REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou

Faculté de Génie de la construction

Département de Génie Mécanique

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME
Master académique
Option : Construction mécanique

Thème

ANALYSE DES CONTRAINTES DANS UNE SPHERE A L'AIDE DE LA PHOTOELASTICITE

Présenté par :

M[lle] DJANI YASMINE

Promoteur :

M[r] A.Bilek

Co-promoteur:

M[r] M.BELDI

Devant le jury composé de :

President: **Mr A.BOUAZZOUNI**

Examinateurs: **Mr M.EL MANSBA**

Mr HAMMOUR

Promotion 2015/2016

Remerciements

Nous rendons grâce à « DIEU » le tout puissant, de nous avoir accordé le courage et la volonté jusqu'à l'accomplissement de ce modeste mémoire.

Nos remerciements sont adressés tout particulièrement à notre promoteur Mr BILEK ALI et notre Co promoteur MUSTAPHA BELDI qui nous ont beaucoup aidé.

Enfin, nos vifs remerciements et notre profonde gratitude sont adressés à tous ceux qui ont attribué à ce travail de près ou de loin.

Dédicaces

Je dédie ce modeste mémoire à mes chers parents, puisse dieu les garder.

A mes frères et mes sœurs qui ont toujours été à mes côtés.

A mon petit neveu Djawad que dieu puisse le garder à ces parents.

A tous mes amis qui m'ont beaucoup aidé et soutenu.

A tous ceux qui ont contribué à l'élaboration de ce mémoire.

A toutes personnes que j'aime.

SOMMAIRE

Chapitre III : Théorie de Hertz

Chapitre IV : Analyse des champs de contraintes dans une sphère

NOMENCLATURE ET SYMBOLES

R : Ryon de la la sphère.

a : Rayon de la zone du contact

w : Déplacement.

w_c : Déplacement critique de Hertz.

E : Module de Young de l'époxy.

υ : Coefficient de Poisson du modèle en époxy.

U : Direction d'observation.

V : Direction de propagation.

I(x, y) : Intensité lumineuse.

I_1 , I_2 : L'intensité de chacun des faisceaux laser.

σ_{xx} : Contrainte normale sur la face xx

C : Constante optique relative du matériau biréfringent

C_1 , C_2 : Constantes photoélastiques absolues du matériau.

C_0 : La vitesse de la lumière dans le vide.

V : Vitesse de la lumière dans le vide.

X : Axe du polariseur.

Y : Axe de l'analyseur.

f : Constante de frange du modèle.

e : Epaisseur du modèle.

N : Ordre de frange du modèle.

τ_{max} : Contraintes de cisaillement maximales.

σ_1 , σ_2 : Contraintes principales dans le modèle.

n : Indice de réfraction.

η_1 , η_2 , η_3 : Indices de réfractions principaux.

η_0 : Indice de réfraction a l'état non contraint.

δ_0 : Différence de chemin optique entre les deux rayons

φ : Déphasage des composantes B_I et B_{II} de l'onde B.

α : Angles de rotation des polaroids.

B : Onde polarisée.

$\vec{B}$: Vecteur induction magnétique.

ω : Pulsation.

F, P : Charges.

Liste des figures

N° de la figure	Nomination de la figure	N° de page

Chapitre I : Etude bibliographique

Chapitre II : La photoélasticimétrie

Chapitre III : Théorie de Hertz

Chapitre IV : Analyse des champs de contraintes dans une sphère

Liste des tableaux

N° du tableau	Nomination du tableau	N° de page

Introduction générale

Introduction générale

En engineering, l'analyse des champs de contraintes dans les pièces mécaniques est un problème fondamental.

Dans les assemblages mécaniques, plusieurs pièces peuvent entrer en contact. Des contraintes sont alors développées dans ces éléments. Différentes structures analysées ont montré que leurs ruptures sont dues à ces contraintes. Pour cela, il est important pour les concepteurs de machines de connaitre les contraintes et les déformations dans les zones de contact pour un bon dimensionnement de ces différents éléments.

Dans les transmissions mécaniques et les assemblages, plusieurs types de contact peuvent être rencontrés : contact cylindre-cylindre, contact cylindre-plan, contact sphère-plan ...etc, des contraintes alors sont engendrés. Ces contraintes imposées sont régies par des équations aux dérivées partielles. Leur résolution peut être faite analytiquement, expérimentalement ou numériquement.

Lorsque deux surfaces sont mises en contact, des sollicitations mécaniques sont imposées aux massifs et peuvent donner lieu à des dégradations telles que la formation des débris, l'amorçage et la propagation des fissures. Afin d'évaluer l'usure ou plus précisément ces dégradations, il est nécessaire voir primordiale d'étudier les types et les amplitudes des contraintes imposées.

Hertz, en 1882, a formulé plusieurs hypothèses concernant les déplacements des surfaces qui doivent être satisfaites. Il a posé comme hypothèse que chacun des deux corps peut être considéré comme un espace semi infini élastique chargé sur une surface elliptique relativement très faible devant les dimensions des solides en contact. Basé sur ces hypothèses, les contraintes sont analysées sur toute la surface du modèle, principalement la contrainte de cisaillement maximale au voisinage de la zone de contact.

Plusieurs méthodes numériques et expérimentales ont été développées pour déterminer les contraintes au voisinage de la zone de contact. L'introduction du calcul par éléments finis permet de résoudre divers problèmes aux géométries complexes. Il est clair toutefois que l'expérimental est plus que nécessaire pour la validation des théories et des méthodes numériques.

L'une des méthodes expérimentales utilisée est la photoélasticimétrie, méthode non destructive permettant de visualiser les contraintes à l'intérieur d'un solide. C'est une méthode optique se basant sur la biréfringence acquise par les matériaux soumis à des contraintes. Elle permet d'obtenir un champ complet des contraintes appliquées au modèle étudié en exploitant les réseaux des franges isochromes et isoclines. Les isoclines et les isochromes obtenues permettent de déterminer respectivement les trajectoires des directions principales appelées isostatiques et les valeurs des contraintes de cisaillement maximales.

Ce mémoire est composé de quatre chapitres. Le 1er chapitre est consacré à la bibliographie, relative au problème de contact. Le deuxième chapitre explique le principe d'utilisation de la biréfringence dans l'analyse expérimentale des contraintes à laide de la photoélasticimétrie. Dans le troisième chapitre, on trouvera quelques rappels sur la théorie de Hertz, relatifs au problème du contact plan/sphère. Le dernier chapitre présente la partie expérimentale sur l'application de la photoélasticimétrie pour la détermination des champs de contraintes développées dans le modèle de forme sphérique. Les contraintes de cisaillement maximales ont été obtenues le long du diamètre de la tranche découpée le long de la direction de la charge et le point de Hertz a bien été mis en évidence expérimentalement.

Chapitre I :
Etude bibliographique

Chapitre I

Etude bibliographique

1.1 Introduction

Dans l'industrie, le contact mécanique demeure un problème de mécanique des solides qui présente les non-linéarités les plus difficiles à prendre en compte. La nature de ces phénomènes est liée à l'interaction purement mécanique qui exige une attention très particulière à prendre dans ce domaine.

La fatigue et la rupture provoquée dans les zones de concentration des contraintes sont dues à un mode commun de défaillance de plusieurs composants structurels.

Pour cela, la préparation adéquate dans les composants de transfert de charge tels que les roulements à billes, les engrenages, les machines-outils et les cames, est une partie très importante dans la conception et les procédés de fabrication.

I.2 Le problème du contact en mécanique des solides

Le contact mécanique est le problème de mécanique des solides qui présente les non-linéarités les plus difficiles à prendre en compte. La bonne résolution numérique de ce problème est fortement perturbée par la non linéarité et la non différentiabilité des équations régissant le contact mécanique **[1]**.

La première tentative sérieuse pour faire converger les formalismes du frottement et de l'usure est la mécanique des contacts. Cette mécanique débute en 1670 avec les travaux de Newton qui pressait des sphères de verre sur des plans métalliques. Ensuite la progression a été constante tant sur le plan des modèles que sur celui des outils de calcul ; plusieurs travaux ont été consacrés à l'analyse des problèmes de contact. Hertz, en 1882, a formulé les conditions qui doivent être satisfaites concernant le déplacement des surfaces. Il a posé comme hypothèse que chacun des deux corps peut être considéré comme un espace semi infini élastique chargé sur une surface elliptique relativement très faible devant les dimensions des solides en contact. Basé sur ces hypothèses, les contraintes sont analysées sur toute la surface du modèle, principalement la contrainte de cisaillement maximale au voisinage de la zone de contact.

I.3 Contraintes développées dans un contact de Hertz

La théorie de Hertz montre que lorsque deux solides de révolution sphériques sont mis en contact sous l'effet d'un effort normal, l'aire de contact est un cercle de rayon a. Les relations de Hertz permettent d'établir différentes relation en fonction de l'effort normal, des propriétés élastiques et de la géométrie du contact **[2]**.

La figure I-1 montre différentes géométries de contact, dans le cas du contact élastique la théorie de Hertz permet d'exprimer la distribution de contraintes en surface et sous la surface **[3]**.

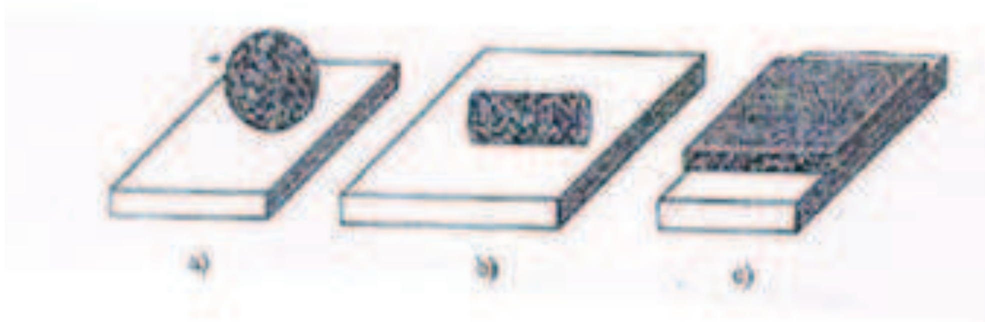


Fig I-1: Différents types de contact : (a) ponctuel ; (b) linéaire ; (c) surfacique

I.3.1 Solution analytique de Hertz

Analysons le cas simple du contact ponctuel shématisé par une sphère de rayon **R** s'appuyant sur une surface plane sous l'action d'une force **F** (**figure I-2**).

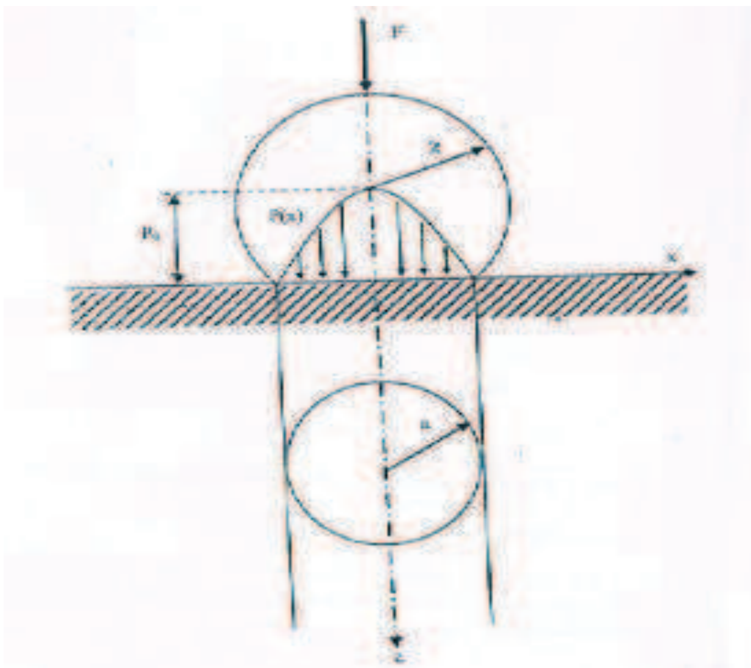


Fig I-2 :Contact sphère-plan

La charge est distribuée sur une aire de contact circulaire de rayon **a** :

$$a = \left(\frac{3FR}{4E}\right)^{\frac{1}{3}}$$

E est défini par la relation :

$$\frac{1}{E} = \frac{1-V_1^2}{E_1} + \frac{1-V_2^2}{E_2}$$

Ou $\mathbf{E_1}$, $\mathbf{E_2}$ sont les modules de Young et $\mathbf{V_1}$, $\mathbf{V_2}$ désignant respectivement les coefficients de Poisson de la sphère et du plan.

La distribution de la pression sur l'aire de contact s'écrit :

$$\mathrm{P} = \mathrm{P_0}\sqrt{1-\left(\frac{r}{a}\right)^2}$$

Avec **r**, qui peut prendre des valeurs de x comprises entre a et **–a** (**Fig I-3**)

Cette expression montre que la pression de contact est nulle sur les bords et maximale au centre. La pression maximale $\mathbf{P_0}$ (appelée encore pression de Hertz) est donée par :

$$\mathrm{P_0} = \frac{3F}{2\pi a^2}$$

Elle vaut 1.5 fois la pression moyenne de contact $\mathbf{P_m}$:

$$P_m = \frac{F}{\pi a^2}$$

Selon la valeur de $\mathbf{P_m}$ par rapport à la contrainte d'écoulement **Y**, la déformation sera élastique, élastoplastique ou plastique :

- $0 \le P_m < 1.1Y$: la déformation est purement élastique ;
- $P_m = 1.1Y$: seuil de première plastification ;
- $P_m = 3Y$: la plastification est totale.

La figure I-4 montre la distribution de la contrainte σ_{XX} en surface (dans le plan de contact). Cette contrainte est de compression à l'intérieure du contact, et elle est de traction sur les bords de contact.

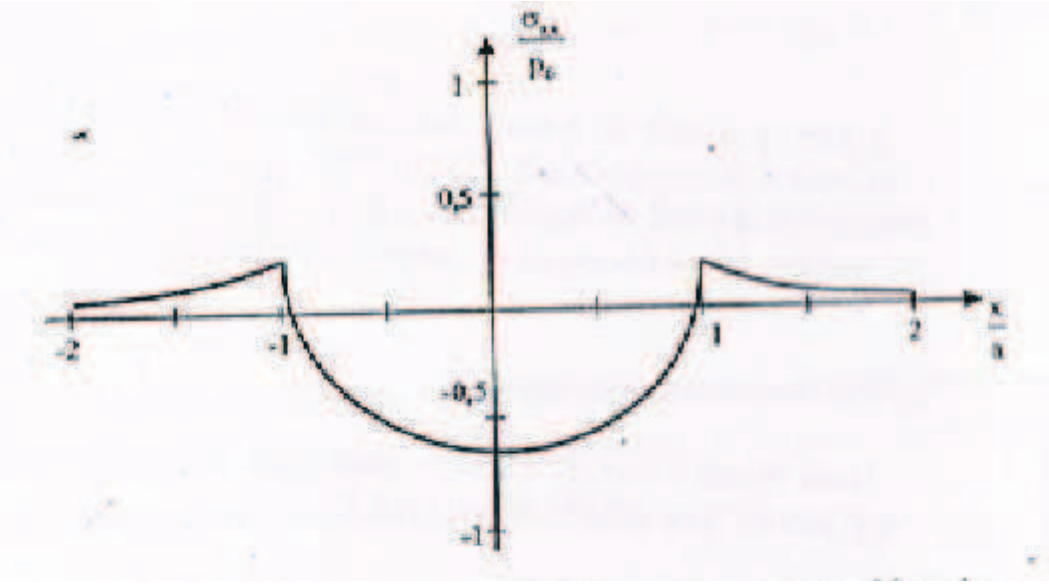


Fig I-3 : Contrainte en surface dans le cas d'un contact sphère-plan

Sous la surface, le long de l'axe z, la contrainte de cisaillement est maximale et vaut $\tau_{max} = 0.31P_0$ au point $z = 0.48a$ (**figure I-4**). C'est en ce point que se produira la première plastification du matériau.

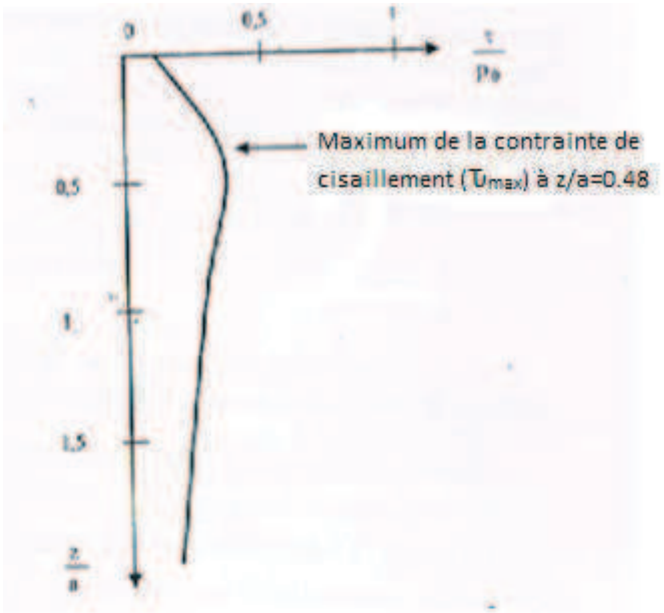


Fig I-4 : Contrainte de cisaillement sous la surface dans le cas d'un contact sphère-plan [3]

I.4 Quelques travaux réalisés dans le problème de contact

L'analyse des contraintes dans les structures mécanique est d'une importance capitale dans la conception des composantes de machines. Plusieurs travaux alors ont été réalisés à ce sujet.

L. Kogut [4] a présenté un modèle élastique-plastique par éléments finis pour un contact sans frottement d'une sphère déformable, pressée sous chargement normal contre un plan rigide. Le contact élastique-plastique d'une sphère sur un plan est d'une importance fondamentale dans la mécanique des contacts.

Le modèle donne les expressions de l'aire du contact ainsi que celle des pressions de contact.

Kogut a déterminé, en utilisant le critère de **Von Mises**, la valeur critique de la déformation w_c de la sphère qui marque la transition de l'état élastique vers l'état élasto-plastique.

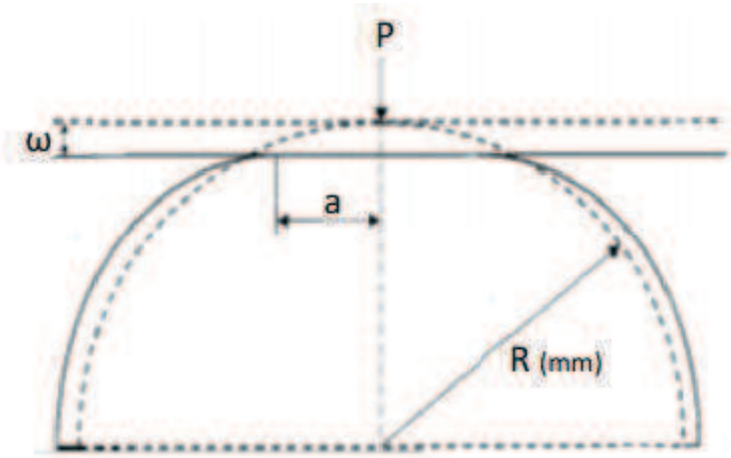


Fig I-5 : Sphère déformable pressée par un plan rigide

L'évolution du contact élastique plastique dans cette étude peut être divisée en trois étapes distinctes :

La première pour $1 \leq \frac{w}{w_c} \leq 6$ ou la région plastique se développe au-dessous de la surface de la sphère, et la région du contact entière est élastique. La deuxième pour $6 \leq \frac{w}{w_c} \leq 68$ correspond a une région de contact complètement plastique.

Kogut [5] dans une autre étude, a présenté une analyse par éléments finis d'une sphère élastique parfaitement plastique sollicité par un plan rigide, la charge maximale tangentielle que peut supporter le contact sphérique au commencement de glissement a été calculée, cette analyse a été combinée avec une solution analytique en utilisant une approche basée sur l'utilisation de lois de comportement appropriés a tout mode de déformation, que ce soit élastique ou plastique.

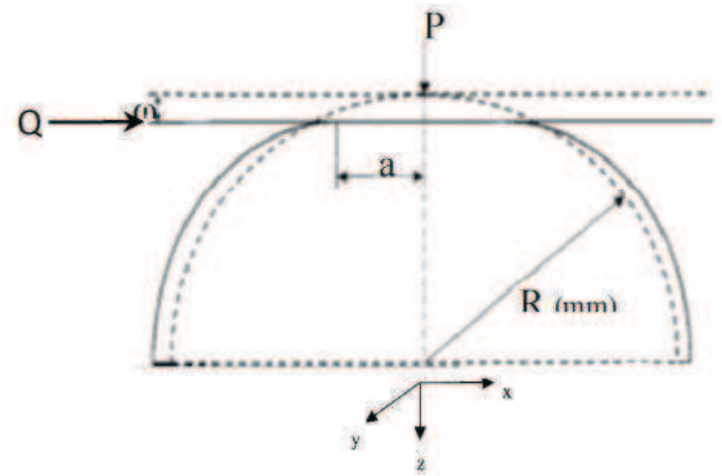


Fig I-6 : Sphère sous chargement normal et tangentiel

Dans cette étude, deux modes de rupture différentes ont été identifiés en fonction de la nature de la charge normale initiale. Lorsque celle-ci est inférieure à la charge critique de Hertz, la rupture se produit sur l'aire du contact. Si la charge est supérieure à celle critique une défaillance se produit au-dessous de la zone de contact.

Robert L. Jackson [6], a présenté une étude par éléments finis d'une sphère élastique parfaitement plastique en contact sans frottement avec un plan rigide (**Figure I-7**).

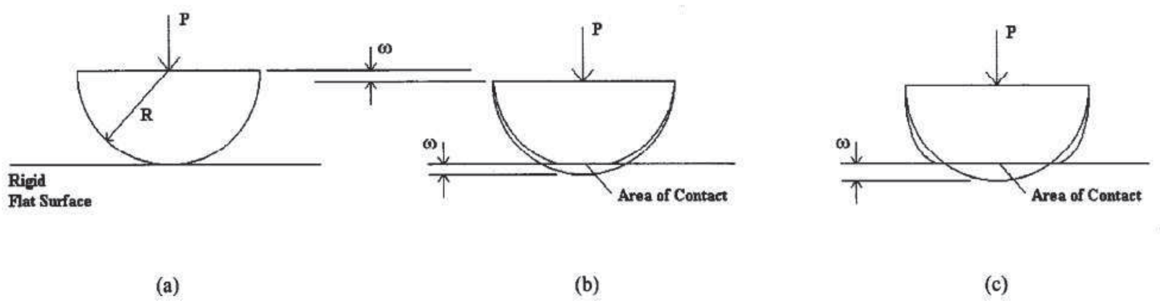


Fig I-7 : (a) modèle sphérique avant le contact, (b) pendant la déformation élastique et (c) pendant la déformation plastique.

I.5 Application de la photoélasticimétrie au problème du contact

La photoélasticimétrie est une méthode très utilisée dans l'analyse expérimentale des contraintes en **2D** et **3D**. Cette technique est basée sur les relations qui unissent les propriétés optiques de biréfringence et les contraintes mécaniques principales dans certains matériaux plastiques.

I.5.1 Méthode d'analyse des contraintes en photoélasticimétrie 2D

La photoélasticimétrie bidimensionnelle est une méthode qui s'applique dans le cas des matériaux transparents et biréfringents, et dans un problème ou les contraintes ne varient pas de l'épaisseur du modèle. Un modèle en matière biréfringente est usiné ou moulé. Les dimensions et les chargements sont déterminés grâce aux relations de similitude.

