


N° d'ordre:

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ MOULOUD MAMMERRI DE TIZI-OUZOU
FACULTÉ DES SCIENCES
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES
LABORATOIRE DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES

MÉMOIRE DE MASTER

Domaine : Mathématiques-informatique
Filière : Mathématiques Appliquées
Spécialité : Recherche Opérationnelle

Par

KHELIFI LAMIA

CONCEPTION D'UN RÉGULATEUR PID POUR UN SYSTÈME DE SUIVI SOLAIRE EN UTILISANT L'APPROCHE DE HANWATE ET HOTE

Soutenu le ..-.-2023 devant le jury :

Dr.	HAMAZ Abdelghani	MCA	UMMTO	Président
Pr.	BEDOUHENE Fazia	Professeur	UMMTO	Encadrante
Mme.	ACHEMINE Farida	MCA	UMMTO	Examinateur

Année Universitaire : 2022 - 2023

TABLE DES MATIÈRES

TABLE DES MATIÈRES	iii
LISTE DES FIGURES	iv
LISTE DES TABLEAUX	v
INTRODUCTION GÉNÉRALE	1
1 ÉNERGIE SOLAIRE ET SYSTÈMES PHOTOVOLTAÏQUES	3
1.1 INTRODUCTION	4
1.2 L'ÉNERGIE SOLAIRE ET LES ÉNERGIES RENOUVELABLES	4
1.3 LES AVANTAGES ET LES INCONVÉNIENTS DES ÉNERGIES RENOUVELABLES	5
1.3.1 les avantages des énergies renouvelables	5
1.3.2 Les inconvénients des énergies renouvelables	5
1.4 L'ÉNERGIE SOLAIRE	6
1.4.1 Comment produire de l'énergie solaire	6
1.4.2 Étapes Générales de Production d'Énergie Solaire :	7
1.4.3 Principe de fonctionnements des panneaux solaires	7
1.4.4 Rendement Énergétique :	8
1.5 LES COMPOSANTS QUI FORMENT LES PANNEAUX SOLAIRES	8
1.6 COMPARAISON ENTRE LES TYPES DE PANNEAUX SOLAIRES	9
1.7 AVANTAGE ET INCONVÉNIENT DES ÉNERGIES SOLAIRES	9
1.7.1 Avantages de l'énergie Solaire	9
1.7.2 Inconvénients de l'Énergie Solaire	10
1.8 CONCLUSION	11
2 ESTIMATION ET CONTRÔLE : CAS DES SYSTÈMES LINÉAIRE À TEMPS CONTINU	12
2.1 NOTIONS DE STABILITÉ AU SENS DE LYAPUNOV	14
2.1.1 Méthode de Lyapunov	14
2.1.2 Théorème de stabilité globale	16
2.1.3 Fonction de Lyapunov pour les systèmes linéaires	17
2.2 OBSERVATEUR D'ÉTAT DES SYSTÈMES LINÉAIRES	19
2.2.1 Réduction de l'équation de sortie	20
2.2.2 Notion d'observabilité	21

2.2.3	L'Observateur de Luenberger	22
2.2.4	Observateur d'Ordre Réduit	24
2.2.5	Observateur à entrées inconnues	26
2.2.6	Observateur de Kalman	28
2.2.7	Observateur à grand gain	29
2.3	QUELQUE PRÉLIMINAIRES SUR LE CONTRÔLE QUADRATIQUE	30
2.3.1	Programmation dynamique pour le contrôle linéaire quadratique.	30
2.3.2	Complétion des carrés - cas matriciel	31
2.3.3	Stabilisabilité	31
2.3.4	Coût optimal quadratique	32
3	CONCEPTION D'UN RÉGULATEUR PID POUR UN SYSTÈME DE SUIVI SOLAIRE EN UTILISANT L'APPROCHE QRAWCP.	35
3.1	INTRODUCTION	35
3.2	MODÈLE DE SYSTÈME DE SUIVI SOLAIRE	35
3.2.1	Modèle Mathématique	37
3.3	APPROCHE QRAWCP UTILISÉE POUR LA CONCEPTION DU RÉGULATEUR PID POUR LE SYSTÈME DE SUIVI SOLAIRE	38
	CONCLUSION GÉNÉRALE	44
	BIBLIOGRAPHIE	45

LISTE DES FIGURES

1.1	Schéma de principe d'un système pv autonome avec stockage	4
2.1	Système masses ressorts Larroque (2008)	19
2.2	Diagramme structurel d'un observateur d'ordre plein	23
3.1	Contrôle de la disposition du système de suivi solaire (Hanwate et Hote (2018))	37

LISTE DES TABLEAUX

1.1	Comparaison entre les Types de Panneaux Solaires	9
3.1	Paramètres du système de suivi solaire	39

INTRODUCTION, MOTIVATION ET OBJECTIFS

DANS l'ère technologique actuelle, la croissance rapide des dispositifs électriques et électroniques entraîne une augmentation significative de la demande énergétique mondiale. Parallèlement, la préoccupation croissante pour l'environnement impose une nécessité pressante d'exploiter l'énergie de manière durable, en privilégiant les sources renouvelables telles que l'énergie éolienne, l'hydroélectricité, l'énergie solaire, etc. L'énergie solaire, en particulier, émerge comme une ressource cruciale, étant la source renouvelable la plus rapide à croître, économiquement viable et applicable à divers environnements.

Cependant, pour exploiter efficacement l'énergie solaire, une infrastructure appropriée, notamment des centrales solaires, est essentielle. Parmi les différentes conceptions de ces centrales, l'utilisation de suiveurs solaires, qu'ils soient actifs, passifs ou basés sur le temps, est couramment adoptée pour optimiser la captation de la lumière solaire. Les suiveurs solaires actifs, en particulier, se déclinent en différentes variantes telles que les suiveurs à un axe et à double axe, chacun offrant des avantages spécifiques.

D'autre part, la conception et le contrôle efficaces des suiveurs solaires sont impératifs pour améliorer l'efficacité de la production d'énergie. Dans ce contexte, l'utilisation de régulateurs PID (Proportionnel, Intégral, Dérivé) a été largement explorée dans la littérature. Les régulateurs PID, malgré leur longévité, demeurent pertinents dans l'industrie en raison de leur simplicité et de leur efficacité.

L'évolution de ces régulateurs PID s'est accompagnée de différentes méthodologies d'ajustement, allant des approches analytiques classiques aux techniques modernes d'optimisation stochastique. Les avancées en informatique ont ouvert la voie à l'utilisation de méthodes telles que l'optimisation par essaim, qui s'inspire du comportement collectif d'oiseaux ou d'insectes [Eberhart et Kennedy \(1995\)](#), [Cramer et al. \(2015\)](#) pour trouver des solutions optimales pour les contrôleurs PID [Sabir et Ali \(2016\)](#).

Par conséquent, ce mémoire se focalise sur l'examen de la méthode introduite par [Hanwate et Hote \(2018\)](#) visant à dériver une formule directe pour la conception du régulateur PID en utilisant l'approche du régulateur quadratique avec pôle de compensation (QRAWCP). L'avantage saillant de cette approche réside dans l'élimination de la nécessité de procédures itératives lors de la conception du régulateur PID. La vérification de la validité de cette approche s'effectue à travers une évaluation de sa robustesse et de son optimalité. La structure de cette thèse est organisée comme suit : le premier chapitre se consacre à l'étude des

énergies solaires et des systèmes photovoltaïques. Le deuxième chapitre explore les notions fondamentales de stabilité, d'observateur et de contrôleurs. Quant au troisième chapitre, il se penche sur l'approche QRAWCP pour la conception du régulateur PID.

ÉNERGIE SOLAIRE ET SYSTÈMES PHOTOVOLTAÏQUES



SOMMAIRE

1.1	INTRODUCTION	4
1.2	L'ÉNERGIE SOLAIRE ET LES ÉNERGIES RENOUVELABLES	4
1.3	LES AVANTAGES ET LES INCONVÉNIENTS DES ÉNERGIES RENOUVELABLES	5
1.3.1	les avantages des énergies renouvelables	5
1.3.2	Les inconvénients des énergies renouvelables	5
1.4	L'ÉNERGIE SOLAIRE	6
1.4.1	Comment produire de l'énergie solaire	6
1.4.2	Étapes Générales de Production d'Énergie Solaire :	7
1.4.3	Principe de fonctionnements des panneaux solaires	7
1.4.4	Rendement Énergétique :	8
1.5	LES COMPOSANTS QUI FORMENT LES PANNEAUX SOLAIRES	8
1.6	COMPARAISON ENTRE LES TYPES DE PANNEAUX SOLAIRES	9
1.7	AVANTAGE ET INCONVÉNIENT DES ÉNERGIES SOLAIRES	9
1.7.1	Avantages de l'énergie Solaire	9
1.7.2	Inconvénients de l'Énergie Solaire	10
1.8	CONCLUSION	11

1.1 INTRODUCTION

L'énergie solaire est l'énergie obtenue en capturant la chaleur et la lumière du soleil. L'énergie provenant du soleil est appelée énergie solaire. La technologie a fourni plusieurs façons d'utiliser cette ressource abondante. Elle est considérée comme une technologie verte car elle n'émet pas de gaz à effet de serre. L'énergie solaire est abondamment disponible et est utilisée depuis longtemps à la fois comme électricité et comme source de chaleur.

