, les équations de la dynamique s'écrivent sous la forme suivante [7] :

$$\begin{cases} \dot{\xi} = v \\ m \ddot{\xi} = F_f + F_t + F_g \\ \dot{R} = RS(\Omega) \\ J\dot{\Omega} = -(\Omega \wedge J\Omega) + \Gamma_f - \Gamma_a - \Gamma_g \end{cases} \quad (\text{III-1})$$

Où :

$\xi$ : représente la position du centre de masse du quadri-rotor par rapport au repère inertiel  $\{R_e\}$ .

$J$ : est la matrice d'inertie au centre de masse, exprimé dans le repère mobile  $\{R\}$ , considérée diagonale, car la structure du quadri-rotor est supposée symétrique.

$$J = \begin{pmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix} \quad (\text{III-2})$$

Le quadri-rotor est un robot volant à six degrés de liberté, trois translations  $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  et trois rotations  $(\varphi, \theta, \psi)$ . Les translations du quadri-rotor sont les coordonnées cartésiennes  $(O_e, \vec{X}_e, \vec{Y}_e, \vec{Z}_e)$  du centre de masse  $G$  dans le repère inertiel. Les rotations du quadri-rotor sont décrites par trois rotations consécutives à travers trois angles qui s'appellent les angles d'Euler, et ce, en utilisant la séquence d'axe x - y - z (utilisée par la communauté aéronautique). Les angles s'appellent alors roulis autour de l'axe x, tangage autour de l'axe y et lacet autour de l'axe z. Dans notre travail, cette séquence est utilisée vu qu'elle est la plus adaptée par la plupart de centrales inertielles existantes sur le marché. Pour cet ensemble particulier d'angles d'Euler, l'orientation du système de référence attaché au quadri-rotor  $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  par rapport au système de référence inertiel

lié à la terre  $(O_e, \vec{X}_e, \vec{Y}_e, \vec{Z}_e)$  est décrite suivant la combinaison des trois rotations consécutives suivantes :

- Une rotation autour de l'axe z d'un angle  $\psi$  avec :  $-\pi < \psi < \pi$
- Une rotation autour de l'axe y d'un angle  $\theta$  avec :  $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$
- Une rotation autour de l'axe x d'un angle  $\varphi$  avec :  $-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$

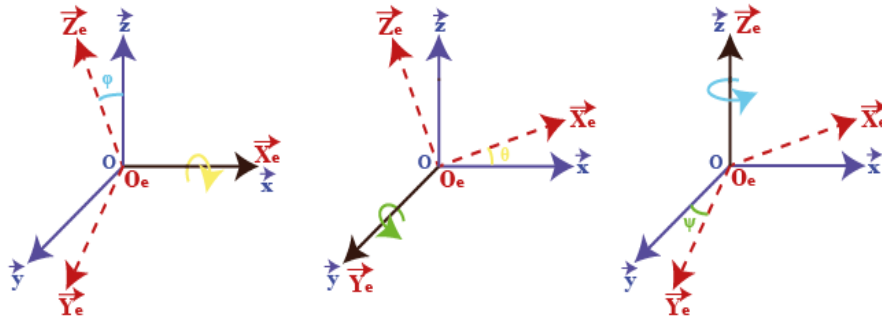
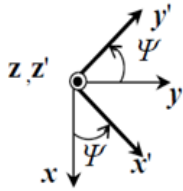


Figure II-8 Rotation suivant le roulis, le tangage et le lacet.

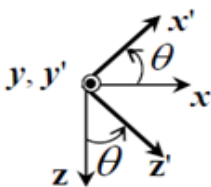
Les matrices relatives à ces transformations sont :

- Rotation autour de l'axe z :



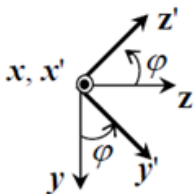
$$Rot(z, \psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III-3})$$

- Rotation autour de l'axe y :



$$Rot(y, \theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (\text{II-4})$$

- Rotation autour de l'axe x :



$$Rot(x, \varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ 0 & \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \quad (\text{III-5})$$

On a donc :

La transformation qui permet de passer du repère local vers le repère global est donnée par [5][8] :

$$R(\psi, \theta, \varphi) = \text{Rot}(z, \psi) * \text{Rot}(y, \theta) * \text{Rot}(x, \varphi)$$

$$R(\psi, \theta, \varphi) = \begin{bmatrix} \cos\theta \cos\psi & \cos\psi \sin\theta \sin\varphi - \sin\psi \cos\varphi & \cos\psi \sin\theta \cos\varphi + \sin\psi \sin\varphi \\ \cos\theta \sin\psi & \sin\psi \sin\theta \sin\varphi + \cos\psi \cos\varphi & \sin\psi \sin\theta \cos\varphi - \cos\psi \sin\varphi \\ -\sin\theta & \sin\varphi \cos\theta & \cos\varphi \cos\theta \end{bmatrix} \quad (\text{II-4})$$

✚  $S(\Omega)$  Est la matrice antisymétrique ; pour un vecteur donné  $\Omega = [\Omega_1 \quad \Omega_2 \quad \Omega_3]^T$  elle est définie comme suit :

$$S(\Omega) = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_3 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & -\Omega_1 \\ -\Omega_2 & \Omega_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II-5})$$

✚  $F_f$  Est la résultante des forces de poussée générées par les quatre rotors. Elle est donnée par :

$$F_f = \begin{pmatrix} \cos(\varphi)\cos(\psi)\sin(\theta) + \sin(\varphi)\sin(\psi) \\ \cos(\varphi)\sin(\theta)\sin(\psi) - \sin(\varphi)\cos(\psi) \\ \cos(\varphi)\cos(\theta) \end{pmatrix} \sum_{i=1}^4 F_i \quad (\text{III-6})$$

Avec :

$$F_i = K_p \omega_i^2 \quad (\text{II-7})$$

Où  $K_p$  désigne le coefficient de portance et  $\omega_i$  désigne la vitesse angulaire du rotor en question.

✚  $F_t$  Est la résultante des forces de trainée selon  $(\vec{X}_e, \vec{Y}_e, \vec{Z}_e)$  . Elle est donnée par :

$$F_t = \begin{pmatrix} -K_{ftx} & 0 & 0 \\ 0 & -K_{fty} & 0 \\ 0 & 0 & -K_{ftz} \end{pmatrix} \dot{\xi} \quad (\text{II-8})$$

Où  $K_{ftx}$ ,  $K_{fty}$ ,  $K_{ftz}$  sont les coefficients des forces de trainée selon les trois axes.

✚  $F_g$  Regroupe les forces liées à la gravité :

$$F_g = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix} \quad (\text{III-9})$$

✚  $\Gamma_f$  Représente le vecteur résultant des moments appliqués sur la structure du quadri-rotor :

$$\Gamma_f = \begin{bmatrix} d(F_3 - F_1) \\ d(F_4 - F_2) \\ K_d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (\text{II-10})$$

Où  $d$  est la distance entre le centre de masse du quadri-rotor et l'axe de rotation du rotor et  $K_d$  le coefficient de traînée.

✚  $\Gamma_a$  Représente le vecteur résultant des frottements dus aux couples aérodynamiques :

$$\Gamma_a = \begin{pmatrix} K_{fax} & 0 & 0 \\ 0 & K_{fay} & 0 \\ 0 & 0 & K_{faz} \end{pmatrix} \Omega^2 \quad (\text{II-11})$$

Où  $K_{fax}$ ,  $K_{fay}$ ,  $K_{faz}$  sont les coefficients des frottements aérodynamiques selon les trois axes.

✚  $\Gamma_g$  Représente l'ensemble des couples dus aux effets gyroscopiques :

$$\Gamma_g = \sum_{i=1}^4 \Omega \wedge J_r \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ (-1)^{i+1} \omega_i \end{pmatrix} \quad (\text{III-12})$$

Où  $J_r$  et  $\omega_i$  représentent l'inertie et la vitesse angulaire, respectivement, du rotor en question.

A partir des relations précédentes on obtient le modèle dynamique complet suivant qui régit le quadri rotor :

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\phi} = \frac{1}{I_x} [\dot{\theta}\dot{\psi}(I_y - I_z) - K_{fax}\dot{\phi}^2 - J_r \bar{\Omega} \dot{\theta} + dU_2] \\ \ddot{\theta} = \frac{1}{I_y} [\dot{\phi}\dot{\psi}(I_z - I_x) - K_{fay}\dot{\theta}^2 + J_r \bar{\Omega} \dot{\phi} + dU_3] \\ \ddot{\psi} = \frac{1}{I_z} [\dot{\theta}\dot{\phi}(I_x - I_y) - K_{faz}\dot{\psi}^2 + K_d U_4] \\ \ddot{x} = \frac{1}{m} \{ (\cos\varphi \sin\theta \cos\psi + \sin\varphi \sin\psi) U_1 - K_{ftx} \dot{x} \} \\ \ddot{y} = \frac{1}{m} \{ (\cos\varphi \sin\theta \sin\psi - \sin\varphi \cos\psi) U_1 - K_{fty} \dot{y} \} \\ \ddot{z} = \frac{1}{m} \{ (\cos\varphi \cos\theta) U_1 - K_{ftz} \dot{z} \} - g \end{array} \right. \quad (\text{III-13})$$

Où  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  et  $U_4$  sont les entrées de commande du système.