I.5.1.1 Méthode utilisant plusieurs configurations de polariscope

Toutes les méthodes expérimentales utilisant plusieurs configurations du polariscope sont basées sur le même principe :

Quel que soit la configuration du polariscope utilisée, on peut déterminer l'expression générale de l'intensité lumineuse émergente. Cette expression est toujours en fonction du paramètre isocline α et du paramètre isochrome φ. La combinaison de ces équations permet de déterminer ces paramètres en tout point du modèle. L'intensité lumineuse I (x, y) pour les différentes configurations du polariscope est représentée sur le tableau ci-dessous.

Type de polariscope	Champ clair	Champ obscure
Rectiligne	$I(x,y) = I_0 - I_0 \sin^2 2\alpha \sin^2 \frac{\varphi}{2}$	$I(x,y) = I_0 \sin^2 2\alpha \sin^2 \frac{\varphi}{2}$
Circulaire	$I(x,y) = I_0 \cos^2 \frac{\varphi}{2}$	$I(x,y) = I_0 \sin^2 \frac{\varphi}{2}$

Tab I-1 : Intensité lumineuse I (x, y) pour les différentes configurations du polariscope

I.5.1.2 Méthodes utilisant plusieurs longueurs d'ondes

Les franges isochromes sont obtenues à partir d'une image du modèle placée dans un polariscope circulaire en champ sombre à plusieurs longueurs d'onde. Pour déterminer leurs ordres de franges, on étudie l'évolution des franges en fonction de la longueur d'onde. En effet, pour deux longueurs d'ondes différentes (λ_1,λ_2) les réseaux d'isochromes observés sont différents, puisque la valeur de la constante de frange est proportionnelle à la longueur d'onde. La seule frange qui ne change pas avec la longueur d'onde est la frange d'ordre zéro, elle est donc facilement observable. Ils enregistrent donc deux réseaux d'isochromes obtenus pour deux longueurs d'ondes différentes. Ils les superposent pour identifier les franges d'ordre zéro, qui sont les seules à se superposer parfaitement. Ensuite, partant de ces franges, un programme numérique identifie les autres franges en comparant les deux réseaux entre eux. En un point donné de l'éprouvette, l'état de contrainte est le même quelque soit la longueur d'onde, l'ordre de frange est différent.

On peut donc écrire

$$(\sigma_1 - \sigma_2) = \frac{N_1 \lambda_1}{C.e} = \frac{N_2 \lambda_2}{C.e} = \cdots = \frac{N_i \lambda_i}{C.e}$$

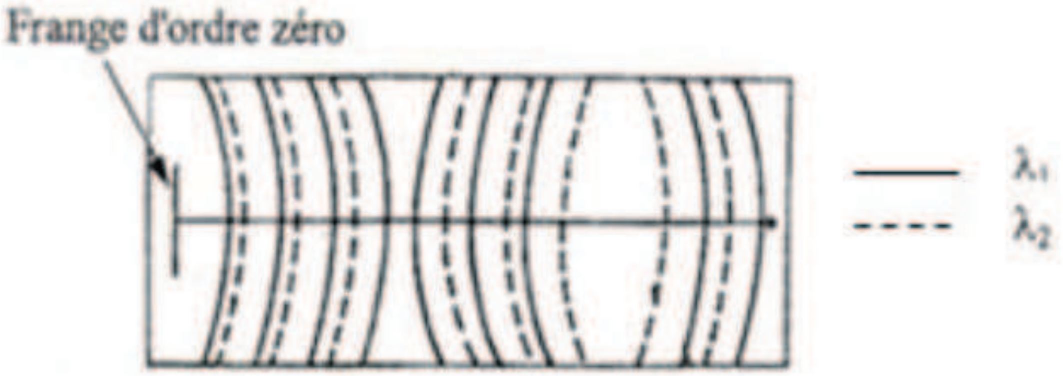


Figure I-8 : Réseaux de franges en photoélasticimétrie à deux longueurs d'ondes

Lorsque chaque frange a été identifiée, les valeurs des points situés entre les franges sont calculées par interpolation linéaire.

I.5.2 La photoélasticimétrie 3D

En photoélasticimétrie 2D, on place une éprouvette plane transparente entre deux polariseurs. On observe des franges mettant en évidence le phénomène de biréfringence dans l'éprouvette sous chargement. Les différences des contraintes principales doivent être constantes dans l'épaisseur, d'où l'analyse de modèles plans. Dans le cas d'une répartition 3D des contraintes, le phénomène de biréfringence est toujours présent mais il n'est plus possible de déterminer les paramètres de la même manière. Plusieurs approches ont été développées dans le but d'observer l'état de contrainte dans les modèles 3D.

Cependant, lors de l'étude de pièces épaisses ou à géométrie complexes, l'état des contraintes ne pourra plus être considéré plan, il varie en amplitude et en direction. De ce fait on ne pourra plus parler de différence de contraintes principales (σ_1-σ_2) mais de différence des contraintes principales secondaires (σ'- σ'') car l'analyse de feuillet ne se fera pas nécessairement dans les axes principaux des contraintes. Quoique la biréfringence soit toujours présente dans les modèles 3D, la détermination des paramètres ne pourra plus se faire de la même manière que dans l'hypothèse 2D. Pour cela, différentes approches expérimentales ont été développées.

I.5.2.1 Méthodes des tranches incluses

Elles consistent à inclure dans un solide une tranche plane sur laquelle on effectue des mesures de grandeurs mécaniques. Pour cela, plusieurs techniques ont été développées. Parmi ces techniques la méthode de tranche photoélastique (développée par **H. Favre** dans les années 1930), consiste à incorporer par collage une tranche plane d'un matériau photoélastique de quelques millimètres d'épaisseur entre deux parties d'un autre matériau transparent très peu photoélastique. Ces deux matériaux qui constituent donc le modèle tridimensionnel doivent avoir des caractéristiques mécaniques voisines. Le modèle chargé est placé dans un polariscope classique. L'analyse se ramène donc simplement à un problème de photoélasticité plane.

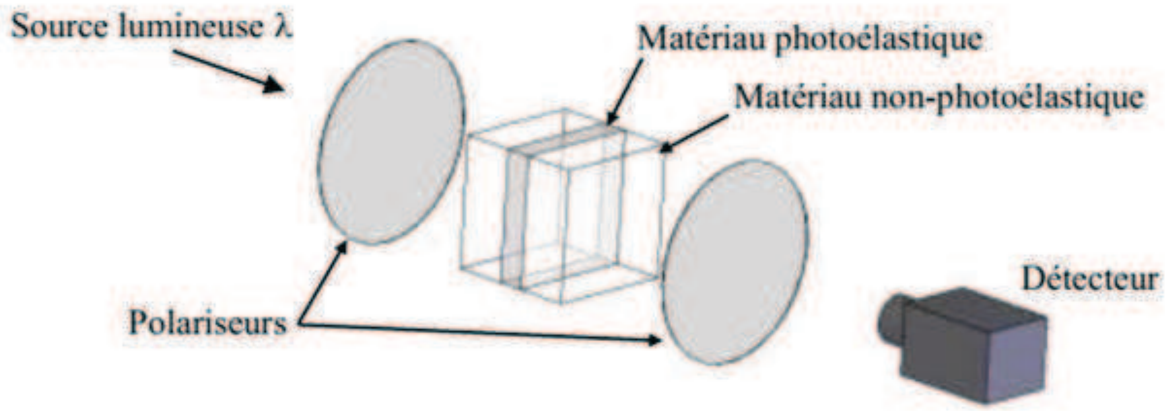


Fig I-9: méthode des tranches inclus.

I.5.2.2 La calorimétrie et le principe

La calorimétrie différentielle à balayage (en anglais, *Differential Scanning Calorimetry* ou DSC) est une technique permettant de déterminer les transitions thermiques. Elle mesure les différences des échanges de chaleur entre un échantillon à analyser et une référence.

Elle permet de déterminer les transitions de phase :

- la température de transition vitreuse (T_g) des polymères, des verres métalliques et des liquides ironiques ;
- les températures de fusion et de cristallisation ;
- les enthalpies de réaction, pour connaître les taux de réticulation de certains polymères.

- **Principe:**

L'échantillon est placé dans un creuset en aluminium, la référence est constituée du même creuset. Le cycle de température choisi se situe entre 20°C et 600°C avec une vitesse de 10 °C/min sous balayage constant d'azote.

Le principe de fonctionnement de la calorimétrie différentielle à balayage consiste à mesurer la variation de la différence de température ΔT entre l'échantillon à analyser (S) et l'échantillon de référence (R) en faisant varier la température du four. Dans les systèmes de mesure de DSC à flux de chaleur, les creusets contenant l'échantillon et la référence reposent sur le disque ayant une bonne conductivité thermique qui est relié à un four massif dont la température est programmable. Sur chaque creuset sont placés des thermocouples connectés en série permettant la mesure précise de ΔT. Lorsqu'une transition a lieu, la chaleur émise ou absorbée par l'échantillon (S) modifie le flux de chaleur.

Un simple changement de pente sans apport ou dégagement de chaleur indique le phénomène de transition vitreuse. La transition vitreuse dépassée, la mobilité des chaînes favorise ces dernières à s'organiser sous forme de cristallites, cela se traduit par l'apparition d'un pic exothermique, le phénomène est appelé cristallisation. Le phénomène contraire est dit fusion.

Pour que l'état ordonné des chaînes passe à un état désordonné, état fondu, une énergie doit être fournie au système. L'apparition d'un pic endothermique permet de déduire la température de fusion du polymère comme le montre la **figure I-10**. **[7]**

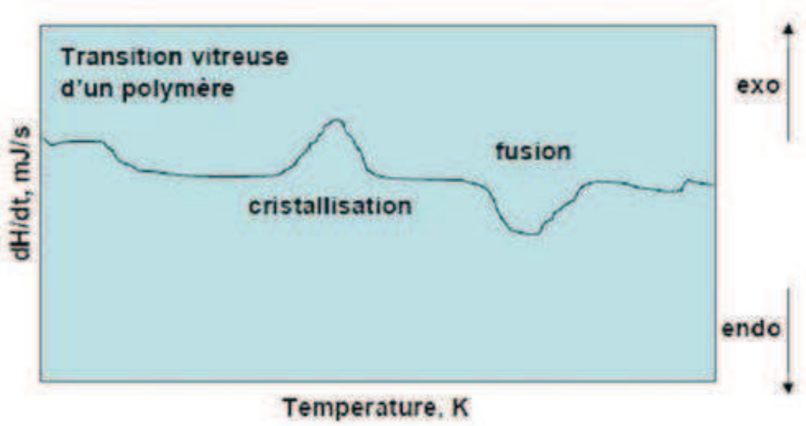


Fig I-10: Variation de l'enthalpie en fonction de la température.

I.5.2.3 Méthode de figeage et découpage mécanique

La méthode de figeage et découpage consiste à figer des contraintes à l'intérieur d'un modèle photoélastique tridimensionnel, le modèle est découpé mécaniquement en tranches; chaque tranche est ensuite analysée sur un polariscope. Cette méthode est basée sur la propriété de certains polymères. En effet 1936, Oppel met en évidence une propriété intéressante de certains polymères. Cette propriété consiste, lorsque le modèle est chargé dans un état hautement élastique à environ 130° pour l'époxy, puis refroidi lentement jusqu'à la température ambiante, à conserver pratiquement les déformations et la biréfringence acquise dans l'état hautement élastique.

Cette méthode utilisée dans le cas tridimensionnel, est basée sur le comportement diphasique de certains polymères quand ils sont chauffés. En effet, ces polymères sont composés de deux types de chaînes reliant les molécules, les chaînes principales et les chaînes secondaires.

Quand l'expérience se fait à la température ambiante les deux chaînes supportent le chargement appliqué. Lorsque la température du polymère augmente jusqu'à la température de transition vitreuse les chaînes secondaires cèdent ; le chargement est alors supporté par les chaînes longues. Lors du refroidissement lent du polymère jusqu'à la température ambiante, les chaînes secondaires se reforment entre les chaînes principales fortement déformées. Apres le figeage des contraintes, le modèle est découpé mécaniquement en tranches suivant une direction choisie. Les sections obtenues seront alors analysées sur un polariscope classique.

Le découpage mécanique en tranches peut engendrer des contraintes résiduelles qui peuvent perturber la visualisation des franges isochromes et isoclines sur le polariscope. Il est donc nécessaire de bien lubrifier et d'utiliser des disques en diamant. Une analyse complète des contraintes en 3D d'un modèle par la méthode de figeage nécessite de découper le modèle dans trois directions orthogonales. Les tranches sont alors étudiées par une méthode de photoélasticimétrie bidimensionnelle.

I.5.2.4 Méthode de découpage optique

La photoélasticimétrie 3D par découpage optique est une méthode à champ complet non destructive basée sur le principe du découpage optique développé par **R. Desailly** . Cette technique consiste à isoler une tranche biréfringente à l'intérieur d'un modèle photoélastique par deux faisceaux lumineux plans. Le modèle photoélastique est un milieu diffusant permettant de provoquer le phénomène de diffusion de Rayleigh. La lumière diffusée est complètement polarisée dans la direction d'observation. On rappelle que lorsqu'un faisceau plan de lumière cohérente traverse ce milieu diffusant, chaque point de la section éclairée se comporte comme une source lumineuse. Ces sources étant cohérentes entre elles, elles interfèrent et donnent naissance à des régions d'intensité maximale ou minimale. La lumière diffusée forme donc un champ de speckle. Si deux faisceaux plans et parallèles traversent un modèle photoélastique, le champ de granularité observé dans la direction perpendiculaire aux plans résulte de l'interférence des rayonnements émis par chacune des sections éclairées. Chaque point émet un rayonnement qui est polarisé rectilignement suivant une direction perpendiculaire à la direction incidente et à la direction d'observation (**loi de Rayleigh**).

Les possibilités d'interférence des rayonnements des deux sections éclairées dépendent de la différence de chemin optique et donc de la biréfringence du feuillet isolé. Cependant, la visualisation directe de la biréfringence est impossible expérimentalement. Pour extraire cette information, il faut étudier les caractéristiques de la lumière diffusée. R. Desailly a étudié ce phénomène et a développé une méthode qui permet d'obtenir d'une manière globale, les paramètres isocline et isochrome d'un feuillet plan isolé optiquement à l'intérieur d'un modèle photoélastique chargé. Celui-ci est traversé par deux faisceaux laser plans parallèles monochromatiques qui illuminent donc deux sections parallèles. Ils délimitent ainsi un feuillet mince d'un modèle tridimensionnel biréfringent (**Figure I-11**). Les images des deux sections éclairées sont formées dans une direction orthogonale à leurs plans. A l'aide d'un appareil photographique, R. Desailly recueillait sur un plan film la superposition des champs de granularité images de la première et de la seconde tranche.**[8]**

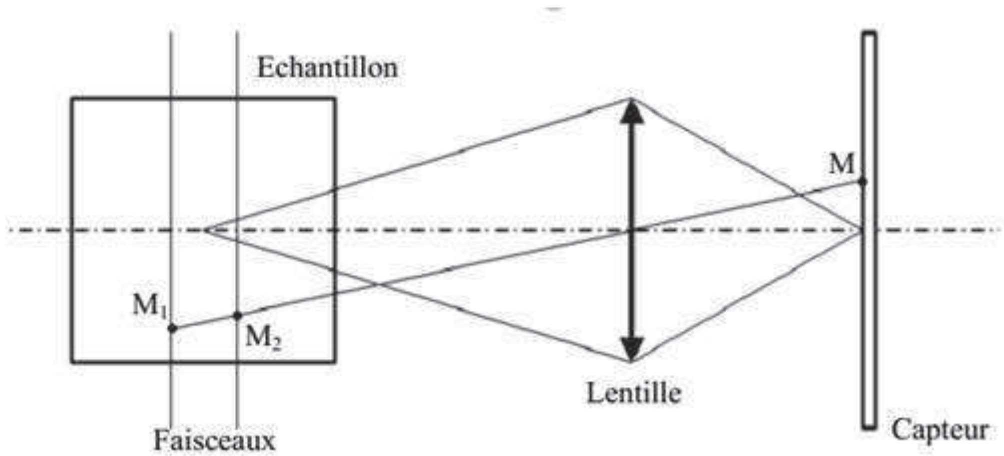


Fig I-11: Principe de découpage optique

I.6 Quelques travaux réalisés à l'aide de la méthode de photoélasticimétrie

A .BILEK dans un travail pour déterminer les contraintes dans le cas d'un cylindre fixe sur un cylindre déformable, il a opté pour la solution numérique pour éviter la partie expérimentale.**[9]**

Fig I-12: Deux cylindres orthogonaux avec l'élément fini

- **Simulation du découpage mécanique par la M E F :**

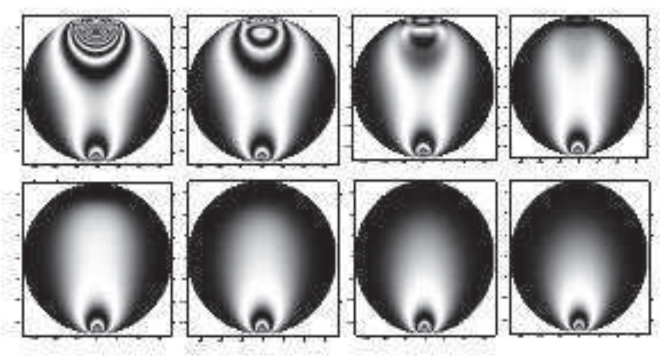


Fig I-13: franges isochromatiques Simulations pour différentes tranches le long de l'axe longitudinal.

On remarque que la concentration de contrainte est plus élevée dans les zones de contact.

Les contraintes diminuent dans les sections successives en s'éloignant de la ligne d'action de la charge.

- **Détermination des contraintes principales** :

La figure suivante montre les différentes contraintes principales dans différentes tranches :

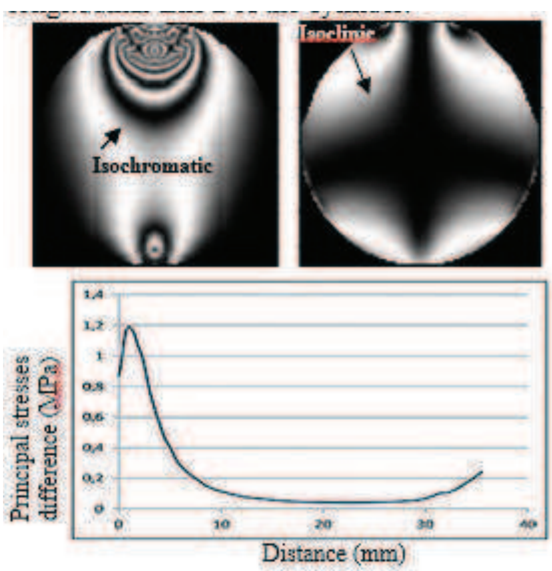


Fig I-14: Les différentes contraintes principales le long de l'axe vertical de symétrie d'une section située à z = 0 mm

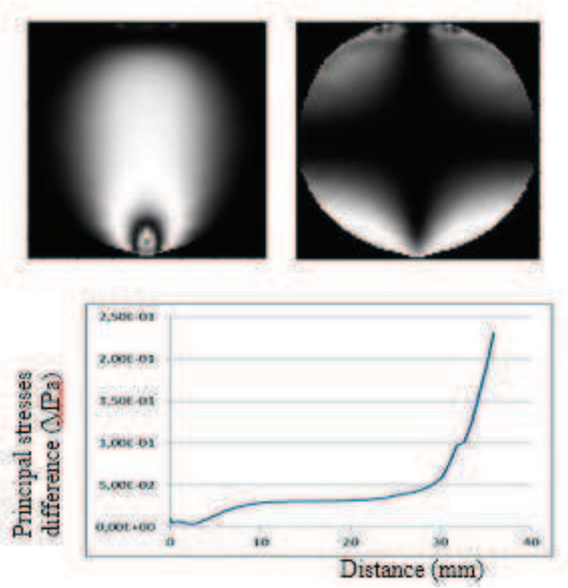


Fig I-15: Les différentes contraintes principales le long de l'axe vertical de symétrie d'une section située à z = 10 mm

Dans ce cas le Problème trois dimensions a été développé pour le cas d'un cylindre rigide sur un cylindre déformable. Les franges isochrome et isocline ont été obtenues pour différentes tranches le long de l'axe longitudinal du cylindre.

HACIANE a résolu un problème en 3D d’un contact dans un parallélépipède déformable appuyé par une sphère rigide en acier en utilisant la méthode de figeage des contraintes et découpage mécanique et la méthode des éléments fini. **[10]**

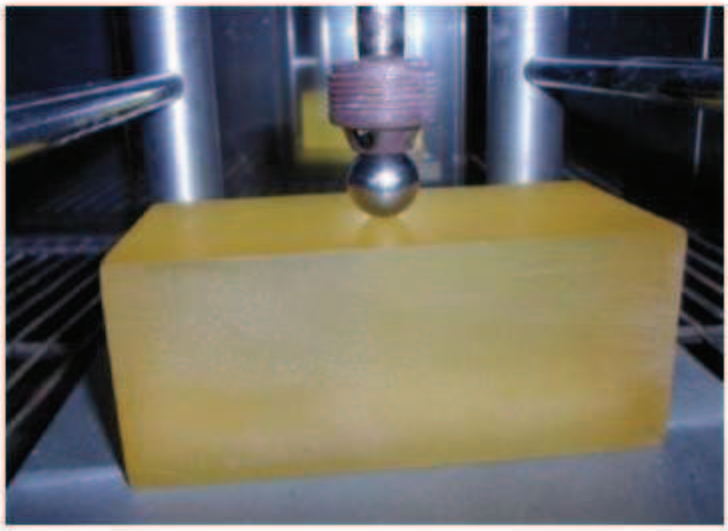


Fig I-16 : Modèle monté sur le châssis de chargement à l'intérieur du four

Résultats expérimentaux :

La figure I-17 montre les franges iosochromes obtenues pour une tranche découpée le long de la charge appliquée. Dans cette expérience il a utilisé un polariscope circulaire et une lame à quart d'onde dans le but d'éliminer les franges isoclines.

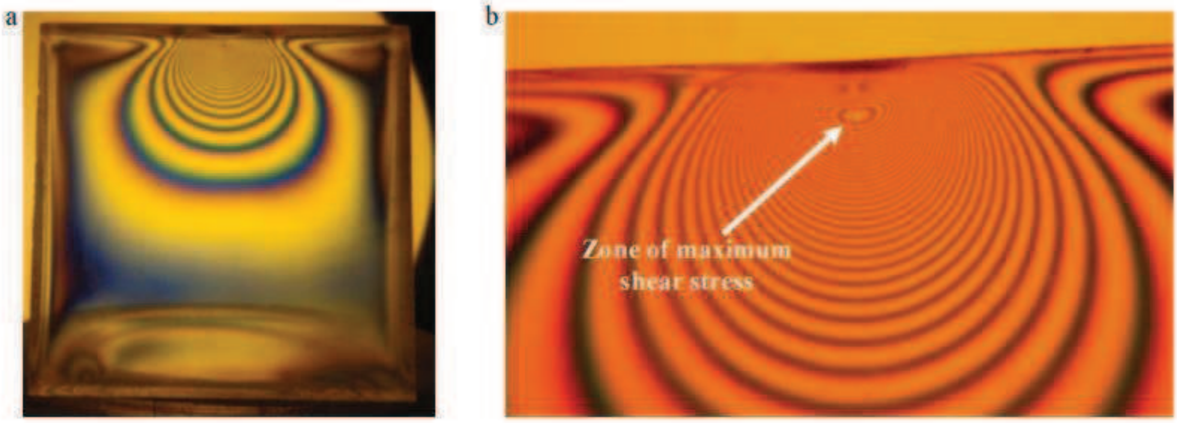


Fig I-17 :(a) franges isochrome expérimentaux obtenues avec une tranche de 8 mm à z=0 mm ; (b) la zone de contact en gros plan

On remarque la concentration de contrainte dans la zone de contact, alors que, dans la partie inférieure du modèle, les contraintes sont beaucoup plus faibles parce que la charge est répartie sur la surface de contact du modèle avec le châssis de chargement.

