

**République Algérienne Démocratique et Populaire**  
**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**  
**Université Mouloud MAMMERRI, Tizi-Ouzou**



**Faculté de Génie Electrique et d'Informatique**  
**Département d'Automatique**

**Mémoire de Fin d'Etudes**

En vue de l'obtention du diplôme

*Master Académique en Automatique*  
*Option : Commande des systèmes*

***Thème***

**Modélisation hybride d'un convertisseur  
multicellulaire série en fonctionnement hacheur**

Proposé et dirigé par M<sup>me</sup> : F.Louadj

M<sup>r</sup>: BOUDEDJA Aghilas  
M<sup>r</sup> : OULD DRIS Rédha

*Promotion 2013*

# Sommaire

---

<b>Introduction générale.....</b>	<b>1</b>
-----------------------------------	----------

## Chapitre I

### Partie 1 : Introduction à la théorie des systèmes dynamiques hybrides

---

<b>I.1.1) Introduction :.....</b>	<b>4</b>
<b>I.1.2) Les différents types de systèmes .....</b>	<b>5</b>
<b>I.1.2.1) Les systèmes dynamiques continus .....</b>	<b>5</b>
<b>I.1.2.2) Les systèmes échantillonnés .....</b>	<b>8</b>
<b>I.1.2.3) Les systèmes dynamiques discrets .....</b>	<b>8</b>
<b>I.1.2.4) Les systèmes dynamiques à événements discrets .....</b>	<b>9</b>
<b>I.1.2.5) Les systèmes dynamiques hybrides .....</b>	<b>10</b>
<b>I.1.2.5.1) Définition .....</b>	<b>10</b>
<b>I.1.2.5.2) Le phénomène hybride .....</b>	<b>16</b>
<b>I.1.2.5.3) Les actions des phénomènes hybrides .....</b>	<b>16</b>
<b>I.1.2.5.4) Déclanchement des phénomènes hybrides .....</b>	<b>17</b>
<b>I.1.2.5.5) Classification des phénomènes hybrides .....</b>	<b>18</b>
<b>1. Commutation autonome .....</b>	<b>18</b>
<b>2. Saut autonome .....</b>	<b>18</b>
<b>3. Commutation contrôlée .....</b>	<b>19</b>
<b>4. Saut contrôlé .....</b>	<b>19</b>
<b>I.1.2.5.6) Quelques Classes particulières de systèmes dynamiques hybrides .....</b>	<b>20</b>
<b>A) Les systèmes linéaires à saut .....</b>	<b>20</b>
<b>B) Systèmes affines par morceaux .....</b>	<b>21</b>
<b>C) Systèmes à modèle mixte dynamique et logique ou (MLD ou Mixed Logical Dynamical systems) .....</b>	<b>22</b>
<b>D) Systèmes physiques à topologie variable.....</b>	<b>23</b>

## Partie II : Modélisation des systèmes S.D.H

---

I.2.1) Introduction.....	24
I.2.2) Approches de modélisation continue.....	24
I.2.3) Approches de modélisation événementielle .....	25
I.2.4) Approches de modélisation mixte : .....	26
I.2.5) La modélisation par automates hybrides .....	26
I.2.6) La modélisation par Statecharts.....	29
I.2.7) La modélisation par les réseaux de Petri mixtes : .....	30
1) Les réseaux de Petri.....	30
2) La modélisation par les réseaux de Pétri discret: .....	32
2.1) Les concepts de base.....	32
3) La modélisation par les réseaux de Petri continus .....	36
4) La modélisation par les réseaux de Petri hybrides (mixtes) .....	37
I.2.7) Modélisation par le formalisme de bond graphe : .....	38
1) Le modèle unifié de Branicky : .....	38
I.2.8) Le Modèle de Witsenhausen : .....	38
I.2.9) Le Modèle de Tavernini .....	38
I.2.10) Le Modèle de Back-Guckenheimer-Myer .....	38
I.3.11) Conclusion.....	39

### Chapitre : II

#### Etude des convertisseurs multicellulaires série en fonctionnement hacheur

---

II.1) Introduction : .....	40
II.2) Notions de base en électronique de puissance : .....	40

II.2.1) Les sources statiques et dynamiques :.....	40
II.2.2) Les interrupteurs : .....	41
II.2.2.1) Nombre de segments, régime statique et dynamique .....	41
II.2.2.2) Caractéristique statique des interrupteurs .....	43
II.2.2.3) Le thyristor .....	43
II.2.2.4) La diode.....	43
II.2.3) Règles d'interconnexion des sources .....	44
II.3) Cellule de commutation élémentaire .....	44
II.3.1) Etude de la cellule élémentaire de commutation .....	44
II.3.2) Modélisation d'une cellule élémentaire de commutation.....	46
II.3.2.1) Modèle exact de la cellule de commutation .....	46
II.3.2.2) Modèle moyen de la cellule de commutation .....	47
II.3.2.3) Modèle harmonique de la cellule de commutation .....	49
II.3.2.4) Conclusion .....	49
II.4) Convertisseurs multi-niveaux.....	50
II.4.1) Association de cellules de commutation.....	50
II.5) Analyse topologique des convertisseurs multicellulaire série .....	51
II.5.1) Principe de fonctionnement .....	52
II.5.2) Fonctionnement en hacheur .....	54
II.5.2.1) Modèle exact ou instantané .....	54
II.5.2.2) Analyse des formes d'onde .....	56
II.5.2.3) Modèle aux valeurs moyennes.....	59
II.5.2.4) Modèle harmonique .....	59
II.6) Evolution de la tension aux bornes des condensateurs flottants .....	59
II.6.1) La dynamique de la tension des condensateurs flottants.....	60
II.6.2) Equilibrage des condensateurs.....	61
II.6.2.1) Equilibrage sans circuit auxiliaire des condensateurs .....	61
II.6.2.2) Equilibrage avec circuit auxiliaire .....	62
II.7) Fonctionnement onduleur .....	63

II.8) Conclusion .....	64
------------------------	----

## Chapitre : III

### Modélisation et simulation d'un convertisseur multicellulaire série

---

III.1) Introduction.....	65
III.2) Modélisation des convertisseurs multicellulaires séries.....	65
III.3) Convertisseur à deux cellules.....	66
III.4) Modélisation du convertisseur multicellulaire (a deux cellules) par automate hybride.....	67
III.5) Schéma de l'automate hybride d'un convertisseur multicellulaire à deux cellule.....	73
III.6) Simulation du convertisseur à deux cellules.....	74
III.6.1) Schémas de simulation sous Simulink-stat flow.....	74
III.7) conclusion.....	78

### Bibliographie

La modélisation des systèmes dynamiques hybrides est un thème abordé par plusieurs communautés scientifiques pluridisciplinaires, mais les automaticiens restent néanmoins la communauté qui s'intéresse le plus à ces systèmes si particuliers. Historiquement, les systèmes physiques ont été décrits par modèle continu ou bien par modèle à événements discrets. Or les systèmes complexes sont souvent de nature hétérogène et ne peuvent être considérés comme continu ou discret. Ce type de système est présent dans la vie quotidienne, on peut citer : le contrôle du trafic, les systèmes ferroviaires, le pilotage automatique des avions, etc. Dans le cadre de l'élaboration d'une approche hybride à la modélisation de ces systèmes, les théoriciens des systèmes dynamiques continus (respectivement discrets) se sont vus en étroite collaboration depuis les débuts des années quatre vingt, dans le but de permettre une représentation plus homogène de ces deux types de systèmes.

La modélisation qu'elle soit continue, discrète ou hybride est une phase très importante dans l'étude des systèmes physiques, dans chambart[18], les approches de modélisation des systèmes dynamiques hybrides sont classées en trois principales classes : l'approche discrète, consistant à approximer les dynamiques continues de façon à se ramener à un système à événements discrets ; l'approche continue, consistant à approximer les dynamiques discrètes par des systèmes continus afin d'utiliser la théorie des systèmes continus, et enfin la troisième approche est celle, qui considère à la fois les comportements continus et discrets dans une même structure. L'approche de modélisation à laquelle nous nous sommes intéressés dans le cadre de notre travail, fait partie de cette catégorie de modèle.

Les travaux de Ms Branicky[7], Tevernini[58], Antsaklis[1][57][56]...etc ont montré un nombre conséquent d'approches à la modélisation des systèmes dynamiques hybrides (SDH), parmi celles-ci nous pouvons notamment citer la modélisation par automates hybrides[28], réseaux de Petri mixtes[32],[33],[36],...etc. le champ d'application de ces méthodes s'est vu en pleine expansion notamment dans le domaine de l'électronique de puissance.

En effet, Les dernières années ont été marquées par une explosive avancée technologique dans le domaine de l'électronique de puissance, cette dernière étant une discipline majeure du génie électrique. Elle est actuellement très utilisée dans l'industrie vu son très vaste champ d'application comme les alimentations de puissance régulées et le contrôle des machines électriques, pour ne citer que le principal. Cette apogée est en premier lieu due aux grands progrès qu'ont connus les semi conducteurs de puissance depuis les années cinquante avec l'apparition des premiers composants semi-conducteurs, mais aussi par la suite les interrupteurs de puissance employés dans les structures de convertisseurs capables de

commuter de plus en plus rapidement, et de tenir des tensions à l'état bloqué et des courants à l'état passant de plus en plus élevés. D'autre part de nouvelles structures de convertisseurs sont apparues. Certaines d'entre elles favorisent des fréquences de commutation élevées (convertisseurs à commutation douce, ou dotés de circuits d'aide à la commutation). D'autres sont plutôt destinés à transférer des niveaux des puissances importantes (structures multi-niveaux, multicellulaires, et multicellulaires étagées ...).

Par ailleurs, et afin de répondre aux besoins grandissants de l'industrie, les puissances commutées par les convertisseurs statiques sont de plus en plus élevées, cette augmentation est obtenue par une augmentation et/ou de la tension commutée. Bien que l'augmentation de la tension soit souvent privilégiée, afin d'améliorer le rendement de l'installation, elle reste cependant difficilement maîtrisable à l'échelle des semi-conducteurs, et souvent conduit à une dégradation de leur performances dynamiques et statiques.

Les convertisseurs multicellulaires séries voient le jour au début des années 90, leur apparition apporte des solutions par la mise en série (imbrication) de cellules de commutation élémentaires. Cette topologie permet d'assurer la répartition des contraintes en tensions sur les différents composants semi-conducteurs basse tension connectés en série. Elle permet aussi d'améliorer les formes d'ondes en sortie et notamment le contenu harmonique, par un déphasage adéquat des ordres de commande, la structure multicellulaire nécessite l'utilisation des capacités flottantes dont les tensions aux bornes doivent être maîtrisées et maintenues à des niveaux bien définis afin de ne pas perdre ces avantages.

L'objectif de notre travail est d'une part, la modélisation d'un convertisseur multicellulaire à deux cellules de commutation par l'approche des automates hybrides, et d'autre part la simulation du comportement de ce dernier. Pour ce faire notre travail sera donc réparti comme suit :

## **Chapitre I :**

Nous allons dans la première partie de ce chapitre, présenter les différents types de systèmes dynamiques existants en nous attardant sur les systèmes dynamiques hybrides. Nous allons donc dans un premier temps nous introduire à la théorie des systèmes dynamiques hybrides pour ensuite entamer la modélisation de ces derniers dans la deuxième partie de ce chapitre, en donnant quelques exemples sur certaines différentes approches de modélisation.

## **Chapitre II :**

Nous allons dans ce chapitre, tenter de mieux comprendre le fonctionnement des convertisseurs multicellulaire série, en donnant dans un premier temps quelques notions fondamentales en électronique de puissance. Pour ensuite entamer l'étude de ce type de convertisseur en fonctionnement hacheur.

## **Chapitre III**

Dans ce troisième chapitre, suite à l'étude des convertisseurs multicellulaires série, nous allons modéliser ce convertisseur en nous limitons a deux cellules de commutation, pour ensuite donner une simulation du comportement de ce dernier grâce au logiciel MATLAB Simulink-State flow

Nous allons par la suite passer à la conclusion générale, qui sera le point de notre travail, et qui nous permettra d'appuyer nos résultats théoriques par la pratique, car comme nous l'enseigne Mao Tsé-tong Le fondement de la théorie c'est bien la pratique.

## Partie 1

### Introduction à la théorie des systèmes dynamiques hybrides

#### **I.1.1 Introduction :**

Dans ce chapitre, nous allons présenter les notions fondamentales à la compréhension des systèmes dynamiques hybrides dit (S.D.H), ainsi que les différentes méthodes appliquées à la modélisation de ces derniers.

Généralement, le terme « hybride » est employé lorsqu'un système ou un phénomène est constitué de deux composantes de natures différentes. En d'autres termes les systèmes dynamiques hybrides sont des systèmes caractérisés par des variables dynamiques discrètes et continues inter-agissantes, les systèmes dynamiques hybrides étant donc des systèmes composés de sous systèmes continues et discrets, il est alors important de bien comprendre la dynamique de ces sous-systèmes indépendamment l'un de l'autre afin d'entamer l'étude des S.D.H.

Lorsqu'on parle de la nature d'un système, on fait référence à la nature ou bien le type de variables composants le modèle de ce système, sachant que généralement lorsqu'on construit le modèle mathématique d'un système, on a l'habitude de classer les différentes variables en deux grandes classes :

- ∅ Les variables continues qui sont des variables qui prennent leurs valeurs sur le domaine des nombres réels  $\mathbb{R}$ .
- ∅ Les variables discrètes qui sont des variables qui prennent leurs valeurs sur un domaine dénombrable comme l'ensemble des entiers naturels  $\mathbb{N}$  ou bien sur des ensembles dont le nombre d'éléments est fini.

A partir de ce classement, les systèmes dynamiques peuvent être rangés dans divers catégories selon les modèles mathématiques qui sont utilisés pour les représenter.

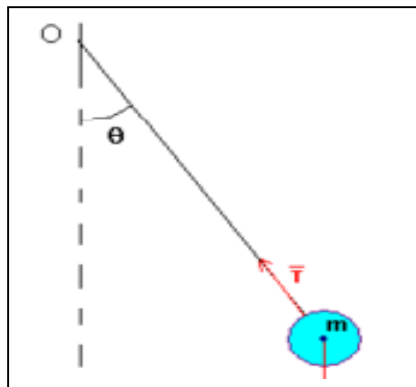
Nous allons rapidement passer en revue ces différentes catégories.

## I.1.2 Les différents types de systèmes :

### I.1.2.1 Les systèmes dynamiques continus :

On dit qu'un système dynamique est continu si l'information circule dans ce dernier de manière continue » c'est-à-dire que toutes les grandeurs qui caractérisent ce système sont de natures continues et toutes les informations véhiculées par ces grandeurs sont connues à chaque instant «  $t$  » donné. Lorsque le temps est représenté par une variable continue, on dit qu'il s'agit alors d'un « temps dense » et l'étude du comportement de ce type de système est généralement entièrement faite par des équations différentielles ;

**Exemple :** le pendule simple



**Figure (1.1): Pendule simple**

**Remarque :**

- Ø Dans le modèle présenté les forces de frottement sont négligées.
- Ø Puisque la tension de la tige est à tout instant perpendiculaire au mouvement circulaire de  $G$ , cette force exerce donc un travail nul.
- Ø le poids est une force conservative et toute autre force est négligée, l'énergie mécanique du système est conservée. Dire que cette quantité est conservée au cours du mouvement, c'est dire que sa valeur est constante au cours du temps.
- Ø Le système ainsi étudié n'est pas soumis à un couple de commande (force extérieure)

Avec  $l$  : longueur du file.

$\theta$  : Angle entre la verticale et la tige.

$m$  : Masse de du point matériel.

$g$  : Gravité.

$T$  : force de tension de la tige.

### Energie mécanique du pendule :

La somme de l'énergie cinétique du pendule et de son énergie potentielle de pesanteur, mesurée à partir du point le plus bas vaut :

$$E = E_c + E_p = \text{const} \quad (1.1)$$

$$E = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 + mlg(1 - \cos \theta) = \text{const} \quad (1.2)$$

$$\frac{dE}{dt} = 0 \quad (1.3)$$

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0 \quad (1.4)$$

L'équation (1.4) est une équation différentielle du second ordre non linéaire. C'est l'équation qui régit le mouvement du pendule simple

$\ddot{\theta} = \frac{d^2 \theta(t)}{dt^2} \Rightarrow$  l'entrée(s) et la sortie(s) du système sont connues quelque soit  $\langle t \rangle$

Ce qui nous permet de dire que le système est un système continu.

Bien que l'étude des systèmes continus peut être entièrement faite par les équations différentielles celle-ci peuvent dans de nombreux cas être très complexes à la résolution, ceci est surtout valable pour les systèmes physiques réels.

En effet, l'ordre des équations différentielles des systèmes réels est généralement élevé ce qui fait de l'analyse de ces systèmes une tâche relativement ardue, et en vue de simplification et de perfection un nouvelle approche de modélisation a vu le jour <étude des systèmes dynamiques par modèle d'état continu> qui permet d'exprimer une équation différentielle d'ordre « n » par « n » équation différentielle du première ordre sous le forme matricielle (dans le cas linéaire).

Modèle d'état linéaire :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (1.5)$$

Ou :  $x$ : vecteur d'état.

$u$ : Vecteur d'entrée.

$y$ : Vecteur de sortie.

$A$  : Matrice d'évolution

$B$  : Matrice de commande

$C$  : Matrice d'observation

$D$  : Matrice directe

Dans le cas non linéaire la représentation d'état est donnée comme suite :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x(t), u(t)) \\ y = h(x(t), u(t)) \end{cases} \quad (1.6)$$

L'étude d'un système non linéaire se fait par linéarisation autour d'un point d'équilibre, ce qui nous ramène à la représentation d'état linéaire précédemment illustrée.

Reprenons l'exemple précédent (pendule simple) pour illustration :

Equation qui régit le mouvement du système :

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0 \quad (1.7)$$

En posant :

$$\begin{cases} \theta = x_1 = y \\ \dot{x}_1 = \dot{\theta} = x_2 \\ \dot{x}_2 = \ddot{\theta} = -\frac{g}{l} \sin x_1 \end{cases} \quad (1.8)$$

Modèle d'état non linéaire :

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = f(x, u) = \begin{pmatrix} x_2 \\ -\frac{g}{l} \sin x_1 \end{pmatrix} \\ y = h(x, u) = x_1 \end{cases} \quad (1.9)$$

✓ Après linéarisation autour du point d'équilibre :  $x_e = (0,0)$  et  $u = u_e(0)$

On obtient le modèle d'état suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -g & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} u \\ y = (1 \quad 0)x + 0 \end{cases} \quad (1.10)$$

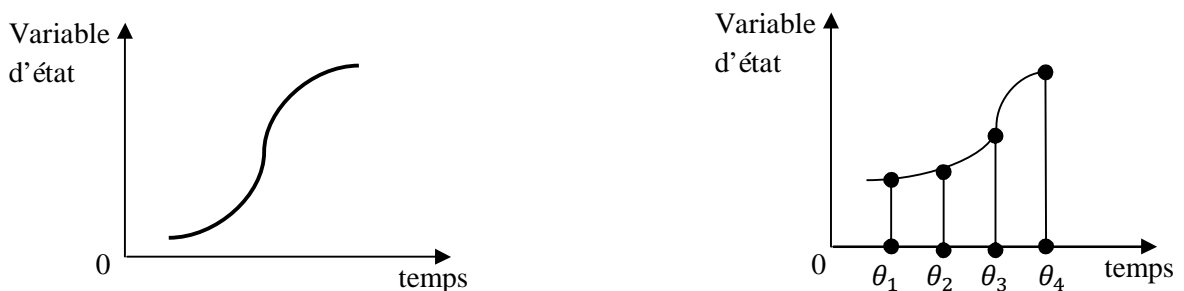
### I.1.2.2) Les systèmes échantillonnés :

Les systèmes échantillonnés sont des systèmes pour lesquels, on a choisi d'avoir une représentation discrète du temps associée à des variables d'état continues. Le temps est en effet représenté comme une suite infinie d'instants repéré par des entiers naturels. La valeur d'une variable d'état à un instant donné est un nombre réel.

Cette technique de modélisation peut être utilisée dans deux cas :

- ✓ Le système comporte effectivement un échantillonneur que le modèle mathématique représente fidèlement.
- ✓ Le système ne comporte pas d'échantillonneur, il s'agit alors d'un système continu mais pour éviter une représentation par un système algèbro-différentiel trop complexe, on choisit une représentation plus grossière en s'intéressant aux valeurs des variables à des instant bien définis

Un exemple de système échantillonné avec une seule variable d'état est représenté par la figure suivante :



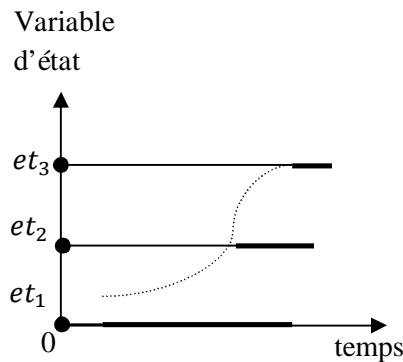
**Figure (1.2) Système échantillonné**

### I.1.2.3) Les systèmes dynamiques discrets :

Les systèmes discrets sont des systèmes pour lesquels la représentation du temps est continue (temps dense) associée à une représentation discrète de l'état. Cela peut être le cas lorsque l'état du système est naturellement discret, citons par exemple, une lampe est éteinte ou

allumée, un équipement est en bon état de fonctionnement ou bien il est défaillant...etc. cela peut également être le cas lorsque l'on souhaite n'avoir qu'une vue dite qualitative d'un système par exemple pour un ascenseur, on ne souhaite pas entrer dans le détail des phases d'accélération, en conséquence l'état de la cabine ne sera codé que par un nombre finie de valeurs.

Un exemple de système dynamique discret est donné par la figure suivante :

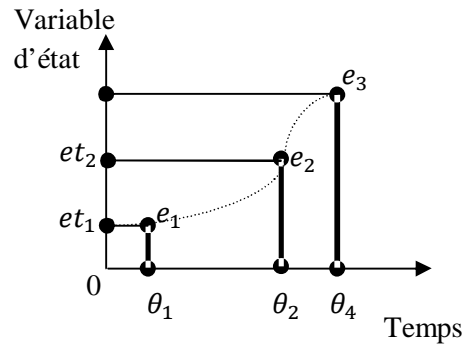


**Figure (1.3) Système dynamique discret.**

#### **I.1.2.4) Les systèmes dynamiques à événements discrets :**

Ce sont les systèmes pour lesquels on ne conserve de la représentation du système qu'une suite d'événements discrets. Le temps n'est codé que par la suite des événements, Il est donc discrétisé. Les événements sont discrets car ils correspondent à des changements d'états entre les états discrets du système. Temps et états sont donc discrétisés. Les événements ne peuvent pas être répartis également dans le temps comme dans le cas des systèmes échantillonnés. En effet, ils correspondent à des passages d'un état qualitatif du système à un autre. La durée, vue d'un point de vue continu, s'écoulant entre deux événements successifs, dépend de la dynamique du système. Si nous revenons à l'exemple de l'ascenseur, les événements peuvent être, par exemple, l'arrivée de l'ascenseur à chaque étage. Suivant les appels et les arrêts, ces événements ne seront pas du tout répartis également dans le temps. En prenant toujours le cas de l'ascenseur, on sait que partant du rez-de-chaussée, il n'atteindra le deuxième étage qu'après être passé par le premier étage. Mais, le temps mis pour atteindre cet étage n'est pas spécifié.

Un exemple de système dynamique à événement discret est donné par la figure suivante :



**Figure (1.4) Système dynamique à événement discret**

### I.1.2.5) Les systèmes dynamiques hybrides :

#### I.1.2.5.1) Définition :

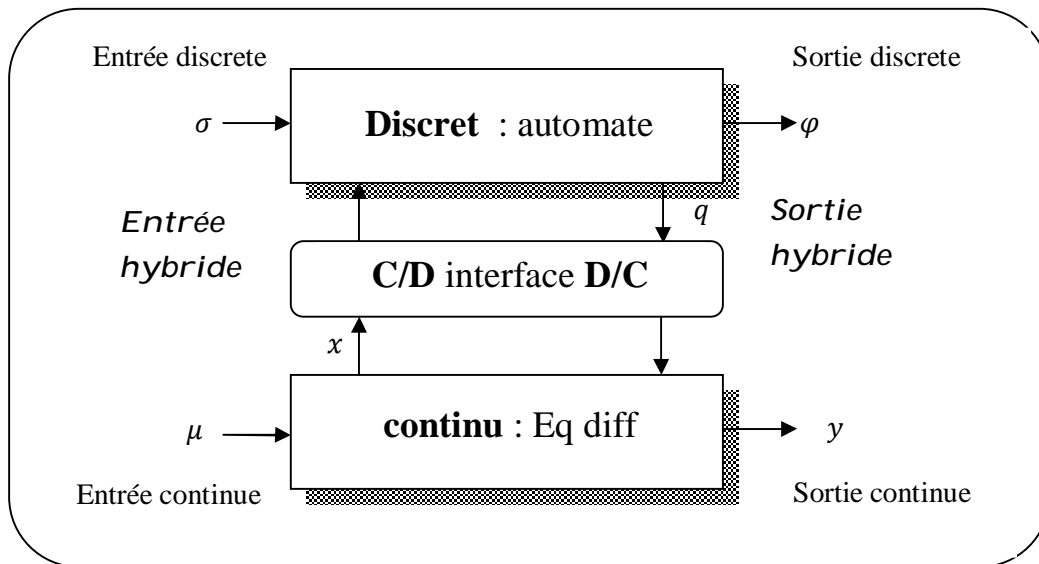
Les systèmes sont souvent représentés par un modèle dynamique continu ou par un modèle à événements discrets. La nature de chaque modèle est définie selon les variables utilisées pour décrire l'état du système et la variable caractérisant le temps. La majorité des systèmes physiques englobent le « continu » et le « discret » et ne peuvent être classés ni dans les systèmes continus ni dans les systèmes discrets. Il est donc nécessaire de mettre en place des modèles hybrides afin de prendre en compte les variables continues et les variables discrètes ainsi que l'interaction entre elles.

Donc par définition un système dynamique hybride est un système qui fait intervenir explicitement et simultanément des phénomènes ou des modèles de type dynamique continues et des modèles de type événementiel discret.[2]

Trois classes de modélisation principales des SDH ont été développées [3] que nous citerons dans la 2ème partie de ce chapitre.

Afin de mieux comprendre les systèmes dynamiques hybrides, la figure (1.6) illustre la structure mixte de ceux-ci, où la partie événementielle est décrite par un automate à états finis et la partie continue est donnée par une collection de modèles. Chaque partie du SDH dispose des entrées (discrète  $\sigma$ , continue  $\mu$ ) et des sorties (discrète  $\varphi$ , continue  $y$ ). L'état discret  $q$  détermine la dynamique continue spécifique de la partie continue du SDH par l'interface discret-continu (D/C). Par l'intermédiaire de l'interface continu-discret (C/D), les signaux provenant de la partie continue déterminent des événements permettant des transitions de

l'état discret d'une situation vers une autre. Ainsi l'interface (D/C- C/D) permet l'interaction des variables discrètes et des variables continues.



**Figure (1.5) Système hybride : Interaction du continu et du discret**

Le plus intéressant avec ce type de système est le fait que l'on peut associer aux différentes variables (continues respectivement discrète), la manipulation du paramètre temps « t » qui peut soit être un réel et on aura à faire à un système avec (temps dense), soit le paramètre temps est discret et sera dans ce cas codé sur un certain nombre d'événements. On peut donc dire que ce type de système englobe tous les types précédemment cités.