### II.4.2. Correspondance forces/moments – vitesses de moteur :

En se basant sur les équations (III-6), (II-7) et (II-10), nous pouvons formuler une correspondance permettant de calculer la vitesse des moteurs à partir des forces et des moments appliqués au quadri-rotor.

Cette correspondance est essentielle lors de l'implémentation du contrôleur au niveau de l'appareil. Nous pouvons réécrire les équations sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_p & K_p & K_p & K_p \\ 0 & -K_p & 0 & K_p \\ -K_p & 0 & K_p & 0 \\ -K_d & K_d & -K_d & K_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II-14})$$

En inversant cette matrice, nous obtenons la correspondance désirée, notée  $\mathbf{M}$ . Il est intéressant de noter que le déterminant de celle-ci est égal à  $8K_p^3 K_d d^2$  qui est toujours non nul de telle sorte que l'inversion est toujours valide.

$$\begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4 k_p} & 0 & \frac{1}{2 k_p d} & -\frac{1}{4 k_d} \\ \frac{1}{4 k_p} & -\frac{1}{2 k_p d} & 0 & \frac{1}{4 k_d} \\ \frac{1}{4 k_p} & 0 & -\frac{1}{2 k_p d} & -\frac{1}{4 k_d} \\ \frac{1}{4 k_p} & \frac{1}{2 k_p d} & 0 & \frac{1}{4 k_d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \mathbf{M} \quad (\text{III-15})$$

### II.4.3. La dynamique du rotor :

Le rotor est un ensemble constitué d'un moteur à courant continu entrainant une hélice via un réducteur. Le moteur à courant continu est régi par la dynamique suivante :

$$\begin{cases} V = ri + L \frac{di}{dt} + K_e \omega \\ K_m i = J_r \frac{d\omega}{dt} + C_s + K_r \omega^2 \end{cases} \quad (\text{II-16})$$

Les différents paramètres du moteur sont définis comme suit :

$\mathbf{V}$ : est la tension d'entrée du moteur.

$\mathbf{K}_e, \mathbf{K}_m$ : Sont des constantes des couples électrique et mécanique respectivement.

$\mathbf{K}_r$ : est la constante du couple de charge.

$\mathbf{r}$ : désigne la résistance interne du moteur.

$\mathbf{J}_r$  : désigne l'inertie du rotor.

$C_s$  : Frottement.

En négligeant l'effet inductif des moteurs à cause de leur taille réduite, le modèle dynamique des moteurs est approximé par :

$$\dot{\omega}_i = bV_i - \beta_0 - \beta_1\omega_i - \beta_2\omega_i^2 \quad i \in [1,4] \quad (\text{III-17})$$

Avec :

$$\beta_0 = \frac{C_s}{J_r}, \quad \beta_1 = \frac{K_e K_m}{r J_r}, \quad \beta_2 = \frac{K_r}{J_r} \quad \text{et} \quad b = \frac{K_m}{r J_r}$$

Le modèle (III-13) développé précédemment peut être réécrit dans l'espace d'état sous la forme  $\dot{X} = f(x) + g(x)U$ .

Considérant  $X = [x_1 \dots x_{12}]^T$  comme vecteur d'état du système.

Soit :

$$X = [\varphi \quad \dot{\varphi} \quad \theta \quad \dot{\theta} \quad \psi \quad \dot{\psi} \quad x \quad \dot{x} \quad y \quad \dot{y} \quad z \quad \dot{z}]^T \quad i \in [1,4] \quad (\text{II-18})$$

$$\begin{aligned} x_1 &= \varphi & x_7 &= x \\ x_2 &= \dot{x}_1 = \dot{\varphi} & x_8 &= \dot{x}_7 = \dot{x} \\ x_3 &= \theta & x_9 &= y \\ x_4 &= \dot{x}_3 = \dot{\theta} & x_{10} &= \dot{x}_9 = \dot{y} \\ x_5 &= \psi & x_{11} &= z \\ x_6 &= \dot{x}_5 = \dot{\psi} & x_{12} &= \dot{x}_{11} = \dot{z} \end{aligned}$$

Et  $U$  comme vecteur de commande :

$$U = [U_1 \quad U_2 \quad U_3 \quad U_4]^T$$

$U_1$ : est la commande de la puissance.

$U_2$ : est la commande du roulis.

$U_3$ : est la commande du tangage.

$U_4$ : est la commande du lacet.

$$\begin{cases} U_1 = k_p(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \\ U_2 = k_p(-\omega_2^2 + \omega_4^2) \\ U_3 = k_p(\omega_1^2 - \omega_3^2) \\ U_4 = b(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{cases} \quad (\text{III-19})$$

En se basant sur le modèle (III-13) et l'équation (II-18), on peut écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_1 x_2^2 + a_2 x_4 x_6 + a_3 \bar{\Omega} x_4 + b_1 U_2 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = a_4 x_4^2 + a_5 x_2 x_6 + a_6 \bar{\Omega} x_2 + b_2 U_3 \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = a_7 x_6^2 + a_8 x_2 x_4 + b_3 U_4 \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = a_9 x_8 + U_x \frac{U_1}{m} \\ \dot{x}_9 = x_{10} \\ \dot{x}_{10} = a_{10} x_{10} + U_y \frac{U_1}{m} \\ \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = a_{11} x_{12} + \frac{\cos(x_7) \cos(x_9)}{m} U_1 - g \end{array} \right. \quad (\text{III-20})$$

Avec :

$$a_1 = -\frac{k_{fax}}{I_x}, \quad a_2 = +\frac{(I_y - I_z)}{I_x}, \quad a_3 = -\frac{I_r}{I_x}$$

$$a_4 = -\frac{k_{fay}}{I_y}, \quad a_5 = +\frac{(I_z - I_x)}{I_y}, \quad a_6 = +\frac{I_r}{I_y}$$

$$a_7 = -\frac{k_{faz}}{I_z}, \quad a_8 = +\frac{(I_x - I_y)}{I_z}, \quad a_9 = -\frac{k_{ftx}}{m}$$

$$a_{10} = -\frac{k_{fty}}{m}, \quad a_{11} = -\frac{k_{ftz}}{m}$$

$$b_1 = \frac{d}{I_x}, \quad b_2 = \frac{d}{I_y}, \quad b_3 = \frac{1}{I_z}$$

$$u_x = (\cos x_1 \sin x_3 \cos x_5 + \sin x_1 \sin x_5)$$

$$u_y = (\cos x_1 \sin x_3 \sin x_5 - \sin x_1 \cos x_5)$$

On remarque bien, que les angles d'Euler, et leurs dérivées temporelles sont indépendants des composantes de translation, contrairement aux translations qui dépendent des angles d'Euler.

On pourra donc diviser notre système, en deux sous-systèmes :

- Sous-système des rotations angulaires.
- Sous-système des Translations linéaires.

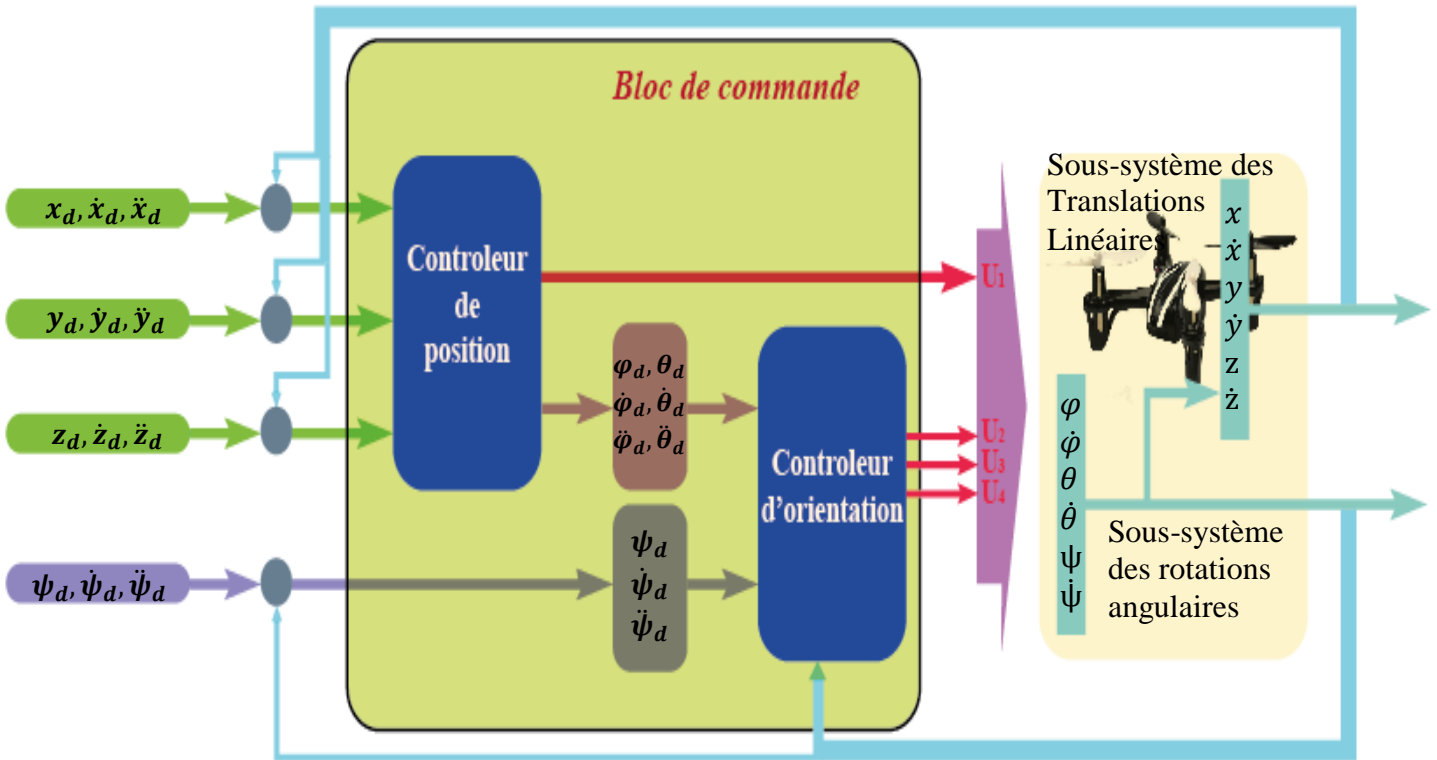


Figure II-9 Rotation angulaire, et translation linéaire.