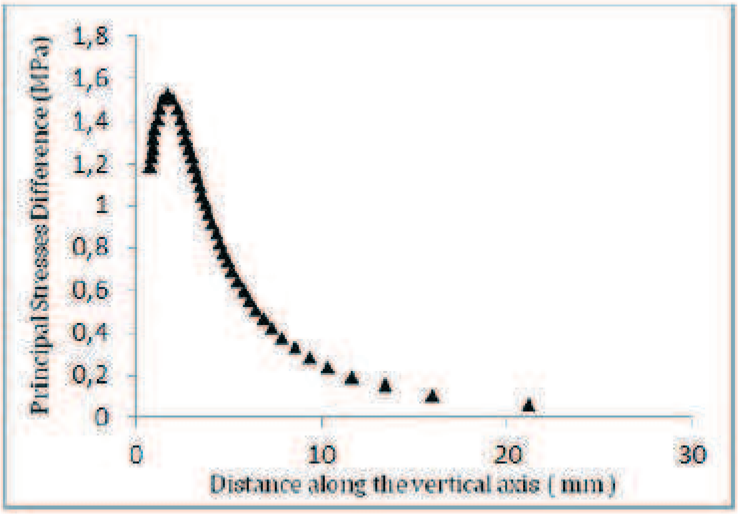


Fig I-18 : Répartition des contraintes principales le long de l'axe vertical de symétrie

- **Analyse numérique**

La solution numérique a été conduite en utilisant un programme écrit sous **CASTEM**. La **figure I-19** montre le maillage utilisée. **[10]**

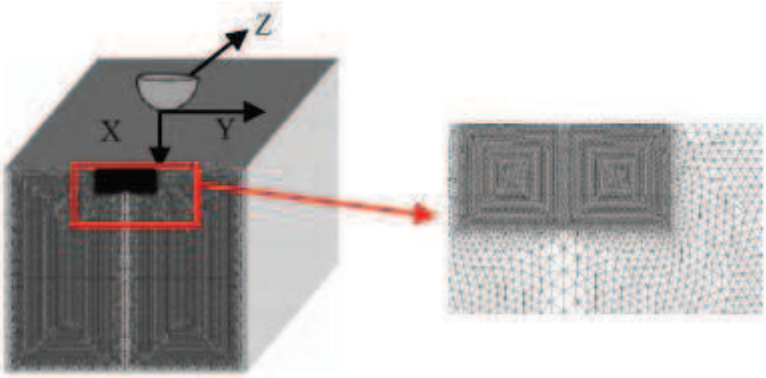


Fig I-19 : L'élément fini en prise.

Le calcul numérique des franges isochromes a permis d'obtenir les contraintes dans différents plans le long de l'axe z (**figure I-20**)

s

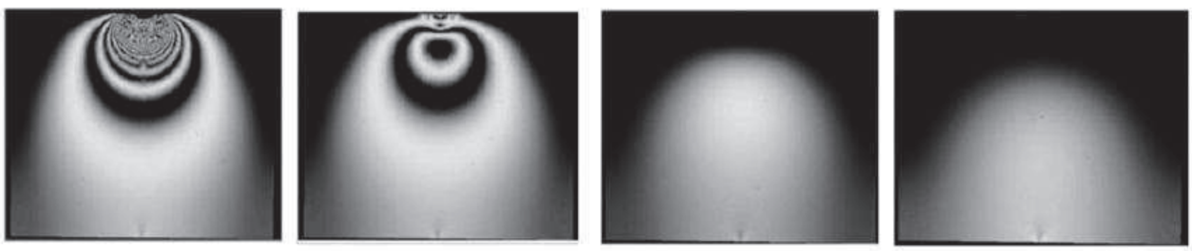


Fig I-20 : Simulations des franges isochrome le long de la direction z.

Une comparaison est faite avec les franges isochromes obtenues expérimentalement (**Figure I-21.** à droite) pour la tranche à z = 0 le long de la direction de la charge appliquée.

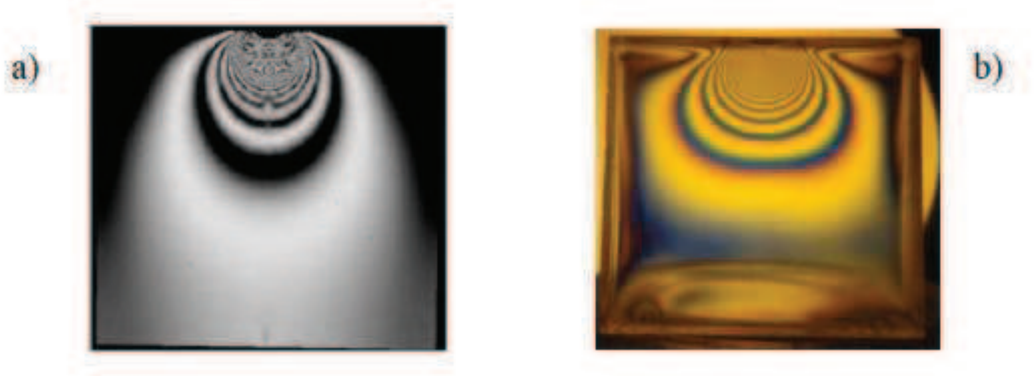


Fig I-21 : Isochromes calculées (a) Isochromes expérimentales (b).

Illustration des franges isoclines

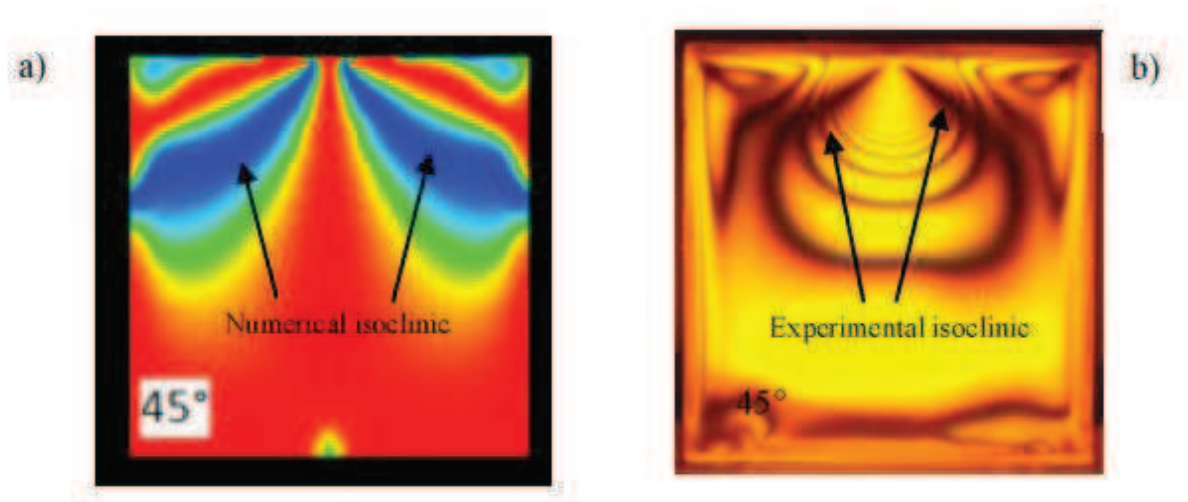


Fig I-22 : Isoclines calculées (a) Isoclines expérimentales (b).

L'analyse expérimentale à l'aide de la photoélasticité et en utilisant l'analyse des éléments finis, a permis de voir le champ de contraintes développées dans un parallélépipède biréfringent modélisé par une sphère en acier. Le but est d'analyser le champ de contraintes, notamment dans le voisinage de la zone de contact, il a été montré que des franges et des contraintes photoélastiques peuvent être calculées facilement et avec précision pour une tranche isolée avec une précision suffisante. Relativement de bons accords entre les résultats expérimentaux et numériques sont obtenus. On devrait souligner l'importance de la photoélasticité pour résoudre ce genre de problème de contact où les conditions aux limites et l'application de la charge dans la solution des éléments finis ne sont pas une tâche facile ; la forme de la surface en contact est parfois difficile à déterminer parce que les deux corps en contact peuvent se déformer.

Découpage optique :

Dans les travaux de A. Zenina et Al. La **figure I-24** montre un des résultats d' un essai de torsion sur un barreau prismatique **Figure I-23**. Dans l'essai le feuillet étudié est isolé entre deux plans inclinés à 45° par rapport à l'axe du barreau. Ils montrent ici les résultats obtenus sur un feuillet d'épaisseur 8mm et présente les franges simulées à l'aide de la photoélasticimétrie 3D par découpage optique. **[8]**

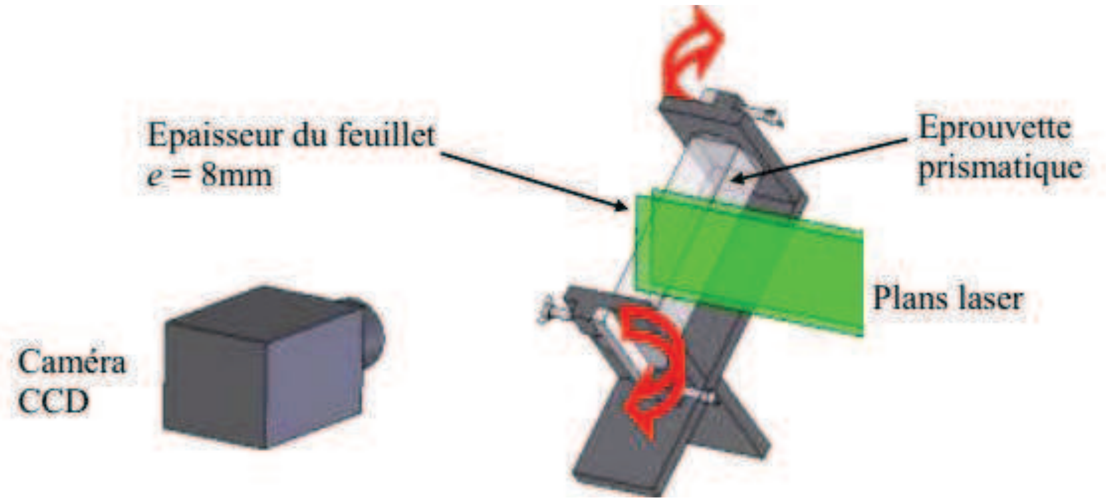


Fig I-23 : Essai de torsion sur un barreau prismatique

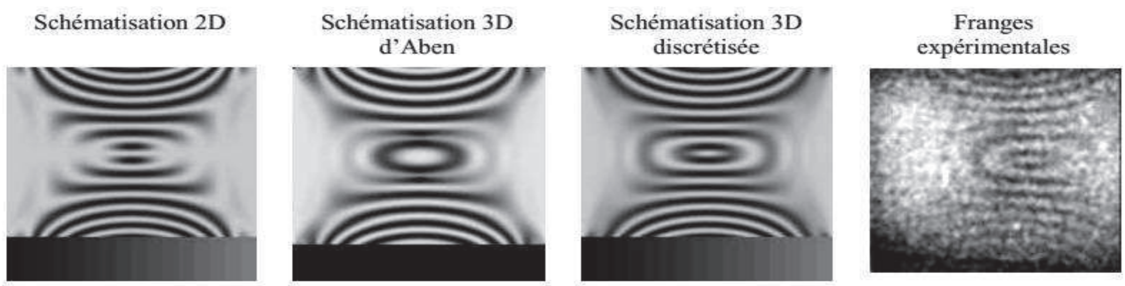


Fig I-24 : Confrontation des schématisations 3D d'un feuillet photoélastique d'épaisseur8 mm pour la simulation des franges sur un essai de torsion

La photoélasticimétrie 3D par découpage optique permet de réaliser une analyse d'un feuillet découpé optiquement par deux faisceaux laser plans. Finalement, on obtient une image de franges et l'analyse devient analogue à celle effectuée habituellement dans un polariscope rectiligne.

Essai de compression localisée à touche sphérique présenté par Arnaud GERMANEAU l'étude est menée sur un feuillet d'épaisseur 4 mm avec lequel on balaye la pièce avec un pas de 2 mm entre chaque feuillet analysé. Afin de n'observer que le paramètre isochrome, il élimine le paramètre isocline en réalisant une double acquisition des images avec deux angles d'incidences des faisceaux plans laser une à 90° de l'axe de chargement et une autre à 45° **Figure I-25**. Afin d'éviter tout phénomène de réflexion ou de réfraction des faisceaux, l'éprouvette est plongée dans un liquide ayant le même indice optique que la résine époxy. Pour cela, le plus simple est d'utiliser de la résine non polymérisée.

La **Figure I-26** montre les réseaux de franges photoélastiques obtenus sur plusieurs feuillets successifs suivant l'épaisseur de l'éprouvette pour les deux incidences des faisceaux laser.

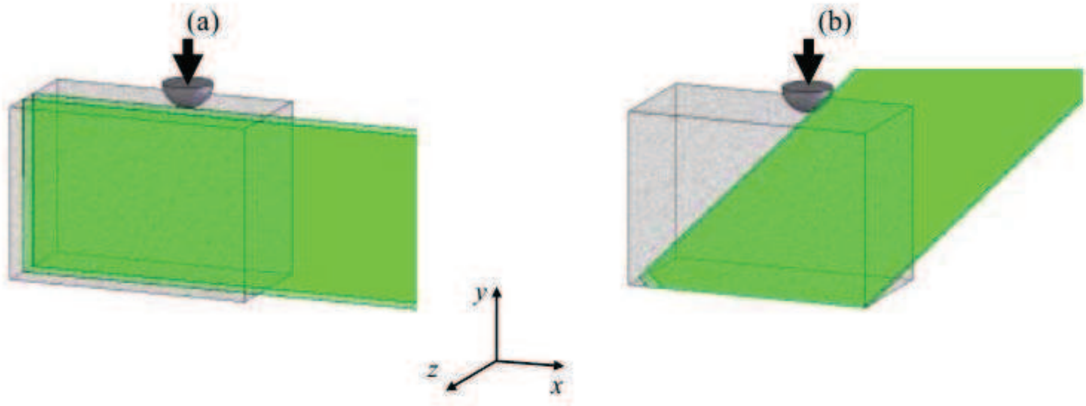


Fig I-25 : Orientations des plans laser (a) Incidence de 90° par rapport à la direction de chargement y et (b) Incidence de 45° par rapport à la direction de chargement y

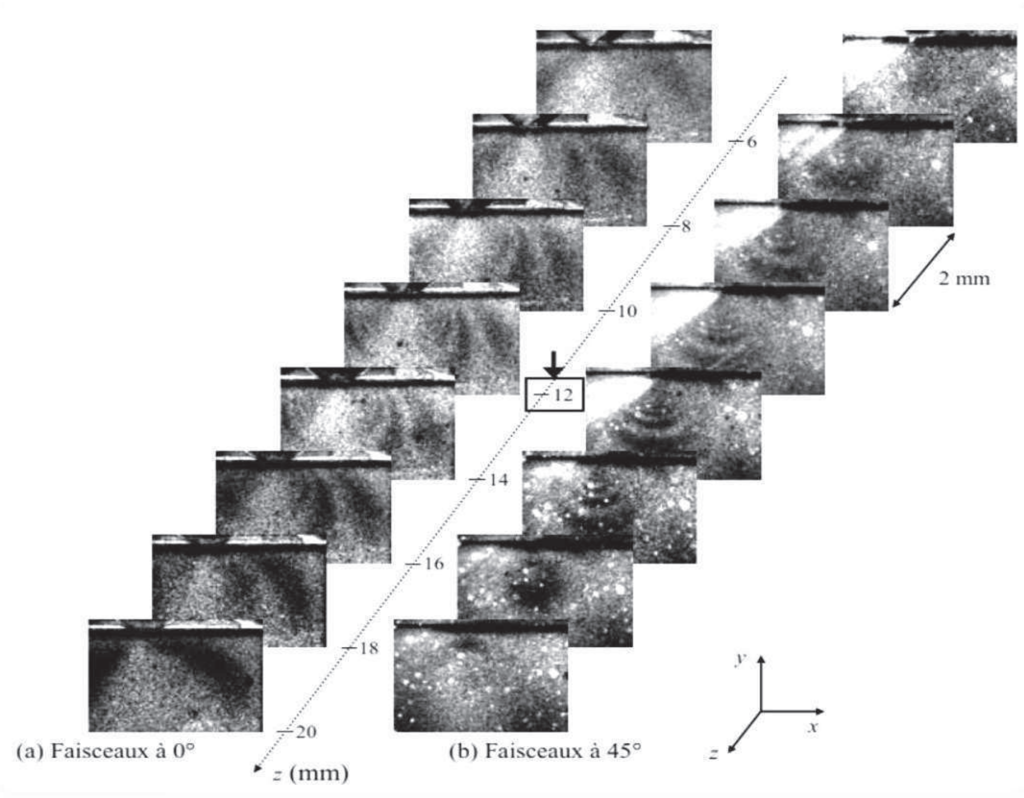


Fig I-26 : Franges photoélastiques de l'essai de compression à touche sphérique(a) Avec les faisceaux orientés à 90° par rapport à l'axe de chargement y et (b) Avec les faisceaux orientés à 45°

Simulation numérique

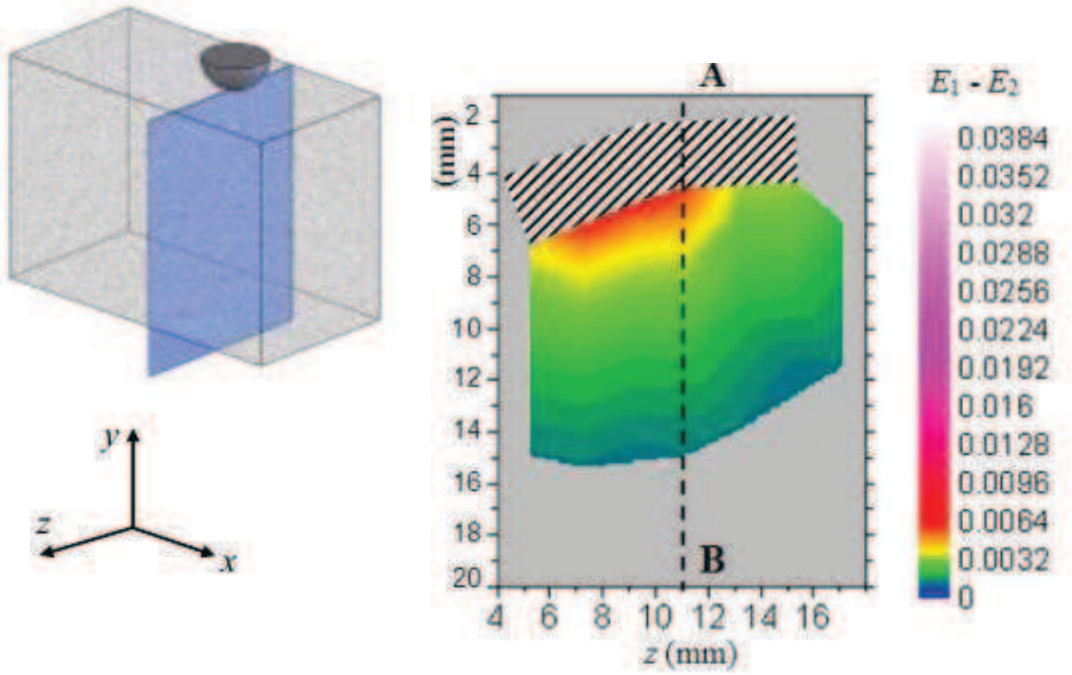


Fig I-27 : Différence des déformations principales secondaires sur un plan vertical suivant l'épaisseur parallèle au plan y-z

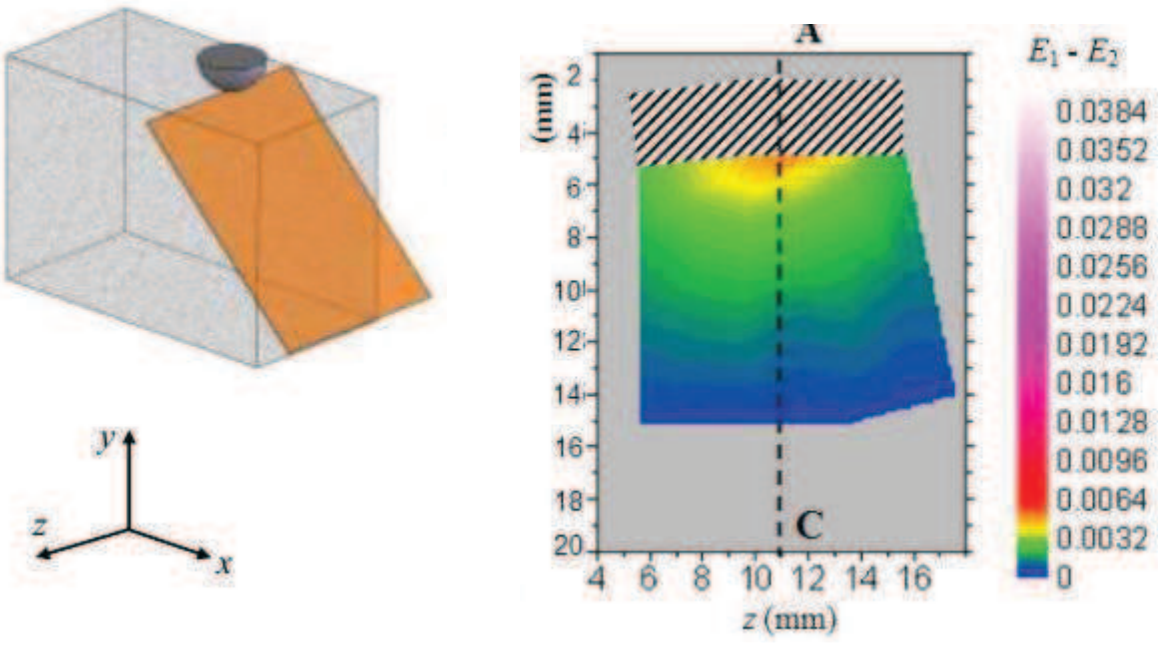


Fig I-28 : Différence des déformations principales secondaires sur un plan suivant l'épaisseur à 45° par rapport au plan y-z

I.7 Résumé :

Grâce au progrès de l'informatique et au développement des logiciels de simulations, le problème de contact mécanique peut être analysé numériquement. L'étude expérimentale prend en charge le problème de contact mécanique en utilisant la méthode de la photoélasticimétrie qui exploite le caractère biréfringent des modèles en époxy pour visualiser les réseaux d'isochromes et d'isoclines. Les images sont recueillies sur le polariscope à l'aide d'un appareil photo numérique.

Notre travail portera sur l'analyse des contraintes dans la sphère à l'aide de la photoélasticimétrie et de la méthode des éléments finis afin de déterminer les contraintes au voisinage des zones de contact.

Chapitre II :
La photoélasticimétrie

Chapitre II
La photoélasticimétrie

II.1 Introduction

La photoélasticimétrie s'est développée au début du 20$^{\text{éme}}$ siècle avec les travaux d'E.G FILON de l'université de Londres. MAXWELL réalisa la première étude photoélasticimétrique plane. Jusqu'à l'apparition des matières plastiques (car les modèles étaient en verre et l'on se contentait de simulations bidimensionnelles de pièces), avec cette matière, la réalisation des modèles devient très simple et peu coûteuses. Les méthodes d'investigation et d'appareils concernant les modèles bidimensionnels sont analogues à ceux utilisés pour les revêtements.

La photoélasticimétrie est une méthode expérimentale qui permet l'analyse des contraintes sur toute une région d'un modèle. C'est une méthode expérimentale optique qui se base sur la biréfringence acquise par des matériaux soumise à des contraintes.

