

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mouloud MAMMERY, Tizi-Ouzou



Faculté de Génie de la construction
Département de Génie Mécanique

Mémoire de Fin d'Etudes

En vue de l'obtention du diplôme

Master académique en Génie Mécanique
Option : Construction mécanique

Thème

Etude comparative des modèles hypérelastiques
Application aux élastomères vieillis

Proposé par :

M^r : DJERRIDI Rachid

Présenté par :

M^r : ZEROUKI Marzak

Promotion 2012

Remerciement

Tout d'abord, je tiens à remercier énormément Monsieur **DJERRIDJ Rachid** qui a m'accepté sous sa responsabilité.

Mes remerciements aussi sont chaleureusement adressés à Monsieur **OULÉD OUALI Mohand**, qui ma soutenu vraiment par sa disponibilité, et par son encadrement efficaces le long de ce mémoire, un encadrement qui ma permet d'acquérir les bases rassurantes et nécessaires pour s'améliorer dans la modélisation.

Sans oublier aussi de remercier M^{lle} **BENCHABEN Nassima** et M^{lle} **AGMENE Kahina** pour leurs grandes aides.

Mes remerciements sont également exprimés à tous les membres de jurys, qui ont acceptés d'être partie de mon jury de ce mémoire.

Dédicace

Je dédie ce modeste travail à :

Mes chers parents

Ma grande mère Saadia

A mes frères ; Saïd, Yacine et aghilce

A petite chère sœur : Farroudja

Mes oncles : Ahmed, Saïd, Nacer et Mahmoud

Mes tantes : Hnifa, Wahiba.

Mes amies : Linda, Salwa, Sonia, Nabila, Nadia.

Mes amis : Malek, Yacine, Makhlouf, Malek

Ammar.

*Mes camarades de La promotion master 2012 construction
mécanique*

Liste des figures

CHAPITRE I : LES ELASTOMERE

FIG I-1: Hevea Brasilinsis.....	5
FIG I-2: Gum.....	5
FIG I-3 : Polymères linéaires	8
FIG I-4 : Polymère ramifié.....	8
FIG I-5 : Polymère réticulé	8
FIG I-6 : Domaine d'application des thermoplastiques.....	9
FIG I-7 : Domaine d'application des thermodurcissables	9
FIG I-8 : Domaine d'application des élastomères	10
FIG I-9 : Polyisoprène.....	10
FIG I-10 : Polyisoprène.	11
FIG I-11 : La réticulation	12
FIG I-12 : La température de transition vitreuse	13
FIG I-13 : Les charges noires de carbone.....	15
FIG I-14 : L'effet de taux de charge sur le comportement mécanique.....	15
FIG I-15 : Effet Mullins	16
FIG I-16 : d'origines microscopiques de l'effet Mullins.....	16
FIG I-17 : d'origines microscopiques de l'effet Mullins.....	18
FIG I-18 : Explication de l'effet Mullins	18
FIG I-19 : Recouvrance de l'effet de Mullins	19
FIG I-20 : L'effet Payne.....	20
FIG I-20 : Fluage sous déformation constante	21
FIG I-21 : comportement hystérétique sous chargement cyclique	21
FIG I-22 : L'influence de la vitesse de compression sur la réponse d'élastomère	22
FIG I-23 : Comportement non-linéaire des élastomères	23
FIG I-24 : Phénomène d'amplification des déformations	24
FIG I- 25 : Mode de défaillance.	25

FIG I-26 : Phénomène de pénétration des solvants	27
FIG I-27 : Phénomène de gonflements.	28
FIG I-28 : Les mécanismes de disparition des plastifiants.....	28

CHAPITRE II : LES LOIS DE COMPORTEMENT HYPERELASTIQUE

FIG II-1 : Déformation d'un milieu continu	36
FIG II-2 : Tenseur de transformation	37
FIG II-3 : Déformation d'un milieu continu.....	38
FIG II-4 : Déformation d'un cube élémentaire.....	39
FIG II-5 : Le modèle 3 chaînes	51
FIG II-7: Modèle slip-link	52
FIG II-8 : Modèle Flory et Erman	53
FIG II-9 : Modèle 8 chaînes.	54
FIG II-10 : Modèle tube	55

CHAPITRE III : RESULTATS

FIG III-1 : Comportement d'un élastomères en traction uniaxial(TUBE)	64
FIG III-2 : Comportement d'un élastomères en compression uniaxial(TUBE)	65
FIG III-3 : Comportement d'unélastomères en traction uniaxial(TUBE ETENDU)	65
FIG III-4 : Comportement d'unélastomères en traction uniaxial(TUBE ETENDUE).....	66
IG III-5 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une gum (Cas non vieillis) :TRACTION MODELE TUBE	66
FIG III-6 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (Cas non vieillis) : TRACTION MODELE TUBE	67
FIG III-7 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR à 70%(Cas non vieillis) : TRACTION MODELE TUBE	68
FIG III-8 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une gum (Cas non vieillis) : COMPRESSION MODELE TUBE.....	68

FIG III-9 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (Cas non vieillis) : COMPRESSION MODELE TUBE	69
FIG III-10 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 70% (Cas non vieillis) : COMPRESSION MODELE TUBE	69
FIG III-11 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une gum (Cas non vieillis) : TRACTION MODELE TUBE ETENDU.....	70
FIG III-12 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (Cas non vieillis) : TRACTION MODELE TUBE ETENDU	70
FIG III-13 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 70% (Cas non vieillis) : TRACTION MODELE TUBE ETENDU	71
FIG III-14 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une gum (Cas non vieillis) : COMPRESSION MODELE TUBE ETENDU	71
FIG III-15 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (Cas non vieillis) : COMPRESSION MODELE TUBE ETENDU	72
FIG III-16 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 70% (Cas non vieillis) : COMPRESSION MODELE TUBE ETENDU	72
FIG III-17 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une Gum (Cas 70°C) avec : $\varphi_c=0.000001$, $\varphi_e=0.8$, $\varphi_\beta=0.2$	73
FIG III-18 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une Gum(Cas 100°C) avec : $\varphi_c=0.000001$, $\varphi_e=1$, $\varphi_\beta=0.2$	73
FIG III-19 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une Gum (Cas 125°C) avec : $\varphi_c=0.000001$, $\varphi_e=1.4$, $\varphi_\beta=0.2$	74
FIG III-20 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (Cas 70°) avec : $\varphi_c=0.00001$, $\varphi_e= 1.45$, $\varphi_\beta=1.2$	74
FIG III-21 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (Cas 100°) avec : $\varphi_c=0.00001$, $\varphi_e= 1.4$, $\varphi_\beta=1.0$	75
FIG III-22 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (Cas 125°) avec : $\varphi_c=0.000001$, $\varphi_e=1.4$, $\varphi_\beta=0.9$	75

FIG III-23 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 70% (Cas 70°) avec : $\varphi_c=0.02, \varphi_e=2.1, \varphi_\beta=3.7$	76
FIG III-24 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 70% (Cas 100°) avec : $\varphi_c=0.019, \varphi_e=1.9, \varphi_\beta=2.1$	76
FIG III-25 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 70% (Cas 125°) avec : $\varphi_c=0.019, \varphi_e=1.7, \varphi_\beta=1.7$	77
FIG III-26 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une Gum (Cas 70°) avec : $\varphi_c=0.07, \varphi_e=0.081, \varphi_\beta=1.2$	77
FIG III-27 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une Gum (Cas 100°) avec : $\varphi_c=0.071, \varphi_e=0.08, \varphi_\beta=1.0$	78
FIG III-28 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une Gum (Cas 125°) avec : $\varphi_c=0.072, \varphi_e=0.082, \varphi_\beta=0.07$	78
FIG III-29 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (Cas 70°) avec : $\varphi_c=0.072, \varphi_e=0.082, \varphi_\beta=0.07$	79
FIG III-30 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (Cas 100°) avec : $\varphi_c=0.07, \varphi_e=0.08, \varphi_\beta=0.01$	79
FIG III-31 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (Cas 125°) avec : $\varphi_c=0.065, \varphi_e=0.069, \varphi_\beta=0.0009$	80
FIG III-32 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 70% (Cas 70°) avec : $\varphi_c=0.05, \varphi_e=0.09, \varphi_\beta=0.009$	80
FIG III-34 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 70% (Cas 100°) avec : $\varphi_c=0.049, \varphi_e=0.089, \varphi_\beta=0.005$	81
FIG III-35 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 70% (Cas 125°) avec : $\varphi_c=0.048, \varphi_e=0.088, \varphi_\beta=0.002$	81
FIG III-36 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une Gum (Cas 70°) avec : $\gamma_1=0.5, \gamma_2=0.01, \gamma_3=0.3, \gamma_4=0.02$	82
FIG III-37 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une Gum (Cas 100°) avec : $\gamma_1=0.45, \gamma_2=0.01, \gamma_3=0.27, \gamma_4=0.04$	82

FIG III-38 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une Gum (Cas 125°) avec : $\gamma_1=0.4, \gamma_2=0.097, \gamma_3=0.25, \gamma_4=0.05$	83
FIG III-39 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (Cas 70°) avec : $\gamma_1=0.55, \gamma_2=0.02, \gamma_3=0.4, \gamma_4=0.05$	83
FIG III-40 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (Cas 100°) avec : $\gamma_1=0.51, \gamma_2=0.018, \gamma_3=0.05, \gamma_4=0.03$	84
FIG III-41 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (Cas 125°) avec : $\gamma_1=0.49, \gamma_2=0.017, \gamma_3=0.39, \gamma_4=0.04$	84
FIG III-42 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 70% (Cas 70°) avec : $\gamma_1=0.25, \gamma_2=0.027, \gamma_3=0.5, \gamma_4=0.048$	85
FIG III-43 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 70% (Cas 100°) avec : $\gamma_1=0.23, \gamma_2=0.026, \gamma_3=0.4, \gamma_4=0.045$	85
FIG III-44 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 70% (Cas 125°) avec : $\gamma_1=0.32, \gamma_2=0.033, \gamma_3=0.42, \gamma_4=0.05$	86
FIG III-45 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une Gum (Cas 70°) avec : $\gamma_1=0.05, \gamma_2=0.001, \gamma_3=0.2, \gamma_4=0.3$	86
FIG III-46 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une Gum (Cas 100°) avec : $\gamma_1=0.02, \gamma_2=0.001, \gamma_3=0.15, \gamma_4=0.29$	87
FIG III-47 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une Gum (Cas 125°) avec : $\gamma_1=0.08, \gamma_2=0.0099, \gamma_3=0.2, \gamma_4=0.25$	87
FIG III-48 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (Cas 70°) avec : $\gamma_1=0.1, \gamma_2=0.85, \gamma_3=0.01, \gamma_4=0.31$	88
FIG III-49 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (Cas 100°) avec : $\gamma_1=0.98, \gamma_2=0.77, \gamma_3=0.01, \gamma_4=0.29$	88
FIG III-50 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (Cas 125°) avec : $\gamma_1=0.95, \gamma_2=0.70, \gamma_3=0.097, \gamma_4=0.26$	89
FIG III-51 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 70% (Cas 70°) avec : $\gamma_1=0.9, \gamma_2=1.0, \gamma_3=0.05, \gamma_4=0.09$	89

FIG III-52 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 70%
(Cas 100°) avec : $\gamma_1=0.75, \gamma_2=0.8, \gamma_3=0.05, \gamma_4=0.06$ 90

FIG III-53 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 70%
(Cas 125°) avec : $\gamma_1=0.5, \gamma_2=0.6, \gamma_3=0.045, \gamma_4=0.07$ 90

ANNEXES

FIG A1 : Les monomères98

FIG A2 : Les types de copolymères99

FIG A3 : Les types de homopolymères99

FIG A4 : familles des polymères100

FIG A5 : Les élastomères101

FIG A6: Les applications des élastomères102

FIG B2 : Schéma de fonctionnement du code ABAQUS104

FIG B3 : L'interface Abaqus CAE105

FIG C1 : Compilation et linking110

FIG D1 : Essai de traction uniaxial113

FIG D2 : Essai de compression114

FIG D4 : Courbe d'essai d'traction simple115

FIG D5 : Courbe d'essai de compression uniaxiale116

FIG D6 : Courbe d'essai de glissement pur116

FIG D7 : Courbe d'essai de traction biaxiale117

FIG D8 : Courbe d'essai de traction biaxiale188

FIG D9: Modèle tube, (°) essais de Treloar, (-) modèle Tube $G_c=0.266\text{MPa}, G_e=0.111, \beta=0.375$ 118

FIG D10 : modèle tube, (°) essais de Kawabata et al., (-) modèle Tube $G_c=0.266\text{MPa}, G_e=0.111, \beta=0.375$. [1]119

FIG D 11: modèle tube étendu, (°) essais de Treloar, (-) modèle Tube $G_c=0.202\text{MPa}, G_e=0.153, \beta=0.178, \delta=0.0856$. [1]120

FIG D12 : modèle tube étendu, (°) essais de Kawabata et al., (-) modèle Tube $G_c=0.202\text{MPa}, G_e=0.153, \beta=0.178, \delta=0.0856$ 120

FIG E-1 : Influence de paramètre G_c sur le comportement de la gum : tube.....	121
FIG E-2 : Influence de paramètre G_e sur le comportement de la gum : tube.....	121
FIG E-3 : Influence de paramètre β sur le comportement de la gum : tube.	122
FIG E-4 : Influence de paramètre G_c sur le comportement de la gum: tube étendue	122
FIG E-5 : Influence de paramètre G_e sur le comportement de la gum : tube étendue	123
FIG E-6 : Influence de paramètre β sur le comportement de la gum: tube étendue.....	123
FIG E-7 : Influence de paramètre δ sur le comportement de la gum: tube étendue	124

Liste des tableaux

TAB I-1 : Les températures de transitions vitreuses de quelques élastomères:	14
TABI-2 : Les principales conditions d'exposition qui engendre un vieillissement	26
TAB I-3 : Sensibilité des polymères à l'hydrolyse	30
TAB I-4 : La croissance bactérienne sur la surface des élastomères	31
TAB I-5: Limite de fluage des polymères en traction et compression	32
TAB I-6 : L'effet de la tenue de fluage sur quelques caractéristiques	32
TAB I-7 : Stabilisant anti-oxygène	33
TAB A-1 : Vieillissement des élastomères	102

Liste des symboles

T_g : Température de transition vitreuse

E : Module de Young

λ_i : Extensions principales

t : Temps

V : Volume déformé

V_0 : Volume initial

$\partial\Omega$: Frontière de la configuration courante

$\partial\Omega_0$: Frontière de la configuration initiale

Ω : Configuration courante

Ω_0 : Configuration initiale

M : Point matériel dans la configuration courante

M_0 : Point matériel dans la configuration initiale

x : Position de point matériel dans la configuration courante

X : Position de point matériel dans la configuration initiale

\vec{u} : Vecteur déplacement

Φ : Fonction de transformation de Ω_0 à Ω

$\bar{\bar{C}}$: Tenseur de dilatation

$\bar{\bar{I}}$: Tenseur d'identité

$\bar{\bar{F}}$: Gradient de la transformation

$\bar{\bar{F}}^t$: Transposé de gradient de la transformation

$\bar{\bar{B}}$: Tenseur Cauchy-Green gauche

I_1 : Le premier invariant de tenseur de dilatation C

I_2 : Le deuxième invariant de tenseur de dilatation C

I_3 : Troisième invariant de tenseur de dilatation C

W : Energie de Déformation

W_D : Thème déviatorique de l'énergie de déformation

W_H : Thème hydrostatique de l'énergie de déformation

\bar{S} : Tenseur de Piola-Lagrange

$\bar{\sigma}$: Tenseur de contrainte de Cauchy

$\bar{\pi}$: Tenseur de Boussineq

δ_{ij} : Symbole de Kronecker

ν : Coefficient de lamé

ρ : Densité

Résumé

Dans ce travail, nous intéressons à l'étude et la simulation de comportement mécanique des élastomères vieillis .

On entame cette étude par une exposition générale sur les élastomères ainsi que l'explication de phénomène de vieillissement et ses effets sur le comportement des caoutchoucs. (Chapitre I)

Ensuite, nous présenterons les lois de comportement hypérelastiques isotrope, en citant les différents modèles phénoménologiques et physiques qui sert à la simulation de comportement hypérelastiques isotope des élastomères. (Chapitre II)

Finalement, en basant sur des approches physiques (modèle tube et tube étendu), nous étudions l'identification paramétrique des modèles aux cas vieillis et non vieillis des élastomères, qui sont déjà programmés sur le langage Fortran et implémentés dans le code de calcul Abaqus. Une étude comparative entre les résultats numériques obtenus et les résultats expérimentaux est présentée a la fin de chapitre. (Chapitre III)

Mots clés

Elastomères, Hypérelasticité, Vieillissement, Abaqus, Fortran

Objectif

Le premier but de cette étude est de tester la capacité qualitative et quantitative des modèles hypérelastiques (modèle tube et tube étendu) de simuler le phénomène de vieillissement des élastomères aux essais de traction et compression uniaxiaux.

Le deuxième but de cette étude est de découvrir et maîtriser à la fois l'outil de conception Abaqus et le langage de programmation Fortran.

Introduction générale

Les élastomères, couramment nommés caoutchoucs, sont vastement utilisés dans tous les domaines d'industrie, on citera à titre d'exemple :

- Domaine automobile : pneumatiques et les supports de moteurs
- Domaine ferroviaire : les suspensions secondaire de voitures de TGV.
- Domaine aéronautique : les éléments de liaison entre le rotor et les pâles d'hélicoptères.

Cette vaste utilisation des élastomères est expliquée par ses multiples et divers propriétés mécaniques illustrées par la grande déformabilité de l'ordre de quelques centaines de pourcent, et le comportement non linéaire ou hypèrélastique...etc.

Le comportement non linéaire ou hypèrélastique des caoutchoucs est caractérisé traditionnellement par les lois de comportement hypèrélastique. Ces lois de comportement sont schématisées par :

- Les modèles purement phénoménologiques : qui reproduisent des données expérimentales en négligeant le sens physique des constantes matérielles.
- Les modèles purement physiques : qui accordent le comportement du matériau à la nature des réseaux de macromolécules qui le constituent.

Le première chapitre de ce travail donnera une vue générale sur les élastomères, son histoire et ses divers caractéristiques mécaniques. A la fin de chapitre nous exposerons le phénomène de vieillissement, en expliquant en détail ses effets sur les caoutchoucs.

Le second chapitre portera des rappels de la mécanique des milieux continus en grande transformation, ainsi que des rappels sur les différentes grandeurs tensorielles utilisées dans la simulation des comportements hypèrélastiques isotropes. Les modèles phénoménologiques et physiques serviront à la modélisation de comportement non linéaire des élastomères sont exposés a la fin de ce chapitre.

Dans le troisième chapitre, nous formulons l'énergie de déformation de tube et tube étendu, et nous calculons ses dérivées partielles, qui sont insérées plus tard dans un langage de programmation Fortran, qui sera ensuite implémenté dans le code de calcul Abaqus. Les résultats des modèles tube et tube étendu seront comparés aux résultats expérimentaux disponibles. Nous terminons ce chapitre par l'application des modèles tube et tube étendu sur des élastomères vieillis par température, en comparant en suite les données numériques obtenues par les modèles hypérelastiques et les données expérimentales fournis par littérature.

I-1 Introduction

Au cours de ce premier chapitre, nous donnerons une description générale des élastomères à travers :

- Leur histoire : en partant de moment de leurs découvertes jusque nous jour.
- leurs propriétés mécaniques : en citant l'effet Mullins, l'incompressibilité, l'élasticité non-linéaire, ...etc.
- Le phénomène de vieillissement : en expliquant son mécanisme et en exposant ses différents types et effets sur le comportement des élastomères.

I-2 Histoire des élastomères

I-2-1 Origine végétale

Le caoutchouc naturel est un extrait de l'**Hevea Brasilinsis**, il est principalement localisé dans les forêts d'Amazonie (Brésil) [1]. La culture de **Hevea Brasilinsis** nécessite une haute température, humidité, importantes précipitations et basses latitudes. Ces dernières critères climatique minimise les zones d'exploitation en monde, on site : la Malaisie, l'Asie du sud est, L'Afrique de l'ouest,...



FIG I-1: Hevea Brasilinsis. [1]



FIG I-2: Gum. [2]

I-2-2 Bref histoire caoutchouc naturel

Le terme caoutchouc est d'origine indien « caa-o-chu » qui signifie « L'arbre qui pleure »[1]. Nombreuses civilisations comme les Incas, les Mayas, Les olmèques et Aztèques lui donnent un caractère sacré [1]. Hors des considérations religieuses le caoutchouc représente aussi des vertus thérapeutiques (toux chronique,..).

En 1735, les premières applications voient le jour en Europe, grâce à la redécouverte Charles Marie de La Condamine.

En 1791, Peal dépose le premier brevet relatif au caoutchouc : l'imperméabilisation des vêtements.

En XIX^{ième} siècles, la première fabrique de caoutchouc est créée à Paris, qui fabrique des bandes des jarretières et bretelles. Dans le même chemin, Michelin construit en 1830 un atelier de confection de balles pour enfants. 9 ans plus tard, l'américain Goodyear s'aperçoit de l'action de la chaleur sur un mélange caoutchouc soufre. Hancock découvre le procédé vulcanisation et déposera un brevet.

En 1888, l'industrie de caoutchouc se lance rapidement avec l'apparition de pneumatiques, cette dernière est développée par John Dunlop et les frères Michelin.

Entre 1941 et 1945, la production de SBR (Styrène Butadiène Rubber) passe de 230 à 731000 tonnes. Les deux chocs pétroliers de 1973 et 1979 vinrent donner un coup d'arrêt au développement exponentiel des caoutchoucs synthétiques (une hausse de 10% du prix du baril donnant une hausse de l'ordre de 5% sur celui du SBR). Il s'ensuit un véritable regain d'intérêt pour le caoutchouc naturel et de nouvelles opportunités commerciales et technologiques.

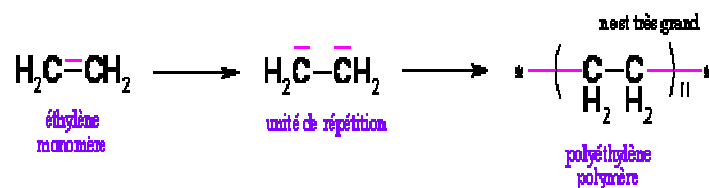
I-3 Généralités sur les polymères

I-3-1 Définitions de base

- Polymère

Un polymère est une macromolécule formée de l'enchaînement covalent d'un très grand nombre d'unités de répétition qui dérivent d'un ou de plusieurs monomères (qui sont également appelés motifs) et préparée à partir de molécules appelées monomère.[2]

Exemple :



- **Monomère**

C'est un composé constitué de molécule simple pouvant réagir avec autres monomères pour donner un polymère. (Voir annexe A)

Exemple : Ethylène : $-\text{CH}_2-\text{CH}_2-$

- **Copolymère**

C'est un polymère qui contient ou moins deux monomères différents. On distingue 4 modes de copolymères : statistique, alterné, séquencé et greffé. (voir annexe A)

- **Homopolymère**

C'est un polymère qui contient des monomères tous identiques. On distingue trois modes de homopolymères : linéaire, branché et étoilé. (Voir annexe A)

- **Polymérisation**

C'est la réaction qui nous permet d'obtenir des polymères ou des macromolécules en liant les monomères à des composés de masse moléculaires élevées [2]. On a trois sortes de polymérisation :

- **Polymérisation en chaîne**

Les monomères s'associent sans réaction d'élimination simultanée.

- **Polymérisation par addition**

Les monomères présentent une double liaison carbone-carbone ($\text{C} = \text{C}$), celle-ci peut s'ouvrir pour devenir ($-\text{C} - \text{C} -$), et à laquelle d'autres monomères peuvent se lier.

- **Polymérisation par condensation**

Au cours de la polycondensation, les monomères s'associent avec élimination simultanée d'atomes ou de groupes d'atomes.

I-3-2 Structures des polymères

L'architecture des polymères est extrêmement variée, elle peut être linéaires, ramifiés ou réticulés, de même elle peut être amorphe ou cristalline.

- **Polymères linéaires**

Les polymères linéaires sont constitués de grandes chaînes de monomères reliés entre eux par des liaisons covalentes.

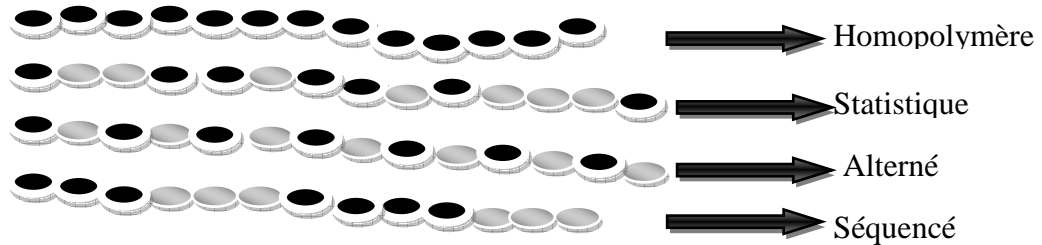


FIG I-3 : Polymères linéaires.

- **Polymères ramifiés**

Des chaînes homopolymériques ou copolymériques peuvent se greffer sur d'autres chaînes au cours de la polymérisation.

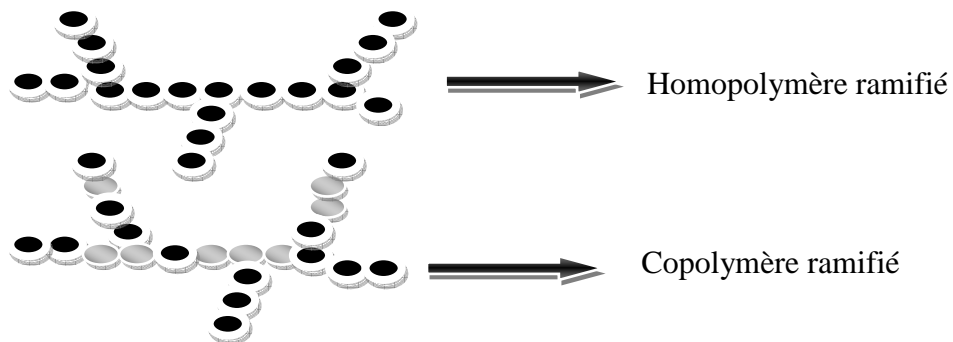


FIG I-4 Polymère ramifié.

- **Polymères réticulés**

La réticulation correspond à la formation de liaisons chimiques suivant les différentes directions de l'espace au cours d'une polymérisation, d'une polycondensation ou d'une polyaddition, et qui conduit à la formation d'un réseau.

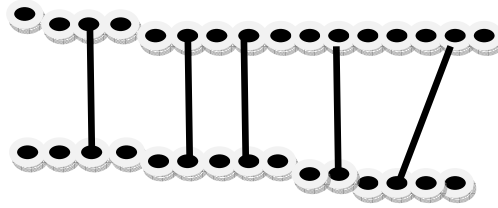


FIG I-5 : Polymère réticulé.

- **Polymères Amorphes et cristallins**

Les chaînes macromoléculaires peuvent être organisées de façon aléatoire dans l'espace et constituer ainsi une phase amorphe, de même elles peuvent être rangées régulièrement [2].

Dans un polymère, les deux états ordonnés et désordonnés peuvent exister dans un même matériau qui est alors de nature semi-cristalline.

I -3-3 Classes des polymères

On peut classer les polymères selon leurs polymérisations en trois classes :

- **Les Thermoplastiques : polymérisation par addition**

C'est un plastique qui a été moulé à chaud (au dessus du point de fusion) et il est utilisé à froid.

➤ **Application**



FIG I-6 : Domaine d'application des thermoplastiques. [2]

- **Les Thermodurcissables : polymérisation par condensation**

C'est un plastique qui a été moulé à chaud et a été réticulé à cette température. Il ne pourra plus jamais changer d'état. Il devient résistant à la température.

➤ **Application**



FIG I-7 : Domaine d'application des thermodurcissables. [2]

• **Les élastomères : polymérisation par réticulation**

➤ **Application**



FIG I-8 : Domaine d'application des élastomères [2]

I-4 Généralités sur les élastomères

I-4-1 Structure des élastomères

La terminologie « élastomère » regroupe des matériaux ayant des compositions chimiques différentes, mais une structure moléculaire et des propriétés mécaniques similaires [1].

Les élastomères sont des matériaux amorphes constitués de chaînes macromoléculaires de différentes longueurs.

Un élastomère est un ensemble de chaînes de polymères linéaires ou ramifiés dont la caractéristique est de pouvoir supporter des très grandes déformations. Il est obtenu par une polymérisation (par réticulation) des monomères.

Un élastomère seul n'est pas un produit efficace mécaniquement, On lui ajoute toujours des charges pour améliorer ses propriétés mécaniques.

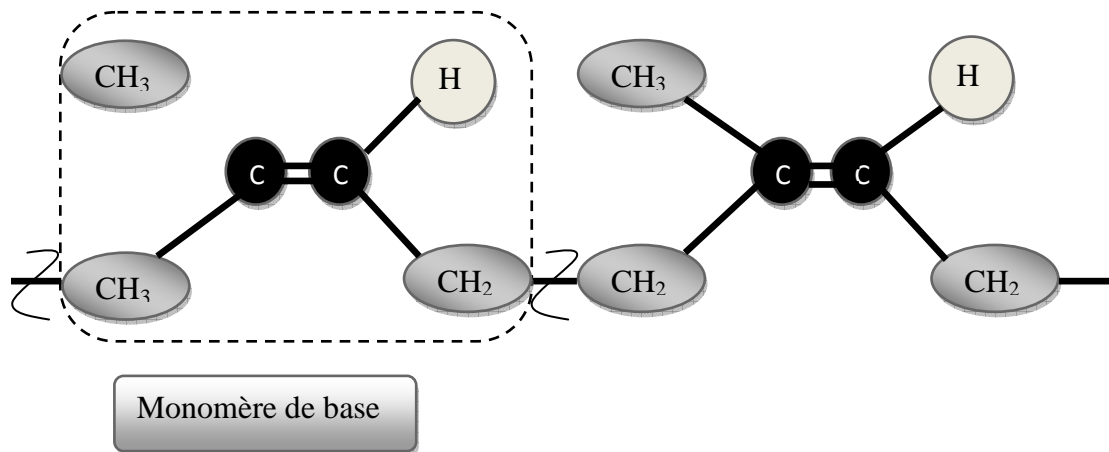


FIG I-9 : Polyisoprène.

I-4-2 Chimie des élastomères

De point de vue chimique, le caoutchouc naturel est obtenu par la polymérisation de polyisoprène(Latex) de formule chimique $(C_5H_8)_n$, tel que $n=1000$. [1]

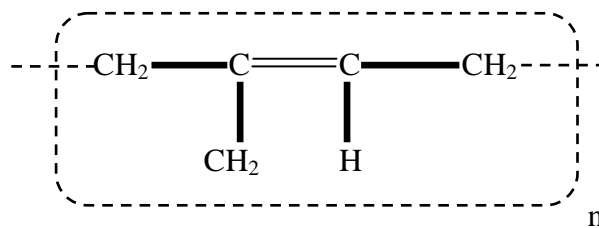


FIG I-10 : Polyisoprène.

La formation de caoutchouc synthétique repose sur le même principe, les monomères (issus hydrocarbures insaturés) de départ sont des molécules renferment au moins une double liaison, qui permet un réarrangement des liaisons conduisant a la formation d'une longue chaine macromoléculaire.

Les élastomères obtiennent ses caractéristiques après la vulcanisation et la polymérisation de caoutchouc brut. Ce dernier doit subir des traitements chimiques.

Parmi ces traitements chimiques, la vulcanisation, qui consiste à malaxer le caoutchouc brut et l'ajouter de soufre après on chauffe le mélange, ce mélange se transforme en un matériau élastique, stable d'une gamme vaste de température et résiste en fluage sous contrainte. au cours de cette procédée les longues molécules en chaîne du élastomère se trouve chimiquement unies à des chaînes adjacentes par formation des liaisons pontales.

Ces réticulations (liaisons pontales) éliminent le comportement de type fluide avec un écoulement libre, après polymérisation les macromolécules forment un réseau tridimensionnel sans direction privilégiée.

Le pouvoir des élastomères à subir des grandes déformations est dû à la nature repliée de ces chaînes : elles peuvent être étirées et s'orienter elles mêmes dans la direction de l'allongement, les liaisons les poussant à revenir à l'état initial quand la contrainte est relâchée.

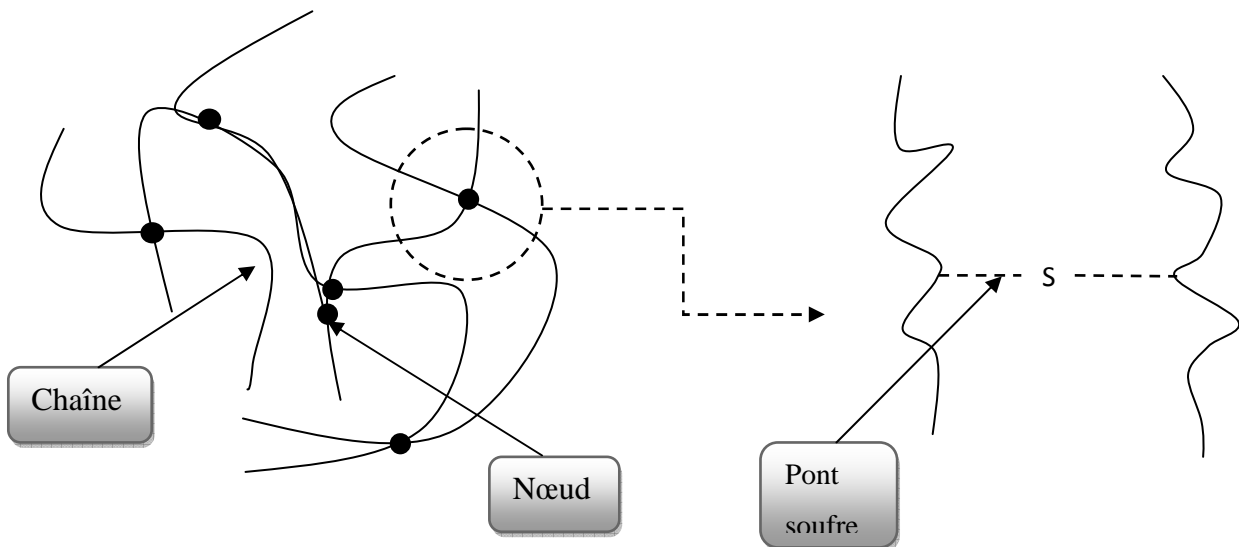


FIG I-11 : La réticulation.[1]

Les élastomères comportent 10 à 20 composants différentes, ces composants sont nécessaires pour :

- **la vulcanisation** : soufre, oxyde de zinc,...
- **La protection** : antioxygènes...
- **Ramollissement** : huiles, graisses, acides gras,..
- **Colorent le vulcanisât** : oxyde de zinc, lithopone.

I-4-3 familles des élastomères

On distingue différents familles des élastomères (Voir annexe A), parmi eux on va citer :

- **Caoutchoucs naturels ou synthétique** :
 - Caoutchouc naturel : symbolisé par **NR** ;
 - Polyisoprène : symbolisé par **IR**.
- **Caoutchoucs BUNA** :
 - Copolymère styrène butadiène : symbolisé par **SBR** ;
 - Polymère de butadiène : symbolisé par **BR**.
- **Caoutchoucs éthylène propylène diène** :

- Trepolymère éthylène-propylène-diène : symbolisé par **EPDM** ;
- **Silicones** :
 - Polydiméthylsiloxane : symbolisé par **MQ** ;
 - Polydiméthylvinylméthsiloxane : symbolisé par **VMQ** ;
 - Silicones fluorés : **FVMQ**.

I-4-4 La température de la transition vitreuse

Le comportement mécanique des polymères présente deux températures caractéristiques : la température de transition vitreuse T_g de la phase amorphe et la température de fusion T_m de la phase cristallisée [3], donc on distingue plusieurs états de matières :

- **Etat vitreux** : caractérise les verres qui ont une très faible déformabilité.
- **Etat de transition** : une phase de transition significative de l'état quasi-fragile à un état de grande déformabilité.
- **Etat caoutchoutique** : Les polymères (élastomères) possèdent une grande déformabilité et un comportement visqueux.
- **Etat d'écoulement** : les polymères comporte comme un fluide non-newtonien quasi-incompressible fortement visqueux.

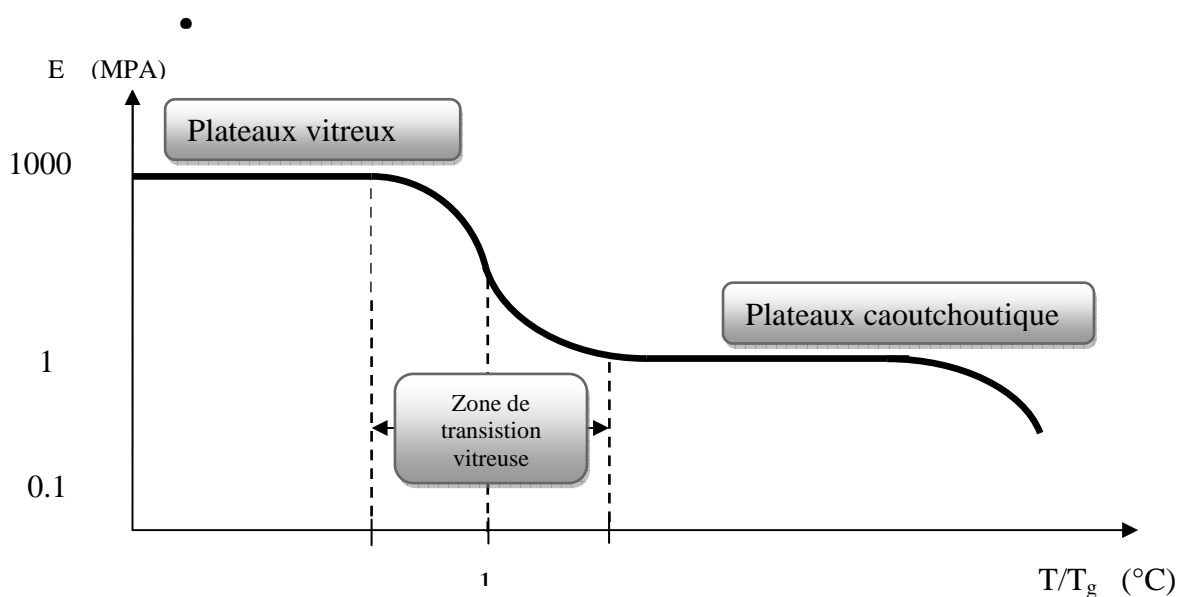


FIG I-12 : La température de transition vitreuse.

Remarque :

- La température de transition vitreuse T_g des élastomère, varie de -10°C à -120°C .
- La température de transition vitreuse d'un élastomère est inférieure à la température ambiante.
- Au dessous de T_g : la mobilité des molécules est d'autant plus faible que la température baisse, l'élastomères a une forte rigidité et une faible capacité de déformation.
- Au dessus de T_g : l'élastomères est à l'état caoutchoutique. La mobilité des molécules est proportionnelle la température, à haute température l'élastomère se décompose.

Le tableau ci-dessous représente la température de la transition vitreuse des différents élastomère :

Elastomère	désignation	T_g ($^{\circ}\text{C}$)
polybutadiène	BR	-112
Polychloroprène	CR	-45
Caoutchouc naturel	NR	-72
Elastomère fluoré	FKM	-18 à -50

TAB I-1 : Les températures de transitions vitreuses de quelques élastomères. [3]

I-4-5 Les charges

D'après Blow et Hepburn 1982 :

« Une charge renforçant est une charge qui augmente les modules et compense, en même temps, la faiblesse éventuelle d'autres propriétés (résistance à la rupture, à déchirement, à l'abrasion,...) des vulcanisât » [4]

Les charges sont des ingrédients qui permettent d'améliorer les propriétés mécaniques des élastomères tel que : La résistance à la rupture et la dureté.

Il existe deux types de charges :

- **Les charges noires** : on peut citer les noirs de carbones, souvent les plus utilisées à cause de son caractère renforçant.

- **Les charges claires** : peuvent être des renforçantes comme les silices, ou des semi-renforçantes comme les argiles et les Kaolins, ou des inertes comme les craies.

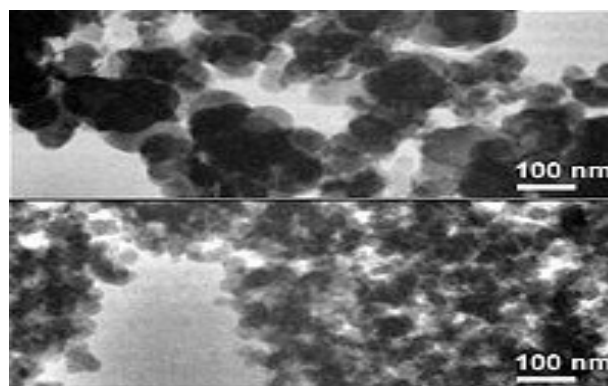


FIG I-13 : Les charges noires de carbone. [5]

- **L'effet de taux de charge sur le comportement mécanique [1]**

La figures ci-dessous illustre l'effet de taux de charge sur la contrainte nominale.

