

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mouloud MAMMARI de Tizi-Ouzou



Faculté de Génie Electrique et d'Informatique
Département d'Automatique

PROJET DE FIN D'ETUDES

En vue de l'obtention du diplôme

D'INGENIEUR D'ETAT EN AUTOMATIQUE

Thème

La commande d'un système non linéaire
(Convertisseur DC /DC)

Proposé et dirigé par :

Mr. SALHI BOUALEM

Présenté par : Mlle .ALOUANE Saida

Mlle .TIAOUININE ourida

Soutenu le : 10/10/2011.

Promotion 2011

Remerciements

À l'issue d'une année de travail, il nous est agréable d'exprimer notre profonde gratitude à notre promoteur M. SALHI boualem qui nous a soutenus, orientés et encouragés tout au long de cette année.

Nous tenons également à remercier les membres du jury qui nous feront l'honneur de juger et d'évaluer ce modeste travail, ainsi que les enseignants et les laborantins qui ont contribué à notre formation.

Nous tenons également à remercier tous nos ami(e)s et toute personne ayant contribué de près ou de loin à la finalisation de ce travail.

Dédicaces

Ce modeste travail est dédié :

- *A la mémoire de mon père*
- *A la mémoire de mes grands-parents*
- *A ma très chère maman qui n'a cessé de m'encourager.*
- *A mes oncles, dada Ali, dada Mohand, dada Louènes et leurs familles.*
- *A mes chères sœurs, Zakia, Farida, Lynda et Sonia.*
- *A mon adorable frère Nourredine (bady)*
- *A mon fiancé Mohand tahar qui m'a conseillé*
- *A toute la famille ALOUANE et la famille OUKACI*
- *A mes amies : Djidji, Dhrifa, Malha, Ghania et Nadia.*

A.SAIDA

Dédicaces

A

- *mes chers parents pour leurs soutiens et leurs encouragements.*
- *mes chers frères et mes chères sœurs.*
- *toute ma famille, mes proches.*
- *mes collègues.*

Je dédie ce modeste travail.

T. OURIDA

SOMMAIRE

<i>Introduction générale</i>	1
------------------------------------	---

Chapitre 1 : Généralités sur les systèmes linéaires et les systèmes non-linéaires

I.1 Introduction	3
I.2 les systèmes linéaires	3
I-2.1 définition.....	3
I-2-2 principe de superposition.....	3
I-2.3 représentation d'état.....	3
I.2.4 représentation schématique du modèle d'état	4
I.2.5 Exemple d'équation d'état	5
I.2.6 fonction de transfert	6
I-2.7 la forme générale de la fonction de transfert	6
I.3 Les systèmes non linéaires.....	7
I.3.1 définition	7
I.3.2 Les non linéarités.....	7
I.3.3 Modèle d'état d'un système non linéaire.....	8
I.3.3.1 Equation d'état.....	8
I.3.3.2 La forme matricielle.....	9
I.3.4 Exemple des systèmes non linéaires	9
I.4 Conclusion	11

Chapitre 2 : Les convertisseurs de puissance

II.1 Introduction.....	12
II.2 les convertisseurs	12
II-2-1 les convertisseurs alternatif-continu.....	12
II-2-2 les convertisseurs continu-alternatif.....	13
II-2-3 les convertisseurs alternatif-alternatif.....	13
II.2.4 les convertisseurs continu-continu	13
II.2.4.1 le convertisseur Buck.....	14
II.2.4.2 le convertisseur Boost.....	14
II.2.4.3 le convertisseur Buck-Boost	15
II.2.5 Le convertisseur en pont.....	15
II.2.5.1 Description	16
II.2.5.2 principe de fonctionnement de convertisseur en pont	16
II.3 Conclusion.....	18

Chapitre 3 : linéarisation exacte par retour d'état

III.1 Introduction	19
III.2 Généralités sur les systèmes linéarisable par retour d'état.....	19
III.2.1 Généralités	19
III.2.2 Quelques notion de base	21
III.2.2.1 Notion de degré relatif Rejet de perturbations	21
a- Définition	21
b- Interprétation de la notion de degré relatif	21
c- Le degré relatif dans le cas linéaire.....	22

<i>d- Remarque</i>	22
III.2.2.2 <i>Dérivée de Lie</i>	22
<i>a-dérivée de Lie</i>	22
<i>b-crochet de Lie</i>	23
III.2.2.3 <i>Détermination de diffeomorphisme</i>	
III.3 <i>La linéarisation entrée /état</i>	23
III.3.1 <i>Définition</i>	23
III.3.2 <i>Théorème</i>	24
III.4 <i>La linéarisation entrée/sortie</i>	24
III.4.1 <i>Cas ou : $r=n$</i>	24
III.4.1.1 <i>Description</i>	24
III.4.1.2 <i>Exemple</i>	26
III.4.1.3 <i>Remarque</i>	26
III.4.2 <i>Cas ou : $r<n$</i>	27
III.4.2.1 <i>Description</i>	27
III.4.2.2 <i>Remarque</i>	29
III.5 <i>Application au convertisseur en pont</i>	29
III.5.1 <i>Les valeurs expérimentale</i>	29
III.5.2 <i>Entrée état</i>	30
III.5.2.1 <i>Application des principes théoriques</i>	30
III.5.2.2 <i>Le schéma bloc de la simulation</i>	31
III.5.2.3 <i>Les résultats de la simulation</i>	31
III.5.2.4 <i>Interprétation des courbes</i>	35
III.5.3 <i>Entrée Sortie</i>	35
III.5.3.1 <i>Application des principes théoriques</i>	35
III.5.3.2 <i>Le schéma bloc de la simulation</i>	36
III.5.3.3 <i>Résultats de simulation</i>	37
III.5.3.4 <i>Interprétation des courbes</i>	38
III.6 <i>Conclusion</i>	38

Chapitre 4 : La commande par mode glissant

IV-1 <i>Introduction</i>	40
IV-2 <i>le mode glissant</i>	40
IV-2-1 <i>description</i>	40
IV-2-2 <i>le mode glissant idéal</i>	45
IV-2-3 <i>le mode glissant réel</i>	46
IV.3 <i>Le phénomène de broutement</i>	47
IV.4 <i>Application au convertisseur</i>	48
IV.4.1 <i>Le modèle du système</i>	49
IV.4.2 <i>Les valeurs expérimentales utilisées</i>	49
IV.4.3 <i>Calcul des commandes</i>	49
IV.4.4 <i>Le schéma bloc de simulation</i>	53
IV.4.5 <i>Logiciel de simulation</i>	54
IV.5 <i>Les résultats de la simulation</i>	54
IV.5.1 <i>Contrôle de l'état X1</i>	55
IV.5.2 <i>Contrôle de X2</i>	56
IV.5.3 <i>Interprétation des résultats</i>	59
IV.6 <i>Conclusion</i>	60

Conclusion générale 61

En commande des systèmes tels qu'en mécanique, génie électrique ou électronique ... les problèmes d'analyse et de synthèse ont d'abord été posés en se plaçant dans l'hypothèse de linéarité. Des théories ayant été développées ont permis de faire des progrès notables dans les domaines d'asservissements et de régulations. Néanmoins, l'ingénieur et l'académicien se sont rendu compte que cette approche ne permettait pas d'étudier le comportement de bon nombre de systèmes réels. De ce fait et à partir des années cinquante, de nombreuses études et recherches ont été réalisés dans le domaine des systèmes non linéaires.

Alors que les principes de proportionnalité et de superposition conduisent, pour les systèmes linéaires, à des formulations et à des méthodes d'analyse et de synthèse générales, il en va tout autrement pour les systèmes non linéaires. En effet, par définition même, sous la dénomination *systèmes non linéaires*, se regroupent des systèmes de natures très variées, qui nécessitent des approches elles-mêmes très différentes.

Ce mémoire a pour objectif l'étude et l'application de deux méthodes différentes à la commande d'un système non linéaire. Ces deux méthodes sont différentes dans leurs approches ; dans la première en cherche à obtenir un modèle linéaire grâce à une loi de commande linéarisante et d'appliquer ensuite l'arsenal de l'automatique linéaire. Dans la deuxième approche, la commande est réalisée directement à partir du modèle non linéaire ; la commande utilisée est celle dite par mode glissement.

Ces deux approches seront appliquées à un convertisseur statique. En effet, certains convertisseurs de puissance sont des systèmes non linéaires simples à modéliser et offrent donc un cas d'étude idéal pour la conception et l'application des lois de commande non linéaires. Le convertisseur choisit, dans le cadre de ce mémoire, est un convertisseur DC/DC dont le modèle d'état est affine en la commande.

Approche 1 :

La méthode la plus simple consiste à linéariser le modèle non linéaire du système autour d'un point de fonctionnement. C'est une démarche légitime dès lors qu'il est possible, après linéarisation, d'utiliser l'arsenal de la théorie du contrôle des systèmes linéaires qui est maintenant assez complet et maîtrisé. La linéarisation des équations du modèle autour d'un point de fonctionnement est valable avec des excursions plus au moins grandes autour dudit point. Le caractère très locale et la sensibilité vis-à-vis des incertitudes de cette approche a conduit à l'émergence de l'approche dite '*à commande linéarisante*'. Cette dernière est plus difficile à réaliser, mais possède de meilleures caractéristiques :

- *Locale ou globale : le modèle linéaire obtenu peut être valable localement dans un domaine D assez grand autour d'un point d'équilibre, ou globalement dans tout l'espace d'état.*
- *exacte ou approchée: selon que le modèle obtenu est complètement linéaire ou possède une partie non linéaire.*

- *Interne ou externe : suivant que la linéarisation est réalisée entre l'entrée et l'état ou bien entre l'entrée et la sortie.*

La linéarisation est obtenue à l'aide d'une commande préliminaire par retour d'état. Cette commande linéarisante est basée sur l'existence d'une transformation 'changement de coordonnées' permettant de transformer le système original en une forme canonique normale. Cette technique est restrictive à une certaine classe de systèmes non linéaires qui sont affines par rapport à l'entrée de commande. Elle fait appel à des notions très avancées de géométrie différentielle et d'algèbre de Lie.

Approche 2 :

Dans l'approche précédente, il n'est pas toujours aisé de trouver la transformation permettant de passer à la forme normale ; en plus, lorsque cette dernière forme n'est pas exactement linéaire, il est difficile de prouver la stabilité de la partie non linéaire. Dans ce cas il est plus judicieux, à notre avis, d'utiliser d'autres méthodes qui ne nécessitent pas de linéariser le modèle du système. La commande par mode de glissement est l'une de ces méthodes.

Nous avons choisi la technique de mode glissant connue par sa grande robustesse en stabilité, en performance et par sa simplicité de mise en œuvre. Le mode glissant a été largement utilisé pour commander une large classe de systèmes non linéaires. Il s'agit de définir une surface dite de glissement en fonction des états du système de façon qu'elle soit attractive. La commande globale synthétisée se compose de deux termes de commande: le premier permet de ramener le système jusqu'à la surface de glissement, alors que le second maintient le système sur cette surface et fait glisser ces états le long de celle-ci vers l'origine du plan de phase. La commande globale ainsi construite permet d'assurer en plus des bonnes performances de poursuite, une dynamique rapide et un temps de réponse court.

Ce mémoire est organisé comme suit :

- *Dans le premier chapitre, nous rappellerons quelques notions sur les systèmes linéaire et non linéaire.*
- *Dans le deuxième chapitre, nous présenterons un exemple de systèmes non linéaires, en l'occurrence les convertisseurs de puissance.*
- *Le troisième chapitre sera consacré à l'étude de l'approche par retour d'état linéarisant. On traitera le cas de la linéarisation entrée/état et entrée/sortie.*
- *Dans le dernier chapitre, nous traiteront la commande par mode glissement.*

Ce mémoire se terminera par une conclusion générale.

I.1 Introduction

L'automaticien est confronté à des systèmes de différentes natures. Ces systèmes peuvent être électrique, mécanique chimique... ou une combinaison de ceux-ci. Quelque soit la nature dudit système, l'automaticien fait appel à un modèle mathématique ; ce dernier peut être obtenu par une mise en équation en utilisant les lois fondamentales de la physique. Cette modélisation donnera lieu, très souvent, à des modèles non linéaires.

Dans ce chapitre nous présenterons un rappel sur les systèmes linéaires et non linéaires. Pour ces rappel nous avons utilisé les ouvrages sous références [1],[2],[3],[4],[5]

I.2 systèmes linéaires

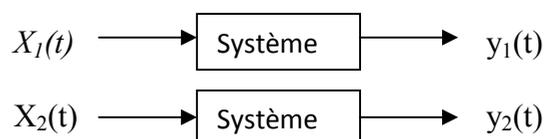
I.2.1 Définition

Un système linéaire est un système où la relation entre l'entrée et la sortie est une application linéaire. Cette application vérifie le principe de superposition .Quelle que soit la nature mathématique des équations qui le décrivent, le système peut être caractérisé par sa réponse impulsionnelle ou sa fonction de transfert. Il affiche typiquement des caractéristiques et des propriétés beaucoup plus simples que le cas général non linéaire.

Si le système est en plus invariant, alors on parle d'un LTI (linéaire temps invariant), qui est à la base des méthodes de la réponse impulsionnelle et de la réponse fréquentielle. Les équations différentielles des systèmes linéaires invariants se prêtent bien à l'analyse en utilisant la transformée de Laplace dans le cas continu, et la transformée en Z dans le cas discret.

I.2.2 Principe de superposition :

Un système est dit linéaire si la réponse de ce système à une combinaison linéaire de signaux d'entrée est égale à la combinaison linéaire des réponses:



Si on applique en entrée $x(t) = u \cdot x_1(t) + v \cdot x_2(t)$ on obtiendra en sortie $y(t) = u \cdot y_1(t) + v \cdot y_2(t)$ où u et v sont des paramètres constants.

Cette propriété des systèmes linéaires est aussi appelée principe de superposition. Dans la plupart des cas on essaie de se ramener à l'étude d'un système linéaire.

I.2.3 Représentation d'état (domaine temporel)

La représentation d'état est une représentation matricielle du système. On représente la dérivée des variables d'états en fonction d'elles-mêmes et de l'entrée, ainsi que la sortie en fonction des variables d'état et de l'entrée.

De cette représentation on peut déduire le comportement entrée-sortie du système (la fonction de transfert) et aussi on peut déduire la commandabilité ou l'observabilité.

La forme générale

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

$x(t) \in R^n$: Vecteur d'état, n : nombre d'état
 $u(t) \in R^m$: Vecteur des entrées
 $y(t) \in R^p$: Vecteur de la sortie, p : nombre de sorties

$A \in R^{n \times n}$: matrice d'état
 $B \in R^{n \times m}$: matrice d'entrée
 $C \in R^{p \times n}$: matrice de sortie
 $D \in R^{p \times m}$: matrice de couplage (souvent $D = 0$)

Remarque 1.1 :

- Toute la dynamique interne du système est résumée dans l'équation d'état, notamment dans la matrice A . En effet si $u = 0$, on a le régime libre caractérisé par $\dot{x} = Ax$

Remarque 1.2:

- Si le système est temps invariant, alors les paramètres a_i et b_j et les matrices A , B , C et D sont des constantes.
 - Dans le cas d'un système variant ces paramètres sont en fonction du temps [$a_i(t)$ et $b_j(t)$, $A(t)$, $B(t)$, $C(t)$ et $D(t)$]; la mise en équation de ce système consiste donc à déterminer à chaque instant ses paramètres qui lient son entrée à sa sortie.

Remarque 1.3:

Le modèle d'état obtenu dépend du choix des états. On peut associer à un même système, plusieurs vecteurs d'état conduisant ainsi à différentes représentations d'états équivalentes.

I.2.4 Représentation schématique du modèle d'état :

Equation d'état (partie dynamique) equation de sortie (partie statique)

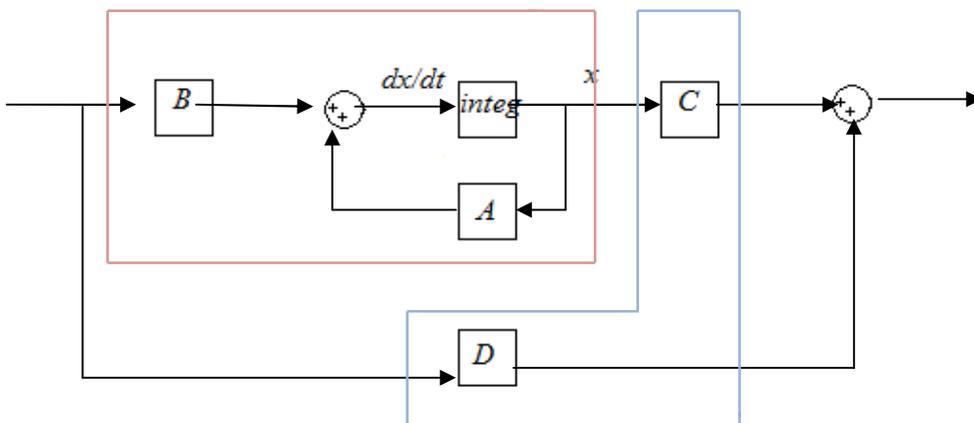


Fig (1.1)

Interprétation du schéma :

- Equation d'état :vue interne du système
- A représente les interaction dynamique entre les différents éléments internes du système
- B représente l'action des entrées sur l'évolution dynamique du système
- C indique les capteurs permettent d'obtenir les sorties
- D indique le couplage direct entre les entrées et les sorties

Le modèle d'état obtenu dépend du choix des états. On peut associer à un même système, plusieurs vecteurs d'état conduisant ainsi à différentes représentations d'états équivalentes.