Les études menées autour des systèmes dynamiques hybrides sont d'un large éventail, on peut néanmoins les scinder en quatre grandes disciplines :

**La modélisation :** domaine qui formule des modèles précis décrivant fidèlement le comportement d'un système hybride.

**L'analyse :** domaine qui développe les outils de simulation d'analyse et de vérification des systèmes hybrides.

**Le control :** domaine qui s'occupe de la synthétisation de contrôleurs (régulateurs) dans le but d'optimiser les performances souhaitées (exigées) d'un système hybride.

**Le design :** domaine qui s'occupe de la création de nouveaux schémas de réalisation et structures qui simplifient la modélisation des systèmes hybrides.

Un système dynamique hybride en temps discret (respectivement en temps continu) est défini comme [4]:

$$H = (Q; \Sigma; \Psi; X; U; Y; \text{Init}; \text{Sc}; S; T; \gamma; \text{Inv}; \text{Guard}; \text{Rest}) \quad (1.11)$$

Où :

- $Q = \{q_i; i \in \{1, 2, \dots\}\}$  est un ensemble fini d'états discrets.
- $\Sigma = \Sigma_{\text{Ext}} \cup \Sigma_{\text{cont}} \cup \{\varepsilon_\sigma\}$  est un ensemble fini d'entrées discrètes avec  $\varepsilon_\sigma$  l'événement d'entrée "vide" (utilisé pour désigner les événements d'entrée non observables) .
- $\Psi = \{\psi_i, i \in Q\} \cup \{\varepsilon_\psi\}$  est un ensemble fini de sorties discrètes,  $\varepsilon_\psi$  la sortie discrète "vide" (utilisé pour désigner les événements de sortie non observables).
- $X; U; Y$  sont des espaces de dimensions finies. Ils sont respectivement associés à l'état continu, à l'entrée continue et à la sortie continue. Pour chaque  $x \in X, u \in U$  et un  $q \in Q$ , la sortie continu est tel que  $y = h(x; q; u) \in Y$ , avec  $h : X \times U \times Q \rightarrow Y$ .
- $\text{Init} \in X \times Q$  est l'ensemble d'états initiaux.
- $\text{Sc}$  : est une sous-classe de systèmes dynamiques en temps discret (respectivement en temps continu). Si  $i \in \text{Sc}$  est définie par l'équation en temps discret suivante :

$$x(t+1) = f_i(x(t); u(t)); i \in N \quad (1.12)$$

(respectivement  $\dot{x}(t) = f_i(x(t); u(t)); i \in N$  en temps continu), où  $t \in N$  (respectivement en temps continu  $t \in R$ ) est l'indice de temps.

- $S$  est une application qui associe à chaque état discret  $q \in Q$  une dynamique continue  $S_i \in \text{Sc}$ .
- $T \in Q \times \Sigma \times Q$  est l'ensemble de transitions discrètes. Nous notons par  $(q; \sigma; q')$  une transition de l'état discret  $q$  à l'état discret  $q'$  suite à l'arrivée de l'entrée discrète  $\sigma$
- $\gamma: T \rightarrow \Psi$  est une fonction qui associe à chaque transition  $T \in \tau$  une sortie discrète
- $\psi \in \Psi$ . On schématise la transition  $(q; \sigma; q')$  et la sortie discrète associée par  $q \rightarrow q'$
- $\text{Inv} : Q \rightarrow 2^{X \times U}$  est une collection de domaines d'invariant.
- $\text{Guard} : \tau \rightarrow 2^{X \times U}$  est une collection de domaines de conditions de garde.

- $\text{Reset} : T \times X \times Q \rightarrow 2^X$  une collection de fonctions d'actualisation (ou d'initialisation) qui permettent, lors du franchissement d'une transition discrète, d'actualiser la variable d'état continu à  $x = \text{Reset}(\cdot; x)$ .
- Les transitions discrètes définies par  $T$  peuvent être de différentes natures :
  - Des transitions de commutation : elles sont forcées par des entrées discrètes externes  $\sigma \in \Sigma_{\text{ext}}$  non contrôlables (l'exemple : perturbation externe).
  - Des transitions contrôlables : elles sont déterminées par des entrées externes contrôlables  $\sigma \in \Sigma_{\text{cont}}$  (exemple : commande externe).
  - Des transitions d'invariant : elles se produisent lorsque la condition d'invariant n'est plus respectée (exemple : variable d'état atteignant un certain seuil).

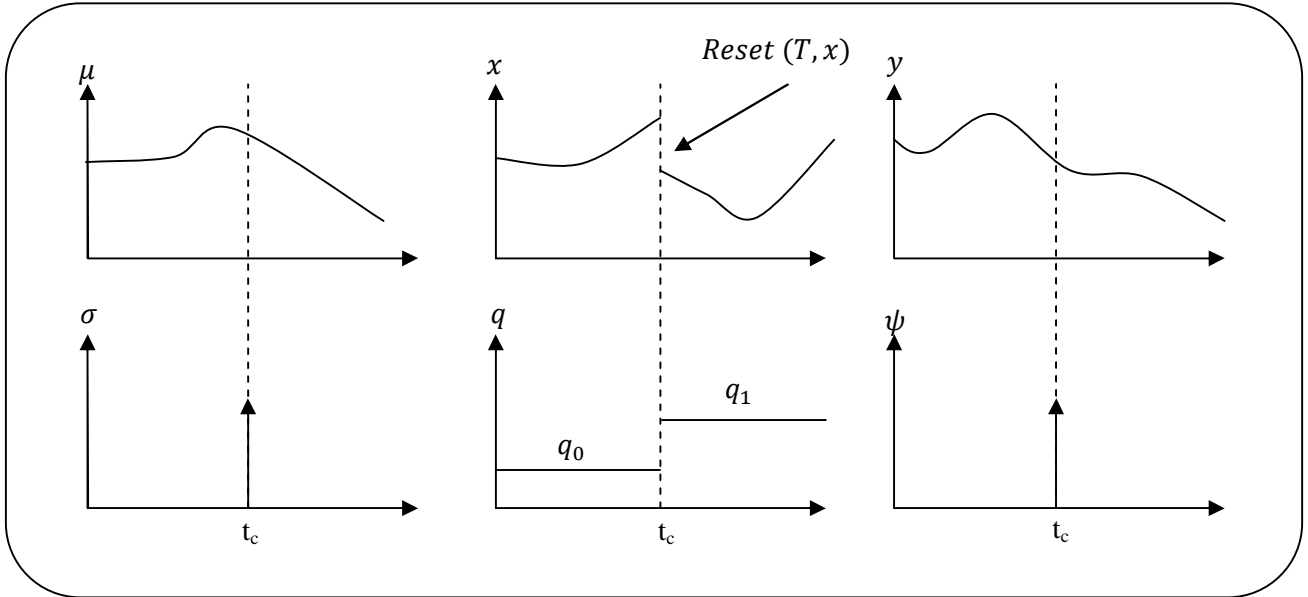
Un système hybride est caractérisé à chaque instant par une évolution de l'état discret  $q(t)$  et une évolution de l'état continu  $x(t)$ . La paire  $(q; x)$  compose le vecteur d'état hybride (respectivement les paires  $(\sigma; u)$  et  $(\psi; y)$  composent les entrées hybrides et les sorties hybrides). La variable discrète  $q(t)$  est constante entre deux instants de commutation successifs  $\{t_i; t_{i+1}\}$ . Par conséquent  $q(t)$  est constant par intervalles de temps :

$[\tau_i = t_i, t_{i+1}], \{t_i, i \in 1, \dots, N\}$  où  $N$  est le nombre de commutations. Une trajectoire temporisée est une séquence finie ou infinie d'intervalles de temps  $\tau = \tau_i, i \in 1, \dots, N$ . Suivant les valeurs de  $N$  et de  $\tau_i$ , les trajectoires temporisées peuvent être classées comme des trajectoires :

- de longueur finie et illimitée : le système hybride effectue un nombre fini de transitions en un temps infini.
- de longueur infinie et illimitée : le système hybride effectue une infinité de transitions en un temps infini.
- de longueur infinie et limitée : le système hybride effectue une infinité de transitions en un temps fini.

Le dernier cas, concernant l'exécution infinie et limitée, est appelé exécution Zénon.

Ainsi, une exécution d'un système hybride est représentée par des séquences d'intervalles de temps sur lesquels le vecteur hybride  $(q(t); x(t))$  évolue. La figure (1.6) illustre un exemple d'exécution d'un SDH où nous avons mentionné l'évolution des trois variables hybrides  $(x; q), (\sigma; u)$  et  $(\psi; y)$ . L'entrée discrète et la sortie discrète sont indiquées par des impulsions car nous supposons que le franchissement d'une transition est instantané.



**Figure (1.6) Exemple d'une exécution d'un système hybride**

A l'instant  $t_0 = 0$ , l'état hybride initial est  $(q_0; x_0)$  tel que  $x_0 \in \text{Inv}(q_0)$  et  $q_0 \in Q$ . Sur l'intervalle de temps  $\mathcal{T}_0 = [t_0; t_c]$ , l'état discret est constant  $q(t) = q_0$  et  $\dot{x}(t)$  évolue suivant l'équation  $\dot{x}(t) = f_{q_0}(x(t); u(t))$  avec  $x_0$  comme condition initiale. Enfin, lorsqu'à l'instant  $t_c$  une transition  $T = (q_0; \sigma; q_1)$  (due à l'arrivée d'une entrée discrète  $\sigma \in \Sigma$ ) se produit, la variable discrète  $q(t)$  prend alors une nouvelle valeur  $q_1$ . La sortie discrète devient  $\psi = \gamma(T)$  et la variable continue  $x$  est actualisée à une nouvelle valeur  $\text{Reset}(T; x)$ . Nous répétons alors le même processus avec une nouvelle dynamique :

$$\dot{x}(t) = f_{q_1}(x(t); u(t)). \quad (1.13)$$

### Exemple 1 : la balle bondissante [2]

Considérons une balle de masse  $M$  soumise à l'action de la gravité terrestre  $g$  située à une hauteur  $h_0$  avec une vitesse initiale nulle. La hauteur  $h(t)$  de la balle est régie par :

$$M\ddot{h}(t) = -Mg \quad (1.14)$$

Quand la balle touche le sol ( $h(t) = 0$ ), elle rebondit en perdant de l'énergie suivant la loi :

$$\dot{h}(t^+) = -c \dot{h}(t^-) \quad (1.15)$$

En choisissant les variables d'état  $x_1 = h$ ;  $x_2 = \dot{h}$ , nous obtenons l'équation d'état

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (1.16)$$

$$\dot{x}_2 = -g \quad (1.17)$$

L'exemple de la balle bondissante correspond à un système hybride avec un seul mode ( $Q = q$ ) et une seule transition  $T = (q_0; \sigma; q_1)$  (due la condition de  $Guard(x) : x_1 = 0$  et  $Inv(x) : x_1 \geq 0$ ). Lors du franchissement de la transition, la variable continue  $x_2$  est actualisée par la fonction  $Reset(T; x_2) = -cx_2$ .

### Exemple 2 : thermostat

L'exemple que nous considérons est un thermostat utilisé pour contrôler la température d'une pièce. Le thermostat est composé d'un réchauffeur et d'un thermomètre. Le seuil maximal et le seuil minimal de la température sont fixés respectivement à  $\theta_M$  et  $\theta_m$ .

Le réchauffeur fonctionne (état "on") tant que la température de la pièce est inférieure à  $\theta_M$  et il s'arrête (état "off") dès que la température atteint  $\theta_M$ . Réciproquement, le réchauffeur est maintenu à l'état "off" aussi longtemps que la température est supérieure à  $\theta_m$ , il bascule à l'état "on" dès que la température atteint cette limite.

Nous pouvons considérer le thermostat comme un système combinant des dynamiques continues dont les états sont définis par la température  $x$ , et des dynamiques discrètes représentées par les modes du thermostat qui prennent les valeurs "on" et "off".

L'évolution de la température est décrite par les équations suivantes:

$$\begin{cases} f_1(x) = -x + \alpha & \text{Si le chauffage est en marche} \\ f_2(x) = -x & \text{Sinon} \end{cases} \quad (1.18)$$

Une description graphique du système est donnée par la figure 1.7. Un exemple de problème de vérification est de montrer que la température reste toujours dans une marge désirée  $[m, M]$ . Pour cet exemple, si on considère un état initial  $x(0) = \theta_0$ , la solution des équations différentielles est respectivement  $x(t) = \theta_0 e^{-t} + \alpha(1 - e^{-t})$  et  $x(t) = \theta_0 e^{-t}$ .

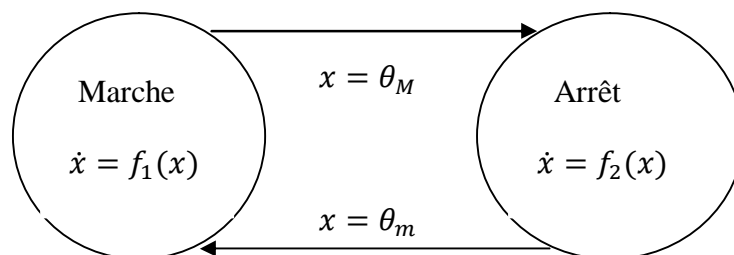
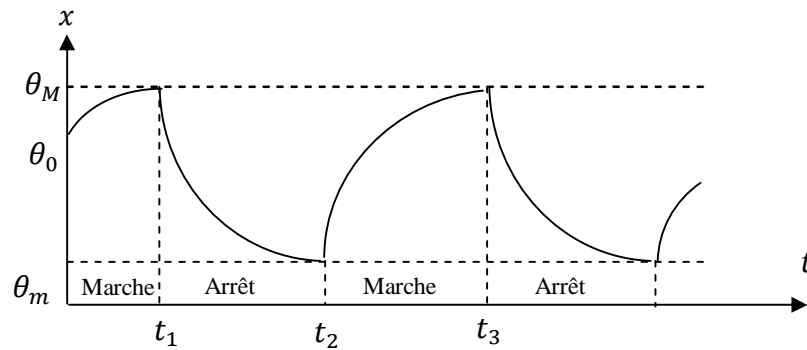


Figure (1.7) Modèle du thermostat



**Figure (1.8) Trajectoire de la température**

La trajectoire de la température est présentée sur la Figure (1.8). Dans cette représentation, nous pouvons remarquer que la température de la chambre restera dans l'intervalle désiré (Relation 1.1) seulement si les seuils  $\theta_m$  et  $\theta_M$  vérifient les conditions suivantes :

$$\theta_m \geq m \text{ et } \theta_M \leq M \quad (1.19)$$

#### I.1.2.5.2) Le phénomène hybride :

Un système dynamique hybride étant simplement parlant, un système continu dans le quel intervient un phénomène discret. Ces phénomènes hybrides en question comportent la partie discrète du système hybride. La dynamique continue d'un système dynamique hybride est donnée par l'équation différentielle suivante :

$$\dot{x}(t) = \xi(x, t) \quad t > \zeta. \quad (1.20)$$

$\xi(x, t)$  : Est un champ de vecteur qui dépend de  $x(t)$  (qui est la composante continue de cette équation) et des différents phénomènes hybrides qui sont généralement de quatre types à savoir :

1. *Commutation autonome*
2. *Saut autonome*
3. *Commutation contrôlée*
4. *Saut contrôlée*

#### I.1.2.5.3) Les actions des phénomènes hybrides :

Les dynamiques continues et discrètes d'un SDH sont en constante interaction mais avant de parler de ces interactions, nous allons tenter de présenter les actions discrètes qui peuvent intervenir lors de l'évolution d'un système dynamique continue décrit par l'équation ci-

dessus. On note alors  $\zeta$  l'instant où intervient une action discrète déclenchée (nous verrons ultérieurement comment elle peut être déclenchée), l'ensemble action et déclenchement est appelé phénomène hybride.

Les actions de ces phénomènes hybrides sur le système continu sont de deux types :

- Ø Soit la dynamique continue est modifiée, et le système est alors avec plusieurs modes de fonctionnement continus.
- Ø Soit le vecteur d'état continu est modifié, ce qui fait apparaître des discontinuités dans l'évolution du système continu, un autre cas peut être pris en considération lorsque les deux dernières actions se produisent au même moment.

Les phénomènes hybrides agissant sur le système continu et faisant modifier sa dynamique en faisant apparaître plusieurs modes de fonction sont appelés : **commutations**, commutation veut donc dire changement de mode ou de modèle ou encore de dynamique.

Le phénomène hybride agissant sur le vecteur d'état du système le faisant ainsi évoluer de manière discontinue est appelé : **saut ou plus précisément saut de l'état**.

#### **I.1.2.5.4 Déclenchement des phénomènes hybrides :**

L'action du phénomène hybride comme le passage d'un mode fonctionnement à un autre est déclenché par un événement. Ces événements sont classés en deux types :

Les phénomènes hybrides peuvent être déclenchés lorsque le vecteur d'état atteint certaines valeurs, l'événement ainsi créé fait évoluer le système à événements discrets (SED), celui-ci passe dans un nouvel état et suivant cet état une des actions décrites ci-dessus est générée sur le système continu. On dit alors que ce phénomène est : **autonome**.

Les phénomènes hybrides peuvent également être déclenchés par une commande discrète extérieure agissant sur le SED. On dit alors que ce phénomène est : **contrôlé**.

#### **I.1.2.5.5 Classification des phénomènes hybrides :**

Selon leur action et la manière dont ils sont déclenchés, [7] a proposé la classification suivante :

### 1. Commutation autonome :

La commutation autonome est le phénomène où le champ de vecteur  $\xi(\cdot)$  change de manière discontinue lorsque l'état  $x(\cdot)$  atteint un certain seuil.

Exemple : [7][8] soit un système dont le comportement est décrit par l'équation suivante :

$$\dot{x}(t) = -H(x) + u \quad (1.21)$$

Où  $H(x)$  est la fonction d'hystérésis présentée par la figure suivante :

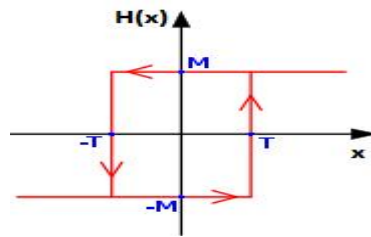


Figure (1.9) Fonction d'hystérésis

Lorsque la valeur de  $x$  atteint le seuil  $-T$  ou  $+T$  le champ de vecteur est commuté de façon discontinue. Entre les commutations la dynamique continue est modélisée par :

$$\dot{x} = M \text{ ou } \dot{x} = -M \quad (1.22)$$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = M & \text{si } x(t) = -T \\ \dot{x}(t) = -M & \text{si } x(t) = +T \end{cases} \quad (1.23)$$

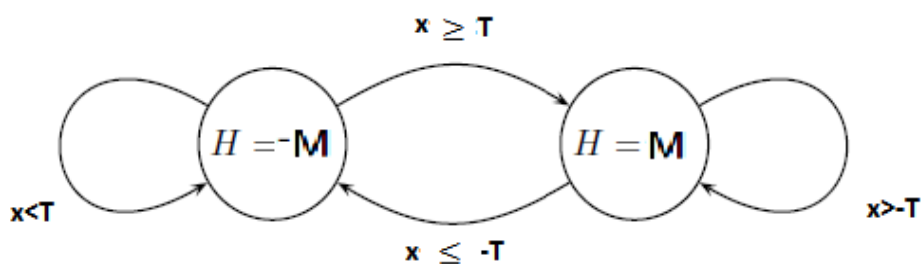
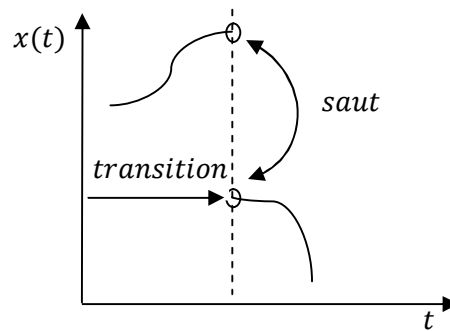


Figure (1.10) Automate associé à la commutation autonome

### 2. Saut autonome :

La transition subit un saut de type autonome lorsque la variable d'état atteint une certaine région de l'espace d'état, le système passe alors d'un état à un autre de façon discontinue tel que le montre la figure (1.11).



**Figure (1.11) Saut autonome**

Ce phénomène est donnée par la collision de deux corps ou la vitesse change brutalement et subit un saut.

**Exemple :**

Considérons une balle en chute libre qui rebondi sur le sol de façon élastique. Lors du contact avec le sol à un instant « t » la vitesse change de signe de façon instantanée et passe à  $v=-v(t)$ .

**3. Commutation contrôlée :**

Dans ce cas le champ de vecteur est commuté de façon instantanée en réponse à une commande (action d'une variable externe).

Exemple :

Considérons le modèle simplifié d'une transmission manuelle :

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = \left[ -a \left( \frac{x_2}{v} \right) + u \right] / (1 + v) \end{cases} \quad (1.24)$$

Où  $x_1$  est la vitesse relative par rapport à un point fixe et  $x_2$  la vitesse de rotation de l'engin, « v » est la position du levier de vitesse  $v \in \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $u \in \{0, 1\}$  la position de l'accélération et « a » un paramètre du système. Dans cet exemple, le champ de vecteur est commuté par le vecteur « v ».

**4. saut contrôlé :**

Dans ce cas, la valeur de l'état change de façon discontinue, en réponse à une commande.

### I.1.2.5.6 Quelques Classes particulières de systèmes dynamiques hybrides :

Les études qui ont été portées sur les systèmes dynamiques hybrides se sont accentuées au cours de dernières années, et les formalismes de ces systèmes a permis au chercheurs de spécifier un grand nombre de classes de modèles des SDH.

Exposer toutes les classes des systèmes dynamiques hybrides n'est évidemment pas possible, nous allons tout de même passer illustrer quelques une des classes des SDH qui sont plus ou moins en rapport avec notre travail tel que : les systèmes linéaires à saut plus communément appelés JLS (jumpe linear systems) caractérisés par des transitions discrètes type commutation. Les systèmes linéaires à commutation SLS (switched linear systems) ont des transitions contrôlables. Les systèmes affines par morceaux PWA (piecewise affines linear systems) définis par des transitions d'invariant.

#### A) Les systèmes linéaires à saut : [2][9]

Les systèmes JLS sont une classe de SDH ; cette notion(JLS) a été introduite pour la première fois au début des années quatre vingt, caractérisée par un état hybride  $(q; x)$  composé d'un état discret  $q$  dont l'évolution est régie par des entrées discrètes externes (non contrôlable) et d'un état continu  $x$  dont l'évolution est régie par une équation différentielle sans entrée (un système autonome), ce sont des systèmes dont la dynamique peut être influencé par des événements externes non contrôlables. Les transitions associées aux systèmes JLS sont uniquement de type transitions de commutation. Parmi les exemples les plus rencontrés. Citons, d'une part celui d'un avion de chasse effectuant diverses manœuvres et d'autre part l'étude du trafic routier sur une autoroute.

Les systèmes linéaires à sauts peuvent être décrits comme suite dans le cadre de la définition générale des SDH :

$$H_{JLS} = (Q, \square, \psi, X, U, Y, I_{nit}, S_C, S, T, \gamma, I_{nv}, \text{Guarde}, \text{Rest}) \quad (1.25)$$

Où  $Q = \{1, 2, \dots, s\}$  est un ensemble fini d'états discrets avec "s" le nombre de sous-systèmes. Cette notation est utilisée pour désigner l'indice du mode du sous-système en cours d'évolution.

Les entrées discrètes sont caractérisées par  $\square_{CONT} = \emptyset$  ; car aucune entrée n'est contrôlable. L'ensemble des sorties discrètes  $\psi$  se résume à l'événement non observable "vide" parce qu'aucune sortie discrète n'est accessible à la mesure. Les espaces d'état, de sortie et d'entrée

sont tels que  $X = \mathbb{R}^n$ ;  $Y \in \mathbb{R}^p$  et  $U = \emptyset$ ; car le système est considéré autonome (absence de commande). Pour chaque  $i \in Q$  un sous-système dynamique linéaire indexé par  $i$  est donné :

$$\begin{cases} x(t+1) = A_i x(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases} \quad (1.26)$$

Et est actif, où  $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$  et  $C_i \in \mathbb{R}^{p \times n}$ , puisque toutes les transitions  $T$  sont toutes de type non contrôlables, les domaines d'invariances et de gardes sont donnés respectivement comme suite :  $I_{nv}(\cdot) \in \mathbb{R}^n$  et  $Guarde(\cdot) \in \mathbb{R}^n$ . Lors du franchissement des transitions aucune sortie discrète mesurable n'est émise  $\gamma(\cdot) = \mathcal{E}$  et aucune actualisation de vecteur d'état n'est faite  $Rest(\cdot, x) = x$ . Pour une version en temps continu, il suffit de remplacer dans l'équation (1.26)  $x(t+1)$  par  $\dot{x}(t)$ .

## B) Systèmes affines par morceaux : [10]

Une grande partie des SDH peut être représentée par les systèmes par morceaux (piecewise affine system ou PWA), ces systèmes sont caractérisés par un état continu, régi par un système dynamique linéaire par morceaux et un état discret, régi par des transitions de type invariant. Ces systèmes ont la particularité de partager l'espace d'état en un nombre fini de régions et d'associer à chaque partie une dynamique affine différente. Un système PWA est défini comme suite :

$$H_{PWA} = (Q, \square, \psi, X, U, Y, I_{nit}, S_C, S, T, \gamma, I_{nv}, Guarde, Rest) \quad (1.27)$$

$Q = \{1, 2, \dots, s\}$  un ensemble fini d'indice de mode en cours d'évolution,  $\square_{EXT} = \emptyset$ ,  $\square_{CONT} = X$ . Car l'ensemble des transitions discrètes  $T$  est uniquement composé de transitions de type invariant. Le franchissement de ces transitions ne produit aucune sortie discrète accessible à la mesure,  $\psi = \mathcal{E}$ ,  $\gamma(T) = \mathcal{E}$ . L'invariant  $I_{nv} = Guarde$  est défini pour tout  $q, q' \in Q$

Comme :  $Inv(q) \subset Q \times X$ ; tel que  $Inv(q) \cap Inv(q') = \emptyset$

Pour chaque  $i \in Q$  un sous-système linéaire indexé par  $i$  est actif :

$$\begin{cases} x(t+1) = A_i x(t) + B_i u(t) + f_i \\ y(t) = C_i x(t) + g_i \end{cases} \quad (1.28)$$

Où  $A_i \in R^{n \times n}$ ,  $B_i \in R^{n \times m}$ ;  $f_i \in R^m$ ,  $C_i \in R^{p \times n}$  et  $g_i \in R^p$ . Le vecteur d'état n'est pas actualisé lors des commutations  $Reset(:, x) = x$ .