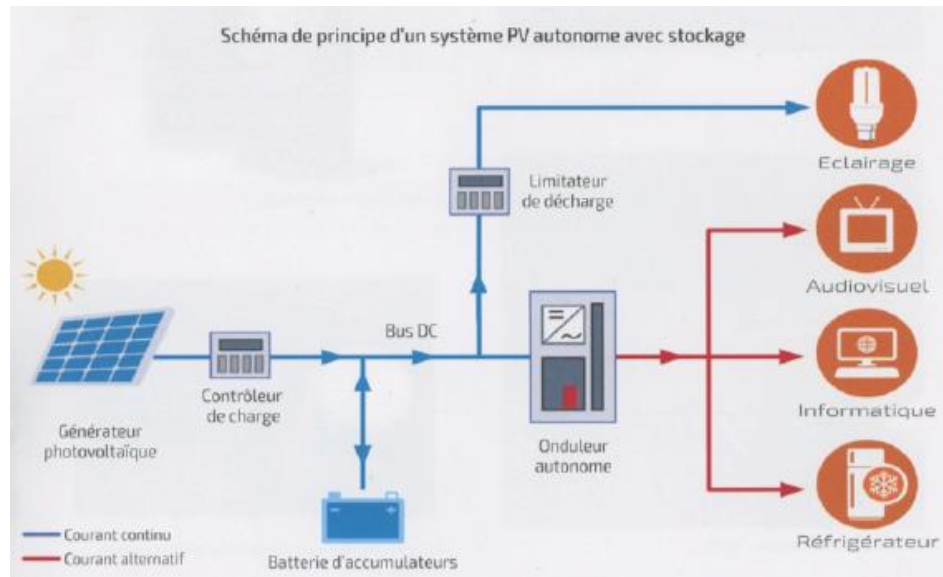


Figure 1.1 – Schéma de principe d'un système pv autonome avec stockage

1.2 L'ÉNERGIE SOLAIRE ET LES ÉNERGIES RENOUVELABLE

Les énergies renouvelables, également appelées énergies propres, sont des ressources inépuisables puisées de manière durable à partir de phénomènes naturels. Elles représentent une solution essentielle dans la quête d'une transition énergétique vers des sources plus durables et respectueuses de l'environnement. Voici une présentation plus détaillée des principales énergies renouvelables :

Définition 1.1 *Énergie Solaire* : Cette forme d'énergie tire profit de la radiation solaire pour générer de l'électricité à travers des panneaux solaires photovoltaïques ou pour produire de la chaleur et via des systèmes solaires thermiques.

Définition 1.2 *Énergie Éolienne* : Les éoliennes, agissant comme des géants silencieux, captent l'énergie cinétique du vent et la transforment en électricité, fournissant une source d'énergie propre et en constante évolution. L'énergie solaire désigne l'énergie émanant du soleil et exploitée pour divers usages. Cette forme d'énergie, propre et renouvelable, provient de la fusion nucléaire se produisant au cœur du soleil. Elle peut être capturée et transformée en électricité ou en chaleur pour alimenter des dispositifs et des systèmes.

Définition 1.3 *Énergie hydraulique : Utilisation de la force de l'eau, généralement à partir de rivières ou de barrages, pour produire de l'électricité à travers des turbines hydrauliques.*

1.3 LES AVANTAGES ET LES INCONVÉNIENTS DES ÉNERGIES RENOUVELABLES

1.3.1 les avantages des énergies renouvelables

Les énergies renouvelables présentent plusieurs avantages environnementaux, notamment leur caractère inépuisable et leurs faibles émissions de CO₂ par rapport aux énergies fossiles. Elles sont considérées comme essentielles pour lutter contre le réchauffement climatique et favorisent la résilience en permettant une production d'énergie distribuée à petite échelle, sans émissions de carbone.

L'Analyse de Cycle de Vie (ACV) est utilisée pour mesurer les émissions de CO₂ des énergies renouvelables. Selon le GIEC, ces énergies présentent généralement des résultats favorables en termes d'ACV par rapport à d'autres sources d'énergie. Le classement des principales sources d'électricité selon leurs émissions de CO₂, en valeurs médianes, montre que l'éolien terrestre et le nucléaire sont parmi les moins polluants.

Outre leurs avantages environnementaux, les énergies renouvelables contribuent à améliorer la sécurité énergétique. Elles réduisent la dépendance aux importations de combustibles fossiles, offrent une diversité géographique dans la production énergétique et stimulent l'économie locale en créant des emplois.

Cependant, le développement des infrastructures renouvelables doit être géré avec soin pour éviter la concentration excessive dans certaines régions du monde. Actuellement, une grande partie de ces infrastructures est située en Asie, soulignant la nécessité d'une distribution plus équitable pour maximiser les avantages mondiaux des énergies renouvelables.

1.3.2 Les inconvénients des énergies renouvelables

Les énergies renouvelables font l'objet de critiques en raison de leur rendement potentiellement inférieur et de coûts de production perçus comme élevés à court terme. Cependant, leur caractéristique principale est leur intermittence, résultant de la variabilité de la production d'énergie solaire et éolienne en fonction des conditions météorologiques.

L'intermittence pose un défi aux réseaux électriques, car la production d'énergie renouvelable dépend des fluctuations météorologiques, entraînant des contraintes et des surcharges lorsqu'elle excède ou ne suffit pas à la demande. Des solutions de stockage d'énergie, telles que des batteries haute capacité et des systèmes d'hydrogène, ont été développées pour atténuer ces défis. Les avancées en gestion de l'énergie visent à intégrer de manière stable la production intermit-

tente des énergies renouvelables dans les réseaux électriques, assurant ainsi un approvisionnement fiable en énergie.

1.4 L'ÉNERGIE SOLAIRE

Énergie Solaire Photovoltaïque (PV) :

Les panneaux solaires photovoltaïques convertissent directement la lumière solaire en électricité à l'aide de cellules solaires. Ils sont couramment utilisés pour alimenter des résidences, des entreprises et des réseaux électriques.

Énergie Solaire Thermique :

Cette approche utilise la chaleur solaire pour générer de la vapeur, qui peut ensuite être utilisée pour produire de l'électricité ou pour des applications de chauffage, telles que les chauffe-eau solaires et les systèmes de chauffage solaire de l'air.

L'énergie solaire, abondante et respectueuse de l'environnement, contribue à réduire la dépendance aux énergies fossiles, à atténuer les émissions de gaz à effet de serre et à promouvoir la durabilité environnementale. Son utilisation joue un rôle de plus en plus essentiel dans le paysage énergétique mondial.

1.4.1 Comment produire de l'énergie solaire

La production d'énergie solaire repose sur deux principales méthodes permettant de tirer parti de l'énergie solaire, à savoir l'énergie solaire photovoltaïque (PV) et l'énergie solaire thermique.

Énergie Solaire Photovoltaïque (pv) :

Les panneaux solaires photovoltaïques, composés de cellules solaires en silicium, convertissent directement la lumière du soleil en électricité. Ces panneaux sont installés sur des surfaces exposées au soleil, comme les toits des bâtiments. Ils captent la lumière solaire et génèrent de l'électricité, prête à être utilisée ou stockée.

Énergie Solaire Thermique :

Les systèmes solaires thermiques exploitent la chaleur du soleil pour des applications spécifiques. Des capteurs solaires thermiques chauffent un fluide, généralement de l'eau, qui peut être utilisé pour chauffer des bâtiments ou produire de la vapeur. Dans les centrales solaires thermiques à concentration, des miroirs dirigent la lumière solaire vers un point focal, générant une chaleur intense pour produire de la vapeur et, par conséquent, de l'électricité.

1.4.2 Étapes Générales de Production d'Énergie Solaire :

Installation des Panneaux Solaires :

Les panneaux solaires sont stratégiquement installés pour maximiser leur exposition à la lumière solaire. L'orientation et l'inclinaison sont ajustées en fonction de la localisation géographique. Cette étape est cruciale pour optimiser la capture de la lumière solaire.

Captation de la Lumière Solaire :

Les cellules solaires des panneaux photovoltaïques captent la lumière solaire et génèrent de l'électricité en utilisant le phénomène photovoltaïque.

Conversion et Stockage de l'Électricité :

L'électricité générée par les panneaux PV est convertie en courant alternatif par un onduleur. Certains systèmes intègrent des solutions de stockage, telles que des batteries, pour stocker l'énergie produite afin de l'utiliser en période sans soleil.

Utilisation de l'Énergie Solaire Thermique :

Dans les systèmes solaires thermiques, la chaleur captée est utilisée pour des applications spécifiques, comme le chauffage de l'eau ou la production de vapeur pour générer de l'électricité. La production d'énergie solaire est flexible, pouvant aller de petites installations résidentielles à des centrales solaires à grande échelle, contribuant ainsi de manière significative à une transition vers une énergie plus propre et durable.

1.4.3 Principe de fonctionnements des panneaux solaires

Le fonctionnement des panneaux solaires repose sur le principe de l'effet photovoltaïque, où la lumière solaire excite les électrons dans le matériau des cellules photovoltaïques, générant ainsi un courant électrique continu. Ce courant peut être converti en courant alternatif via un onduleur, rendant l'électricité utilisable pour alimenter divers dispositifs, habitations, voire des réseaux électriques complets. Voici les principes sous-jacents :

Matériau semi-conducteur :

Les panneaux solaires sont majoritairement fabriqués à partir de semi-conducteurs, notamment du silicium cristallin, en raison de ses propriétés permettant la génération d'électricité sous l'exposition solaire.

Absorption de la Lumière :

Lorsque la lumière solaire (composée de photons) atteint la surface du panneau, les photons interagissent avec les électrons du matériau semi-conducteur.