I.2.5 Exemples d'équation d'états :

Exemple1 : Circuit RC : Fig (1.2)

Entrée : $u(t)$

Sortie : $y(t)$

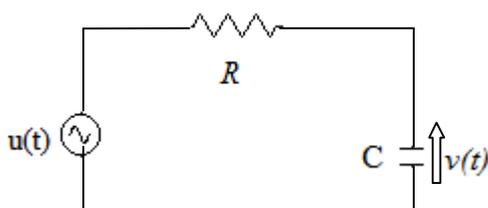


Fig (1.2)

Posons: $x(t) = v_c(t)$

$$Ri(t) + x(t) = u(t) \quad \Rightarrow \quad RC\dot{x}(t) + x(t) = u(t) \quad \Rightarrow \quad \dot{x}(t) = -\frac{1}{RC}x(t) + \frac{1}{RC}u(t)$$

$$x(t) = \frac{1}{c} \int id\tau \quad \Rightarrow \quad i(t) = -\frac{1}{R}x(t) + \frac{1}{R}u(t) \quad \Rightarrow \quad y(t) = -\frac{1}{R}x(t) + \frac{1}{R}u(t)$$

Le modèle est de la forme :

$$\dot{x}(t) = ax(t) + bu(t) \quad (I)$$

$$y(t) = cx(t) + du(t) \quad (II)$$

(I) : équation dynamique du premier ordre de $x(t)$

Exemple 2 : système mécanique (masse en translation) Fig (1.3)

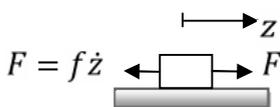


Fig (1.3)

$u(t) = F$: Entrée

$y(t) = z(t)$: Sortie

$$x_1(t) = z(t)$$

$$x_2(t) = \dot{z}(t)$$

$$\dot{x}_1(t) = \dot{z}(t) = \dot{x}_2(t) \quad (1)$$

$$F = m\ddot{z} + f \quad \rightarrow \quad \dot{x}_2(t) = \frac{F}{m} - \frac{f}{m}x_2(t) \quad (2)$$

(1) et (2) sous forme matricielle :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{cases} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{f}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} F$$

$$y(t) = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

I.2.6 Fonction de transfert

Définition

Une fonction de transfert est une présentation mathématique de la relation entre l'entrée et la sortie d'un système linéaire invariant. Elle est utilisée dans l'analyse des systèmes continus (monovariabiles et multivariable), en traitement du signal en théorie des communications, en électronique, en automatique et pratiquement dans toutes les techniques qui transforment une fonction du temps(ou, exceptionnellement, d'une autre variable) en une autre.

Remarque 1.1.3 :

Dans le domaine temporel la transformation du signal d'entrée $x(t)$ en signal de sortie $y(t)$ s'effectue par une opération mathématique appelée convolution du signal d'entrée et la réponse impulsionnelle.

Remarque 1.1.4 :

Pour un signal continu, la fonction de transfert calculée en utilisant la transformation de Laplace donne des informations générales sur le système, en particulier sur sa stabilité.

I.2.7 la forme générale de la fonction de transfert :

La transformation de Laplace appliquée à l'équation (I.1) conduit à la nouvelle relation :

$$[a_n p^n + \dots + a_1 p + a_0]x(p) = [b_n p^m + \dots + b_1 p + b_0]y(p).$$

On abouti finalement à la relation : $\frac{y(p)}{x(p)} = \frac{a_n p^n + \dots + a_0}{b_m p^m + \dots + b_0}$

Lorsque les conditions initiales sont nulles, le rapport $y(p)$ sur $x(p)$ est appelé 'fonction de transfert'

Dans la plupart des cas on essaie de se ramener à l'étude d'un système linéaire. En effet, le principe de superposition simplifie beaucoup les problèmes : en particulier, on peut distinguer l'étude des conditions initiales d'une part et l'étude du comportement dynamique d'autre part

Exemple : le système mécanique **Fig (1.3)**

Système d'ordre 2 :

$$\gamma \vec{F} = m\vec{\gamma}$$

$$F = m\ddot{z} + f\dot{z}$$

$$H(s) = \frac{z(s)}{F(s)} = \frac{1}{s(ms + f)}$$

I.3 Systèmes non linéaires :

I.3.1 Définition :

On nomme effets non linéaires des effets qui ne se produisent pas de façon directement proportionnelle à l'action. C'est le cas de la plupart des effets du monde réel, et la raison de la difficulté à reproduire fidèlement des informations par des techniques analogique.

Pour les systèmes linéaires le théorème de superposition est applicable, mais il n'en est pas de même pour les systèmes non linéaires parce que, leurs réponses libres et forcées interagissent l'une avec l'autre et ne peuvent être étudiées séparément.

I.3.2 Les non linéarités :

Les non-linéarités les plus courantes sont :

1-Seuil critique :

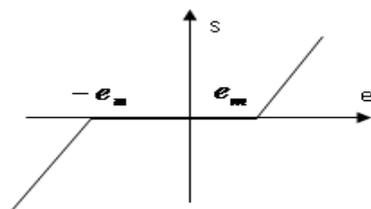


Fig (1.4): seuil critique

En dessous d'une certaine valeur, rien ne se passe. Au-dessus, un effet commence. C'est le cas pour une photorésistance ou une pellicule photographique.

2-Saturation :

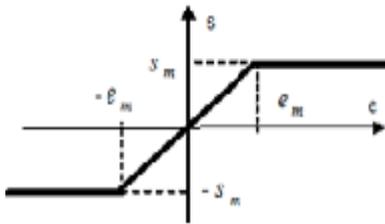


Fig (1.5) : saturation

Au-delà d'une certaine valeur d'entrée, la valeur de sortie ne change plus. par exemple le cas pour la saturation d'un amplificateur.

3-Hystérésis :

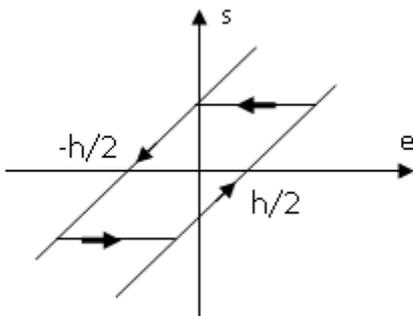


Fig (1.6): hystérésis

Une même valeur d'entrée correspondra à des valeurs différentes de sortie selon que l'entrée est en croissance ou en décroissance.

I.3.3 Modèle d'état d'un système non linéaire :

I.3.3.1 Equation d'état :

Un système non linéaire peut être représenté par des équations de la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1(t), \dots, x_n(t); \dots, u_1(t), \dots, n_m(t)) \\ &\dots \\ \dot{x}_n &= f_n(x_1(t), \dots, x_m(t); \dots, u_1(t), \dots, n_m(t)) \end{aligned}$$

Ou :

- $x \in R^n$: Le vecteur d'état.
- $u \in R^m$: Le vecteur de commande.
- $f(\dots)$: Une fonction non linéaire à valeur dans R^n
- n : l'ordre du système

Equation de la sortie :

$$y_1 = g_1(x_1(t), \dots, x_n(t); u_1(t), \dots, u_m(t))$$

$$y_p = n(x_1(t), \dots, x_n(t); u_1(t), \dots, u_m(t))$$

I.3.3.2 La forme matricielle :

$$\dot{x} = f(x(t), u(t))$$

$$y = g(x(t), u(t))$$

Avac :

f, g : Les champs de fonction non linéaires, $x(t) \in R^n, u(t) \in R^m, y(t) \in R^p$

Remarque :

Une classe des systèmes non linéaires ayant la propriété d'affinité par rapport à l'origine est représentée par :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x) \cdot u \\ y = h(x) \end{cases}$$

I.3.4 Exemples des systèmes non linéaires :

Exemple1 :

Soit le système suivant (ressort) :

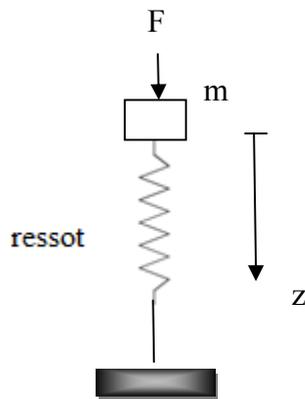


Fig (1.7): pendule

Son équation différentielle :

$$m\ddot{z} = \ddot{f} + k_1z + k_2z^3$$

Modèle d'état :

$u(t) = f$: Entrée

$y(t) = z(t)$: Sortie

Etat du système :

$$x_1(t) = z(t)$$

$$x_2 = \dot{z}(t)$$

Le modèle non linéaire :

$$x_1(t) = z(t) \implies \dot{x}_1(t) = \dot{z}(t) = x_2(t)$$

$$m\ddot{z} = k_1z + k_2z^3 + f$$

$$\dot{x}_2(t) = \frac{k_1}{m}x_1 + \frac{k_2}{m}x_1^3 + \frac{f}{m}$$

\implies

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = f(x_1(t), x_2(t), u(t)) = \begin{bmatrix} x_2(t) \\ \frac{k_1}{m}x_1(t) + \frac{k_2}{m}x_1^3(t) + \frac{u(t)}{m} \end{bmatrix}$$

$$y(t) = h(x_1(t), x_2(t), u(t))$$

Exemple2 :

Considérons une particule P (Fig.1.8), de masse m suspendu à un fil sans masse ni raideur et de longueur l . Supposons que la particule P est soumise à une force de friction $\vec{f}_f = -k\vec{v}$. Pour étudier la dynamique du système, nous allons utiliser les équations de Lagrange.

On obtient l'équation différentielle suivante :

$$\ddot{\theta} = -\frac{k}{m}\dot{\theta} - \frac{g}{l}\sin\theta$$

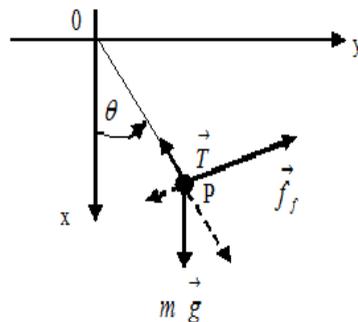


Fig (1.8): pendule

En posant $x_1 = \theta$ et $x_2 = \dot{\theta}$, on obtiendra les équations d'états suivantes :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{k}{m}x_2 - \frac{g}{l}\sin x_1\end{aligned}\tag{1-2}$$

La deuxième équation d'état contient une non-linéarité, donc le système est non linéaire.

I.4 Conclusion

Ce chapitre a pour l'objectif de définir les systèmes linéaires et non linéaires, et comment les présenter en donnant des exemples.

Le monde réelle est non linéaire, dans l'industrie la conversion d'énergie est indispensable pour l'alimentation des différents processus industriels, le chapitre suivant est consacré pour l'étude des convertisseurs de puissance.

II.1 introduction :

Le rôle de la conversion de puissance est de faciliter le transfert d'énergie de la source vers la charge, par conversion des valeurs et/ou de la fréquence des tensions et des courants pour obtenir des grandeurs désirés, cette fonction est assurée par un circuit dit 'convertisseur de puissance'

Les convertisseurs sont des interfaces entre la source d'énergie électrique et son récepteur. Il existe de nombreuses sortes de convertisseurs que l'on classe généralement selon les énergies mises en jeu en entrée et en sortie ; On trouve :

II.2 les convertisseurs :

On trouve : comme c'est illustré dans la Fig (2.1)

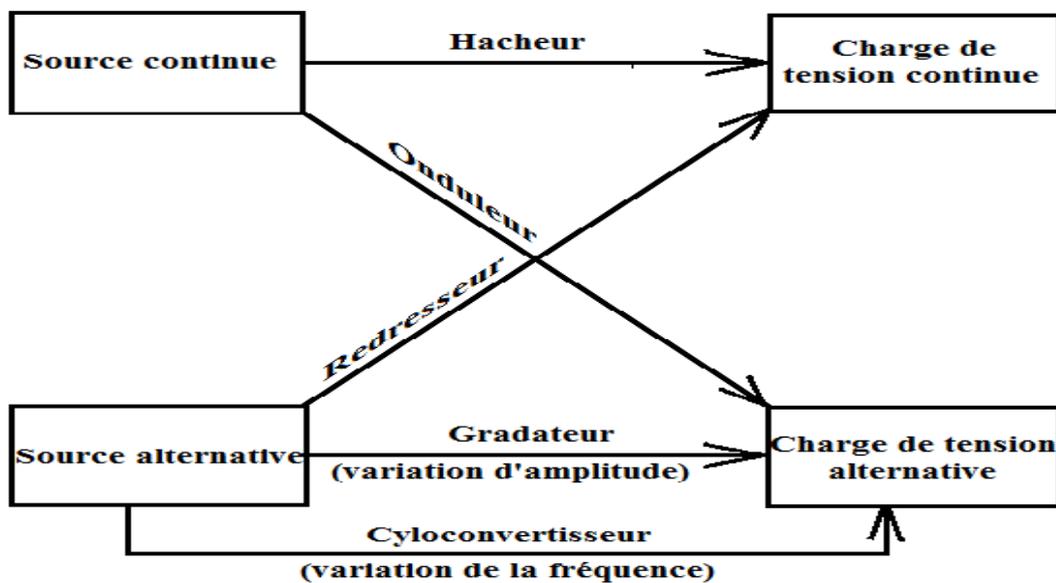


Fig (2.1) Les convertisseurs de puissance

II.2.1 Les convertisseurs alternatif-continu

Consistent à transformer l'énergie des réseaux alternatifs en énergie sous la forme continue (redressement par diode, redressement commande).

II.2.2 Les convertisseurs continu-alternatif

Consistent à transformer l'énergie des réseaux continus en énergie sous la forme alternative (onduleurs).

II.2.3 Les convertisseurs alternatif-alternatif

Consistent à transformer l'énergie des réseaux alternatifs en énergie sous la forme alternative en modifiant la valeur efficace de la tension du réseau (gradateurs), avec variation de la fréquence concernant les cycloconvertisseurs.

II.2.4 Les convertisseurs continu- continu

Ce type de convertisseur, admet des tensions et des courants d'entrée continus et produit en sortie des tensions et des courants continus.

Comme convertisseurs DC/DC de base, on trouve six : Buck, Boost, Buck-Boost, Cuk, Sepic, Zeta. Les trois premiers sont les plus simples et les plus utilisés, les trois derniers peuvent être construits par combinaison des premiers.

Notre projet est consacré à l'étude de Buck, Boost, Buck-Boost ; chaque un de ces convertisseurs est constitué par un interrupteur (électronique ou mécanique) 'Tp', un semi-conducteur passif unidirectionnel souvent la diode 'D', des éléments de stockage : l'inductance 'L' et le condensateur 'C'

E : est la tension d'entrée, Vs : la tension obtenue en sortie, et R: la charge vers laquelle l'énergie est transmise.

Dans ces convertisseurs les grandeurs à convertir sont dirigés par la mise en ON ou OFF de l'interrupteur 'Tp'

II.2.4.1 Le convertisseur Buck

Il s'appelle aussi hacheur série ou abaisseur de tension, il convertit une tension continue en une autre tension continue de plus faible valeur. son schéma est donné par la **Fig. (2.2)**

Un point important à noter est la propriété d'énergie transférée, pour le convertisseur Buck ce transfert d'énergie est directe, la charge de l'inductance 'L' et de condensateur 'C' quand 'Tp'=ON ou 1 se passe en concordance

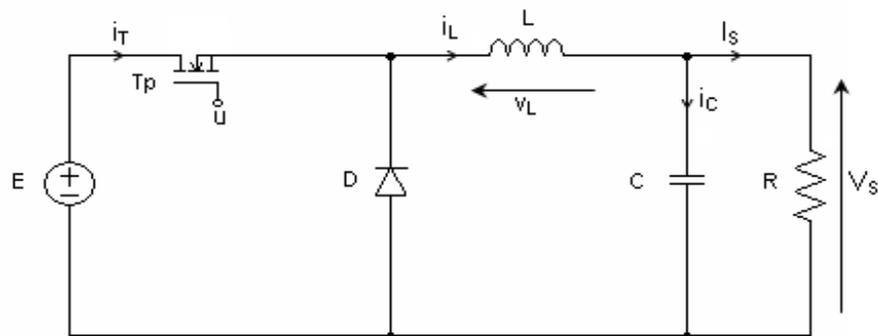


Fig (2.2) : convertisseur Buck

II.2.4.2 Le convertisseur Boost :

La fonction principale de ce convertisseur est de délivrer une tension de sortie supérieure à la tension d'entrée, c'est un élévateur de tension ou survolteur, il s'appelle aussi hacheur parallèle, son schéma est donné par la **Fig (2.3)**

Le transfert d'énergie est indirecte, c'est seulement la charge de l'inductance L qui aura lieu quand 'Tp'=1, et lorsque 'Tp'=0 ou OFF le transfert d'énergie se fait grâce à la décharge de l'inductance L, et la charge de condensateurs se produit seulement quand 'Tp' =0

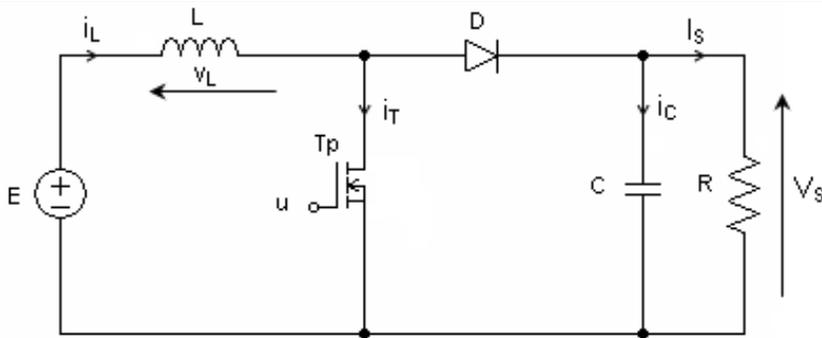


Fig (2.3) : convertisseur boost

II.2.4.3 Le convertisseur Buck-Boost :