En résumé, un système PWA évolue suivant plusieurs dynamiques différentes. Chaque dynamique est définie dans une région de l'espace d'état-entrée. Ces dernières sont obtenues grâce à la condition d'invariant  $Inv(q)$  qui permet de partitionner l'espace d'état-entrée en  $s$  régions  $X_i$  pour  $(i = 1 \dots s)$ . La figure (1.12) montre un exemple de trajectoire du vecteur d'état continu  $x$  dans deux régions voisines  $X_i, X_j$ . L'état initial  $x_0 \in X_i$  et l'évolution de  $x$  est régie par le sous-système  $i$ . Lorsqu'à un instant donné  $x$  atteint (ou dépasse) la frontière séparant les deux régions, l'évolution de  $x$  sera régie par un nouveau sous-système « j »

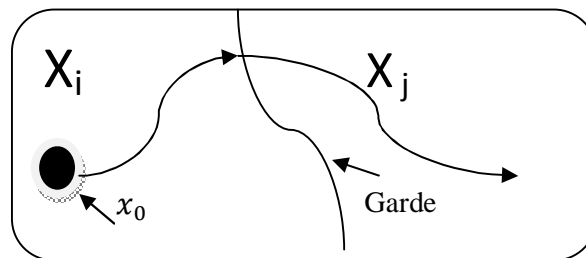


Figure (1.12) Trajectoire de  $x$  dans l'espace d'état

### C) Systèmes à modèle mixte dynamique et logique ou (MLD ou Mixed Logical Dynamical systems) : [10][2][11]

Ce sont des systèmes qui englobent des entrées, des sorties et des états mixtes.

Ces notions de PWA et MLD sont utilisées pour la modélisation des systèmes dynamiques hybrides. Elles sont considérées comme des représentations ou des formulations particulières des SDH. De plus, pour une formulation MLD, il a été prouvé, qu'il existe toujours une représentation PWA équivalente. Ces formulations ont été appliquées à un convertisseur DC/DC abaisseur de tension.

$$\begin{cases} x(t+1) = Ax(t) + B1u(t) + B2 \pm(t) + B3z(t) & (1.29a) \\ y(t) = Cx(t) + D1u(t) + D2 \pm(t) + D3z(t) & (1.29c) \\ E2 \sigma(t) + E3z(t) \leq E1u(t) + E4x(t) + E5 & (1.29d) \end{cases}$$

où  $x(t), u(t)$  et  $y(t)$  sont respectivement de la forme  $(t) = [x_c(t)^T; x_d(t)^T]^T$ ,  $u(t) = [u_c(t)^T; u_d(t)^T]^T$  et  $y(t) = [y_c(t)^T; y_d(t)^T]^T$ . Il s'agit de la concaténation d'une variable

continue indiquée par la lettre "c" et d'une variable discrète désignée par la lettre "d". Le vecteur obtenu par cette concaténation est appelé vecteur mixte. L'état mixte  $x$ , l'entrée mixte  $u$  et la sortie mixte sont respectivement de dimension  $x \in R^{n_c} \{0,1\}^{n_d}$ ,  $u \in R^{m_c} \times \{0,1\}^{m_d}$  et  $y \in R^{p_c} \times \{0,1\}^{p_d}$ .  $\sigma \in \{0,1\}^{r_d}$  et  $z \in R^{r_c}$  sont des variables auxiliaires introduites pour pouvoir transformer des propositions logiques sous forme d'inégalités linéaires [11].

L'inégalité (1.29c) permet de regrouper toutes les contraintes liées à l'état  $x$ , à l'entrée  $u$  et aux variables auxiliaires  $\sigma$  et  $z$ .

Les auteurs démontrent qu'une large classe de systèmes hybrides peut être écrite sous forme MLD. Une équivalence particulière entre la forme MLD et la forme PWA a été démontrée [12]. En effet, dans le cas d'une partition de l'espace d'état entrée sous forme de polyèdres [13] :

$$X_i = \{X = [x^T ; u^T] \text{ tel que } H_i X \leq K_i\} \quad (1.30)$$

Il est simple d'établir l'équivalence MLD-PWA en introduisant des variables binaires  $\sigma_i$  vérifiant :

$$[\sigma_i = 1] \rightarrow [x^T ; u^T] \quad \square \quad \text{Inv}(q_i) \quad (1.31)$$

et en imposant une condition de type "ou exclusif" :

$$\bigoplus_{i=1,2,\dots,s} [\sigma_i = 1] \quad (1.32)$$

L'équipe de recherche sur les systèmes hybrides de l'université de Zurich a développé un compilateur appelé HYSDEL [14] permettant de traduire des données de système PWA sous une forme équivalente MLD [16] et inversement. Le modèle MLD obtenu est souvent employé pour résoudre des problèmes de commande optimale [17] d'observabilité [11], d'identification [15],...etc.

#### D) Systèmes physiques à topologie variable : [10]

Ce sont des SDH, dont la topologie d'interconnexion des éléments varie. Ces systèmes peuvent être aussi appelés multi-modes ou systèmes commutés. Un des exemples illustratifs de ces systèmes est le convertisseur de puissance. La topologie d'interconnexion du convertisseur varie, selon les états des interrupteurs de puissance présents dans la structure.

## Partie 2

### MODELISATION DES SDH

---

#### I.2.1 Introduction :

La modélisation qu'elle soit continue, discrète ou hybride est une phase très importante pour la synthèse des lois de commande et d'observateurs et la précision de la modélisation dépend des objectifs recherchés. A ce titre, on peut trouver plusieurs sortes de modèles pour un même processus et le choix parmi ceux-ci dépendra de son utilisation et des buts à atteindre. Nous allons dans cette partie du chapitre tenter de donner une approche chronologique aux différentes approches de modélisation proposées dans le passé pour les systèmes dynamiques hybrides, nous allons également illustrer certaines de ces approches par des exemples explicatifs, les approches de modélisation des systèmes dynamiques hybrides (SDH) sont très variées et d'une complexité relativement élevée.

Dans les travaux de thèse de Chombart [18],[5], les approches de modélisations sont regroupées en trois classes principales :

- Ø **L'approche continue.**
- Ø **L'approche événementielle.**
- Ø **L'approche hybride (mixte).**

Nous allons nous attarder un peu sur la classification précédente pour mieux distinguer la différence entre ces trois grandes classes et tenter de situer par la suite les différentes approches de modélisation des SDH que nous allons aborder, parmi ces trois grandes classes.

#### I.2.2 Approches de modélisation continue :

Cette approche consiste à définir une approximation des dynamiques discrètes du système hybride par des équations différentielles (ou aux différences). L'idée est qu'en utilisant une approche unifiée dans le domaine des systèmes continus, où les théories sont bien établies, les questions de stabilité, de commandabilité et d'observabilité pourront être étudiées selon les théories classiques. Cette approche peut poser des problèmes sur la modélisation des systèmes complexes tels que les convertisseurs.

Plusieurs types de modélisation continue ont été élaborés, nous citons :

- ▼ **La modélisation par Bond Graph commutés** : créée par Henry M. Paynter, Cette méthode repose sur les Bond Graph [3], méthode graphique pour modéliser les systèmes continus, pour modéliser les systèmes physiques contenant des éléments de commutation. Cependant, deux grandes approches de modélisation peuvent être distinguées : une appelée à topologie invariante, qui permet de modéliser les éléments de commutation, en utilisant des transformateurs moulés, des résistances variables, l'autre approche, appelée à a topologie variable, utilise des sources nulles, pour modéliser les éléments en commutation.

Pour mieux comprendre le formalisme décrit ci-dessus, nous invitons le lecteur à étudier les documents suivants :

Hascher [19], Dauphin-tanguy.G, Rambaut.C[20] Asher G.M [21] Buisson.J [22]

### **I.2.3 Approches de modélisation événementielle:**

Avoir une approche purement discrète pour modéliser les systèmes hybrides consiste à supprimer les dynamiques continues ou à faire une approximation de l'évolution continue de façon à ce que le système hybride soit représenté uniquement par les événements qui le caractérisent. La modélisation événementielle d'un SDH permettra ainsi de faire appel à la théorie classique de supervision des SED pour la synthèse d'un modèle de commande. Modéliser le système de cette façon permet aux chercheurs d'appliquer à cette classe de systèmes hybrides, les techniques développées pour l'analyse des systèmes à événements discrets. Ainsi, cette approche permet de se rapprocher d'un problème de supervision discrète dont l'analyse peut être réalisée selon les théories liées à supervision des procédés [23].

Cette approche présente un inconvénient majeur, c'est le risque d'avoir un automate non déterministe.

#### **I.2.4 Approches de modélisation mixte :**

Dans les sections précédentes, des approches d'intégration des aspects hybrides dans des modèles continus ou événementiels ont été présentées. Cependant, dans la structure de ces modèles l'interaction entre la partie continue et événementielle n'est pas représentée explicitement.

L'approche mixte repose sur la supposition que le fonctionnement d'un système hybride est une séquence de deux phases. La première étape correspond à une transformation de l'état continu décrit en termes de temps écoulé durant cette phase. Dans la seconde étape, l'état est soumis à un changement discret instantané. Ainsi, les modèles développés dans le cadre de cette approche reposent sur l'interaction de deux sous-modèles, l'un pour les aspects événementiels, basé sur les automates à états finis, les réseaux de Pétri ou des extensions de ces formalismes, et l'autre formalise par des équations d'état pour les aspects continus.

Parmi les outils de modélisation résultant de cette approche mixte on retrouve : les *Automates hybrides* ([24], [25]) représentant le modèle formel fondamental de cette approche ; les *statecharts hybrides* pour apporter des solutions aux problèmes posés par la spécification des modèles, en particulier par l'utilisation de la structuration Hiérarchisée [26] ; les *différentes extensions des réseaux de Petri*[3][27][28].

Nous allons à présent, tenter de présenter d'une manière plus explicite certains formalismes et approches de modélisation des SDH, en illustrant par quelques exemples explicatifs dans le but de mieux saisir le fonctionnement de ces systèmes révolutionnaires.

#### **I.2.5 La modélisation par automates hybrides :**

Il s'agit d'une extension de la modélisation par les automates à états finis. Tout automate hybride sera ainsi caractérisé par un état global, défini par une paire d'états en interaction représentant la dynamique continue et la dynamique discrète. En fait, un changement de l'état discret peut provoquer un changement d'évolution de l'état continu et une atteinte d'une valeur seuil de cet état peut induire un changement d'état discret.

Cette technique a été appliquée sur un système de fontaines à deux bassins dans [28]. L'état discret est représenté par l'arrêt ou la mise en marche d'une pompe et l'état continu par l'évolution des niveaux d'eau dans les deux bassins.

L'exemple suivant (figure 3) illustre cette notion; il s'agit de la description d'une fontaine décorative à deux bassins avec :

- ✓ écoulement direct entre le bassin 1 (supérieur) et le bassin 2 (inférieur), suivant deux modalités dépendant de l'état du système lui-même : fuite le long de la colonne centrale pendant le remplissage du bassin 1, débordement décoratif quand ce bassin est plein ;
- ✓ relevage permanent par pompe, à débit constant, entre le bassin 2 et le bassin 1, avec également un effet décoratif.

### Exemple de modélisation par automates hybrides : (fontaine a deux bassins) :

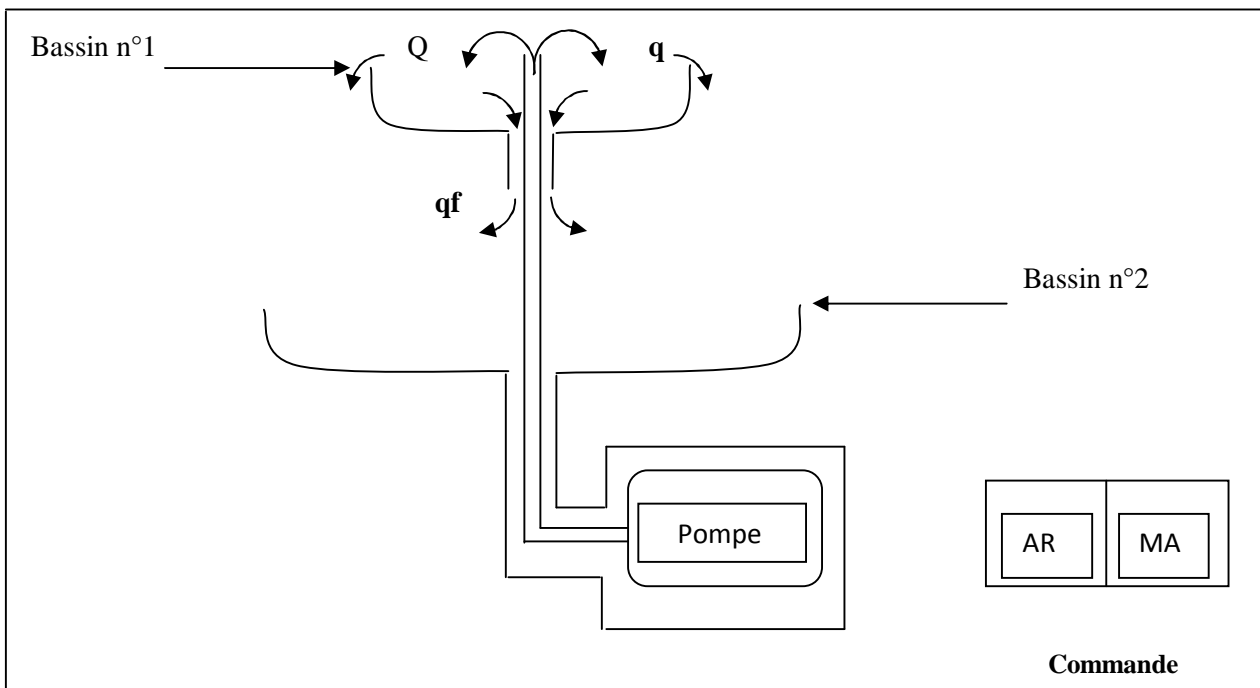


Figure (1.13) : Fontaine à deux bassins

$h_1$  : niveau dans le bassin 1

$Q$  : débit de 2 vers 1

$H_m$  : niveau maximal dans le bassin1

$q_f$  : débit de fuite de 1 vers 2

$S_1$  : section moyenne du bassin1

$Q_r$  : débit nominal de la pompe

$h_2$  : niveau de liquide dans le bassin 2

$Ma$  : mise en marche

$H_r$  : niveau maximal dans le bassin2

$AR$  : arrêt

$S_2$  : section moyenne du bassin2

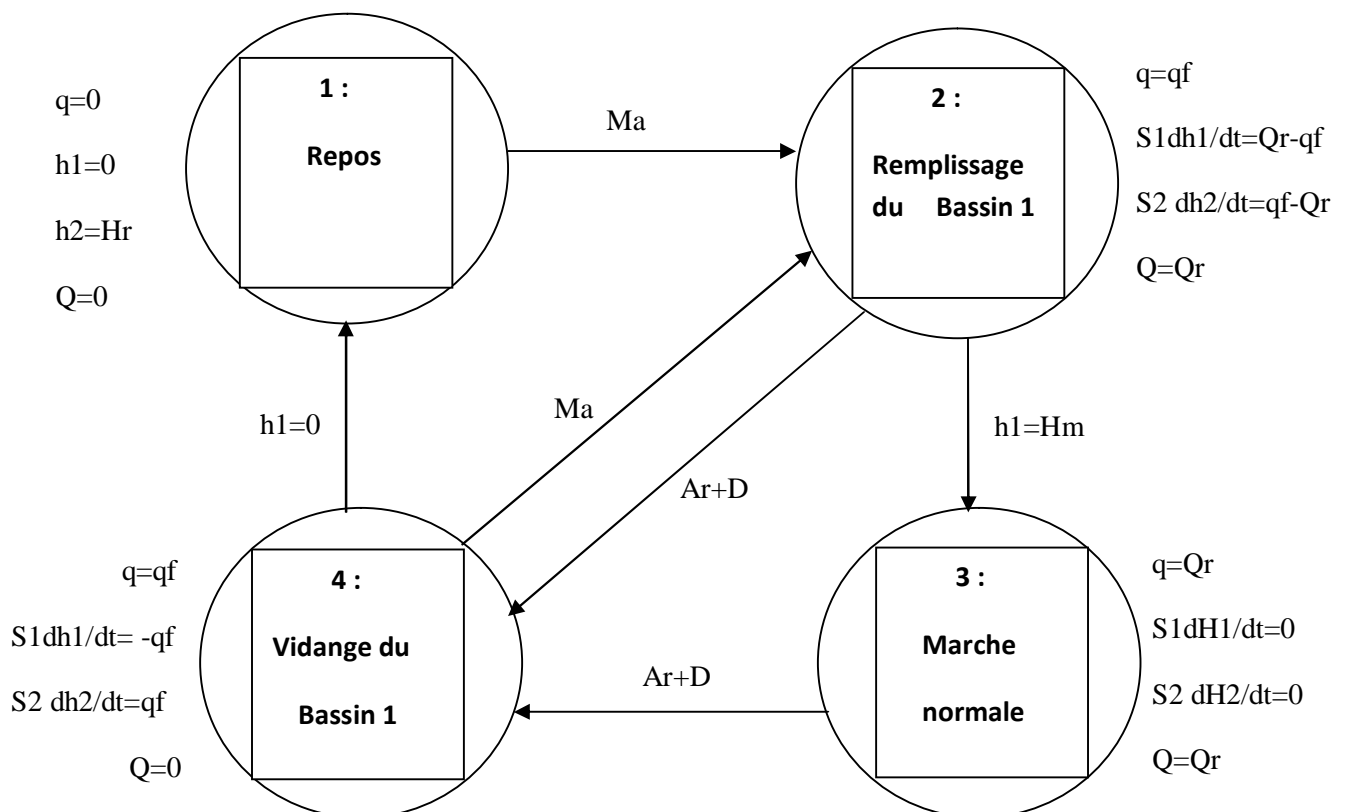
$D$  : détection de défauts

$q$  : débit de 1 vers 2

La pompe peut être mise en marche et arrêtée volontairement, ou tomber en défaut. Le fonctionnement normal de cette installation suppose que le bassin 1 soit vide et le bassin 2 à son niveau maximal lorsque l'on met en marche initialement la pompe. On admet pour établir la partie continue du modèle que les variations des sections des bassins peuvent être négligées. De très nombreux systèmes industriels (château d'eau, mélangeurs, etc.) présentent un fonctionnement de ce type, même si le nombre des niveaux à contrôler et le mode de commande des débits sont différents.

L'état d'arrêt complet ( $q = 0$ ,  $Q = 0$ ,  $h_1 = 0$ ) n'est pas strictement nécessaire du point de vue de la commande mais il permet une description plus cohérente de l'installation en différenciant l'état de repos de l'état de vidange lente après arrêt de la pompe. On notera aussi qu'il y a des événements commandés ( $Ar$ ), d'autres non ( $D$ ).

**L'automate hybride associé :**



**Figure (1.14) Automate hybride associé à la fontaine à deux bassins**

Par la suite dans les années 90, on a introduit les automates (hybrides) temporisés [29], il s'agit des automates (hybrides) classiques munis d'horloges qui évoluent de manière continue avec le temps, chaque transition est associée à une garde sur la valeur des horloges décrivant ainsi quand la transition peut être exécutée, et un ensemble d'horloges qui doivent être remis à zéro lors du franchissement d'une transition. Chaque état contient un invariant (contrainte sur les horloges) qui restreint le temps d'attente dans l'état.

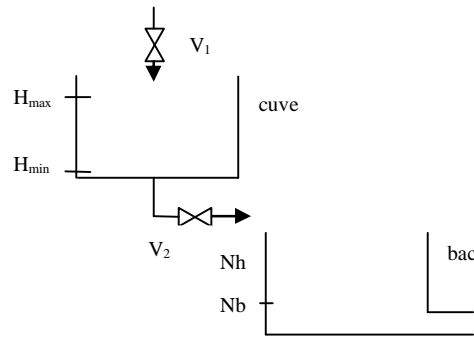
### **I.2.6 La modélisation par Statecharts hybrides [30] [3] [31] :**

Les statecharts ont été définis comme une solution pour améliorer la structuration de la spécification à base de d'automates afin de faciliter la description, leur lecture et leur modification. Il est alors devenu naturel d'étendre ce formalisme aux systèmes hybrides, en vue de bénéficier de la puissance. Un statechart hybride apparaît ainsi comme un statecharts auquel est associé un ensemble de variables d'états continus et pour lequel un système d'équations algèbro-différentielles portant sur un sous-ensemble de ces variables peut être associé à chaque état. L'ensemble des états du statecharts actifs à chaque instant définit la situation, et l'ensemble des systèmes d'équations associés à ces états définit l'activité de la situation.

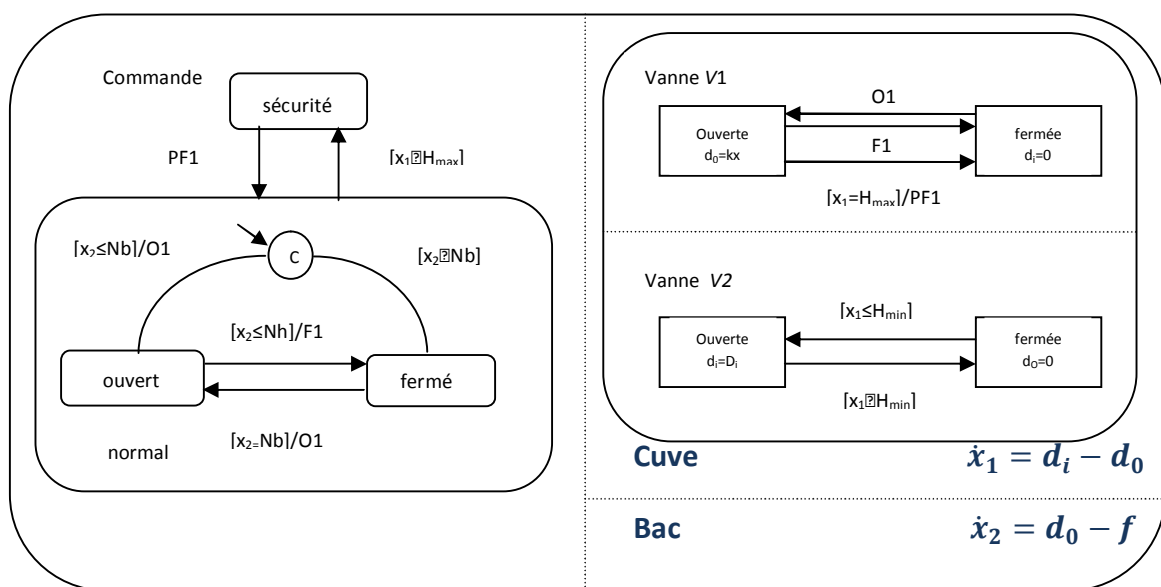
Comme on peut le remarquer, cette définition n'est pas très différente de la définition des automates hybrides. Il existe néanmoins une différence majeure entre ces derniers et les statecharts, elle réside dans le fait que le franchissement d'une transition dans un statechart est régi par l'occurrence d'un événement déclencheur ainsi qu'une condition de garde, alors que dans un automate hybride ce franchissement n'est régi que par une condition de garde. De ce fait dans un automate hybride, une fois la condition de garde vérifiée, le franchissement de la transition liée à cette condition n'est pas une obligation alors que dans un statechart le franchissement d'une transition à laquelle est associée seulement une condition de garde est systématique !

Cet exemple hybride de la figure (1.12) représente le modèle du système de cuves contrôlés, et définit un comportement équivalent à celui des automates hybrides. Ce modèle est obtenu par composition d'un modèle de la commande (état commandé) et d'un modèle du système lui-même.

**I.2.6.1 Exemple illustratif d'un statecharts hybride:**



**Figure (1.15) Système de cuves**



**Figure (1.16) Statecharts hybrides modélisant le système de cuves contrôlé**

Cet exemple montre l'intérêt de l'utilisation de la hiérarchie des états pour la structuration de la partie événementielle du modèle, mais également pour la structuration des relations entre les grandeurs continues. En effet chaque équation est associée à l'état du *statecharts* pertinent et caractéristiques de son activité. De même, la différenciation de la nature ou déclenché des événements permet-elle d'améliorer la lisibilité des modèles.

**I.2.7 La modélisation par les réseaux de Petri mixtes :**

**1. Les réseaux de Petri :** Les aspects théoriques des réseaux de Petri ont été largement étudiés, et les résultats théoriques les concernant sont très abondants. On notera par exemple les ouvrages collectifs suivants :

Ø G.W. BRAMS Rdp : théorie et pratique Masson 83

Ø Proth et Xie Gestion et conception des systèmes de production Masson 95

C'est un outil de modélisation utilisé généralement en phase préliminaire de conception de système pour leur spécification fonctionnelle, modélisation et évaluation.

Les principaux utilisateurs de ces réseaux sont les informaticiens et les automaticiens. Cependant, c'est un outil assez général pour modéliser des phénomènes très variés. Il permet notamment :

Ø La modélisation des systèmes informatiques,

Ø L'évaluation des performances des systèmes discrets, des interfaces homme-machine,

Ø La commande des ateliers de fabrication.

Ø La conception de systèmes temps réel.

Ø La modélisation des protocoles de communication.

Ø La modélisation des chaînes de production (de fabrication)...etc.

Nous allons tenter dans notre travail d'entourer les aspects continus, discrets et hybrides (Mixtes) des RDP. Pourquoi ? Par ce que les réseaux de pétri mixtes sont fréquemment utilisés pour modéliser des systèmes à événements discrets. Cependant, leur efficacité est limitée lorsque l'on étudie des systèmes mettant en jeu un grand nombre d'entités. Afin d'éviter l'explosion du nombre d'événements à prendre en compte lors de la simulation de tels systèmes, les réseaux de pétri continus sont introduits. De nombreux systèmes de production comportent certaines parties qui, lors de la simulation, génèrent un grand nombre d'événements et d'autres qui en engendrent moins. C'est le cas, par exemple, lorsque l'on modélise d'une part le flux des pièces dans un atelier de fabrication et d'autre part, l'état opérationnel des machines qui composent cet atelier. Les réseaux de pétri hybrides permettent de prendre en compte chacun de ces deux aspects en faisant coexister une partie discrète et

une partie continue. Nous allons donc commencer par l'étude des réseaux de Pétri (RDP) discrets

## 2. La modélisation par les réseaux de Pétri discret:

### 2.1 Les concepts de base :

Un réseau de Petri [34] est un graphe biparti qui est constitué de deux types de nœuds nommé respectivement : **place** et **transition**. Les **places** sont représenté par des cercle les **transitions** par des barres ou des rectangles, place et transition sont reliées par des **Arcs (flèches)**, le nombre de places et de transition dans un RDP est fini et non nul. Un arc doit impérativement relié une place à une transition ou une transition à une place

La figure suivante présente tous les éléments de bases des réseaux de Pétri.

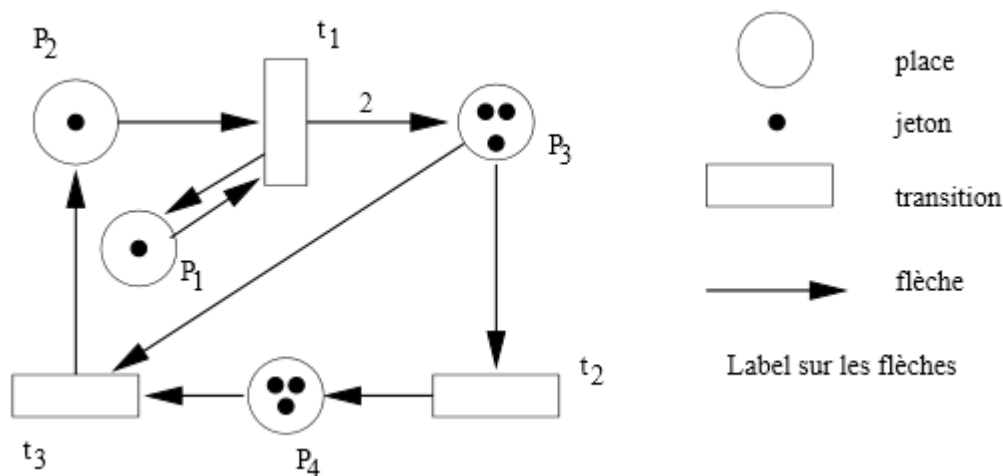


Figure (1.17) Bases des réseaux de Pétri

Intuitivement :

- Le nombre de jetons dans chaque place indique l'état de la variable associée à la place considérée.