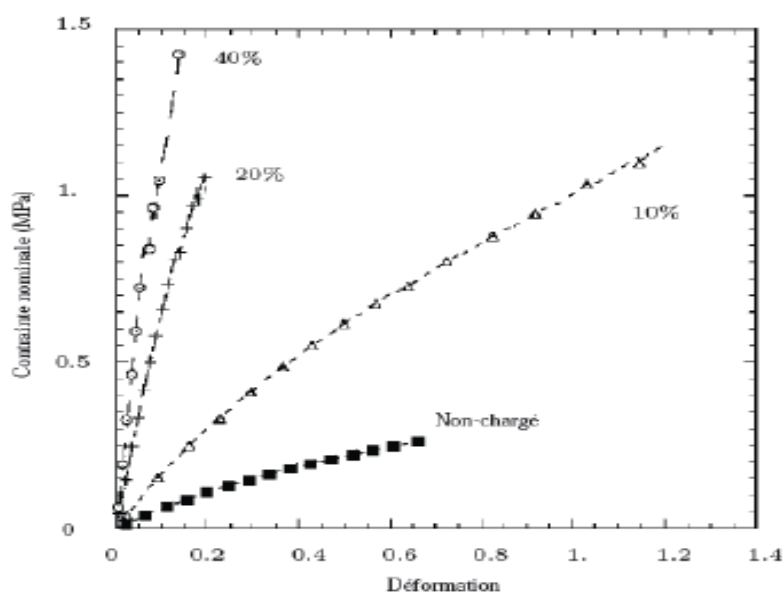


FIG I-14 : L'effet de taux de charge sur le comportement mécanique. [1]

I-4-6 Les applications des élastomères

L'industrie de transformation des élastomères représente une grande importance dans l'économie mondiale. Cette importance est illustrée par une production annuelle qui dépasse les 20 millions de tonnes de NR et caoutchouc synthétique (IR).

On peut classer les élastomères selon leurs utilisations en trois catégories (voir ANNEXE A) :

- **Les élastomères à usage général:** Il s'agit essentiellement des NR, IR , SBR et BR. Ils sont utilisés en : automobiles, bâtiment, le grand public,..
- **Les élastomères à usage spéciaux :** Ces élastomères ont une bonne résistance aux liquides agressifs, une stabilité à hautes et basses température et bonne tenue au vieillissement. Ils sont utilisés en industrie pharmaceutique, nucléaire,...
- **Les caoutchoucs à usages très spéciaux :** Représente d'excellentes tenues chimiques et thermiques, ils sont utilisés en industries aéronautiques, spatiales et chimiques.

I-5 Les propriétés mécaniques

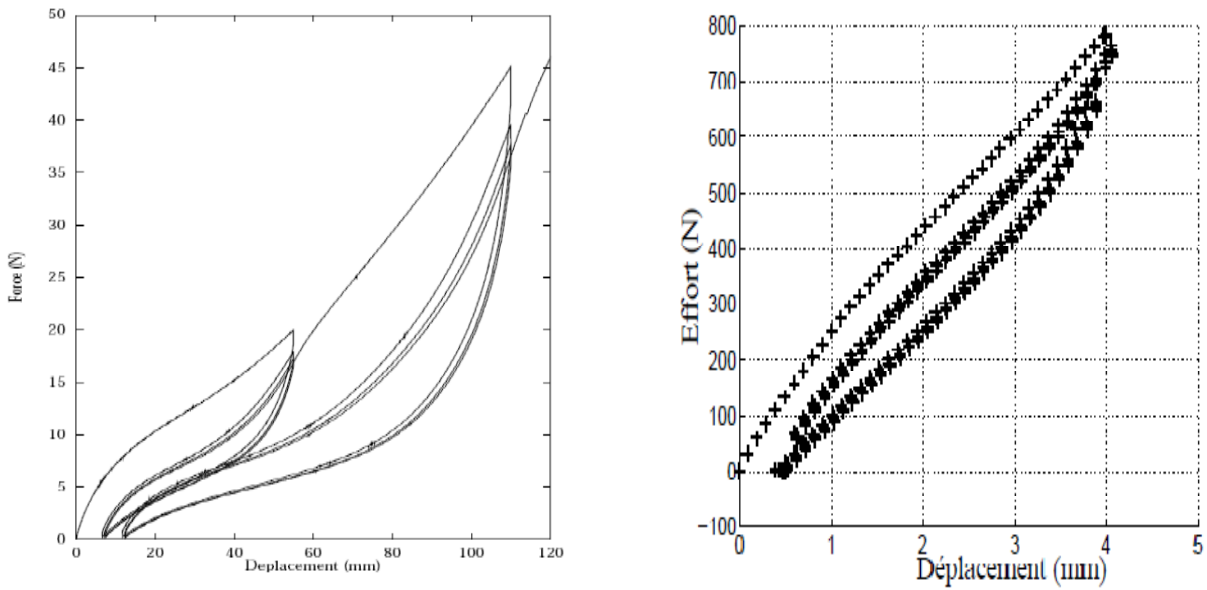
I-5-1 L'effet Mullins

- **Définition :**

Ce phénomène représente l'un des caractéristiques remarquables des caoutchoucs, il consiste un adoucissement de comportement après premières sollicitations (accommodation) [1].

Cet adoucissement a été observé pour la première fois par Bouasse et Carrière, et a été longuement étudié par Mullins en 1947. Il suggéra quelques interprétations physiques de ce phénomène qui porte aujourd'hui son nom. Il se manifeste beaucoup plus pour tous les élastomères chargés que pour les élastomères non chargés.

Si on applique un chargement sur un élastomère vierge de déformations, on observe une diminution de raideur lors des premiers cycles, il ya stabilisation après 3 ou 5 cycles [1]. Les courbes ci- dessous illustrent l'effet de Mullins :



FIGI-15 : Effet Mullins. [1]

• Explication de l'effet de Mullins :[1]

Plusieurs explications sont proposées, certaines le relie à un endommagement des liaisons entre chaînes ou rupture des liaisons à faible énergie,... La figure ci-dessous représente à échelle microscopiques l'origine de l'effet de Mullins.

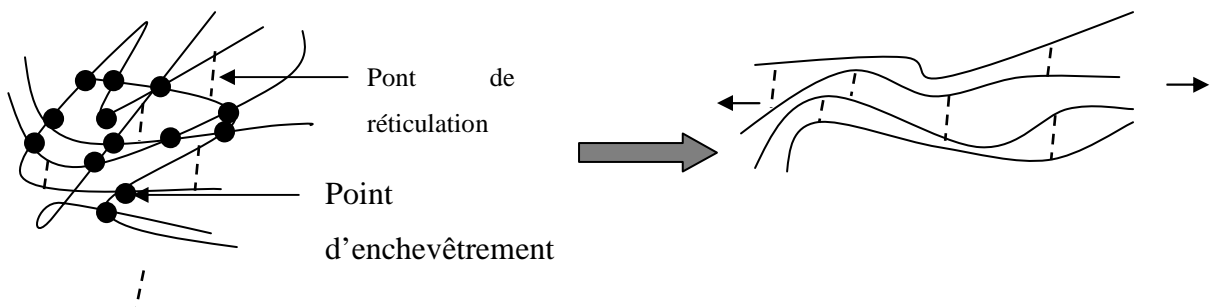


FIG I-16 : d'origines microscopiques de l'effet Mullins. [1]

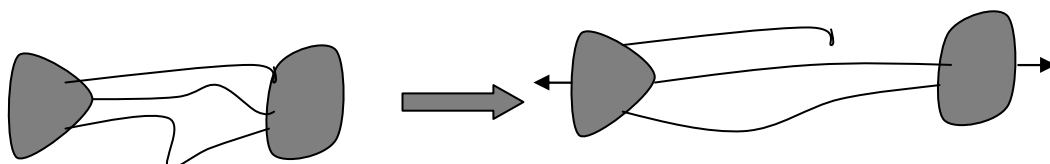


FIG I-17 : d'origines microscopiques de l'effet Mullins. [1]

Considérons un échantillon de caoutchouc vierge de toute déformation soumis à une sollicitation uniaxiale quasi-statique, quand l'élastomère est étiré jusqu'à une extension λ_1 , les contraintes suivent la courbe noté dans la fig. par CH1, et lors de déchargement la contrainte prend un chemin déférent de CH1 noté CH'1. Nous étirons à nouveau l'échantillon jusqu'à un 'extension λ_2 bien supérieur à λ_1 , les contraintes suivent une autre fois le chemin CH'2 jusque à atteindre la valeur $\lambda = \lambda_1$, puis continuent sur le chemin CH2 prolongeant le chemin CH1, en déchargeant les contraintes parcourent le chemin CH'2 au dessous de chemin CH2. En continuant le processus, les contraintes correspondantes à l'extension $\lambda_3 > \lambda_2$ parcourent le chemin CH'2-CH3, et à la décharge elles suivent le chemin CH'3.

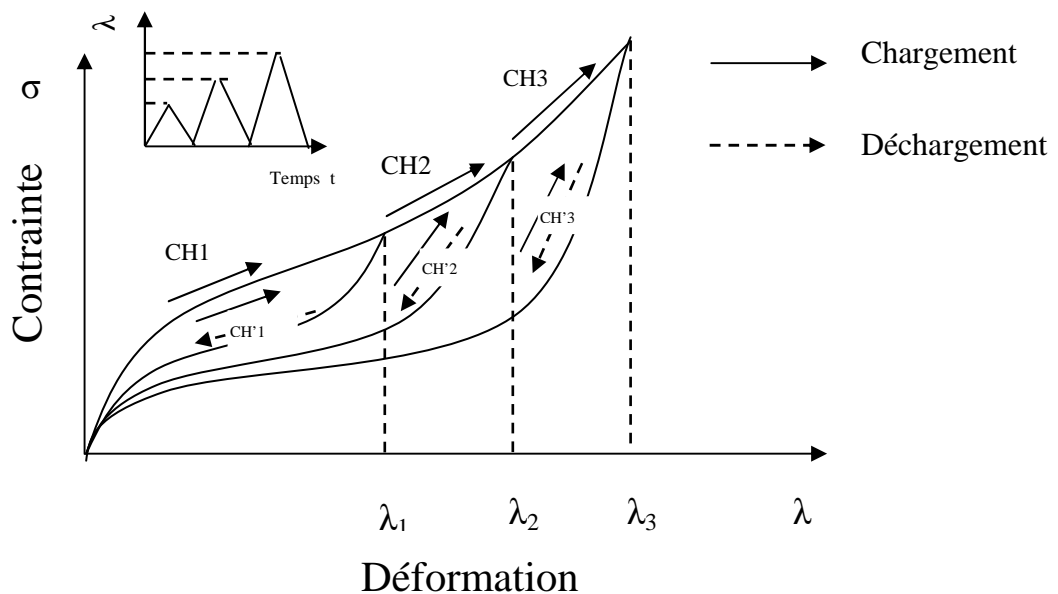


FIG I-18 : Explication de l'effet Mullins.

- **Recouvrance de phénomène**

Les élastomères recouvraient partiellement ou totalement leurs comportements de façon lente à température ambiante. Par contre le recouvrement est accéléré à haute température [1]. Par exemple : recouvrance de 50% de comportement après 60 minutes à 100°C .

Le degré d'adoucissement n'est pas le même dans toutes les directions (anisotropie) [1], le comportement mécanique anisotropie se développe lorsque matériau est sollicité.

L'adoucissement dans la direction perpendiculaire à l'extension est inférieur à la moitié de l'adoucissement dans la direction d'étirement [1].

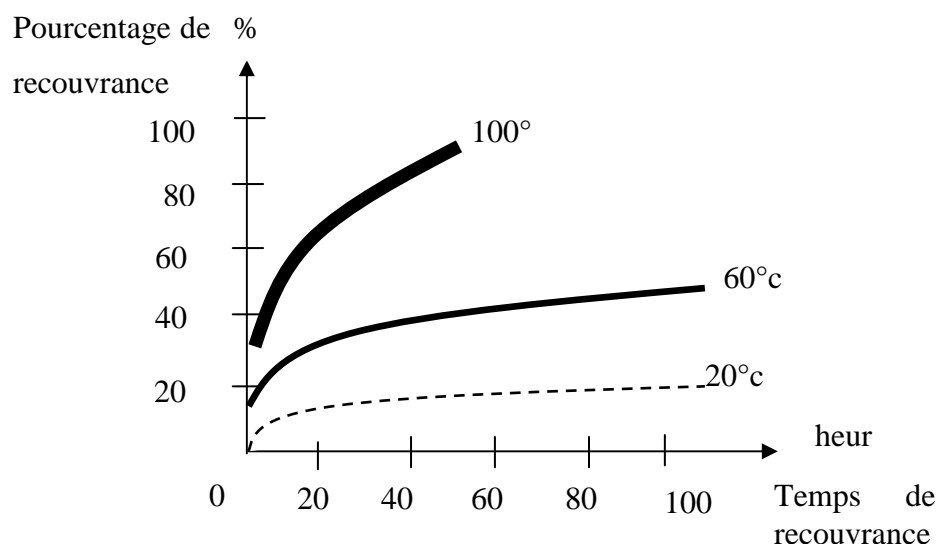


FIG I-19 : Recouvrance de l'effet de Mullins. [1]

I-5-2 L'effet Payne [1]

Dans le stade des déformations inférieur à 10%, les élastomères non chargés (gomme) montrent un comportement linéaire. Autrement dit le module de Young E et le module de cisaillement G ne dépendent pas de taux de déformation. Par contre, si on introduit des charges, le comportement se manifeste de manière non-linéaire. Donc, l'addition des charges a un fort impact sur le comportement statique et dynamique de caoutchouc [1]. Ce phénomène est appelé l'effet de Payne.

On constate que l'effet de Payne est influencé par les paramètres des charges : la concentration, la distribution, les caractéristiques chimique de la surface et la température. L'effet de Payne augmente avec la fraction des charges.

A faible déformation, on observe un plateau au module dans le plateau caoutchoutique. Le module de conservation E' diminue lorsque la déformation augmente,

cette décroissance est associée à un maximum de perte de l'énergie du module de perte traduisant une dissipation de l'énergie d'autant plus grand que la chute de E' est élevée.

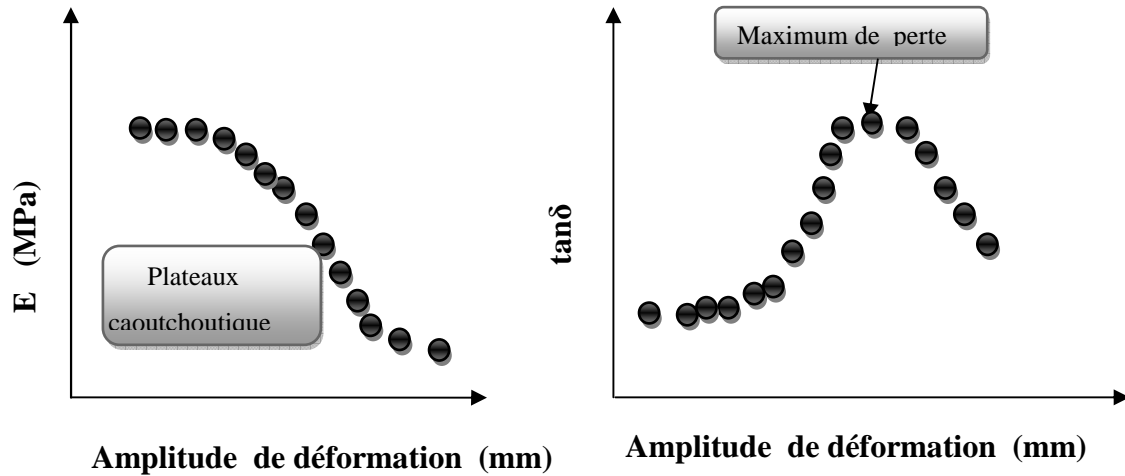


FIG I-20 : L'effet Payne.[1]

L'effet de Payne est attribué à une rupture de réseau de charge, ou à des mécanismes liées à des interfaces charge matrice. Une destruction partielle de réseau de charges, suite à la déformation de la matrice, engendre une chute de module dynamique.

I-5-3 La viscoélasticité

Si on applique des chargements dynamiques, Le comportement des élastomères s'écart du comportement hypérelastiques, a cause de l'existence de processus irréversibles [1].

Ce processus est considéré viscoélastique non-linéaire, ce qui se traduit par deux type phénomène :

- **Fluage sous déformation constante** : à long terme



FIG I-21 : Fluage sous déformation constante.[1]

- **Comportement hystérique sous chargement cyclique :** a court terme

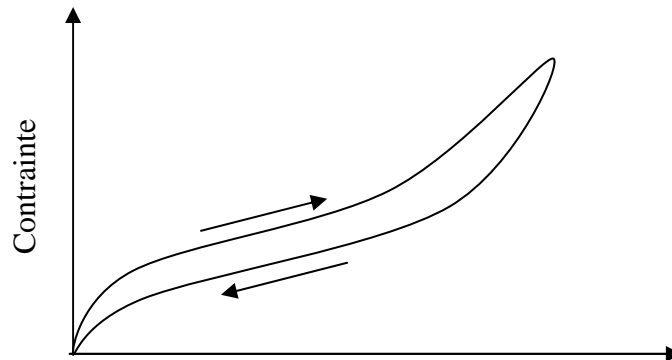


FIG I-22 : comportement hystérique sous chargement cyclique. [1]

I-5-4 Incompressibilité

L'incompressibilité représente l'un des caractéristiques connues du comportement des élastomères, elle est illustrée par une déformation sans variation de volume lors des sollicitations ne faisant pas intervenir les efforts hydrostatiques importants [1].

En effet, cette caractéristique est considérée comme idéale, car les essais expérimentaux prouvent que les élastomères sont compressibles [1]. La figure ci-dessous présente l'allure obtenue lors d'un essai de compression hydrostatique.

Cette essai nous montre que la vitesse de compression n'a aucun effet sur la réponse d'élastomère, puisque les deux courbe sans étroitement coïncidées.

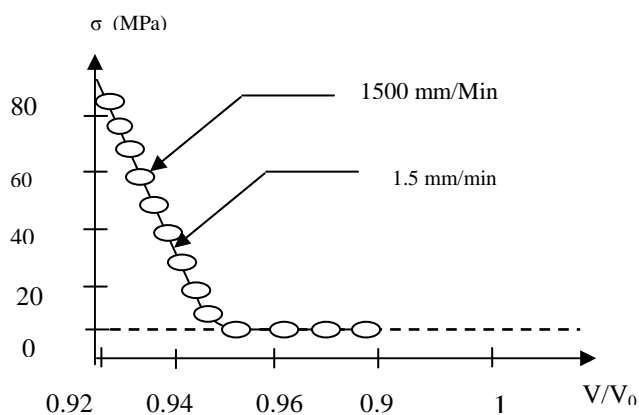
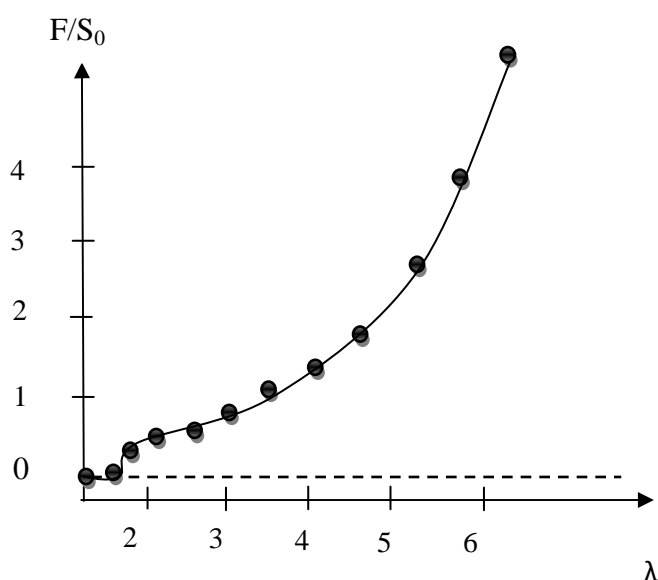


FIG I-23 : L'influence de la vitesse de compression sur la réponse d'élastomère. [1]

La courbe se compose de deux parties, une première partie horizontale non significative qui correspond à la mise en place de l'échantillon. Une deuxième partie droite qui nous permet d'établir une relation entre la variation de volume et l'effort de compression hydrostatique exercé.

I-5-5 Elasticité non linéaire en grande déformation [1]

Les élastomères sont bien connus pour leurs grandes capacités de supporter de grandes déformations élastiques, cette propriété – élasticité- justifie dans la plupart des cas l'utilisation vaste des caoutchoucs dans l'industrie. La figure ci-dessous montre le comportement des élastomères sous sollicitation.



FIGI-24 : Comportement non-linéaire des élastomères [1]

La réponse élastique non linéaire des élastomères est due à sa structure microscopique. Cette élasticité non linéaire est expliquée par trois phénomènes qui manifestent lors de la sollicitation :

- **Un faible allongement (de 0 à 50 %) :** les chaînes commencent à déplier, qui engendre évidemment une rupture des quelques liaisons secondaires.
- **Alignement des chaînes dans la direction des sollicitations (de 50 à 350 %) :** les chaînes se déplient complètement et s'alignent dans la direction d'effort. Cet alignement apparaît sous faible contrainte malgré que les déformations peuvent être importantes.

- **Augmentation sensible de la contrainte (de 350 à 500) :** à ce moment là la déformation tend vers une valeur limite, donc on est dans une zone de raidissement.

En revanche, après déchargement des élastomères, la déformation permanente n'aura pas lieu. L'absence de cette dernière traduit clairement l'élasticité des caoutchoucs. Pour rappel, l'élasticité de ces matériaux est due aux liaisons covalentes, points enchevêtrement, points de réticulations et les liaisons entre les charges et chaînes.

I-5-6 Amplification des déformations

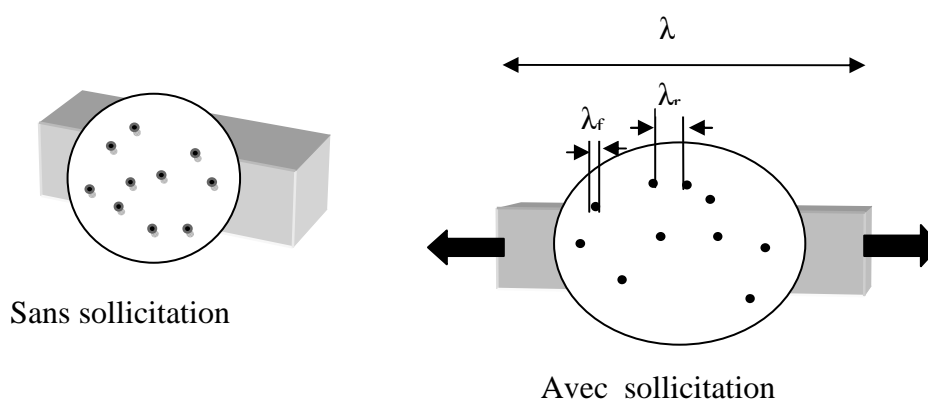


FIG I-25 : phénomène d'amplification des déformations

La plupart des théories tendent vers la décomposition de la déformation macroscopique en deux :

- Une déformation de la matrice.
- Une déformation des charges.

Les charges sont considérées comme indéformables, car elles sont infiniment rigides devant la matrice polymérique, donc l'extension λ_f est égale à 1. A cet effet, on peut définir le comportement du matériau en connaissant l'extension de la matrice λ_r en fonction des extensions macroscopiques λ du matériau et de taux volumique de la charge v [1].

En effet, il y a amplification des déformations, car l'extension de la matrice λ_r est bien supérieure à l'extension des déformations macroscopiques λ .

I-5-7 Hystérésis

Lors des essais de chargement cyclique une différence est observée entre les efforts mesurés lors du chargement et les efforts mesurés lors du déchargement, ce phénomène est appelé hystérésis. Il y a dissipation d'énergie sous forme de chaleur. La quantité d'énergie dissipée correspond à l'aire entre les courbes [1]. Cette hystérésis peut être d'origine visqueuse ou non.

Si l'on trace sur un même diagramme force/déplacement la réponse à faible vitesse d'une éprouvette en caoutchouc, la courbe de retour ne se superpose pas à la courbe allée. Il y a hystérésis, mettant en évidence l'existence de frottements internes dans le matériau [1]. Les éléments libres des chaînes moléculaires glissent les uns sur les autres, entraînant un frottement sec interne générateur de perte d'énergie.

Ce phénomène dissipatif est une fonction de la structure du matériau (taux de cristallisation, nombre de liaisons secondaires, ...).

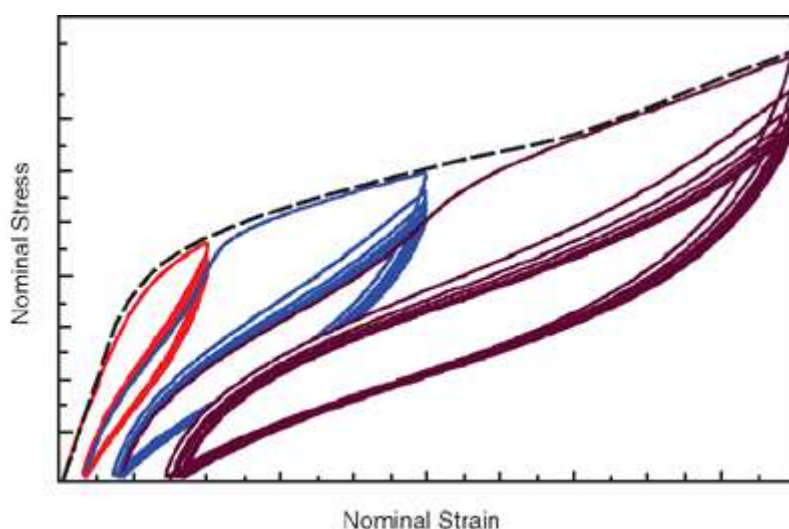


FIG I-26 *Chargement cyclique de traction uniaxiale avec variation de la déformation maximale imposée.*

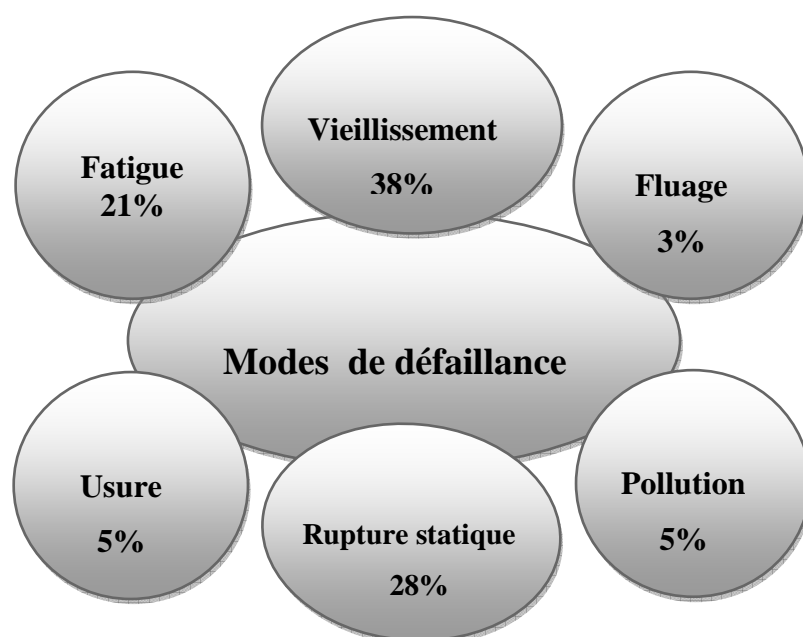
I-6 Vieillissement des élastomères

I-6-1 Définition de vieillissement

On appelle vieillissement toute altération lente et réversible des propriétés (mécanique, physicochimique,...) d'un matériau, résultant de son instabilité propre ou d'effets

de l'environnement [3]. Cette altération peut concerner la structure chimique des élastomères ou des adjuvants (vieillessement chimique), la composition du matériau, ou son état physique : taux de cristallinité, contraintes internes,...

Le phénomène de vieillissement représente le mode de défaillance le plus répandu avec un pourcentage de 38%. Autrement dit, une part importante des ruptures résultent des conditions d'environnement (humidité, température, produits chimiques,...). La figure ci-dessous schématise les différentes proportions des modes de défaillance.



FIGI- 27 : Mode de défaillance

Les élastomères présentent des propriétés quelque peu antagonistes (opposantes), par exemple le NBR résiste aux huiles et graisses, mais ne résiste plus aux eaux.

I-6-2 Les Origines de vieillissement [3]

Les traces de pollution représentent l'un des premiers indices d'un vieillissement d'un élastomère. Ce vieillissement se caractérise par la présence des débris et dépôt gras sur la surface de matériau.

On peut diviser les origines de vieillissement en deux causes principales :

• **Causes externe**

Le vieillissement peut être les résultats des faits externes : la température, humidité, UV, milieu gazeux,....., en présence ou non des contraintes mécanique.

• **Causes interne**

Le vieillissement peut être les résultats des faits internes : la migration des additifs, poursuite de réticulation, poursuite de la cristallisation,....

La Tableau ci-dessous représente les principales conditions d'exposition qui engendre un vieillissement.

Réactifs chimiques	Oxygène et Ozone Eau Catalyseur : - Oxydes de soufre. - Oxyde d'azote.
Sources d'énergies	Chaleur Radiation Mécanique
Autres facteurs	Additifs divers Effet catalytiques des métaux de transition

TABI-2 : Les principales conditions d'exposition qui engendre un vieillissement.[3]

I-6-3 Les mécanismes de vieillissement [3]

On distingue trois types de vieillissement : physique, chimique et sous contrainte :

I-6-3-1 vieillissement Physique

Le vieillissement physique est le phénomène où la structure chimique n'est pas affectée. Donc on a seulement des modifications sur le plan morphologique.

Le vieillissement physique peut être classé en deux catégories :

- **Résultant de transfert de masse**

C'est lié à la pénétration de solvant ou à la disparition de plastifiants.

- **La pénétration des solvants**

La pénétration des solvants conduit à une plastification du polymère. La plastification détruit partiellement les interactions entre chaînes et transforme le matériau rigide en matériau plus flexible.

Sous contraintes mécaniques, les arrangements morphologiques créent, entraînant, une chute des propriétés mécaniques, une chute de la transition vitreuse, une augmentation de l'allongement à rupture, une variation dimensionnelle. La figure ci-dessous représente les étapes de la pénétration des solvants.

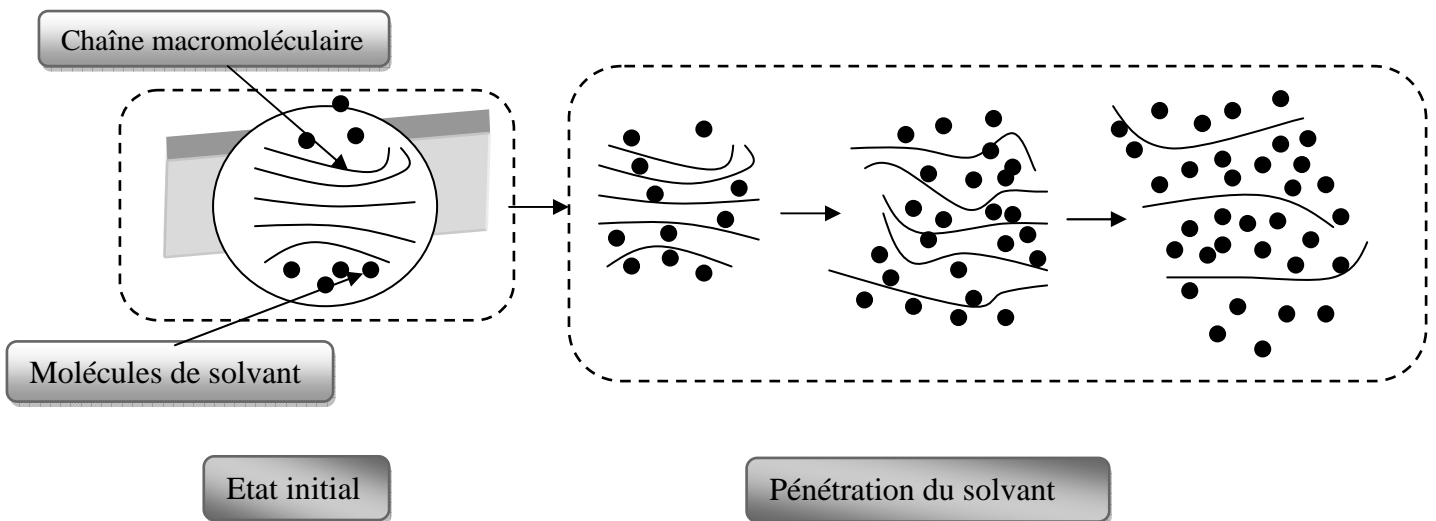
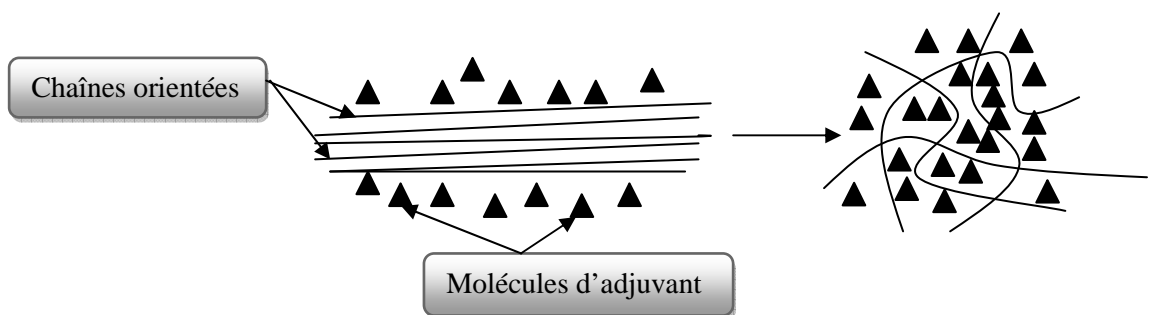


FIG I-28 : Phénomène de pénétration des solvants [3]



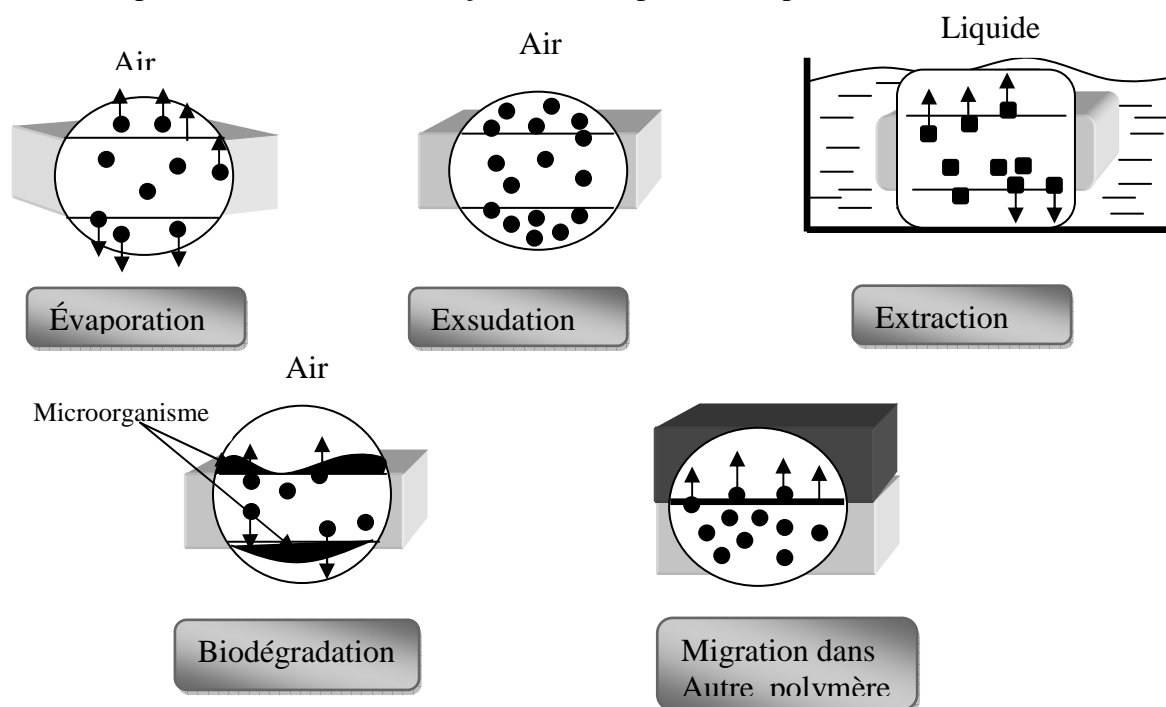
FIGI-29 : phénomène de gonflements

Des phénomènes de gonflements différentiels peuvent se produire entre la résine et les charges ou additif qui n'absorbent pas, ce qui entraîne une fissuration interne.

➤ La disparition des plastifiants

La pénétration des solvants peut causer l'extraction des plastifiants et des additifs sans dégrader l'élastomère [4].

Egalement, la disparition des plastifiants peut se faire par évaporation, biodégradation ou migration vers un autre polymère. La figure ci-dessous représente les différentes façons de la disparition de plastifiants.



FIGI-30 : Les mécanismes de disparition des plastifiants

Un élastomère résiste très bien aux huiles et graisses à température élevée, mais il peut se dégrader rapidement en contact avec l'eau en phase vapeur

• Sans transfert de masse

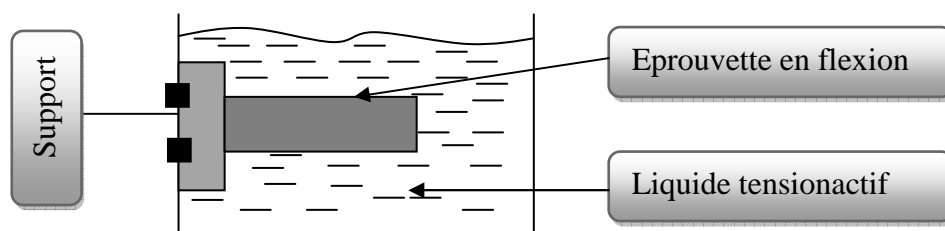
C'est lié à fissuration sous contrainte mécanique en milieu tension actif et dilations différentielles due à la température.

➤ **Fissuration sous contrainte mécanique en milieu tension actif**

Un élastomère mis en contact avec un solvant ou une solution tensioactive, et soumis sous contraintes externes ou internes, il ya apparition des fissurations et rupture du seul fait des tensions superficielle [3].

La figure ci-dessous représente le dispositif expérimental pour la mise en évidence de la fissuration en milieu tension actif.

On observe une fissure dans la zone la plus sollicitée (partie convexe). La durée de vie peut définie de façon conventionnelle comme étant le temps au bout duquel 50% des éprouvettes se sont rompues.



FIGI-31 : Dispositif d'essai sur Fissuration sous contrainte mécanique en milieu tension actif

➤ **Dilatation différentielles**

Les variations de température peuvent entrainer des délitations différentielles, créant des contraintes internes qui peuvent se libérer dans le temps et occasionner des dommages.[3]

I-6-3-2 vieillissement Chimique [4]

On classe suivant le vieillissement chimique en plusieurs types : thermique (pyrolyse ou hydrolyse), photochimique et biodégradation.

- **Vieillissement thermique-oxydatif**

La température joue un rôle crucial par rapport à l'oxydation. La température d'utilisation dépend fortement de la température de la transition vitreuse et de la

température de fusion. Elles doivent être inférieures à 50°C et 80°C, pour éviter l'oxydation, la dégradation chimique et de fluage.

- **Vieillessement chimique en milieu liquide-hydrolyse**

L'hydrolyse est le fait de nombreux polymères qui portent des liaisons susceptibles d'interagir avec la molécule d'eau. Le tableau ci-dessous représente la sensibilité ou non des polymères à l'hydrolyse.

Formulation	PE	PP	PVC	PC
Phospho nitrique	+	+	+	-
Amine	+	+	+	-
Alcalin fort complexant tension actif	+	+	+	-
Alcalin moyen complexant tension actif	+	+	+	-

TAB I-3 : Sensibilité des polymères à l'hydrolyse. [3]

- **Vieillessement photochimique [3]**

Ce genre de vieillissement est dû à la lumière solaire et au rayonnement UV, agit ensemble avec autres facteurs comme l'humidité, la pluie, les polluants, la température.

Changement de couleur est l'un des actions remarquables de vieillissement photochimique, surtout pour les PVC, PS, PE et les PP.

- **Vieillessement par biodégradation [3]**

Le vieillissement par biodégradation est le fait des micro-organismes comme : moisissures, levures et bactéries. Les micro-organismes agissent superficiellement sur le polymère

Les organismes vivants peuvent synthétiser des biopolymères comme : Protéines, acides nucléique et cellulose. Aussi, ils sont capables de coloniser et dégrader des polymères synthétiques. La dégradation constatée se limite alors une altération de la couleur et de la surface.

Matériau	Croissance bactérienne (% surface)
PMMA, PC ABS	0
PVC, PETP, SB	1 :<10
PE	2:<10-30
PVC PLASTIDIE	3 :<30-60
PUR	4 :<60-100

TAB I-4 : La croissance bactérienne sur la surface des élastomères. [3]

I-6-3-3 Vieillessement Sous contrainte [3]

Le fluage est l'aspect le plus important de la viscoélasticité des matériaux polymères.

La sensibilité au fluage dépend des liaisons intermoléculaires de faible énergie.

On se trouve ce type de dégradation dans divers cas pratique : citerne et réservoir, chargement en compression de pièce,..