Comme le désigne le nom de ce convertisseur, ce type possède la propriété d'un hacheur Buck et d'un hacheur Boost, son schéma est donné par la Fig (2.4)

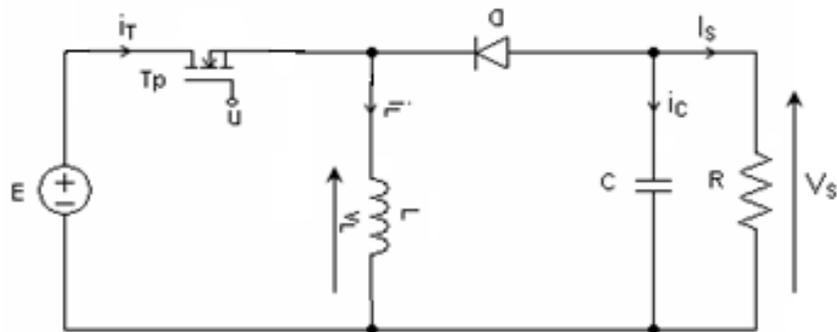


Fig (2.4) : convertisseur Buck-Boost

Selon le nombre des interrupteurs (T_p), on trouve le hacheur à deux quadrant et à quatre quadrants, On a intérêt au dernier type, c'est un convertisseur en pont, son étude est détaillée comme suit :

II.2.5 Le convertisseur en pont : (schéma de la Fig.(2.5))

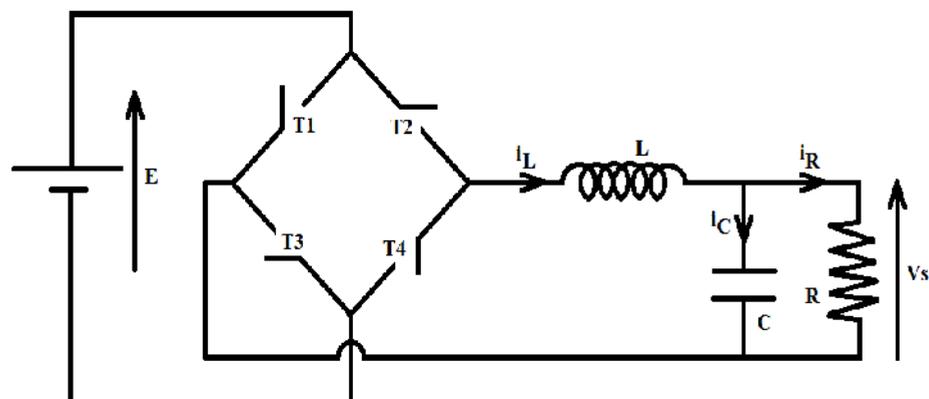


Fig (2.5) Le convertisseur en pont

II.2.5.1 description :

Ce convertisseur est constitué de:

E: source d'alimentation

Quatre interrupteurs (électroniques ' transistors généralement' ou mécaniques : T1, T2, T3, T4) fonctionnent d'une manière périodique et complémentaire.

C : condensateur qui est placé en parallèle avec une résistance R.

L: inductance.

II.2.5.2 Le principe de fonctionnement de convertisseur en pont :

- $t \in [0, uT]$, $\left. \begin{array}{l} (T_1 \text{ et } T_4) \text{ sont passant} \\ (T_2 \text{ et } T_3) \text{ sont bloquées} \end{array} \right\}$

T : est la période des signaux d'alimentation

u : est le rapport cyclique

Dans ce domaine de fonctionnement, le convertisseur fonctionne selon le schéma suivant :

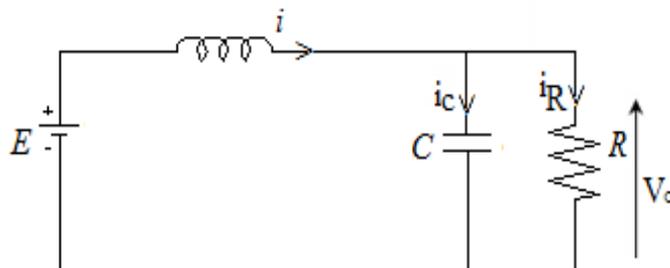


Fig (2.6)

On appliquant les lois des nœuds et des mailles, on aboutit aux équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} E = L \frac{di}{dt} + v_0 \\ i = i_c + i_R \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{di}{dt} = \frac{E}{L} - \frac{v_0}{L} \\ i = C \frac{dv_0}{dt} + \frac{v_0}{R} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{di}{dt} = \frac{E}{L} - \frac{v_0}{L} \\ \frac{dv_0}{dt} = \frac{1}{C} i - \frac{v_0}{RC} \end{array} \right.$$

- $t \in [uT, T]$ $\begin{cases} T_1 \text{ et } T_4 \text{ sont bloquées} \\ T_2 \text{ et } T_3 \text{ sont passants} \end{cases}$

Le schéma de fonctionnement est donné comme suit ;

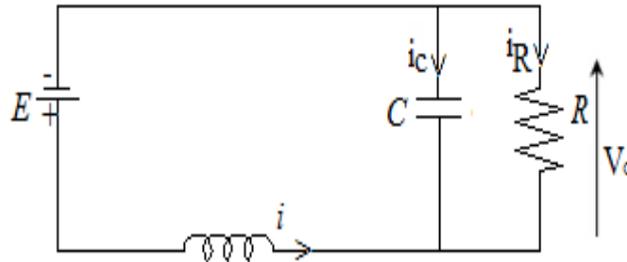


Fig (2.7)

On aboutit aux équations suivantes :

$$\begin{cases} E = L \frac{di}{dt} - v_0 \\ i = -i_c - i_R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{di}{dt} = \frac{E}{L} + \frac{v_0}{L} \\ i = -C \frac{dv_0}{dt} - \frac{v_0}{R} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{di}{dt} = \frac{E}{L} + \frac{v_0}{L} \\ \frac{dv_0}{dt} = -\frac{1}{C} i - \frac{v_0}{RC} \end{cases}$$

On combinant toutes les équations dans les deux domaines de fonctionnement, la dynamique qui représente le comportement du convertisseur sur toute la période T, est donnée comme suit :

$$\begin{cases} \frac{di}{dt} = u \left[\frac{E}{L} - \frac{v_0}{L} \right] + [1 - u] \left[\frac{E}{L} + \frac{v_0}{L} \right] \\ \frac{dv_0}{dt} = u \left[\frac{1}{C} i - \frac{v_0}{RC} \right] + [1 - u] \left[-\frac{1}{C} i - \frac{v_0}{RC} \right] \end{cases}$$

Supposons : $i = x_1$ et $v_0 = x_2$

On aura la représentation d'état suivante

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = u \left[\frac{E}{L} - \frac{1}{L} x_2 \right] + [1 - u] \left[\frac{E}{L} + \frac{1}{L} x_2 \right] \\ \dot{x}_2 = u \left[\frac{1}{C} x_1 - \frac{1}{RC} x_2 \right] + [1 - u] \left[-\frac{1}{C} x_1 - \frac{1}{RC} x_2 \right] \end{cases}$$

II.3 Conclusion

L'obtention de toute performance possible du fonctionnement de ces convertisseurs exige la présence d'un contrôleur qui a comme rôle la commande du convertisseur

La plupart des convertisseurs sont contrôlés en boucle fermée pour délivrer une grandeur réglée, ce contrôle doit assurer une erreur de poursuite très petite, une dynamique rapide, oscillations et bruit négligeables, toutes ces performances sont accomplies par le bon choix des paramètres et composants des circuits , aussi la sélection des stratégies de commande, et on verra dans le chapitre suivant l'une de ces commande.

III.1 Introduction :

En raison du caractère non linéaire des systèmes réels, plusieurs méthodes ont été développées pour les commander. Parmi ces méthodes en présentera, dans ce chapitre, la commande par retour d'état linéarisant. Cette méthode est applicable aux systèmes dont le modèle est affine en l'entrée de commande tel que donnée par l'équation (3.1).

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (3.1)$$

Le chapitre est consacré à l'étude de quelques concepts de base sur la théorie de la linéarisation, ainsi que la méthode de calcul de la loi de commande, et les outils de base concernant cette étude tels que : le degré relatif d'un système, dérivé de Lie, le difféomorphisme ...etc.

Les ouvrages consultés sont représentés sous références : [6], [7], [8]

III.2 Généralités sur les systèmes linéarisables par retour d'état :

III.2.1 Généralités :

La transformation de l'équation d'état non linéaire en une équation d'état contrôlable et linéaire en faisant sortir les termes non linéaires s'avère possible pour les systèmes ayant la forme :

$$\dot{x} = Ax + B\gamma(x)[u - \alpha(x)] \quad (3.2)$$

Où : A, B des matrices de dimension : $n \times n$, $n \times p$ respectivement

Le couple (AB) est commandable

La matrice $\gamma(x)$ est non singulière dans tout l'espace d'état D

Puis on peut linéariser par le retour d'état :

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v \quad (3.3)$$

Où : $\beta(x) = \gamma(x)^{-1}$

On peut citer comme exemple l'équation d'état non linéaire d'un pendule inversé donnée par :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -a[\sin(x_1 + \delta) - \sin\delta] - bx_2 + cu\end{aligned}\tag{3.4}$$

On peut choisir u 'comme :

$$u = \frac{a}{c}[\sin(x_1 + \delta) - \sin\delta] + \frac{v}{c}\tag{3.5}$$

Le choix de cette commande donne naissance au système linéaire suivant :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -bx_2 + v\end{aligned}\tag{3.6}$$

Où : v : est une entrée de référence.

Dans le cas où l'équation d'état du système non linéaire ne possède pas la structure (3.2), ça ne veut pas dire que le système n'est pas linéarisable par retour d'état, car la représentation d'état d'un système n'est pas unique, elle dépend du choix des variables d'état, donc si elle ne se présente pas sous cette structure pour un choix, elle peut le faire pour un autre choix, à titre d'exemple :

Soit le système non linéaire dont la représentation d'état est donner par :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= a \sin(x_2) \\ \dot{x}_2 &= -x_1^2 + u\end{aligned}\tag{3.7}$$

Dans ce cas on ne peut pas choisir simplement 'u ' pour faire sortir le terme non linéaire 'a sin(x₂)'. Cependant, si on fait le changement de variable par la transformation suivante :

$$\begin{aligned}z_1 &= x_1 \\ z_2 &= a \sin x_2 = \dot{x}_1\end{aligned}\tag{3.8}$$

On aura une autre équation d'état qui représente le même système comme suit :

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= a \cos x_2 (-x_1^2 + u)\end{aligned}\tag{3.9}$$

La non linéarité peut être sortie par le retour d'état suivant :

$$u = x_1^2 + \frac{1}{a \cos x_2} v\tag{3.10}$$

On se ramène donc à la représentation d'état linéaire suivante :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = v \end{cases} \quad (3.11)$$

III.2 .2 Quelques notions de base :

III.2 .2.1 Notion de degré relatif :

a- Définition :

On définit le degré relatif de ce système dans un domaine d'intérêt D comme étant le nombre entier 'r' tel que :

$$L_g L_f^k h(x) = 0 \quad \text{Pour tout } x \text{ dans } D \text{ et pour tout } 0 \leq k < r$$

$$L_g L_f^{r-1} h(x) \neq 0$$

Où :

$L_f h$: Désigne la dérivée de Lie de la fonction 'h' suivant la direction de 'f'.

$L_f^k h$: désigne la k^{em} dérivée de Lie suivant la direction de 'f'.

b- Interprétation de la notion de degré relatif :

Pour illustrer la notion du degré relatif on calcule la valeur de la sortie y et de ses dérivées : $y^{(k)}$ pour $k=1..n$; où n est l'ordre du système.

Nous obtenons :

$$\begin{aligned} y &= h(x) \\ y^{(1)} &= \frac{\partial h}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial h}{\partial x} (f(x) + g(x)u) \\ &= L_f h(x) + L_g h(x)u \end{aligned} \quad (3.12)$$

Si le degré relatif du système est supérieur à 1 nous aurons :

$$L_g h(x) = 0$$

Donc :

$$\begin{aligned} y^{(1)} &= L_f h(x) \\ y^{(2)} &= \frac{\partial L_f h}{\partial x} [f(x) + g(x)u] \\ &= L_f^2 h(x) + L_g L_f h(x)u \end{aligned} \quad (3.13)$$

Et si le degré relatif est supérieur à 2 nous aurons :

$$L_g L_f h(x) = 0$$

et

$$y^{(2)} = L_f^2 h(x)$$

En continuant ainsi nous obtenons :

$$y^{(k)} = L_f^k h(x) \quad (3.14)$$

$$y^{(r)} = L_f^k h(x) + L_g L_f^{r-1} h(x) u$$

Pour tout $k < r$

Donc, le degré relatif est le nombre de fois qu'on doit dériver la sortie pour voir apparaître l'entrée u .

c- Le degré relatif dans le cas linéaire :

Considérons le cas des systèmes linéaires :

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx \quad (3.15)$$

Dans ce cas

$$f(x) = Ax, \quad g(x) = B, \quad h(x) = Cx$$

$$L_f^k h(x) = CA^k x$$

Et par conséquent : $L_g L_f^k h(x) = CA^k B$

Ainsi l'entier r est caractérisé par les conditions :

$$CA^k B = 0 \quad \text{Pour tout } k < r - 1$$

$$CA^{r-1} \neq 0$$

Dénominateur et celui du numérateur de la fonction de transfert.

$$H(p) = C(pI - A)^{-1} B \text{ du système.}$$

d- Remarque :

Il existe des cas où

Donc l'entier r qui satisfait ces conditions est égal à la différence entre le degré du polynôme du le degré relatif n'est pas défini, c'est lorsque la sortie et ses dérivés jusqu'à l'ordre 'n' ne dépendent pas de l'entrée u , comme donne le cas suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 \\ \dot{x}_2 = x_2 + u. \\ y = x_1 \end{cases}$$

$$y^{(1)} = y^{(2)} = \dots = y^{(n)} = \dot{x}_1 = x_1 = y.$$

On voit bien qu'on peut jamais faire apparaître l'entée u , on dérivant la sortie y autant qu'on veut.

III.2 .2.2 Drivée et crochet de Lie :

a- Drivée de Lie :

Si on considère la fonction différentiable $h(x)$ tel que :

$$h: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m ; h(x) = [h_1(x), \dots, h_m(x)]^T$$

x : est un vecteur d'état : $x = [x_1 \dots x_n]$

Soit le champ de vecteur : $f = [f_1, f_2, \dots, f_n]$

alors la dérivée de Lie de $h(x)$ le long de f notée $L_f h(x)$ est définie par :

$$L_f h(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial h(x)}{\partial x_i} f_{i1} \quad (3.16)$$

Successivement on obtient la dérivée de Lie à l'ordre k :

$$L_f^k h(x) = L_f(L_f^{k-1} h(x)) \quad (3.17)$$

b- Crochet de Lie :

Le crochet de Lie est noté ($\text{ad}_f g(x)$) ou bien $[f, g]$ est défini par :

$$[f, g] = \frac{\partial g}{\partial x} f(x) - \frac{\partial f}{\partial x} g(x) = L_f g(x) - L_g f(x) \quad (3.18)$$

Avec: $\text{ad}_f^0 g(x) = g(x)$

III.2 .2.3 Détermination de difféomorphisme:

On appelle $Z=T(x)$ un difféomorphisme si et seulement si les fonctions $T(x)$ et $T^{-1}(x)$ sont continuellement dérivables, permettant le passage $T(x) \rightarrow Z$ et inversement.

III.3 La linéarisation entrée /état :

III.3.1 Définition :

Le système non linéaire à une seule entrée de la forme donnée en(III.1) ,avec 'f' et 'g' qui sont des champs vectoriels infiniment continus et dérivables en \mathbb{R}^n (suffisamment lisses), est linéarisable entrée-état, s'il existe un domaine D dans \mathbb{R}^n ,et un difféomorphisme T dans \mathbb{R}^n , et une loi de commande par retour d'état $u = \alpha(x) + \beta(x)v$, telle que la transformation des coordonnées $Z=T(x)$ et la nouvelle entrée v donne lieu au système linéaire suivant :

$Z' = A_c Z + B_c v$ qui est linéaire et commandable.

Avec

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Le résultat principal de cette technique est donné dans le théorème suivant :

III.3.2. Théorème :

Un système non linéaire est linearisable entrée/état, si, il existe une fonction réelle h de D dans R , telle que le système défini par l'équation :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (3.19)$$

Possède un degré relatif égal à n . Ceci est vérifié si et seulement si les conditions suivantes sont satisfaites :

i_ Le rang de la matrice : $\begin{bmatrix} g(x) & ad_f g(x) & \dots & ad_f^{n-2} g(x) & ad_f^{n-1} g(x) \end{bmatrix} = n$

ii_ La distribution $D = Span \{g, ad_f g, \dots, ad_f^{n-2} g\}$ soit involutive dans le domaine D

Si les deux conditions sont satisfaites, pour $h(x)$ il suffit de résoudre l'équation différentielle suivante :

$$L_g L_f^{i-1} h(x) = 0 \text{ pour } i=1 \dots n-1$$

$$\text{avec : } L_g L_f^{n-1} h(x) \neq 0$$

On fait la transformation :

$$Z = T(x) = \begin{bmatrix} T_1 = h(x) \\ T_2 = L_f T_1 \\ \vdots \\ T_{i+1} = L_f T_i = L_f^i h(x) \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Permet de se ramener à la forme :

$$\dot{Z} = A_c Z + B_c \gamma(x) [u - \alpha(x)] \quad (3.21)$$

On prend :

$$\alpha(x) = \frac{-L_f^n h(x)}{L_g L_f^{n-1} h(x)} \quad \beta(x) = \frac{1}{L_g L_f^{n-1} h(x)} \quad (3.22)$$

Et La loi de commande

$$U = \alpha(x) + \gamma^{-1}(x)v \quad (3.23)$$

Qui donne le système linéaire $\dot{Z} = A_c Z + B_c v$

On choisit $v = r - KZ$, c 'est un placement de pôles pour stabiliser le système, avec ' K ' est un vecteur colonne et ' r ' est une entrée de référence.