Exemple : Si dans la figure suivante

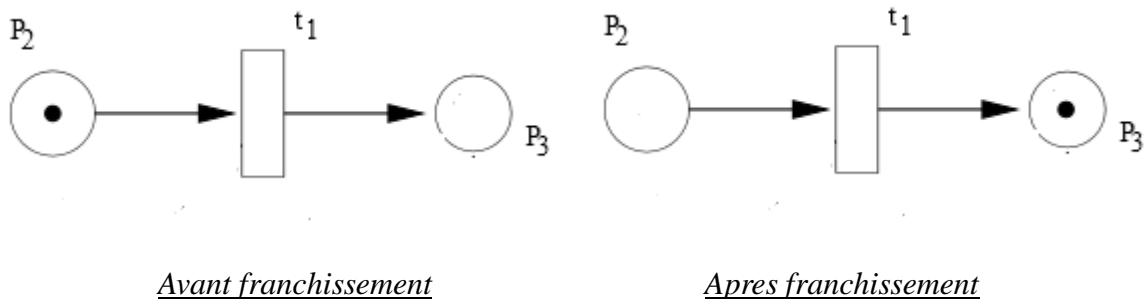
P3 représente l'ATP, alors, il y a 3 ATP dans le système.

L'état initial du système est donné par le vecteur composé des nombres de jetons dans chacune des places.

Exemple, si la figure suivante, représente l'état initial du système, alors le vecteur initial est (marquage initial) :

$$M_0 = (1 \ 1 \ 3 \ 3) \quad (1.33)$$

Une transition est franchie de la manière suivante :



**Figure (1.18) Franchissement d'une transition**

Un nombre entier sur un arc indique le poids de la transition qui le précède, cette transition ne peut donc être franchie si le nombre de jeton dans la place précédent la transition en question ne correspond pas au poids de l'arc. Ce qui nous amène à parler des fonctions **Pré-post** des réseaux de petri.

Soit la transition  $T_i$  et la place  $P_i$  d'un RDP :

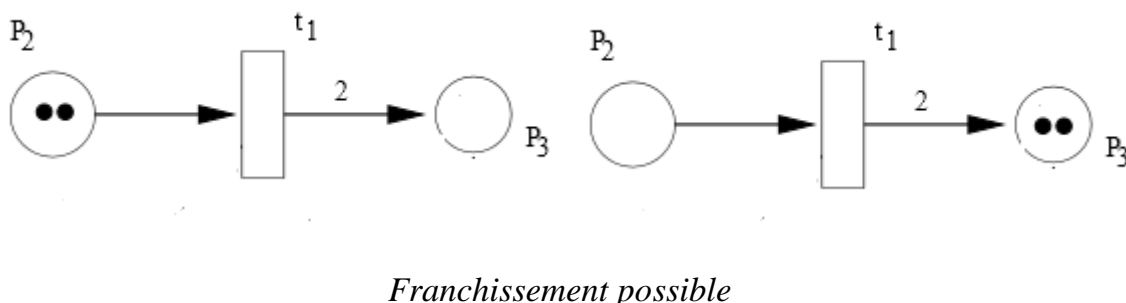
Pré ( $P_i, T_i$ ) : représente le poids de l'arc reliant la place  $P_i$  a la transition  $T_i$

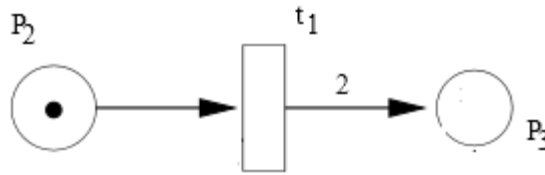
Post ( $P_i, T_i$ ) : représente le poids de l'arc reliant la transition  $T_i$  a la place  $P_i$

**Pré : est appelé application d'incidence avant.**

**Post : est appelé application d'incidence arrière.**

Illustration :





*Pas de Franchissement possible*

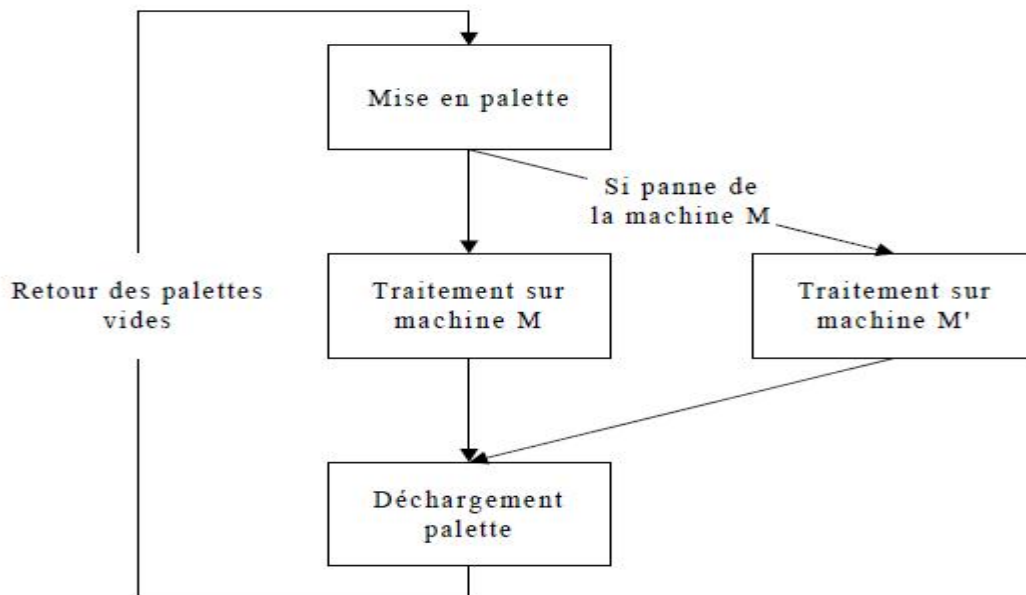
**Figure (1.19) Possibilité de franchissement**

Ce qui nous permet de dire que le franchissement ou la validation d'une transition  $T_i$  puisse être activé, il faut que le nombre de marquage dans chaque place  $P_i$  appartenant à l'ensemble des places d'entrée de  $P_i$  soit supérieur ou égale au poids de l'arc reliant  $P_i$  à  $T_i$ , autrement dit :

$$M(P_i) \geq \text{Pré}(P_i, T_i) \quad (1.34)$$

#### **Exemple de réseau de pétri discret :**

Soit le système de production décrit par la figure ci-dessous. En entrée, les produits sont mis en palette. Cette opération prend un temps  $t_p$ . Ils subissent ensuite une transformation sur une machine  $M$  pendant un temps  $t_n$ . Les produits sont ensuite enlevés des palettes. Cette opération prend un temps  $t_d$ . La machine  $M$  est susceptible de tomber en panne. Dans ce cas, les produits sont redirigés sur une machine de secours  $M'$ , dont le temps de cycle est  $t_n$ . La réparation de la machine  $M$  prend un temps  $t_r$ . Le nombre de palettes circulant dans le système à tout moment est  $N$ .



Le réseau de pétri correspondant est le suivant :

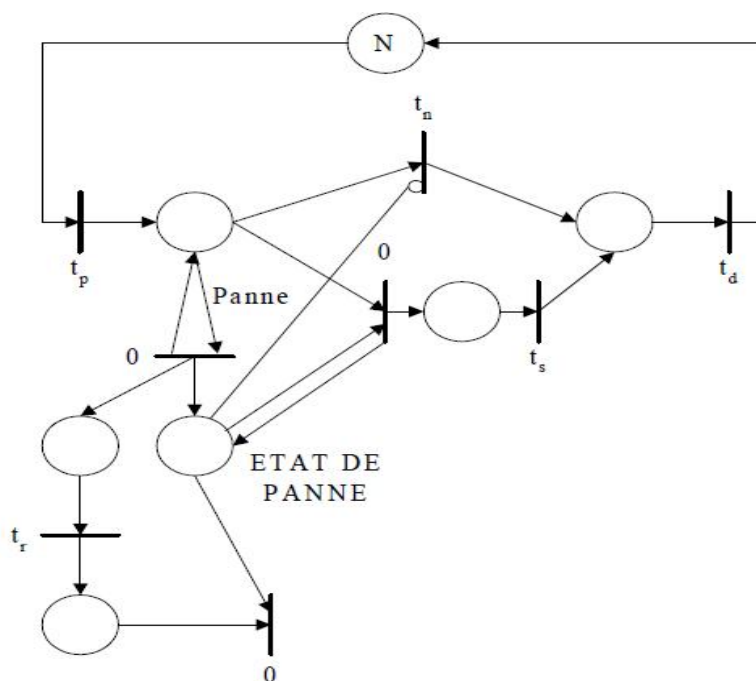


Figure (1.20) exemple de réseau de petri

### 3. La modélisation par les réseaux de Petri continus [33]:

Une limite pratique des réseaux de Petri discrets intervient lorsque le nombre de marquages est très grand, cela provoque une augmentation du nombre d'état atteignable et donne par conséquent des durées de simulation très importantes, ce qui est la motivation de base qui conduit aux réseaux de Petri continus où les marquages sont des valeurs réelles strictement positives.

La définition d'un RDP continu reste similaire à celle des RDP discret, sauf que les marquages et les fonctions **pré-post** prennent leurs valeurs dans le domaine des nombres réels positifs et non plus dans les entiers naturels.

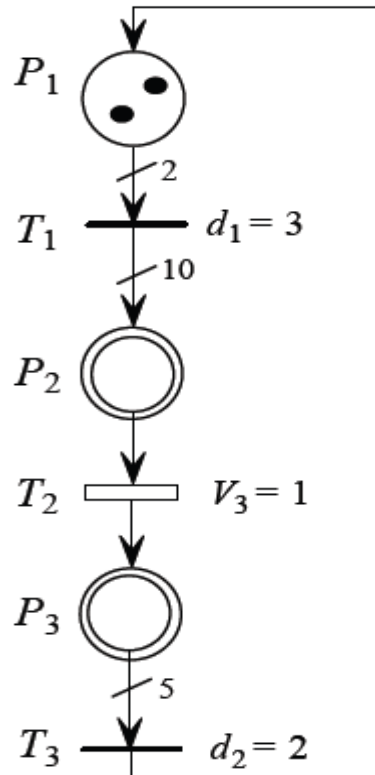
### 4. La modélisation par les réseaux de Petri hybrides (mixtes) :

Cette méthode repose sur la modélisation par des réseaux de Petri [32],[34] associés à des équations différentielles, pour synchroniser l'aspect continu et discret du SDH. Cette stratégie de modélisation a été appliquée dans [35] à un processus chimique automatisé.

Les réseaux de Pétri [36] ont été très utilisés comme outils de modélisation, analyse et synthèse pour les systèmes à événements discrets. Dans [37], les auteurs présentent une extension des réseaux de Petri (RdP), les réseaux de Petri hybrides.

Un *RdP hybride* est composé par des places et des transitions continues (C-places et C-transitions) et des places et transitions discrètes (D-places et D-transitions). Le marquage d'une C-place est représenté par un nombre réel, dont l'unité est appelée marque, et le marquage d'une D-place est représenté par un nombre entier dont l'unité est appelée jeton.

Le réseau de Petri hybride de la figure suivante modélise un système de fabrication qui produit des pièces par lots de 5. A la fin de la production de 2 lots de 5 pièces, un nouveau cycle de production est entamé.



**Figure (1.21) Modèle de RDP hybride d'un système de fabrication par lots**

Le marquage de la place  $P_1$  (D-place) est associé au nombre de lots à l'entrée du système de fabrication. Les durées  $d_1$  et  $d_2$  sont les temps de chargement et de chargement des pièces (D-transitions). La transition  $T_3$  modélise une machine dont la vitesse de production est  $V_3$  (C-transition). Cette machine possède un stock d'entrée et un stock de sortie modélisés par les places  $P_2$  et  $P_3$  (C-places). Le franchissement continu de la transition  $T_3$  correspond à une production continue à la vitesse  $V_3$  quand la place  $P_2$  n'est pas vide. Lorsque  $P_2$  est marquée, le franchissement d'une quantité  $V_3 dt$  de  $T_3$  correspond à retirer  $V_3 dt$  marques à  $P_2$  et à ajouter la même quantité à  $P_3$ .

Ce modèle hérite tous les avantages du modèle de réseaux de Petri tel que la représentation du parallélisme, de la synchronisation et des conflits [38].

D'autres approches autour des RdP ont été proposées. Parmi ces approches, Peterson et Lennartson [39] utilisent les "bonds graphs" pour la vérification de systèmes représentés par des RdP hybrides. Il s'agit d'étendre la représentation à des objets événementiels tout en gardant les propriétés des graphes. Les "High-Level Petri Nets" sont proposés par Giua et Usai [40], caractérisés par l'utilisation de jetons colorés dans la partie discrète du réseau.

Pour l'analyse quantitative des réseaux de Petri hybrides périodiques, dans [33] l'auteur propose un algorithme permettant de construire l'automate hybride décrivant l'évolution d'un réseau de Petri hybride.

### **I.2.7. Modélisation par le formalisme de bond graph :**

#### **1. Le modèle unifié de Branicky :**

Dans cette approche, l'intégration de la dynamique discrète à la dynamique continue est faite par le biais des fonctions de transition modélisant les sauts autonomes et les sauts commandés [41]. Cette approche a été appliquée aux systèmes physiques avec des commutateurs ou des relais.

La modélisation des systèmes dynamiques hybrides a suscité l'intérêt de beaucoup de chercheurs, ce faisant un grand nombre d'étude a été mené dans ce domaine, Ces études ont abouti à de nombreuses approches de modélisation des SDH [5], à ce titre nous pouvons citer :

**I.2.8 Le Modèle de Witsenhausen :** Witsenhausen nous a introduit à la classe des systèmes a temps continu, dont les états sont d'une part à parties continues et d'autre part à parties discrètes, ce qu'on appellerait un système dynamique hybride a temps continu

**I.2.9 Le Modèle de Tavernini :** Tavernini nous a introduit ce que on appelle : *les automates différentiels*, motivé à étudier ce type de système notamment afin de concevoir un modèle aux systèmes que l'on appelle « hysteretic phenomena systems »

**I.2.10 Le Modèle de Back-Guckenheimer-Myer :** ce modèle est très similaire à celui de Tavernini, seulement ce modèle permet l'occurrence de « sauts » dans l'espace d'état continu ainsi qu'une réinitialisation des paramètres lorsque certaines limites sont atteintes (commutation).

Nous ne pouvons malheureusement pas exposer, ni parler de tout les modèles existant dans notre travail, mais nous invitons les lecteurs les plus curieux et les avides de connaissances à jeter un œil aux études menées **Mr Branicky** dans le domaine de la modélisation des SDH ainsi qu'aux travaux de [42] , [43], [44] toujours dans le domaine .

**I.2.11 Conclusion :**

Il existe comme nous l'avons vu, un très grand nombre d'approche à la modélisation des SDH nous n'avons malheureusement pas pu étudier en détail chacune de ces méthodes, celles-ci étant relativement complexes, nous avons néanmoins exposé assez clairement l'approche de modélisation par automates hybrides ainsi que l'approche de modélisation par réseaux de petri hybrides. Nous allons à présent, nous pencher vers le domaine de l'électronique de puissance dans lequel nous allons modéliser certains circuits électriques à l'aide du formalisme des automates hybrides qui sera le formalise sur lequel nous nous baserons, pour nous aider dans la simulation d'un convertisseur multicellulaire série que nous verrons dans les chapitres suivants.



## II.1 Introduction :

L'électronique de puissance est une électronique de commutation: idéalement, un interrupteur ouvert ou fermé ne dissipe pas d'énergie. Ainsi, il est possible de transférer de l'énergie entre une source d'entrée et une charge de sortie en contrôlant son transfert. A chaque cycle de commutation, un quantum d'énergie est donc transféré (ou stocké si un dispositif existe dans la structure) entre la source d'entrée et la sortie.

Avant de définir la cellule de commutation, et d'exposer les convertisseurs multicellulaires série (qui sont l'objet de notre travail), nous allons rappeler quelques règles fondamentales de l'électronique de puissance qui nous permettront de mieux comprendre et de mieux assimiler la théorie de ces derniers. Nous nous plaçons donc dans l'hypothèse où les interrupteurs et les sources de tension et de courant sont considérés comme parfaits.

## II.2 Notions de base en électronique de puissance :

### II.2.1 Les sources statiques et dynamiques :

Les sources électriques existantes sont des générateurs de tension ou de courant, continus ou alternatifs. Par définition et en régime statique, une source de tension idéale impose une tension indépendamment du courant qui la parcourt ; une source de courant idéale impose un courant indépendamment de la tension à ses bornes.

Par extension [46], on parlera de sources dynamiques de tension ou de courant des dipôles tels que respectivement la tension et le courant ne peuvent varier instantanément à leurs bornes. Ce comportement est observé pour un condensateur (source dynamique de tension) ou une inductance (source dynamique de courant).

La réalité technologique diffère de ces descriptions idéales. Si on prend le cas d'un accumulateur électrochimique débitant sur une charge résistive via quelques mètres de câble, la tension est effectivement imposée à ses bornes : c'est donc une source de tension quasi-parfaite. Si la charge est très non-linéaire et que le courant peut fluctuer très rapidement, l'inductance parasite des câbles va empêcher toute variation instantanée du courant à l'échelle temporelle de cette variation : le générateur électrochimique et son câble sont alors assimilables à une source de courant sur cette échelle temporelle. Ainsi, l'impédance interne d'une source joue t elle un rôle fondamental pour caractériser sa nature. Il sera souvent nécessaire, compte tenu d'impédances parasites de connexion ou de l'impédance interne du générateur de placer à l'entrée du convertisseur un élément qui « renforce » le caractère de cette source : par exemple, on placera une capacité de forte valeur à l'entrée d'un

convertisseur de tension alimenté par une batterie, un panneau solaire ou une machine à courant continu [45].

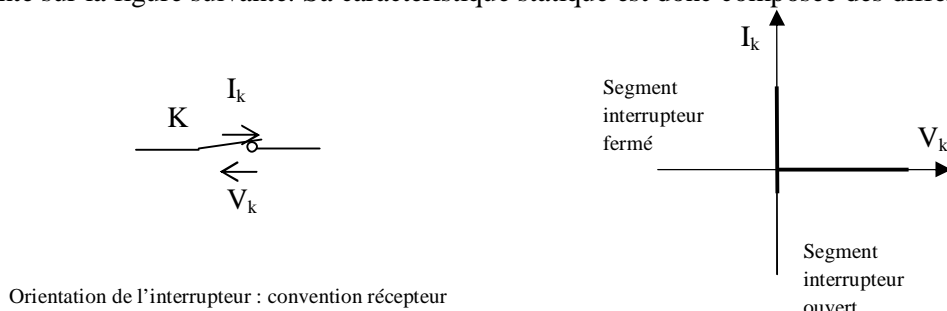
La réversibilité en puissance d'une source est une caractéristique très importante à connaître. En effet, elle conditionne très directement la structure de conversion, son mode de contrôle et les interrupteurs qui la constituent. Un accumulateur électrochimique est une source de tension réversible en puissance (le courant peut être bidirectionnel) mais évidemment unidirectionnelle en tension. Toutes les machines tournantes (MCC, machine synchrone et asynchrone) possèdent une réversibilité en puissance ; la MCC est réversible en tension et en courant.

Le convertisseur statique [47] placé entre une source et une charge doit être conçu selon les réversibilités souhaitées ; si la charge est réversible elle peut par (exemple : restituer de l'énergie : un train en descente) et qu'on souhaite récupérer cette énergie, la source d'entrée et le convertisseur devront l'être aussi. Il peut être dangereux d'associer une source non réversible avec un convertisseur et une charge réversibles : en cas de changement de sens du flux d'énergie, la non-réversibilité de la source entraîne généralement un accroissement d'énergie dans un composant de stockage (condensateur d'entrée) et un accroissement des contraintes électriques (surtension) avec des conséquences souvent destructrices !

## II.2.2 Les interrupteurs :

### II.2.2.1 Nombre de segments, régime statique et dynamique :

Un interrupteur idéal est considéré comme un dipôle orienté en convention récepteur, comme représenté sur la figure suivante. Sa caractéristique statique est donc composée des différents



**Figure 2.1** Caractéristique statique : interrupteur de segment

segments situés sur les axes du repère  $(v_k, i_k)$ . Ainsi, on peut envisager des interrupteurs à 2, 3 ou 4 segments qui seront adaptés à la nature et aux réversibilités des sources et des charges. Noter que pour un interrupteur idéal, la caractéristique statique est non dissipative.

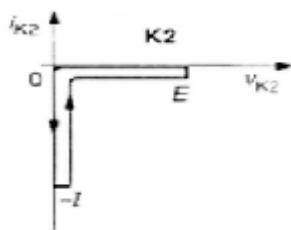
La caractéristique dynamique d'un interrupteur [48] : c'est la trajectoire suivie par le point de fonctionnement pour passer d'un point situé sur un segment à un point situé sur un autre segment : cette trajectoire peut passer dans un des  $\frac{1}{4}$  de plan ou suivre les axes comme on le verra plus loin. L'aspect dynamique est important car il permet de mettre en évidence la notion de pertes par commutation. En effet, lors d'une commutation (i.e. le point de fonctionnement parcourt une certaine trajectoire), l'énergie dissipée s'écrit :

$$W = \int V_k(t) \cdot I_k(t) \quad (2.1)$$

Cette énergie ne peut être que  $>0$  ou nulle (interrupteur nécessairement dissipatif), ce qui a pour conséquences que :

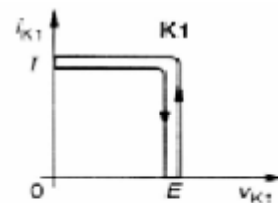
Ø Soit le point de fonctionnement se déplace le long des axes dans des quadrants où les segments sont de signes opposés (quadrants 2 et 4) :  $W=0$ , ce type de commutation est nommé « commutation spontanée ».

Ø Soit il se déplace dans un  $\frac{1}{4}$  de plan où les segments sont de mêmes signes : quadrants 1 et 3,  $W>0$ , on parle alors de commutation commandée à l'amorçage ou au blocage.



Commutation spontanée d'un interrupteur :

$$W = 0$$



commutation commandée d'un interrupteur

$$W > 0$$

**Figure (2.2) Commutation spontanée et commandée d'un interrupteur.**

Ainsi, si un interrupteur idéal n'est pas dissipatif au repos, il le devient lors des commutations sauf si la trajectoire s'effectue en longeant les axes. Ce caractère dissipatif, qui entraîne nécessairement une élévation de température du dispositif est d'autant plus important que la fréquence de commutation s'accroît : ceci constitue donc une limitation structurelle à la montée en fréquence de fonctionnement, sauf à effectuer les commutations sur des trajectoires non dissipatives.

### II.2.2.2 Caractéristique statique des interrupteurs :

La source de tension  $Us$  étant alternative, les interrupteurs du convertisseur statique doivent être bidirectionnels en tension.

La source de courant  $Id$  étant non réversible, des interrupteurs unidirectionnels en courant suffisent. On doit donc utiliser des interrupteurs à trois segments, bidirectionnels en tension et unidirectionnels en courant.

Le seul composant répondant directement à cette propriété est le thyristor, dont nous rappelons la caractéristique statique du thyristor.

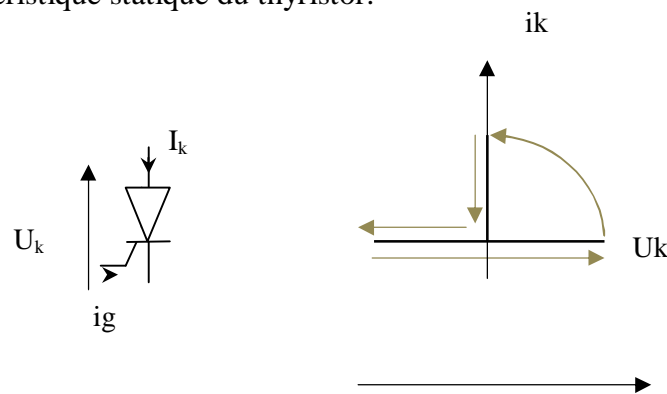


Figure (2.3) Caractéristique statique du thyristor

### II.2.2.3 Le thyristor :

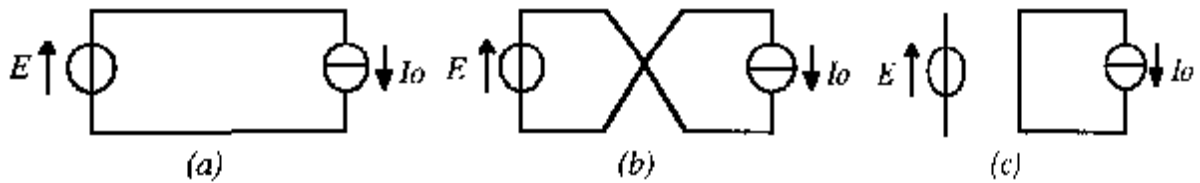
L'amorçage de ce composant s'effectue lorsque la tension à ses bornes est positive, et que l'on applique une impulsion d'amorçage sur sa gâchette. Le blocage du thyristor est spontané, lorsque le courant qui le traverse devient nul. A ce moment, et pour éviter tout réamorçage intempestif, la tension appliquée au thyristor doit être négative.

### II.2.2.4 La diode :

C'est un interrupteur à 2 segments de signe opposés. Idéalement, elle ne peut donc commuter que sans pertes. Ceci n'est technologiquement pas réalisé à cause de son mécanisme de conduction par diffusion : il en résulte une charge stockée qui doit s'évacuer et peut être à l'origine de pertes par commutation.

### II.2.3 Règles d'interconnexion des sources :

Un convertisseur statique assure et contrôle l'échange d'énergie entre deux sources en les reliant par l'intermédiaire de ses interrupteurs (figure suivante) :



**Figure (2.4) Possibilités d'interconnexions d'une source de tension et d'une source de courant[50]**

Trois règles d'interconnexion des sources doivent être impérativement respectées :

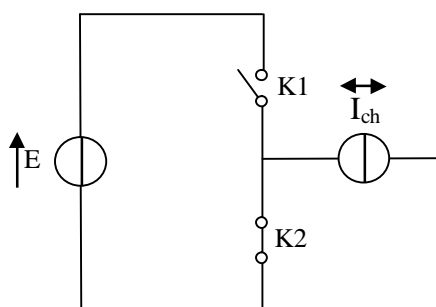
- ∅ Une source de tension ne doit jamais être court-circuitée mais elle peut être ouverte.
- ∅ Le circuit d'une source de courant ne doit jamais être ouvert mais il peut être court-circuité.
- ∅ Il ne faut jamais connecter entre elles qu'une source de courant et une source de tension.

Nous allons à présent passer à la présentation de la cellule élémentaire de commutation qui est un outil pédagogique de l'électronique de puissance.

