

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mouloud MAMMERI, Tizi-Ouzou



Faculté de Génie Electrique et d'Informatique
Département d'Électrotechnique

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

En vue de l'obtention du diplôme

DE MASTER ACADEMIQUE EN ELECTROTECHENIQUE

OPTION : MACHINES ELECTRIQUES

Thème :

**Aspect théorique et pratique de quelques
systèmes asservis de laboratoire**

Proposé par :

Mr. H.SEDIKI

Présenté par:

Mr. ALI AHMED Nadir

Mr. BERKANI Belaid

Promotion 2013

Sommaire		Pages
	Introduction générale	1
Partie théorique		
Chapitre 1 : généralités sur les systèmes asservis		
I	Introduction	3
II	Définition d'un système asservi	3
III	Classification des systèmes asservis	4
III.1	Classification selon le type de l'entrée de référence	4
III.2	Classification selon le type de régulateur	4
IV	Méthodologie d'étude des systèmes asservis	4
IV.1	Organigramme qui résume la méthodologie d'étude des systèmes asservis	5
V	Transformée de LAPLACE	6
V.1	Définition de la transformée de Laplace	6
V.2	Propriétés de la Transformée de Laplace	6
V.3	Application à la résolution des équations différentielles	6
VI	Fonctions de transfert des systèmes asservis	7
VI.1	Définition de la fonction de transfert	7
VI.2	Fonction de transfert en boucle ouverte	7
VI.3	Fonction de transfert en boucle fermée	8
VI.4	Fonction de transfert d'un système de premier ordre	8
	Fonction de transfert d'un système de deuxième ordre	8
VII	Représentation graphique des fonctions de transfert	12
VII.1	Plan de Nyquist	12
VII.2	Plan de black	13
VII.3	Diagramme de Bode	13
VII.3.1	Méthode de construction	13
VII.4	Notion de la pulsation de coupure et de la bande passante des systèmes	15
VIII	Les différentes entrées classiques	15
VIII.1	L'échelon	15
VIII.2	La rampe	15
VIII.3	L'impulsion	16
IX	Performances des systèmes asservis	16
IX.1	Précision des systèmes asservis	16
IX.1.1	Etude de l'erreur statique	16
IX.1.1.A	Erreur statique indicielle (position):	17
IX.1.1.B	Erreur statique de trainage (vitesse)	18

IX.2	Rapidité des systèmes asservis	18
IX.2.1	Définition de la constante de temps	18
IX.2.2	Définition du temps de réponse:	19
IX.3	Stabilité des systèmes asservis	19
IX.3.1	définition de la stabilité	19
IX.3.2	Les critères permettant de juger la stabilité d'un système	19
IX.3.2.A	Critère algébrique	19
IX.3.2.A.1	Démonstration de la condition de stabilité	19
IX.3.2.A.2	Critère de Routh	19
IX.3.2.A.3	Présentation du critère de Routh	20
IX.3.2.A.4	Influence de la position des pôles d'une fonction de transfert sur sa stabilité	21
IX.3.2.B	Critère géométrique	21
IX.3.2.B.1	Le critère de revers dans le plan de Nyquist	22
IX.3.2.B.2	Critère du revers dans le plan de Black	22
IX.3.2.B.3	Critère du revers dans le plan de Bode	22
X.	Robustesse de stabilité	23
X.1	Marges de stabilité dans le plan de Nyquist	23
X.2	Marges de stabilité dans le plan de Black	24
X.3	Marges de stabilité sur le plan de Bode	24
XI	Lien entre stabilité et précision	24
XII	Conclusion	24
Chapitre 2 : Techniques de régulation		
I	Introduction	25
II	Définition d'un régulateur	25
III	Les types de régulations les plus utilisées	25
IV.	La régulation par PID	25
IV.1.	Action proportionnelle P	26
IV.1.1	Notion de la bande proportionnelle	26
IV.2	Action intégral I	26
IV.3	Action dérivée D	27
V.	Les correcteurs les plus employés dans l'industrie	28
V.1.	Effets de régulateur proportionnel (P)	28
V.1.1	Influence sur la précision	28
V.1.2	Influence sur la stabilité	28
V.1.3	Influence sur la rapidité	29
V.2.	Effets de régulateur proportionnel intégral (PI)	29
V.2.1	Intégrateur pur	29
V.2.1.1	Influence sur la précision	29
V.2.1.2	Influence sur la stabilité	30

V.2.1.3	Influence sur la rapidité	30
VI	Les avantages et les inconvénients des actions du régulateur PID	30
VII.	Les différentes structures d'un régulateur PID	31
VII.1	La structure parallèle	31
VII.2	La structure série	31
VII.3	La structure mixte classique	31
VII.4	La structure mixte variante	32
VIII	Régulation par TOR	32
VIII.1	Le comportement de la réponse d'un système contrôlé par TOR	33
VIII.2	Algorithme de régulateur TOR	35
IX.2.	Synthèse de régulateur	35
IX.1	Synthèse par placement des pôles	35
IX	Synthèse par compensation des pôles	35
	Synthèse par méthode directe	37
X	Conclusion	37
Partie Pratique		
Chapitre 3 : Étude pratique des systèmes de laboratoire d'asservissement		
Partie: n° 1: Étude des effets des actions de régulateur PID sur un système de premier ordre		
I	Les effets des actions de régulateur PID sur un système de premier ordre	38
II	Effet de l'action proportionnelle	38
III	Effet de l'action intégrale	38
IV	Effet de l'action dérivée	39
Partie n° 2 : Le système thermique		
I	Introduction	41
II	Description de système thermique du laboratoire	41

III	Théorie sur les systèmes à retard pur	41
III.1	Origine physique du terme de retard pur	41
III.2	Méthode de Broïda	42
IV	Réponse temporelle de système thermique du laboratoire à un échelon d'entrée	43
V	Identification par la méthode de broïda	44
VI	Régulation par tout ou rien	45
VII	Conclusion	47

Partie n° 3 : **Le moteur à courant continu**

I	Introduction:	48
II.	Partie théoriques	48
II.1	Description du moteur à courant continu	48
II.2	Principe de fonctionnement d'un moteur à courant continu	48
III	Modélisation du moteur à courant continu	48
III.1	Moteur à courant continu à excitation séparée	49
IV	Modèle au premier ordre du moteur à cc	50
V.1	La relation liant la tension d'induit et la vitesse de rotation du rotor	50
IV.2	Fonction de transfert du moteur	51
V	Partie pratique	52
V.1	Description de la maquette de manipulation	52
V.2	Fonction de transfert du Bloc D (MCC)	52
V.3	Réponse indicielle du moteur à cc en boucle ouverte	53
V.4	Identification des paramètres du moteur à cc	53
V.4	Tableau qui résume tous les paramètres calculés du moteur à courant continu	55
VI	Commande de la vitesse du moteur	55
VI.2.	Choix du régulateur	55
VI.1	Réalisation et validation expérimentale	58
VII	Conclusion	59

Partie n° 3 : **Le système hydraulique**

I	Introduction	60
II	Description de système hydraulique de laboratoire	60

III	Les systèmes intégrateurs	60
IV	Le schéma fonctionnel de système hydraulique	61
V	La réponse temporelle de système hydraulique en boucle ouverte	61
VI	Identification des paramètres de système	62
VI.1	Calcul de gain statique G_0 de système	62
VI.2	Calcul de débit d'eau Q	63
VI.3	La relation qui lie le débit Q et le gain statique G_0	63
VI.4	La fonction de transfert de système	63
VII	La réponse de système hydraulique en boucle fermée	63
VIII	Conclusion	64
	Conclusion générale	65
	Bibliographie	66

Introduction générale

Le désir d'asservir et de contrôler les divers éléments de la nature (matériaux, forces, énergies et information) s'est probablement manifesté dès l'apparition de l'homme sur terre car il répondait tout simplement à une préoccupation majeure: sa survie.

Les exemples des systèmes asservis existent abondamment dans la nature, notamment dans le corps humain qui contient des milliers de systèmes asservis nécessaires pour réguler et coordonner l'activité de nos organes, on cite à titre d'exemple: (la régulation de la température du corps, la régulation de la pression sanguine...etc.).

L'asservissement et la régulation revêtent une importance primordiale pour les systèmes techniques modernes. Des circuits de réglage optimisés apportent leur soutien à la technique de production dans les procédés industriels pour économiser des ressources comme l'énergie et les matières premières et garantir la qualité des produits. En outre, l'intégration de la technique de régulation permet de réaliser des produits innovants et intelligents qui constituent la condition essentielle à la compétitivité sur le marché mondial. La gamme des applications s'étend de la climatisation dans un bureau, à la régulation d'un processus d'une grande installation industrielle.

Le développement des connaissances, et des outils mathématiques, ont conduit à un formidable essor des systèmes asservis, l'intégration de la transformée de laplace dans l'analyse mathématique des systèmes à élargi les voies pour contourner la complexité des équations temporelles par le fait qu'elle leurs donne une forme simple et facile à être manipuler. Au sein des outils les plus utilisés pour l'évaluation des performances des systèmes notamment en matière de stabilité, on repère essentiellement les diagrammes de bode, nyquist et black qui servent à représenter graphiquement les fonctions de transferts en régime fréquentiel ce qui offre la possibilité de juger la stabilité et ses limites, par l'utilisation de critère de revers, également un autre critère algébrique appelé critère de routh très utilisé surtout pour étudier la stabilité des modèles d'ordre supérieur à deux. Toutes ces théories et autres contribuent à la construction des techniques d'amélioration et de contrôle parfait des systèmes les plus complexes.

Ce projet de fin d'étude a pour objectif d'obtenir une meilleure compréhension des principaux concepts des systèmes asservis, la structure de commande en boucle fermée et le concept de stabilité, ainsi de saisir une connaissance suffisante sur le fonctionnement des régulateurs de base (PID et TOR).

Afin d'utiliser ces concepts, une partie pratique est consacrée à l'étude des différents systèmes de laboratoire d'asservissement, en commençant par leur identification en boucle ouverte jusqu'à leur régulation en boucle fermée.

Structure de notre travail: Il est divisé en trois chapitres:

➤ Chapitre 1 sous le titre [Généralités sur les systèmes asservis]:

porte des définitions sur les éléments de la chaîne qui constitue les systèmes asservis passant à la classification des systèmes et à la méthodologie à suivre pour les étudier puis vers les outils mathématiques de base(algébriques et graphiques) permettant l'analyse et l'évaluation des performances des systèmes asservis, nous avons commencé par des rappels sur la transformée de laplace en focalisant sur la résolution des équations différentielles, ensuite à l'extraction des

fonctions de transferts soit à partir des schémas blocs en boucle ouverte ou en boucle fermée ou bien à partir des équations différentielles qui régissent le comportement des systèmes, pour ce dernier nous avons abordé les deux modèles élémentaires d'ordre un, et d'ordre deux avec présentation de leurs caractéristiques. De plus l'écriture algébrique des fonctions de transferts nous avons introduit aussi les moyens de représentation graphique les plus utilisés, plan de Nyquist, Black et Bode avec des explications claires pour la construction de ces diagrammes. Comme nous avons consacré une petite partie pour parler des excitations les plus employées dans l'identification des procédés, et qui nous permettent aussi de les juger en matière des performances, Continuant dans ce contexte, une autre partie consacrée à la définition et l'étude des trois performances (Précision, Rapidité, Stabilité), dont nous avons monté essentiellement les conditions qui annulent l'erreur statique, et les critères qui laissent juger la stabilité et évaluer sa robustesse.

➤ Chapitre 2 sous le titre [Techniques de régulation]:

Nous avons débuté ce chapitre par la présentation littérale du régulateur PID et son utilité dans le contrôle des systèmes, puis nous avons exposé ses trois actions dans leurs différents rôles de corriger les insuffisances des systèmes, dans la même voie nous avons illustré les effets des correcteurs les plus employés dans l'industrie de type proportionnel et proportionnel-intégral (P, PI) sur la qualité des performances des systèmes. Continuant toujours avec le régulateur PID, une partie pour ses variantes structures avec leurs différentes formes de fonctions de transferts. Le deuxième régulateur que nous avons abordé dans ce chapitre c'est le régulateur de base tout ou rien TOR, en expliquant son principe de fonctionnement avec des illustrations graphiques. Enfin de ce chapitre nous avons décrit quelques méthodes de synthèse de régulateurs.

➤ Chapitre 3 sous le titre [Etude pratique des systèmes de laboratoire d'asservissement]:

C'est un chapitre pratique consacré à l'exploration de fonctionnement réel des systèmes de laboratoire tout en s'appuyant sur les théories citées dans les deux chapitres précédents.

Il est divisé en quatre parties:

1. Les effets des actions de régulateur PID sur un système de 1^{er} ordre:

- Influence de l'action proportionnelle
- Influence de l'action intégrale
- Influence de l'action dérivée

2. Le système thermique:

- Identification en boucle ouverte
- Contrôle par le régulateur TOR

3. Le moteur à courant continu:

- Généralités sur les moteurs à courant continu
- Modélisation de moteur à courant continu
- Identification en boucle ouverte
- Régulation du moteur à cc par un PI

4. Le système hydraulique:

- Identification en boucle ouverte
- identification en boucle fermée

Enfin notre travail se termine par une conclusion générale sur l'ensemble des travaux réalisés tout le long de ce projet de fin d'étude.

CHAPITRE I

GENERALITES SUR LES SYSTEMES ASSERVIS

I. Introduction:

Un système est une agrégation d'éléments interconnectés, constitué naturellement ou artificiellement afin d'accomplir une tâche prédéfinie. Son état est affecté par une ou plusieurs variables, les entrées du système. Le résultat de l'action des entrées est la réponse du système qui peut être caractérisée par le comportement d'une ou plusieurs variables de sorties. Les entrées affectant un système peuvent être de natures différentes. Les unes ont pour but d'exercer des actions entraînant le fonctionnement souhaité du système, ce sont les commandes. Les autres entrées troublent le fonctionnement désiré et sont définies comme des perturbations.

II. Définition d'un système asservi:

Un système asservi est un système commandé possédant un dispositif de retour permettant de compenser le manque de fidélité d'un système physique.

Un système asservi est caractérisé par la présence de:

- **la chaîne directe** : c'est le système commandé qui est soumis à l'influence des perturbations et manque donc de fidélité.
- **la chaîne de contre-réaction**: elle convertit la grandeur de sortie en une tension qui est le signal de retour. Ce capteur doit être fidèle (insensible aux perturbations).

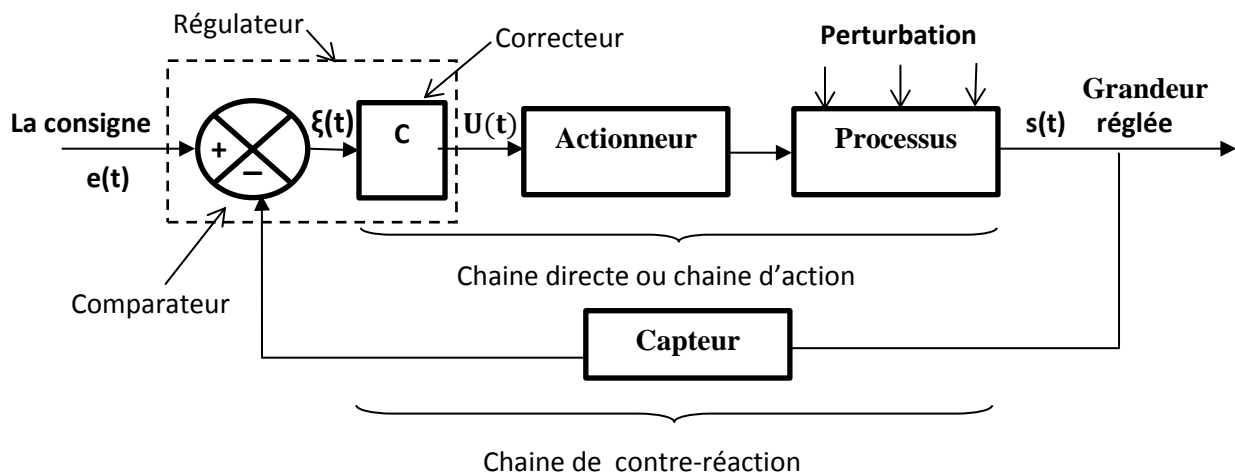


Figure.1 : Structure générale du diagramme fonctionnel d'un système asservi.

Le régulateur comporte deux principaux dispositifs:

1. **le comparateur**: c'est un organe à deux entrées dont l'une est l'entrée principale du système asservi et l'autre la mesure de la sortie. La sortie de cet organe est une grandeur proportionnelle à l'erreur ou l'écart, c'est-à-dire la différence entre l'entrée et la mesure de sortie $\xi(t) = e(t) - s(t)$.
2. **le correcteur**: son rôle c'est de délivrer un signal de commande $U(t)$ adéquat tout en maintenant le signal d'erreur proche de zéro.

Les autres composants de système asservi sont:

- **l'actionneur**: Il amplifie en puissance la grandeur réglée reçue du régulateur (ex : moteur, vérin, vanne...etc.).
- **le processus**: adapte l'énergie de l'actionneur afin d'apporter la valeur ajoutée à la matière d'œuvre.
- **Le capteur**: Il traduit la grandeur réglée en grandeur qui est souvent un signal électrique. La sensibilité de ce dernier impose les limites de précision de l'asservissement.

Les signaux ou énergie qui circulent dans le système sont les suivants :

- **la consigne $e(t)$** : la grandeur en entrée de système. La consigne peut être imposée par l'utilisateur ou par un autre système.
- **la grandeur de sortie $s(t)$** : c'est la réponse de système qui ne doit dépendre que de la consigne $e(t)$.

- **les perturbations:** sont des phénomènes susceptibles de modifier la sortie sans modification de l'entrée.

III. Classification des systèmes asservis :

III .1 Classification selon le type de l'entrée de référence:

Dans tout système asservi. La grandeur de sortie doit recopier le mieux possible la grandeur d'entrée. On distingue cependant deux modes de fonctionnement selon les conditions d'utilisation:

1. **Un asservissement:** quand une entrée de référence évolue ou suit une grandeur physique indépendante du processus lui-même. Cette évolution de l'entrée fait évoluer le point de fonctionnement du processus et la sortie doit suivre le mieux possible cette évolution en dépit des perturbations. On dit encore que le système fonctionne en suiveur ou en poursuite.
2. **Une régulation:** quand une entrée de référence constante ou évoluant par paliers. Cette entrée est aussi appelée consigne. La sortie doit rester constante quelles que soient les perturbations.

III.2 Classification selon le type de régulateur :

On distingue deux grandes classes de régulateurs :

1. un régulateur **analogique:** il est réalisé avec des composants analogiques et son signal de sortie évolue de manière continue dans le temps. On obtient alors un système asservi linéaire continu.
2. un régulateur **numérique :** il est réalisé à l'aide d'un système programmable (microprocesseur par exemple) et son signal de sortie est alors le résultat d'un algorithme de calcul. On obtient alors un système asservi linéaire échantillonné.

IV. Méthodologie d'étude des systèmes asservis :

Quand on veut étudier un système asservi on suit ces étapes :

1. L'identification du système :

L'identification, étape préliminaire de l'analyse d'un système quelconque elle consiste à traduire le comportement global de système en modèle mathématiques puis évaluer ses insuffisances.

2. Le choix de type de commande:

C'est de choisir le type de régulateur qui convient au système (analogique ou numérique).

3. Le choix de correcteur :

Ici le choix de correcteur dépend du mode utilisé soit continu ou échantillonné.

4. Ajustage des paramètres de régulateur:

C'est un calcul numérique ou ajustage expérimental des paramètres constituant le régulateur choisit selon les exigences de l'utilisation.

5. Les essais :

L'étape expérimentale qui vérifie la fiabilité des choix précédents et porter des réglages en cas de nécessité.

IV.1 Organigramme qui résume la méthodologie d'étude des systèmes asservis :

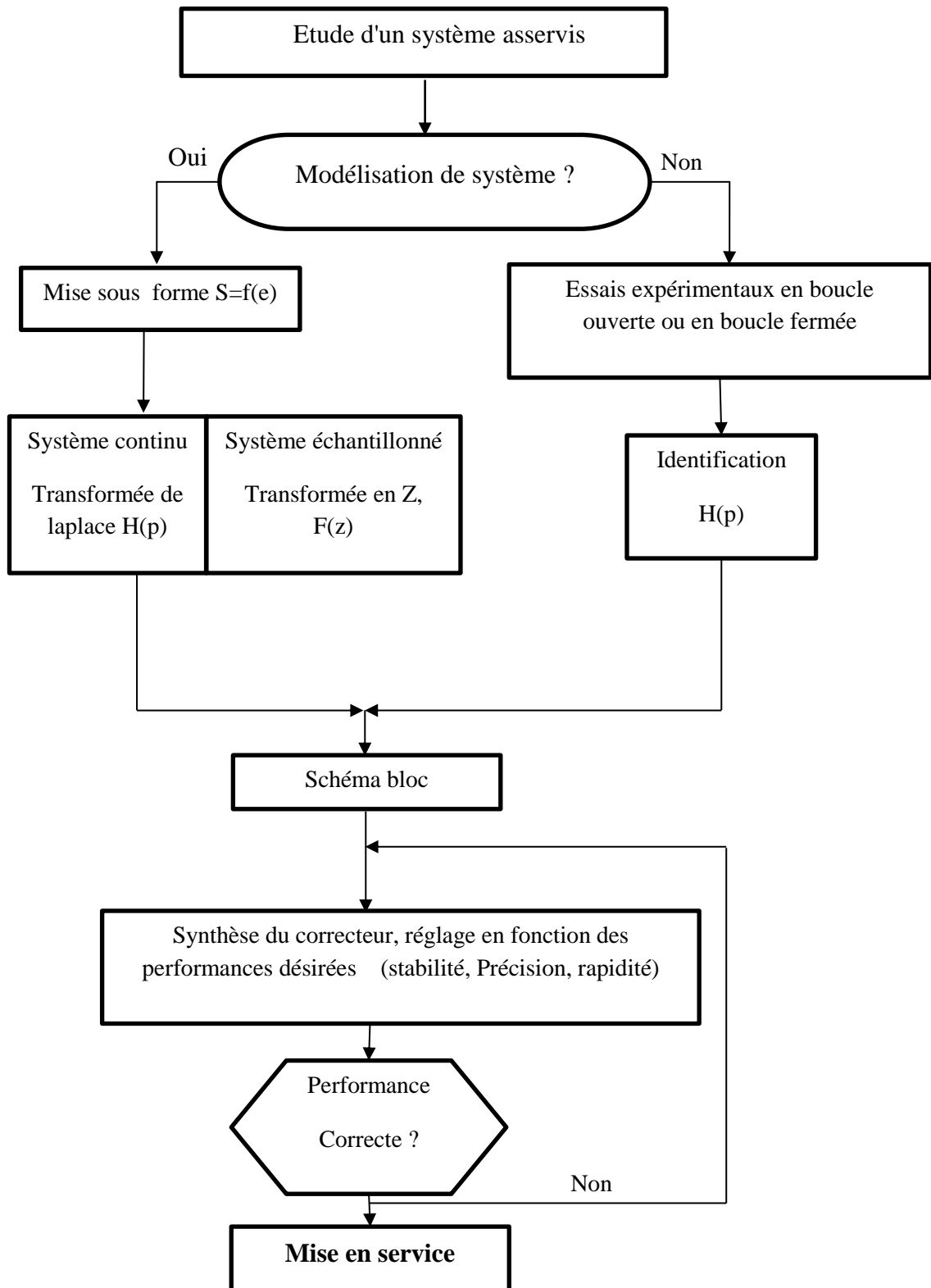


Figure.2: Organigramme qui résume la méthodologie d'étude d'un système asservi

V. Transformée de LAPLACE:

En mathématiques la transformée de Laplace est une transformée intégrale, c'est-à-dire une opération associant à une fonction $f(t)$ une nouvelle fonction dite transformée de Laplace notée $F(P)$, cette transformée permet des simplifications très importantes à des solutions mathématiques recherchées puis une généralisation facile de certains résultats. de plus permet la conversion des équations différentielles en des équations linéaires où disparaissent toutes les formes dérivées.

V.1 Définition de la transformée de Laplace:

Soit $f(t)$ une fonction dans temps. Sa transformée de Laplace $F(p)$ est définie par :

$$L [f(t)] = F(P) = \int_0^{+\infty} f(t) \cdot e^{-Pt} dt \quad (1.1)$$

Remarque :

On note pour la transformée inverse de $F(P)$ par $L^{-1}[F(p)]$.

V.2 Propriétés de la Transformée de Laplace:

Les propriétés fondamentales de la transformée de laplace sont récapitulées dans le tableau ci-dessous:

Linéarité	$L [a \cdot f(t) + b \cdot g(t)] = a \cdot F(p) + b \cdot G(p)$	(1.2)
Dérivation	$L \left[\frac{df(t)}{dt} \right] = P \cdot F(P) - f(0)$	(1.3)
Dérivation se généralise	$L \left[\frac{d^2f(t)}{dt^2} \right] = p^2 \cdot F(P) - P \cdot f(0) - \frac{df(0)}{dt}$	(1.4)
Intégration	$L \left[\int_0^t f(t) \right] = \frac{F(P)}{P}$	(1.5)
Retard	$L [f(t - \tau)] = e^{-\tau P} \cdot F(P)$	(1.6)
Théorème de la valeur initiale	$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{P \rightarrow \infty} P \cdot F(P)$	(1.7)
Théorème de la valeur finale	$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{P \rightarrow 0} P \cdot F(P)$	(1.8)
Translation de la variable de Laplace	$L [e^{-at} \cdot f(t)] = F(P + a)$	(1.9)

Tableau.1:récapitulatif de quelques propriété essentielles de la transformée de laplace.

V.3 Application à la résolution des équations différentielles:

Rappelons la forme générale d'une équation différentielle d'ordre « n » :

$$b_0 \cdot s(t) + b_1 \cdot \frac{ds(t)}{dt} + \dots + b_n \cdot \frac{d^n s(t)}{dt^n} = a_0 \cdot e(t) + a_1 \cdot \frac{de(t)}{dt} + \dots + a_m \cdot \frac{d^m e(t)}{dt^m} \quad (1.10)$$

Nous pouvons former la transformée de laplace de cette équation :

$$b_0.S(p) + b_1.(p.S(p) - s(0)) + b_2.(p^2.S(p) - p.s(0) - \frac{ds(0)}{dt}) + \dots = a_0.E(p) + a_1(p.E(p) - e(0)) + \dots + a_2.(p^2.E(p) - P.e(0) - \frac{de(0)}{dt}) + \dots \quad (1.11)$$

Ce qui peut se mettre sous la forme :

$$(b_0 + b_1.p + \dots + b_n.p^n).S(p) + I_s = (a_0 + a_1.p + \dots + a_m.p^m).E(p) + I_e \quad (1.12)$$

(I_s , I_e) sont des termes dépendant des conditions initiales de $s(t)$ et de $e(t)$.

Dans le cas où les conditions initiales sont nulles on obtient :

$$S(p) = \frac{a_0 + a_1.P + \dots + a_m.P^m}{b_0 + b_1.P + \dots + b_n.p^n}.E(p) \quad (1.13)$$

VI. Fonctions de transfert des systèmes asservis:

VI.1 Définition de la fonction de transfert :

On appelle fonction de transfert $H(p)$ ou transmittance d'un système asservi le rapport entre la sortie $S(p)$ et celle de l'entrée $E(p)$. L'ordre du système est le degré du dénominateur de $H(p)$.