Formation de Paires Électron-Trou :

Lorsque les photons interagissent avec les électrons dans le matériau semi-conducteur, cela engendre la création de paires électron-trou. Un électron est stimulé par l'énergie du photon, se libérant de son atome d'origine et laissant derrière lui un trou, qui est un défaut de charge positive.

Migration des Porteurs de Charge :

Les électrons libérés et les trous engendrés présentent des charges électriques opposées. En conséquence, les électrons ont une propension à se déplacer vers la région du semi-conducteur où des trous sont présents, induisant ainsi la génération d'un courant électrique.

Circuit Électrique :

Circuit Électrique : Un courant d'électrons circule à travers un circuit électrique connecté au panneau solaire, générant ainsi un courant continu (CC). Ce courant peut être utilisé directement, stocké dans des batteries ou transformé en courant alternatif (CA) pour alimenter des dispositifs domestiques.

1.4.4 Rendement Énergétique :

L'efficacité énergétique dépend de divers facteurs, tels que la qualité du matériau semi-conducteur, l'intensité lumineuse, la température et l'angle d'incidence de la lumière solaire. Les panneaux solaires modernes intègrent des technologies avancées, notamment des cellules solaires à couches minces, des cellules solaires en silicium monocristallin ou polycristallin, ainsi que des systèmes de suivi solaire, afin d'optimiser leur rendement énergétique.

1.5 LES COMPOSANTS QUI FORMENT LES PANNEAUX SOLAIRES

Les panneaux solaires photovoltaïques sont composés des éléments suivants :

Cellules Photovoltaïques :

Ce sont les composants essentiels qui convertissent la lumière solaire en électricité. Généralement fabriquées en silicium, les cellules photovoltaïques génèrent un courant électrique lorsque la lumière solaire les frappe.

Connexions Électriques :

Les cellules photovoltaïques sont interconnectées pour former un module. Les connexions électriques permettent le flux du courant généré par chaque cellule, assurant ainsi une production électrique continue.

Couche Antireflet :

Pour maximiser l'absorption de la lumière solaire, une couche antireflet est souvent appliquée à la surface des cellules. Cette couche réduit la réflexion de la lumière et augmente l'efficacité de la conversion énergétique.

Couche de Protection :

Un revêtement de protection, généralement une couche de verre transparent, est appliqué sur la surface supérieure des panneaux solaires. Il protège les cellules photovoltaïques contre les conditions météorologiques, les dommages physiques et prolonge leur durée de vie.

Cadre de Support :

Les panneaux solaires sont encadrés pour offrir une structure robuste et assurer une installation stable. Ce cadre, généralement en aluminium, protège également les bords des panneaux.

Ces composants travaillent en synergie pour créer des panneaux solaires capables de convertir efficacement l'énergie solaire en électricité utilisable.

1.6 COMPARAISON ENTRE LES TYPES DE PANNEAUX SOLAIRES

Type de Panneau Solaire	Efficacité	Coût	Durabilité
Panneaux Solaires Monocristallins	Élevée	Élevé	Longue durée de vie
Panneaux Solaires Polycristallins	Moyenne	Moyen	Durabilité décente
Panneaux Solaires Amorphes (ou Thin-Film)	Faible à Moyenne	Faible	Moins durable

Tableau 1.1 – Comparaison entre les Types de Panneaux Solaires

1.7 AVANTAGE ET INCONVÉNIENT DES ÉNERGIES SOLAIRES

1.7.1 Avantages de l'énergie Solaire

Renouvelable : L'énergie solaire est une source renouvelable, car elle est générée par le soleil, qui est une ressource inépuisable.

Propre : La production d'énergie solaire ne produit pas de gaz à effet de serre ni d'émissions polluantes, contribuant ainsi à la réduction de l'empreinte carbone.

Faibles Coûts d'exploitation : Une fois les installations en place, les coûts d'exploitation et de maintenance des systèmes solaires sont relativement bas.

Indépendance Énergétique : L'énergie solaire permet aux individus et aux communautés de devenir plus indépendants sur le plan énergétique en générant leur propre électricité.

Applications Diverses : L'énergie solaire peut être utilisée pour produire de l'électricité (photovoltaïque) et pour le chauffage de l'eau, des bâtiments, et même pour alimenter des véhicules.

Économies Financières : Les propriétaires de systèmes solaires peuvent bénéficier de programmes d'incitation gouvernementaux, de crédits d'impôt et peuvent économiser sur leurs factures d'électricité à long terme.

1.7.2 Inconvénients de l'Énergie Solaire

Intermittence : L'énergie solaire est intermittente, dépendant de la disponibilité du soleil. Elle n'est pas produite la nuit et peut être réduite par des conditions météorologiques défavorables.

Coûts Initiaux Élevés : Bien que les coûts d'exploitation soient bas, les coûts initiaux d'installation de systèmes solaires peuvent être élevés, bien que ces coûts diminuent au fil du temps.

Espace Requis : Les installations solaires nécessitent souvent beaucoup d'espace, ce qui peut être un défi dans les zones urbaines densément peuplées.

Dépendance aux Batteries : Pour pallier l'intermittence, les systèmes solaires nécessitent souvent des solutions de stockage coûteuses, comme des batteries, pour stocker l'énergie pour une utilisation ultérieure.

Fabrication des Panneaux : La fabrication des panneaux solaires peut impliquer l'utilisation de matériaux et de processus énergivores, bien que des progrès soient réalisés pour rendre la production plus durable.

Impact sur l'Environnement : La production de panneaux solaires peut générer des déchets électroniques et chimiques, bien que des efforts soient faits pour améliorer le recyclage.

En résumé, l'énergie solaire offre une source d'énergie propre et durable avec des avantages significatifs, mais elle présente des défis liés à son intermittence, à ses coûts initiaux et à ses exigences d'espace. Des avancées constantes dans la technologie solaire cherchent à atténuer ces inconvénients et à faire progresser l'adoption de cette source d'énergie.

1.8 CONCLUSION

L'énergie solaire, captée par des panneaux photovoltaïques, est une solution cruciale pour une transition énergétique durable. Malgré des défis tels que son intermittence et des coûts initiaux élevés, l'énergie solaire offre des avantages majeurs, dont sa durabilité, son faible impact environnemental et son potentiel d'indépendance énergétique. Les innovations constantes renforcent son rôle central dans la recherche de sources d'énergie propres et renouvelables.

ESTIMATION ET CONTRÔLE : CAS DES SYSTÈMES LINÉAIRE À TEMPS CONTINU

SOMMAIRE

2.1	NOTIONS DE STABILITÉ AU SENS DE LYAPUNOV	14
2.1.1	Méthode de Lyapunov	14
2.1.2	Théorème de stabilité globale	16
2.1.3	Fonction de Lyapunov pour les systèmes linéaires	17
2.2	OBSERVATEUR D'ÉTAT DES SYSTÈMES LINÉAIRES	19
2.2.1	Réduction de l'équation de sortie	20
2.2.2	Notion d'observabilité	21
2.2.3	L'Observateur de Luenberger	22
2.2.4	Observateur d'Ordre Réduit	24
2.2.5	Observateur à entrées inconnues	26
2.2.6	Observateur de Kalman	28
2.2.7	Observateur à grand gain	29
2.3	QUELQUE PRÉLIMINAIRES SUR LE CONTRÔLE QUADRATIQUE	30
2.3.1	Programmation dynamique pour le contrôle linéaire quadratique.	30
2.3.2	Complétion des carrés - cas matriciel	31
2.3.3	Stabilisabilité	31
2.3.4	Coût optimal quadratique	32

LE présent chapitre se consacre à l'exploration approfondie des concepts fondamentaux liés à la stabilité et aux observateurs dans le contexte des systèmes dynamiques. La stabilité, en particulier, est une propriété cruciale pour garantir le comportement souhaité des systèmes dynamiques. Nous débuterons cette exploration en introduisant les notions de stabilité au sens de Lyapunov.

La Section 2.1, intitulée "Notions de stabilité au sens de Lyapunov", détaille la méthode de Lyapunov, un outil essentiel pour évaluer la stabilité des systèmes dynamiques. Elle englobe également le Théorème de stabilité globale et la fonction de Lyapunov, mettant l'accent sur son application aux systèmes linéaires.

Dans la continuité, la Section 2.2, "Observateur d'état des systèmes linéaires", examine les divers aspects liés à la conception d'observateurs pour ces systèmes. Cette section explore des concepts tels que la réduction de l'équation de sortie, la notion d'observabilité, et introduit des observateurs spécifiques tels que l'Observateur de Luenberger, l'Observateur d'Ordre Réduit, l'Observateur à entrées inconnues, l'Observateur de Kalman, et l'Observateur à grand gain.

Enfin, la Section 2.3, "Quelques préliminaires sur le contrôle quadratique", clôture le chapitre en présentant des prérequis relatifs au contrôle quadratique, notamment la programmation dynamique, la complétion des carrés (cas matriciel), la stabilisabilité, et le coût optimal quadratique.

Ce chapitre est largement inspiré des références [Trélat \(2005\)](#) et [Khalil \(2002\)](#), [AOUIMEUR et AISSAOUI \(2020\)](#), [Choi et Chung \(1996\)](#), [Gauthier et Kupka \(2001\)](#).

2.1 NOTIONS DE STABILITÉ AU SENS DE LYAPUNOV

Dans le contexte des systèmes linéaires, diverses notions de stabilité sont essentielles pour comprendre le comportement des systèmes dynamiques. Voici les concepts clés liés à la stabilité dans le cas linéaire :

Stabilité Asymptotique :

L'équilibre du système est dit être asymptotiquement stable s'il est Lyapunov stable et s'il existe un $\delta > 0$ tel que si $\|x(0) - x_e\| < \delta$, alors

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t) - x_e\| = 0.$$

Stabilité exponentiellement : L'équilibre du système est dit être exponentiellement stable s'il est asymptotiquement stable et s'il existe des $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $\delta > 0$ tels que si $\|x(0) - x_e\| < \delta$, alors $\|x(t) - x_e\| \leq \alpha \|x(0) - x_e\| e^{-\beta t}$, pour tous $t \geq 0$.