### II.3 Cellule de commutation élémentaire :

#### II.3.1 Etude de la cellule élémentaire de commutation :

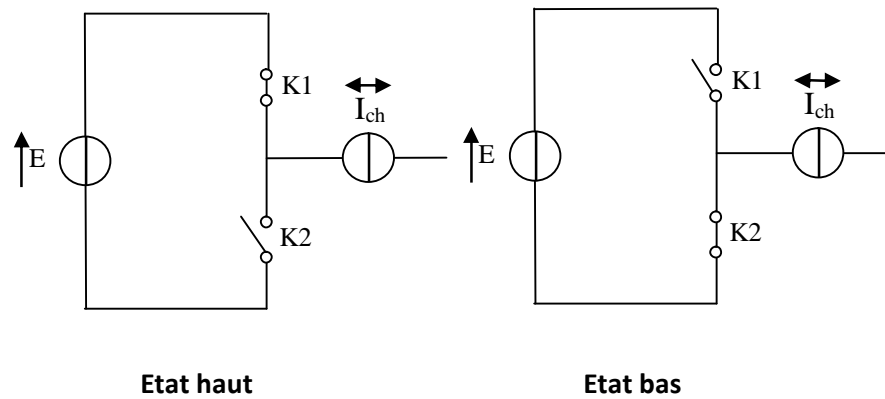
Une cellule de commutation élémentaire est composée d'une source de tension de deux interrupteurs connectés à une source de courant comme le montre la figure suivante :



**Figure (2.5a) cellule de commutation élémentaire**

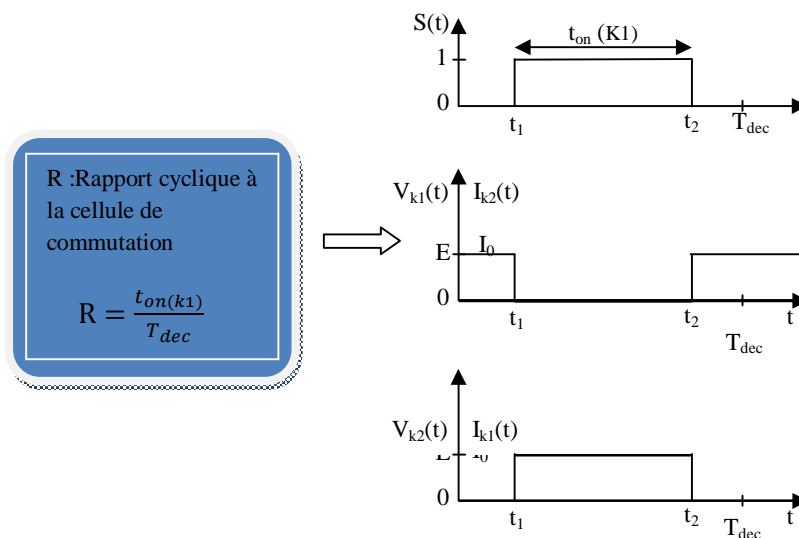
Afin de respecter les règles d'interconnexion de sources, les signaux de commande des interrupteurs "K1" et "K2" devront être de nature complémentaire. Ainsi, une cellule élémentaire de commutation ne peut présenter que deux états [50], [46] . Par convention, une cellule de commutation est dite à l'état "1" lorsque son interrupteur haut (respectivement bas)

est passant (respectivement bloquée). Donc une cellule de commutation est dite à l'état "0" lorsque son interrupteur haut (respectivement bas) est bloqué (respectivement passant) comme le montre la figure ci-dessous. Il ne faut jamais connecter entre elles deux sources de mêmes natures ; cela revient à dire qu'on ne peut connecter entre elles qu'une source de courant et une source de tension. Le courant est considéré comme constant pendant une période de commutation.



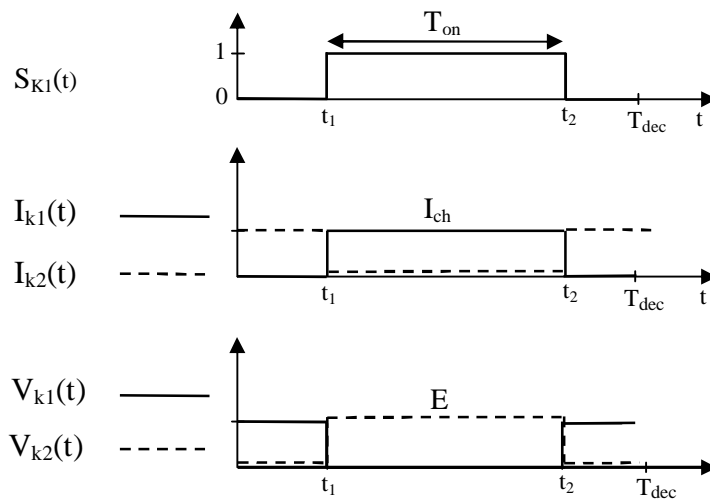
**Figure (2.5b) convention sur l'état d'une cellule de commutation**

Lorsqu'on parle de rapport cyclique d'une cellule de commutation, il s'agit par défaut de celui de l'interrupteur haut de la cellule. Cela signifie que lorsque le rapport cyclique d'une cellule de commutation est égal à 1 ( $\square=1$ ) donc cela signifie que la cellule de commutation est à l'état 1 durant toute la période de commutation.



**Figure (2.5c) Convention sur le rapport cyclique appliqué a une cellule de commutation élémentaire**

Sur la figure suivante nous allons présenter toutes les grandeurs électriques au sein de la cellule de commutation :



**Figure (2.5d) Grandeurs électriques au sein de la cellule de commutation**

### II.3.2 Modélisation d'une cellule élémentaire de commutation :

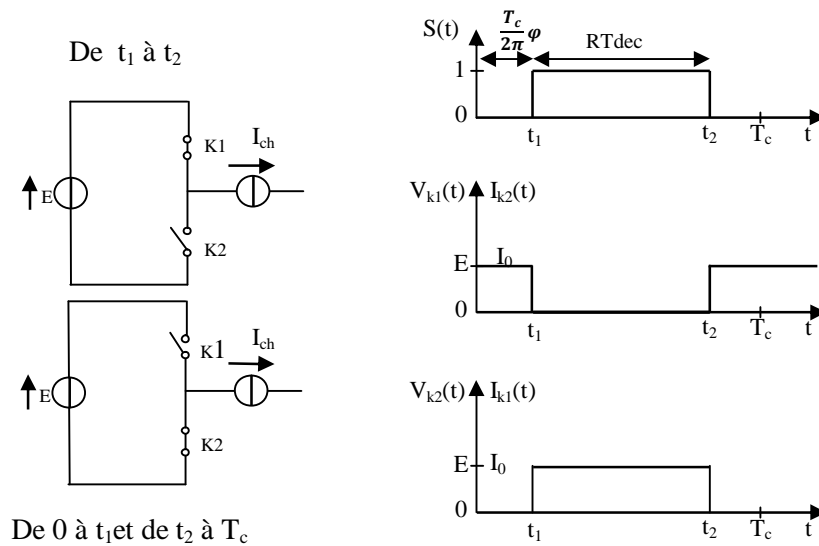
Il existe dans la littérature trois modèles représentant la cellule de commutation [**tachon**] à savoir :

- Ø Le modèle exacte (instantané)
- Ø Le modèle moyen
- Ø Le modèle harmonique

Nous allons nous attarder sur chacun de ces modèles en vue de mieux saisir les principes de bases nécessaires à la modélisation et conception des convertisseurs multicellulaires séries (qui sont l'objet de notre travail).

#### II.3.2.1 Modèle exact de la cellule de commutation :

Le modèle exact représentant l'état de la de commutation à chaque instant. Ce dernier modèle, le plus simple de tous, devient très délicat à manier dès qu'il s'agit de l'utiliser dans une simulation numérique. Les seules hypothèses qui sont faites ici concernent les interrupteurs qui sont supposés parfaits (tension de saturation, courant de fuite et temps de commutation nuls).



**Figure (2.6) Modèle instantané de la cellule de commutation**

Nous constatons que deux paramètres suffisent pour définir les commutation d’une cellule pendant une période de commutation :  $t_1$  et  $t_2$ . Ces deux informations peuvent aussi être définies par le rapport cyclique  $R = \frac{t_2 - t_1}{T_c}$  et le déphasage  $\phi = \frac{t_1}{T_c} 2\pi$ .

Le courant traversant l’interrupteur K1 et la tension aux bornes de l’interrupteur K2 sont, dans le domaine temporel, donnés par les équations suivantes

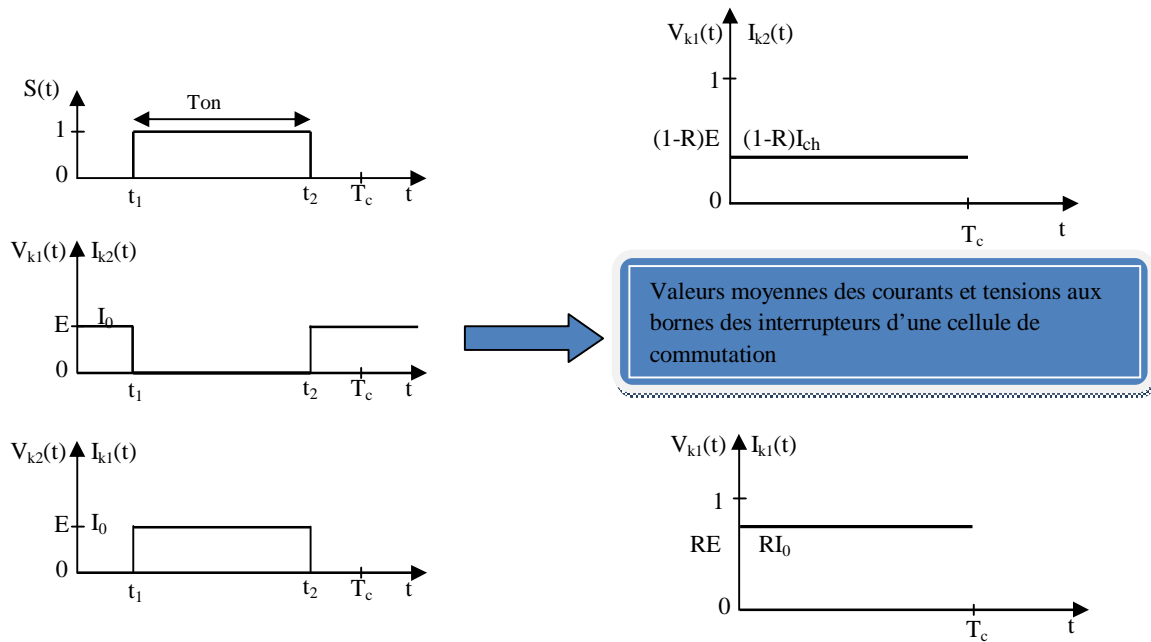
$$\begin{cases} I_{K1}(t) = I_0(t) \times S(t) \\ V_{K2}(t) = E(t) \times S(t) \end{cases} \quad (2.2)$$

avec  $S(t)$  : signal de commande des interrupteurs

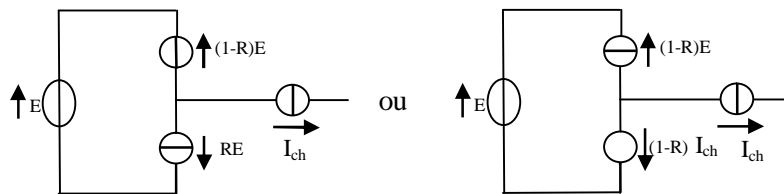
Les modèles qui vont suivre présentent l’avantage, par rapport au modèle exact, de pouvoir être utilisés dans une simulation numérique en prenant une fréquence d’échantillonnage égale à la fréquence de commutation. En effet, bien que le modèle instantané soit des plus simples à réaliser, il s’accompagne néanmoins d’un désavantage non négligeable du point de vue de la simulation.

### II.3.2.2 Modèle moyen de la cellule de commutation :

Nous utiliserons les valeurs moyennes du courant et de la tension appliquées aux interrupteurs composant la cellule de commutation [51] figure (2.7a)



**Figure (2.7a) Valeurs moyennes des tensions et courants d'une cellule de commutation**



**Figure (2.7b) Modèle moyen d'une cellule de commutation**

Dans le domaine temporel, les équations représentant ce modèle sont les suivantes :

$$\begin{cases} I_{K1}(t) = I_0 \times R \\ V_{K2}(t) = E(t) \times R \end{cases} \quad (2.3)$$

Donc, en plus des hypothèses liées aux interrupteurs parfaits qui ont été faites dans le modèle exact, deux nouvelles hypothèses sont posées :

Nous supposons que  $E(t)$  et  $I_0(t)$  sont constants pendant la période de commutation et donc que les harmoniques du spectre de  $E(t)$  et du spectre de  $I_0(t)$  sont supposés nuls.

Seule la composante continue du spectre de  $S(t)$  est considérée (c'est-à-dire le rapport cyclique). Les harmoniques du spectre de  $S(t)$  sont négligés.

Ce modèle n'utilise qu'une seule information concernant la cellule de commutation : le rapport cyclique. Il ne tient absolument pas compte du second paramètre qui est le déphasage : □ .

### II.3.2.3 Modèle harmonique de la cellule de commutation :

Pour représenter correctement l'équilibrage naturel (**nous allons en reparler plus loin**), l'hypothèse déjà posée,  $E(t)$  reste constant et donc les harmoniques du spectre  $E(t)$  sont nuls. Dans ce modèle de la cellule de commutation, appelé modèle harmonique, est ramené à un circuit équivalent composé d'une source de courant, représentant le courant moyen calculé à l'aide des harmoniques de courant traversant la charge, et d'une source de tension représentant les harmoniques de tensions aux bornes de l'autre interrupteur.

Soulignons que dans ce modèle, nous tenons compte des deux paramètres qui caractérisent les commutations pendant une période de commutation : le rapport cyclique et le déphasage.

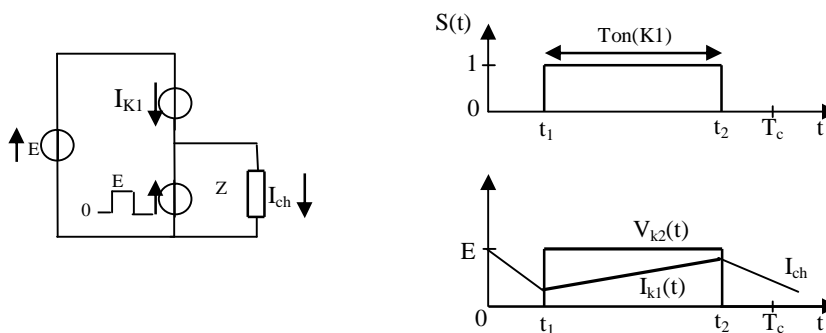


Figure (2.8) Modèle harmonique d'une cellule de commutation

### II.3.2.4 Conclusion :

Si nous développons en série de fourrier la tension appliquée sur un interrupteur et le courant traversant l'autre interrupteur d'une même cellule de commutation nous avons :

$$\begin{cases} I_{k1} = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nwt + b_n \sin nwt) \\ V_{k2} = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nwt + b_n \sin nwt) \end{cases} \quad (2.4)$$

Le modèle exact est très utile pour analyser le fonctionnement d'un convertisseur multicellulaire en régime permanent. Par contre, il devient délicat à manier dans le cas où on souhaite l'utiliser dans une simulation numérique.

Le modèle moyen est plus souple puisqu'un seul point de commutation suffit. Par contre il n'est pas suffisamment précis pour tenir compte de certains phénomènes. En effet il n'utilise

que la composante continue  $a_0$  et néglige l'information portée par les coefficients portés par  $a_n$  et  $b_n$ .

Enfin, le modèle harmonique utilise l'information portée par les coefficients  $a_n$  et  $b_n$  pour calculer une fois par commutation les harmoniques du courant de charge et en déduire la valeur moyenne de  $I_{k1}$ .

Après avoir passé en revue les modèles d'une cellule de commutation, nous allons étudier les propriétés des convertisseurs, nous nous intéresserons plus particulièrement à la topologie du convertisseur multicellulaire série, à ces principes généraux de fonctionnement et à sa modélisation.

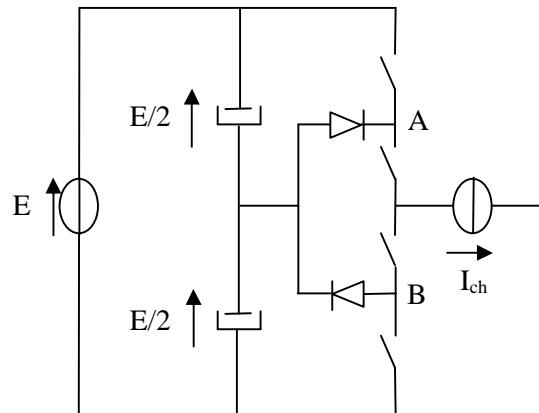
Le but de notre travail est d'étudier les convertisseurs multicellulaires série mais, nous allons néanmoins voir brièvement les différents types de convertisseurs qui ont été élaborés à savoir, les convertisseurs multicellulaires parallèles et multi-niveaux.

## **II.4 Convertisseurs multi-niveaux :**

### **II.4.1 Association de cellules de commutation :**

Apparue vers la fin des années 70, l'une des premières structures multi-niveaux[54] communément appelée convertisseur clampé par le neutre, elle n'utilise pas de transformateur d'isolement et afin de résoudre les problèmes de la mise en série décrits dans le paragraphe précédent, il est possible d'utiliser ces convertisseurs. Ils possèdent l'avantage d'associer des composants semi-conducteurs sans utiliser les transformateurs d'isolement et permettent une amélioration significative des formes d'onde en sortie due à l'apparition de différents niveaux de tension de sortie. En effet, au fur et à mesure que le nombre de niveaux est plus important, la forme d'onde de sortie aura plus de niveaux et en conséquence la forme d'onde échelonnée sera plus proche de la forme d'onde souhaitée. Mais l'intérêt sur les convertisseurs multi-niveaux ira plus loin lorsque des nouvelles topologies ont été proposées. Une des caractéristiques de ses nouvelles topologies est la possibilité de travailler avec des tensions d'alimentation très élevées. Ceci grâce à la structure de convertisseurs où la mise en série des interrupteurs de puissances où la répartition équilibrée de la tension d'alimentation parmi les interrupteurs mis en série. Ainsi parmi les applications pour ces types de structures multi-niveaux, on trouve les applications hautes et moyennes tensions. Pour garantir une bonne répartition des tensions aux bornes des interrupteurs, un asservissement de la tension du point milieu M doit être effectué. Vu la complexité de cette commande, il devient difficilement

envisageable d'utiliser cette structure pour un nombre d'interrupteurs en série supérieur à deux. De plus cette structure ne peut fonctionner qu'en simple hacheur [50].



**Figure (2.9) Convertisseur multi-niveau**

Le concept de convertisseur multi-niveaux peut être mis en œuvre par différentes structures [52], [53]. La caractéristique commune de celle-ci sera sa capacité à fournir une forme d'onde qui puisse prendre plus de deux niveaux en sortie du convertisseur. Ainsi, plusieurs structures de convertisseurs multi-niveaux ont été proposées. L'approche la plus intéressante consiste à mettre en série plusieurs semi-conducteurs de puissance, dont la tension supportée est seulement une partie de la tension d'alimentation. Dans ces structures une sorte des sources de tension auxiliaires sont utilisées afin d'avoir une répartition équilibrée de la tension sur les différents semi-conducteurs et en même temps d'être en mesure d'avoir une forme d'onde multi-niveaux en sortie du convertisseur.

Dans cette catégorie on peut distinguer deux structures de base :

- Ø Les convertisseurs à point neutre fixé (NPC – Neutral Point Clamped).
- Ø Les convertisseurs multicellulaires séries (ou « Flying Capacitor Multilevel Converters »).

## II.5 Analyse topologique des convertisseurs multicellulaire série :

Au début des années 90, une nouvelle structure de convertisseurs multi-niveaux a été inventée [50], elle est basée sur la mise en série de cellule de commutation entre lesquelles une source de tension flottante est insérée. Ces sources de tensions flottantes sont réalisées par des condensateurs. La structure multicellulaire série peut être adaptée à toutes les configurations : montage en hacheur ou en onduleur (avec un point milieu capacitif), en demi pont ou en pont complet.

Nous rappelons que le principal avantage de ces convertisseurs est la réduction des contraintes en tensions sur les interrupteurs. Les sources de tensions flottantes imposent sur chaque cellule une contrainte en tensions égale à  $\frac{E}{p}$ . Par contre, le calibre en courant des interrupteurs est identique à celui d'une structure classique : le courant de charge. Les convertisseurs multicellulaires séries permettent d'améliorer la forme d'onde de la tension de sortie.

Dans cette partie, le convertisseur multicellulaire série sera étudié. D'abord, les principes de fonctionnement, ses caractéristiques ainsi que les formes d'ondes temporelles obtenues pour un convertisseur à deux cellules idéal.

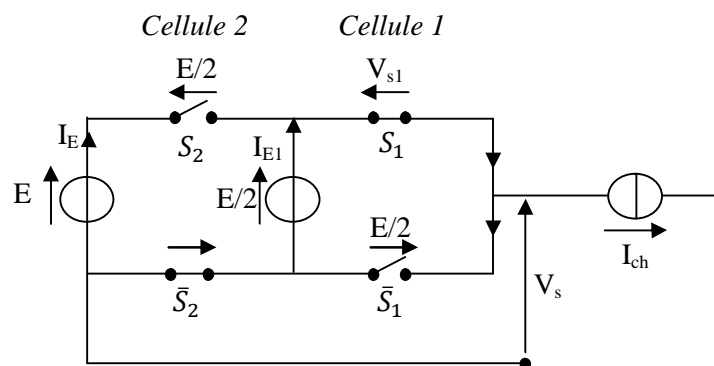
Pour cela, nous allons supposer idéaux tous les composants du système. Ainsi les semi-conducteurs de la structure auront les caractéristiques suivantes :

1. Résistance zéro à l'état passant.
2. Résistance infinie à l'état bloqué.
3. Temps de commutation nul.

De même les sources de tension et de courant seront supposées idéales.

### II.5.1 Principe de fonctionnement :

Il est nécessaire lors d'une association en série de composants semi-conducteurs, d'assurer une répartition équilibrée de la tension d'alimentation sur les différents interrupteurs. Si nous considérons deux interrupteurs de tenu en tension  $E/2$  à la place d'un seul capable de supporter  $E$ , il est nécessaire de faire en sorte que la tension appliquée sur ces interrupteurs soit équilibrée à  $E/2$ . Une solution consiste à insérer une source de tension comme indiqué sur la figure (2.10a).



**Figure (2.10a) Bras de convertisseur multicellulaire à deux cellules de commutation**

Si la source de tension flottante délivre une tension à  $E/2$ , alors la répartition est équilibrée.

En effet,

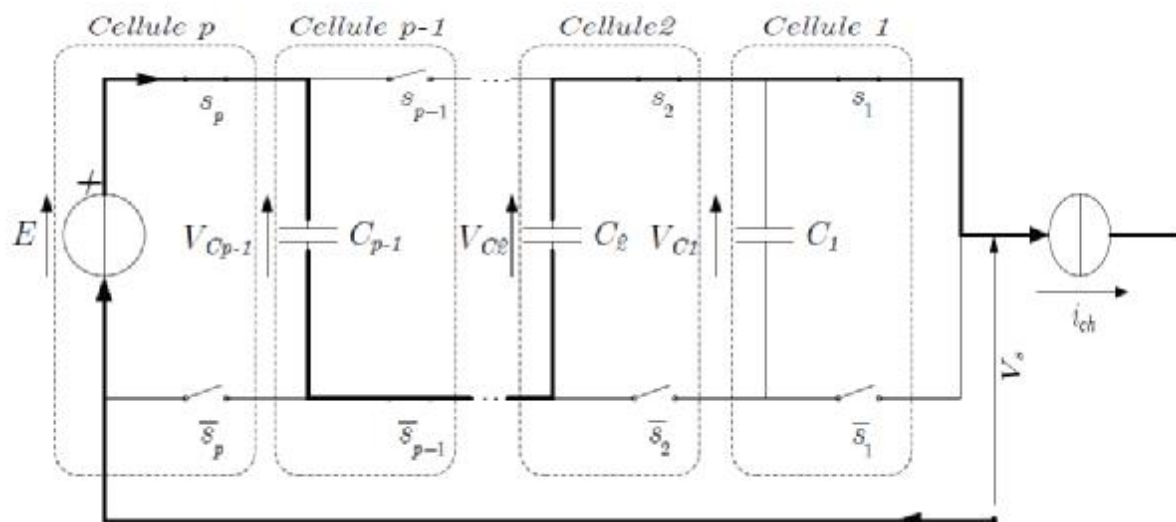
$$\begin{cases} V_{s1} = E - \frac{E}{2} = \frac{E}{2} \\ V_{s2} = \frac{E}{2} \end{cases} \quad (2.5)$$

Où  $V_{sk}$  est la tension appliquée à la cellule  $k$ .

Remarque : il est intéressant de constater que l'état des interrupteurs d'une cellule de commutation n'a aucune répercussion sur les contraintes appliquées aux interrupteurs de l'autre cellule, les deux cellules peuvent être considérées comme indépendantes.

Ce type de convertisseur est facilement généralisable à  $p$  cellule de commutation.

**NB** : dans la section précédente, nous avons travaillé avec des sources de tension idéales pour alimenter les cellules de commutations, nous allons à présent adopter la structure à condensateurs flottants.



**Figure (2.10b) bras de convertisseur multicellulaire série à  $p$  cellules de commutation**

Chaque cellule est constituée de deux interrupteurs et une source de tension. Les interrupteurs fonctionnent en complémentaire, quand l'un est passant l'autre est bloqué.

Remarque : Soit «  $P$  » le nombre de cellule du convertisseur, on dispose alors de  $2^P$  configurations possibles. Et de  $P + 1$  niveaux de tension de sortie.

Etant donné que la cellule peut être considérée comme un système binaire, l'association de deux cellules donne  $2^2$  états possibles dont les caractéristiques principales sont résumées sur le tableau.

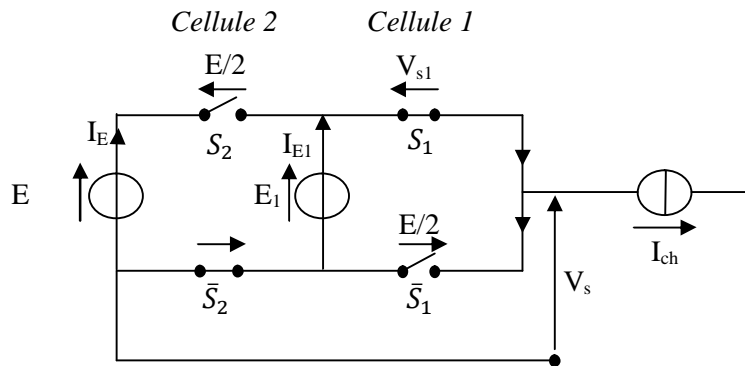


Figure (2.10c) Association de deux cellules de commutation

Etat Cellule 1	Etat cellule 2	$V_{S1}$	$V_{S2}$	$I_{E1}$	$I_E$	$V_s$
0	0	$E_1$	$E-E_1$	0	0	0
0	1	0	$E-E_1$	0	$I_{ch}$	$E_1$
1	0	$E_1$	0	$I_{ch}$	$-I_{ch}$	$E-E_1$
1	1	0	0	$I_{ch}$	0	$E$

Tableau des caractéristiques principales de l'association de deux cellules.