## II.5. Les contraintes non holonomie :

Le développement des contraintes non holonomes permettent d'explicitier le couplage entre les différents états du système. A partir des équations de la dynamique de translation  $\ddot{z}, \dot{y}$  et  $\ddot{x}$  on peut extraire les expressions des contraintes non holonomes comme suit:

$$\begin{cases} \tan \theta = \frac{(\ddot{x}) \cos \psi + (\ddot{y}) \sin \psi}{\ddot{z} + g} \\ \sin \varphi = \frac{-(\ddot{x}) \cos \psi + (\ddot{y}) \sin \psi}{\sqrt{(\ddot{x})^2 + (\ddot{y})^2 + (\ddot{z} + g)^2}} \end{cases} \quad (\text{II-23})$$

D'où :

$$\begin{cases} \theta_d = \text{atg} \left( \frac{(\dot{x}_d) \cos \psi + (\dot{y}_d) \sin \psi}{\dot{z}_d + g} \right) \\ \varphi_d = \text{asin} \left( \frac{-(\dot{x}_d) \cos \psi + (\dot{y}_d) \sin \psi}{\sqrt{(\dot{x}_d)^2 + (\dot{y}_d)^2 + (\dot{z}_d + g)^2}} \right) \end{cases} \quad (\text{II-24})$$

### II.5.1. Commande des drones :

#### II.5.1.1. Les techniques de commande linéaires :

Des approches de commandes linéaires telles que les correcteurs PID peuvent alors être utilisés. Cette démarche a été adoptée dans plusieurs travaux antérieurs. Par exemple dans [9], la commande d'un hélicoptère Yamaha R-50 a été considérée en utilisant pour chacune des boucles (mouvement longitudinal, mouvement latéral, altitude et lacet) un correcteur de type (PID).

L'élaboration des lois de commandes linéaires pour contrôler le mouvement d'un hélicoptère pose de nombreux problèmes car les modèles linéaires simplifiés sont généralement loin de la réalité du système physique. Le modèle dynamique complet d'un hélicoptère engendre en réalité des incertitudes qui constituent des erreurs de la dynamique par rapport au modèle linéaire et, par conséquent, rend l'élaboration de lois de commandes linéaires très difficile. Donc la meilleure solution est de synthétiser des commandes non linéaires basées sur une modélisation complète du système physique.

### **II.5.1.2. Les techniques de commande non linéaires :**

Les conceptions de contrôleurs non linéaires sont généralement basées sur la notion de la linéarisation de la boucle fermée du modèle non linéaire [10] [11]. L'idée est de transformer la dynamique non-linéaire en forme linéaire en utilisant le retour d'état.

### **II.6. Conclusion :**

Dans ce chapitre, Nous avons procédé à la modélisation du quadri-rotor en utilisant le formalisme Newton-Euler, après avoir posé quelques hypothèses simplificatrices. Le modèle développé tiens compte de tous les phénomènes agissants sur le quadri-rotor.

Nous avons établi un modèle non linéaire qui montre la nature couplée et complexe de ce système. Nous avons aussi remarqué que le système est sous actionné.

Chapitre III. Commande PDC  
(Compensation parallèle distribuer) basée sur les  
modèles Takagi-Sugeno

### III.1. Introduction

Il est clair que, d'une part, les systèmes linéaires bénéficient d'une abondance d'outils d'analyse et de synthèse au détriment de la précision de représentation, et d'autre part, les systèmes non linéaires sont plus complexes certes mais plus précis. Afin d'exploiter l'avantage caractérisant les systèmes linéaires et au même temps la qualité de représentation des systèmes non linéaires, le formalisme Takagi-Sugeno (T-S) sera utilisé.

La commande des systèmes non linéaires peut être vue sous différentes facettes. En plus de la stabilisation, on distingue aussi le problème de régulation, ou le problème de poursuite d'un modèle de référence (suivi de trajectoire).

Dans ce chapitre, nous présenterons, dans une première étape les différentes techniques d'obtention d'un modèle T-S et donnerons un exemple illustratif sur la méthode la plus utilisée pour y aboutir, ainsi que la représentation des notions de stabilité, stabilisation et de suivi de trajectoire de ce type de modèle par une loi de commande classiquement développée pour cette famille de modèle nommée PDC (Parallel Distributed Compensation).

Puis dans une seconde étape, nous utiliserons cette technique pour concevoir un contrôleur non linéaire pour le modèle du quadri-rotor présenté dans le chapitre précédent.

A la fin de ce chapitre, nous présenterons les résultats de simulation en utilisant l'environnement SIMULINK/MATLAB.

### III.2. Définition des modèles flous TS :

Considérons l'équation générale d'un système non linéaire dynamique :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t)) + g(x(t))u(t) \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad (\text{III-1})$$

Où  $x(t) \in \mathfrak{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u(t) \in \mathfrak{R}^m$  est le vecteur de commande,  $y(t) \in \mathfrak{R}^q$  est le vecteur de sortie.  $f(x)$ ,  $g(x)$  et  $h(x)$  sont des fonctions non linéaires avec une dimension appropriée. Le système non linéaire (III-1) est décrit par un ensemble de règles floues "si-alors" qu'il représente localement les relations entrées/sorties d'un système en exprimant chaque conclusion par un système linéaire.

La  $i^{\text{ème}}$  règle du modèle flou s'écrit :

$$R^i: \text{Si } z_1(t) \text{ est } F_1^i(z_1(t)) \text{ ET } z_2(t) \text{ est } F_2^i(z_2(t)) \dots \dots \dots z_p(t) \text{ est } F_p^i(z_p(t))$$

Alors :

$$\begin{cases} x(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) + D_i u(t) \end{cases} \quad (\text{III-2})$$

Où:  $R^i$  représente la  $i^{\text{ème}}$  règle floue,  $i = 1, 2 \dots \dots, r$ ,  $F_i^j(z_i(t))$  pour  $j = 1, 2 \dots \dots, p$  sont les sous-ensembles flous,  $r$  le nombre de règles floues,  $z_j(t)$  sont les variables de prémisses qui dépendent de l'entrée et/ou de l'état du système,  $A_i \in \mathfrak{R}^{n \times n}$  est la matrice d'état,  $B_i \in \mathfrak{R}^{n \times m}$  est la matrice d'entrée,  $C_i \in \mathfrak{R}^{q \times n}$  est la matrice de sortie.

A chaque règle  $R^i$  est attribuée un poids noté  $w_i(z(t))$ . Ce poids dépend du degré d'appartenance des variables de prémisses  $z_j(t)$  aux sous-ensembles flous  $F_i^j(z_i(t))$  et du connecteur « **ET** » reliant les prémisses choisies telles que :

$$w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^p F_i^j(z_i(t)) \quad (\text{III-3})$$

Pour  $i = 1, 2 \dots \dots, r$

$F_i^j(z_i(t))$  Représente la valeur de la fonction d'appartenance  $z_i(t)$  à l'ensemble flou  $F_i^j$ .

On a alors les propriétés suivantes :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^r w_i(z(t)) > 0 \\ w_i(z(t)) \geq 0, \forall t \end{cases} \quad (\text{III-4})$$

On pose:

$$h_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \quad (\text{III-5})$$

$h_i(z(t))$  représente donc la fonction d'activation (pondération) de la  $i^{\text{ème}}$  règle du modèle flou.  $i = 1, 2 \dots \dots, r$ , ces fonctions vérifient la propriété d'une somme convexe, c'est -à- dire:

$$\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1 \quad (\text{III-6})$$

Avec :

$$h_i(z(t)) \geq 0 \quad (\text{III-7})$$

Finalement, la défuzzification du modèle flou permet d'obtenir la représentation d'état d'un modèle non linéaire par l'interconnexion de modèles locaux invariants dans le temps par des fonctions d'activation non linéaires. On obtient alors :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(C_i x(t) + D_i u(t)) \end{cases} \quad (\text{III-8})$$

Dans le cadre de la modélisation par modèles Takagi-Sugeno, on rencontre souvent les termes [14][15]:

- **variables de prémisses**
- **fonctions d'activation**
- **zones de fonctionnement (sous espaces)**
- **règles floues**

✚ **Règles floues** : dénombrées par  $r \in \mathbb{N}$  dans la représentation d'état d'un modèle flou T-S. Elles correspondent au nombre de modèles locaux LTI.

