

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE MOULOU D MAMMERI DE TIZI-OUZOU



FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

Mémoire de Fin d'Etudes de MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Sciences et Technologies

Filière : **ELECTROTECHNIQUE**

Spécialité : MACHINES ELECTRIQUES

Présenté par
Kamel AIT ABDELLAH

Thème

Modélisation d'un électro-aimant de levage par la méthode des éléments finis

Mémoire soutenu publiquement le 03/10/2024 devant le jury composé de :

M Hassane MOHELLEBI

Professeur, Université de Tizi-Ouzou, Président

M Hamid MEHADDENE

MCB, Université de Tizi-Ouzou, Encadreur

Mlle Cylia AMRANE

MAB, Université de Bejaia, Examinatrice

REMERCIEMENTS :

Nos gracieux remerciements s'adressent à DIEU, notre créateur tout puissant qui nous a donné la volonté, la patience et fourni l'énergie nécessaire pour mener à bien ce travail.

Je tiens à exprimer mes vifs remerciements et mes sincères reconnaissances à mon promoteur **M. MEHADDENE Hamid**, Maitre de conférences classe B à l'UMMTO, Tout d'abord pour m'avoir fait confiance, en acceptant de m'encadrer et de diriger ce travail, ensuite pour ses orientations judicieuses. Qu'il trouve ici l'expression de ma gratitude et de mon respect.

J'exprime mes plus vifs remerciements, mes reconnaissances toutes particulières et mes grâces, à l'égard des membres du jury qui ont accepté de juger ce travail.

Je remercie tous les enseignants de la première et de seconde année Master pour leur sens de responsabilité.

DÉDICACES

Ce travail est dédié

**A mes très chers parents, ceux
grâce à qui je suis là où je suis à ce jour,
et qui m'ont toujours guidé et soutenu.**

A mes frères et sœurs.

**A tous mes amis en particulier les
personnes de M2 Machines Electrique.**

Aux familles : Ait Abdellah, Tiguercha.

Sommaire

INTRODUCTION GENERALE :	8
Chapitre I : Généralités sur les électroaimants	9
I .1 Introduction :	10
I.1.1 Les équipement de manutention	10
I.1.2 Les actionneurs électromagnétiques	10
I.1.2 Les Électro-aimants :	11
I .3 Composition d'un électroaimant de levage :	12
I .4 Fonctionnement d'un électro-aimant :	12
I .5 Principe de l'électro-aimant :	13
I .6 Les types d'électroaimants :	14
I.6.1 Les Électroaimants circulaires :	14
I.6.2 Les Électroaimants rectangulaires :	15
I.6.3 Les Électroaimants bipolaires et spéciaux :	15
I.6.4 Les Électroaimants permanents :	15
I.6.5 Les Aimants permanents :	16
I.7 Formes des électro-aimants:	16
I.7.1 Electro-aimant d'actionnement.	16
I.7.2 Electro-aimant simple course (poussant, course longitudinale) :	16
I .7.3 Electro-aimant étanche à la pression (à bain d'huile) :	16
I.8 Caractéristique géométrique des électroaimants:	16
I.8.1 Électroaimants en forme U:	16
I .8.2 Électroaimants en forme E:	17
I.8.3 Électroaimants à noyau plongeur :	17
I.8.4 Électroaimants cylindriques:	17
I .9 Caractéristiques électriques :	17
I.9.1 Électroaimants à courant continu :	18
I.9.2 Électroaimants à courant alternatif :	20
I .10. Caractéristiques mécaniques :	24
I.10.1 Forces et déplacements:	24
I .11 Conclusion :	26
Chapitre II : Formulation mathématique en électromagnétisme	27

II .1 Introduction :	28
II.2 Calcul du champ électromagnétique:	28
II.3 Equations de Maxwell et relations constitutives:	28
II.4 Conditions de continuité aux interfaces de séparation :	30
II.5 Equation magnétostatique bidimensionnelle :	31
II.5.1Coordonnées cartésiennes :	31
II.5.2 Formulation du modèle magnétostatique :	32
Cas axisymétrique :	32
II.5. 3 Conditions aux limites :	33
II.6 Différentes technique de résolutions des équations aux dérivées partielles :	34
II.6.1 Méthode des Différences Finis :	34
II.6.2 Méthode des intégrales de frontières (MIF) :	35
II.6 .3 Méthode des volumes finis (MVF) :	35
II.6.4 La méthode des éléments finis (MEF):	36
II.6.4.1 Avantage de la méthode :	36
II.6.4.2 Inconvénient de la méthode :	36
II.6.5 Types d'éléments finis:	37
II.6.6 Fonction d'approximation :	37
II.6.7 Formulation Intégrale :	39
II.7 Méthodes de calcul des forces électromagnétiques :	40
II.7.1 Méthode de variation de la co-énergie et de l'énergie magnétiques Principe de la méthode :	40
II.7.2 La méthode basée sur la force de Lorentz.....	41
II.7.3 Méthode du tenseur de Maxwell :	42
II.8 Conclusion :	44
Chapitre III Résultats de la simulation	45
III.1.Introduction :	46
III.2.Initiation au logiciel de calcule numérique Comsol :	46
III.2.1.Définition :	46
III.2.2. Principe d'utilisation:	47
III.3.Schémas de dispositif étudié :	48
III.4. Les propriétés physiques :	48
III.5. Géométrie étudié en 2D Axisymétrique:	49
III.6.Conditions aux Limites :	50

III.7.génération du maillage raffiné :.....	50
III.8.Comportement du potentiel vecteur magnétique :	51
III.9. Graphes de la Force électromagnétique :.....	52
III.9.1.Etude de la variation de la force électromagnétique en fonction de l'entrefer :.....	52
III.9.2. Variation de la force électromagnétique en fonction de la perméabilité relative et l'entrefer :	53
III.9.3. Variation de force électromagnétique en fonction de la perméabilité relative de μ_r -I :	53
III.9.4.Variation de la force électromagnétique en fonction de la perméabilité relative de μ_r -U :..	54
III.9.5.Variation de force électromagnétique en fonction de courant électrique à entrefer fixe: ...	55
Conclusion :.....	56
Conclusion générale :.....	58
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES :.....	60



**INTRODUCTION
GENERALE :**

INTRODUCTION GENERALE :

L'électroaimant est l'élément de base des systèmes électromécaniques. Son utilisation est largement répandue : électroaimant porteur, électroaimant de commande, etc. Les principaux avantages des électroaimants par rapport aux technologies concurrentes sont liés à un coût de réalisation peu élevé, un temps de réponse faible et l'absence de pollution de l'environnement lors de leur fonctionnement [1]. L'électroaimant, consomme, dans certaines configurations, une puissance extrêmement faible tout en produisant un effort important.

Lorsqu'une pièce ferromagnétique est soumise à un champ magnétique, elle tend à se déplacer de manière à réduire la longueur du circuit magnétique. La réluctance du circuit se trouve ainsi diminuée. C'est ce principe qui est à la base du fonctionnement des convertisseurs électromécaniques et les électroaimants n'échappent pas à cette règle. L'électroaimant est schématiquement constitué de deux pièces en matériau ferromagnétique, l'une fixe et l'autre mobile (l'armature), et d'une bobine créant le champ magnétique.

La partie fixe comporte un bobinage parcouru par un courant continu, alternatif ou transitoire. Ce courant produit un champ magnétique dans le noyau, l'armature et l'entrefer. L'interaction du champ avec la matière ferromagnétique constituant l'armature conduit à l'apparition d'une force magnétique qui tend à déplacer cette armature [1].

L'objectif de ce travail est de modéliser un dispositif de conversion d'énergie qui fait appel à la compréhension des phénomènes électromagnétiques et mécaniques et de calculer la force magnétique statique à partir de la force de Laplace.

Ce mémoire de master s'articule autour de trois chapitres :

- Le premier Chapitre présente des définitions sur les dispositifs de levage en générale et les électro-aimants de levage en particulier.
- Dans le deuxième Chapitre j'aborderai la modélisation par Méthode des éléments finis (MEF) et l'utilisation des équations aux dérivés partiels (EDP) qui servent à faire les calculs sur les électro-aimants.
- Le troisième chapitre sera consacré à faire une courte définition sur le logiciel de calcul COMSOL MULTIPHYSICS, puis modéliser un électro-aimant de levage pour calculer la force électromagnétique qui peut être développée par le dispositif de levage étudié.

Je termine ce mémoire par la présentation des différents résultats de simulation et une conclusion générale sur le travail réalisé.



Chapitre I :
Généralités sur les
électroaimants

I.1 Introduction :

Un électro-aimant (EA) est un système réluctante générant une induction magnétique susceptible de créer une force. Cette force est utilisée pour déplacer une partie du circuit magnétique et ainsi entraîner un ensemble mécanique. L'importance de l'étude des électroaimants (bobine à noyau de fer) est considérable en électrotechnique. Les bobines sont d'usage fréquent en électronique de puissance (composants passifs magnétiques) et les machines électriques (transformateurs, alternateurs, machines asynchrones et machines à courant continu) nécessitent l'emploi de matériaux magnétiques. L'étude de la bobine passe par la mise en équation de l'ensemble des phénomènes dont elle est le siège.

I.1.1 Les équipement de manutention

Choisir le bon équipement de levage pour l'aciérie commence par une compréhension des exigences opérationnelles actuelles et de leur évolution potentielle ultérieure.[2]



Figure I.1: Pince de levage et lève palette

I.1.2 Les actionneurs électromagnétiques

Un actionneur électromagnétique est un système capable de convertir de l'énergie électrique en énergie mécanique via une étape intermédiaire magnétique [2].

Les systèmes de serrage électromagnétique (EM) et électro permanent (EP) sont des structures utilisées pour serrer des pièces ferromagnétiques à l'aide de forces magnétiques ; ils

CHAPITRE I : GÉNÉRALITÉS SUR LES ÉLECTROAIMANTS

peuvent être considérés comme une évolution des systèmes de serrage mécaniques traditionnels. [6]

I.1.2 Les Électro-aimants :

Un électro-aimant, est un dispositif constitué d'un noyau de matériau magnétique entouré d'une bobine à travers laquelle passe un courant électrique pour magnétiser le noyau. Un électro-aimant est utilisé partout où des aimants contrôlables sont nécessaires, comme dans les appareils dans lesquels le flux magnétique doit être varié, inversé ou activé et désactivé.[4]



Figure I.2 : Électro-aimant circulaire.

Généralement un électroaimant est constitué de deux parties : la première, fixe, supporte le bobinage de création de la force magnétomotrice et la seconde, mobile, complète le circuit

CHAPITRE I : GÉNÉRALITÉS SUR LES ÉLECTROAIMANTS

magnétique déformable. La déformation s'opère de manière à ce que le flux soit le plus grand possible, en diminuant la réluctance globale du circuit magnétique, c'est à dire en diminuant l'entrefer (c'est l'effet de l'application de la règle du flux maximum).[7]

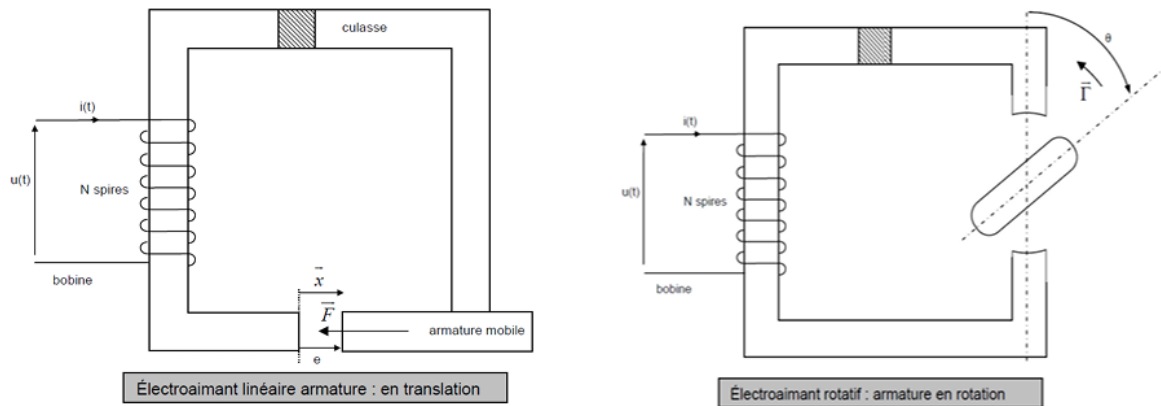


Figure I.3 : type des électroaimants

I.3 Composition d'un électroaimant de levage :

Un électroaimant de levage est un appareil de manutention permettant la prise de matières ferromagnétiques. Un courant magnétique traversant le bobinage de l'électroaimant crée un champ magnétique qui lui-même génère une force magnétique assurant la préhension, le maintien et la manutention de la charge ferromagnétique. Un électroaimant de levage se compose de : [9]

- une ou plusieurs bobines ;
- une carcasse avec un bouclier de protection (qui a principalement un rôle de protection mécanique) ;
- une isolation avec une boîte à bornes ;
- des organes de suspension.

I.4 Fonctionnement d'un électro-aimant :

Tout d'abord, le fonctionnement d'un électro-aimant est associé à la création d'un champ magnétique variable, grâce à l'alimentation du courant électrique, on dispose d'une bobine se comportant comme un aimant autour duquel règne un champ magnétique.

CHAPITRE I : GÉNÉRALITÉS SUR LES ÉLECTROAIMANTS

Un aimant a la propriété d'attirer des éléments comportant du fer. Il possède deux extrémités: le pôle Nord et le pôle Sud. Deux pôles identiques se repoussent et deux pôles de sens contraires s'attirent.

Les aimants agissent donc entre eux par de forces d'attraction et de répulsion représentée par des lignes de forces magnétiques.