Remarque 2.1 *Dans le contexte des systèmes linéaires, la stabilité exponentielle et la stabilité asymptotique sont équivalentes. Cela se traduit par le signe des valeurs propres de la matrice du système $\dot{x} = Ax$. Plus précisément, l'origine est considérée comme un équilibre exponentiellement stable si et seulement si la matrice A est de Hurwitz, ce qui signifie que toutes ses valeurs propres ont une partie réelle strictement négative. Cette condition assure que les solutions convergent exponentiellement vers l'équilibre, garantissant ainsi la stabilité du système.*

2.1.1 Méthode de Lyapunov

Définition 2.1 *Une fonction de Lyapunov pour un système dynamique autonome*

$$\begin{cases} g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n \\ \dot{y} = g(y) \end{cases}$$

avec un point d'équilibre en $y = 0$ est une fonction scalaire

$$V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$$

qui est continue, a des dérivées continues, est strictement positive pour $y \neq 0$, et pour laquelle la dérivée temporelle

$$\dot{V} = \nabla V \cdot g$$

est non positive (ces conditions sont requises dans une région contenant l'origine). La condition plus forte selon laquelle $-\nabla V \cdot g$ est strictement positive pour $y \neq 0$ est parfois formulée comme $-\nabla V \cdot g$ est localement définie positive, ou $\nabla V \cdot g$ est localement définie négative.

Discussion supplémentaire sur les termes dans la définition

Les fonctions de Lyapunov interviennent dans l'étude des points d'équilibre des systèmes dynamiques. Dans \mathbb{R}^n , un système dynamique autonome arbitraire peut être écrit comme

$$\dot{y} = g(y)$$

pour une certaine fonction $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$.

Un point d'équilibre est un point y^* tel que $g(y^*) = 0$. Pour un point d'équilibre donné y^* , il existe toujours une transformation de coordonnées $x = y - y^*$ telle que

$$\begin{cases} \dot{x} = g(y) = g(x + y^*) = f(x) \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

Ainsi, pour l'étude des points d'équilibre, il est suffisant de supposer que le point d'équilibre se produit en 0.

Par la règle de la chaîne, pour toute fonction $H : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, la dérivée temporelle de la fonction évaluée le long d'une solution du système dynamique est

$$\dot{H} = \nabla H \cdot f(x).$$

Une fonction H est définie comme étant localement positive définie (au sens des systèmes dynamiques) si $H(0) = 0$ et s'il existe un voisinage de l'origine, \mathcal{B} , tel que $H(x) > 0$ pour tout $x \in \mathcal{B} \setminus \{0\}$.

Théorème 2.1 (Théorèmes de Lyapunov [Khalil \(2002\)](#)) *Soit $x^* = 0$ un équilibre du système autonome*

$$\dot{x} = f(x).$$

Utilisons la notation $\dot{V}(x)$ pour désigner la dérivée temporelle de la fonction de Lyapunov candidate V :

$$\dot{V}(x) = \nabla V \cdot f(x).$$

Si l'équilibre est isolé, la fonction de Lyapunov candidate V est localement positive définie, et la dérivée temporelle de la fonction de Lyapunov est localement définie négative :

$$\dot{V}(x) < 0 \quad \forall x \in \mathcal{B} \setminus \{0\}$$

pour un certain voisinage \mathcal{B} de l'origine, alors l'équilibre est prouvé être localement asymptotiquement stable.

Équilibre stable

Si V est une fonction de Lyapunov, alors l'équilibre est Lyapunov stable. La réciproque est également vraie et a été démontrée par José Luis Massera.

Équilibre globalement asymptotiquement stable

Si la fonction de Lyapunov candidate V est globalement positive définie, ra-

dialement non bornée, l'équilibre isolé, et la dérivée temporelle de la fonction de Lyapunov candidate est globalement définie négative :

$$\dot{V}(x) < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\},$$

alors l'équilibre est prouvé être globalement asymptotiquement stable.

La fonction de Lyapunov candidate $V(x)$ est radialement non bornée si

$$\|x\| \rightarrow \infty \Rightarrow V(x) \rightarrow \infty.$$

(Cela est également appelé coercivité de la norme.)

Exemple

Considérons l'équation différentielle suivante sur \mathbb{R} :

$$\dot{x} = -x.$$

Étant donné que x^2 est toujours positif autour de l'origine, c'est un candidat naturel pour être une fonction de Lyapunov pour nous aider à étudier x . Donc, posons $V(x) = x^2$ sur \mathbb{R} . Alors,

$$\dot{V}(x) = V'(x)\dot{x} = 2x \cdot (-x) = -2x^2 < 0.$$

Cela montre correctement que l'équation différentielle ci-dessus est asymptotiquement stable autour de l'origine. Remarquez qu'en utilisant le même candidat Lyapunov, on peut montrer que l'équilibre est également globalement asymptotiquement stable.

2.1.2 Théorème de stabilité globale

Afin d'assurer la stabilité globale d'un système selon le théorème de Lyapunov, il est impératif que toutes les hypothèses de ce théorème soient satisfaites. De plus, la condition de bornitude radiale doit également être présente, signifiant que la fonction $V(x) \rightarrow \infty$ lorsque $\|x\| \rightarrow \infty$ lorsque la norme dans ce contexte, on qualifie de radialement non-bornée. Le théorème suivant, attribué à Barbashin-Krasovskii, résume ces conditions.

Théorème 2.2 *Soit $x = 0$ un point d'équilibre pour le système*

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ x(0) = x_0 \end{cases} \tag{2.1}$$

. Supposons que $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ est une fonction de classe C^1 vérifiant les conditions suivantes :

$$V(x) > 0 \forall (x \neq 0) \quad V(0) = 0 \quad \dot{V}(x) < 0 \forall (x \neq 0) \quad \|x\| \rightarrow \infty \Rightarrow V(x) \rightarrow \infty. \tag{2.2}$$

Alors, $x = 0$ est globalement asymptotiquement stable.

Preuve : Soit $p \in \mathbb{R}^n$ un point quelconque. Posons $c = V(p)$. La condition (2.2) implique que pour tout $c > 0$, il existe $r > 0$ tel que $V(x) > c$ chaque fois que $\|x\| > r$. Ainsi, $\Omega_c \subset B_r$, ce qui implique que l'ensemble Ω_c est borné. Le reste de la démonstration est similaire à celle du théorème 2.2.

Exemple

Considérons le système

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -h(x_1) - ax_2 \end{aligned} \tag{2.3}$$

où $a > 0$, $h(\cdot)$ est localement Lipschitz, $h(0) = 0$, et $h(y) > 0$ pour tout $y \neq 0$. La fonction de Lyapunov

$$V(x) = \frac{\delta}{2} x^T \begin{bmatrix} ka^2 & ka \\ ka & 1 \end{bmatrix} x + \delta \int_0^{x_1} h(y) dy$$

est définie positive pour tout $x \in \mathbb{R}^2$ et radialement non-bornée. Sa dérivée

$$\dot{V}(x) = -a\delta(1-k)x_2^2 - a\delta k x_1 h(x_1)$$

est définie négative sur \mathbb{R}^2 pour tout $k \in (0, 1)$. En vertu du théorème précédent, on conclut que l'origine est globalement asymptotiquement stable.

2.1.3 Fonction de Lyapunov pour les systèmes linéaires

Considérons le système linéaire

$$\dot{x} = Ax. \tag{2.4}$$

Lorsque toutes les valeurs propres de A vérifient $\text{Re}(\lambda_i) < 0$, alors A est dite matrice de Hurwitz ou matrice de stabilité. Supposons que la matrice A est inversible, ce qui garantirait l'unicité du point d'équilibre $x = 0$. Rappelons que l'origine du système (2.4) est asymptotiquement stable si et seulement si la matrice A est de Hurwitz.

On peut également caractériser la stabilité asymptotique en utilisant la méthode de Lyapunov. Considérons la fonction de Lyapunov suivante

$$V(x) = x^T P x$$

où P est une matrice réelle symétrique définie positive. La dérivée de V le long

des trajectoires du système (2.4) est donnée par

$$\dot{V}(x) = x^T Q x$$

où Q est la matrice symétrique donnée par

$$Q = - (PA + A^T P) \quad (2.5)$$

L'équation (2.5) est dite équation de Lyapunov.