✚ **variables de prémisses**: notées  $z(t) \in \mathfrak{R}^j$  grandeurs connues et accessibles permettent l'évaluation des fonctions d'appartenance. Elles dépendent éventuellement des variables d'état mesurables et/ou de la commande.

✚ **Fonctions d'activation** : notées  $h_i(z(t)) \in \mathfrak{R}^i \rightarrow \mathfrak{R}$ , ce sont des fonctions non linéaires dépendant des variables de prémisses associées aux différentes zones de fonctionnement. Elles permettent de traduire la contribution d'un modèle local LTI correspondant à un point de fonctionnement par rapport à la zone de fonctionnement du système. Ainsi, elles assurent le passage progressif d'un modèle local LTI aux modèles locaux voisins.

### III.3. Construction des modèles flous T-S :

Dans la littérature, trois approches sont couramment décrites pour l'obtention d'un modèle TS :

#### III.3.1. Identification des modèles TS :

À partir de mesures acquises des entrées et sorties d'un Système physique. Dans ce cas, le problème d'identification du modèle non linéaire se réduit à l'identification de modèles locaux autour de points de fonctionnement préalablement choisis d'un système non linéaire. Cette méthode est utilisée dans le cas de systèmes dotés d'une dynamique difficile à décrire à l'aide d'un modèle analytique.

### III.3.2. Linéarisation d'un modèle non linéaire :

Autour d'un ensemble fini de points de Fonctionnement. Un représentant TS est obtenu par l'interconnexion des dynamiques locales à l'aide de fonctions d'appartenance judicieusement choisies (gaussiennes, triangulaires, trapézoïdales, etc.). Notons que cette approche constitue dans la plupart des cas une approximation du modèle non linéaire considéré.

### III.3.3. Décomposition en secteurs non linéaires :

Basée sur des transformations polytopiques convexes des termes non linéaires d'un système dynamique. Cette méthode garantit la construction d'un modèle TS représentant exactement un modèle non linéaire sur un espace compact des variables d'état. Dans notre travail, notre intérêt s'est porté sur la troisième méthode dans la mesure où elle présente l'avantage de s'affranchir d'approximations de modélisation lors du passage du modèle analytique non linéaire au modèle TS (hormis une réduction éventuelle de l'espace de validité du modèle TS). Par ailleurs, notons que de manière générale, les transformations polytopiques convexes sont injectives. En effet, une infinité de modèles TS peuvent être associés à un système non linéaire donné. Néanmoins, une approche systématique d'obtention des modèles TS à partir d'un système non linéaire affine en la commande peut être utilisée [16]. Celle-ci est résumée par le lemme suivant :

Lemme [20] :

Soit  $x \in [-b \ a]$  borné,  $a, b \in \mathbb{R}^+$ ,  $f(x): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  borné sur  $[-b \ a]$  alors :

il existe deux fonctions sur  $w_1(x)$  et  $w_2(x)$  ainsi que deux réels  $\alpha$  et  $\beta$  tels que :

$$\begin{cases} f(x) = \alpha w_1(x) + \beta w_2(x) \\ w_1(x) + w_2(x) = 1, w_1(x) \geq 0, w_2(x) \geq 0 \end{cases} \quad (\text{III-9})$$

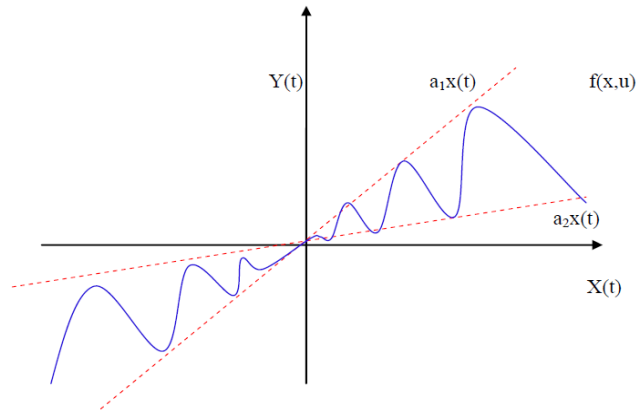
#### ▪ Démonstration :

Considérons la fonction  $f(x)$  bornée tel que  $\underline{f} \leq f(x) \leq \bar{f}$ , on peut alors toujours écrire :

$$f(x) = \alpha w_1(x) + \beta w_2(x) \text{ avec } \alpha = \underline{f}, \beta = \bar{f}, w_1 = \frac{f(x) - \bar{f}}{\underline{f} - \bar{f}}, w_2 = \frac{f(x) - \underline{f}}{\bar{f} - \underline{f}} \quad (\text{III-10})$$

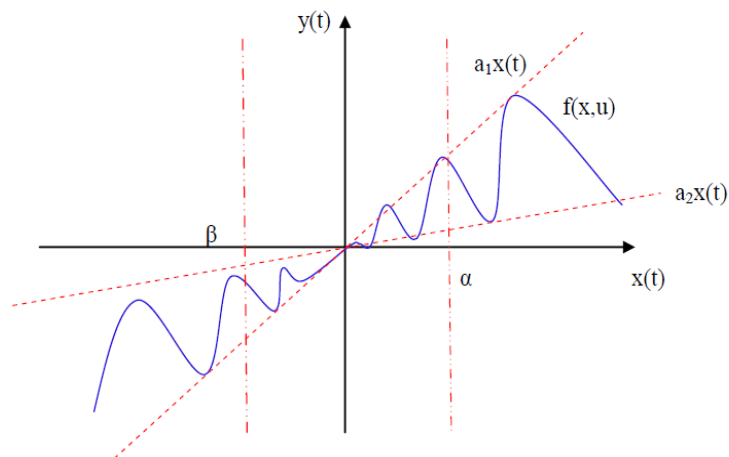
Notons enfin que, selon les propriétés des termes non linéaires rencontrés dans le modèle mathématique non linéaire, on distingue deux types de représentants TS, En effet :

- Si toutes les non-linéarités du système sont continues et bornées, alors le modèle TS représente de manière exacte le système non linéaire sur l'intégralité de l'espace des variables d'état. Dans ce cas, le découpage en secteur non linéaire est dit « global »



*Figure III-1 Secteur global*

- Si tout ou partie des non-linéarités du système sont continues mais non bornées, alors le modèle TS représente de façon exacte le système non linéaire sur un sous-espace compact de l'espace des variables d'état. Dans ce cas, le découpage en secteur non linéaire est dit « local » .



*Figure III-2 Secteur local*

La **Erreur ! Source du renvoi introuvable.** illustre le schéma détaillé d'un modèle T-S standard. En effet, ils permettent de diminuer la complexité d'un problème non linéaire à traiter (stabilité, stabilisation, observation, diagnostic,...etc.) en le décomposant en un ensemble de problèmes linéaires locaux. L'ensemble des solutions locales correspondant à ces derniers constitue alors la solution globale du problème non linéaire initial.

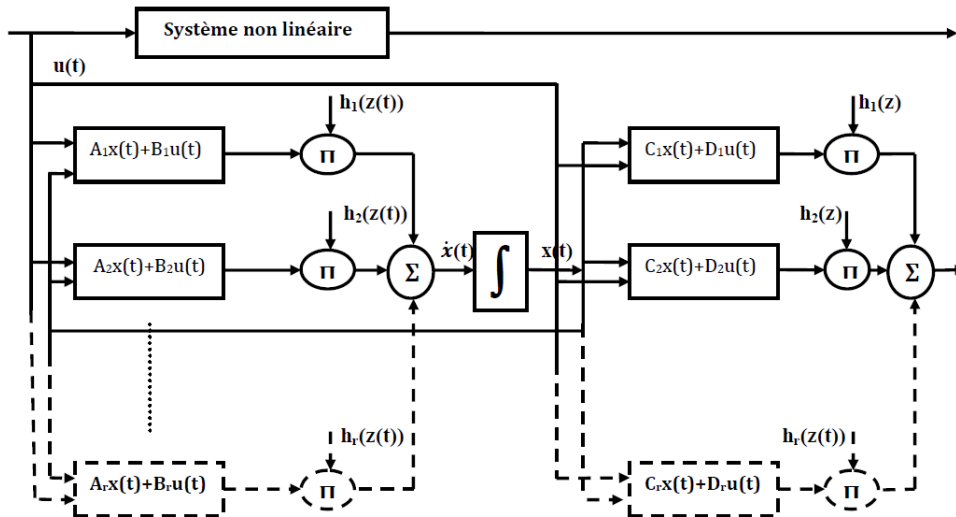


Figure III-3 Structure et validation d'un modèle T-S

### III.4. Exemple :

Dans cet exemple, nous expliquons comment arriver à obtenir le modèle flou T-S d'un système non linéaire en utilisant l'approche par secteur non-linéaire décrit précédemment. Une simulation est donnée pour montrer qu'un système non linéaire peut être approximé exactement par un ensemble des règles floues de type si-alors.