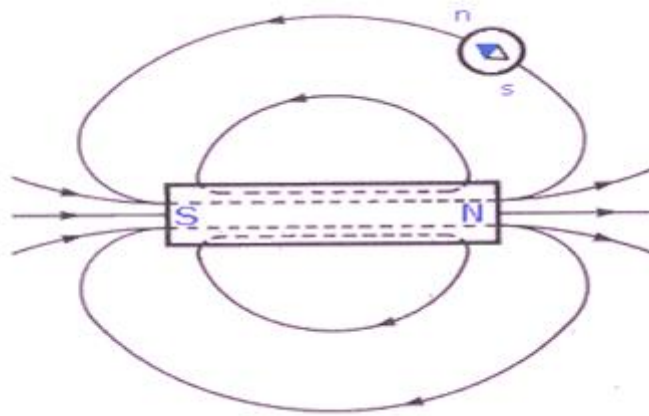


Figure I.4 : un aimant

Un électro-aimant est un objet métallique produisant un champ magnétique lorsqu'il est alimenté ; il devient aimant lorsqu'un courant électrique I circule. Il est constitué de fil de cuivre émaillé d'un diamètre de 0,1 à 2 mm enroulé sur une bobine plastique ayant de 500 jusqu'à plus de 4000 tours, possédant une résistance faible de 2 à 250 ohms et d'une barre de fer entourée d'un fil de métal (ferromagnétique) enroulé en bobine dans lequel circule le courant.

I.5 Principe de l'électro-aimant :

Lorsqu'on alimente un électro aimant, sa bobine est traversée par un courant électrique et crée un champ magnétique qui vient attirer son noyau, comme un aimant.

On peut ainsi décider de choisir de tirer la pièce qui lui est attachée en alimentant sa bobine, ou de la relâcher en coupant le courant d'alimentation.[10]

CHAPITRE I : GÉNÉRALITÉS SUR LES ÉLECTROAIMANTS

Le champ magnétique est une force résultant du déplacement des charges, ces aimants créent le champ magnétique. A chaque point d'une région de l'espace dans laquelle règne un champ magnétique, on associe un vecteur champ magnétique **B** qui caractérise les propriétés de ce champ donné par la relation suivante :

$$B = \mu \cdot n \cdot I \quad (I.1)$$

B : valeur du champ magnétique (T).

$$\mu = \mu_0 + \mu_r$$

μ_0 : perméabilité magnétique du vide égale à $4\pi \times 10^{-7}(\text{Tm/A})$.

μ_r : perméabilité magnétique relative

n ; nombre de spires par unité de longueur (m).

I : intensité du courant électrique (A).

Le champ magnétique est uniforme et de même direction que l'axe du solénoïde, son sens est donné par la règle de l'observateur d'ampère.[7]

I.6 Les types d'électroaimants :

I.6.1 Les Electroaimants circulaires :

Ils conviennent particulièrement à la manutention de produits en vrac : ferrailles, bris de fonte, gueuses.

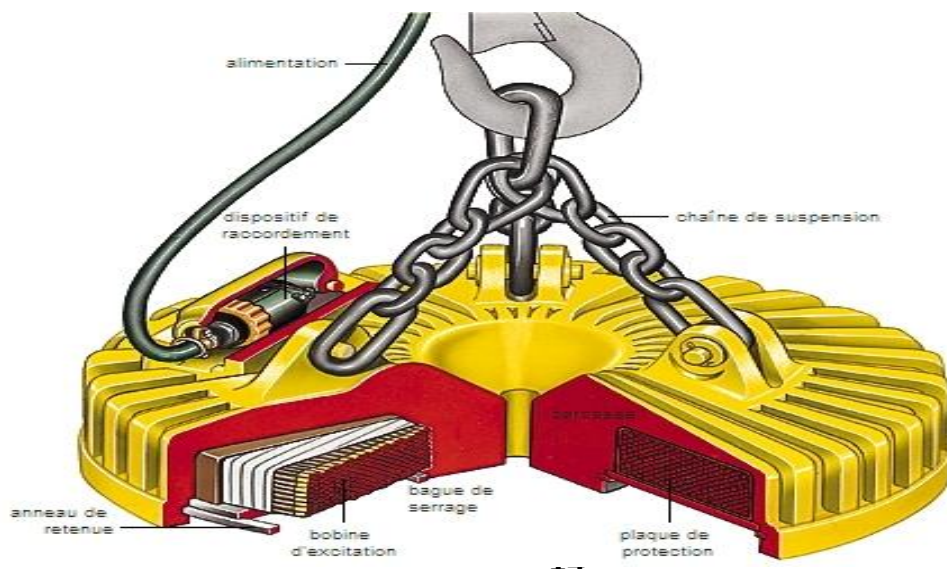


Figure I.5 : Electroaimants circulaires

I.6.2 Les Electroaimants rectangulaires :

Ils sont utilisés pour la manutention des produits plats : tôles, brames... Pour la manutention des tôles de grand format, on utilisera plusieurs électroaimants montés sur un palonnier.



Figure I.6 : Electroaimant rectangulaire.

I.6.3 Les Electroaimants bipolaires et spéciaux :

Ils sont utilisés pour la manutention de billettes ou de paquets de ronds à béton. Parmi les électroaimants pour applications spécifiques, il existe des électroaimants étanches à l'immersion, pour produits chauds, à doigts mobiles pour couronne de fil de fer, adaptés à la manutention des bobines de tôles.

I.6.4 Les Electroaimants permanents :

L'électroaimant permanent est constitué d'un aimant permanent que l'on excite ou désexcite par une impulsion de courant. L'avantage du système réside dans le fait que la charge est maintenue malgré l'absence de courant électrique. C'est donc un facteur important de sécurité, car le maintien de la charge est indépendant des coupures de courant éventuelles. La force d'arrachement doit être au moins égale à trois fois la charge maximale d'utilisation. La désaimantation s'effectue de la même façon en envoyant une impulsion électrique en sens inverse. L'électroaimant permanent est plus sensible aux entrefers que l'électroaimant classique. Par conséquent, s'il est bien adapté à la manutention des pièces planes, en revanche il ne convient pas du tout pour la manutention de pièces où les entrefers sont importants : exemple : ferraille en vrac, rouleaux de fil de fer...

I.6.5 Les Aimants permanents :

Le champ magnétique est généré uniquement par des aimants permanents. Le contrôle du champ se fait par un système mécanique. La force d'arrachement doit être au moins égale à trois fois la charge maximale d'utilisation dans les conditions prévues par le constructeur. L'utilisation des aimants permanents est le plus souvent réservée aux applications « légères » : alimentation de machines-outils, ateliers d'oxycoupage [3].

I.7 Formes des électro-aimants:

I.7.1 Electro-aimant d'actionnement.

I.7.2 Electro-aimant simple course (poussant, course longitudinale) :

Dont le noyau effectue un déplacement sous l'effet d'une force électromagnétique d'une position initiale à une position finale. Le rappel se fait sous l'action de forces extérieures (p.ex. ressort).

I.7.3 Electro-aimant étanche à la pression (à bain d'huile) :

- Electro-aimant à courant continu.
- Electro-aimant à courant alternatif.
- Electro-aimant hydraulique.

I.8 Caractéristique géométrique des électroaimants:

Suivant les applications, les électroaimants peuvent prendre différentes formes. Principalement, on peut subdiviser les électroaimants en quatre catégories.

I.8.1 Électroaimants en forme U:

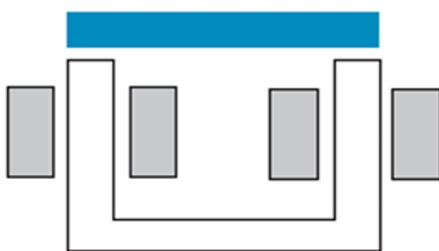


Figure I.7.a : EA en forme de U

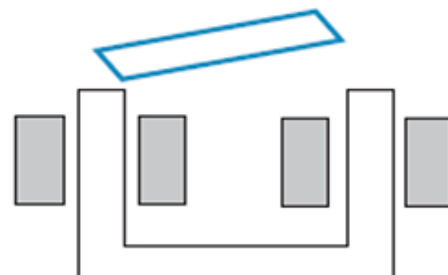


Figure I.7.b : EA en U à armature à clapet

I.8.2 Électroaimants en forme E:

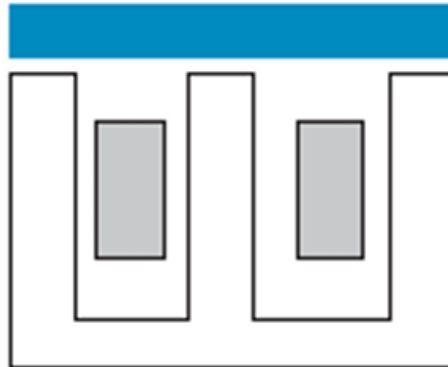


Figure I.8 : EA en forme de E.

I.8.3 Électroaimants à noyau plongeur :

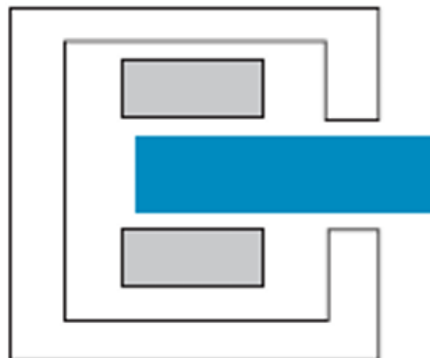


Figure I.9 : EA avec noyau plongé.

I.8.4 Électroaimants cylindriques:

Ces électroaimants sont de forme cylindrique et ont une armature plate ou un noyau plongeur. Dans cette catégorie d'électroaimants, le bobinage est complètement logé dans le circuit magnétique, ce qui donne lieu à une structure robuste. Cette forme ne se prête pas au feuilletage du circuit magnétique qui est réalisé le plus souvent en ferrite (rotor) [3].

I.9 Caractéristiques électriques :

Les électroaimants de commande sont définis par des séquences de fermeture et d'ouverture du circuit d'alimentation. Le mouvement qui en résulte peut être rectiligne ou

rotatif et la commande peut être qualifiée de simple ou multiple. Dans les électroaimants à commande simple, le mouvement ne peut avoir lieu que dans un sens déterminé. Ce type d'électroaimant est par exemple utilisé dans le découpage de tôles ou de feuilles de matière plastique. Des positions intermédiaires de l'armature obtenues grâce à une commande électronique confèrent à l'électroaimant d'autres types de fonctions (outil de régulation de débit de fluide par exemple).

Les électroaimants à commande multiple permettent à l'armature de se déplacer dans un sens ou dans l'autre. C'est par exemple le cas des machines à coudre électromagnétiques.

I.9.1 Électroaimants à courant continu :

Lorsque le bobinage d'alimentation de l'électroaimant est soumis à une tension constante E , la loi d'établissement du courant i est régie par l'équation suivante :

$$E = Ri + L \frac{di}{dt} \quad (I.2)$$

$$i(t) = i_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right); i_0 = \frac{E}{R} \quad (I.3)$$

Avec : R La résistance du circuit et L son inductance.

Le temps de réponse relatif au collage de l'armature est caractérisé par la constante de temps $\tau = \frac{L}{R}$. Ce temps peut être réduit par l'augmentation de R , ce qui nécessite l'augmentation de E dans les mêmes proportions, et celle par conséquent de la puissance fournie $E^2 R$, et ceci afin de maintenir le même courant. Dans la réalité, la loi d'établissement du courant est plus complexe. En effet, L varie avec la modification du circuit magnétique de l'entrefer suite au déplacement de l'armature et avec la saturation magnétique.

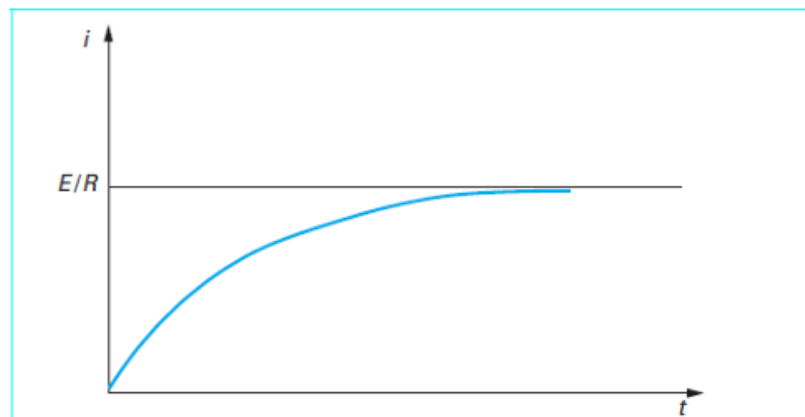


Figure I.10 : Établissement du courant dans une bobine

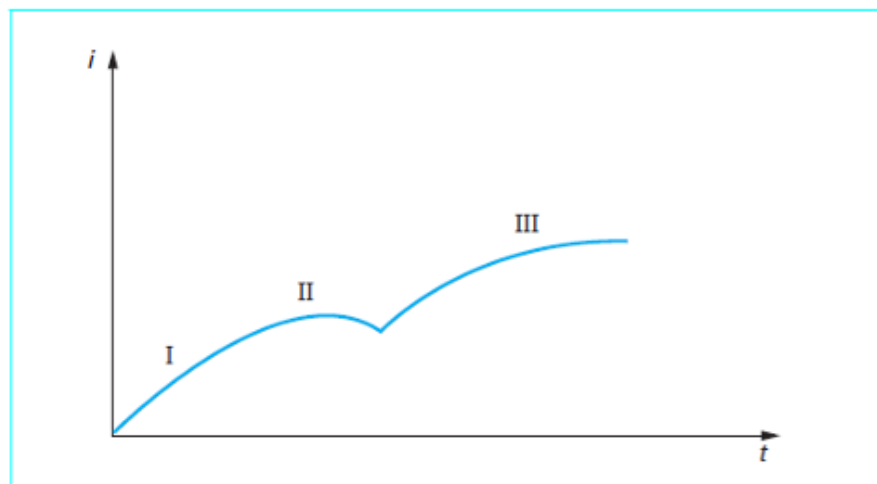


Figure I.11 : Établissement du courant dans un électroaimant

La courbe d'établissement du courant dans un électroaimant est caractérisée par trois zones. La première zone correspond à l'appel de l'armature, c'est une variation linéaire car le circuit magnétique est essentiellement représenté par l'entrefer ($L = \text{cte}$). Dans la deuxième zone, l'armature est rapidement ramenée au collage, ce qui augmente l'inductance (diminution de la réluctance du circuit magnétique) et diminue le courant. Ensuite (zone III), le circuit magnétique est saturé, ce qui confère à l'inductance une valeur plus faible mais sensiblement constante, d'où une allure quasiment linéaire du courant en fonction du temps. Au fur et à mesure que l'armature mobile se déplace, la force appliquée à l'armature diminue selon la courbe de (la Figure I.11 :).