Le théorème suivant caractérise la stabilité asymptotique de l'origine en termes de solution de l'équation de Lyapunov :

Théorème 2.3 (Khalil (2002)) *Une matrice A est de Hurwitz si et seulement si, pour toute matrice symétrique définie positive Q donnée, il existe une matrice P symétrique définie positive vérifiant l'équation de Lyapunov). Si, de plus, A est de Hurwitz, alors P est l'unique solution de l'équation (2.5).*

Preuve. La suffisance découle du Théorème 2.3 avec $V(x) = x^T P x$. Pour montrer la nécessité, supposons que toutes les valeurs propres de A vérifient $\text{Re}(\lambda_i) < 0$, et considérons la matrice P définie par

$$P = \int_0^{\infty} \exp(A^T t) Q \exp(At) dt \quad (2.6)$$

Cette intégrale est bien définie du fait que les éléments à intégrer sont de la forme $t^{k-1} \exp(\lambda_i t)$, avec $\text{Re}(\lambda_i) < 0$. La matrice P est clairement symétrique. Montrons qu'elle est définie positive. Supposons le contraire, il existe donc un vecteur $x \neq 0$ tel que $x^T P x = 0$. Comme la matrice $\exp(At)$ est inversible pour tout t , il vient que

$$x^T P x = 0 \Rightarrow \int_0^{\infty} x^T \exp(A^T t) Q \exp(At) x dt = 0 \Rightarrow \exp(At) x \equiv 0, \forall t \geq 0 \Rightarrow x = 0.$$

Cette contradiction montre que P est définie positive. En remplaçant l'expression de P dans l'équation de Lyapunov, on obtient

$$PA + A^T P = \int_0^{\infty} \exp(A^T t) Q \exp(At) dt + \int_0^{\infty} A^T \exp(A^T t) Q \exp(At) dt$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{d}{dt} \exp(A^T t) Q \exp(At) dt = \exp(A^T t) Q \exp(At) \Big|_0^{\infty} = -Q$$

ce qui montre que P est bien une solution de l'équation de Lyapunov. Pour montrer que c'est l'unique solution, supposons l'existence d'une autre solution $P' \neq P$. Donc

$$(P - P') A + A^T (P - P') = 0,$$

il vient que

$$0 = \exp(A^T t) (P - P') \exp(At) = \frac{d}{dt} \exp(A^T t) (P - P') \exp(At) = 0,$$

autrement dit

$$\exp(A^T t) (P - P') \exp(At) \equiv \text{constante pour tout } t.$$

En particulier, comme $\exp(A \cdot 0) = \text{Id}$, nous avons

$$(P - P') = \exp(A^T t) (P - P') \exp(At) \rightarrow 0 \text{ lorsque } t \rightarrow \infty.$$

Finalement, $P = P'$.

2.2 OBSERVATEUR D'ÉTAT DES SYSTÈMES LINÉAIRES

Cette partie est dédiée à la présentation des notions d'observateur et d'observabilité pour les systèmes linéaires stationnaires (SLS). Cette classe de systèmes peut être décrite par les équations d'état suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2.7)$$

- À chaque instant t , les vecteurs $x(t)$ dans \mathbb{R}^n , $u(t)$ dans \mathbb{R}^m , et $y(t)$ dans \mathbb{R}^l représentent respectivement le vecteur d'état, le vecteur d'entrée, et le vecteur de sortie du système.
- Les matrices A dans $\mathbb{R}^{n \times n}$, B dans $\mathbb{R}^{n \times m}$, et C dans $\mathbb{R}^{l \times n}$ sont des matrices constantes connues du système, dérivées directement des équations opérationnelles du système.

Cette classe de système modélise plusieurs phénomènes physique. Nous citons à titre d'exemple le système de masses-ressorts

Exemple 2.1 *Considérons un système de masses-ressorts illustré par la Figure 2.1*

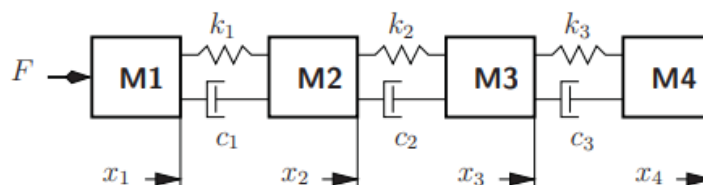


Figure 2.1 – Système masses ressorts *Larroque (2008)*

Ce système est constitué de quatre masses, m_1 , m_2 , m_3 et m_4 , identifiées par leur position mesurable x_1 , x_3 , x_5 et x_7 (où x_1 , x_3 , x_5 et x_7 correspondent respectivement aux sorties $y(t)$ du système, avec $l = 4$). Ces quatre masses sont connectées en série

par trois ressorts, caractérisés par les coefficients de raideur k_1, k_2, k_3 , et les coefficients de frottement visqueux c_1, c_2, c_3 . Une force d'excitation F agit sur la masse m_1 (où F représente l'entrée $u(t)$ du système avec $m = 1$). Modélisé sous sa forme d'état, ce système présente huit états et est décrit par l'équation (2.7) avec les matrices suivantes :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_1}{m_1} & -\frac{c_1}{m_1} & \frac{k_1}{m_1} & \frac{c_1}{m_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_1}{m_2} & \frac{c_1}{m_2} & -\left(\frac{k_1}{m_2} + \frac{k_2}{m_2}\right) & -\left(\frac{c_1}{m_2} + \frac{c_2}{m_2}\right) & \frac{k_2}{m_2} & \frac{c_2}{m_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{k_2}{m_3} & \frac{c_2}{m_3} & -\left(\frac{k_2}{m_3} + \frac{k_3}{m_3}\right) & -\left(\frac{c_2}{m_3} + \frac{c_3}{m_3}\right) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{k_3}{m_4} & \frac{c_3}{m_4} \end{bmatrix}, \quad (2.8)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{1}{m_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad u(t) = F \quad (2.9)$$

2.2.1 Réduction de l'équation de sortie

Il est possible de simplifier certaines études en exploitant une caractéristique de la matrice C , souvent vérifiée dans la plupart des cas. Cette caractéristique découle de l'observation selon laquelle, dans la plupart des systèmes réels, les mesures sont mutuellement indépendantes, impliquant ainsi que la matrice C est de rang plein en ligne.

Considérons le système (2.7) et définissons les partitions suivantes pour la matrice C et le vecteur d'état $x(t)$ comme suit :

$$C = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

où $\text{rang}(C_1) = l$, $C_1 \in \mathbb{R}^{l \times l}$, et $x_1 \in \mathbb{R}^{l \times 1}$.

Ainsi, si $\text{rang}(C_1) = l$, et en introduisant le changement de variable $\bar{x}(t) = Px(t)$, avec :

$$P = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \\ 0_{n-l,l} & I_{n-l} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

le système (2.7) devient :

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}\bar{x}(t) + \bar{B}u(t) \\ \bar{y}(t) = \bar{C}\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} I_l & 0_{l,n-l} \end{bmatrix} \bar{x}(t) \end{cases} \quad (2.11)$$

avec $\bar{A} = PAP^{-1}$, $\bar{B} = PB$, et $\bar{C} = CP^{-1}$.

De plus, si $\text{rang}(C_1) = l$, mais que les l mesures sont linéairement indépendantes entre elles, il peut parfois être nécessaire de définir une matrice de permutation des variables d'état pour garantir $\text{rang}(C_1) = l$.

Ainsi, en se basant sur cette observation concernant la matrice C , on peut simplifier la présentation de certaines études en considérant qu'un SLS dont les mesures sont linéairement indépendantes peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) = \begin{bmatrix} I_l & 0_{l,n-l} \end{bmatrix} x(t) \end{aligned}$$

2.2.2 Notion d'observabilité

La considération de l'observabilité revêt une importance fondamentale lors de la conception d'observateurs.

Définition 2.2 (Borne et al., 1992) *Un Système Linéaire Stationnaire (SLS) est entièrement observable si, pour tout instant initial t_1 , état initial x_1 à t_1 , et instant final t_2 différent de t_1 , la connaissance seule de sa sortie $y(t)$ et de son entrée $u(t)$ sur l'intervalle $t_1 \leq t \leq t_2$ permet de déterminer l'état initial x_1 .*

Selon la Définition 2.2, différents critères d'observabilité peuvent être définis.

Le **Théorème** (Borne et al., 1992) énonce que la propriété "la paire (A, C) est entièrement observable" est équivalente à plusieurs propriétés alternatives, dont les principales sont les suivantes :

1. Il n'existe aucune matrice régulière P telle que

$$PAP^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 \\ A_{21} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$CP^{-1} = \begin{bmatrix} C_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.13)$$

où A_{11} est une matrice $k_{\mathcal{O}} \times k_{\mathcal{O}}$ (avec $k_{\mathcal{O}} < n$), C_1 est une matrice $m \times \mathcal{O}$, A_{22} est une matrice $(n - \mathcal{O}) \times (n - \mathcal{O})$.

2. Critère de Kalman : \mathcal{O} est maximal, c'est-à-dire $\mathcal{O} = n$.
3. Aucun vecteur propre v de la matrice A ne vérifie la relation $Cv = 0$.
4. Pour toutes les valeurs de t_1 et $t_2 > t_1$, la matrice (correspondant au gram-

mien d'observabilité)

$$W_R(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} e^{A^*t} C C^* e^{At} dt$$

(ou de façon équivalente $W_O = \mathcal{O}_{(A,C)}^* \mathcal{O}_{(A,C)}$) est inversible (et donc définie positive).

5. L'identité $Ce^{At}q \equiv 0$ dans un intervalle de temps $t_1 < t < t_2$ n'est possible que si le vecteur q est nul.
6. Pour tout polynôme arbitraire $\Pi(s)$ à coefficients constants et de degré n , il existe toujours une matrice R de dimension $n \times m$ et une constante α telles que

$$\det(sI_n - A - RC) = \alpha\Pi(s),$$

pour tout $s \in \mathbb{C}$.

7. L'identité $C(sI_n - A)^{-1}B \equiv 0$ (pour tout $s \in \mathbb{C}$) n'est possible que si B est nulle.
8. Le Rang de $C(sI_n - A) \equiv n$ pour tout $s \in \mathbb{C}$.