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{a_0 + a_1.P + \dots + a_m.P^m}{b_0 + b_1.P + \dots + b_n.p^n} \quad (1.14)$$

VI.2 Fonction de transfert en boucle ouverte:

En boucle ouverte la sortie égale au produit des fonctions de transfert de la chaîne directe par la fonction d'entrée, on écrit :

$$S(p) = G(p)C(p)E(p) \quad (1.15)$$

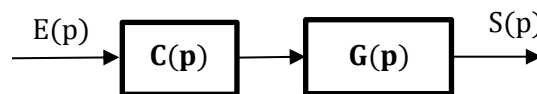


Figure.3 : Système en boucle ouverte

Donc on déduit la fonction de transfert en boucle ouverte:

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = G(p)E(p) \quad (1.16)$$

VI.3 Fonction de transfert en boucle fermée :

Pour trouver la fonction de transfert d'un système bouclé on suit ces étapes:

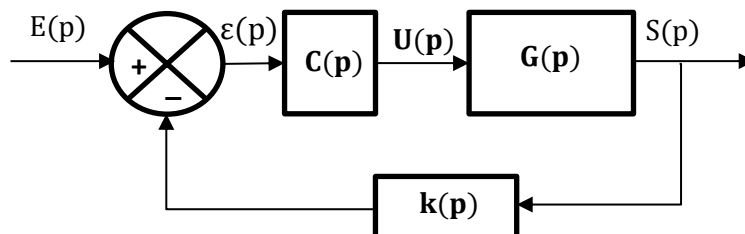


Figure.4 : Système en boucle fermée

$$S(p) = G(p)U(p) \quad (1.17)$$

$$U(p) = C(p)\epsilon(p) \quad (1.18)$$

$$\epsilon(p) = E(p) - k(p)S(p) \quad (1.19)$$

On remplace (1.19) dans l'équation de (1.18)

$$U(p) = C(p)(E(p) - k(p)S(p)) \quad (1.20)$$

On remplace (1.20) dans l'équation de (1.17)

$$S(p) = G(p)C(p)(E(p) - k(p)S(p)) = G(p)C(p)E(p) - G(p)C(p)k(p)S(p) \quad (1.21)$$

$$\Rightarrow S(p) + G(p)C(p)k(p)S(p) = G(p)C(p)E(p) \Rightarrow (1 + G(p)C(p)k(p)) S(p) = G(p)C(p)E(p) \quad (1.22)$$

On écrit finalement la fonction de transfert de la boucle fermée :

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{G(p)C(p)}{1 + G(p)C(p)k(p)} \quad (1.23)$$

VI.4 Fonction de transfert d'un système de premier ordre:

On appelle système du premier ordre, un système régi par une équation différentielle du type :

$$\tau \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = G_0 e(t) \quad (1.24)$$

On applique la transformée de Laplace à cette équation, on obtient :

$$\tau \cdot p \cdot S(p) - \tau s(0) + S(p) = G_0 E(p) \quad (1.25)$$

Lorsque les conditions initiales sont nulles:

$$(\tau p + 1)S(p) = G_0 E(p) \quad (1.26)$$

La fonction de transfert du système est alors:

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{G_0}{(1 + \tau p)} \quad (1.27)$$

Cette fonction de transfert possède un pôle simple: $-1/\tau$, plus le pôle est loin de l'origine plus le système est rapide.

Sa réponse temporelle pour une entrée en échelon $\frac{E_0}{p}$ (réponse indicielle) est la transformée inverse de la fonction suivante:

$$L^{-1} \left[\frac{E_0}{p} \left(\frac{G_0}{1 + \tau p} \right) \right] = h(t) = E_0 G_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (1.28)$$

Avec $h(t) = 0$ pour $t < 0$

G_0 = Le gain statique de système.

τ = La constante de temps, en seconde.

VI.5 Fonction de transfert d'un système de deuxième ordre:

On appelle système du second ordre, un système régi par une équation différentielle du type:

$$\frac{1}{\omega_n^2} \frac{ds(t)^2}{dt^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n} \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = G_0 e(t) \quad (1.29)$$

En appliquant la transformée de Laplace à cette équation, on obtient :

$$\frac{1}{\omega_n^2} p^2 S(p) - \left(\frac{1}{\omega_n^2} p s(0) + \frac{1}{\omega_n^2} \frac{ds(0)}{dt} \right) + \frac{2\zeta}{\omega_n} p S(p) - \frac{2\zeta}{\omega_n} s(0) + S(p) = G_0 E(p) \quad (1.30)$$

Lorsque les conditions initiales sont nulles:

$$\frac{1}{\omega_n^2} p^2 S(p) + \frac{2\zeta}{\omega_n} p S(p) + S(p) = G_0 E(p) = \left(\frac{1}{\omega_n^2} p^2 + \frac{2\zeta}{\omega_n} p + 1 \right) S(p) = G_0 E(p) \quad (1.31)$$

La fonction de transfert du système est alors :

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{G_0}{\frac{1}{\omega_n^2} p^2 + \frac{2\zeta}{\omega_n} p + 1} = \frac{G_0 \omega_n^2}{p^2 + 2\zeta \omega_n p + \omega_n^2} = \frac{G_0 \omega_n^2}{Ap^2 + Bp + C} \quad (1.32)$$

Avec:

ω_n : pulsation propre du système se mesure en rad/s, ω_n , caractérise la dynamique des système.

ζ : est appelé coefficient d'amortissement du système. Une bonne valeur de ζ donne une stabilité acceptable.

G_0 : est le gain statique du système (gain en régime permanent).

Si on cherche les pôles de cette fonction de transfert (les racines du dénominateur), on distingue trois cas possibles:

On a :

$$\Delta = B^2 - 4AC = 4\omega_n^2(\zeta^2 - 1) \quad (1.33)$$

Donc on va étudier la solution selon les valeurs de ζ :

- $\zeta < 1 \Rightarrow \Delta < 0$: les deux pôles sont des complexes conjugués:

$$P_1, P_2 = \frac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2A} = \left(-\zeta \pm j\sqrt{1 - \zeta^2} \right) \omega_n \quad (1.34)$$

Ils sont à partie réelle négative si $\zeta > 0$. Système ici est à faible amortissement.

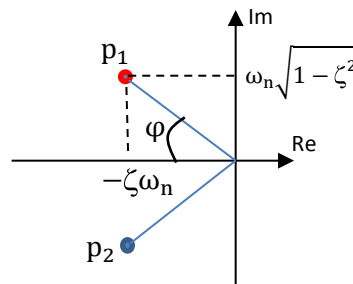


Figure.5 Représentation graphique des pôles

$$\tan \varphi = \frac{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}}{\zeta \omega_n} = \frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{\zeta} \quad (1.35)$$

- $\zeta = 1 \Rightarrow \Delta = 0$ les deux pôles sont égaux et réels. Ils valent:

$$P_1 = P_2 = \frac{-B}{2A} = \frac{-2\zeta\omega_n}{2} = -\omega_n \quad (1.36)$$

Système à fort amortissement.

- $\zeta > 1 \Rightarrow \Delta > 0$ dans ce cas, les pôles sont réels

$$P_1, P_2 = \left(-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1} \right) \omega_n \quad (1.37)$$

Ici le système est aussi à fort amortissement, la constante de temps est liée à la position du pôle le plus près à l'origine (pôle dominant).

La réponse indicielle pour un tel système de deuxième ordre est la transformée inverse de la fonction suivante:

$$L^{-1} \left[\frac{E_0}{p} \left(\frac{G_0 \omega_n^2}{p^2 + 2\zeta \omega_n p + \omega_n^2} \right) \right] \quad (1.38)$$

$$s(t) = G_0 E_0 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta \omega_n t} \sin \left[\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \varphi \right] \right) \quad (1.39)$$

La réponse indicielle est donc oscillatoire amortie.

Instant de premier dépassement :

On appelle instant de premier dépassement, l'instant où la sortie atteint son premier maximum. On le note t_p

Calcul de t_p :

À l'instant t_p la dérivée de $s(t)$ égale à zéro car $s(t)$ atteint son maximum:

$$s(t)' = -G_0 E_0 \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta \omega_n t} \omega_n \left[-\zeta \sin \left[\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \varphi \right] + \sqrt{1-\zeta^2} \cos \left[\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \varphi \right] \right] \quad (1.40)$$

$$s(t)' = 0 \Rightarrow \sqrt{1-\zeta^2} \cos \left[\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \varphi \right] = \zeta \sin \left[\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \varphi \right] \quad (1.41)$$

On a

$$\tan \varphi = \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \quad (1.42)$$

$$\zeta^2 + \left(\sqrt{1-\zeta^2} \right)^2 = 1 \quad (1.43)$$

Par identification:

$$\zeta = \cos(\varphi) \quad (1.44)$$

$$\sqrt{1-\zeta^2} = \sin(\varphi) \quad (1.45)$$

L'égalité précédente devient donc :

$$\sin(\varphi) \cos \left[\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \varphi \right] = \cos(\varphi) \sin \left[\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \varphi \right] \quad (1.46)$$

$$\sin(\varphi) \cos \left[\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \varphi \right] - \cos(\varphi) \sin \left[\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \varphi \right] = 0 \quad (1.47)$$

Par l'utilisation de la propriété trigonométrique:

$$\sin(A) \cos(B) - \cos(A) \sin(B) = \sin(A - B) \quad (1.48)$$

On simplifie la fonction:

$$\sin \left[\varphi - \left(\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} t + \varphi \right) \right] = 0 \Rightarrow \sin \left(\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} t \right) = 0 \quad (1.49)$$

Finalement $s(t)' = 0$ pour

$$\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} t = k\pi \quad (1.50)$$

Avec k nombre entier.

Donc on tire l'expression de premier dépassement pour $k = 1$.

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (1.51)$$

Amplitude du premier dépassement:

On appelle amplitude de premier dépassement, l'amplitude du premier maximum sur la valeur finale de la sortie, il est très important pour un asservissement, On note cette valeur par D .
pour trouver cette amplitude on remplace t_p dans $s(t)$ et on trouve finalement l'expression de D .

$$D = G_0 E_0 e^{-\frac{\zeta \pi}{\sqrt{1 - \zeta^2}}} \quad \text{en pourcentage} \quad D_{\%} = 100 e^{-\frac{\zeta \pi}{\sqrt{1 - \zeta^2}}} \quad (1.52)$$

À partir de deux formules de de l'instant et l'amplitude de premier dépassement on déduit les expressions de coefficient d'amortissement et la pulsation propre de système qui correspondent aux dépassements:

$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\pi^2}{\ln^2(D/G_0 E_0)}}} \quad (1.53)$$

$$\omega_n = \frac{\pi}{t_p \sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (1.54)$$

Remarque:

Quand k est impair on trouve les dépassements maximums et quand il est pair on trouve les minimums.

Et pour le temps de réponse t_r des systèmes de deuxième ordre on peut utiliser l'abaque suivante qui donne le temps de réponse à 5% en fonction de coefficient d'amortissement ζ ou bien utiliser la relation $t_r \approx \frac{3}{\omega_n}$ qui est prouvée par approximation expérimentale

On constate sur cette abaque deux parties :

- pour $\zeta > 0,7$, le temps de réponse augmente lorsque ζ augmente ;
- pour $\zeta < 0,7$, le temps de réponse augmente lorsque ζ diminue.

Le temps de réponse est minimal pour $\zeta = 0,7$

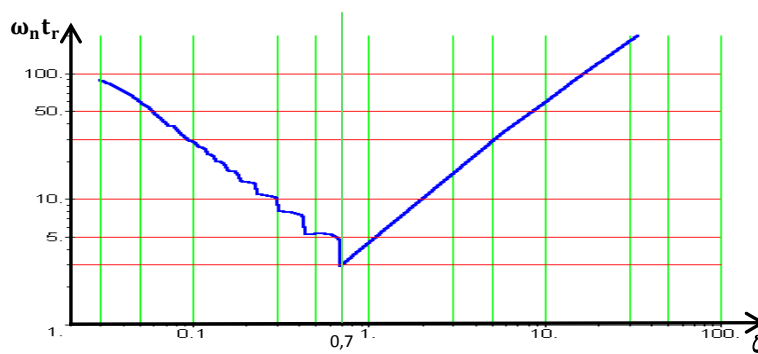


Figure.6: Abaque de $\omega_n t_r$ en fonction de ζ .

VII. Représentation graphique des fonctions de transfert:

La fonction de transfert d'un système quelconque est un nombre complexe de la forme:

$$H(j\omega) = \frac{N(j\omega)}{D(j\omega)} \quad (1.55)$$

Trois solutions sont utilisées en pratique pour représenter ce nombre complexe graphiquement:

- A. plan de Nyquist :** Partie réelle en fonction de la partie imaginaire avec paramétrage en fréquence.
- B. plan de Black:** Module en fonction de la phase avec paramétrage en fréquence.
- C. Diagrammes de Bode:** Module en décibels en fonction de la fréquence et phase en fonction de la fréquence sur une échelle de fréquence logarithmique.

VII.1 Plan de Nyquist :

Le principe de ce lieu est de représenter la partie réelle de la fonction de transfert $H(j\omega)$ d'un système sur l'axe des abscisses en fonction de la partie imaginaire sur l'axe des ordonnées; pour des pulsations qui varient de 0 à $+\infty$ (rad/s)

Pour obtenir le diagramme de nyquist on suit les étapes suivantes:

1. On remplace la variable p par $j\omega$.
2. On cherche la partie réelle et la partie imaginaire de la fonction de transfert $H(j\omega)$.
3. On écrit la fonction de transfert sous la forme $H(j\omega) = A(\omega) + jB(\omega)$.
4. On calcule les valeurs limites de $H(j\omega)$ pour les pulsations ($\omega = 0$) et ($\omega = +\infty$).
5. On cherche les intersections avec les axes.
6. On calcule quelques points particuliers pour s'aider quand on trace le diagramme.
7. On lie les points trouvés par un tracé approximatif.

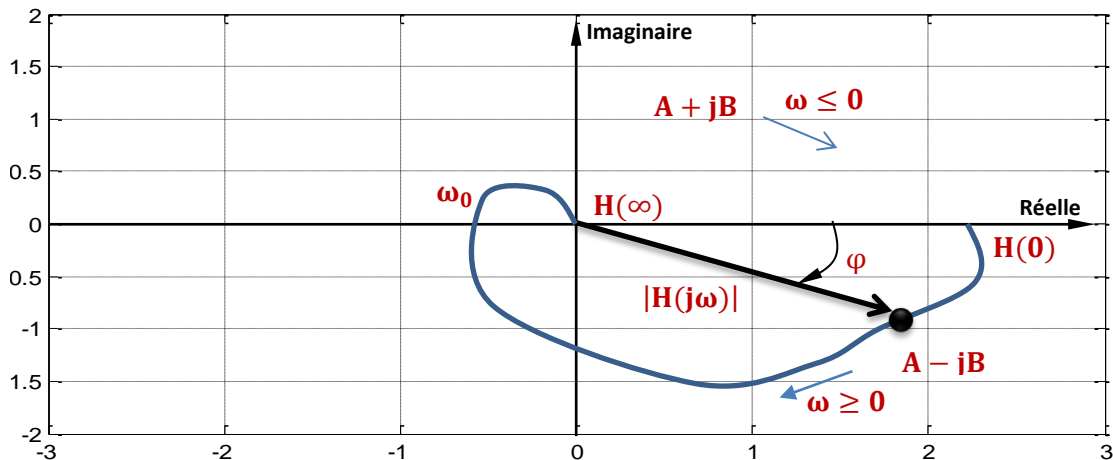


Figure.7: Représentation de Nyquist

Remarque:

- Pour obtenir le diagramme réel de nyquist on se sert habituellement d'un outil logiciel.
- L'avantage principal d'une telle représentation est qu'elle décrit de manière graphique les caractéristiques fréquentielles d'un système sur tous le domaine de variation de la pulsation de 0 à ∞ .
- L'inconvénient de cette représentation est qu'elle n'est pas adaptée à la représentation des fonctions formées en produit des fonctions de transfert élémentaires connues.

$$H(j\omega) = H_1(j\omega)H_2(j\omega)$$

Le module de cette fonction $H(j\omega)$ est un produit de modules des deux fonctions H_1, H_2 :

$$|H(j\omega)| = |H_1(j\omega)||H_2(j\omega)|$$

et son argument est l'addition entre $\text{Arg}(H_1)$ et $\text{Arg} H_2$.

VII.2 Plan de Black:

Le diagramme de black est une représentation de la réponse harmonique du système, c'est à dire une représentation de $H(j\omega)$, où $H(p)$ est la fonction de transfert du système.

- en abscisse: phase (en degrés):

$$\varphi = \tan^{-1}(H(j\omega)) \quad (1.56)$$

- en ordonnée: gain (en décibels):

$$G_{dB} = 20\log|H(j\omega)| \quad (1.57)$$

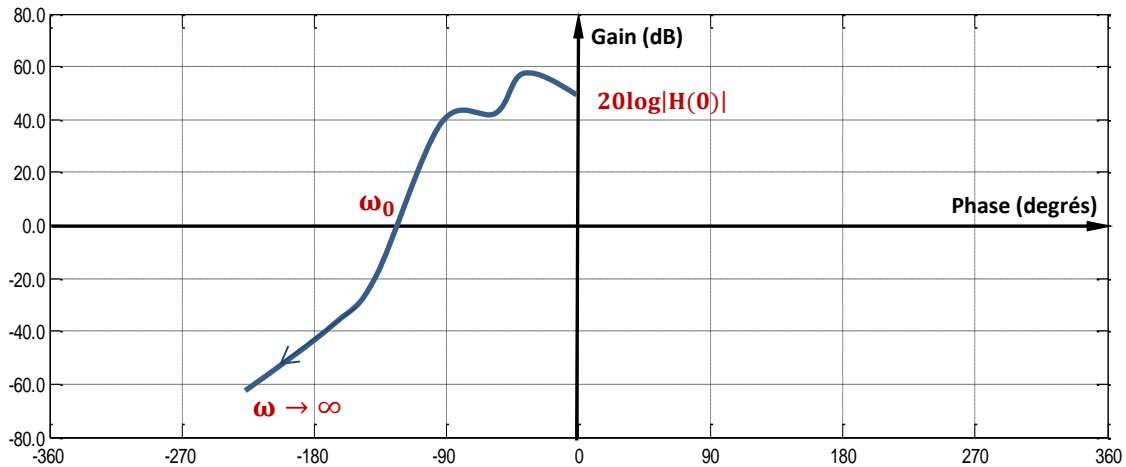


Figure.8: Représentation d'une fonction de transfert dans le plan de black

VII.3 Diagramme de Bode :

Le diagramme de Bode appelé aussi lieu de Bode, est utilisé pour représenter la fonction de transfert $H(p)$ d'un système en régime harmonique $H(j\omega)$ sur une échelle logarithmique. il comporte deux courbes:

1. une représentation de gain en décibel: $G_{dB} = 20\log|H(j\omega)|$.
2. la phase (généralement en degrés): $\varphi = \text{Arg}(H(j\omega))$.

VII.3.1 Méthode de construction:

Lorsqu'on trace le diagramme de Bode, on dessine d'abord le diagramme asymptotique :

- la courbe de gain asymptotique est formée d'une suite de segments de droite de pente 0, ± 20 dB/décade, ± 40 dB/décade...etc.
- la courbe de phase asymptotique est formée de segments de droites aux ordonnées 0, $\pm 90^\circ$, $\pm 180^\circ$...etc.

Le diagramme de Bode asymptotique comporte un certain nombre de cassures se traduisant par un changement de pente sur la courbe de gain et une variation d'argument sur la courbe de phase:

- une cassure simple fait passer la pente de 0 à ± 20 dB/dec, une cassure double de 0 à ± 40 dB/dec, ou bien de 20 à -20dB/dec.
- une cassure simple vers le bas est accompagnée d'une rotation de phase de -90°
- une cassure simple vers le haut est accompagnée d'une rotation de phase de $+90^\circ$
- une cassure double vers le bas est accompagnée d'une rotation de phase de -180°
- une cassure double vers le haut est accompagnée d'une rotation de phase de $+180^\circ$

La position des cassures n'est pas à chercher, elle apparaît naturellement dès que la fonction de transfert est mise sous la forme standard :

- les termes en $(1 + f(j\omega))$ du numérateur donnent une cassure vers le haut, les termes $(1 + f(j\omega))$ du dénominateur donnent une cassure vers le bas.
- les termes du premier ordre donnent une cassure simple, ceux du deuxième ordre une cassure double.

La forme standard d'une fonction de transfert :

$$H(j\omega) = \frac{K \left(1 + j\frac{\omega}{\omega_0}\right)}{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_1}\right) \left(1 + 2\zeta j\frac{\omega}{\omega_2} + \frac{\omega^2}{\omega_2^2}\right)}$$

Annotations de la fonction de transfert :

- Pente de 0** : Pointe vers le numérateur K .
- Cassure vers le haut +90°** : Pointe vers le terme $\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_0}\right)$.
- Cassure vers le bas -90°** : Pointe vers le terme $\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_1}\right)$.
- Terme de deuxième ordre** : Pointe vers le terme $\left(1 + 2\zeta j\frac{\omega}{\omega_2} + \frac{\omega^2}{\omega_2^2}\right)$.
- Cassure double vers le bas -180°** : Pointe vers le terme $\left(1 + 2\zeta j\frac{\omega}{\omega_2} + \frac{\omega^2}{\omega_2^2}\right)$.

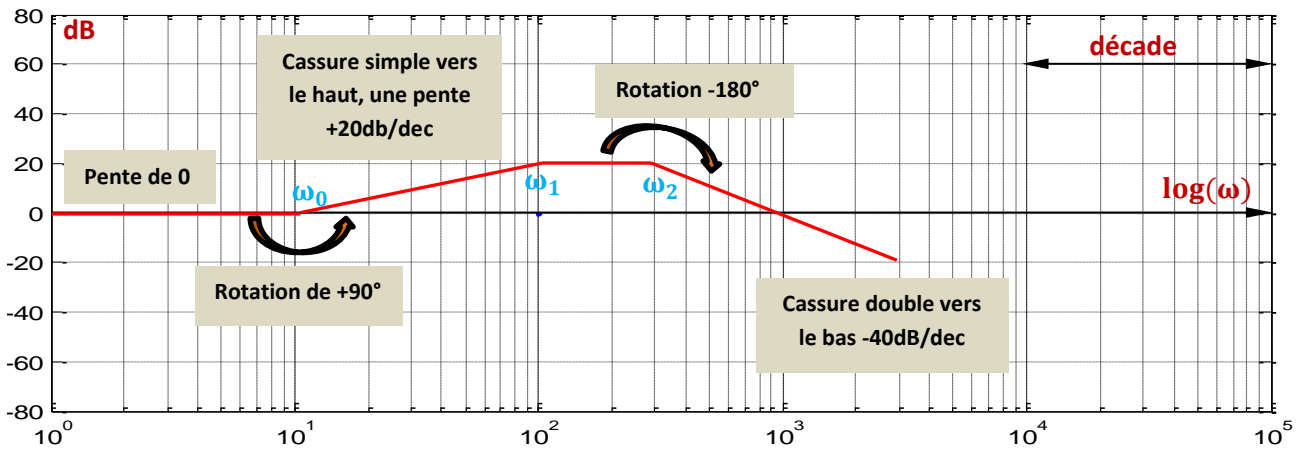


Figure.9: Diagramme du gain en fonction de la fréquence

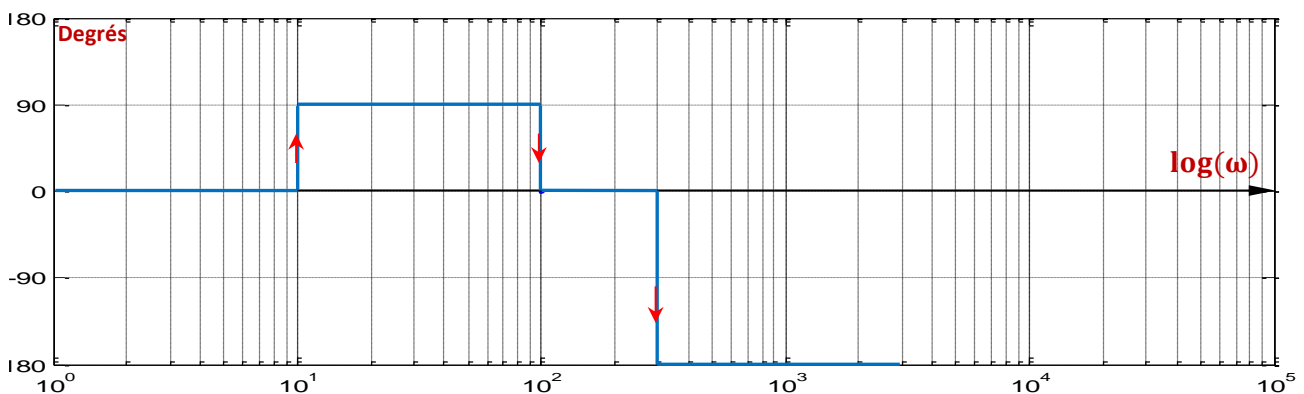


Figure.10: Diagramme de phase en fonction de la fréquence

L'avantage majeur d'une telle représentation est lié à la propriété d'additivité de l'amplitude exprimée en décibels et de la phase. Cela permet une représentation aisée des produits de fonctions de transfert.

$$20 \log(|H_1(j\omega)||H_2(j\omega)|) = 20\log(|H_1(j\omega)|) + 20\log(|H_2(j\omega)|)$$

La multiplication par une constante (gain) se traduit donc par une translation verticale dans le plan de bode, ainsi que le plan de black possède la même propriété.

L'inconvénient des représentations de bode et de black réside dans l'impossibilité de décrire les systèmes pour les fréquences de zéro en effet $\log(0)$ n'est pas défini.

Note:

Le décibel (dB) est une échelle logarithmique définie à partir des puissances de la façon suivante :

$$P_{dB} = 10\log_{10}(P) \tag{1.58}$$

Où P est une puissance exprimée en Watts sur une échelle linéaire.

Pour les tensions, le facteur devant le log est 20 du fait que la puissance est proportionnelle au carré de la

tension.

Le module de la fonction de transfert s'exprime comme le rapport du module de la tension de sortie sur le module de la tension d'entrée du système considéré. En décibel, on aura donc :

$$G_{dB} = 20 \log_{10} \left(\left| \frac{\bar{V}_s}{\bar{V}_e} \right| \right) \quad (1.59)$$

VII.4 Notion de la pulsation de coupure et de la bande passante des systèmes:

- Pulsation de coupure: On appelle une pulsation de coupure ω_c la fréquence dans laquelle le gain d'un système chute d'où moins 3dB de sa valeur maximum, plus cette pulsation est grande plus le système est rapide.
- Bande passante BP: c'est un intervalle de fréquences pour lesquelles le gain de système ne change pas, cet intervalle est limité de 0 à ω_c , plus la bande passante est large plus la réponse de système est rapide.

VIII. Les différentes entrées classiques:

On peut caractériser les systèmes d'une part par leur fonction de transfert, et d'autre part par leur comportement. Ce dernier peut être mis en évidence par la réponse $s(t)$ à une entrée donnée. Classiquement, on peut apprendre beaucoup des systèmes en observant leurs réponses aux entrées suivantes:

- l'échelon : réponse indicielle.
- l'impulsion : réponse impulsionnelle.
- la rampe.