CHAPITRE I : GÉNÉRALITÉS SUR LES ÉLECTROAIMANTS

L'armature mobile se déplace et le travail fourni par l'électroaimant lors de sa course est lié à la force de mouvement par la formule suivante :

$$F = \frac{dW}{dX} \quad (I.4)$$

Avec:

W l'énergie magnétique (J), et F la force(N).

Pour une alimentation fixée, l'allure de la courbe force-déplacement peut être modifiée en agissant sur les formes du circuit magnétique, de manière à optimiser le fonctionnement de l'électroaimant selon les critères définis par le cahier des charges. Généralement, le circuit magnétique de l'électroaimant alimenté en courant continu est constitué de fer doux massif.

Les électroaimants alimentés en courant continu présentent de nombreux avantages en raison du caractère massif du circuit magnétique : possibilité de cadences élevées et grande fiabilité[3].

I.9.2 Electroaimants à courant alternatif :

Lorsque l'électroaimant est soumis à une tension U variable dans le temps, la loi qui régit le circuit électromagnétique est la suivante :

$$U = Ri + \frac{d\phi}{dt} \quad (I.5)$$

Dans l'hypothèse d'une variation sinusoïdale du courant, négligeant ainsi la modification de l'inductance, l'équation (1.5) peut être écrite en utilisant la représentation par les nombres complexes :

$$U = ZI \quad (I.6)$$

avec :

U : la tension complexe,

I : le courant complexe,

Z : l'impédance complexe :

CHAPITRE I : GÉNÉRALITÉS SUR LES ÉLECTROAIMANTS

$$Z = R + jL\omega \quad (I.7)$$

R représente la résistance du circuit, ne tenant pas compte des pertes fer, et L est son inductance :

$$L = \frac{n^2}{\mathfrak{R}_a + \mathfrak{R}_e} \quad (I.8)$$

\mathfrak{R}_a et \mathfrak{R}_e sont respectivement les réluctances des pièces ferromagnétiques et de l'entrefer, et n le nombre de spires :

$$\mathfrak{R}_a = \frac{l}{\mu S} \quad (I.9)$$

$$\mathfrak{R}_e = \frac{1}{\mu_0} \frac{e + x}{S} \quad (I.10)$$

Avec l la longueur du fer,

$e + x$ Celle de l'entrefer (e : partie fixe, x : partie variable),

S la section traversée par le flux magnétique,

μ et μ_0 respectivement les perméabilités du fer et de l'entrefer.

Lorsque x augmente, L diminue, et à la limite, on a $Z = R$. Ainsi, le courant peut devenir trop important à l'appel (10 à 20 fois le courant nominal) et endommager le bobinage par échauffement de celui-ci. En effet, la puissance active est $P = UI \cos \varphi$ avec φ faible et donc une puissance réactive $Q = UI \sin \varphi$ quasiment nulle.

Au collage, l'inductance est importante $L\omega \gg R$ et $Z \approx L\omega$, car lorsque x tend 0, \mathfrak{R}_e tend vers 0 et L augmente.

Dans un tel électroaimant, la force portante peut être calculée de la manière suivante. L'énergie emmagasinée sous forme magnétique s'écrit :

CHAPITRE I : GÉNÉRALITÉS SUR LES ÉLECTROAIMANTS

$$W = \frac{1}{2} Li^2 \quad (\text{I.11})$$

L'inductance L étant définie par la formule (I.8), la formule (I.11) devient :

$$W = \frac{1}{2} \frac{n^2 i^2}{\mathfrak{R}_a + \mathfrak{R}_e} \quad (\text{I.12})$$

En remplaçant les réluctances par leurs expressions (I.9) et (I.10) et compte tenu de la loi d'Hopkinson :

$$ni = R\Phi \quad (\text{I.13})$$

Avec $\mathfrak{R} = \mathfrak{R}_a + \mathfrak{R}_e$ l'expression (I.12) devient :

$$W = \frac{1}{2} R \Phi^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{S} \left(\frac{\ell}{\mu} + \frac{x+e}{\mu_0} \right) \Phi^2 \quad (\text{I.14})$$

On peut ainsi calculer la force portante :

$$F = \frac{dw}{dx} = \frac{\Phi^2}{2\mu_0 S} \quad (\text{I.15})$$

Comme le flux efficace est $\Phi = LI$ cette force est par conséquent proportionnelle au carré de la valeur efficace du courant.

En fonction de l'induction B , cette force F_s s'écrit :

CHAPITRE I : GÉNÉRALITÉS SUR LES ÉLECTROAIMANTS

$$F = \frac{B^2 S}{2\mu_0} \quad (\text{I.16})$$

Cette formule nous permet d'estimer l'induction magnétique nécessaire à la production de cette force :

$$B = \sqrt{\frac{2\mu_0 F}{S}} \quad (\text{I.17})$$

En utilisant la formule de Boucherot :

$$U = 4,44 \cdot n f B_m S \quad (\text{I.18})$$

On peut calculer la tension d'alimentation de l'électroaimant si l'on connaît le nombre de spires ndu bobinage et la fréquence f de travail.

B_m est l'induction crête.

D'autre part, l'application du théorème d'Ampère nous permet d'écrire la relation suivante :

$$ni = H_a \ell + H_e e \quad (\text{I.19})$$

avec :

$$H_a = \frac{B}{\mu} \quad , \quad H_e = \frac{B}{\mu_0} \quad , \quad B = \frac{B_m}{\sqrt{2}} \quad (\text{I.20})$$

Ce qui permet de calculer les ampères tours nI . On suppose connaître la longueur l de l'acier et sa perméabilité μ ainsi que la longueur e de l'entrefer. Le choix du conducteur à utiliser permet de définir le courant et d'en déduire le nombre de spires [7].

I.10. Caractéristiques mécaniques :

I.10.1 Forces et déplacements:

Les forces qui interviennent dans le fonctionnement des électroaimants peuvent avoir différentes origines.

I.10.2 La force électromagnétique :

Correspond à la force mécanique produite par l'électroaimant dans le sens de la course.

I.10.3 La force de maintien:

Traduit la valeur de l'effort produit par un électroaimant alimenté en courant continu et dont l'armature mobile est au collage. Dans le cas d'électroaimants alimentés en courant alternatif, la force de maintien est l'effort maximal admissible.

I.10.4 La force rémanente:

Est la force de maintien qui subsiste après une coupure de courant. Elle est due à l'induction rémanente. Elle est liée à la nature du matériau utilisé, au champ maximal établi dans le circuit et l'entrefer résiduel. Lorsque l'électroaimant n'est pas alimenté, cette force est nuisible. Elle peut être réduite considérablement par adjonction d'une pièce amagnétique qui augmente l'entrefer et donc la réluctance du circuit au collage. Le déplacement qui résulte de l'application de la force peut être représenté par la figure (I.12). La course nominale d'un électroaimant est définie par la distance entre la position de collage et la position d'appel au-delà de laquelle la caractéristique force-déplacement s'effondre.

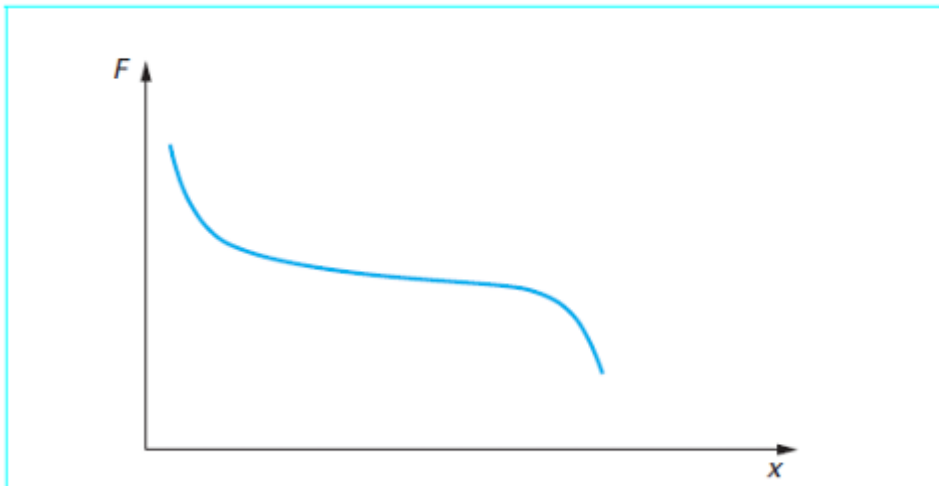


Figure I.12 : Caractéristique force-déplacement

-le niveau de la force est fonction du nombre d'ampère tours et, en pratique, de la puissance que l'appareil peut dissiper.

Et dont la solution est (figure I.10) :

$$i(t) = i_0 \exp\left(-t/\tau\right) ; i_0 = E/R \quad (\text{I.21})$$

Avec :

Le temps de réponse relatif au collage de l'armature est caractérisé par la constante de temps $\tau = L/R$. Ce temps peut être réduit par l'augmentation de R , ce qui nécessite l'augmentation de E dans les mêmes proportions, et celle par conséquent de la puissance fournie E^2/R , et ceci afin de maintenir le même courant. Dans la réalité, la loi d'établissement du courant est plus complexe.

I.11 Conclusion :

Dans ce chapitre J'ai montré les différentes formes des électroaimants existant dans l'industrie et leurs applications de façon générale. Par définition, un électroaimant est un organe électrotechnique qui produit un champ magnétique lorsqu'il est alimenté en électricité. L'électroaimant joue le rôle d'un aimant étant activé par le courant électrique, l'électroaimant est utilisé pour produire un champ magnétique contrôlé par l'intensité du courant électrique sur une région de l'espace mais il permet également de créer une force électromagnétique très importante utilisable dans les applications variées.



Chapitre II :
Formulation mathématique
en électromagnétisme

II.1 Introduction :

Les phénomènes électromagnétiques que l'on étudie au sein de dispositif de conversion d'énergie comme le cas d'un électro-aimant de levage en forme U-I est régit par les équations de Maxwell et les équations caractéristiques des matériaux. Ces équations sont de vieux concepts de la physique.

Dans ce chapitre, Je vais exposer les modèles mathématiques qui caractérise l'évolution de l'interaction du champ électromagnétique dans les matériaux magnétiques, et les méthodes de calcul de la force électromagnétique.

II.2 Calcul du champ électromagnétique:

Quelque soit la formulation utilisée (tenseur de Maxwell, travaux virtuels,.....), les forces électromagnétiques sont fonction du champ et de l'induction magnétique, donc la connaissance du B et du H est très indispensable pour le calcul de ces forces.

Le calcul du champ électromagnétique passe par la résolution des équations différentielles aux dérivées partielles de Maxwell qui constituent le modèle de départ.

II.3 Equations de Maxwell et relations constitutives:

L'inducteur (l'électroaimant du palier magnétique) est alimenté en courant continu de densité constante. Alors, le champ magnétique utilisé est statique (formulation magnétostatique). [11]

Loi de Maxwell-Gauss :

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad (\text{II. 1})$$

Loi de Maxwell-Faraday :

$$\overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II. 2})$$

Loi de Maxwell-Ampère :

$$\overrightarrow{\operatorname{rot}}(\vec{H}) = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II. 3})$$

Loi de conservation du flux magnétique :

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{II. 4})$$

\vec{E} : Champ électrique en (V/m).

\vec{B} : Induction magnétique en (T).

\vec{H} : Champ magnétique en (A/m).

\vec{J} : Densité de courant en (A/m²).

\vec{D} : Induction électrique en (C/m²).

ρ : Densité de charge volumique en (C/m³).

$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$: Densité de courant de déplacement en (A/m²).

Des relations supplémentaires doivent venir compléter les équations de Maxwell en fonction des propriétés spécifiques des milieux auxquels on les appliquera.

De telles relations sont appelées équations constitutives, qui dans le cas général s'écrivent sous la forme suivante :

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} + \vec{B}_r \quad (\text{II. 5})$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (\text{II. 6})$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (\text{II. 7})$$

L'expression détaillée des densités des courants :

$$\vec{J} = \vec{J}_{ind} + \vec{J}_{exi} \quad (\text{II. 8})$$

$$\vec{J}_{ind} = \sigma \vec{E} + \sigma (\vec{V} \wedge \vec{B}) \quad (\text{II. 9})$$

Avec :

\vec{J}_{ind} : La densité de courant induit.

\vec{J}_{exi} : La densité de courant d'excitation.

\vec{B}_r : Induction magnétique rémanente (cas d'aimants permanents) en (T)

ε : Permittivité en (F/m)

$\mu = \mu_0 \mu_r$: Perméabilité magnétique en (H/m)

σ : Conductivité électrique en (S/m)

\vec{V} : Vecteur vitesse des pièces en mouvement en (m/s)

Le terme $\sigma \vec{E}$ exprime le courant résultant du champ électrique \vec{E} et le terme $\sigma(\vec{V} \wedge \vec{B})$ exprime le courant résultant du mouvement. [5]

II.4 Conditions de continuité aux interfaces de séparation :

Sur une limite de séparation de deux milieux différents notés 1 et 2, on peut trouver des conditions de continuité du type :

$$\vec{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0 \quad (\text{II. 10})$$

$$\vec{n} \wedge (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0 \quad (\text{II. 11})$$

$$\vec{n} \cdot (\vec{D} - \vec{D}_1) = \rho_s \quad (\text{II. 12})$$

$$\vec{n} \wedge (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{J}_s \quad (\text{II. 13})$$

Ici \vec{n} est le vecteur normal à l'interface dirigé du milieu 1 vers le milieu 2, \vec{J}_s est la densité surfacique de courant libre à l'interface et ρ_s est la densité surfacique de charge libre à l'interface.