Notre travail consiste principalement à étudier les problèmes des contacts dans les pièces mécanique à l'aide de la photoélasticimétrique bidimensionnelle et tridimensionnelle en utilisant les principes de la biréfringence et du découpage mécanique et les champs de contrainte figées dans le modèle biréfringent qui sera analysé dans le but de déterminer les isochomes et les isoclines à l'intérieure du modèle.

II.2 Principe de la photoélasticimétrie

Cette méthode est basée sur la biréfringence des matériaux acquise sous l'effet des contraintes. Cette biréfringence peut être étudiée en analysant la façon dont la polarisation de la lumière est transformée après le passage à travers le matériau. Par exemple, une onde lumineuse polarisée rectilignement pourra ressortir polarisée elliptiquement. Cela s'explique par le fait que les deux composantes de l'onde subissent un retard l'une par rapport à l'autre. Ce retard est directement relié aux contraintes dans le matériau. On peut donc mesurer les contraintes grâce à cette modification de la polarisation.

Expérimentalement, sur un polariscope: une lumière monochromatique, polarisée à l'aide d'un polariseur, est envoyée sur le modèle à analyser, puis passe à travers un second polaroid (analyseur). Une lentille convergente permet ensuite d'obtenir l'image du modèle sur un écran. Principalement; la lumière polarisée rectilignement va se réfracter selon le trajet qu'elle emprunte dans le matériau et se décompose en deux rayons distincts autonomes qui ont la même fréquence mais sont déphasés l'un par rapport à l'autre avec un retard optique δ. L'analyseur va donc éteindre ou pas cette lumière, on verra ainsi apparaître des zones claires ou sombres.

II.3 Le phénomène de biréfringence

La biréfringence est la propriété physique d'un matériau dans lequel la lumière se propage de façon anisotrope. Dans un milieu biréfringent l'indice de réfraction n'est pas unique, il dépend des directions de propagations et de polarisations des rayons lumineux. La biréfringence est la double réfraction par laquelle un rayon lumineux qui pénètre dans un cristal se divise en deux rayons distincts autonomes se propageant à des vitesses différentes. Cette propriété est exploitée en photoélasticimétrie pour mesurer les contraintes. Le phénomène de biréfringence apparait dans certaines matières uniquement lorsqu'elles sont chargées; c'est alors la biréfringence accidentelle, propriété est utilisée par la méthode expérimentale pour mesurer les contraintes dans les pièces sollicitées.

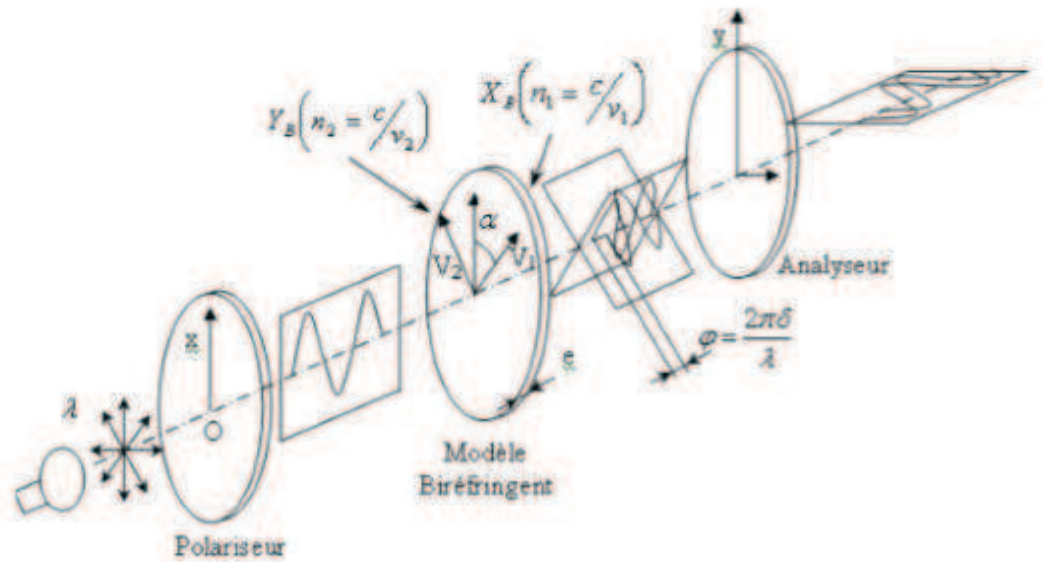
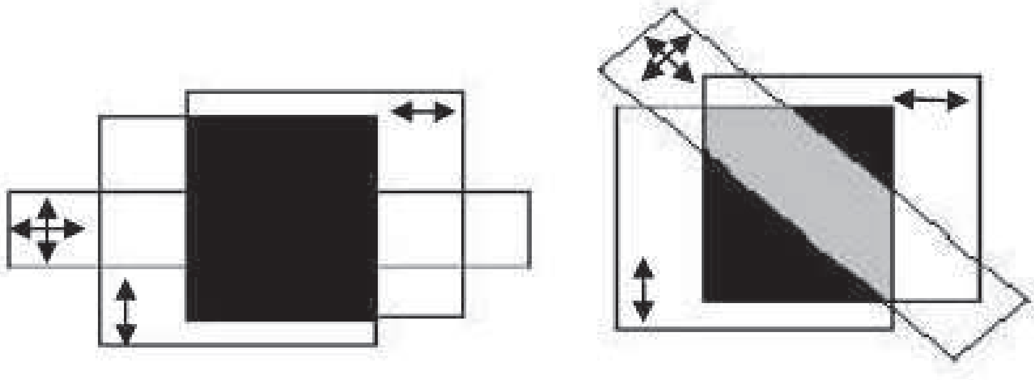


Fig II.1 : Propagation d'une onde à travers une matière biréfringente

Il existe deux types de biréfringence :

II.3.1 La biréfringence naturelle

Un milieu est dit isotrope optiquement lorsqu'il possède les mêmes propriétés optiques quel que soit la direction d'observation. Lorsqu'un faisceau lumineux le traverse, il se propage avec la même vitesse dans toutes les directions. Dans un milieu cristallin, ou anisotrope, la vitesse de propagation varie suivant les directions propres du milieu. Ce phénomène est appelé biréfringence naturelle. La vitesse de propagation dans une direction donnée est inversement proportionnelle à l'indice de réfraction correspondant à cette direction.



(a) Les axes optiques du corps sont Parallèles à ceux des polaroïds.

(b) Les axes optiques du corps ne sont pas parallèles à ceux des polaroïds. La présence de la couleur indique la présence du phénomène d'interférence.

Fig II.2 : Phénomène de biréfringence naturelle

II.3.2 La biréfringence accidentelle

Les milieux dans lesquels, il n'y a aucune direction privilégiée (matière à l'état gazeux, liquide et amorphe) ne sont pas biréfringents, mais peuvent le devenir sous l'action d'une cause extérieure qui crée une direction privilégiée : c'est la biréfringence provoquée. Le milieu devient un seule axe (axe parallèle à la direction de l'action extérieure) La plupart des corps transparents, isotropes et normalement non biréfringents, le deviennent lorsqu'ils sont soumis à un état de contrainte, les axes principaux de l'état de contrainte coïncident avec les axes optiques principaux, les indices de réfraction principaux, sont en relation linéaire avec les contraintes principales.

$$\left.\begin{array}{l} n_1=n_1(\sigma_1,\sigma_2) \\ n_2=n_2(\sigma_2,\sigma_1) \end{array}\right\} \; n_1 - n_2 = C(\sigma_1 - \sigma_2)$$

Ces deux composantes vont vibrer selon des plans orthogonaux qui sont parallèles aux directions principales des contraintes (1 et 2). Elles ont la même fréquence mais sont déphasées l'une par rapport à l'autre (interférence possible), le retard optique δ entre ces deux composantes sera proportionnel à la différence des indices principaux donc à la différence entre les contraintes principales et à l'épaisseur "d" du matériau.

$$\delta = C.d(\sigma_1 - \sigma_2)$$

II.4 Description de la réfraction

La lumière est déviée lorsqu'elle passe d'un milieu transparent à un autre (par exemple : de l'air à l'eau, ou le contraire…). C'est ce phénomène qu'on observe lorsqu'on regarde une paille dans un verre : celle-ci paraît brisée. Cette fracture apparente est à l'origine du mot réfraction. En physique des ondes, notamment en optique, acoustique et sismologie, le phénomène de réfraction est la déviation d'une onde lorsque la vitesse de celle-ci change entre deux milieux. Typiquement, cela se produit à l'interface entre deux milieux, ou lors d'un changement d'impédance du milieu.

II.4.1 Définition de l'indice de réfraction

C'est le rapport entre la vitesse de la lumière **c** dans le vide et la vitesse de la lumière dans le milieu transparent.

$$n = \frac{C_0}{V}$$

Ou C_0: vitesse de la lumière dans le vide

V: vitesse de la lumière dans le milieu considéré

II.4.2 Lois de Maxwell

Maxwell a déterminé les lois liant les indices principaux aux contraintes principales

$$\begin{cases} n_1^r = n_0^r + c_1\sigma_1 + c_2(\sigma_2 + \sigma_3) \\ n_2^r = n_0^r + c_1\sigma_2 + c_2(\sigma_3 + \sigma_1) \\ n_3^r = n_0^r + c_1\sigma_3 + c_2(\sigma_1 + \sigma_2) \end{cases}$$

n_1^r, n_2^r, n_3^r: sont les indices de réfraction principaux.

n_0^r:est Indice de réfraction à l'état non contraint

C_1, C2 : sont des constantes photoélastiques

Dans le cas problème plan ; on considère un modèle en matériau isotrope sous un état de contraintes planes soumis aux contraintes principales $\sigma 1$et $\sigma 2$ représentées sur **la figure II-3**

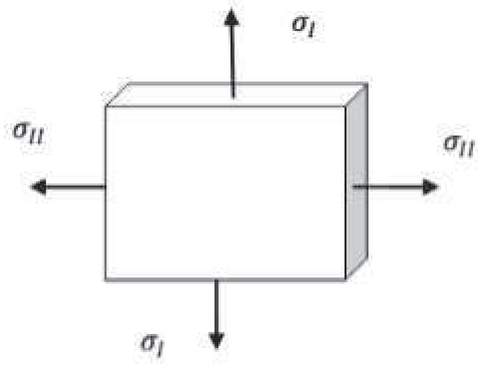


Fig II-3: Modèle sous contraintes planes

Soit A un point du modèle à analyser, les directions privilégiées de la biréfringence accidentelle coïncide en A avec les directions des contraintes principales. Le modèle est donc traversé en A par deux vibrations V_1 et V_2 ; et la vibration V_1 parallèle $\sigma 1$correspond à une vitesse v1et un indice de réfraction $n^r = c_0/v_1$ et V_2 correspond une vitesse v_2 et un indice de réfraction $n^r = c_0/v_2$

Newman élabore des relations entre les indices de réfractions et la valeur des déformations ; **Maxwell** exprime ces relations en se référant aux contraintes.

La loi de **Maxwell** énonce :

$$\begin{cases} n_1 = n_0 + c_1\sigma_1 + c_2\sigma_2 \\ n_2 = n_0 + c_1\sigma_2 + c_2\sigma_1 \end{cases}$$

D'où :

$$n_1 - n_2 = c(\sigma_1 - \sigma_2)$$

$C = C_1 - C_2$: est appelée la constante photoélastique du matériau et s'exprime en

Brewster = $10^{-12}Pa^{-1}$

n_0 : Indice de réfraction dans l'état non contrainte. On déduit donc, que la biréfringence d'un modèle en état de contrainte plane est proportionnelle à la différence des contraintes principales ($\sigma_1 - \sigma_2$).

Par convention on prend $\sigma_1 > \sigma_2$ donc $n_1^r - n_2^r > 0$ d'où $v_1 < v_2$ On dit que la direction de la contrainte principale σ_1 coïncide avec l'axe de la biréfringence.

En élasticité, on peut relier le tenseur des indices au tenseur des contraintes et obtenir l'orientation (paramètre isocline) et la différence (paramètre isochrome) des contraintes principales.

Si un milieu est anisotrope optiquement et biréfringent, le déphasage résultant υ, des composantes B_I et B_{II} de l'onde B polarisé rectilignement qui le traverse, est de :

$$\varphi = \frac{2\pi e}{\lambda} C(\sigma_1 - \sigma_2)$$

φ : c'est le déphasage, c'est le retard entre deux rayons transmis.

II.5 La polarisation de la lumière

On décide, par convention, d'ignorer le champ magnétique par la suite, car il peut être déterminé à partir du champ électrique. On considère donc uniquement le champ électrique perpendiculaire à la direction de propagation. La trajectoire décrite par le champ électrique est alors une ellipse, qui peut devenir un cercle, ou s'aplatir en une ligne. Ces différentes formes définissent l'état de polarisation de l'onde : on dit que l'onde est polarisée elliptiquement, circulairement ou rectilignement. Ce phénomène s'explique grâce à l'équation de propagation de l'onde lumineuse. En décomposant le champ électrique en ses deux composantes orthogonales, on s'aperçoit qu'elles ont toutes deux une évolution sinusoïdale. Lorsque les deux composantes oscillent en même temps, on obtient une polarisation rectiligne. Si elles présentent un déphasage (c'est-à-dire que l'une est en retard par rapport à l'autre), alors on obtient une polarisation elliptique. Dans le cas particulier où ce déphasage vaut 90° et que les deux composantes ont même amplitude, la polarisation est circulaire.

II.5.1 Lumière polarisée rectilignement

Le vecteur induction magnétique B reste parallèle à une direction fixe.

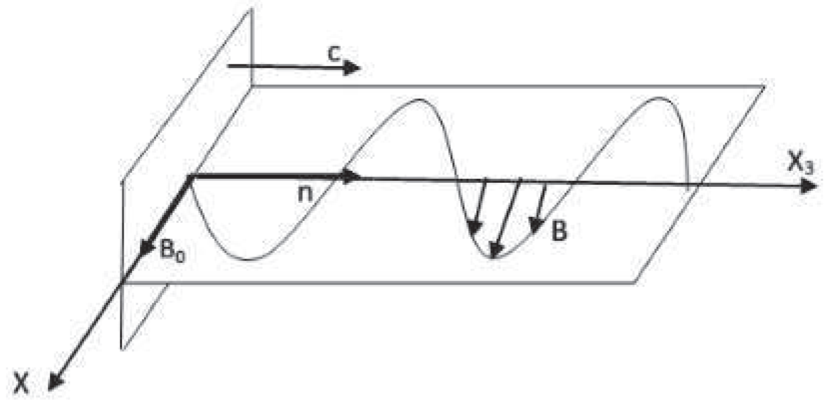


Fig II-4: Lumière polarisée rectilignement suivant x [5]

Pour une onde monochromatique polarisée rectilignement se propageant dans la direction n le vecteur B s'écrit :

$$\vec{B} = B_0 \cos\left(\omega(t - \frac{X_3}{2} + \varphi) \right) \vec{x_1}$$

Avec **ω** : pulsation.

II.5.2 Polarisation circulaire

C’est un cas particulier d’une onde polarisée elliptiquement, (quand a=b), on obtient un cercle ; a et b représentent respectivement le grand foyer et le petit foyer de l’ellipse et pour obtenir une polarisation circulaire d’une onde lumineuse, on utilise un polariseur classique et une lame quart d’onde. Ce type de polariscope élimine les isoclines et ne laisse voir que les isochromes (très pratique pour mesurer les contraintes).

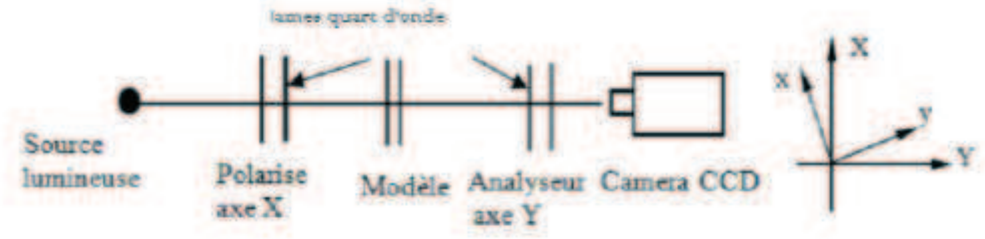


Fig II.5 : Polarisation circulaire

II.6 Banc expérimental de photoélasticimétrie

Un banc de photoélasticimétrie comprend un appareil dénommé polariscope, qui assure la production (polariseur) et la détection (analyseur) de la lumière polarisée, et un montage d'application de la charge. Il nous permet l’analyse expérimentale des contraintes sur des modèles par photoélasticimétrie 2D. Dans notre travail on utiliser ce polariscope (**figure II-6**)

Fig II-6 : Polariscope

II.6.1 Différents types de polariscopes

Il existe plusieurs sortes de polariscope, citons principalement :

- Polariscope à transmission
- Polariscope par réflexion
- Polariscope à faisceaux laser

II.6.2 Eléments constituant le polariscope

- **Sources lumineuses :**

La lumière se propage par ondes sinusoïdales, sous sa forme la plus simple, c'est une onde plane monochromatique représentée par deux grandeurs vectorielles sinusoïdales en phase et perpendiculaire.

La lumière monochromatique est dite polarisée si chacun des vecteurs champs reste parallèle à une direction fixe.

Trois sortes de sources lumineuses sont utilisées pour ces études ; une source de lumière blanche, une source de lumière monochromatique et une lumière a vapeur de mercure.

a- Source de lumière blanche :
C'est une lampe ordinaire dont la lumière sert à l'observation des lignes isoclines et lignes isochromatiques.

b- Source de lumière monochromatique :
Cette lumière est obtenue en filtrant la lumière blanche à l'aide de filtres monochromatiques. Cette lumière permet l'observation aisée des isochromes avec la lumière circulaire. Les isoclines étant éliminées.

c-Lumière à vapeur de mercure :
Plus cohérente, cette lumière permet de visualiser nettement des ordres de franges élevés ; quand l'ordre de frange (N) est supérieur à dix, il est préférable d'utiliser la lumière à vapeur.

II.7 Filtres polariseur et analyseur (polaroïds)

Un filtre polarisant tel que, par exemple un polaroïd à la propriété de polariser la lumière, c'est-à-dire de ne laisser passer qu'une composante du champ parallèle à une direction fixe dite axe de polarisation.

Deux polaroïds successifs à axes parallèles laissent passer la lumière, par contre deux polaroids croisés, c'est-à-dire axes perpendiculaires ne laissent passer aucune lumière, Ainsi, deux filtres successifs à axes parallèles laissent passer la lumière (1a), tandis que s'ils sont à axes perpendiculaires, aucune lumière ne passe (1d): le faisceau polarisé par le premier a une composante nulle sur le second, comme le montre la figure suivante :

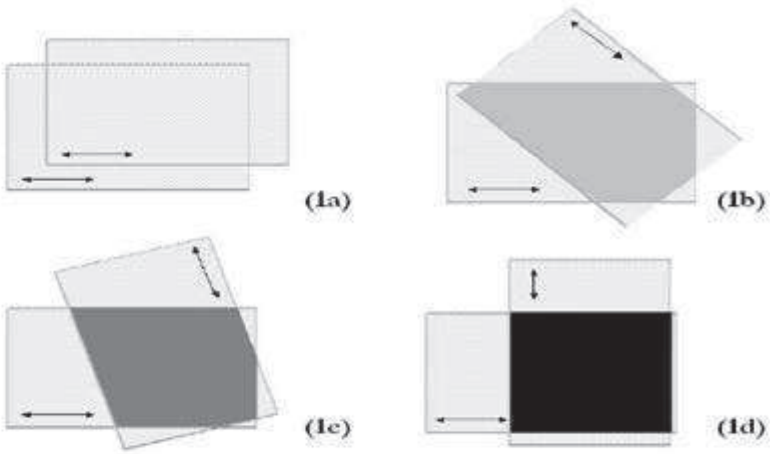


Fig II-7 : Influence de l'orientation relative des polariseurs

II.8 Lames quart d'ondes

Une lame quart d'onde est une lame de mica ou une mince feuille d'alcool polyvinylique orientée comprise entre deux feuilles d'acétate de cellulose. C'est une lame biréfringente uniforme présentant en tout point une différence de chemin optique égale à un nombre entier de fois la longueur d'onde plus un quart.

$$\delta = (K + \frac{1}{4})\lambda \rightarrow \varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} = 2K\pi + \frac{\pi}{2}$$

On peut adjoindre au polariscope deux lames quart d'onde intercalées entre les polaroïds qui ont pour fonction de transformer une vibration rectiligne en une vibration circulaire et vis versa, ce changement dans le mode de vibration est assuré par une différence de marche introduite par la différence de marche est égale au quart d'onde de la lumière polarisée.

Les lames quart d'onde sont croisées entres elles et toujours intercalées avec leurs axes optiques à 45° de ceux du polariseur et de l'analyseur. L'effet de la seconde lame est de restituer une lumière polarisée plane.

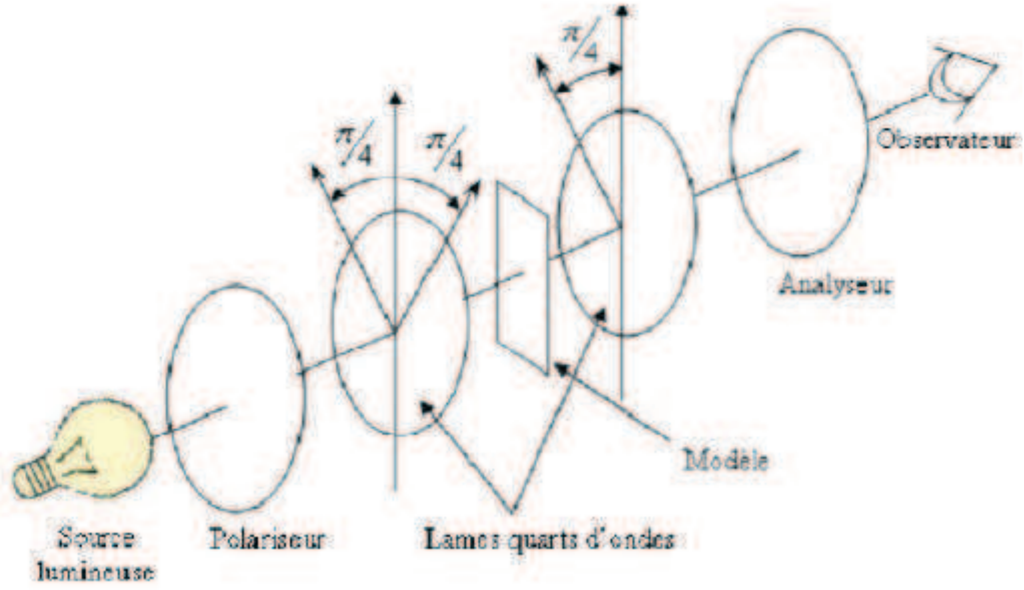


Fig II-8: Disposition de lames quartes d'onde dans le polariscope à transmission.

II.9 Différents procédés de la photoélasticimétrie

II.9.1 Polariscope à réflexion

Le procédé consiste à déposer à la surface des structures réelles, une mince couche de produit photoélastique (stress coating).

La surface de la structure est rendue réfléchissante à l'aide d'une peinture (un vernis photoélastique d'épaisseur donnée est collée, avec une réfléchissante, sur la pièce elle-même) ou par collage d'une plaque. La lumière polarisée incidente est réfléchie par le matériau, soit par la couche réfléchissante déposée sur la pièce et traverse deux fois le revêtement avant d'être analysée.