VIII.1 L'échelon :

C'est l'entrée la plus utilisée de toutes. Elle correspond à un changement brusque de consigne. Cette fonction est définie par :

$$f(t) = a \quad \forall t > 0 \quad \text{et} \quad f(t) = 0 \quad \forall t \leq 0$$

Sa transformée de Laplace est :

$$F(p) = \frac{a}{p} \quad (1.60)$$

Si $a = 1$ on parle d'un échelon unitaire.

L'échelon Permet d'analyser la précision statique, le temps de réponse et la stabilité des systèmes.

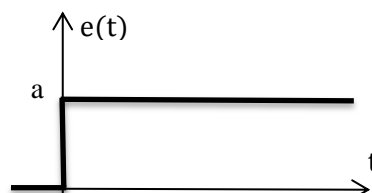


Figure.11: Fonction d'échelon

VIII.2 La rampe :

La rampe de pente a est la primitive de l'échelon de hauteur a . elle évolue dans le temps Elle est définie par

$$f(t) = a.t \quad \forall t > 0 \quad \text{et} \quad f(t) = 0 \quad \forall t \leq 0$$

Sa transformée de Laplace :

$$F(p) = \frac{a}{p^2} \tag{1.61}$$

Si $a = 1$ on parle d'une rampe unitaire.
 La rampe Permet d'analyser les performances en poursuite.

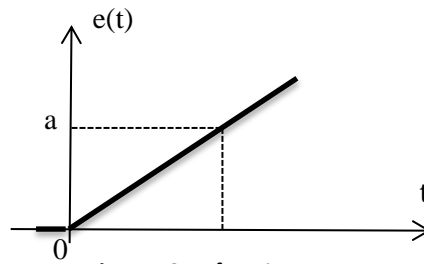


Figure.12:La fonction rampe

VIII.3 L'impulsion :

L'impulsion unité est, dans l'espace des distributions, la dérivée de l'échelon unitaire. On la note généralement $\delta(t)$.

Sa transformée de Laplace est:

$$L[\delta(t)] = 1 \tag{1.62}$$

L'impulsion permet d'analyser la stabilité des systèmes.

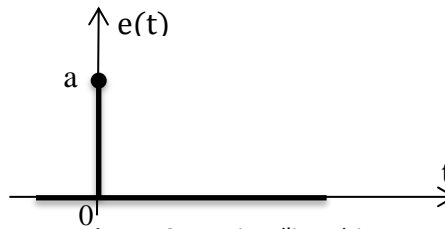


Figure.13:Fonction d'impulsion

IX. Performances des systèmes asservis:

Un système asservi est souvent jugé suivant la qualité de ses performances qui sont sa précision par rapport à une référence, sa dynamique qui caractérise la rapidité de sa réponse à une excitation, et sa stabilité qui détermine l'aptitude de système de revenir à son état initial quand il est infecté par une perturbation.

IX.1 Précision des systèmes asservis:

La précision des systèmes est liée à l'évolution de l'erreur (différence entre l'entrée et la sortie).

On distingue deux types d'erreurs :

1. L'erreur statique: c'est l'erreur qui résulte entre la sortie mesurée et la consigne en régime permanent.

Pour déterminer cette erreur on soumet le système à ces entrées:

- échelon: on parle d'erreur indicielle ou de position.
- rampe: erreur de traînage ou erreur de poursuite(vitesse).

2. L'erreur dynamique: c'est l'écart entre la sortie mesurée et la consigne en régime transitoire.

On s'intéresse dans cette étude qu'à l'erreur statique.

IX.1.1 Etude de l'erreur statique:

Au premier temps on suppose que le système est bouclé et isolé de perturbations $p(p) = 0$

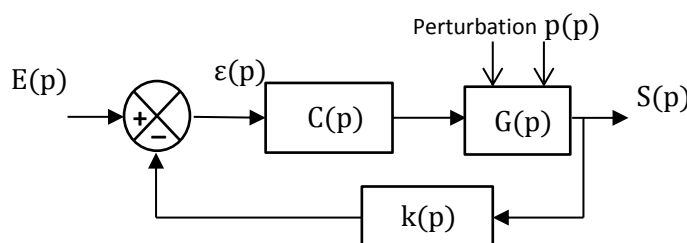


Figure.14: Système bouclé

Au régime permanent on écrit pour l'erreur statique:

$$\varepsilon_s = \lim_{t \rightarrow \infty} (e(t) - s(t)) \quad (1.63)$$

Donc l'erreur est finie, avec le théorème de la valeur finale on écrit :

$$\varepsilon_s = \lim_{p \rightarrow 0} p(E(p) - S(p)) \quad (1.64)$$

Donc

$$\varepsilon_s = \lim_{p \rightarrow 0} pE(p) \left(1 - \frac{S(p)}{E(p)}\right) \quad (1.65)$$

$$\varepsilon_s = \lim_{p \rightarrow 0} pE(p) \left(1 - \frac{FTBO}{1 + FTBO}\right) \quad (1.66)$$

$$\varepsilon_s = \lim_{p \rightarrow 0} pE(p) \left(\frac{1}{1 + FTBO}\right) \quad (1.67)$$

Alors on conclut sur l'équation (1.48) que l'erreur statique ne dépend que de la:

- Consigne $E(p)$.
- Fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO).

IX.1.1.A Erreur statique indicielle (position):

Quand l'entrée est un échelon unitaire:

$$E(p) = \frac{1}{p} \quad (1.68)$$

On note pour l'erreur statique indicielle: ε_p

$$\varepsilon_p = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{1}{p} \left(\frac{1}{1 + FTBO}\right) = \left(\frac{1}{1 + FTBO}\right) \quad (1.69)$$

L'équation (1.50) montre que dans ce cas l'erreur ne dépend que de la fonction de transfert en boucle ouverte.

Donc on s'intéresse à la forme de FTBO qui peut se mettre:

$$FTBO = \frac{G_0}{p^\alpha (1 + b_1 p^1 + \dots + b_n p^n)} \quad (1.70)$$

Et on écrit finalement l'expression de l'erreur indicielle:

$$\varepsilon_p = \lim_{p \rightarrow 0} \left(\frac{1}{1 + \frac{G_0}{p^\alpha (1 + b_1 p^1 + \dots + b_n p^n)}} \right) \quad (1.71)$$

L'erreur décrite par l'équation (1.51) est fonction de la classe (α) de la FTBO :

- Si le système en boucle ouverte est de classe ($\alpha = 0$) donc:

$$\varepsilon_p = \frac{1}{1 + G_0} \quad (1.72)$$

- Si le système en boucle ouverte est de classe ($\alpha \geq 1$):

$$\varepsilon_p = 0 \quad (1.73)$$

Remarque:

S'il y a au moins une intégration dans la fonction de transfert en boucle ouverte, l'erreur en position sera nulle, si non pour avoir une erreur faible il faut augmenter le gain G_0 de la fonction en boucle ouverte.

IX.1.1.B Erreur statique de traînage (vitesse):

Quand l'entrée est une rampe unitaire :

$$E(p) = \frac{1}{p^2} \quad (1.74)$$

On note pour l'erreur de traînage ε_t :

$$\varepsilon_t = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p}{p^2} \left(\frac{1}{1 + \frac{G_0}{p^\alpha(1 + b_1 p^1 + \dots + b_n p^n)}} \right) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{p} \left(\frac{1}{1 + \frac{G_0}{p^\alpha(1 + b_1 p^1 + \dots + b_n p^n)}} \right) \quad (1.75)$$

D'après l'équation (1.55), l'erreur est en fonction de la classe de la FTBO :

- Si la classe de la fonction de transfert de la boucle ouverte est ($\alpha = 0$) :

$$\varepsilon_t = \infty \quad (1.76)$$

- Si la classe de la fonction de transfert de la boucle ouverte est ($\alpha = 1$) :

$$\varepsilon_t = \frac{1}{G_0} \quad (1.77)$$

- Si la classe de la fonction de transfert en boucle ouverte est ($\alpha \geq 2$):

$$\varepsilon_t = 0 \quad (1.78)$$

Le tableau suivant résume les résultats précédents:

Entrée	Erreur ε	La classe de FTBO		
		Classe 0 $\alpha = 0$	Classe 1 $\alpha = 1$	Classe 2 $\alpha = 2$
Echelon	Position ε_p	$\frac{1}{1 + G_0}$	0	0
Rampe	Traînage ε_t	∞	$\frac{1}{G_0}$	0

Tableau.2: Résultats de l'étude sur l'erreur statique

Remarque:

Un système de premier ordre ne suit pas en vitesse, l'erreur tend vers l'infini.

IX.2 Rapidité des systèmes asservis:

La rapidité est une qualité essentielle pour évaluer un système, elle est définie comme étant la durée que prend la réponse d'un système depuis l'instant d'excitation jusqu'à l'instant où la réponse atteint sa valeur finale.

La rapidité se mesure généralement par les paramètres suivants:

La constante de temps (τ) en seconde.

- Le temps de réponse (t_r) en seconde.

IX.2.1 Définition de la constante de temps:

Cette propriété mesure le temps qui coule entre l'instant d'excitation et le moment où la sortie de système aboutit à 63% de sa valeur finale.

Elle fournit une indication sur le comportement du système:

- Si τ est petite, alors t_r est faible et le système est rapide.

- Plus τ est élevée, plus le système est lent.

IX.2.2 Définition du temps de réponse:

Caractérise le temps mis par un système pour être stabilisé à plus ou moins 5% de la valeur finale de sa réponse temporelle. Ce temps est considéré comme correspondant sensiblement à la disparition du régime transitoire.

IX.3 Stabilité des systèmes asservis:

Une fois le système est mis en équations, il est recommandé d'étudier sa stabilité avant l'utilisation.

IX.3.1 définition de la stabilité :

La stabilité est une performance très exigée dans systèmes asservis. En effet, pour commander correctement un système, c'est avant tout éviter qu'il devienne instable.

Un système est dit stable s'il réalise les conditions suivantes:

- s'il s'écarte de sa position d'équilibre (par exemple par une perturbation), il y revient.
- si sa réponse impulsionnelle tend vers 0 (ou à la valeur initiale) quand t tend vers l'infini.
- Si sa réponse indicielle prend une valeur finie en régime permanent.

IX.3.2 Les critères permettant de juger la stabilité d'un système:

IX.3.2.A. Critère algébrique:

Pour juger la stabilité d'un système, il suffit de vérifier que tous les pôles de sa fonction de transfert sont à partie réelle négative, nous pouvons en conclure que les étapes à suivre pour savoir si un système est stable sont :

- le calcul de la fonction de transfert sous la forme $H(p) = N(p)/D(p)$ avec $N(p)$ et $D(p)$ des polynômes.
- la résolution de l'équation caractéristique $D(p) = 0$ pour trouver les racines.
- la vérification de la condition de stabilité.

IX.3.2.A.1 Démonstration de la condition de stabilité:

Considérons un système de fonction de transfert $H(p)$ excité par une impulsion. $e(t) = \delta(t)$

Alors $E(p) = 1$ et de ce fait la sortie égale :

$$S(p) = H(p)E(p) = H(p) \quad (1.79)$$

Toute fonction de transfert peut se décomposer en éléments simple de la forme:

$$H(p) = \frac{N(p)}{(p - p_1)(p - p_2) \dots (p - p_n)} = \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{(p - p_i)} \quad (1.80)$$

Avec : p_i les pôles de la fonction $H(p)$, sont de nature complexe: $p_i = \text{Re}(p_i) + j\text{Im}(p_i)$. la réaction qui donne dans le temps est la suivante : $e^{\text{Re}.t} \sin(\text{Im}) t$

La transformée inverse de $H(p)$ est donc :

$$L^{-1}[H(p)] = h(t) = \sum_{i=1}^n A_i e^{p_i t} = \sum_{i=1}^n e^{\text{Re}(p_i)t} e^{j\text{Im}(p_i)t} \quad (1.81)$$

Chaque exponentielle ne revient à zéro quand t tend vers l'infini que si la partie réelle de p_i est strictement négative, d'où la condition nécessaire de stabilité.

IX.3.2.A.2 Critère de Routh:

Est un critère permettant de déterminer à partir du polynôme dénominateur de la fonction de transfert le signe des racines de ce polynôme sans avoir à résoudre l'équation:

$$D(p) = 0 \quad (1.82)$$

Qui peut se mettre aussi sous la forme :

$$b_n \cdot p^n + b_{n-1} \cdot p^{n-1} + \dots + b_2 \cdot p^2 + b_1 \cdot p + b_0 = 0 \tag{1.83}$$

Tous les coefficients b_n doivent être de même signe et non nuls, dans le cas contraire le système est instable.

IX.3.2.A.3 Présentation du critère de Routh :

L'utilisation du critère de Routh commence par la construction du tableau suivant (tableau de Routh). Ce tableau est construit à base des coefficients du polynôme de l'équation $D(p)$, (1.64)

1. Les deux premières lignes sont renseignées d'après le polynôme $D(p)$ sans calcul:
 - La première ligne contient les coefficients des termes en p^{n-2k} , dans l'ordre des puissances décroissantes.
 - La deuxième ligne contient les coefficients des termes en p^{n-1-2k} .
2. Les éléments qui remplissent les autres lignes du tableau on les calcule selon une règle similaire à celle du calcul des déterminants des matrices:

$$C_1 = \frac{b_{n-2}b_{n-1} - b_n b_{n-3}}{b_{n-1}}, \quad C_2 = \frac{b_{n-4}b_{n-1} - b_n b_{n-5}}{b_{n-1}}, \text{ etc}$$

$$W_1 = \frac{b_{n-3}C_1 - b_{n-1}C_2}{C_1}, \quad W_2 = \frac{b_{n-5}C_1 - b_{n-1}C_3}{C_1}, \text{ etc}$$

3. Si nécessaire, une case vide est prise égale à zéro.
4. Le calcul des lignes est poursuivi jusqu'à ce que la première colonne soit remplie.
5. Première colonne, dite colonne des pivots.
6. L'apparition de lignes de zéros indique l'existence de racines imaginaires pures:
 - Dans ce cas, on continue le tableau en remplaçant la ligne nulle par les coefficients obtenus en dérivant le polynôme reconstitué à partir de la ligne supérieure.

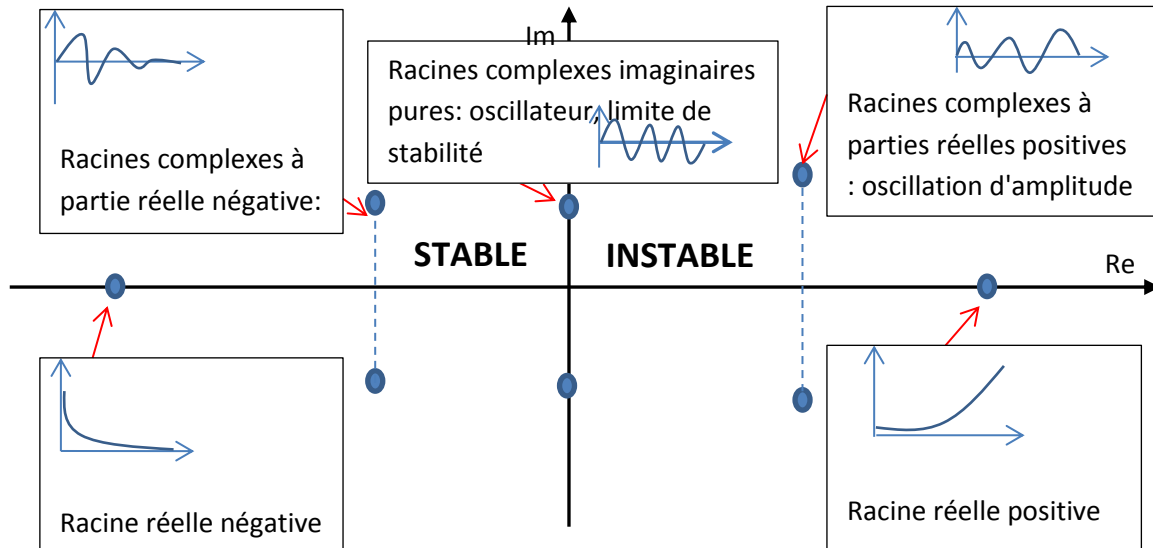
p^n	b_n	b_{n-2}	b_{n-4}		b_0
p^{n-1}	b_{n-1}	b_{n-3}	b_{n-5}		
p^{n-2}	C_1	C_2	C_3		
p^{n-3}	W_1	W_2			
p^0	A_1				

Tableau.3: Tableau de routh

Quand le tableau est construit on parle sur la stabilité comme suit:

Système stable: si tous les éléments de la première colonne du tableau de Routh sont de même signe.

Système instable: s'il y'a au moins un changement de signe dans les éléments de la première colonne du tableau de Routh.

IX.3.2.A.4 Influence de la position des pôles d'une fonction de transfert sur sa stabilité:

Figure.15: Position des pôles d'une fonction de transfert dans le plan complexe

IX.3.2.B Critère géométrique:

Les critères graphiques permettent d'étudier la stabilité d'un système en boucle fermée (FTBF) à partir de l'analyse fréquentielle (on remplace la variable p par $j\omega$) de la fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO). Pour mieux comprendre pourquoi on s'intéresse à la FTBO, on peut se rappeler la forme de la fonction de transfert d'un système bouclé:

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{FTBO}{1 + FTBO} = \frac{G(p)C(p)}{1 + G(p)C(p)} \quad (1.84)$$

On pose

$$H_{BO}(p) = \frac{S(p)}{\varepsilon(p)} = G(p)C(p) \quad (1.85)$$

Pour étudier la stabilité de ce système bouclé on cherche les pôles de l'équation caractéristique du système (dénominateur $D(p)$):

Donc on met

$$1 + G(p)C(p) = 0 \Rightarrow G(p)C(p) = -1 \quad (1.86)$$

Dans ce cas on aura

$$\frac{S(p)}{\varepsilon(p)} = -1 \Rightarrow S(p) = -\varepsilon(p) \quad (1.87)$$

Et comme

$$\varepsilon(p) = E(p) - S(p) \quad (1.88)$$

Alors

$$S(p) = -(E(p) - S(p)) \Rightarrow S(p) = S(p) - E(p) \quad (1.89)$$

Donc

$$E(p) = 0 \quad (1.90)$$

D'après ce résultat on peut conclure que dans le cas où FTBO égale $-1 + j0$ la sortie du système existe malgré l'absence de l'entrée ainsi que le module de la FTBF va se diverger en ce point ce qui ne peut pas conduire à un fonctionnement stable.

Maintenant, le problème est de positionner graphiquement la FTBO par rapport au point critique $-1 + j0$. Nous utilisons pour cela le **critère du revers**.

Ce critère s'énonce comme suit:

$$\text{Soit } \omega_0 \text{ telle que } \text{Arg}(H(j\omega_0)) = -\pi \text{ Si } \begin{cases} |H(j\omega)| < 1 \text{ Système stable} \\ |H(j\omega)| = 1 \text{ Juste oscillant} \\ |H(j\omega)| > 1 \text{ Système instable} \end{cases}$$

IX.3.2.B.1 Le critère de revers dans le plan de Nyquist:

Un système est dit stable, si en décrivant son lieu de transfert en boucle ouverte dans le plan complexe (lieu de Nyquist), et qu'on laisse le point critique $(-1,0)$ à sa gauche. Comme on voit sur la figure au-dessous :

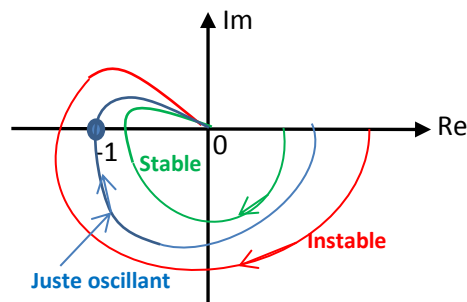


Figure.16: Critère de revers sur le plan de Nyquist

IX.3.2.B.2 Critère du revers dans le plan de Black:

Un système asservi linéaire est stable en boucle fermée si en parcourant le lieu de transfert en boucle ouverte dans le sens des pulsations ω croissantes, on laisse le point critique $(-180^\circ, 0 \text{ dB})$ à droite.

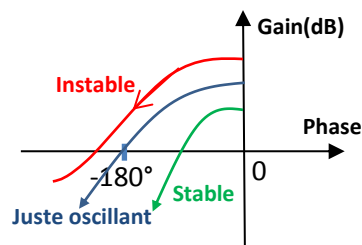


Figure.17: Critère de revers sur le plan de Black

IX.3.2.B.3 Critère du revers dans le plan de Bode:

On sait que le plan de Bode se compose de deux représentations (Module, Phase), alors il est impossible de localiser directement le point critique $(-1,0)$, mais on peut calculer son module en décibel et sa phase en degrés qui lui correspondent sur les plans de Bode :

Pour le module:

$$20 \log |-1 + j0| = 0 \text{ dB} \quad (1.91)$$

Pour la phase:

$$\tan^{-1}(-1 + j0) = -180^\circ \quad (1.92)$$

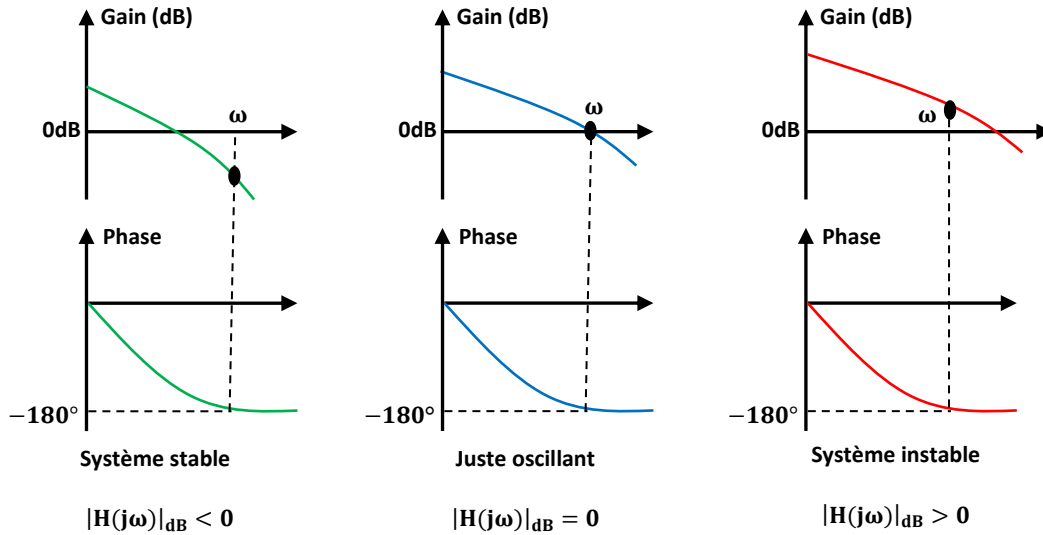


Figure.18: Critère de revers sur le plan de Bode

X. Robustesse de stabilité:

Un système est d'autant plus stable que sa fonction de transfert en boucle ouverte passe loin du point critique.

Pour quantifier cet aspect, on définit les marges de stabilité : **marge de gain(MG)** et **marge de phase(Mφ)**.

Les marges de stabilité peuvent être définies indifféremment dans le plan de Nyquist, le plan de Black ou les diagrammes de Bode. En pratique, l'utilisation du plan de Black et des diagrammes de Bode est plus utilisée du fait qu'on a accès directement au module et à la phase d'un système.

X.1 Marges de stabilité dans le plan de Nyquist:

Marge de gain(MG): C'est la distance entre le point critique (-1,j0) et l'intersection de la courbe de la fonction de transfert avec l'axe des réels.

$$MG = 1 - |H(j\omega)|_{-180^\circ} \tag{1.93}$$

La marge de gain s'exprime souvent en décibel donc on écrit:

$$MG_{dB} = 20 \log(1) - \log|H(j\omega)|_{-180^\circ} = -20\log|H(j\omega)|_{-180^\circ} \tag{1.94}$$

Où $|H(j\omega)|_{-180^\circ}$: Le module quand la phase est de -180°

Marge de phase(Mφ): C'est l'angle entre l'axe réel (-180°) et le point d'intersection du cercle unité avec la courbe de la fonction de transfert.

$$M\phi = 180^\circ + \text{Arg}(H(\omega_c)) \tag{1.95}$$

Où ω_0 : la pulsation quand le gain vaut 0 dB

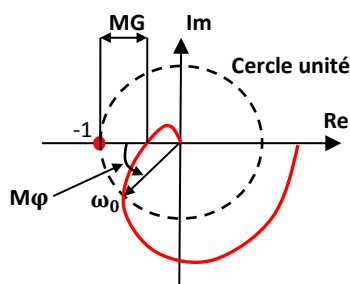


Figure.19: Marges de stabilité dans plan de nyquist

X.2 Marges de stabilité dans le plan de Black:

La marge de gain MG en (décibel dB) : c'est la distance entre l'axe 0 dB et la valeur du gain pour lequel la phase est égale à -180° .

La marge de phase en (degré): c'est la différence entre la valeur de la phase et -180° quand le gain égale à 0dB.

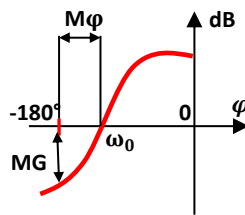


Figure.20: Marges de stabilité dans le plan de black

X.3 Marges de stabilité sur le plan de Bode:

La marge de gain: est la valeur du gain pour la pulsation critique (pour laquelle $\varphi = -180^\circ$).

La marge de phase: c'est la différence entre 180° et la phase du point de module 0dB.

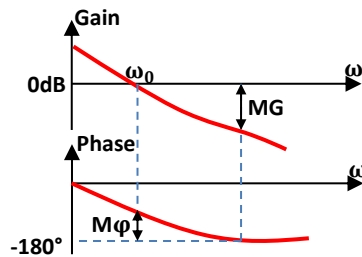


Figure.21: Marges de stabilité dans le plan de Bode

Remarque:

Les valeurs usuelles de marge de gain et de phase sont :

- Marge de gain : 6 à 15 dB
- Marge de phase : 45° à 50°

XI. Lien entre stabilité et précision :

La stabilité est liée au régime transitoire (solution générale de l'équation différentielle sans second membre) alors que la précision statique est associée au régime permanent (solution particulière de l'équation différentielle).

Or il faut se souvenir que lorsqu'on étudie un système en fonction de la fréquence, les hautes fréquences sont liées à $t \rightarrow 0$ (on diminue par exemple le temps de montée d'un signal en augmentant la bande passante du système qui le transmet) alors que les basses fréquences sont liées à $t \rightarrow \infty$.

- la précision statique est liée à $t \rightarrow \infty$ et $\omega \rightarrow 0$.
- la stabilité est toujours associée à $t \rightarrow 0$ et $\omega \rightarrow \infty$.
- on améliorera la précision statique d'un système en corrigeant sa réponse en basse fréquence (augmentation de son gain) et sa stabilité, en la corrigeant en haute fréquence (diminution de son gain).

XII. Conclusion:

Dans ce premier chapitre on a essayé de suivre un plan qui rassemble le maximum de notions et de principes qui nous permettent de mieux appréhender les systèmes asservis dans leur fonctionnement, tout en essayant d'expliquer ces bases d'une manière simple et compréhensible, de telle sorte que ce travail soit clair pour tous ceux qui vont l'utiliser.

CHAPITRE II

TECHNIQUES DE REGULATION

I. Introduction:

Dans la plupart des processus industriels, il est indispensable de maîtriser certains paramètres physiques. Lorsqu'on souhaite d'atteindre une certaine vitesse (tr/min), température (°C), niveau (mm), force (N), ...etc. il est donc très souvent nécessaire d'avoir recours à un asservissement, c'est à dire un système capable d'atteindre et de maintenir une consigne en utilisant une mesure. Il s'agit donc d'un régulateur, dont il reste à déterminer la fonction permettant de corriger la commande en fonction de la consigne initiale et de l'erreur mesurée.