A partir de ces équations, on montre qu'il y a :

- Continuité des composantes respectivement normale de l'induction magnétique \vec{B} et tangentielle du champ électrique \vec{E} à la traversée de la surface de séparation des deux milieux 1 et 2.

- Discontinuité des composantes respectivement tangentielle du champ magnétique \vec{H} et, normale de l'induction électrique \vec{D} par la présence du courant et des charges surfaciques [10].

Le système d'équations contient beaucoup d'inconnues et se prête donc mal à une résolution numérique. L'utilisation du potentiel vecteur magnétique \vec{A} et du potentiel scalaire Φ permet de condenser et de réduire le nombre d'inconnus. Ces formulations sont bien connues et largement utilisées dans le domaine du calcul du champ électromagnétique. En admettant les hypothèses suivantes :

- L'électroaimant est alimenté par une source parfaite de courant.
- L'induction rémanente \vec{B}_r dans le système étudié est négligeable.

Le système d'équations devient :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J}_s \quad (\text{II. 14})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{II. 15})$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\text{II. 16})$$

La relation de la conservation du flux magnétique permet de définir une fonction vectorielle \vec{A} appelée potentiel vecteur magnétique telle que:

$$\vec{B} = \overrightarrow{rot}(\vec{A}) \quad (\text{II. 17})$$

Pour assurer l'unicité de la solution nous allons imposer une condition de jauge de telle sorte que :

$$div(\vec{A}) = 0 \quad (\text{II. 18})$$

En remplaçant (I-21) dans (I-18), on obtient l'équation du modèle magnétostatique vectoriel :

$$\overrightarrow{rot} \left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot}(\vec{A}) \right) = \vec{J}_s \quad (\text{II. 19})$$

II.5 Equation magnétostatique bidimensionnelle :

Comme la plupart des problèmes magnétiques, nous allons nous restreindre pour cette étude au cas bidimensionnel. Ainsi, les systèmes considérés, possèdent une symétrie par translation suivant la troisième dimension ou une symétrie d'axe de révolution.

Dans les deux cas, la direction du vecteur densité de courant \vec{J}_s doit être perpendiculaire au plan d'étude. Le problème reste donc invariant suivant l'axe oz dans les coordonnées (x, y, z), ou suivant la révolution d'axe oz dans les coordonnées cylindriques (r, θ , z).

Dans le calcul suivant, nous ne considérons que le cas d'un système à symétrie par translation, le champ magnétique, présente alors deux composantes suivant les axes \overrightarrow{ox} et \overrightarrow{oy} , dans un plan perpendiculaire à \vec{J}_s , impliquant ainsi qu'une seule composante pour le potentiel vecteur magnétique \vec{A} suivant la direction (oz), qu'on désigne par $A_z(x, y)$.

II.5.1 Coordonnées cartésiennes :

Pour l'étude d'un système bidimensionnel dans le plan [x, y] On a alors : $\vec{A}_{(0,0,A_z)}$ et $\vec{J}_{(0,0,J_z)}$ Sachant que :

$$\overrightarrow{rot}(\vec{A}) = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & A_z \end{bmatrix} \quad (\text{II. 20})$$

Où, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ sont les vecteurs unitaires dans le système cartésien suivant les axes $\vec{ox}, \vec{oy}, \vec{oz}$. Après développement on obtient :

$$\overrightarrow{rot}(\vec{A}) = \frac{\partial A_z}{\partial x} \cdot \vec{i} - \frac{\partial A_z}{\partial y} \cdot \vec{j} \quad (\text{II. 21})$$

Ainsi :

$$\frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot}(\vec{A}) = \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \cdot \vec{i} - \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \cdot \vec{j} \quad (\text{II. 22})$$

$$\overrightarrow{rot} \left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot}(\vec{A}) \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \cdot \vec{i} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \cdot \vec{j} + \left[-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right] \cdot \vec{k} \quad (\text{II. 23})$$

Il est évidemment clair que les termes selon \vec{ox} et \vec{oy} . Sont nuls, d'où l'équation précédente peut s'écrire :

$$\overrightarrow{rot} \left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot}(\vec{A}) \right) = \left[-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right] \cdot \vec{k} \quad (\text{II. 24})$$

Avec \vec{k} le vecteur unitaire selon \vec{oz} [10].

II.5.2 Formulation du modèle magnétostatique :

Cas axisymétrique :

La formulation intégrale de l'équation (II. 30) est donnée comme suit :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \left[-\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \frac{\partial (rA_\varphi)}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{r} \frac{\partial (rA_\varphi)}{\partial z} \right) \right] dr dz = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{s\varphi} dr dz \quad (\text{II. 25})$$

$$\text{Avec : } v = \frac{1}{\mu}$$

Le théorème de Green, nous permet d'écrire l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} \alpha_i \left[-\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \frac{\partial (rA_\varphi)}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{r} \frac{\partial (rA_\varphi)}{\partial z} \right) \right] \\ = \iint_{\Omega} \frac{v}{r} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \frac{\partial (rA_\varphi)}{\partial r} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial (rA_\varphi)}{\partial z} \right) dr dz - \int_{\Gamma} v \frac{\partial (rA_\varphi)}{\partial n} d\Gamma \end{aligned} \quad (\text{II. 26})$$

En considère des conditions aux limites de type Dirichlet ou Neumann homogène, le terme sur la frontière s'annule.

$$\int_{\Gamma} \alpha_i v \frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial n} d\Gamma = 0 \quad (\text{II. 27})$$

La variable considéré pour la formulation élément finis est $A = rA_\varphi$ l'équation (II.25) devient :

$$\iint_{\Omega} \frac{v}{r} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial A}{\partial z} \right) drdz = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{s\varphi} drdz \quad (\text{II. 28})$$

La fonction d'approximation s'exprime sous sa forme discrétisée

$$A = \sum_{j=1}^n \alpha_j A_j \quad (\text{II. 29})$$

En remplaçant A par son expression on obtient :

$$\sum_{j=1}^n \iint_{\Omega} \frac{v}{r} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \frac{\partial \alpha_j}{\partial r} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} \right) A_j drdz = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{s\varphi} drdz \quad (\text{II. 30})$$

Ou bien :

$$\sum_{j=1}^n \iint_{\Omega} \frac{v}{r} \vec{\nabla} \alpha_i \cdot \vec{\nabla} \alpha_j A_j drdz = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{s\varphi} drdz \quad (\text{II. 31})$$

Le système matriciel à résoudre s'écrit :

$$[M][A] = [K]$$

Avec :

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} \frac{v}{r} \vec{\nabla} \alpha_i \cdot \vec{\nabla} \alpha_j A_j drdz$$

$$K_i = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{s\varphi} drdz$$

II.5. 3 Conditions aux limites :

1. Condition de Dirichlet

L'inconnue prend des valeurs données sur les bords du domaine on distingue deux types :

- **Dirichlet homogène :**

Où l'inconnu de l'équation est fixé sur la limite est considéré égal à zéro : $A=0$, $V=0$

- **Dirichlet non homogène :**

Où l'inconnu de l'équation est fixé sur la limite et sa valeur est non nul : $A \neq 0, V \neq 0$

2. Condition de Neumann

La valeur du gradient sur les bords du domaine de résolution est connue .On distingue deux types :

- **Neumann homogène :**

La dérivé par rapport a la normal de l'inconnu est nulle : $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$

\vec{n} : Vecteur normale a la limite.Ce qui signifie que les lignes isovaleurs de l'inconnu sont perpendiculaires à la limite.

- **Neumann non homogène :**

Dans ce cas $\frac{\partial A}{\partial n} = cst \neq 0$ ce qui signifie que les lignes isovaleurs de l'inconnue forment un angle α avec la limite [10].

II.6 Différentes technique de résolutions des équations aux dérivées partielles :

Les principales méthodes de résolution des EDP dans les milieux linéaires sont : la méthode de différence finie (MDF), la méthode des élément finis(MEF), la méthode des volumes finis(MVF), la méthode des intégrales de frontières(MIF). L'utilisation des méthodes numériques de discrétisation consiste à ramener la résolution du système d'équations différentielles dans le domaine d'étude, compte tenu des conditions aux limites, à celle d'un système d'équation algébriques dont la solution conduit à la détermination des champs électromagnétiques.

II.6.1 Méthode des Différences Finis :

C'est une méthode basée sur le théorème de Taylor où l'on remplace l'opérateur différentiel par un opérateur aux différences.

Le domaine d'étude est découpé au moyen d'une grille carrée dans le cas bidimensionnel et une grille cubique dans le cas tridimensionnel, l'équation à résoudre est écrite pour chaque point ou nœud de maillage, pour cela on aura un système d'équations possédant un nombre d'équations égal au nombre de nœuds. La figure (II.1) représente un exemple de maillage pour le cas bidimensionnel.

II.6.2 Méthode des intégrales de frontières (MIF) :

Lorsqu'on utilise la MDF ou la MEF, on calcule les variables inconnues dans tout le domaine. La MIF permet de ramener le maillage à la frontière du domaine. Ainsi, le calcul des valeurs de l'inconnue sur les frontières du domaine suffit pour obtenir la solution en tout point du domaine. Pour ramener le problème sur les frontières, la MIF utilise le théorème d'Ostrogradski- Green. Cette méthode peut être intéressante pour l'étude de structure tridimensionnelle ou lorsque l'air ou les milieux passifs occupent une grande partie du domaine d'étude. Cependant, cette méthode a l'inconvénient de conduire à un système algébrique à matrice pleine (pas de termes nuls). Ceci augmente le temps utilisateur, donc le coût de calcul.[7]

II.6 .3 Méthode des volumes finis (MVF) :

La MVF se déduit de la MDF. Le domaine d'étude (Ω) est subdivisé en un nombre d'éléments finis. Chaque élément contient quatre nœuds, pour le cas bidimensionnel axisymétrique, un volume fini entoure chaque nœud.

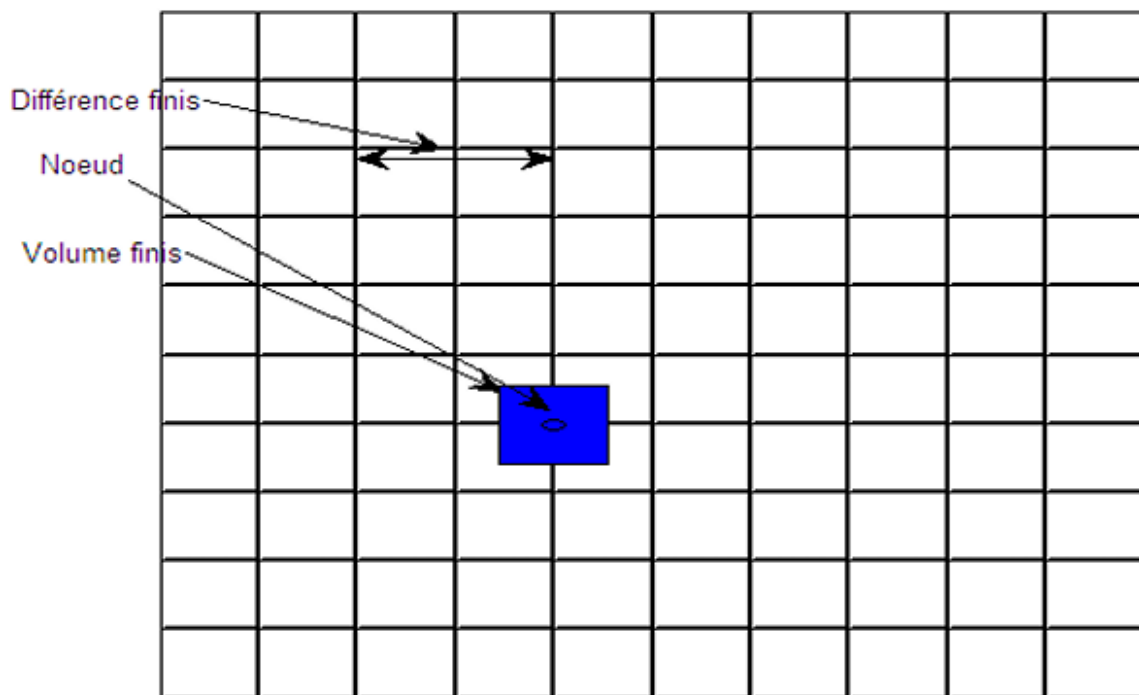


Figure II.1 : Maillage du domaine d'étude.

L'équation différentielle est projetée sur une fonction de projection bien déterminée et ensuite intégrée dans chacun des volumes élémentaires. Pour calculer l'intégrale dans le volume élémentaire, la fonction inconnue est représentée à l'aide d'une fonction d'approximation (linéaire, parabolique, puissance, exponentielle,...etc.) entre deux nœuds consécutifs. Ensuite, la forme intégrale est discrétisée dans le domaine d'étude.

L'équation discrétisée de cette façon exprime le principe de conservation pour l'inconnu dans l'élément de volume et la solution obtenue est constituée uniquement par les

valeurs nodales. Cette méthode est utilisée, en particulier en mécanique des fluides (l'équation d'écoulement), où elle est apparue depuis une vingtaine d'années, sa procédure donne une solution plus précise que celle fournie par la MDF. L'équation discrète obtenue exprime le principe de conservation de la fonction sur le volume de contrôle [7].

II.6.4 La méthode des éléments finis (MEF):

C'est une méthode numérique pour la résolution d'équations aux dérivées partielles. Elle consiste à remplacer des valeurs continues par des valeurs discrètes, régulièrement espacées. Elle est de portée générale, car elle s'applique à la majorité des problèmes physiques dont les phénomènes sont traduits par des équations aux dérivées partielles. Parmi ces problèmes, on peut citer les problèmes stationnaires et non stationnaires, linéaire et non linéaire, définis dans un domaine géométrique quelconque à une, deux ou trois dimensions. De plus elle s'adapte très bien aux milieux hétérogènes souvent rencontrés dans la pratique par l'ingénieur.