Soit :

$$V_s = S_1(E) + S_2(E - E_1) \tag{2.6}$$

Où :

$S_1$  et  $S_2$  représentent l'état de la cellule 1 et de la cellule 2 respectivement.

Si la tension d'alimentation principale est égale à  $E$ . Sachant qu'elle doit être partagée équitablement parmi les interrupteurs mis en série, on en déduit facilement que la source de tension  $E_1$  doit être égale à  $E/2$ . Par ailleurs, cette même valeur de tension va nous permettre d'avoir une tension multi-niveaux en sortie du convertisseur dont les valeurs sont égales à  $0, E$  et  $E/2$ .

## II.5.2 Fonctionnement en hacheur [50]:

### II.5.2.1 Modèle exact ou instantané :

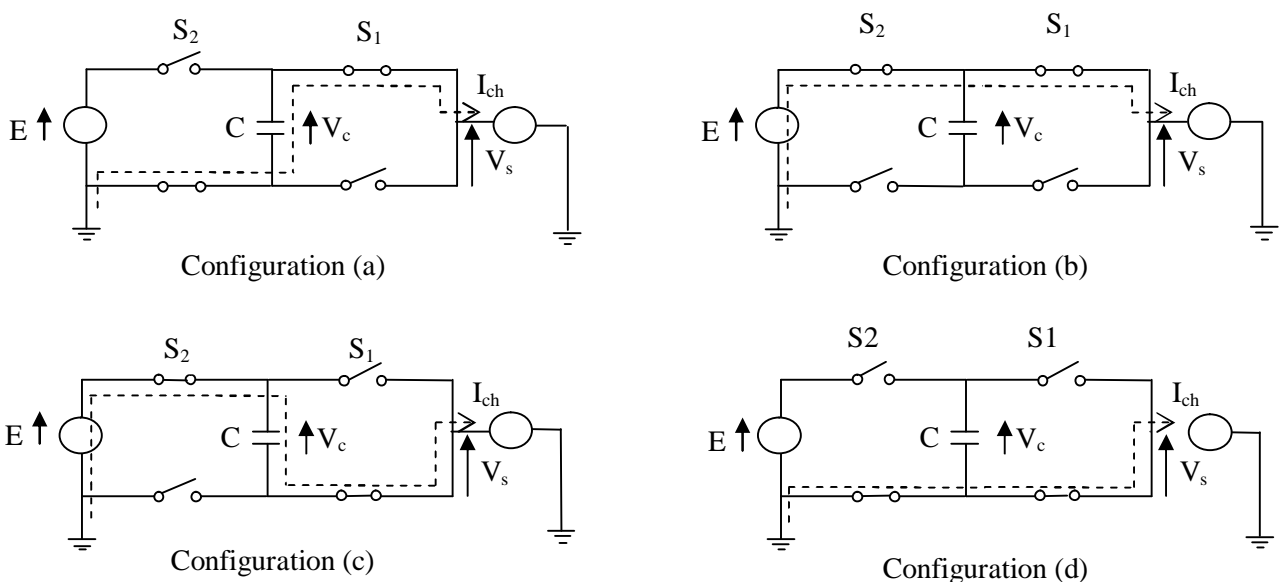
Comme nous l'avons précédemment précisé, le modèle exact ou instantané prend en compte les commutations des interrupteurs et les grandeurs instantanées des variables d'état du convertisseur. Il permet de représenter l'état de chacune des cellules de commutation du

convertisseur à l'échelle de la période de découpage et les phénomènes harmoniques liés à la commutation des interrupteurs [45].

Ce modèle est utilisé pour valider en simulation des lois de commande mises en œuvre à partir du modèle moyen. La figure (2.10b) présente un convertisseur multicellulaire série fonctionnant en hacheur dévolteur associé à une charge R-L. Ce convertisseur représente une association de  $p$  cellules de commutation. Chaque cellule est formée d'une paire d'interrupteurs ( $S, \bar{S}$ ) dont l'état est complémentaire. L'ensemble des cellules constitue un bras. On remarque qu'entre chacune des cellules est inséré un condensateur flottant.

La mise en équation de cette structure met en œuvre  $(p - 1)$  équations liées à l'évolution des tensions aux bornes des  $(p-1)$  condensateurs flottants et une équation liée au courant de la charge.

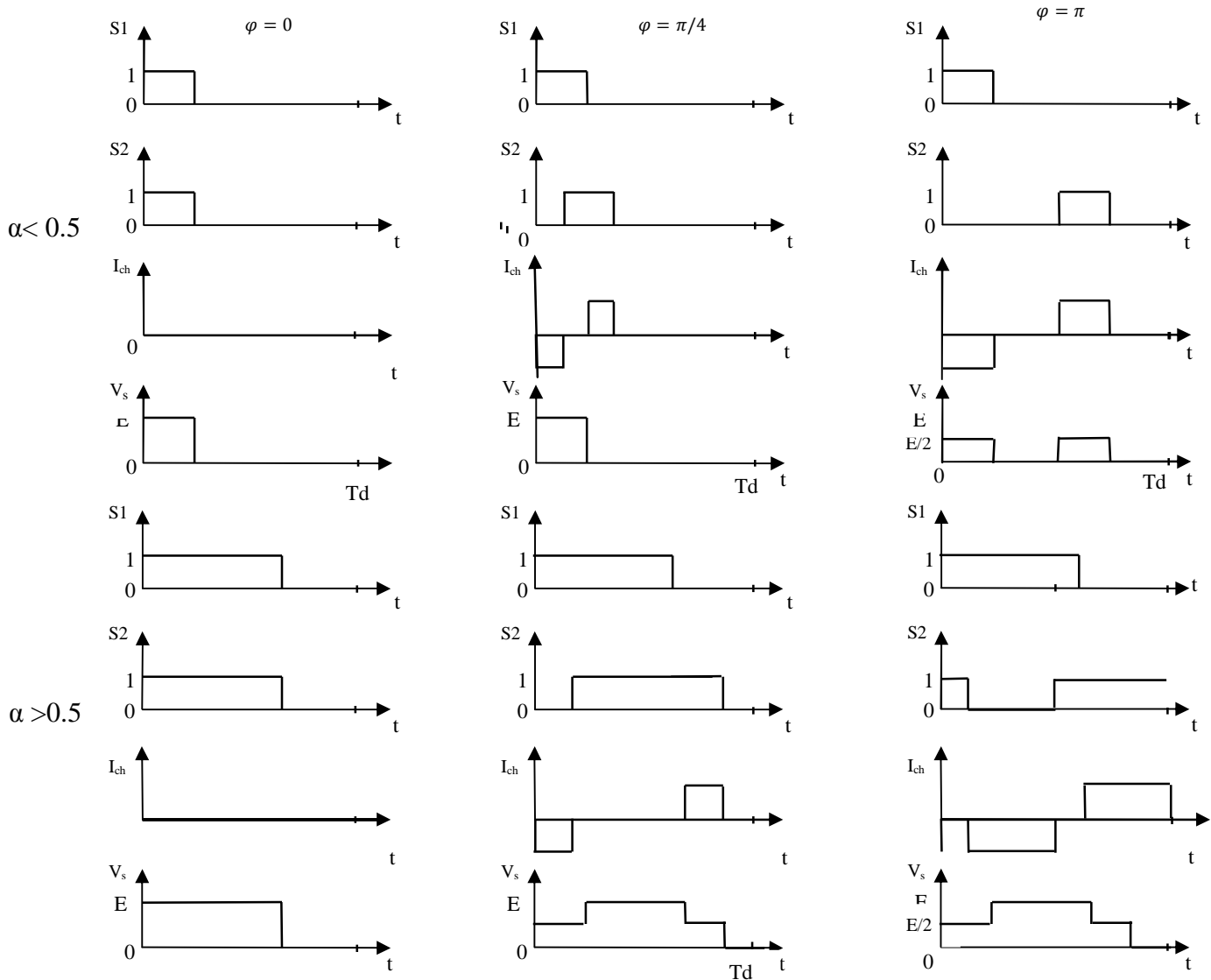
Afin de mieux comprendre le fonctionnement d'un convertisseur en fonctionnement hacheur, nous allons nous limiter à l'étude d'un hacheur dévolteur à deux cellules de commutation en prenant comme hypothèse que le condensateur est chargé et reste chargé à sa valeur d'équilibre  $E/2$ , la figure (2.11) montre qu'il existe 4 configurations différentes selon les commandes des interrupteurs. Les configurations b et c, permettent d'avoir un niveau de tension supplémentaire de  $E/2$  par rapport à une structure classique.



Figure(2.11) Les configurations possibles d'un hacheur dévolteur

### II.5.2.2 Analyse des formes d'onde :

Dans la figure (2.12) nous avons représenté les signaux de commande de deux cellules, la tension de sortie  $V_s$  et le courant traversant la source de tension flottante obtenus, pour un rapport cyclique identique sur les deux cellules, d'abord  $\alpha < 0.5$  puis  $\alpha > 0.5$ .



**Figure (2.12) Séquences de fonctionnement pour différentes valeurs de déphasages**

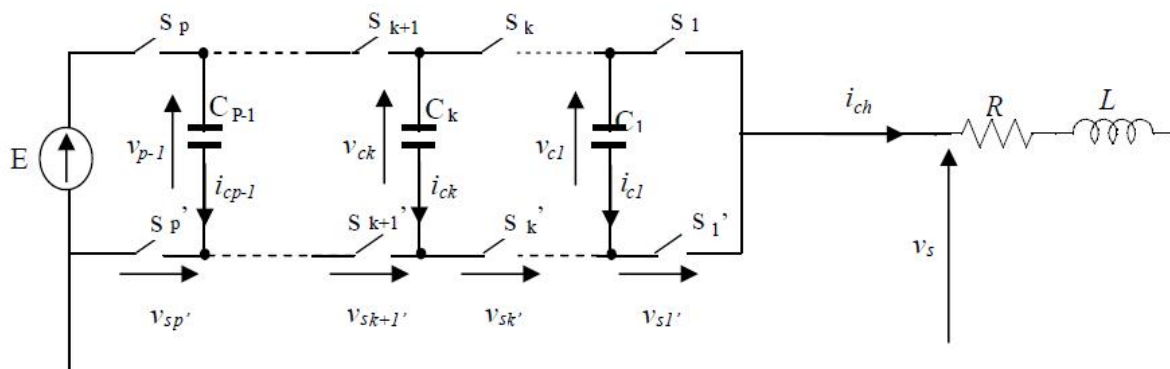
On remarque que pour un déphasage entre les signaux de commande de  $\pi$ , la tension vue par la charge oscille entre 0 et  $E/2$  quand  $\alpha < 0.5$  et entre  $E/2$  et  $E$  quand  $\alpha > 0.5$ . Ceci démontre la possibilité de fonctionner en multi-niveaux. Un autre résultat intéressant obtenu avec ce déphasage est que la fréquence apparente vue par la charge est le double de la fréquence de découpage des interrupteurs.

Notons aussi que le courant qui traverse la source flottante a une valeur moyenne nulle (puissance nulle). Cette source de tension peut donc être remplacée par une simple capacité dimensionnée pour la fréquence de découpage  $f_{dec}$ .

La différence des rapports cycliques et le déphasage entre les commandes constitue deux degrés de liberté qui peuvent être utilisés pour équilibrer la tension flottante à  $E/2$ . Toutefois, en régime permanent les rapports cycliques doivent être identiques et le déphasage maintenu à  $\pi$ , pour que le fonctionnement du convertisseur soit optimal.

**Remarque :** En considérant le courant moyen traversant la capacité flottante, on voit facilement que la tension de cette source augmente lorsque le rapport cyclique de la cellule 2 ( $\alpha_2$ ) est supérieur à celui de la cellule 1 ( $\alpha_1$ ) et diminue lorsque  $\alpha_1 > \alpha_2$ . L'écart entre deux rapports cycliques peut donc être utilisé comme paramètre de réglage de la tension flottante. Le réglage de la tension flottante par le déphasage est par contre plus difficile à expliquer vu qu'il est basé sur des phénomènes se produisant à l'échelle de la période de découpage et ne peuvent donc être modélisés par un simple modèle moyen. Ce mode de réglage est toutefois validé dans les travaux de thèse de [55] en se basant sur le modèle harmonique du convertisseur.

Un autre avantage non négligeable de cette topologie est qu'elle est facilement généralisable à un nombre quelconque de cellules. Ainsi, pour un convertisseur à  $p$  cellules de commutation dans la figure (2.13), les tensions flottantes doivent être égales à  $\frac{k.E}{P}$  où  $k = (1 \dots P-1)$ . Représente le numéro de la cellule de commutation à partir de la charge. De ce fait, chacune des  $P$  cellules voit une tension égale à  $E/P$ .



**Figure (2.13) hacheur dévolteur à  $p$  cellule associé à une charge R-L.**

Pour établir le modèle instantané de notre convertisseur, on prend deux cellules ( $s_k - s_k'$  et  $s_{k+1} - s_{k+1}'$ ) avec le condensateur flottant ( $C_k$ ). L'évolution de la tension aux bornes du

condensateur  $C_k$  est liée à l'évolution du courant  $i_{ck}$ , ce dernier étant fonction de l'état des cellules adjacentes (cellule  $k+1$  et cellule  $k$ ) et du courant de charge  $i_{ch}$  [56].

Le courant de charge est fonction des signaux de commandes  $s_{k+1}$  et  $s_k$  :

$$i_{ck} = (s_{k+1} - s_k)i_{ch} \quad (2.7)$$

La tension aux bornes du condensateur  $C_k$  est liée au courant  $i_{ck}$  par :

$$i_{ck} = C_k \frac{dv_{ck}}{dt} \quad (2.8)$$

Donc :

$$\frac{dv_{ck}}{dt} = \frac{(s_{k+1} - s_k)i_{ch}}{C_k} \quad (2.9)$$

Cette opération est généralisable à  $(p-1)$  condensateurs flottants.

D'après la loi des mailles, la tension de sortie  $V_s$  est la somme des tensions aux bornes des interrupteurs ( $s'$ ). Ces tensions sont définies par :

$$v_{sk} = (v_{ck} - v_{ck-1})s_k \quad (2.10)$$

D'où la tension aux bornes de la charge  $v_s$  :

$$v_s = \sum_{k=1}^p v_{sk} = \sum_{k=1}^p (v_{ck} - v_{ck-1})s_k \quad (2.11)$$

Avec  $v_{c0} = 0$  et  $v_{cp} = E$

L'évolution du courant dans la charge est donnée par l'équation suivante :

$$\frac{di_{ch}}{dt} = \frac{v_s}{L} - \frac{R}{L} i_{ch} \quad (2.12)$$

En remplaçant l'équation (2.12) dans l'équation (2.11)

$$\frac{di_{ch}}{dt} = \frac{s_1 - s_2}{L} v_{c1} + \frac{s_2 - s_3}{L} v_{c2} + \dots + \frac{s_{p-1} - s_p}{L} v_{p-1} + \frac{s_p}{L} E - \frac{R}{L} i_{ch} \quad (2.13)$$

Le modèle instantané représentant un bras multicellulaire série à  $p$  cellules fonctionnant en hacheur associé à une charge R-L est donné par les équations suivantes :

$$\frac{dv_{c1}}{dt} = \frac{(s_2-s_1)}{C_1} i_{ch}$$

$$\frac{dv_{c2}}{dt} = \frac{(s_3-s_2)}{C_2} i_{ch}$$

⋮

(2.14)

$$\frac{dv_{p-1}}{dt} = \frac{(s_p-s_{p-1})}{C_{p-1}} i_{ch}$$

$$\frac{di_{ch}}{dt} = \frac{s_1-s_2}{L} v_{c1} + \frac{s_2-s_3}{L} v_{c2} + \dots + \frac{s_{p-1}-s_p}{L} v_{p-1} + \frac{s_p}{L} E - \frac{R}{L} i_{ch}$$

### II.5.2.3 Modèle aux valeurs moyennes :

Le modèle aux valeurs moyennes utilise le rapport cyclique comme seule information concernant la cellule de commutation, le déphasage du signal de commande ne sera donc pas pris en compte. Ceci implique que le modèle moyen ne permet pas de mettre en évidence les phénomènes harmoniques donc le phénomène de rééquilibrage naturel propre au convertisseur multicellulaire [45] [50].

### II.5.2.4 Modèle harmonique :

Le modèle harmonique repose sur la décomposition en série de Fourier des signaux de commande. Il permet d'obtenir une représentation dynamique d'un convertisseur multicellulaire série en prenant en compte tous les phénomènes harmoniques [55].

Dans les sections précédentes, nous avons mentionné l'équilibrage de la tension aux bornes des condensateurs flottants, nous allons à présent tenter de mieux comprendre cette notion, ceci en étudiant la dynamique de la tension aux bornes de ces mêmes condensateurs.

## II.6 Evolution de la tension aux bornes des condensateurs flottants :

Il devient impératif de prévoir un moyen pour que la tension sur chaque condensateur puisse rester à la valeur moyenne nécessaire sur le plan pratique. La tension aux bornes des condensateurs pourra s'ajuster sans problèmes lors des périodes transitoires de la source d'alimentation principale. En plus, la substitution des sources de tension par de simple condensateurs va aboutir à une structure plus petite (moins volumineuse et moins lourde) et moins coûteuse.

Le principe de l'association multi-niveaux de cellules de commutation repose sur les sources de tension qui alimentent les cellules internes. L'utilisation de condensateurs à la place des sources de tension soulève des problèmes liés à la charge et décharge de ces condensateurs.

La tension aux bornes d'un condensateur qui est parcourue par un courant électrique est donnée par :

$$V_c(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^{t_1} i_c(t) dt + V_c(0) \quad (2.15)$$

où  $C$  est la capacité du condensateur,  $i_c(t)$  le courant qui le parcourt et  $V_c(0)$  est la tension du condensateur à  $t=t_0$ . Sachant que les condensateurs flottants sont parcourus par le courant de charge selon l'équation :

$$i_{ck} = (s_{k+1} - s_k) i_{ch} \quad (2.16)$$

La tension aux bornes des condensateurs flottants va évoluer selon l'état des interrupteurs de cellules de commutation. Cette évolution est gouvernée par l'équation :

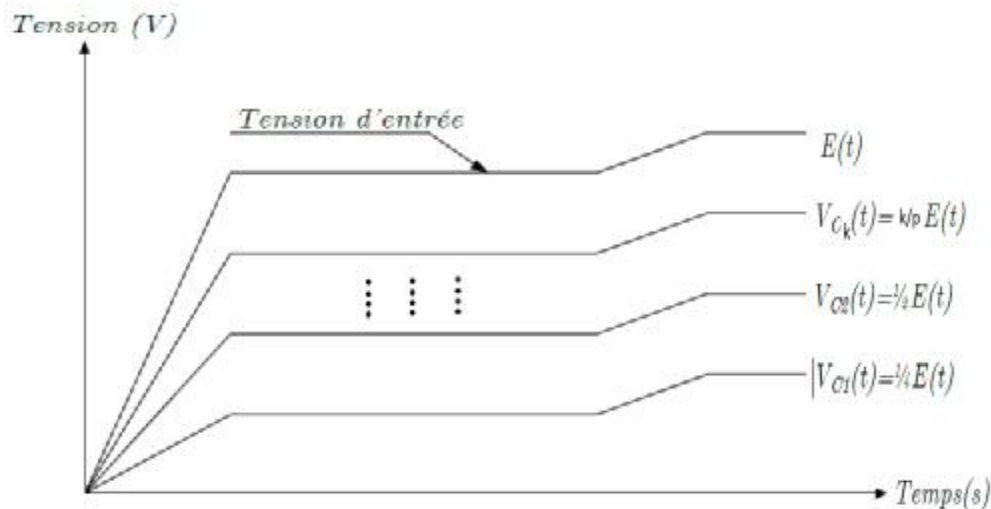
$$V_s = \sum_{i=1}^p (V_{ck} - V_{ck-1}) \quad (2.17)$$

Pourtant la mise en œuvre de cette structure doit prévoir des moyens pour assurer que chaque condensateur flottant puisse avoir la tension nécessaire au bon fonctionnement de la structure aussi bien en état statique qu'en dynamique.

### II.6.1 La dynamique de la tension des condensateurs flottants :

La dynamique de la tension des condensateurs flottants doit suivre celle de la tension d'alimentation principale  $E$ , afin de maintenir l'équilibrage de la tension parmi les différents semi-conducteurs de puissance de la structure multi-niveaux. Cet équilibre des tensions doit être assuré aussi bien en régime transitoire qu'en régime statique.

Il est souhaitable que la tension aux bornes des condensateurs flottants puisse suivre la tension d'entrée selon l'équation  $V_{ck} = \frac{k}{p} E$ . Sur la figure (2.18), on présente une dynamique idéale des tensions des condensateurs flottants dans le cas d'une association de  $P$  cellules de commutation.



**Figure (2.14) Dynamique idéale de tensions flottantes**

L'évolution dynamique de la tension aux bornes des condensateurs doit se rapprocher de cet exemple afin de garantir le fonctionnement correct de la structure multi-niveaux avec des condensateurs flottants. Car cette dynamique est responsable, d'une part, du partage équilibré de la tension d'entrée parmi les semi-conducteurs mis en série, et d'autre part elle assure une sortie de tension multi-niveaux dont l'amplitude des niveaux égale à :

$$V_{ck}(t) = \frac{k}{p} E(t) \quad (2.18)$$

Comme nous l'avons vu la tension aux bornes des condensateurs doit être équilibrée pour ce faire il existe deux méthodes :

- Ø Equilibrage naturel des condensateurs
- Ø Equilibrage à l'aide d'un circuit auxiliaire

## II.6.2 Equilibrage des condensateurs :

### II.6.2.1 Equilibrage sans circuit auxiliaire:

Pour fonctionner correctement, le convertisseur multicellulaire a absolument besoin que les tensions aux bornes de condensateurs flottants soient équilibrées à leur juste valeur  $\frac{k.E}{p}$ . Cet équilibrage des tensions s'effectue naturellement, selon un mécanisme qu'on va rappeler brièvement, à condition que le rapport cyclique soient identiques et que le déphasage entre les signaux de commande soit égale à  $2\pi/P$ . Supposons qu'au moins l'une des tensions flottantes s'écarte de sa valeur souhaitée. La conséquence immédiate sera une altération des niveaux intermédiaires de la tension de sortie. En effet la tension de bras (notée  $V_s$ ) est une

combinaison linéaire de la tension de bus continu ( $E$ ) et des tensions flottantes ( $V_{c1}, V_{c2}, \dots, V_{c(p-1)}$ ). Dans un tel cas, le spectre de raies de la tension se trouve lui aussi dégradé. Il apparaît entre autres une raie harmonique à la fréquence de découpage  $f_{dec}$ , là où normalement la première famille harmonique se situe autour de  $p f_{dec}$ . Cette composante harmonique se retrouve dans le courant de sortie du convertisseur. C'est elle qui, en circulant à travers les condensateurs flottants, va rééquilibrer chaque tension flottante à  $\frac{k.E}{P}$  ( $k=1,2,\dots,p-1$ ). Ceci permet de mettre en évidence que l'équilibrage est lié à la composante alternative du courant de charge [45]. Bien sûr, pour que le phénomène de rééquilibrage se produise, il faut qu'il existe une relation de causalité entre la tension de sortie et le courant débité. Cet équilibrage n'est pas envisageable dans le cas d'un fonctionnement à vide.

Dans le cas d'une charge R-L, la dynamique d'équilibrage est conditionnée en partie par la valeur de la constante de temps  $L/R$  de la charge régissant l'évolution du courant de charge  $i_{ch}$ . De plus, pour une résistance donnée, une valeur importante (respectivement faible) de l'inductance de charge ( $L$ ) entraîne une dynamique d'équilibre lente (respectivement rapide).

### II.6.2.2 Equilibrage avec circuit auxiliaire :

Dans le paragraphe précédent, nous avons énoncé que l'équilibrage naturel n'est pas envisageable dans le cas d'un fonctionnement à vide. Pour assurer le rééquilibrage quel que soit le point de fonctionnement, un circuit auxiliaire a été mis en œuvre. Ce circuit, correspondant à un circuit RLC série résonnant, placé en parallèle sur la charge et interviendra uniquement en cas de déséquilibre. La fréquence de résonance du circuit auxiliaire  $f_{max}$  est choisie telle que l'impédance du circuit soit minimale pour les harmoniques à  $k f_{dec}$  ( $k$  entier positif multiple de  $p$ ) et maximale pour les harmoniques à  $k p f_{dec}$  [45], [50]. Ainsi lors d'un déséquilibre, les harmoniques à  $k f_{dec}$  apparaissent sur la tension de sortie créent des harmoniques de courant aux mêmes fréquences et d'amplitudes importantes (en raison de la faible impédance du circuit RLC pour ces fréquences). Ceci implique un rééquilibrage avec une dynamique satisfaisant [55].

Le nombre de circuits auxiliaire à mettre en œuvre est fonction du nombre de cellules du convertisseur car ce nombre fixe la bande passante comprise entre  $f_{dec}$  et  $p f_{dec}$ . Ainsi pour un convertisseur à trois cellules, un circuit RLC série accordé à la fréquence de découpage  $f_{dec}$  est suffisant. Par contre pour un convertisseur à sept cellules, trois circuits RLC en parallèle sur la charge accordés à  $f_{dec}, 2 f_{dec}, 3 f_{dec}$  seront nécessaires.

## II.7 Fonctionnement onduleur :

Nous considérons maintenant la figure (2.15) un fonctionnement en onduleur  $p$  cellules à point milieu capacitif.

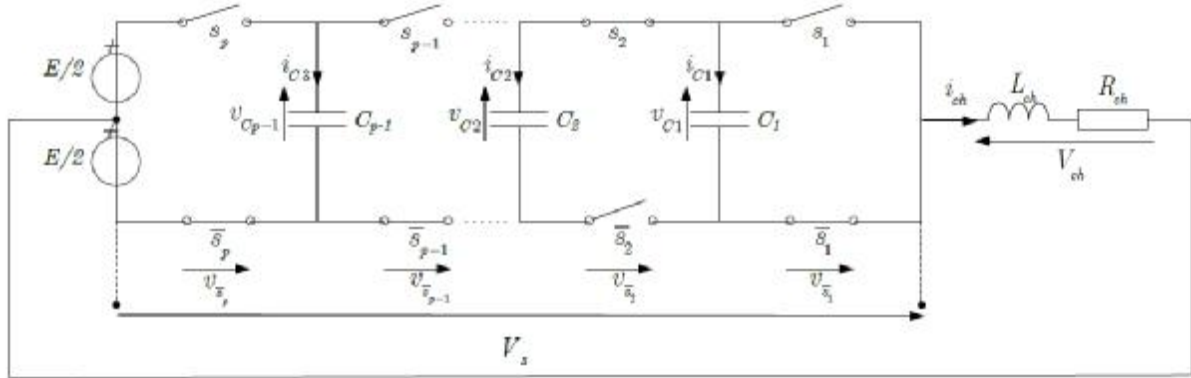


Figure (2.15) Onduleur  $p$  cellules à point milieu capacitif associé à une charge  $R-L$

Une nouvelle hypothèse vient s'ajouter à celles au paragraphe précédent :

✓ le point milieu est idéal.