II. Définition d'un régulateur:

Un régulateur est composé d'un comparateur et un correcteur. Son rôle est de maintenir une grandeur donnée à une valeur de consigne. L'idéal est lorsque la variable contrôlée soit exactement égale à la consigne. Alors au moyen du choix des coefficients du régulateur, il est possible d'obtenir le comportement désiré. Les critères qu'il faut satisfaire par un régulateur sont les suivants :

- La grandeur mesurée doit être égale à la consigne
- Les effets des perturbations doivent être minimisés.
- Assurer un fonctionnement stable.

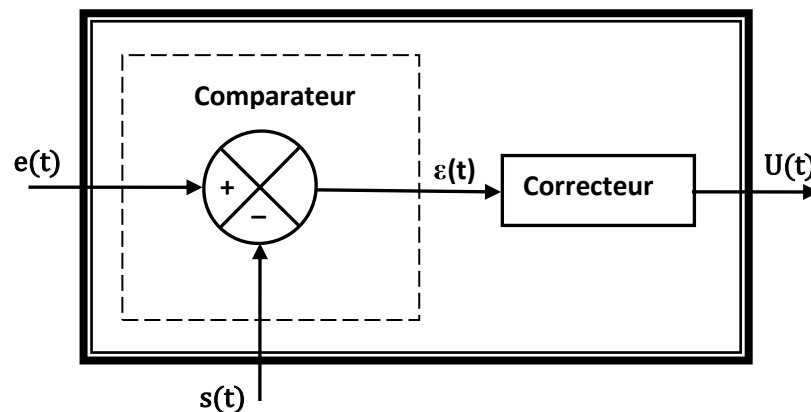


Figure.2.1: Composition d'un régulateur

III. Les types de régulations les plus utilisées:

Il y'a plusieurs types de régulations possibles telles que:

1. **PID** : Proportionnelle, Intégrateur, Dérivateur.
2. **TOR** : Tout Ou Rien (ON-OFF Control).
3. **MULTI-BOUCLES** : Cascade, Maître esclave.

IV. La régulation par PID:

L'idée de cet organe de contrôle est de modifier intentionnellement la valeur de l'erreur qui subsiste entre la consigne et la mesure capturée.

L'un des critères d'efficacité d'un PID est sa robustesse face aux changements, il est capable de donner de bons résultats en cas de perturbations soudaines et/ou importantes ou de légères modifications du système (inertie, usure, ...).

Les applications du PID sont extrêmement nombreuses et variées. Ce compensateur est utilisé en commande des procédés industriels et des moteurs, dans le monde de l'aéronautique et de l'automobile, en robotique, dans plusieurs appareils courants (lecteurs CD, etc.). Il est donc inévitable de bien étudier le régulateur PID.

IV.1. Action proportionnelle P:

Ce correcteur élémentaire est le correcteur de base, il agit principalement sur le gain du système asservi, il permet donc d'améliorer notablement la précision.

Son rôle est d'amplifier virtuellement l'erreur pour que le système réagisse plus vivement, comme si l'erreur était plus grande qu'elle ne l'est en réalité. Il permet de vaincre les grandes inerties du système et diminue le temps de montée en donnant de la puissance aux systèmes (plus l'erreur est grande, plus on donne de puissance aux actionneurs). Lorsqu'on augmente K_p (coefficient de l'action proportionnelle) le système réagit plus vite et l'erreur statique s'en trouve améliorée, mais en contrepartie le système perd de sa stabilité. Le dépassement se fait de plus en plus grand, et le système peut même diverger dans le cas d'un K_p démesuré.

- L'avantage principal de ce régulateur est sa simplicité d'implantation, à l'aide d'amplificateur opérationnel.
- Son inconvénient, est son incapacité à éliminer les erreurs en régime permanent.

Cette action est caractérisée par l'équation temporelle suivante:

$$U(t) = K_p \varepsilon(t) \quad (2.1)$$

Cette équation (2.1) montre que la commande $U(t)$ est proportionnelle à l'erreur.

K_p : Gain de régulateur.

$e(t)$: La consigne.

$s(t)$: La grandeur mesurée.

$\varepsilon(t)$: Écart entre la consigne $e(t)$ et la grandeur mesurée $s(t)$.

$U(t)$: Signal de Commande.

La fonction de transfert de régulateur Proportionnel est la suivante:

$$C(p) = \frac{U(p)}{\varepsilon(p)} = K_P \quad (2.2)$$

IV.1.1 Notion de la bande proportionnelle:

L'action de régulateur s'exprime soit par le gain K_p soit par la bande proportionnelle. La relation entre le gain K_p et la bande proportionnelle est donnée par la relation:

$$BP = \frac{100}{K_p} \quad (2.3)$$

La bande proportionnelle correspond à une zone encadrant le point de fonctionnement dans laquelle la commande est actionnée proportionnellement à l'erreur.

La largeur de cette bande doit être la plus réduite possible pour permettre une régulation réactive mais suffisamment large pour ne pas provoquer d'instabilité.

Plus la bande proportionnelle est étroite (gain élevé), plus la réponse du système est rapide. Plus on augmente la bande proportionnelle, plus on augmente l'écart résiduel Mesure-Consigne en régime permanent (erreur statique).

La bande proportionnelle optimale est celle qui permet de se rapprocher au plus vite de la consigne avec le dépassement le plus faible possible.

IV.2 Action intégral I :

L'intérêt principal de ce correcteur est d'ajouter dans la chaîne de commande une intégration, nous avons vu dans le premier chapitre que la présence d'une intégration dans la FTBO, annule l'erreur statique pour une entrée en échelon. Donc le rôle de ce type de correcteur est d'améliorer la précision.

On définit l'action intégrale à partir de paramètres T_n .

Cette action est caractérisée par l'équation temporelle suivant:

$$U(t) = \frac{1}{T_n} \int_0^t \varepsilon(t) + u_0 \quad (2.4)$$

T_n : Constante de temps intégrale.

u_0 : Valeur initiale de $U(t)$.

La fonction de transfert du correcteur est la suivante:

$$C(p) = \frac{U(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{1}{T_n p} \quad (2.5)$$

La figure suivante montre le principe de fonctionnement de correcteur intégral:

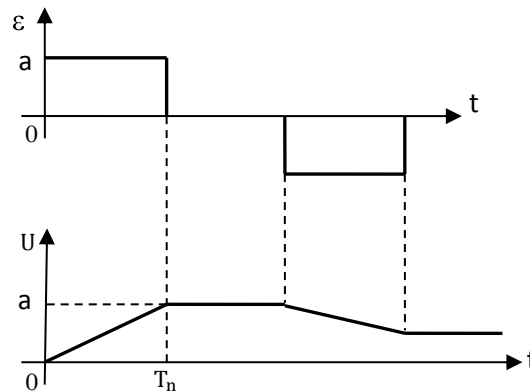


Figure.2.2. Forme du signal d'erreur intégré

La loi de commande intégrale est donc progressive, elle élimine l'erreur statique laissée par l'action proportionnelle et cela par le bon choix de la valeur de T_n .

IV.3 Action dérivée D:

Est une action qui s'oppose à l'action intégrale. Son rôle est de dériver l'erreur dans le temps et pour se faire elle anticipe l'accroissement de l'erreur.

Cette fonction est remplie par l'opérateur mathématique, dérivée par rapport au temps, on la définit à partir du temps de dérivée T_v :

$$U(t) = T_v \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \quad (2.6)$$

T_v : Constante de temps d'action dérivée,

La fonction de transfert du correcteur est la suivante:

$$C(p) = \frac{U(p)}{\varepsilon(p)} = T_v p \quad (2.7)$$

Ce type de correcteur est purement théorique, un système physique ne peut pas avoir un numérateur de degré supérieur au dénominateur.

Pour expliquer le comportement de cette action on trace la courbe suivante :

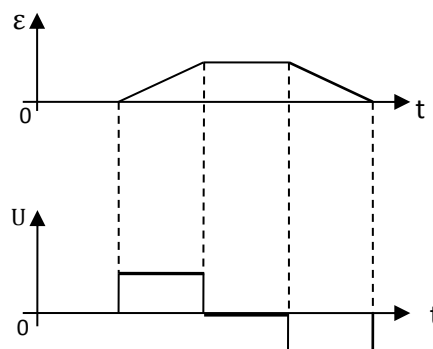


Figure.2.3. Effet de la dérivée sur la mesure

La courbe au-dessus nous renseigne sur les effets de dérivateur suivant le comportement de l'erreur:

Effet statique : En régime permanent si l'erreur est constante, le dérivateur n'a aucun effet.

Effet dynamique: Elle s'oppose aux grandes variations de l'erreur (donc aux oscillations), apporte une phase positive au système, augmente donc la marge de phase, ce qui permet d'améliorer la stabilité des systèmes.

Son inconvénient est la sensibilité aux bruits de mesure et au changement brusque de la consigne, sa loi de commande montre que lorsque un signal de bruit rentre dans le régulateur en sortie sera amplifié:

On peut représenter un signal de bruit sous une forme sinusoïdale d'une haute fréquence:

$$q(t) = Q_{\max} \sin(2\pi ft) \quad (2.8)$$

À la sortie le signal devient par l'effet de l'action dérivée:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{d(Q_{\max} \sin(2\pi ft))}{dt} = 2\pi f Q_{\max} \cos(2\pi ft) \quad (2.9)$$

Le signal est donc multiplié par la fréquence, et ça revient négativement sur la commande qui sera bruitée, ce qui ne conduit pas à un bon fonctionnement de système commandé, la solution utilisée contre ce problème est l'implantation d'un filtre passe bas en série avec le correcteur dérivé.

La fonction de transfert de ce correcteur approché est :

$$C(p) = \frac{T_v p}{1 + \tau p} \quad (2.10)$$

Avec:

$$\tau < T_v$$

V. Les correcteurs les plus employés dans l'industrie:

Les régulateurs les plus répandus dans l'industrie sont de type proportionnel **P**, ou proportionnel intégral **PI**.

On va montrer leurs effets sur les systèmes par voies algébrique et graphique:

V.1. Effets de régulateur proportionnel (P):

La présence de ce régulateur dans un système donne une fonction de transfert en boucle fermée de la forme:

$$C(p) = \frac{K_p G(p)}{1 + K_p G(p)} \quad (2.11)$$

V.1.1. Influence sur la précision:

On va voir l'influence de gain K_p sur la précision quand le système est excité par un signal échelon:

$$\lim_{K_p \rightarrow \infty} \varepsilon_p = \left(\frac{1}{1 + K_p G(p)} \right) = 0 \quad (2.12)$$

La régulation proportionnelle contribue à la diminution de l'écart, cependant il est impossible de réaliser pratiquement un gain très grand, donc on ne peut pas éliminer carrément l'erreur avec ce type de régulateur.

V.1.2. Influence sur la stabilité:

L'équation caractéristique qui permet le calcul des pôles de $H(p)$ est $1 + K_p G(p) = 0$. Il est clair que K_p influe sur la position des pôles de $H(p)$, donc agit sur la stabilité.

Pour bien comprendre, on trace la réponse harmonique pour un système quelconque avec et sans le gain proportionnel sur le diagramme de bode.

$G_{dB} = 20\log(K_p)$ Une droite de pente zéro.

$\varphi = \text{Arg}(K_p) = 0^\circ$ L'angle de déphasage est nul.

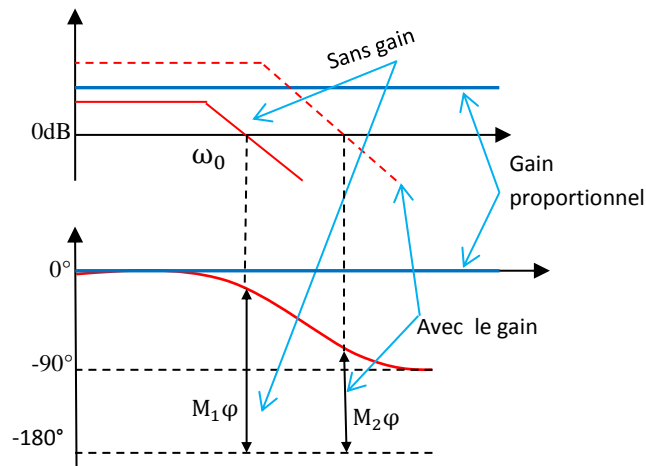


Figure.2.4. Influence de gain K_p sur la stabilité des systèmes

Le régulateur proportionnel n'introduit aucun déphasage quel que soit la valeur de K_p , son unique influence réside au niveau du gain, sa présence dans la chaîne de commande se traduit par un décalage vertical de la courbe de gain de système (propriété d'additivité des gains en décibel), ainsi déplace la fréquence ω_0 à laquelle d'amplitude vaut 0 dB. C'est à cette fréquence ω_0 qu'est calculée la marge de phase. Typiquement, augmenter K_p fait croître ω_0 et diminuer la marge de phase $M_2\varphi < M_1\varphi$. Alors touche à la robustesse de stabilité de système.

V.1.3. Influence sur la rapidité:

Pour parler de la rapidité on observe la position de la pulsation de coupure qui se situe sur le point d'intersection de la droite de pente 0 qui correspond au gain statique de système avec la droite de pente -20dB/dec, le gain K_p éloigne cette pulsation de l'axe de gain ce qui élargit la bande passante donc améliore la rapidité des systèmes.

V.2. Effets de régulateur proportionnel intégral (PI):

On voit que l'action proportionnelle est insuffisante pour le réglage, alors pour obtenir des meilleures performances, on a l'avantage d'insérer une action intégrale qui va assurer une commande $U(t)$ plus progressive

Un régulateur proportionnel-intégral génère un signal de commande à partir de signal d'erreur conformément à l'équation suivante:

$$C(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_n p} \right) = K_p \left(\frac{1 + T_n p}{T_n p} \right) = \left(\frac{K_p \left(\frac{1}{T_n} + p \right)}{p} \right) \quad (2.13)$$

Ce régulateur possède un zéro dépendant de T_n , et un pôle fixe nul, il ne pourra compenser qu'un seul pôle du processus,

V.2.1. Intégrateur pur:

V.2.1.1. Influence sur la précision:

Soit une fonction de transfert $G(p)$ d'un procédé quelconque, quand on ajoute l'action intégrale à cette fonction on obtient en boucle fermée la fonction suivante:

$$H(p) = \frac{\frac{1}{T_n p} G(p)}{1 + \frac{1}{T_n p} G(p)} = \frac{G(p)}{T_n p + G(p)} = \frac{1}{1 + \frac{T_n}{G(p)} p} \quad (2.14)$$

Dans l'écriture finale de la fonction, le gain statique est unitaire ce qui signifie que l'erreur est nulle.

V.2.1.2. Influence sur la stabilité:

Le diagramme de bode de l'action intégrale s'obtient comme suit:

$$G_{dB} = 20 \log \left| \frac{1}{T_n j \omega} \right| = 20 \log(1) - 20 \log \left(\sqrt{(T_n \omega)^2} \right) = -40 \log(T_n \omega) \quad (2.15)$$

$$\varphi = -90^\circ \quad (2.16)$$

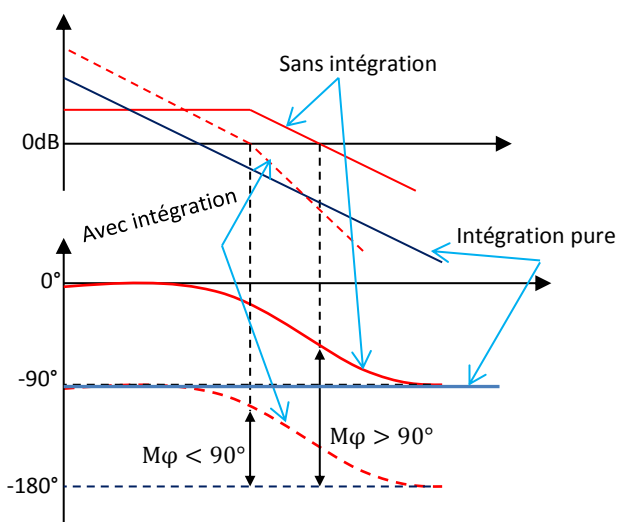


Figure.2.5. Influence de l'intégration sur la stabilité des systèmes

Le diagramme de bode montre que une commande intégrale (T_n), risque de déstabiliser le système puisque elle introduit un déphasage supplémentaire de -90° .

Il est donc impossible de se contenter d'introduire une action intégrale sans réfléchir à ses conséquences.

V.2.1.3. Influence sur la rapidité:

L'action intégrale n'est bonne en termes de rapidité, car elle décale la pulsation de coupure en arrière vers l'axe de gain, en diminuant la largeur de la bande passante ce que signifie que le procédé se ralentit.

VI. Les avantages et les inconvénients des actions du régulateur PID :

Action	Avantages	Inconvénient
P	Dynamique	Ne peut pas annuler l'erreur statique.
I	Annulation d'erreur statique. Amélioration de la robustesse.	Action lente, elle ralentit le système (effet déstabilisant).
D	Action très dynamique, elle améliore La rapidité (effet stabilisant).	Sensibilité aux bruits, forte Sollicitation de l'action intégrale.

Tableau. Avantages et inconvénient de PID

VII. Les différentes structures d'un régulateur PID:

Il existe plusieurs manières pour former le régulateur PID:

VII.1. La structure parallèle

Cette structure à l'équation temporelle suivante:

$$U(t) = K_p \varepsilon(t) + \frac{1}{T_n} \int_0^t \varepsilon(t) dt + T_v \frac{d\varepsilon(t)}{dt} + u_0 \tag{2.17}$$

Sa fonction de transfert est :

$$C(p) = \frac{U(p)}{\varepsilon(p)} = K_p + \frac{1}{T_n p} + T_v p \tag{2.18}$$

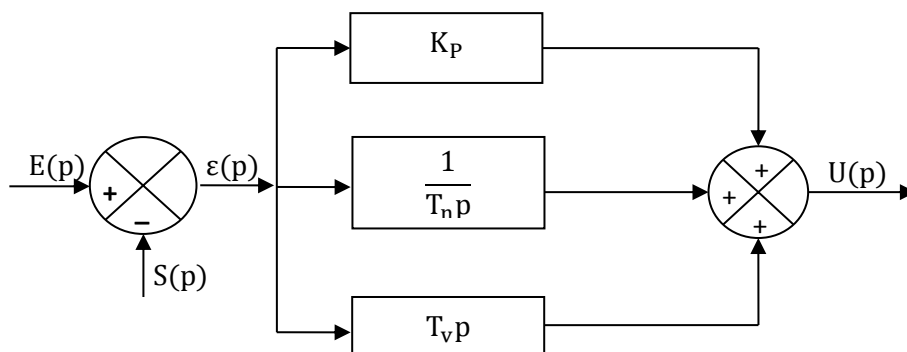


Figure.2.6. Régulateur PID à structure parallèle

VII.2. La structure série

Cette structure a l'équation suivante :

$$U(t) = \left(K_p \varepsilon(t) + \frac{K_p}{T_n} \int_0^t \varepsilon(t) dt \right) \left(1 + T_v \frac{d\varepsilon(t)}{dt} + u_0 \right) \tag{2.19}$$

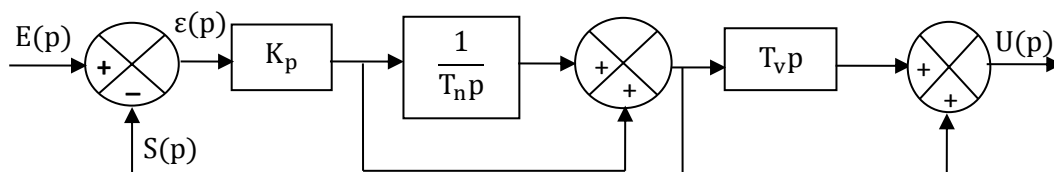


Figure.2.7. Régulateur PID à structure série

Sa fonction de transfert est :

$$C(p) = \frac{U(p)}{\varepsilon(p)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_n p} \right) (1 + T_v p) \tag{2.20}$$

VII.3. La structure mixte classique:

Cette structure a l'équation temporelle suivante :

$$U(t) = K_p \varepsilon(t) + \frac{K_p}{T_n} \int_0^t \varepsilon(t) dt + K_p T_v \frac{d\varepsilon(t)}{dt} + u_0 \tag{2.21}$$

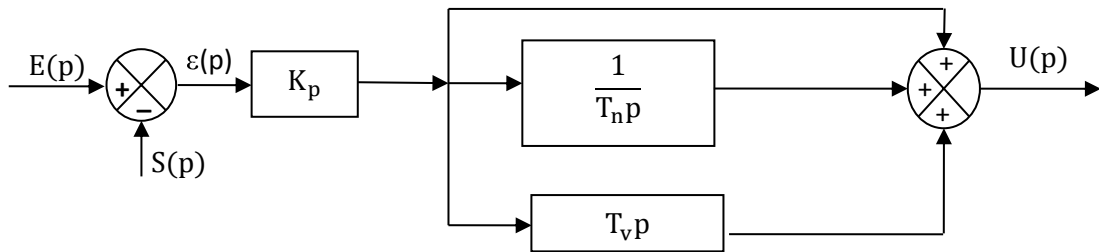


Figure.2.8. Régulateur PID à structure mixte classique

Sa fonction de transfert est :

$$C(p) = \frac{U(p)}{\varepsilon(p)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_n p} + T_v p \right) \tag{2.22}$$

VII.4. La structure mixte variante:

Cette structure a l'équation temporelle suivante :

$$U(t) = K_p \varepsilon(t) + \frac{K_p}{T_n} \int_0^t \varepsilon(t) dt + T_v \frac{d\varepsilon(t)}{dt} + u_0 \tag{2.23}$$

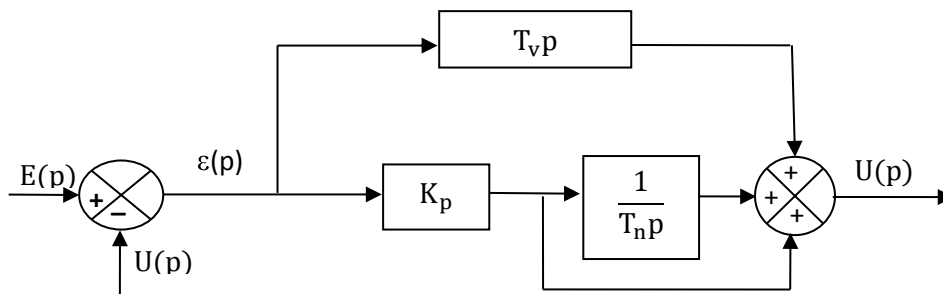


Figure.2.9. Régulateur PID à structure mixte variante.

Sa fonction de transfert est:

$$C(p) = \frac{U(p)}{\varepsilon(p)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_n p} \right) + T_v p \tag{2.24}$$

VIII. Régulation par TOR:

TOR: Tout Ou Rien (ON-OFF Control)

Le régulateur tout ou rien aussi appelé régulateur à deux points est un outil de control qui possède deux états "MARCHE (1)" et "ARRÊT (0)" comme fonction de commutation. Cela correspond à une puissance de 100 % ou de 0 %. Ce comportement provoque une oscillation entretenue de la grandeur réglée autour de la valeur de consigne. Ce type de régulateur adapté pour les systèmes ayant une grande inertie ou la précision n'est pas importante. On rencontre aussi des régulateur tout ou rien à hystérésis, caractérisé par une zone morte. L'hystérésis permet d'augmenter la stabilité, augmente la période de commutation au détriment de l'amplitude des oscillations et permet ainsi d'allonger la durée de vie de l'étage de sortie du régulateur.