On considère le système non linéaire décrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -x_1(t) + x_1(t)x_2^3(t) + u_1(t) \\ \dot{x}_2(t) = -x_2(t) + (3 + x_2(t))x_1^3(t) + u_2(t) \end{cases} \quad (\text{III-11})$$

Pour la simplicité, nous supposons que  $x_1$  et  $x_2 \in [-1, 1]$ , le système peut être réécrit comme suit :

$$\dot{x}_1(t) = \begin{bmatrix} -1 & x_1(t)x_2^2(t) \\ (3 + x_2(t))x_1^2(t) & -1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t) \quad (\text{III-12})$$

Où :  $x(t) = [x_1(t) \quad x_2(t)]^T$ ,  $x_1(t)x_2^2(t)$  et  $(3 + x_2(t))x_1^2(t)$  sont les termes non linéaires, alors on définit les variables de prémisse comme suit :

$$\begin{cases} z_1(t) \equiv x_1(t)x_2^2(t) \\ z_2(t) = (3 + x_2(t))x_1^2(t) \end{cases} \quad (\text{III-13})$$

Alors, on obtient :

$$\dot{x}_1(t) = \begin{bmatrix} -1 & z_1(t) \\ z_2(t) & -1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

Nous calculons les valeurs minimales et maximales de  $z_2$  et  $z_1$  :

$$\text{Max}(z_1(t)) = 1, \quad \text{Min}(z_1(t)) = -1, \quad \text{Max}(z_2(t)) = 4, \quad \text{Min}(z_2(t)) = 0.$$

A partir de ces valeurs, nous pouvons écrire :

$$\begin{cases} z_1(t) = F_{11}(z_1(t)).(1) + F_{12}(z_1(t)).(-1) \\ z_2(t) = F_{21}(z_2(t)).(4) + F_{22}(z_2(t)).(0) \end{cases}$$

Où:

$$\begin{cases} F_{11}(z_1(t)) + F_{12}(z_1(t)) = 1 \\ F_{21}(z_2(t)) + F_{22}(z_2(t)) = 1 \end{cases} \quad (\text{III-14})$$

Par conséquent, les fonctions d'appartenance peuvent être calculées comme suit :

$$\begin{cases} F_{11}(z_1(t)) = \frac{(z_{1max} - z_1)}{(z_{1max} - z_{1min})} \\ F_{12}(z_1(t)) = \frac{(z_1 - z_{1min})}{(z_{1max} - z_{1min})} \\ F_{21}(z_2(t)) = \frac{(z_{2max} - z_2)}{(z_{2max} - z_{2min})} \\ F_{22}(z_2(t)) = \frac{(z_2 - z_{2min})}{(z_{2max} - z_{2min})} \end{cases} \quad (\text{III-15})$$

Le système non linéaire (III-1) peut être représenté par l'ensemble des règles floues suivantes:

Si  $z_1$  est  $F_{11}$  et  $z_2$  est  $F_{21}$  Alors  $\dot{x}(t) = A_1(t)x(t) + B_1(t) u(t)$

Si  $z_1$  est  $F_{11}$  et  $z_2$  est  $F_{22}$  Alors  $\dot{x}(t) = A_2(t)x(t) + B_2(t) u(t)$

Si  $z_1$  est  $F_{12}$  et  $z_2$  est  $F_{21}$  Alors  $\dot{x}(t) = A_3(t)x(t) + B_3(t) u(t)$

Si  $z_1$  est  $F_{12}$  et  $z_2$  est  $F_{22}$  Alors  $\dot{x}(t) = A_4(t)x(t) + B_4(t) u(t)$

Avec :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, A_3 = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, A_4 = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

L'inférence du système flou est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^4 h_i(z(t))(A_i x(t) + B_i(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^4 h_i(z(t))(C_i x(t)) \end{cases} \quad (\text{III-16})$$

Avec:

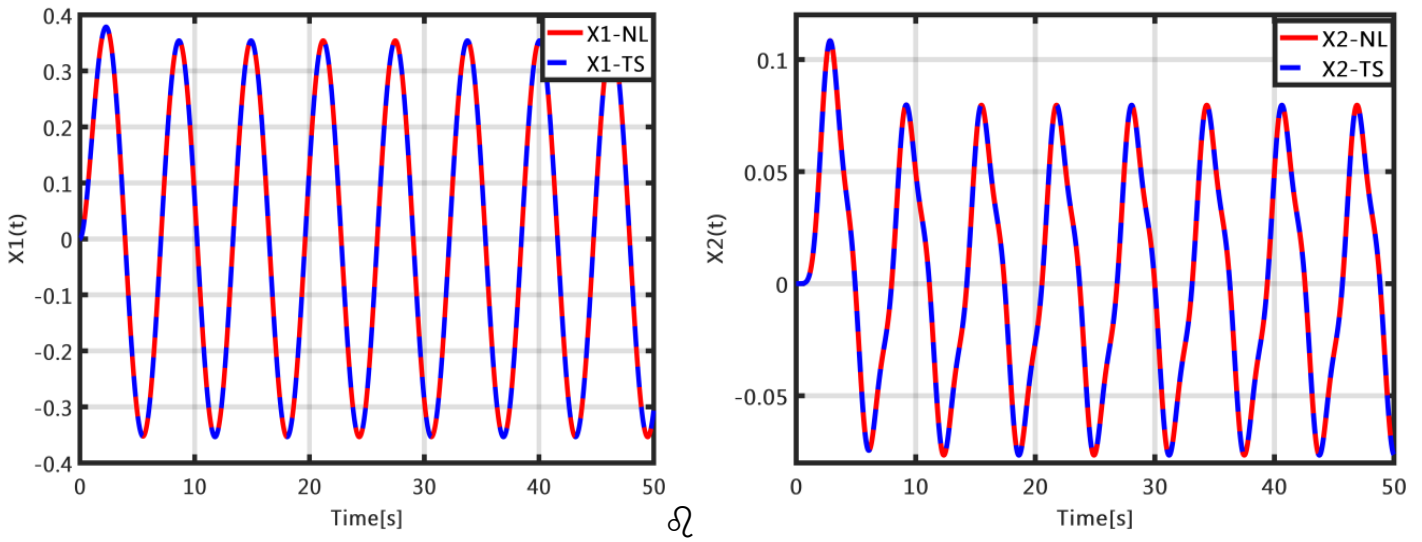
$$\begin{cases} h_1(z(t)) = F_{11}(z_1(t)) \times F_{21}(z_2(t)) \\ h_2(z(t)) = F_{11}(z_1(t)) \times F_{22}(z_2(t)) \\ h_3(z(t)) = F_{12}(z_1(t)) \times F_{21}(z_2(t)) \\ h_4(z(t)) = F_{12}(z_1(t)) \times F_{22}(z_2(t)) \end{cases} \quad (\text{III-17})$$

Les résultats de la simulation du modèle (T-S) et réel pour  $x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ .

Et

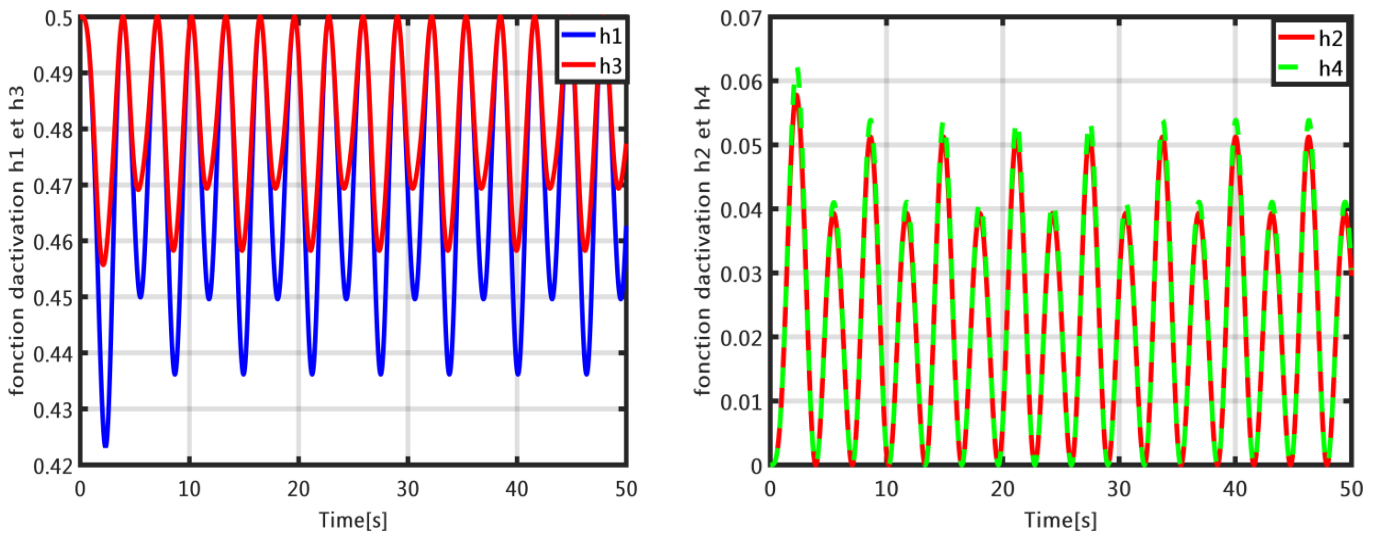
$u_1(t) = u_2(t) = 0.5 * \sin(\pi t)$  sont montrés dans . Il est évident que les deux modèles soient

identiques. Cet exemple montre bien que le système non linéaire (III-1) peut être représenté exactement par un modèle flou de type T-S dans la région  $[-1 \ 1] \times [-1 \ 1]$



a. La réponse de l'état  $x_1(t)$  b. La réponse de l'état  $x_2(t)$

Figure III-4 Simulation du système (NL) et (TS)



c. Fonction d'activation  $h_1(t)$  et  $h_3(t)$  d. Fonction d'activation  $h_2(t)$  et  $h_4(t)$

Figure III-5 Fonctions d'activations

▪ **Remarque:**

Le nombre de règles des modèles TS obtenus via une transformation poly topique convexe dépend directement du nombre de non-linéarités à découper. Ainsi, lorsque l'on a  $l$  termes non linéaires pour un système dynamique donné, un représentant TS obtenu par décomposition en secteurs non linéaires est constitué de  $2^l$  règles floues.

