

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET
POPULAIRE**

**Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche
scientifique**

**Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou
Faculté Des Génie Electrique Et D'Informatique
Département D'Electronique**



Mémoire de fin d'études

**En vue de l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en
électronique
Option : contrôle**

Thème

Segmentation d'Images Couleurs Par

l'Approche Vectorielle

**Proposé par :
Melle. S. Amer Medjkane**

**Réalisé par:
Ait Mammar Hacene
Makour Abderrezak**

Promotion: 2008

Remerciement

*Nous tenons tout d'abord à remercier notre promotrice
Mlle S.Amer medjkane, pour avoir accepté de nous encadrer et pour sa gentillesse.*

Ce mémoire n'aurait pu voir le jour sans son aide précieuse.

*Nos remerciements iront également au président et aux membres du jury, qui ont
accepté de juger notre travail.*

*Nous tenons aussi à remercier de façon très particulière le doyen de la faculté de
Génie électrique et d'informatique ainsi qu'au chef du département d'électronique
pour les efforts fournis afin de permettre l'amélioration de nos conditions d'études.*

D'autre part, on voudrait remercier Mr M.Lazri et Mme Megharebi pour leur soutien.

*Toutes personnes, amis et connaissances qui d'une manière ou d'une autre, nous
ont aidé et encouragé pour l'aboutissement de ce travail trouverons ici l'expression de
notre vive reconnaissance.*

*Merci enfin à toute la promotion 2008 des ingénieurs en électronique, option
contrôle.*

Dédicaces

Je voudrais exprimer toute ma gratitude et ma reconnaissance à :
Ma famille, qui m'a été d'un grand apport depuis ma naissance et qui a de
toujours et de tout temps été à mes cotés.
A ma mère.
A mon père.
A ma grand-mère Smina.
A mes sœurs Saida et Zahra.
A mes frères Fatah, Nabil et Rachid.
A mon binôme Makour Abderezak.
Ainsi qu'a tous mes amis (es) sans exception.

Hacène AIT MAMMAR

Dédicaces

Je voudrais exprimer toute ma gratitude et ma reconnaissance à :

Ma famille, qui m'a été d'un grand apport depuis ma naissance et qui a de toujours et de tout le temps été à mes côtés. Je dédie ce modeste travail à :

Mes chers parents.

Mes chers grands-parents.

Mes sœurs Karima, Sarah et Amel.

Mon frère Djamel.

Ma grande famille.

Mon binôme Ait Mammar Hacene.

Ainsi qu'à tous mes amis (es) sans exception.

Table des matières

Index et notations.....	1
Introduction générale.....	4
CHAPITRE I : Notions sur le Traitement d'Image et la morphologie mathématique	
I. Notions sur le traitement d'images	
I-1. Image numérique	
I-1.1. Définition d'une image numérique.....	6
I-1.2. Le pixel.....	6
I-1.3. Principe de numération.....	7
I-2. Caractéristiques d'une image numérique	
I-2.1. Dimension	8
I-2.2. Résolution.....	8
I-2.3. Contours et textures.....	8
I-2.4. Luminance.....	8
I-2.5. Voisinage.....	8
I-2.6. Contraste.....	9
I-3. Types d'images	
I-3.1. Images binaires.....	9
I-3.2. Images en niveau de gris.....	10
I-3.3. Images couleurs	10
I-4. Traitement numérique des images	
I-4.1. Filtrage.....	11
I-4.2. Segmentation.....	11
I-4.3. Extraction des caractéristiques.....	11
I-5. Analyse élémentaire d'image	
I-5.1. Histogramme.....	12
I-5.2. Égalisation d'histogramme.....	13
I-5.3. Seuillage.....	14

II. La morphologie mathématique

II-1. Principe.....15

II-2. Transformations morphologiques

II-2.1. Erosion.....	15
II-2.2. Dilatation.....	16
II-2.3. Ouverture.....	17
II-2.3. Fermeture.....	18

II-3. Application de la morphologie mathématique

II-3.1 Sur des images binaires.....	19
II-3.1.1. Dilatation binaire.....	19
II-3.1.2. Erosion binaire.....	20
II-3.1.3. Ouverture et fermeture binaire.....	21
II-3.2 Sur des images en niveaux de gris.....	21
II-3.2.1. Fonction et l'ensemble.....	21
II-3.2.2. Erosion en niveau de gris.....	22
II-3.2.3. Dilatation en niveaux de gris.....	23
II-3.2.4. Ouverture et fermeture en niveaux de gris.....	24

II-4. Gradient morphologique.....25

II-5. Chapeau haut-de-forme.....26

II-6. Squelettisation

II-6.1. Squelette par boules maximales.....	27
II-6.2. Squelette par zone d'influence.....	28

II-7. Les filtres morphologiques

II-7.1. Filtres alternés.....	30
II-7.2. Filtres alternés séquentiels.....	30

II-8. Géodésie et transformations par reconstruction

II-8.1. Transformations Géodésiques.....	31
II-8.1.1. Dilatation géodésique binaire.....	31
II-8.1.2. Erosion géodésique binaire.....	32

II-8.1.3. Dilatation et érosion géodésiques numériques.....	32
II-8.2. Transformations par reconstruction.....	33
II-8.2.1. Reconstruction binaire.....	33
II-8.2.2. Reconstruction numérique.....	33
II-8.2.3. Ouverture par reconstruction.....	34
II-8.2.4. Fermeture par reconstruction.....	34

CHAPITRE II : Les espaces couleur et les ordres morphologiques

I. Les espaces couleur

I.1. L'espace RVB.....	36
I.1.1. Caractéristiques de l'espace RVB.....	38
I.2. L'espace XYZ.....	39
I.2.1. Caractéristiques de l'espace XYZ.....	40
I.2.2. Transformation de l'espace RVB à XYZ.....	41
I.3. L'espace $L^*a^*b^*$	41
I.3.1. Caractéristiques de l'espace $L^*a^*b^*$	43
I.4. L'espace HSV et l'espace HLS.....	43
I.4.1. Caractéristiques des espaces HSV et HLS.....	44
I.4.2. Transformation de l'espace RVB aux espaces HSV et HLS ou les espaces TLC et TYS.....	47

II. Les ordres morphologiques

II.1. Définitions.....	49
II.2. Les ordres vectoriels.....	49
II.2.1. L'ordre marginal.....	49
II.2.2. L'ordre réduit.....	50
II.2.3. L'ordre conditionnel ou lexicographique.....	51

CHAPITRE III : Segmentation Morphologique d'Images Couleurs

I. Les extrema d'une fonction.....53

II. Ligne de partage des eaux LPE

II.1. Définition.....	56
II.2. Calcul de la LPE.....	57

III. Problèmes et solutions de la LPE

III.1. Problème de sur-segmentation.....	58
III.2. LPE avec marqueurs.....	58

III.2.1. Extraction des marqueurs.....	61
III.2.1.2.Méthode du chapeau haut de forme.....	61
III.2.1.2. Méthode des h-minima.....	61
III.2.2. Intégrations des marqueurs dans l'image.....	61
III.3. LPE par filtrage.....	61
III.3.1.Filtres séquentiels.....	62
III. 3.2. Filtres par reconstruction.....	62

IV. Ordre lexicographique dans l'espace HSV

IV.1. Luminance et saturation.....	63
IV.2. Teinte.....	64

V. Les opérateurs morphologiques couleurs

V.1. Erosion et Dilatation couleur.....	64
V.2. Ouverture et fermeture couleur.....	64
V.3. Gradient couleur.....	66
V.4. Chapeau haut de forme.....	69

VI. LPE couleur.....71

VI.1. Solution proposée.....	72
VI.2. Principe.....	73

CHAPITRE IV : Approche adoptée et résultats sous MATLAB

I. Langage de programmation.....76

II. Approche adoptée.....77

II-1. Approche marginale.....	77
II-2. Approche lexicographique	77

III. Résultats des tests78

Conclusion Générale.....101

Annexe

Bibliographie

Index et notations

$E^B(X)$, $D^B(X)$: érosion et dilatation de l'ensemble X par l'élément structurant B .

$O^B(X)$, $F^B(X)$: ouverture et fermeture de l'ensemble X par l'élément structurant B .

$f(x)$: fonction de gris.

$E^B f(x)$, $D^B f(x)$: érosion et dilatation en niveau de gris.

$O^B f(x)$, $F^B f(x)$: ouverture et fermeture en niveau de gris.

$g^+(f)$, $g^-(f)$, $g(f)$: gradient externe, gradient interne et gradient symétrique.

HDF_B : chapeau haut-de-forme.

$B_n(x)$: boule maximale de taille n et de centre $x \in X$.

$SBM(x)$: squelette par boules maximales.

M : ensemble de k composantes connexes.

$IZ(M_i)$: zone d'influence de M_i .

M_i : composante connexe.

$SKIZ(M)$: squelette par zone d'influence.

d_X^g : distance géodésique.

$B_X(p,n)$: boule géodésique de rayon $n \in \mathbb{R}^+$ et centre dans le point $p \in X$.

$D_X^n(Y)$: dilatation géodésique binaire.

$E_X^n(Y)$: érosion géodésique binaire.

$D_g^n(f)$: dilatation géodésique numérique.

$E_g^n(f)$: érosion géodésique numérique.

$D_X^{rec}(Y)$: reconstruction binaire par itération de la dilatation géodésique.

$D_g^{rec}(f)$: reconstruction numérique par itération de la dilatation géodésique.

$O_n^{rec}(f)$: ouverture numérique par reconstruction.

$F_n^{rec}(f)$: fermeture numérique par reconstruction.

$MR(f)$: maximum régional.

$mR(f)$: minimum régional.

$EMAX_h(f)$: maximum étendu.

$Emin_h(f)$: minimum étendu.

RVB : espace de représentation des couleurs primaires rouge, vert et bleu.

XYZ : espace de représentation des couleurs primaires imaginaires.

$L^*a^*b^*$: espace couleur (L^* : luminosité, a^* : sensation rouge-vert, b^* : sensation jaune-bleu).

C^* : chroma.

h^* : teinte.

HSV : espace couleur (Hue, Saturation, Value).

HLS : espace couleur (Hue, Luminance, Saturation).

H_{HSV} : Hue (teinte) de l'espace HSV.

S_{HSV} : saturation de l'espace HSV.

V_{HSV} : value (chroma ou luminance) de l'espace HSV.

H_{HLS} : Hue (teinte) de l'espace HLS.

S_{HLS} : saturation de l'espace HLS.

L_{HLS} : value (chroma ou luminance) de l'espace HLS.

Ω : ordre lexicographique.

$E_{\Omega,B}(f)(x)$: érosion couleur.

$B_{\Omega,B}(f)(x)$: dilatation couleur.

$O_{\Omega,B}(f)$: ouverture couleur.

$F_{\Omega,B}(f)$: fermeture couleur.

$FAS_{\Omega,nB}(f)$: filtre alterné séquentiel.

∇f : fonction numérique scalaire.

∇f : Gradient morphologique.

$\nabla_c a$: Gradient circulaire centré.

$\nabla_E f$: Gradient euclidien.

$\nabla^L f$: Gradient de luminance

$\nabla^H f$: Gradient de teinte

$\nabla^S f$: Gradient couleur pondéré par saturation

$\nabla^{\text{Sup}} f$: Gradient couleur par supremum

$d_E(f(x), f(y))$: distance euclidienne.

$\text{HDF}^+_B(f)(x)$: Chapeau haut de forme blanc.

$\text{HDF}^-_B(f)(x)$: Chapeau haut de forme noir.

$\text{HDF}^O_B(f)$: Chapeau haut de forme circulaire centré.

$\text{HDF}_B(f)$: Chapeau haut de forme vectoriel.

$\text{HDF}^{A+}_B(f)$: Chapeau haut de forme achromatique blanc.

$\text{HDF}^{A-}_B(f)$: Chapeau haut de forme achromatique noir.

$\text{HDF}^c_B(f)$: Chapeau haut de forme chromatique.

LPE : ligne de partage des eaux.

b : la valeur de la composante bleue dans l'espace RVB.

r : la valeur de la composante rouge dans l'espace RVB.

g : la valeur de la composante verte dans l'espace RVB.

$E(\lambda)$: Energie incidente due à absorption de la lumière.

\bar{x} : courbe de densité spectrale de la couleur rouge.

\bar{y} : courbe de densité spectrale de la couleur verte.

\bar{z} : courbe de densité spectrale de la couleur bleue.

w_{\min} : Valeur de pondération fixée par l'utilisateur.

w_{mid} : Valeur de pondération fixée par l'utilisateur.

w_{\max} : Valeur de pondération fixée par l'utilisateur.

T' : Expression de la teinte.

T_a : Teinte approximative.

\vee et \wedge : expriment le max et le min.

Une image est une représentation planaire d'une scène ou d'un objet situé en général dans un espace tridimensionnel. Son élaboration résulte de la volonté de proposer une entité observable par l'œil humain, ceci explique d'une part son aspect planaire et d'autre part, le fait que l'information élémentaire associée à chaque point de l'image soit transcrite en niveau de gris ou en couleur. L'image est donc, une collection d'informations. [17]

Le traitement d'images est né de l'idée et de la nécessité de remplacer l'observateur humain par une machine. L'image ou les signaux provenant des capteurs ont alors été numérisés pour pouvoir être traités par l'ordinateur. L'analyse d'une image numérique est basée sur des concepts mathématiques qui permettent de la décrire quantitativement afin d'extraire les informations pertinentes en regard de l'application concernée, les traiter puis les interpréter. Il est donc possible de l'utiliser dans des disciplines très variées, aussi bien dans le domaine de la recherche que dans celui de la fabrication industrielle ou de l'analyse médicale. [18]

Les méthodes et techniques d'analyse employées dépendent essentiellement de la nature des images à analyser et du but que se fixe l'expérimentateur.

La segmentation est une phase fondamentale dans le traitement d'image qui permet de réaliser une partition de l'image en sous-ensembles connexes et homogènes appelés régions. [17]

Le traitement d'images numérique s'est tout d'abord focaliser sur les images en niveau de gris. Même s'il reste encore beaucoup à faire dans beaucoup de domaines, les techniques correspondantes sont aujourd'hui relativement bien définies et maîtrisées. Ainsi, grâce aux avancées réalisées en imagerie mono-composante (monochrome), les recherches se sont progressivement orientées vers des images plus complexes à savoir les images multi-composantes (images couleur, satellitaires, radars...).

Les objectifs de traitement restant les mêmes qu'en imagerie mono-composante (filtrage, segmentation, codage,...), il est intéressant de pouvoir appliquer pour les images multi-composantes les mêmes outils pour les images en niveau de gris.

C'est dans ce cadre que s'inscrit notre travail. Nous nous sommes, en effet, intéressés à une technique de segmentation basée sur les opérateurs de la morphologie mathématique, il s'agit de la ligne de partage des eaux (LPE). La transposition de cette méthode sur des images couleur nécessite deux approches, l'approche marginale qui traite chaque composante séparément et l'approche vectorielle qui tient compte de la nature multi-composante de l'image.

Dans le premier chapitre, nous présentons quelques notions fondamentales du traitement d'images et de la morphologie mathématique ensembliste et fonctionnelle. Le deuxième chapitre est consacré à la définition de quelques espaces de représentation de la couleur ainsi que les ordres morphologiques qui sont nécessaires pour pouvoir appliquer les opérateurs morphologiques sur les images couleurs.

Dans le troisième chapitre, nous abordons l'application de ces opérateurs morphologiques sur une image couleur et nous décrivons l'algorithme de segmentation d'images couleur selon les deux approches (marginale et vectorielle).

Le dernier chapitre de ce mémoire est consacré à la présentation des différents résultats obtenus sous MATLAB et leur interprétation.

Enfin, nous terminons notre travail par une conclusion générale.

I. Notions sur le traitement d'images

Le traitement d'images permet d'étudier les étapes de transformation de l'image depuis l'acquisition de cette dernière jusqu'à la description obtenue en caractérisant ses composantes et en donnant une représentation structurée.

Une image, telle qu'elle est définie à l'échelle de l'observation visuelle (une représentation bidimensionnelle d'objets tridimensionnels de natures diverse) est inexploitable par les équipements audiovisuels ou informatiques, ce qui exige donc sa numérisation.

Numériser une image, revient à représenter son contenu par un ensemble de structures de données numériques (format d'image), de telle sorte qu'on puisse reproduire à partir de ces données une image aussi fidèle que possible à celle d'origine.

I-1. Image numérique

I-1-1. Définition d'une image numérique

Une image numérique est composée d'unités élémentaires (appelé pixel) qui représentent chacune une portion de l'image. Elle peut être vue comme une matrice rectangulaire, où chaque élément est associé aux coordonnées (i,j) . Une image est définie par:

1. Le nombre de pixels qui la compose en largeur et en hauteur.
2. L'étendu des teintes de gris ou des couleurs que peut prendre chaque pixel (on parle de dynamique de l'image).

I-1-2. Le pixel

Contraction de l'expression anglaise « Picture élément » : élément d'image, le pixel est le plus petit point de l'image, c'est une entité calculable qui peut recevoir une structure et une quantification. Si le bit est la plus petite unité d'information que peut traiter un ordinateur, le pixel est le plus petit élément que peut manipuler les matériels

et logiciels d'affichage ou d'impression.

La qualité d'information que véhicule chaque pixel donne des nuances entre images monochromes et images couleurs.

I-1-3 Principe de la numérisation d'image

La numérisation peut se décomposer en 2 opérations principales:

- Le découpage de l'espace à étudier en pavés réguliers de la surface x, y à étudier (on parle également d'échantillonnage de l'espace de départ).
- Le codage de l'information (en niveaux de gris ou en couleurs) reçue par le capteur en chaque point en données numériques (finies):

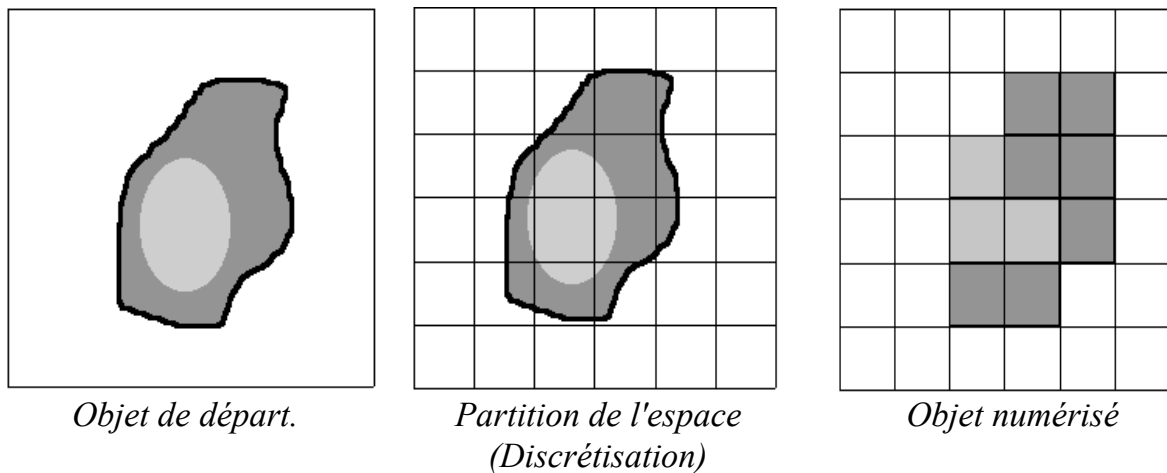


Fig. I.1. Principe de la numérisation

Ces deux opérations vont définir la taille et la dynamique des images et vont avoir des conséquences au niveau de la quantité d'information contenue dans chaque image numérique.

I-2. Caractéristiques d'une image numérique

I-2-1. Dimension

Elle définit la taille de l'image qui se présente sous forme d'une matrice dont les éléments représentent des intensités lumineuses (pixels). Le nombre de lignes de cette matrice multiplié par le nombre de colonnes nous donne le nombre total de pixels dans une image.

I-2-2. Résolution

C'est l'espacement ou la densité des pixels dans l'image. Elle se mesure par convention en pixels par unité de mesure (pouce=2,54 cm) ; plus la résolution est élevée, plus l'image a de pixels.

I-2-3. Contours

Les contours représentent la frontière entre des objets de l'image, ou la limite entre deux pixels dont les niveaux de gris représentent une différence significative

L'extraction de contours consiste à identifier dans l'image les points qui séparent deux textures différentes.

I-2-4. Luminance

C'est le degré de luminosité des points d'image. Pour un observateur lointain, le mot luminance est substitué au mot brillance, qui correspond à l'éclat d'un objet.

I-2-5. Voisinage

Le voisinage est défini comme étant l'ensemble des pixels qui entourent, dans toutes les directions possibles (8 directions), un pixel donné de coordonnées (i, j). Cette notion est utilisée souvent lors du filtrage.

(i-1, j-1)	(i-1, j)	(i-1, j+1)
(i, j-1)	(i, j)	(i, j+1)
(i+1, j-1)	(i+1, j)	(i+1, j+1)

Tableau : voisinage d'un pixel

I-2-6. Contraste

C'est l'opposition marquée entre les régions sombres et les régions claires d'une image. Le contraste est défini en fonction des luminances de deux zones d'image.

Si L1 et L2 sont les degrés de luminosité respectivement de deux zones voisines A1 et A2 d'une image, le contraste est défini par le rapport :

$$C = L1-L2/A1-A2$$

I-3-Types d'images

I-3-1 Images binaires

L'image binaire est représentée sous forme d'une matrice dont les éléments valent 0 ou 1. Les 0 sont représentés par du noir et les 1 par du blanc. Chaque donnée d'un pixel est codée sur un bit.

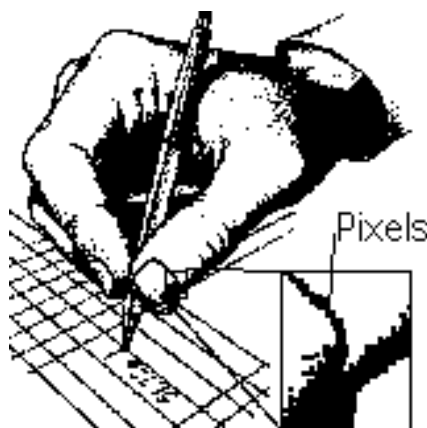


Fig. I.2. Image binaire.

I-3-2 Images en niveau de gris

La couleur du pixel peut prendre des valeurs allant du noir au blanc en passant par un nombre fini de niveaux de gris dégradés. Chaque pixel n'est donc plus représenté par un bit, mais par un octet (dans le cas général).



Fig. I.3. Image 256 niveaux de gris.

I-3-3. Images couleur R.V.B.

Elle consiste à utiliser 24 bits pour chaque point de l'image. Huit bits sont employés pour décrire la composante rouge (R), huit pour le vert (V) et huit pour le bleu (B). Il est ainsi possible de représenter environ 16.7 millions de couleurs différentes simultanément.



Fig. I.4. Image couleur RVB.

I-5. Traitement numérique des images

La figure illustre le schéma classique d'analyse et de traitement d'une image. On y trouve principalement trois étapes :

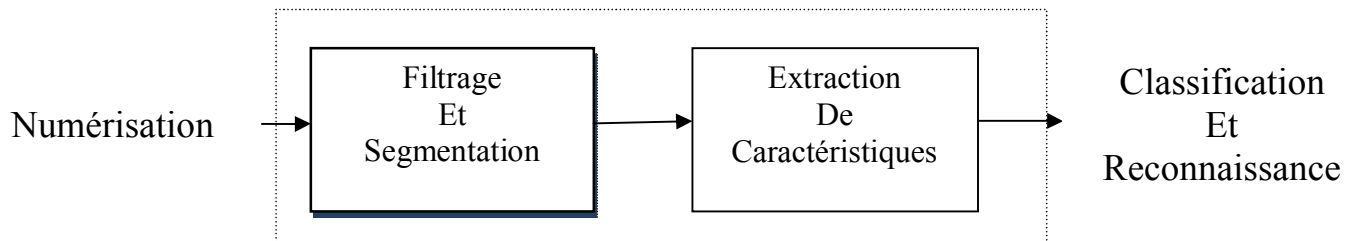


Fig. I.5. Schéma classique de traitement d'une image

On peut citer les traitements suivants :

I-5-1. Filtrage

Le but est d'éliminer le bruit (acquisition, transmission, compression ...), d'enlever les détails non-significatifs, de rehausser les structures et les objets d'intérêt en simplifiant le reste.

I-5-2. Segmentation

Cette étape vise à trouver une partition de l'image pour définir les zones associées à chaque objet significatif. Evidemment, le filtrage et la segmentation sont très liés.

I-5-3. Extraction de caractéristiques

Cette phase concerne la mesure et la quantification (i-e l'obtention des paramètres quantitatifs ou qualitatifs) des caractéristiques (forme, texture, couleur, etc.) des objets de l'image segmentée. Si l'image est très simple, l'extraction de caractéristiques peut se faire directement sans filtrage ni segmentation.

I-6. Analyse élémentaire d'image

I-6-1. Histogramme

L'histogramme d'une image est une fonction discrète qui donne la fréquence d'apparition de chaque niveau de gris dans l'image. Elle représente le nombre de pixels qui ont le même niveau de gris.

Lorsque cette fonction est normalisée entre 0 et 1 pour tous les niveaux de gris, on peut la voir comme une densité de probabilité qui fournit la probabilité de trouver un certain niveau de gris de l'image.

Ainsi le niveau de gris d'un pixel devient une variable aléatoire dont la valeur dépend du résultat d'une expérience aléatoire sous-jacente. D'où un traitement statistique des images.