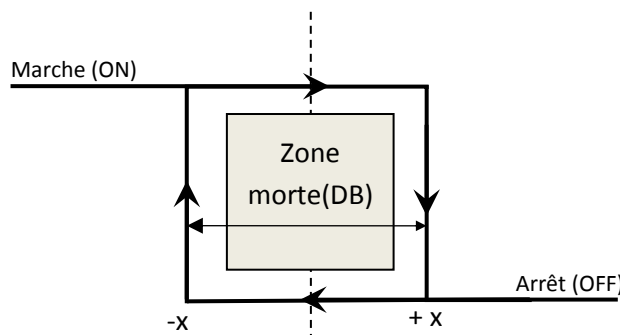


Figure.2.10. Schéma de principe de fonctionnement du régulateur TOR avec hystérésis

VIII.1. Le comportement de la réponse d'un système contrôlé par TOR:

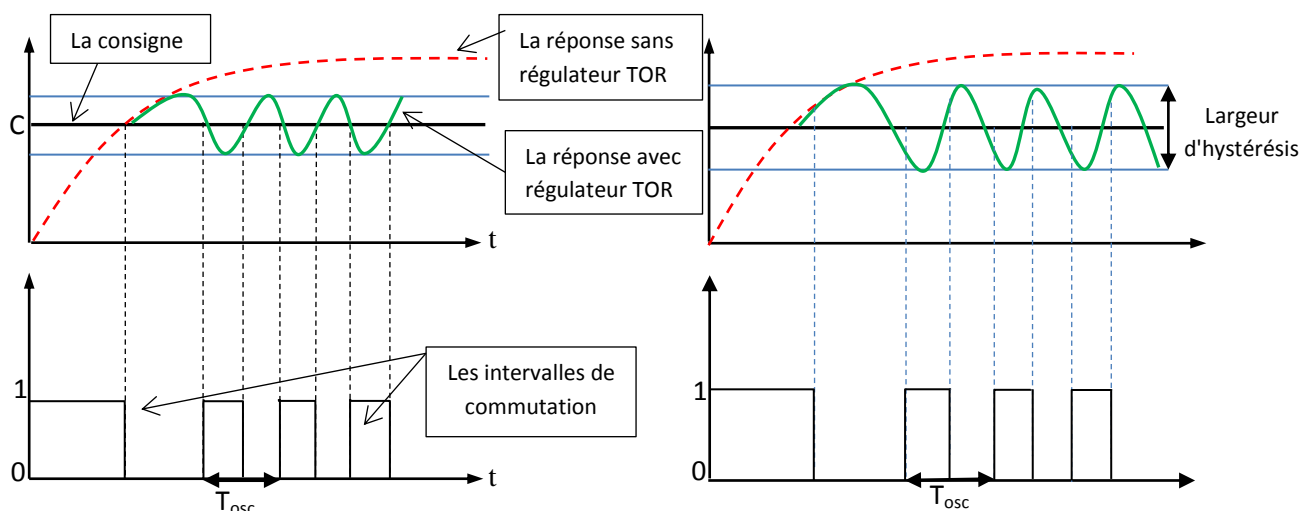


Figure.2.12. Courbe de la réponse d'un système lent régulé par TOR sans hystérésis

Figure.2.13. Courbe de la réponse d'un système lent régulé par TOR avec hystérésis

Si on fait un Zoom sur les oscillations de la réponse illustrée dans les figures au-dessus on voit la courbe suivante:

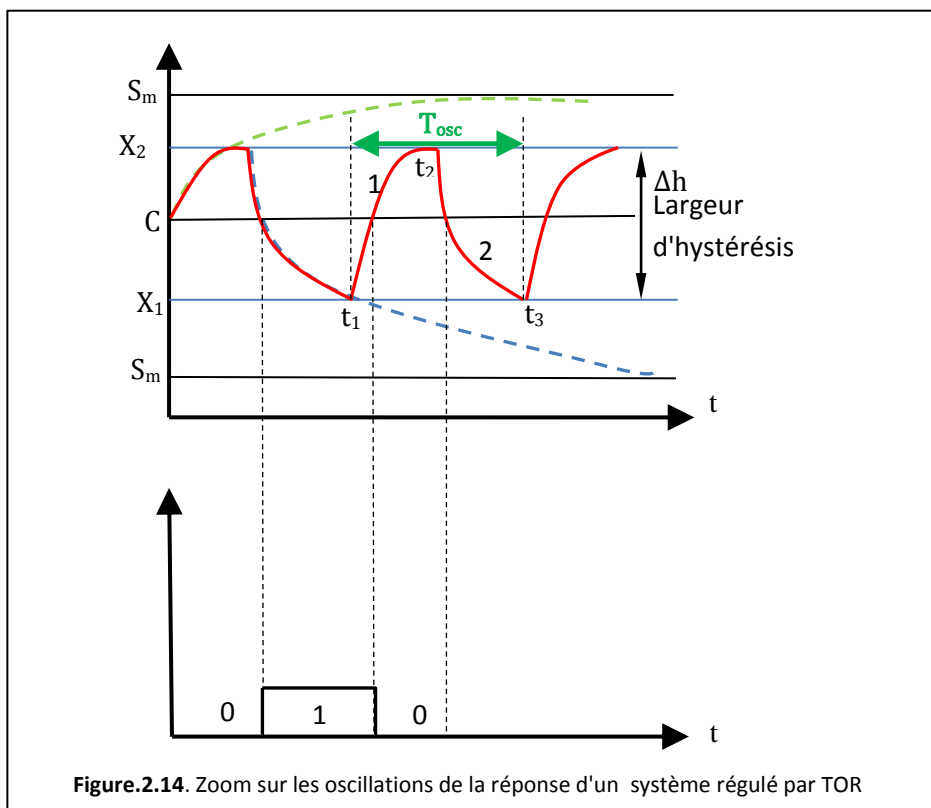


Figure.2.14. Zoom sur les oscillations de la réponse d'un système régulé par TOR

En s'appuyant sur l'allure des oscillations de la figure (2.14) pour démontrer l'expression qui donne la période des oscillations T_{osc} . On décompose le signal sur deux parties:
 - La première partie représente le signal de monté apparait avec le vert sur la courbe, régit par la fonction suivante:

$$S_1(t) = S_{\max}(1 - e^{-t/\tau_1}) \quad (2.25)$$

-La deuxième partie représente le signal de retour vers l'état initial apparait avec le bleu sur la courbe, régit par la fonction suivante:

$$S_2(t) = X_2 e^{-t/\tau_2} \quad (2.26)$$

Maintenant on cherche les instants t_1 et t_2 ou la première fonction (2.25) atteint valeurs respectivement X_1 et X_2 :

$$S_1(t) = S_{\max}(1 - e^{-t_1/\tau_1}) = X_1 \Rightarrow \frac{S_{\max} - X_1}{S_{\max}} = e^{-t_1/\tau_1} \Rightarrow \ln\left(\frac{S_{\max} - X_1}{S_{\max}}\right) = \ln(e^{-t_1/\tau_1}) \quad (2.27)$$

$$t_1 = -\tau_1 \ln\left(\frac{S_{\max} - X_1}{S_{\max}}\right) \quad (2.28)$$

On procède de la même manière pour trouver l'instant t_2 ou la première fonction (1) aboutit à X_2

$$t_2 = -\tau_1 \ln\left(\frac{S_{\max} - X_2}{S_{\max}}\right) \quad (2.29)$$

Et pour avoir le temps que prend la courbe de montée régit par la fonction 2.25 de X_1 à X_2 on calcule la différence entre l'équation 2.29 et 2.28 autrement dit la différence entre l'instant t_2 et t_1 :

$$t_2 - t_1 = -\tau_1 \ln\left(\frac{S_{\max} - X_2}{S_{\max}}\right) + \tau_1 \ln\left(\frac{S_{\max} - X_1}{S_{\max}}\right) = \tau_1 \ln\left(\frac{S_{\max} - X_1}{S_{\max} - X_2}\right) \quad (2.30)$$

Il reste à déterminer le temps que prend la courbe de retour régit par la fonction 2.26 de X_2 à X_1 :

$$S_2(t) = X_2 e^{-t_2/\tau_2} = X_2 - S_{\min} \Rightarrow e^{-t_2/\tau_2} = \frac{X_2 - S_{\min}}{X_2} \Rightarrow \ln(e^{-t_2/\tau_2}) = \ln\left(\frac{X_2 - S_{\min}}{X_2}\right) \quad (2.31)$$

$$\Rightarrow t_2 = \tau_2 \ln\left(\frac{X_2 - S_{\min}}{X_2}\right) \quad (2.32)$$

De la même manière on obtient l'instant t_3 ou la fonction 2.26 atteint X_1

$$t_3 = \tau_2 \ln\left(\frac{X_1 - S_{\min}}{X_2}\right) \quad (2.33)$$

Finalement on déduit la durée que prend la fonction 2.26 de X_2 à X_1

$$t_3 - t_2 = \tau_2 \ln\left(\frac{X_2 - S_{\min}}{X_1 - S_{\min}}\right) \quad (2.34)$$

Après avoir calculé les instants t_1 , t_2 et t_3 et d'après la figure(2.14) on peut aisément arriver à l'équation finale qui exprime la période des oscillations T_{osc} :

$$T_{osc} = [t_2 - t_1] + [t_3 - t_2] = t_3 - t_1 = \tau_1 \ln \left(\frac{S_{max} - X_1}{S_{max} - X_2} \right) + \tau_2 \ln \left(\frac{X_2 - S_{min}}{X_1 - S_{min}} \right) \quad (2.35)$$

VIII.2. Algorithme de régulateur TOR :

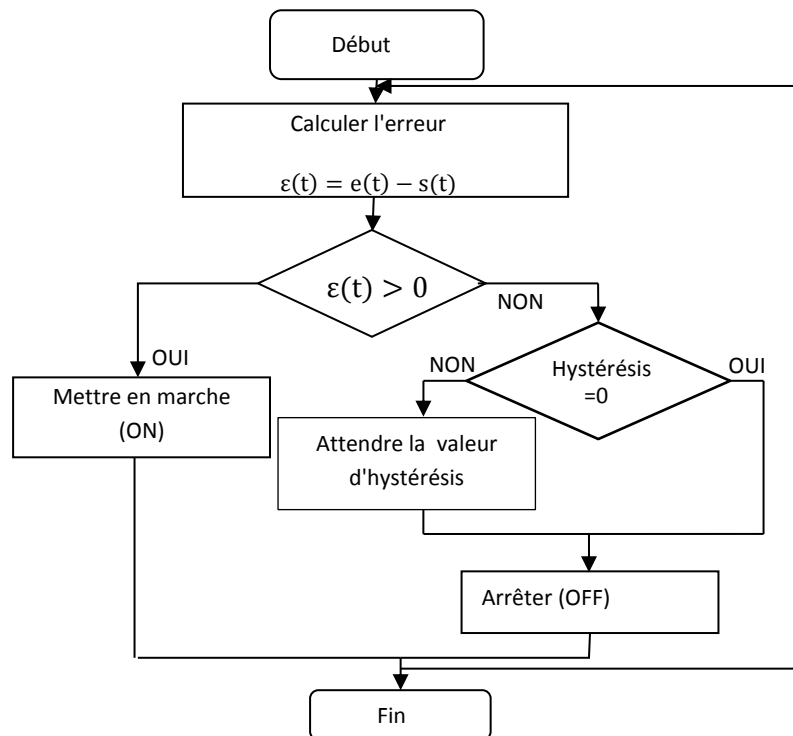


Figure.2.11. Algorithme d'un régulateur TOR

IX. Synthèse de régulateur:

Plusieurs méthodes de calcul de régulateur existent dans les techniques de régulations, on présente ici quelques unes dont les plus utilisées:

IX.1. Synthèse par placement des pôles:

L'idée de cette méthode est d'orienter le comportement en boucle fermée consiste à calculer les coefficients de régulateur qui apparaissent dans le dénominateur de la fonction de transfert d'une manière à placer les pôles de cette fonction selon les choix de l'utilisation, les étapes de cette méthode sont:

- écrire la fonction de transfert de système muni de son régulateur en boucle fermée.
- mettre la fonction obtenue sous forme d'une fonction standard (1^{er}, ou 2^{em} ordre).
- égaliser les termes de la fonction obtenue avec les termes de la fonction standard.
- calculer les coefficients de régulateur apparaissant dans les termes de la fonction obtenue selon les termes exigés dans la fonction standard.

On va voir l'application numérique de cette méthode dans le système du moteur à courant continu.

IX.2. Synthèse par compensation des pôles:

Une méthode de synthèse fréquemment utilisée consiste à compenser les pôles les plus lents du processus par les zéros du régulateur puis à rechercher le gain de manière à avoir une réponse optimale du point de vue de la consigne, pour l'appliquer on suit les étapes suivantes:

- écrire la fonction de transfert de système muni de son régulateur en boucle ouverte.
- mettre le zéro de régulateur sous la même forme que le pôle de système.
- égaliser le zéro de régulateur avec le pôle
- déduire la valeur du premier gain de régulateur
- calculer le deuxième gain de régulateur en boucle fermée selon le choix de l'utilisation.

On donne un exemple d'une fonction de transfert de 3^{em} ordre:

$$G(p) = \frac{G_0}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)(1 + \tau_3 p)} \quad (2.36)$$

On compensera les deux pôles suivants :

$$(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p) = 1 + (\tau_1 + \tau_2)p + \tau_1 \tau_2 p^2 \quad (2.37)$$

Par le numérateur du régulateur PID

$$C(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_n p} + T_v p \right) = K_p \frac{1 + T_n p + T_n T_v p}{p T_n} \quad (2.38)$$

La fonction de transfert en boucle ouverte de système muni de son régulateur:

$$H(p) = \left(K_p \frac{1 + T_n p + T_n T_v p}{p T_n} \right) \left(\frac{G_0}{(1 + (\tau_1 + \tau_2)p + \tau_1 \tau_2 p^2)(1 + \tau_3 p)} \right) \quad (2.39)$$

La compensation des deux constantes de temps les plus lentes τ_1 et τ_2 conduit à choisir:

$$T_n = (\tau_1 + \tau_2) \quad (2.40)$$

$$T_v = \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2} \quad (2.41)$$

Ainsi, dans le cas de ce système d'ordre 3, la compensation de deux pôles par les zéros du régulateur PID conduit à un système global d'ordre 2 avec intégration:

$$G_{bo}(p) = \frac{K_{bo}}{T_n p (1 + \tau_3 p)} \quad (2.42)$$

Avec $K_{bo} = K_p G_0$

On obtient alors en boucle fermée un système d'ordre 2

$$G_{bf}(p) = \frac{G_{bo}(p)}{1 + G_{bo}(p)} = \frac{1}{1 + \frac{T_n}{K_{bo}} p + \frac{\tau_3 T_n}{K_{bo}} p^2} \quad (2.43)$$

Dont on peut fixer l'amortissement ξ souhaité en identifiant le dénominateur de $G_{bf}(p)$

Avec la forme canonique

$$1 + \frac{2\xi}{\omega_n} p + \frac{1}{\omega_n^2} p^2 \quad (2.44)$$

On montre alors aisément que le gain K_p dépend du facteur d'amortissement ξ souhaité, des trois constantes de temps du processus, du gain statique G_0 et qu'il vaut :

$$K_p = \frac{1}{G_0} \frac{(\tau_1 + \tau_2)}{\tau_3} \frac{1}{4\xi^2} \quad (2.45)$$

En choisissant $\xi = 0.6$, le dépassement de la réponse indicielle sera d'environ 10%. Tenant compte du fait que les trois constantes de temps choisies sont égales à 1 seconde, on obtient:

$$K_p = \frac{1}{K_0} \frac{t_1 + t_2}{t_3} \frac{1}{4\xi^2} = 0.695 \quad (2.46)$$

$$T_n = \tau_1 + \tau_2 = 2.0s \quad (2.47)$$

$$T_v = \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2} = 0.5s \quad (2.48)$$

Synthèse par méthode directe:

Cette méthode consiste à calculer la fonction de transfert de régulateur $C(p)$ selon une autre fonction de transfert de référence $G_{ref}(p)$, elle s'applique comme suit:

Donc $G_{ref}(p)$ est la fonction désirée.

$$G_{ref}(p) = C(p)G(p) \Rightarrow C(p) = \frac{G_{ref}(p)}{G(p)} \quad (2.49)$$

La réalisabilité de régulateur dépend de la différence entre le degré de numérateur et le degré de dénominateur, en effet on dit qu'une fonction de transfert est réalisable si le degré de dénominateur est supérieur au degré de numérateur.

X. Conclusion:

Ce chapitre présente les régulateurs de rétroaction les plus employés, avec des explications sur leurs principes de fonctionnement et leurs influences sur les performances des systèmes, de plus les avantages et les inconvénients de ces effets, et enfin une présentation de quelques méthodes efficaces de synthèse de régulateurs.

CHAPITRE III

ÉTUDE PRATIQUE DES SYSTEMES DE LABORATOIRE

PARTIE N°1

**ÉFFETS DES ACTIONS
DE REGULATEUR PID
SUR UN SYSTEME DE
PREMIER ORDRE**

I. Étude pratique de régulateur PID sur un système de premier ordre:

Pour étudier pratiquement l'influence des actions de régulateur PID il est nécessaire de l'associer à un système sur lequel on peut voir les effets, donc nous avons pris un exemple d'un système de premier ordre, sa réponse en boucle ouverte à un échelon et les caractéristiques de ce système sont montrées au-dessous :

La grandeur	La valeur
L'échelon	10 (V)
La valeur maximum de la réponse	5,84 (V)
Le gain statique	0,584
La constante de temps (τ)	0,3 (s)
Le temps de réponse (t_r)	0,9 (s)

Tableau.3.1.1. Paramètres de système de 1^{er} ordre

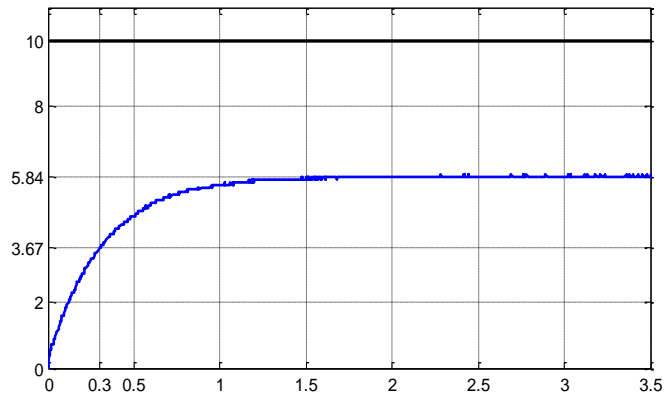


Figure.3.1.1: Réponse de système de premier ordre à un échelon

Remarque:

Afin de s'éloigner de phénomène de saturation on continue le reste des manipulations avec une entrée de 5V.

II. Effet de l'action proportionnelle:

On associe au système de premier ordre un régulateur proportionnel de gain K_p , qu'on sélectionne par P dans l'interface du bloc de régulateur de laboratoire, on fixe le signal de référence sur 5 V et on fait varier K_p puis on relève les courbes et les résultats suivants:

paramètres	La constante de temps(s)	La valeur finale(V)
$K_p=0,5$	$\tau_1=0,2$	1,23
$K_p=1$	$\tau_2=0,17$	1,93
$K_p=3$	$\tau_3=0,13$	3,26
$K_p=15$	$\tau_4=0,03$	4,57

Tableau.3.1.2. Résultat de l'influence de K_p

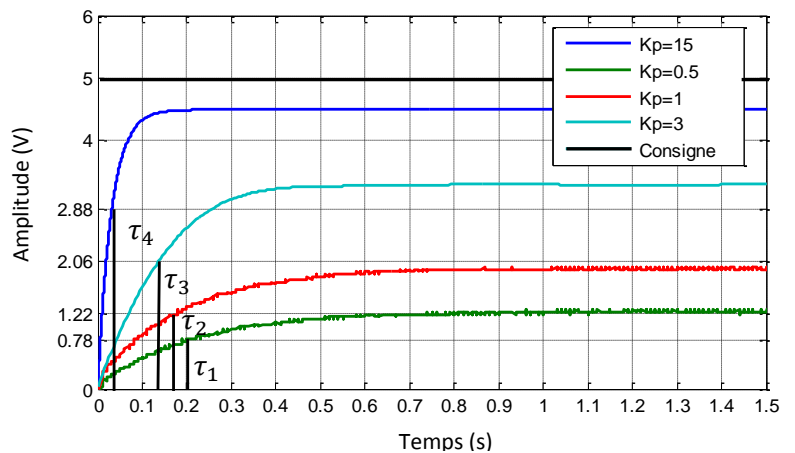


Figure. 3.1.2: Les réponses de système avec différentes valeurs de K_p

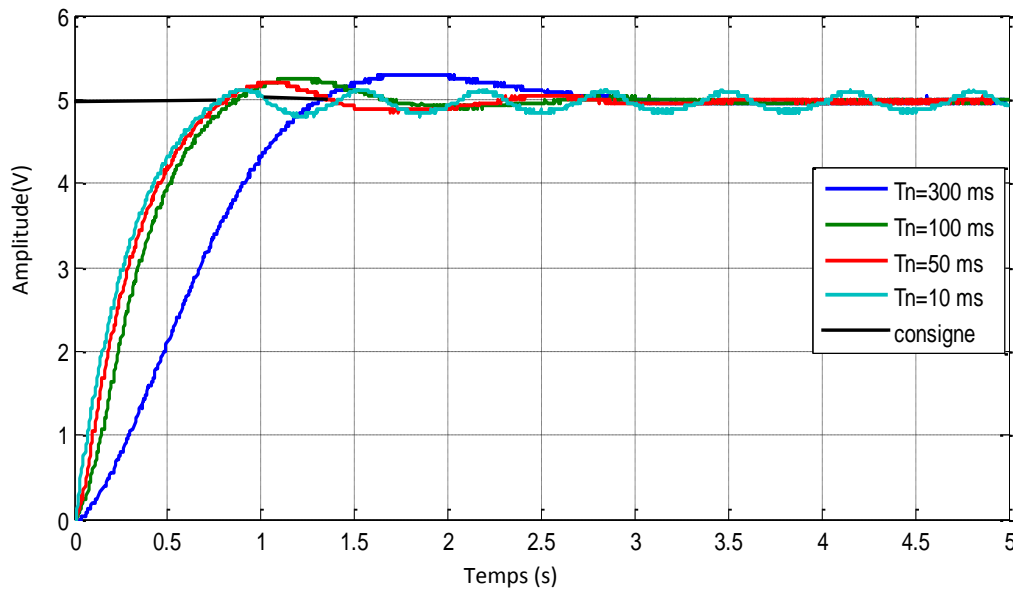
Remarques tirées:

En augmentant K_p on observe:

- La constante de temps diminue : $\tau_4 < \tau_3 < \tau_2 < \tau_1$, le système devient plus en plus rapide.
- La valeur finale augmente donc l'erreur statique s'étroite ce qui améliore la précision de système.
- Le système garde sa stabilité.

III. Effet de l'action intégrale:

Pour voir le rôle de l'intégrateur on sélectionne "I" seul dans l'interface de régulateur PID. L'action intégrale est caractérisée par la constante d'intégration T_n , qu'on varie dans cette expérience.


 Figure.3.1.3: Les réponses de système avec différentes valeurs de T_n

L'introduction de l'action intégrale dans la chaîne de commande change l'ordre de système, il passe de l'ordre 1 à l'ordre 2 comme nous montre la figure 3.1.3, donc pour discuter l'influence de cette action il faut utiliser les paramètres de système de deuxième ordre, le coefficient d'amortissement et la pulsation propre.

Pour calculer ces paramètres pour les différentes valeurs de T_n on utilise la relation (1.32) citée dans le premier chapitre.

paramètres	La valeur finale	Le coefficient d'amortissement ζ	La pulsation propre ω_n en rad/s
$T_n=10\text{ms}$	Aucune valeur (Oscillations)	0,119	13,95
$T_n=50\text{ms}$	5V → L'erreur statique est nulle	0,267	6,23
$T_n=100\text{ms}$	5V → L'erreur statique est nulle	0,377	4,41
$T_n=300\text{ms}$	5V → L'erreur statique est nulle	0,654	2,54

Tableau.3.1.3. les résultats de l'influence de l'action intégrale

Remarques tirées:

On constate de ces résultats que

- Le correcteur intégral est précis, il annule carrément l'erreur sauf pour le cas de $T_n=10\text{ms}$ le système est devenu oscillatoire.
- plus T_n est petit plus le système se rapproche de l'instabilité, le coefficient d'amortissement ζ diminue
- le système se ralentit quand T_n augmente. la pulsation propre de système ω_n diminue.
- Si T_n est trop petite, le signal de commande $U(t)$ augmente très vite sans laisser au système le temps de réagir (donc la commande n'aura pas d'effet).
- Si T_n est trop grande, l'inertie du système et le démarrage va être beaucoup trop mou.

IV. Effet de l'action dérivée :

On sait que la dérivée ne s'applique pas seule, et pour voir son influence on a fixé le coefficient K_p sur 1 et T_n sur 20ms pour faire apparaître volontairement quelques oscillations sur la réponse puis changer les valeurs de T_v (constante de la dérivée) dans le but d'observer son action sur la diminution des dépassements donc son rôle sur la stabilisation des réponses.

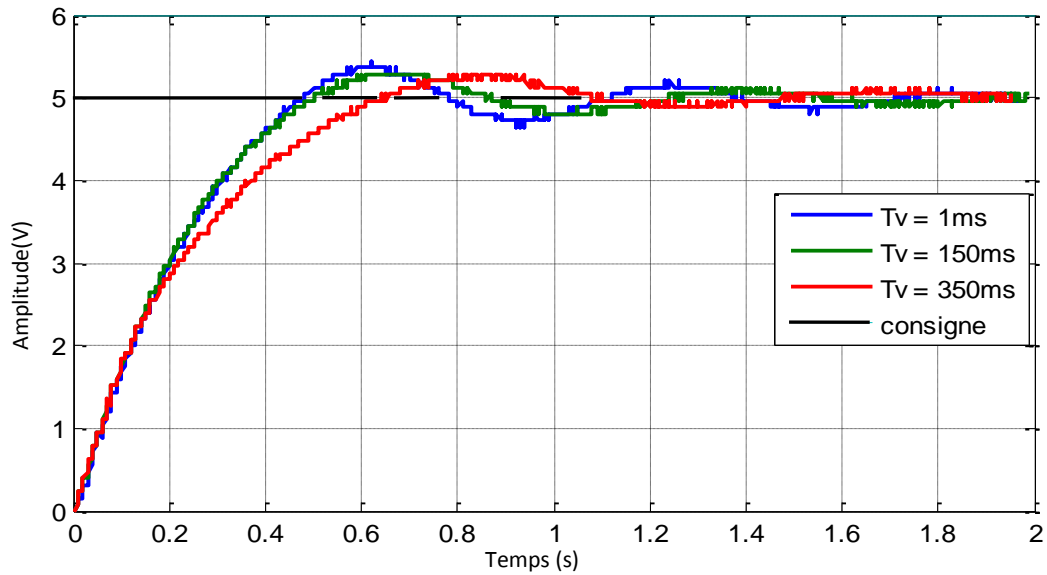


Figure. Les réponses de système avec différentes valeurs de T_v

Paramètres	Le premier dépassement	Le temps de réponse
$T_v = 1\text{ms}$	12%	1,6s
$T_v = 150\text{ms}$	10%	1,5s
$T_v = 350\text{ms}$	8.8%	1,3s

Tableau.3.1.4. Résultats de l'influence de l'action dérivée

Remarques tirées:

On peut conclure sur la mission de l'action dérivée dans les systèmes asservis par ces points:

- Plus la constante T_v est grande plus la dérivée a plus d'effets sur la stabilité de la réponse.
- Le système s'accélère quand T_v augmente.
- Quand T_v est très petite le système ne sentira pas son action.

PARTIE N°2

LE SYSTEME THERMIQUE

I. Introduction:

La température est une grandeur très importante qu'on rencontre partout dans la vie, soit dans des systèmes biologiques soit dans des systèmes artificiels. Une valeur prédéfinie ou un intervalle limité de température sont généralement imposés pour un déroulement normale de ces systèmes (37°C pour le corps humain, un intervalle limité pour la conservation des aliments... etc.), pour ces raisons plusieurs technologies de régulation sont conçues pour asservir et contrôler la température.

Dans cette deuxième partie de chapitre trois on va essayer de modéliser le système thermique de laboratoire en observant sa réponse indicielle, puis contrôler la température émise par ce système avec un régulateur tout ou rien électronique.

II. Description de système thermique du laboratoire:

Le système thermique qu'on va étudier est composé d'éléments suivants:

- Une résistance électrique qui joue le rôle d'une source de chaleur, elle transforme l'énergie électrique en énergie thermique par effet joule.
- Une plaque de cuivre très conductrice de chaleur, enroule la résistance pour canaliser et empêcher la chaleur de se dissiper dans l'air, l'autre extrémité de cette plaque est fixée à un radiateur refroidisseur.
- Un capteur électronique sensible aux variations de la température, est alimenté par un courant continu constant, et la tension relevée à ses bornes constitue l'image de la température émise par l'élément chauffant.

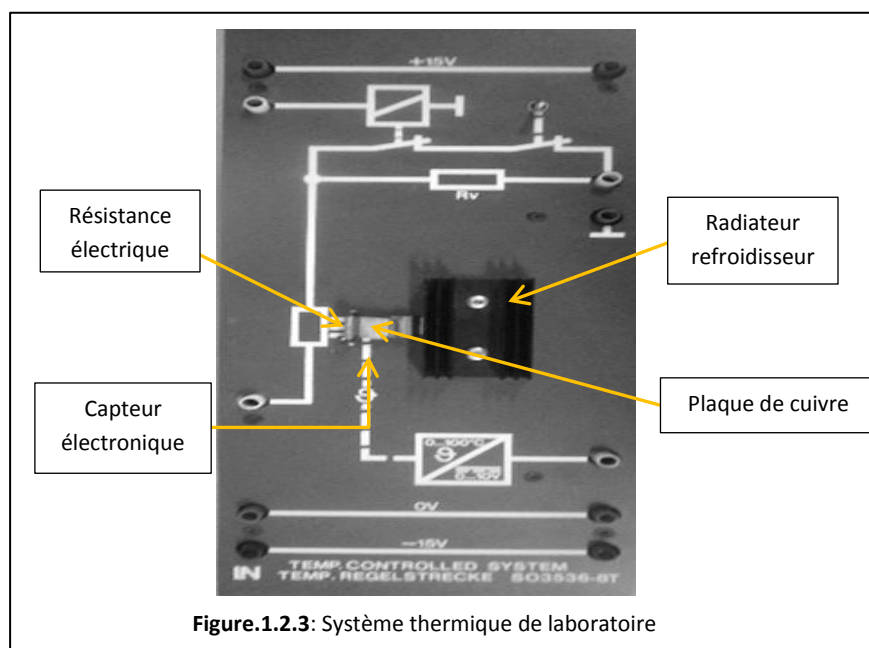


Figure.1.2.3: Système thermique de laboratoire

III. Théorie sur les systèmes à retard pur:

III.1 Origine physique du terme de retard pur:

Dans tout système, l'information de sortie est fournie par un capteur. Il se peut que, pour des raisons d'accessibilité, d'entretien ou d'encombrement, le capteur ne puisse pas être placé à l'endroit où l'on souhaiterait observer le système.