Matières plastiques	Limite de fluage en traction MPa				En compression
	20°C	80°C	90°C	120°C	20°C
Polystyrène	30-40	15-25			55-65
PVC	50				80
ABS	45-60	30-40	≤30		50-70
polycarbonate	50-150	45-110	40-100	30-80	50-170

TAB I-5: Limite de fluage des polymères en traction et compression. [3]

	Effet sur la tenue au fluage
Poids moléculaires	Son accroissement permet de retarder l'apparition de fluage
Cristallinité	Améliore la résistance en fluage si la température $\geq T_g$
Réticulation	S'oppose au fluage
Les charges	Améliore la tenue au fluage
Forme de la pièce	La présence de raidisseurs améliore la tenue au fluage.

TAB I-6 : L'effet de la tenue de fluage sur quelques caractéristiques. [3]

I-6-4 Prévion des vieillissements [3]

Pour prévoir le vieillissement il faut suivre des démarches, ces dernières sont classées comme suite :

- **Validation du cahier des charges et choix de matériau :** C'est la première démarche à suivre, elle consiste à définir le cahier de charge en sachant un maximum d'informations sur l'utilisation réelle de la pièce.
- **Choix des stabilisants :** La cinétique de vieillissement est inhibée en ajoutant divers stabilisants à chaque réaction de stabilisation et chaque classe de polymère. On peut citer : stabilisant thermiques, antioxydants, anti UV...[3].

Le tableau ci-dessous schématise un exemple de stabilisants antioxygène.

Action de stabilisant	Type de stabilisant	Concentration requise
Anti-oxygène	Noirs de carbone Phénols Mercaptans Amines phosphite	$\leq 1\%$

TAB I-7 : Stabilisant anti-oxygène. [3]

- **Essais climatiques :** Les essais climatiques sont utilisés afin d'apprécier la tenue dans le temps des pièces en polymères dans les conditions de utilisation.[3]

I-7 Conclusion

Ce chapitre on a permet d'une manière brève d'acquérir les notions générales sur la structure chimique des élastomères et leurs principales propriétés mécaniques, et l'influence de ces dernières sur le comportement des caoutchoucs.

De même, ce chapitre on a donné une vue claire sur le vieillissement des élastomères. Aussi, il est évoqué l'effet de ce phénomène sur le comportement des caoutchoucs.

Les caractéristiques multiples des élastomères, surtout sa non-élasticité, sont généralement modéliser par un comportement de type hypérelastiques. Ce diversement des propriétés à donner naissance à plusieurs modèles basées sur des considérations phénoménologiques ou physique.

II-1 Introduction

Ce deuxième chapitre a pour objective d'exposer les pluralités modèles hyperélastiques qui permettent de modéliser les diverses caractéristiques mécaniques des élastomères.

Dans un premier lieu, nous rappellerons les notions de tenseur de déformation ainsi de tenseur de dilatation et ses invariants. Ensuite passerons à la cinématique des milieux continus.

Dans un second lieu, nous parlerons sur les lois de comportement hyperélastique et les matériaux hyperélastiques.

Finalement, nous exposerons les modèles hyperélastiques, en citant les caractéristiques et les limites de chaque modèle.

II -2 Des rappels sur la Mécaniques des Milieux Continus

II-2-1 Notion de déformation et le tenseur de déformation

On dira qu'un milieu continu en mouvement subit des déformations si les distances relatives des points matériels varient au cours de temps.[1]

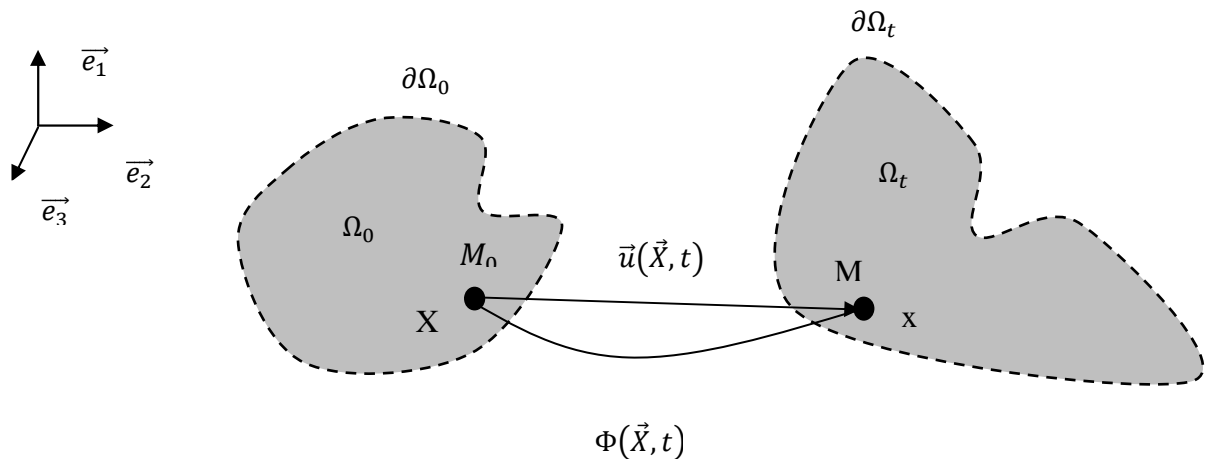


FIG II-1 : Déformation d'un milieu continu.

La position de chaque particule M sera donc déterminée si on connaît sa position dans la configuration de référence et une fonction Φ telle que :

$$\overline{x(t)} = \Phi(\overline{X}, t) \tag{II-1}$$

En différenciant l'équation ci-dessus on obtient :

$$\overline{dx(t)} = \nabla\Phi(\overline{X}, t)\overline{dx(t)} = \overline{\overline{F}}\overline{dx(t)} \tag{II-2}$$

$\overline{\overline{F}}$ est appelé tenseur gradient, il permet le passage de la configuration actuelle $\overline{\Omega}_0$ à la configuration courante $\overline{\Omega}(t)$.

En effet, le tenseur gradient décrit la transformation locale au voisinage d'une particule. Le déterminant de $\overline{\overline{F}}$ est toujours positive quelque soit t.

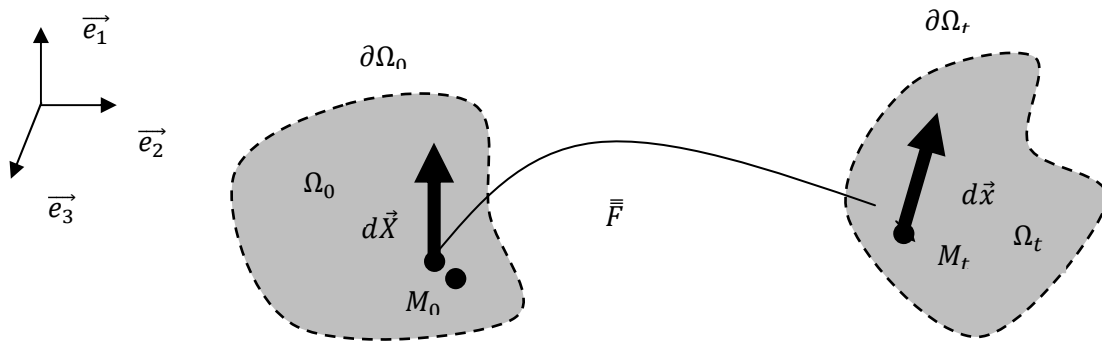


FIG II-2 : Tenseur de transformation.

$$F_{ij} = \frac{\partial \Phi_i}{\partial X_j} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial X_1} & \frac{\partial x_1}{\partial X_2} & \frac{\partial x_1}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_2}{\partial X_1} & \frac{\partial x_2}{\partial X_2} & \frac{\partial x_2}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial X_1} & \frac{\partial x_3}{\partial X_2} & \frac{\partial x_3}{\partial X_3} \end{bmatrix}$$

II-2-2 Tenseur de déformation

On définit le tenseur green-Lagrange par :

$$\begin{cases} \overline{\overline{E}}_\alpha = \frac{c_\alpha^2 - \overline{I}}{\alpha} \text{ si } \alpha \neq 0 \\ \overline{\overline{E}}_0 = \frac{1}{2} Ln C \text{ si } \alpha = 0 \end{cases} \tag{II-3}$$

- **Démonstration : Cas $\alpha=2$** $\bar{\bar{E}} = \frac{1}{2}(\bar{\bar{C}} - \bar{\bar{I}})$

Pour rendre compte des déformations autour d'une particule, on s'intéresse à l'évolution du produit scalaire de deux vecteurs matériels pris respectivement dans les configurations initiale et courante.

$$\text{Etat initiale : } \vec{X}, \vec{X} + \vec{dX}, \vec{X} + \vec{dX}' \xrightarrow{\bar{\bar{F}}} \text{Etat courante : } \vec{x}, \vec{x} + \vec{dx}, \vec{x} + \vec{dx}'$$

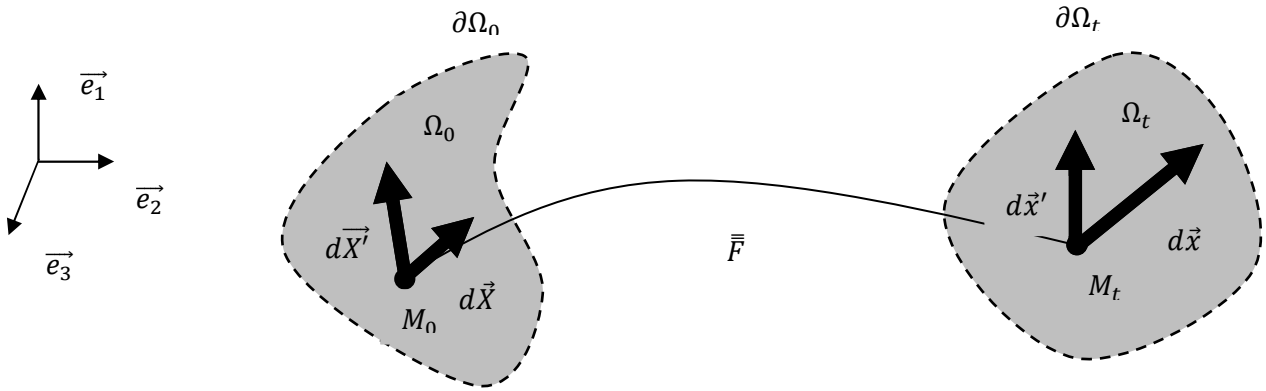


FIG II-3 : Déformation d'un milieu continu.

$$\vec{dx} \cdot \vec{dx}' = [\bar{\bar{F}} \vec{dX}]. [\bar{\bar{F}} \vec{dX}'] = \left[\frac{\partial x_k}{\partial X_i} dX_i \right] \cdot \left[\frac{\partial x'_k}{\partial X'_j} dX'_j \right] \quad (\text{II-4})$$

$$\vec{dx} \cdot \vec{dx}' - \vec{dX} \cdot \vec{dX}' = \left[\frac{\partial x_k}{\partial X_i} \cdot \frac{\partial x'_k}{\partial X'_j} - \delta_{ij} \right] dX_i dX'_j = [F_{ki} F_{kj} - \delta_{ij}] dX_i dX'_j \quad (\text{II-5})$$

$$\text{Soit : } \vec{dx} \cdot \vec{dx}' - \vec{dX} \cdot \vec{dX}' = 2 \vec{dX} \bar{\bar{E}} \vec{dX}' \quad (\text{II-6})$$

Tel que : $\bar{\bar{E}} = \frac{1}{2} [\bar{\bar{F}}^t \bar{\bar{F}} - \bar{\bar{I}}]$, $\bar{\bar{E}}$ est le tenseur de déformation, c'est une application symétrique qui dépend de la base choisie. Ces valeurs propre sont les mêmes avec celles du tenseurs $\bar{\bar{F}}^t \bar{\bar{F}}$.

II-2-3 Tenseur de dilatation

C'est un tenseur symétrique, il définit par :

- Tenseur Cauchy-green droit : Lagrangien.

$$\bar{\bar{C}} = \bar{\bar{F}}^t \bar{\bar{F}} \tag{II-7}$$

Remarque : Les valeurs propres de tenseur $\bar{\bar{C}}$ sont strictement positives.

- Tenseur Cauchy-Green gauche : Eulerien..

$$\bar{\bar{B}} = \bar{\bar{F}} \bar{\bar{F}}^t \tag{II-8}$$

II-2-4 les invariants de tenseur de dilatation

Le tenseur de dilatation $\bar{\bar{C}}$ est caractérisé par trois invariants I_1, I_2 et I_3 , ces invariants ne dépendent pas de la base choisie. Ils sont exprimés comme suit :

$$I_1 = tr(\bar{\bar{C}}) \tag{II-9}$$

$$I_2 = \frac{1}{2} \left[(tr(\bar{\bar{C}}))^2 - tr(\bar{\bar{C}}^2) \right] \tag{II-10}$$

$$I_3 = \det \bar{\bar{C}} \tag{II-11}$$

Considérons, un cube élémentaire se déformant en parallélépipède de dimension λ_1, λ_2 et λ_3 en gardant ses cotés de cube non déformé. Tel que λ_1, λ_2 et λ_3 représentent les extensions principales.

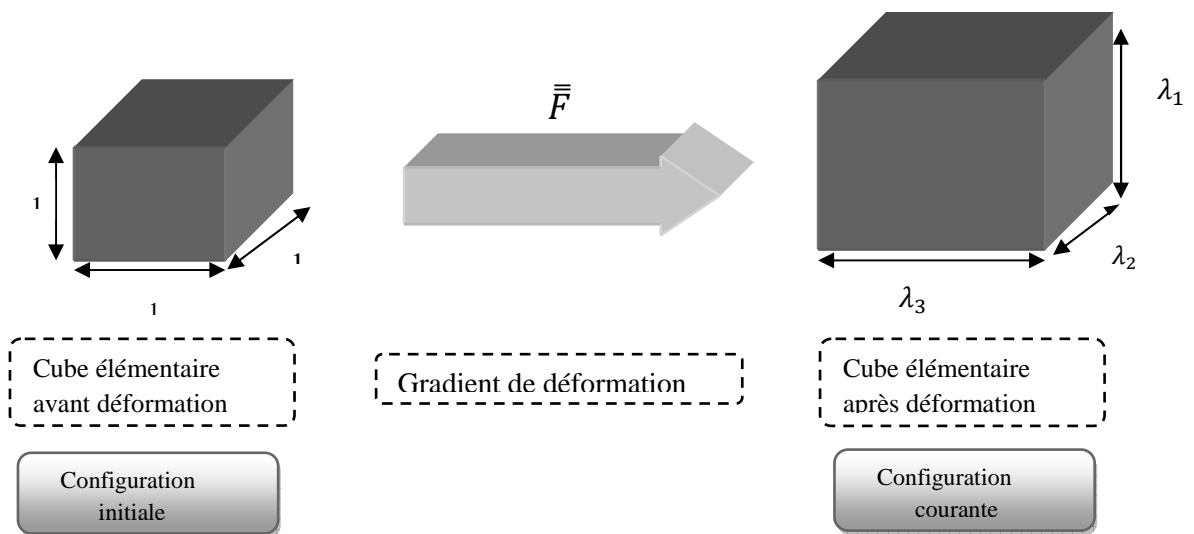


FIG II-4 : Déformation d'un cube élémentaire.

Configurartion initiale : 1,1,1 \longrightarrow configuration courante : $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$

Donc le tenseur gradient correspondant s'écrit :

$$\bar{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix}$$

D'où le tenseur de dilatation s'exprime comme suit :

$$\bar{\mathbf{C}} = \bar{\mathbf{F}}^t \bar{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^2 \end{bmatrix}$$

Les invariants de $\bar{\mathbf{C}}$ sont alors :

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (\text{II-12})$$

$$I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_1^2 \lambda_3^2 \quad (\text{II-13})$$

$$I_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \quad (\text{II-14})$$

II-2-5 La cinématique des milieux incompressibles

Comme nous avons déjà vu, les élastomères représentent souvent une certaine incompressibilité ou quasi-incompressibilité à l'état fondu [4].

Dans la cinématique de déformation, la prise en considération de l'incompressibilité se traduit par supposer que la transformation \mathbf{F} à lieu a volume constant. Cela, veut dire que le déterminant de tenseur de dilatation est égal à 1.

Donc on a :

$$I_3 = \det \bar{\mathbf{C}} = (\det \bar{\mathbf{F}})^2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 = 1 \quad (\text{II-15})$$

Dans le cas ou le matériau est peu compressible, une démarche consiste à supposer que le potentiel W peut se décomposer en deux terme :

- **Terme déviatorique : $W_D(I_1, I_2)$**
- **Terme hydrostatique : $W_H(I_3)$**

D'une manière générale :

$$W = W_D(I_1, I_2) + W_H(I_3) \quad (\text{II-16})$$

II-3 Les lois de comportement hypérelastiques

II-3-1 Généralité

Une loi de comportement est une fonctionnelle de réponse du matériau permettant de définir un lien entre l'état de contrainte et l'histoire des transformations de ce matériau.

Cette loi de comportement doit remplir trois principes :

- **Principe de causalité (déterminisme)**

Consiste à imposer que l'état de contrainte en un point et au temps t ne dépend que de l'histoire de la transformation du matériau jusqu'au temps t . [1]

NB : les transformations sont isothermes.

- **Principe de l'action local**

Ce principe impose que l'état de contrainte en point ne dépend que du voisinage du point. [1]

- **Principe d'objectivité (indifférence matérielle)**

La loi de comportement doit être indépendante de l'observateur ou de changement référentiel. [1]

II-3-2 Les matériaux hypérelastiques

Les matériaux hypérelastiques sont caractérisés par l'existence d'une énergie de déformation W dépendant uniquement de l'état de déformation courante $\bar{\mathbf{F}}$ et dont dérivent les contraintes.

En intervenant l'hypothèse d'incompressibilité, les différents tenseurs de contraintes s'écrivent en fonction W :

- **Tenseur de Piola-Lagrange** : écriture lagrangienne.

$$\bar{\mathbf{S}} = \frac{\partial W}{\partial \bar{\mathbf{C}}} - P \bar{\mathbf{C}}^{-1} \quad (\text{II-17})$$

Il est lagrangien et symétrique.

- **Tenseur des contraintes de Cauchy** : écriture eulérienne.

$$\bar{\sigma} = 2\bar{B} \frac{\partial W}{\partial \bar{B}} - P\bar{I} \quad (\text{II-18})$$

Il est eulérien et symétrique.

- **Tenseur de Boussinesq** : écriture mixte

$$\bar{\Pi} = \frac{\partial W}{\partial \bar{F}} - P\bar{F}^{-t} \quad (\text{II-19})$$

Il est non eulérien ni lagrangien, puisque il relie les contraintes dans l'état déformé à la facette non déformé. De plus, il n'est pas symétrique

Selon le principe d'objectivité, W peut s'écrire sous la forme d'une fonction scalaire exprimée en fonction de tenseur de dilatation. De plus, l'hypothèse d'isotropie, nous permet de exprimer W en fonction des seuls invariants I_1 et I_2 de \bar{C} .

On a donc :

$$W = W(I_1, I_2) \quad (\text{II-20})$$

en considérant λ_1, λ_2 et λ_3 , l'écriture ci-dessus devient :

$$W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \quad (\text{II-21})$$

Nous obtiendrons alors

$$S = 2 \left(\left[\frac{\partial W}{\partial I_1} + I_1 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right] \bar{I} - \frac{\partial W}{\partial I_2} \bar{C} \right) - P\bar{C}^{-1} \quad (\text{II-22})$$

$$\bar{\Pi} = 2F \left(\left[\frac{\partial W}{\partial I_1} + I_1 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right] \bar{I} - \frac{\partial W}{\partial I_2} \bar{C} \right) - PF^{-t} \quad (\text{II-23})$$

Dans les directions principales de σ :

$$\sigma_i = \lambda_i \frac{\partial W}{\partial \lambda_i} - p \quad i = 1, 3 \quad (\text{II-24})$$

$$\text{Ou : } \sigma_i = 2 \left[\lambda_i^2 \frac{\partial W}{\partial I_1} + \frac{1}{\lambda_i^2} \frac{\partial W}{\partial I_2} \right] - P \quad i = 1, 3 \quad (\text{II-25})$$

II-4 Les modèles hypérelastiques

II-4-1 Modèles phénoménologiques et empiriques

Les modèles phénoménologiques sont basés sur des considérations mathématiques et des mesures expérimentales qui négligent le sens physique des constantes de matériau [1]. Les modèles hypérelastiques sont caractérisés par la donnée d'une énergie libre W . Cette dernière dépend des invariants de tenseur de dilatation $\bar{\bar{C}}$ et $\bar{\bar{B}}$.

Le caoutchouc est isotrope, donc W peut s'écrire comme une fonction des dilatations principales λ_1, λ_2 et λ_3 .

Pour modéliser le comportement hypérelastiques, plusieurs modèles sont proposés, parmi eux on va citer :

II-4-1-1 Le modèle de Mooney (1940)

Mooney a considéré que le comportement du caoutchouc est linéaire en cisaillement simple.

- **Forme d'énergie de déformation :**

$$W = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_2 - 3) \quad (\text{II-26})$$

- **Caractéristique du modèle :**

- Bien adapté pour présenter les essais de Treloar sur NR, pour des déformations inférieures à 300% ;
- Adapté aussi pour rétablir les essais des Kawabata et al sur l'isoprène, pour des déformations inférieures à 100%.

II-4-1-2 Le modèle de Mooney-Rivlin (1948)

Rivlin a établi une extension du modèle de Mooney en dérivant W comme une série polynomiale en $(I_1 - 3)$ et $(I_2 - 3)$.

- **Forme d'énergie de déformation**

$$W = \sum_{i=0, j=0}^{\infty} C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad \text{avec } C_{00} = 0 \quad (\text{II-27})$$

- **Caractéristique du modèle :**

- Cette série, en expérimentation, est extraite à l'ordre 2 ou 3.

- L'extraction à l'ordre 3 nécessite de l'identification de 9 constantes.

II-4-1-3 Le modèle de Bidermen (1958)

Bidermen a pris la forme tronquée du modèle Mooney-Rivlin à l'ordre 3 en I_1 et à l'ordre 1 en I_2 .

- **Forme d'énergie de déformation**

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3 \quad (\text{II-28})$$

- **Caractéristique du modèle :**

- Approche mieux les essais de Treloar que le modèle Mooney.
- Améliore légèrement les résultats de Kawabata et al. en traction biaxiale .

II-4-1-4 Le modèle de Haines-Wilson

Haines-wilson remarquent que l'ordre des exposants des termes en I_1 et I_2 du modèle de Mooney-rivlin n'est pas similaire à l'ordre des exposants lorsque la série mathématique est exprimé en extension principales λ_i .

- **Forme d'énergie de déformation**

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{11}(I_2 - 3)(I_1 - 3) + C_{02}(I_2 - 3)^2 + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{10}(I_1 - 3)^3 \quad (\text{II-29})$$

- **Caractéristique du modèle**

- Bonne précision pour les différents essais de Treloar.
- Mieux que le modèle de Mooney pour reproduire les essais de kawabata et al. Dans le domaine des déformations moyennes.

II-4-1-5 Modèle Ogden (1972)

Ogden exprimait W en termes de déformation généralisées et introduit une forme mathématique en série de puissances réelles.

- **La forme d'énergie de déformation**

$$W = \sum_{n=1}^N \frac{\mu_n}{\alpha_n} (\lambda^{\alpha_n} + \lambda^{\alpha_n} + \lambda^{\alpha_n} - 3) \quad (\text{II-30})$$

$$\text{Avec : } \mu_i \alpha_i > 0 \quad i = 1, 3$$

Cette forme mathématique est suffisamment riche pour permettre d'approcher n'importe quelle fonction W avec un peu de terme.

- **Caractéristique de modèle :**

- Ce modèle a une très bonne précision en traction biaxiale, en cisaillement pure et extension équi-biaxiale.

II-4-1-6 Modèle de Gent(1996)

Gent reprend l'idée que l'élongation des chaînes de molécules n'est pas infinie et fait l'hypothèse que I_1 admet une valeur maximale I_m . Ce modèle a 2 constantes ayant un sens physique.

$$W = -\frac{E}{6} (I_m - 3) \ln \left(1 - \frac{I_1 - 3}{I_m - 3} \right) \quad (\text{II-31})$$

Ce modèle est une bonne modélisation des essais de Treloar avec des valeurs de coefficients ayant un sens physique macroscopique.

II-4-2 Approche en dérivées $\frac{\partial w}{\partial I_1}$ et $\frac{\partial w}{\partial I_2}$

A cause de la forme générale de Mooney-Rivlin difficile à identifier, et qui conduit à des aberrations, Plusieurs auteurs préfèrent d'extraire directement des courbes expérimentale l'allure des fonctions $\frac{\partial w}{\partial I_1}$ et $\frac{\partial w}{\partial I_2}$.

$$\frac{\partial w}{\partial I_1} = \frac{1}{2(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \left[\frac{\lambda_1^3 \pi_1}{\lambda_1^2 - \lambda_1^{-2} \lambda_2^{-2}} - \frac{\lambda_2^3 \pi_2}{\lambda_2^2 - \lambda_1^{-2} \lambda_2^{-2}} \right] \quad (\text{II-32})$$

$$\frac{\partial w}{\partial I_2} = \frac{1}{2(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)} \left[\frac{\lambda_1 \pi_1}{\lambda_1^2 - \lambda_1^{-2} \lambda_2^{-2}} - \frac{\lambda_2 \pi_2}{\lambda_2^2 - \lambda_1^{-2} \lambda_2^{-2}} \right] \quad (\text{II-33})$$

II-4-2-1 Le modèle de Rivlin et Saunders (1951) [1]

A partir des essais de traction biaxiale, en imposant des modes de déformations tel que I_1 ou I_2 est fixé. Rivlin et Saunders conclurent que $\frac{\partial w}{\partial I_1}$ est indépendant de I_1 et I_2 , et que $\frac{\partial w}{\partial I_2}$ ne dépend pas de I_1 .

- **Forme d'énergie de déformation**

$$W = C (I_1 - 3) + f(I_2 - 3) \quad (\text{II-34})$$

II-4-2-2 Le modèle de Gent et Thomas (1958)

Gent et Thomas proposent une forme empirique qui contient deux constantes matérielles et vérifie la forme générale de Rivlin et Saunders.

- **La forme d'énergie de déformation**

$$W = C_1(I_1 - 3) + C_2 \ln\left(\frac{I_2}{3}\right) \quad (\text{II-35})$$

- **Caractéristique de modèle**

- Ce modèle n'est pas vraiment mieux que celui de Mooney pour produire les essais de Treloar et Kawabata et al.

II-4-2-3 Le modèle de Hart-Smith (1996) [1]

Comme Rivlin et Saunders, Hart-Smith conclurent que $\frac{\partial w}{\partial I_1}$ est constante pour des valeurs de I_1 inférieures à 12, et constatent aussi que le terme augmente ensuite de manière significative pour des valeurs supérieures à 12.

Le phénomène a été expliqué (par Hart-Smith) par l'effet que les chaînes moléculaires polymériques ont une limite d'extensibilité, c'est pour cela lorsque les chaînes approchent de leur limite d'extensibilité elles entraînent un raidissement important.

- **La forme d'énergie de déformation**

$$\frac{\partial w}{\partial I_1} = G \exp(k_1(I_1 - 3)^2) \quad (\text{II-36})$$

$$\frac{\partial w}{\partial I_2} = Gk_2/I_2 \quad (\text{II-37})$$

- **Caractéristique de modèle**

- Ce modèle est bien adapté pour reproduire les essais de Treloar ;
- Il reproduit les données expérimentales de Kawabata et al. Avec une précision moyenne.

II-4-2-4 Le modèle de Valanis et Landel (1967)

Valanis et Landel proposent à chercher une forme en termes d'extension principales λ_i (l'hypothèse de séparabilité en λ_i).

- **La forme d'énergie de déformation**

$$W = w(\lambda_1) + w(\lambda_2) + w(\lambda_3) \quad (\text{II-38})$$

tel que :

$$\frac{dw}{d\lambda} = 2 \mu \ln(\lambda) \quad (\text{II-39})$$

- **Caractéristique de modèle :**

- Ne permet pas de reproduire tous les modes de déformation ;
- Il est limité en petite déformation.

II-4-2-5 Le modèle de Yeoh et Fleming (1997)

Yeoh a établi (appui sur les essais) une forme de Mooney-Rivlin uniquement fonction de I_1 .

Ils ont constatés (**Yeoh et Fleming**) que en traction la contrainte réduite φ tend vers être constante (indépendante de (I_1-3)) pour des valeurs (I_1-3) supérieurs à 5, pour quatre différents matériaux.

- **La forme d'énergie de déformation :**

$$\text{Yeoh:} \quad W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3 \quad (\text{II-40})$$

$$\text{Yeoh-Fleming:} \quad W = \frac{A}{B}(I_m - 3)(1 - \exp(-BR)) - C_{10}(I_m - 3) \ln(1 - R) \quad (\text{II-41})$$

Tel que :

$$R = \frac{(I_1-3)}{(I_m-3)} \quad (\text{II-42})$$

$$\varphi = \left[\frac{\sigma}{\lambda - \lambda^{-2}} \right] [1 - R] \quad (\text{II-43})$$

- **Caractéristique de modèle:**

- Donne des résultats intéressants avec les essais de Treloar ;
- Ne manifeste pas mieux que le modèle Harte-Smith pour représenter les essais de traction biaxiale.

II-4-3 Modèles physique

Les modèles physiques sont basées sur des considérations de la structure macromoléculaire des chaînes et les mécanismes de déformation.

II-4-3-1 Le modèle néo-hokéen

Le matériau est constitué d'un réseau de longues chaînes flexible orientées aléatoirement et jointes chimiquement en certains points de jonction. Donc l'entropie d'une chaîne est exprimée comme suit :

$$s = k \ln \Omega \quad (\text{II-44})$$

tel que :

k : Constante de Boltzman.

Ω : Nbre d'état quantiques de la chaîne.

En revanche, la loi de comportement dérive de la variation de l'entropie entre l'état déformé et l'état déformé.

- **La forme d'énergie de déformation**

$$W = \frac{1}{2} nkT (I_1 - 3) = \frac{1}{2} nkT (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3) \quad (\text{II-45})$$

- **Caractéristique de modèle :**

- Reproduit bien les essais de Treloar et kawabata et al . pour des déformation inférieurs à 50% .
- Incapable de reproduire le raidissement finale la courbe de traction uniaxial.

II-4-3-2 L'élasticité d'une chaîne (1942)

Kuhn et Gr \ddot{u} n prennent (en s'appuyant sur la th \acute{e} orie statistique non gaussienne) en compte la limite d'extensibilit \acute{e} des cha $\^$ nes qui justifie l'accroissement de la raideur finale des courbes exp \acute{e} rimentales.

- **La forme d'nergie de d \acute{e} formation :**

$$W = nkT \left[\frac{\lambda}{\sqrt{N}} \beta + \ln \frac{\beta}{\sinh \beta} \right] \tag{II-46}$$

Tel que :

$$\beta = \mathcal{L}^{-1} \left(\frac{\lambda}{\sqrt{N}} \right) \tag{II-47}$$

$$\mathcal{L}^{-1} = \left(\coth(x) - \frac{1}{x} \right)^{-1} : \text{La fonction de Langevin} \tag{II-48}$$

$$\sqrt{N} = \lambda_{max} : \text{La limite d'extension d'une cha\^ne de N segments.} \tag{II-49}$$

II-4-3-3 Le mod \grave{e} le 3 cha $\^$ nes (1943)

James et Guth font (a partir des traveaux de kuhn et Grun) l'hypoth \acute{e} se que la d \acute{e} formation du r \acute{e} seau de cha $\^$ nes orient \acute{e} es al \acute{e} atoirement peut se ramener \grave{a} un r \acute{e} seau de cha $\^$ nes r \acute{e} partie sur les trois axes du rep \acute{e} re de d \acute{e} formation principales .

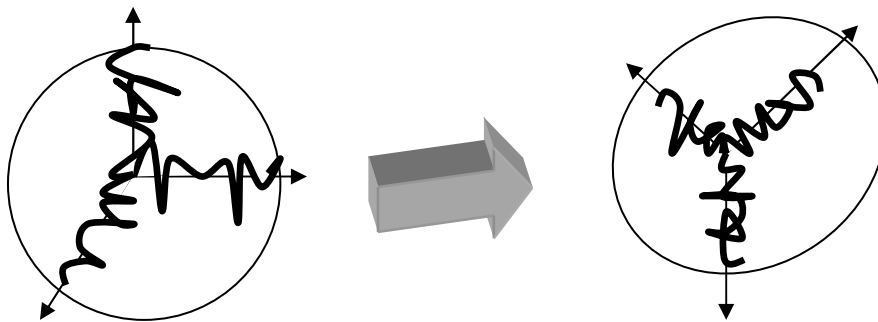


FIG II-5 : Le mod \acute{e} le 3 cha $\^$ nes. [1]

- **La forme de la contrainte :**

$$\sigma_i = \frac{nkT\lambda}{\sqrt{N}} \lambda_i \mathcal{L}^{-1} \left(\frac{\lambda_i}{\sqrt{N}} \right) - p \tag{II-50}$$

- **Caractéristique de modèle :**
 - Il peut reproduire avec une bonne corrélation les essais de Tréloar, en traction et cisaillement.
 - Il prit en compte le raidissement dans la courbe de traction pour des déformation supérieurs à 500%.
 - N'est pas adapté pour reproduire le comportement biaxial.

II-4-3-4 Le modèle 4 chaînes (1944)

Flory et Treloar proposent que les chaînes soient distribuées suivant les quatre directions liant le centre d'un tétraèdre régulier et ses quatre sommets, ce tétraèdre régulier est inclus dans une sphère unité qui transforme en ellipsoïde contenant le tétraèdre déformé.

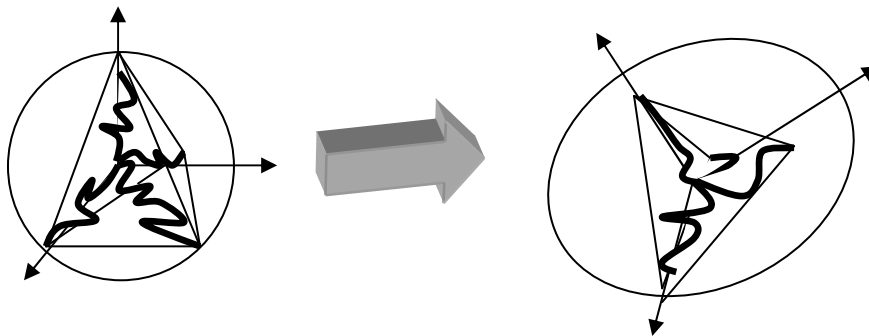


FIG II-6 : Modèle 8 chaînes. [1]

- **Caractéristique de modèle :**
 - Le modèle ne présente pas de forme analytique ;
 - Peu utilisé ;
 - Il présente un comportement similaire a trois chaines.

II-4-3-5 Le modèle d'Ishihara(1951)

Ishihara s'appuie sur la théorie de distribution non-Gaussienne des chaînes en linéarisant certaines équations, afin de construire un modèle de forme similaire à la série de Rivlin.

- **La forme d'énergie de déformation**

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{01}(I_2 - 3) \quad (\text{II-51})$$

- **Caractéristique de modèle :**

- Il reproduit bien les comportements en extension biaxiale ;
- Il ne prend pas en compte le raidissement final de la courbe de traction, il 'est utilisable pour des extensions inférieurs à 4.

II-4-3-6 Le modèle slip-link (1981)

Ball et al. supposent qu'un lien relie deux chaînes comme le montre la figure ci-dessous, ces chaînes sont libres de glisser une certaine longueur L de part et d'autre de ce lien.

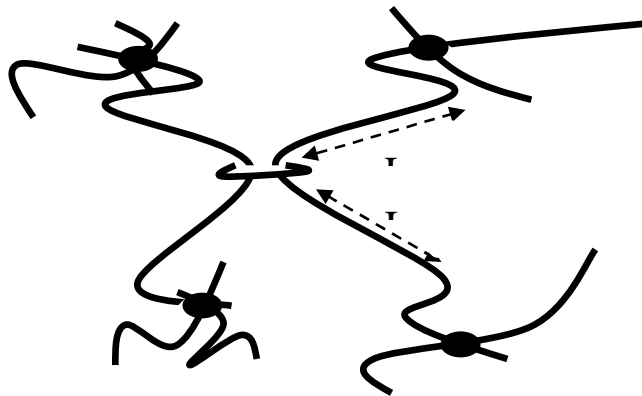


FIG II-7: Modèle slip-link.[1]

- **La forme d'énergie de déformation**

$$W = \frac{1}{2} KTN_C \sum_{i=1}^3 \lambda_i^2 + \frac{1}{2} KTN_C \sum_{i=1}^3 \left[\frac{(1+\eta)\lambda_i^2}{(1+\eta\lambda_i^2)} + \ln(1 + \eta\lambda_i^2) \right] \quad (\text{II-52})$$

- **Caractéristique de modèle**

- Le comportement de ce modèle est très proche de celui de Gent et Thomas, pour reproduire les essais de traction biaxiale de Kawabata et al.

II-4-3-7 Le modèle de van der Waals (1981)

En partant de l'idée de Wang et Gunth, Kilian et al. traitent les réseaux idéals comme un gaz, où les interactions sont appliquées entre quasi-particules.

• **La forme d'énergie de déformation :**

$$W = G \left\{ -(\lambda_m^2 - 3)[\ln(1 - \Theta) + \Theta] - \frac{2}{3} \left(\frac{\tilde{I} - 3}{2} \right)^{\frac{2}{3}} \right\} \quad (\text{II-53})$$

Tel que :

$$\Theta = \sqrt{\frac{\tilde{I} - 3}{\lambda_m^2 - 3}} \quad (\text{II-54})$$

$$\tilde{I} = \beta I_1 + (1 - \beta) I_2 \quad (\text{II-55})$$

• **Caractéristique de modèle :**

- Très efficaces pour les essais de traction uniaxiale (jusqu'à 600% de déformation), et les essais de cisaillement pur (jusqu'à 600% de déformation) ;
- Il simule bien les essais de traction biaxiale (jusqu'à 150% de déformation).

II-4-3-8 Le modèle de Flory et Erman (1982)

Flory et al. considèrent un modèle de forme où les points de jonctions entre les chaînes sont contraints de se déplacer dans un voisinage limité à cause de la présence des autres chaînes.

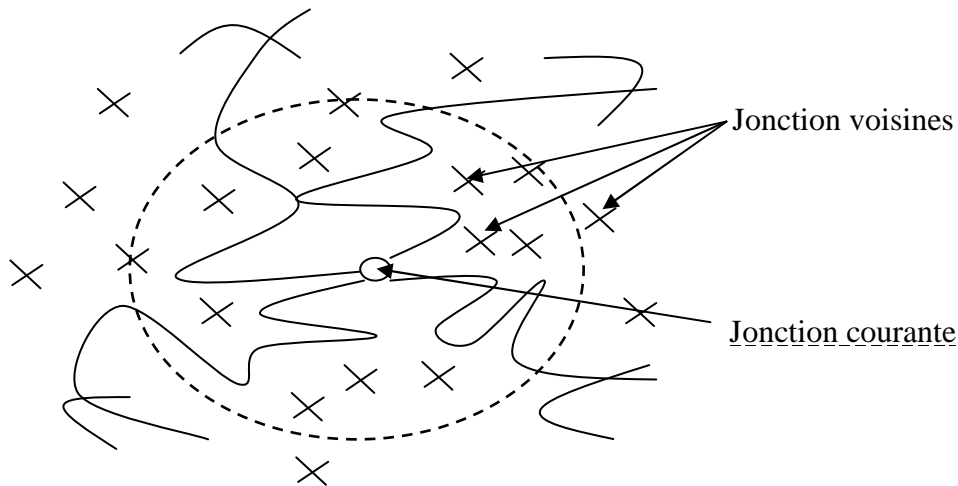


FIG II-8 : Modèle Flory et Erman.[1]

• **La forme d'énergie de déformation :**

Contrainte de réseau :

$$W = \frac{1}{2} kT \mu \sum_{i=1}^3 [B_i + D_i - \ln(B_i + 1) - \ln(D_i + 1)] \quad (\text{II-56})$$

Tel que :

$$B_i = k^2(\lambda_i^2 - 1)(\lambda_i^2 + k)^{-2} \quad (\text{II-57})$$

$$D_i = \lambda_i^2 k^{-1} B_i \quad (\text{II-58})$$

• **Caractéristique de modèle :**

- Le modèle est utilisé pour des déformations inférieures à 300% en traction.

II-4-3-9 Le modèle 8-chaînes(1993) :[1]

Arruda et Boyce proposent- en s'appuyant sur les modèle 3et 4 chaînes- un modèle isotrope à 8chaînes. Le réseau de chaînes est distribué suivant les quatre directions privilégiées correspondants aux sommets d'un cube inscrit dans une sphère unité.