Les filtres polarisants sont placés du même côté de la pièce.
L'exploitation des franges obtenues permet de retrouver les valeurs et les directions principales des contraintes agissant sur la structure étudiée.
Le photoélastisimétre ou polariscope comprend essentiellement : une source lumineuse indispensable pour la production de la lumière. On peut utiliser soit la lumière monochromatique (une seule longueur d'onde) soit la lumière polychromatique :

- un filtre polariseur et un filtre analyseur (polaroïds)
- deux lames quart d'onde

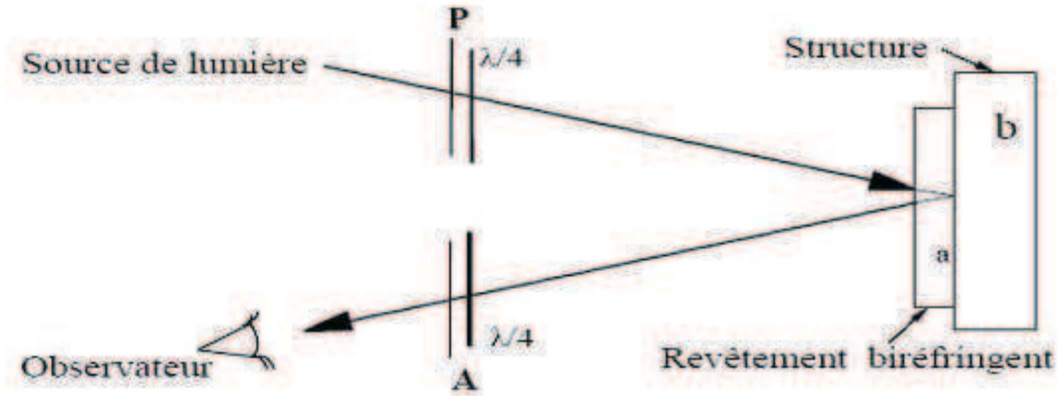


Fig II-9 : La photoélasticité par réflexion

II.9.2 Photoélasticimétrie par transmission

On réalise une reproduction plane de la forme à étudier découpée dans un matériau photoélastique d'épaisseur e. le modèle chargé est observé par transparence entre deux filtres polarisants. On peut obtenir les contraintes à n'importe quel endroit d'un modèle chargé ou d'un modèle à contraintes figées.

II.9.3 Montage d'un polariscope par transmission

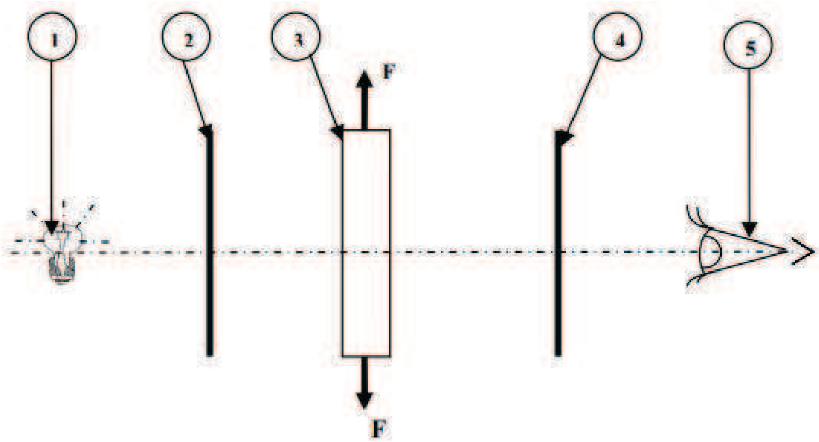


Fig-II-10 : Montage photoélastique par transmission

1. Source de lumière monochromatique.
2. Polariseur de la lumière.
3. Plaque mince de matériau biréfringent soumis à des efforts la placant en contraintes planes.
4. Analyseur de la lumière.
5. Observateur.

II.10 Effet de la biréfringence sur la lumière

Sur le polariscope, sortant du polariseur, une lumière (polarisée) portée par $\overrightarrow{Ox}$ a comme amplitude en un point x=A cos ωt La direction de polarisation $\overrightarrow{Ox}$ fait un angle α avec l'une des directions des contraintes principales du modèle.

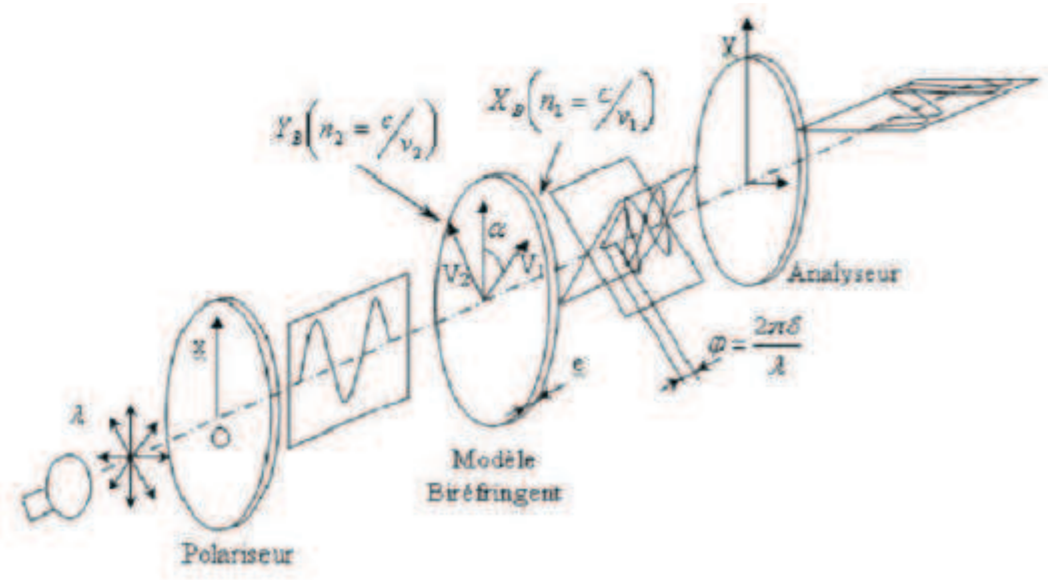


Fig II-11 : Polariscope rectiligne.

Afin de simplifier les calculs posant A=1 et T=ωt dans la forme précédente l'amplitude P, l'onde polarisée se présente alors devant le modèle sous forme x=ωt.

Par rapport aux axes du modèle biréfringent

$$X = \cos\alpha \cos T$$
$$Y = \sin\alpha \cos T$$

Après avoir traversé le modèle, elle subit un retard ϕ, on a donc à la sortie :

$$X = \cos\alpha \cos(T - \frac{\varphi}{2}), Y = \sin\alpha \cos(T + \frac{\varphi}{2})$$

En revenant sur les axes primitifs on aura :

$$X = \cos T \cos\frac{\varphi}{2} + \cos 2\alpha \sin T \sin\frac{\varphi}{2}$$
$$Y = (\sin 2\alpha \sin\frac{\varphi}{2}) \cos T$$

L'axe du deuxième polaroïd étant croisé avec le premier, seule passe la composante suivant $\overrightarrow{Oy}$ l'amplitude de l'onde incidente est :

$$(\sin 2\alpha \sin \frac{\varphi}{2})$$

L'intensité « I » de la lumière varie comme le carré de cette amplitude on aura donc :

$$I = (\sin 2\alpha \sin \frac{\varphi}{2})^2 = \sin^2(2\alpha)\sin^2(\frac{\pi\delta}{\lambda})$$

L'intensité I est nulle (franges noirs) pour :

$$\sin 2\alpha = 0$$

D'où :

$$\alpha = \frac{N\pi}{2}$$

Donc les lieux d'extinction correspondants sont les isoclines.

Les directions des contraintes principales sont parallèles ou perpendiculaires à la direction de polarisation du polariseur et de l'analyseur. Les franges isoclines obtenues sont indépendantes de la longueur d'onde, de l'épaisseur et du caractère biréfringent du modèle. Elles varient avec la direction du polariseur et de l'analyseur (sauf en un point isotrope, ou toutes les directions sont principales).

$$\sin \frac{\varphi}{2} = 0$$

D'où le retard introduit par le matériau biréfringent est égale à :

$$\varphi = 2N\pi$$

Donc les lieux d'extinction correspondants sont les isochromes.

Une frange de même couleur est une isochrome qui correspond à une différence de contraintes principales. Deux franges successives de même couleur correspondent à deux valeurs de N consécutives.

Plus la différence des contrainte principale et grande, plus les isochromes se approchent les une des autres.il suffit de compter les isochromes en partant d'une zone sans contrainte (N=0) pour déduire l'intensité de la contrainte de cisaillement maximale.

La frange ou l'isochrome d'ordre N, qui dépend de la longueur d'onde, est un lieu d'extinction des points vérifiant :

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{\varphi}{ce} = \frac{\varphi\lambda}{2\pi ec} = \frac{2\pi N\lambda}{2\pi ec} = \frac{N\lambda}{ce}$$

On désigne le rapport λ/c par la lettre f, dénommé constante de frange, pour le matériau du modèle utilisé correspondant à la longueur d'onde λ qui sera employée sue le banc photoélasticimétrique.la relation s'écrit alors :

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{Nf}{e}$$

Pour les différentes configurations du polariscope, voici un tableau résumant la valeur de l'intensité lumineuse.

Type de polariscope	Champ clair	Champ obscure
Rectiligne	$I(x,y) = I_0 - I_0 \sin^2 2\alpha \sin^2 \frac{\varphi}{2}$	$I(x,y) = I_0 \sin^2 2\alpha \sin^2 \frac{\varphi}{2}$
Circulaire	$I(x,y) = I_0 \cos^2 \frac{\varphi}{2}$	$I(x,y) = I_0 \sin^2 \frac{\varphi}{2}$

Tab II.1 : L'intensité I pour les différentes configurations

II.11 Les isoclines

Ce sont les lieux des points où les directions principales qui sont parallèles aux axes des polaroids.

Elles apparaissent en noir, lorsqu'on tourne simultanément l'analyseur et le polariseur, les isoclines se déplacent vers les points du modèle ou les contraintes principales sont parallèles aux nouveaux axes.

II.11.1 Propriétés des isoclines

a) les isoclines ne se coupent jamais (sauf dans les points isotropes où les contraintes principales sont les mêmes dans toutes les directions).

b) Un contour libre d'une pièce est une isocline.

c) Un axe qui est symétrique simultanément à l'application de la charge et à la géométrie de la pièce coïncide avec une isocline.

II.11.2 Elimination des isoclines

Pour éliminer les isoclines, il suffit de placer entre le polariseur et le modèle d'une part, entre le modèle et l'analyseur d'autre part, une lame quarte d'onde dont les axes sont à $\alpha = \frac{\pi}{4}$ de ceux du polariseur.

Remarque : Les isoclines ne dépendent que de l'orientation des polaroids (β).

Etant donné un point repéré, par exemple par une marque faite avec un crayon feutre, on tourne solidairement les polaroids jusqu'à ce que ce point devient noir.

Les directions principales en ce point sont alors parallèles aux des polaroïds. Les isochromes ne dépendent que de la contrainte et par conséquent, ne se déplacent pas.

II.12 Les isostatiques

Ce sont des lignes de forces tangentes aux directions principales composées de deux familles orthogonales : une tangente à σ_1 et l'autre à σ_2. Elles sont tracées à partir des isoclines.

En un point B2 de l'isocline θ_2, les directions principales des contraintes sont données par le dièdre incliné de θ_2. Les isostatiques sont donc tangentes à ce dièdre.

Pour tracer une isostatique passant par A1, on relie le point A1 au point A2 avec une droit inclinée de $\frac{(\theta 1+\theta 2)}{2}$ et ainsi de suite.

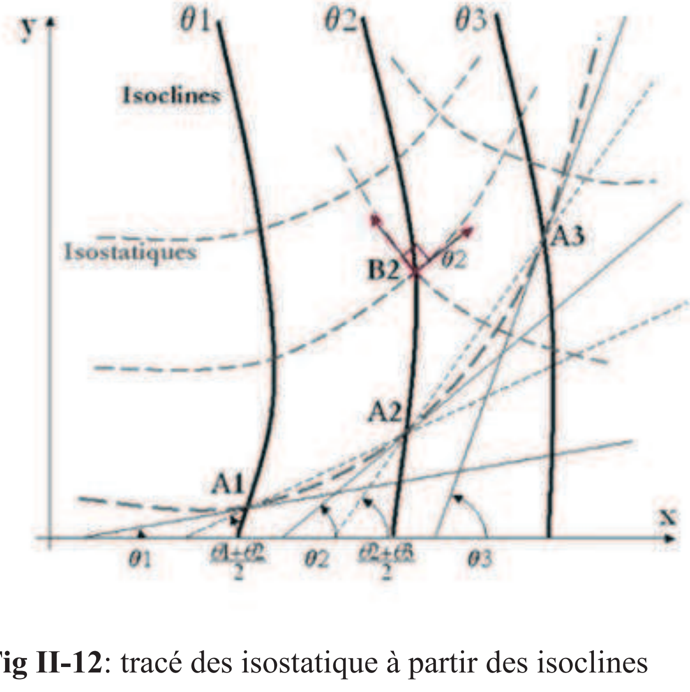


Fig II-12: tracé des isostatique à partir des isoclines

II.12.1 Propriété des isostatiques

- Lorsqu'une isostatique présente une forte courbure, la contrainte principale qui lui est perpendiculaire varie rapidement.
- Lorsqu'une isostatique est rectiligne, la contrainte principale qui lui est perpendiculaire varie rapidement.
- Une isostatique droite est aussi une isocline.
- Les axes de symétrie sont des isostatiques.
- La variation des contraintes dépend de la courbure des isostatiques.

II.13 Les lignes isochromatiques

L'observation des lignes isochromatiques est obtenue à l'aide des lames quart d'ondes qui sont montées croisées avec un angle de 45° par rapport au polariseur.

Les isochromes dépendent de la charge appliquée et de la longueur d'onde utilisée. Le long des isochromes la différence de chemin optique est égale à un nombre entier de fois la longueur d'onde. Observées en lumière polychromatique, les isochromes sont des lignes d'égales couleurs. La relation fondamentale de la photoélasticimétrie utilisée pour exploiter le réseau de franges isochromes est :

$$(\sigma_1 - \sigma_2) = \frac{N.(\lambda / C)}{e} = \frac{N.f}{e}$$

La valeur de l'ordre de frange N est relevée expérimentalement sur le réseau de franges.

Le rapport $f = \frac{\lambda}{c}$ (constante de frange) qui dépend de la longueur d'onde utilisée et de la matière du modèle. Elle doit donc toujours être déterminée avant de procéder aux essais.

II.14 La constante de frange

D'après l'équation de Maxwell :

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{Nf}{e} \Rightarrow f = \frac{e}{N}(\sigma_1 - \sigma_2)$$

Définition

La constante de frange f est le rapport entre la différence des contraintes principales sur l'unité d'ordre de frange du modèle ayant comme épaisseur e

Remarque : En champ obscur, les bandes noires correspondent aux ordres de frange entiers. En champ clair, les bandes noires quant à elles correspondent à des demi-ordres c'est-à dire (1/2, 3/2….).

II.15 Observation des isochromes

Le réseau d'isochromes est analysé en repérant la valeur de l'ordre de frange N (N: entier en champ sombre, N : demi-entier en champ clair). L'observation des isochromes est différente suivant que l'on opère en lumière blanche ou en lumière monochromatique.

En lumière blanche, toutes les couleurs du spectre de la lumière naturelle sont représentées et le phénomène de biréfringence accidentelle produit sur l'écran des franges colorées. Chaque ligne isochrome apparaît avec une teinture spécifique selon la position qu'elle occupe dans le modèle contraint alors que l'ordre zéro est toujours noir. Voir ci-après le résultat obtenu sur un disque sous compression.

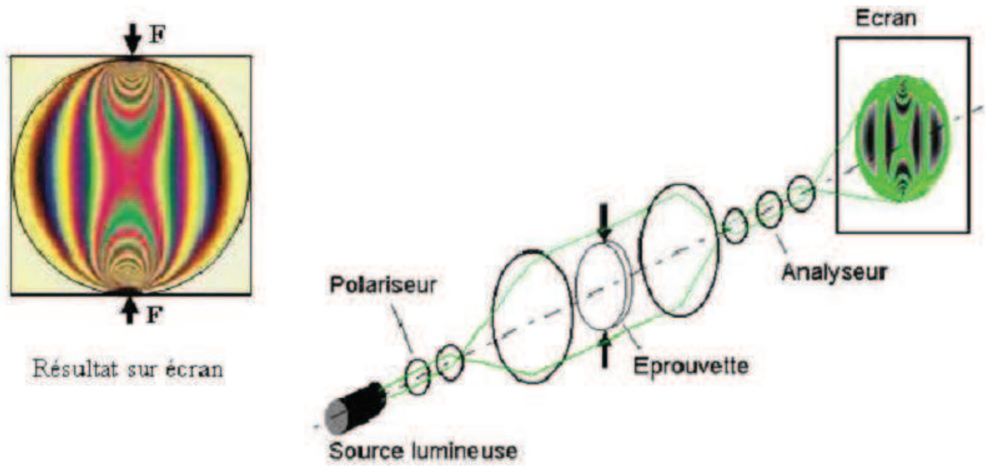


Fig II-13: Observation des isochromes d'un disque en compression en lumière polychromatique sur un polariscope rectiligne.

En lumière monochromatique, l'ordre zéro correspond à la première frange qui apparaît (absence de chargement). Dans le cas d'un polariscope rectiligne, l'analyse des isochromes est rendue difficile du fait de la présence des lignes isoclines noires. Pour visualiser uniquement les isochromes, on ajoute les lames quartes d'onde entre l'analyseur et le polariseur. On obtient une polarisation circulaire. La figure qui suit illustre un exemple d'images isochromes en champ sombre et en champ clair d'un disque en compression.

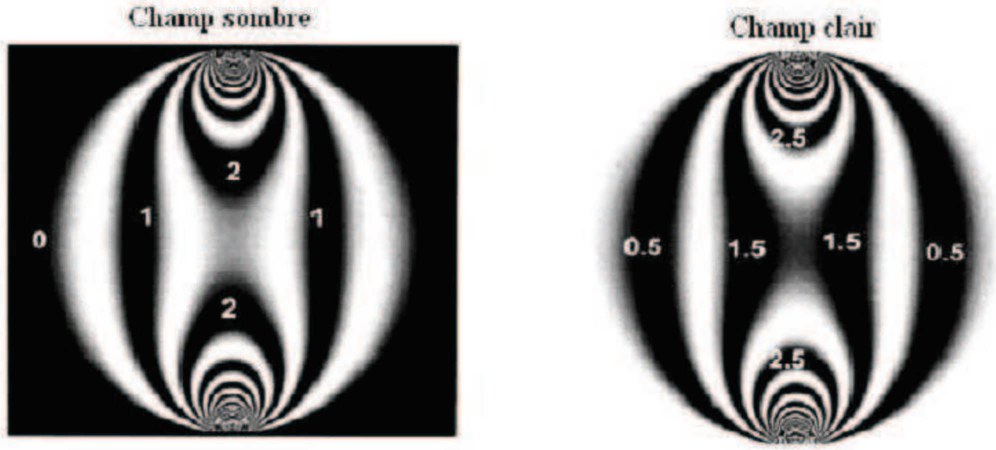


Fig II-14 : Visualisation des isochromes d'un disque en compression en lumière monochromatique sur un polariscope circulaire

II.16 Résumé

Dans ce chapitre on a rappelé essentiellement le phénomène de biréfringence utilisé en photoélasticité bidimensionnelle pour analyser des contraintes dans les modèles sollicités. On a expliqué aussi le principe du polariseur qui permet d'utiliser ce phénomène de biréfringence en lumière plane ou en lumière circulaire. Les franges isoclines et les franges isochromes ainsi obtenues permettent de déterminer respectivement les directions des contraintes principales et les valeurs des contraintes de cisaillement maximales dans les modèles étudiés.

Chapitre III :
Théorie de Hertz

Chapitre III

Formulation du problème de contact mécanique La théorie de Hertz

III.1 Introduction

L'expérience a montré que les ruptures sont généralement localisées au voisinage des surfaces de contact, lorsque deux corps sont mis en contact sous l'effet d'une charge P, ils produisent des contraintes et des déformations sur les surfaces de contact, cette contrainte s'appelle la contrainte de contact, et cette déformation s'appelle la déformation au contact des surfaces.

La théorie de Hertz établie en 1882, permet sous certaines conditions du déplacement normal des surfaces, de déterminer l'aire de contact et la distribution des contraintes et des déformations connaissant la pression du contact, la géométrie des solides et leurs modules d'élasticité. Et il a posé comme hypothèse que chacun des deux corps peut être considéré comme des espaces élastiques chargés sur une surface elliptique relativement très faible devant les dimensions des solides en contact. Basé sur ces hypothèses, les contraintes sont analysées au voisinage de la zone du contact.

III.2 Théorie de Hertz du contacte élastique

Hertz formula des conditions que doivent satisfaire les déplacements normaux à la surface des solides. (Si deux corps à surfaces courbes sont pressés l'un contre l'autre, il y a contact sur une des surfaces de pression elliptique).

Il fit ensuite les hypothèses suivantes :

(i) Les surfaces sont continues et non conformes : $a<<R$

(ii) Les déformations sont petites : $a<<R$

(iii) Chaque solide est considéré comme un espace élastique semi infini : $a<<l$ et $a<<R1.2$

(iv) pas de frottement au contact : $p_x = p_y = 0$

On se limite à la présentation des résultats pour des solide de révolution ($R'_1=R''_1=R_1$, et $R_2'=R''_2=R_2$) comme le contacte sphère/sphère figure III.1 qui représente la zone du contact de Hertz.

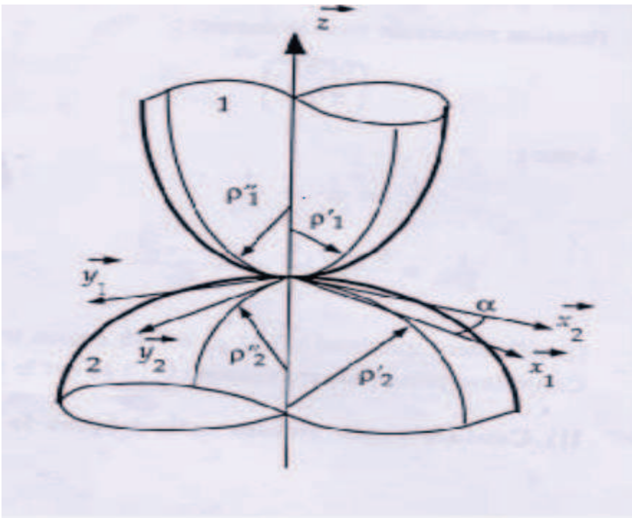


Fig III.1 : contact de hertz

III.3 Contact bidimensionnel d'une sphère-plan

Hertz a fourni des solutions aux problèmes de contacts entre corps élastiques. Les solutions les plus connues sont les contacts entre : deux cylindres, deux sphères, un plan et une sphère qui peuvent avoir des rayons différents, et qui sont en contact le long d'une génératrice. La pression normale sous le contact, et les contraintes normales et le segment au joint les centres des sections.la figure dessous précise la géométrie et les notations utilisées.