Cela introduit un retard entre l'instant où le signal est disponible (prêt à être mesuré) et l'instant où il est effectivement mesuré. Si $s(t)$ représente le signal à mesurer, l'introduction d'un retard t_d donnera lieu au signal $s(t - t_d)$.

D'après les propriétés de la transformation de Laplace, si la transformée de Laplace de $s(t)$ s'écrit $S(p)$, alors la transformée de Laplace de $s(t - t_d)$ s'écrira $S(p)e^{-t_d p}$.

En régime sinusoïdal le terme de retard $e^{-t_d p}$ introduit un déphasage de la sortie sur l'entrée.

III.2 Méthode de Broïda:

La méthode de Broïda est une méthode d'identification en boucle ouverte d'une réponse indicielle expérimentale, qui consiste à assimiler la fonction de transfert d'un système d'ordre n à celle du premier ordre affectée d'un retard pur. La fonction de transfert qui a été proposée est : $G(p) = \frac{G_0}{1+\tau p} e^{-t_d p}$

Il a montré par l'expérience qu'une réponse d'un premier ordre coupe toujours celle d'un ordre supérieur en deux points t_1 et t_2 situés de part et d'autre du point d'inflexion. Ces deux points correspondent à 28% et 40% de la valeur finale de la sortie du système.

Le problème d'identification consistera donc à déterminer les paramètres suivants τ (Constante de temps) et t_d (Temps de retard pur).

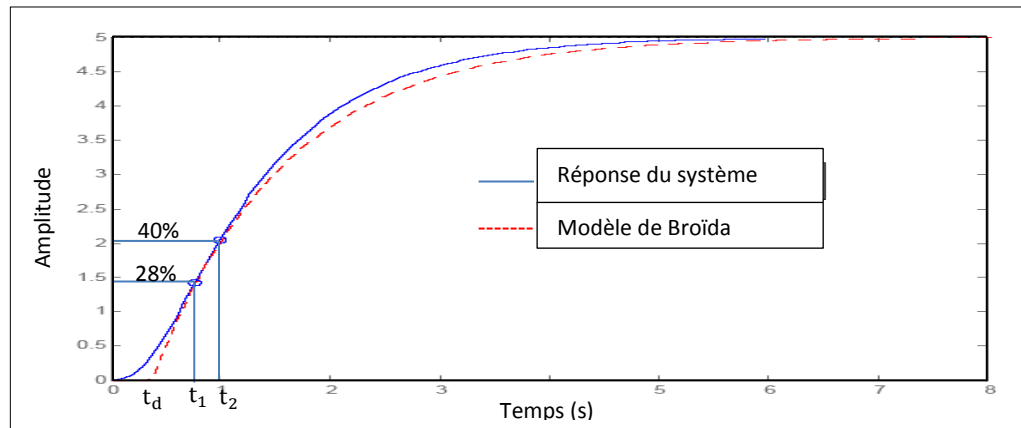


Figure.2.2.3: Approximation de Broïda

Il suit de cette hypothèse, les systèmes d'équations suivants:

La transformée inverse de la fonction $\frac{G_0}{1+\tau p} e^{-t_d p}$ est $G_0 E_0 (1 - e^{-\frac{t-t_d}{\tau}})$.

Pour les deux points t_1, t_2 qui correspondent aux 28% et 40% de la valeur finale de la sortie on écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(1 - e^{-\frac{t_1 - t_d}{\tau}}\right) = 0,28 \\ \left(1 - e^{-\frac{t_2 - t_d}{\tau}}\right) = 0,40 \end{array} \right. \quad (3.2.1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(1 - e^{-\frac{t_1 - t_d}{\tau}}\right) = 0,28 \\ \left(1 - e^{-\frac{t_2 - t_d}{\tau}}\right) = 0,40 \end{array} \right. \quad (3.2.2)$$

On tire de l'équation (3.2.1) l'expression de retard t_d :

$$\ln\left(e^{-\frac{t_1 - t_d}{\tau}}\right) = \ln(1 - 0,28) = \frac{t_1 - t_d}{\tau} = -0,328 \Rightarrow t_d = t_1 - 0,328\tau \quad (3.2.3)$$

On tire τ de l'équation (3.2.2) :

$$\ln\left(e^{-\frac{t_2 - t_d}{\tau}}\right) = \ln(1 - 0,40) = \frac{t_2 - t_d}{\tau} = -0,510 \Rightarrow \tau = \frac{t_2 - t_d}{0,510} \quad (3.2.4)$$

On remplace τ dans (3.2.3) et on trouve l'expression finale de t_d

$$t_d = 2,8t_1 - 1,8t_2 \quad (3.2.5)$$

On déduit la constante de temps τ :

$$\tau = \frac{t_2 - 2,8t_1 - 1,8t_2}{0,510} \Rightarrow \tau = 5,5(t_2 - t_1) \quad (3.2.6)$$

IV. Réponse temporelle de système thermique du laboratoire à un échelon d'entrée:

En appliquant un signal d'échelon au système d'amplitude $E_0 = 10V$, on récupère la réponse suivante:

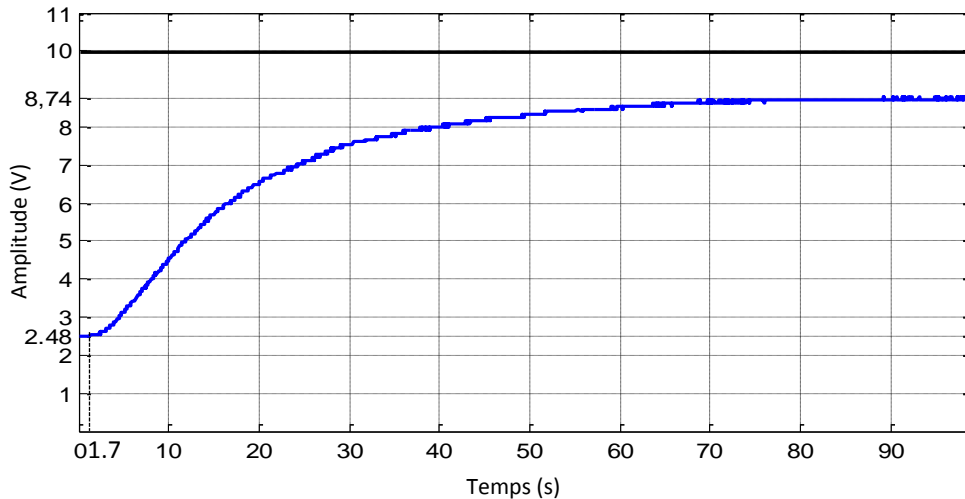


Figure.3.2.3: Réponse de système thermique à un échelon

Avec le jugement de l'œil on voit que l'allure de la réponse n'est pas d'ordre un, car elle ne commence pas avec une évolution exponentielle comme dans les modèle de premier ordre, pour pouvoir identifier les paramètres de ce système on lui applique la méthode de Broïda citée au-dessus pour l'approximer à un système de premier ordre avec un retard pur.

Les informations qu'on peut extraire de cette courbe sont:

- Un échelon de 10V.
- Un retard pur $t_{d_0} = 1,70s$ c'est le temps qui s'écoule entre l'instant où le signal d'échelon est appliqué et l'instant où la réponse de système commence à évoluer.
- Une valeur initiale de température $T_0 = 2,48V$, cette valeur correspond à la température ambiante de la salle de laboratoire, on rappelle que l'expérience est réalisée dans le mois de juin.
- Une valeur finale: $K = 8,74V$.
- Une erreur statique: $\varepsilon_p = 1,26V$.

D'un point de vue des performances de ce système, on voit qu'il se limite dans une valeur fixe quand le temps tend vers l'infini ce qui confirme sa stabilité, du côté de sa précision il n'est pas bon, présence d'un écart de 1,26V, et à propos de sa rapidité, il est lent, puisque le temps de réponse est grand $t_r = 57s$.

Remarque:

On prend la valeur T_0 comme origine de l'axe des coordonnées pour appliquer correctement la méthode de Broïda:

La nouvelle courbe contient les informations suivantes:

- Un échelon: 10V
- Un retard pur: $t_{d_0} = 1,70s$
- Une valeur finale: $K' = K - T_0 = 6,26V$
- Une erreur statique: $\varepsilon'_p = 3,74V$

V. Identification par la méthode de broïda:

Avant de commencer on explique d'abord la différence qui existe entre t_{d_0} et t_d pour éviter la confusion, donc on rappelle que t_{d_0} c'est une propriété de système thermique, c.-à-d. elle apparaît toujours dans la réponse réelle de ce système, et pour t_d c'est le retard pur qu'on ajoute à la réponse approchée pour remplacer le début de l'évolution de la réponse réelle. Donc à la fin on obtient une réponse affectée par deux retards $t_{d_0} + t_d$, dans notre cas on prend t_d comme étant tous le retard qui affecte ce système, c.-à-d. t_{d_0} est inclus dans t_d .

- Indication de l'instant t_1 qui correspond à 28% de la valeur finale 6,26V soit 1,76V, cette valeur est atteinte dans $t_1 = 9s$
- Indication de l'instant t_2 qui correspond à 40% de la valeur finale 6,26V soit 2,52V, cette valeur est atteinte dans $t_2 = 11,6s$
- Calcul de retard pur t_d :

On utilise la loi (3.2.5) trouvée au-dessus pour calculer t_d :

$$t_d = 2,8(9) - 1,8(11,6) = 4,32s \quad (3.2.7)$$

- Calcul de la constante de temps τ :

On utilise la loi (3.2.6) trouvée au-dessus pour calculer τ

$$\tau = 5,5(11,6 - 9) = 14,3s \quad (3.2.8)$$

- Calcul de gain statique G_0 :

le gain statique peut être obtenu comme suit:

$$G_0 = \frac{K'}{E_0} = \frac{6,26}{10} = 0,626 \quad (3.2.9)$$

- Et finalement on écrit le modèle approché complètement avec les paramètres trouvés:

$$G(p) = \frac{0,626}{1 + 14,3p} e^{-4,32p} \quad (3.2.10)$$

La représentation de la réponse temporelle de ce modèle approché superposé sur la réponse réelle est donnée par la figure suivante:

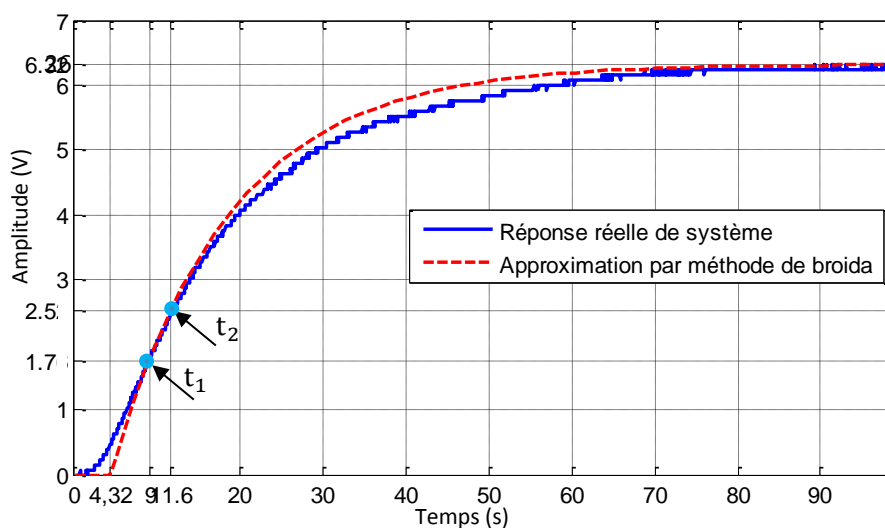


Figure.4.2.3: Réponse de système thermique approximé par méthode de Broïda

Afin de s'informer plus sur le comportement de système thermique étudié, on trace sa réponse fréquentiel par exemple dans le plan de black-nichols, et on discute l'influence de retard pur sur la stabilité de ce système, Pour en faire on trace la réponse fréquentielle de $G(p)$ avec et sans retard pur:

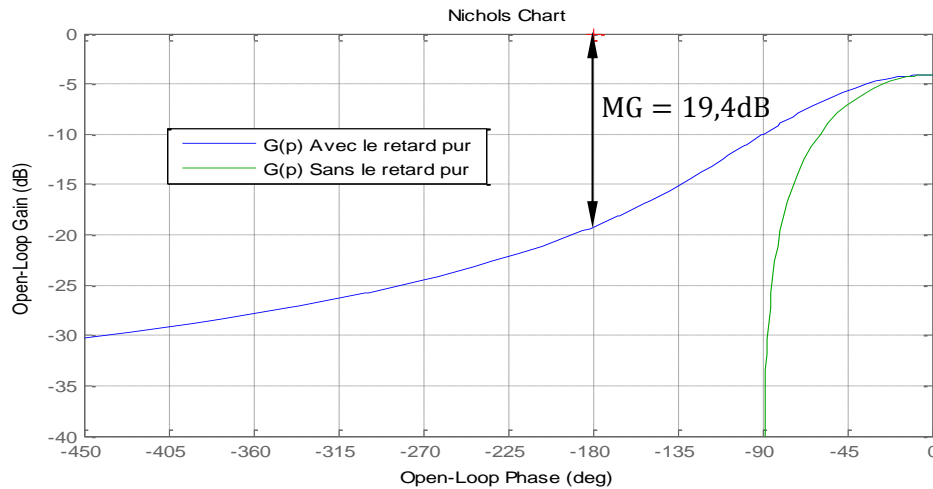


Figure. Représentation de modèle approché de broida sur le plan black-nichols

La réponse sans retard pur reste stable dans tout le domaine de variation de la fréquence $[0, \infty[$. La stabilité de la réponse avec le retard pur est limitée sur le gain qui vaut $-19,4\text{dB}$ à la pulsation $\omega = 0,403\text{rad/s}$, alors le retard pur introduit un déphasage ce qui rend le système fragile et difficile à commander.

Remarque:

Le tracé fréquentiel et les résultats sont obtenus à l'aide de matlab en écrivant les commandes suivantes:

1- on déclare la fonction $G(p)$ dans la fenêtre command window comme suit:

$G=\text{tf}(0.626,[14.3 \ 1],\text{'inputdelay'},4.42)/\text{on}$ utilise 'inputdelay' pour déclarer le retard pur.

2- pour obtenir le tracé de G sur le diagramme de black-nichols on écrit la commande suivante:

`nichols(G)`

puis appuyer sur le bouton entrée.

VI. Régulation par tout ou rien :

On désire maintenant contrôler la température par un régulateur tout ou rien qui nous permet de maintenir la réponse autour de la consigne, au même temps étudier l'effet d'hystérésis sur la fréquence de commutation, donc on constitue un système bouclé qui contient le bloc de régulateur et celui de système thermique:

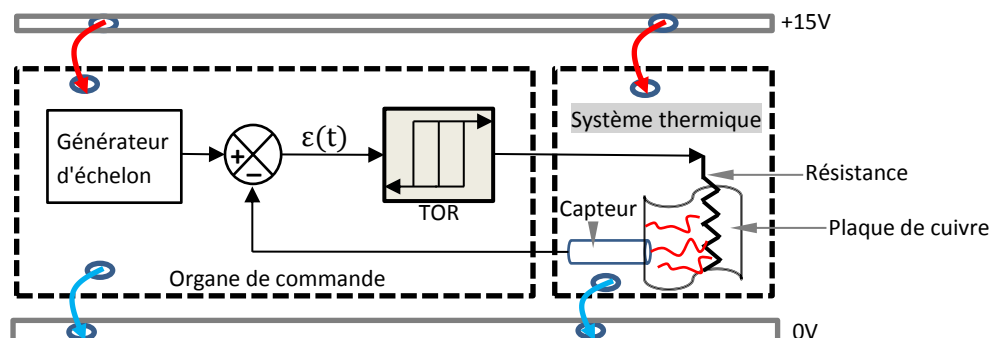


Figure.5.2.3 Représentation de la boucle de régulation de système thermique par TOR

Dans l'interface du bloc de régulateur on sélectionne "Deux points" qui désigne un régulateur de type tout ou rien, une fois entré dans les paramètres de régulateur TOR, on aura la possibilité de varier la valeur d'hystérésis indiquée en pourcentage %, cette indication se mesure par rapport à la consigne.

Notre étude comprend trois essais :

La consigne est fixée sur 5V tout le long de l'étude.

- 1^{er} essai: hystérésis = 0%.
- 2^{em} essai: hystérésis =5%.
- 3^{em} essai: hystérésis =10%.

1^{er} essai:

Quand on met la valeur d'hystérésis sur 0 le régulateur se comporte comme suit:

- Il commence à couper l'alimentation pour la résistance sur le point de l'égalité de la sortie avec la consigne
- puis il rétablit l'alimentation toujours sur le même point dans le but de garder l'égalité (sortie=consigne), voir le signal de commande enregistré par l'expérience dans la figure au-dessous:

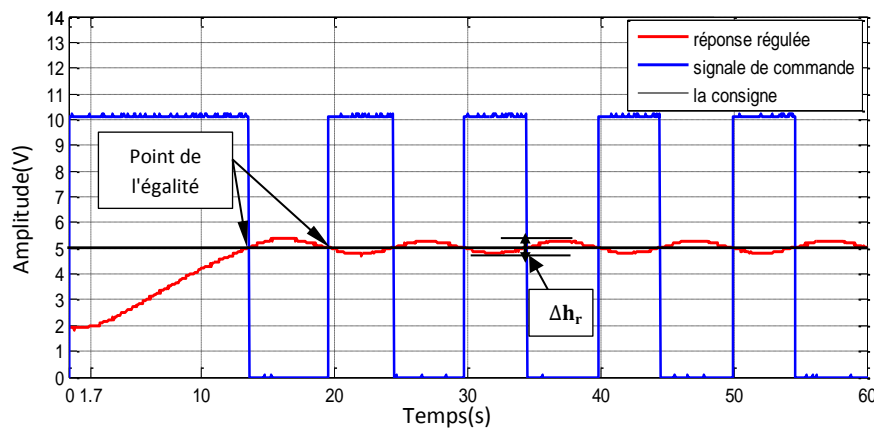


Figure.6.2.3: Température régulée par TOR avec hystérésis 0%

Malgré l'hystérésis de régulateur est nul la température oscille autour de la consigne avec deux alternances formant l'hystérésis réel qu'on note par Δh_r :

Les deux alternances apparues

- Alternance positive: liée aux retard pur et à la quantité de chaleur emmagasinée dans la résistance on explique ça par:
 - couper l'alimentation c'est arrêter la production de chaleur dans la résistance, donc il reste que la chaleur emmagasinée dans la résistance qui va se transférer à travers la plaque de cuivre qui cause le retard pur.
- Alternance négative: liée au retard pur de système on explique ça par:
 - rétablir l'alimentation c'est produire de nouveau la chaleur, le capteur ne reçoit pas cette nouvelle évolution de chaleur que pendant un temps qui représente le retard pur.

2^{em} essai:

Ici le régulateur ne coupe pas dans le point de l'égalité, il tolère un dépassement de 5% de la consigne soit 0,25V, la largeur d'hystérésis de régulateur Δh se mesure donc entre +0,25V et -0,25V. Et le dépassement qui reste correspond aux deux alternances qu'on a citées dans le premier essai.

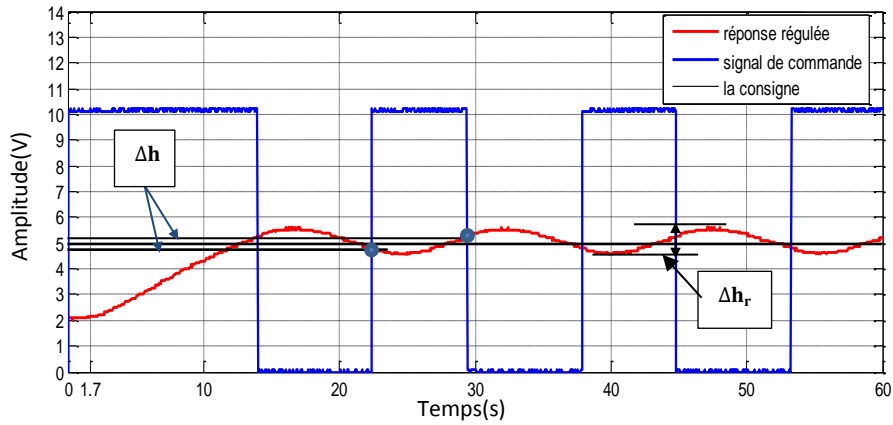


Figure.7.2.3: Température régulée par TOR avec hystérésis 5%

3^{em} essai:

Ici on va parler sur la période de commutation en s'appuyant sur les deux essais précédents, on a vu que plus en augmentant la valeur d'hystérésis de régulateur plus la période de commutation est grande ainsi l'amplitude des oscillations de la sortie. Le résumé des résultats de ces trois essais sont récapitulés dans le tableau suivant:

Hystérésis	0%	5%	10%
La période (s)	10,25	15,60	20,20
La largeur d'hystérésis réel Δh_r (V)	0,48	1,04	1,44

Tableau.3.2.1: Résumé des résultats des expériences de régulation

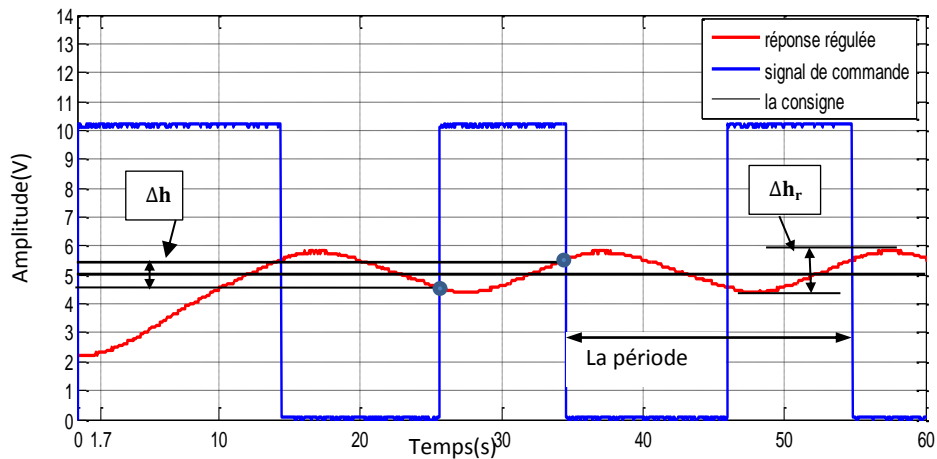


Figure.8.2.3: Température régulée par TOR avec hystérésis 10%

VII. Conclusion:

Le système thermique de laboratoire représente un modèle supérieur à 1, infecté par un retard pur, ce retard revient négativement sur sa stabilité car il introduit un déphasage qui croît avec la variation de la fréquence. La valeur de l'hystérésis de régulateur influe sur la fréquence des commutations et l'amplitude de la variation de la grandeur mesurée (température). Une augmentation de la fréquence de commutation réduit d'autant la durée de vie de l'organe de réglage.

PARTIE N°3

LE MOTEUR A COURANT CONTINU

I. Introduction:

Le moteur à courant continu est un convertisseur d'énergie qui transforme l'énergie électrique en énergie mécanique, il présente dans de nombreuses applications industrielles, où il constitue les éléments de bases des asservissements. Son avantage principal qui lui donne de succès est la simplicité de la commande de sa vitesse, Compte tenu de cela nous présentons dans cette étude les caractéristiques du moteur à courant continu de laboratoire et nous envisageons la commande de sa vitesse.

II. Partie théoriques:**II.1 Description du moteur à courant continu:**

Le moteur à courant continue comporte les parties principales suivantes:

- Une partie fixe appelée **STATOR** qui aura le rôle d'inducteur.
- Une partie mobile appelée **ROTOR** qui aura le rôle d'induit.
- Une liaison rotor-éléments extérieurs à la machine appelée **COLLECTEUR**.

• L'inducteur:

Il est formé soit d'aimants permanents soit de bobines placées autour des noyaux polaires. Lorsque les bobines sont parcourues par un courant continu, elles créent un champ magnétique dans le circuit magnétique de la machine notamment dans l'entrefer, (espace séparant la partie fixe et la partie mobile), où se situent les conducteurs.

• L'induit:

Le noyau d'induit est en fer pour canaliser les lignes de champ, les conducteurs sont logés dans des encoches sur le rotor, deux conducteurs forment une spire.

• Collecteur et balais:

Le collecteur est un ensemble de lames de cuivre isolées, disposées sur l'extrémité du rotor, les balais portés par le stator frottent sur le collecteur.

II.2 Principe de fonctionnement d'un moteur à courant continu:

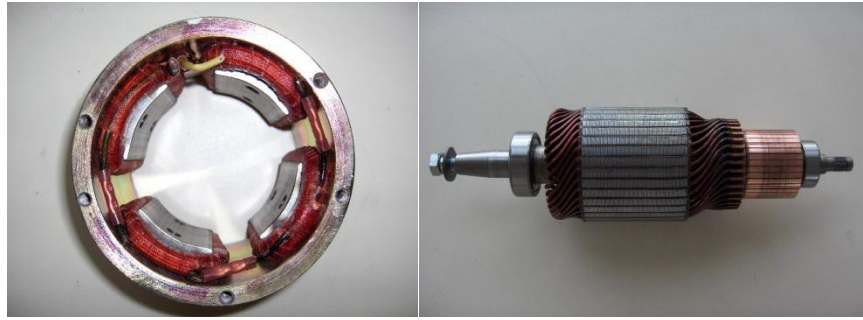
Tous les moteurs électriques sont basés sur le principe physique du couplage magnétique entre deux champs magnétiques. La transformation de l'énergie électrique en énergie mécanique s'opère à travers ce couplage magnétique ou interaction magnétique. De ce principe il découle que tout moteur comporte deux circuits magnétiques, appelés stator (partie fixe) et rotor (partie mobile).

Dans le cas du moteur à courant continu le stator, aussi appelé inducteur, crée un champ magnétique \vec{B}_s , le rotor, aussi appelé induit, est alimenté par un courant continu. Les conducteurs du rotor traversés par le courant \vec{I} sont immergés dans le champ et soumis à une force $\vec{F} = \vec{B}_s \wedge \vec{I}$ (\wedge produit vectoriel entre les deux vecteurs). C'est cette force qui va faire tourner le rotor et créer le couple moteur.

III. Modélisation du moteur à courant continu:

Le moteur à courant continu peut être modélisé par le biais d'équations électriques, Électromécanique et mécanique. Ces trois groupes d'équations nous permettrons de mieux appréhender le moteur à courant continu dans son fonctionnement réel. Du coté électrique nous pouvons dire que le moteur à courant continu se définit par un circuit d'induit et un circuit inducteur; l'induit peut être vu comme une résistance R_a et une inductance L_a en série avec une source de tension commandée E proportionnelle à la vitesse Ω Du coté mécanique, nous représentons le moteur à courant continu par l'inertie de l'induit augmentée de celui de la charge entraînée.

Notons d'abord que dans notre modélisation nous allons utiliser le moteur à courant continu à excitation séparée afin d'établir les équations. Du fait que, par des changements de connexions entre l'induit et l'inducteur on peut aboutir aux autres types de moteur (par rapport à L'excitation).