2.2.3 L'Observateur de Luenberger

Afin de détailler la procédure générale de conception d'un observateur, nous allons nous concentrer sur la mise en place d'un observateur d'ordre plein. Un observateur d'ordre plein a la capacité de reconstruire intégralement le vecteur d'état $x(t)$. La grandeur observée, notée $z(t)$, correspond à la sortie du système dynamique formé par l'observateur. Ainsi, pour un ordre plein, on a directement $z(t) = \hat{x}(t)$, où $\hat{x}(t)$ est l'estimation de $x(t)$. La structure de l'observateur peut être exprimée comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)), \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t). \end{cases} \quad (2.14)$$

Le terme correctif $L(y(t) - \hat{y}(t))$ introduit le gain de correction L , également appelé gain de l'observateur, relatif à l'erreur de reconstruction de la sortie. On peut également exprimer l'observateur de la manière suivante :

$$\dot{\hat{x}}(t) = (A - LC)\hat{x}(t) + Bu(t) + Ly(t) \quad (2.15)$$

La dynamique de l'erreur de reconstruction, définie par $\tilde{x}(t) = x(t) - \hat{x}(t)$, peut s'écrire comme suit :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = (A - LC)\tilde{x}(t). \quad (2.16)$$

En partant de la condition initiale $\tilde{x}(0) = x(0) - \hat{x}(0)$, l'évolution de cette

erreur d'estimation est telle que :

$$\tilde{x}(t) = e^{(A-LC)t} \tilde{x}(0). \quad (2.17)$$

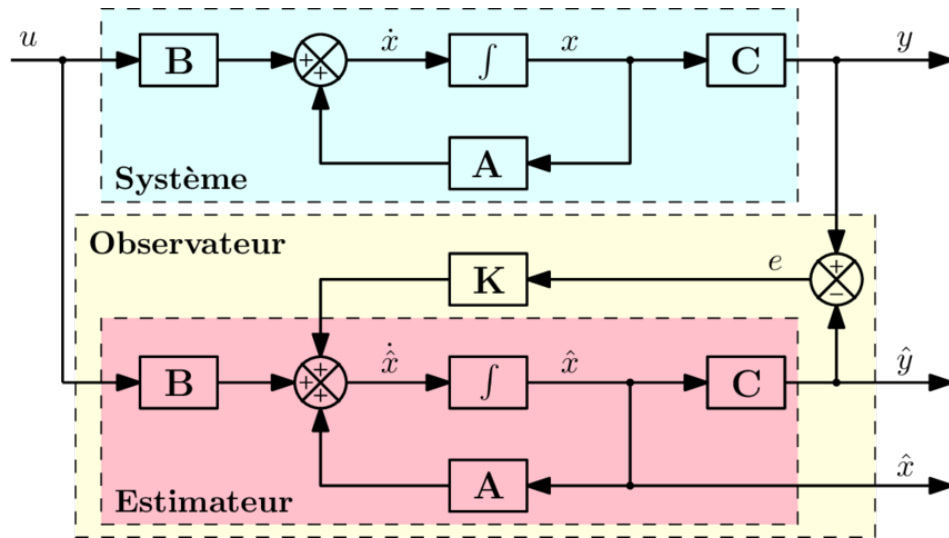


Figure 2.2 – Diagramme structurel d'un observateur d'ordre plein

Pour que l'observateur soit asymptotique, l'erreur d'estimation doit tendre vers 0 lorsque t augmente. En effet, à $t = 0$, $\tilde{x}(0) = 0$ car l'état étant inaccessible, on ne peut généralement pas choisir $x(0) = \hat{x}(0)$. Afin d'assurer une convergence asymptotique de l'erreur d'estimation ($\tilde{x} \rightarrow 0$ pour $t \rightarrow \infty$) et donc un bon fonctionnement de l'observateur, le choix de L doit être fait judicieusement.

Théorème 2.4 ((Luenberger, 1971)) : Les valeurs propres de $A - LC$ peuvent être fixées arbitrairement si et seulement si la paire (A, C) est observable.

Le théorème suivant décrit la condition de stabilité pour un SLS.

Théorème 2.5 ((Luenberger, 1971)) : Un système est asymptotiquement stable si la matrice A est de Hurwitz. Une matrice A est dite de Hurwitz si toutes ses valeurs propres sont à parties réelles strictement négatives.

Lorsque le système n'est pas observable, la construction d'un observateur dont on peut choisir les dynamiques n'est pas possible. Cependant, si le système est détectable, il sera possible de dimensionner un observateur asymptotiquement stable, comme le précise le théorème suivant.

Théorème 2.6 ((O'Reilly, 1983)) : il est possible de dimensionner un observateur asymptotiquement stable si et seulement si la paire (A, C) est détectable. Les valeurs propres de $A - LC$ sont alors toutes ou en partie fixées.

Il est donc nécessaire d'avoir des critères d'observabilité et de détectabilité, Il est clair, d'après les théorèmes précédents que la condition de convergence asymptotique de l'observateur dépend directement du dimensionnement de la matrice L .

Dans le cadre du système linéaire (2.7), l'observateur de Luenberger (asymptotique) est défini par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + K(y(t) - C\hat{x}(t)) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (2.18)$$

où $\hat{x}(t)$ est l'estimation de $x(t)$ et $K \in \mathbb{R}^{n \times m}$ est un gain à choisir de manière à satisfaire

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{x}(t) - x(t)) = 0$$

pour toutes les valeurs initiales $x(0)$ et $\hat{x}(0)$.

En introduisant $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ comme l'erreur entre l'état réel et la prédiction, on obtient

$$\dot{e}(t) = (A - KC)e(t)$$

et la convergence de $e(t)$ vers zéro pour toutes les valeurs initiales $e(0)$ est garantie si et seulement si la matrice $(A - KC)$ est de Hurwitz, c'est-à-dire si ses valeurs propres sont strictement négatives.

Ainsi, la construction d'un observateur asymptotique revient à déterminer une matrice de gain K telle que $(A - KC)$ soit de Hurwitz. Le choix de la matrice K influence la vitesse de convergence de l'erreur $e(t)$.

2.2.4 Observateur d'Ordre Réduit

L'observateur d'ordre réduit, introduit par Luenberger (?), a pour objectif d'estimer les états non mesurables d'un système décrit par l'équation (2.7). Ainsi, pour un système d'ordre n , l'observateur réduit aura une dimension $n - l$.

Le fonctionnement de cet observateur repose sur l'hypothèse que la matrice C est de rang plein en ligne, permettant ainsi l'utilisation du changement de variable défini par (2.10) pour reformuler le système (2.7) sous la forme (2.12).

Les matrices A , B , C , et le vecteur d'état $x(t)$ sont partitionnés comme suit :

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

L'équation d'état de la forme (2.12) peut également être exprimée de la manière

suivante :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= A_{11}x_1(t) + A_{12}x_2(t) + B_1u(t), \\ \dot{x}_2(t) &= A_{21}x_1(t) + A_{22}x_2(t) + B_2u(t), \\ y(t) &= x_1(t).\end{aligned}\tag{2.19}$$

Les l premières composantes de l'état sont directement mesurées ($y(t) = x_1(t)$), et $x_1(t)$ n'est donc pas à estimer par l'observateur. L'équation régissant l'évolution de $x_1(t)$ (première équation de peut alors être considérée comme une mesure, notée $\zeta(t)$, dépendante de $x_2(t)$ et $u(t)$:

$$\zeta(t) = \dot{x}_1(t) - A_{11}x_1(t) = A_{12}x_2(t) + B_1u(t).\tag{2.20}$$

Pour estimer $x_2(t)$, la variable $v(t)$ est introduite, et on obtient :

$$\begin{aligned}\dot{v}(t) &= A_{21}x_1(t) + A_{22}v(t) + B_2u(t) + K[\zeta(t) - \hat{\zeta}(t)], \\ y(t) &= x_1(t), \\ \hat{\zeta}(t) &= A_{12}v(t) + B_1u(t).\end{aligned}\tag{2.21}$$

Afin de construire $\zeta(t)$, on doit exprimer la dérivée de la sortie $y(t)$, ce qui pose un inconvénient. Pour éviter de calculer directement cette dérivée, la variable $z(t)$ définie par :

$$z(t) = v(t) - Ly(t),\tag{2.22}$$

est introduite. En dérivant $z(t)$, on obtient donc :

$$\begin{aligned}\dot{z}(t) &= \dot{v}(t) - L\dot{x}_1(t) \\ &= A_{21}x_1(t) + A_{22}v(t) + B_2u(t) - L[A_{11}x_1(t) + A_{12}v(t) + B_1u(t)]\end{aligned}$$

Puisque $z(t)$ est défini comme $v(t) - Ly(t)$, et que $y(t) = x_1(t)$, nous pouvons reformuler l'équation précédente de la manière suivante : La dérivée de $z(t)$ peut être exprimée comme suit :

$$\dot{z}(t) = Nz(t) + Qu(t) + L_1y(t),\tag{2.23}$$

Où les matrices N , Q , et L_1 sont définies comme suit :

$$N = A_{22} - LA_{12},\tag{2.24}$$

$$Q = B_2 - L_1B_1,\tag{2.25}$$

$$L_1 = A_{21} + A_{22}L - LA_{11} - LA_{12}L.\tag{2.26}$$

Ainsi, l'équation (2.23) représente le système dynamique appelé observateur ré-

duit d'ordre $q = n - l$ pour le système (2.19). La reconstruction de l'état non mesuré $x_2(t)$ est estimée par $v(t)$:

$$v(t) = z(t) + Ly(t). \quad (2.27)$$

L'erreur d'observation $e(t)$ est définie par $e(t) = x_2(t) - v(t)$, et cette erreur est régie par :

$$\dot{e}(t) = Ne(t). \quad (2.28)$$

Soit $N = A_{22} - LA_{12}$. Dans ce contexte de placement des pôles de N , nous nous trouvons dans une situation similaire à celle du placement des pôles de la matrice $A - LC$ pour un observateur d'ordre plein. Ainsi, lorsque la paire (A_{22}, A_{12}) est observable, les valeurs propres de N , et par conséquent, les dynamiques de l'observateur, peuvent être délibérément fixées en effectuant un choix judicieux de L à l'aide d'une TSAVP.