La tension aux bornes de la charge  $V_{ch}$  s'écrit :

$$V_{ch} = V_s - \frac{E}{2} = L_{ch} \frac{di_{ch}}{dt} + R_{ch} i_{ch} \quad (2.19)$$

Ce qui implique une nouvelle expression de l'évolution du courant  $i_{ch}$  :

$$\frac{di_{ch}}{dt} = \frac{V_s}{L_{ch}} - \frac{R_{ch} i_{ch}}{L_{ch}} - \frac{E}{2L_{ch}} \quad (2.20)$$

A partir de l'équation (2.19), nous obtenons l'expression de l'évolution du courant  $i_{ch}$  en fonction des tensions condensateurs  $V_{ci}$  :

$$\frac{di_{ch}}{dt} = \frac{s_1 - s_2}{L_{ch}} v_{c1} + \frac{s_2 - s_3}{L_{ch}} v_{c2} + \dots + \frac{s_{p-1} - s_p}{L_{ch}} v_{c_{p-1}} + \frac{s_p}{L_{ch}} E - \frac{R}{L_{ch}} i_{ch} - \frac{E}{2L_{ch}} \quad (2.21)$$

Ainsi le système d'équation représentant le modèle aux valeurs instantanées d'un onduleur  $P$  cellules à point milieu est :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dv_{c1}}{dt} = \frac{(s_2-s_1)}{C_1} i_{ch} \\ \frac{dv_{c2}}{dt} = \frac{(s_3-s_2)}{C_2} i_{ch} \\ \frac{dv_{p-1}}{dt} = \frac{(s_p-s_{p-1})}{C_{p-1}} i_{ch} \\ \frac{di_{ch}}{dt} = \frac{s_1-s_2}{L_{ch}} v_{c1} + \frac{s_2-s_3}{L_{ch}} v_{c2} + \dots + \frac{s_{p-1}-s_p}{L_{ch}} v_{p-1} + \frac{s_p}{L_{ch}} E - \frac{R}{L_{ch}} i_{ch} - \frac{E}{2L_{ch}} \end{array} \right. \quad (2.22)$$

## II.7 Conclusion :

Dans ce chapitre, le principe de fonctionnement du convertisseur multicellulaire série a été étudié. En partant de quelques notions de base en électronique, nous sommes arrivés à la cellule de commutation élémentaire nous avons expliqué qu'on les associant, on arrive à constituer la structure multicellulaire série. Ainsi ses caractéristiques principales ont été étudiées. D'autre part, la substitution des sources de tension idéales par des condensateurs flottants donne naissance à une structure plus intéressante sur le plan pratique, mais à la fois plus complexe. La tension qui avant pouvait être considérée comme étant fixe, elle ne l'est plus lorsque l'on utilise des condensateurs. Dans ce cas les tensions aux bornes des condensateurs flottants évoluent lorsqu'ils sont parcourus par le courant de charge.

### III.1 Introduction :

Dans ce chapitre, nous allons tenter d'associer les connaissances acquises au cours du premier et du second chapitre à savoir : la modélisation hybride des systèmes dynamiques et les convertisseurs multicellulaires séries (imbriqués), ceci dans le but d'élaborer un modèle hybride d'un convertisseur multicellulaire série.

Comme nous l'avons précisé dans le premier chapitre, un système dynamique hybride est un système dont l'évolution au cours du temps est décrite par un ensemble de lois mathématiques qui peuvent être de natures continues ou discrètes. Les convertisseurs multicellulaires séries présentent un exemple concret de ce modèle de système. En effet, ils incluent des variables continues (courant dans les condensateurs, tensions aux bornes des condensateurs) et des variables discrètes (états des interrupteurs). Le but de notre travail est ainsi d'élaborer une modélisation hybride de ce type de convertisseur, en utilisant notamment l'approche de modélisation par automates hybrides.

Par la suite, nous allons donc donner une simulation sous Simulink-state-flow des différentes étapes et modes de fonctionnement d'un convertisseur multicellulaire série à deux cellules fonctionnant en mode hacheur.

### III.2 Modélisation des convertisseurs multicellulaires :

Les convertisseurs multicellulaires sont construits à partir de l'association d'un certain nombre de cellules. Notre structure de convertisseur montre l'association de  $p$  cellules en série. Elle permet à la source de tension en sortie  $V_s$  d'évoluer sur  $p$  niveaux possibles. Comme les commandes des interrupteurs des cellules de commutation sont indépendantes, on obtient  $2^p$  combinaisons possibles. Ainsi, il est nécessaire d'assurer une répartition équilibrée des tensions aux bornes des condensateurs flottants. Dans ces conditions, on obtient la propriété suivante :

Le convertisseur dispose de  $(p-1)$  sources de tensions flottantes et la tension aux bornes de la capacité d'indice  $k$  est  $k.E/P$ . D'abord pour simplifier l'étude et les notations de base, nous allons étudier le fonctionnement (approche hybride) d'un convertisseur à 2 cellules en série.

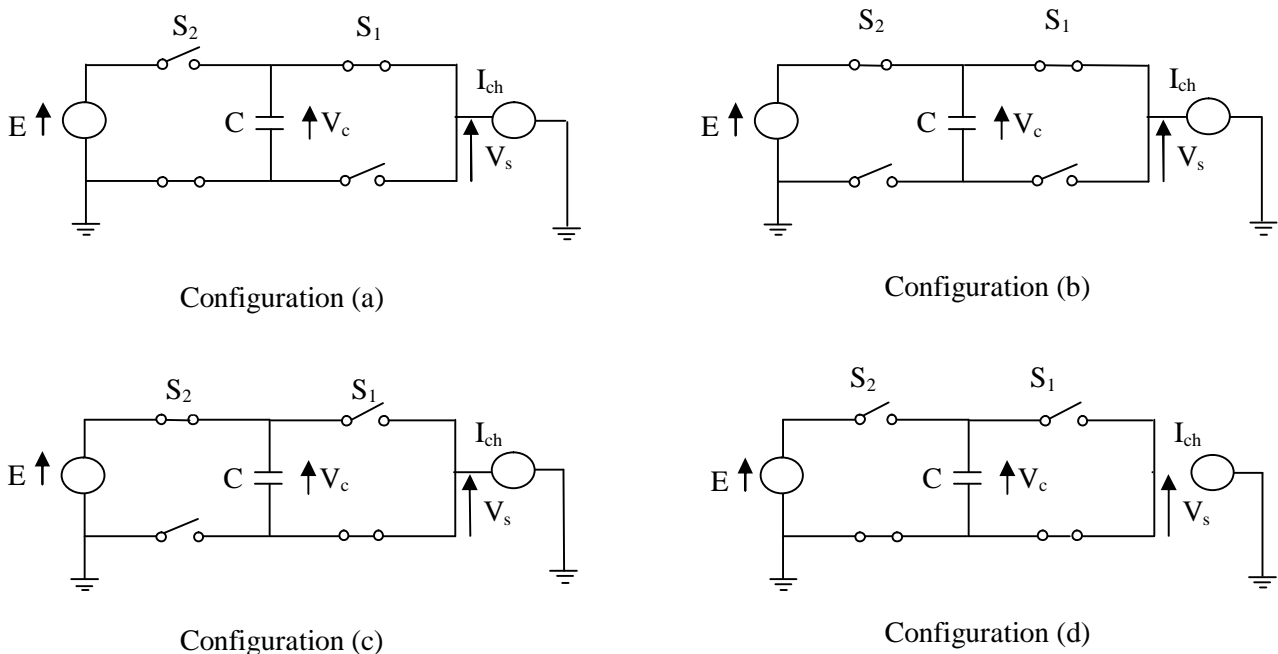
### III.3 Convertisseur à deux cellules :

Dans le convertisseur multicellulaire à deux cellules placées en série, quatre modes de fonctionnement sont possibles comme le montre la figure (3.1). On note que la source flottante ne participe à l'évolution de la dynamique du système qu'au premier (a) et au troisième (c) mode. Dans le troisième mode la capacité se charge, et se décharge durant le premier(a) mode. Ainsi, ces deux modes durent le même temps avec un courant de charge constant, alors la puissance moyenne transmise par cette source flottante sur une période de commutation est nulle. On remarque aussi que ces deux modes permettent d'obtenir par commutation le niveau supplémentaire  $E/2$  sur la tension de sortie  $V_s$ .

$S_k$  sont des signaux de commande dans l'interrupteur ( $k=1,2$ )

Le comportement de ce convertisseur est décrit par le système d'équations suivant :

$$\begin{pmatrix} \frac{dv_c}{dt} \\ \frac{dI}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{(S_2-S_1)}{C} \\ -\frac{(S_2-S_1)}{L} & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_c \\ I \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{E}{L} S_2 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$



**Figure (3.1) Quatre modes de configuration pour un convertisseur multicellulaire à 2 cellules série**

Comme les interrupteurs de chaque cellule sont considérés comme idéaux, leur comportement peut être modélisé par un état discret prenant des valeurs 0(ouvert) ou 1(fermé).

En pratique, certains de ces états ne seront jamais visités pour des raisons de sécurité ou suite à la stratégie adoptée ou encore à cause de la structure du convertisseur lui-même ou enfin pour respecter la règle d'adjacence. Les transitions ne sont pas nécessairement contrôlées.

#### III.4 Modélisation du convertisseur multicellulaire (a deux cellules) par automate hybride :

##### Rappel :

Un automate hybride peut être défini comme suite :

$$H = \{Q, X, f, Init, D, E, G, R, U\} \quad (3.2)$$

$Q$ : Ensemble dénombrable des états discrets.

$X$ : Ensemble des états continus.

$Init$ : Ensemble des conditions initiales.

$E \subset Q \times Q$ : ensemble des transitions.

$D: \{D_q; q \in Q\}$ : Est un ensemble des domaines continus,  $\forall q \in Q, D_q$  est un sous ensemble de  $R^n$  d'intérieur non vide.

$U: \{U_q; q \in Q\}$  Est l'ensemble des domaines de commande admissible.

$f = \{f_q; q \in Q\}$  : est un ensemble de champs de vecteurs dérivant de la dynamique du système.

$G = \{G_e; e \in E\}$ : L'état de garde.  $\forall e = (e, e') \in E, G_e \cap D_q$ .

$R = \{R_e; e \in E\}$ : Ensemble des fonctions reset.

**Etape 1)** : Nous distinguons quatre modes opérants pour le convertisseur à deux cellules qui sont donnés par  $\{q_1, q_2, q_3, q_4\}$ . Chaque mode est défini sur l'état sur l'espace de  $X_{qi} = R^2, \forall q_i \in Q$

**Etape 2) :** Pour chaque mode de fonctionnement on distingue un champ de vecteur continu  $f_q$  lui correspondant. On peut donc associer à chaque mode fonctionnement l'équation suivante :

$$\dot{X} = f_q(X) = A(q)X + B \quad (3.3)$$

Qui décrit la dynamique continue lié au mode noté  $q$ .

**Etape 3) :** Le vecteur d'état correspondant au convertisseur sera donné comme suite :

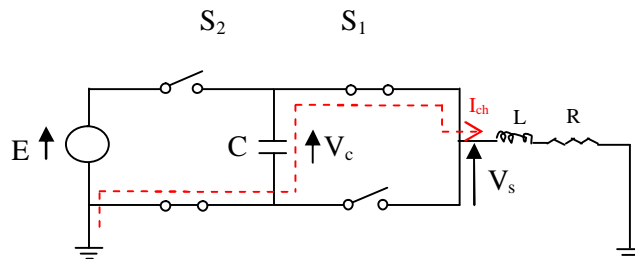
$X = (x_1 \ x_2)^T$  où  $x_1$  représente la tension aux bornes du condensateur flottant et  $x_2$  le courant qui parcourt la charge R-L.

**NB :** le vecteur d'état ne change pas avec le changement de l'état, il correspond toujours à  $(V_c(t), I_{ch}(t))$

Nous pouvons donc à présent donner le modèle correspondant a chaque mode de fonctionnement.

**Mode q1 : (S1=1, S2=0)**

Les équations dynamiques représentant le mode q1 sont données par la figure (3.2) :



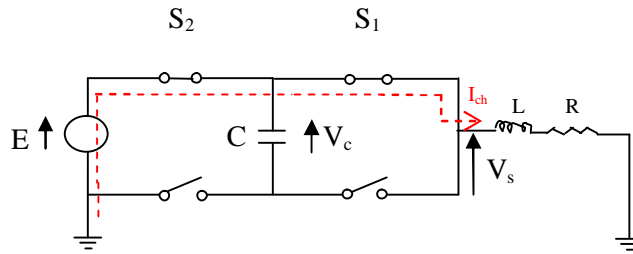
**Figure (3.2) convertisseur multicellulaire série en mode q1**

Comme on peut le voir le condensateur (supposé chargé) est la seule source de tension, il se décharge donc sur la charge R-L. Le système reste dans ce mode tant que la tension aux bornes du condensateur n'atteint pas un certain seuil. Si ce seuil est atteint le système commute alors vers un autre mode.

$$f_{q1}(X) = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} X \quad (3.4)$$

**Mode q2 : ( S1=1, S2=1)**

Les équations dynamiques représentant le mode q2 sont données par la figure (3.3) :



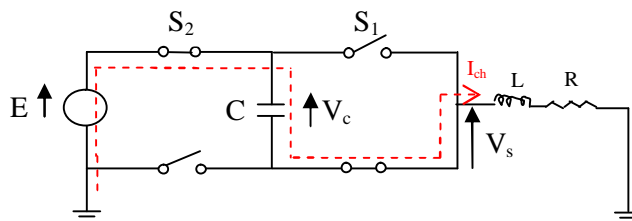
**Figure (3.3) convertisseur multicellulaire série en mode q2**

Dans ce cas l'énergie sera fournie par notre alimentation  $E$ , ce qui permet l'augmentation du courant de charge  $I_{ch}$  et la tension aux bornes du condensateur demeure constant. Le système reste alors dans ce mode de fonctionnement aussi longtemps que la valeur du courant de charge ne dépasse pas une certaine valeur donnée par  $I_{ch} = I_{chref} + \Delta I$  ou que la tension est équilibrée. Si l'une de ces conditions n'est pas satisfaite alors le système commute vers un autre

$$f_{q2}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{-R}{L} \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{E}{L} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

**Mode q3 : ( S1=0, S2=1)**

Les équations dynamiques représentant le mode q3 sont données par la figure (3.4) :



**Figure (3.4) convertisseur multicellulaire série en mode q3**

Dance ce mode, l'énergie fournie par l'alimentation  $E$  travaille à charger le condensateur flottant qui lui-même se décharge en même temps sur la charge R-L, ce qui nous amène à dire que le système reste dans ce mode de fonctionnement tant que la tension aux bornes du

condensateur n'excède pas une certaine valeur à laquelle le système commute vers un autre mode.

$$f_{q3}(X) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{E}{L} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

#### Mode q4 : (S1=0, S2=0)

Les équations dynamiques représentant le mode q4 sont données par la figure (3.5) :

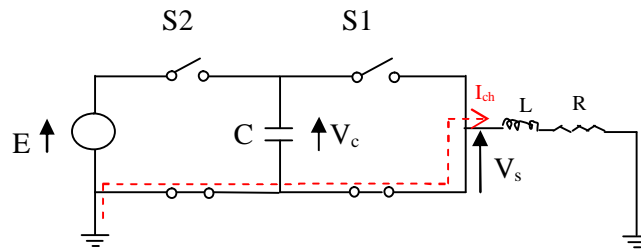


Figure (3.5) convertisseur multicellulaire série en mode q4

Dance mode aucune tension n'est appliquée aux bornes de la charge, cependant le courant de la charge diminue (phase de roue libre). Donc le système restera dans ce mode tant que la diminution du courant de charge n'aura pas atteint une valeur donnée par  $I_{ch} = I_{chref} - \Delta I$ .

$$f_{q4}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} X \quad (3.6)$$

**Remarque :** la commutation d'un mode à un autre est régit par les conditions de transition que nous allons aborder sous peu.

Les valeurs du courant  $I_{ch}$  et de la tension  $V_c$  tournent autour des valeurs de références respectives  $I_{chref}$  et  $V_{chref}$  définit comme suit :

$$I_{chref}^+ = I_{chref} + \Delta i \quad (3.7a)$$

$$I_{chref}^- = I_{chref} - \Delta i \quad (3.7b)$$

$$V_{chref}^+ = V_{chref} + \varepsilon \quad (3.7c)$$

$$V_{chref}^- = V_{chref} - \varepsilon \quad (3.7d)$$

$$V_{chref} = E/2 \quad (3.7e)$$

**Etape 4) :** Pour chaque mode, il est alors possible de définir les conditions d'invariances.

**Invariance du mode  $q_1$  :**

Elle est donnée par :

$$X(q_1) = \{(x \in \mathbb{R}^2: [(V_c > V_{cref}^+) \square (I_{min} < I_{ch} < I_{max})] \square [ (|V_c - V_{cref}| \leq e) ] \square (|I_{ch} - I_{min}| \leq di)]\} \quad (3.8)$$

**Invariance du mode  $q_2$  :**

$$X(q_2) = \{(x \in \mathbb{R}^2: [(V_c - V_{cref}) \leq e] \square (I_{ch} < I_{chref}^-)] \square [I_{ch} < I_{min}]\} \quad (3.9)$$

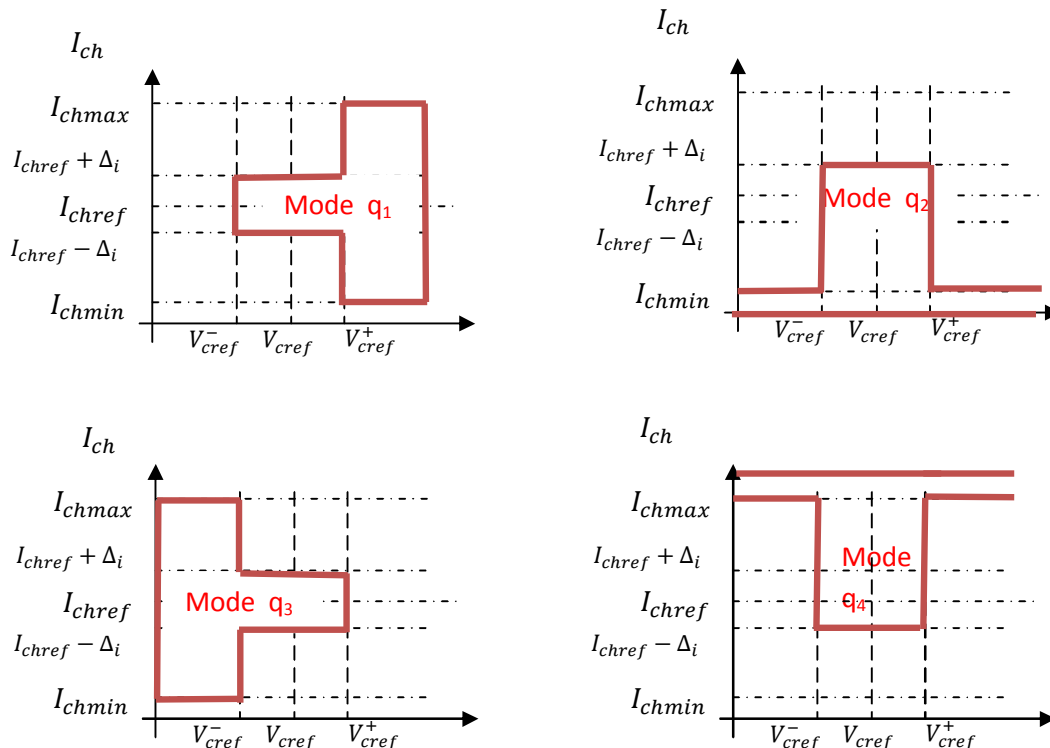
**Invariance du mode  $q_3$  :**

$$X(q_3) = \{(x \in \mathbb{R}^2: [(V_c < V_{cref}^-) \square (I_{min} < I_{ch} < I_{max})] \square [ (|V_c - V_{cref}| \leq e) ] \square (|I_{ch} - I_{chref}| \leq di)]\} \quad (3.10)$$

**Invariance du mode  $q_4$  :**

$$X(q_4) = \{(x \in \mathbb{R}^2: [(|V_c - V_{cref}|) < e] \square (I_{ch} > I_{chref}^-)] \square [I_{ch} \geq I_{min}]\} \quad (3.11)$$

On définit pour chaque mode un domaine de fonctionnement comme le montre la figure(3.6)



**Figure (3.6) domaines des modes de fonctionnement****Etape 5)****Ensemble des transitions possibles :**

Les ensembles de transitions sont définis par :

$$E = \{(q1; q2) ; (q2; q1) ; (q2; q3) ; (q3; q2) ; (q3; q4) ; (q4; q3) ; (q4; q1) ; (q1; q4)\} \quad (3.12)$$

**Etape 6)**

Les conditions possibles des transitions entre les divers modes (prenant en compte les conditions de travail du convertisseur) sont définies par les ensembles selon :

$$G(q1, q2) : [(V_C < V_{Cref} - e \wedge I_{ch} > I_{chref}) \vee (I_{ch} < I_{chref})] \quad (3.13)$$

$$G(q2, q1) : [(V_C \geq V_{Cref}) \wedge (I_{ch} > I_{chref} + di)] \\ \vee [(V_C > V_{Cref}) \wedge (I_{ch} < I_{chref} - di)] \quad (3.14)$$

$$G(q2, q3) : [(V_C < V_{Cref}) \wedge (I_{ch} < I_{chref} - di)] \\ \vee [(I_{ch} > I_{chref} + di) \wedge (V_C < V_{Cref})] \quad (3.15)$$

$$G(q3, q2) : [(V_C > V_{Cref} + e) \wedge (I_{min} < I_{ch} < I_{chref} + di)] \quad (3.16)$$

$$G(q3, q4) : [(V_C > V_{Cref}) \wedge (I_{ch} > I_{chref} - di)] \quad (3.17)$$

$$G(q4, q3) : [(V_C < V_{Cref}) \wedge (I_{chref} - di > I_{ch})] \quad (3.18)$$

$$G(q4, q1) : [(V_C > V_{Cref}) \wedge (I_{min} < I_{ch})] \quad (3.19)$$

$$G(q1, q4) : [I_{ch} > I_{chref} + di] \quad (3.20)$$

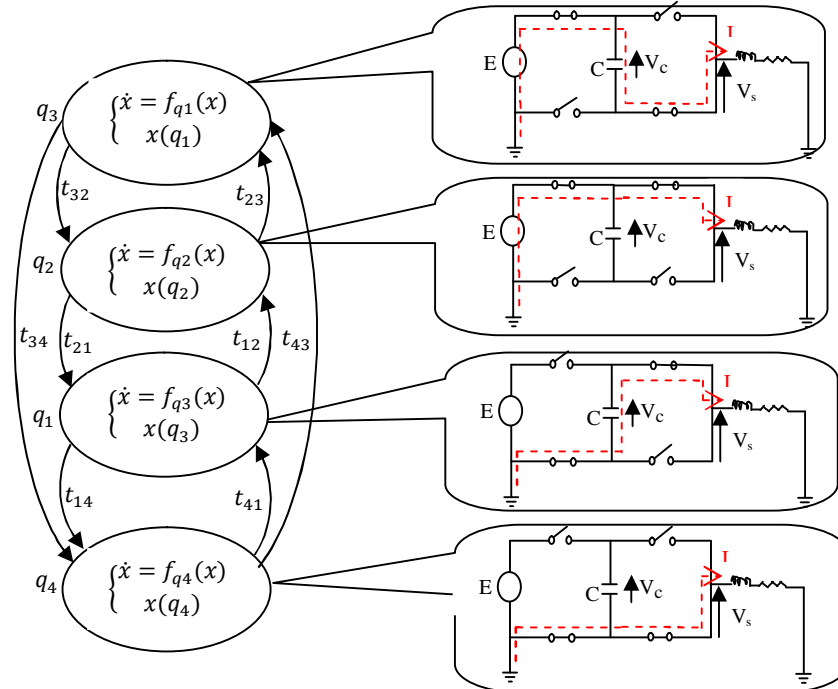
**Remarque :** les autres transitions :  $G(q1, q3)$  ,  $G(q3, q1)$  ,  $G(q2, q4)$  ,  $G(q4, q2)$  ne sont pas tolérées, parce qu'elles ne se conforment pas à la règle de l'adjacence.

**Etape 7) :** Les conditions initiales du système sont définies par :

$$Init = \{q2\} \times \{X \in R^2 : (V_C < V_{Cref}^-) \wedge (I_{ch} < I_{chmin})\} \quad (3.21)$$

**Etape 8) :** On remarque que le système ne possède pas de sauts instantanés d'un mode a un autre, cela est notamment dû a la nature inductive de la charge, cette dernière a pour effet de maintenir un certain courant dans le système (continuité du courant), de même, il n'y a pas de variation instantanée de la tension au bornes du condensateur (continuité de la tension)

### III.5 Schéma de l'automate hybride d'un convertisseur à deux cellules :



**Figure (3.7) automate hybride d'un convertisseur multicellulaire à deux cellules**

La figure (3.7) présente le convertisseur à deux cellules sous forme hybride, où les cercles représentent les quatre modes de fonctionnement de ce dernier en sachant que la commutation d'un mode à un autre est régit par les conditions de garde ainsi que par les invariances de mode, autrement dit : si les conditions de garde du mode  $q_k$  sont atteintes ou si les invariances de mode sont violées, le système commute vers un autre mode en respectant l'adjacence des modes. Le système reste dans le mode  $q_k$  si et seulement si les invariances du mode  $q_k$  sont respectés.

Les conditions de transition et les invariances de mode ont été mises au point dans le but d'équilibrer la tension aux bornes du condensateur flottant.

Nous allons donc pouvoir procéder à la simulation maintenant que tous les éléments nécessaires à cette dernière sont rassemblés, comme nous l'avons mentionné plus haut notre simulation s'effectuera sous Simulink-state-flow qui est un outil avancé permettant

notamment d'apporter des modifications en temps réel aux différents paramètres du système simulé.

### III.5 Simulation du convertisseur à deux cellules

$$\frac{dv_c}{dt} = \frac{(s_2-s_1)}{C_1} I_{ch} \quad (3.22)$$

$$\frac{di_{ch}}{dt} = \frac{s_1-s_2}{L} v_c + \frac{s_2}{L} E - \frac{R}{L} I_{ch} \quad (3.23)$$

Le modèle d'état représentant le modèle instantané est donné comme suite :

$$\begin{pmatrix} \frac{dv_c}{dt} \\ \frac{di_{ch}}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{(s_2-s_1)}{C} \\ -\frac{(s_2-s_1)}{L} & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_c \\ i_{ch} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{E}{L} \cdot s_2 \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

### III.6 Schémas de simulation sous Simulink-state flow :

Remarque :

La notation des interrupteurs dans la simulation est donnée par «  $u_i$  » au lieu de «  $S_i$  ».

$V_c$  : correspond à la tension aux bornes du condensateur flottant.

$i_l$  : correspond au courant qui circule dans la charge.

$v_s$  : correspond à la tension de sortie du convertisseur.

$E$  : correspond à la tension d'entrée du convertisseur.

$di$  : correspond à une variation du courant.

$\epsilon$  : correspond à une variation de la tension.

$Q_i$  ( $i=1, 2, 3,4$ ) : correspond aux différents modes de fonctionnement du convertisseur.

$V_{ref} = 750$  V,  $I_{ref} = 60$  A,  $E=1500$  V,  $di = 5$  A,  $\epsilon = 20$  V.