Le stator appelé inducteur

Le rotor appelé induit

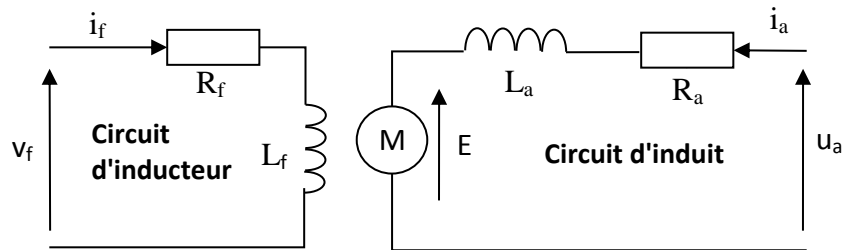


Figure.3.3.1. schéma équivalent d'un moteur à courant continu à excitation séparée

III.1 Moteur à courant continu à excitation séparée:

- **Equations électriques :**

On applique la loi des mailles au schéma montré sur la figure.1 pour écrire les équations suivantes:

$$V_f = R_f \cdot i_f + L_f \left(\frac{di_f}{dt} \right) \quad (3.3.1)$$

$$U_a = E + R_a \cdot i_a + L_a \left(\frac{di_a}{dt} \right) \quad (3.3.2)$$

E : la force contre électromotrice notée **f.c.é.m.** du moteur : $E = k \cdot \Phi \cdot \Omega$ à flux constant on écrit:

$$E = K \cdot \Omega \quad (3.3.3)$$

k = Constant dépendant de la construction du moteur et de flux d'excitation.

Φ = Le flux magnétique (Weber Wb).

Remarque:

Dans notre cas le moteur à courant continu est à aimant permanent, le flux d'excitation est constant donc on ne prend pas en considération l'équation (3.3.1) .

Au régime permanent les dérivées s'annulent, et on obtient:

$$V_f = R_f \cdot i_f \quad (3.3.4)$$

$$U_a = E + R_a \cdot i_a \quad (3.3.5)$$

- **La puissance électromagnétique:**

$$P_{em} = E \cdot i_a \quad (3.3.6)$$

- **Expression du couple électromagnétique:**

$$C_{em} = \frac{P_{em}}{\Omega} \quad (3.3.7)$$

- **Expression du mouvement du moteur à cc entraînant une charge:**

La charge se caractérise par un couple résistant C_r

$$C_{em} - C_r - f \cdot \Omega = J \cdot \frac{d\Omega}{dt} \quad (3.3.8)$$

J = L'inertie du moteur ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$).

f = Le coefficient de frottement.

IV. Modèle au premier ordre du moteur à cc:

Le fonctionnement du moteur à courant continu alimenté par l'induit, et à flux d'excitation constant (aimants permanents), est régi par deux équations, l'une est une équation électrique donnée par:

$$U_a = R_a \cdot i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + K \cdot \Omega \quad (3.3.9)$$

Et l'autre appelée équation mécanique qui s'écrit:

$$C_{em} = K \cdot i_a = J \frac{d\Omega}{dt} + f \cdot \Omega + C_r \quad (3.3.10)$$

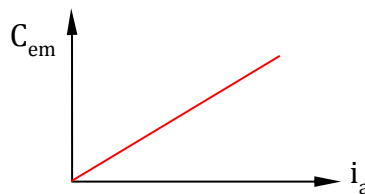


Figure.3.3.2 La Caractéristique $C_{em}(i_a)$

IV.1 La relation liant la tension d'induit et la vitesse de rotation du rotor:

En utilisant la transformée de Laplace pour simplifier la procédure de calcul, donc on commence à mettre les relations (3.3.9/10) dans le domaine de la place sachant que les conditions initiales sont considérées nulles, et on écrit :

$$U_a(p) = R_a \cdot i_a(p) + p \cdot L_a \cdot i_a(p) + K \cdot \Omega(p) \Rightarrow U_a(p) = I_a(p)(R_a + L_a \cdot p) + K \cdot \Omega(p) \quad (3.3.11)$$

$$C_{em}(p) = K \cdot i_a(p) = J \cdot p \cdot \Omega(p) + f \cdot \Omega(p) + C_r(p) \quad (3.3.12)$$

On fait sortir l'expression du courant d'induit i_a de l'équation (3.3.12) :

$$i_a(p) = \frac{\Omega(p)(J \cdot p + f) + C_r(p)}{K} \quad (3.3.13)$$

Puis on remplace ce courant $i_a(p)$ dans l'équation (3.3.11):

$$U_a(p) = \left(\frac{\Omega(p)(J \cdot p + f) + C_r(p)}{K} \right) (R_a + p \cdot L_a) + K \cdot \Omega(p) \quad (3.3.14)$$

On développe l'équation(3.3.14) afin de trouver l'expression de la vitesse de rotation $\Omega(p)$:

$$U_a(p) = \frac{\Omega(p)(J \cdot p + f)(R_a + p \cdot L_a)}{K} + \frac{C_r(p)(R_a + p \cdot L_a)}{K} + K\Omega(p) \quad (3.3.15)$$

$$U_a(p) = \Omega(p) \left(\frac{(J \cdot p + f)(R_a + p \cdot L_a) + K^2}{K} \right) + \frac{(R_a + p \cdot L_a)C_r(p)}{K} \quad (3.3.16)$$

$$\frac{K \cdot U_a(p) - (R_a + p \cdot L_a)C_r(p)}{K} = \Omega(p) \left(\frac{(J \cdot p + f)(R_a + p \cdot L_a) + k^2}{K} \right) \quad (3.3.17)$$

Après avoir passé par quelques arrangements On aboutit à l'expression de la vitesse $\Omega(p)$:

$$\Omega(p) = \frac{K \cdot U_a(p) - (R_a + p \cdot L_a)C_r(p)}{(J \cdot p + f)(R_a + p \cdot L_a) + k^2} \quad (3.3.18)$$

Ici on écrit $\Omega(p)$ en fonction de tension d'induit $U_a(p)$ et le couple résistant $C_r(p)$:

$$\Omega(p) = \frac{K}{(J \cdot p + f)(R_a + p \cdot L_a) + k^2} U_a(p) - \frac{(R_a + p \cdot L_a)}{(J \cdot p + f)(R_a + p \cdot L_a) + k^2} C_r(p) \quad (3.3.19)$$

$$\Omega(p) = \frac{K}{JL_a p^2 + (JR_a + fL_a)p + fR_a + K^2} U_a(p) - \frac{(R_a + p \cdot L_a)}{JL_a p^2 + (JR_a + fL_a)p + fR_a + K^2} C_r(p) \quad (3.3.20)$$

On divise cette équation sur ce terme: $1/(fR_a + K^2)$

$$\Omega(p) = \frac{K/(fR_a + K^2)}{\frac{JL_a}{fR_a + K^2} p^2 + \frac{(JR_a + fL_a)}{fR_a + K^2} p + 1} U_a(p) - \frac{(R_a + p \cdot L_a)/fR_a + K^2}{\frac{JL_a}{fR_a + K^2} p^2 + \frac{(JR_a + fL_a)}{fR_a + K^2} p + 1} C_r(p) \quad (3.3.21)$$

On pose pour :

$K_m = K / (K^2 + R_a f)$: est le gain statique.

$\mu = R_a f / (K^2 + R_a f)$: est un coefficient habituellement petit.

$T_e = L_a / R_a$: est la constante de temps électrique.

$T_{em} = R_a J / (K^2 + R_a f)$: est la constante électromécanique.

Et finalement on arrive à la forme générale de la relation qui lie la vitesse de rotation à la tension d'induit U_a et au couple résistant C_r :

$$\Omega(p) = \frac{K_m}{T_e T_m p^2 + (T_{em} + \mu T_e) p + 1} U_a(p) - \frac{K_m (T_e p + 1)}{T_e T_m p^2 + (T_{em} + \mu T_e) p + 1} C_r(p) \quad (3.3.22)$$

IV.2 Fonction de transfert du moteur:

Dans notre étude le couple résistant est nul $C_r(p) = 0$. De plus le moteur utilisé est de faible puissance ce qui nous permet de négliger l'inductance de l'induit, c'est-à-dire : $L_a = 0$. Alors l'équation (3.3.22) se simplifie amplement ($T_e = 0$) et nous aboutissons à une fonction de transfert de 1^{er} ordre liant la vitesse de rotation $\Omega(p)$ à la tension d'alimentation $U_a(p)$ de la forme suivante:

$$H(p) = \frac{\Omega(p)}{U_a(p)} = \frac{K_m}{T_{em} p + 1} \quad (3.3.23)$$

V. Partie pratique:

V.1 Description de la maquette de manipulation:

La maquette expérimentale utilisée dans le laboratoire, pour réaliser cette manipulation, est constituée par 4 blocs :

- Un bloc d'alimentation stabilisée (bloc A) qui sert à alimenter en $\pm 15V$ L'ensemble des éléments de la chaîne.
- Un régulateur numérique (bloc B), au premier temps on va l'utiliser pour générer un échelon, et dans la partie commande on l'utilise comme un correcteur.
- Un amplificateur de puissance de gain 1 (bloc C) qui sert à amplifier en puissance le signal d'échelon.
- Un bloc moteur à courant continu englobe, à l'intérieur et en série, un amplificateur de gain réglable A_1 et une génératrice Tachymétrique de gain A_2

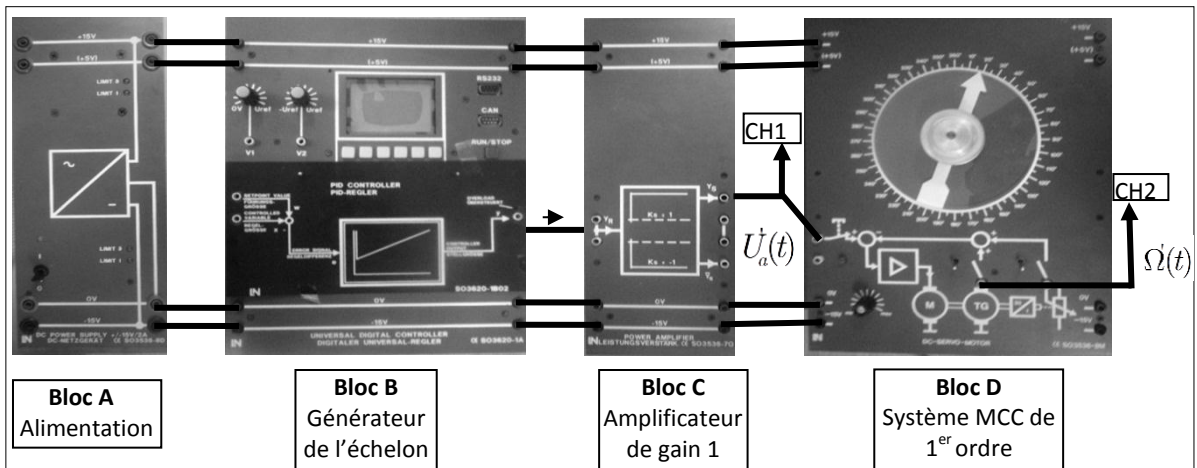


Figure.3.3.3. Maquette des blocs utilisés dans le laboratoire pour étudier le moteur à cc

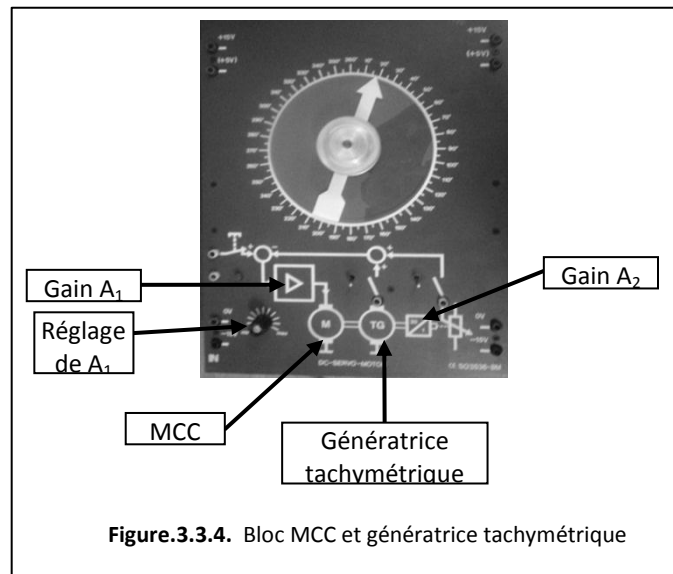


Figure.3.3.4. Bloc MCC et génératrice tachymétrique

V.2 Fonction de transfert du Bloc D (MCC)

La fonction de transfert entrée/sortie de bloc D (MCC) peut être schématisée par le diagramme fonctionnel suivant :

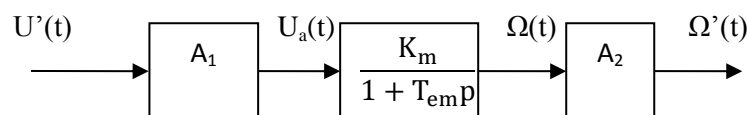


Figure3.3.5. schéma bloc fonctionnel entrée/sortie

La fonction de transfert à étudier s'écrit donc :

$$H'(p) = \frac{\Omega'(p)}{U'(p)} = \frac{A_1 \cdot A_2 \cdot K_m}{T_{em} p + 1} = \frac{G_0}{\tau p + 1} \quad (3.3.24)$$

Avec : $G_0 = A_1 \cdot A_2 \cdot K_m$

$\tau = T_{em}$: la constante de temps.

V.3 Réponse indicielle du moteur à cc en boucle ouverte:

Le signal d'entrée est un échelon d'amplitude de $E_0 = 10V$ généré par le Bloc B. La réponse du moteur à ce signal est illustrée sur la figure montrée au-dessous :

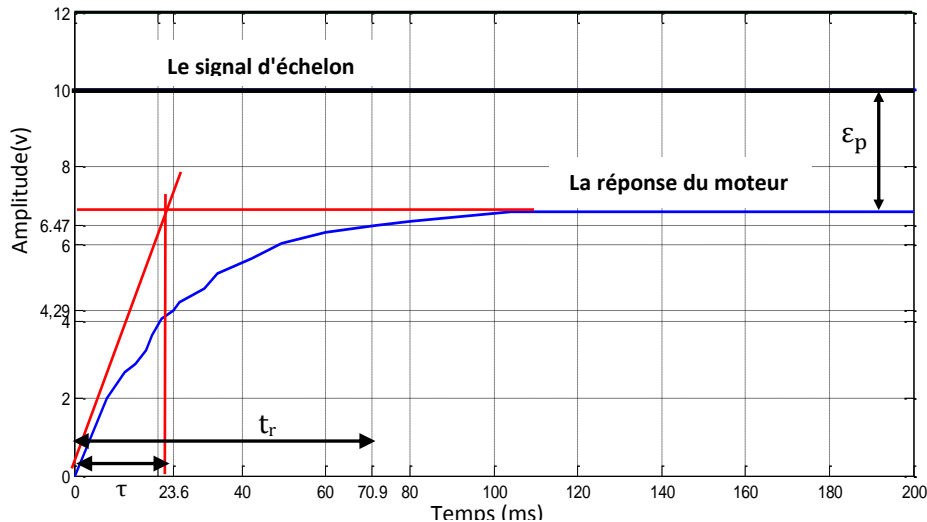


Figure.3.3.6. Réponse en boucle ouverte d'un moteur à courant continu à signal d'échelon

On peut noter que la réponse du moteur se comporte sensiblement comme un système de premier ordre, ce qui correspond à une constante de temps électromécanique dominante par rapport à la constante électrique. Cependant cette réponse contient des manques avec une précision insuffisante notée par un écart de $\varepsilon_p = 10 - 6,82 = 3,18V$, on peut juger que la réponse est stable avec une dynamique acceptable.

V.4 Identification des paramètres du moteur à cc:

En s'appuyant sur la courbe illustrée sur la Figure.2, et en utilisant la fonction de transfert du bloc MCC, pour déterminer les paramètres qui caractérisent le moteur étudié.

- **Expression temporelle de $\Omega'(t)$, en fonction de G_0 et E_0 dans le cas où la tension appliquée est un échelon d'amplitude E_0 :**

L'échelon dans le domaine de Laplace s'écrit : $\frac{E_0}{p}$

$$H'(p) = \frac{G_0}{\tau p + 1} = \frac{\Omega'(p)}{E_0(p)} \Rightarrow \Omega'(p) = \frac{E_0}{p} \left(\frac{G_0}{\tau p + 1} \right) \quad (3.3.25)$$

La transformée inverse de $\Omega'(p)$ est l'expression temporelle $\Omega'(t)$ qui s'écrit comme suit:

$$L^{-1} [\Omega'(p)] = \Omega'(t) = G_0 E_0 (1 - e^{-t/\tau}) \quad (3.3.26)$$

En régime permanent on obtient l'expression de la valeur finale:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Omega'(t) = G_0 \cdot E_0 \quad (3.3.27)$$

On note cette valeur finale $\Omega_0 = G_0 \cdot E_0$. Sa valeur numérique est relevée en observant la courbe de réponse qui est dans notre cas: $\Omega_0 = 6,82V$. On peut donc déduire la valeur du gain statique G_0 quand $E_0 = 10V$.

$$G_0 = \frac{\Omega_0}{E_0} = \frac{6,82}{10} = 0,682V \quad (3.3.28)$$

- **La constante de temps:**

On appelle par τ la constante de temps, c'est la durée que prend la sortie pour atteindre 63% de sa valeur finale Ω_0 . Par démonstration mathématique on trouve:

$$\Omega'(t) = G_0 E_0 (1 - e^{-t/\tau}) \quad (3.3.29)$$

À $t = \tau$ on écrit:

$$\Omega'(t) = G_0 E_0 (1 - e^{-\tau/\tau}) \Rightarrow \Omega'(t) = G_0 E_0 (1 - e^{-1}) \quad (3.3.30)$$

Et finalement on arrive à confirmer que pour $t = \tau$ la sortie aboutit à 63% de Ω_0

$$\Omega'(t) = G_0 E_0 (1 - 0,367) = G_0 E_0 (0,632) = \Omega_0 (0,632) = 6,82 \cdot 0,632 = 4,29V \quad (3.3.31)$$

Pour déterminer cette constante τ on peut utiliser deux méthodes:

1. Méthode de la tangente à l'origine:

On dessine la droite de la tangente qui passe par l'origine et coupe la droite de régime permanent, puis on projette le point d'intersection des deux droites sur l'axe des temps, et la valeur qui lui correspond sur cet axe représente la constante de temps, dans notre cas elle vaut $\tau = 22,7\text{ms}$.

Cette méthode n'est pas précise.

2. Méthode par calcul numérique:

Ici on calcule la valeur numérique de la sortie à 63% de sa valeur finale: $\Omega(63\%) = \frac{\Omega_0 \cdot 63}{100}$ on trouve **4,29V** puis on revient à la courbe afin de trouver l'instant qui correspond à cette valeur on note pour notre cas $\tau = 23,6\text{ms}$.

- **Le temps de réponse:**

On définit t_r le temps de réponse comme étant le temps nécessaire pour que la sortie atteigne (**95% soit 6,47V**) de sa valeur finale (**6,82V**), compte tenu de cela on cherche la valeur de (t_r):

$$\Omega'(t) = E_0 \cdot G_0 (1 - e^{-t_r/\tau}) \quad (3.3.32)$$

À 95% de sa valeur finale on écrit :

$$\Omega'(t) = \Omega_0 (1 - e^{-t_r/\tau}) = \frac{\Omega_0 \cdot 95}{100} = 6,47 \Rightarrow \ln(e^{-t_r/\tau}) = \ln\left(\frac{6,82 - 6,47}{6,82}\right) \quad (3.3.33)$$

$$\Rightarrow -\left(\frac{t_r}{\tau}\right) = -2,99 \Rightarrow t_r = 2,99\tau \approx 3\tau = 70,9\text{ms} \quad (3.3.34)$$

- **La fonction de transfert finale du bloc MCC:**

Après avoir calculé tous les paramètres figurant dans l'expression de la fonction de transfert du bloc MCC qui sont :

- Le gain statique $G_0 = 0,682$
- La constante du temps $\tau = 23,6\text{ms}$ soit $23,6 \cdot 10^{-3}\text{s}$

On peut donc écrire $H'(p)$ complètement:

$$H'(p) = \frac{0,682}{1 + 23,6 \cdot 10^{-3}p} \quad (3.3.35)$$

- **Le moment d'inertie J:**

L'inertie J de la partie tournante est la somme des inerties du moteur, et de la génératrice.

On utilise les données et les relations suivantes pour calculer J :

On a comme données : $A_1 \cdot A_2 = 0.01$ $R_a = 1\Omega$ $f = 0$ et $G_0 = A_1 \cdot A_2 \cdot K_m = 0,682$
Et on utilise les relations suivantes:

$$K_m = K / (K^2 + R_a f) = \frac{1}{K} \quad (3.3.36)$$

$$T_{em} = \frac{R_a J}{K^2} \quad (3.3.37)$$

En remplace (36) dans (37) et on obtient:

$$J = \frac{T_{em}}{R_a K_m^2} \quad (3.3.38)$$

On a

$$G_0 = A_1 \cdot A_2 \cdot K_m \Rightarrow K_m = \frac{G_0}{A_1 \cdot A_2} = \frac{0,682}{0,01} = 68,2 \quad (3.3.39)$$

On remplace la valeur de K_m dans l'équation (3):

$$J = \frac{23,6 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 68,2^2} = 5,073 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (3.3.40)$$

V.5. Tableau qui résume tous les paramètres calculés du moteur à courant continu:

Les paramètres	Les valeurs numériques	Les Unités
La constante du temps T_{em}	$23,6 \cdot 10^{-3}$	Seconde
Le temps de réponse t_r	$70,9 \cdot 10^{-3}$	Seconde
Le gain statique G_0 de la fonction $H'(p)$	0,682	/
Le gain statique K_m de la fonction $H(p)$	68,2	/
Le moment d'inertie J	$5,073 \cdot 10^{-6}$	$\text{Kg} \cdot \text{m}^2$

Tableau: Les paramètres caractérisant le moteur à courant continu de laboratoire

VI. Commande de la vitesse du moteur:

On se propose maintenant de faire la synthèse d'un correcteur assurant le respect du cahier des charges suivant :

- 1- Erreur statique nulle.
- 2- Un dépassement de 10%.
- 3- Deux fois plus rapide.
- 4- Stable.

VI.1. Choix du régulateur:

Pour annuler l'erreur on a besoin d'introduire une intégration dans la chaîne de commande comme on a vu dans le premier chapitre dans "l'étude de l'erreur statique de position", concernant la rapidité on utilise l'action proportionnelle qui accélère la réponse des systèmes.

Donc on fait appel à un régulateur proportionnel-intégral (PI), de fonction de transfert suivante:

$$C(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_{np}} \right) \quad (3.3.41)$$

Pour assurer la boucle de retour, on utilise une génératrice tachymétrique qui délivre une tension proportionnelle à la vitesse de rotation de moteur, cette tension sera comparée à la tension de référence, dans le but d'évaluer l'écart entrée-sortie qu'on corrige à l'aide d'un régulateur PI.

On considère $A(p)=1$ et on pose notre référence égale à 5V pour s'éloigner de la saturation.

Le schéma de principe du système ainsi corrigé est donné en figure suivante:

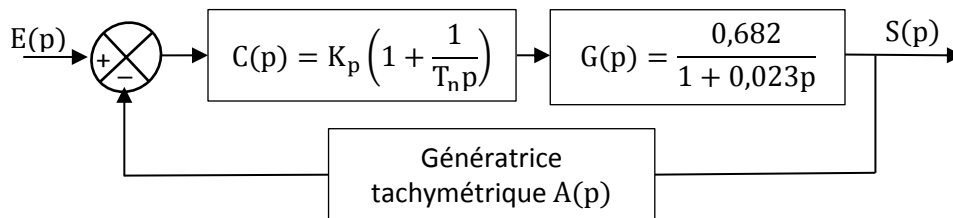


Figure.3.3.7. Boucle de régulation du moteur

La fonction de transfert en boucle fermée de l'ensemble régulateur, moteur à courant continu et génératrice tachymétrique s'écrit:

$$H(p) = \frac{K_p \left(1 + \frac{1}{T_n p}\right) \left(\frac{0,682}{1 + 0,023 p}\right)}{1 + K_p \left(1 + \frac{1}{T_n p}\right) \left(\frac{0,682}{1 + 0,023 p}\right)} = \frac{0,682 K_p (T_n p + 1)}{p^2 + \left(\frac{1 + 0,682 K_p}{0,023}\right) p + \frac{0,682 K_p}{0,023 T_n}} \quad (3.3.42)$$

Cette équation est de second ordre, elle donnera un comportement en boucle fermée possédant un zéro et deux pôles.

Nous avons ici à notre disposition deux coefficients de réglage qui nous permettront de fixer les pôles sans maîtriser le zéro, on utilise la méthode de placement de pôles:

En mettant la fonction de transfert sous un système de deuxième ordre exprimé avec sa pulsation propre ω_n et son facteur d'amortissement ζ :

$$H(p) = \frac{G_0 \omega_n^2}{p^2 + 2\zeta \omega_n p + \omega_n^2} \quad (3.3.43)$$

Par identification entre les deux relations on trouve:

$$\omega_n^2 = \frac{0,682 K_p}{0,023 T_n} \quad (3.3.44)$$

$$2\zeta \omega_n = \left(\frac{1 + 0,682 K_p}{0,023}\right) \quad (3.3.45)$$

- La pulsation propre ω_n va nous permettre de régler le temps de réponse.
- Le coefficient d'amortissement ζ va nous permettre de maîtriser le dépassement.

En résolvant les deux équations pour obtenir les coefficients de réglage K_p, T_n :

$$K_p = \frac{2\zeta \omega_n 0,023 - 1}{0,682} \quad (3.3.46)$$

$$T_n = \frac{2\zeta \omega_n 0,023 - 1}{0,023 \omega_n^2} \quad (3.3.47)$$

Ces deux coefficients s'expriment en fonction du gain statique et la constante de temps du moteur à cc et les coefficients des exigences souhaitées dans cette commande.