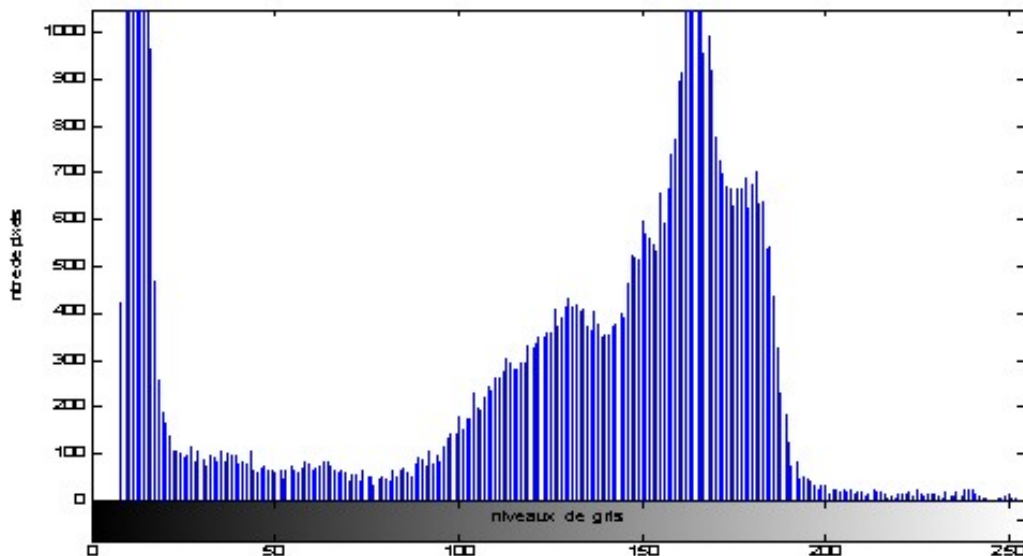


Fig. I.6. image originale et son histogramme.

I-6-2. Égalisation d'histogramme

L'égalisation d'histogramme a pour but d'harmoniser la répartition des niveaux de luminosité de l'image, de telle manière à tendre vers un même nombre de pixel pour chacun des niveaux de l'histogramme. Cette opération vise à augmenter les nuances dans l'image.

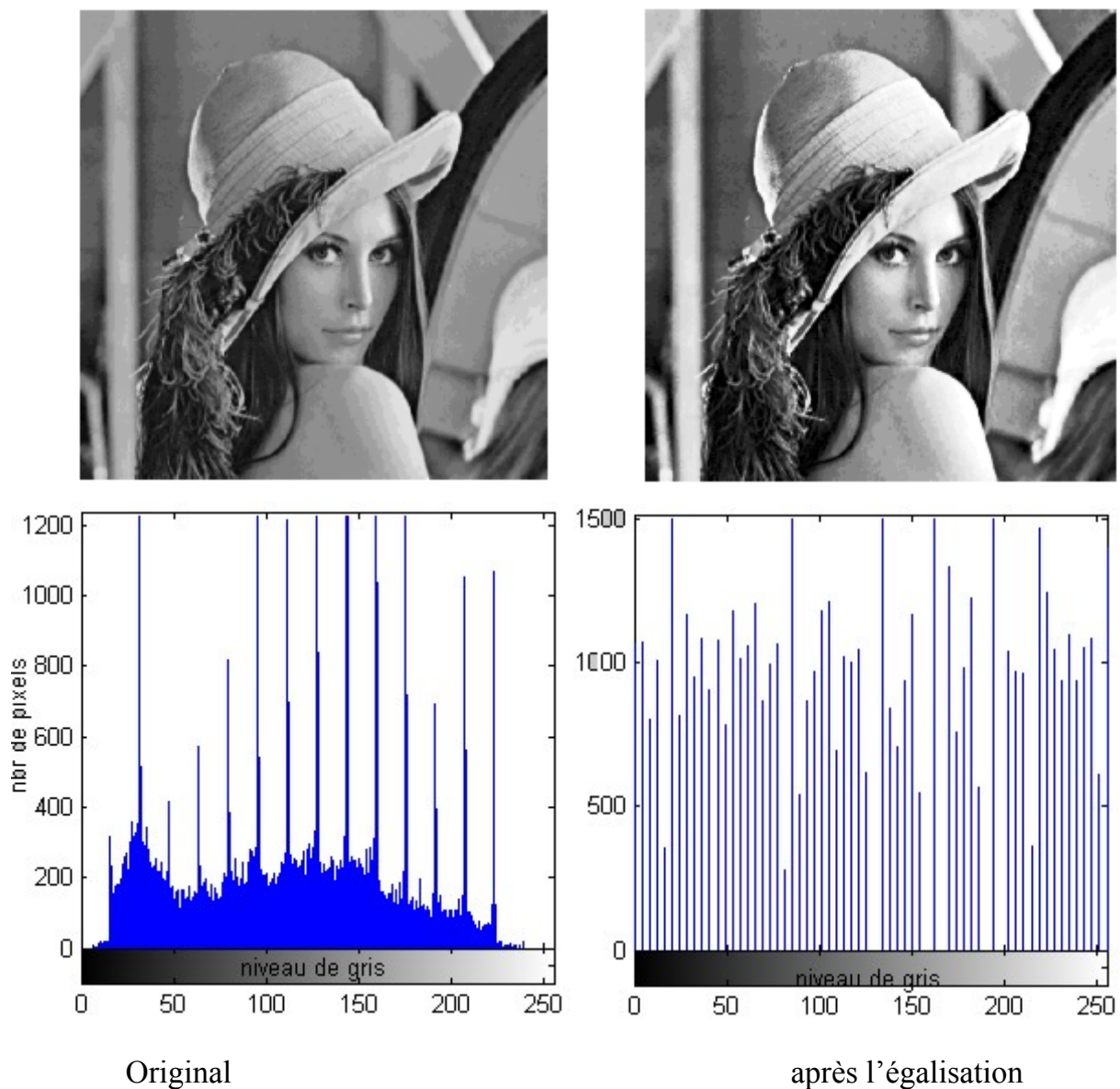


Fig-I.7. Illustration de l'égalisation d'histogramme.

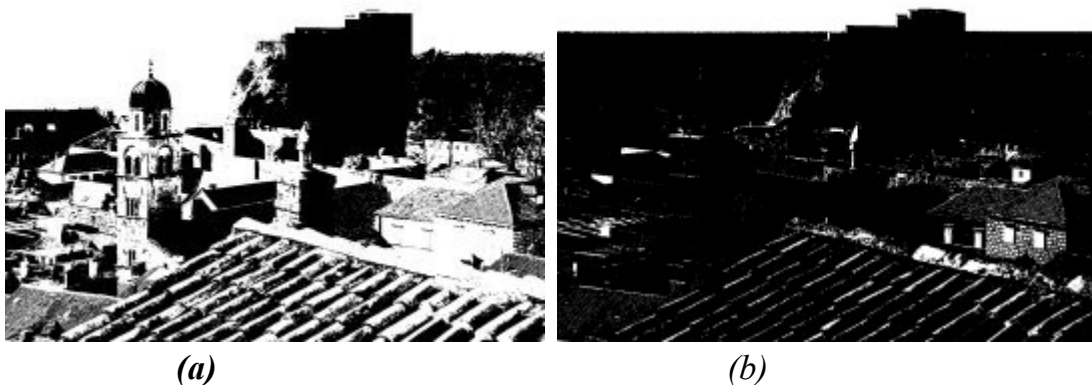
I-6-3. Seuillage

L'opération dite de "seuillage simple", consiste à mettre à zéro tous les pixels ayant un niveau de gris inférieur à une certaine valeur (appelée *seuil*, en anglais *threshold*) et à la valeur maximale les pixels ayant une valeur supérieure. Ainsi, le résultat du seuillage est une image binaire contenant des pixels noirs et blancs, c'est la raison pour laquelle le terme de *binarisation* est parfois employé. Le seuillage permet de mettre en évidence des formes ou des objets dans une image. Toutefois, la difficulté réside dans le choix du seuil à adopter.

Voici une image en 256 niveaux de gris et les résultats d'une opération de seuillage avec les valeurs respectives de seuil de 125 et 200 :



Fig. I.8. Image en 256 niveaux de gris



(a)

(b)

Fig. I.9. (a) Image à seuil de 125 , (b) Image à seuil de 200.

II. La morphologie mathématique

La morphologie mathématique est la science de la forme et de la structure, basé sur des concepts de théorie des ensembles, topologie et géométries.

Au cours des dernières années, la morphologie mathématique s'est établie comme méthode puissante pour le traitement d'images, elle est devenue une théorie mathématique complète. Elle a été appliquée avec succès dans diverses disciplines, telles que minéralogie, diagnostic médical, histologie...

Elle a trouvé des applications croissantes dans le traitement d'image digitale, la vision par ordinateur et la reconnaissance de formes.

I-1. Principe

Le principe de base de la morphologie mathématique est de comparer les objets d'une image **X** à un objet **B** de référence, de taille et de formes données. Cet objet de référence s'appelle <<l'élément structurant>>.

Les opérations de base de la morphologie mathématique sont la **dilatation** et l'**érosion**. A partir de ces deux opérations élémentaires, on peut construire des outils plus avancés, tels que l'ouverture et la fermeture morphologiques. L'application itérative de tels filtres permet de définir des opérations plus complexes telles que squelettes, gradient, chapeau de forme, érosion ultime, ouverture par reconstruction... Ces opérations peuvent être appliquées sur des images binaires ou en niveau de gris.

II-2. Transformations morphologiques

II-2.1. Erosion

La transformation par érosion est la première transformation en tout ou rien à avoir été proposé. Pour définir intuitivement l'opération d'érosion, on va se situer dans l'espace euclidien R^2 partiellement occupé par un ensemble **X**.

Soit **B** un élément structurant représentant une figure géométrique simple, par exemple un disque. Cet élément repéré par son centre **z** centré en pixel **x** de l'ensemble **X**. Il est ensuite déplacé de telle sorte que son centre **z** occupe successivement toutes les positions **x** de l'espace. Pour chacune de ces positions, la

question suivante est posée :

" **Est-ce que B est entièrement inclus dans X ?**", c'est-à-dire en notation ensembliste : $B_z \subset X$?

L'ensemble des positions x correspondant à une réponse positive forme le nouvel ensemble Y, appelé érodé de X par B. cet ensemble satisfait l'équation :

$$Y = \{x \subset X : B_z \subset X\}.$$

On note l'érosion morphologique par E^B .

$$Y = E^B(X)$$

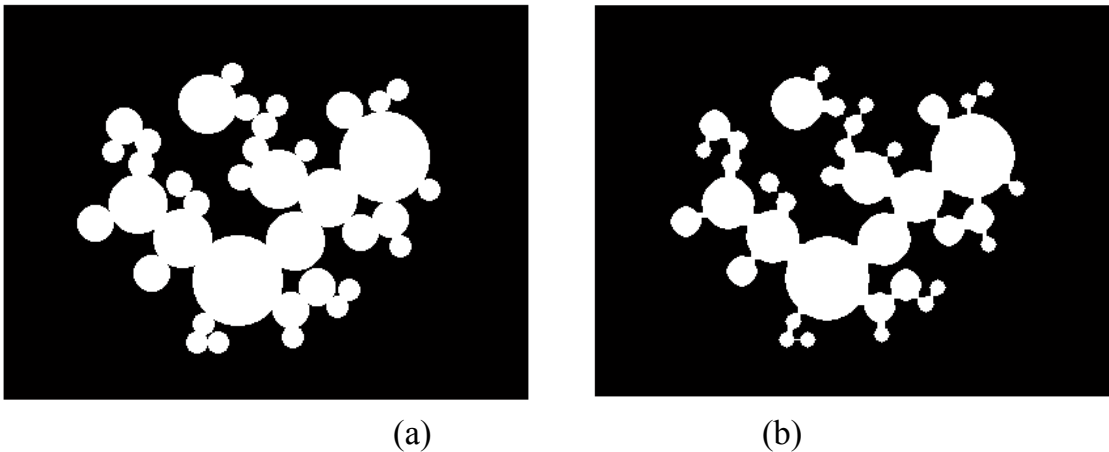


Fig. I-11. (a) : image originale, (b) : image érodée.

Si la taille de B dépasse celle de X, l'ensemble érodé par B est vide.

II-2.2. Dilatation

L'opération de dilatation, appelée « *dilation* » en anglais, due à **MINKOWSKI** se définit de manière analogue. En prenant le même élément structurant B, pour chaque position x de Z, on se pose la question :

« **L'ensemble B_z touche-t-il l'ensemble X ?** » c'est-à-dire, y a-t-il une intersection non vide entre B_z et X ? Et en notation ensembliste : $B_z \cap X \neq \emptyset$?

L'ensemble des positions x de l'espace correspondant à une réponse positive forme le nouvel ensemble Y, appelé dilaté de X par B.

$$Y = \{x \subset X : B_z \cap X \neq \emptyset\}.$$

On note l'opération de dilatation par D^B :

$$Y = D^B (X)$$

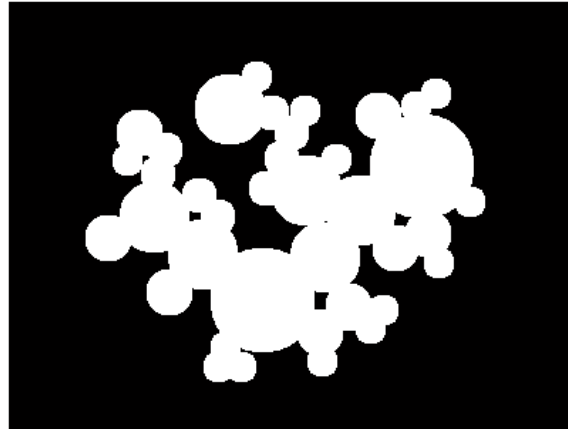


Fig. I-12. Image dilatée.

Le dilaté de X par B est aussi égal à l'union des translatés de X par éléments de B.

❖ Dualité :

La transformation par dilatation n'est pas indépendante de la transformation par érosion. En effet, éroder l'ensemble X revient de même à dilater son complémentaire X^c .

Les opérations de dilatation et d'érosion sont donc deux opérations duales par rapport à la complémentation ; ce qui s'écrit :

$$D^B (X) = (E^B (X^c))^c$$

II-2.3.L' Ouverture

L'ouverture morphologique est la transformation qui consiste en l'application sur un ensemble X de l'opérateur érosion puis l'opérateur dilatation avec le même élément structurant ; elle est notée :

$$O^B(X) = D^B(E^B(X))$$

En général, on ne trouve pas l'ensemble de départ car une partie de la forme éliminée par l'érosion ne peut être recréée par une dilatation. L'ensemble ouvert $O^B(X)$ est plus régulier et moins riche en détails au niveau du contour que l'ensemble initial X .

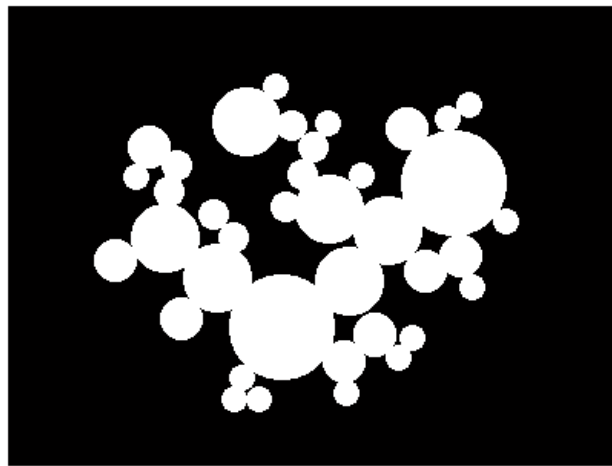


Fig. I-13. Image ouverte.

II-2.3. La Fermeture

La fermeture est l'opération «inverse» de l'ouverture, c'est-à-dire que l'on applique tout d'abord une dilatation puis une érosion toujours avec le même élément structurant, elle est notée :

$$F^B(X) = E^B(D^B(X))$$

Un ensemble fermé est également moins riche en détail que l'ensemble initial.

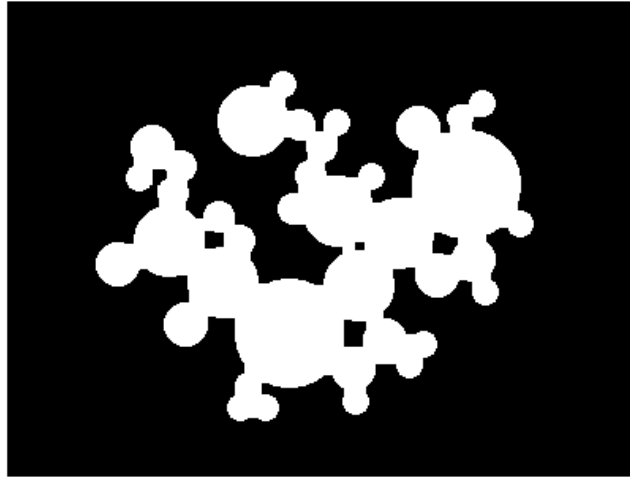


Fig. I-14. Image fermée.

II-3. Application de la morphologie mathématique

La morphologie mathématique telle qu'elle est définie s'applique sur des images binaires mais aussi sur des images en niveaux de gris.

II-3.1. Sur des images binaires

Une forme binaire peut être considérée comme un ensemble de l'espace euclidien \mathbb{R}^2 , les points de la forme (objet) sont égaux à 1 et ceux du fond égaux à 0.

II-3.1.1. Dilatation binaire

La condition d'une image binaire est réalisée en balayant l'image avec un élément structurant carré. Pour chacun des pixels de l'image, on effectue le OU logique de ses 8 voisins. Si le OU logique des voisins vaut 1, alors le pixel courant est mis à 1 dans l'image résultant ; sinon, le pixel courant est simplement recopié de l'image initiale vers l'image résultat.

0 0 0 0 0		0 0 0 0 0
0 0 0 0 0		0 1 1 1 0
0 0 1 0 0	—————>	0 1 1 1 0
0 0 0 0 0		0 1 1 1 0
0 0 0 0 0		0 0 0 0 0
Objet initial		Objet dilaté
1 1 1 1 1		1 1 1 1 1
1 1 1 1 1		1 1 1 1 1
1 1 0 1 1	—————>	1 1 1 1 1
1 1 1 1 1		1 1 1 1 1
1 1 1 1 1		1 1 1 1 1
<i>Objet initial</i>		<i>Objet dilaté</i>

- ❖ La dilatation permet d'éliminer les points noirs de l'image.

II-3. 1.2. Erosion binaire

L'érosion d'une image binaire est un procédé dual de la dilatation. Pour chacun des pixels de l'image, le ET logique de ses 8 voisins. Si le ET logique des voisins vaut 1, alors le pixel courant est simplement recopié de l'image initiale vers l'image résultat, sinon le pixel courant est forcé à 0.

0 0 0 0 0		0 0 0 0 0
0 0 0 0 0		0 0 0 0 0
0 0 1 0 0	—————>	0 0 0 0 0
0 0 0 0 0		0 0 0 0 0
0 0 0 0 0		0 0 0 0 0
Objet initial		Objet érodé
1 1 1 1 1		1 1 1 1 1
1 1 1 1 1		1 0 0 0 1
1 1 0 1 1	—————>	1 0 0 0 1
1 1 1 1 1		1 0 0 0 1
1 1 1 1 1		1 1 1 1 1

Objet initial

Objet érodé

❖ L'érosion permet d'éliminer les points blancs de l'image.

II-3.1.3. Ouverture et fermeture binaire

Par plusieurs dilations, il est possible d'éliminer les taches noires de l'image ; ainsi que par plusieurs érosions, on élimine les pixels blancs.

Cependant, ces procédures influent sur la taille des objets présents dans l'image.

Il est donc nécessaire d'effectuer une ouverture ou une fermeture afin de supprimer les points isolés de l'image.

Par fermeture de taille croissante avec un élément structurant convexe, un objet tend vers son enveloppe faiblement convexe par remplissage progressive des concavités.

Par ouverture de taille croissante avec élément structurant convexe, on élimine progressivement les parties de l'ensemble plus petites que l'élément structurant, jusqu'à disparition totale.

II-3.2. Sur des images en niveaux de gris

La théorie de la morphologie mathématique a été définie dans un cadre strictement ensembliste. Son application sur des images en niveaux de gris (Fonctions numériques) nécessite le passage de la notion d'ensemble aux fonctions.

II-3.2.1. Fonction et l'ensemble

Soit une fonction de gris $f(x)$. Le graphe de la fonction est défini par : $X_f = \{x, t / t=f(x)\}$. Le sous graphe U_f de la fonction f est l'ensemble formé par le graphe de $f(x)$ et des points situés au dessous, il est défini par : $U_f = \{X, t / t \leq f(x)\}$
Connaissant U_f , on peut donc connaître $f(x)$, en effet : $X_f = \text{Sup} \{t/x, t \in U_f\}$.

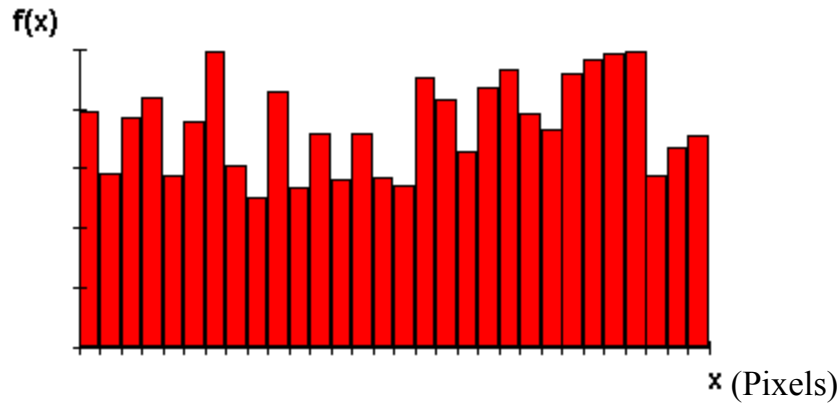


Fig. I-15. Représentation d'une fonction de niveau de gris $f(x)$.

II-3.2.2. Erosion en niveau de gris

L'érosion d'une image en fonction de gris $f(x)$ par un élément structurant B est effectuée en attribuant à chaque point du domaine Bx la valeur inférieure que prend $f(x)$ dans le domaine :

$$E^B f(x) = \inf \{ f(u), u \in B(x) \}$$

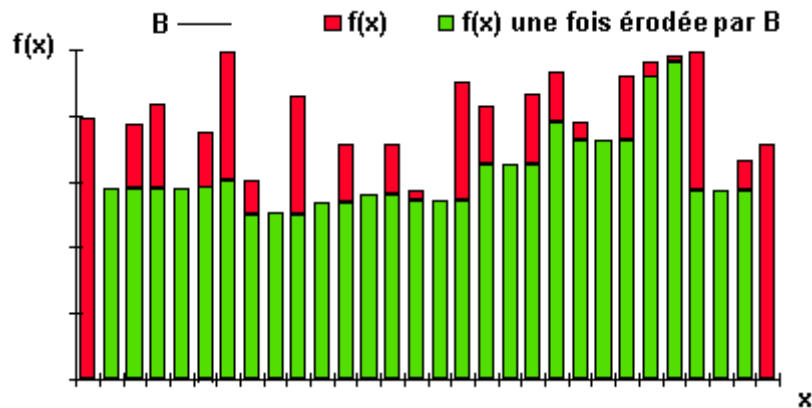


Fig. I-16. L'érosion de la fonction $f(x)$ par un élément structurant B plat.

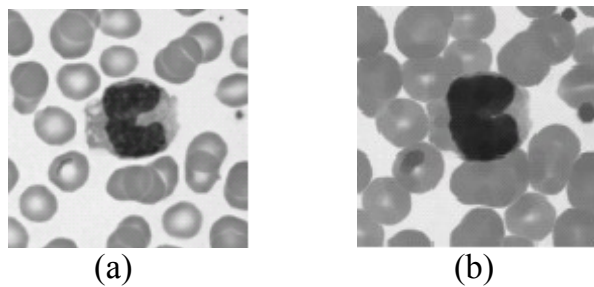


Fig. I-17. (a) : image originale, (b) : image érodée.

- ❖ L'application de l'érosion sur une image en niveaux de gris réduit les pics et élargit les vallées.

II-3.2.3. Dilatation en niveaux de gris

La dilatation d'une image de fonction de gris $f(x)$ par un élément structurant B est effectuée en attribuant à chaque point du domaine Bx la valeur supérieur que prend $f(x)$ dans ce domaine.

$$D^B f(x) = \text{Sup} \{ f(U), U \in Bx \}$$

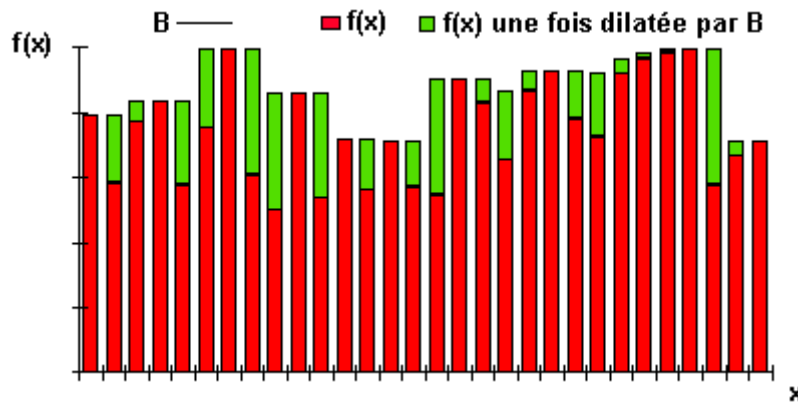


Fig. I-18. Dilatation de la fonction $f(x)$ par un élément structurant B plat.