- ✓ **Nous prendrons l'état initial le mode Q2, où pour commencer la valeur de la tension aux bornes du condensateur flottant, du courant circulant dans la charge et de la tension de sortie sont nuls.**

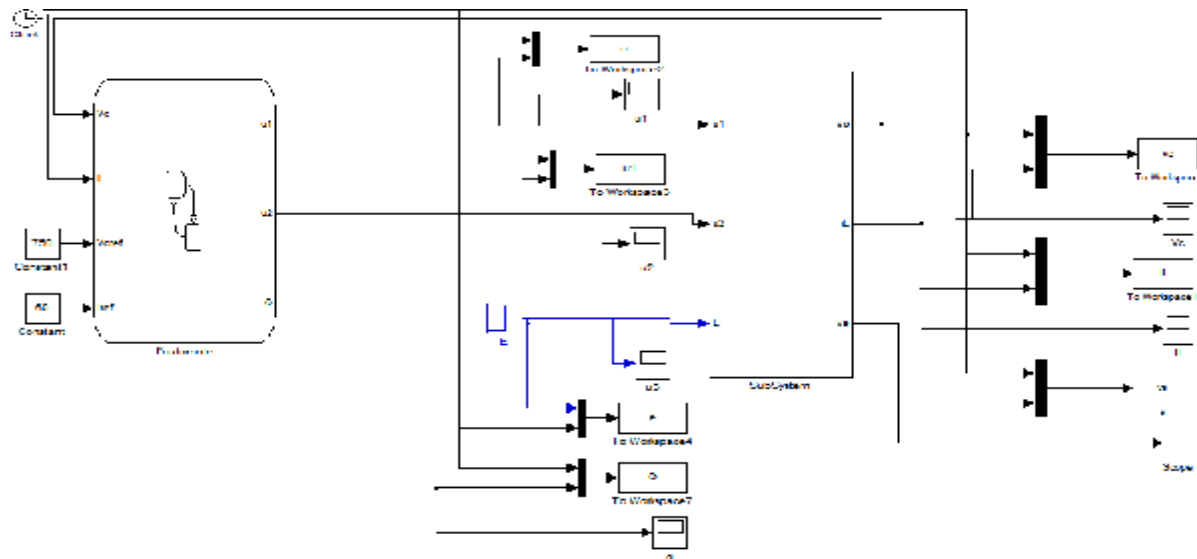


Figure (3.8) Présentation du modèle complet (général) sous Simulink

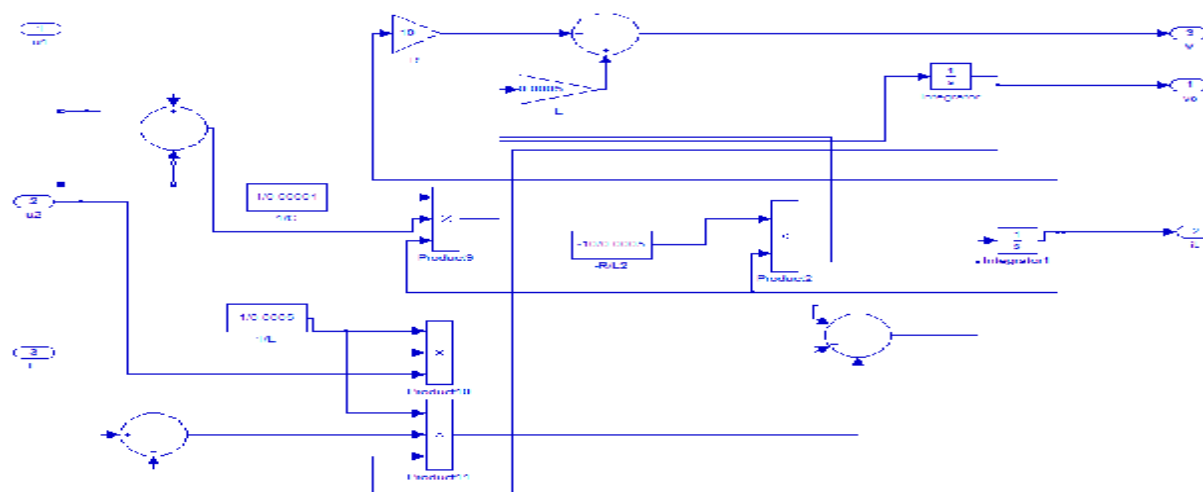


Figure (3.9) Présentation du modèle Subsystem sous Simulink

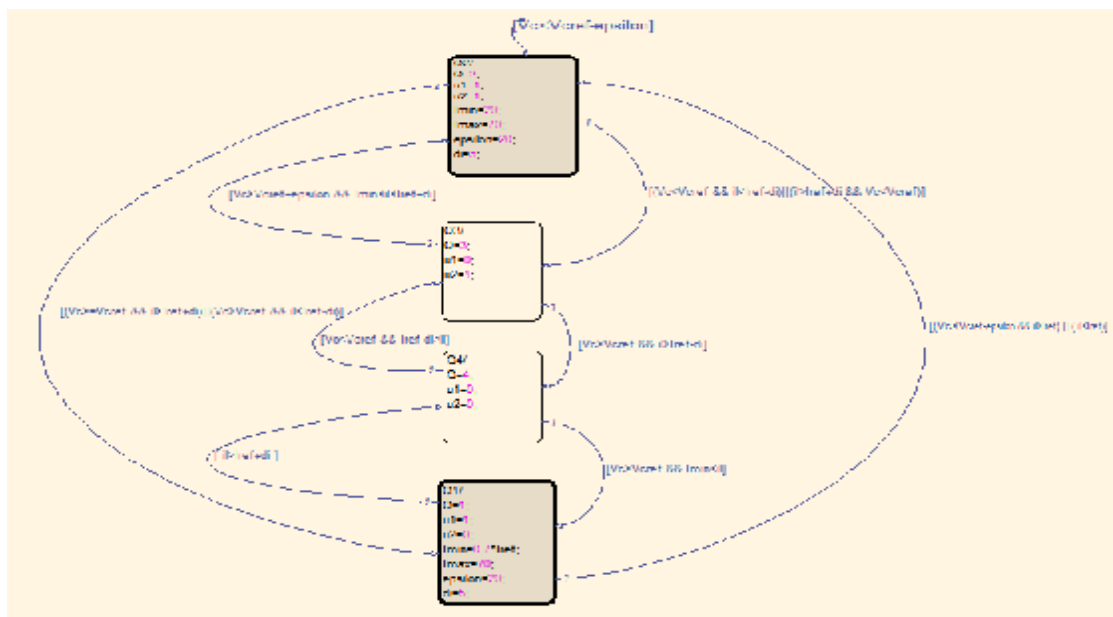
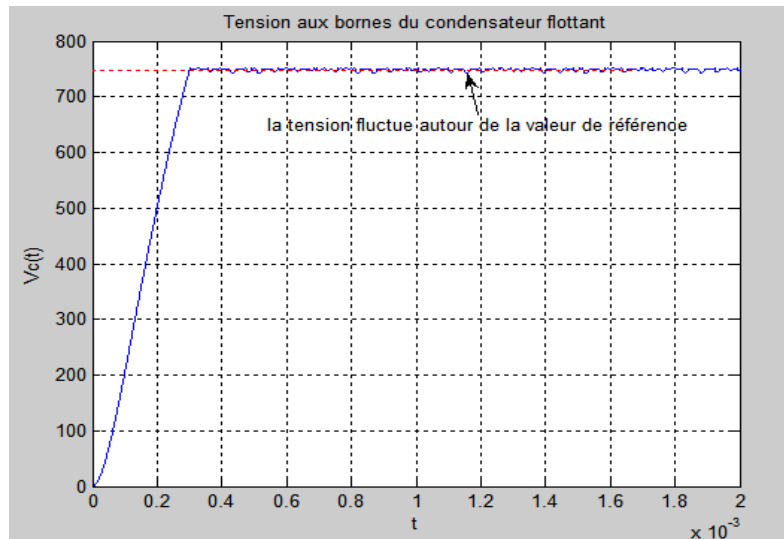
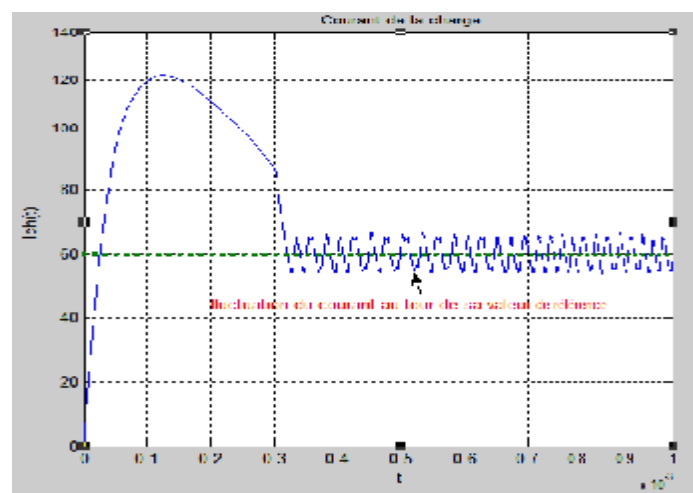


Figure (3.10) Présentation du modèle du convertisseur deux cellules sous State-flow



**Figure (3.11) Evolution de la tension aux bornes du condensateur flottant**

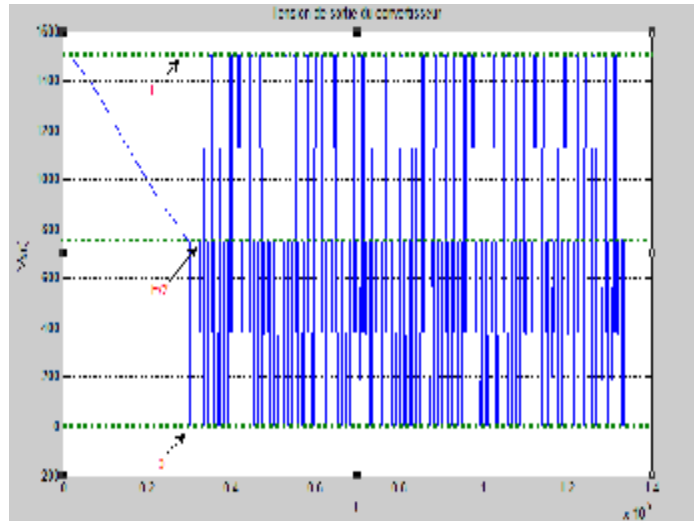
Le condensateur se charge et la tension à ces bornes atteint une valeur limite, elle subit des petites variations autour cette valeur de référence  $V_{ref}=750V$ , ceci se produit dans le mode Q3. Comme on peut le voir sur la figure (3.11) la tension se stabilise dès qu'elle atteint la valeur désirée, ce qui montre qu'elle est équilibrée.



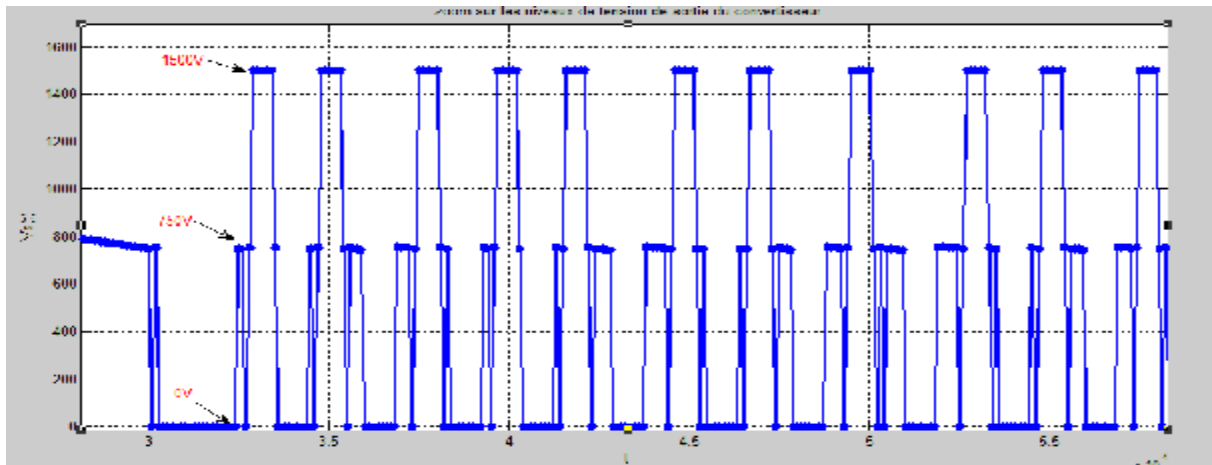
**Figure (3.12) Evolution du courant de la charge**

Nous pouvons dire la même chose en ce qui concerne le courant qui circule dans la charge figure (3.12), à la différence que la self se charge d'énergie durant le laps de temps où le mode Q2 est actif. Q2 étant l'état initiale de notre convertisseur, il paraît alors évident que le

courant atteint son régime permanent plus rapidement que la tension au bornes du condensateur flottant. Et comme nous l'avons mentionné précédemment, l'équilibrage de la tension et du courant est une nécessité pour le bon fonctionnement de convertisseur multicellulaire série.

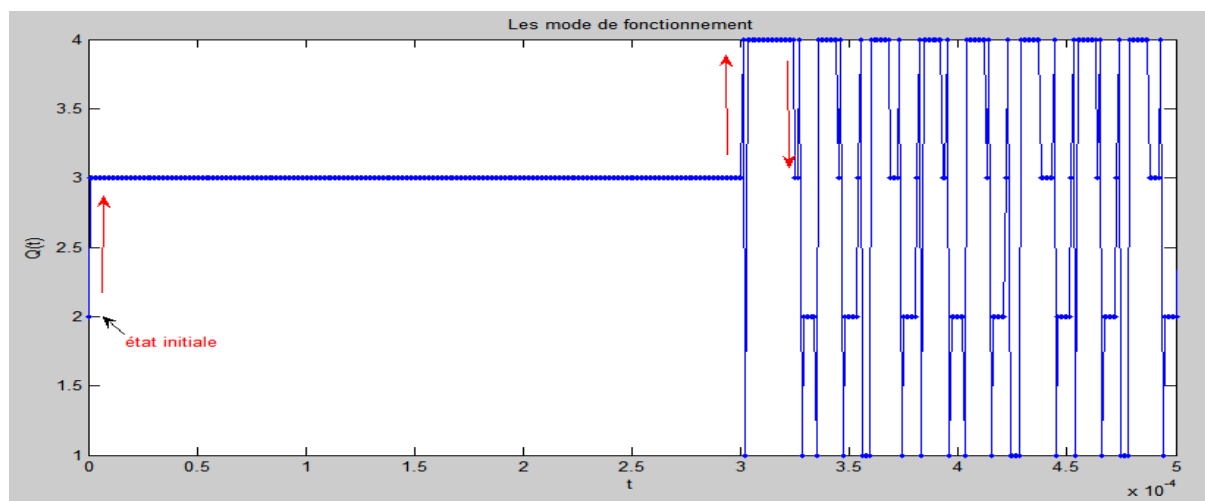


**Figure (3.13) Evolution de la tension de sortie du convertisseur**



**Figure (3.14) Zoom sur la tension de sortie du convertisseur**

Les figures (3.13) et (3.14) nous montre les différents niveaux de tensions de sortie du convertisseur multicellulaire à deux cellules de commutation, comme on peut le constater, nous avons enregistré trois niveau de tension respectivement  $E$ ,  $E/2$ ,  $0$ .  $E$  correspond au mode  $Q_2$ ,  $E/2$  correspond aux modes  $Q_3$  et  $Q_1$  et enfin  $0$  correspond au mode  $Q_4$ . Nous pouvons constater cela sur la figure suivante (3.15).



**Figure (3.15) Evolution des modes de fonctionnement du convertisseur**

### III.7 Conclusion :

Dans cette partie, nous avons modélisé un convertisseur multicellulaire à deux cellules de commutation, par le formalisme de l'automate hybride. Nous avons constaté que la structure de ce type de convertisseur correspond parfaitement au modèle hybride, ceci étant dû à la présence des variables discrètes et continues. Les résultats obtenus à la simulation appuient les théories autour de la modélisation de ce type de convertisseur.

## Conclusion générale :

---

Le travail entrepris dans cette thèse avait pour but, la modélisation des systèmes dynamiques hybrides, et vu la complexité de ces systèmes, qui font interagir le domaine continu et le domaine discret, plusieurs types de modélisation ont été abordés dans ce sens. Ainsi l'axe principal de notre travail est de modéliser un convertisseur multicellulaire série à deux cellules deux cellules de commutation, qui présente un exemple concret des SDH à l'aide de l'approche de modélisation par automate hybride et de simuler son fonctionnement avec Simulink-state flow.

La modélisation hybride des systèmes est une étape très importante afin de mieux comprendre les systèmes réels. Autrefois, ces mêmes systèmes étaient modélisés d'une façon continue ou discrète, à l'aide d'équations différentielles ou aux différences, mais ces modèles développés ne reflètent pas le fonctionnement réel des systèmes. Nous avons donc étudié dans un premier temps, les systèmes dynamiques hybrides et les différentes approches de modélisation de ces derniers en se basant beaucoup plus sur la modélisation hybride, et principalement sur les automates hybrides dans le chapitre I.

Nous avons ensuite étudié les convertisseurs multicellulaires séries, car ils représentent un exemple concret des systèmes dynamiques hybrides. En effet, ils présentent par leur nature un comportement hybride que nous avons décrit et formulé dans les chapitre II et III de cette thèse. La structure du convertisseur montre une association de  $p$  cellules et des condensateurs flottants aux bornes de celles-ci, nous nous sommes limité à l'étude de deux cellules de commutation, ceci étant largement suffisant pour montrer les avantages de cette structure.

La répartition et l'équilibrage des tensions aux bornes des condensateurs flottants est primordiale pour la pérennité et le maintien du bon fonctionnement des différents composants de convertisseurs qui travaillent sous de très grandes puissances et c'est là où réside le défaut de cette structure, d'un autre côté l'apport de différents niveaux de tension de sortie représente l'avantage indéniable de celle-ci.

Pour conclure les résultats théoriques qui sont présentés au chapitre I, II et III ont été vérifiés au cours de la simulation sous Simulink-State flow, nous retrouvons les trois niveaux de tension à la sortie de convertisseur ainsi que la tension aux bornes du condensateur flottant et le courant de charge qui fluctuent autour de leurs valeurs de référence.

- [1] Antsaklis. P. J, “Special issue on hybrid systems: Theory and applications, a brief Introduction to the Theory and Applications of Hybrid Systems”. *Proceeding of the IEEE Vol. 88. N° 7. pp. 879-889.* juillet 2000.
- [2] A.Birouche Contribution sur la synthèse d'observateurs pour les systèmes dynamiques hybrides institut national polytechnique de lorraine 28 nov 2006.
- [3] J.Zaytoon. (2001). Systèmes dynamiques hybrides. Collection Hermès. Paris France.
- [4] Santis, E. D., M. D. Benedetto, S. D. Gennaro, and P.Giordano (2003). Hybrid observer design methodology. Technical Report ST-2001-32460 of European Commission. Distributed control and stochastic analysis of hybrid systems supporting safety critical real-time systems design (HYBRIDGE).
- [5] Monika Kurovszky étude des systèmes dynamique hybrides par représentation d'état et automates hybride. Laboratoire d'Automatique de Grenoble 12 dec 2002.
- [6] Olivier. cours “Electrical Engineering and Computer Science” INRIAMassachusetts.
- [7] M.S Branicky Etude des systèmes hybrides : modeling, analysis and control. Massachussets institute of technology june 1995.
- [8] F.Hamdi : contribution à la synthèse d'observateurs pour les systèmes hybrides. Université de Batna 13 juillet 2010.
- [9] R. Vidal, A.Chiuso, et S.Soatto observabilité and identifiability of jump linear systems.conference of decision and control Las Vegas NV USA Dec 2002.
- [10] M.A Trabelsi : modélisation et commande des systems physiques à topologie variable application à un convertisseur multicellulaire. Institut national des sciences appliquées de Lyon 2009.
- [11] Bemporad.A, et M.Morari control of systems integrating logic, dynamics, and constraints automatic 1999.
- [12] W.Heemels, et B.D. shutter et A.Bemporad : equivalence of classes of hybrid dynamical models conference on decisions and control Orlando Florida dec 2001.
- [13] A.Bemporad efficient conversion of mixed logical dynamical systems in to an equivalent piecewise affine form IEEE transactions on automatic control 2004.

- [14] F.Torrise, A.Bemporad hysdel-a tool for generating computational hybrid models for analysis and synthesis problems. IEEE transaction on control systems technology mars 2004
- [15] Ferrari-Trecate, G., M. Muselli, D. Liberati, and M. Morari. A clustering technique for the identification of piecewise affine systems. *Automatica* (Fevrier 2003).
- [16] Geyer, T., F. Torrise, and M. Morari Efficient mode enumeration of compositional hybrid models. *Hybrid Systems : Computation and Control*(avril 2003).
- [17] F.Borrelli, M. Baotic, A. Bemporad, and M. Morari Dynamic programming for constrained optimal control of discrete-time linear hybrid system. (2005).
- [18] A.Chombart. Commande Supervisée de Systèmes Hybrides. PhD thesis, Laboratoire d'Automatique de Grenoble-Institut National Polytechnique de grenoble 1997.
- [19] Hascher G.M, eslamdoost.V power electronic circuit simulation using bond graph technics EPE congress Aachen 1989.
- [20] Dauphin-tanguy.G, Rambaut.C why a unique causality in the elementary commutations cell Bond Graph model of power electronic converter IEEE SMC le toucquet 1993.
- [21] Asher G.M « power electrinic simulation using bond-graph technics » EPE congress.p807-812. 1989.
- [22] Buisson.J “Analysis of switching devices with Bond-graph”.Journal of Franklin institute.p1165-1175.1993.
- [23] J.G. Ramadge et W.M. Wonham. The control of discrete event systems. Proceedings of the IEEE.
- [24] R. Alur, C. Courcoubetis, T.A. Henzinger, and P.H. Ho. Hybrid automata : an algorithmic approach to the specification and verification of hybrid systems. In Hybrid Systems, LNCS, 1993.
- [25] X. Nicollin, A. Olivero, J. Sifakis, et S. Yovine. An approch to the description and analysis of hybrid systems. Lecture Notes in Computer Science,1993
- [26] Y. Kesten and A. Pnueli. Timed and hybrid statecharts and their textual representation. Formal techniques in real-time and fault-tolerant systems,LNCS,1992.
- [27] H. HAIOUNI Approche mixte de modélisation par Réseaux de Petri et SMA 2010 .
- [28] R. Brockett. Hybrid models for motion control systems. Essays in Control : Perspectives in the Theory and its Applications,

- [29] Alur, R. and D.L. Dill, A theory of timed automata, Theoretical Computer Science 1994
- [30] J. A. Ferreira, and J. P. Estima de Oliveira, Modelling hybrid systems using statecharts and modelica Department of Mechanical Engineering, University of Aveiro
- [31] Kesten.Y, Pnueli A. “Timed and hybrid statecharts and their textual representation” Formal techniques in real-time and fault-tolerant systems, springer verlag 1992.
- [32] Alla.H Cavaille J-B, Lebail.J, Bel G les systems de production par lot: une approche discret-continu utilisant les réseaux de Petri Hybrides; Symposium ADPM'92 paris janvier 1992.
- [33] David.R Alla H. autonomous and timed continuous Petri Nets. 11th international conference on application and theory of Petri Nets paris juin 1990.
- [34] M.S.Khalfaoui ,Méthode de recherche des scénarios redoutés pour l'évaluation de la sûretéde fonctionnement des systèmes mécatroniques du monde automobile intitit national polytechnique de toulouse 2003.
- [35] Valentin.C, Rimlinger.C control verification of chemical automated process by mixed petri nets.Robotics and automation, IEEE international conference on may 2002.
- [36] C. Petri. communication mit automaten. PhD thesis, Univeristy of Bonn, Germany, 1962.
- [37] J. Le Bail, H. Alla, and R. David. Hybrid petri nets. In Proceedings of the European Control Conference, Grenoble - France, pages 1472–1477, 1991
- [38] David.R, Alla.H on hybrid Petri Nets, J.of discret event dynamic systems: theory and application volume 11 2001.
- [39] S. Pettersson and B. Lennartson. Hybrid modeling focused on hybrid petri nets. In Proceedings of the 2nd European Workshop on Real-Time and Hybrid Systems, Grenoble, France, 1995.
- [40] A. Giua and E. Usai. High-level petri nets : A definition. In Proceedings of the 35th Conference on Decision and Control, Kobe, Japon, 1996.
- [41] Ms.Branicky topology of hybrid system, 32nd IEEE conference on decision and control. San Antonio, Texas 1993.

- [42] Anil Nerode and Wolf Kohn. Models for hybrid systems: Automata, topologies, stability. In Grossman et al. [66], pages 317-356.
- [43] Roger W. Brockett. Hybrid models for motion control systems. In H. L. Trentelman and J. C. Willems, editors, Essays in Control: Perspectives in the Theory and its Applications, pages 29-53. Birkhäuser, Boston, 1993.
- [44] Panos J. Antsaklis, James A. Stiver, and Michael D. Lemmon. Hybrid system modeling and autonomous control systems. In Grossman et al. [66], pages 366-392.
- [45] F.Tachon principe de base de la conversion statique Synthèse des convertisseurs statique cours electronique de puissance.
- [46] H. FOCH, « Principes fondamentaux : éléments constitutifs et synthèse des convertisseurs statiques », Les Techniques de l'Ingénieur, D3152.
- [47] H. FOCH, « Principes fondamentaux : commutation dans les convertisseurs statiques », Les Techniques de l'Ingénieur, D3153
- [48] H. FOCH, « Principes fondamentaux : dualité dans les convertisseurs statiques », Les Techniques de l'Ingénieur, D3154.
- [49] P.davancens et T.Meynard étude des convertisseurs multicellulaire parallèle : modélisation.j.phys page 143-160 janvier 1997.
- [50] P.Carrere étude et réalisation des convertisseurs multicellulaires série a IGBT, équilibrage des condensateurs flottants .institut national polytechnique de Toulous 1996.
- [51] Middelbrook.R.D , CUK.S general unified approach to modeling switching converter power stages IEEE PESC proceeding page 18-34 1976.
- [52] Nabae.A , Tahashi.I et Agaki.H a new nutral point-clumped PWM inverter IEEE transactions on industry applications Vol IA-17, 5°, 1981.
- [53] Baker.R.H bridge converter circuits US aout 1979.
- [54] Bhagwat.P.M et stefanovich.VR generalized structure of multileve IEEE transactions on industry applications Vol IA-19, 6°, decembre 1983.
- [55] G.Gateau contribution a la commande des convertisseurs statique multicellulaire series, institut national polytechnique de Toulous, septembre 1997.
- [56] K.Benmansour, réalisation d'un bond d'essai pour la commande et l'observation des convertisseurs multicellulaire série : approche hybride, université de Cergy pontoise juin 2009.

- [57] Antsaklis. P. J. , “Hybrid Systems Control”. *Encyclopedia of Physical Science and Technology, Academic Press. 2002.*
- [57] Antsaklis. P.J, Koustoukos.X, “Hybrid Systems: Review and Recent Progress”. *Chapter in Software-Enabled Control: Information Technologies for Dynamical Systems, T. Samad and G. Balas, Eds, IEEE Press*
- [58] Tavernini.M, ”Differential automata and their discrete simulators”. *Nonlinear Analysis Theory, Method and Applications, 11.6, pp 665-683. 1987*

Mots clefs :

Modélisation hybride, convertisseurs statiques, convertisseurs, multicellulaires, automates hybrides, systèmes réels