Avant de fixer les coefficients de réglage on doit vérifier une condition qu'on appelle (**condition d'existence de réglage**), puis ces deux coefficients doivent être positifs, il est impératif de vérifier cette relation:

$$\zeta \omega_n \geq \frac{1}{2\tau} \quad (3.3.48)$$

Pour notre cas:

$$\zeta\omega_n \geq 21,74 \quad (3.3.49)$$

On cherche maintenant la valeur de ζ qui nous donnera un dépassement de 10% en utilisant la formule (1.53) démontrée dans le premier chapitre:

$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\pi^2}{\ln^2(D/G_0E_0)}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\pi^2}{\ln^2(0,5/5)}}} = 0,59 \quad (3.3.50)$$

On calcule encore ω_n qui nous donnera un temps de réponse deux fois plus rapide on utilise la formule suivante:

$$t_r \approx \frac{3}{\zeta\omega_n} \Rightarrow \omega_n = \frac{3}{0,0354 \cdot 0,59} = 143,67 \text{ rad/s} \quad (3.3.51)$$

Après avoir calculé le coefficient d'amortissement et la pulsation propre on vérifie la condition d'existence de réglage:

$$\zeta\omega_n = 0,59 \cdot 143,67 = 84,76 > 21,74 \quad (3.3.52)$$

La condition est donc vérifiée, on cherche maintenant les coefficients de régulateur qui nous permet de réaliser un système de deuxième ordre qui va satisfaire les conditions de cahier des charges posé au-dessus:

$$K_p = \frac{2 \cdot 0,59 \cdot 143,67 \cdot 0,023 - 1}{0,682} = 4,25 \quad (3.3.53)$$

$$T_n = \frac{2 \cdot 0,59 \cdot 147,42 \cdot 0,023 - 1}{0,023 \cdot 143,67^2} = 6,08 \text{ms} \quad (3.3.54)$$

La fonction globale de la boucle fermée s'écrit finalement:

$$H(p) = \frac{2,89(6^{-3}p + 1)}{p^2 + (173,95)p + 147,42^2} \quad (3.3.55)$$

Cette fonction de transfert représente tout le comportement de la boucle fermée, cette dernière se réduit à un schéma bloc suivant:

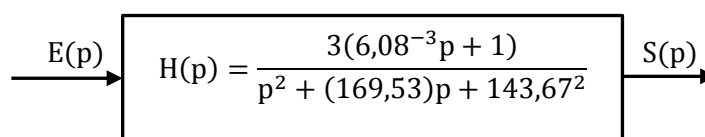


Figure.3.3.8. Schéma bloc de la boucle fermée du moteur contrôlé par un PI

On se sert de logiciel matlab pour simuler cette fonction et se renseigner sur la robustesse de sa stabilité:

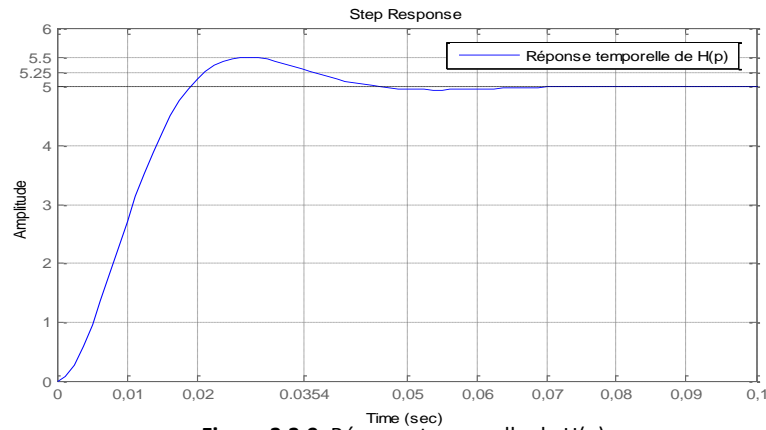


Figure.3.3.9. Réponse temporelle de H(p)

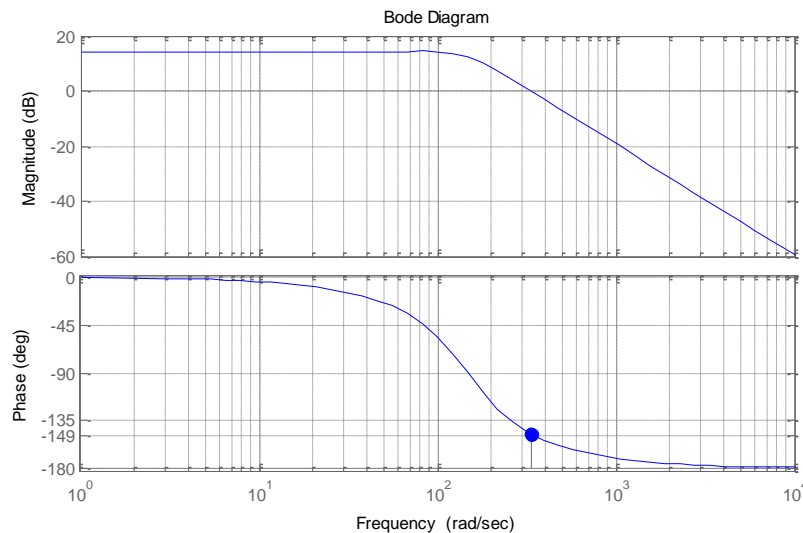


Figure.3.3.10. Diagramme de bode de la réponse fréquentielle de H(p)

La réponse temporelle montre que le comportement de la fonction de transfert trouvée $H(p)$ répond aux exigences de cahier des charge avec un dépassement de 0,5V qui correspond à 10% de la consigne, et un temps de réponse de $35,4 \cdot 10^{-3} \text{s}$ soit 1/2 de temps de réponse du moteur.

La marge de phase indiquée dans la réponse fréquentielle est de $M\varphi = 31^\circ$, en terme de robustesse on peut dire que le système s'est approché à l'instabilité, ce qui le rend sensible aux perturbations qui viennent du changement brusque de consigne ou des parasites de signal délivré par la génératrice tachymétrique.

VI.2. Réalisation et validation expérimentale:

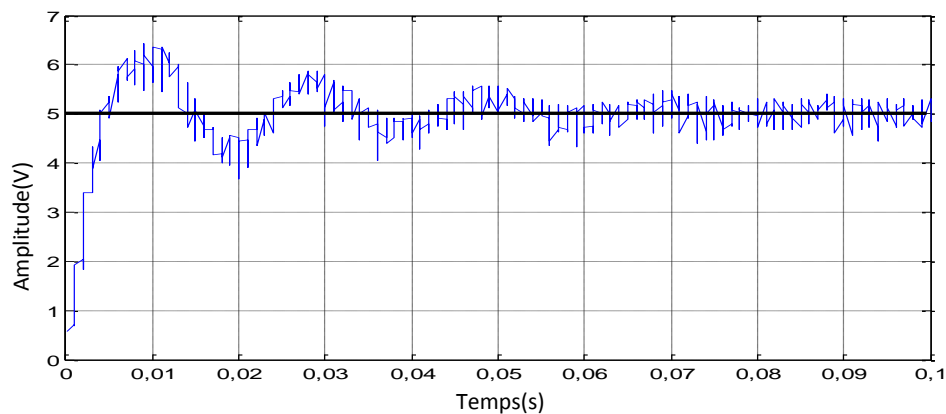


Figure.3.3.11. La réponse du moteur à cc avec le régulateur PI en boucle

On constate que les exigences de cahier des charges ne sont pas vraiment satisfaites avec la réponse expérimentale obtenue, d'après ce qu'on voit sur la figure() le dépassement de plus de 10% de la consigne, et un régime transitoire plus lent nous confirment que le modèle avec lequel on a identifié le moteur à cc ne décrit pas exactement le vrai comportement de ce système.

VII. Conclusion:

Les moteurs à courant continu en général constituent des systèmes modélisables, qui offrent la possibilité de prédire leurs réponses exactes à des excitations quelconques, mais pour notre cas on a pris le chemin inverse, en essayant de modéliser le moteur à courant continu de laboratoire par la voie d'observation de sa réponse en boucle ouverte qui a donné une allure très proche de celle de premier ordre alors on s'est suffi de l'identifier par un modèle de premier ordre qui nous a aidé à déduire facilement les paramètres de ce moteur, cependant si on veut éliminer la différence qui existe entre nos calculs et les performances obtenues par l'expérience de la régulation il faut bien modéliser le système en boucle ouverte pour bien pouvoir le maîtriser en boucle fermée, enfin ce que on tire est que le moteur à courant continu de laboratoire est en réalité un système de deuxième ordre à fort amortissement avec $\zeta \geq 1$ donc pour un bon asservissement il faut le modéliser par une fonction de transfert d'ordre deux tenant compte de deux constantes de temps, la constante électrique et la constante électromécanique.

PARTIE N°4

LE SYSTEME HYDRAULIQUE

I. Introduction:

Il existe de nombreuses techniques qui se basent sur l'eau dans le fonctionnement des systèmes, dans la plupart de ces cas l'eau est contrôlée par son débit ou son niveau.

Dans le laboratoire on dépose d'un système hydraulique simple qu'on va étudier et voir le type de réponse qu'il donne, et on va essayer de corriger les éventuelles maques qu'il contient.

II. Description de système hydraulique de laboratoire:

Le système hydraulique de laboratoire sur lequel on va faire notre étude se compose des éléments suivants:

- Un réservoir, fixé sur l'interface de la maquette à une hauteur donnée, il est gradué de l'extérieur, et à l'intérieur contient deux tubes, un pour assurer l'arrivée de l'eau et l'autre le retour de l'eau. c'est sur ce réservoir que se déroulent les expériences.
- Un bac sous forme d'une bouteille situé à l'arrière de l'interface il contient l'eau utilisée dans ce système.
- Un tube de longueur 45,5cm qui conduit l'eau du bac vers le réservoir.
- Une pompe réalisé par un moteur à cc dont le rôle est d'aspire l'eau du bac et le pomper vers le réservoir.
- Un capteur de pression sensible au changement de niveau d'eau dans le réservoir.

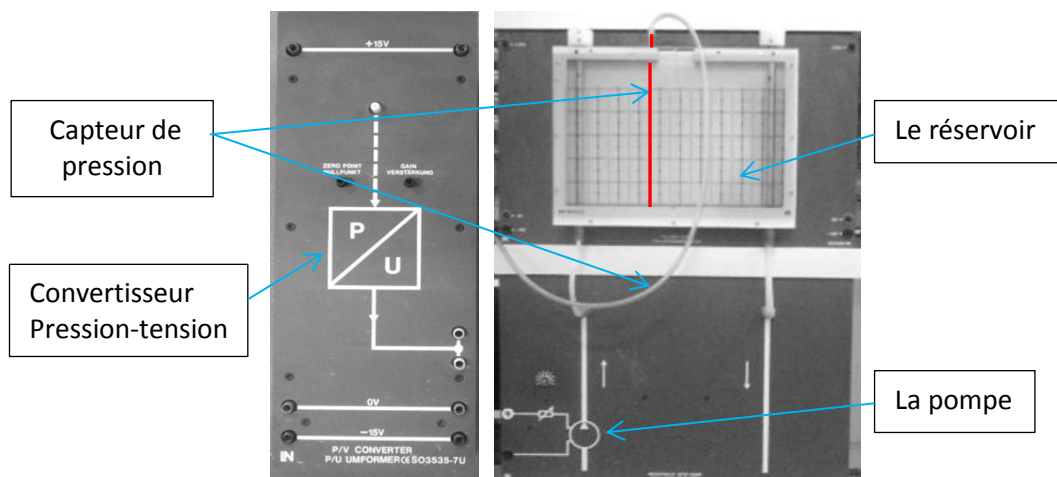


Figure.3.4.1. Le bloc de système hydraulique

III. Les systèmes intégrateurs:

C'est un cas particulier de système du premier ordre. Il est régi par l'équation différentielle suivante:

$$\frac{ds}{dt} = G_0 e(t) \quad (3.4.1)$$

La résolution de cette équation montre que la sortie est l'intégrale de l'entrée:

$$s(t) = G_0 \int_0^t e(t) dt + s_0 \quad (3.4.2)$$

Si les conditions initiales sont nulles, sa transformée de Laplace s'écrit:

$$S(p) = \frac{E_0 G_0}{p^2} \quad (3.4.3)$$

La fonction de transfert de ce système intégrateur est:

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{G_0}{p} \quad (3.4.4)$$

La réponse à un échelon est une rampe. Le régime permanent tend vers l'infini. C'est la confirmation de l'instabilité.

IV. Le schéma fonctionnel de système hydraulique:

Avant de pouvoir dessiner le schéma de l'ensemble qui constitue le système, on explique d'abord les étapes de fonctionnement de la chaîne de cet ensemble, donc on commence par le signal d'entrée qui excite directement la pompe, on rappelle que la pompe est à base d'un moteur à courant continu sa réponse et un modèle de premier ordre, et par son tour va excité le réservoir avec le débit qui produit, donc on peut conclure que le signal d'entrée excite la pompe et la pompe excite le réservoir, tout ça on peut le représenter sous forme d'un système de premier ordre suivi d'un intégrateur.

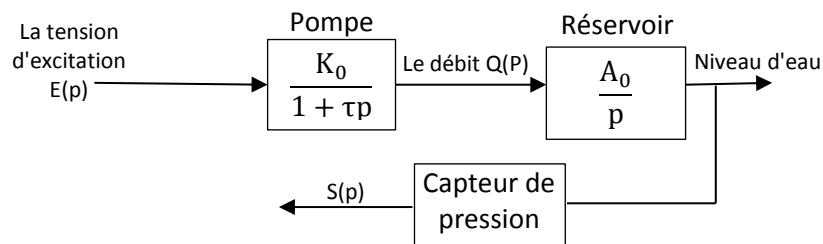


Figure.3.4.2. La boucle ouverte de système hydraulique

Pour la fonction du capteur de pression on la représente par un gain B_0

La fonction de transfert en boucle ouverte de tout le système est :

$$G(p) = \frac{G_0}{p(1 + \tau p)} \quad (3.4.5)$$

Avec: $G_0 = K_0 A_0 B_0$

K_0 : Gain de la pompe.

A_0 : Gain de réservoir qui dépend des dimensions de ce réservoir.

On considère que la constante de temps de la pompe est très petite donc le débit va atteindre son régime permanent rapidement, avant que l'eau commence à s'écouler dans le réservoir, donc le temps de régime transitoire de la pompe est inclus dans retard pur, ce qui permet de négliger le terme τp qui représente le régime transitoire de la pompe dans la fonction $G(p)$, et le remplacer dans le terme qui représente le retard pur et on écrit nouvellement cette fonction de transfert:

$$G(p) = \frac{G_0}{p} e^{-(\tau+T)p} \quad (3.4.6)$$

Avec :

τ : Constante de temps de la pompe.

T : Le retard pur dû à la tuyauterie.

Dans ce qui suit, on pose $t_d = \tau + T$ le retard pur global qui infecte ce système.

V. La réponse temporelle de système hydraulique en boucle ouverte:

Un signal d'échelon d'amplitude $E_0=10V$ nous a permis de relever la courbe suivante qui décrit le fonctionnement globale de système hydraulique de laboratoire:

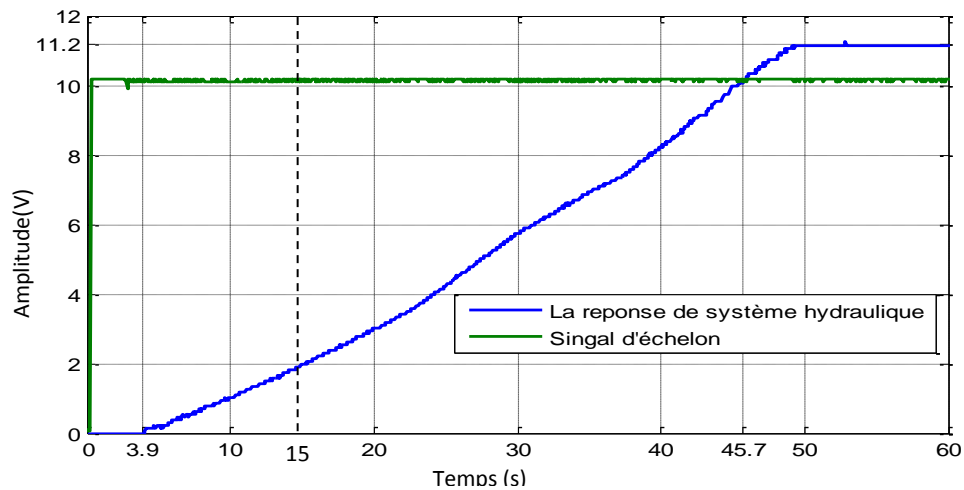


Figure.3.4.3. Réponse indicielle de système hydraulique de laboratoire

Cette courbe interprète le comportement physique de système hydraulique de laboratoire, on peut la diviser en quatre étapes principales:

- 1^{ère} étape : commence par l'instant $t=0s$ à l'instant $t=3,9s$, cet intervalle représente le retard pur qu'est le temps pris par le régime transitoire de démarrage de la pompe plus le temps pris par l'eau pour traverser la tuyauterie de longueur (40,5cm) qui lie le bac avec le réservoir.
- 2^{ème} étape: c'est l'étape qui nous intéresse dans cette étude, commence de $t=3,9s$ jusqu'à l'instant $t=45,7s$ où l'erreur s'annule (grandeur d'entrée = grandeur de sortie), cette partie représente l'évolution de niveau d'eau dans le réservoir à travers le temps, elle est de la forme d'une rampe, sa pente dépend de débit d'eau injecté dans le réservoir par la pompe.
- 3^{ème} étape: c'est la continuité toujours de l'évolution de niveau d'eau mais elle est considérée comme un dépassement par rapport à la grandeur d'entrée.
- 4^{ème} étape: c'est la dernière partie de la réponse apparait sous forme d'une droite de pente 0 , elle s'explique par la stabilité de niveau d'eau dans le réservoir, cette stabilité est due à l'existence d'un trou situé sur la partie haute de tube qui assure le retour d'eau vers le bac, il est met dans cette place pour empêcher l'eau de se déborder.

VI. Identification des paramètres de système:

En s'appuyant sur la courbe de la réponse en figure.(3.4.3) pour calculer les paramètres caractérisant la réponse de système:

VI.1 Calcul de gain statique G_0 de système: ici le gain de système égale à la pente de la courbe sur la valeur d'échelon:

On calcule d'abord la pente:

$$a = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{10}{45,7 - 3,9} = 0,23 \quad (3.4.7)$$

On sait que la réponse de ce système à un échelon d'entrée s'écrit:

$$s(p) = \frac{E_0 G_0}{p^2} = \frac{a}{p^2} \quad (3.4.8)$$

De cela on déduit le gain statique de système:

$$G_0 = \frac{a}{E_0} = \frac{0,23}{10} = 0,023 \quad (3.4.9)$$

VI.2 Calcul de débit d'eau Q : pour calculer ce débit il faut mesurer le volume intérieur de réservoir:

- La longueur intérieure $L_i = 23,5\text{cm} = 0,235\text{m}$
- La hauteur intérieure $H_i = 17,5\text{cm} = 0,175\text{m}$
- La largeur intérieure $l_i = 1,5\text{ cm} = 0,015\text{m}$
- Le volume intérieur $V_i = L_i H_i l_i = 616,87\text{cm}^3 = 6,1687 * 10^{-4}\text{m}^3$ (3.4.10)

Donc le débit égale :

$$Q = \frac{V_i * 10^3}{\Delta t} = \frac{6,16 * 10^{-1}}{45,7 - 3,9} = 0,0147 \text{ Litre/seconde} \quad (3.4.11)$$

VI.3 La relation qui lie le débit Q et le gain statique G₀:

maintenant on cherche à lier le débit d'eau avec le gain statique par une relation algébrique, pour en faire on utilise les relations suivantes:

$$\begin{cases} G_0 = \frac{a}{E_0} & (3.4.12) \\ a = \frac{E_0}{\Delta t} & (3.4.13) \\ Q = \frac{V_i}{\Delta t} & (3.4.14) \end{cases}$$

Ces trois relations nous ont suffi de trouver la relation liant G₀ à Q:

$$G_0 = \frac{Q}{V_i * 10^3} = \frac{0,0147}{6,16 * 10^{-1}} = 0,023 \quad (3.4.15)$$

On constate que le gain statique augmente avec l'augmentation de débit où la diminution dans le volume intérieur de réservoir.

VI.4 La fonction de transfert de système:

La fonction de transfert qui régit le système est donnée par l'équation au-dessous, sachant que les paramètres de cette fonction pourront être changée en changeant le débit d'eau.

$$G(p) = \frac{0,023}{p} e^{-3,9p} \quad (3.4.16)$$

Donc le système hydraulique de laboratoire est un intégrateur infecté par un retard pur.

VII. La réponse de système hydraulique en boucle fermée:

Voici la courbe obtenu par l'expérience en boucle fermée quand l'entrée de référence est de 10V:

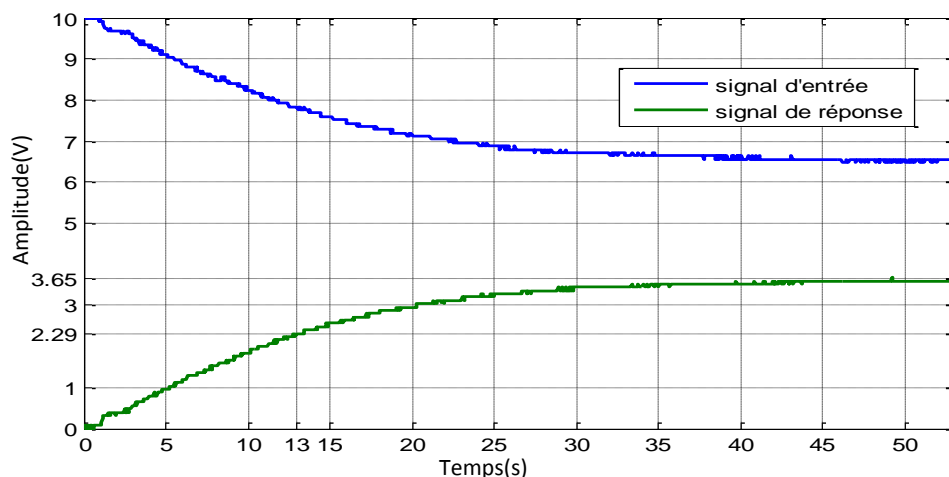


Figure.3.4.4. Réponse en boucle fermée de système hydraulique

La réponse d'un système intégrateur en boucle fermée à retour unitaire a l'allure d'un modèle de premier ordre qui ne contient pas d'erreur comme le montre cette fonction:

$$H(p) = \frac{\frac{G_0}{P}}{1 + \frac{G_0}{P}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{G_0}p} \quad (3.4.17)$$

Mais dans notre cas le retour n'est pas unitaire, en effet le gain du capteur influence sur la précision de la boucle fermée, alors en vrai on a la fonction de transfert en boucle fermée suivante:

$$H(p) = \frac{\frac{G_0}{P}}{1 + \frac{B_0 G_0}{P}} = \frac{1/B_0}{1 + \frac{1}{B_0 G_0}p} \quad (3.4.18)$$

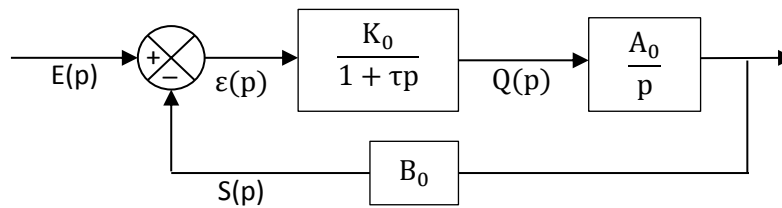


Figure.3.4.5. La boucle fermée de système hydraulique

D'après la courbe on déduit le gain du capteur de pression:

$$\frac{1}{B_0} = 0,365 \Rightarrow B_0 = \frac{1}{0,365} = 2,73 \quad (3.4.19)$$

Si on ajuste le gain du capteur sur 1 on obtient la réponse suivante:

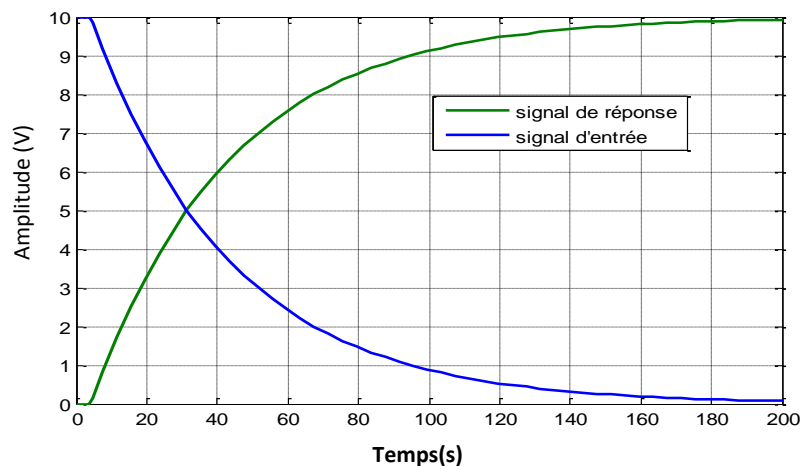


Figure.3.3.5 la réponse du système quand le gain du capteur est unitaire

Donc on constate que pour un gain unitaire le système répond sans erreur.

VIII. Conclusion:

Le système hydraulique de laboratoire est constitué d'un ensemble de pompe, réservoir et un capteur de niveau et que chaque 'un' d'eux est caractérisé par une fonction de transfert qui influence sur le comportement globale de système soit en boucle ouverte ou en boucle fermée. La réponse de ce système en boucle ouverte est une rampe cependant en boucle fermée la réponse n'est pas précise comme attendu théoriquement en effet l'erreur est due au gain de la chaîne de retour, donc pour éliminer cette erreur on doit juste ajuster le gain du capteur de pression, concernant la rapidité un gain proportionnel suffit pour accélérer la réponse.

Conclusion générale

Le travail effectué au cours de ce projet, avec toutes les manipulations réalisées dans le laboratoire d'asservissement aborde les concepts de base et des techniques d'asservissement. Vue la différence qui existe entre les systèmes de laboratoire soit en terme de leurs structure physique ou en terme de leurs comportement ce qui nous a aidé encore pour appliquer le maximum de la théorie citée dans les trois chapitres de ce projet.

L'étude pratique de l'influence des actions PID sur un système de premier ordre est une confirmation sur la théorie de régulateur PID abordée dans le deuxième chapitre, et cela s'est appuyé sur les équations démontrées dans le premier chapitre.

Le système thermique avec l'allure de sa réponse qui se diffère de celle de premier ordre nous a appris à appliquer la méthode de broïda pour l'approcher vers un modèle d'ordre 1 dans le but de déduire les valeurs de ses principaux paramètres, et nous avons étudié l'influence du retard pur qui infecte cette réponse sur la stabilité en utilisant le plan de black, de plus la lenteur de cette réponse nous a permis de la contrôler par un régulateur tout ou rien qui en effet utilisé pour les systèmes lents, et voire en même temps l'influence d'hystérésis de ce régulateur sur l'amplitude et la période des oscillations de la température autour de la consigne. Et d'autres applications qui nous ont servi dans l'étude du moteur à courant continu, la méthode d'identification temporelle en boucle ouverte avec toutes ses étapes qui consistent à déterminer les caractéristiques de la réponse (Gain statique, la constante de temps, le temps de réponse la valeur finale...etc.), comme nous avons utilisé la méthode de placement des pôles dans la partie régulation pour calculer les deux coefficients de régulateurs proportionnel-intégral (PI) choisis selon les exigences de cahier des charges, ensuite nous avons vérifié la robustesse de cette commande sur le diagramme de bode. Et finalement nous avons rencontré un autre type de système qui est le système hydraulique avec sa réponse d'intégrateur qui demande une procédure différente pour l'identifier en boucle ouverte et en boucle fermée.

Enfin s'il y a une seule chose à retenir dans la tête sur les méthodes et les techniques d'asservissement c'est assurément celle permettant l'analyse et la compréhension du fonctionnement réel des systèmes.

BIBLIOGRAPHIE

Les livres :

- [Claude-Yves VIBET]/ Systèmes asservis linéaires continu/1987
- [Francis MILSANT]/ Machines à courant continu, asservissement linéaires/1984
- [Rachid IKNI, Lahcène BENBAOUCHE]/ Asservissement linéaires continus/1993
- [Boillot Elisabeth] /Asservissement et régulation continu/2000
- [Gille jeancharle]/ Théorie et calcul des asservissements linéaires/1992
- [Guyenot Pierre]/ Régulation et asservissement/1990
- [Guillo Macel]/ Commande et asservissement hydraulique/1992
- [Carfort,F De Folard, C.Perret,Robert]/ Asservissement linéaires continu/1976
- [Foulard,Claude Flaus,jean-Marie Jacomino,mireille]/ Automatique pour les classes préparatoires/1997