III.4. La linéarisation entrée /sortie

Concédèrent le système non linéaire affine par rapport à la commande donné par l'équation (III.19) ayant un degré relatif $r = n$ (n est la dimension de l'espace d'état)

III.4 .1 Cas où : $r=n$

III.4 .1 .1 Description :

Dans ce cas le changement de coordonnées qui met le système sous une forme normale est :

$$T(x) = \begin{bmatrix} T_1(x) \\ T_2(x) \\ \vdots \\ T_n(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(x) \\ L_f h(x) \\ \vdots \\ L_f^{n-1} h(x) \end{bmatrix}$$

Dans ces nouvelles coordonnées $Z_i = T_i(x) = L_f^{i-1} h(x)$ $1 \leq i \leq n$

Le système sera décrit par les équations de la forme :

$$\begin{aligned} \dot{Z}_1 &= Z_2 \\ \dot{Z}_2 &= Z_3 \\ &\vdots \\ \dot{Z}_{n-1} &= Z_n \\ \dot{Z}_n &= b(Z) + a(Z)u \end{aligned}$$

Avec $b(Z) = L_f^n h(T^{-1}(Z))$ et $a(Z) = L_g L_f^{n-1} h(T^{-1}(Z))$

Où la fonction $a(Z)$ est différente de zéro.

Choisissons une commande :

$$u = \frac{1}{a(Z)} (-b(Z) + v)$$

Le système après bouclage sera régi par les équations d'état suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{Z}_1 &= Z_2 \\ \dot{Z}_2 &= Z_3 \\ &\vdots \\ \dot{Z}_{n-1} &= Z_n \\ \dot{Z}_n &= v \end{aligned}$$

Donc, avec ce retour d'état, le système (3.19) prend la forme linéaire suivante :

$$\begin{aligned} \dot{Z} &= AZ + Bv \\ y &= CZ \end{aligned}$$

Avec

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad \text{Et } C = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0]$$

qui est linéaire et commandable.

III.4.1.2 Exemple :

Considérons le système suivant :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ x_1 + x_2^2 \\ x_1 - x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \exp(x_2) \\ \exp(x_2) \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u$$

$$y = x_3$$

Pour ce système on a :

$$L_g h = 0 \quad L_f h = x_1 - x_2$$

$$L_g L_f h = 0 \quad L_f^2 h = -x_1 - x_2^2$$

$$L_g L_f^2 h = -(1 + 2x_2) \exp(x_2) \quad \text{et} \quad L_f^3 h(x) = -2x_2(x_1 + x_2^2)$$

Donc le système possède un degré relatif égale à $3 = n$, à n'importe quel point tel que $1 + 2x_2 \neq 0$, autour de $x = 0$, ce système peut être transformé en un autre, linéaire et commandable, par le retour d'état suivant :

$$u = \frac{-2x_2(x_1 + x_2^2)}{(1 + 2x_2) \exp(x_2)} - \frac{1}{(1 + 2x_2) \exp(x_2)} v$$

et du changement de coordonnées :

$$Z_1 = h(x) = x_3$$

$$Z_2 = L_f h(x) = x_1 - x_2$$

$$Z_3 = L_f^2 h(x) = -x_1 - x_2^2$$

Notons que le retour d'état et le changement de variables sont définis localement autour de $x = 0$. En particulier le retour d'état u n'est pas défini pour x tel que $1 + 2x_2 = 0$, la matrice jacobienne du changement de coordonnées est singulière en ces points.

Dans ces nouvelles coordonnées, le système apparaît sous la forme :

$$\dot{Z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot Z + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot v$$

qui est linéaire et commandable.

III.4.1.3 Remarque

Si x_0 est un point d'équilibre du système original, ce qui veut dire que :

$f(x_0) = 0$ et $h(x_0) = 0$ alors $Z_0 = T(x_0) = 0$

$$T_1(x_0) = h(x_0) = 0$$

$$T_i(x_0) = \frac{\partial L_f^{i-2} h}{\partial x} f(x_0) = 0 \text{ pour tout } 2 \leq i \leq n$$

III.4.2 Cas où : $r < n$

III.4.2.1 description :

Soit l'application $T(x)$ suivante :

$$Z = T(x) = \begin{bmatrix} \phi_1(x) \\ \vdots \\ \phi_n(x) \end{bmatrix} \quad \text{avec :}$$

Les fonctions : $\phi_1(x) \cdots \phi_r(x)$ sont choisis comme suit :

$$\phi_1(x) = h(x)$$

$$\phi_2(x) = L_f h(x)$$

⋮

$$\phi_r(x) = L_f^{r-1} h(x)$$

On aura le vecteur :

$$\zeta = \begin{bmatrix} Z_1 \\ \vdots \\ Z_r \end{bmatrix}$$

La valeur des $n - r$ autres fonctions peut être fixée arbitrairement. Toutefois il est possible de choisir $\phi_{r+1}(x) \cdots \phi_n(x)$ de telle sorte que :

$$L_g \phi_i(x) = 0 \text{ pour tout } r+1 \leq i \leq n$$

Et on aura le vecteur :

$$\eta = \begin{bmatrix} Z_{r+1} \\ \vdots \\ Z_n \end{bmatrix}$$

Ainsi, l'application $T(x)$ est une transformation de coordonnées du système

Maintenant on pose :

$$Z_i = \phi_i(x) \quad 1 \leq i \leq n$$

On obtient pour $Z_1 \cdots Z_r$:

$$\frac{dZ_1}{dt} = \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = L_f h(x) = \phi_2(x) = Z_2$$

⋮

$$\frac{dZ_{r-1}}{dt} = \frac{\partial \phi_{r-1}}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial (L_f^{r-2} h)}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = L_f^{r-1} h(x) = \phi_r(x) = Z_r$$

Pour Z_r on obtient :

$$\frac{dZ_r}{dt} = L_f^r h(x) + L_g L_f^{r-1} h(x) u$$

avec : $x = \phi^{-1}(z)$

en posant :

$$\beta(Z) = L_g L_f^{r-1} h(\phi^{-1}(Z))$$

$$\alpha(Z) = L_f^r h(\phi^{-1}(Z))$$

L'équation sera écrite comme suit :

$$\frac{dZ_r}{dt} = \alpha(Z) + \beta(Z)u$$

Notons qu'en un point $Z = \phi(x)$, $\beta(Z) \neq 0$ (par définition du degré relatif) pour tout x de l'espace d'état

Puisque $\phi_{r+1}(x) \cdots \phi_n(x)$ sont choisies de telle manière que $L_g \phi_i(x) = 0$ pour $r < i \leq n$;

alors les $(n-r)$ dernières fonctions s'écrivent :

$$\frac{dZ_i}{dt} = \frac{\partial \phi_i}{\partial t} (f(x) + g(x)u) = L_f \phi_i(x)$$

Posons :

$$f_i(Z) = L_f \phi_i(\phi^{-1}(Z)) \quad \text{pour tout } r+1 \leq i \leq n$$

$$\frac{dZ_i}{dt} = f_i(Z)$$

En résumé, après transformation, nous obtenons la forme normale suivante :

$$\dot{Z}_1 = Z_2$$

$$\dot{Z}_2 = Z_3$$

⋮

$$\dot{Z}_{r-1} = Z_r$$

$$\dot{Z}_r = \alpha(Z) + \beta(Z)u(Z)$$

$$\dot{Z}_{r+1} = f_{r+1}(Z)$$

⋮

$$\dot{Z}_n = f_n(Z)$$

Ou bien :

$$\xi = A_c \zeta + B_c \gamma(x)[u - \alpha(x)]$$

$$\dot{\eta} = f(\zeta, \eta)$$

$$y = C_c \zeta$$

Cette forme normale est décomposée en deux parties :

La partie externe ξ est linéarisé par le retour d'état (3.23):

$$\alpha(x) = \frac{-L_f^r h(x)}{L_g L_f^{r-1} h(x)} \quad \text{et} \quad \beta(x) = \frac{1}{L_g L_f^{r-1} h(x)}$$

La partie interne η est non observable par la sortie y ; il faut assurer que cette dynamique est borné pour toute sortie y et pour toutes condition initiales

III.4 .2 .2 Remarque :

Les fonctions $\phi_{r+1}(x) \cdots \phi_n(x)$ sont solutions des équations différentielles aux dérivées partielles $L_g \phi_i(x) = 0$ qui sont difficiles à résoudre. Alors, il est plus simple de fixer arbitrairement les $n - r$ fonctions $\phi_{r+1}(x) \cdots \phi_n(x)$ qui rendent la matrice jacobéenne de $\phi(x)$ non singulière

III.5. Application au convertisseur en pont :

III.5 .1 les valeurs expérimentales :

Les valeurs des paramètres utilisés sont données par le tableau suivant :

Les paramètres	Description	La valeur
E	La tension d'entrée	200v
R	La résistance	10Ω
L	L'inductance	0.1mH
C	Le condensateur	2μF
Is=x1	Le courant désiré en sortie	1A
Vs=x2	La tension désirée en sortie	5v

III.5 .2 Entrée/ état :

III.5 .2.1.application des principes théoriques :

La représentation d'état du convertisseur est donné par :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \left(-\frac{1}{L}x_2 + \frac{E}{L}\right) + \frac{2x_2}{L}U \\ \dot{x}_2 = \left(-\frac{1}{C}x_1 - \frac{1}{RC}x_2\right) + \frac{2x_1}{C}U \end{cases}$$

Ou' $f(x) = \begin{pmatrix} \left(-\frac{1}{L}x_2 + \frac{E}{L}\right) \\ \left(-\frac{1}{C}x_1 - \frac{1}{RC}x_2\right) \end{pmatrix}$ et $g(x) = \begin{pmatrix} \frac{2x_2}{L} \\ \frac{2x_1}{C} \end{pmatrix}$

L'ordre de système : n=2,

On vérifie les deux conditions citées dans le théorème pour savoir si ce convertisseur est linearisable entrée/ état :

1)- le rang de la matrice suivante :

$$\left(g(x) \mid ad_f g(x) \right) = \begin{pmatrix} \frac{2x_2}{L} & \frac{-2x_2}{RLC} \\ \frac{2x_1}{C} & \frac{2}{RC^2}x_1 + \frac{2E}{LC} \end{pmatrix}$$

égale à l'ordre du système n=2

2) $\Omega = \text{span}(g(x))$, avec $1 \leq i, j \leq 1$

$ad_g g(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \in \Omega$ ce qui implique que Ω est une distribution involutive

Les deux conditions sont vérifiées, donc le convertisseur est linearisable entrée/ état

On choisit la fonction h(x) telle que :

$$L_g L_f^{i-1} h(x) = 0 \text{ pour } i=1 \dots n-1 \text{ avec } n=2$$

$$\text{avec : } L_g L_f^{n-1} h(x) \neq 0$$

Ce qui donne :

$$L_g h(x) = 0 \text{ et } L_g L_f h(x) \neq 0$$

On choisit

$$h(x) = -\frac{L}{2}(x_1^2 - x_1^{*2}) + \frac{C}{2}(x_2^2 - x_2^{*2})$$

$x^* = \begin{pmatrix} -\frac{E}{R} \\ E \end{pmatrix}$ est le point d'équilibre (quand u=0), qui vérifie h(x)=0

La fonction h(x) vérifie cette condition dans le domaine

$$D = \mathbb{R}^2 - \left(-\frac{RCE}{L}, 0\right)$$

On fait le changement de variable

$$T(x) = Z = \left(L_f h(x) = -Ex_1 - \frac{1}{R}(x_2^2) - \frac{L}{2}(x_1^2 - x_1^{*2}) + \frac{C}{2}(x_2^2 - x_2^{*2}) \right)$$

Qui mène le système sous la forme

$$\dot{Z} = A_c Z + B_c \gamma(x)[u - \alpha'x]$$

Avec $u = \alpha(x) + \beta(x)v$

et $\beta(x) = \gamma^{-1}(x)$

On se ramène à la forme linéaire $\dot{Z} = A_c Z + B_c v$

III.5 .2.2 le schéma bloc de la simulation :

Il est donné par la **Fig.3.1**

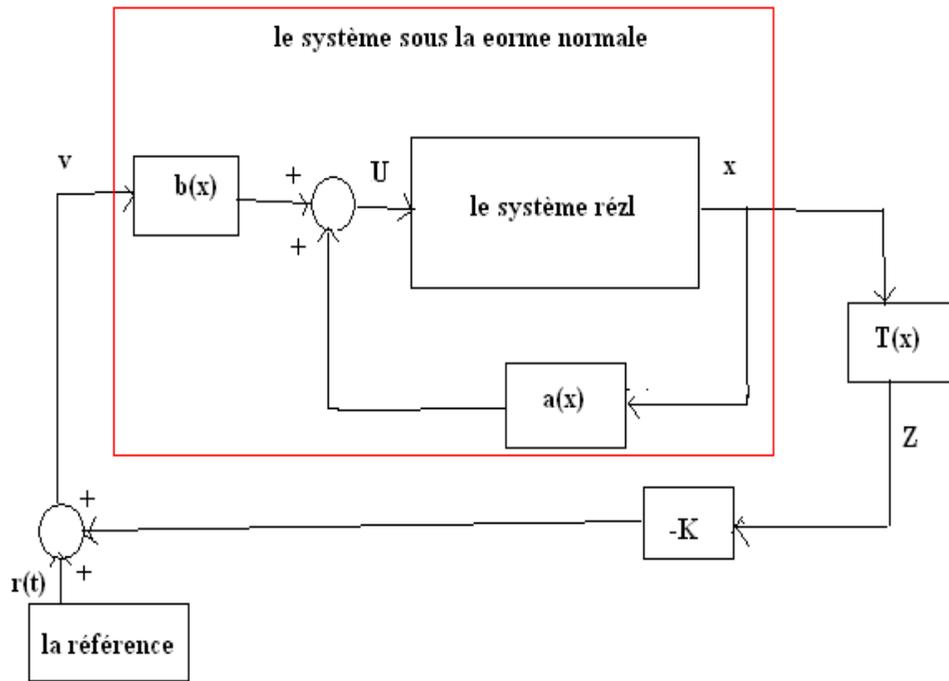
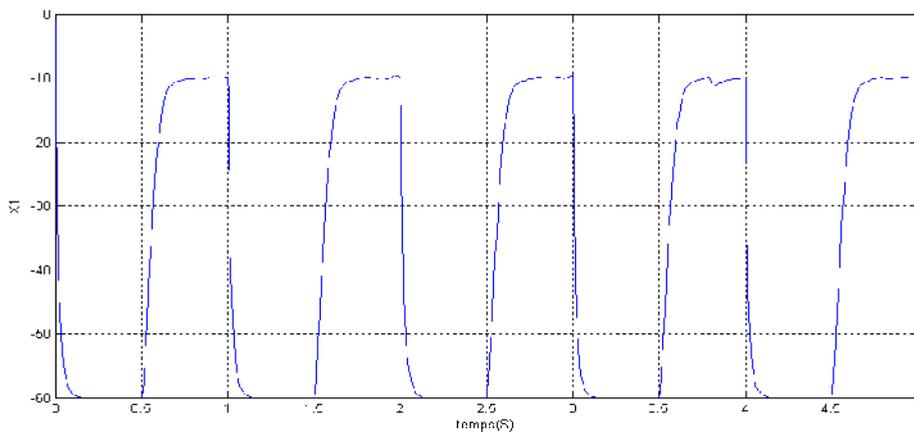


Fig (3.1) le schéma bloc de la linéarisation entrée/ état

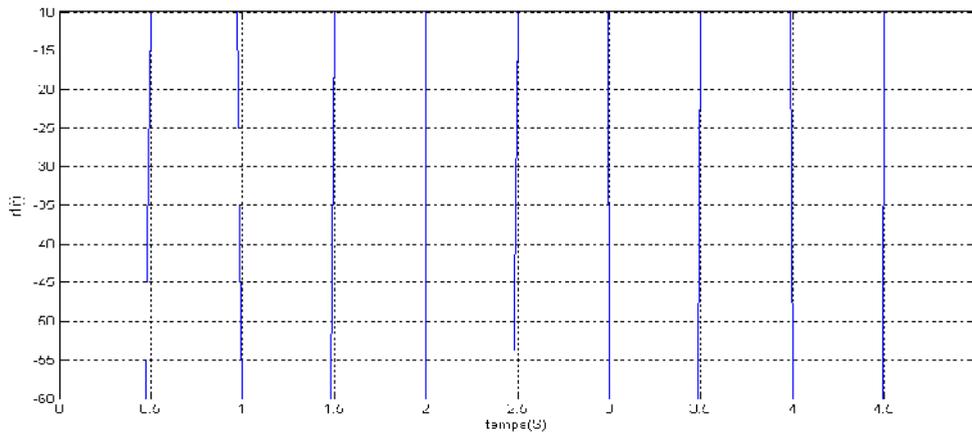
III.5.2.3 Les résultats de la simulation :

L'état X1 est donné par la (**fig.3.2**)