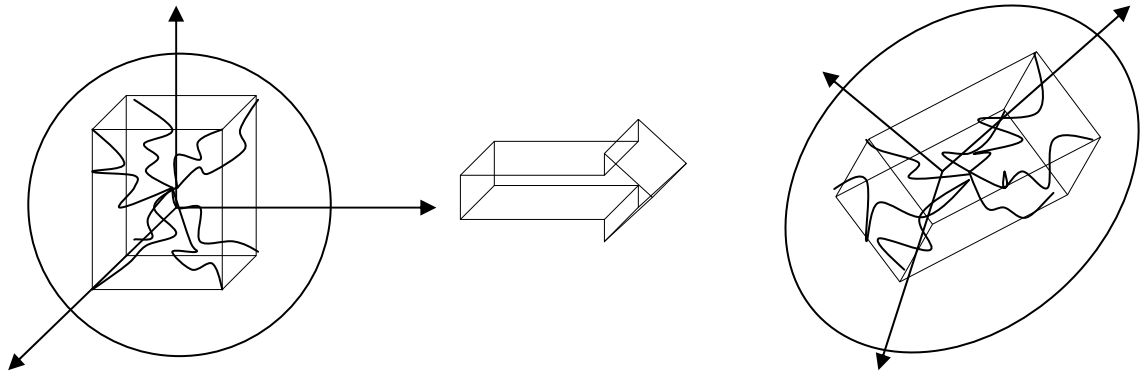


FIG II-9 : Modèle 8 chaînes. [1]

• **La forme d'énergie de déformation :**

$$W_{8ch} = nkT \left[\beta_{ch} \lambda_{ch} + \sqrt{N} \ln \left(\frac{\beta_{ch}}{\sinh \beta_{ch}} \right) \right] \quad (\text{II-59})$$

Tel que :

$$\beta_{ch} = \mathcal{L}^{-1} \left(\frac{\lambda_{ch}}{\sqrt{N}} \right) \quad (\text{II-60})$$

$$\lambda_{ch} = \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2}{3} = \frac{I_3}{3} \quad (\text{II-61})$$

• **Caractéristique de modèle :**

- ce modèle ne reproduit pas mieux les essais de traction biaxiale.
- Il approche mieux que les modèles à 3 et 4 chaînes les essais équiuniaxiaux.
-

II-4-3-10 Modèle Tube 1997

Ce modèle est établi par Heinrich et al, qui ont partis des travaux d'Edwards, Vilgis et Doit, ils supposent que les chaînes se déforment en restant confinées dans un tube formé par le réseau avoisinant.[1]

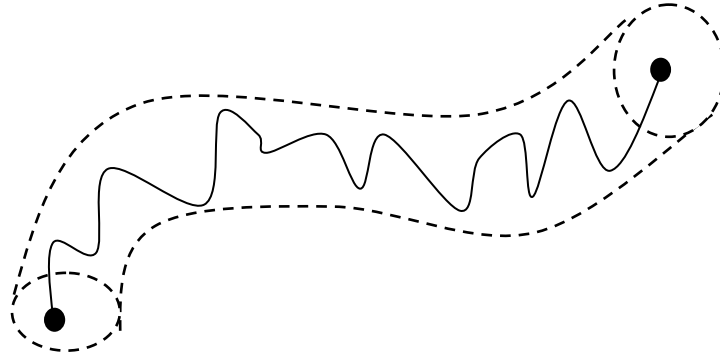


FIG II-10 : Modèle tube.

En effet, le confinement est contrôlé par un potentiel de restauration de la conformation initiale[1]. De plus, ce potentiel est diagonal dans le système des axes principaux de tenseur des déformation. La déviation moyenne d_i dans les directions des axes principaux suit une loi en puissance fonction des extension λ_i .

$$d_i = d_0 \lambda_i^{\alpha\beta} \quad (\text{II-62})$$

Avec : $\alpha=0.5$ et β : est introduit pour permettre la dépendance a fortes dissolutions.

Heinriche et al arrivent à exprimer le potentiel W comme suit :

$$W = G_c I^*(2) + \frac{2G_e}{-\beta} I^*(-\beta) \quad (\text{II-63})$$

Avec : $I^*(\beta)$ représente le première invariant du tenseur de déformation généralisé $\bar{e}(\beta)$, il est défini par :

$$e_{ij}(\beta) = \frac{\frac{\beta}{B^2} i_{ij} - \delta_{ij}}{\beta} \quad (\text{II-64})$$

Avec : $B_{ij} = F_{ij} F_{ji}$: tenseur des dilatations de cauchy-green gauche.

La construction de ce modèle fournit une signification physique pour les paramètres matériau G_c et G_e . Il permet de modéliser le comportement dans les différents modes de déformation avec le même jeu de coefficients matériels.

L'applicabilité de modèle tube est limité par une plage de déformation allant de 0 à 200% environ.

II-4-3-10 Modèle Tube étendu 1999

Ce modèle est issu de la limite de modèle tube aux déformations moyennes, il fait intervenir seulement les contraintes d'entrelacement au détriment de l'élasticité des chaînes, et en particulier de leur limite d'extensibilité.

Kalisk et Heinrich introduisent un paramètre d'inextensibilité δ des chaînes, ils aboutissent à une forme d'énergie libre ou la partie $W_c = G_c I^*(2)$ est remplacée par :

$$W_c = \frac{G_c}{2} \left[\frac{(1-\delta^2)(I_1-3)}{1-\delta^2(I_1-3)} \right] + \ln(1 - \delta^2(I_1 - 3)) \quad (\text{II-64})$$

Par contre la partie W_e reste inchangée :

$$W_e = \frac{2G_e}{-\beta} I^*(-\beta) \quad (\text{II-65})$$

$$W = W_c + W_e = \frac{G_c}{2} \left[\frac{(1-\delta^2)(I_1-3)}{1-\delta^2(I_1-3)} \right] + \ln(1 - \delta^2(I_1 - 3)) + \frac{2G_e}{-\beta} I^*(-\beta) \quad (\text{II-66})$$

Avec : β vérifie $0 \leq \beta \leq 1$

II-5 Conclusion

A travers de ce chapitre, nous avons proposé une imitation détaillée sur les modèles phénoménologiques et physiques, qui a permis de délivrer les bases nécessaires pour la modélisation.

Nous pouvons conclure sur les points suivants :

- La complexité de modéliser le comportement hypérelastique des élastomères ;

- La modélisation de comportement hypèrelastique doit tenir compte des différents phénomènes ;
- Les modèles phénoménologiques ou physiques ne reproduisent pas parfaitement le comportement hypèrelastique réel des élastomères.

Pour notre étude, nous retiendrons les modèles physiques suivants : Modèle tube et modèle tube étendu.

III-1 Introduction

Ce troisième chapitre vise à la simulation de comportement hypérelastiques des élastomères à travers la modélisation de phénomène de vieillissement.

Nous commencerons ce chapitre par une description brève de logiciel Abacus. Nous passerons ensuite au développement des deux modèles hypérelastiques (tube et tube étendue) en calculant ses dérivées partielles.

Nous terminerons ce chapitre par une comparaison entre les résultats numériques et les résultats fournies par l'expérimentale pour chaque modèle (dans le cas vieillis et non vieillis).

III-2 Le code de cacule Abacus

Le code de calcul ABAQUS™ est un code de calcul pour éléments finis généraliste. Il est connu et répandu, en particulier pour ses traitements performants de problèmes non-linéaires [9].

La version 6.1.10 que nous avons utilisée se compose de 3 modules différents :

III-2-1 Abaqus CAE

Ce module permet la définition et la visualisation des différentes simulations. Initialement, les problèmes sont définis par des entités géométriques pour lesquelles seront définies les propriétés physiques et pour les différentes étapes de calcul : les contacts, les chargements, les conditions initiales et les conditions aux limites. Ensuite intervient la phase de discrétisation où les différentes entités selon leurs définitions respectives seront maillées ou non avec la définition des éléments. Finalement, pour pouvoir réaliser les calculs, la synthèse d'un fichier d'analyse est nécessaire, ce dernier sera alors appelé par l'un des deux modules de calcul 'STANDARD' ou 'EXPLICIT' [9].

Parfois, le recours à des interventions sur les fichiers de calculs est nécessaire, comme pour définir des éléments infinis qui ne sont pas gérés dans ce module (vu que toutes les entités géométriques sont finies).

III-2-2 Abaqus standard (implicite)

Ce module représente le code de calcul implicite dédié aux calculs quasi-statiques, linéaires ou non, thermiques, acoustiques, L'algorithme de calcul se base sur des calculs

itératifs visant à atteindre l'équilibre global du système à chaque incrément de temps, ce qui lui confère une grande stabilité et une certaine inertie [9].

III-2-3 Abaqus explicite

Le module explicite est souvent utilisé pour les calculs dynamiques. Contrairement au code implicite, l'algorithme explicite n'est pas itératif. Cet algorithme se base sur un très grand nombre d'incrémentes très courts définis par la vitesse de propagation d'une onde élastique C_d (qui est une propriété des matériaux constitutifs équation III-1). La notion de propagation d'onde présente l'avantage de limiter la résolution par éléments atteints par l'onde ce qui présente une économie par rapport au code implicite (qui résout sur tout le système à chaque incrément). Ceci lui confère la capacité de réaliser des calculs rapides [9].

Le module explicite est toutefois confronté à deux difficultés qui sont la stabilité des calculs et les modes vibratoires. En effet, cet algorithme n'est pas stable comme l'algorithme itératif du module implicite, ce qui nous impose de bien choisir les dimensions des éléments. Pour pouvoir assurer la convergence du calcul, l'incrément minimal utilisé doit être inférieur ou égale au temps défini par l'équation (III-2). Ceci dit, la possibilité de laisser au code le choix de l'incrément minimal existe, ce qui permet à l'utilisateur de ne pas se soucier de ces détails [9].

$$C_d = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad (\text{III-1})$$

Où λ , ν et ρ étant respectivement les coefficients de Lamé et la densité du matériau

$$\Delta t_{stable} = \frac{L_{min}}{C_d} \quad (\text{III-2})$$

Avec Δt_{stable} : incrément minimal, L_{min} : la plus petite dimension du plus petit élément

Les besoins de notre étude nous situent dans le domaine IMPLICITE.

III-3 Expression des modèles tube et tube étendu

III-3-1 modèle tube

- **Expression de l'énergie de déformation**

Ce modèle est établi par Heinrich et al. ils supposent que les chaînes se déforment en restant confinées dans un tube formé par le réseau avoisinant. Ils arrivent à exprimer l'énergie de déformation par :

$$W = G_c I^*(2) + \frac{2G_e}{-\beta} I^*(-\beta) \quad (\text{III-3})$$

Avec : $I^*(\beta)$ représente le première invariant du tenseur de déformation généralisé $\bar{e}(\beta)$, il est défini par :

$$e_{ij}(\beta) = \frac{\beta}{B^2} B_{ij} - \delta_{ij} \quad (\text{III-4})$$

$$B_{ij} = F_{ij} F_{ji} : \text{tenseur des dilatations de cauchy-green gauche.} \quad (\text{III-5})$$

β : est introduit pour permettre la dépendance a fortes dissolutions.

- **Développement de l'expression de modèle tube**

Pour pouvoir programmer ce modèle dans Fortran, il faut arriver à exprimer l'énergie de déformation W en fonction des deux invariants de tenseur de dilatation I_1 et I_2 . c'est-à-dire :

$$W = W(I_1, I_2) \quad (\text{III-6})$$

Tel que : $I_3 = 1$ par hypothèse de incompressibilité.

On a la forme générale d'énergie de déformation de modèle tube :

$$W = G_c I^*(2) + \frac{2G_e}{-\beta} I^*(-\beta) \quad (\text{III-7})$$

Telque :

$$I^*(\beta) = \text{tr}(e_{ij}) = e_{11} + e_{22} + e_{33} \quad (\text{III-8})$$

$$e_{ij}(\beta) = \frac{\frac{\beta}{B_{ij}^2} - \delta_{ij}}{\beta} \quad (\text{III-9})$$

$$B_{ij} = F_{ij}F_{ji} \quad (\text{III-10})$$

$$tr(e_{ij}) = e_{ij} : \delta_{ij} = \frac{1}{\beta} \left(\delta_{ij} B_{ij}^2 - \delta_{ij} \delta_{ij} \right) \quad (\text{III-11})$$

On a :

$$\delta_{ij} = 1 \quad i = j \quad (\text{III-12})$$

$$\delta_{ij} = 0 \quad i \neq j \quad (\text{III-13})$$

Donc :

$$tr(e_{ij}) = e_{ii} = \frac{1}{\beta} (\delta_{ij} - \delta_{ij} \delta_{ij}) \quad (\text{III-14})$$

$$tr(e_{ij}) = \frac{1}{\beta} \left(\delta_{ij} B_{ij}^2 - (\delta_{11} \delta_{11} + \delta_{22} \delta_{22} + \delta_{33} \delta_{33}) \right) \quad (\text{III-15})$$

$$tr(e_{ij}) = \frac{1}{\beta} \left(B_{ii}^2 - 3 \right) \quad (\text{III-16})$$

On a :

$$tr(B_{ij}) = B_{11} + B_{22} + B_{33} = I_1 \quad (\text{III-17})$$

Finalement :

$$I^*(\beta) = tr(e_{ij}) = \frac{1}{\beta} \left(I_1^2 - 3 \right) \quad (\text{III-18})$$

D'où :

$$I^*(2) = \frac{1}{2} (I_1 - 3) \quad (\text{III-19})$$

l'expression de l'énergie de déformation devient :

$$W = \frac{G_c}{2} (I_1 - 3) + \frac{2G_e}{\beta^2} \left(I_1^2 - 3 \right) \quad (\text{III-20})$$

- **Dérivées partielles de l'énergie de déformation de modèle tube**

Les seules dérivées non nulles sont les dérivées par rapport au premier invariant

$$\frac{\partial W}{\partial I_1} = \frac{G_c}{2} - \frac{G_e}{\beta} \left(I_1^{\frac{-\beta}{2}-1} - 3 \right) \quad (\text{III-21})$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial I_1^2} = \frac{G_e}{\beta} \left(\frac{-\beta}{2} - 1 \right) \left(I_1^{\frac{-\beta}{2}-2} - 3 \right) \quad (\text{III-22})$$

III-3-2 modèle tube étendu

- **Expression de l'énergie de déformation**

Ce modèle fait intervenir seulement les contraintes d'entrelacement au détriment de l'élasticité des chaînes, et en particulier de leur limite d'extensibilité.

$$W = W_c + W_e = \frac{G_c}{2} \left[\frac{(1-\delta^2)(I_1-3)}{1-\delta^2(I_1-3)} \right] + \ln(1 - \delta^2(I_1 - 3)) + \frac{2G_e}{-\beta} I^*(-\beta) \quad (\text{III-23})$$

Avec : β vérifie $0 \leq \beta \leq 1$

- **Développement d'expression de modèle tube**

$$W = W_c + W_e = \frac{G_c}{2} \left[\frac{(1-\delta^2)(I_1-3)}{1-\delta^2(I_1-3)} \right] + \ln(1 - \delta^2(I_1 - 3)) + \frac{2G_e}{-\beta} I^*(-\beta) \quad (\text{III-24})$$

On déjà développé le terme W_e , on aboutis à après développement à :

$$W_e = \frac{2G_e}{\beta^2} \left(I_1^{\frac{-\beta}{2}} - 3 \right) \quad (\text{III-25})$$

On remplace le terme W_e par son nouveau forme dans l'équation :

$$W = \frac{G_c}{2} \left[\frac{(1-\delta^2)(I_1-3)}{1-\delta^2(I_1-3)} + \ln(1 - \delta^2(I_1 - 3)) \right] + \frac{2G_e}{\beta^2} \left(I_1^{\frac{-\beta}{2}} - 3 \right) \quad (\text{III-26})$$

- **Dérivées partielles de l'énergie de déformation de modèle tube étendu**

Les seules dérivées non nulles sont les dérivées par rapport au premier invariant :

$$\frac{\partial W}{\partial I_1} = \frac{G_c}{2} \left[\frac{(1-\delta^2)}{(1-\delta^2(I_1-3))^2} - \frac{\delta^2}{1-\delta^2(I_1-3)} \right] + \frac{G_e}{\beta} I_1^{-\left(\frac{\beta}{2}+1\right)} \quad (\text{III-27})$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial I_1^2} = \frac{G_c}{2} \left[-\frac{(1-\delta^2)(2\delta^2 - 2\delta^4(I_1-3))}{(1-\delta^2(I_1-3))^4} - \frac{\delta^4}{(1-\delta^2(I_1-3))^2} \right] - \frac{G_e}{\beta} \left(\frac{\beta}{2} + 1 \right) I_1^{-\left(\frac{\beta}{2}+2\right)} \quad (\text{III-28})$$

III-3-3 Implémentation des lois des modèles tube et tube étendu dans abaqus

Nos deux modèles sont implantés dans Abaqus implicite en les programmant avec une subroutine appelée « UHYPER ».

III-4 validation de l'implémentation

Les courbes si-dessous reproduisent l'évolution de la contrainte de Von Mises en fonction de la déformation au cours de traction et compression d'un cube unitaire.

➤ Modèle tube :

• Traction :

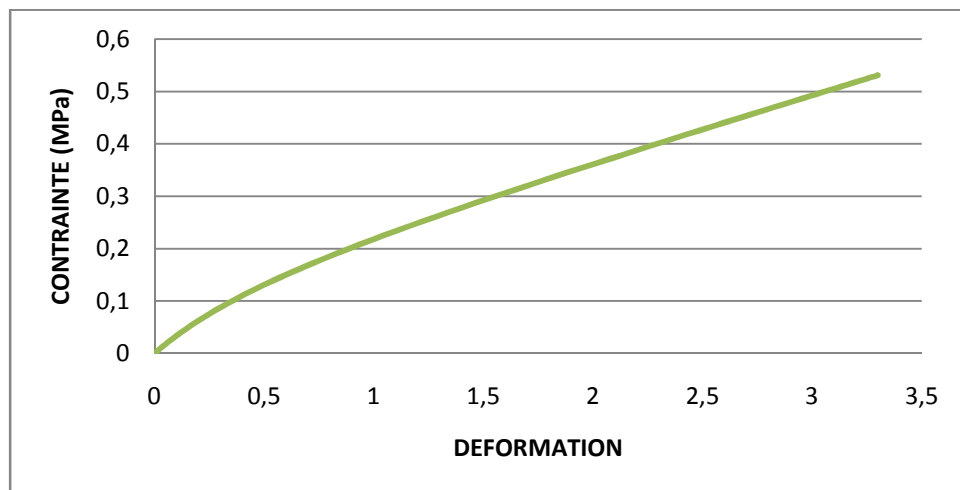


FIG III-1 : Comportement d'un élastomères en traction uniaxial ($G_c=0.5, G_e=0.230, \beta=3.4$)

- **Compression :**

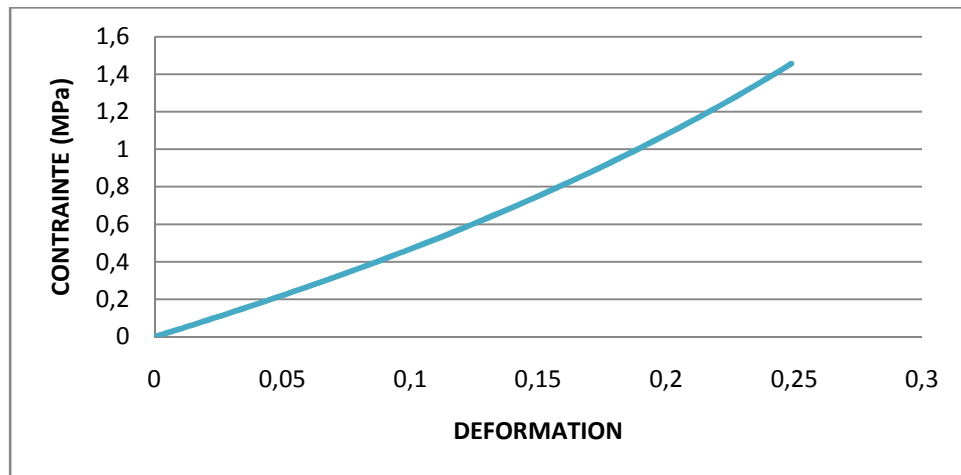


FIG III-2 : Comportement d'unélastomères en compression uniaxial ($G_c=1.7$, $G_e=0.8$, $\beta=1.0$)

Les courbes obtenues avec le modèle tube montrent que le comportement d'un élastomères est reproduit.

➤ **Modèle tube étendue :**

- **Traction**

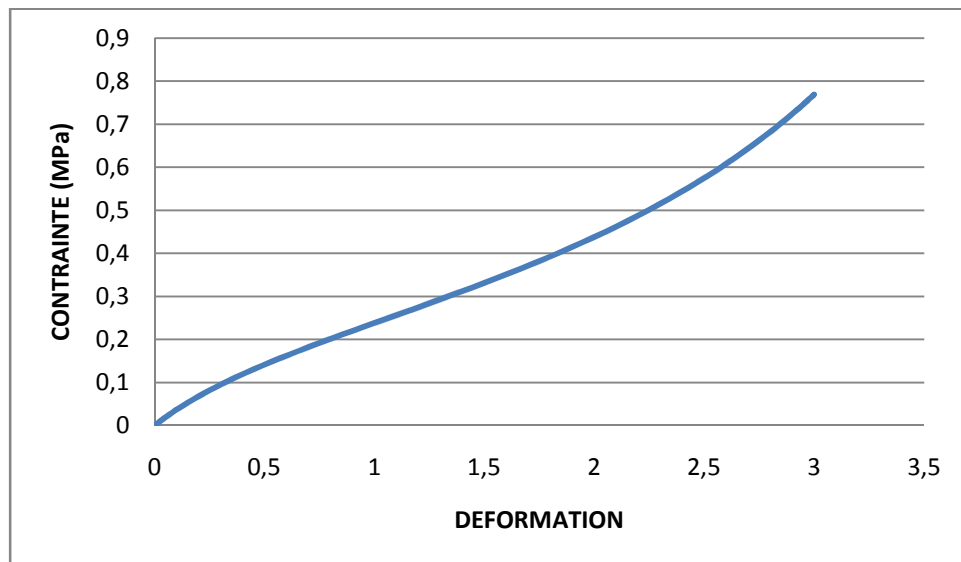


FIG III-3 : Comportement d'unélastomères en traction uniaxial ($G_c=0.202$, $G_e=0.1053$, $\beta=0.178$, $\delta=0.0856$)

- **Compression**

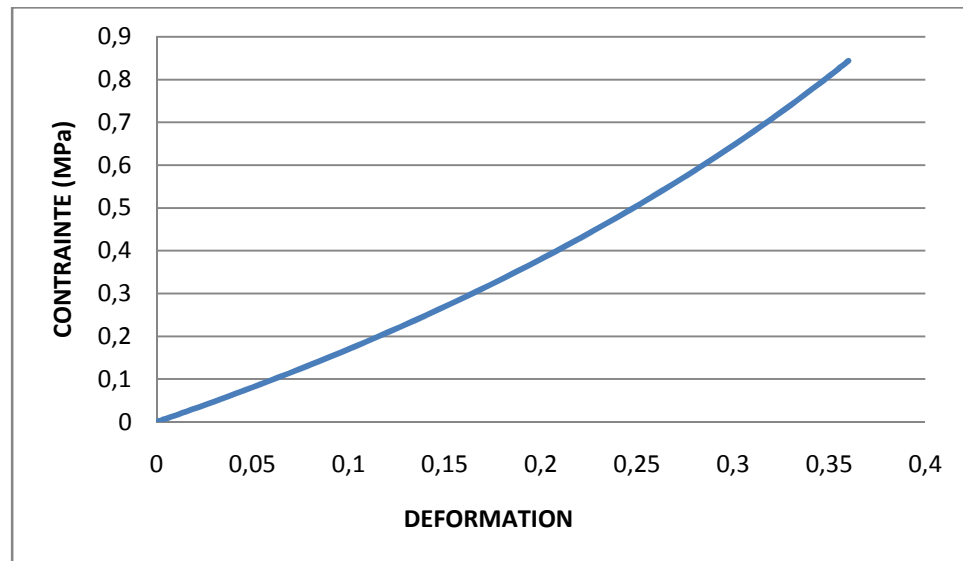


FIG III-4 : Comportement d'un élastomères en traction uniaxial ($G_c=0.266$, $G_e=0.170$, $\beta=0.375$, $\delta=0.0345$)

Les courbes obtenues avec le modèle tube étendue montrent que le comportement d'un élastomères est qualitativement reproduit.

III-4-1 Validation de l'implémentation par rapport aux résultats expérimentaux

La validation de notre implémentation des modèles tube et tube étendu s'est faite en comparant les résultats expérimentaux disponibles dans la littérature avec ceux des simulations avec abaqus en utilisant notre UHYPER.

Les essais expérimentaux sont obtenus par Mostafa et al. [Matériaux and Designe 2009] à partir des essais de traction et de compression.

III-4-1-1 Modèle tube :

- **Traction uniaxial :**

- **❖ GUM**

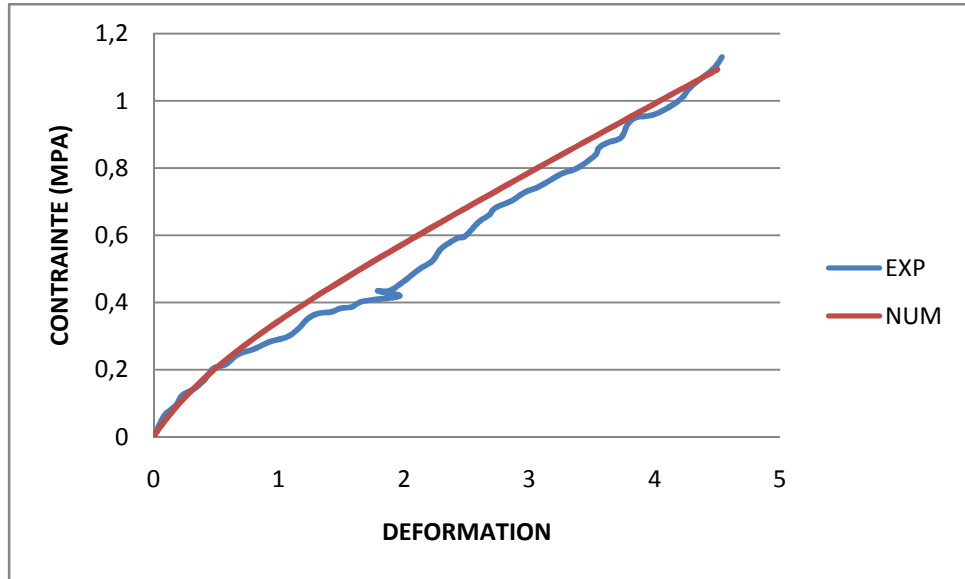


FIG III-5 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une gum (Cas non vieillis) avec : $G_c=0.200$, $G_e=0.100$, $\beta=2.3$.

❖ **SBR20%CB**

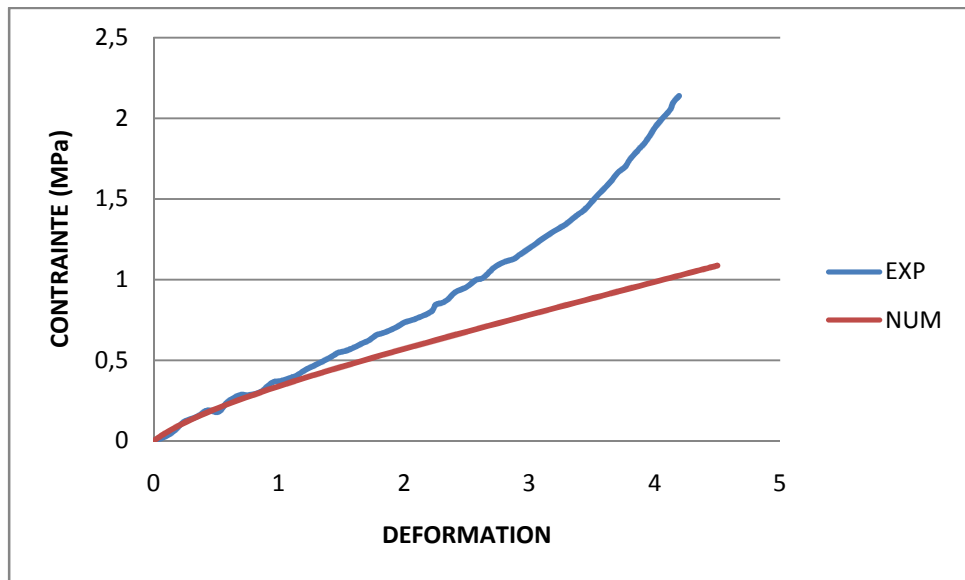


FIG III-6 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (Cas non vieillis) avec : $G_c=0.199$, $G_e=0.110$, $\beta=1.9$

❖ **SBR70%CB :**

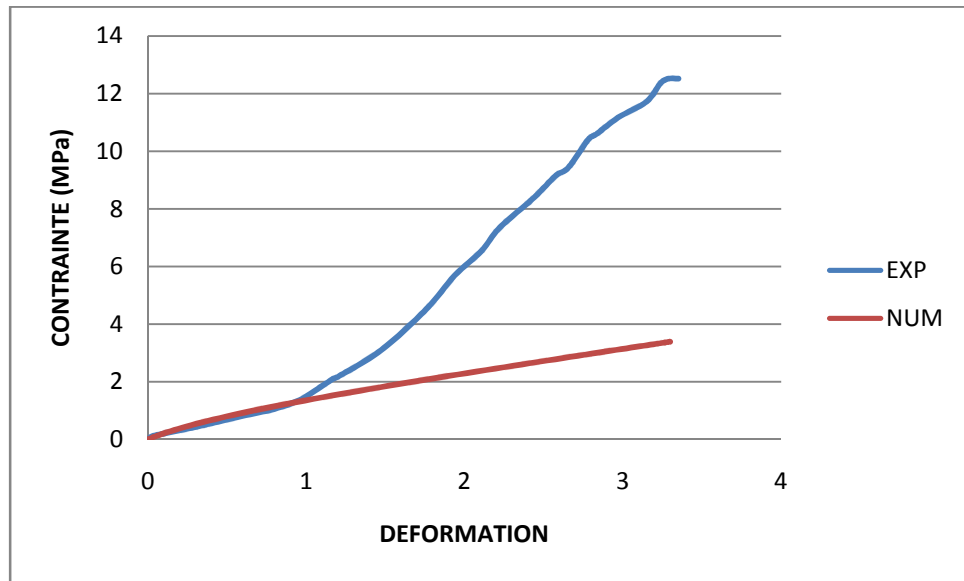


FIG III-7 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR à 70%(Cas non vieillis) avec : $G_c=0.8, G_e=0.15, \beta=1.0$

• **Compression uniaxial :**

❖ **GUM**

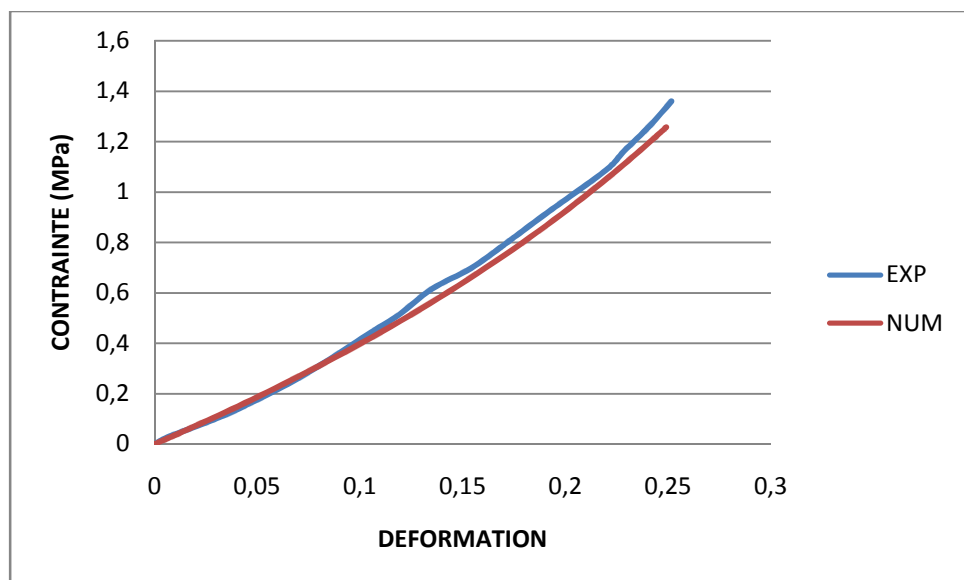


FIG III-8 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une gum (Cas non vieillis) avec : $G_c=1.7, G_e=0.8, \beta=0.9$

❖ **SBR 20% :**

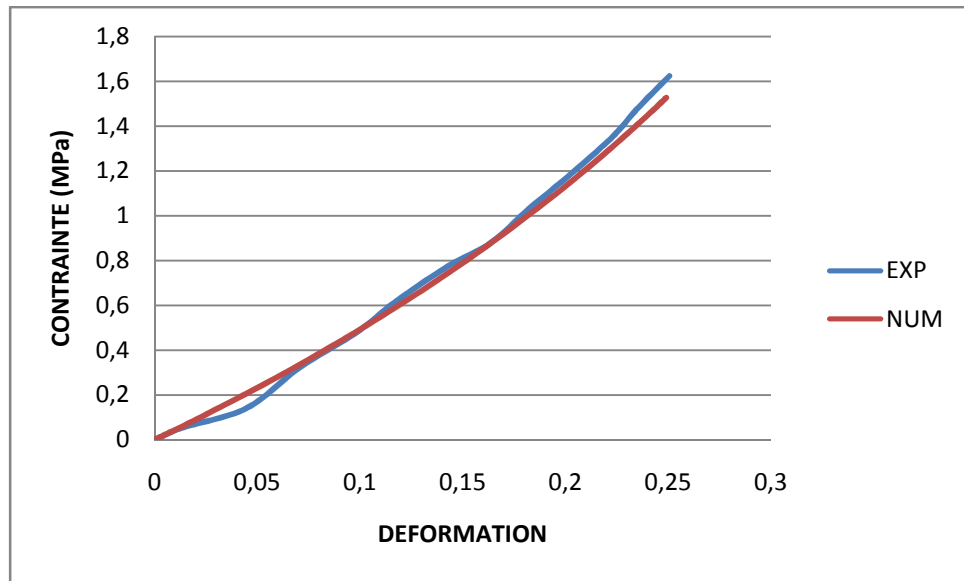


FIG III-9 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (Cas non vieillis) avec : $G_c=1.7, G_e=0.6, \beta=1.0$

❖ **SBR 70% :**

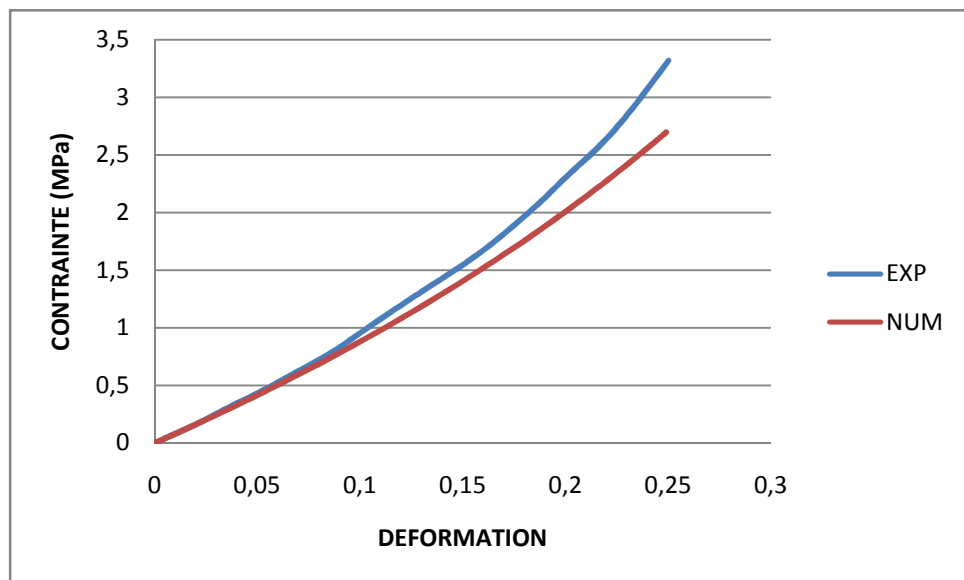


FIG III-10 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 70% (Cas non vieillis) avec : $G_c=2.7, G_e=0.9, \beta=2.3$

III-4-1-2 Modèle tube étendu

• Traction uniaxial :

❖ GUM

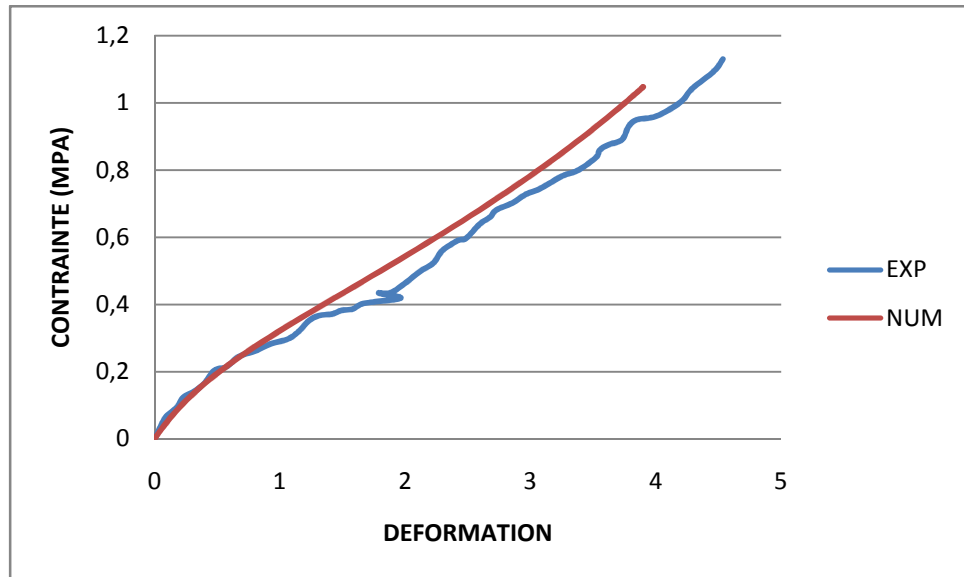


FIG III-11 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une gum (Cas non vieillis) avec : $G_c=0.18$, $G_e=0.07$, $\beta=2.0$, $\delta=0.08$

❖ SBR20%CB

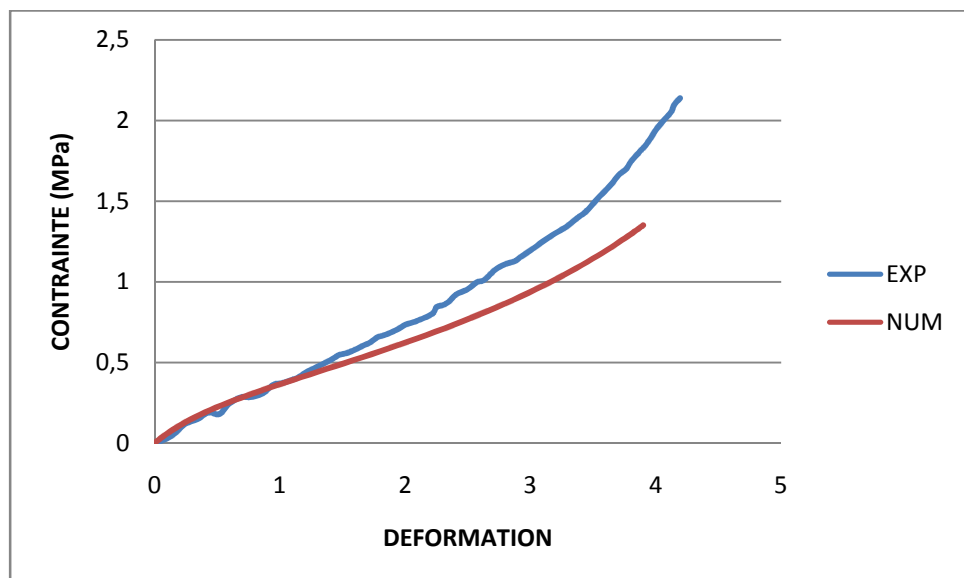


FIG III-12 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (Cas non vieillis) avec : $G_c=0.2$, $G_e=0.19$, $\beta=2.1$, $\delta=0.1$

❖ SBR70%CB

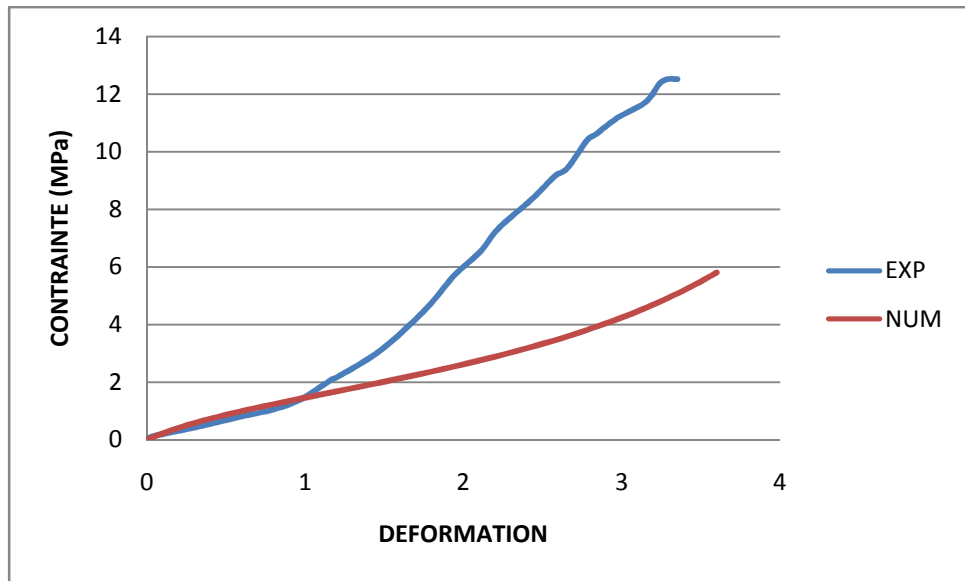


FIG III-13 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 70% (Cas non vieillis) avec : $G_c=0.7$, $G_e=0.09$, $\beta=2.0$, $\delta=0.1$