On emploie la méthode des éléments finis pour appréhender les problèmes particulièrement ardues et dont la géométrie est complexe. Dans ces problèmes, il n'existe pas de méthodes analytiques pour trouver la solution. Le point de départ de la méthode est la subdivision d'un domaine de la structure étudiée en plus petits domaines, nommés éléments de dimension finie. Bien que les éléments ne soient pas toujours des triangles, on dit que ces subdivisions forment une triangulation. Les sommets de ces éléments forment des nœuds. L'ensemble éléments et nœuds forme le maillage de la méthode. L'approximation est calculée sur chaque nœud, ce qui permet de représenter l'ensemble par un système d'équations. Avec la diffusion des logiciels de CAO (conception assistée par ordinateur), la méthode des éléments finis a été utilisée dans une grande variété d'applications en mécanique des solides ou des fluides, en thermodynamique, en électromagnétisme, ...etc[11].

II.6.4.1 Avantage de la méthode :

- Adaptation aux géométries complexes.
- Prise en considération des non linéarités.
- Temps de résolution relativement rentable

II.6.4.2 Inconvénient de la méthode :

- Mise en œuvre relativement difficile.
- Prise en considération de domaines infinis.
- Présence de singularités dans le domaine [11].

II.6.5 Types d'éléments finis:

Selon que le domaine d'étude, soit à une, deux ou trois dimensions, on rencontre le plus souvent des éléments linéaires, quadratiques ou cubiques.

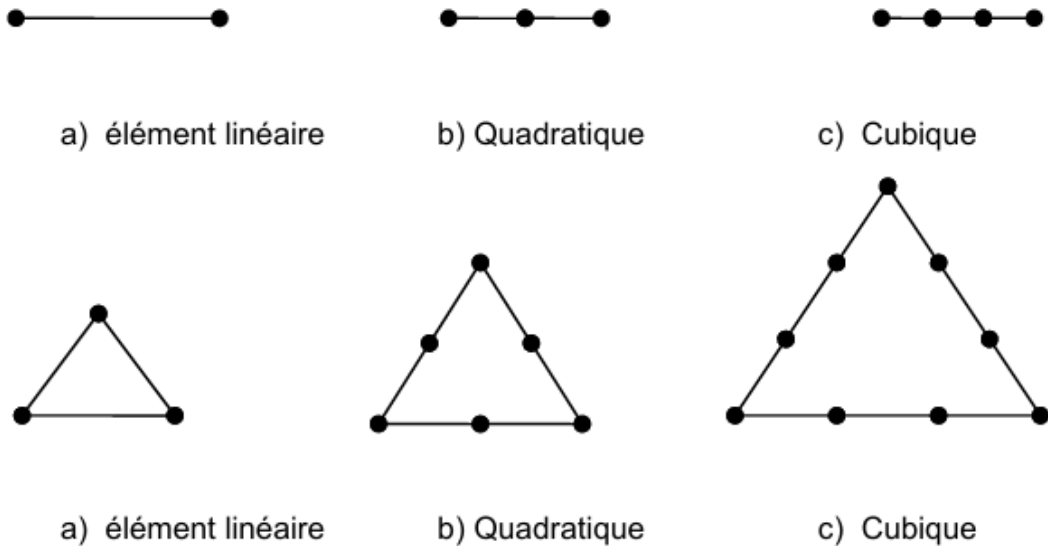


Figure II.2 : éléments classiques en une et deux dimensions

Dans la majorité de cas bidimensionnels, on préfère utiliser des éléments triangulaires du premier ordre. Pour aboutir à une meilleur exactitude de la solution, on procède a raffiner le maillage [5].

II.6.6 Fonction d'approximation :

Le potentiel vecteur magnétique \vec{A} dans un élément peut être approchée par des fonctions d'approximations (dites fonctions de formes) dont l'expression varie d'un type d'élément à un autre. Ces fonctions d'approximations doivent assurer la continuité du potentiel aux interfaces des éléments. Généralement on utilise des fonctions polynomiales. Pour un élément triangulaire de premier ordre:

$$A_e(x, y) = a + bx + cy \tag{II. 32}$$

Pour un élément quadrilatéral :

$$A_e(x, y) = a + bx + cy + dxy \tag{II. 33}$$

Ici a, b, c et d sont des constantes à déterminer. Dans le domaine global contenant ne éléments, le potentiel est la contribution des potentiels $A(x, y)$ de tous les éléments du maillage. On écrit donc :

$$A(x, y) = \sum_{e=1}^{ne} A_e(x, y) \tag{II. 34}$$

ne: est le nombre total des éléments du maillage Le potentiel en tout point dans un élément ainsi que la densité de courant est parfaitement définis en fonction des valeurs de ses sommets. Pour un élément triangulaire :

$$A_e = a + bx + cy = \sum_{i=1}^3 \alpha_i A_i \quad (\text{II. 35})$$

$$J_e = a + bx + cy = \sum_{i=1}^3 \alpha_i J_i \quad (\text{II. 36})$$

Où α_i sont des fonctions d'interpolations, appelées aussi fonctions de formes. Ces fonctions de formes ont les propriétés suivantes :

$$\alpha_i(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (\text{II. 37})$$

$$\sum_{i=1}^3 \alpha_i(x, y) \quad (\text{II. 38})$$

Pour un élément triangulaire de premier ordre on a :

$$\alpha_1 = \frac{1}{2s} [(x_2 y_2 - x_3 y_3) + (y_2 - y_3)x + (x_2 - x_3)y] \quad (\text{II. 39})$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2s} [(x_3 y_1 - x_1 y_3) + (y_3 - y_1)x + (x_1 - x_3)y] \quad (\text{II. 40})$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{2s} [(x_1 y_2 - x_2 y_1) + (y_1 - y_2)x + (x_2 - x_1)y] \quad (\text{II. 41})$$

s est la surface de l'élément triangulaire.

$$s = \frac{1}{2} [(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)] \quad (\text{II. 42})$$

II.6.7 Formulation Intégrale :

L'étape importante qui permet d'aboutir au système algébrique est la mise sous forme intégrale de l'équation EDP.

Au premier lieu, cette formulation nous permet d'obtenir les expressions des éléments des différentes matrices et vecteurs du système algébrique élémentaire (dans un élément type). La formulation intégrale peut être de deux manières.

. Variationnelle.

. Résidus pondérés.

- Formulation Variationnelle :

L'utilisation de la méthode Variationnelle exige la connaissance au préalable de la fonctionnelle d'énergie du système à étudier. Cette fonctionnelle est déterminée à partir du principe de l'action hamiltonienne qui stipule l'existence d'une fonctionnelle de type intégral défini par :

$$\mathfrak{J}(A) = \int_{\Omega} L d\Omega \quad (\text{II. 43})$$

L est la fonction de Lagrange qui résulte de la Co-énergie du système de type cinétique et son énergie potentielle. Ω est le Domaine de résolution. La résolution du problème variationnelle revient à minimiser cette fonctionnelle d'énergie.

- Formulation Résidus Pondérés :

C'est la méthode projective où on cherche à projeter l'équation locale sur des fonctions de base d'un espace de fonctions de pondérations, et on essaie de minimiser le résidu par l'approximation de la fonction de l'inconnu, dont l'expression est :

$$\int_{\Omega} R_i \Phi_i d\Omega = 0 \quad (\text{II. 44})$$

$$R = DF(A) - g \quad (\text{II. 45})$$

R est le résidu de l'approximation, DF(A) est l'opérateur différentiel, g est une fonction définie dans le domaine de résolution, Φ_i est la fonction de projection et A est l'inconnu du problème. Les valeurs de A r qui permettent d'annuler l'intégrale sont solutions du système algébrique obtenu. Parmi les méthodes qui découlent de la méthode des résidus pondérés on cite:

-La méthode de collocation par points.

-La méthode des moindres carrés.

-La méthode de GALERKINE.

La méthode de collocation par points utilise les fonctions de Dirac comme fonction de projection. La méthode des moindres carrés utilise la minimisation de la norme quadratique de l'erreur sur l'équation et les conditions aux limites. Quant à la méthode de GALERKINE, elle consiste à choisir les fonctions de projection identiques aux fonctions d'approximation [10].

II.7 Méthodes de calcul des forces électromagnétiques :

Plusieurs méthodes permettent le calcul des forces qui agissent sur un matériau ferromagnétique sont citées dans la littérature, ces méthodes sont fondées sur le principe énergétique, le concept des sources équivalentes ou sur le tenseur de Maxwell. Ces méthodes constituent un outil simple et efficace pour calculer la force globale. Cependant au niveau local chacune des formulations donne une distribution propre pour les forces .

Le calcul des forces magnétiques globales qui agissent sur les parties mobiles est d'un grand intérêt, car elles jouent un rôle déterminant dans tout système électromagnétique-mécanique en terme de déformation ou de déplacement. Pour évaluer les forces magnétiques, nous pouvons procéder par diverses méthodes, parmi celles-ci :

- La méthode de variation de l'énergie et de la co-énergie magnétiques.
- La méthode basée sur la force de Lorentz.
- La méthode du tenseur de Maxwell.

II.7.1 Méthode de variation de la co-énergie et de l'énergie magnétiques

Principe de la méthode :

La force magnétique dans ce cas est la dérivée de l'énergie magnétique par rapport au déplacement à flux constant ou c'est la dérivée de la co-énergie magnétique à courant constant.

Si F_s représente la composante de la force magnétique totale suivant une direction donnée S on aura :

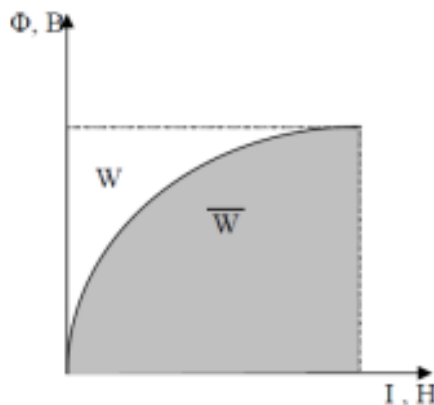


Figure II.3 : Courbe d'aimantation

$$F_s = \frac{d\bar{w}}{ds} |_{i=cste} \quad (\text{II. 46})$$

$$F_s = -\frac{dw}{ds} |_{\varphi=cste} \quad (\text{II. 47})$$

$$\bar{w} = \int_{\Omega} \left(\int_0^H B dH \right) d\Omega \quad (\text{II. 48})$$

$$w = \int_{\Omega} \left(\int_0^B H dB \right) d\Omega \quad (\text{II. 49})$$

Numériquement, les dérivations peuvent être obtenues par les relations suivantes :

$$F_s = \frac{\bar{w}_{s+\Delta s} - \bar{w}}{\Delta s} |_{i=cste} \quad (\text{II. 50})$$

$$F_s = \frac{w_{s+\Delta s} - w}{\Delta s} |_{\varphi=cste} \quad (\text{II. 51})$$

Δs est le pas de déplacement.

II.7.2 La méthode basée sur la force de Lorentz

Considérant un barreau conducteur parcouru par un courant i , ce barreau est placé dans une zone où règne un champ magnétique en vertu de la loi de Laplace ce barreau sera soumis à une force magnétique découlant de l'interaction entre le courant circulant dans le barreau et le champ magnétique extérieur (Figure II.2).

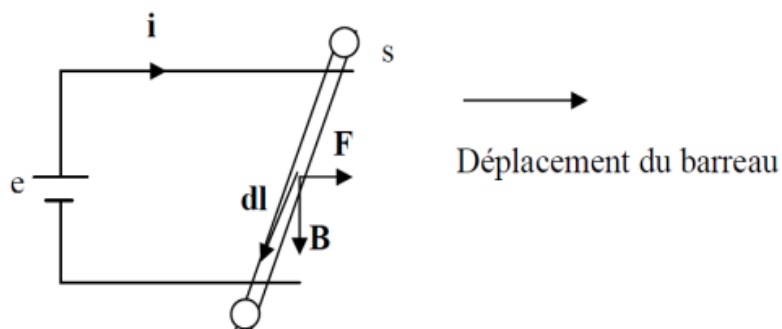


Figure II.4 : Principe de la loi de Laplace.

S : la section du barreau

dl : élément de longueur ∇

L'équation de Laplace donne l'expression de la force s'exerçant sur un conducteur idéal placé dans un champ d'induction magnétique.

$$\vec{dF} = id\vec{L}\wedge\vec{B} \quad (\text{II. 52})$$

Cette équation peut être exprimée sous sa forme locale f donnée par :

$$\vec{f} = \frac{d\vec{F}}{dv} = \vec{j} \wedge \vec{B} \quad (\text{II. 53})$$

La force globale est présentée par :

$$\vec{F} = \int_v \vec{f} dv = \int_v (\vec{j} \wedge \vec{B}) dv \quad (\text{II. 54})$$

II.7.3 Méthode du tenseur de Maxwell :

En utilisant l'équation de Maxwell (I.1) nous aurons :

$$F = \nabla \wedge H \wedge B = \mu \nabla \wedge H \wedge H \quad (\text{II. 55})$$

$$f = \mu \left\{ (H \cdot \nabla) \cdot H - \frac{1}{2} \nabla (H^2) \right\} \quad (\text{II. 56})$$

Pour la composante f_x nous avons :

$$f = \mu \left\{ H_x \frac{\partial H_x}{\partial x} + H_y \frac{\partial H_x}{\partial y} + H_z \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (H_x^2 + H_y^2 + H_z^2) \right\} \quad (\text{II. 57})$$

Le tenseur de Maxwell permettra d'étudier la force s'exerçant sur un matériau de volume V , en connaissant seulement la répartition du champ aux Différents points d'une surface fermée entourant le volume V .

$$F_x = \int_v \nabla \cdot T_1 dV \quad (\text{II. 58})$$

T_1 est l'une des composantes du tenseur de Maxwell. En transformant l'intégrale de volume en une intégrale de surface en exploitant le théorème de la divergence nous aurons :

$$F_x = \oint_s T_1 \cdot n ds \quad (\text{II. 59})$$

n : vecteur normal à la surface s entourant le volume V .

$$T_1 = \begin{bmatrix} \tau_{11} \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \end{bmatrix} \quad (\text{II. 60})$$

$$\begin{cases} \tau_{11} = \mu H_x^2 - \frac{1}{2} H^2 \\ \tau_{12} = \mu H_x H_y \\ \tau_{13} = \mu H_x H_z \end{cases} \quad (\text{II. 61})$$

$$F = \oint_s \left\{ (\mu H_x^2 - \frac{1}{2} H^2) n_x + \mu H_x H_y n_y + \mu H_x H_z n_z \right\} ds \quad (\text{II. 62})$$

Où (n_x, n_y, n_z) sont les composantes du vecteur unitaire \vec{n}

La formule générale de la force est donc :

$$F_x = \oint_s T \cdot n ds \quad (\text{II. 63})$$

Tel que T est le tenseur de Maxwell :

$$\vec{T} = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{II. 64})$$

La méthode du tenseur de Maxwell est économique et rapide puisque la force est calculée seulement sur la surface fermée, qu'on choisit arbitrairement, entourant l'objet à étudier. Cette méthode ne tient pas compte de la saturation.