### III.5. Stabilité et Stabilisation et suivi de trajectoire des modèles flous T-S :

La stabilité est une notion importante en automatique. C'est en effet un point crucial particulièrement lors de l'élaboration de lois de commande ou d'observation. D'une certaine manière, toutes ces techniques visant à construire une loi de commande ou d'observation sont spécifiquement liées à la vérification de la stabilité. L'absence de cette propriété pour un système le rend inutilisable en pratique.

### III.6. Application de la technique PDC au quadri-rotor :

#### III.6.1. Stratégie de commande :

Dans cette partie nous exposons l'application de la technique de commande PDC présenté au début de ce chapitre pour la commande du vol d'un drone. La dynamique de ce modèle a été présentée dans le chapitre I. La stratégie de commande adoptée est résumée en deux sous-systèmes en cascade ; le premier est lié au contrôle de la rotation, et le deuxième est lié au contrôle de l'altitude, comme il est donné sur le schéma suivant [29]:

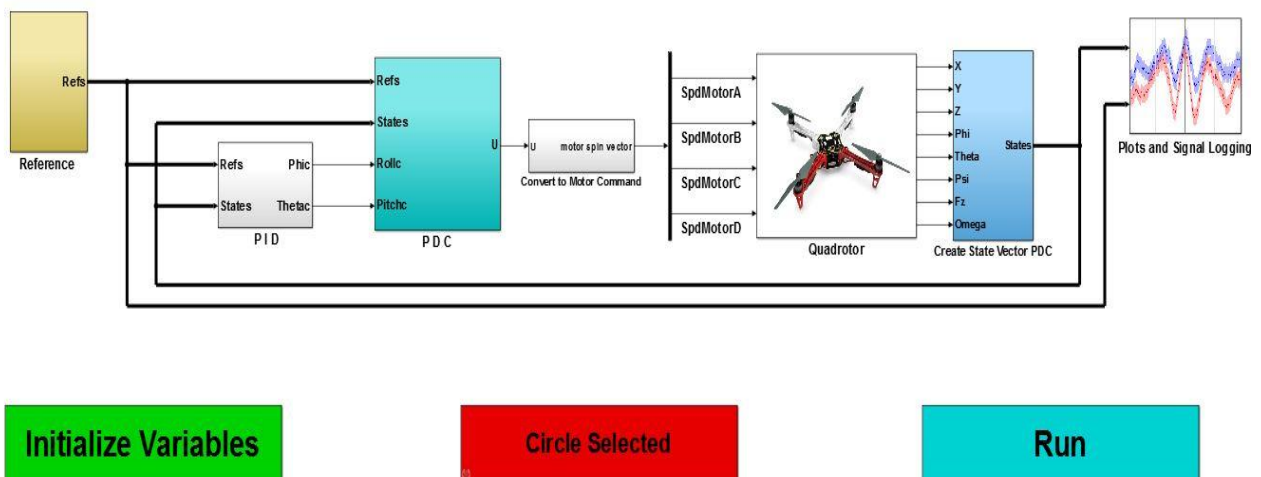


Figure III-6 Schéma de commande sous matlab

La résolution des LMIs donnés, nous donne les résultats suivants :

- a) Pour le sous système d'orientation :

$$\begin{aligned}
M_1 &= \begin{bmatrix} 0.1954 & 0.0738 & 0.0004 & -0.0001 & 0 & 0 \\ -0.0017 & 0.0001 & 0.3730 & 0.1398 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6291 \end{bmatrix} M_2 \\
&= \begin{bmatrix} 0.19 & 0.078 & 0.0004 & -0.0005 & 0 & 0 \\ -0.0022 & -0.0003 & 0.346 & 0.1297 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5615 \end{bmatrix} \\
M_3 &= \begin{bmatrix} 0.1821 & 0.0688 & 0.0012 & 0.0002 & 0 & 0 \\ -0.001 & 0.0001 & 0.3163 & 0.1186 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5615 \end{bmatrix} \\
M_4 &= \begin{bmatrix} 0.1753 & 0.0662 & -0.0006 & -0.0005 & 0 & 0 \\ -0.003 & 0.0006 & 0.2861 & 0.1072 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5193 \end{bmatrix} \\
M_5 &= \begin{bmatrix} 0.1792 & 0.0677 & -0.0006 & -0.0005 & 0 & 0 \\ 0.0020 & -0.0003 & 0.2981 & 0.1117 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5407 \end{bmatrix} \\
M_6 &= \begin{bmatrix} 0.1739 & 0.0657 & -0.0004 & -0.0004 & 0 & 0 \\ -0.0017 & -0.0002 & 0.2779 & 0.1042 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5193 \end{bmatrix} \\
M_7 &= \begin{bmatrix} 0.1738 & 0.0657 & -0.0004 & -0.0004 & 0 & 0 \\ -0.0017 & -0.0002 & 0.2779 & 0.1142 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.4193 \end{bmatrix} \\
M_8 &= \begin{bmatrix} 0.1718 & 0.0649 & 0.0024 & 0.0006 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0004 & 0.1639 & 0.0989 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1718 \end{bmatrix} \\
M_9 &= \begin{bmatrix} 4.0480 & 7.3539 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.9161 & 6.7154 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 966.3292 & 380.3663 \end{bmatrix} \\
M_{10} &= \begin{bmatrix} 3.9820 & 7.2339 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.8241 & 6.5035 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3.29.068 & -129.527 \end{bmatrix} \\
M_{11} &= \begin{bmatrix} 3.9563 & 7.1871 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.8241 & 6.5035 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -591.05 & -232.6491 \end{bmatrix} \\
M_{12} &= \begin{bmatrix} 3.7480 & 6.7529 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.5916 & 5.9154 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 257.3292 & 101.3963 \end{bmatrix} \\
M_{13} &= \begin{bmatrix} 0.29820 & 0.2339 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2024 & 10.48035 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 437.418 & 172.177 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$M_{14} = \begin{bmatrix} 0.2563 & 0.51871 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.282410.5035 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -217.05 & -85.6491 \end{bmatrix}$$

$$M_{15} = \begin{bmatrix} 0.285 & 0.5190 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.19970.4600 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -378.177 & -148.8582 \end{bmatrix}$$

$$M_{16} = \begin{bmatrix} 0.3396 & 0.54 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.23530.4707 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 78.8527 & 32.0119 \end{bmatrix}$$

Avec :

$$P_{Orientation} = \begin{bmatrix} 0.0055 & 0.0051 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0051 & 0.0093 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0037 & 0.0038 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0038 & 0.0087 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5693 & 0.1887 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1887 & 0.0743 \end{bmatrix}$$

a) Pour le sous système d'orientation (Altitude z) :

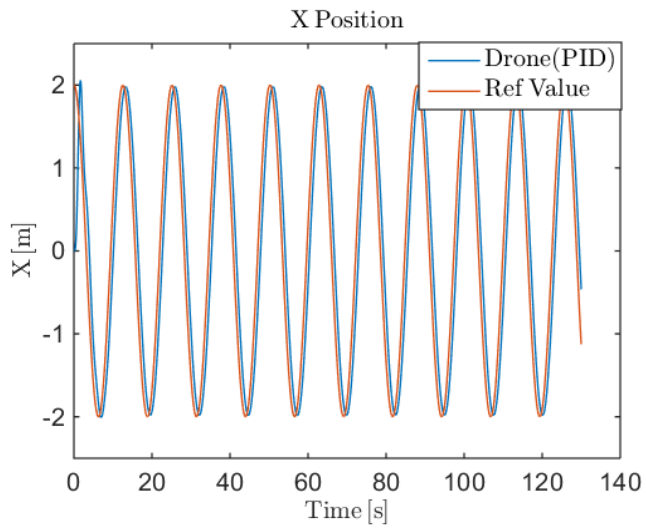
$$K_1 = [-30.9983 \quad -5.2943]$$

$$K_2 = [30.9983 \quad 5.2943]$$

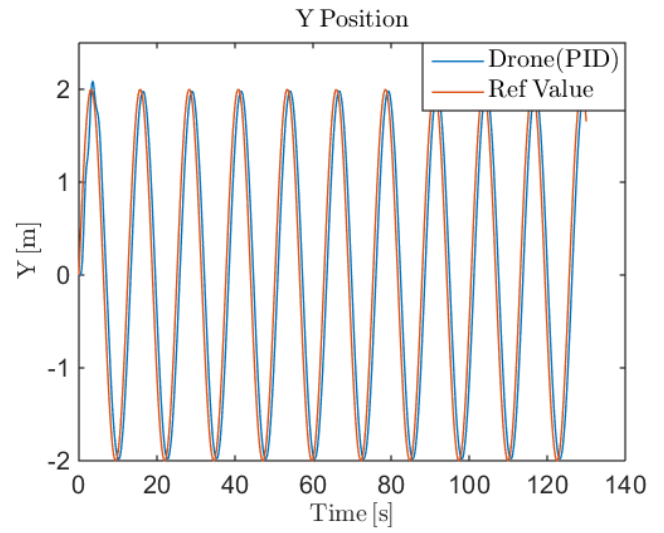
$$P_{Altitude} = \begin{bmatrix} 1.6965 & -9.0385 \\ -9.0385 & 135.0503 \end{bmatrix}$$