• Compression uniaxial :

❖ GUM

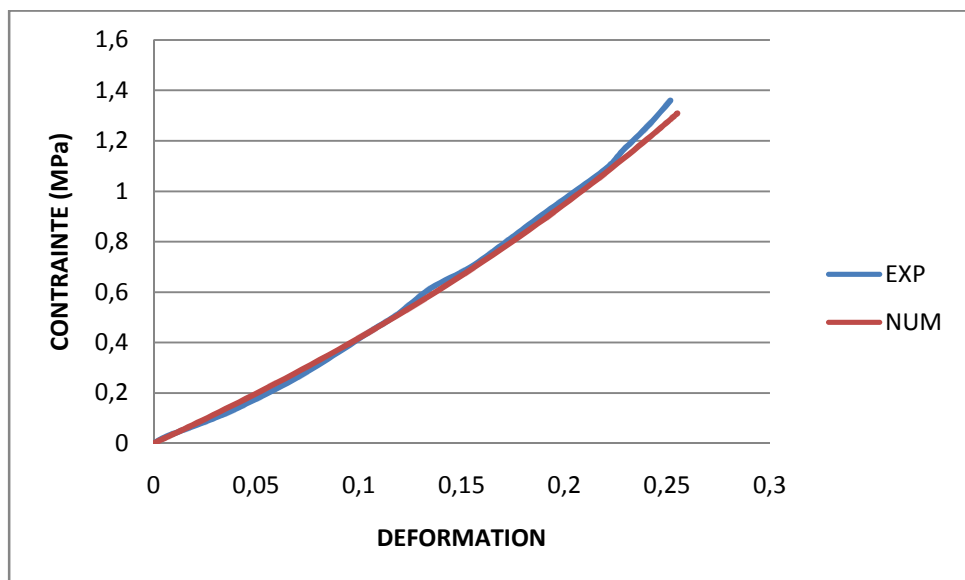


FIG III-14 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une gum (Cas non vieillis) avec : $G_c=1.1$, $G_e=0.08$, $\beta=0.3$, $\delta=0.005$

❖ **SBR20%CB**

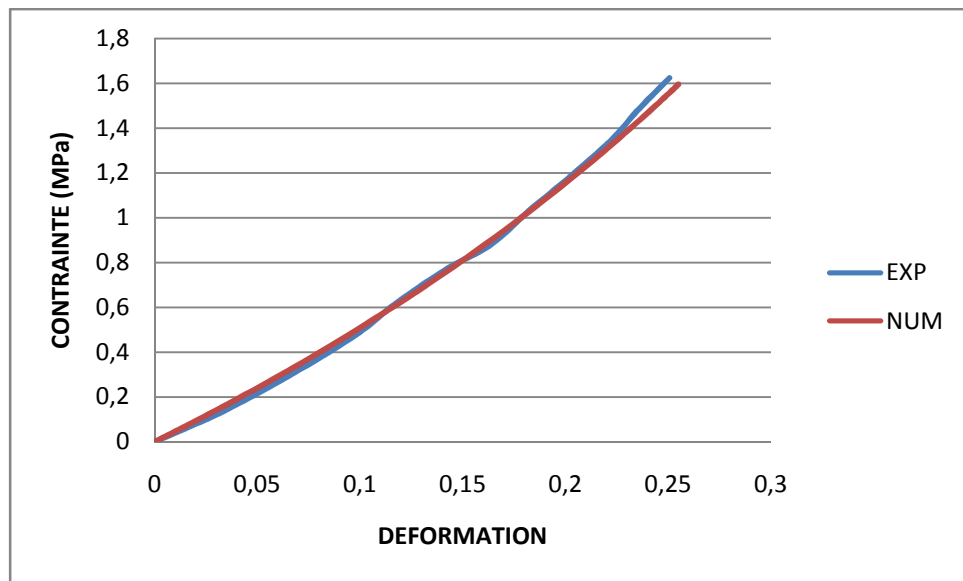


FIG III-15 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (non vieillis) avec : $G_c=1.39, G_e=0.095, \beta=0.39, \delta=0.007$

❖ **SBR70%CB**

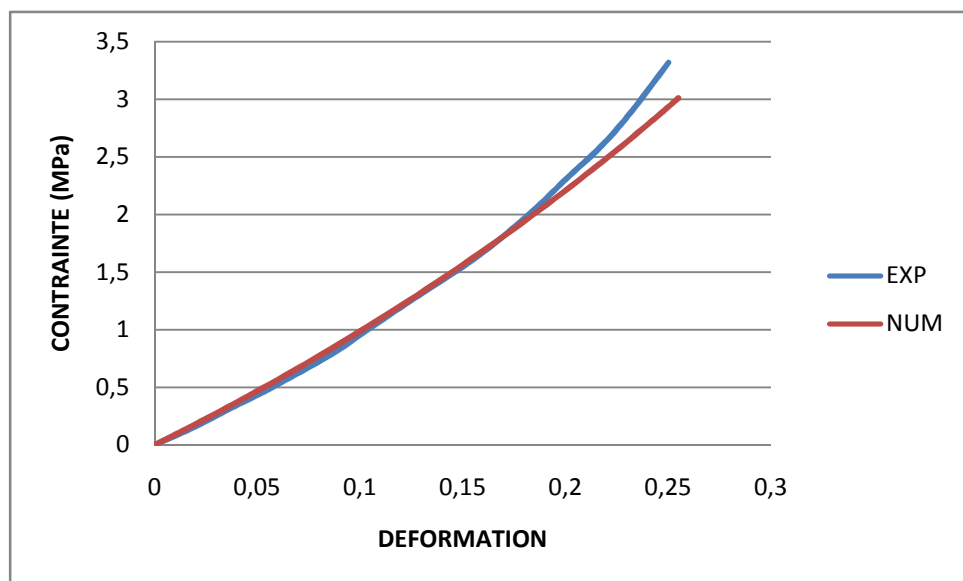


FIG III-16 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 70% (non vieillis) avec : $G_c=1.6, G_e=0.93, \beta=0.37, \delta=0.01$

III-4-2 Extension des modèles au vieillissement

Le vieillissement ou la dégradation des élastomères se manifeste par une perte de masse. La modélisation de vieillissement s'effectue en prenant en considération le changement de masse sur les propriétés matériaux (G_c , G_e , β et δ).

La variable de dégradation ''D'' est définie comme le rapport de la perte de masse initiale :

$$D = \frac{\Delta m}{m_0} = \frac{m - m_0}{m_0} = 1 - \frac{m}{m_0}$$

Dans le cas de nos modèles tube et tube étendu, nous choisissons de rendre compte du mécanisme de vieillissement des élastomères en utilisant :

- Pour modèle tube : $G_e = G_{e0} \exp(1 - D)^{\varphi_e}$

$$G_c = G_{c0} \exp(1 - D)^{\varphi_c}$$

$$\beta = \beta_0 \exp(1 - D)^{\varphi_\beta}$$

G_{e0} , G_{c0} et β_0 : paramètres de matériaux non vieillis.

φ_e , φ_c , φ_β : paramètres de matériaux à déterminer.

- Pour modèle tube étendu : $G_e = G_{e0} \exp(1 - D)^{\gamma_1}$

$$G_c = G_{c0} \exp(1 - D)^{\gamma_2}$$

$$\beta = \beta_0 \exp(1 - D)^{\gamma_3}$$

$$\delta = \delta_0 \exp(1 - D)^{\gamma_4}$$

G_{e0} , G_{c0} , δ_0 et β_0 : paramètres de matériaux non vieillis.

γ_1 , γ_2 , γ_3 , γ_4 : paramètres de matériaux à déterminer.

III-4-2-1 Modèle tube

- Traction

- ❖ Gum

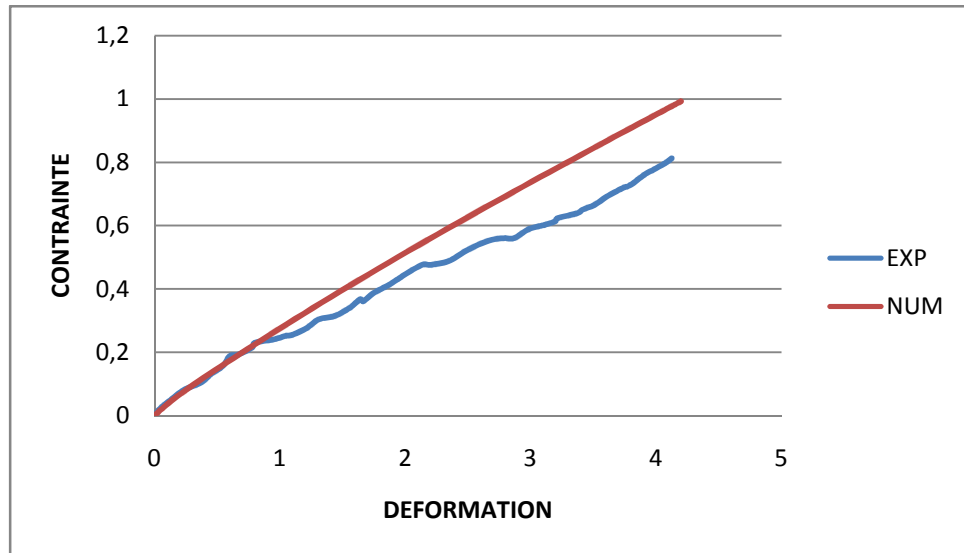


FIG III-17 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une Gum (Cas 70°C) avec : $\varphi_c=0.001$, $\varphi_e=0.8$, $\varphi_\beta=0.2$

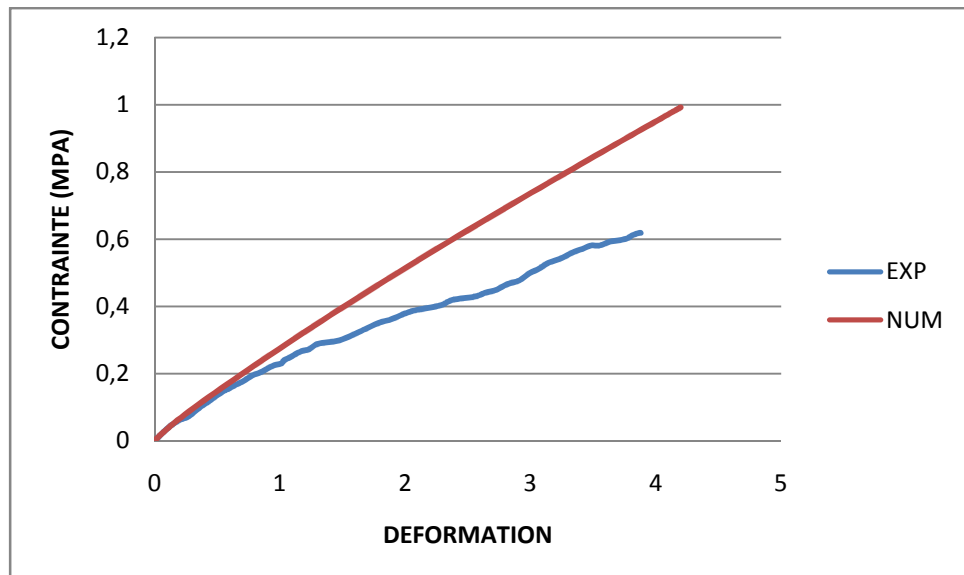


FIG III-18 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une Gum(Cas 100°C) avec : $\varphi_c=0.0098$, $\varphi_e=0.6$, $\varphi_\beta=0.17$

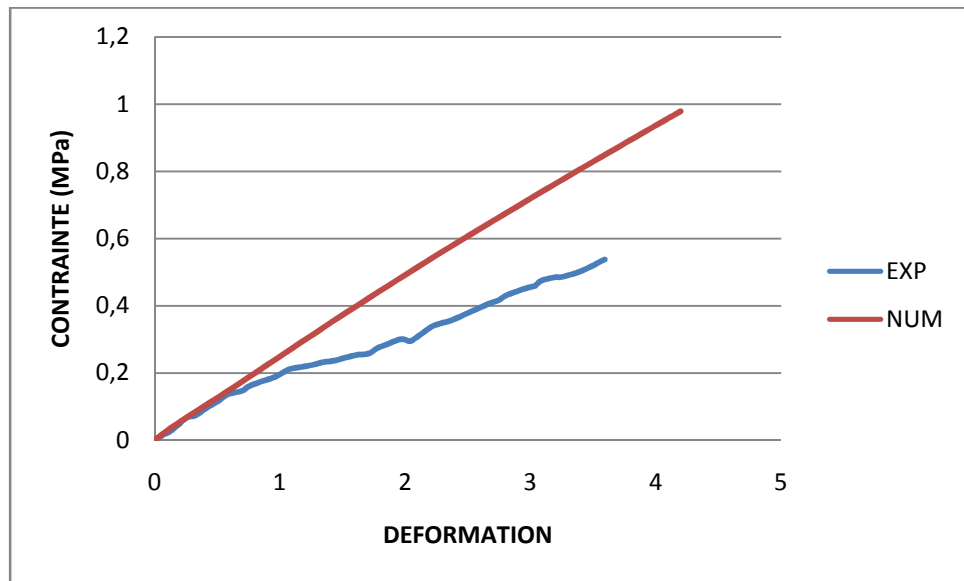


FIG III-19 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une Gum (Cas 125°C) avec : $\varphi_c=0.0095$, $\varphi_e=0.4$, $\varphi_\beta=0.14$

❖ SBR chargé à 20%

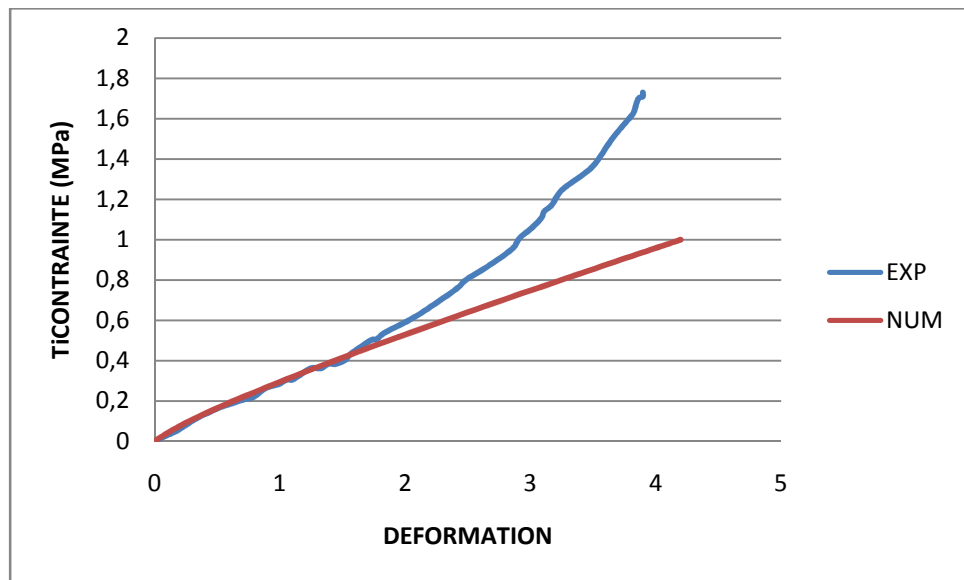


FIG III-20 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (Cas 70°) avec : $\varphi_c=0.003$, $\varphi_e= 1.0$, $\varphi_\beta=0.98$

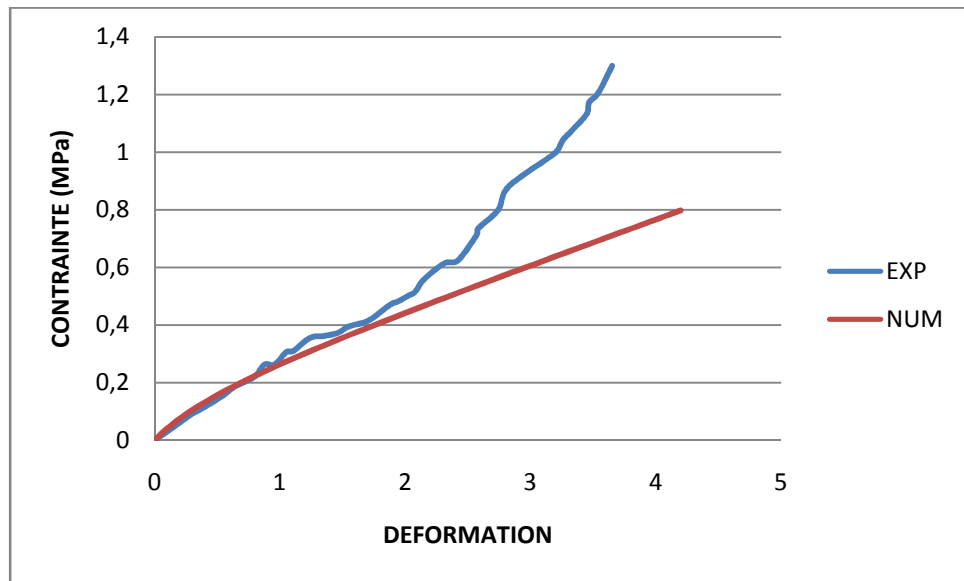


FIG III-21 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (Cas 100°) avec : $\varphi_c=0.0025$, $\varphi_e= 0.9$, $\varphi_\beta=0.7$

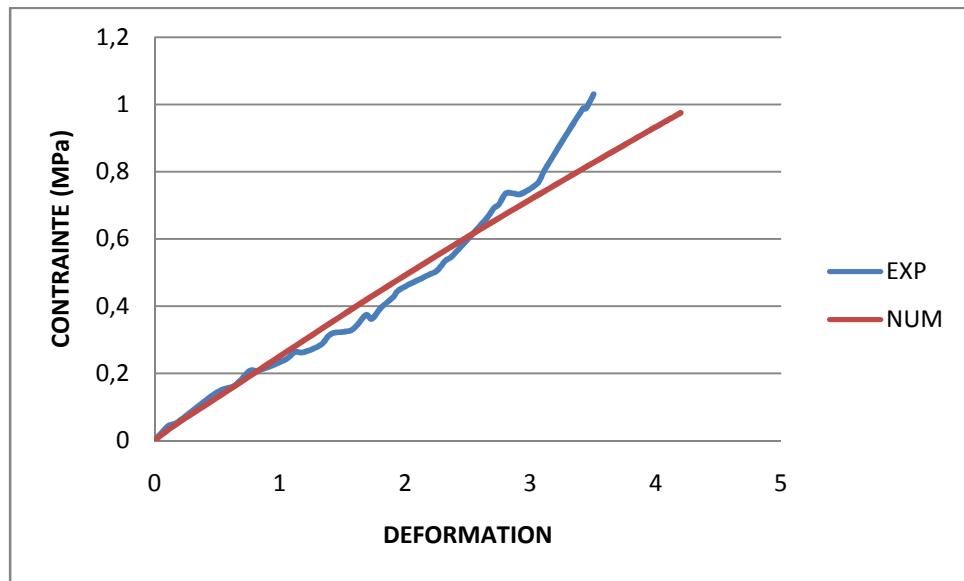


FIG III-22 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (Cas 125°) avec : $\varphi_c=0.002$, $\varphi_e=0.7$, $\varphi_\beta=0.65$

❖ SBR chargé à 70% (70°,100°,125°)

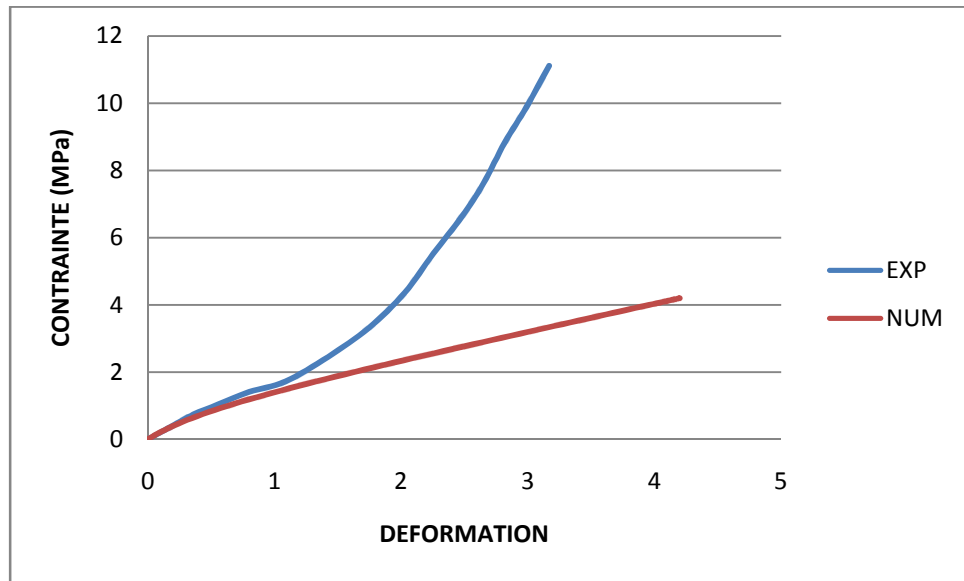


FIG III-23 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 70% (Cas 70°) avec : $\varphi_c=0.1, \varphi_e=1.4, \varphi_\beta=1.1$

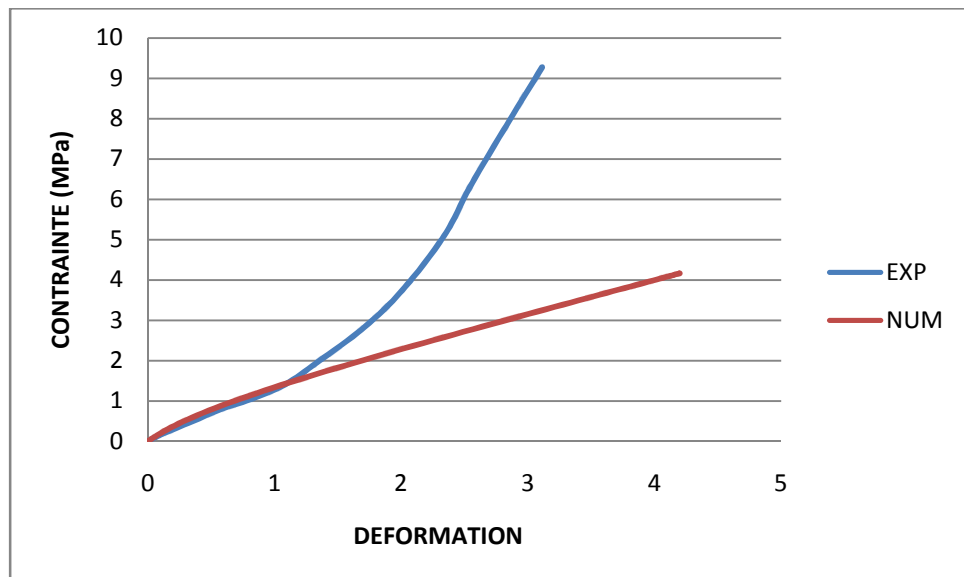


FIG III-24 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 70% (Cas 100°) avec : $\varphi_c=0.08, \varphi_e=1.3, \varphi_\beta=1.1$

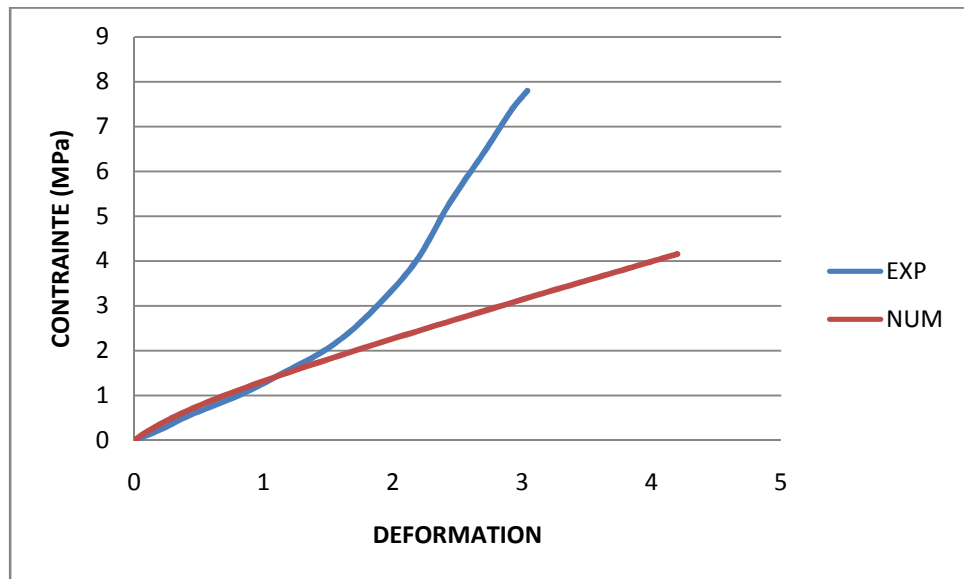


FIG III-25 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 70% (Cas 125°) avec : $\varphi_c=0.05$, $\varphi_e=1.25$, $\varphi_\beta=1.0$

- **Compression :**

- ❖ **Gum (70°,100°,125°)**

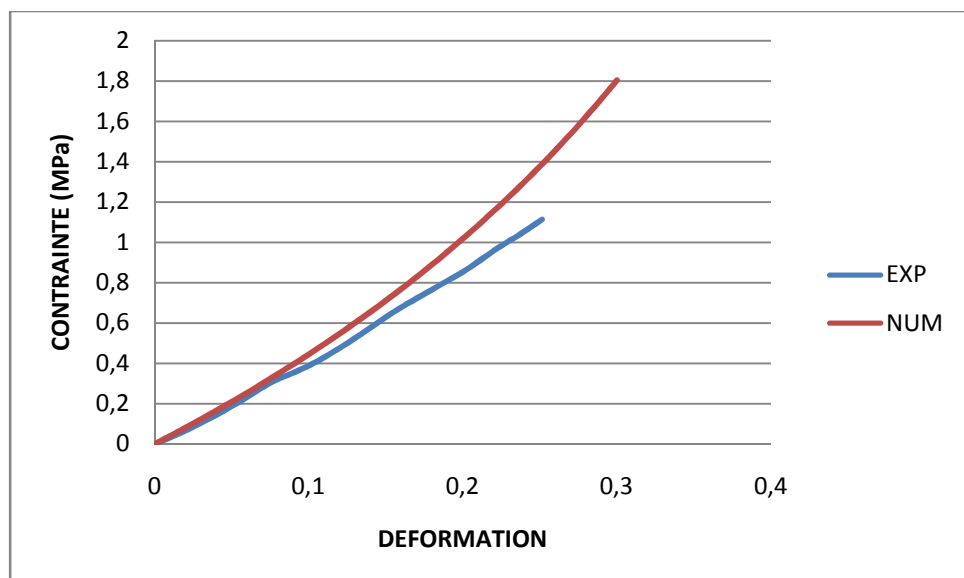


FIG III-26 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une Gum (Cas 70°) avec : $\varphi_c=0.07$, $\varphi_e=0.081$, $\varphi_\beta=1.2$

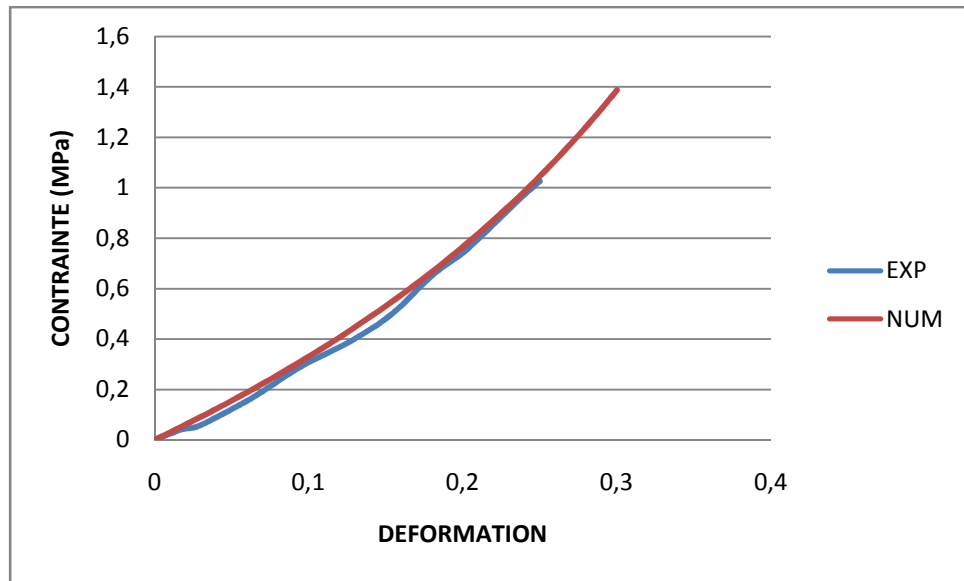


FIG III-27 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une Gum(Cas 100°) avec : $\varphi_c=0.071, \varphi_e=0.08, \varphi_\beta=1.0$

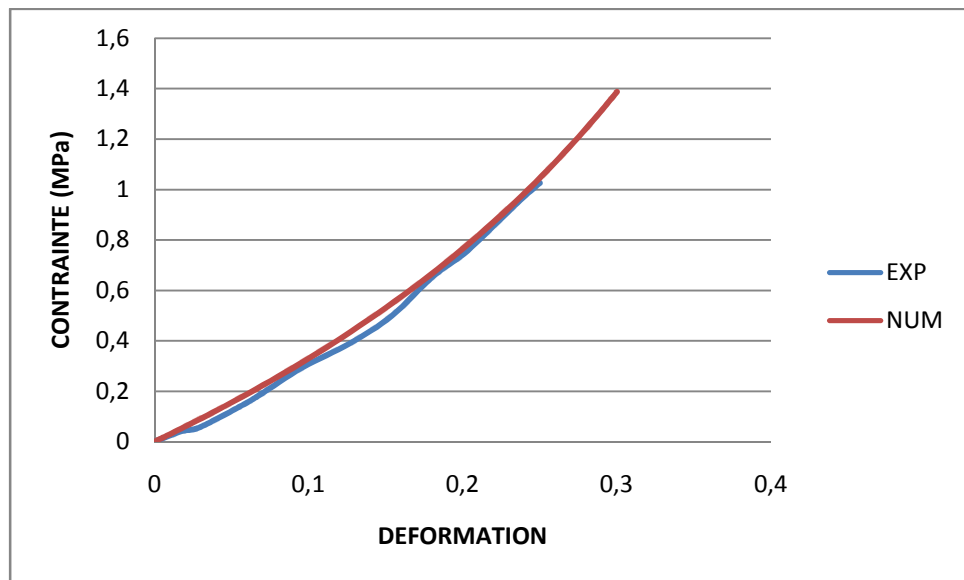


FIG III-28 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une Gum (Cas 125°) avec : $\varphi_c=0.072, \varphi_e=0.082, \varphi_\beta=0.07$

❖ SBR chargé à 20% (70°, 100°, 125°)

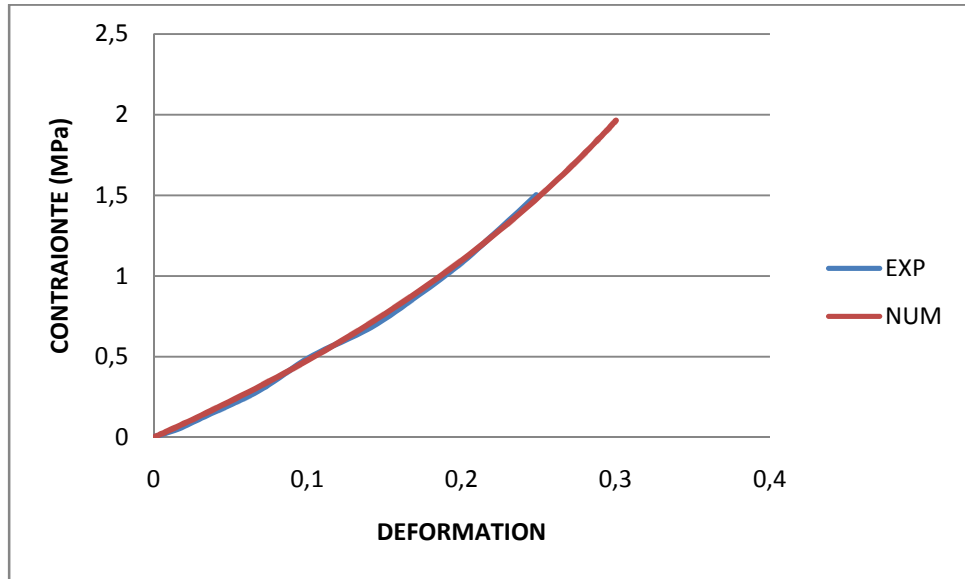


FIG III-29 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (Cas 70°) avec : $\varphi_c=0.072, \varphi_e=0.082, \varphi_\beta=0.07$

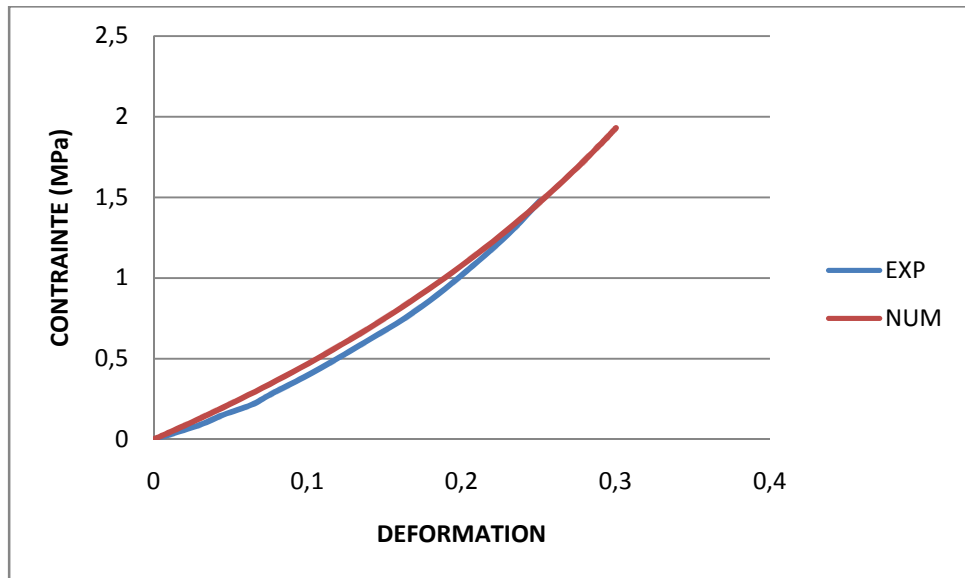


FIG III-30 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (Cas 100°) avec : $\varphi_c=0.07, \varphi_e=0.08, \varphi_\beta=0.01$

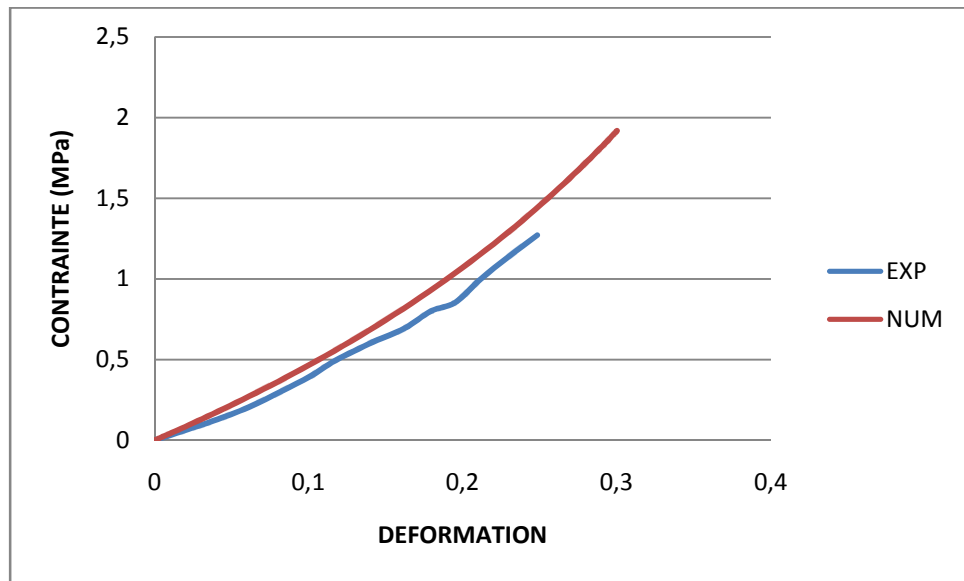


FIG III-31 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (Cas 125°) avec : $\varphi_c=0.065, \varphi_e=0.069, \varphi_\beta=0.009$

❖ SBR chargé à 70% (70°,100°,125°)

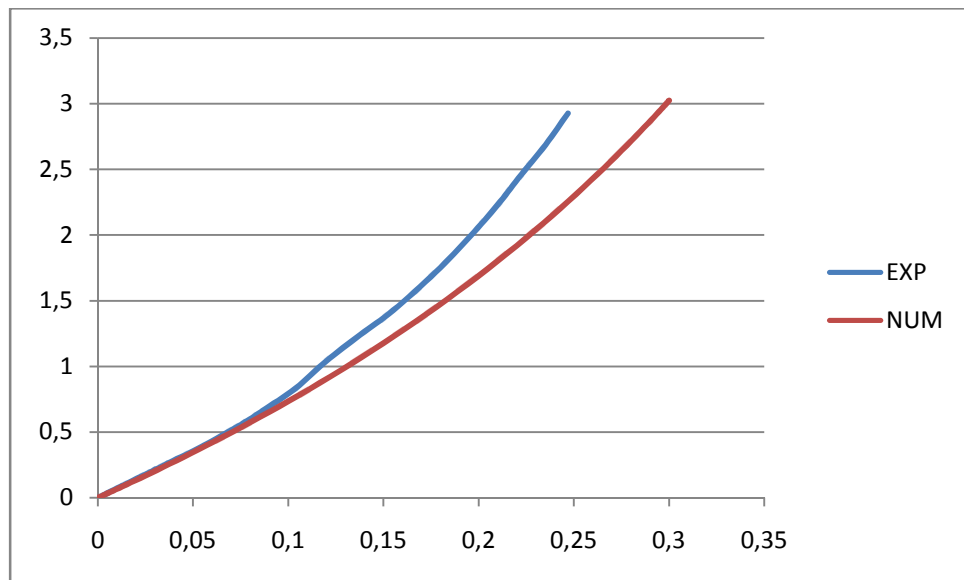


FIG III-32 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 70% (Cas 70°) avec : $\varphi_c=0.05, \varphi_e=0.09, \varphi_\beta=0.009$

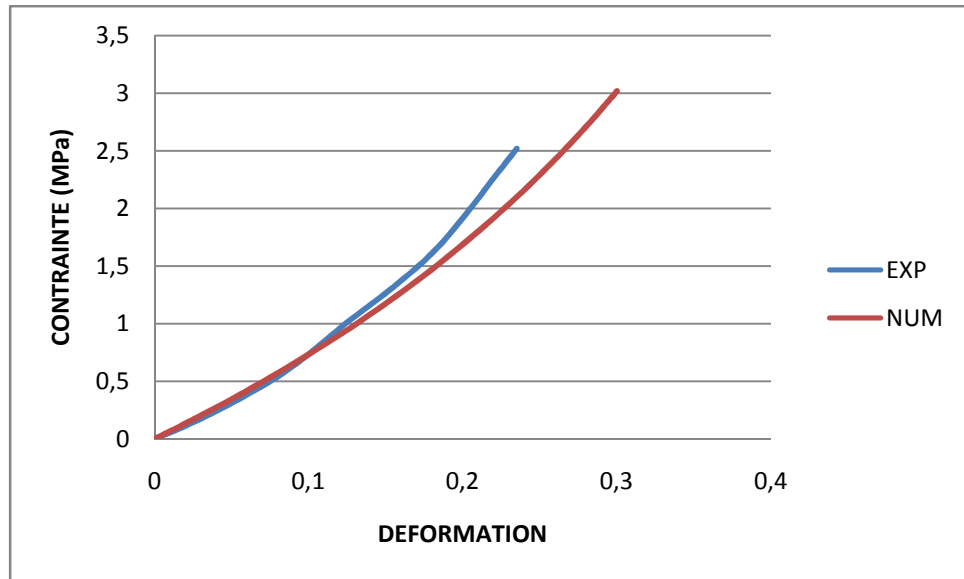


FIG III-34 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 70% (Cas 100°) avec : $\varphi_c=0.049, \varphi_e=0.089, \varphi_\beta=0.005$