II.8 Conclusion :

Dans ce chapitre j'ai présenté, les formulations ainsi que les différents modèles mathématiques régissant les phénomènes électromagnétiques.

Dans le cadre de mon travail, la méthode utilisée pour la résolution des systèmes d'équations algébriques en électromagnétisme, fait appelle à la (MEF) pour la transformation des (EDP s).

Le chapitre suivant, sera consacré à la présentation les résultats des simulations obtenus à partir de la modélisation numérique des lignes de champ autour des parties d'un dispositif électromagnétique nécessite impérativement l'utilisation d'un outil numérique de calcul comme le logiciel (COMSOL Multiphysics) qui donnera les gradeurs du champ magnétique dans chaque point du domaine d'étude.



Chapitre III
Résultats de la
simulation

III.1.Introduction :

Dans ce présent chapitre, une application d'un système électro-aimant axisymétrique a été traitée. Il s'agit d'un électro-aimant de levage constitué d'un circuit magnétique de forme U I et une bobine. Dans ce cadre déterminé, j'étudie, le comportement électromagnétique de tout le système. En matière de résultats, la variation spatiale des grandeurs locales : le potentiel vecteur magnétique, l'induction magnétique, le champ magnétique..etc., sont présentées et discutés. Ensuite, la variation des grandeurs à caractère globales : la force magnétique globale sera présentée et discutée aussi.

III.2.Initiation au logiciel de calcul numérique Comsol :

III.2.1.Définition :

COMSOL Multiphysics est un logiciel de simulation numérique basé sur la méthode des éléments finis. Ce logiciel permet de simuler de nombreuses applications en ingénierie, et tout particulièrement les phénomènes couplés ou simulation multiphysiques.

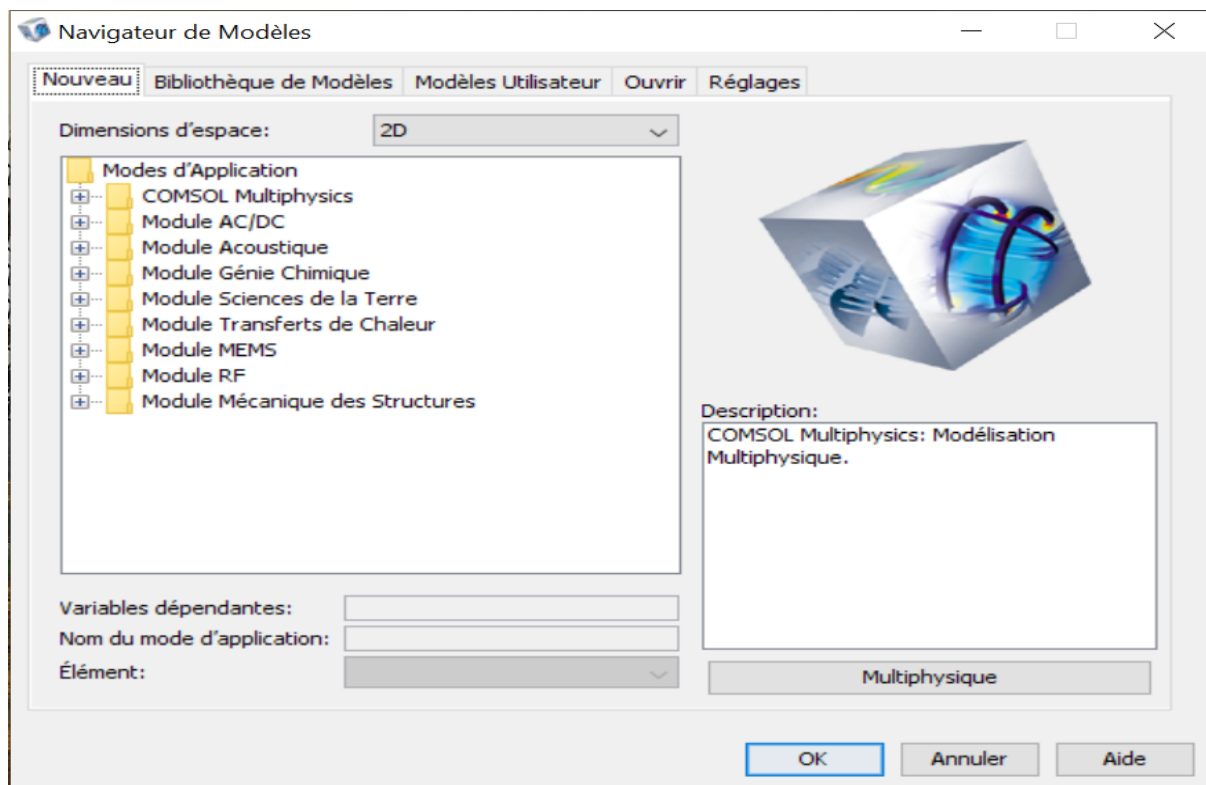


Figure III.1 : présentation du logiciel COMSOL

III.2.2. Principe d'utilisation:

Pour ce faire il faut d'abord ouvrir le logiciel, et choisir la dimension de l'espace de travail (1D, 2D, 2D Axisymétrique, 3D), et un mode d'Application (par exemple, Module AC, DC). Puis le type d'étude pour enfin valider la création de l'espace de travail. Une fois le fichier créé, il faut dessiner les objets pour créer la géométrie de l'application à étudier.

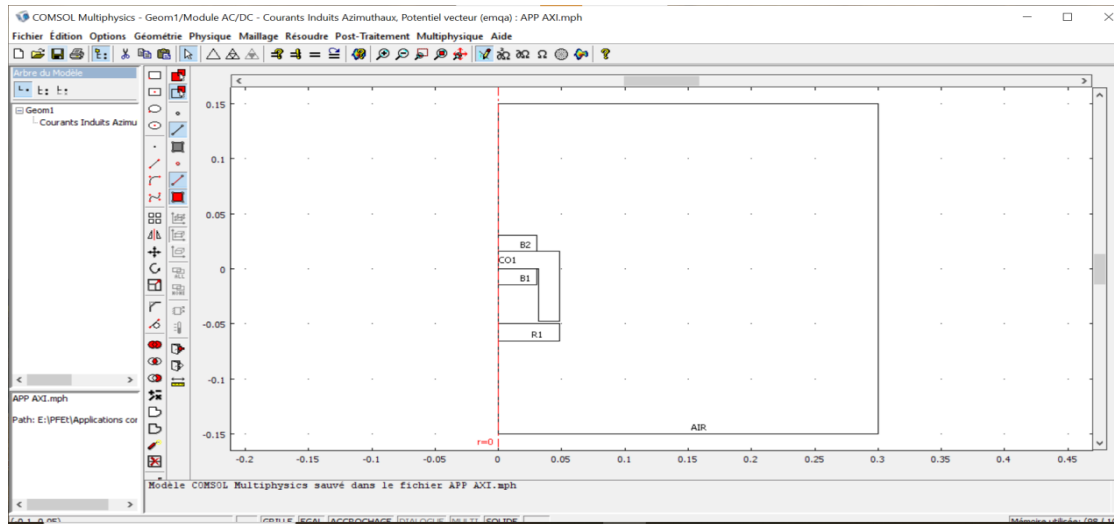


Figure III.2. Dessin de la pièce à étudié.

L'étape suivante, consiste à choisir les propriétés physiques et les conditions aux limites. Avant de passer à l'étape poste traitement, il faut d'abord exécuter le programme pour pouvoir exploiter les différents résultats issus de la simulation.

III.3.Schémas de dispositif étudié :

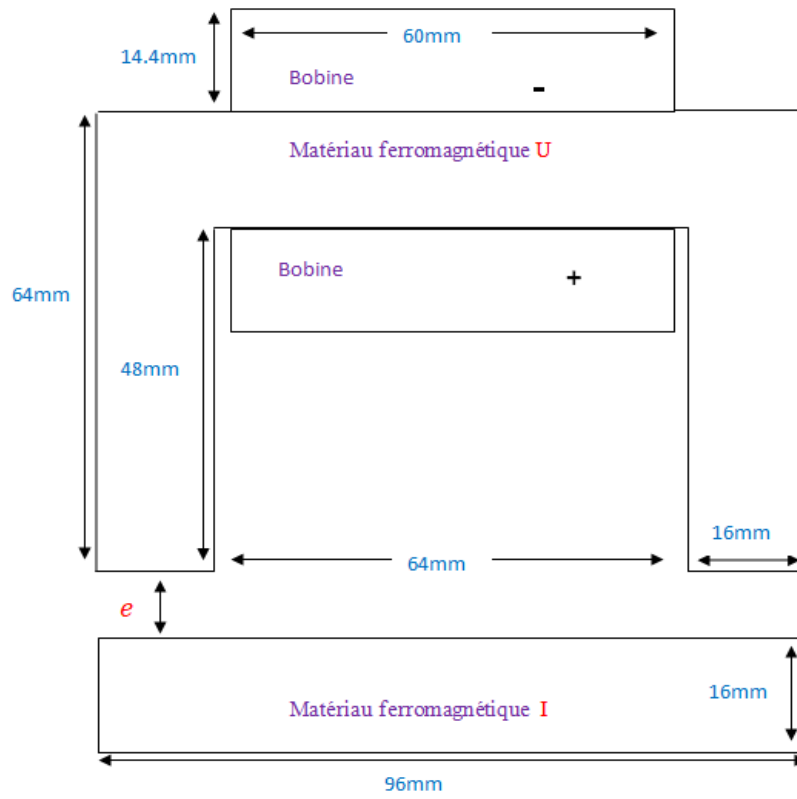


Figure III.3.Dispositif de levage étudié [12].

III.4. Les propriétés physiques :

Les propriétés physiques du dispositif étudié sont résumées dans le tableau ci-dessous[12].

propriétés matériaux	Conductivité σ (S/m)	courant externe J (A)	Perméabilité relative μ_r
Matériaux ferromagnétique I	$7.48 \cdot 10^7$	0	50
l'Aire	0	0	1
Matériaux ferromagnétique U	$7.48 \cdot 10^7$	0	550
Bobine +	$5.59 \cdot 10^7$	6	1
Bobine -	$5.59 \cdot 10^7$	-6	1

Tableau III.1 : propriétés physiques du dispositif.

Nous avons trois propriétés des matériaux essentielles : la conductivité, la perméabilité magnétique et la densité de courant ;

Pour l'air et les deux parties de la bobine la perméabilité est égale à 1, dans le matériau en U et les deux parties de la bobine il y a une conductivité de l'ordre de 10^7 par contre elle est nulle dans les autres parties ;

Et pour la densité de courant J , on remarque qu'elle est nulle pour toutes les régions sauf que la modification des valeurs de courant circulant à travers la bobine fait une génération d'une densité positive à la partie bobine + et une densité négative dans la partie bobine -, ces deux dernières sans égaux en valeur absolue on a $J = I/S$,

I est le courant qui circule dans les fils sa valeur est égale à 20A ; et S est la surface de la partie d'une bobine, elle est proportionnelle au diamètre du fil enroulé sur les bobines.

III.5. Géométrie étudiée en 2D Axisymétrique:

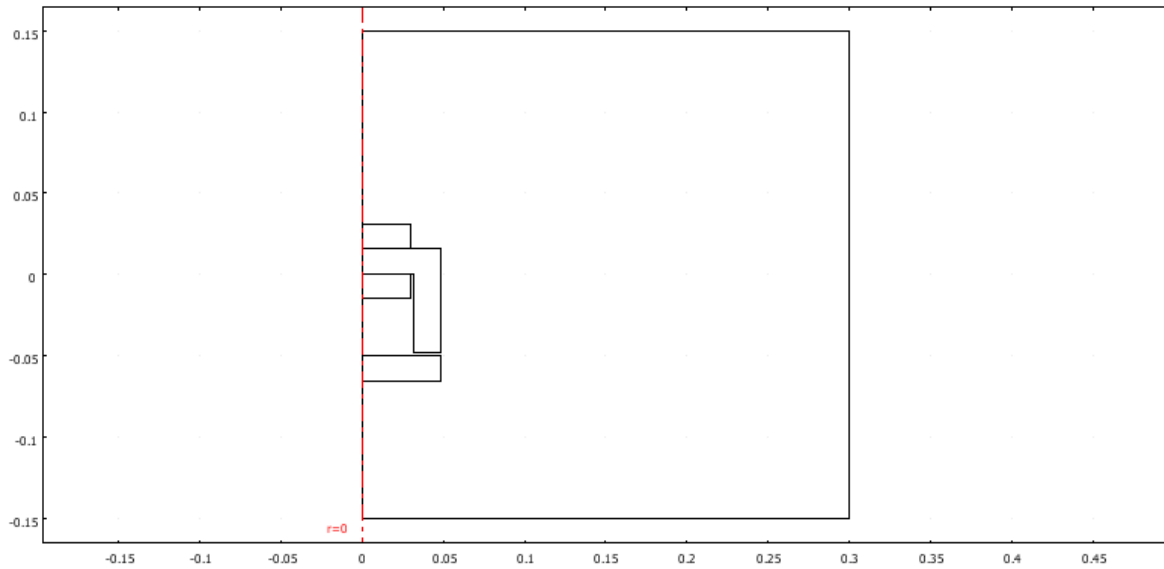


Figure III.4. Model 2D Axisymétrique étudié.