### III.7. Résultats de simulation :

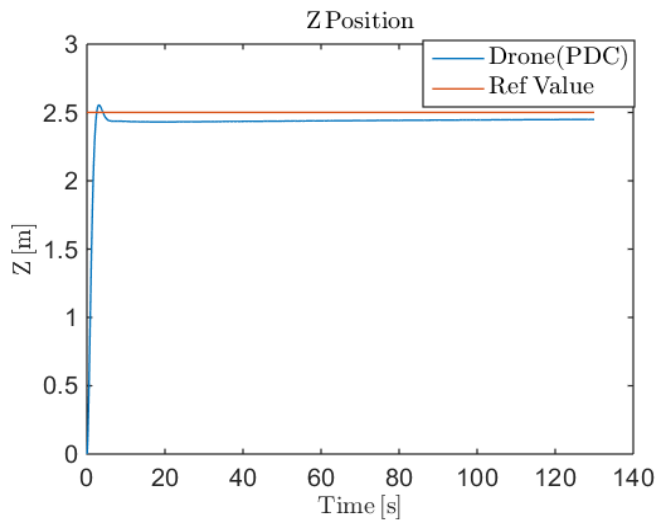
Dans cette simulation nous avons utilisé, pour calculer les différentes lois de commande, l'ensemble des paramètres du modèle du quadri-rotor cités dans le premier chapitre, donné précédemment. Nous avons également considéré des trajectoires de référence en échelon.



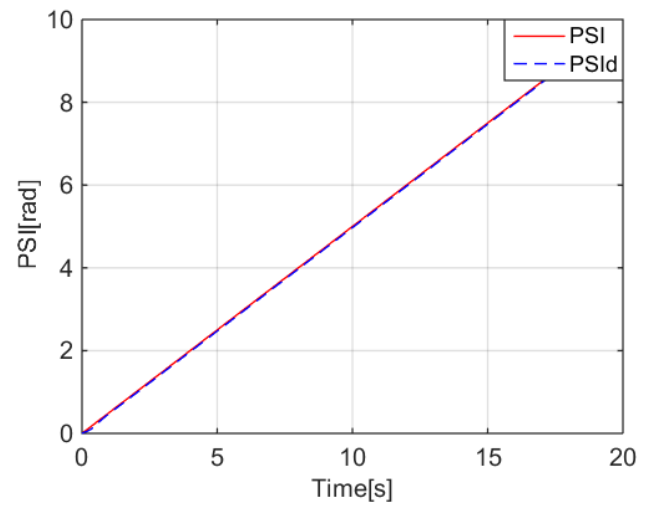
(a)



(b)

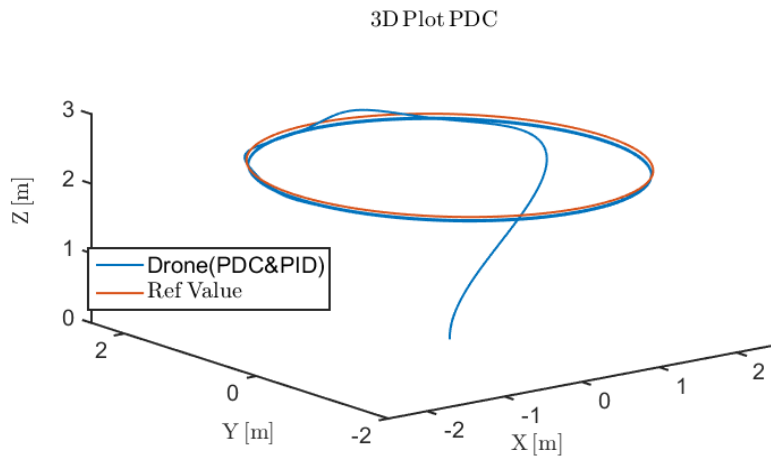


(c)

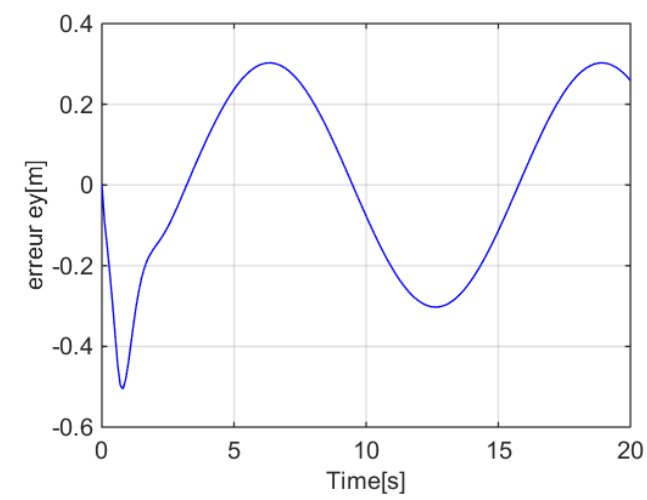


(d)

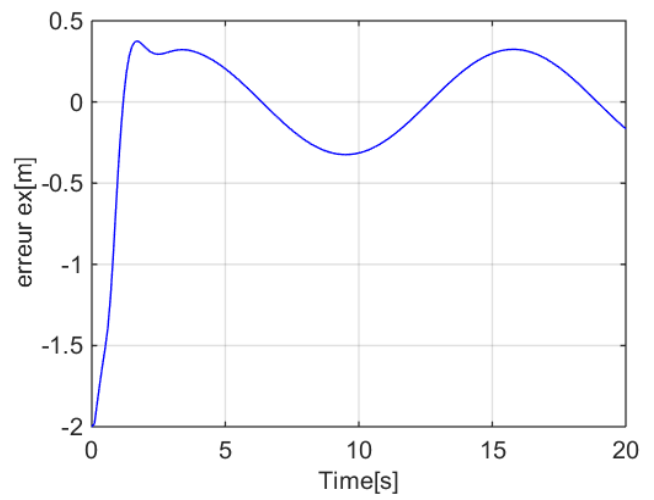
*Figure III-7 Résultats de poursuite, dans le cas des trajectoires de références en échelon, selon les axes  $(X, Y, Z, \psi)$*



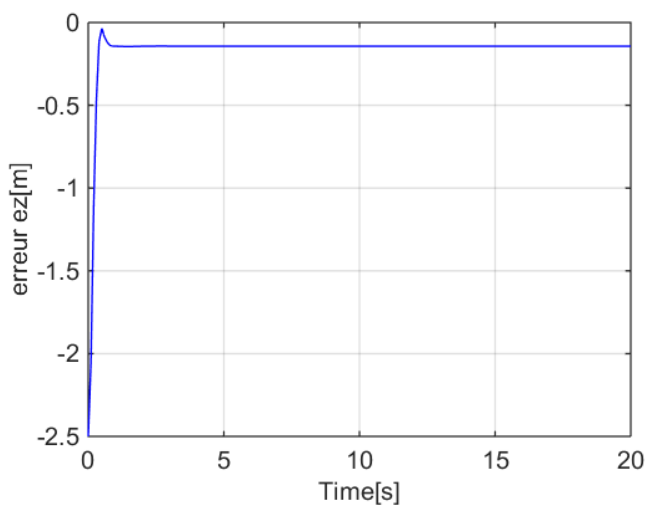
*Figure III-8 Trajectoire globale en 3D*



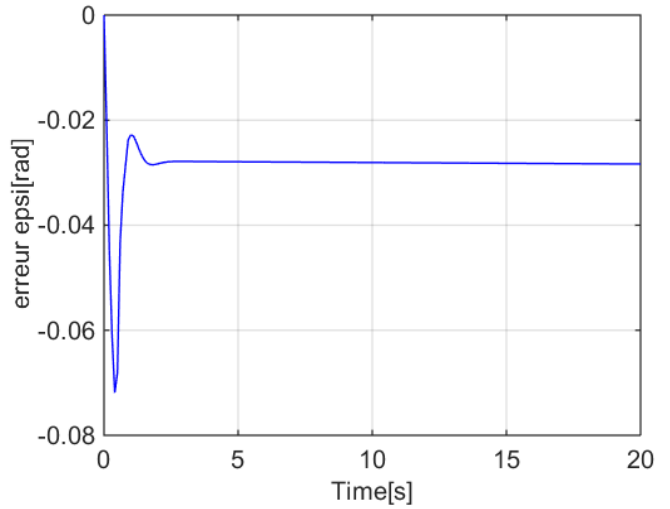
(a)