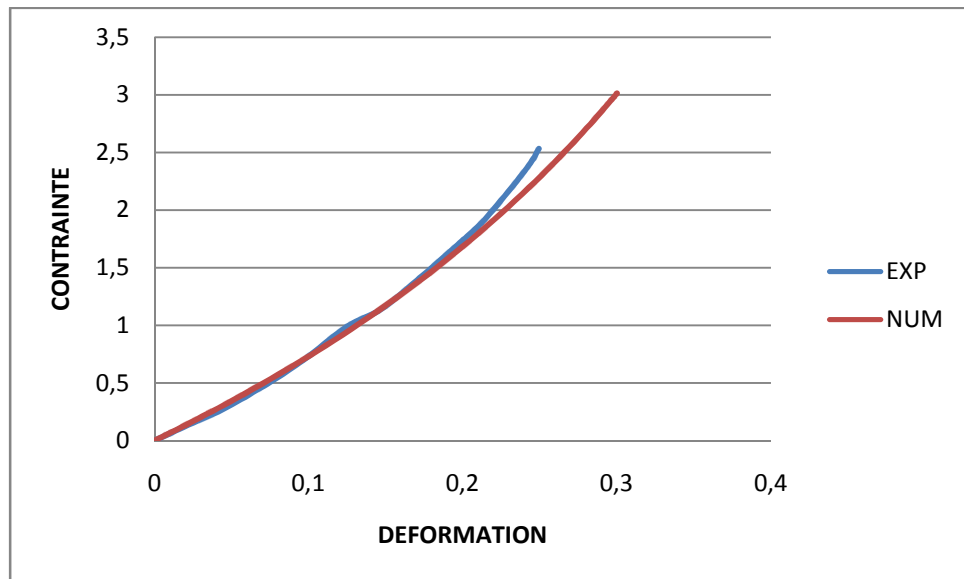


FIG III-35 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 70% (Cas 125°) avec : $\varphi_c=0.048, \varphi_e=0.088, \varphi_\beta=0.002$

III-4-2-2 Modèle tube étendu :

- Traction :

❖ Gum à (70°,100°,125°)

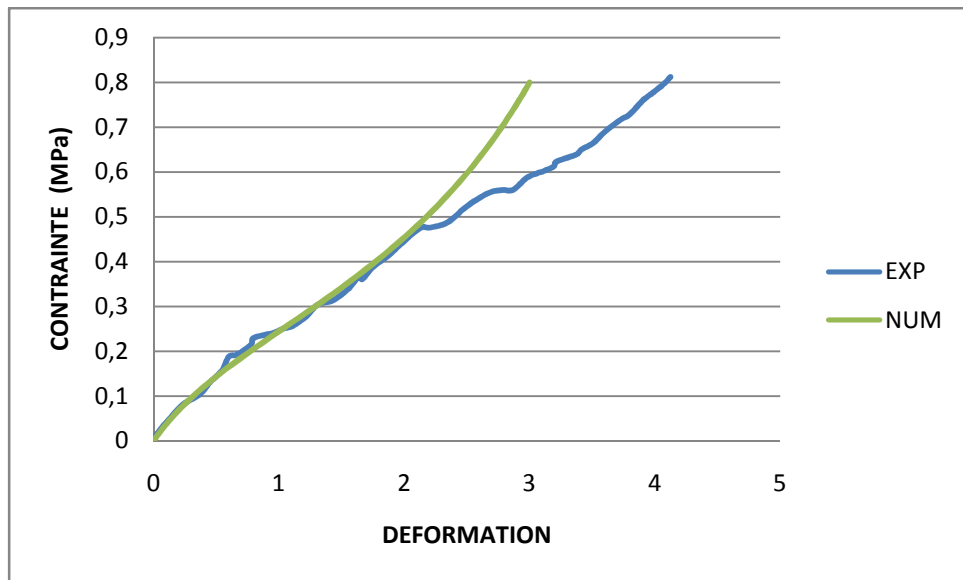


FIG III-36 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une Gum (Cas 70°) avec : $\gamma_1=0.5, \gamma_2=0.01, \gamma_3=0.3, \gamma_4=0.02$

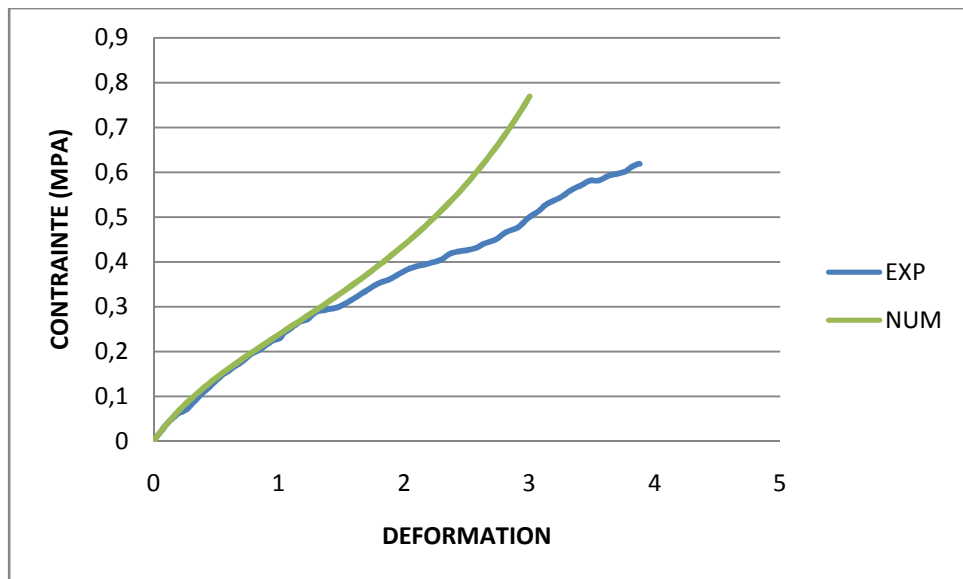


FIG III-37 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une Gum(Cas 100°) avec : $\gamma_1=0.45, \gamma_2=0.01, \gamma_3=0.27, \gamma_4=0.04$

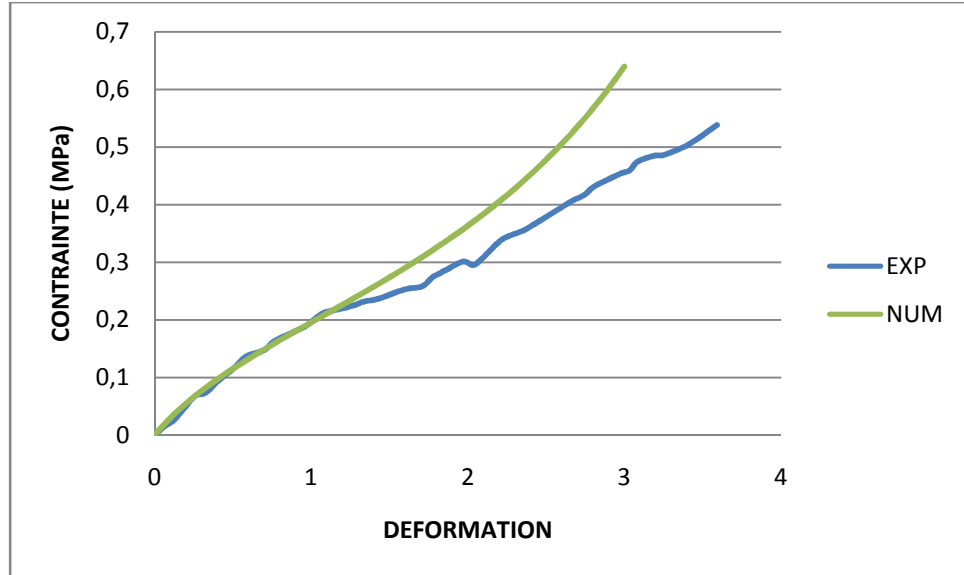


FIG III-38 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une Gum (Cas 125°) avec : $\gamma_1=0.4, \gamma_2=0.097, \gamma_3=0.25, \gamma_4=0.05$

❖ SBR chargé à 20%(70°,100°,125°)

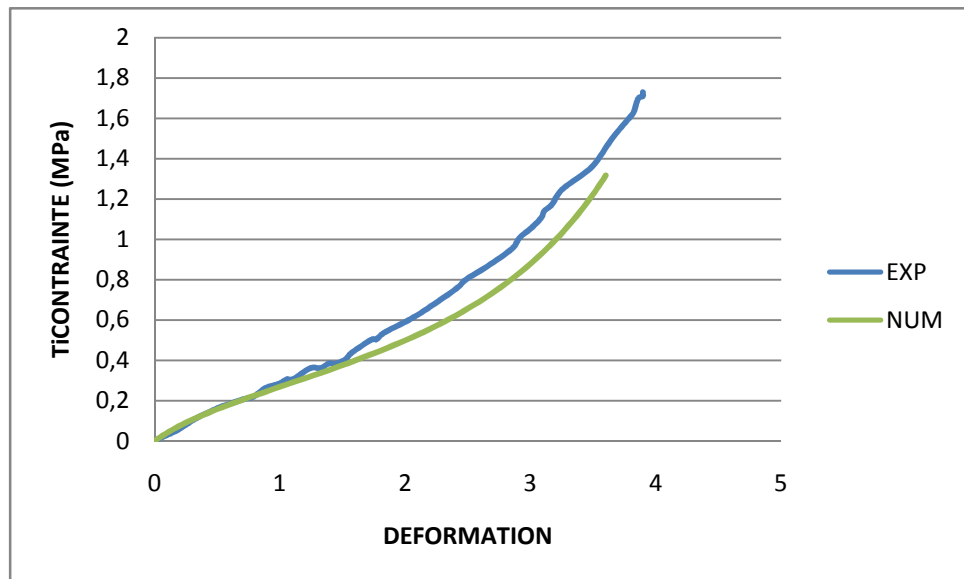


FIG III-39 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (Cas 70°) avec : $\gamma_1=0.55, \gamma_2=0.02, \gamma_3=0.4, \gamma_4=0.05$

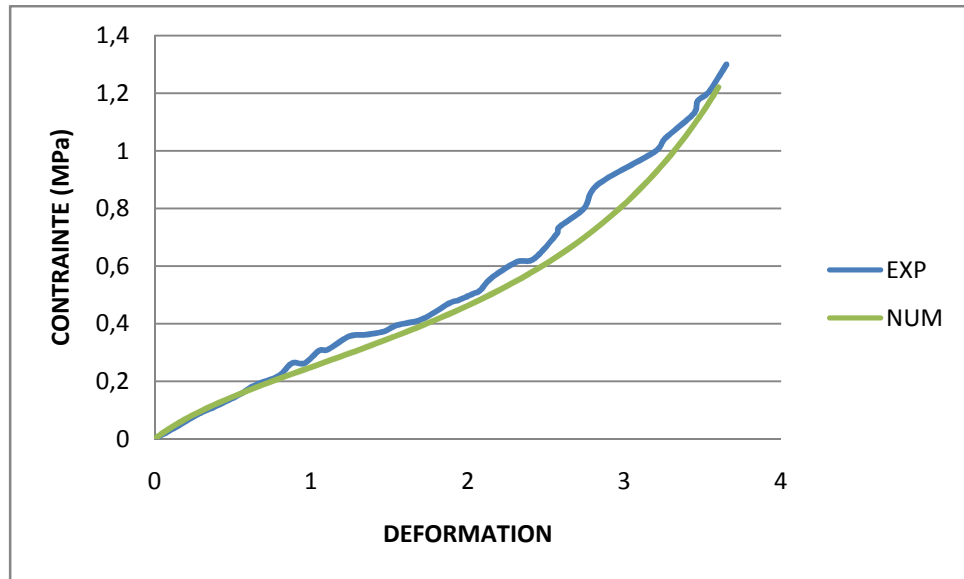


FIG III-40 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (Cas 100°) avec : $\gamma_1=0.51, \gamma_2=0.018, \gamma_3=0.05, \gamma_4=0.03$

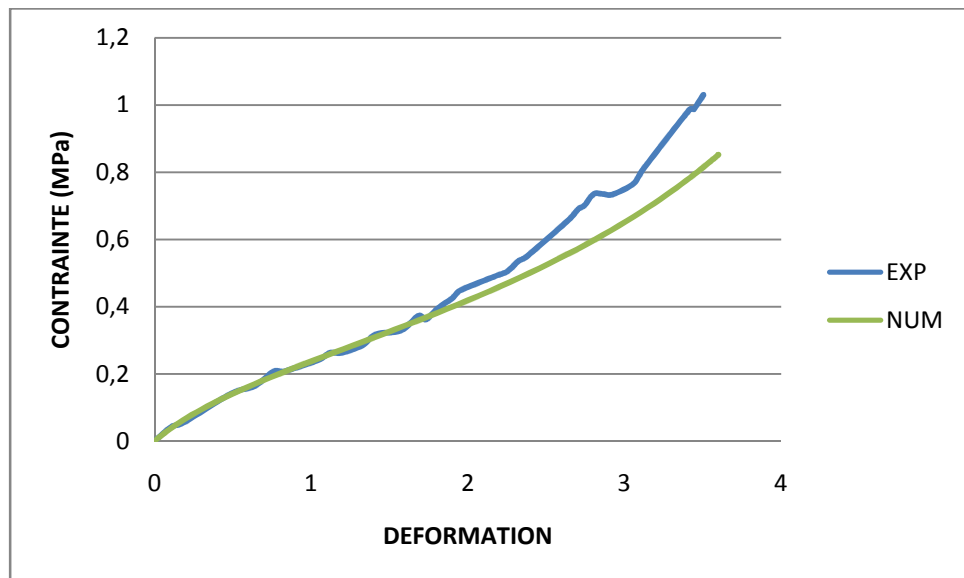


FIG III-41 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (Cas 125°) avec : $\gamma_1=0.49, \gamma_2=0.017, \gamma_3=0.39, \gamma_4=0.04$

❖ SBR chargé à 70% (70°,100°,125°)

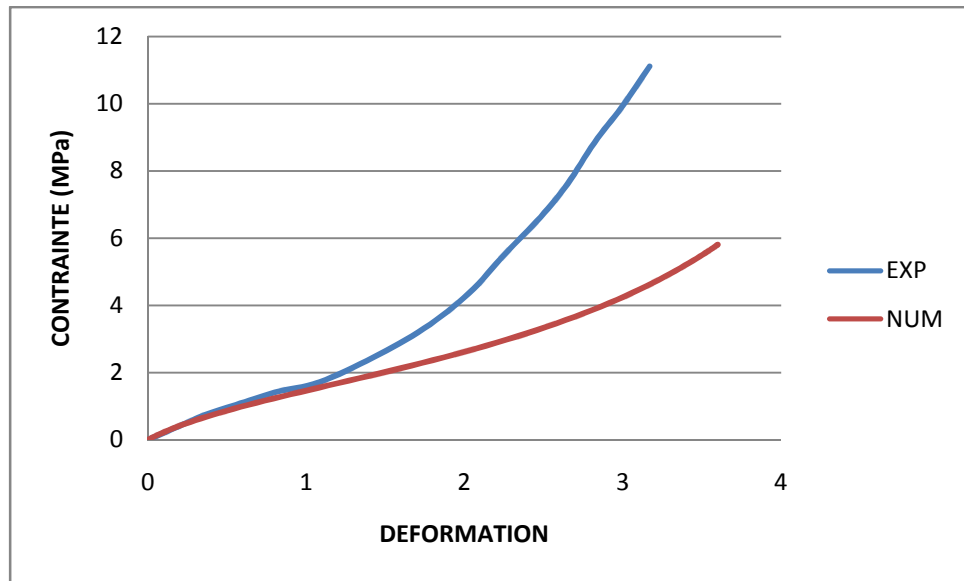


FIG III-42 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 70% (Cas 70°) avec : $\gamma_1=0.25, \gamma_2=0.027, \gamma_3=0.5, \gamma_4=0.048$

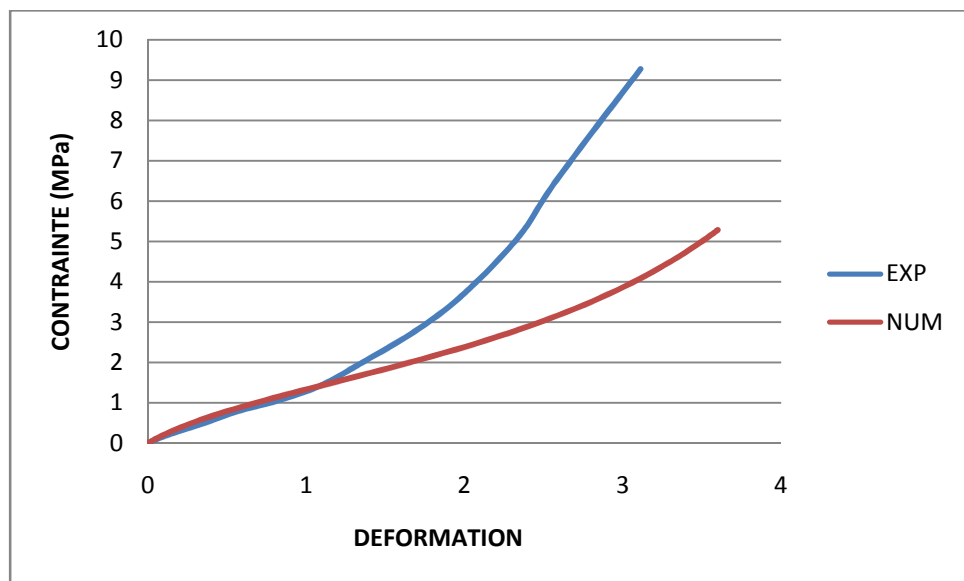


FIG III-43 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 70% (Cas 100°) avec : $\gamma_1=0.23, \gamma_2=0.026, \gamma_3=0.4, \gamma_4=0.045$

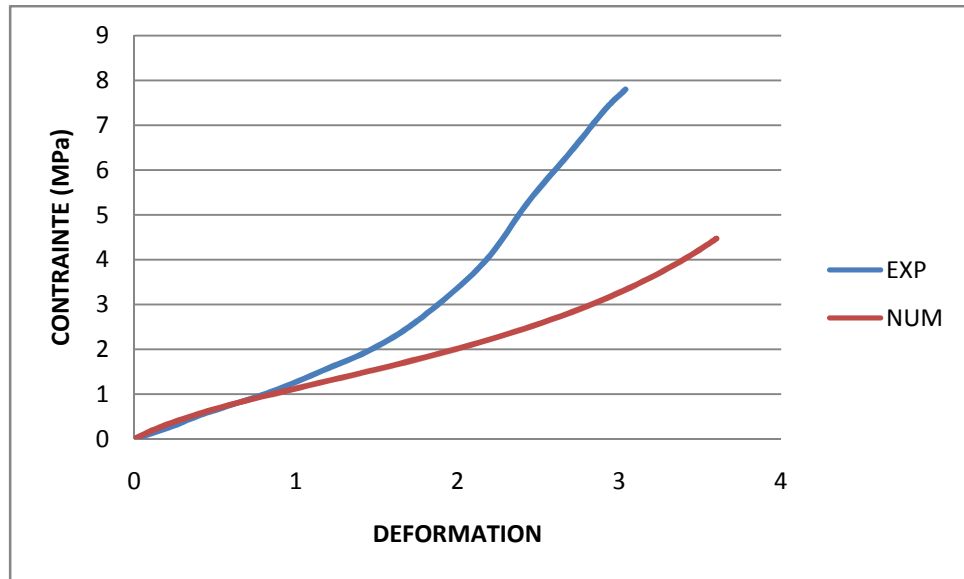


FIG III-44 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 70% (Cas 125°) avec : $\gamma_1=0.32, \gamma_2=0.033, \gamma_3=0.42, \gamma_4=0.05$

• **Compression:**

❖ **Gum à (70°,100°,125°)**

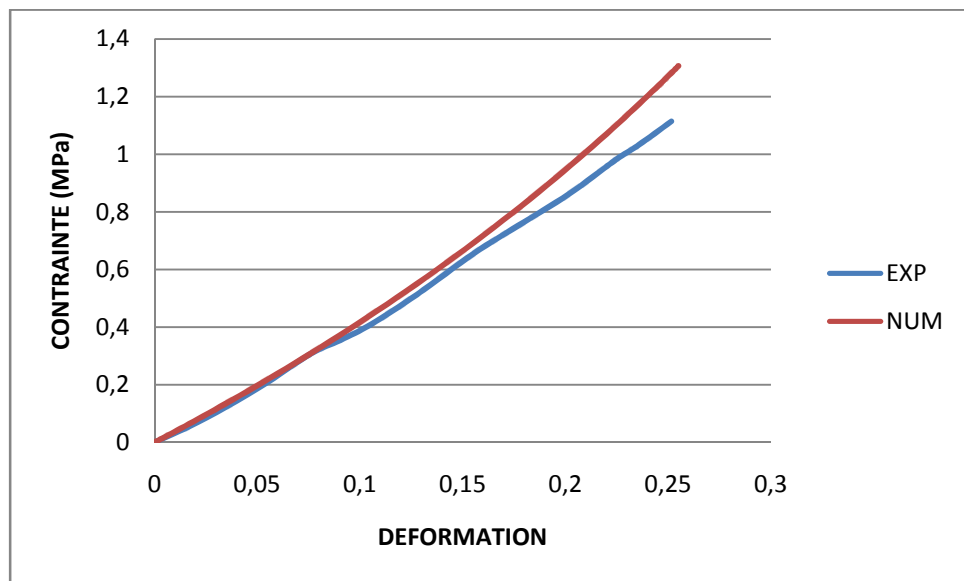


FIG III-45 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une Gum (Cas 70°) avec : $\gamma_1=0.05, \gamma_2=0.001, \gamma_3=0.2, \gamma_4=0.3$

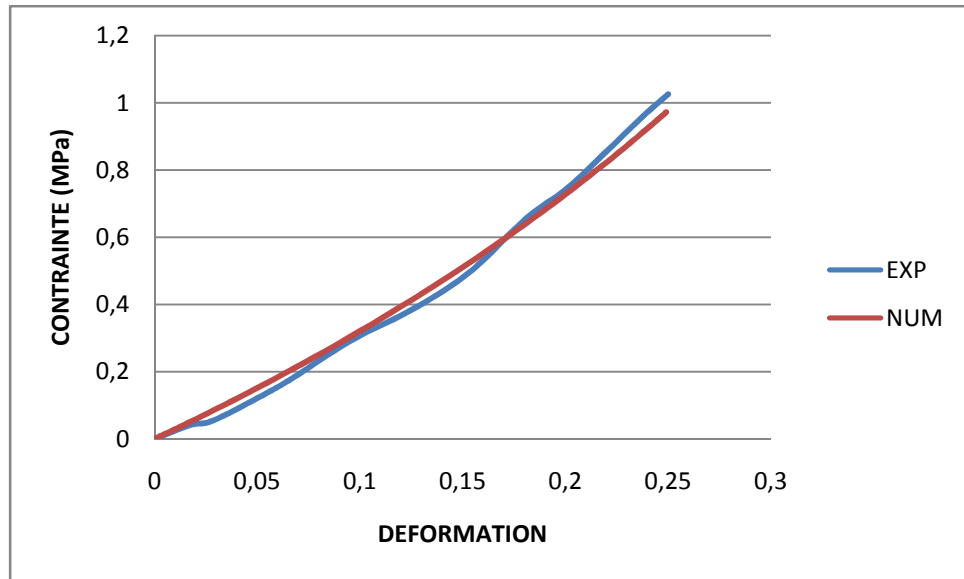


FIG III-46 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une Gum(Cas 100°) avec : $\gamma_1=0.02, \gamma_2=0.001, \gamma_3=0.15, \gamma_4=0.29$

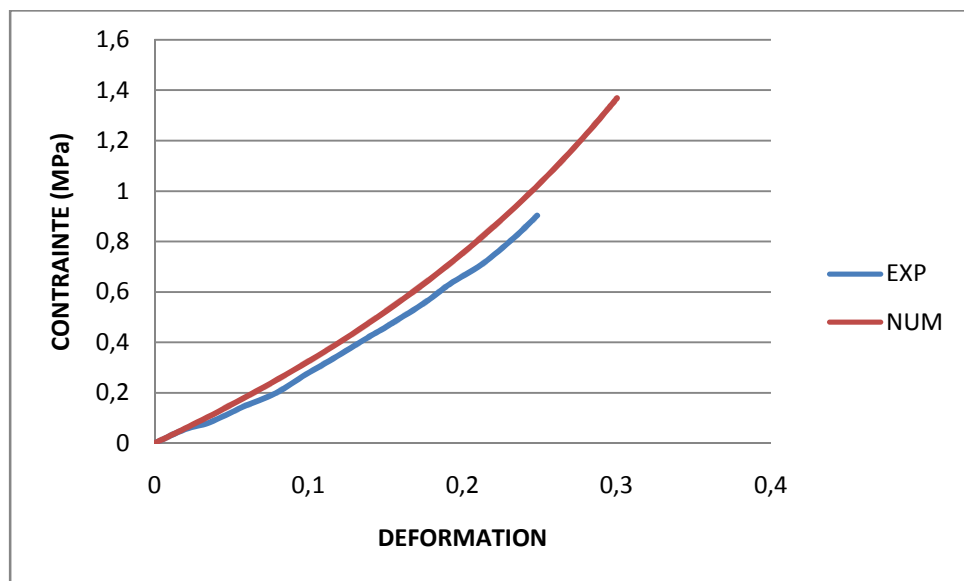


FIG III-47: Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'une Gum (Cas 125°) avec : $\gamma_1=0.08, \gamma_2=0.0099, \gamma_3=0.2, \gamma_4=0.25$

❖ SBR chargé à 20%(70°,100°,125°)

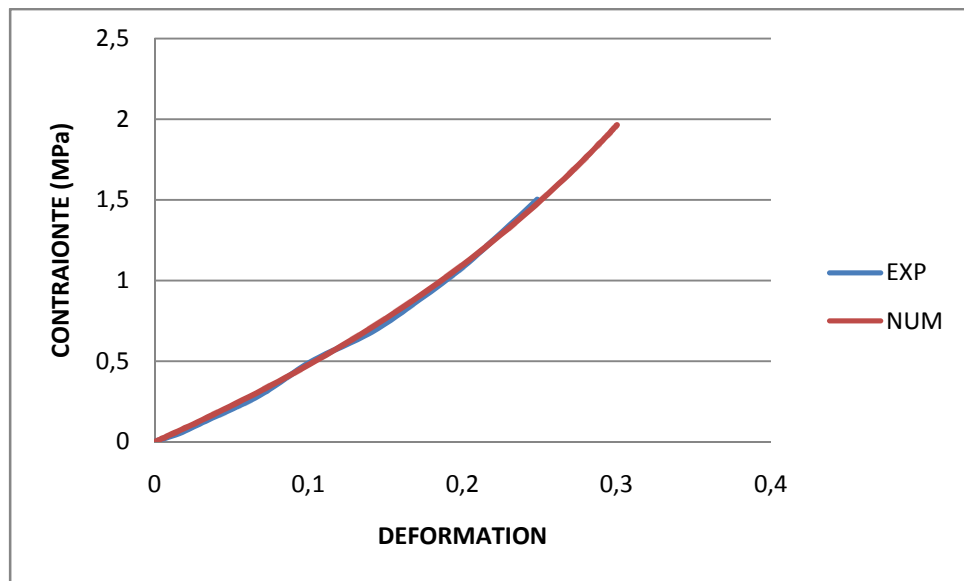


FIG III-48 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (Cas 70°) avec : $\gamma_1=0.1, \gamma_2=0.85, \gamma_3=0.01, \gamma_4=0.31$

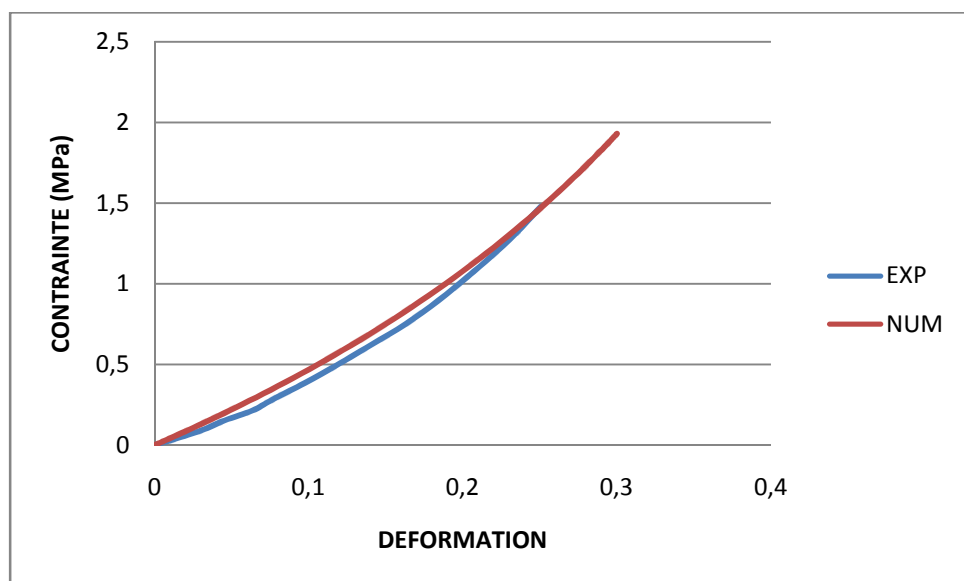


FIG III-49 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (Cas 100°) avec : $\gamma_1=0.98, \gamma_2=0.77, \gamma_3=0.01, \gamma_4=29$

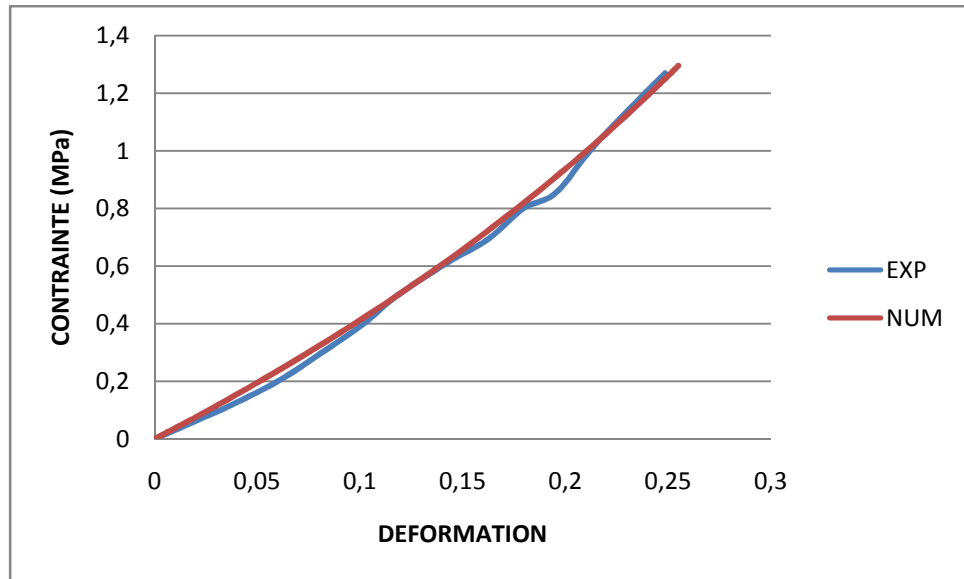


FIG III-50 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 20% (Cas 125°) avec : $\gamma_1=0.95, \gamma_2=0.70, \gamma_3=0.097, \gamma_4=0.26$

❖ SBR chargé à 70% (70°,100°,125°)

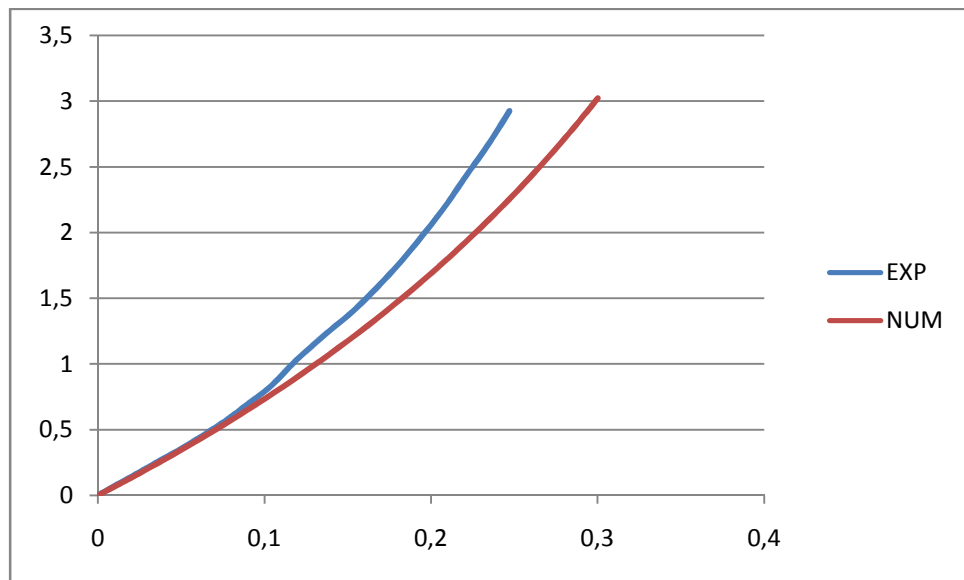


FIG III-51 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 70% (Cas 70°) avec : $\gamma_1=0.9, \gamma_2=1.0, \gamma_3=0.05, \gamma_4=0.09$

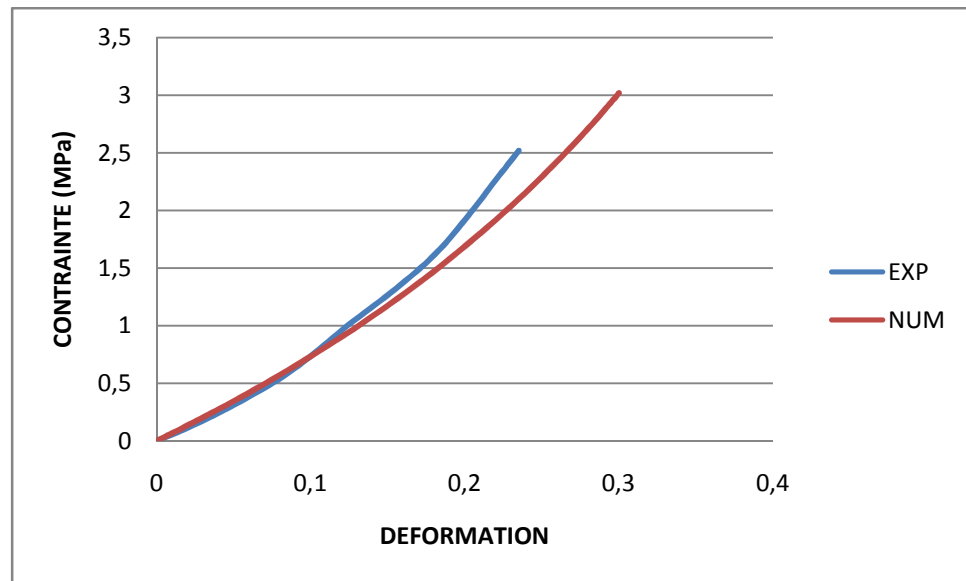


FIG III-52 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 70% (Cas 100°) avec : $\gamma_1=0.75, \gamma_2=0.8, \gamma_3=0.05, \gamma_4=0.06$

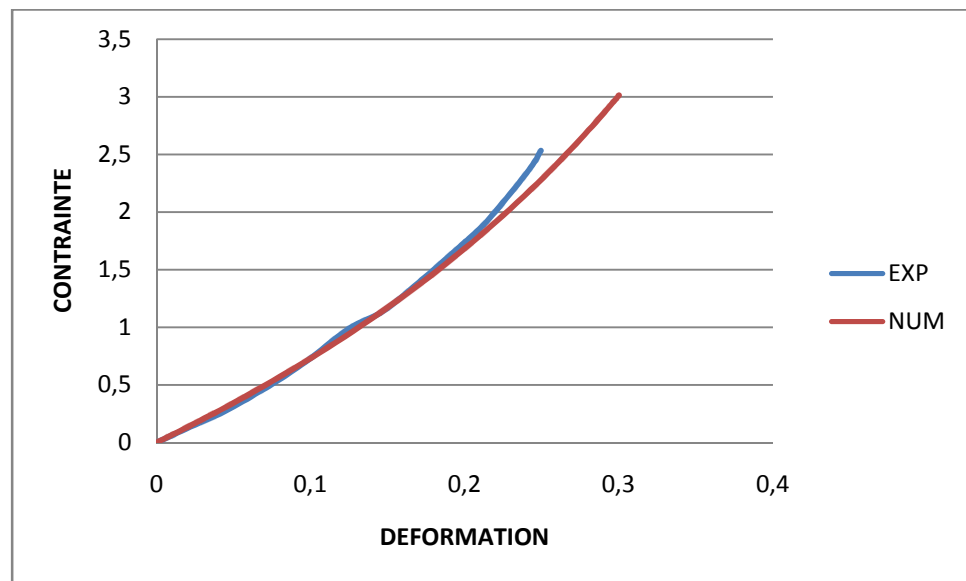


FIG III-53 : Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un SBR chargé à 70% (Cas 125°) avec : $\gamma_1=0.5, \gamma_2=0.6, \gamma_3=0.045, \gamma_4=0.07$

III-5 Interprétation des résultats

- **Modèle tube :**

- ❖ **Cas non vieillis**

Les figures (III-5,III-6,III-7) montrent les comparaisons entre les courbes expérimentales et numériques pour les essais de traction sur des élastomères

déffirents pourcentages de CB, et a température de 25°C, il est clair que le modèle tube reporduit le comportement en traction seulement aux petites et moyennes déformations. Aux grande déformations un déclage entre les deux courbes prendre place.

Les figures (III-8,III-9,III-10) montrent les comparaisons entre les coubes expérimentales et numériques pour les essais de compression sur des élastomères à déffirents pourcentages de CB, et a température de 25°C, il apparait que le modèle tube reproduit parfaitement le comportement des élastomères en compression pour les petites et moyennes et grandes déformations. Mais pour le SBR à 70% CB, un déclage à lieu entre les deux allures.

❖ Cas vieillis :

➤ Traction uniaxiale

Les figures (III-17,III-18,III-19) schématise les comparaisons entre les courbes expérimentales et numériques pour les essais de traction sur gum et à déffirentes température (70°C,100°C, 125°C), le modèle tube reporduit le comportement en traction aux petites déformations. Aux fortes et moyennes déformations un déclage aura lieu.

Les figures (III-20,III-21,III-22) illustrent les comparaisons entre les courbes expérimentales et numériques pour les essais de traction sur SBR à 20% de CB, et à déffirentes température (70°C,100°C, 125°C), le modèle tube reporduit le comportement en traction aux petites et moyennes déformations. Mais aux grandes déformation les deux courbes s'éloignent.

Les figures (III-23,III-24,III-25) montrent les comparaisons entre les courbes expérimentales et numériques pour les essais de traction sur SBR à 70% de CB, et à déffirentes température (70°C,100°C, 125°C), le modèle tube reporduit le comportement en traction seulement aux petites déformations. Le modèle se dévie le comportement en moyennes et grandes déformations.

➤ Compression uniaxiale

Les figures (III-26,III-27,III-28) schématisent les comparaisons entre les courbes expérimentales et numériques pour les essais de traction sur gum et à différentes températures (70°C,100°C, 125°C), le modèle tube reproduit le comportement en compression aux petites, moyenne et grande déformations. Mais à 70°C un décalage entre les deux courbes apparaît.

Les figures (III-29,III-30,III-31) illustrent les comparaisons entre les courbes expérimentales et numériques pour les essais de traction sur SBR à 20% de CB, et à différentes températures (70°C,100°C, 125°C), le modèle tube reproduit le comportement en compression en petites, moyennes et grande déformations.

Les figures (III-32,III-34,III-35) montrent les comparaisons entre les courbes expérimentales et numériques pour les essais de traction sur SBR à 70% de CB, et à différentes températures (70°C,100°C, 125°C), le modèle tube reproduit le comportement en compression seulement en petites déformations. Les se décalent en moyenne et grande déformation.

- **Modèle tube étendue**

- ❖ **Cas non vieillis**

Les figures (III-11,III-13,III-14) montrent les comparaisons entre les courbes expérimentales et numériques pour les essais de traction sur des élastomères différents pourcentages de CB, et à température de 25°C, il est clair que le modèle tube étendu reproduit le comportement des élastomères en traction pour la gum aux petite, moyennes et grandes déformations. Par contre pour le SBR à 20% de CB ne le reproduire que aux petites et moyennes déformations. Pour le SBR à 70% de CB le comportement est reproduit seulement aux petite déformation.

Les figures (III-15,III-16,III-17) montrent les comparaisons entre les courbes expérimentales et numériques pour les essais de compression sur des élastomères à différents pourcentages de CB, et à température de 25°C, il apparaît que le modèle tube étendue reproduit parfaitement le comportement des élastomères en

compression pour les petites et moyennes et grandes déformations. Mais pour le SBR à 70% CB, un décalage a lieu entre les deux allures.

❖ Cas vieillis

➤ Traction uniaxiale

Les figures (III-36,III-37,III-38) schématise les comparaisons entre les courbes expérimentales et numériques pour les essais de traction sur gum et à différentes températures (70°C,100°C, 125°C), le modèle tube étendue reporduit le comportement en traction aux petites déformations. Aux fortes et myennes déformations un décalage entre les deux courbes apparait .

Les figures (III-39,III-40,III-41) exposent les comparaisons entre les courbes expérimentales et numériques pour les essais de traction sur SBR à 20% de CB, et à différentes températures (70°C,100°C, 125°C), le modèle tube etndue reporduit le comportement en traction aux petites et moyennes déformations. Mais aux grandes déformation les deux allures ne confondent plus .

Les figures (III-42,III-43,III-44) exhibent les comparaisons entre les courbes expérimentales et numériques pour les essais de traction sur SBR à 70% de CB, et à différentes températures (70°C,100°C, 125°C), le modèle tube etndue reporduit le comportement en traction seulement aux petites déformations. Aux grandes déformations les deux curbes se décalent.