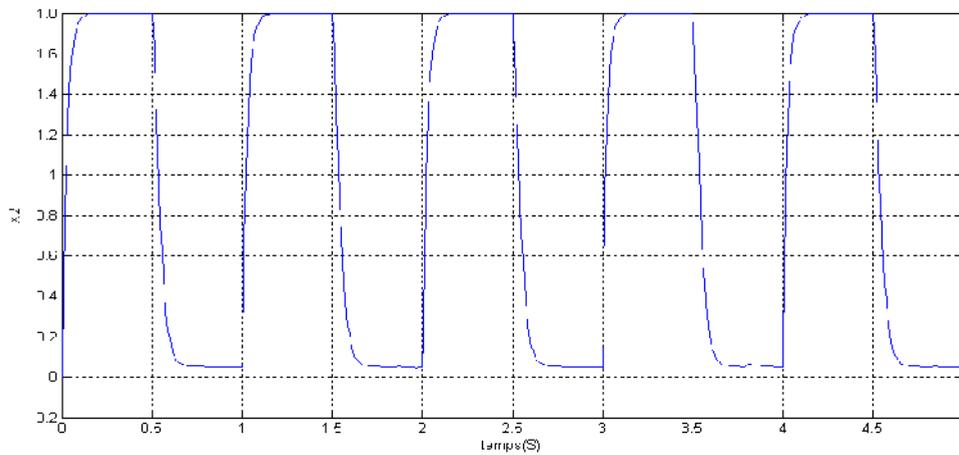
(fig.3.2)

- La référence $r_1(t)$ à suivre par X1 est donnée par la (fig.3.3)



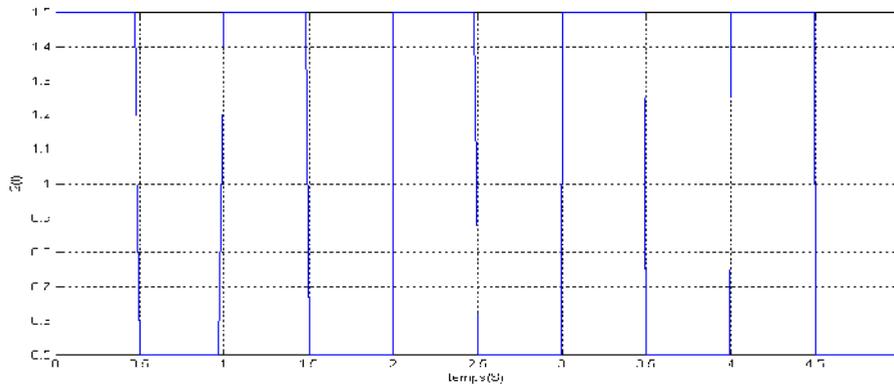
(fig.3.3)

- L'état X2 est donné par la (fig.3.4)



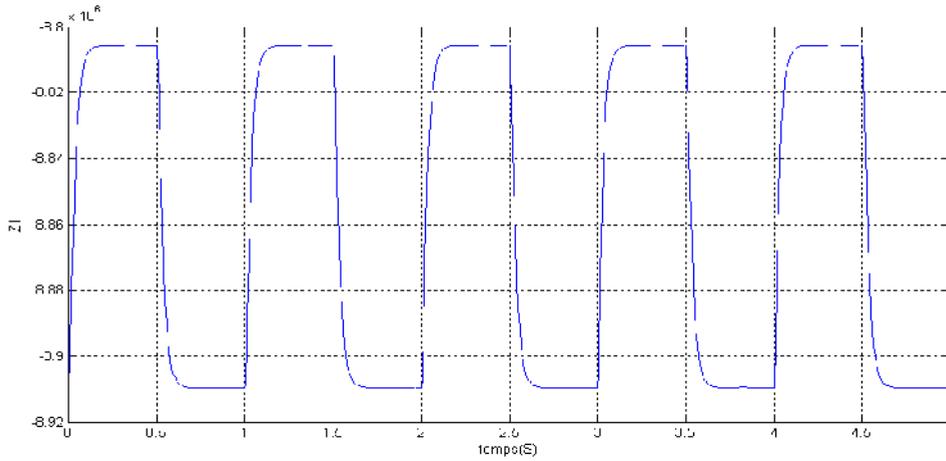
(fig.3.4)

- La référence $r_2(t)$ à suivre par X2 est donnée par la (fig.3.5)



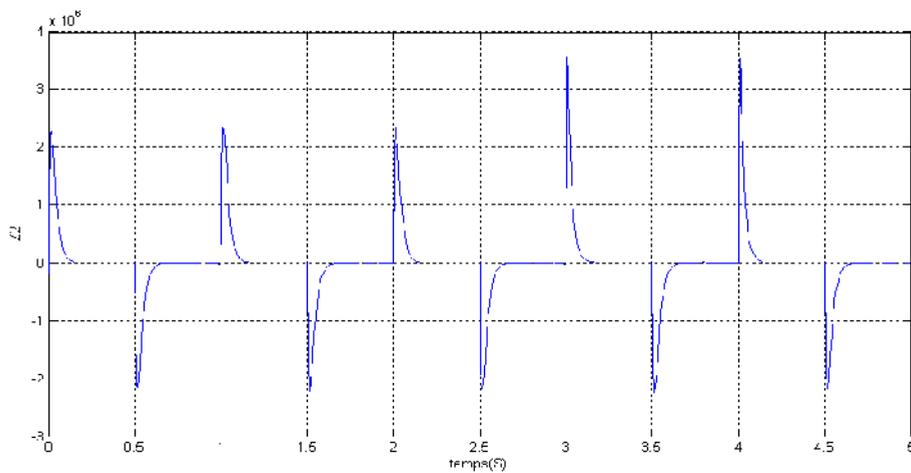
(fig.3.5)

- le changement de variable Z1 est donné par la (fig.3.6)



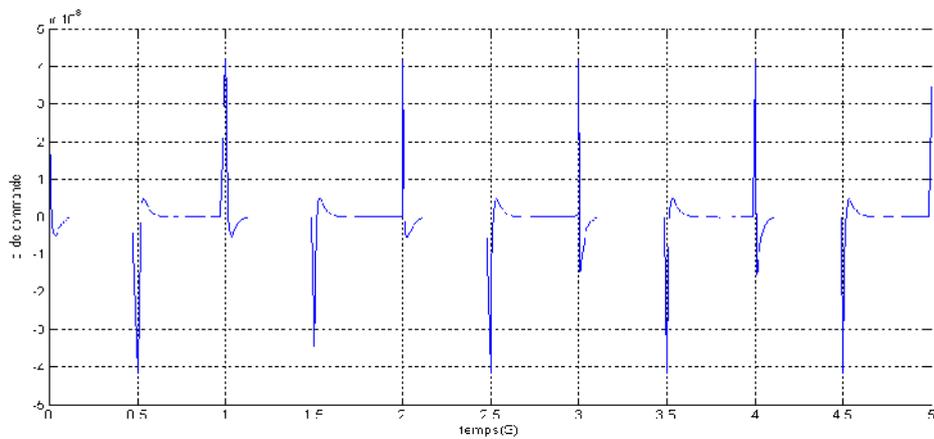
(fig.3.6)

- le changement de variable Z2 est donné par la (fig.3.7)



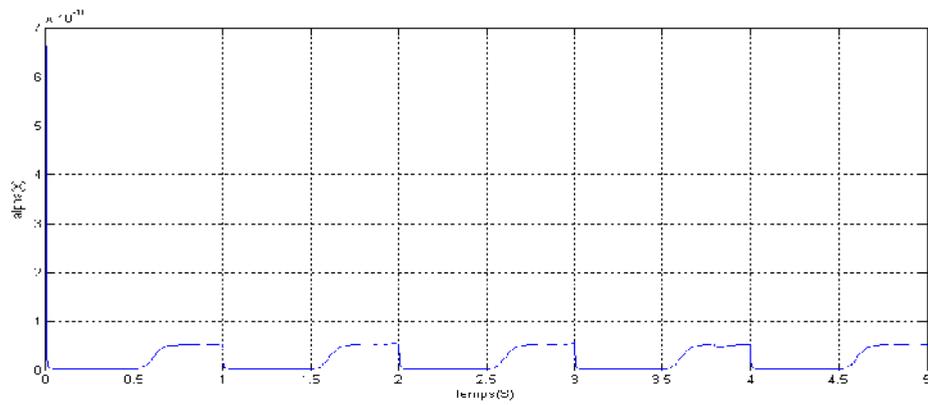
(fig.3.7)

- la loi de commande est donnée par la (fig.3.8)



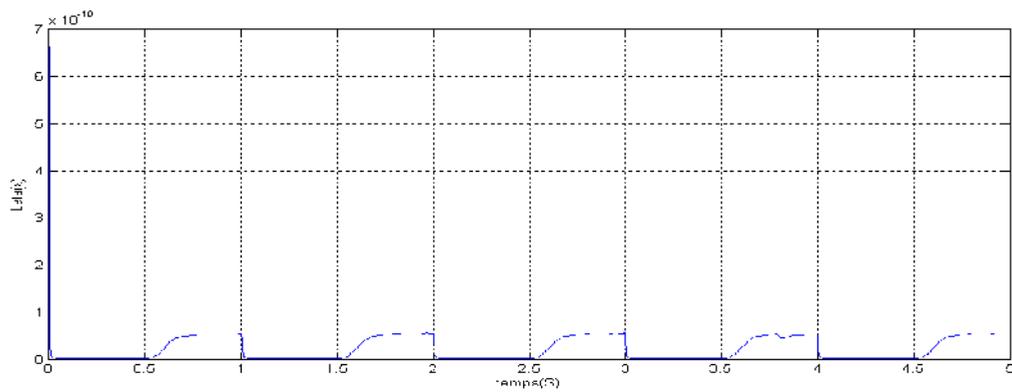
(fig.3.8)

- $\alpha(x)$ est donné par la (fig.3.9)



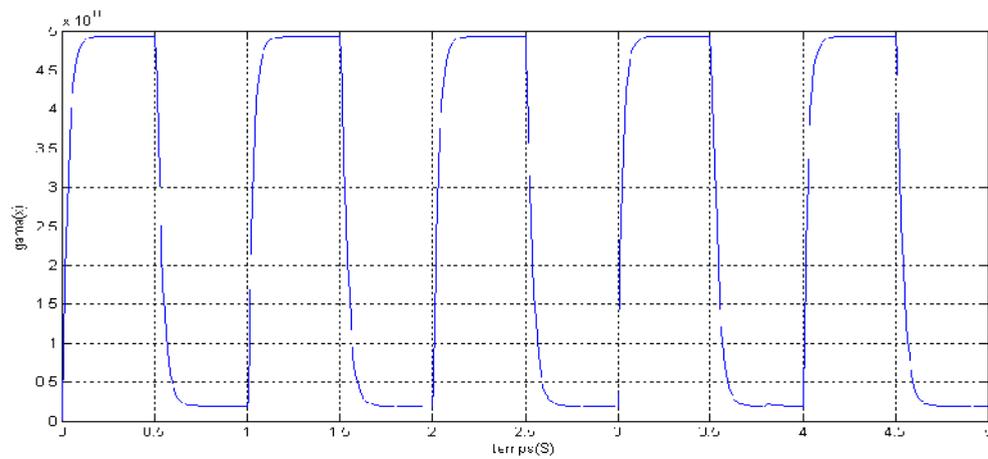
(fig.3.9)

- $\beta(x)$ est donné par la (fig.3.10)



(fig.3.10)

- $\gamma(x)$ est donné par la (fig.3.11)



(fig.3.11)

III.5.2.4 Interprétation des courbes :

Les états de système à contrôler (x_1 et x_2) donnés par les figures (3.2) et (3.4) suivent exactement les références désirés qui sont représentés par les figures (3.3) et (3.5) respectivement, par suite d'une transformation de coordonnées (Z_1 et Z_2) qui sont donnés par les figures (3.6) et (3.7).

Donc la loi de commande U représenté par la figure (3.8) nous a permis de faire un contrôle de tous les états de système et d'effectuer une poursuite exacte des références désirés, en commandant le modèle d'état linéaire équivalent au système original d'où la linéarisation exacte

III.5.3 Entré/Sortie

III.5.3.1 Application des principes théoriques :

On choisit la sortie $y = h(x) = x_1$

La première dérivée de la sortie : $\dot{y} = \dot{x}_1$, qui dépend de la commande u

On voit que la commande apparaît dans la première dérivée donc le degré relatif $r=1 < n$

La transformation de coordonnées

$$T(x) = \begin{pmatrix} \phi(x) \\ h(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta \\ \zeta \end{pmatrix}$$

On choisit la fonction $\phi(x)$ telle que : $\begin{cases} T: \text{diffeomorphisme} \\ \frac{d\phi(x)}{dx} g(x) = 0 \end{cases}$

$$\frac{d\phi(x)}{dx} g(x) = 0 \implies \phi(x) = -\frac{L}{2} x_1^2 - \frac{C}{2} x_2^2$$

$$\dot{\eta} = \frac{d\phi(x)}{dx} \dot{x} = \frac{d\phi(x)}{dx} [f(x) + g(x)u]$$

$$\dot{\eta} = -E x_1 - \frac{1}{R} x_2^2 = -\frac{2}{RC} \eta - E \zeta - \frac{L}{RC} \zeta^2$$

Le terme $\dot{\eta} = -\frac{2}{RC} \eta$ est stable ($\eta(t) = K \exp(-\frac{2}{RC} t)$)

Si η est borné alors $\dot{\eta}$ est borné, donc la partie interne qui est non observable par la sortie $y = x_1$ est stable

$$\zeta = x_1 \implies \dot{\zeta} = \dot{x}_1 = \left(-\frac{1}{L} x_2 + \frac{E}{L}\right) + \frac{2x_2}{L} U$$

La loi de commande par retour d'état qui linearise cette partie externe est

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v \text{ et } \beta(x) = \gamma^{-1}(x)$$

v : est l'entrée de référence

$$\alpha(x) = -\frac{L_f h(x)}{L_g h(x)} = \frac{1}{2} - \frac{E}{2x_2}$$

$$\gamma(x) = L_g h(x) = \frac{2x_2}{L} \Rightarrow \beta(x) = \frac{L}{2x_2}$$

On remplace u dans ζ on trouve :

$$\zeta = v$$

Enfin le convertisseur est représenté par le système suivant

$$\begin{cases} \dot{\eta} = -\frac{2}{RC}\eta - E\zeta - \frac{L}{RC}\zeta^2 \text{ qui est stable} \\ \zeta = v \text{ qui est lineaire} \\ y = h(x) = x_1 \end{cases}$$

III.5.3.2 Le schéma bloc de la simulation :

Il est donné par la Fig (3.12)

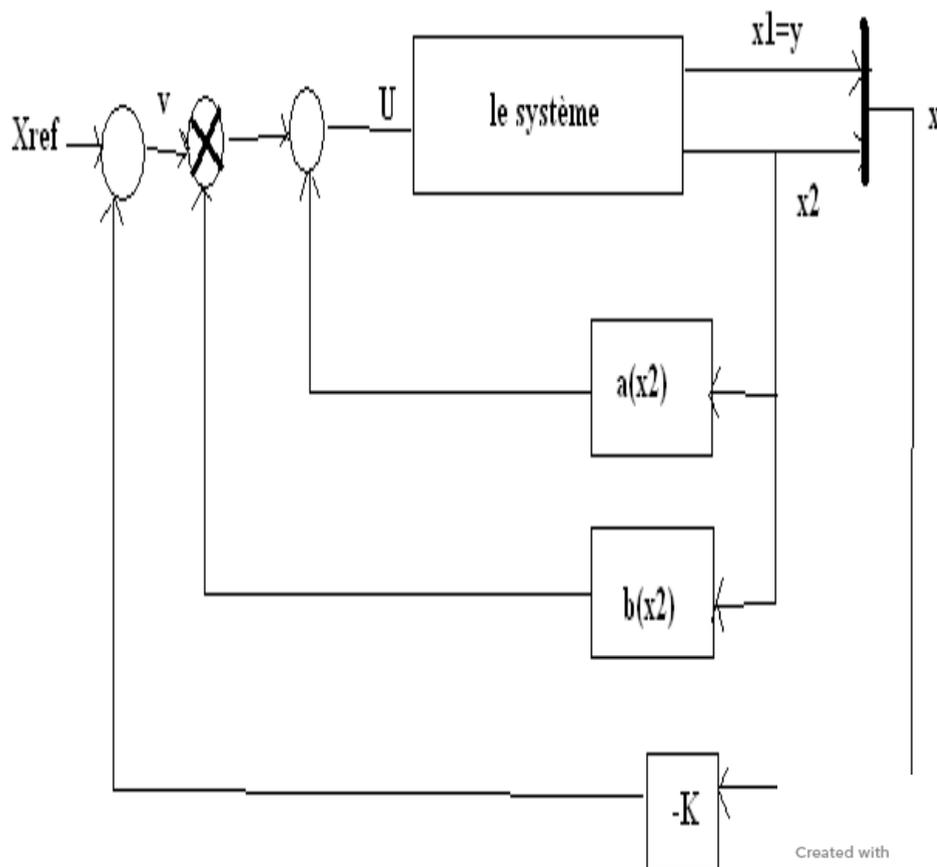


Fig.(3.12) le schéma bloc de la linéarisation entrée/sortie

III.5.3.3 Résultats de simulation

- La sortie y est donnée par la Fig (3.13)

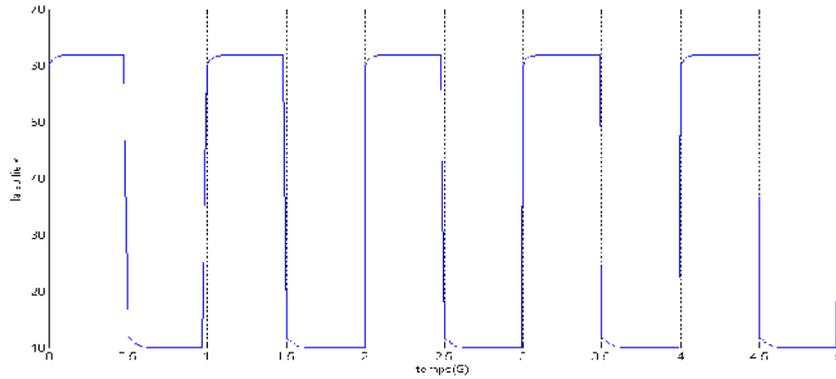


Fig (3.13)