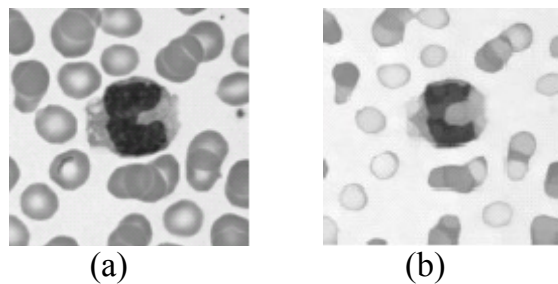


Fig. I-19. (a) : image originale, (b) : image dilatée.

II-3.2.4. Ouverture et fermeture en niveaux de gris

La dilatation et l'érosion modifient les niveaux de gris de manière conséquente en nombreux points de l'image et donc ne peuvent constituer de bons filtres pris séparément.

L'ouverture et la fermeture constituent par contre de bons filtres morphologiques puisqu'elles ne modifient l'image en niveau de gris qu'en certains points.

Ces opérations ne sont pas les seuls filtres morphologiques, mais forment l'ossature : La combinaison de ces deux notions donne naissance à d'autres filtres efficaces à savoir : **OF**, **FO**, **OFO**, **FOF**,...

On note l'ouverture et la fermeture respectivement :

$$O^B f(x) = D^B (E^B f(x)),$$

$$F^B f(x) = E^B (D^B f(x)).$$

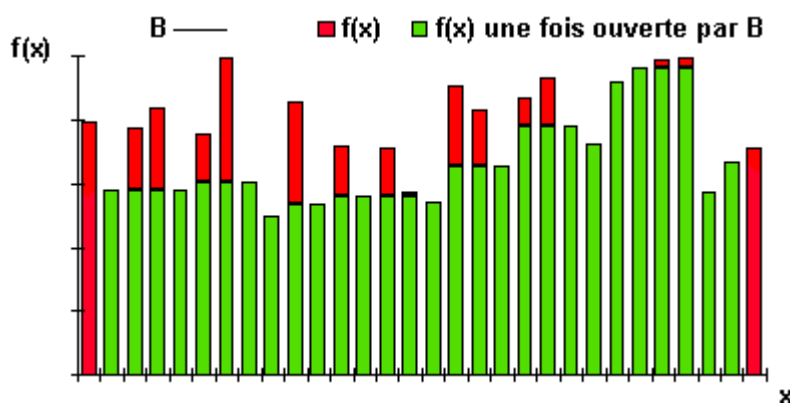
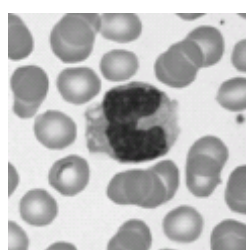
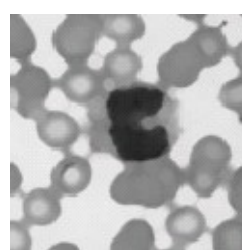


Fig. I-20. L'ouverture de $f(x)$ par l'élément structurant B .



(a)



(b)

Fig. I.21. (a) : image originale, (b) : image ouverte.

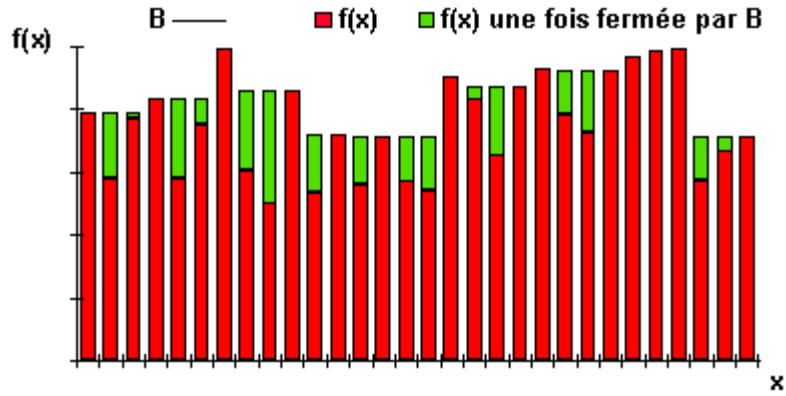


Fig. I-22. La fermeture de $f(x)$ par l'élément structurant B .

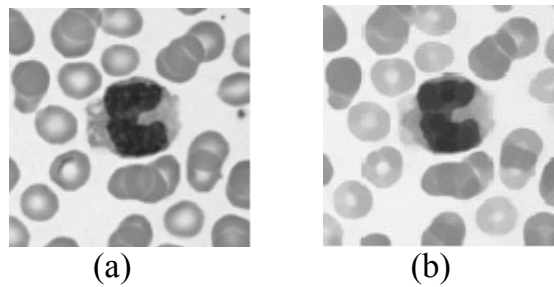


Fig. I.23. (a) : image originale, (b) : image fermée.

II-4. Gradient morphologique.

Les gradients permettent d'extraire les zones de variation d'intensités des fonctions. Les valeurs de fort gradient correspondent aux zones de forte transition et coïncident généralement avec les contours des objets : information très utile pour les problèmes de segmentation. A partir de la dilatation et de l'érosion morphologique, on définit les gradients morphologiques comme des résidus de ces transformations. Dans le cas discret, on définit le gradient par érosion et le gradient par dilatation d'une fonction :

$$g^-(f) = f - \mathbf{E}^B(f).$$

$$g^+(f) = \mathbf{D}^B(f) - f,$$

Ces deux gradients non symétriques sont appelés gradient interne et gradient externe respectivement. Le gradient symétrique (ou de Beucher) est défini par le résidu de la dilatation et de l'érosion :

$$g(f) = D^B(f) - E^B(f) .$$

On pourrait obtenir un autre gradient en prenant l'expression suivante :

$$g(f) = \sup.(g^+(f), g^-(f)).$$

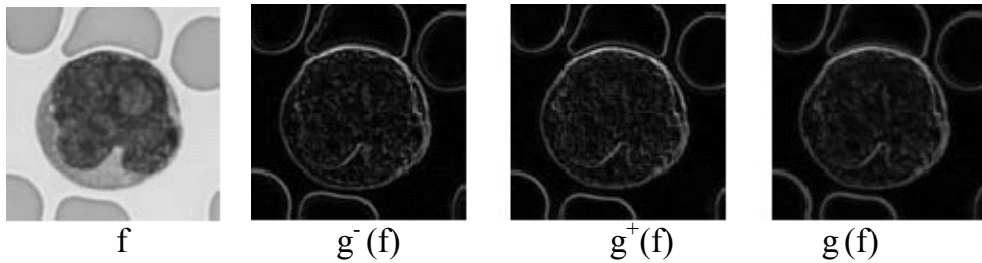


Fig. I-24. Gradients de l'image de la cytologie quantitative.

II-5. Chapeau haut-de-forme

Le chapeau haut-de-forme est une notion due à F.Meyer. Cette transformation permet de dégager plus précisément les contours, notamment lorsque plusieurs d'entre eux interfèrent et se touchent. Il est défini comme étant la différence entre une fonction f et son ouvert (après une ouverture numérique)

$$HDF_B = f - O^B(f)$$

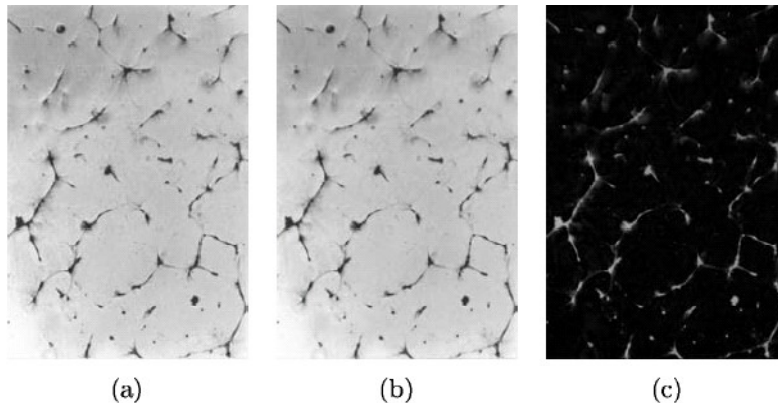


Fig. I-25. (a) : image originale, (b) : ouverture de taille 4, (c) : chapeau haut-de-forme

On ne conserve donc de l'image initiale que les pics ou les crêtes qui entrent (au moins dans l'une des directions) dans le chapeau, supposé de hauteur infini, et dont la base est l'élément structurant.

L'intérêt de cette transformation est d'extraire les zones claires de l'image, en fonction de critère de forme (définis par l'élément structurant) et de niveau de gris relatifs des pixels par rapport à leur voisinage.

II-6. Squelettisation

Le squelette morphologique s'interprète comme une sorte de ligne médiane de l'ensemble. Le squelette d'un ensemble $X \in \mathbb{R}^2$ est défini à partir de la notion de boule maximale.

- **Boule maximale :** Une boule $B_n(x)$ de taille n et de centre $x \in X$ est maximale vis-à-vis de l'ensemble X s'il existe aucune boule $B_k(y)$ tels que :

$B_n(x) \subseteq B_k(y) \subseteq X$, $k \geq n$. En pratique, les boules maximales doivent toucher la frontière de X en au moins deux points.

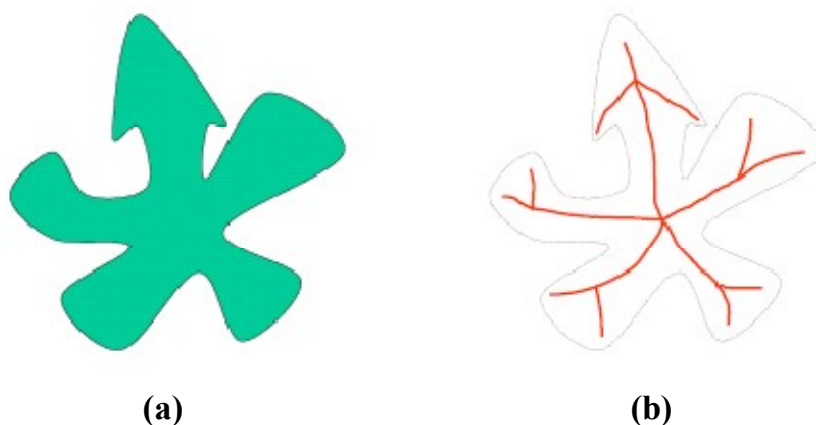


Fig. I-26. (a) : Ensemble initiale, (b) : squelette.

II-6.1. Squelette par boules maximales

Le squelette peut être défini comme étant l'ensemble des centres des boules maximales, B contenue dans X noté $SBM(x)$.

$$SBM(x) = \{p : B_p \text{ boule maximale}\}$$



Fig. I-27. Squelette par boule maximale

Le squelette par boule maximale s'avère très utile pour la compression d'image binaire. En effet, il suffit de noter la position des centres des boules maximales et leurs rayons respectifs pour être capable de reconstruire X à l'aide de la réunion de ces boules.

II-6.2. Squelette par zone d'influence

- **Définition de zone d'influence :**

La zone d'influence d'une composante connexe est constituée de l'ensemble des points plus proches de cette composante connexe que de n'importe quelle autre. Soit M un ensemble composé de k composantes connexes :

$$M = \bigcup_{i=0}^{i=k-1} M_i$$

On appelle zone d'influence de M_i et on note $IZ(M_i)$ l'ensemble des pixels de X plus proches de M_i que de n'importe quelle autre composante connexe :

$$IZ(M_i) = \{ p \in X, \forall (i,j) \in [0, \dots, k]^2 ; (j \neq i), d(p, M_i) < d(p, M_j) \}$$

Où $d(p, M_i)$ est la distance du pixel p à l'ensemble M_i .

Les zones d'influence sont séparées par une ligne dont les points vérifient $d(p, M_i) = d(p, M_j)$. Elle est définie par :

$$SKIZ(M) = X / IZ(M)$$

Les points appartenant au SKIZ sont situés sur la ligne de crête de la fonction distance.

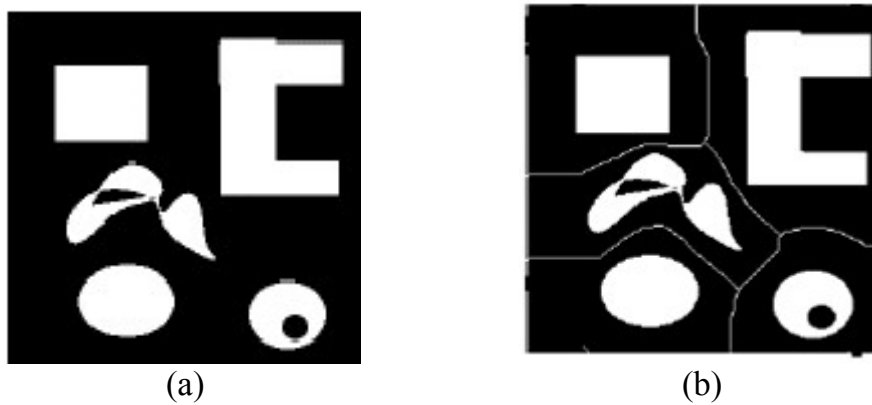


Fig. I-28. (a) : forme, (b): SKIZ.

II-7. Les filtres morphologiques

Un filtre morphologique est une transformation ψ croissante et idempotente :

$$\forall f, g \in F, f \leq g \Rightarrow \psi(f) \leq \psi(g),$$

$$\forall f \in F, \psi(f) = \psi(\psi(f)).$$

L'ouverture et la fermeture sont deux filtres morphologiques et à partir de ces fermeture et ouvertures, on peut construire des filtres morphologiques de deux façons : par composition ou par combinaison de sup et inf.

II-7.1. Filtres alternés

Un filtre alterné de taille B noté FA_B est obtenu par itération d'ouverture et de fermeture de même taille :

$$\begin{aligned} & O_B \circ F_B \\ \text{ou } & F_B \circ O_B \\ \text{ou } & O_B \circ F_B \circ O_B \\ \text{ou } & F_B \circ O_B \circ F_B \end{aligned}$$

Sternberg, 1986 [16] observe que l'utilisation de filtres alternés introduits moins de perturbation lorsqu'un petit élément structurant est utilisé avant un plus grand. Il préconise l'emploi de filtres alternés de tailles croissantes.



(a)

(b)

Fig. I-29.(a)image Lena, (b) filtre alterné OFde taille 3.

II-7.2. Filtres alternés séquentiels

Ces filtres sont utilisés pour filtrer progressivement le bruit, ils s'obtiennent en réalisant une suite d'ouverture et de fermeture de tailles croissantes (le dernier élément structurant donne la taille minimale des objets). De tels filtres ont eu un succès tout particulier, en effet, chaque étape de filtrage alterné met en évidence des détails de taille croissante.

$$FA_{B_n} \circ \dots \circ FA_{B_2} \circ FA_{B_1} \quad \text{avec : } \forall i \in \{0, \dots, n-1\} B_i \subset B_{i+1}.$$

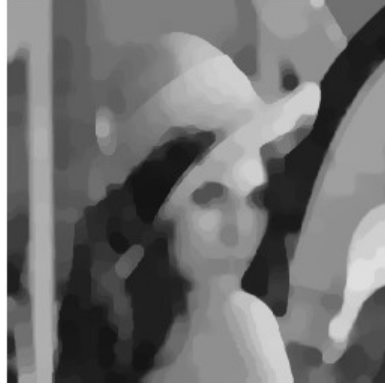


Fig. I-30. Filtre FAS.

II-8. Géodésie et transformations par reconstruction

II-8.1. Transformations Géodésiques

La notion de la géodésie est d'une importance en morphologie mathématique. Actuellement, tous les opérateurs sont fondés sur la géodésie et la distance géodésique.

- **Distance géodésique** : Soit X un ensemble de \mathbb{R}^2 .

La distance géodésique entre deux points p et q à l'intérieur de l'ensemble X ($p, q \in X$) est la longueur du plus court chemin $C_{p,q}$ entre p et q restant à l'intérieur de X , i.e.

$$d_X^g = \inf \{ l(C_{p,q}) \}$$

Par définition, cette distance vaut $+\infty$ s'il n'existe aucun chemin entre p et q à l'intérieur de X .

II-8.1.1. Dilatation géodésique binaire

Soit $X \subset \mathbb{R}^2$ un ensemble discret de \mathbb{R}^2 , $Y \subseteq X$. la dilatation géodésique de taille $n \geq 0$ de Y dans X est l'ensemble de pixels de X dont la distance géodésique à Y est plus petite ou égale à n :

$$D_X^n(Y) = \{p \in X : d_X(p, Y) \leq n\}.$$

Les dilatations géodésiques sont des transformations extensives, i.e. $Y \subseteq D_X^n(Y)$, et ne sont pas invariantes par translation.

On peut définir autrement la dilatation géodésique, en considérant uniquement la partie de l'élément structurant à l'intérieur du masque dans l'itération d'une dilatation géodésique élémentaire :

$$D_X^n(Y) = D_X^1 D_X^1 \dots D_X^1(Y) \text{ (n fois)}$$

Et la dilatation géodésique unitaire est définie par :

$$D_X^1(Y) = D^B(Y) \cap X$$

Cette expression est valable lorsque $D^B(Y)$ est une dilatation élémentaire, sinon on parlerait de dilatation conditionnelle de l'ensemble Y dans X .

II-8.1.2. Erosion géodésique binaire

Soit $X \subset \mathbb{R}^2$ un ensemble discret de \mathbb{R}^2 , $Y \subseteq X$. L'érosion géodésique de taille n de Y dans l'ensemble de référence X est donné par :

$$E_X^n(Y) = X \setminus E_X^n(X \setminus Y)$$

Où, \setminus : désigne la différence suivante : $X \setminus Y = X \cap Y^C$

II-8.1.3. Dilatation et érosion géodésiques numériques

Soit $f \in F(E, T)$ une fonction numérique sous le masque géodésique $g \in F(E, T)$ $g \geq f$, la dilatation géodésique de taille n est définie par :

$$D_g^n(f) = D_g^1 D_g^1 \dots D_g^1(f) \text{ (n fois)}$$

Où la dilatation géodésique élémentaire est donnée par :

$$D_g^1(f) = \inf.(D_n(f), g).$$

L'érosion géodésique $E_g^n(f)$ est définie de manière duale.

L'application première de la dilatation géodésique est l'opération dite reconstruction, qui permet d'extraire complètement des objets marqués sans modifier leur forme. Dans le cas numérique, l'image f marque les structures ou régions à construire (à préserver).

II-8.2. Transformations par reconstruction :

Les transformations par reconstruction sont définies par composition d'une transformation morphologique et de la reconstruction géodésique, soit par dilatation géodésique dans le cas d'une transformation anti-extensive, soit par érosion géodésique dans le cas d'une transformation extensive. Le grand avantage de ces transformations est son comportement vis-à-vis des composantes connexes dans des images binaires ou des zones plates des images numériques (traitement des extrema et préservation des contours).

II-8.2.1. Reconstruction binaire

La reconstruction de l'ensemble X à partir de $Y \subseteq X$ est obtenue par itération de la dilatation géodésique élémentaire de Y dans X jusqu'à l'idempotence :

$$D_X^{\text{rec}}(Y) = D_X^\infty(Y) = D_X^n(Y) \quad \text{jusqu'à : } D_X^n(Y) = D_X^{n+1}(Y)$$

II-8.2.2. Reconstruction numérique

La reconstruction de la fonction g à partir de $f \leq g$ est obtenue par itération de la dilatation géodésique élémentaire de f dans g jusqu'à l'idempotence :

$$D_g^{\text{rec}}(f) = D_g^{\infty}(f) = D_g^n(f) \quad \text{jusqu'à : } D_g^n(f) = D_g^{n+1}(f).$$

La reconstruction duale E^{rec} est définie avec des érosions géodésiques jusqu'à l'idempotence.

II-8.2.3. Ouverture par reconstruction.

Soit O_n une ouverture quelconque de taille n . L'ouverture par reconstruction qui lui est associée est définie par :

$$O_n^{\text{rec}}(f) = D_f^{\text{rec}}(O_n(f)) = D_f^{\text{rec}}(E_n(f)).$$

II-8.2.4. Fermeture par reconstruction

Soit F_n une fermeture quelconque de taille n . La fermeture par reconstruction qui lui est associée est définie par :

$$F_n^{\text{rec}}(f) = E_f^{\text{rec}}(F_n(f)) = E_f^{\text{rec}}(D_n(f)).$$

E_n et D_n sont l'érosion et la dilatation associées à O_n et F_n respectivement.



Fig. I-31. (a) : image originale, (b) : ouverture par reconstruction, (c) : fermeture par reconstruction.

Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons défini quelques notions générales liées à l'image ainsi qu'à son traitement et qui sont nécessaires pour mieux comprendre notre étude.

Dans la deuxième partie, on a développé des notions générales sur la morphologie mathématique en définissant les différents opérateurs morphologiques classiques et géodésiques, afin de pouvoir appliquer un algorithme de segmentation d'images par la ligne de partage des eaux en utilisant les opérateurs morphologiques.

Introduction

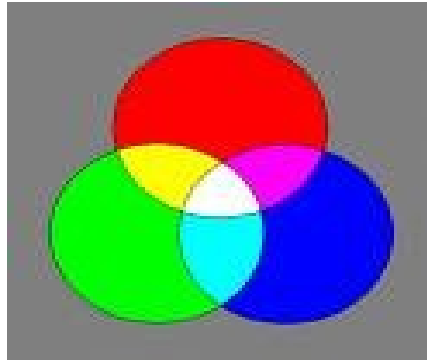
Dans ce chapitre, nous passerons en revue quelques espaces couleurs en mettant un accent particulier sur les conversions entre les représentations en coordonnées rectangulaires et cylindriques et les différents opérateurs de la morphologie. Il s'agira de montrer que dans les définitions de ces espaces, les valeurs de saturation sont souvent étroitement liées aux valeurs de clarté, même si l'hypothèse d'indépendance est employée. Nous proposons une définition d'une mesure de saturation qui est complètement indépendante de celle de la clarté, ce qui permet de choisir librement la fonction de la clarté la plus convenable à une tâche spécifique. On remarquera également que l'application des opérateurs de la morphologie mathématique aux images couleurs est un cas particulier de la morphologie mathématique vectorielle qui utilise comme élément de base les treillis dont la construction obéit à des exigences telles que les ordres vectoriels que sont l'ordre marginal, lexicographique et autre.

I. Les espaces couleur

Il existe de nombreuses façon de percevoir les couleurs d'une image, l'espace de représentation le plus connu est l'espace RGB (rouge vert bleu)

I.1. L'espace RVB :

C'est l'espace couleur le plus répandu et qui est utilisé, entre autres par la plupart des caméras et des écrans vidéo. Cet espace tridimensionnel est construit à partir d'une base de trois stimuli couleurs primaires que sont le rouge, le vert et le bleu. La figure suivante est une représentation colorimétrique de cet espace.



$$R = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad V = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Fig. II-1. Représentation des trois couleurs primaires.

Cet espace est souvent représenté par un cube qui contient les vecteurs correspondant aux couleurs où le vecteur de la couleur (c) est $c = (RVB)$. Pour les appareils digitaux R , V et B sont souvent des entiers compris entre 0 et 255, mais il est facile de généraliser à partir de $[0, 1]$ à n'importe quel champ de valeurs. Voilà par exemple pour les appareils digitaux où les couleurs sont des entiers compris entre 0 et 255.

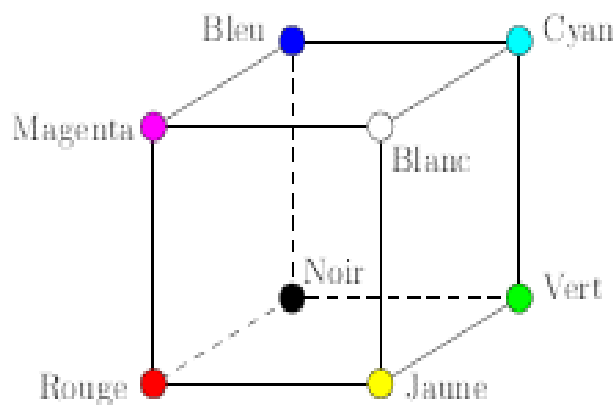


Fig. II-2. Exemple de représentation cubique tridimensionnelle de l'espace RVB pour écran digital.

Comme le montre la figure, l'espace RVB est composé des trois couleurs primaires que sont le rouge le vert et le bleu sans oublier en plus les trois autres couleurs obtenues par addition deux à deux en proportion égale donnant le magenta le jaune et le violet. Un moniteur couleur représente une image par un mélange d'ensemble de différentes quantités de primaire rouge verte et bleue. Pour cette raison, les couleurs d'un moniteur peuvent être représentées par un vecteur dans un cube tridimensionnel.

La quantité de chacune des composantes contenues dans une couleur peut être représentée par un nombre dans un intervalle fixe. On peut utiliser par exemple 8 bits par canal de couleur primaire, l'intervalle par primaire serait alors de 0 à 255 ($2^8 = 256$). Chaque axe du cube représente des valeurs de rouge, de vert ou de bleu dans l'intervalle [0.255]. L'axe rouge, étiqueté R, montre l'échelle de couleurs associées à la composant rouge. Les axes vert et bleu sont illustrés pareillement. Cependant les couleurs agissent comme des vecteurs ; elles peuvent être combinées par l'addition et la soustraction pour obtenir d'autres couleurs dans le cube.

Ainsi l'origine du cube, ou $R = 0$, $V = 0$ et $B = 0$, représente l'absence totale de couleur, qui correspond au noir. L'extrémité la plus éloignée de l'origine est la somme des intensités les plus élevées de rouge, de vert et de bleu, ou $R = 255$, $V = 255$ et $B = 255$ qui produit la couleur blanche (voir **Fig. II.2**).

255 de rouge à 255 de vert se décrit 255R255V0B et donne le jaune.

255 de rouge à 255 de bleu se décrit 255R0V255B et donne le magenta.

255 de vert à 255 de bleu se décrit 0R255V255B et donne le cyan.

I.1.1. Caractéristiques de l'espace RVB.