Théorème 2.7 *Si le système (A, C) est observable, alors la paire (A_{22}, A_{12}) est également observable.*

Théorème 2.8 *L'objectif est de démontrer que si le système (A, C) est observable, alors la paire (A_{22}, A_{12}) l'est également. Si (A, C) est observable, nous avons :*

$$\forall s, \text{rang} (sI_n - A)C \stackrel{\Delta}{=} \text{rang} \begin{bmatrix} sI_l - A_{11} & -A_{12} \\ -A_{21} & sI_{n-l} - A_{22} \end{bmatrix} = n \quad (2.29)$$

Cela équivaut à :

$$\forall s, \text{rang} (\bar{A}_{12}(sI_{n-l} - \bar{A}_{22})) \stackrel{\Delta}{=} n - l \quad (2.30)$$

Ainsi, la paire (A_{22}, A_{12}) est une paire observable. L'observateur réduit du système (2.11) a finalement la structure suivante :

$$\dot{z}(t) = Nz(t) + Qu(t) + L_1y(t) \quad (2.31)$$

où N , Q et L sont définies par les relations „ En notant \hat{x}_1 et \hat{x}_2 les estimations des vecteurs x_1 et x_2 , on obtient :

$$\hat{x}_1(t) = C_1^{-1} [(I - C_2L)y(t) - C_2z(t)]$$

$$\hat{x}_2(t) = z(t) + Ly(t)$$

2.2.5 Observateur à entrées inconnues

Considérons un système dynamique linéaire soumis à l'influence d'entrées inconnues, défini par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ru(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

où $x(t) \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ est le vecteur des entrées connues, $u(t) \in \mathbb{R}^q$, avec $q < n$, est le vecteur des entrées inconnues, et $y(t) \in \mathbb{R}^p$ représente le vecteur des sorties mesurables. Les matrices $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $R \in \mathbb{R}^{n \times q}$, et $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ sont les matrices d'état, d'entrée, d'influence des entrées inconnues, et de sortie respectivement. On suppose que la matrice R est de plein rang colonne, et que la paire (A, C) est observable.

L'objectif est d'estimer complètement le vecteur d'état malgré la présence des entrées inconnues $u(t)$. Pour cela, considérons un observateur d'ordre plein donné par :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Nz(t) + Gu(t) + Ly(t) \\ x(t) = z(t) - Ey(t) \end{cases}$$

où $z(t) \in \mathbb{R}^n$ est l'estimation du vecteur d'état $x(t)$. Pour que cette estimation soit garantie, il faut que $z(t)$ converge asymptotiquement vers $x(t)$, c'est-à-dire que l'erreur d'estimation d'état $e(t) = x(t) - z(t)$ tende vers zéro asymptotiquement. L'évolution de cette erreur est donnée par :

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) + Bu(t) + Ru(t) - Nz(t) - Gu(t)$$

En posant $P = I + EC$, l'erreur d'estimation d'état converge asymptotiquement vers zéro si et seulement si les conditions suivantes sont satisfaites :

$$LC = PA^{-1}NR^{-1} \quad (2.32)$$

$$G = PBR^{-1} \quad (2.33)$$

$$PR = 0 \quad (2.34)$$

$$1N \text{ est stable} \quad (2.35)$$

La solution numérique de ce système d'équations repose sur le calcul du pseudo-inverse de la matrice (CR) , ce qui est possible si la matrice (CR) est de plein rang ligne. Les expressions nécessaires pour ce calcul sont données par :

$$CR^+ = ((CR)^T CR)^{-1} CR^T \quad (2.36)$$

$$P = I - CR^+ C \quad (2.37)$$

Si les conditions (2.32), (2.33), (2.34), (2.35), (2.36), et (2.37) sont satisfaites, la dynamique de l'erreur d'estimation d'état se réduit à :

$$\dot{e}(t) = Ne(t)$$

où N est stable. Ainsi, l'erreur d'estimation d'état converge asymptotiquement vers zéro.

2.2.6 Observateur de Kalman

Le filtre de Kalman, également connu sous le nom d'estimation quadratique linéaire, représente un algorithme conçu pour estimer l'état d'un système en présence de mesures incomplètes ou perturbées, tout en s'appuyant sur un modèle d'état.

Il permet le calcul de l'état à différents moments temporels : au moment présent (filtrage/correction/mise à jour/innovation), à un instant antérieur (lissage), ou sur un horizon futur (prédiction).

En plus de fournir une estimation de l'état, le filtre de Kalman fournit également une évaluation de l'erreur associée à cette estimation.

En pratique, lorsqu'il est utilisé comme observateur d'état sur un système réel, les étapes courantes consistent généralement en la prédiction et la mise à jour, limitant ainsi le processus à ces deux phases. Le filtre de Kalman en contexte discret opère en tant qu'estimateur récursif, où seules l'estimation de l'état précédent et les mesures actuelles sont utilisées pour estimer l'état courant. Autrement dit, l'historique complet des observations et des estimations n'est pas nécessaire. Ce filtre suppose que le processus discret réel \mathbf{x}_k (où k est l'indice de temps) suit une évolution linéaire, formulée par l'équation :

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}_k \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k + \mathbf{w}_k$$

où : - \mathbf{F}_k est la matrice d'évolution, ou matrice de transition, reliant l'état précédent \mathbf{x}_{k-1} à l'état actuel \mathbf{x}_k . - \mathbf{u}_k est la commande en entrée. - \mathbf{B}_k est la matrice de contrôle de la commande reliant la commande à l'état \mathbf{x}_k . - \mathbf{w}_k est le bruit d'évolution, gaussien centré et de matrice de covariance \mathbf{Q}_k .

À chaque instant k , le processus est observé par des mesures \mathbf{z}_k formulées par l'équation :

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k$$

où : - \mathbf{H}_k est la matrice d'observation. - \mathbf{v}_k est le bruit de mesure, gaussien centré et de matrice de covariance \mathbf{R}_k .

L'estimation de l'état réel \mathbf{x}_k est réalisée à l'aide de deux variables : - $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$, l'estimation de l'état à l'instant k . - $\mathbf{P}_{k|k}$, la matrice de covariance de l'erreur, mesurant la précision de l'état estimé.

Malgré la non-gaussianité des bruits, le filtre de Kalman détermine le meilleur estimateur linéaire possible au sens des moindres carrés. Il se compose de deux phases distinctes : la prédiction et la mise à jour. La phase de prédiction utilise l'état estimé de l'instant précédent pour produire une estimation de l'état courant. Dans l'étape de mise à jour, les observations de l'instant courant sont utilisées pour corriger l'état prédit en vue d'obtenir une estimation plus précise.

Prédiction :

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k$$

Mise à jour :

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$$

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{S}_k)^{-1}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{y}}_k$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1}$$

avec : - \mathbf{z}_k : observation ou mesure du processus à l'instant k . - \mathbf{H}_k : matrice qui relie l'état \mathbf{x}_k à la mesure \mathbf{z}_k . - $\mathbf{P}_{k|k}$: matrice d'estimation a posteriori de la covariance de l'erreur. - \mathbf{R}_k : matrice de covariance du bruit de mesure.

Le gain de Kalman \mathbf{K}_k est ajusté pour minimiser la covariance a posteriori de l'estimateur.

2.2.7 Observateur à grand gain

En 1992, Gauthier et al. ont élaboré ces observateurs, lesquels, en considération de la structure non linéaire du système, garantissent la convergence et la stabilité tout en offrant une vitesse de convergence ajustable. Toutefois, la conception de ces observateurs s'avère complexe et sujette aux perturbations causées par le bruit.

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) \\ y = h(x) \end{cases}$$

f est une fonction continue $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, h une fonction continue $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$. Pour construire un observateur à grand gain, des hypothèses doivent être vérifiées.

Le système est observable.

L'application ϕ est défini comme suit $\phi: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow$

$$\begin{pmatrix} Z_1 = y \\ Z_2 = \dot{y} \\ \vdots \\ Z_n = y^{(n-1)} \end{pmatrix}$$
 est un dif-

féomorphisme de $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ sur $\Phi(\omega)$ Le système devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{Z} = \begin{pmatrix} \dot{Z}_1 \\ \dot{Z}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{Z}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \varphi(Z) \end{pmatrix} = F(Z) \end{array} \right. \quad (2.38)$$

DIFFÉOMORPHISME :

Une application $\phi : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ est définie comme un difféomorphisme qui transforme l'état du système en un nouvel espace $\Phi(\omega)$.

TRANSFORMATION DU SYSTÈME :

En utilisant le difféomorphisme, le système est transformé en un nouvel ensemble d'équations :

$$\dot{x} = f(x), \quad \dot{Z} = F(Z)$$

où Z est un vecteur dans l'espace transformé, et $f(x), F(Z)$ représentent les équations transformées du système. où \hat{Z} est l'estimation de l'état, L est le gain de l'observateur, y est la sortie mesurée, et $\phi^{-1}(\hat{Z})$ est l'inverse du difféomorphisme appliqué à l'estimation de l'état.

STABILITÉ :

Le choix judicieux du gain L est crucial pour assurer la convergence asymptotique de l'estimation \hat{Z} vers l'état réel.