- La référence $r1(t)$ à suivre par $X1$ est donnée par la Fig (3.14)

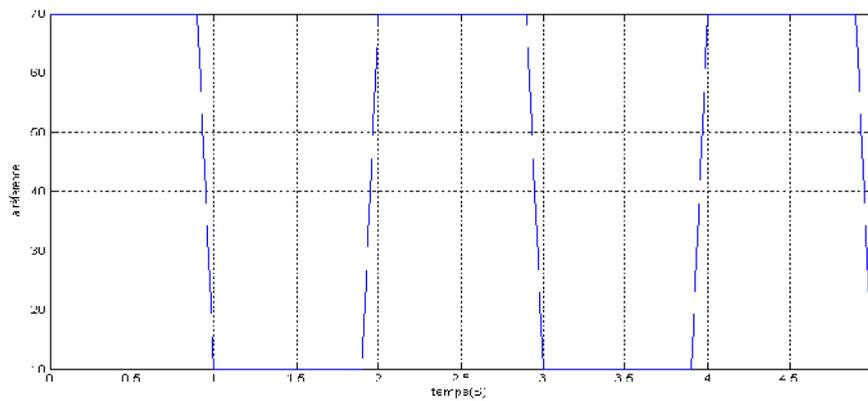


Fig (3.14)

- $\alpha(x)$ est donné par la Fig (3.15)

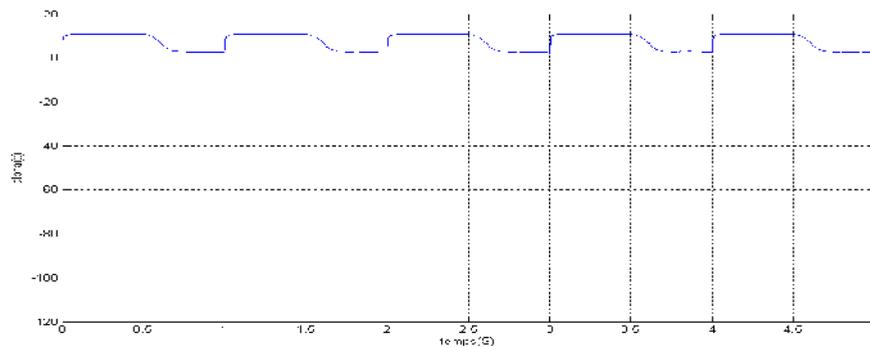


Fig (3.15)

- $\beta(x)$ est donné par la **fig (3.16)**

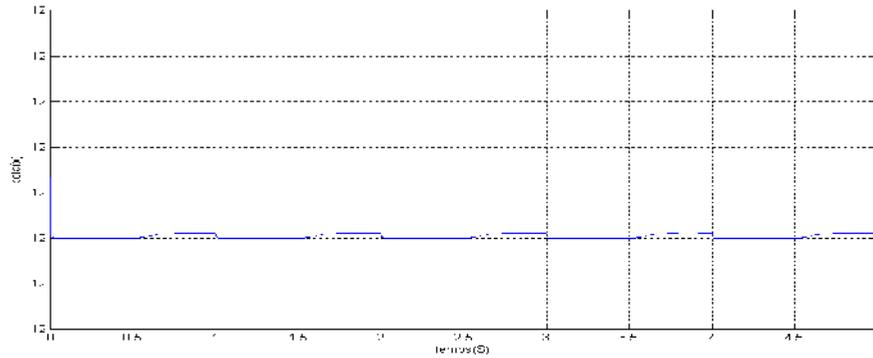


fig (3.16)

- la loi de commande est donnée par la **fig (3.17)**

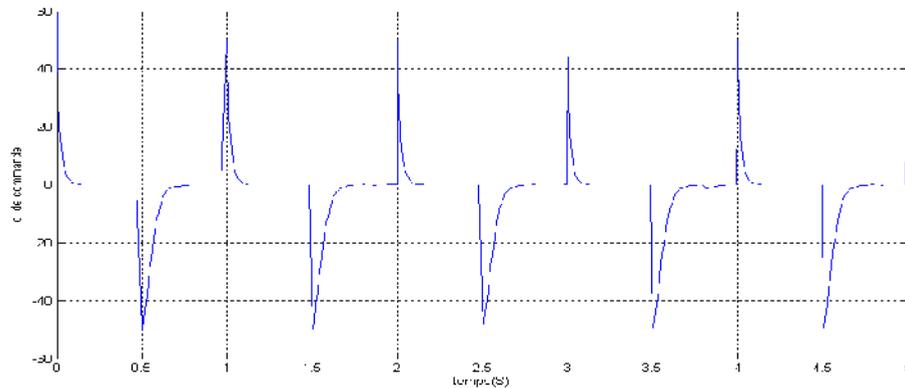


fig (3.17)

III.5.3.4 Interprétation des courbes :

Dans ce cas on a restitué le contrôle sur un seule état (x_1), la sortie y qui représente l'état précédant est donnée par la figure(3.13),elle a un comportement exacte que celui de la référence désiré donné par la figure (3.14) avec une certaine marge d'erreur due à l'intervention du milieux extérieur ou les composant du système lui-même.

La loi de commande représentée par la figure (3.17) a permet de réaliser une poursuite de trajectoire bien déterminée, suivi par un seul état de système, mais bien sure après avoir lui effectuer un changement de base, pour aboutir à un modèle linéaire qui lui est équivalent

III.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté la technique de linéarisation des systèmes non linéaires affines par rapport à la commande.

Cette approche nous a permis d'exploiter les principes de synthèse des systèmes linéaires mais d'une façon indirecte, à travers le difféomorphisme.

On verra dans le chapitre suivant une autre commande qui permet de commander directement le système.

IV.1.Introduction :

En général, les systèmes dynamiques présentent en plus des non linéarités, des perturbations externes et des perturbations paramétriques, dont la synthèse est souvent difficile. On souhaite bien de trouver des algorithmes robustes qui permettent de rendre le système insensible à ces propriétés cités.

On a choisis parmi les approches proposées pour l'étude de ce type des systèmes : le mode glissant (SLIDING MODE, en anglais).C est une technique de réglage non linéaire, caractérisée par la discontinuité de la commande lors de ses passages par une surface de commutation dite : 'surface de glissement'.

La commande par mode glissant permet de placer le système commandé au voisinage d'un fonctionnement imposé par le cahier des charges, et de l'y maintenir sans perte de généralités ou modification de ses propriétés.

Dans ce chapitre on explique les principes nécessaires pour l'application de cette loi de commande, en montrant certains avantages qu'elle dispose afin de se familiariser avec cette méthode et la rendre plus applicable dans la régulation industrielle moderne.

Les ouvrages consultés sont représentés sous références [9],[10],[11]

IV.2.Le mode glissant :

IV.2.1.Description :

Le réglage par mode glissant consiste à amener la trajectoire des variables d'état du système à commander vers la surface de glissement, et l'obliger de rester au voisinage de celle ci et de glisser le long d'elle jusque au point d'équilibre ; c'est-à-dire imposer une dynamique au système définie par la surface de commutation, et choisir une loi de commande qui le permet d'atteindre les performances désirés.

Cette technique peut être effectuée essentiellement en trois étapes comme suit :

- **Etape 1 : choix de la surface de glissement :**

La surface de glissement impose la dynamique désirée du système en boucle fermée, elle dépend des variables d'état du système, sa forme est selon l'objectif visé.

Donc on ne dispose pas d'une méthode générale qui permet de choisir cette surface, elle peut être linéaire ou non. La forme non linéaire est une fonction de l'erreur sur la variable d'état à régler, elle est donnée comme suit :

$$s(x) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \sigma \right)^{r-1} e(x) \quad (4.1)$$

σ : Coefficient positif

r : le degré relatif, il désigne le nombre de fois qu'il faut dériver la sortie de système pour faire apparaître la commande

$e(x) = (x - x_d)$: est l'écart entre la variable à régler et sa référence

- L'avantage de ce choix offre une analyse avec un seul paramètre : σ

Un cas simple de synthèse consiste à prendre cette surface une fonction linéaire de l'erreur d'état qui est traduite par un polynôme qui possède uniquement des racines réelles

$$s(x) = \sum_{i=1}^{n-1} c_i (x_i - x_{id}) \quad (4.2)$$

$c_n = 1$

C_i : les coefficients de la surface, dont sa convergence dépend du choix de ces constantes C_i

n : l'ordre de système

x_{id} : la variable d'état désirée

- **Etape 2 : vérification de la condition de convergence**

La condition de convergence est souvent basée sur la méthode de Lyapunov

La fonction de Lyapunov est définie comme suit :

$$\left. \begin{array}{l} v(x) > 0, \quad x \\ v(0) = 0 \end{array} \right\} \quad (4.3)$$

On choisit

$$v(x) = \frac{1}{2} s^2 \quad (4.4)$$

Ce qui donne :

$$\dot{v}(x) = s(t)\dot{s}(x) \quad (4.5)$$

$\dot{v}(x) < 0$ est une condition nécessaire et suffisante pour l'existence de mode de glissement (l'attractivité de la surface de glissement)

- **Etape3 : Synthèse de la loi de commande :**

Lorsque la surface de glissement est bien déterminée, il reste à obtenir la loi de commande nécessaire pour attirer la trajectoire d'état vers cette surface ensuite vers le point d'équilibre, cette loi doit maintenir la condition d'existence du mode de glissement

La loi de commande globale est constitué de deux parties : une linearisante ' U_{eq} ' et l'autre stabilisante ' U_d ', elle est synthétisée comme suit :

$U = U_{eq} + U_d \quad (4.6)$

- **U_{eq} : la commande équivalente (linearisante) :**

Elle sert donc à maintenir la variable à contrôler sur la surface de glissement $\cdot s(x) = 0$

On peut la déduire en considérant que la dérivée de la surface est nulle : $\dot{s}(x) = 0$. Ceci est pour ne pas avoir une surface variante dans le temps.

Elle peut être interpréter comme étant un retour d'état jouant le rôle de signal de commande appliqué au système à commander ; ou autrement comme étant la valeur moyenne que prend la commande lors de la commutation rapide entre les valeurs U_{\max} et U_{\min} correspondantes aux valeurs que prend U pour $s(x)>0$ et $s(x)<0$ respectivement

On la calcule donc en considérant que le comportement du système durant le mode de glissement est décrit par

$$\dot{s}(x) = s(x) = 0 \tag{4.7}$$

Soit le système non linéaire suivant :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \tag{4.8}$$

En mode de glissement :

$$s(x) = 0 \quad \frac{\partial s(x)}{\partial x} x = 0 \tag{4.9}$$

On remplace x donné en équation (III.8), on trouve :

$$\frac{\partial s(x)}{\partial x} [f(x) + g(x)U_{eq}] = 0 \tag{4.10}$$

Ce qui donne :

$U_{eq} = - \left[\frac{\partial s(x)}{\partial x} g(x) \right]^{-1} \frac{\partial s(x)}{\partial x} f(x) \tag{4.11}$



Avec $\left| \frac{\partial s(x)}{\partial x} g(x) \right| \neq 0$ pour que U_{eq} prend une valeur finie

Remarquant que l'objectif de la commande équivalente est de maintenir la surface de glissement à zéro, dont l'unique solution est $e(x) = 0$, ceci revient à un problème de poursuite de trajectoire qui est équivalent à une linéarisation exacte de l'écart $e(x)$

- **U_d : la grandeur de commande discontinue :**

Elle est déterminée pour garantir l'attraction de la variable à contrôler, et satisfaire la condition de convergence suivante :

$$s(t)s(x) < 0 \tag{4.12}$$

Pour mettre en évidence ce développement, on considère le système défini par l'équation (3.8)

Donc :

$$s(t)s(x) < 0 \quad s(x) \left[\frac{\partial s(x)}{\partial x} (f(x) + g(x)U) \right] \tag{4.13}$$

On remplace U par $(U_{eq} + U_d)$, et U_{eq} par sa valeur donnée en équation (4.11)

Tout calcul fait mène à l'expression suivante :

$$s(x) \left[\frac{\partial s(x)}{\partial x} g(x) u_d \right] < 0 \tag{4.14}$$

La forme la plus simple que peut prendre U_d est d'un relais comme le montre la **Fig (.4.1)** :

$$U_d = -K \operatorname{sign}[s(x)] \quad (4.15)$$

Avec $k > 0$, et

$$\operatorname{sign}[s(x)] = \begin{cases} 1 & \text{si } s(x) > 0 \\ -1 & \text{si } s(x) < 0 \end{cases} \quad (4.16)$$

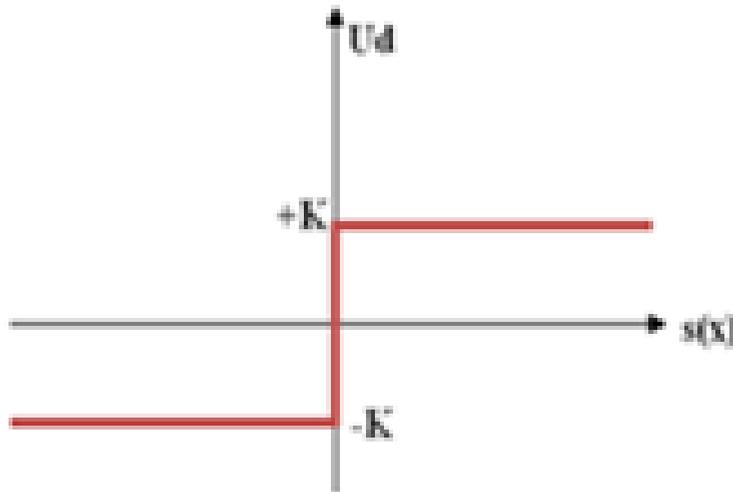


Fig.(4.1) La fonction signe de $s(x)$

IV.2.2. Le mode glissant idéal :

La loi de commande prend des valeurs différentes selon le signe de la surface de glissement (car la commande discontinue est en fonction de signe de $s(x)$)

On suppose un cas idéal, ou la fréquence de commutation de la loi de commande entre ces différentes valeurs est infiniment grande. La trajectoire suit la surface de glissement, et glisse le long de celle-ci jusqu'au point d'équilibre, ce phénomène est représenté sur la **Fig (4.2)**

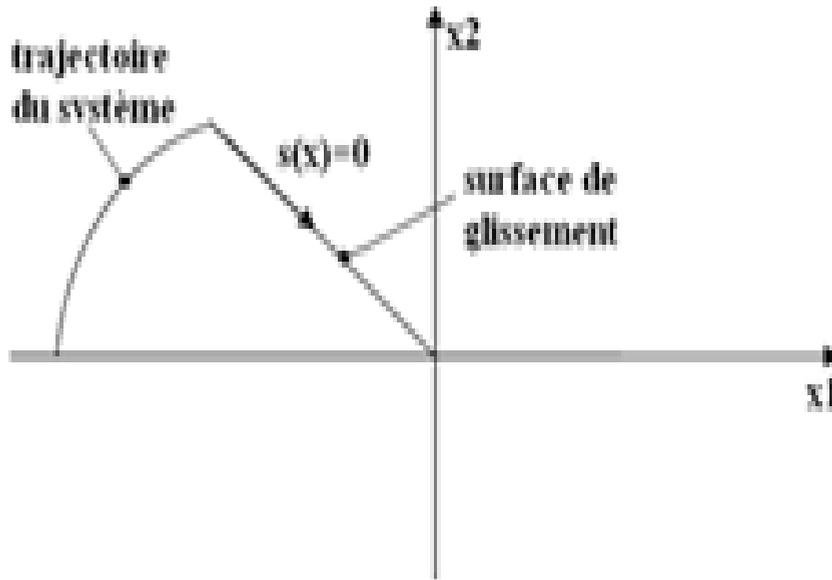


Fig.(4.2) Mode de glissement idéal

Cette réalisation permet un traitement analytique aisé ; mais dans la réalité pratique la fréquence est évidemment finie, donc le mode idéal n'est pas réalisable

Pour estimer cette fréquence il faut considérer le mode de glissement real

IV.2.3. Le mode glissant real :

On considère le cas real d'un dispositif à commander .La commande discontinue permet au système de rejoindre la surface de glissement.