L'espace RVB est caractérisé dans sa représentation cubique par trois axes qui représentent respectivement le rouge, le vert et le bleu. Il possède une diagonale qui

relie le point noir et point blanc dont tous les points sur cette ligne sont gris. Plus on se situe près de l'origine, et plus le gris est foncé, plus on se situe près du blanc, plus le gris est clair. C'est pour cette raison que la diagonale principale du cube en RVB est désignée sous le nom d'axe neutre. Les gris sont neutres parce qu'ils ne préfèrent aucune tonalité ; ils contiennent des quantités égales de rouge, de vert, et de bleu.

I.2. L'espace XYZ

Ce système s'appuie sur des couleurs primaires imaginaires afin d'élargir l'espace colorimétrique, de ne plus avoir à manipuler des coordonnées négatives. Elles sont notées X pour l'axe du rouge et Y pour l'axe du vert puis Z pour l'axe du bleu et sont obtenues par une transformation linéaire, ce qui signifie que le nouvel espace est proportionnel à l'espace RVB d'origine. L'espace XYZ n'est rien d'autre qu'un modèle particulier de RVB, une couleur C pouvant être décrite comme la somme des vecteurs de chaque primaire et ainsi trouver sa position dans le cube. Toutes les couleurs C du spectre visuel (ou presque) peuvent être exprimées dans la base RVB selon une des lois de Grassmann : $C = X.R_s + Y.V_s + Z.B_s$ avec ($R_s = 700 \text{ nm}$, $V_s = 546.1 \text{ nm}$, $B_s = 435.8 \text{ nm}$). Et on obtient les valeurs de X, Y et Z de la manière suivante :

$$X = \int E(\lambda) \bar{x}(\lambda) d\lambda, \quad Y = \int E(\lambda) \bar{y}(\lambda) d\lambda, \quad Z = \int E(\lambda) \bar{z}(\lambda) d\lambda. \quad (\text{II.1})$$

Avec $E(\lambda)$: Energie incidente due à absorption de la lumière,

\bar{x} : courbe de densité spectrale de la couleur rouge.

\bar{y} : courbe de densité spectrale de la couleur verte.

\bar{z} : courbe de densité spectrale de la couleur bleue.

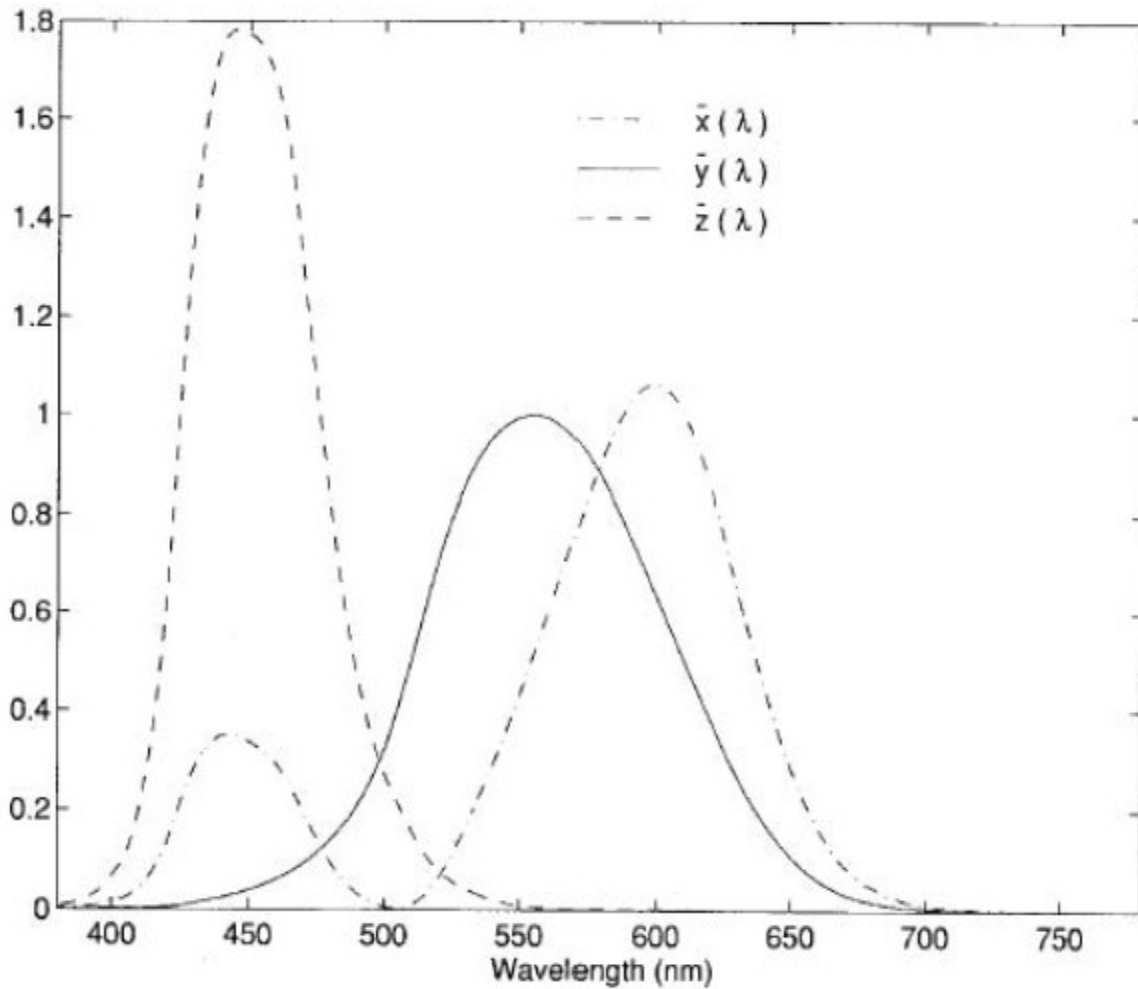


Fig. II-3. Diagramme des fonctions $\bar{x}(\lambda)$, $\bar{y}(\lambda)$ et $\bar{z}(\lambda)$.

$$x = \frac{X}{X+Y+Z} \quad ; \quad y = \frac{Y}{X+Y+Z} \quad ; \quad z = \frac{Z}{X+Y+Z} ;$$

$$X = \frac{x}{y} Y \quad ; \quad Z = \frac{1-x-y}{y} Y. \quad (\text{II.2})$$

I.2.1. Caractéristiques de l'espace XYZ

Les caractéristiques les plus intéressantes d'une transformation vers l'espace XYZ sont qu'il ne conduit pas à des coordonnées négatives qui peuvent s'avérer parfois gênantes. Contrairement à l'espace RVB, c'est pour y remédier que

l'on a imaginé un nouveau système XYZ, où les coordonnées trichromatiques sont toujours positives. Elle utilise également les valeurs des longueurs d'ondes spectrales de chaque couleur qui lui permet de représenter, avec plus de précision, différentes couleurs.

I.2.2. Transformation de l'espace RVB à XYZ.

Elle se fait à partir de la matrice de conversion déterminée par la CIE dont l'expression de l'équation est la suivant :

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = A. \begin{bmatrix} R \\ V \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.618 & 0.177 & 0.25 \\ 0.299 & 0.587 & 0.114 \\ 0 & 0.056 & 0.944 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R \\ V \\ B \end{bmatrix} \quad (\text{II.3})$$

I.3. L'espace L*a*b*

L'espace L*a*b* est l'un des deux espaces couleurs développés par le CIE(Comité International de l'Eclairage) pour être de façon approximative perceptuellement uniforme et indépendant de l'appareil, l'autre étant l'espace L*u*v*. Dans un espace perceptuellement uniforme, les couleurs qui ont une apparence similaire pour un observateur sont proches dans le système de coordonnées de l'espace si la formule de différence de couleur correspondante est utilisée. L'espace est indépendant de l'appareil si les coordonnées des couleurs ne sont pas prescrites par les particularités d'un appareil quelconque. Ici nous considérons l'espace L*a*b* qui est le plus souvent utilisé dans les applications industrielles.

Les trois coordonnées de l'espace L*a*b* sont :

1. La luminosité L*.
2. La sensation rouge-vert a*, où une valeur positive indique une couleur rouge, et une valeur négative une couleur verte.
3. La sensation jaune-bleu b*, où une valeur positive indique une couleur jaune, et une valeur négative une couleur bleue.

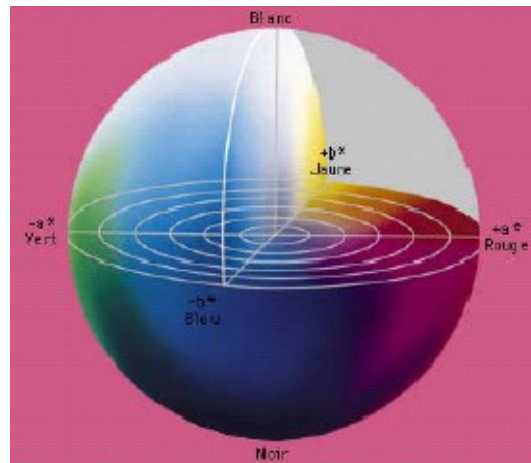


Fig. II-4. Représentation de l'espace $L^*a^*b^*$.

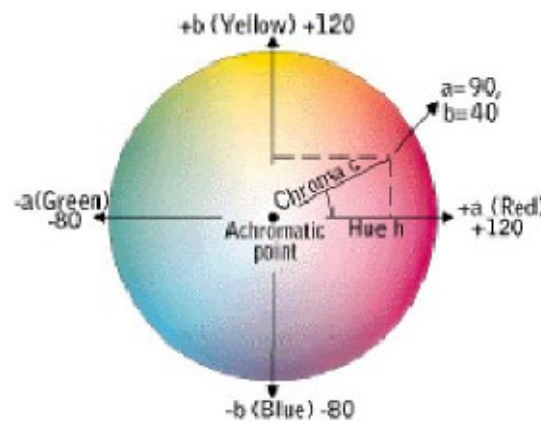


Fig.II-5. Diagramme schématique des coordonnées de la chromaticité de la chrominance dans l'espace $L^*a^*b^*$.

Les couleurs achromatiques (grises) se trouvent sur l'axe de luminosité ($a^* = 0$, $b^* = 0$), avec noir à $L^* = 0$ et blanc à $L^* = 100$. Les caractéristiques de chrominance sont résumées schématiquement dans la figure . Il est clair qu'il est possible de définir une représentation polaire des coordonnées de chrominance.

La chroma C^* et la teinte h^* sont définies :

$$C^* = \sqrt{(a^*)^2 + (b^*)^2},$$

$$h^* = \arctan \left(\frac{b^*}{a^*} \right). \quad (\text{II.4})$$

I.3.1. Caractéristiques de l'espace L^*a^*b

Les caractéristiques les plus intéressantes d'une transformation vers l'espace L^*a^*b sont l'effet de la quantification des composantes sur les résultats, le niveau d'uniformité perceptuelle de l'espace, et la forme de la gamme de couleurs dans l'espace. En ce qui concerne la quantification des composantes, ou la distribution des composantes prenons par exemple un cube dans l'espace RVB rempli de points uniformément séparés par une distance de 0.01 dans la région $[0,1] \times [0,1] \times [0,1]$.

I.4. L'espace HSV et l'espace HLS

La teinte (ou Hue en anglais), H est la sensation selon laquelle une zone apparait similaire à une des couleurs perçues. C'est un paramètre angulaire et normalement l'origine 0° est assignée au rouge : $H [0^\circ, 360^\circ] = [0, 2\pi]$.

La saturation S est la proportion de couleur par rapport à la luminance, ou mathématiquement, une mesure de distance de la couleur à l'axe achromatique. Elle est évaluée entre 0 et 1. Les couleurs pures sont les plus saturées. Enfin, la luminance, la clarté ou la brillance notée L, est la sensation selon laquelle une zone émet plus ou moins de lumière. Considérons la couleur rouge dans la représentation conique de l'espace HSV, sa teinte est $H = 0^\circ/360^\circ$. Seules les 2 autres composantes S et V varieront. Assombrir l'objet revient à diminuer fortement la luminosité (V) et légèrement la saturation (S).

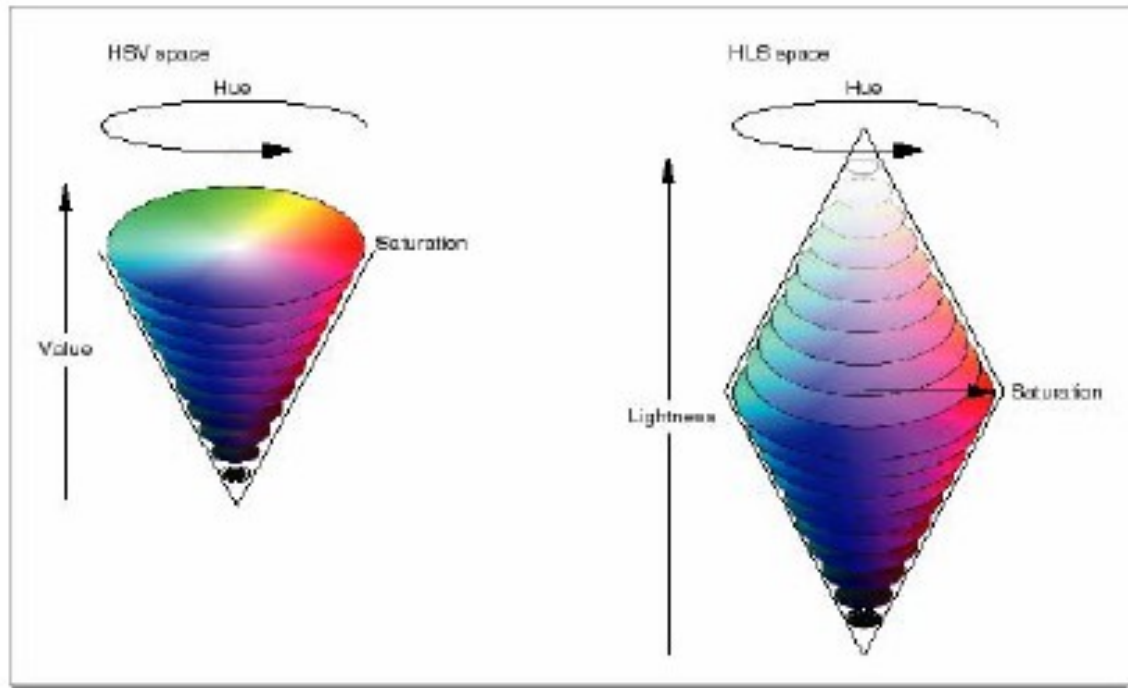


Fig.II-6. Représentation spatiale des espaces HSV et HLS.

I.4.1. Caractéristiques des espaces HSV et HLS

Les deux espaces HSV et HLS et leurs équations en fonction de RVB (des expressions irréversibles) s'apparentent à un changement de coordonnées cartésiennes-polaires. Le système HVS est défini par les équations suivantes :

$$H_{HSV} = \begin{cases} \frac{g-b}{(\max(r,g,b)-\min(r,g,b))} & \text{si } r = \max(r,g,b) \\ \frac{b-r}{(\max(r,g,b)-\min(r,g,b))} + 2 & \text{si } g = \max(r,g,b) \\ \frac{r-g}{(\max(r,g,b)-\min(r,g,b))} + 4 & \text{si } b = \max(r,g,b) \end{cases}$$

$$S_{HSV} = \frac{(\max(r,g,b)-\min(r,g,b))}{\max(r,g,b)}$$

$$V_{HSV} = \max(r,g,b). \quad (II.5)$$

Dans ce système, r , v , b varient de 0 à 1 et il en va de même pour v_{HSV} , alors que h_{HSV} varie entre -1 et 5. Le zéro de h_{HSV} correspond à la teinte du vecteur purement rouge. On retrouve quelques indéterminations : quand v_{HSV} vaut zéro, alors s_{HSV} est indéterminé, et quand s_{HSV} vaut zéro, alors h_{HSV} est à son tour indéterminé. Le système HLS, dérivé du précédent, se définit par les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
 H_{HLS} &= \begin{cases} \frac{g-b}{(\max(r,g,b)-\min(r,g,b))} & \text{si } r = \max(r, g, b) \\ \frac{b-r}{(\max(r,g,b)-\min(r,g,b))} + 2 & \text{si } g = \max(r, g, b) \\ \frac{r-g}{(\max(r,g,b)-\min(r,g,b))} + 4 & \text{si } b = \max(r, g, b) \end{cases} \\
 L_{HLS} &= \frac{\max(r,g,b) + \min(r,g,b)}{2} \\
 S_{HLS} &= \begin{cases} \frac{\max(r,g,b) - \min(r,g,b)}{\max(r,g,b) + \min(r,g,b)} & \dots * \\ \frac{\max(r,g,b) - \min(r,g,b)}{2 - \max(r,g,b) - \min(r,g,b)} & \dots ** \end{cases} \quad (II.6) \\
 & (*) \text{ si } L_{HLS} \leq 0.5 \text{ et } (**) \text{ si } L_{HLS} > 0.5
 \end{aligned}$$

L'interprétation géométrique classique des systèmes HSV et HLS est connue comme hexa-cône et double-cône respectivement. En effet, si l'on prend pour axe vertical la diagonal du cube unité RVB, celui-ci ressemble à deux pyramides hexagonales accolées par la base.

C'est cette forme qui stimule le schéma des Fig.II-2 .Or, avec ces pyramides beaucoup de coordonnées cessent d'être. Quand la luminance tend vers zéro sur l'axe V, on ne peut pas trouver une grande de saturation, de même sur l'axe L pour les valeurs proches de zéro ou proche du 1. Pour éviter de sortir du domaine de définitions des variables, on doit vérifier la validité de toutes les opérations que l'on effectue. Cette question était importante pendant les années 70 lorsque les ordinateurs personnels sont apparus et avec les programmes graphiques. De cette manière, HANBURY [7] a pu constater que les schémas classiques de la Fig.II-4 et Fig.II.5. ne correspondent pas aux équations II.3. Ceci a des implications importantes lorsqu'on cherche à fixer un seuil dans la saturation. Par exemple dans les espaces cylindriques,

le seuil constant de saturation est donné par une hyperbole [2], HANBURY [7] a obtenu aussi les formules de passage des saturations cylindriques vers leurs versions coniques.

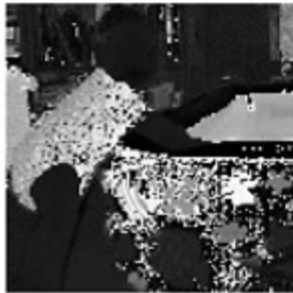
$$s_{HSV}^{con} = s_{HSV} v_{HSV}$$

$$s_{HLS}^{con} = s_{HLS} \left[1 - 2 \left| \frac{1}{2} - L_{HLS} \right| \right] \quad (II.7)$$

Au plan de signification pratique, l'usage de la saturation cylindrique des équations revient à introduire des erreurs qui empêcheraient une bonne séparation des régions chromatiques et achromatique. La Fig.II-7 montre l'image couleur 'bébé avec ses composantes dans les espaces HSV et HLS. Si l'on regarde les saturations, dans les deux apparaissent comme saturées des pixels qui valent presque $(R,V,B) = (1,1,1)$ ou $(0,0,0)$ (pixels complètement achromatiques). Ces petites variations sont grandement amplifiées dans les saturations du fait que dans ces expressions le dénominateur tend alors vers 0. D'autre part, on constate une instabilité totale de la saturation dans les régions quasi-homogènes. Toutes ces taches parasites disparaissent dans les saturations coniques.



Image initiale



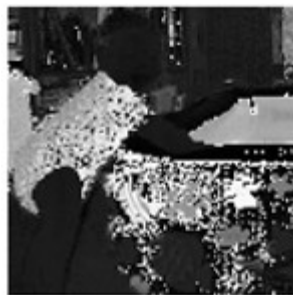
Composante H_{HSV}



Composante S_{HSV}



Composante V_{HSV}



Composante H_{HLS}



Composante L_{HLS}



Composante S_{HLS}

Fig. II-7. Représentation des composantes des espaces HSV et HLS.

I.4.2. Transformation de l'espace RVB aux espaces HSV et HLS ou les espaces TLC et TYS

Dans le souci de simplifier la notation de la représentation des espaces de couleurs en coordonnées cylindriques nous faisons désormais référence aux représentations en coordonnées cylindriques de l'espace RVB par un groupe de trois lettres. La première est toujours T pour la teinte ; la deuxième est soit Y pour la luminance, soit L pour la clarté ; et le troisième est soit S pour la saturation, soit C pour chroma d'où on a les deux espaces TYS et TLC. M. Carron propose un algorithme simple et efficace pour passer de l'espace TLC. Ici, nous le reproduirons légèrement modifié pour utiliser la luminance perceptuelle et calculer la saturation à

partir de la chroma. Le calcul de la saturation n'est pas obligatoire, mais dépend des besoins de l'utilisateur. La première étape est le calcul de la luminance Y et des deux coordonnées chromatiques C₁ et C₂.

$$\begin{bmatrix} Y \\ C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2125 & 0.7154 & 0.00721 \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R \\ V \\ B \end{bmatrix} \quad (\text{II.8})$$

Suivi par le calcul de la chroma

$$C = \sqrt{(C_1)^2 + (C_2)^2} \quad (\text{II.9})$$

Et de la teinte

$$T = \begin{cases} \text{non défini} & \text{si } C = 0 \\ \arccos\left(\frac{C_1}{C}\right) & \text{si } C \neq 0 \text{ et } C_2 \leq 0 \\ 360^\circ - \arccos\left(\frac{C_1}{C}\right) & \text{si } C \neq 0 \text{ et } C_2 > 0 \end{cases} \quad (\text{II.10})$$

Dans lequel, en pratique, une valeur de zéro est souvent substituée pour le cas T*C = 0. Eventuellement, la saturation peut être calculée :

$$S = \frac{2 C \sin(120^\circ - T^*)}{\sqrt{3}} \quad (\text{II.11})$$

Où

$$T^* = T - k \times 60^\circ \text{ où } k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} \text{ pour que } 0^\circ \leq T^* \leq 60^\circ.$$

II. Les ordres morphologiques**II.1.Définitions**

Soit R une relation binaire sur un ensemble quelconque A .

1. R est réflexive si et seulement si $\forall x \in A, xRx$
2. R est transitive si et seulement si $\forall x, y, z \in A,$
 xRy et $yRz \Rightarrow xRz$
3. R est anti- symétrique si et seulement si $\forall x, y \in A, xRy$ et $yRx \Rightarrow$
 $x = y$

Alors :

a/ Une relation binaire R sur un ensemble A est un pré-ordre si et seulement si , R est réflexive et transitive.

b/ Une relation binaire R sur un ensemble A est un ordre partiel si et seulement si , R est réflexive et transitive et antisymétrique.

c/ Un ordre partiel est totalement ordonné si et seulement si, $\forall x, y \in A, xRy$ ou yRx .

II.2. Les ordres vectoriels**II.2.1.L'ordre marginal**

L'ordre marginal est un ordre partiel dans le quel, les composantes des vecteurs sont ordonnées pour chacune des p dimensions. Soit V un ensemble de n vecteurs x_i de dimensions p , avec $x_i = (x_{1(i)}, x_{2(i)}, \dots, x_{p(i)})$, $i = \{1, 2, \dots, p\}$.

Pour deux vecteurs $x_i, x_j \in V$.

$$x_i \leq x_j \Leftrightarrow x_{k(i)} \leq x_{k(j)} \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, p\}.$$

Le supremum de l'ensemble V est ainsi :

$$x_{\text{sup}} = (\vee_i x_{1(i)}, \vee_i x_{2(i)}, \dots, \vee_i x_{p(i)}),$$

Et l'infimum est:

$$x_{\text{inf}} = (\wedge_i x_{1(i)}, \wedge_i x_{2(i)}, \dots, \wedge_i x_{p(i)}),$$

On ne peut pas ordonner par exemple les vecteurs (1,2) et (2,1). Mais on remarque que les vecteurs x_{sup} et x_{inf} ne font pas forcément partie de l'ensemble initial de vecteurs V .

II.2.2.L'ordre réduit

L'ordre réduit qui est un pré-ordre si la fonction g n'est pas injective, mais totalement ordonnée dans le cas contraire. En effet, elle utilise une fonction : $g : R_p \rightarrow R$ qui n'est pas injective mais ordonnée :

Soit V un ensemble de n vecteurs x_i de dimensions p , avec

$$x_i = (x_{1(i)}, x_{2(i)}, \dots, x_{p(i)}), i = \{1, 2, \dots, n\}.$$

Pour deux vecteurs $x_i, x_j \in V$

$$\text{vecteurs } x_i \leq x_j \Leftrightarrow g(x_i) \leq g(x_j)$$

Le supremum de l'ensemble V est ainsi :

$$x_{\text{sup}} = \{ x_i : g(x_i) = \bigvee_{j=1,2,\dots,n} g(x_j) \},$$

Et l'infimum est:

$$x_{\text{inf}} = \{ x_i : g(x_i) = \bigwedge_{j=1,2,\dots,n} g(x_j) \}.$$

Ici les vecteurs x_{sup} et x_{inf} sont membres de l'ensemble de vecteurs initial V parce qu'on ne traite pas les composantes des vecteurs séparément. On remarque que dans un espace bidimensionnel, la fonction $g [(x,y)] = x+y$ n'est pas injective ; et $g [(1,2)] = g [(2,1)]$, or les vecteurs eux-mêmes ne sont pas identiques. Cet inconvénient peut être surmonté par l'utilisation d'une fonction g qui injectives, ou par l'utilisation d'un ordre lexicographique.