III.6. Conditions aux Limites :

Il existe trois conditions différentes pour ce modèle

- Condition de continuité : pour les matériaux et les bobines dans la partie intérieure du modèle.
- Condition d'isolation magnétique « $A=0$ » : c'est pour les frontières extérieures de la région de l'aire.
- Condition d'axisymétrie « $r=0$ » sur l'axe de symétrie.

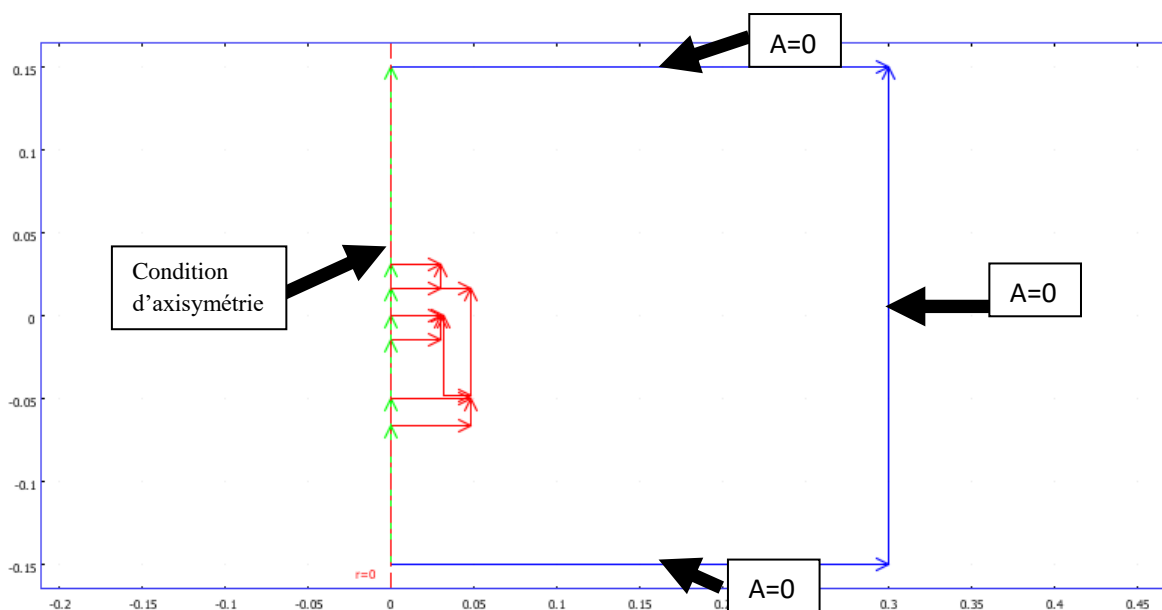


Figure III.5. Conditions aux limites appliquées.

III.7. génération du maillage raffiné :

Générer un maillage raffiné dans COMSOL Multiphysics permet d'obtenir des résultats plus précis en améliorant la résolution des gradients de solution. Cela est particulièrement utile dans les zones où il y a des variations importantes, comme près des frontières ou des singularités, ce qui est essentiel pour des simulations plus fiables et une meilleure analyse des résultats.

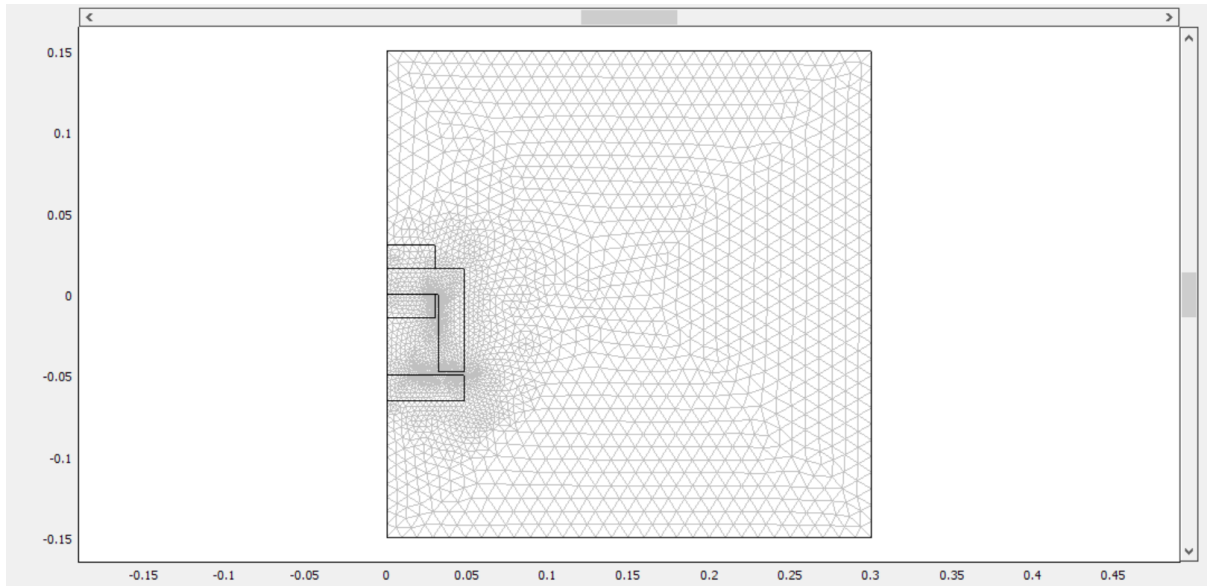


Figure III.6.maillage raffiné du système.

III.8.Comportement du potentiel vecteur magnétique :

Dans cette image on remarque une valeur du potentiel vecteur magnétique importante très au niveau de la bobine, mais elle est moins importante ailleurs et s'annule au niveau des frontières de l'aire ; les lignes de cette grandeur sont canalisés dans le circuit magnétique « Matériaux ferromagnétique U et I ».

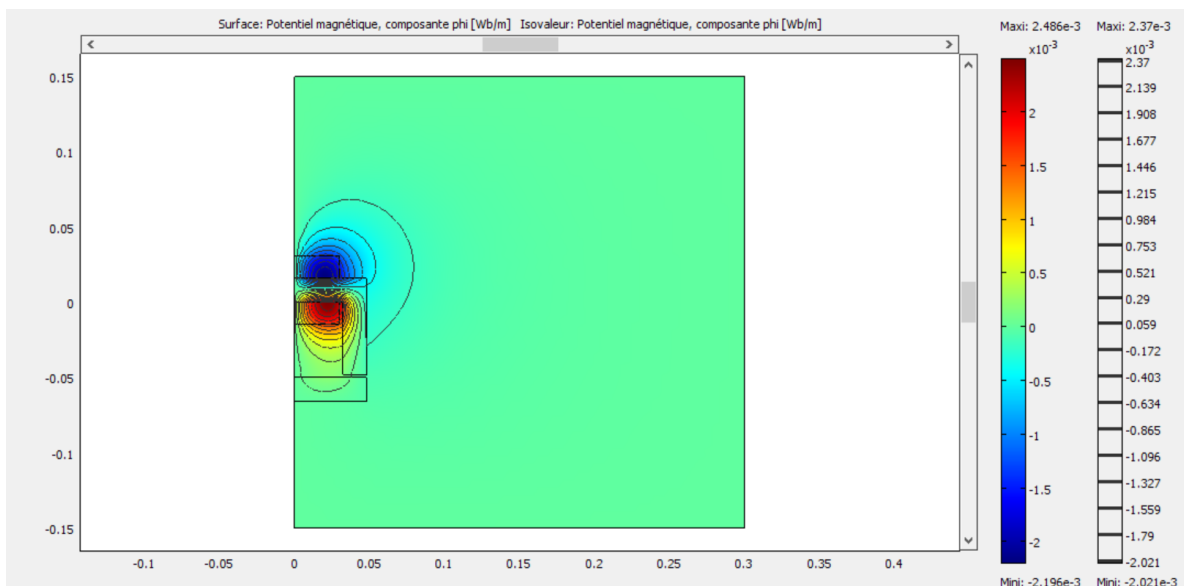


Figure III.7.Comportement du potentiel vecteur magnétique

III.9. Graphes de la Force électromagnétique :

III.9.1. Etude de la variation de la force électromagnétique en fonction de l'entrefer :

En tenant compte des propriétés physiques données dans le tableau de illustré avant; on à tracé cette courbe de variation de force électromagnétique en fonction de distance e de l'entrefer.

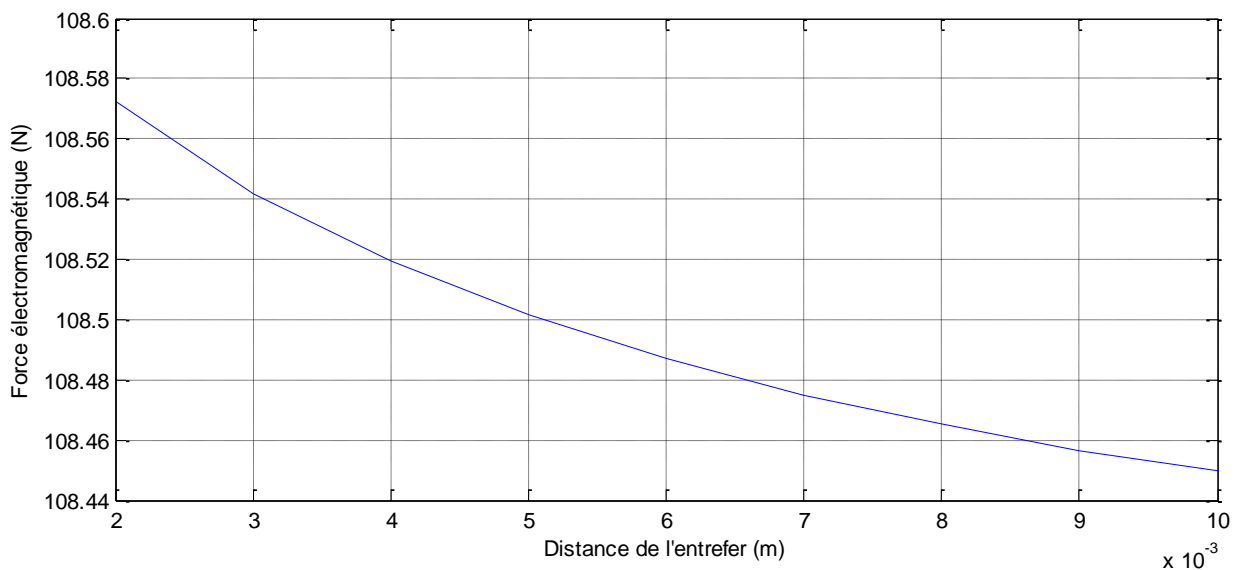


Figure III.8. Variation de force électromagnétique en fonction de l'entrefer (pour une valeur de $\mu_r \cdot I = 50$).

Dans ce graphe on aperçoit pour une distance de 2mm une force de 108.58N. Cette force diminue à force d'augmenter la distance e de l'entrefer ;

Donc, chaque fois la distance e entre l'armature I et le matériau U augmente la valeur de la force électromagnétique diminue.

III.9.2. Variation de la force électromagnétique en fonction de la perméabilité relative et l'entrefer :

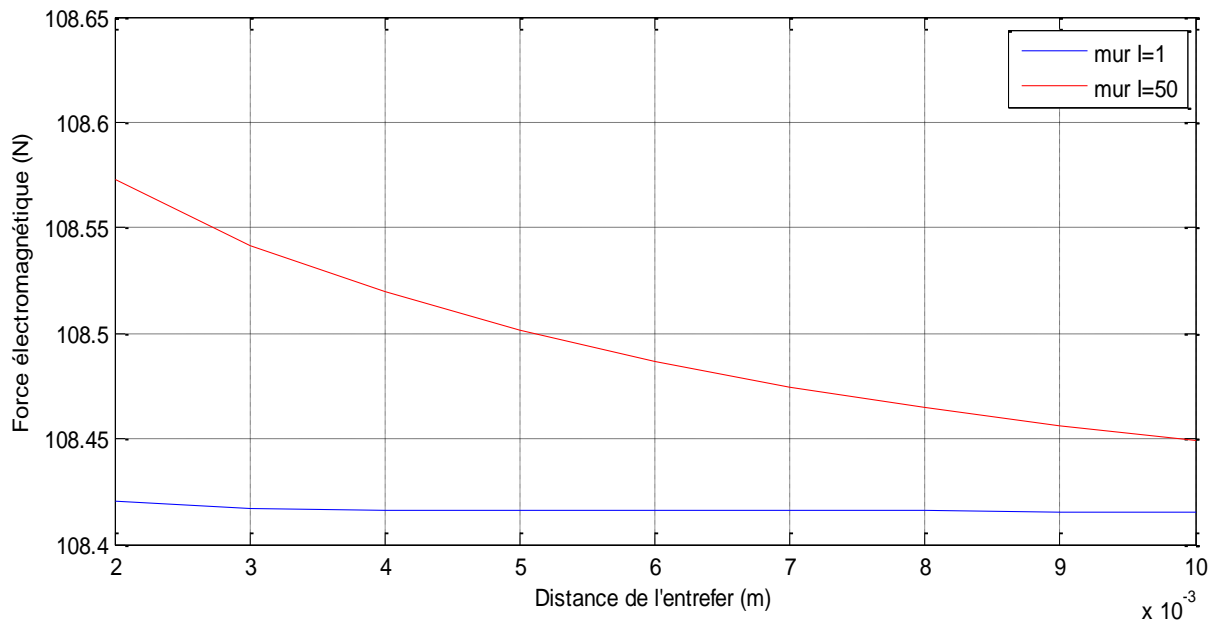


Figure III.9. Variation de la force électromagnétique en fonction de l'entrefer (pour deux valeurs de $\mu_r \cdot I$).