➤ Compression uniaxiale :

Les figures (III-45,III-46,III-47) montrent les comparaisons entre les courbes expérimentales et numériques pour les essais de compression sur gum et à différentes températures (70°C,100°C, 125°C), le modèle tube étendue reporduit le comportement en compression seulement aux petites déformations. Mais aux moyennes grandes déformations un décalage entre les deux courbes apparait.

Les figures (III-48,III-49,III-50) illustrent les comparaisons entre les courbes expérimentales et numériques pour les essais de traction sur SBR à 20% de CB, et à différentes température (70°C,100°C, 125°C), le modèle

tube reproduit le comportement en compression en petites, moyennes et grande déformations. Mais il ne le produit pas a la température 25°C .

Les figures (III-51,III-52,III-53) montrent les comparaisons entre les courbes expérimentales et numériques pour les essais de traction sur SBR à 70% de CB, et à différentes températures (70°C,100°C, 125°C), le modèle tube étendue reproduit le comportement en compression aux petites et moyennes déformations. Mais pour la température de 125°C le comportement est reproduit aux petites, moyennes et grandes déformations.

II-6 Conclusion

Au cours de ce chapitre nous avons comparé les résultats numériques obtenues par les deux modèles physique (tube et tube étendue) avec ceux obtenus par l'expérimentale.

Dans le cas des élastomères non vieillis, les deux modèles reproduisent parfaitement les essais de compression dans le domaine des petites et moyennes déformations, mais pour les essais de traction, le modèle tube étendue est celui qui reproduit mieux les essais de traction.

Dans le cas des élastomères vieillis les deux modèles reproduisent les essais de traction et compression aux petites et moyennes déformations.

Le choix des paramètres de chaque modèle joue un rôle crucial dans la simulation de comportement des élastomères aux différents mode de déformations et diverses gammes de températures.

Les différents décalages entre les courbes expérimentales et numériques sont dus d'un côté à la méthode utilisée pour identifier les paramètres de chaque modèle ,et d'autre côté à la nature des modèles qui ne prennent pas en considération des phénomènes comme :

- Anisotropie : induite par la structures microscopique (l'orientation des chaînes) des élastomères.
- Endommagement : dû à la rupture entre chaînes-chaînes (rupture des points de jonction ou des points de enchevêtrement) ou entre chaînes-charge.

Conclusion générale

Ce travail est consacré à l'étude numérique du comportement hyperélastique isotrope des élastomères. Nous avons choisis pour notre étude deux modèles physiques : tube et tube étendu. La reproduction de comportements hyperélastiques isotropes dans le cas des élastomères vieillis et non vieillis, et pour différentes modes déformations (Traction et compression uniaxiaux), est étudiée.

Les deux modèles physiques sont implémentés dans un code de calcul Abaqus. Ceci nous a permis la simulation des essais de traction (ou compression) pour un élastomère vieillis et non vieillis, et on a constaté que:

- Dans le cas d'un élastomère non vieillis :
 - En traction : le modèle tube étendu reproduit les essais expérimentaux pour les différentes gammes de déformations, par contre le modèle tube reproduit ces essais aux petites et moyennes déformations.
 - En compression : les deux modèles (tube et tube étendu) reproduisent le comportement en compression aux petites et moyennes déformations.
- Dans le cas d'un élastomère vieillis :
 - En traction : le modèle tube étendu reproduit les essais expérimentaux aux petites et moyennes déformations. Le modèle tube reproduit ces essais seulement aux petites déformations.
 - En compression : les modèles tube et tube étendu reproduisent qualitativement le comportement des élastomères ;

En revanche, les deux modèles ne produisent pas correctement le phénomène de vieillissement à cause de la méthode suivie pour identifier les paramètres, et aussi pour la non prise en considération par les deux modèles plusieurs phénomènes.

En guise de perspective, nous proposons l'utilisation des méthodes d'identification paramétriques en vue d'obtenir des meilleurs résultats (identification exacte et précise des paramètres des matériaux).

Références bibliographiques

- [1] : Grilles Marckmann, « Contribution à l'étude des élastomères et membranes soufflées », école centrale de Nantes, thèse doctorat 2004.
- [2] : A. Vivier, « Les polymères », MNES Paris, 2006 .
- [3] : F. Bollaert- A.Lemasçon, « Analyse de défaillance pièces plastiques, élastomères ou composites ; Guide pratique », CETIM, 1999.
- [4] : François Sidoroff, « Mécanique des milieux continus », école centrale de Lyon, version1- 2010.
- [5] : Vanessa Bouchart, « Etude expérimentales et modélisation micromécanique du comportement et de l'endommagement des élastomères renforcés », université de Lille, thèse doctorat 2007.
- [6] : Erwan Verron, « Modélisation du comportement des structures et des matériaux élastomères », école centrale Nantes, thèse doctorat 2003.
- [7] : INSTRON, « Solutions d'essais pour les matières plastiques ».
- [8] : Mickael Abbas, « Loi de comportement hypérelastiques ».
- [9] : Saïd Balaidi, université Mouloud Mammeri, Mémoire Master, 2011.
- [10] : JJH, « Le langage Fortran »,2010.
- [11] : B.Nkong, « L'évolutions du Fortran 90/95 », université bordeaux 1,2007
- [12] : Anne Fouilleux, Patrick Corde, « Langage Fortran (F95-1) », 2012
- [13] : Goley Frédéric, Bonelli Stéphane, ISITV, 2011.

[14] : Adnane Boukamel, « Modélisation mécanique et numériques des matériaux et structures élastomères », université de MEDITERRANEE, thèse doctorat 2006.

[15] : Jacques Verdu, « vieillissement physique des plastiques », ENSAM-Paris, technique d'ingénieurs, 2012.

Annexe A

Complément de chapitre I

I- Les polymers

❖ Les monomères monomères

Polymère (abréviation)	Développement du monomère	Polymère (abréviation)	Développement du monomère
Polyéthylène (PE)		Polyamide 6 (PA 6) (Nylon 6)	
Polypropylène (PP)		Polyéthylène téréphtalate (polyester saturé) (PETP)	
Polychlorure de vinyle (PVC)		Polycarbonate (PC)	
Polychlorure de vinyle déca (PVDC)		Polyulfane (PSU)	
Polystyrène (PS)			
Polyméthacrylate de méthyle (PMMA)		Cellulose (CA)	
Polyacrylonitrile (PAN)			
Polytétrafluoroéthylène (PTFE)		Polybutadiène (PB)	
Polyoxyméthylène (POM)		Polyisoprène (PIP)	

FIG A1 : Les monomères.[2]

❖ Les copolymères

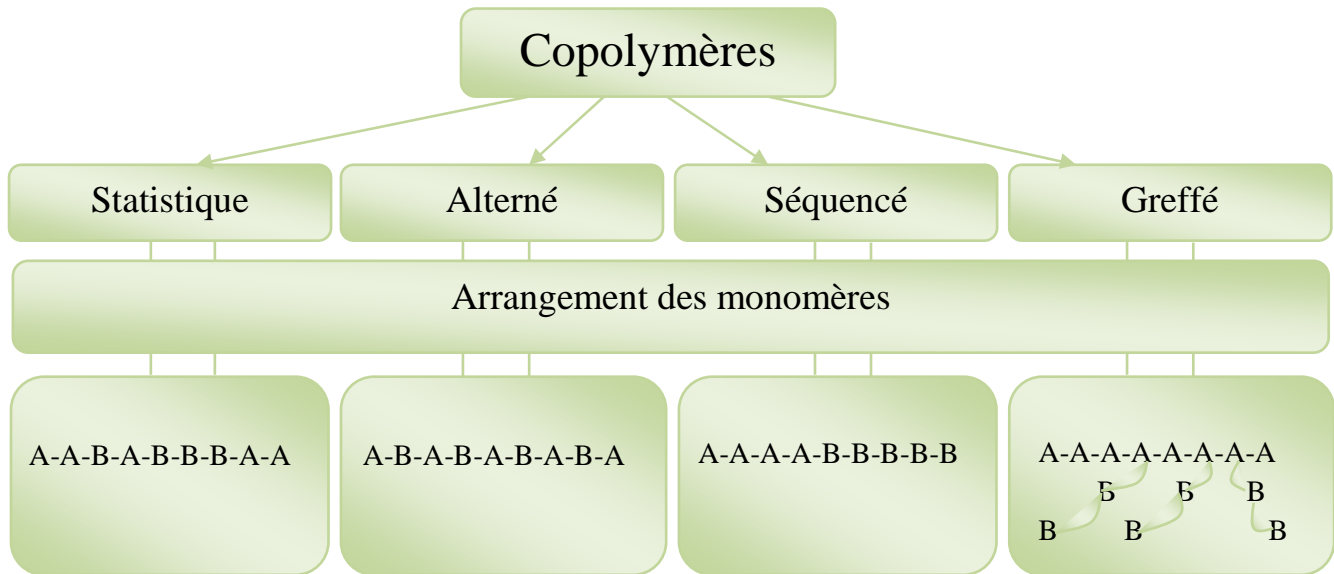


FIG A2 : Les types de copolymères

❖ Les homopolymères

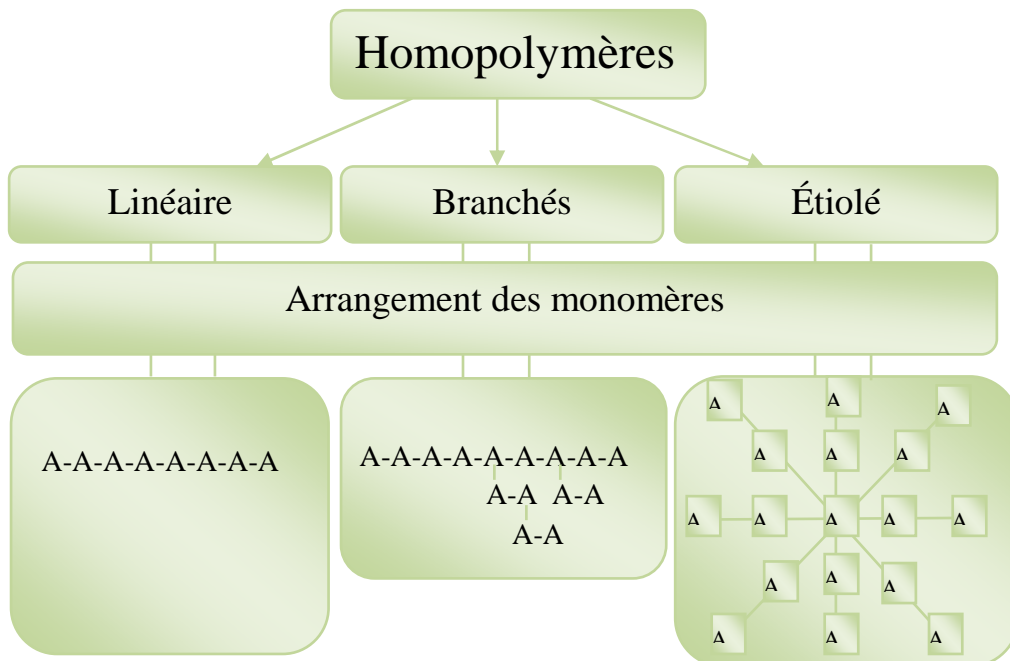


FIG A3 : Les types de homopolymères

❖ Familles des polymères

Type de polymère	Thermoplastiques Amorphe ou semi-cristallin	Elastomères Amorphe	Thermodurcissables Amorphe
Etat de molécule	Linéaires ou ramifiées	Linéaires avec légère réticulation	Réseau 3d avec réticulation forte
Propriété aux $T > T_g$	- Souplesse variable avec la cristallinité - Capacité d'allongement irréversible	- Souplesse - Grande élasticité réversible	- Souplesse moyenne - Allongement peu élevé
Fusion	- La phase amorphe passe à l'état fluide sans fusion par désenchevêtrement des chaînes - la phase cristalline fond sur une plage de température autour de la température moyenne de fusion	Ne fond jamais, mais décomposent a haute température	Ne fond jamais, mais décomposent a haute température
Remarque	- Solubles dans les solvants organiques ; - Recyclables ; - utilisé au-dessous de T_g pour les amorphes.	- forte extension ; - difficilement recyclable ; - utilisé au dessous de T_g .	- insolubles dans les solvants organiques ; - Non recyclables ; - utilisé au-dessous de la température de décomposition thermique
Origine d'élasticité	Amorphe : élasticité enthalpique Cristallin : élasticité entropique	$T < T_g$: élasticité enthalpique $T > T_g$: élasticité entropique	$T < T_g$: élasticité enthalpique $T > T_g$: élasticité entropique

FIG A4 : familles des polymères

II- Les élastomères

❖ Les familles des élastomères et leurs propriétés

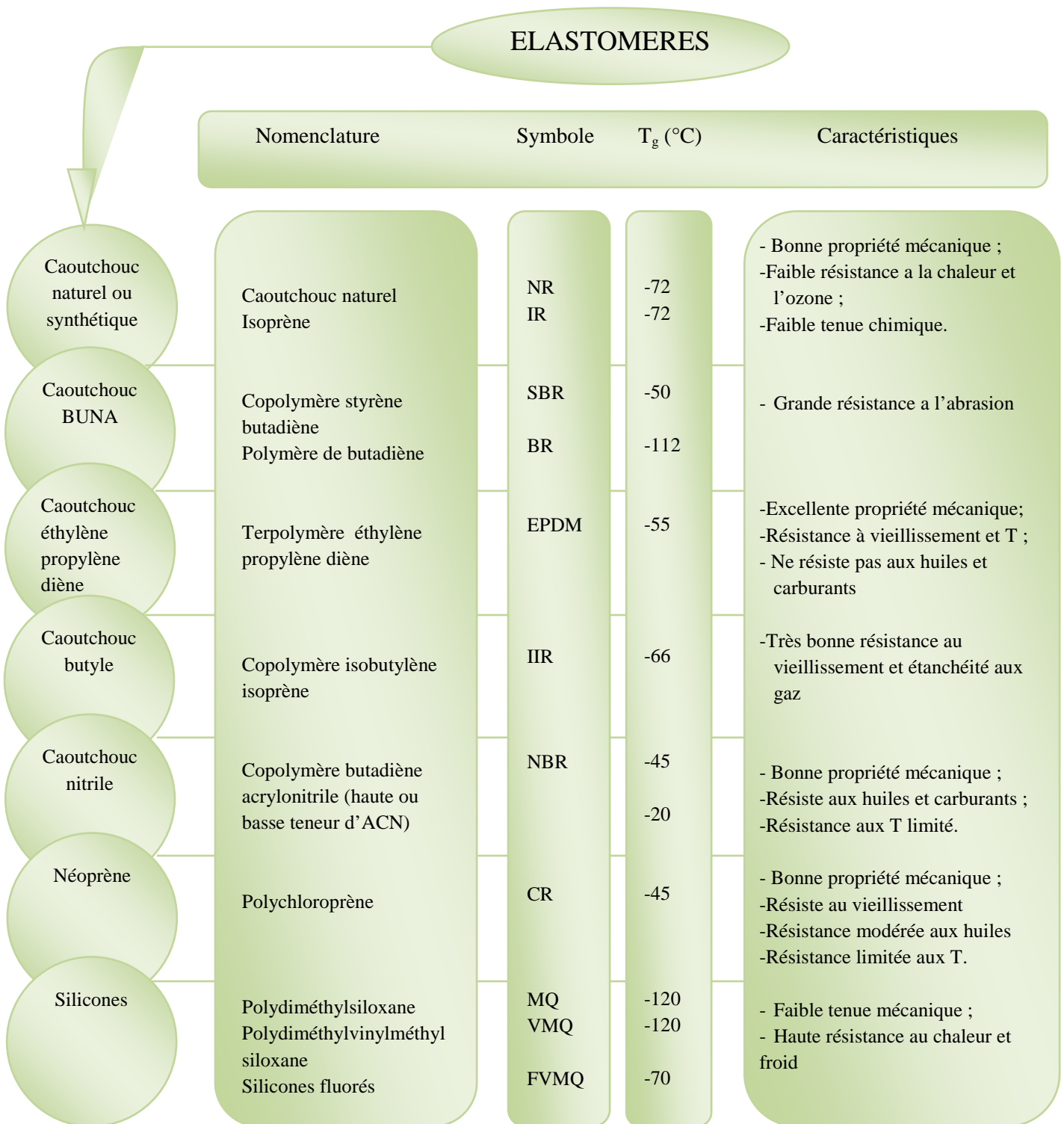


FIG A5 : Les élastomères

❖ Les applications des élastomères

Catégorie	Elastomères	Caractéristique	Secteur	Applications
Elastomère à usages généraux	NR, IR, BR, SBR,.....	- Excellentes propriétés élastiques ; - Résistance chimique.	Automobile	Pneumatiques, supports moteurs, balais d'essuie-glaces.
			Bâtiment	Étanchéité des toitures, câblerie, tuyaux.
			Public	Gants de ménage et de chirurgie.
Elastomère à usages spéciaux	EPDM, IIR, CR, NBR	- Résistance aux liquides agressifs ; - Bonne tenue au vieillissement. - stabilité à la température.	Automobile	Amortisseurs, joints de vibration, courroie, durites :
			BTP	Isolation des câbles, joints, tuyaux.
			Pharmacie	Bouchons
			Aéronautique	Réservoirs souples
Elastomère à usages très spéciaux	Silicones, élastomères fluorés	- Excellentes tenues chimiques et thermiques	Automobile	Fils d'allumage, bagues d'étanchéité
			Aéronautique	Joints, pièces technique.

FIG A6: Les applications des élastomères

III- Vieillessement des élastomères

Elastomère	Désignation	Vieillessement naturel	Huiles et graisses minérales	Eau chaude et vapeur
Caoutchouc naturel	NR	FAIBLE	NON RECOMMANDE	FAIBLE
Isoprène	IR	FAIBLE	NON RECOMMANDE	FAIBLE
Styrène butadiène	SBR	FAIBLE	NON RECOMMANDE	FAIBLE
butadiène	BR	FAIBLE	NON RECOMMANDE	FAIBLE
Isobutylène isoprène	IIR	MOYENNE	NON RECOMMANDE	MOYENNE
Chloroprène	CR	MOYENNE	MOYENNE	FAIBLE
Butadiène acrylonitrile	NBR	MOYENNE	EXCELLENTE	M à F
acrylique	ACM	MOYENNE	EXCELLENTE	FAIBLE
Acrylique éthylène	CSM	MOYENNE	EXCELLENTE	FAIBLE

TAB A-1 : Vieillessement des élastomères.[3]

Annexe B

Le code de calcul Abaqus

I- Présentation des différents types d'éléments Abaqus [9]

Comme tout code de calcul, ABAQUS dispose d'une multitude de types d'éléments qui diffèrent par leurs propriétés d'interpolation, de symétrie, et leurs propriétés physiques. Ainsi, le code propose des éléments à 3 dimensions (3D), à 2 dimensions (2D), des éléments linéaires (1D) et les connecteurs (Figure FIG B1).

Le choix entre ces différentes dimensionnalités dépend de la maîtrise du problème à simuler. Ce qui permet de tenir compte des symétries de géométrie, des chargements, des conditions aux limites et des propriétés des matériaux.

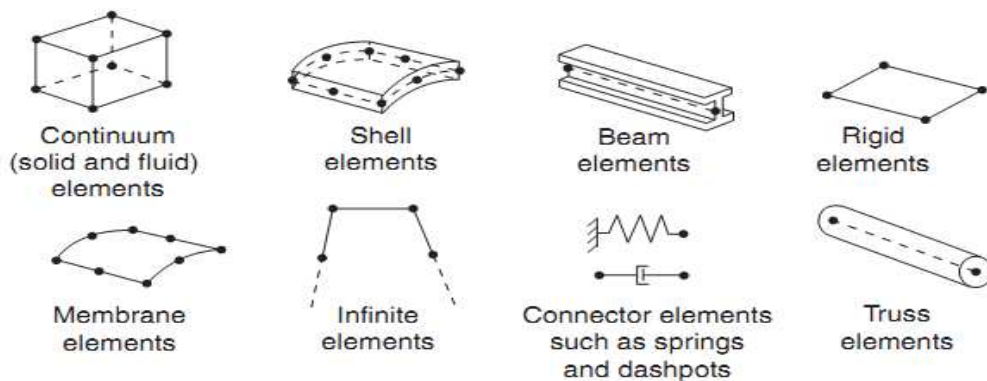


FIG B1 : Différents types d'éléments disponibles dans la bibliothèque d'Abaqus. [9]

II Fonctionnement du code Abaqus [9]

ABAQUS est avant tout un solveur (standard, explicit, implicit, etc.), c'est-à-dire qu'à partir d'un fichier de données (caractérisé par le suffixe **.inp**), qui décrit l'ensemble du problème mécanique, le logiciel analyse les données, effectue les simulations demandées et

fournit les résultats (contour et courbe) dans un fichier de résultat (caractérisé par le suffixe **.odb**).

Deux tâches restent à accomplir : générer le fichier de données (cela s'appelle aussi effectuer le prétraitement), et exploiter les résultats contenus dans le fichier **.odb** (ou post traitement).

La structure du fichier de données peut se révéler rapidement complexe : elle doit contenir toutes les définitions géométriques, les descriptions des maillages, des matériaux, des chargements, etc....., suivant une syntaxe précise. Il faut savoir que le pré traitement et le post traitement peuvent être effectués par d'autres logiciels. ABAQUS propose le module Abaqus CAE, interface graphique qui permet de gérer l'ensemble des opérations liées à la modélisation :

- La génération du fichier de données,
- Le lancement du calcul proprement dit,
- L'exploitation des résultats.

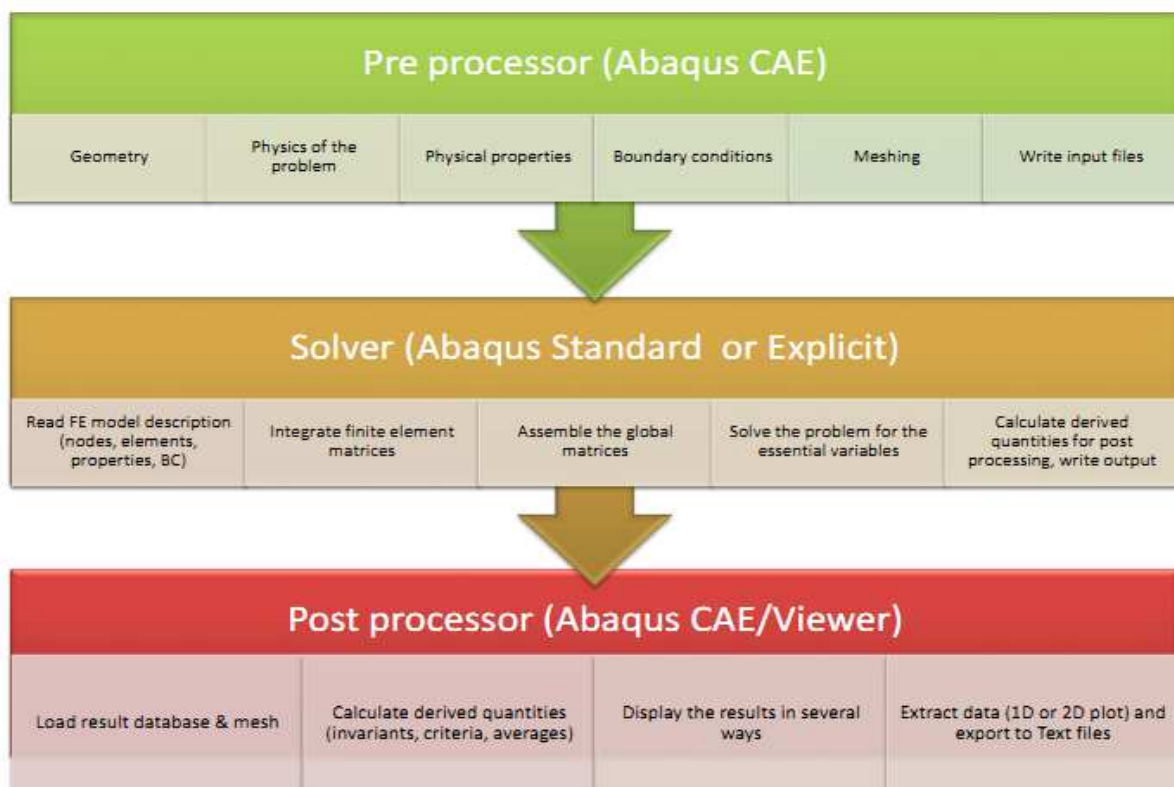


FIG B2 : Schéma de fonctionnement du code ABAQUS.[9]

III Description de l'interface ABAQUS CAE [9]

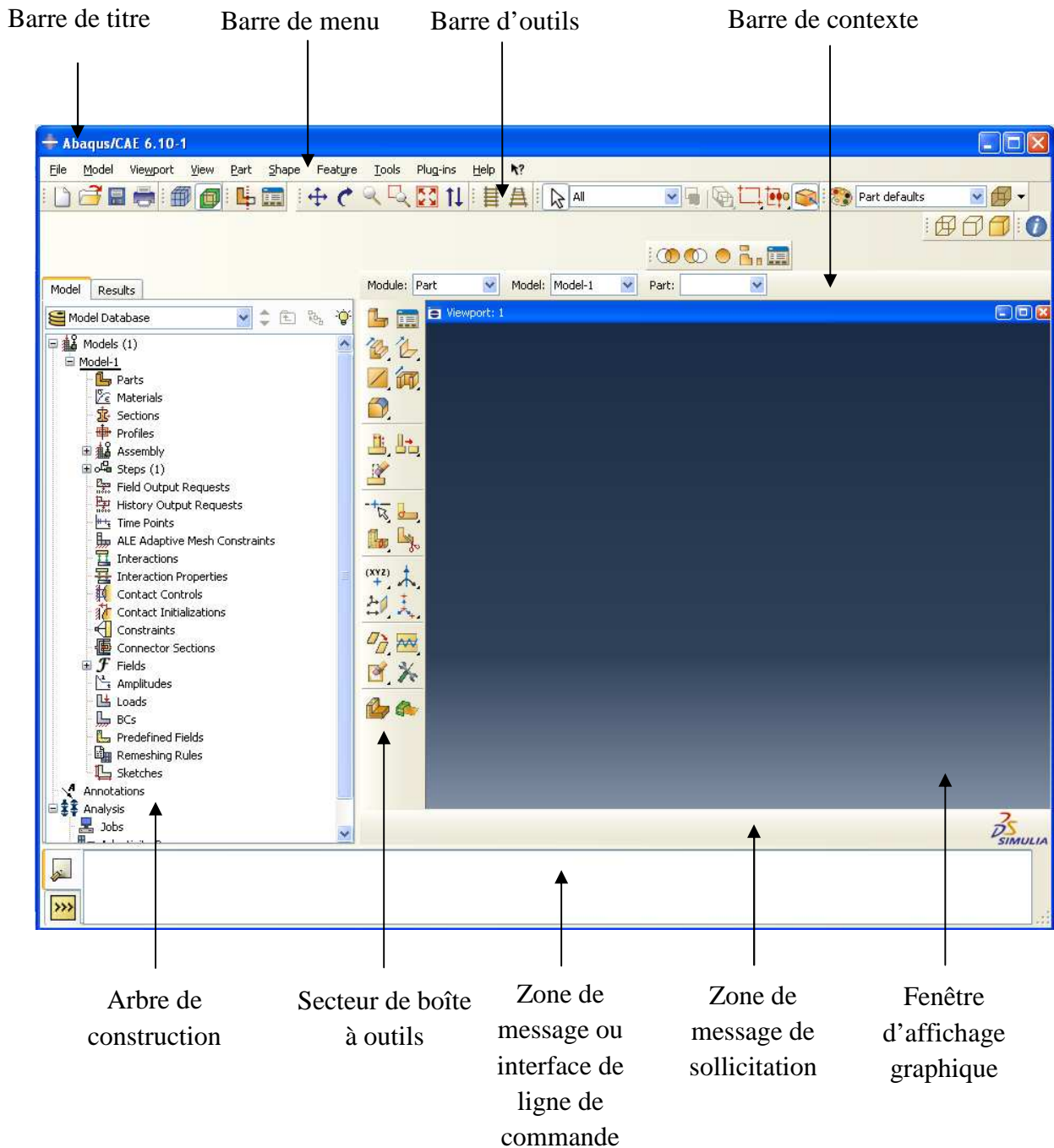


FIG B3 : L'interface Abaqus CAE.[9]

On retrouve dans l'interface Abaqus CAE (Figure III.7) les éléments essentielle suivant:

Barre de menu

La barre de menu contient tous les menus disponibles ; les menus donnent l'accès à toutes les fonctionnalités du produit.

Barre d'outils

Y sont disposées les icônes correspondant aux commandes les plus courantes, c'est-à-dire les commandes d'ouverture et de sauvegarde de fichiers, et les commandes réglant l'affichage des vues (perspective, ombrage, zoom, rotations, etc.)

Barre de contexte

Barre de menus déroulant permettant d'accéder aux autres modules, ou de sélectionner le modèle ou la pièce sur lesquels on souhaite travailler.

Secteur de boîte à outils

On dispose d'une colonne d'icônes permettant d'accéder aux outils disponibles à l'intérieur du module dans lequel on se trouve.

Zone de message de sollicitation

L'espace juste sous la fenêtre d'affichage graphique est celui dans lequel Abaqus vous parle : les messages affichés à cet endroit sont faits pour vous guider dans l'action que vous avez entreprise.

Arbre de construction

L'arbre donne une description visuelle de la hiérarchie des objets du modèle. Tous les objets (comme des pièces, des matériaux, des étapes, des charges) sont indiqués par de petites icônes avec en parenthèses le nombre de ces objets. L'ordre de l'arbre reflète l'ordre classique d'élaboration du modèle. A partir de cet arbre il est possible de retrouver la plupart des fonctionnalités de la barre de menu principale. Par exemple, double cliquer sur Part permet de créer une nouvelle Part comme sélectionner Part -> Create dans la barre de menu.

IV Les principaux Modules d'Abaqus

Le module « PART ».

Le module Part permet de créer tous les objets géométriques nécessaires à notre problème, soit en les dessinant dans Abaqus CAE, soit en les important d'un logiciel de dessin tiers.

Le module « PROPERTY ».

Le module Property permet, comme son nom l'indique, de définir toutes les propriétés d'un objet géométrique ou d'une partie de ces objets.

Le module « ASSEMBLY ».

Ce module permet d'assembler les différents objets géométriques créés dans un même repère de coordonnées global. Un modèle Abaqus contient un seul assemblage.

Le module « STEP ».

Ce module permet de définir toutes les étapes et les requêtes pour le post traitement, c'est à dire le moment (temps) à partir duquel une force est appliquée et jusqu'à quand, il est aussi possible de créer des forces ou des conditions limites qui s'activent à des moments donnés.

Le module « INTERACTION ».

Grâce ce module, il est possible de spécifier toutes les interactions entre les différentes parties et régions du modèle, qu'elles soient mécaniques, thermiques ou autres. Il faut savoir qu'Abaqus ne prend en compte que les interactions explicitement définies, la proximité géométrique n'étant pas suffisante.

Le module « LOAD ».

Le module Load permet de spécifier tous les chargements, conditions limites et champs. Il faut savoir que les chargements et les conditions limites sont dépendants des steps, par exemple une force est appliquée au step 1 mais inactive au step 2.

Le module « MESH ».

Ce module contient tous les outils nécessaires pour générer un maillage élément fini sur un assemblage.

Le module « JOB ».

Une fois que toutes les tâches de définition du modèle ont été réalisées, il faut utiliser le module Job pour analyser ce modèle. Abaqus va alors réaliser tous les calculs nécessaires et en tirer des résultats.

Le module « VISUALIZATION ».

Ce module permet de visualiser le modèle et les résultats, les courbes de charges, les déformations...

 **Le module « SKETCH ».**

Ce module permet de créer des formes bidimensionnelles qui ne sont pas associés à un objet. Il peut être utilisé pour des extrusions par exemple

Annexe C

Logiciel de programmation fortran

I –Historique : [11]

- Code machine : notation numérique en octal
- Assembleurs de codes mnémoniques
- 1954 : projet création de premier langage symbolique FORTRAN par John Backus d'IBM (Mathematical **FOR**mula **TRAN**slating système)
 - Efficacité de code généré (performance);
 - Langage quasi naturel pour scientifiques (productivité, maintenance, lisibilité).
- **1957** : livraison des premiers compilateurs
- **1958** : **Fortran II** (IBM) sous programmes compatibles de façon indépendante.
 - Généralisation aux autres constructeurs mais :
 - Divergence des extensions : nécessité de normalisation
 - ASA American Standards Association : comité chargé de développement d'une norme Fortran.
- **1966** : **Fortran IV** (Fortran 66)
Evolution par extensions divergences.
- **1977** : **Fortran V** (Fortran 77)
 - quasi compatible,
 - Aucune itération des boucles nulles (Do i=1,0)
 - **Nouveauté principales** :
 - Type de caractère
 - IF-Else-Then

- E/S accès direct et open

- **1991/1992** : norme Fortran 90 (ISO et ANSI)
- **1994** : premiers compilateurs Fortran 90 Cray et IBM
- **1994** : Norme Fortran 95 (ISO et ANSI)
- **1999** : premiers compilateurs Fortran 95 sur cray T3E puis IBM
- **Septembre 2004** : Norme Fortran 2003 (ISO et ANSI)
- **Octobre 2010** : Norme Fortran 2008 (ISO et ANSI)

II- Elaboration d'un programme fortran :[10]

L'élaboration d'un programme Fortran nécessite trois types de fichiers :

- Les fichiers source : extension .FOR sous WINDOWS ;
- Les fichiers objet : extension .OBJ sous WINDOWS ;
- Les fichiers exécutables : extension .EXE sous WINDOWS.

Le programmeur écrit sur le fichier source à l'aide d'un éditeur de son choix. Ce texte contenant toutes les instructions de programme. Ensuite le fichier source compilé (traduit en langage machine).a la fin de compilation on va obtenir un fichiers objet non exécutable, mais l'éditeur de liens LINK se chargeant de les lier et de les rendre exécutable.

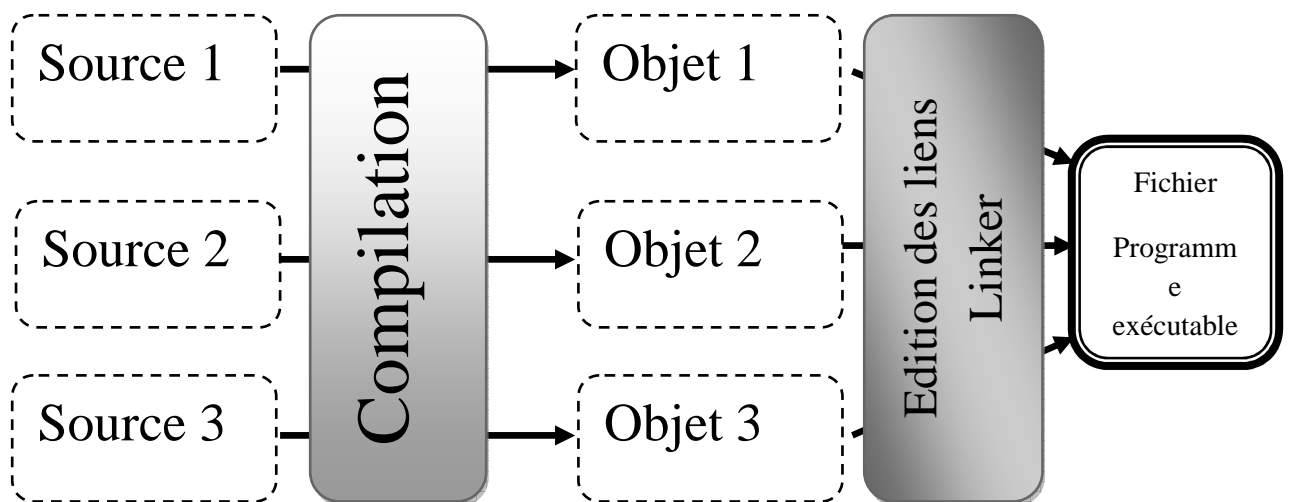


FIG C1 : Compilation et linking

III- Structure des instructions [10]

III-1 structure d'un programme Fortran

Un programme fortran comporte plusieurs modules, et chaque module contient divers parties qui sont organisées comme suit :

- Le nom de module :
 - **PROGRAM** : nom de programme principal.
 - **SUBROUTINE** : pour un sous programme.
 - **FONCTION** : ^pour une fonction.
- Déclaration des paramètres ;
- Déclaration des variables ;
- Initialisation et déclaration particulières ;
- Les instructions exécutables ;
- L'instruction **end de module**.

III-2 Les éléments de base du langage :

- **Les 36 caractères alphanumériques :**
 - 10 chiffres décimaux ;
 - 26 lettres de l'alphabet.
- **Les caractères spéciaux :**
 - Espace typographie ; = signe égale ; + plus ; - moins ; * étoile ; / barre de fraction ; (,) parenthèse ; , virgule ; . point ; ' apostrophe ; : double point.

III-3 Les mots clés du langage :

- DATA; READ; PRINT; CONTINUE; COMMON.

III-4 Structure d'une ligne Fortran: [10]

- **Colonnes de 1 à 5** : réservées aux étiquettes ;
- **Colonnes 6** : réservée au caractère de continuation de ligne ;
- **Colonnes 7 à 72** : instruction du programme ;
- **Colonnes 73 à 80** : ignorées par le compilateur.

III-5 les commentaires

- Lorsque la première colonne comporte le caractère C ou*, la colonne est considérée comme commentaire, elle est ignorée par le compilateur ;
- Une ligne vide est considérée aussi comme commentaires ;
- Pour fortran 90 : une ligne qui commence par un point d'exclamation.

III-6 les identificateurs

Un identificateur est nom que le programmeur attribue à une variable, un sous programme ou une fonction. Il ne peut pas comporte plus de 6 caractères.

IV- Les constantes [10]

Pour déclarer les constantes on utilise le caractère **PARAMETER**, on distingue :

- **Constantes entières** : suite de chiffres précédé ou non d'un signe ;
- **Constantes réelles** .
- **Constantes complexe** : se présente sous forme d'un doublet de deux réels placé entre paracentèse et séparés par une virgule, le 1^{ère} représentant la partie réelle, le 2^{ème} la partie imaginaire ;
- **Constantes logique** : à deux valeurs possibles TRUE ou FALSE ;
- **Constantes chaînes de caractères** : c'est une suite de caractères quelconques encadrés par l'apostrophe.

V- Les variables [12]

- **Type de variables** :
 - **Variables simple** : représentées par un identificateur ;
 - **Variables indicées (Les tableaux)** : représentées par un identificateur suivi d'indice placé entre parenthèse et séparés par des virgules.
- **Déclaration des variables** :
 - **Variables simple** :
 - ❖ Variables entiers : INTEGER ? INTEGER*1, INTEGER*2 ;

- ❖ Variables réelles : REAL ou REAL*4, DOUBLE PRECISION ;
- ❖ Variables complexes : COMPLEX, COMPLEX*8, DOUBLE COMPLEX ET COMPLEX*16 ;
- ❖ Variables caractères : CHARACTER[*n] Où $1 \leq n \leq 32767$;
- ❖ Variables logique : LOGICAL, LOGICAL*1, LOGICAL*2, LOGICAL*4.

- **Variables indicées (Les tableaux) :**

TYPE, DIMENSION(taille1,taille2,...) :: MonTab

❖ **rang limité à 7**

❖ **borne inférieure par défaut: 1**

REAL, DIMENSION(3) :: MonTab1

REAL, DIMENSION(-1:3) :: MonTab2

REAL, DIMENSION(5:7) :: MonTab3

❖ **Sous tableaux : Tab(j1:jN:jPas, k1:kN:kPas, ...)**

les composantes sont rangées en mémoire à des adresses consécutives (colonnes par colonnes).

❖ **vecteurs anonymes et pseudo-boucles : (/ /)**

REAL, DIMENSION(3) :: MonTab1=(/0,1,2/)

REAL, DIMENSION(3) :: MonTab2=(/i**2,i=4,6/)

MonTab2(1)=16 MonTab2(2)=25 MonTab2(3)=36

Les essais mécaniques

I - Les essais classique

I-1 Essai dec traction uniaxial [1]

- **Mode de déformation**

Etirer une éprouvette normalisée avec deux forces équivalentes de mudules et déffirentes de sens suivant l'axe X. la figures ci-dessous montre l'essai de traction uniaxial :

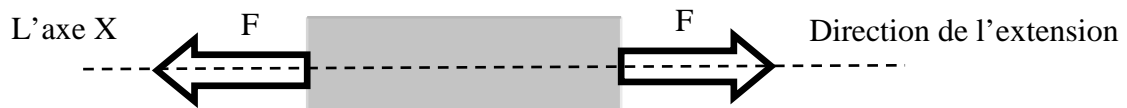


FIG D1 : Essai de traction uniaxial.