II.2.3.L'ordre conditionnel ou lexicographique

L'ordre conditionnel ou lexicographique est basé sur la relation suivante :

Soit V un ensemble de η vecteurs de dimension p , avec

$$x_i = (x_{1(i)}, x_{2(i)}, \dots, x_{3(i)}), i = \{1, 2, 3\}.$$

Pour deux vecteurs $x_i, x_j \in V$

$$x_i < x_j \text{ si } \{ x_{1(i)} < x_{1(j)} \text{ ou } \\ \{ x_{1(i)} = x_{1(j)} \text{ et } x_{2(i)} < x_{2(j)} \text{ ou...} \\ \{ x_{1(i)} = x_{1(j)} \text{ et } x_{2(i)} = x_{2(j)} \text{ et ... et } x_{p(i)} < x_{p(j)} \}$$

Ou , de façon plus claire

$$x_i < x_j \Leftrightarrow \exists k \in \{1, 2, \dots, p\} : x_{l(i)} = x_{l(j)} \quad \forall l \in \{1, 2, \dots, k-1\} \text{ et } x_{k(i)} < x_{k(j)}$$

Ainsi la relation précédente donne la priorité à la première composante, puis à la deuxième, etc. évidemment, il est possible de définir d'autres ordres lexicographiques pour la même famille de vecteurs. Ainsi le supremum et l'infimum de l'ensemble V sont définis à partir de cette relation d'ordre. L'ordre lexicographique est un ordre vectoriel total, avec la priorité que le supremum et l'infimum sont toujours membres de l'ensemble de vecteurs initial V . l'utilisation de cet ordre implique forcément l'attribution d'une priorité aux composantes, parce que dans la plupart des cas, la relation d'ordre de deux vecteurs sera décidée par la première ligne de l'ordre lexicographique (et ainsi par la première composante de ces vecteurs). Il n'est évidemment pas nécessaire de toujours se limiter à une priorité des composantes décroissantes selon leurs positions dans le vecteur. Les composantes peuvent être mises dans la relation de l'ordre lexicographique dans un ordre de priorité défini à priori. Il est même possible de mettre une fonction non injective de type g (en provenance de la définition de l'ordre réduit) au premier niveau de l'ordre lexicographique pour ainsi créer un ordre total.

Il faut noter que la difficulté à déterminer des couleurs précises à différentes luminosités à cause de la non-linéarité des variations sur les trois couleurs de l'espace RVB a introduit les espaces de couleurs en coordonnées cylindriques. D'autre part ces espaces sont effectivement des représentations en coordonnées cylindriques de l'espace RVB. Ils sont donc profondément liés à cet espace. Les transformations non linéaires présentent cependant des avantages que les espaces linéaires n'offrent pas. Par exemple, HSV représente la couleur de façon très intuitive : teinte, pureté et luminosité. Cela permettra à un algorithme de compression de varier la pureté ou la teinte sans vraiment affecter de beaucoup la perception globale de la couleur.

Introduction

L'emploi de la couleur en segmentation reste un sujet récent très ouvert, avec l'apparition continue de nombreuses méthodes, souvent associées à une application particulière. Lorsqu'on propose une approche de segmentation couleur, il faut choisir d'une part l'espace couleur de travail et d'autre part l'algorithme de segmentation (qui peut être une généralisation d'un algorithme scalaire).

En ce qui concerne l'application de la LPE aux images couleurs, les approches reposent presque toujours sur le calcul d'une fonction gradient de l'image originale, avec différentes façons de procéder. Un travail pionnier a été présenté par Meyer [3]. Selon Meyer et Beucher [1], une manière possible d'agir est le calcul de trois gradients sur chacune des composantes, suivi de trois LPE's et essayer une recombinaison de ces trois LPE pour former une LPE résultante. Comme alternative, on peut envisager le calcul de trois gradients classiques sur chacune des composantes de l'image couleur, puis recombinaison de ces trois gradients en un gradient résultant suivi de la LPE. Dans la première partie de ce chapitre, nous définissons l'application de la méthode de la ligne de partage des eaux LPE, et dans la deuxième partie, nous définissons quelques opérateurs morphologiques couleurs qui sont nécessaires pour la segmentation d'images couleur.

I. Les extrema d'une fonction

La notion d'extremum régional joue un rôle important pour les images numériques, en particulier dans le calcul des opérateurs géodésiques.

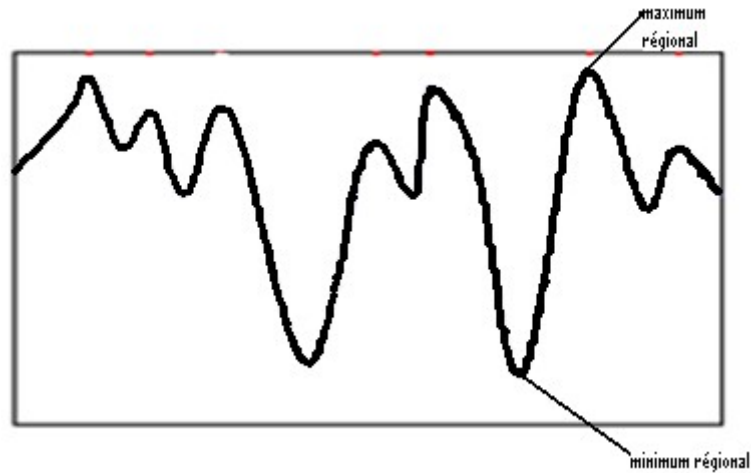


Fig.III.1. Extrema d'une fonction.

- **Définition du maximum régional**

Un maximum régional de f est un sommet de la surface topographique, i.e. une région connexe d'où il n'est pas possible partant d'un point quelconque de cette région de rejoindre un point de la surface d'altitude supérieure par un chemin jamais descendant [5].

Il est possible de déterminer ces maxima à l'aide de la reconstruction. Cette notion est définie par :

$$\mathbf{MR}(f) = f - \mathbf{R}_f(f-1)$$

- **Définition du minimum régional :**

Un minimum régional est une cuvette de la surface topographique d'où il n'est pas possible de rejoindre un point du graphe de f d'altitude inférieure par un chemin jamais ascendant. [5]

Suivant le même raisonnement que précédemment, on peut déterminer les minima à l'aide de la reconstruction par érosion de l'image $f+1$ en étant contraint par l'image de départ f .

Ainsi, les minima régionaux seront déterminés par :

$$\mathbf{mR}(f) = [\mathbf{R}_f^*(f+1)] - f.$$

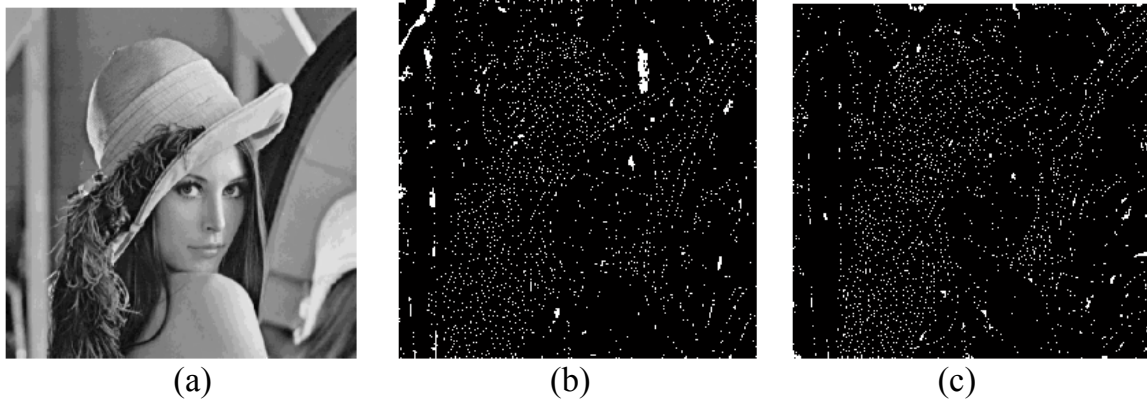


Fig.III.2. (a) image originale (f), (b) MR(f), mR(f).

- **Maxima et minima étendus :**

Les extrema régionaux sont extrêmement sensible aux bruits de l'image, une approche plus robuste consiste à éliminer les points de l'image dont le contraste est plus petit que la valeur h (bruit). On appelle cette transformation h-max tel que :

$$h\text{-max}_h(f) = f - R_f(f-h)$$

Finalement, la position des maxima étendus est données par la détection des maxima régionaux de la transformée h-max de f avec un paramètre de bruit h.

$$EMAX_h(f) = MR(h\text{-max}_h(f)).$$

De manière duale, nous pouvons définir les minima étendus d'une image connaissant la hauteur du bruit à éliminer h :

En premier lieu, on doit éliminer les points de l'image dont le contraste est plus que la valeur h du bruit, ce qui fait l'objet de la transformation h-max :

$$h\text{-min}_h(f) = [R_f^*(f+h)] - f$$

La position des minima étendus sera donnée par :

$$E_{\min_h}(f) = m R_f^*(h - \min_h(f))$$

II. Ligne de partage des eaux LPE

La ligne de partage des eaux est un outil de segmentation puissant en morphologie mathématique. Sa construction fait appel aux transformations morphologiques précédemment décrites : les transformations géodésiques.

II.1. Définition

La LPE est une technique de segmentation qui consiste à simuler la montée des eaux sur le gradient de l'image d'entrée depuis ses minima locaux.

Soit f une fonction numérique qui peut être une représentation d'une image en niveau de gris. On assimile l'image à un relief topographique où l'altitude correspond au niveau de gris. On assimile l'image à un relief topographique où l'altitude correspond au niveau de gris.

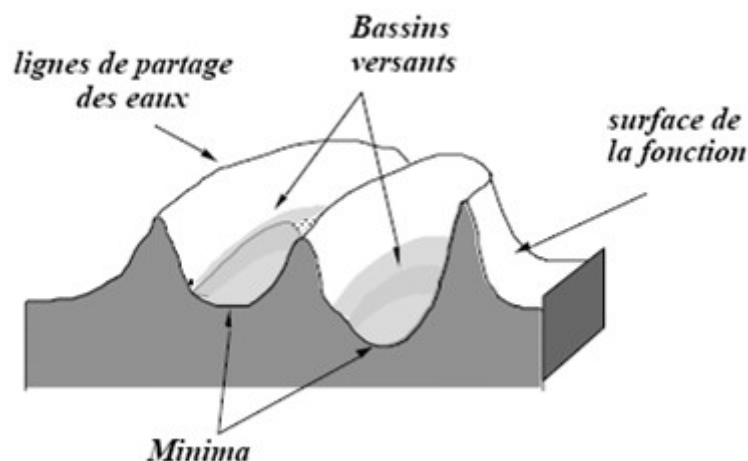


Fig.III.3. Minima, bassins versants, LPE

Le principe de construction de la LPE par immersion est le suivant : en imaginant que tous les minima régionaux sont percés, on immerge progressivement le relief par une montée des eaux. A chaque fois que la hauteur de l'eau atteint l'altitude d'un

minimum régional, un nouveau bassin versant est créé. Un bassin versant est une zone géographique d'où une goutte d'eau, suivant la ligne de plus grande pente, arrivera dans ce minimum. On associe d'ailleurs un minimum à un bassin versant.

A chaque fois que deux bassins se rencontrent, on empêche leur fusion en construisant une digue. Cela permet de générer des lignes de partage aux endroits où les bassins se rejoignent.

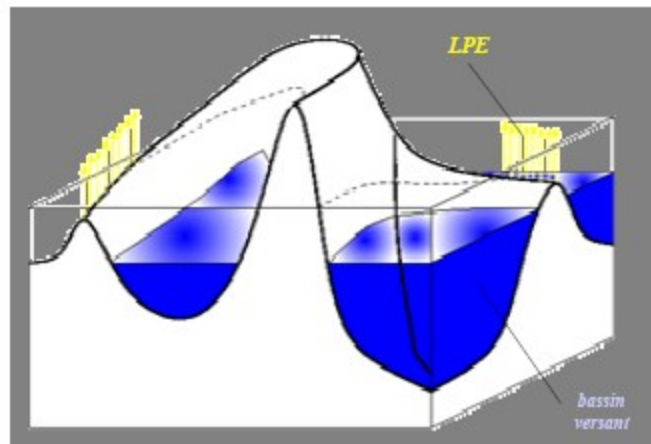


Fig.III.4 LPE par immersion.

II.2. Calcul de LPE

Soit l'image I sur 4 niveaux de gris, que sont : $\mu_0, \mu_1, \mu_2, \mu_3$. Prolongeons μ_0 dans un cube contenant de l'eau, l'eau monte à travers les deux minima régionaux jusqu'aux sommets respectifs de ces deux niveaux de gris qui correspondent au bassin versant, la première digue est construite pour empêcher la fusion des deux bassins versants ; image α_0 . Nous remarquons également l'apparition de nouveaux bassins versants. Il en est de même pour tous les autres niveaux de gris jusqu'à obtenir l'image originale superposée à sa LPE.

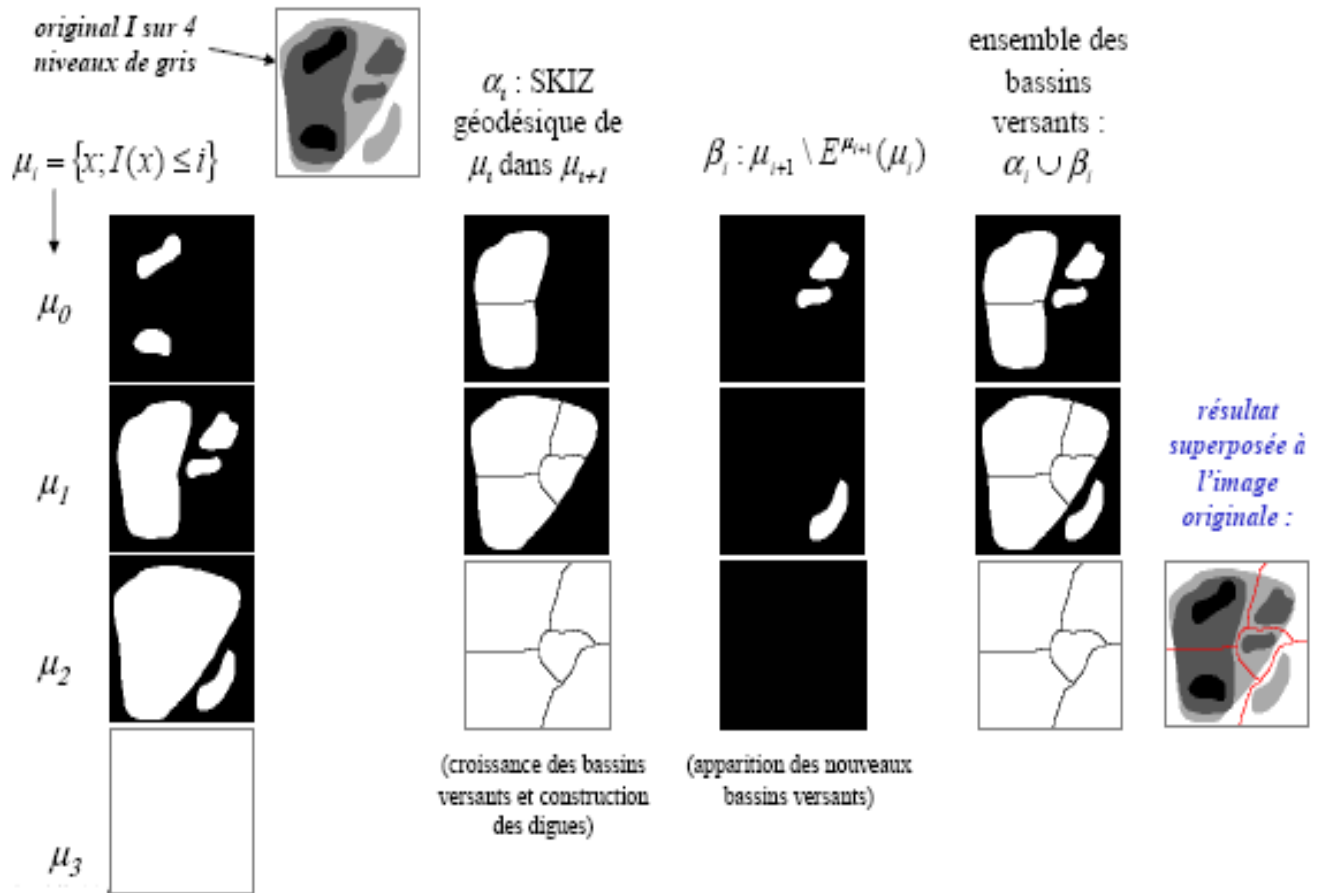


Fig.III.5. Algorithme de calcul de LPE.

III. Problèmes et solution de la LPE

III.1. problème de sur-segmentation



Fig.III.6. LPE de l'image bureau.(originale, gradient, LPE)

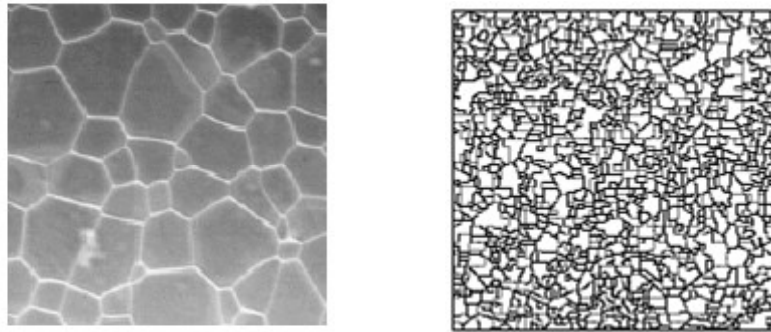


Fig.III.7. LPE de l'image uranium (originale, LPE)

Nous remarquons que dans le cadre d'image naturelle l'application de l'algorithme précédent aux deux images que sont celles de l'uranium et du gradient morphologique de l'image du bureau conduit à des LPE sur-segmentées du fait de l'apparition de nouveaux bassins versants. Plus le nombre de niveaux de gris est élevé et plus le nombre de bassins versants est considérable. Il se pose alors le problème de la sur-segmentation, qu'on peut résoudre en utilisant deux méthodes qui sont :

- LPE par marqueurs
- LPE avec filtrage.

III.2. LPE avec marqueurs

L'une des techniques pour éviter la sur-segmentation est d'utiliser des marqueurs dont le rôle est d'imposer seulement la présence de certains bassins versants, de manière à contraindre la topologie de la LPE. Les objets placés dans une image apparaissent comme des régions à niveau de gris homogènes. Ces régions sont mises en évidence par le gradient morphologique, dont les minima définissent en fait des marqueurs. Néanmoins, le gradient morphologique comporte bien trop de minima non significatifs qu'on va donc chercher à supprimer. L'idée de l'approche par marqueurs est de contraindre la LPE à considérer un ensemble de marqueurs

préalablement et judicieusement choisis. La réalisation de cette idée exige deux choses :

- Extraction des marqueurs
- Intégrer ces marqueurs dans l'image originale

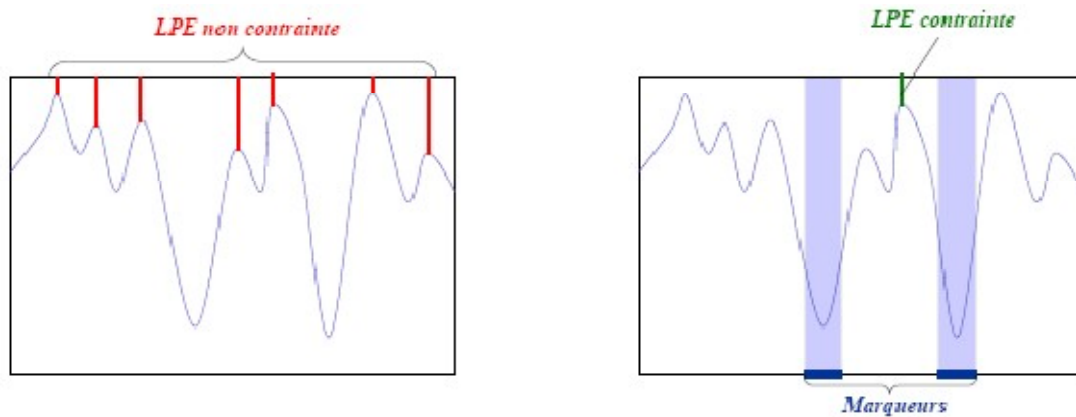


Fig.III.8. LPE améliorée.

De façon pratique, on impose la présence des marqueurs par un « ou » logique à chaque étape, et on ne fait pas apparaître de nouveaux bassins versants.

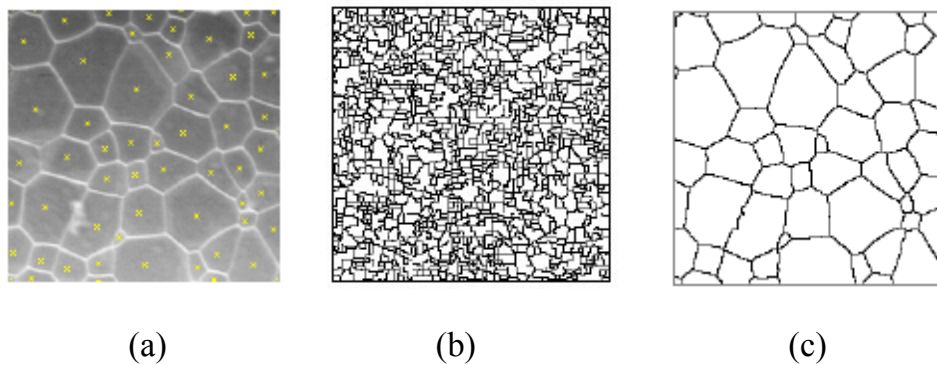


Fig.III.9. (a) : image avec des marqueurs, (b) : LPE sans contraintes, (c) LPE avec contraintes.

III.2.1. Extraction des marqueurs

III.2.1.1. Méthode du chapeau haut de forme

Dans cette méthode, on extrait les éléments les plus petits que l'élément structurant. C'est-à-dire qu'on considère comme marqueurs les éléments qui sont à l'intérieur du chapeau haut de forme (qui est la différence entre l'image f et son ouvert de taille λ). On choisit la valeur λ de en fonction de la taille des éléments à mettre en évidence.

III.2.1.2. Méthode des h-minima

Cette méthode consiste à déterminer les régions minimales de l'image obtenue par reconstruction géodésique par érosion de l'image source I par J (image translaté de I d'un niveau h). Cette reconstruction géodésique à pour effet de combler des bassins versants non significatifs (ce qui suppose un bon choix de h) pour ne conserver que les minima correspondants aux zones d'intérêts.

III.2.2. Intégrations des marqueurs dans l'image

La reconstruction géodésique consiste à reconfigurer les minima d'une image. Le procédé de reconstruction crée une image égale à l'origine dans les zones d'intérêt et élimine les minima non marquées (swamping). Les zones de l'image ainsi marquées seront source de l'immersion dans la LPE. Il faut qu'un seul minimum du gradient apparaisse à l'aplomb de chaque objet et qu'un seul minimum soit présent dans le fond.

III.3. LPE par filtrage

En général, les images naturelles sont bruitées et de ce fait perturbent les algorithmes d'analyse d'image. Pour améliorer les performances des opérateurs de segmentation, les chaînes de segmentation effectuent généralement différentes transformations afin de faire ressortir les informations pertinentes recherchées en atténuant les informations parasites (le bruit).

La simplification de l'image est donc une succession de prétraitements destinés à construire à partir d'une image d'entrée bruitée, une image adaptée à l'algorithme d'extraction des caractéristiques.

III.3.1. Filtres séquentiels

Ces filtres permettent de conserver l'information de contour tout en simplifiant l'image, ils sont pour cette raison bien adaptés au pré-filtrage en vue de sa segmentation.

III.3.2. Filtres par reconstruction

La reconstruction géodésique reconfigure les minima d'une image. Lors de la reconstruction de l'image initiale par l'image de contrainte, on obtient une image modifiée dont les minima correspondent à ceux définis par l'image de marquage. Ce procédé de reconstruction crée alors une image égale à l'originale et élimine les minima non marqués. Ainsi donc, on opère une LPE sur cette image modifiée.

IV. Ordre lexicographique dans l'espace HSV

Il est à remarquer que quand un ordre lexicographique est utilisé avec des opérateurs morphologiques dans un espace couleur quelconque, on trouve que la plupart de décisions sur l'ordre des vecteurs dans un élément structurant sont prises au premier niveau de la relation d'ordre. L'application d'un ordre lexicographique à un espace couleur de type RVB entraîne alors forcément la promotion d'une composante rouge, verte ou bleue à la position dominante, ce qui donne des opérateurs qui ne sont pas homogènes dans leur traitement de l'espace.

L'utilisation d'un espace de type HSV permet la création de deux opérateurs qui utilisent les coordonnées homogènes de luminance et de saturation au premier niveau, ou d'un opérateur pour lequel n'importe quelle teinte peut être choisie pour jouer le rôle dominant. Ainsi nous présenterons d'abord les formulations des ordres lexicographiques

avec la luminance et la saturation au premier niveau, ou d'un opérateur pour lequel n'importe quelle teinte peut être choisie pour jouer le rôle dominant. Dans ce paragraphe, nous présentons d'abord les formulations des ordres lexicographiques avec la luminance et la saturation au premier niveau.