- quand $s(x)=0$, le système se trouve sur cette surface
- quand $s(x)$ change de signe, la trajectoire de système quitte cette dernière et atteint un seuil de basculement supérieur ou inférieur, selon que $s(x)$ positive ou négative, mais la commande équivalente essaie à chaque fois de le ramener vers cette surface, par suite la trajectoire dessine des zigzags tout autour de celle ci

Pour plus de détails supposant que :

Le système se trouve initialement au point X_0 et $s(x) < 0$

Sous l'influence de la grandeur de commande le vecteur d'état subit une variation de (dx)

Si $s(X_0+dx) > 0$: il y'aura une commutation de la commande, avec laquelle il s'établira une nouvelle variation de vecteur d'état de (dx')

Si $s(X_0+dx+dx') < 0$: de nouveau une commutation de la commande et par suite de vecteur d'état et ainsi de suite

Donc le mode de glissement peut se produire lorsque les commutations de la loi de commande aura lieux continument tel que la trajectoire avec une commutation touche au point « a » le seuil de basculement inferieur, et avec une autre commutation elle touche le seuil de basculement superieur au point « b » et ainsi de suite

Cette évolution est illustre sur la Fig.(4.3)

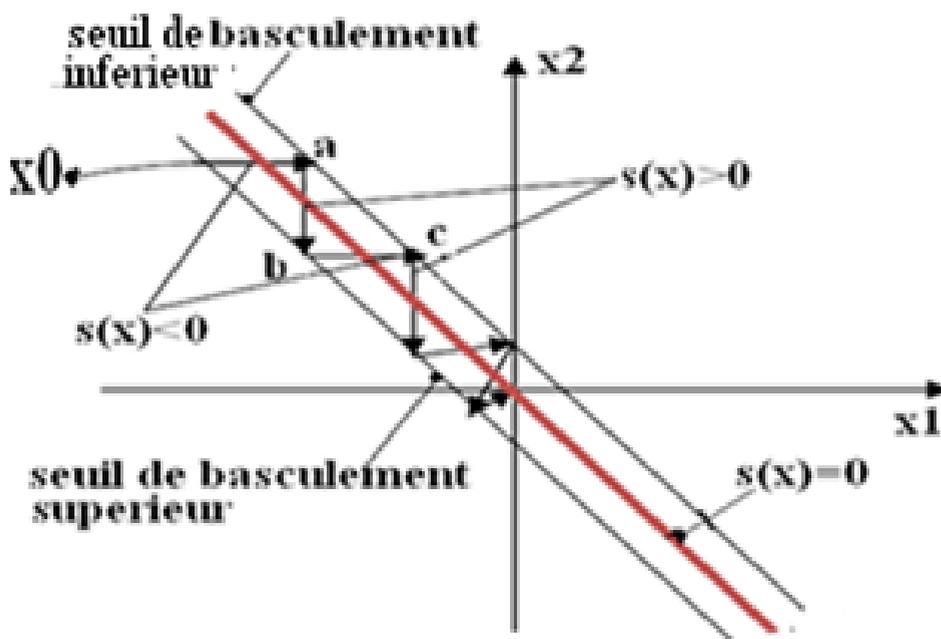


Fig.(4.3) Mode de glissement real

IV.3.Le phénomène de broutement :

Comme inconvénient majeur de la commande par mode glissant : le phénomène de broutement, (CHATERING, en anglais).

Ce dernier est caractérisé par un bruit audible, causé par des fortes oscillations mécaniques au niveau des actionneurs, ceci résulte de fait que la loi de commande globale se commute rapidement à chaque fois que la commande discontinue change de signe, et dans ce cas la trajectoire oscille le long de la surface de glissement, comme c'est illustré dans la Fig.(4.4)

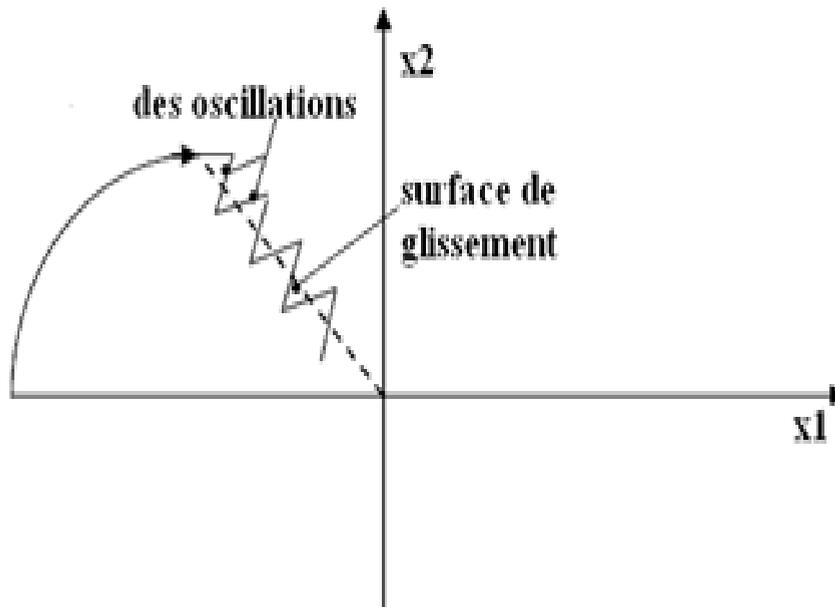


Fig.(4.4) Le phénomène de broutement

Ce bruit est susceptible d'exciter les hautes fréquences, et conduit à la dégradation des performances de système à commander surtout l'instabilité, et même à la détérioration de celui ci, en plus l'usure rapide des organes de commande, ainsi que des pertes d'énergie non négligeables.

Dans le but de réduire l'effet de ce problème plusieurs solutions ont été proposées, à titre d'exemple : la fonction 'signe' a été remplacée par la 'saturation' ou 'tan' ou bien 'arctan'

IV.4. Application au convertisseur :

L'objectif de cette application est l'élaboration de la commande robuste par mode glissant d'ordre un et leur application à la commande d'un système non linéaire affine à la commande (convertisseur DC/DC en double pont), en utilisant les principes et les notions théoriques détaillés précédemment, en fixant comme but le control des deux états du système x_1 et x_2 qui représentent respectivement le courant et la tension à la sortie de convertisseur .

IV.4. 1.Le modèle du système :

Ce convertisseur est modélisé par la représentation d'état suivante

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = \left(-\frac{1}{L}x_2 + \frac{E}{L} \right) + \frac{2x_2}{L}U \\ \dot{x}_2 = \left(-\frac{1}{C}x_1 - \frac{1}{RC}x_2 \right) + \frac{2x_1}{C}U \end{array} \right. \quad (4.17)$$

Le schéma et le fonctionnement de ce convertisseur est bien détaillé dans le chapitre II dans la section II.5

IV.4. 2.Les valeurs expérimentales utilisées :

Les valeurs des paramètres utilisés sont données par le tableau suivant :

Les paramètres	Description	La valeur
E	La tension d'entrée	5v
R	La résistance	10Ω
L	L'inductance	0.1mH
C	Le condensateur	2μF
$I_s=x_1$	Le courant désiré en sortie	1A
$V_s=x_2$	La tension désirée en sortie	5v

IV.4.3.Calcul des commandes :

On peut contrôler le ourlant et la tension à la sortie de convertisseur, en choisissant deux surfaces de glissement selon l'équation (4.2)

Le degré relatif des deux sorties égale à un, car les premières dérivées de x_1 et x_2 font apparaître la loi de commande U (signification physique du degré relatif)

- **La première surface :**

$$S1(x) = k1(x_1(t) - r(t)) \quad (4.18)$$

k_1 : une constante, pour la simulation $k_1=0.1$

On veut que l'état $x_1(t)$ suive la référence $r(t)$

- **La deuxième surface**

$$S2(x) = k2 (x_2(t) - r'(t)) \quad (4.19)$$

K_2 : une constante, pour la simulation $k_1=0.02$

$r'(t)$: la référence à suivre par x_2

• **Sur la surface de glissement $s1(x)$ on a :**

Comme condition de convergence de la surface de glissement :

$$s1(x) = s1(x) = 0 \quad (\text{pour assurer la convergence de } x_1 \text{ vers } r(t))$$

on dérive $s1(x)$ on aura:

$$s1(x) = \dot{x}_1(t) - \dot{r}(t) = 0$$

On prend $k_1=1$, pour faciliter les calculs théoriques

On remplace $x_1(t)$ par son expression donné par l'équation (4.17) on trouve:

$$\left(-\frac{1}{L}x_2 + \frac{E}{L}\right) + \frac{2x_2}{L}U_{eq} - r(t) = 0$$

Ce qui donne la loi de commande équivalente :

$$U_{1eq} = \frac{L}{2x_2} \left[r(t) + \frac{1}{L}x_2 - \frac{E}{L} \right] \quad (4.20)$$

- **Sur la surface de glissement $s_2(x)$ on a :**

$$s_2(x) = s_2(x) = 0$$

on dérive $s_2(x)$ on trouve:

$$s_2(x) = x_2(t) - r'(t) = 0$$

on prend $k_2=1$, pour faciliter les calculs théoriques

On remplace $x_2(t)$ par son expression donné dans la représentation d'état on trouve

$$\left(-\frac{1}{C}x_1 - \frac{1}{RC}x_2\right) + \frac{2x_1}{C}U_{2eq} - r'(t) = 0$$

Ce qui donne la loi de commande équivalente :

$$U_{2eq} = \frac{C}{2x_1} \left[r'(t) + \frac{1}{C} x_1 - \frac{x_2}{RC} \right] \quad (4.21)$$

- La condition d'attraction de la surface $s1(x)$ est:

$$s1(t)s1(x) < 0$$

En développant les expressions comme suit :

$$s1 \left[\left(-\frac{1}{L} x_2 + \frac{E}{L} \right) + \frac{2x_2}{L} (U_{1eq} + U_{1d}) - r1(t) \right] < 0$$

et

$$U_{1eq} = \frac{L}{2x_2} \left(r1(t) + \frac{1}{L} x_2 - \frac{E}{L} \right)$$

Ce qui donne :

$$s1 \left(\frac{2x_2}{L} U_{1d} \right) < 0$$

La fonction U_{1d} est définie par :

$$U_{1d} = -K[\text{sign } s1(x)] \quad (4.22)$$

On choisit la loi de commande discontinue U_{2d} de la même façon :

$$U_{2d} = -K'[\text{sign } s_2(x)] \quad (4.23)$$

- **La loi de commande globale :**

Pour contrôler la première sortie x_1

$$U_1 = U_{1eq} + U_{1d} \quad (4.24)$$

Pour contrôler la deuxième sortie x_2

$$U_2 = U_{2eq} + U_{2d} \quad (4.25)$$

IV.4. 4. Le schéma bloc de simulation :

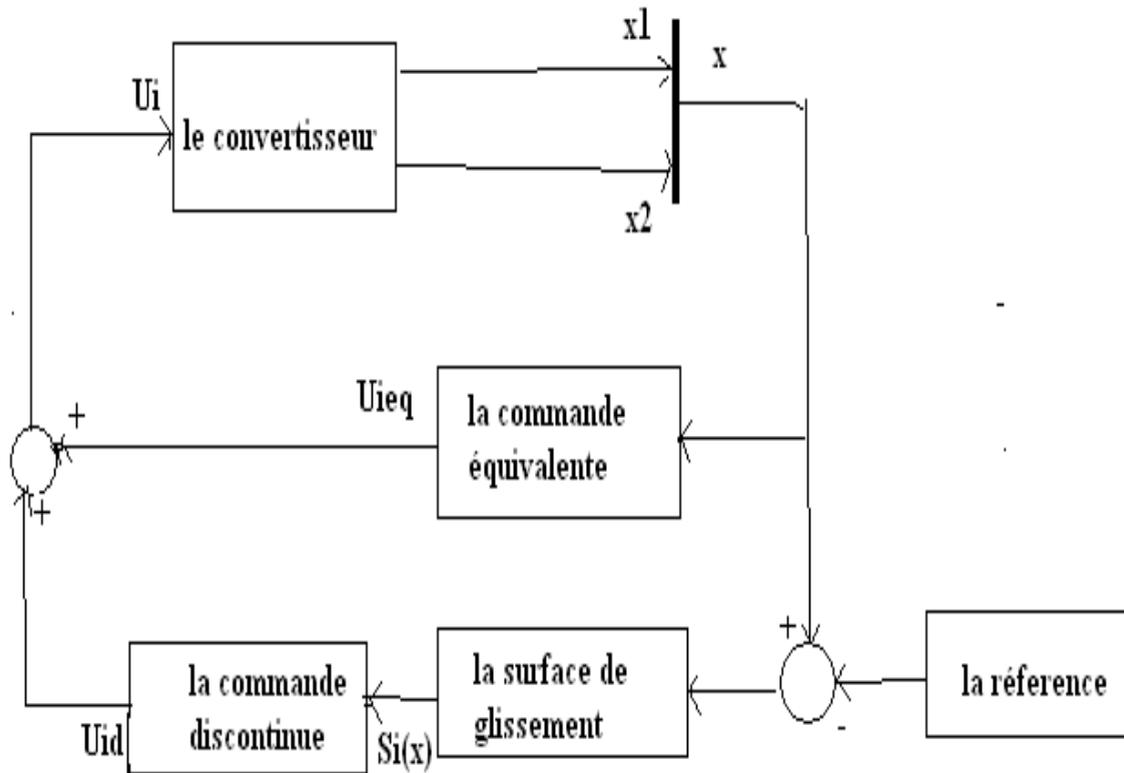


Fig.(4.5) Le schéma bloc de simulation

On applique la commande U_i pour contrôler la variable x_i (avec : $i=1,2$)

IV.4. 5.Logiciel de simulation :

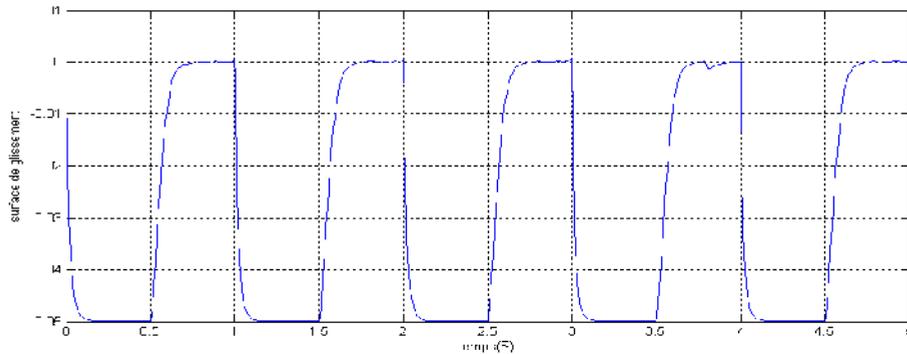
On simule le schéma bloc représenté par la Fig (4.5), pour cet objectif on a opté d'explorer l'environnement logiciel MATLAB dans la version 2008, qui est un outil très répondu bien adapté pour les calculs scientifiques

L'extension graphique de MATLAB s'appelle SIMULINK, qui permet de travailler en schéma bloc, et d'illustrer le comportement du système en visualisant l'allure des courbes désirés

IV.5.Les résultats de la simulation : sont illustrés dans les figures suivant :

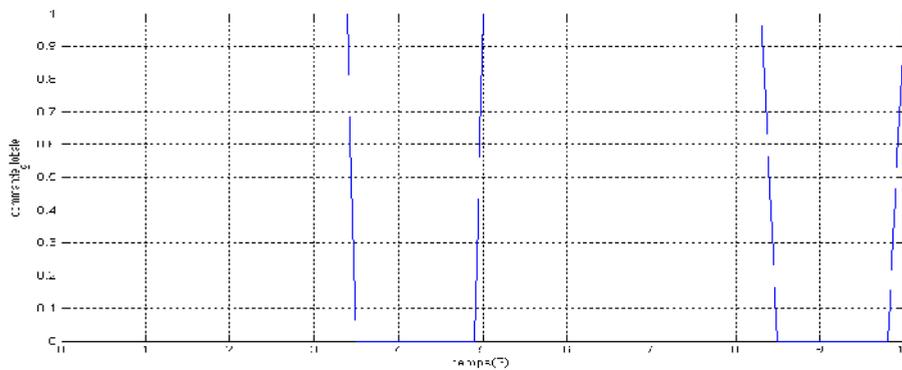
IV.5.1 : contrôle de l'état x_1 :

- La surface de glissement est à 0, avec des déviations jusqu'à -0.05, (**fig.4.6**)



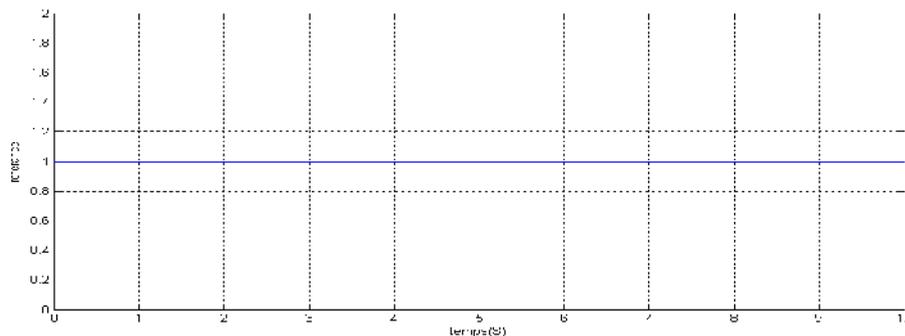
(fig.4.6)

- La loi de commande globale est à 1 quant l'interrupteur est fermé, et à 0 quant l'interrupteur est ouvert (**fig.4.7**)



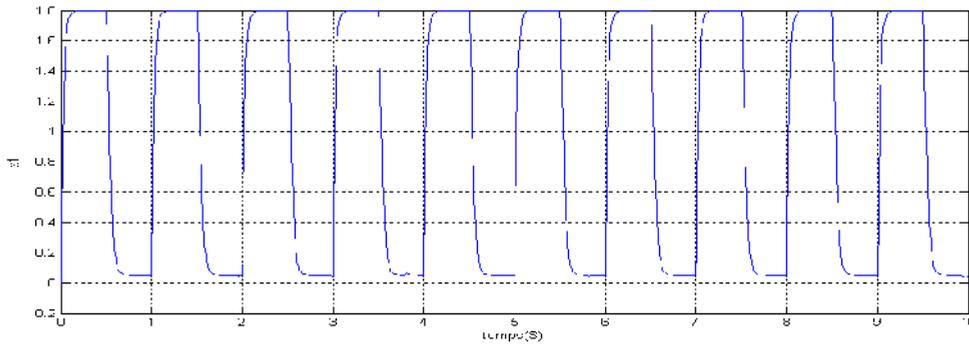
(fig.4.7)

- La référence à suivre par l'état x_1 est un échelon $r(t)$ d'amplitude égale à 1, (**fig 4.8**)