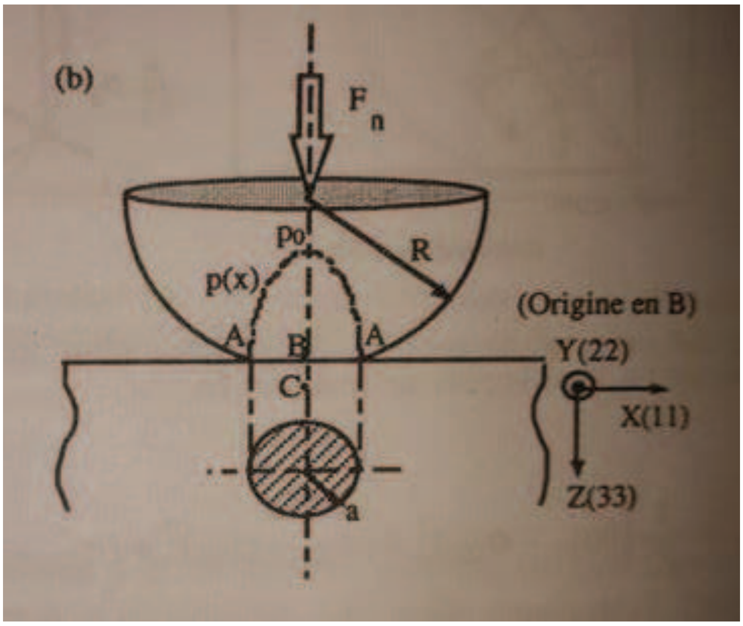


Fig III-2 : Condition du contact sphère-plan []

L'indice 1 et les valeurs sans indice (lorsque ceci n'est pas précise), sont associées au plan, alors que l'indice 2 correspond au matériau de la sphère. Les symboles E_1 et E_2

correspondent respectivement au module élastique (de Young) du plan et de la sphère. Les coefficients de Poisson du plan et la sphère sont désignés par ν_1, ν_2.

On détermine le rayon équivalent R par :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Pour le contact sphère-plan, on a $R_1 = \infty$ et donc $R = R_2$

Le module élastique E^* est donné par la relation :

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}$$

Et finalement le rayon de contact a,

$$a = \left[\frac{3F_N R}{4E^*}\right]^{1/3}$$

L'enfoncement δ_0 des surfaces est égal à

$$\delta_0 = \frac{a^2}{R} = \left[\frac{9F_N^2}{16RE^{*2}}\right]^{1/3}$$

Le maximum de la pression appliquée au centre de la surface P_0 est égale à

$$p_0 = \frac{3F_N}{2\pi a^2} = \left[\frac{9F_N^2}{16RE^{*2}}\right]^{1/3} = \frac{3}{2}p_m$$

et

$$F_N = \frac{\pi^3 R^2}{6E^{*2}} \cdot p_0^3$$

Ou P_m est la pression moyenne.

Compte tenu de la symétrie d'axe, il est commode d'utiliser une représentation polaire. On évalue la distribution radiale de la pression

$$p_r = p_0\left[1-\frac{r^2}{a^2}\right]^{1/2}$$

avec :

$$r^2 = x^2 + y^2$$

Suivant l'axe des X nous aurons la relation :

$$p_x = p_0 \left[1 - \frac{x^2}{a^2} \right]^{1/2}$$

Les expressions des contraintes à l'intérieur du plan, dans l'espace 3D peuvent être exprimées sous une forme analytique simple [HAMILTON1983]. Dans le plan médian X, Z, nous avons la relation simplifiée des composantes du tenseur associées à l'effort normal F_N (y=0) :

$$\sigma_{11}^N = \frac{p_0}{a} \left[(1+v)z\phi + \frac{1}{x^2} \left\{ Mzav + \frac{1-2v}{3}(NS + 2AN + a^3) - (1-v)Nz^2 \right\} - N - \frac{Mza}{S} \right]$$

$$\sigma_{22}^N = \frac{p_0}{a} \left[(1+v)z\phi - \frac{1}{x^2} \left\{ Mzav + \frac{1-2v}{3}(NS + 2AN + a^3) - (1-v)Nz^2 \right\} - 2Nv \right]$$

$$\sigma_{33}^N = \frac{p_0}{a} \left[\frac{azM}{S} - N \right]$$

$$\sigma_{13}^N = \frac{p_0}{a} \left[-z \left\{ \frac{xN}{S} - \frac{xzH}{G^2 + H^2} \right\} \right]$$

$$\sigma_{12}^N = \sigma_{23}^N = 0$$

avec :

$$A = x^2 + z^2 - a^2 \qquad S = (A^2 + 4a^2 z^2)$$

$$M = \left(\frac{S+A}{2} \right)^{1/2} \qquad N = \left(\frac{S-A}{2} \right)^{1/2} \qquad \phi = \tan g^{-1}\left(\frac{a}{M} \right)$$

$$G = M^2 + N^2 + zM - aN \qquad H = 2MN + aM + zN$$

Pour le cas particulier ou X=0, le long de l'axe Z, les expressions ne sont plus valables et devront être remplacées par :

$$\sigma_{11}^{N} = \sigma_{22}^{N} = \frac{p_0}{a}\left[(1+\nu)\left(z\tan^{-1}\left(\frac{a}{z}\right)-a\right)+\frac{a^3}{2(a^2+z^2)}\right]$$

$$\sigma_{33}^{N} = -\frac{p_0}{a}\left[\frac{a^3}{a^2+z^2}\right]$$

Les autres composantes étant nulles.

Toutes les contraintes de surface sont en compression sauf en bordure de contact ou elles sont en tension :

$$\sigma_{11}^{a} = -\sigma_{22}^{a} = -\frac{(1-2\nu)}{3}p_0 = 0.13p_0$$

(Suivant l'axe des X au point A).Au centre du contact, en surface (point B),

$$\sigma_{11}^{(0)} = \sigma_{22}^{(0)} = -\frac{(1+2\nu)}{2}\cdot p_0$$

$$\sigma_{33}^{(0)} = -p_0$$

C'est sur l'axe Z(r=0), en sous-couche et à la profondeur z=0.48 (point c), que la contrainte de cisaillement et la contrainte équivalente de Von Mises sont maximales. Pour ν=0.3 la valeur du cisaillement maximal τ_{max} (c) en ce point est à0.31 p_0.

En comparaison ces grandeur sont respectivement (pour les point A et B) :

$$\tau_{\max(A)} = \frac{|1-2\nu|}{3}p_0 = 0.13p_0$$

$$\tau_{\max(B)} = \frac{|1-2\nu|}{4}p_0 = 0.10p_0$$

La pression de première plastification, identique pour les deux critères de plasticité (Tresca, Von Mises) est :

$$p_{0_y(c)} = \frac{k}{0.31} = 1.60\sigma_y$$

De la même façon on déduit la force normale limite de première plastification en sous couche,

$$F_{N_y(c)} = \frac{\pi^3R^2}{6E^{*2}}\cdot p_{0_y(c)}^3 = 21\cdot\frac{R^2\sigma_y^3}{E^{*2}}$$

La figure III-3 montre la distribution de la contrainte σ_{XX} en surface (dans le plan de contact). Cette contrainte est de compression à l'intérieure du contact, et elle est de traction sur les bords de contact.

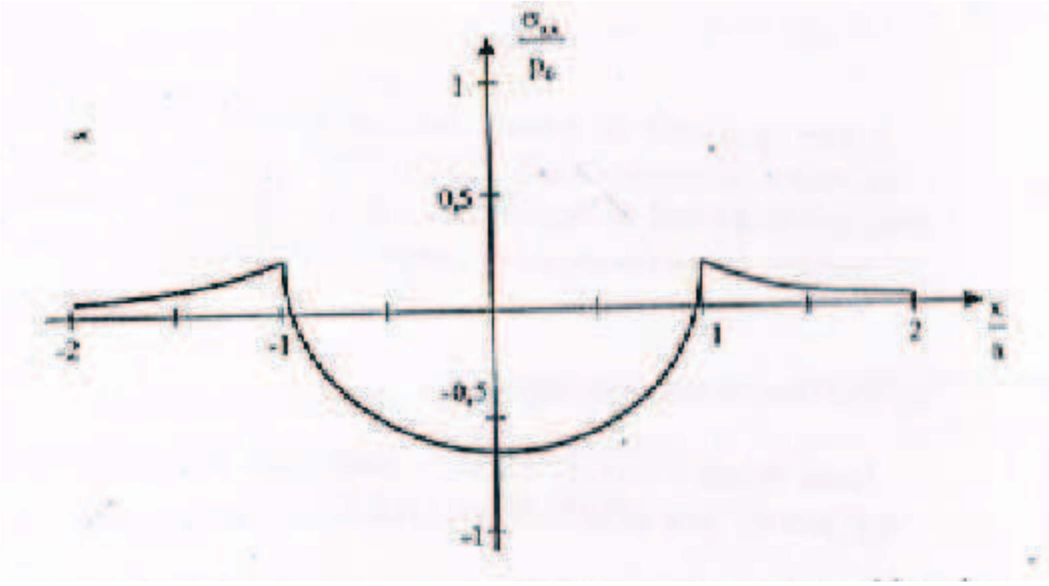


Fig III-3 : Contrainte en surface dans le cas d'un contact sphère-plan

Sous la surface, le long de l'axe z, la contrainte de cisaillement est maximale et vaut $\tau_{\max} = 0.31P_0$ au point $z = 0.48a$ (figure **III-4**). C'est en ce point que se produira la première plastification du matériau.

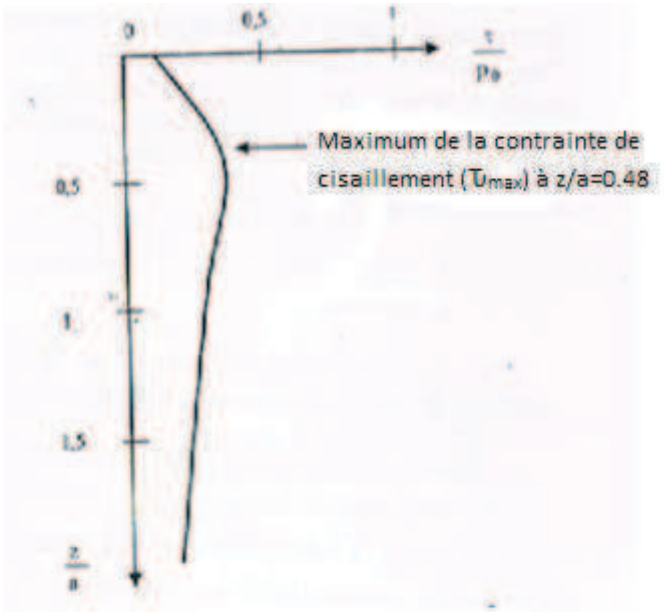
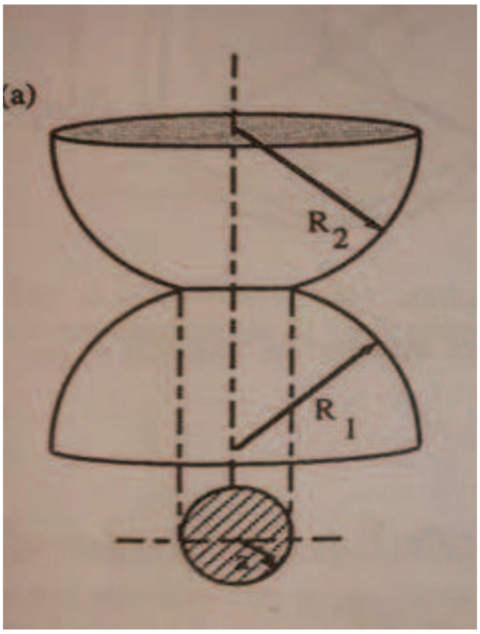


Fig III-4 : Contrainte de cisaillement sous la surface dans le cas d'un contact sphère-plan [3]

Le problème du contacte sphère sur plan est équivalent au problème du contact sphère sur sphère, sauf pour le $R1 \neq \infty$ il a une valeur ces le rayon de la 2eme sphère. **Figure III-5**



FigIII-5 : contacte sphère –sphère

III.4 Résumé

Dans ce chapitre on a rappelé les différentes formulations du problème de contact purement normal pour une sphère-plan.

L'application de la théorie de Hertz offre la possibilité de calculer facilement et correctement la longueur, la pression maximale au point du contact et le déplacement engendré par l'effort, les calcule montrent que pour un contacte normale d'une sphère sur plan, la différence des contrainte principales est maximale pour Z=0.48 a, et la valeur de la contrainte tangentielle est égale à $0.3P_0$.

Chapitre IV :

Analyse des champs de contraintes dans une sphère

Chapitre IV

Analyse des champs de contraintes dans une sphère

IV.1 Introduction

L'étude expérimentale du contact entre deux solides dans les modèles tridimensionnels sous sollicitation reste encore un problème. Plusieurs méthodes expérimentales ont été faites principalement aux voisinages des zones de contact.

Pour réaliser nos expériences on appliquera la méthode expérimentale la plus utilisée appelée le figeage des contraintes et le découpage mécanique (**voir chapitre I**). Les champs de contraintes seront figés dans le modèle à l'aide de traitements thermiques (**voir chapitre I**). Le modèle est ensuite découpé suivant des plans choisis pour étudier la répartition des contraintes et déterminer ainsi la zone la plus sollicitée.

Cette méthode photoélastique permet d'obtenir les franges isoclines et isochromes qui seront ensuite exploitées pour déterminer l'orientation et les valeurs des différentes contraintes principales relevées le long d'une droite quelconque dans une section donnée du modèle étudié, le but étant d'obtenir les valeurs maximales des contraintes pour pouvoir dimensionner.

Théoriquement

Calcul des différentes constantes (**a**, $\boldsymbol{\delta_0}$, $\mathbf{P_0}$, $\mathbf{P_m}$) en appliquant la théorie de Hertz

- **Calcul de la distance a (rayon de l'aire du contact) :**

$$a = \left(\frac{3F_N R}{4E^*} \right)^{1/3}$$

E* est défini par la loi :

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}$$

Avec :

F_N=150 N R=35mm E_1=64 x 10^3 MPa E_2=20 MPa

ν_1=0.3 ν_2=0.4

A.N :

$$\frac{1}{E^*} = 0.0421467 \Rightarrow E^* = 23.72MPa$$

Donc :

$$a = \left(\frac{3\times150\times35}{4\times23.72}\right)^{1/3} \Rightarrow a = 5.50mm$$

$a_{expérimental}$ =5.50 mm

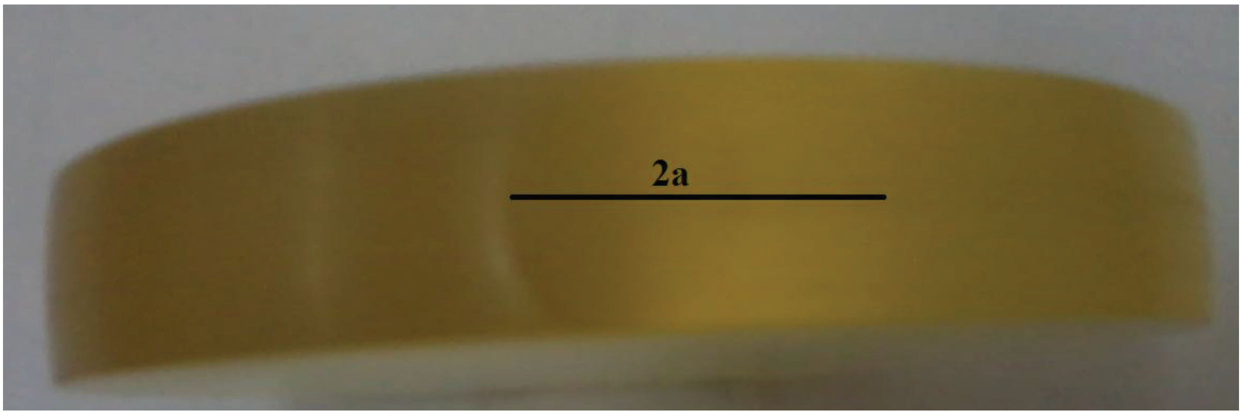


Fig IV.1 :L'empreinte réelle **a** sur le modèle**.**

- **La distribution de la pression sur l'aire du contact :**

P_0 : La pression maximale

$$P_0 = \frac{3F_N}{2\pi a^2}$$

A.N :

$$P_0 = \frac{3\times150}{2\times3.14\times5.5^2} \Rightarrow P_0 = 2.37Pa$$

P_m : La pression moyenne

$$\frac{3}{2}p_m = \frac{3}{2}\cdot\frac{F_N}{\pi a^2} \Rightarrow p_m = \frac{F_N}{\pi a^2}$$

A.N :

$$p_m = \frac{150}{3.14\times5.5^2} \Rightarrow p_m = 1.58Pa$$

- **Calcul de l'enfoncement δ_0 :**

$$\delta_0 = \frac{a^2}{R} = \left[\frac{9F_N^2}{16RE^{*2}}\right]^{1/3}$$

A.N :

$$\delta_0 = \left[\frac{9\times150^2}{16\times35\times23.72^2}\right]^{1/3} \Rightarrow \delta_0 = 0.86$$

$$\delta_{0_{reelle}} = 0.72\text{mm}$$

Expérimentalement

IV.2 Fabrication de la sphère

On a réalisé une sphère de diamètre **70mm** sur un tour à commandes numérique au niveau de l'entreprise étatique [E N I E M] de Tizi-Ouzou. Avec une vitesse de **1000 tr/min** Ensuite on poli manuellement le modèle avec une faille de polissage de mille (**voir annexe**).

IV.3 Visualisation des contraintes résiduelles

Une fois la pièce usinée, elle est placée sur le polariscope, on observe que des franges isochromes apparaissent sans aucun chargement donc la pièce présente à ce stade des contraintes résiduelles. Ces dernières peuvent être visualisées sur polariscope (**figure IV.2**).

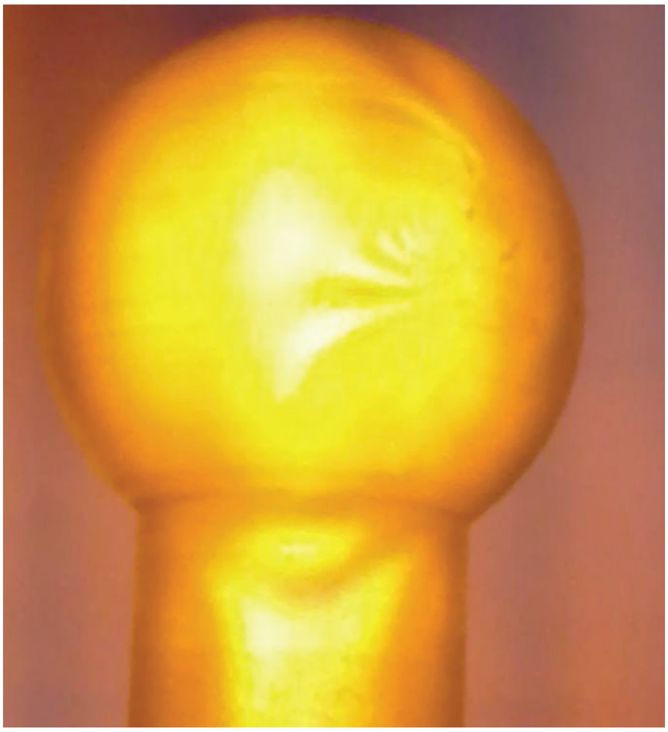


Fig IV.2 : Visualisation des contraintes résiduelles.

IV.4 Elimination des contraintes résiduelles

Pour éliminer les contraintes résiduelles, on a procédé à un traitement thermique de relaxation adapté à ce genre de matériau. On a utilisé un cycle thermique pour le recuit.

Le modèle est réintroduit dans l'étuve. La température est ensuite augmentée à 130°c à raison de 4°c par heure (**figureIV.3**). Le modèle reste dans le four 54 heures pour homogénéisation de la température de refroidissement. Puis, refroidi avant d'être retiré de l'étuve.

t (heure)	T (°c)
0	22
26	130
30	130
56	22

Tab IV.1 : Traitement thermique pour enlever les contraintes résiduelles (tableau)

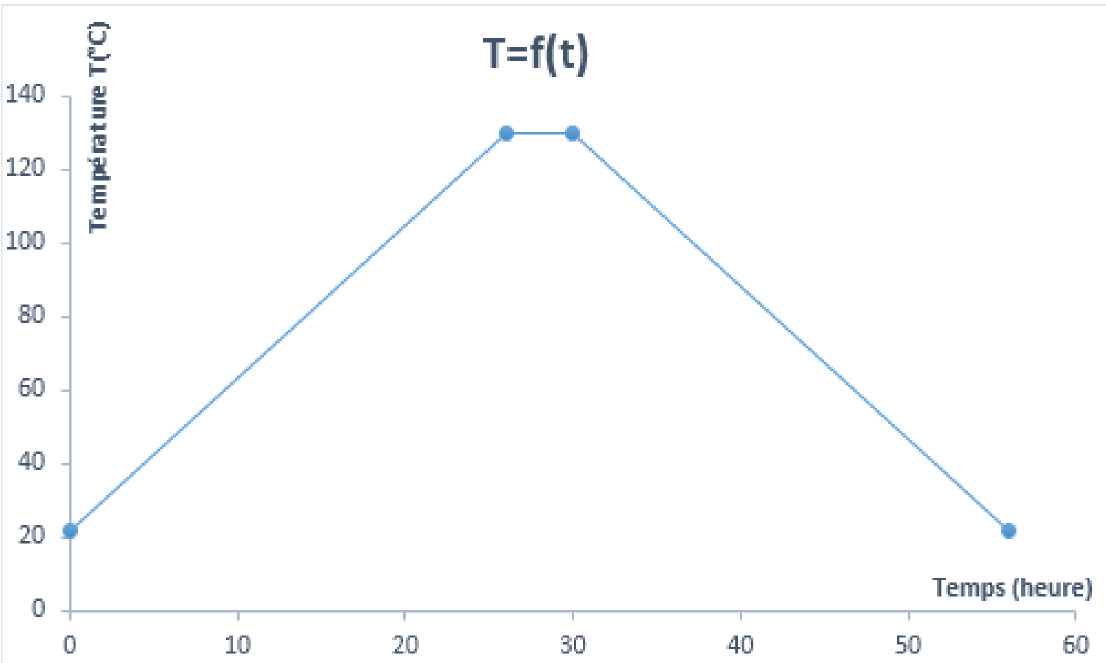


Fig IV.3 : Traitement thermique pour enlever les contraintes résiduelles

IV.5 Visualisation sur le polariscope(élimination des contrainte résiduelles)

La figure suivante montre la disparition des contraintes résiduelles (**figure IV.4**)

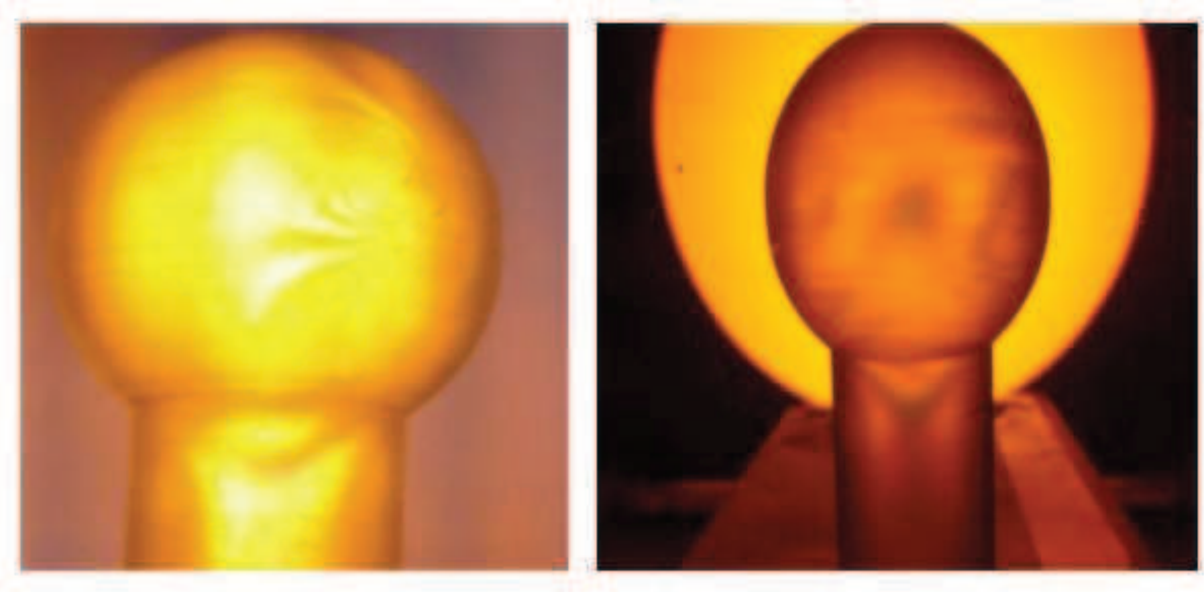


Fig IV.4 : visualisation sur le polariscope du modèle après élimination des contraintes résiduelles.