IV.1. Luminance et saturation

Les coordonnées de luminance et de saturation forment des treillis, et il est ainsi facile de les utiliser dans un ordre lexicographique. La coordonnée angulaire (la teinte), mise au troisième niveau pour minimiser son importance, est ordonnée selon la distance à partir d'une origine. Il est donc nécessaire de choisir une origine pour les teintes, mais cette origine intervient seulement pour arbitrer dans les cas où deux vecteurs ont des valeurs de luminance et de saturation égales. L'ordre lexicographique avec la luminance au premier niveau est :

$$c_i > c_j \text{ si } \begin{cases} Y_i > Y_j . \\ \text{ou} \\ Y_i = Y_j \text{ et } S_i > S_j \\ \text{ou} \\ Y_i = Y_j \text{ et } S_i = S_j \text{ et } T_i \div T_0 < T_j \div T_0 \end{cases} \quad \text{III.1.}$$

Où T_0 est l'origine de teinte choisie par l'utilisateur et le symbole \div Indique l'angle aigu entre les deux teintes. Si les valeurs de luminance de deux vecteurs que l'on compare sont égales, le vecteur avec la saturation la plus élevée est pris comme étant le plus grand. Si les valeurs de saturation et de luminance sont égales, il est nécessaire d'utiliser les teintes. Les deux premiers niveaux de cette relation d'ordre sont invariants par rotation autour de l'axe achromatique. On peut facilement inverser les deuxièmes et troisièmes niveaux ou les directions des opérateurs de comparaison dans ces deux niveaux, tout en gardant des ordres lexicographiques valides. Le choix entre ces deux ordres dépend du fait que l'on s'intéresse à mettre en évidence des objets lumineux ou sombres, ou des objets colorés ou non colorés.

IV.2. Teinte

Pour la teinte, l'approche évidente est de construire un ordre lexicographique avec, au premier niveau, l'ordre de teinte basé sur la distance à partir d'une origine choisie. Une forme possible de cet ordre :

$$c_i > c_j \text{ si } \begin{cases} T_i \div T_0 < T_j \div T_0 \\ \text{ou} \\ T_i \div T_0 = T_j \div T_0 \text{ et } S_i > S_j \\ \text{ou} \\ T_i \div T_0 = T_j \div T_0 \text{ et } S_i = S_j \text{ et } Y_i > Y_j \end{cases} \quad \text{III.2.}$$

En appliquant les opérateurs morphologiques avec cet ordre, on s'aperçoit que les résultats ne sont pas satisfaisants. Ceci est dû à la relation étroite entre les composantes de chrominance, la teinte et la saturation. Pour donner un exemple nous appliquons cette et ordre avec la teinte $T_0 = 0^\circ$. Avec ce choix d'origine, nous avons l'intention d'utiliser une dilatation pour agrandir les régions rouges et oranges et pour rétrécir les régions bleues et violettes, puis une érosion pour faire l'inverse. Nous remarquons que l'image érodée (teinte pondérée) à agrandir les points rouges et oranges tandis que la dilatée (teinte pondérée) à agrandir les points bleu et rétrécie les points violets. La solution proposée est de pondérer les valeurs de teintes par les valeurs de saturation correspondantes avant d'ordonner la teinte.

V. Les opérateurs morphologiques couleurs.

V-1. Erosion et Dilatation couleur.

Lorsqu'on définit un opérateur morphologique couleur, en plus de la nature même de l'opérateur morphologique, ce qu'on doit impérativement fixer est l'ordre vectoriel des couleurs. C'est-à-dire qu'il faut choisir un espace couleur, puis l'ordre lexicographique des composantes dans cet espace précis ; on obtient un treillis couleur parfaitement défini. Par conséquent une même opération morphologique produira des résultats différents selon qu'on ait choisi un ordre ou un autre.

Soit un ordre lexicographique Ω choisi avec une composante quelconque au premier niveau de l'ordre tel que :

$$\Omega = (x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow \dots \rightarrow x_p)$$

Après avoir défini un treillis pour les vecteurs couleurs selon la relation d'ordre Ω , permettant ainsi le choix d'un supremum et d'un infimum d'un ensemble de ces vecteurs, les opérateurs morphologiques de base peuvent être appliqués. L'érosion couleur par un élément structurant B de l'image f est donnée par :

$$E_{\Omega,B}(f)(x) = \{f(y) : f(y) = \inf_{\Omega} [f(z)], z \in B_x\},$$

Et la dilatation couleurs est :

$$D_{\Omega,B}(f)(x) = \{f(y) : f(y) = \sup_{\Omega} [f(z)], z \in B_x\},$$

Avec \inf_{Ω} et \sup_{Ω} qui sont respectivement l'infimum et le supremum. Puis, ces opérateurs peuvent être utilisés pour bâtir d'autres opérateurs morphologiques.

V-2. Ouverture et fermeture couleur :

L'ouverture couleur par l'élément structurant B selon l'ordre Ω est la dilatation couleur de l'image couleur érodée :

$$O_{\Omega,B}(f) = D_{\Omega,B}(E_{\Omega,B}(f))$$

La fermeture couleur par l'élément structurant B selon l'ordre Ω est l'érosion couleur de l'image couleur dilatée :

$$F_{\Omega,B}(f) = E_{\Omega,B}(D_{\Omega,B}(f))$$

Il est à remarquer que avec des séries d'ouvertures et de fermeture, nous pouvons définir les filtres alternés séquentiels couleur, $FAS_{\Omega,nB}(f)$.

II.3. Gradient couleur.

Soit f une image couleur. On appelle gradient couleur de l'image f , noté :

$\nabla f : E \rightarrow Z$, une fonction numérique scalaire qui associe à chaque point x la valeur de la variation chromatique et/ou achromatique dans un voisinage élémentaire autour du point, $k(x)$.

En d'autres termes, pour chaque pixel x , le gradient couleur est une application de $Z^3 \rightarrow Z$ telle que $\nabla f(x)$ est lié à une mesure de distance de la couleur dans le voisinage de x .

Cette définition est suffisamment générale pour pouvoir associer $\nabla f(x)$ à différents opérateurs fonctionnels. Nous allons partir de trois gradients :

1. **Gradient morphologique**, ∇f : c'est le gradient standard que nous avons présenté à plusieurs reprises, donné par le résidu entre une dilatation et une érosion :

$$\nabla f(x) = D_k(f)(x) - E_k(f)(x) = \vee [f(x) - f(y), y \in K(x)] - \wedge [f(x) - f(y), y \in K(x)]$$

Il est très bien adapté aux fonctions numériques scalaires.

2. **Gradient circulaire centré** $\nabla_c a$:

$$\nabla_c a = \vee [a(x) \div a(y), y \in K(x)] - \wedge [a(x) \div a(y), y \in K(x)]$$

3. **Gradient euclidien** $\nabla_E f$: très utile pour les fonctions vectorielles :

$$f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)).$$

Nous avons illustré dans la section précédente que le gradient morphologique peut être écrit en terme d'accroissement ; ceci suggère d'utiliser la distance euclidienne pour quantifier la valeur $[f(x) - f(y)]$, i.e.

$$d_E(\mathbf{f}(x), \mathbf{f}(y)) = \sqrt{(f_1(x) - f_1(y))^2 + (f_2(x) - f_2(y))^2 + \dots + (f_n(x) - f_n(y))^2}.$$

Par conséquent, le gradient euclidien devient :

$$\nabla_E \mathbf{f}(x) = \vee[d_E(\mathbf{f}(x), \mathbf{f}(y)), y \in K(x)] - \wedge[d_E(\mathbf{f}(x), \mathbf{f}(y)), y \in K(x)].$$

Lorsque nous les appliquons aux images couleurs dans l'espace HLS, il est possible de déterminer les gradients couleurs suivants :

-Gradient de luminance : gradient morphologique de la composante luminance qui tient compte des transitions achromatiques de l'image,

$$\nabla^L f(x) = \nabla f_L(x).$$

-Gradient de teinte : gradient circulaire centré de la composante teinte pour détecter les changements locaux de la couleur,

$$\nabla^H f(x) = \nabla f_H(x).$$

-Gradient couleur pondéré par saturation : gradient synthétique en utilisant la saturation comme barycentre pour pondérer le gradient de teinte et le gradient de luminance

$$\nabla^S f(x) = f_S(x) \times \nabla f_H(x) + (1 - f_S(x)) \times \nabla f_L(x).$$

Les valeurs élevées de la saturation sont associées aux pixels chromatiques pour lesquels on tiendra compte du gradient de teinte, tandis que pour les pixels achromatiques, une faible saturation, le gradient dominant sera celui de la luminance. Il faut noter que ce gradient n'est pas une magnitude physique interprétable,

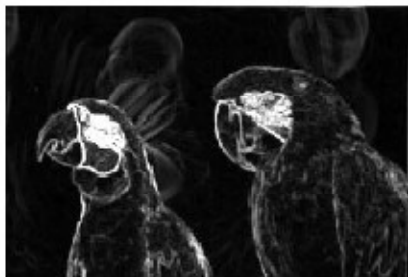
néanmoins il est très intéressant puisqu'il place la saturation dans son rôle naturel de mesure de proportionnalité de la couleur par rapport à la luminance.

-Gradient couleur par supremum : c'est le sup pixel à pixel du gradient de la luminance, du gradient de la teinte et d'un gradient morphologique de la composante saturation,

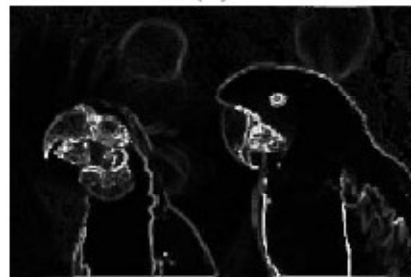
$$\nabla^{\text{Sup}}f(x) = \vee [\nabla f_H(x), \nabla f_L(x), \nabla f_S(x)].$$



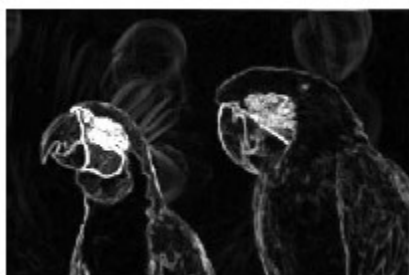
(a)



(b)



(c)



(d)



(e)

Fig-III.10. gradient couleur :(a)image couleur, (b) $\nabla^L f$, (c) $\nabla^H f$, (d) $\nabla^S f$, (e) $\nabla^{\text{Sup}} f$.

V-4. Chapeau haut de forme.

La même démarche que celle que nous venons de présenter peut être utilisée pour introduire des opérateurs couleurs de type chapeau haut de forme.

Commençons par revoir les alternatives dans la définition du résidu chapeau haut de forme.

-Chapeau haut de forme blanc $HDF^+_B(f)$, résidu entre la fonction numérique et une ouverture

$$HDF^+_B(f)(x) = f(x) - O^B(f)(x) = - \sup. \{ \inf [f(y) - f(x), y \in B] \}.$$

-Chapeau haut de forme noir, $HDF^-_B(f)(x)$: résidu entre la fermeture et la fonction numérique :

$$HDF^-_B(f)(x) = F^B(f)(x) - f(x) = \inf. \{ \sup. [f(y) - f(x), y \in B] \}.$$

-Chapeau haut de forme circulaire centré, $HDF^O_B(f)$: Variation rapides d'une fonction angulaire,

$$HDF^O_B(f)(x) = - \sup \{ - \sup [a(x) \div a(y), y \in B] \}.$$

-Chapeau haut de forme vectoriel $HDF_B(f)$: soit f une image couleur et soit $O^B(f)$ une ouverture morphologique vectorielle. Il y a de multiples manières de mesurer la différence de couleur pixel à pixel $[f(y) - f(x), y \in B]$. Dans le même esprit que pour le gradient vectoriel, on peut définir le résidu à l'aide de la fonction distance euclidienne afin d'obtenir une fonction résidu scalaire. Ainsi, le chapeau haut de forme vectoriel blanc se transforme en

$$HDF^+_B(f)(x) = f(x) - O^B(f)(x) = - \sup. \{ \inf [d_E(f(y), f(x)), y \in B] \}.$$

Où $d_E(f(y), f(x))$ est la distance euclidienne entre pixels x et y . Cette distance euclidienne aura une forme particulière selon le système de coordonnées de l'espace couleur de travail. Une définition similaire peut être écrite pour chapeau haut de forme vectoriel noir.

Dans cette section nous allons nous limiter à étudier les chapeaux haut de forme couleur séparable, c'est-à-dire ceux qui sont obtenus à partir des composantes couleurs séparément.

Nous limiterons aussi aux espaces type HSV et HLS. Après, une fois qu'on aura introduit le filtrage morphologique vectoriel (Les ouvertures/fermetures couleurs), on pourra construire des chapeaux haut de forme couleur vectoriels par distance entre les images couleurs. Nous pouvons définir :

-Chapeau haut de forme achromatique blanc : supremum du chapeau haut de forme blanc de la luminance et du chapeau haut de forme noir de la saturation,

$$\text{HDF}^{A^+}_B(f) = \text{HDF}^+_B(f_L) \vee \text{HDF}^-_B(f_S)$$

-Chapeau haut de forme achromatique noir : supremum du chapeau haut de forme noir de la luminance et le chapeau haut de forme noir de la saturation,

$$\text{HDF}^{A^-}_B(f) = \text{HDF}^-_B(f_L) \vee \text{HDF}^-_B(f_S)$$

-Chapeau haut de forme chromatique : supremum du chapeau haut de forme circulaire centré de la teinte pondéré par la saturation et le chapeau haut de forme blanc de la saturation,

$$\text{HDF}^C_B(f) = [f_S \times \text{HDF}^O_B(f)] \vee \text{HDF}^+_B(f_S)$$

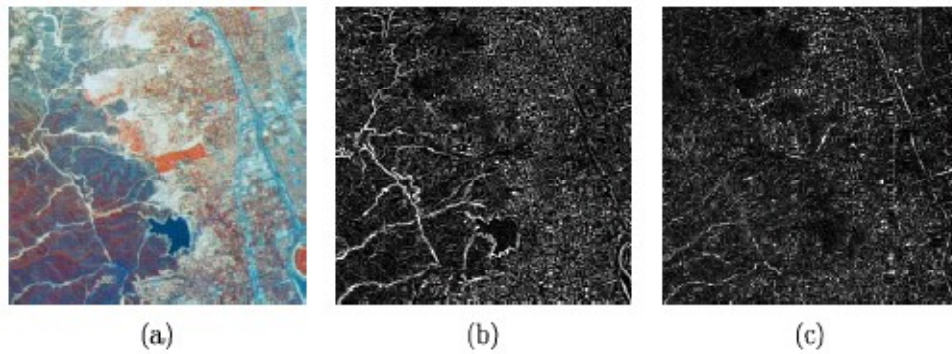


Fig-III.11. (a) image originale, (b) chapeau haut de forme achromatique blanc, (c) chapeau haut de forme chromatique

VI . LPE couleur

Nous remarquons que dans le cadre d'image couleur, l'application de la LPE au gradient de l'image engendre une sur-segmentation. Pour y remédier à ce problème, on a opté à un algorithme de cascade de LPE's, proposé par Beucher [1].

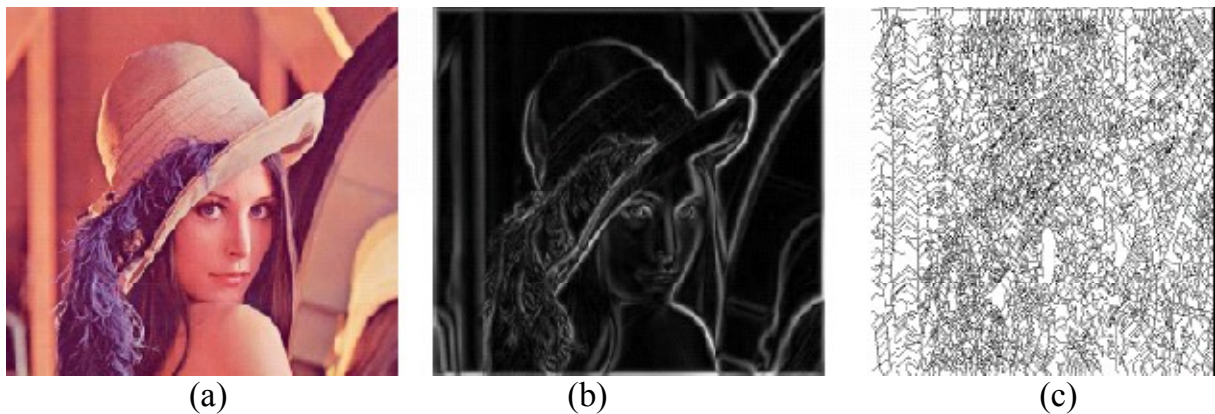


Fig-III.12. (a) image Lena, (b) gradient couleur, (c) LPE sur le gradient

VI.1. Solution proposée

L'application aux images couleurs de la LPE passe par l'usage d'un gradient couleur $\nabla \mathbf{f}$. nous construisons notre hiérarchie à l'aide de l'algorithme de cascades et un élément important est la notion d'image mosaïque qui représente la moyenne des niveaux de gris de la fonction dans chaque bassin versant. Lorsqu'on applique l'algorithme de cascades il y a différentes manières de définir l'image mosaïque couleur, notamment l'usage de la médiane vectorielle ou l'emploi d'une moyenne composante par composante. Pour la segmentation, où les fausses couleurs ne posent pas de problème, il n'est pas indispensable de travailler en vectoriel (plus complexe en traitement). Par souci de simplicité nous proposons le calcul des valeurs moyennes toujours dans les composantes RVB, $\mathbf{m} = (m_R, m_G, m_B)$. Ainsi nous évitons de devoir calculer des valeurs moyennes pour les composantes angulaires (h, a^*, b^*) ce qui n'est pas trivial. Toutefois, les résultats obtenus avec cette approche ont été satisfaisants.

L'algorithme de cascades de LPE pour une image couleur \mathbf{f} en travaillant avec le gradient $\nabla \mathbf{f}$ est donc comme suit :

1. Niveau 0 : $g_0 = \nabla \mathbf{f}, w_0 = LPE(g_0), \mathbf{m}_0(\mathbf{f}, w_0)$.

2. Niveau 1 :

- (a) $g_1 = \nabla \mathbf{m}_0, w_{1*} = LPE(g_1)$

- (b)

$$h_1(x) = \begin{cases} g_1(x) & \text{si } x \in w_{1*} \\ t_{max} & \text{si } x \in w_{1*}^C \end{cases}$$

- (c) $g_1^* = \mathbf{E}_{g_1}^{rec}(h_1)$.

- (d) $w_1 = LPE(g_1^*), \mathbf{m}_1(\mathbf{f}, w_1)$.

3. Niveau $i + 1$: $g_{i+1} = \nabla \mathbf{m}_i, w_{i+1*} = LPE(g_{i+1*})$ et même étape pour le niveau 1.

Et mêmes étapes que pour le niveau 1.

Avant de définir le principe de cet algorithme, on doit d'abord définir quelques notions générales sur l'image mosaïque et son gradient qui sont fondamentaux à cet algorithme.

- **Définition de l'image mosaïque**

L'idée de créer une mosaïque de l'image ressemblant à l'image initiale, afin d'éliminer les variations d'intensités à l'intérieur de chaque carreau de la mosaïque. La LPE de cette image sera donc bien moins sur-segmentée.

La reconstruction de cette mosaïque commence par l'application de la LPE au gradient. Puis pour chaque minimum du gradient (chaque bassin versant) on détermine le niveau de gris dans l'image initiale et on remplit le bassin versant avec cette valeur

VI.2. Principe

Dans cette partie de segmentation couleur on s'intéresse à l'algorithme de cascade de LPE's, proposé par Beucher [36]. Si la LPE est construite sur l'image gradient, cette méthode repose sur l'hypothèse que les contours les plus forts correspondent aux objets à segmenter. Concrètement à chaque étape de cette segmentation hiérarchique, on cherche à supprimer les contours les plus faibles entourés de contours de valeurs plus élevées, en fusionnant les bassins versants des contours supprimés. Un tel processus peut être itéré de façon à supprimer dans une nouvelle passe, l'ensemble des contours devenus à leur tour les plus faibles.

L'implémentation la plus simple de l'algorithme de cascades est basée sur la reconstruction de la fonction gradient de l'image mosaïque avec sa LPE. D'une façon plus claire, l'image à niveau de gris à segmenter et son gradient sont respectivement f et g , avec $f, g : E \rightarrow T = \{t_{\min}, t_{\min} + 1, \dots, t_{\max}\}$.

Soit $LPE(g)$ la LPE du gradient g . l'image mosaïque m est obtenue comme la valeur moyenne de la fonction f dans chaque bassin versant de $LPE(g)$. Puis, on calcule le gradient de la mosaïque, qu'on notera g_1 . L'algorithme de cascades est comme suit :

1. Calculer la LPE de la fonction g_1 : $LPE(g_1)$.
2. Définir une nouvelle fonction numérique, h

$$h(x) = \begin{cases} g_1(x) & \text{si } x \in LPE(g_1) \\ t_{max} & \text{si } x \in LPE^C(g_1) \end{cases}$$

On a que $h \geq g_1$

3. Reconstruire g_1 à partir de h par érosion géodésique : $g_1^* = E_{g_1}^{rec}(h)$ En fait, la reconstruction va à remplir chaque bassin versant avec un plateau de hauteur égale à la profondeur minimale des lignes de la LPE qui entourent le bassin versant. Par conséquent, s'il y a un bassin versant adjacent avec une hauteur inférieure à celle définie, le plateau généré ne sera pas un minimum.

4. Calculer la LPE de la fonction : g_1^* : les bassins versants sont associés aux minima aux minima significatifs.

5. Construire une nouvelle mosaïque à partir de cette dernière LPE, m_1 , sur laquelle on calcule le gradient g_2 et ensuite on peut itérer l'algorithme pour obtenir la hiérarchie.

Nous allons noter par σ_n^W le critère connectif défini par le niveau n d'une pyramide de LPE's. Les figures suivantes illustre un exemple de hiérarchie de LPE's obtenue à partir de l'algorithme de cascades décrit.



Fig.III.13. Cascade de LPE's.

Conclusion

Nous remarquons que l'application de la LPE au gradient de l'image originale (sans pré-traitement) engendre une sur-segmentation dans les deux approches.

Pour cela, on a proposé :

- Filtrage et marquage pour l'approche marginale.
- algorithmes de Beucher (cascade de LPE's).

Ainsi, les résultats obtenus ont été satisfaisants.

Introduction

Après avoir développé les notions de base sur les opérateurs morphologiques, nous avons appliqué la ligne de partage des eaux (LPE) sur des images couleurs.

Le programme que nous avons élaboré sous MATLAB est basé sur certains opérateurs déjà existants sous ce langage dans le cas d'une approche marginale du traitement d'images couleurs, et sur d'autres opérateurs qu'il a fallu programmer pour une approche lexicographique ne permettant pas le traitement séparé des composantes des images couleur. Ainsi, le but ultime de ce travail est de segmenter les images couleurs selon deux approches que sont l'approche marginale et l'approche vectorielle dans l'espace RVB et HSV.

Nous détaillerons l'approche adoptée avant de donner les différents résultats.

I. Langage de programmation

Pour réaliser notre programme, nous avons opté pour le langage de programmation MATLAB qui est l'abréviation de Matrice Laboratoire. Les principaux avantages qui ont motivé notre choix sont :

- ✓ MATLAB est un logiciel de calcul scientifique et de visualisation de donnée, dédié plus particulièrement aux applications numériques.
- ✓ MATLAB est un interpréteur : les instructions sont interprétées et exécutées ligne par ligne.
- ✓ C'est un langage de haut niveau, il permet une programmation très rapide.
- ✓ Il a été conçu pour manipuler des données matricielles, ce qui en fait un outil majeur de l'analyse de donnée. Sa structure de base est donc la matrice.
- ✓ Il permet un gain substantiel de temps de développement.
- ✓ MATLAB propose également une aide très complète illustrée d'exemple, étant donné le très grand nombre d'instructions utilisables, il est important de bien savoir l'utiliser.

MATLAB est aujourd'hui un langage de programmation complet dans un environnement de développement simple et pratique.

II. Approche adoptée

Nous allons utiliser pour faire nos tests les images de Lena et celle du perroquet. Nous donnons les résultats pour les deux approches programmées.

II-1.Approche marginale

Dans cette approche, nous travaillons avec les opérateurs implémentés sous MATLAB du fait qu'on décompose l'image en trois composantes indépendantes considérées chacune comme étant une image en niveaux de gris. Les étapes à suivre dans cette approche sont illustrées ci-dessous.

- 1- Charger l'image
- 2- Décomposer l'image en ses trois composantes selon l'espace de couleur choisie, RVB ou HSV.
- 3- Appliquer les opérateurs morphologiques (noté Op) sur chacune des composantes.
 $R_r = Op(R)$; $V_r = Op(V)$; $B_r = Op(B)$.

Op: peut être soit une érosion, une dilatation ou un gradient etc.

- 4- Afficher les résultats donnant l'image composée après regroupement des trois composantes R_r , V_r , B_r ou uniquement le résultat et ce selon le type d'opération effectuer.

II-2. Approche lexicographique

Dans cette approche, nous programmons les différents opérateurs que nous avons utilisés. En effet l'ordre lexicographique nous impose un traitement d'image pixel par pixel et non composante par composante. Les différentes étapes sont donc :

- 1- Charger l'image I
- 2- Lire les dimensions de I qui sont n et m afin d'effectuer le balayage adéquat pour n'importe quelle taille.
- 3- For i=2 :n-1
For j=2 :m-1
 - Appliquons l'opérateur Op sur le pixel I(i,j).
 - Affecter au pixel Ir(i,j) le résultat de l'opérateur Op.
- end
- end
- 4- Afficher l'image résultat Ir.

Pour ce qui concerne l'opérateur Op, il fournit dans le cas d'une dilatation les composantes R, V, B du pixel donnant le premier, le maximum de la composante vérifiant la condition dans la fenêtre de voisinage de l'élément structurant. Nous le formulons comme suit :

$$Ir(i,j) = \text{MaxRVB}(I(i,j))$$

Dans le cas d'une érosion, l'opérateur Op fournit les composantes R, V et B du pixel donnant le premier, le minimum de la composante vérifiant la condition dans la fenêtre de voisinage de l'élément structurant. Nous le formulons comme suit :

$$Ir(i,j) = \text{min RVB}(I(i,j))$$

III. Résultats des tests

Nous appliquons l'approche marginale à l'image Lena et nous donnons les résultats selon l'opérateur utilisé et selon l'espace de couleur choisie.