- **Tenseur gradient de déformation $\bar{\bar{F}}$**

$$\bar{\bar{F}} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{\lambda}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \end{pmatrix}$$

- **Tenseur de dilatation $\bar{\bar{C}}$**

$$\bar{\bar{C}} = \bar{\bar{F}}^T \bar{\bar{F}} = \begin{pmatrix} \lambda^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\lambda} \end{pmatrix}$$

- **Les invariants de tenseur de dilatation**

$$I_1 = tr(\bar{\bar{C}}) = \lambda^2 + \frac{2}{\lambda} \tag{D-1}$$

$$I_2 = \frac{1}{2} \left[(tr(\bar{\bar{C}}))^2 - tr(\bar{\bar{C}}^2) \right] = \frac{1}{\lambda^2} + 2\lambda \tag{D-2}$$

$$I_3 = det(\bar{\bar{C}}) = 1 \tag{D-3}$$

- **Le tenseur de contrainte**

$$\bar{\sigma} = \lambda \frac{\partial W}{\partial \lambda_1} - \frac{1}{\lambda} \frac{\partial W}{\partial \lambda_2} \quad (\text{D-4})$$

I-2 Essai de compression uniaxial [1]

- **Mode de déformation**

Comprimé une éprouvette normalisée avec deux forces équivalentes de modules et différentes de sens suivant l'axe X. la figures ci-dessous montre l'essai de compression uniaxial :

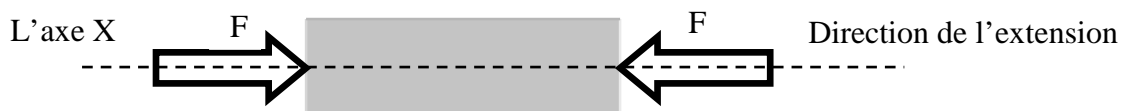


FIG D2 : Essai de compression.

pour les forme analytiques c'est la même chose que l'extension simple, mais cette fois ci $\lambda < 1$.

I-3 le cisaillement simple

- **Mode de déformation**

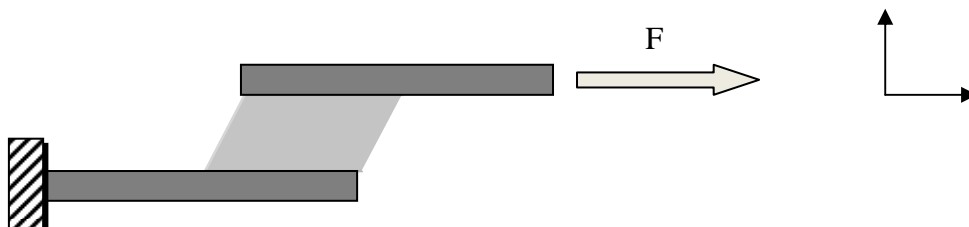


FIG D3 :Essai de cisaillement simple.

- **Tenseur gradient de déformation \bar{F}**

$$\bar{F} = \begin{pmatrix} 1 & \gamma & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- **Tenseur de dilatation \bar{C}**

$$\bar{C} = \bar{F}^T \bar{F} = \begin{pmatrix} 1 & \gamma & 0 \\ \gamma & 1 + \gamma^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- **Les invariants de tenseur de dilatation :**

$$I_1 = \text{tr}(\bar{C}) = 3 + \gamma^2 \quad (\text{D-5})$$

$$I_2 = \frac{1}{2} \left[(\text{tr}(\bar{C}))^2 - \text{tr}(\bar{C}^2) \right] = 2(1 + \gamma^2) + 1 \quad (\text{D-6})$$

$$I_3 = \det(\bar{C}) = 1 \quad (\text{D-7})$$

- **Le tenseur de contrainte**

$$\bar{\tau} = 2 \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \gamma \quad (\text{D-8})$$

II -Essai de Treloar (1944) [1]

- **La norme de l'éprouvette :**

- Longueur : 10 mm ;
- Largeur : 3 mm ;
- Epaisseur : 0.8 mm ;
- L'éprouvette est pré-étirée à 400% pour éliminer l'effet Mullins.

- **L'extension simple :**

L'éprouvette est étirée jusque à $\lambda=7.6$ équivalant de 660% de déformation.

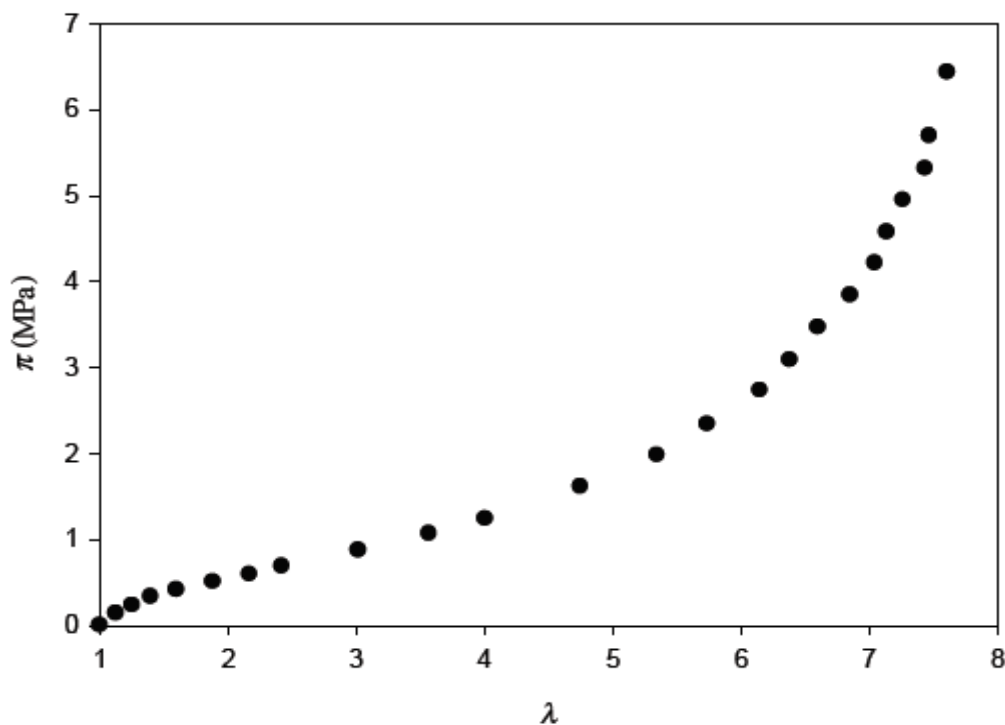


FIG D4 : Courbe d'essai d traction simple. [1]

- **La compression :**

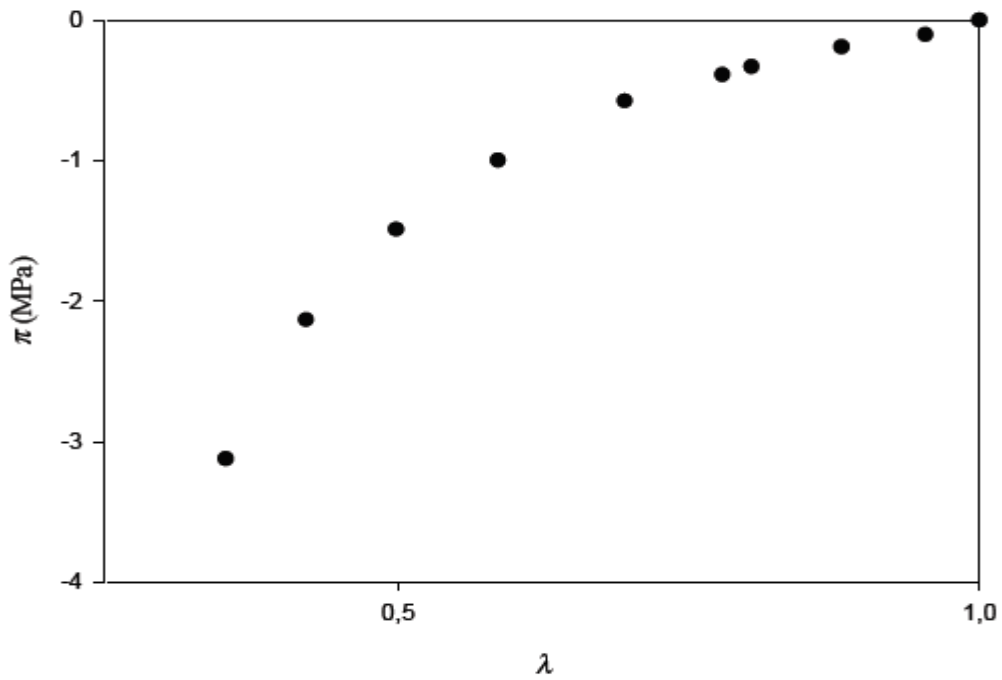


FIG D5 : Courbe d'essai de compression uniaxiale. [1]

- **Le glissement pur :**

L'éprouvette utilisée à 75 mm de largeur et 5 mm de hauteur. Le rétrécissement de la largeur est de 12% pour une extension de 5.2.

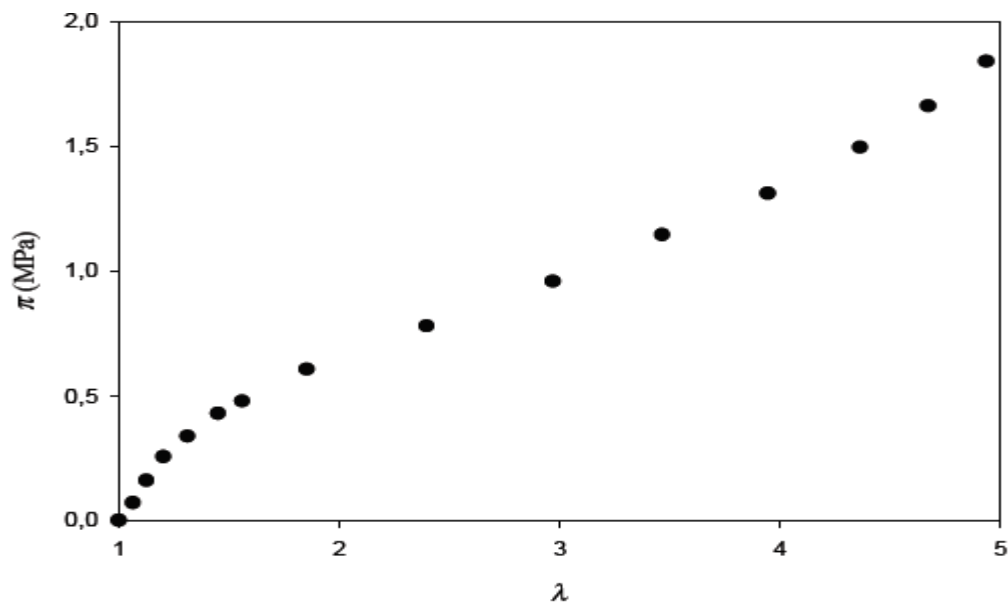


FIG D6 : Courbe d'essai de glissement pur. [1]

- **La traction biaxial :**

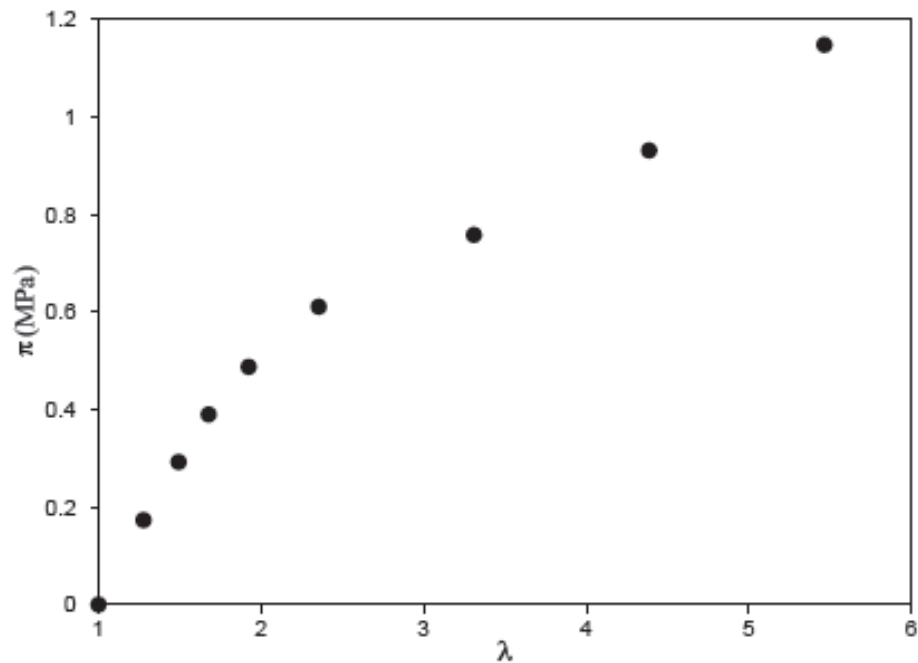


FIG D7 : Courbe d'essai de traction biaxiale. [1]

III Les essais de Kawabalat et al. :[1]

- **La norme de l'épouvette :**

- Longueur : 115 mm ;
- Largeur : 115 mm ;
- Matériaux : isoprène.

- **Les limites c es essais :**

- Limité de 350 % de déformation ;
- Valide les modèles dans la domaines ds petites et moyennes déformation.

- **L'essai de traction biaxial :**

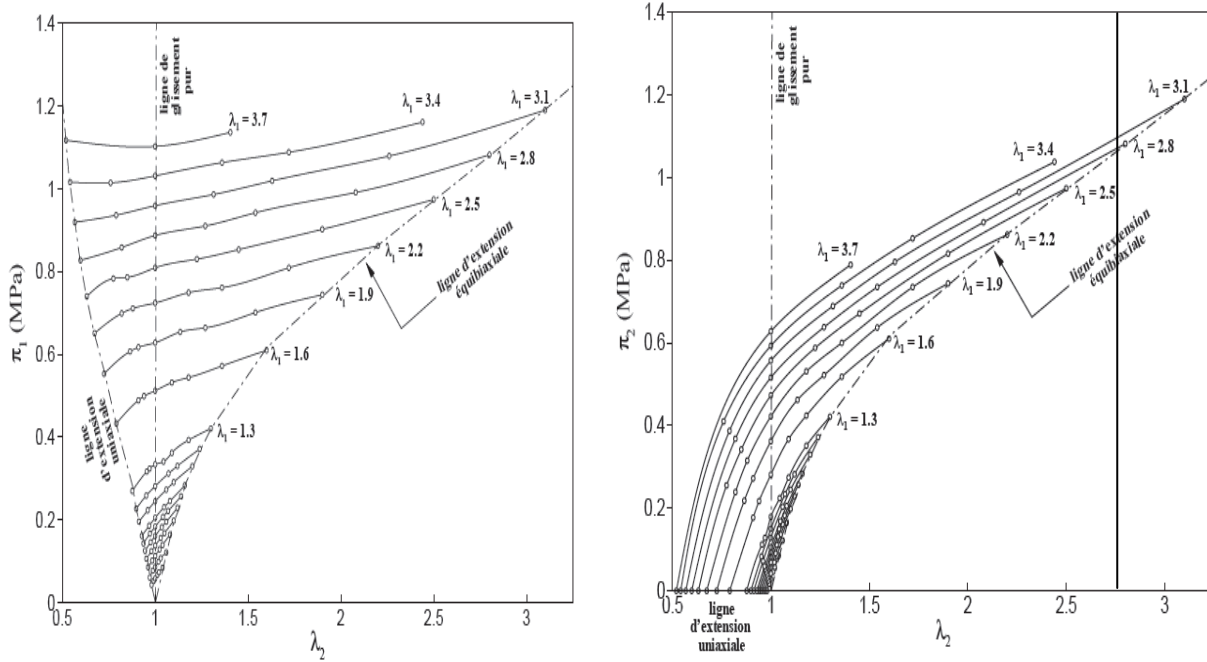
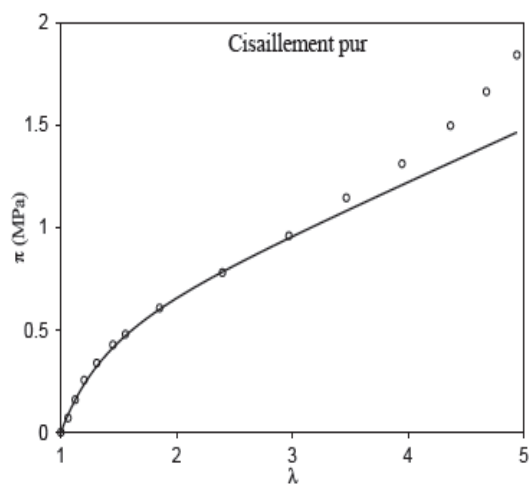
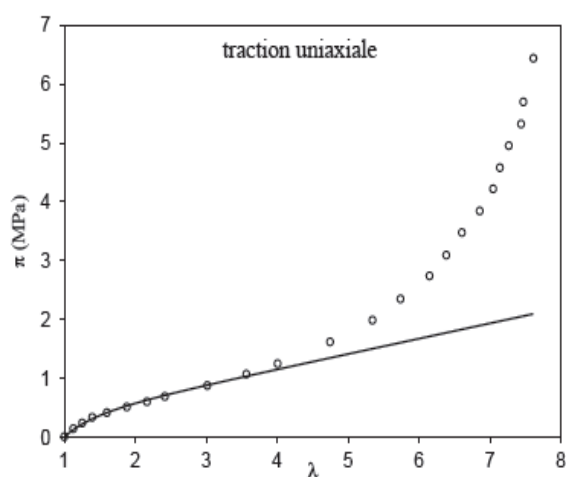


FIG D8 : Courbe d'essai de traction biaxiale. [1]

IV- Comparaison entre les résultats des modèles et l'expérimentale de Treloar et kawabata et al. [1]

IV-1 Modèle tube

- Les essais de Treloar



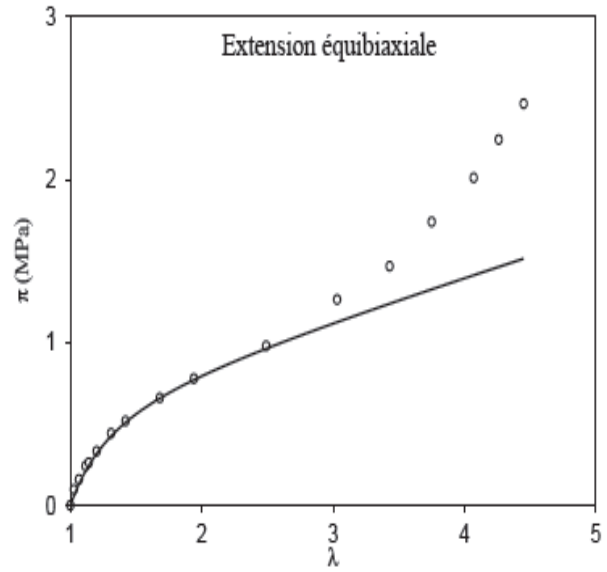
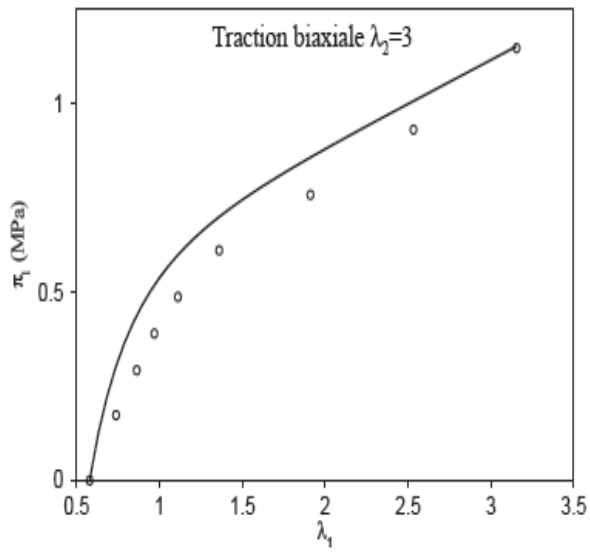


FIG D9: Modèle tube,(°) essais de Treloar, (-) modèle Tube $G_c=0.266\text{MPa}$, $G_e=0.111$, $\beta=0.375$. [1]

- Les essais de Kawabata et al.

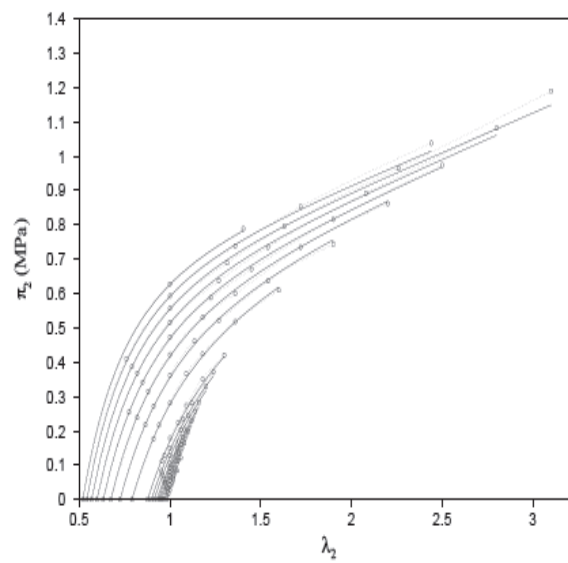
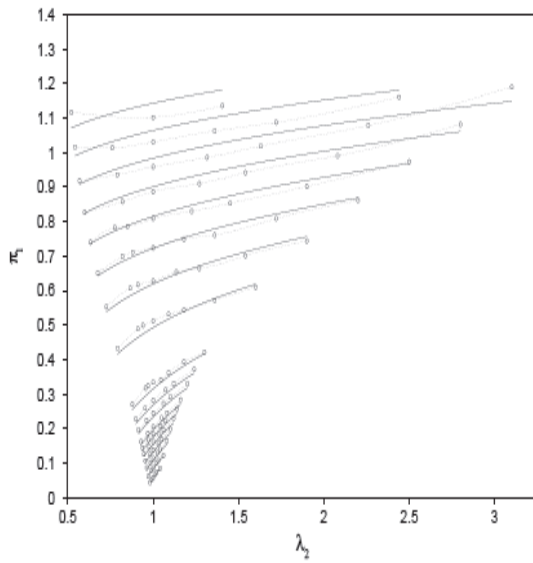


FIG D10 : modèle tube, (°) essais de Kawabata et al., (-) modèle Tube $G_c=0.266\text{MPa}$, $G_e=0.111$, $\beta=0.375$. [1]

IV-2 Modèle tube étendu

- Les essais de Treloar

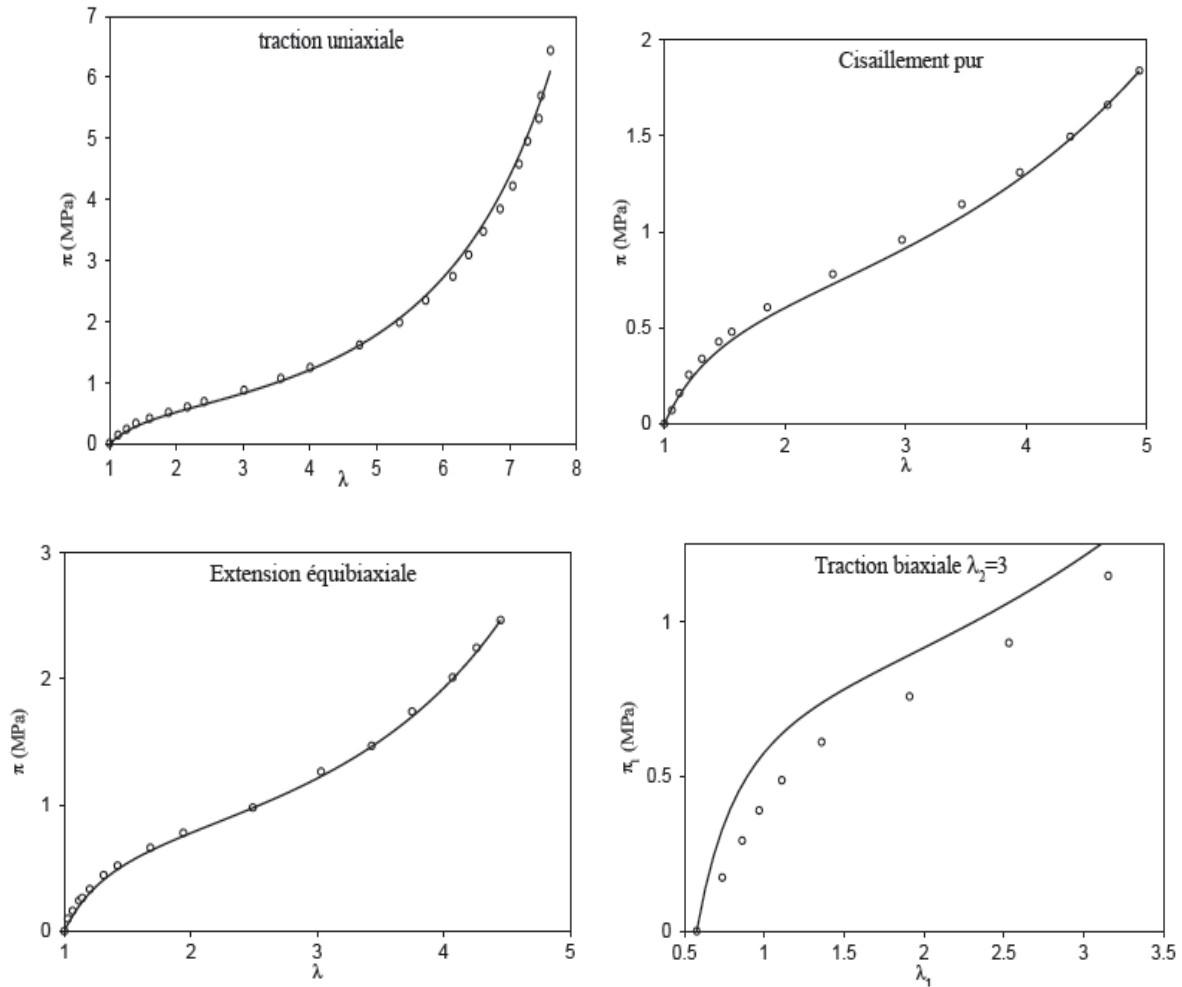


FIG D 11: modèle tube étendu, (°) essais de Treloar, (-) modèle Tube $G_c=0.202$ MPa, $G_e=0.153$, $\beta=0.178$, $\delta=0.0856$. [1]

- Les essais de Kawabata et al.

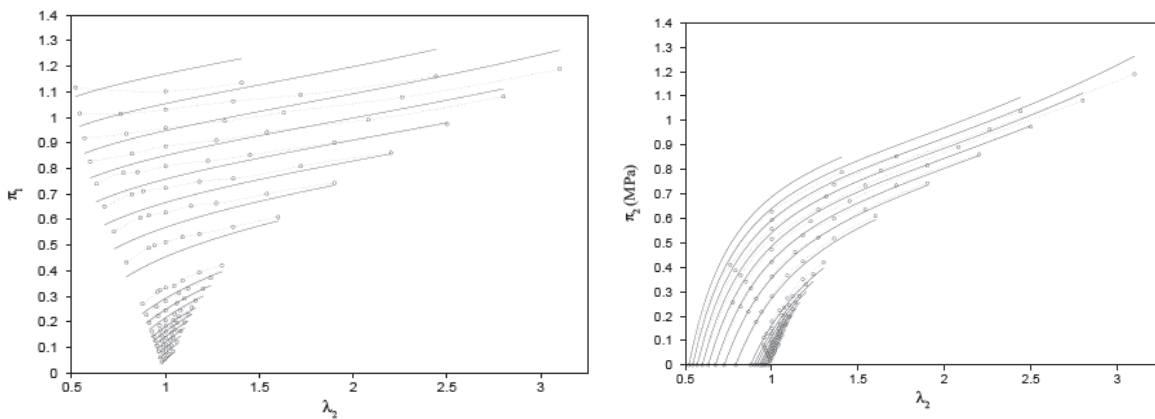


FIG D 12 : modèle tube étendu, (°) essais de Kawabata et al., (-) modèle Tube $G_c=0.202$ MPa, $G_e=0.153$, $\beta=0.178$, $\delta=0.0856$. [1]

Annexe E

Influence des paramètres des modèles sur le comportement des élastomères

I-Modèle tube : Essai de compression sur Gum, cas non vieillis ($G_c=1.7, G_e=0.8, \beta=0.9$).

I-1 Influence de G_c :

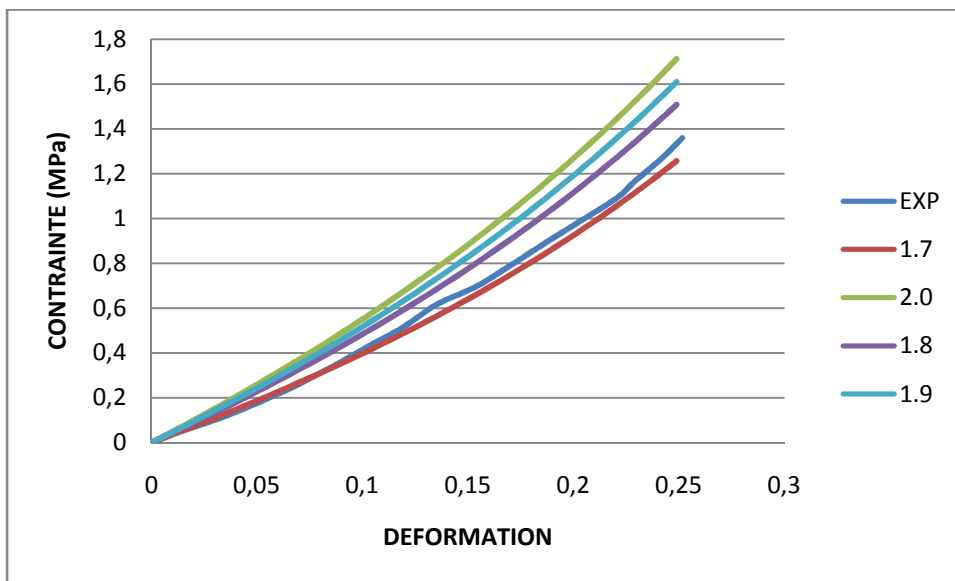


FIG E-1 : Influence de paramètre G_c sur le comportement de la gum.

I-2 Influence de G_e :

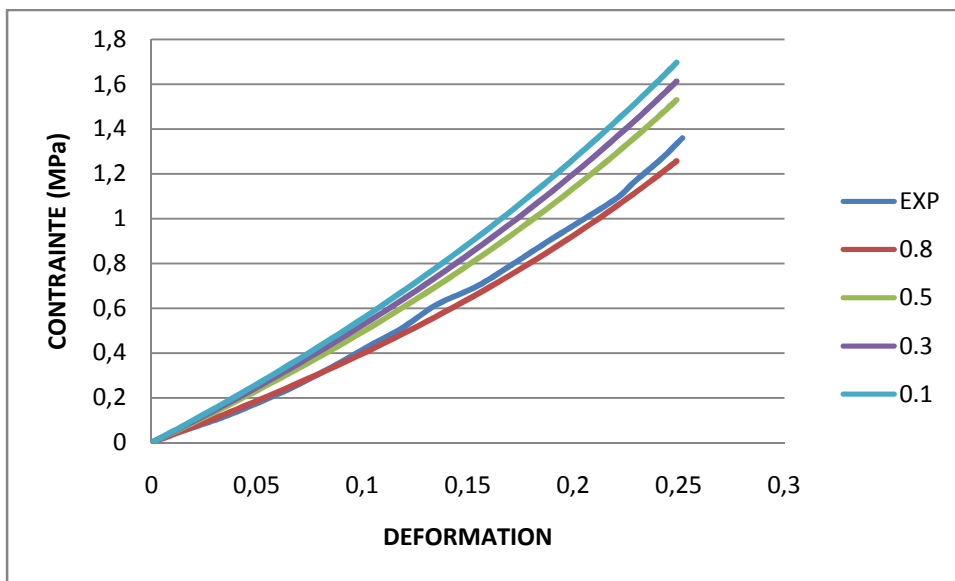


FIG E-2 : Influence de paramètre G_e sur le comportement de la gum.

I-3 Influence de β

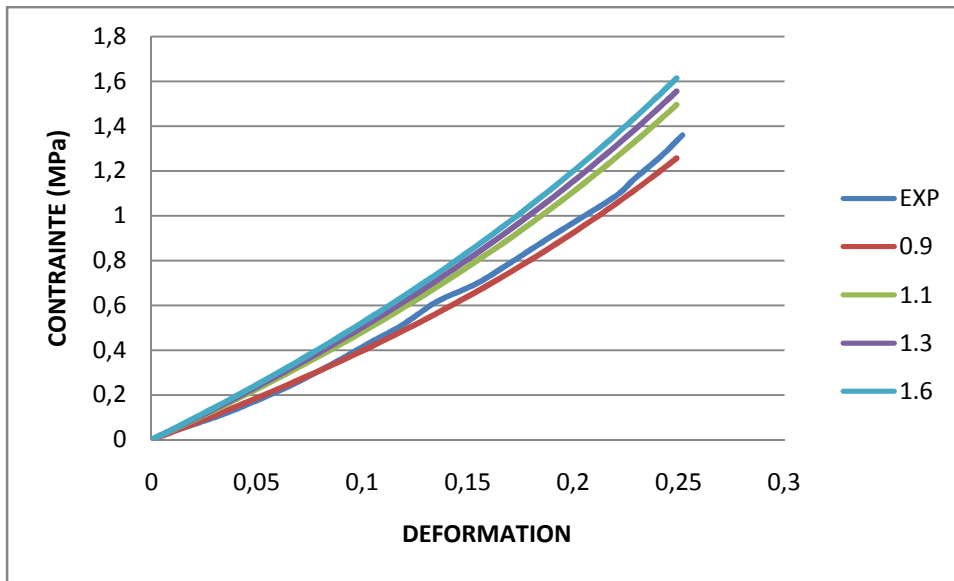


FIG E-3 : Influence de paramètre β sur le comportement de la gum.

L'étude de l'influence des paramètres de modèle tube montre que le paramètre G_c est le paramètre le plus influent sur l'allure de comportement, par contre les paramètres G_e et β sont plus moins influents.

II-Modèle tube étendu: Essai de compression sur Goum, cas non vieillis

($G_c=1.1, G_e=0.08, \beta=0.3, \delta=0.05$)

II-1 Influence de G_c :

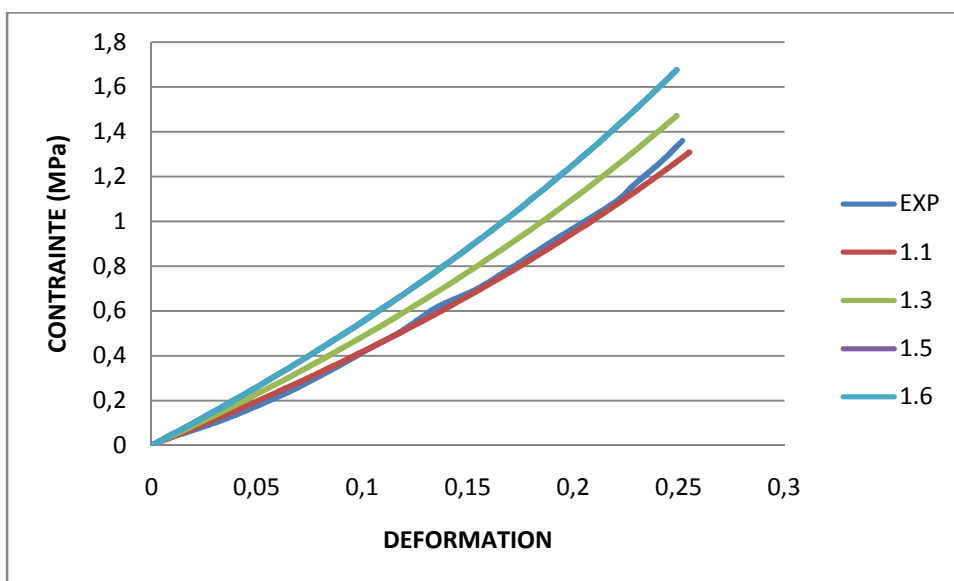


FIG E-4 : Influence de paramètre G_c sur le comportement de la gum.

II-2 Influence de G_e :

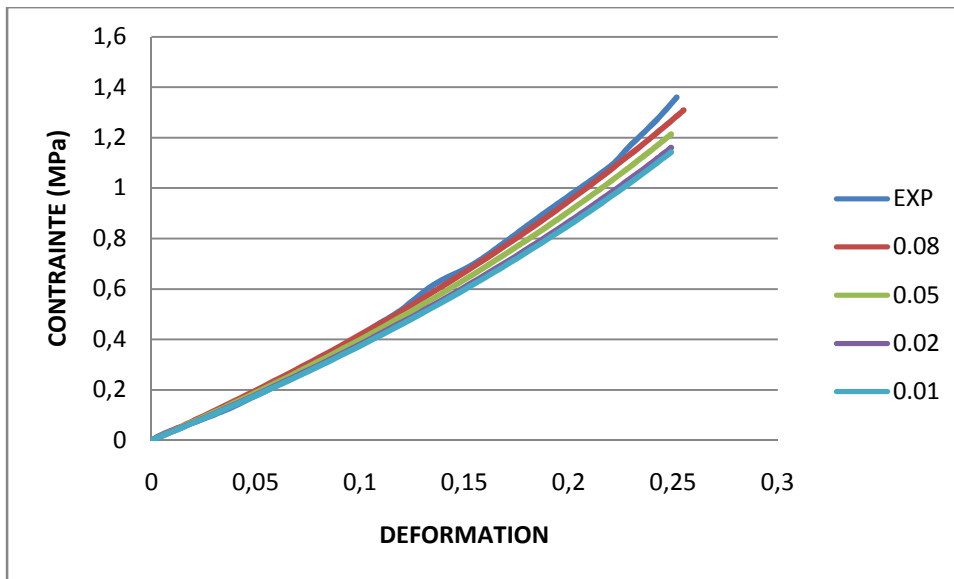


FIG E-5 : Influence de paramètre G_e sur le comportement de la gum.

II-3 Influence de β :

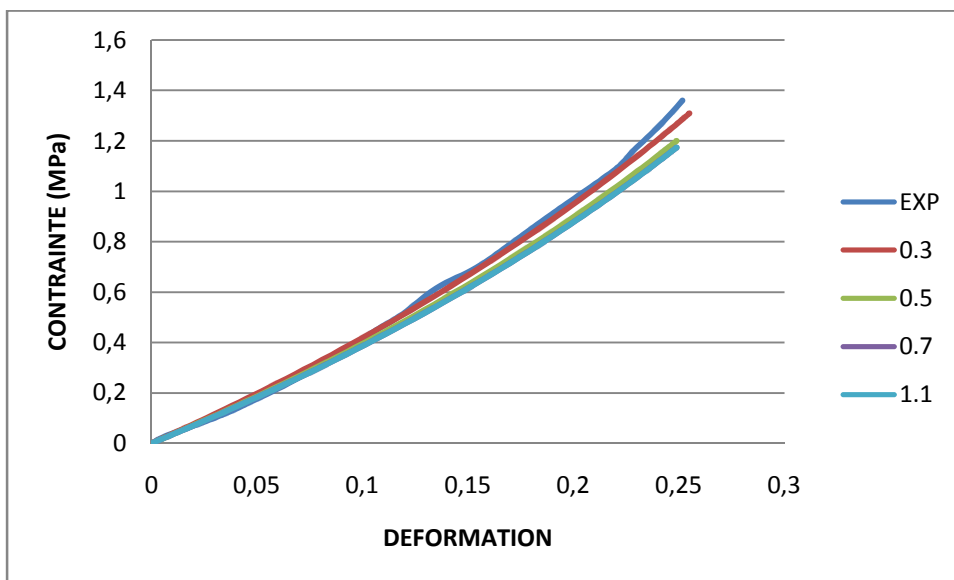


FIG E-6 : Influence de paramètre β sur le comportement de la gum.

II-3 Influence de δ :

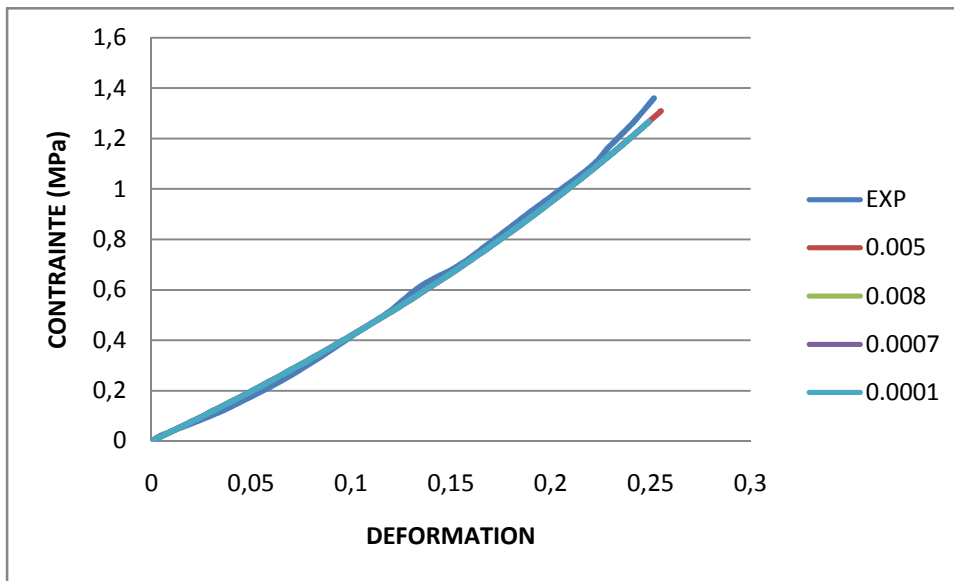


FIG E-7 : Influence de paramètre δ sur le comportement de la gum.

Les courbes montrent clairement la grande influence de paramètre G_c sur le comportement, elles montrent aussi que les deux paramètres G_e et β influent de manière peu considérable sur les allures. Pour l'influence de δ est apparait négligeable sur le comportement étudié.