Après le traitement thermique, on a vu sur le polariscope qu'aucune contrainte résiduelle dans le modèle n'apparait.

IV.6 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est composé d'un dispositif de chargement dans un contact entre une sphère et un plan (**figure VI.5**). Le modèle est monté dans le dispositif de chargement. Un petit disque en acier d'épaisseur 15mm et de rayon de 25mm et utilisé pour appliquer une charge de compression de 150N sur la sphère déformable.

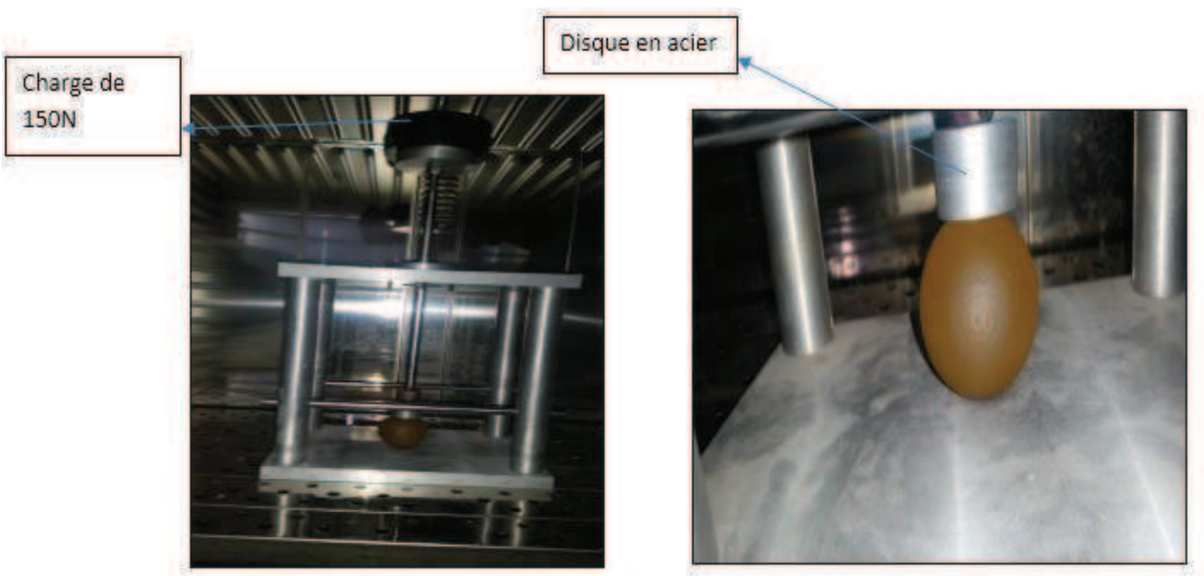


Fig IV.5 : Dispositif expérimental.

IV.7 Figeage des contraintes

En utilisant seulement le cycle de recuit comme suit, la température de l'étuve est portée de la température ambiante à la température de figeage **130°c** (température de transition vitreuse) en utilisant une faible vitesse de chauffage de **4°C/heure**, la charge est appliquée dès le début du traitement à l'aide du cadre de charge. Une fois la charge appliquée, l'étuve doit être refroidie lentementent jusqu'à la température ambiante en maintenant la charge avec toujours **4°C/heure**.

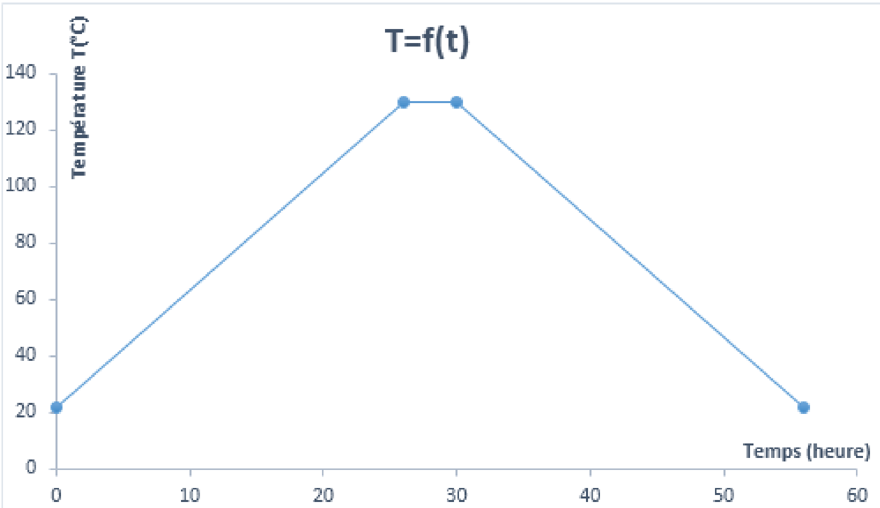


Fig IV.6 : Traitement thermique pour figer les contraintes (graphique)

Fig IV.7 : Le dispositif de charge à l'intérieur de l'étuve.

IV.8 Visualisation du modèle sur le polariscope

Après figeage des contraintes, on observe sur le polariscope, le réseau des franges isochromes en champ clair. Les franges obtenues sont représentées sur la (**figure VI.8**).

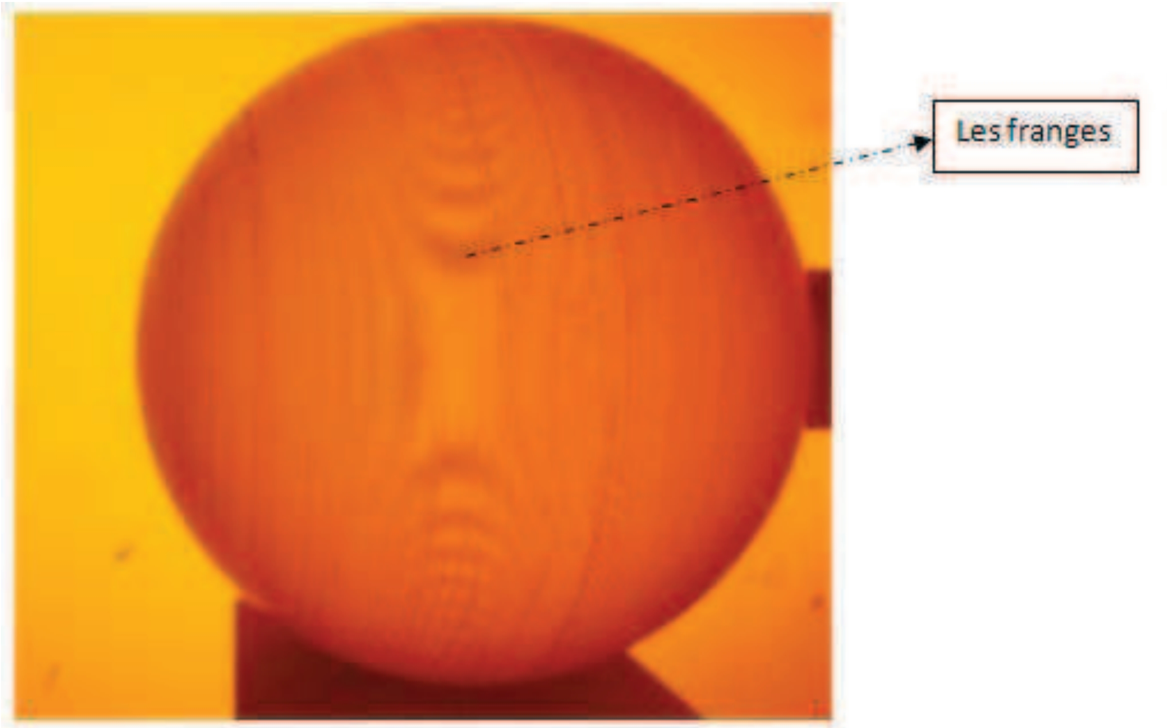


Fig IV.8 : Visualisation du modèle sur polariscope après figeage de contrainte.

IV.9 Découpage mécanique

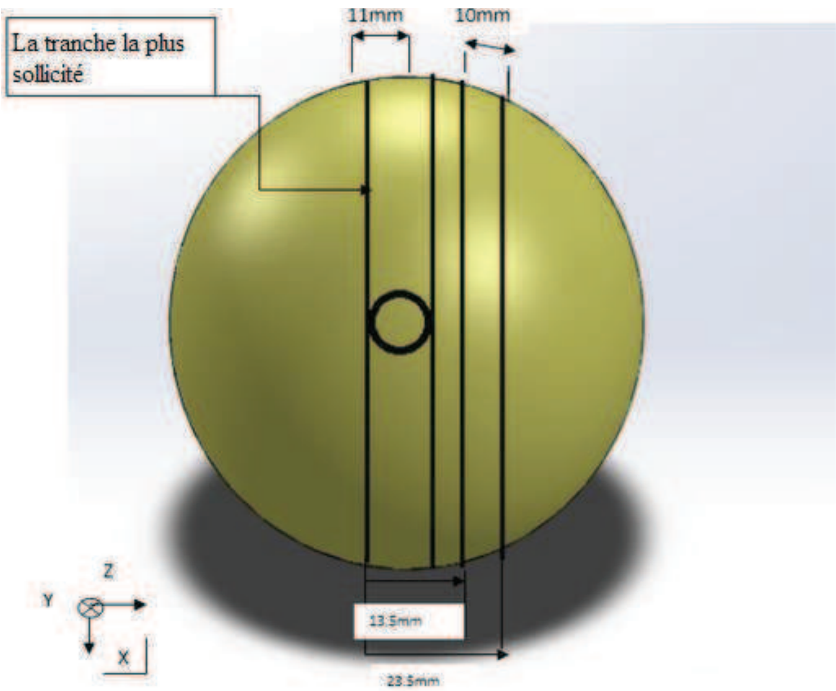


Fig IV.9 : Sphère réalisée avec Solid Works

Après le figeage des contraintes et la visualisation du modèle sous polariscope, nous avons découpé mécaniquement en tranches suivant la direction d'application de la charge (**figure IV.9**).

Le découpage est fait avec une scie mécanique. On a utilisé un disque de **2.5mm** d'épaisseur. Ce découpage s'est fait avec une lubrification abondante pour éviter les contraintes résiduelles. Les tranches obtenues seront analysées sur un polariscope.

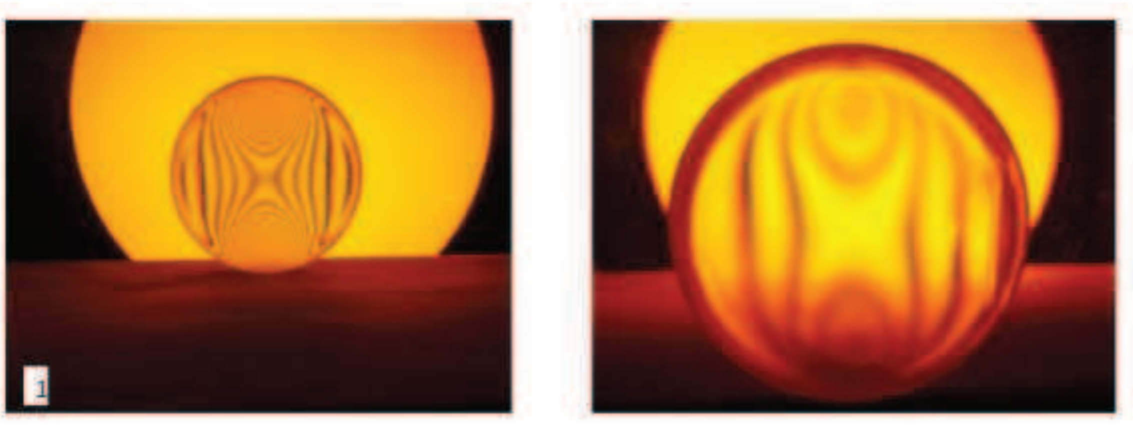
- **Polissage des tranches découpées**

Pour obtenir un bon état de surface désirée, on a fait un polissage sur la polisseuse (**figure IV.10**). On a effectué les différents polissages avec du papier abrasif à différentes dimensions des grains de **80** jusqu'à **2000**.

Fig IV.10 : Polisseuse

IV.10 Visualisation des tranches découpées sur le polariscope

Après le polissage, on observe sur le polariscope, le réseau des franges isochromes en champ clair. Les franges obtenues sont représentées sur la (**figure IV.11**).



z=0 , e=11mm **z=13.5 , e=10mm**

Fig IV.11 : Visualisation des tranche découpées sur le polariscope.

Les franges obtenues correspondent donc aux contraintes développées dans les tranches successives isolées le long de l'axe de la sphère (la première à z=0 et la deuxième à z=13.5).

On constate que les contraintes qui apparaissent dans les tranches diminuent en s'éloignant de la direction d'application de la charge.

On remarque que l'ordre des franges est maximal au voisinage du point d'application de la charge.

IV.11 Analyse des contraintes figées de la tranche le plus sollicité

On choisira la tranche la plus sollicitée pour analyser les contraintes figées.

- **Différence de contraintes principales suivant l'axe de symétrie vartical**

Pour déterminer la variation de la différence des contraintes principales, on doit visualiser le réseau d'isochromes sur le polariscope. Après la détermination des ordres de franges, la loi de Maxwell peut être alors utilisée pour déterminer l'intensité des contraintes.

La différence des contraintes principales suivant le segment [AB] est donné par la relation de Maxwell :

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{N \cdot f}{e}$$

Pour la contrainte de cisaillemnet on a alor :

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$

Et on aura donc à partir des relations ci-dessous :

$$\tau_{\max} = \frac{N \cdot f}{2e}$$

Avec : N :Ordre de frange

f : constante de frange

e :épaisseur du modèle

Remarque : Dans notre étude on a :

f =0.36 N/mm/frange

e =11 mm

- **Visualisation du réseau d'isochromes sur la tranche la plus sollicité en champ clair**

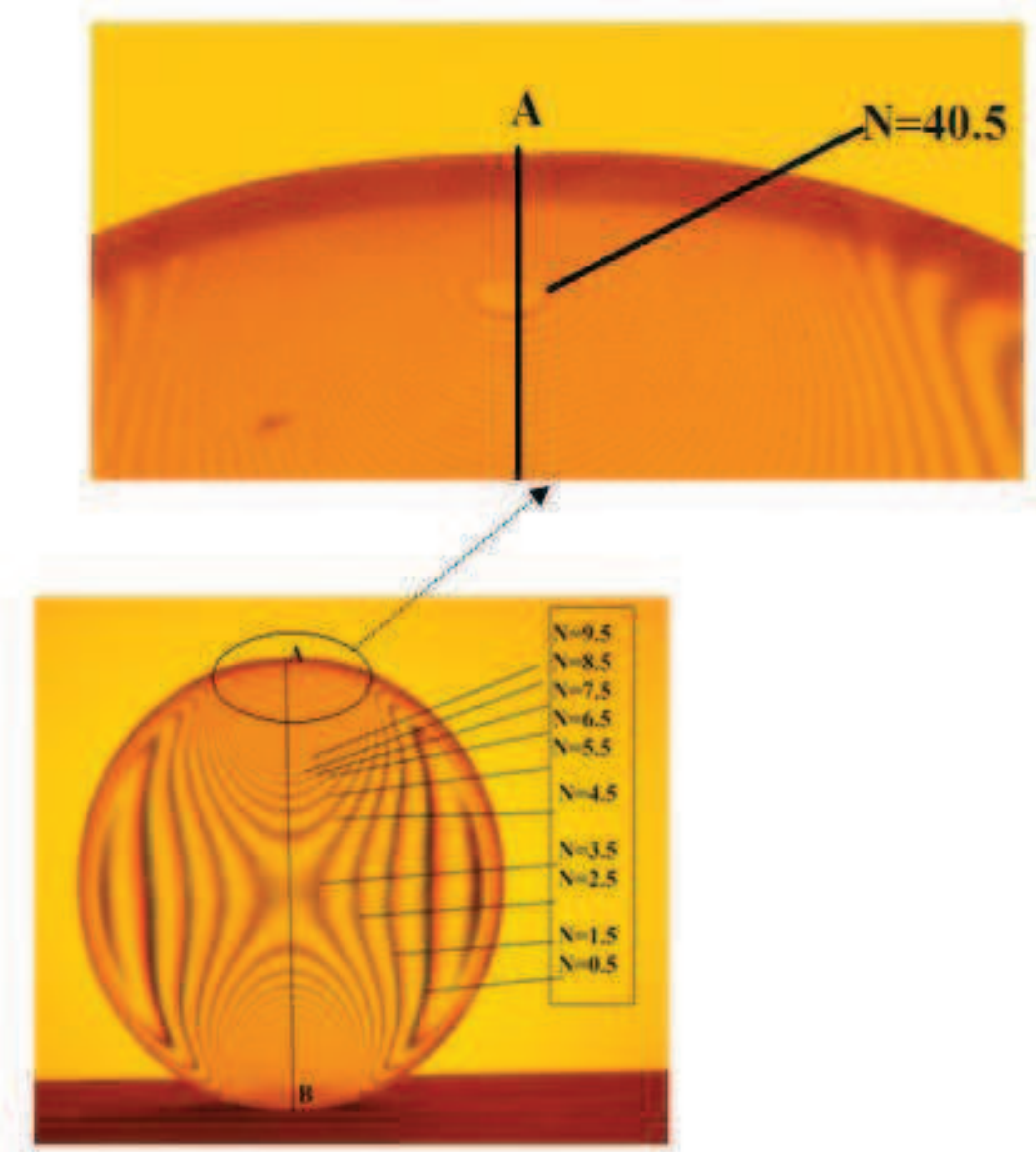


Fig IV.12 : Visualisation du réseau d'isochromes sur la tranche la plus sollicitée en champ clair

A l'intersection du segment [AB] avec les franges isochromes, on relève les distances par rapport au point A. Sachant qu'on a utilisé un champ clair, la première frange prend la valeur d'ordre de frange **N=0.5**. Les autres franges peuvent ensuite être repérées (**figureIV.12**) sur toute la surface du modèle. Ces valeurs sont portées sur (**tableau IV.2**).

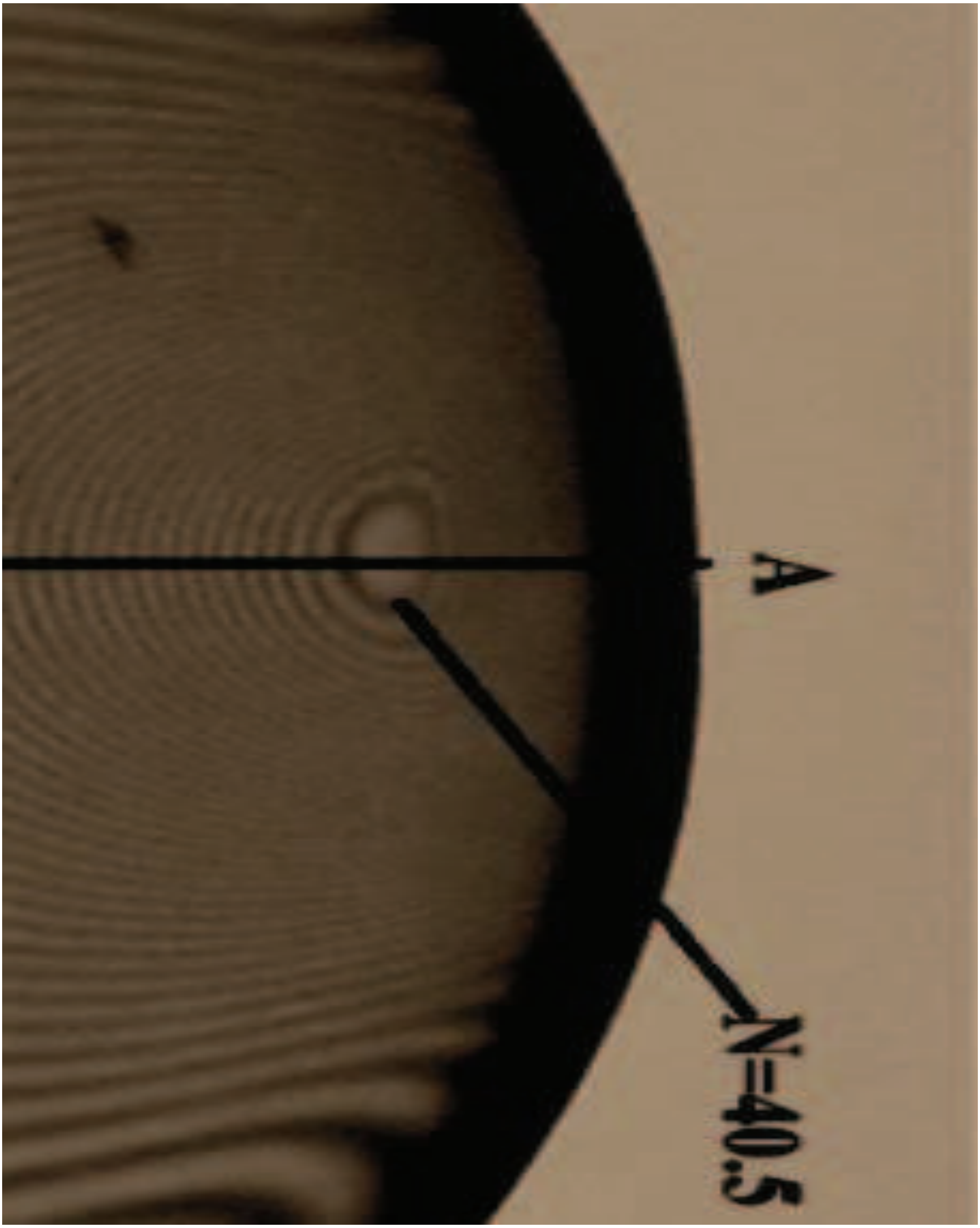


Fig IV-13 : Visualisations des isochromes

Ordre de frange N	Distance sur image (mm)	Distance réelle (mm)	τ_{max} (Mpa)
38,5	13	1,3	0,63
39,5	14	1,4	0,643
40,5	15	1,5	0,66
41	16	1,85	0,67
40,5	18	4,5	0,66
39,5	20	5	0,643
38,5	21	5,25	0,63
37,5	22,5	5,625	0,61
36,5	24	6	0,59
35,5	25	6,25	0,58
34,5	26	6,5	0,564
33,5	27	6,75	0,548
32,5	28	7	0,531
31,5	29	7,25	0,515
30,5	30	7,5	0,499
29,5	31	7,75	0,482
28,5	32	8	0,466
27,5	32,5	8,125	0,45
26,5	33,5	8,375	0,433
25,5	35	8,75	0,417
24,5	36	9	0,4
23,5	37,5	9,375	0,384
22,5	38	9,5	0,368
21,5	39	9,75	0,351
20,5	40,5	10,125	0,335
19,5	42,5	10,625	0,319
18,5	44	11	0,302
17,5	46	11,5	0,286
16,5	48	12	0,27
15,5	50	12,5	0,253
14,5	52	13	0,237
13,5	54	13,5	0,22
12,5	57,5	14,375	0,204
11,5	61	15,25	0,188
10,5	64	16	0,171
9,5	68	17	0,155
8,5	73	18,25	0,139
7,5	79	19,75	0,122
6,5	87	21,75	0,106
5,5	96	24	0,09
4,5	113	28,25	0,073
4	140	35	0,0654

Tab IV-2 : Valeurs de τ_{max} relevée suivant le sigment [AB]

La **figure IV-14** represente la contrainte de cisaillement maximale le long du segment [AB].