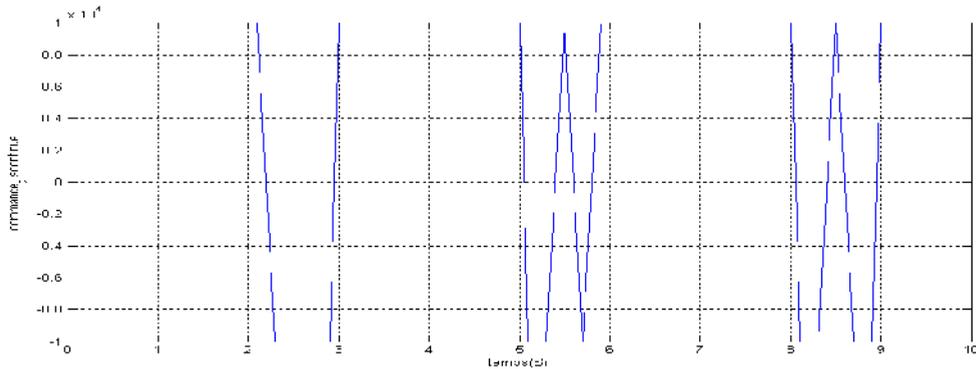
(fig.4.8)

- L'état x_1 oscille autour de la valeur 1, (**fig.4.9**)



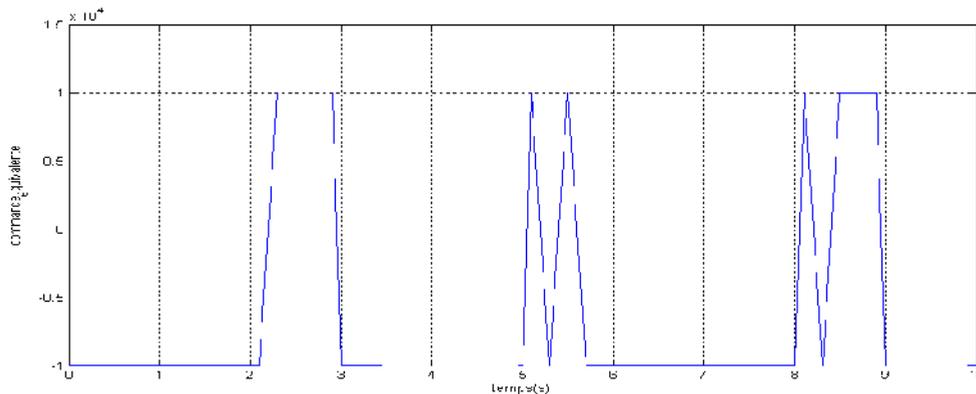
(fig.4.9)

- La commande discontinue $U_d = \begin{cases} -k & \text{si } s(x) > 0 \\ k & \text{si } s(x) < 0 \end{cases}$ avec $k=10000$, (fig.4.10)



(fig.4.10)

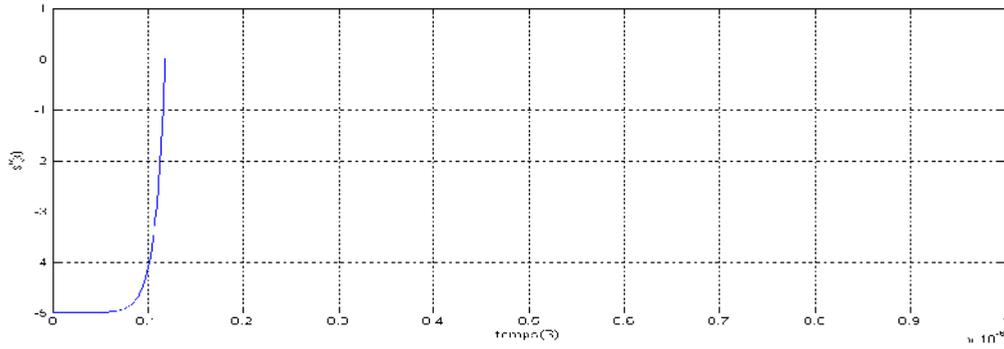
- La commande équivalente U_{eq} est la moyenne des valeurs que prend la loi de commande U quand elle commute entre 0 et 1, (fig.4.11)



(fig.4.11)

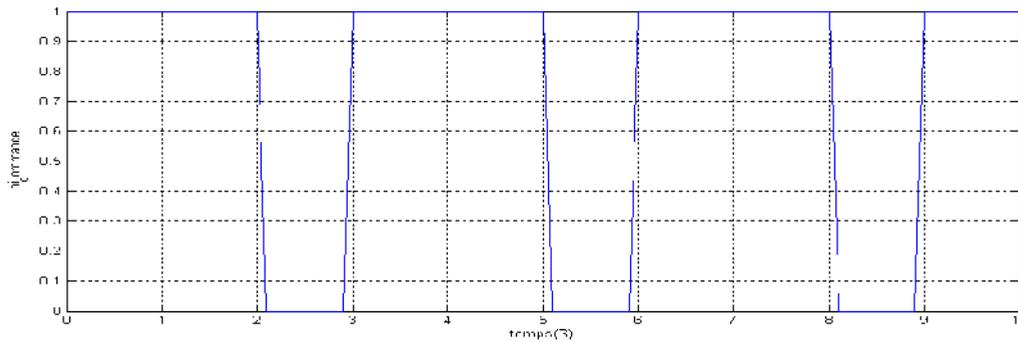
IV.5.2 : contrôle de l'état x_2 :

- La surface de glissement $s'(x)$ atteint la valeur 0, (fig.4.12)



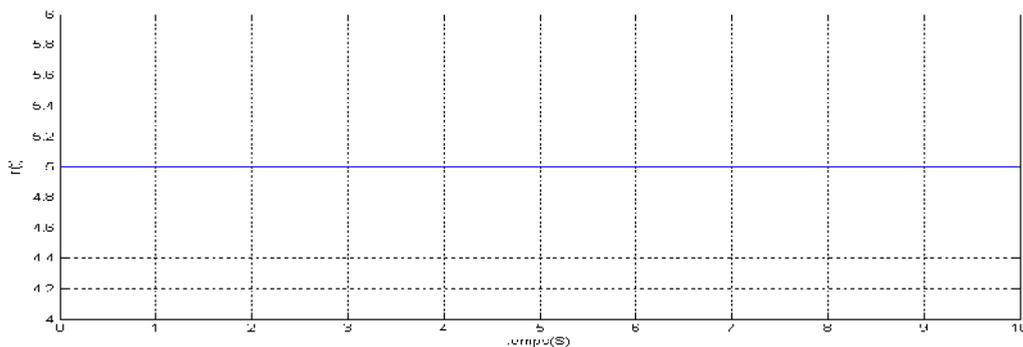
(fig.4.12)

- La loi de commande globale est à 1 quant l'interrupteur est fermé, et à 0 quant l'interrupteur est ouvert (fig.4.13)



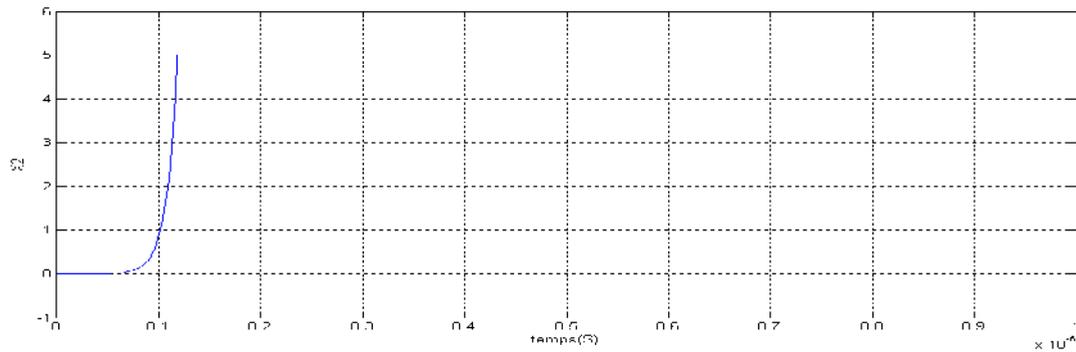
(fig.4.13)

- La référence à suivre par l'état x_2 est un échelon $r'(t)$ d'amplitude égale à 5, (fig.4.14)



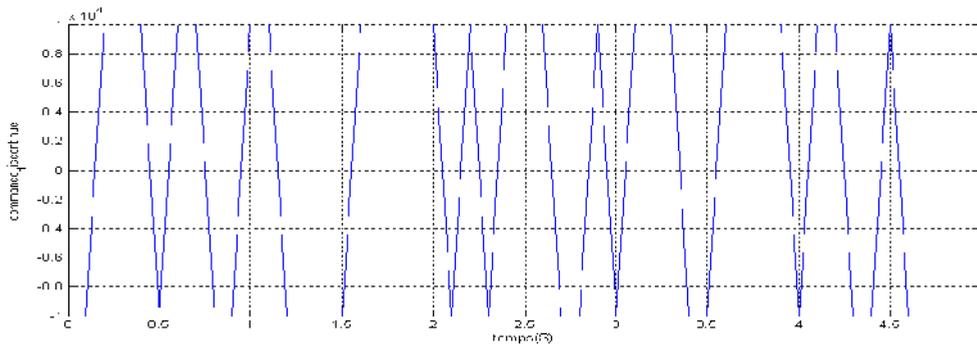
(fig.4.14)

- L'état x_2 atteint la valeur 5 sans oscillations, (fig.4.15)



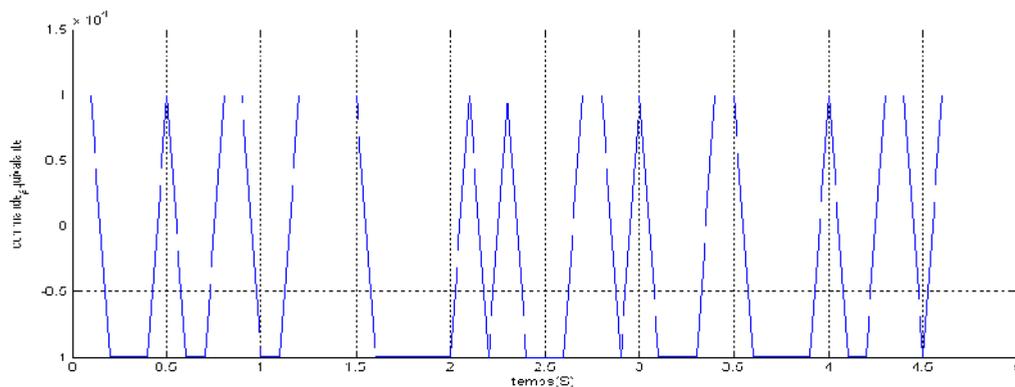
(fig.4.15)

- La commande discontinue $U_d = \begin{cases} -k' & \text{si } s(x) > 0 \\ k' & \text{si } s(x) < 0 \end{cases}$ avec $k=10000$, (fig.4.16)



(fig.4.16)

- La commande équivalente U_{eq} est la moyenne des valeurs que prend la loi de commande U quand elle commute entre 0 et 1, (fig.4.17)



(fig.4.17)

IV.5.3 .interprétation des résultats :

• Concernant le contrôle de l'état x_1 :

On voit bien la convergence de la surface de glissement vers 0 (**fig.4.6**), ce qui assure le réglage de l'état x_1 à la valeur désirée qui est désignée par la référence $r(t)$ (**fig.4.8**).

Désormais, les déviations observées au niveau de la surface de glissement même le fait qu'elles sont petites (d'ordre 10^{-2}), elles provoquent des oscillations de l'état x_1 autour de la valeur désignée par la référence (fig. 4) au lieu d'avoir une sortie continue (le courant à la sortie de convertisseur doit être continu).

Le remplacement de la fonction 'signe' par la fonction 'saturation' comme on a vu dans la partie théorique n'a rien amélioré, dans ce cas il faut faire appel à la technique de commande par mode glissant d'ordre supérieur si elle est maîtrisée, si non, on peut se débarrasser de ses oscillations en rajoutant un circuit de filtrage à la sortie de convertisseur constitué à base d'un condensateur et d'une bobine de filtrage.

La loi de commande globale (**fig.4.7**).

commute entre deux valeurs : 0 et 1, ceci correspond respectivement à l'ouverture et à la fermeture de l'interrupteur.

• Concernant le contrôle de l'état x_2 :

La surface de glissement dans ce cas atteint la valeur zéro après un temps de réponse très petit (0.1ms) (**fig.4.12**), en plus elle ne fait pas apparaître des oscillations autour de cette valeur, ce qui revient à garantir la stabilité de l'état x_2 à la valeur désirée.

En effet, on voit bien que l'état x_2 (**fig.4.15**) suit exactement la référence $r'(t)$ donnée par la (**fig.4.14**) après un temps de réponse de même ordre que celui mis par la surface de glissement $s'(t)$, c'est-à-dire que

dans ce cas y a pas apparition des oscillations de la sortie autour de la consigne (l'état x_2 autour de la référence $r'(t)$)

La loi de commande globale explique la disparition de ces oscillations, (**fig.4.13**) elle commute entre les deux valeurs 0 et 1 à une fréquence très grande (la cause de la disparition de phénomène de broutement est la fréquence de commutation infini qui mène au cas idéal)

IV.6 Conclusion :

On a représenté dans ce chapitre l'étude détaillée du réglage par mode glissant, l'application de cette méthode nous a permis de commander le système directement sans avoir effectué des transformations sur le modèle qui représente la dynamique du système.

Cette commande est bien adaptée pour tout type de système linéaire ou non, grâce aux différents avantages qu'elle procure ou on peut citer :

- La simplicité de la programmation
- L'économie d'énergie grâce à la commutation de la loi de commande
- Robustesse vis à vis des perturbations puisque le système est forcé à suivre une dynamique déterminée par la surface de glissement qui ne dépend que des erreurs entre les états de système et les sorties désirés...etc.

On veut signaler aussi que l'application de cette méthode est faite pour d'autres objectifs non seulement pour la commande, tels que la conception des observateurs

L'intervention de l'automatisme sur les systèmes à essentiellement pour finalité la conception de loi de commande permettant d'atteindre les objectifs de stabilisation de poursuite ou de régulation. Pour atteindre ces objectifs, l'automaticien doit pouvoir modéliser le système à commander et en fonction de ce dernier modèle il doit être capable de choisir la méthode la plus appropriée pour la synthèse de la loi commande.

Les systèmes réels sont rarement de nature linéaire, et de ce fait la connaissance et la maîtrise des outils de synthèse des systèmes non linéaire est indispensable pour l'ingénieur automaticien.

Dans le cadre de ce mémoire d'ingénieur en automatique, et après avoir donné un rappel sur les systèmes linéaire et non linéaire, nous nous sommes intéressés à l'étude de deux outils de synthèse de loi de commande pour les systèmes non linéaire. En premier lieu, l'approche dite à *retour d'état linéarisant* a été présentée en se limitant aux systèmes *SISO* dont le modèle d'état est affine en l'entrée de commande. En deuxième lieu, nous avons présenté la méthode de synthèse par mode de glissement.

Pour l'application de ces deux outils de synthèse non linéaire, nous avons opté pour le convertisseur de puissance DC/DC en pont complet. En effet, ce dernier est un système *SISO* non linéaire dont la représentation d'état est affine en l'entrée. De ce fait, il correspond parfaitement à notre cas d'étude. La validation des commandes a été réalisée sous le logiciel de simulation Matlab/Simulink.

La commande par linéarisation présente plusieurs difficultés pour son détermination. En effet, la détermination d'une transformation bijective n'est pas aisée même pour un système d'ordre deux. Et d'autre part, il est difficile de montrer la bornéité de la partie non linéaire qui apparaît après la linéarisation. Dans notre cas, cette partie non linéaire est bornée, ce qui nous a permis d'obtenir de bons résultats de simulation.

En comparant les deux approches de commande, on constate bien que celle par mode glissant présente plus d'avantages que la première, en plus de sa facilité d'implémentation et de programmation, sa robustesse vis-à-vis des perturbations paramétriques et excellente, elle est applicable pour tous les systèmes sans se soucier de la nature non linéaire comme elle permet aussi de commander directement le système réel.

Malheureusement cette technique robuste ne présente pas que des avantages, mais aussi des inconvénients, et l'inconvénient majeur est le phénomène de broutement, qui provoque des oscillations aux niveaux des organes de commande, qui mène à l'excitation des hautes fréquences et la dégradation du système, pour pallier à ce problème plusieurs solutions ont été proposées comme le remplacement de la fonction 'signe' par 'saturation', ou la technique de commande par mode glissant d'ordre supérieur, ou d'autres techniques hybrides.

BIBLIOGRAPHIE

- [1]. J. Joseph, Distefano Allel, R. Stubberud, *Systèmes asservis* ; Série Schaum-1994.
- [2]. Louis Maret, *Régulation automatique* ; Ed. presses polytechniques romandes-1987.
- [3]. H.K. Khalil, Philippe Mullhaupt, *Nonlinear Systems*, Third Edition prentice Hall 2002.
- [4].J.J.Stotine, *Applied non linear control*, W.li prentice Hall 1991.
- [5]. M. Rivoire et J.L Ferrier, *Cours d'automatique*. Ed. Chihab-1994.
- [6]. A. J. Fossard et D.Normand-Cyrot, *Systèmes non linéaires*. Tome3 Ed. Masson-1993
- [7]. H. Nijmejer, A. Van der Schaft, *Nonlinear Dynamical Control Systems*. Spring-Verlag, New york-1990.
- [8]. J. J.E. Slotine, J.W. Li, *Applied nonlinear control*. Ed. Prentice Hall, 1991.
- [9].BUHLER, *Réglage par mode de glissement* ; Press polytechnique romandes Lausanne Switzerland 1988.
- [10].V, I, UTKIN, *sliding mode and their application in variable structure systems* ; Ed. Mir.Moscou 1978
- [11].V.I. UTKIN, *sliding modes in control optimization* ;springer-verlag, 1992