Nous appliquons ensuite l'approche vectorielle à l'image perroquet et nous donnons les résultats selon l'opérateur utilisé, selon l'espace RVB au premier niveau de l'ordre et après selon l'espace HSV.

Ces différents résultats sont illustrés par les figures suivantes :

Présentation des résultats

Test1 : image lenna

➤ LPE sur l'image initiale

I- Approche marginale

I-1. Suivant RVB



Fig-1. Image originale



Fig-2. Composante rouge



Fig-3. Gradient externe de R

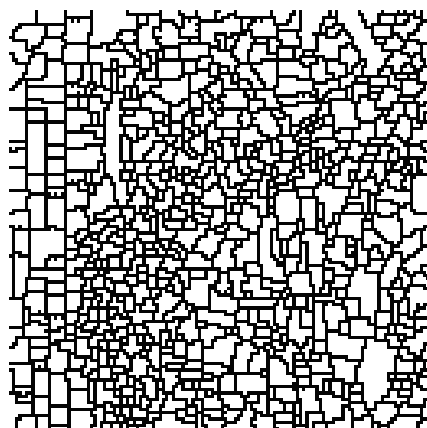


Fig-4. LPE sur le gradient R



Fig-5. Composante verte



Fig-6. Gradient externe de V

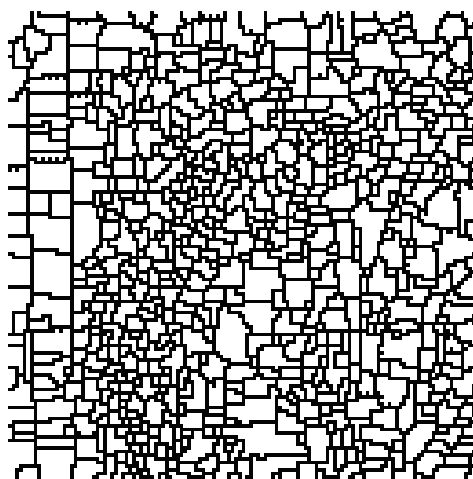


Fig-7. LPE sur le gradient V



Fig-8. Composante bleue



Fig-9. Gradient externe de B

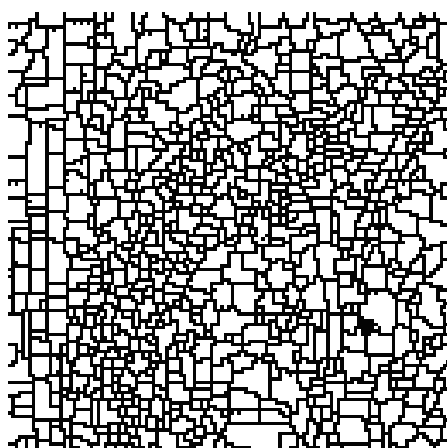


Fig-10. LPE sur le gradient B

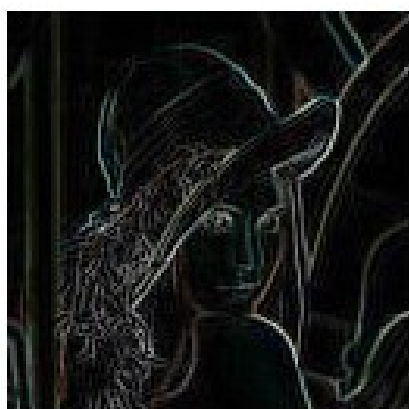


Fig-11. Recombinaison de
3 gradients

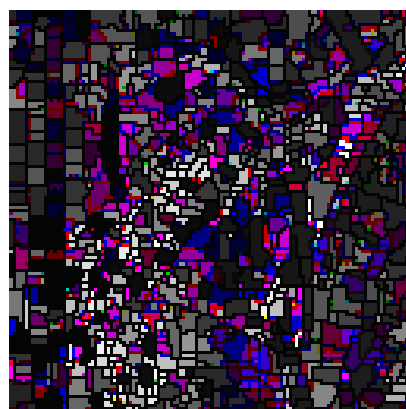


Fig-12. Recombinaison de
3 LPE's

➤ Après filtrage



Fig.13. Filtre alterné 3*3



Fig.14. Filtre FAS 3*3 et 5*5

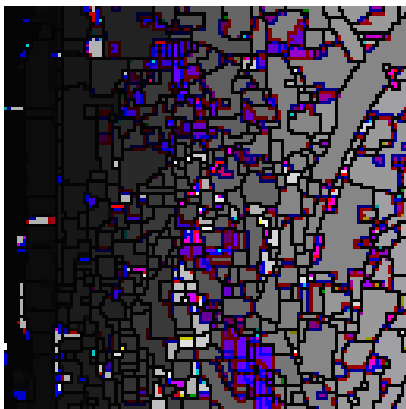


Fig.15. recombinaison
De 3 LPE (filtre alterné)

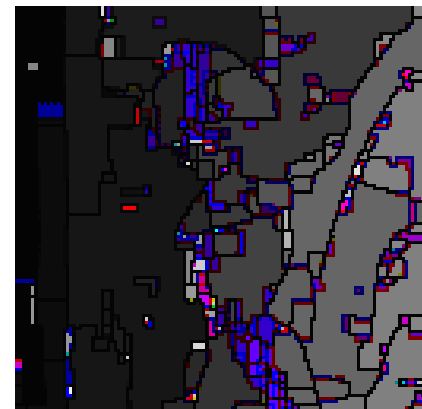


Fig.16. LPE sur l'image
Après FAS

➤ **Après filtre par reconstruction**



Fig-17. Composante rouge



Fig-18. Composante verte

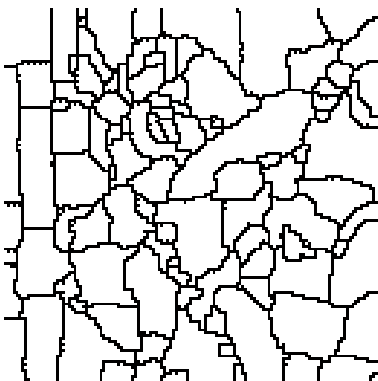


Fig-19. Composante bleue

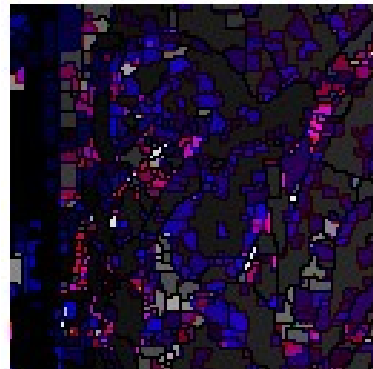


Fig-20. recombinaison entre 3
composantes

➤ LPE avec contrainte

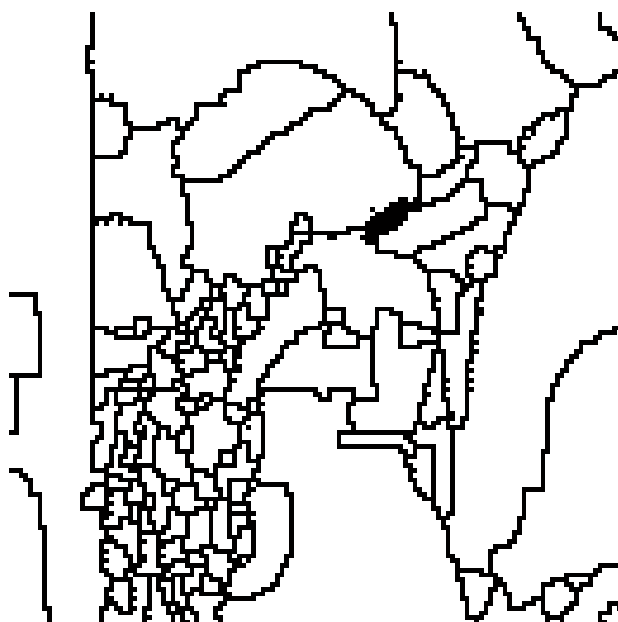


Fig-21. LPE sur la composante rouge

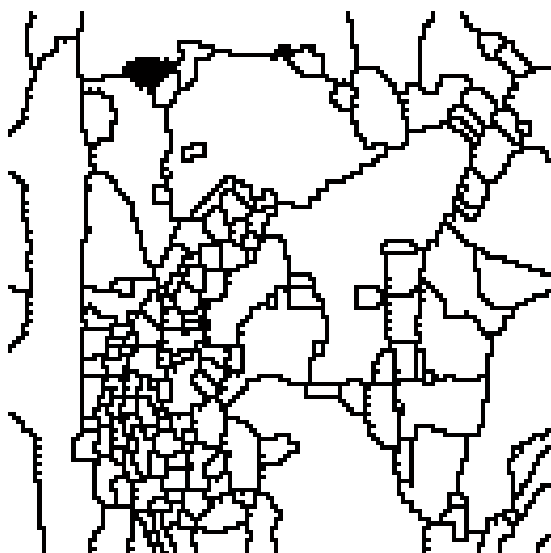


Fig-22. LPE sur la composante verte

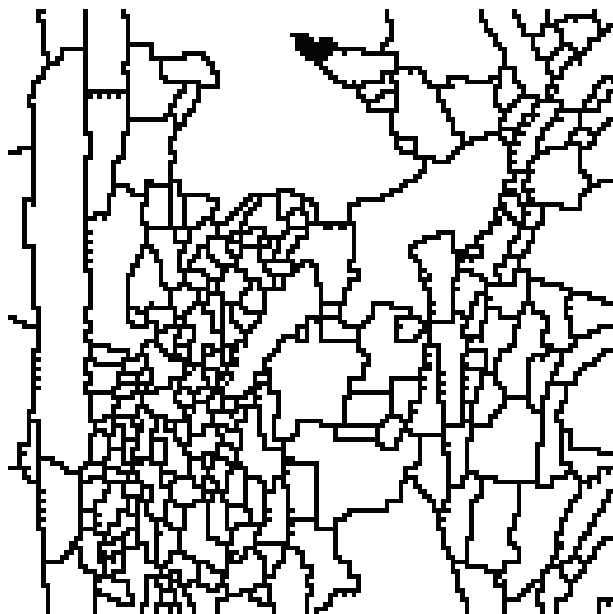


Fig-23. LPE sur la composante bleue

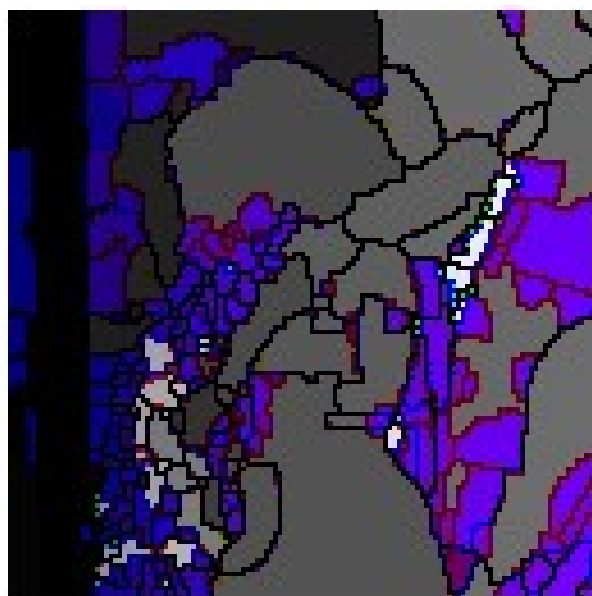


Fig-24. Recombinaison de 3 LPE (x35)