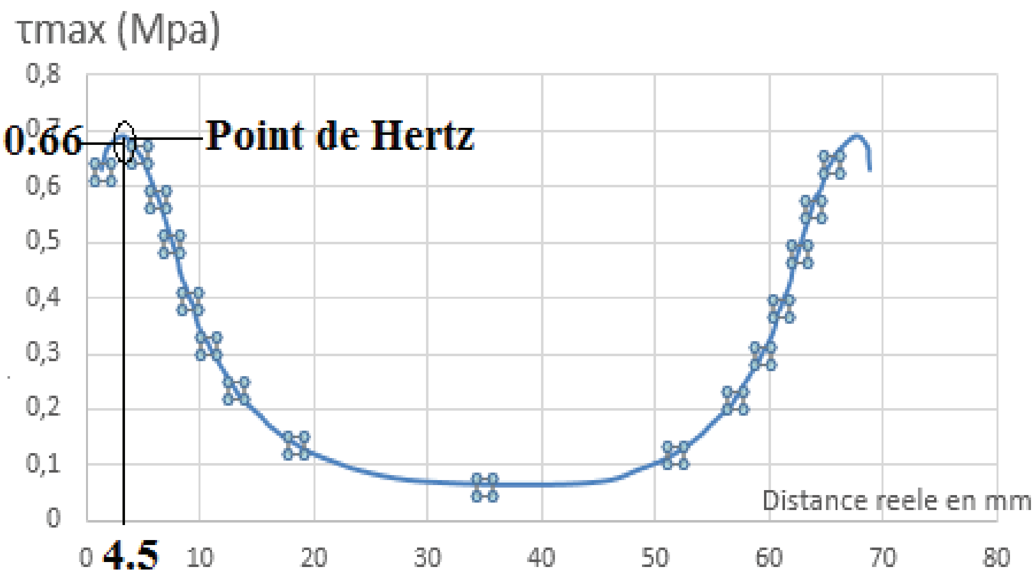


Fig IV-14 : Evaluation de τ_{max} relevé expérimentalement le long de segment [AB]

A chaque ordre de frange, l'ordre de N correspond à une valeur de la contrainte de cisaillement maximale donnée en valeur absolue.

- **Commentaire sur le graphe [AB]**

La variation de la contrainte de cisaillement maximale suivant l'axe [AB] est donné dans la **figure IV.14**. On constate que la contrainte au milieu de la zone de contact prend la valeur de **0.0654 MPa** à une distance de **35mm**, puis elle augmente progressivement jusqu'à la zone de l'application de la charge.

On remarque que la contrainte de cisaillement $\boldsymbol{\tau_{max}}$ prend une valeur maximale au point de Hertz et diminue à mesure qu'on s'éloigne de ce point, et cela confirme la littérature spécialisé, voire la théorie de Hertz.

- **Différence de contraintes principales le long de l'axe de symétrie horizontal**

Ordre de frange **N**	Distance sur image (mm)	Distance reelle (mm)	Contrainte de cisaillement **τ**
0,5	**68**	**23,106**	**0,008**
1,5	**48**	**16,311**	**0,0245**
2,5	**33**	**11,214**	**0,0409**
3,5	**13**	**4,418**	**0,0572**

Tab IV-3 : Valeurs de τ_{max} relevée suivant l'horizontal

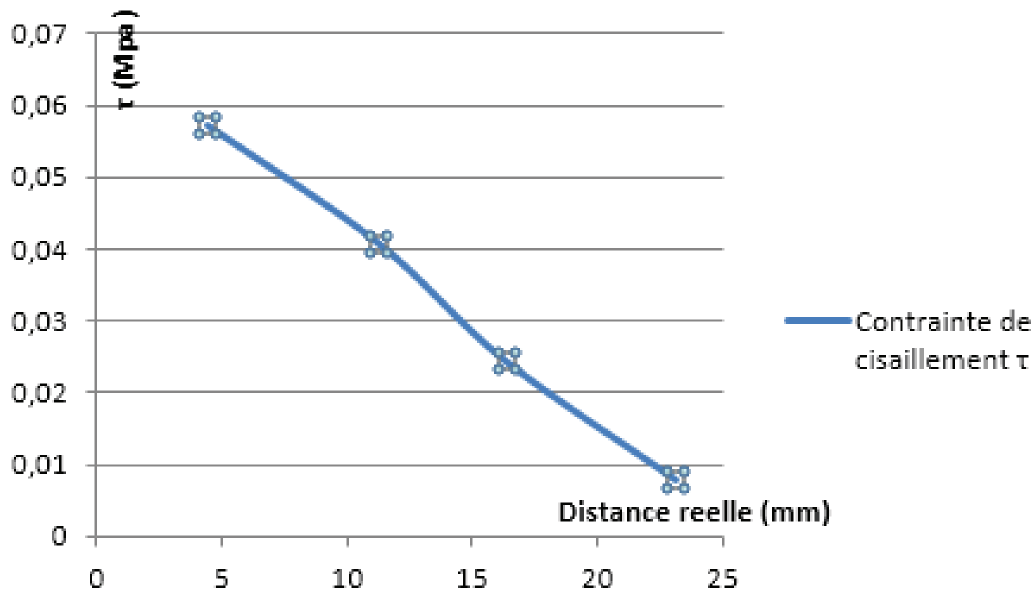


Fig IV-15 : Evaluation de τ_{max} relevée expérimentalement suivant l'horizontal

IV.12 Les franges isoclines

En faisant tourner les deux polaroids simultanément on visualise les différentes franges isoclines qui apparaissent sous forme de franges obscures sur les images en fonction de la position des polaroids.

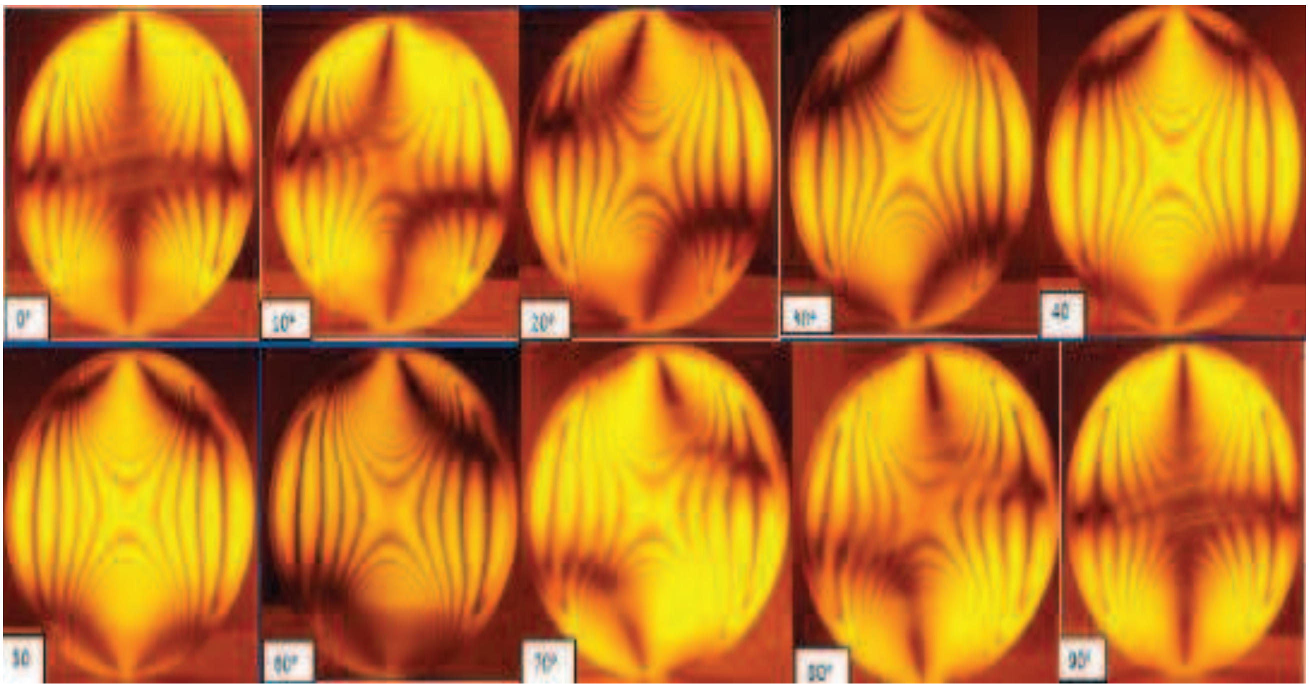


Fig IV.16 : Les franges isoclines expérimentales

IV.13 Exploitation des isoclines pour tracer les isostatiques

L'exploitation des isoclines permet de déterminer les directions principales des contraintes. On peut tracer les trajectoires des contraintes principales appelées aussi isostatiques à partir de la connaissance des isoclines. Les tracés en blanc (**fig.IV.17**) représentent la localisation de chaque isocline correspondant à l'angle de rotation des deux polaroids, qui dans ce cas correspond à un pas de **10 degrés**.

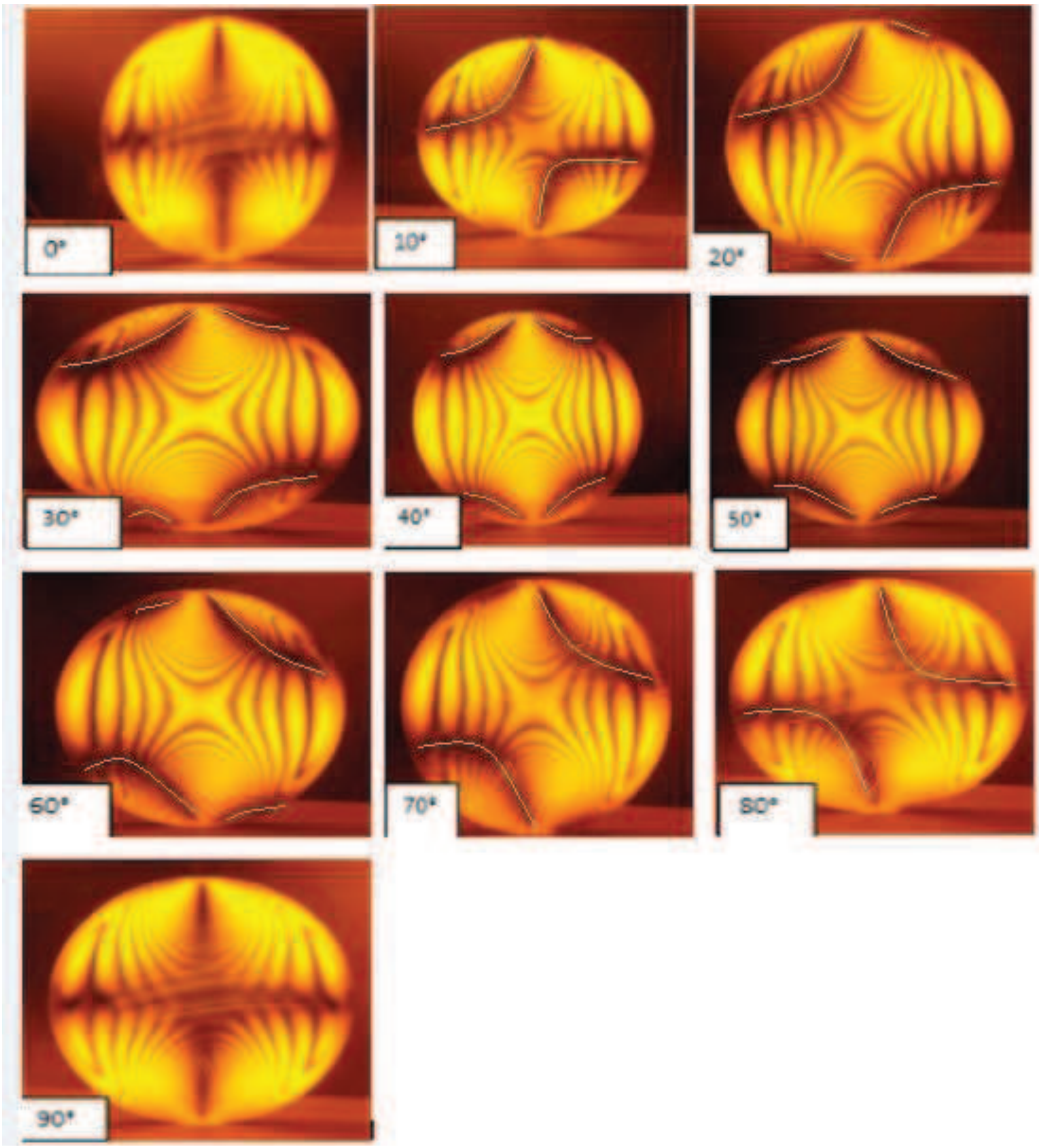


Fig IV.17 : Localisation des isoclines correspondant aux directions principales

On rassemble d'abord toutes les isoclines sur la même figure (**figure IV-18**). Les trajectoires des isostatiques débutent par des points arbitrairement espacés **A**, **B**, **C** sur l'isocline correspondant à **0°c**. A partir de ces points on trace des lignes orientées de 10° par rapport à la normale. Les lignes coupent l'isocline suivante correspondant à 10° en **A'**, **B'**, **C'**…..etc. Du milieu de ces lignes on trace de nouvelles lignes inclinées de 10° par rapport à la normale. On répète cette opération jusqu'à ce que le champ entier soit couvert **figure IV.19**. La **figure IV.20** représente les isoclines et les isostatiques tracées manuellement.

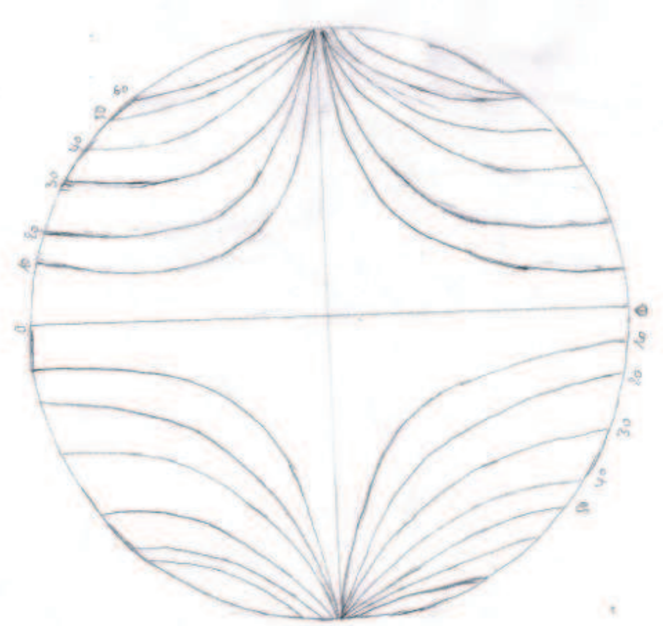


Fig IV.18 : Représentation des isoclines totales

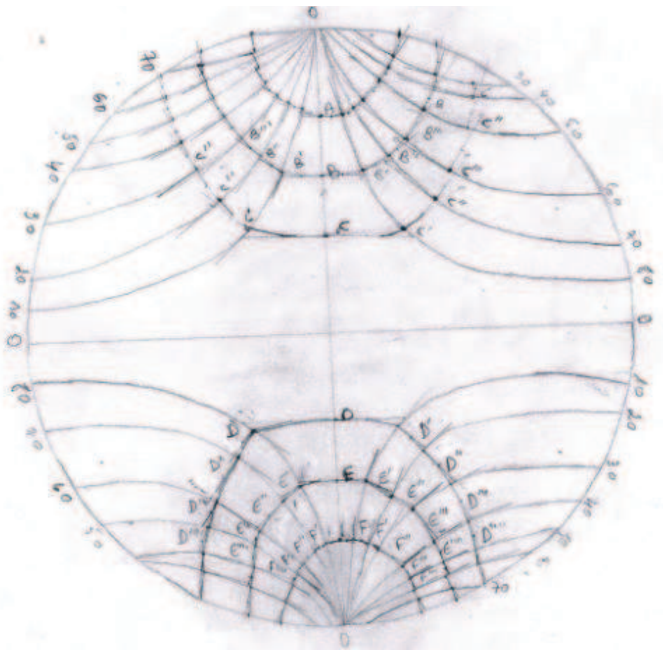


Fig IV.19 : Localisation des isoclines correspondant aux directions principales

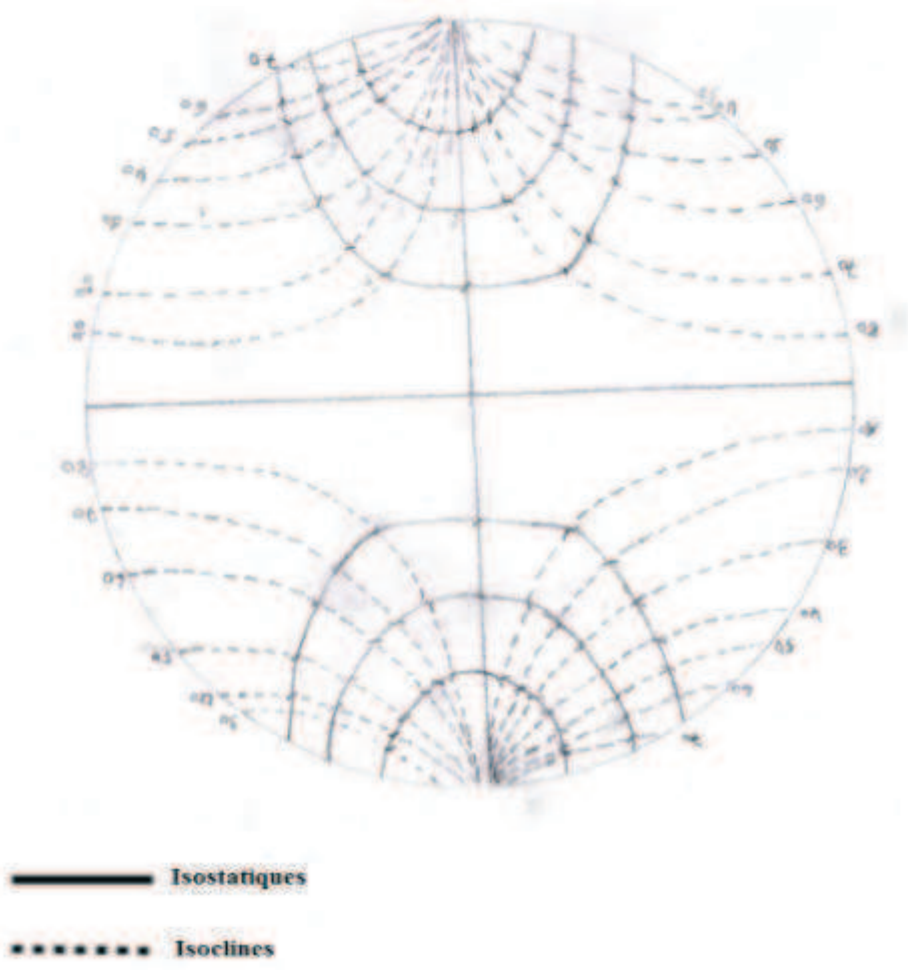


Fig IV.20 : Isoclines et isostatiques pour le contact sphère sur plan

IV.14 Résumé

Dans ce chapitre on a utilisé la photoélasticimétrie pour l'étude du contact dans une sphère. On a déterminé le champ de contraintes développées dans le modèle, et cela en utilisant l'analyse expérimentale des champs de contraintes à l'aide de la photoélasticimétrie pour montrer les franges isochromes pour tracer le graphe des contraintes de cisaillement maximale le long d'une droite [AB] afin de déterminée le point de Hertz expérimentalement, et enfin on a représenté les isoclines pour tracer les directions des contraintes principales.

Conclusion générale

Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire est une initiation à la recherche dans le domaine de l'analyse des contraintes dans les pièces mécaniques en contact. Le but principal de ce présent travail a été l'étude des champs de contraintes figées dans un modèle en contact.

Après une recherche bibliographique traitant différents travaux réalisés sur le problème du contact mécanique, une étude des contraintes sur le modèle (contact sphère sur plan) a été traité expérimentalement à l'aide de la photoélasticimétrie.

Les contraintes sont figées dans le modèle à l'aide du procédé de figeage des contraintes et ensuite découpé suivant des directions choisis selon l'application de la charge en tranches de faibles épaisseurs. Chaque tranche ainsi obtenue permettant de retrouver les champs de contraintes directement et de calculer les valeurs des contraintes.

Le relevé des isochromes a permis de déterminer la variation de la contrainte de cisaillement maximale le long du diamètre, particulièrement au voisinage de la zone de contact. Les isoclines, franges relatives aux directions principales dans le modèle, ont servis à tracer les isostatiques qui sont les trajectoires des contraintes principales.

Les calculs analytiques, à l'aide des relations de Hertz pour le contact plan sur sphère concernant l'aire de contact et l'enfoncement ont été bien vérifiés.

Cette analyse expérimentale des contraintes plan/sphère peut être déterminée à l'aide de la méthode des éléments finis pour une éventuelle comparaison.

Bibliographie

Références bibliographique

[1]: Philippe Busseta « Modélisation et résolution du problème de contact mécanique et son application dans un contact multi physique » université du Québec à CHICOUTIMI février 2009.

[2]: Gérald Zambelli, Léo Vincent « Matériaux et contacts » Edition 1998, Presse Polytechnique et universitaires Romandes.

[3]: Matériaux et surfaces en tribologie, Jamal Takadoum, LA VOISIERE, 2007.

[4]: Loir Kogut et Izhak Etsion « Elastic-plastic contact analysis of a sphere and a Rigid Flat journal of applied Mechanics, septembre 2002, vol 69 (657-662).

[5]: Loir Kogut et Izhak Etsion « A Semi-Analytical Solution for The stitching Inceptions of spherical contact » Journal of Tribology, Jolliet 2003, vol 125 (499-506).

[6]: Robert L.Jackson et Izhak Green « A Finite Element Study of Elasto-Plastic Hemispherical contact Against à Rigid Flat » Journal of Tribology, Avril 2005 vol. 127 [343-354].

[7]: Aoudia Karima « Recyclage et Revalorisation des élastomères usages » l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 2013-2014.

[8]: Arnaud GERMANEAU [Développement de technique des mesures dans le volume, photoélasticimètrie 3D par découpage optique corrélation volumique par tomographie optique et rayon X. Application à l'étude des effets mécanique 3D dans les structures et les biomatériaux] l'université de Poitiers.

[9]:Ali Bilek [Photoelastic and numerical analysis of a spher/plan contact problem] L.M.S.E Laboratory, mechanical Engineering Department, Mouloud Mammeri University Algeria 2015.

[10]: Rabah Haciane et Ali Bilek [Photoelastic and numerical analysis of a spher/plan contact problem] L.M.S.E Laboratory, mechanical Engineering Department, Mouloud Mammeri University Algeria 2015.

ANNEXE

Le programme de la machine outils à commande numérique

% 1

N10 GXZD 32

N20 M6T2D2 M_{08}

N30 M4 M41 S1000

N40 G95 F3

N50 GX75 Z2

N60 G64 N160   N120 I.1 K.1 P1

N70 X70 Z75

N80 X70 Z2

N90 X0 Z2

N100 G80 GXZD32

N110 M6 T4 D4

N120 GX0 Z2

N130 G1 Z0 F1

N140 G3 X70 Z-35 R70

N150 G1 Z-65

N160 X75

N170 GXZD32

N180 M6 T6 D6

N190 GX75 Z-62

N200 G1 X30 F1

N210 Z-70.5

N220 G2 X70 Z-35 R70

N230 G1 X75

N240 GXZD32 M05 M09

N250 M02