Cette figure représente une comparaison entre la variation de la force électromagnétique pour une valeur de $\mu_r \cdot I = 1$ et une variation de la force électromagnétique pour une valeur de $\mu_r \cdot I = 50$, pour des valeurs différentes de l'entrefer.

Le graphe rouge représente la variation pour $\mu_r \cdot I = 50$ elle est la même que celle de la figure III.8. Le second graphe représenté par la couleur bleu indique variation pour $\mu_r \cdot I = 1$

On constate que la force électromagnétique est plus importante pour le cas de $\mu_r \cdot I = 50$, donc il est préférable d'utiliser des matériaux ferromagnétiques pour la partie mobile de l'électro-aimant.

III.9.3. Variation de force électromagnétique en fonction de la perméabilité relative de $\mu_r \cdot I$:

Pour cette application, on maintient la valeur de l'entrefer constante ($e=2\text{mm}$) et on fait varier la perméabilité magnétique relative de la partie mobile de l'électro-aimant pour voir l'influence $\mu_r \cdot I$ sur la force électromagnétique.

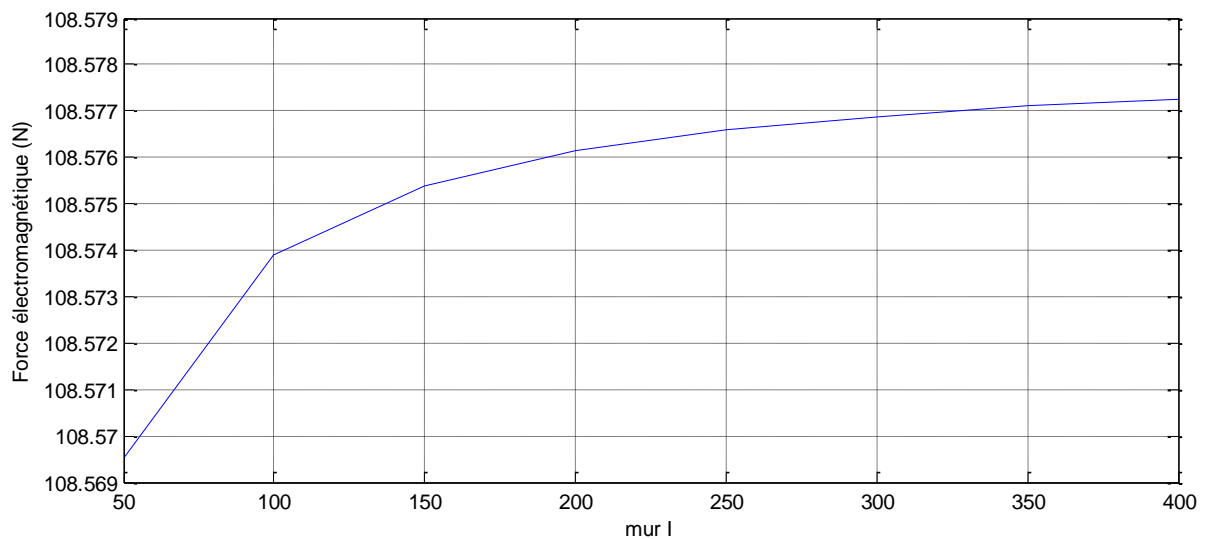


Figure.III.10.Force électromagnétique en fonction de $\mu_r \cdot I$.

On observe dans cette figure la variation de la force électromagnétique en fonction de perméabilité relative de $\mu_r \cdot I$; et on remarque une augmentation directe de la force électromagnétique lorsque la perméabilité magnétique relative de l'armature en I augmente.

Pour $\mu_r \cdot I = 50$ on a une force qui prend une valeur de 108.56N puis elle augmente d'une manière progressive jusqu'à ce qu'elle atteigne une valeur de 108.58N pour une perméabilité de $\mu_r \cdot I = 400$.

III.9.4. Variation de la force électromagnétique en fonction de la perméabilité relative de $\mu_r \cdot U$:

Pour ce cas, on maintient la valeur de l'entrefer constante ($e = 2\text{mm}$) et on fait varier la perméabilité magnétique relative de la partie fixe de l'électro-aimant pour voir l'influence de $\mu_r \cdot U$ sur la force électromagnétique.

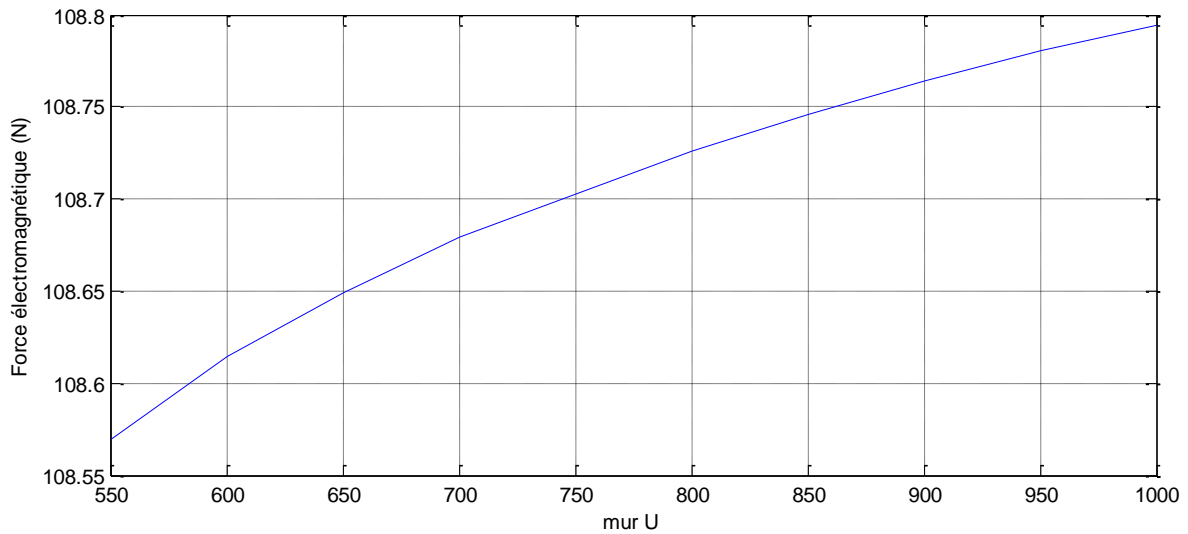


Figure.III.11. Force électromagnétique en fonction de $\mu_r.U$.

La figure ci contre nous indique le comportement de la force électromagnétique en fonction de la perméabilité magnétique relative de la partie en U, cette force augmente progressivement avec l'augmentation de la perméabilité relative de $\mu_r.U$.

III.9.5.Variation de force électromagnétique en fonction de courant électrique à entrefer fixe:

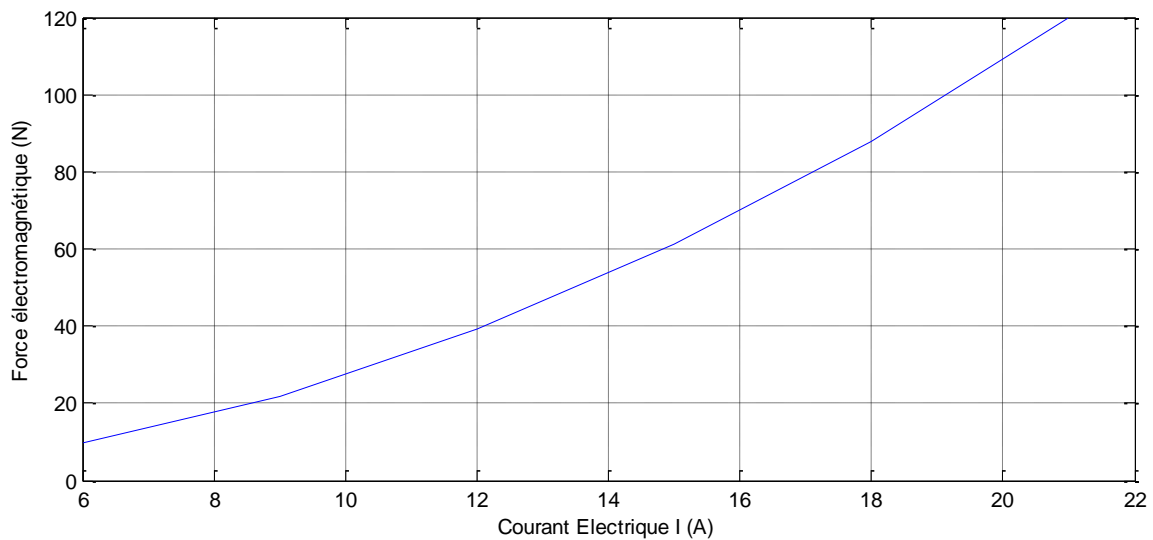


Figure III.12. Force électromagnétique en fonction de courant électrique.

Dans cette dernière figure on a tracé les valeurs de la force électromagnétique avec les valeurs du courant électrique qui change de 6A à 21A,

On constate que la force électromagnétique augmente si la valeur du courant injecté augmente

La raison pour laquelle la force augmente est la relation reliant proportionnellement cette dernière à la densité de courant J , qui elle-même est reliée avec le courant électrique I , ($J = I/S$).

Conclusion :

En conclusion, on peut dire qu'il y'a différents paramètres qui influencent la valeur de la force électromagnétique, telle que la distance entre le matériau ferromagnétique en U et l'armature en I, l'augmentation de la valeur de la perméabilité magnétique relative de l'armature en I et l'augmentation de la valeur de la perméabilité magnétique relative du matériau en U.

On a vu aussi que la force de l'électro-aimant augmente en augmentant le courant électrique qui circule dans les bobines.

Conclusion générale

Conclusion générale :

L'objectif principal de ce mémoire est l'étude et le calcul de la force électromagnétique d'un électro-aimant de levage, on s'est intéressé à un dispositif rectangulaire dont les conditions géométriques et physiques sont choisies à partir d'une application existante dans la littérature scientifique.

Dans un premier temps, nous avons donné une brève présentation des électroaimants, ainsi qu'une simple modélisation mathématique sous forme d'équation EDP, la résolution de ces derniers est faite en exploitant une méthode numérique basée sur les éléments finis.

Le modèle étudié est d'une grande utilité pour la modélisation des dispositifs magnétiques, Il est capable de traiter toutes les configurations géométriques qui ont une symétrie avec un électro-aimant de levage en forme UI en modifiant seulement les paramètres physiques et géométriques.

On a constaté que la force électromagnétique est conditionnée par les grandeurs physiques du dispositif d'étude, cette force augmente avec l'augmentation du courant d'excitation et de la perméabilité magnétique relative que ce soit de la partie mobile (en forme de I) ou de la partie fixe (en forme de U) et décroît avec l'augmentation de l'entrefer.

La distribution des lignes de potentiel vecteur magnétique de la géométrie étudiée a été présentée. Le changement de la valeur de la force électromagnétique en fonction de la position de l'armature par rapport à la partie excitée et le courant d'excitation ont été étudiés, ces derniers jouent un rôle très important dans la concentration de l'induction magnétique et la force électromagnétique d'attraction.

Ceci a été réalisé d'une manière numérique à l'aide du logiciel COMSOL avec une étude magnétostatique en 2D Axisymétrique.

Ce type d'électro-aimant fait partie des actionneurs électromagnétiques. Il peut être utilisé pour le levage de charge pouvant atteindre les 10kg. On le trouve dans des applications liées à la gestion de stocks.

RÉFÉRENCES
BIBLIOGRAPHIQUES

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES :

- [1] Mouloud Feliachi :“ electroaimants pour systèmes électromécaniques ”, article de technique de l'ingénieur (d5350), institut universitaire de technologie de saint-nazaire, université de nantes, 10 février 2003.
- [2] Konecranes est une entreprise finlandaise de fabrication de matériel de levage et de matériel de manutention. elle a été créée à hyvinkää en finlande en 1994.
- [3] "électroaimants pour systèmes électromécaniques", techniques de l'ingénieur, paris 2015.
- [4] pierre. curie, isotopie, 1924, p. 93
- [5] Meriem. Habi, Bouchra. Khengaoui, «simulation d'un electro-aimant », mémoire master academique, universite kasdi merbah ouargla, 2015.
- [6] Roberto Sebastiano Faranda, Francesca Oliva, «energy efficiency in electromagnetic and electro-permanent lifting systems †» , université politecnico di milano, p 1-6, 2022.
- [7] Saliha.Habi, Fatima.Hafsi, « etude et calcul de la force statique d'un electroaimant à noyau plongeur », mémoire master academique, universite kasdi merbah ouargla, 08/06/2015
- [8] www.techniques-ingenieur.fr , les éditions techniques de l'ingénieur ou éditions ti est un éditeur spécialisé dans l'information pour les professionnels techniques et scientifiques.
- [9] Michel Archer, Bruno Perrier, Michel Lenoir, Jean-Emile Lopion, Georges Schemm
date de publication : 10 janv. 2001
- [10] Ryma Delimi, « méthodes comparées pour le calcul des forces d'origine électromagnétique. application aux paliers magnétiques », mémoire de magister université mentouri – constantine, faculté des sciences de l'ingénieur 2008.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [11] Ourida Beggaz, «évaluation des forces électromagnétiques dans des dispositifs axisymétriques en utilisant la méthode des éléments finis », mémoire d'ingénieur, ummto, 2004.
- [12] Ali Hashemi, Parsa Yazdanpanah Gharaei, " a novel method for field analysis and design of electromagnet used in lifting applications", advanced electromagnetics, vol. 8, no , september 2019.