I-2. Suivant HSV

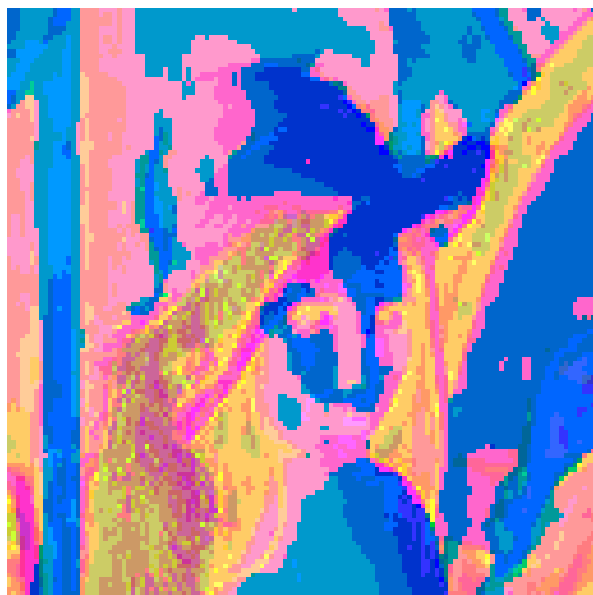


Fig-25. Image originale

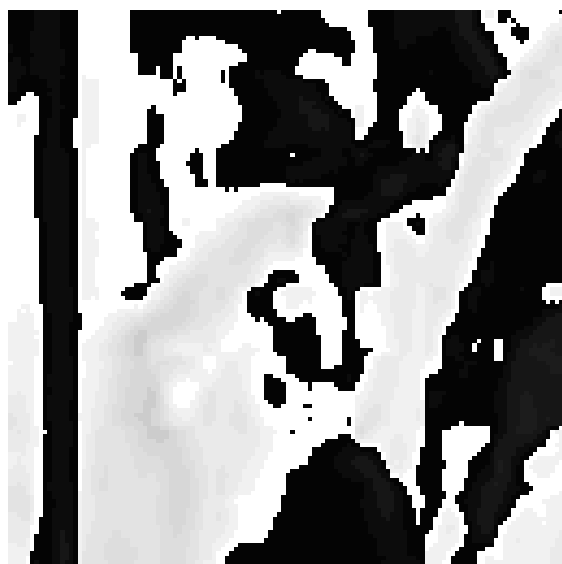


Fig-26. Composante teinte

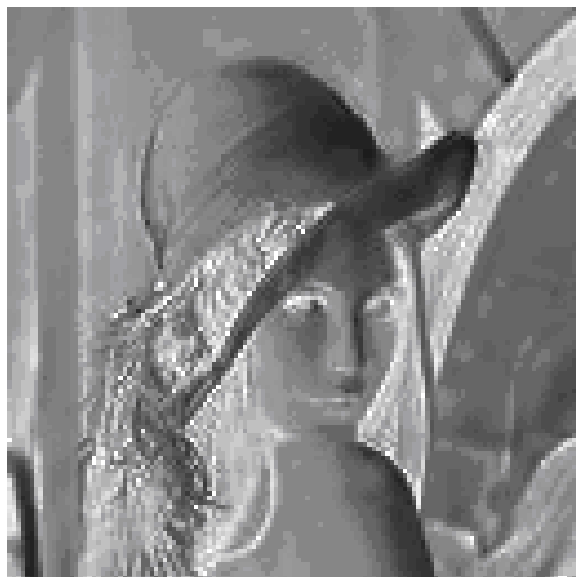


Fig-27. Composante Saturation



Fig-28. Composante luminance



Fig-29.Gradient de la composante teinte



Fig-30.Gradient de la composante Saturation



Fig-31. Gradient de la composante luminance

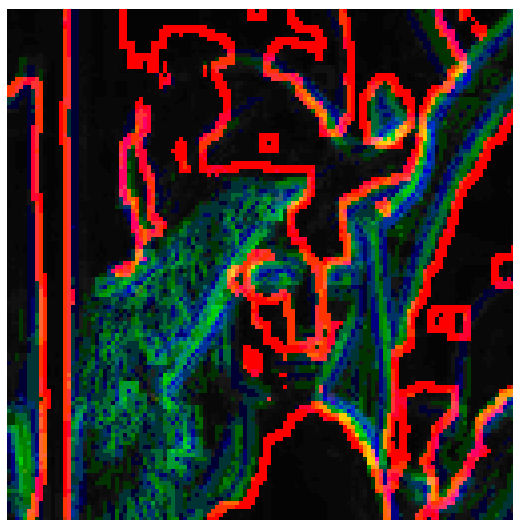


Fig-32.Recombinaison de 3 gradients

➤ LPE avec contrainte

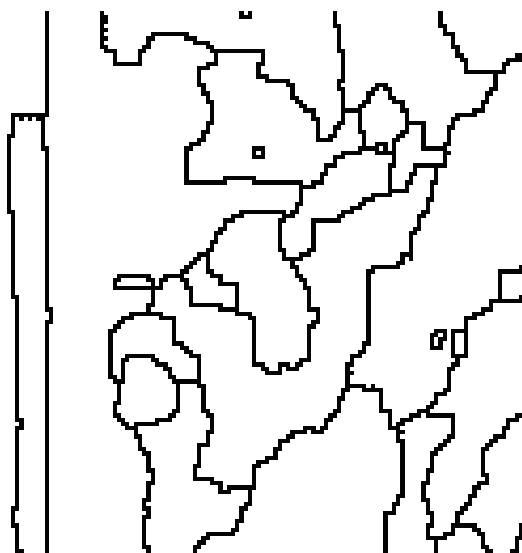


Fig-33.LPE sur la composante teinte

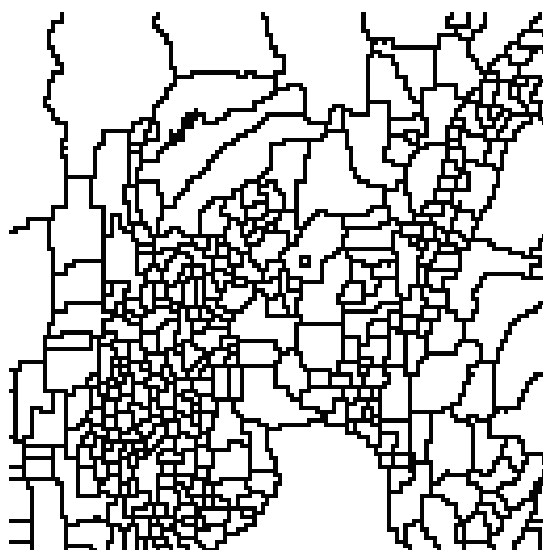


Fig-34. LPE sur la composante saturation

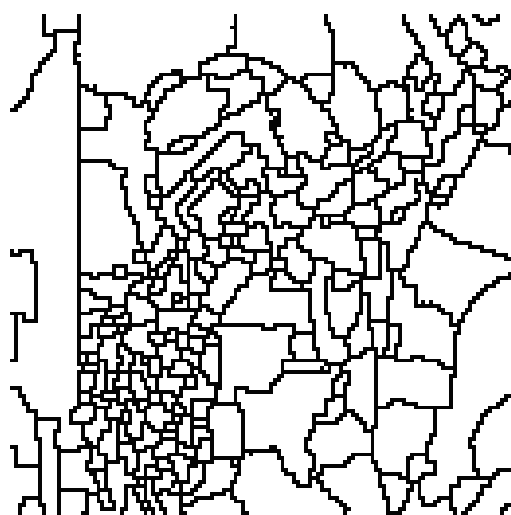


Fig-35.LPE avec la composante luminance

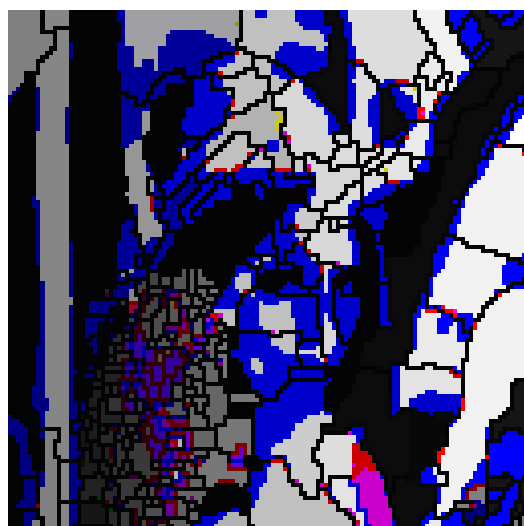


Fig-36.Recombinaison de 3 LPE

II- Approche vectorielle

II-1. Suivant RVB



Fig-38. Image originale



Fig-39. Dilatation 3*3

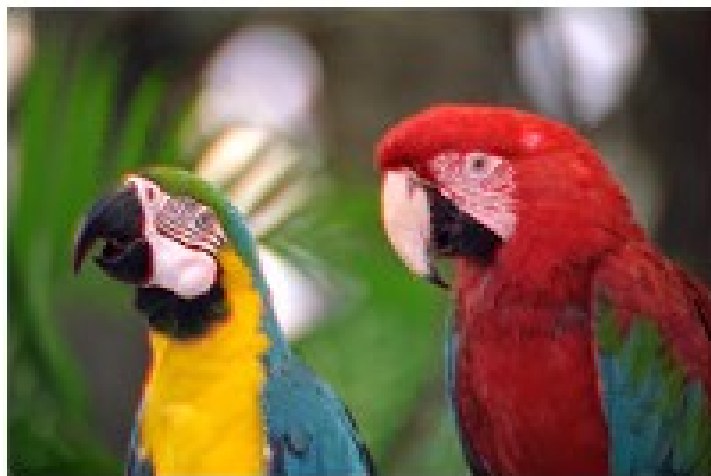


Fig-40. Erosion

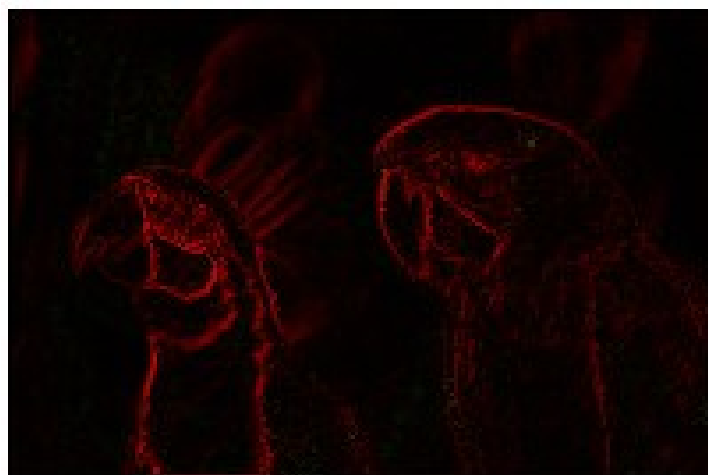


Fig-41. Gradient vectoriel suivant RVB

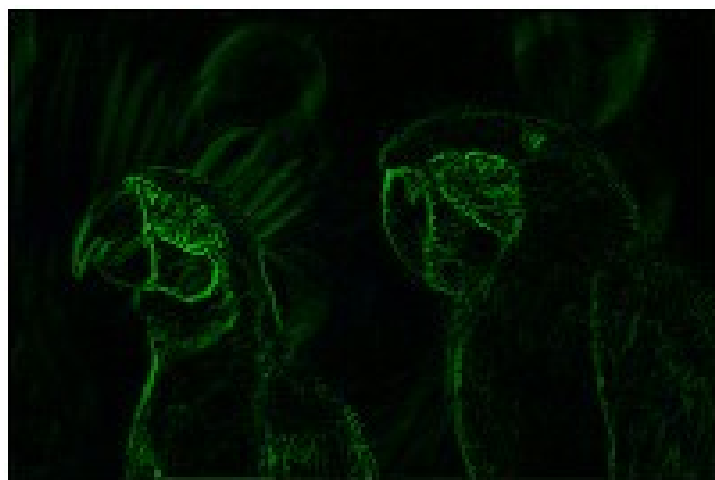


Fig-42. Gradient vectoriel suivant VBR

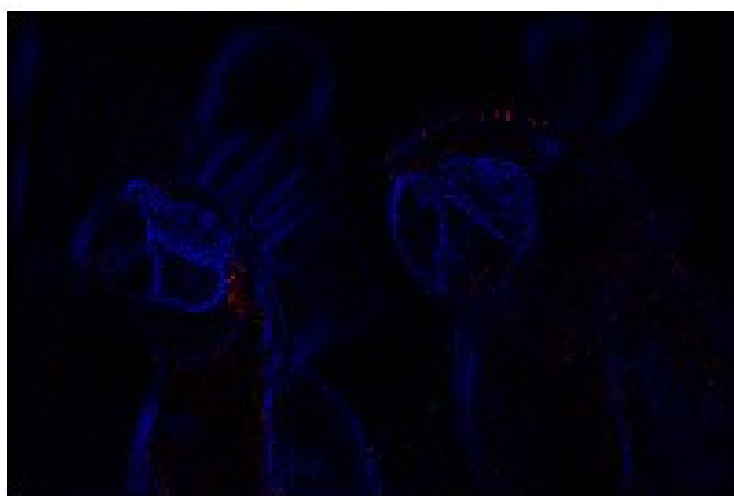


Fig-43. Gradient vectoriel suivant BRV

II-2. Suivant HSV

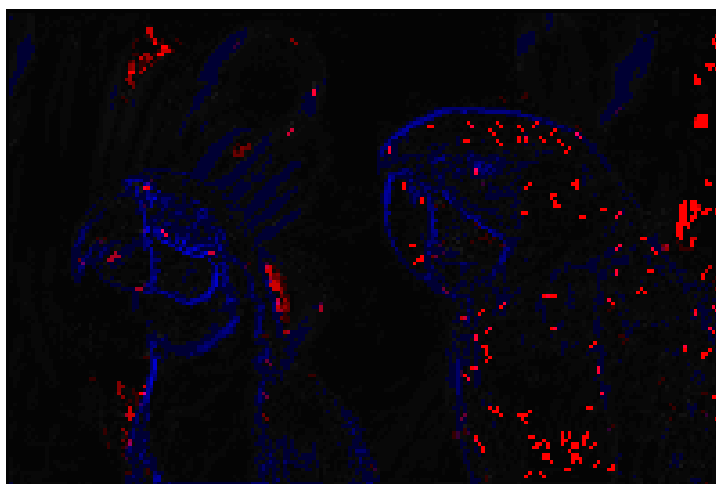


Fig-44. Gradient suivant VHS

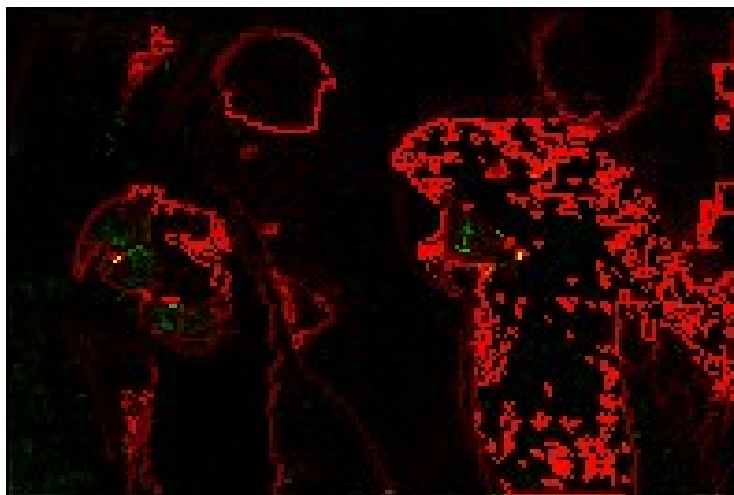


Fig-45. Gradient suivant HSV

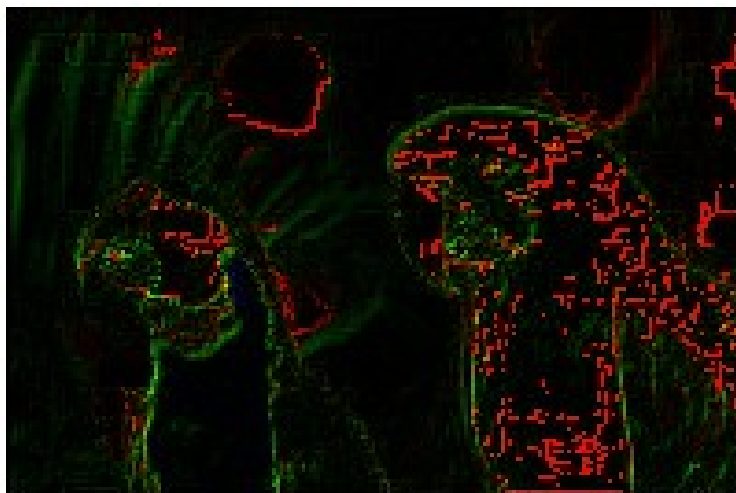


Fig-46. Gradient suivant SVH

➤ LPE avec contrainte

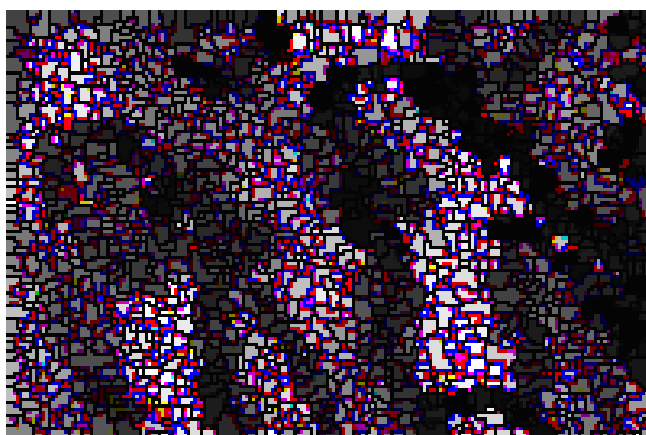


Fig-47. FAS 3*5*7 et chapeau haut de forme

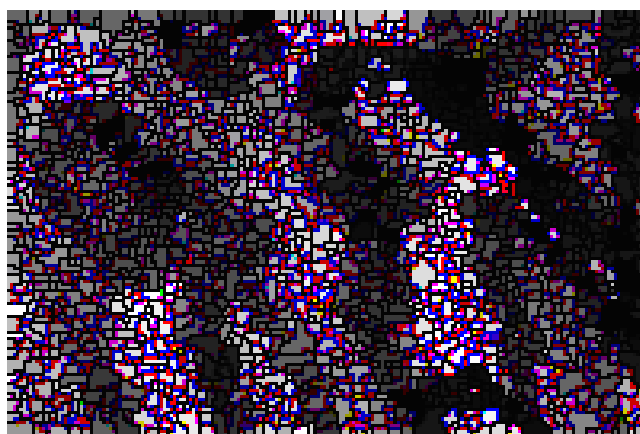


Fig-48. FAS 3*5*7*9 et chapeau haut de forme

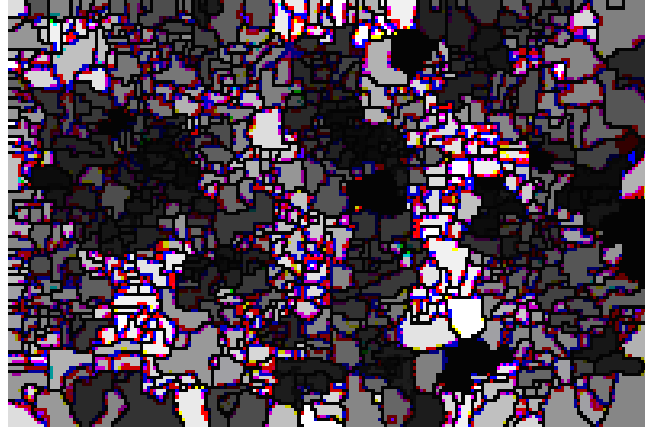


Fig-49. FAS 3*5*7*9 suivie d'un chapeau Haut de forme et d'un filtre alterné 3*3

➤ **Cascade de LPE superposée sur l'image originale.**



Fig-50. LPE avec luminance (V) au 1^{er} niveau de l'ordre



Fig-51. LPE avec teinte (H) au 1^{er} niveau de l'ordre



Fig-52. LPE avec saturation (S) au 1^{er} niveau de l'ordre

Discussion :

Sur tous les tests que nous avons effectués, l'application de la LPE sur le gradient des images originales quelque soit l'approche adoptée a engendré une très forte sur-segmentation.

Puisque la segmentation est réalisée à partir des minima, l'élimination de la sur-segmentation passe logiquement par la sélection de quelque uns de ces minima.

En effet, lors de l'application des filtres par reconstruction, les minima résultants de l'opération sont beaucoup moins nombreux et ils sont beaucoup plus significatifs que ceux obtenus par les filtres alternés séquentiels.

Néanmoins, cette première solution est loin d'être satisfaisante car la LPE sur le gradient de l'image filtrée fait toujours apparaître une sur-segmentation.

Pour pallier à cela, la méthode par marquage à l'aide des transformations '*Chapeau haut de forme*' et '*h-minima*' s'est révélé être efficace pour réduire la sur-segmentation. En effet, on a constaté, lors de l'application des tests, que le choix de h ou celui de la taille de l'élément structurant n'est pas évident à prendre, car il détermine le niveau au dessous duquel des minima non désirés seront éliminés. Ce qui revient à connaître, au préalable la position de tous les minima de l'image et pouvoir ainsi agir directement sur ceux qui ne rentrent pas en compte.

Toutefois, cette solution reste valable que dans le cadre d'une approche marginale. Parce que dans l'approche vectorielle, lors de l'application des filtres alternés séquentiels suivie du chapeau haut de forme, malgré que les résultats obtenus sont moins sur-segmenté. Il y avait toujours apparition d'une sur-segmentation. Pour palier à ce problème on opté à la ligne de partage des eaux hiérarchique (algorithme de cascade).

Néanmoins, ces méthodes nous ont offert une solution non négligeable au problème de la sur-segmentation qu'engendre la ligne de partage des eaux.

Dans ce mémoire, nous avons réalisé une segmentation pour les images couleur avec la LPE basée sur les opérateurs morphologiques selon deux approches différentes, l'approche marginale et l'approche vectorielle. Dans l'approche marginale nous décomposons l'image couleur en trois composantes indépendantes. Puis on traite chacune des composantes séparément (traitement en niveau de gris). Dans l'approche vectorielle ; le traitement se fait directement sur l'image couleur (pixel par pixel) et pour pouvoir l'appliquer sur l'image, il faut d'abord choisir un espace couleur, puis un ordre lexicographique des composantes dans cet espace précis. En effet, l'application de la LPE sur le gradient des images originales a engendré une très forte sur-segmentation. Ce qui nécessite donc un pré-traitement. Si l'approche marginale, qu'on rappelle être la méthode la plus directe pour appliquer un opérateur morphologique sur l'image, nous permet de travailler directement sur les opérateurs implémentés sous MATLAB ce qui ne permet de gagner en temps d'exécution. Cela ne la pas empêchée de présenter quelques inconvénients notamment l'apparition des fausses couleurs lors des transformations morphologiques dues au fait que le supremum et l'infimum d'un ensemble de vecteurs ne font pas toujours partie de cet ensemble. Un problème qui est résolu par l'approche vectorielle. Il est à remarquer que quand une approche vectorielle est utilisée avec des opérateurs morphologiques dans un espace couleur quelconque, on trouve que la plupart des décisions sur l'ordre des vecteurs dans un élément structurant sont prises au premier niveau de la relation d'ordre. L'application d'un ordre lexicographique à un espace couleur de type RVB par exemple, entraîne alors forcément la promotion d'une composante rouge, verte ou bleue à la position dominante, ce qui donne des opérateurs qui ne sont pas homogènes dans leur traitement.

Nous développerons dans cette annexe au premier lieu des rappels sur les ensembles, puisque on analyse l'image en termes d'objets, de forme, et de type....etc. par une théorie ensembliste et fonctionnelle. En suite, nous décrivons quelques notions supplémentaires.

- **Treillis :**

L'espace de travail de la morphologie mathématique est le treillis complet ou l'ensemble L munit de l'ordre partiel \leq :

$$\left\{ \begin{array}{l} a \leq a \\ a \leq b, b \leq a \Rightarrow a = b \\ a \leq b, b \leq c \Rightarrow a \leq c \end{array} \right.$$

Pour toute famille, l'élément $X_i \in L$, il existe un supremum et infimum.

Inf : le plus grand minorant $\wedge \{ X_i \}$

Sup. : le plus petit majorant $\vee \{ X_i \}$

La morphologie mathématique a été appliquée en premier lieu aux ensembles binaires, dans ce cadre, la relation d'ordre \leq est l'inclusion ensembliste \subset . Le sup de la famille X_i est la réunion $\cup_i X_i$. l'inf est l'intersection $\cap_i X_i$. elle voit ensuite son champs d'étude se tendre aux fonctions à valeurs réelles $L = \mathbb{R}^2$. la relation d'ordre est alors donnée par $f \leq g, f(X) \leq g(X)$. Le sup et l'inf sont donnés par :

$$f = \vee f_i \Leftrightarrow f(X) = \sup_i f_i(X)$$

$$g = \wedge g_i \Leftrightarrow g(X) = \inf_i g_i(X)$$

- **Distributivité**

$$\forall (X, Y, Z) \subset (L)^3 \quad X \vee (Y \wedge Z) = (X \vee Y) \wedge (X \vee Z).$$

- **Rappels sur les ensembles**

Les ensembles sont notés par les lettres capitales ; X, Y et les éléments constituent l'ensemble par des lettres minuscules x, y .

- **Opérateurs sur les ensembles**

Deux ensembles sont égaux si seulement si :

$$Y = X \Rightarrow X \subset Y \Leftrightarrow Y \subset X.$$

On dit qu'un ensemble X inclus dans Y (X sous ensemble de Y) si :

$$X \subset Y \Leftrightarrow \forall x \in X \Rightarrow x \in Y.$$

On appelle intersection des deux ensembles X et Y , l'ensemble des points appartenant à X et Y :

$$X \cap Y = \{x : x \in X \text{ et } x \in Y\}.$$

- **Complémentaire d'un sous ensemble**

Soit X un sous ensemble de L . on appelle complémentaire de X dans L , l'ensemble $(X^c)_L$ tel que :

$$(X^c)_L = \{x : x \in L \text{ et } x \notin X\}.$$

- **Formule de Morgane**

Soit X et Y ont même référence L , on a :

$$((X \cap Y)^c)_L = (X^c)_L \cup (Y^c)_L.$$

$$((X \cup Y)^c)_L = (X^c)_L \cap (Y^c)_L.$$

- **Différence entre ensemble :**

Soient deux ensembles binaires X et Y de L . la différence d'ensemble notée X/Y est donné par :

$$X/Y = X \cap Y^c.$$

X/Y correspond donc à la partie de X ne figure pas dans Y .

- **Rappels sur les graphes :**

Pour décrire les notions de voisinage et de trame, nous utilisons des notions issues de la théorie de graphes.

- **Notion de graphe :**

Un graphe associé à un réseau est défini par deux ensembles : $G(X,U)$

- Un ensemble X dont les éléments sont appelés sommets appartenant au réseau de points.
- Un ensemble U dont les éléments $u \in U$ sont définis à partir de deux paires de points $U = (p,q)$ appartenant au réseau, si $u = (p,q)$ est un arc de G , alors p est l'extrémité initiale de u et q est l'extrémité terminale de u , on dira aussi que p est le prédécesseur de q et q le successeur de p , on dit que p flèche q (p est alors flécheur), ou bien q est fléché par p .

- **Définition d'un graphe complet**

Un graphe g est dit complet, si pour toute paire de sommets $(p,q) \in X^2$, il existe au moins un arc $(p,q) \in U$ ou $(q,p) \in U$.

- **Digitalisation d'une image**

Sur l'image ainsi détectée, on peut faire des mesures par des procédés analogiques, mais les analyseurs modernes utilisent plutôt une image digitalisée. Pour digitaliser une image, chaque ligne de balayage est divisée par certains nombres de segments appelés points d'image « pixels ». les points sont disposés de telle sorte qu'ils forment des mailles.

- **Trame et voisinage**

Les points de l'image étaient considérés comme des sources indépendantes d'informations pour analyser des relations entre points, nous définissons ici les notions de trame et voisinage.

- **Définition de la trame digitale**

La trame (ou grille) G d'une image est un sous ensemble de $L \times L$. elle est constituée de l'ensemble des arêtes du graphe $G = (L, G)$ dont les sommets sont les points de l'image. Nous pouvons maintenant donner une définition plus complète de la notion d'image.

Une image est un tableau de pixels muni d'une trame. Il 'agit maintenant de trouver une trame dont les propriétés conviennent à nos besoins. L'isotopie est une qualité que l'on peut souhaiter d'une trame. On cherche alors une trame telle que la distance euclidienne dE entre deux points p et q soit la même pour tous les couples $(p, q) \in G$. si nous dotons l'image d'un repère orthonormé, nous cherchons alors une trame telle que :

Dans la pratique, les images sont stockées dans des tableaux rectangulaires. Elles sont issues de capteurs dont les pixels sont organisés sous cette forme. Cette contrainte technologique nous emmène à utiliser souvent une trame carrée et en particulier, les trames 4-connexes et 8-connexes, pour lesquelles chaque nœud fait alors partie de 4(resp. 8) arêtes distinctes.

Nous pouvons alors définir la notion de voisinage dans les images qui sera largement utilisée pour les opérateurs de traitement d'image.

- **Définition du voisin**

Si G est la trame de l'image, la notion de voisin est donnée par :

$\forall (p,q) \in D^2$, p voisin de $q \iff (p,q) \in G$.

$(i-1, j-1)$	$(i-1, j)$	$(i-1, j+1)$
$(i, j-1)$	(i, j)	$(i, j+1)$
$(i+1, j-1)$	$(i+1, j)$	$(i+1, j+1)$

Tableau : voisinage d'un pixel

- **Définitions de K-voisinages**

G définit un K-voisinage lorsque tout point p a exactement K voisins dans la trame considérée. C'est-à-dire :

$$\forall p \in D, \text{card.}(N_G(p)) = K.$$

On parle également des K-voisins de p pour désigner l'ensemble des voisins de p dans une trame définissant un K-voisinage, la trame 4-connexes, par exemple, définit un 4-voisinage.

- **La connexité dans les images**

Voyons à présent comment une image dotée d'une trame nous autorise à considérer des ensembles de points comme des objets.

- **Définition d'une connexion**

Soit $S \subset D$ doté de la trame G , deux points p et q sont connectés (dans S) s'il existe un chemin les reliant dans S , i.e. :

$$\forall (p,q) \in D^2, p \text{ et } q \text{ connectés}$$

Typiquement, S est l'ensemble des points partageant une même propriété, par exemple, l'ensemble des points à la valeur 1 dans l'image binaire.

- **K-connexité entre points**

Deux points $(p,q) \in S^2$ sont dit k-connectés (ou connexes) s'ils sont connectés dans une trame G définissent un k-voisinage.

- **K-connexité d'une trame**

Une trame est dite K-connexes lorsqu'elle définit un K-voisinage.

- **Définition d'une composante connexe :**

La connexité est une relation d'équivalence qui factorise S en classes d'équivalence. Une telle classe d'équivalence est appelée la K -connexité. Une composante connexe $S_i \subset S$ est donc un ensemble connexe maximal non vide. Soit S' un ensemble connexe de S . on alors :

$$\forall S' \neq \emptyset, S_i \subset S, S_i \subset S' \Rightarrow S' = S_i.$$

Les composantes connexes seront également appelées objets.

- **Définition de transformation homotopique**

Une transformation Ψ est dite homotopique si, $\forall X$ ensemble binaire, $\Psi(X)$ conserve l'homotopie de X . une telle transformation conserve les positions relatives des parties connexes des objets et de celles du fond. L'indice de connexité et le nombre de tous dans chaque composante connexe seront préservés.

Dans le cas des images numériques, nous sommes amenés à considérer les ensembles binaires formés par les seuils successifs $T_h^*(f)$ de la fonction f définis par : $T_h^*(f) = [p \in D : f(p) \leq h]$.

Deux images f et g sont alors homotopiques si les seuils $T_h^*(f)$ et $T_h^*(g)$ de niveau h sont des ensembles homotopiques $\forall h \in Q$.

- **Connexité et distance**

La distance entre points dans une image est une notion fondamentale. Elle permet une analyse quantitative des objets et largement utilisée en morphologie mathématique. Remarquons que les notions de connexité et de voisinage sont très liées à celle de métrique dans les images. Lorsque les arcs de G ont une longueur 1, la trame carrée se définit par $p(x_p, y_p), q(x_q, y_q)$ voisins ssi :

$|x_p - x_q| + |y_p - y_q| = 1$ pour la trame c-4

$\text{Max}(|x_p - x_q| + |y_p - y_q| = 1)$ pour la trame c-8.

- **Bruit**

Un bruit (parasite) dans une image est considéré comme phénomène de brusques variations de l'intensité d'un pixel par rapport à ses voisins, il provient de l'éclairage des dispositifs optiques et électroniques du capteur.

- **Les transformations en tout ou rien par élément structurant :**

Pour faire une transformation en tout ou rien, on a recours à l'usage donc au choix d'un élément structurant **B**, de géométrie connue. Ensuite, cet élément structurant est déplacé sur l'image de façon à ce que son origine passe par toutes les positions de l'espace dont celles des points de l'image. Pour chaque position ou chaque point, on pose une question relative à l'union, à l'intersection ou à l'inclusion de cet élément avec l'image ou dans l'image. La réponse sera positive ou négative, d'où le nom de transformations en tout ou rien. L'ensemble des points correspondant à des réponses positives forme un nouvel ensemble qui constitue ce que l'on appelle l'image transformée.

- **Propriétés algébriques :**

Il existe trois propriétés algébriques :

Soient X et Y deux ensembles de \mathbb{R}^2 et T une transformation.

➤ **Croissance :**

La transformation T est dite croissante si ayant X inclus dans Y , alors $T(X)$ est aussi inclus dans $T(Y)$

Ceci se traduit par la relation :

$$X \subset Y \Rightarrow T(X) \subset T(Y).$$

➤ **Extensivité :**

La transformation T est dite extensive si X est inclus dans son transformé $T(X)$, c'est-à-dire : $X \subset T(X)$

Inversement, la transformation T est dite anti-extensive si $T(X)$ est inclus dans l'ensemble origine X , c'est-à-dire : $T(X) \subset X$

➤ **Idempotence :**

La transformation T est dite idempotence si, l'ayant fait subir à X , et l'ayant renouvelé une autre fois sur l'ensemble transformé, $T(X)$, on obtient alors deux ensembles $T(X)$ et $T(T(X)) = T(X)$.

• **Propriétés topologiques**

➤ **Homotopie :**

Une transformation T est dite homotopique si elle ne modifie pas le nombre de connexité. On a alors : $N_n(T(X)) = N_n(X)$

➤ **Connexité :**

Une transformation T préserve la connexité si, X étant connexe, on a $T(X)$ connexe.

• **Propriétés de l'ouverture**

L'opérateur ouverture est anti-extensif, croissant et idempotent

• **Propriétés de la fermeture**

L'opérateur de fermeture est extensif, croissant, idempotent.

Index et notations

$E^B(X)$, $D^B(X)$: érosion et dilatation de l'ensemble X par l'élément structurant B .

$O^B(X)$, $F^B(X)$: ouverture et fermeture de l'ensemble X par l'élément structurant B .

$f(x)$: fonction de gris.

$E^B f(x)$, $D^B f(x)$: érosion et dilatation en niveau de gris.

$O^B f(x)$, $F^B f(x)$: ouverture et fermeture en niveau de gris.

$g^+(f)$, $g^-(f)$, $g(f)$: gradient externe, gradient interne et gradient symétrique.

HDF_B : chapeau haut-de-forme.

$B_n(x)$: boule maximale de taille n et de centre $x \in X$.

$SBM(x)$: squelette par boules maximales.

M : ensemble de k composantes connexes.

$IZ(M_i)$: zone d'influence de M_i .

M_i : composante connexe.

$SKIZ(M)$: squelette par zone d'influence.

d_X^g : distance géodésique.

$B_X(p,n)$: boule géodésique de rayon $n \in \mathbb{R}^+$ et centre dans le point $p \in X$.

$D_X^n(Y)$: dilatation géodésique binaire.

$E_X^n(Y)$: érosion géodésique binaire.

$D_g^n(f)$: dilatation géodésique numérique.

$E_g^n(f)$: érosion géodésique numérique.

$D_X^{rec}(Y)$: reconstruction binaire par itération de la dilatation géodésique.

$D_g^{rec}(f)$: reconstruction numérique par itération de la dilatation géodésique.

$O_n^{rec}(f)$: ouverture numérique par reconstruction.

$F_n^{rec}(f)$: fermeture numérique par reconstruction.

$MR(f)$: maximum régional.

$mR(f)$: minimum régional.

$EMAX_h(f)$: maximum étendu.

$Emin_h(f)$: minimum étendu.

RVB : espace de représentation des couleurs primaires rouge, vert et bleu.

XYZ : espace de représentation des couleurs primaires imaginaires.

$L^*a^*b^*$: espace couleur (L^* : luminosité, a^* : sensation rouge-vert, b^* : sensation jaune-bleu).

C^* : chroma.

h^* : teinte.

HSV : espace couleur (Hue, Saturation, Value).

HLS : espace couleur (Hue, Luminance, Saturation).

H_{HSV} : Hue (teinte) de l'espace HSV.

S_{HSV} : saturation de l'espace HSV.

V_{HSV} : value (chroma ou luminance) de l'espace HSV.

H_{HLS} : Hue (teinte) de l'espace HLS.

S_{HLS} : saturation de l'espace HLS.

L_{HLS} : value (chroma ou luminance) de l'espace HLS.

Ω : ordre lexicographique.

$E_{\Omega,B}(f)(x)$: érosion couleur.

$B_{\Omega,B}(f)(x)$: dilatation couleur.

$O_{\Omega,B}(f)$: ouverture couleur.

$F_{\Omega,B}(f)$: fermeture couleur.

$FAS_{\Omega,nB}(f)$: filtre alterné séquentiel.

∇f : fonction numérique scalaire.

∇f : Gradient morphologique.

$\nabla_c a$: Gradient circulaire centré.

$\nabla_E f$: Gradient euclidien.

$\nabla^L f$: Gradient de luminance

$\nabla^H f$: Gradient de teinte

$\nabla^S f$: Gradient couleur pondéré par saturation

$\nabla^{\text{Sup}} f$: Gradient couleur par supremum

$d_E(f(x), f(y))$: distance euclidienne.

$\text{HDF}^+_B(f)(x)$: Chapeau haut de forme blanc.

$\text{HDF}^-_B(f)(x)$: Chapeau haut de forme noir.

$\text{HDF}^O_B(f)$: Chapeau haut de forme circulaire centré.

$\text{HDF}_B(f)$: Chapeau haut de forme vectoriel.

$\text{HDF}^{A+}_B(f)$: Chapeau haut de forme achromatique blanc.

$\text{HDF}^{A-}_B(f)$: Chapeau haut de forme achromatique noir.

$\text{HDF}^c_B(f)$: Chapeau haut de forme chromatique.

LPE : ligne de partage des eaux.

b : la valeur de la composante bleue dans l'espace RVB.

r : la valeur de la composante rouge dans l'espace RVB.

g : la valeur de la composante verte dans l'espace RVB.

$E(\lambda)$: Energie incidente due à absorption de la lumière.

\bar{x} : courbe de densité spectrale de la couleur rouge.

\bar{y} : courbe de densité spectrale de la couleur verte.

\bar{z} : courbe de densité spectrale de la couleur bleue.

w_{\min} : Valeur de pondération fixée par l'utilisateur.

w_{mid} : Valeur de pondération fixée par l'utilisateur.

w_{\max} : Valeur de pondération fixée par l'utilisateur.

T' : Expression de la teinte.

T_a : Teinte approximative.

\vee et \wedge : expriment le max et le min.