(b)

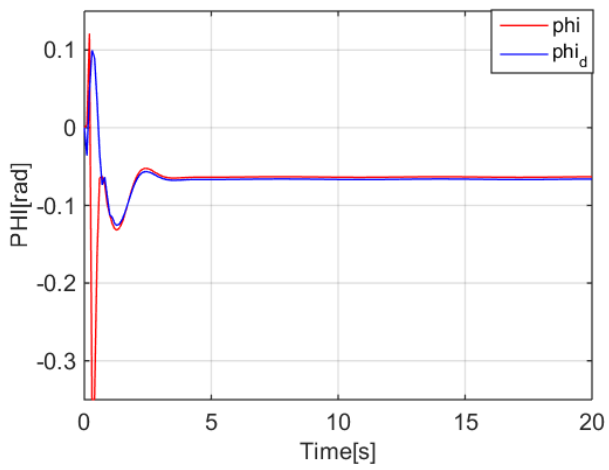


(c)

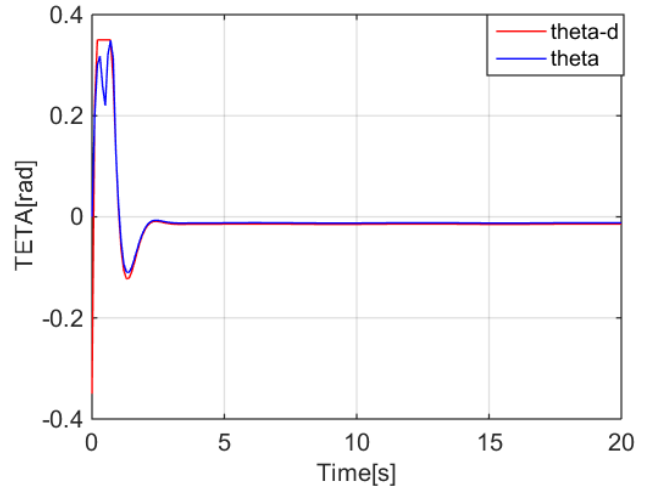


(d)

*Figure III-9*

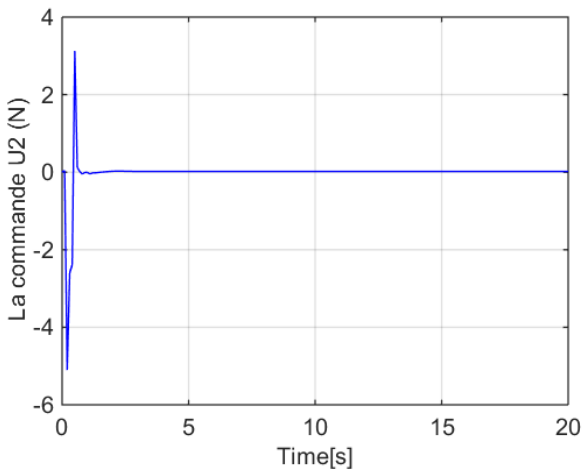


(a)

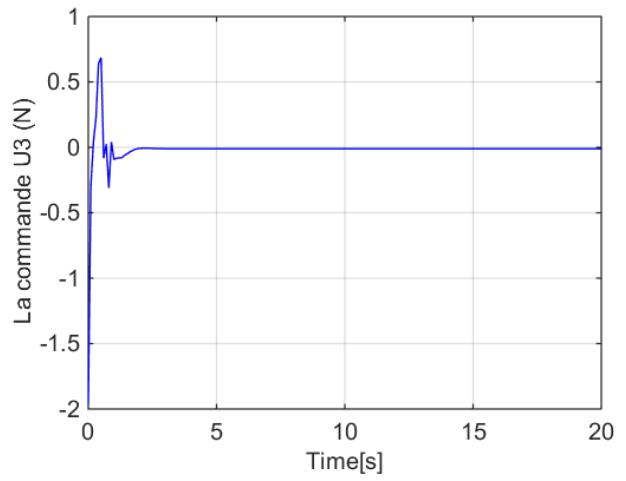


(b)

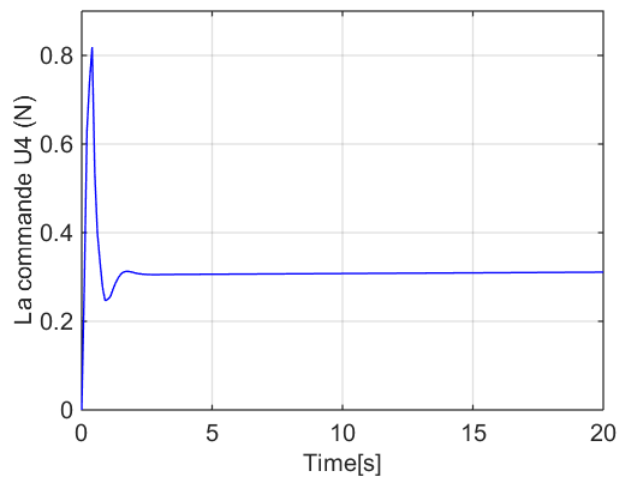
Figure III-10 L'angle de tangage et de roulis



(a)

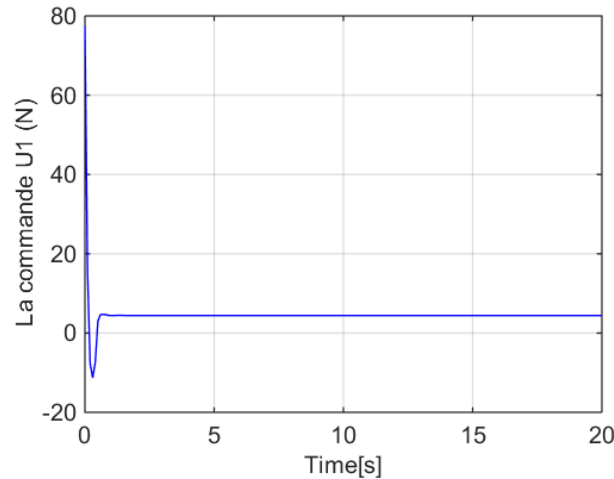


(b)



(c)

Figure III-11 signaux de commande des rotations



*Figure III-12 signal de commande de puissance*

### III.8. Interprétation des résultats :

La figure (III.9) montre les performances de commande obtenues dans le cas des trajectoires en forme sinusoïdale. Dans ce cas, nous remarquons que l'erreur de Poursuite est importante (figures III.9 (a) – (c)) et que les commandes calculées n'arrivent pas à stabiliser les angles ( $\theta$ ,  $\varphi$ ) à la valeur zéro (figures III.12 (a) et (b)). La figure III.10 montre la forme, en trois dimensions, de la trajectoire globale dans ce cas.

Nous remarquons que, dans ce cas, la poursuite s'effectue avec un dépassement la figure III-7 (c) . Les figures (III.12) et (III.12) montrent les signaux de commande obtenus. **Erreur ! source du renvoi introuvable.** Montre que l'erreur suivant les trois axes converge vers zéro. Cela prouve que la trajectoire parcourue par le drone suit la trajectoire désirée. À partir de la figure III.12, nous remarquons que la commande  $U_1$  dépasse les limites physiques des rotors du drone pour cela nous l'avons saturée. La somme de ces forces satisfait la condition d'équilibre ( $\sum_i^4 F_i = m \cdot g$ )

### III.9. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté essentiellement le concept de la linéarisation par secteurs non linéaires puis nous avons utilisé le modèle découplé en deux sous-systèmes (horizontal et vertical) de quadri-rotor, donné dans le chapitre précédent, et en se basant sur la technique de commande PDC, nous avons développé pour chaque sous-système une loi de commande. Les résultats de simulation des lois de commande développées et appliquées sur le

modèle du quadri-rotor ont montré une bonne stabilité du système et aussi une bonne poursuite de trajectoire. Cela prouve l'efficacité de la stratégie de commande proposée.

### **III.10. Conclusion générale**

Le quadri-rotor est un engin volant à 4 hélices appartenant au domaine de la robotique aérienne. Il combine en premier abord entre 3 disciplines différentes (mécanique, l'électronique, informatique) et se base sur des modèles de l'automatique.

L'étude d'un quadri-rotor se compose de 2 phases essentielles : la phase de modélisation dynamique qui concerne le côté physique de notre étude et la phase de la commande. Dans ce mémoire, la commande de drone à été basée sur technique de commande basée sur les modèles flous de Takagi-Sugeno.

Dans ce contexte, nous avons structuré notre travail selon les aspects suivants :

1. Dans le premier chapitre, nous avons découvert les différentes catégories de drones.
2. Dans le deuxième chapitre, nous avons étudié la modélisation dynamique d'un drone quadri-rotor dans des mouvements conventionnels tels que la rotation et la translation.
3. Dans le troisième chapitre, nous avons présenté, la stabilisation d'attitude de drone en se basant sur les modèles flous T-S.
4. Dans le quatrième chapitre, nous avons présenté, la commande en poursuite d'attitude de drone en se basant sur les modèles flous T-S.

Les résultats de simulation ont montré que le régulateur flou T-S donne des bonnes performances en particulier en termes de dépassement, précision dynamique et temps de réponse.