2.3 QUELQUE PRÉLIMINAIRES SUR LE CONTRÔLE QUADRATIQUE

2.3.1 Programmation dynamique pour le contrôle linéaire quadratique.

Pour un pas de temps infinitésimal de longueur ϱ ,

$$x(t + \varepsilon) = x(t) + (Ax(t) + Bu(t))\varepsilon$$

lorsque ϱ tend vers 0. En invoquant le principe d'optimalité pour $[t, t + \varrho]$ et $[t + \varrho, t]$:

$$x^T(t)Sx(t) = \min_{u[t, \infty)} \int_t^\infty \begin{bmatrix} x(\tau) \\ u(\tau) \end{bmatrix}^T Q \begin{bmatrix} x(\tau) \\ u(\tau) \end{bmatrix} d\tau$$

$$\begin{aligned}
 &= \min_{u[t,\infty)} \left\{ \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \end{bmatrix}^T Q \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \end{bmatrix} \epsilon + \int_{t+\epsilon}^{\infty} \begin{bmatrix} x(\tau) \\ u(\tau) \end{bmatrix}^T Q \begin{bmatrix} x(\tau) \\ u(\tau) \end{bmatrix} d\tau \right\} \\
 &= \min_{u(t)} \left\{ (x^T(t)Q_1x(t) + 2x^T(t)Q_{12}u(t) + u^T(t)Q_2u(t))\epsilon \right. \\
 &\quad \left. + [(t) + (Ax(t) + Bu(t))\epsilon]^T S[x(t) + (Ax(t) + Bu(t))\epsilon] \right\} \\
 0 &= \min_{u(t)} \left\{ x^T(t)Q_1x(t) + 2x^T(t)Q_{12}u(t) + u^T(t)Q_2u(t) \right\} + 2x^T(t)S(Ax(t) + Bu(t)).
 \end{aligned}$$

2.3.2 Complétion des carrés - cas matriciel

Supposons que $Q_u > 0$. Alors, la forme quadratique

$$x^T Q_x x + 2x^T Q_{xu} u + u^T Q_u u = (u + Q_u^{-1} x)^T Q_u (u + Q_u^{-1} Q_{xu}^T x) + x^T (Q_x - Q_{xu} Q_u^{-1} Q_{xu}^T) x.$$

est minimisée par rapport à u par

$$u = -Q_u^{-1} Q_{xu}^T x$$

Le minimum est

$$x^T (Q_x - Q_{xu} Q_u^{-1} Q_{xu}^T) x.$$

ÉQUATION DE RICCATI

La complétion des carrés dans l'équation de Bellman donne

$$\begin{aligned}
 0 &= \min_{u_t} \left(x_t^T Q_1 x_t + 2x_t^T Q_{12} u_t + u_t^T Q_2 u_t \right) + 2x_t^T S (Ax_t + Bu_t) \\
 &= \min_{u_t} \left[x_t^T \left(Q_1 + A^T S + SA \right) x_t + 2x_t^T (Q_{12} + SB) u_t + u_t^T Q_2 u_t \right] \\
 &= x_t^T \left(Q_1 + A^T S + SA - (SB + Q_{12}) Q_u^{-1} (SB + Q_{12})^T \right) x_t
 \end{aligned}$$

avec un minimum atteint pour

$$u_t = -Q_u^{-1} (SB + Q_{12})^T x_t$$

2.3.3 Stabilisabilité

Un système

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

est appelé stabilisable si son sous-espace non contrôlable est stable.

Controllabilité \Rightarrow *Stabilisabilité*

Problème de contrôle

Minimiser $J = \int_0^\infty (x^T(t)Q_1x(t) + 2x^T(t)Q_{12}u(t) + u^T(t)Q_2u(t)) dt$ sous réserve de

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), x(0) = x_0.$$

En supposant un système stabilisable, il existe une unique matrice $S = S^T > 0$ résolvant l'équation algébrique de Riccati

$$0 = Q_1 + A^T S + SA - (SB + Q_{12})Q_2^{-1}(SB + Q_{12})^T$$

La loi de contrôle optimale est $u = -Lx$ avec $L = Q_2^{-1}(SB + Q_{12})^T$. Le coût optimal est $J^* = x_0^T S x_0$.

Remarque

Notez que la loi de contrôle optimale ne dépend pas de x_0 . Le gain de rétroaction optimal L est statique car nous résolvons un problème à horizon infini. (La théorie LQ peut également être appliquée à des problèmes à horizon fini et à des problèmes avec des matrices système variables dans le temps. Nous obtenons alors une équation différentielle de Riccati pour $S(t)$ et une rétroaction d'état variable dans le temps, $u(t) = -L(t)x(t)$).

2.3.4 Coût optimal quadratique

Le "coût optimal quadratique" est généralement associé à la théorie de la commande optimale et à la minimisation d'un coût quadratique dans un système dynamique. En particulier, dans le contexte de la commande optimale linéaire, le coût optimal quadratique est souvent formulé comme une fonction quadratique des états du système et de l'entrée de commande.

Supposons que nous ayons le système dynamique linéaire $\dot{x} = Ax + Bu$, où x est le vecteur d'état, u est le vecteur d'entrée de commande, A est la matrice des coefficients des états, et B est la matrice des coefficients des commandes.

Le coût optimal quadratique est souvent défini sous la forme d'une fonction de coût quadratique, par exemple :

$$J = \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt$$

où Q et R sont des matrices de poids définies par l'utilisateur, et J est le coût total à minimiser. La fonction de coût quadratique est conçue de manière à favoriser des états et des commandes qui sont proches de zéro, tout en tenant compte des pondérations définies par les matrices Q et R .

Le problème de la commande optimale consiste alors à trouver la commande $u(t)$ qui minimise cette fonction de coût sous certaines contraintes, comme la dynamique du système et les limites sur les commandes. La solution optimale

est généralement obtenue en résolvant les équations de Riccati ou en utilisant d'autres méthodes de la théorie de la commande optimale.

Favoriser des états et des commandes qui sont proches de zéro dans la fonction de coût quadratique a plusieurs avantages et intérêts dans le contexte de la commande optimale :

- **Conservation de l'énergie** : En favorisant des états et des commandes proches de zéro, on encourage le système à maintenir une certaine stabilité et à ne pas excéder des valeurs trop élevées. Cela peut contribuer à la conservation de l'énergie et à éviter des comportements indésirables, tels que des oscillations incontrôlées.
- **Minimisation de l'effort de contrôle** : En minimisant les commandes, on cherche à obtenir une commande optimale qui permet de réguler le système tout en utilisant un effort de contrôle minimal. Cela peut être important dans des applications où minimiser l'utilisation d'une ressource (comme l'énergie ou la puissance) est essentiel.
- **Réduction des coûts** : La minimisation des états et des commandes peut également être liée à des avantages économiques. Dans certains cas, cela peut conduire à une réduction des coûts opérationnels, par exemple, dans le cas de systèmes physiques ou de processus industriels.
- **Stabilité** : Le fait de favoriser des états proches de zéro peut contribuer à la stabilité du système. Les systèmes stables sont généralement préférés car ils présentent des comportements plus prévisibles et sont moins sujets à des fluctuations indésirables.
- **Facilité d'implémentation** : Des états et des commandes proches de zéro peuvent simplifier l'implémentation pratique du contrôle optimal. Des valeurs plus petites peuvent être plus faciles à réaliser et à contrôler, réduisant ainsi la complexité du système.

Il convient de noter que les choix spécifiques des poids Q et R dans la fonction de coût quadratique déterminent la pondération relative des termes liés aux états et aux commandes. Ces poids peuvent être ajustés en fonction des objectifs spécifiques du système et des préférences de l'opérateur.

Il peut être démontré que le coût optimal sur un intervalle de temps $[t, \infty)$ est de forme quadratique :

$$\min_{u[t, \infty)} \int_t^{\infty} \begin{bmatrix} x(\tau) \\ u(\tau) \end{bmatrix}^T Q \begin{bmatrix} x(\tau) \\ u(\tau) \end{bmatrix} d\tau = x^T(t) S x(t), \quad S = S^T > 0 \quad (2.39)$$

lorsque

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

et

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 & Q_{12} \\ Q_{12}^T & Q_2 \end{bmatrix} \geq 0, \quad Q_2 > 0.$$

CONCEPTION D'UN RÉGULATEUR PID POUR UN SYSTÈME DE SUIVI SOLAIRE EN UTILISANT L'APPROCHE QRAWCP.

3.1 INTRODUCTION

Le passage mondial vers une économie durable et une utilisation accrue des énergies renouvelables ont donné naissance à une demande croissante de technologies permettant une utilisation plus efficace de l'énergie solaire. Les systèmes de suivi solaire émergent comme des solutions prometteuses pour optimiser la capture d'énergie solaire, en garantissant que les panneaux solaires sont constamment orientés vers le soleil pour maximiser leur rendement. Cette étude se concentre sur la conception et le contrôle d'un système de suivi solaire, mettant en lumière l'utilisation d'un régulateur PID (Proportionnel, Intégral, Dérivé) pour améliorer la précision et la stabilité du suivi solaire, en utilisant l'approche de Hanwate et Hote [Hanwate et Hote \(2018\)](#).

3.2 MODÈLE DE SYSTÈME DE SUIVI SOLAIRE

Un système de suivi solaire est conçu pour orienter les panneaux solaires ou d'autres dispositifs de collecte d'énergie solaire vers le soleil, maximisant leur exposition à la lumière du soleil tout au long de la journée. Il existe différents types de systèmes de suivi solaire, et leurs modèles spécifiques peuvent varier en fonction de la technologie utilisée. Voici un aperçu général d'un système de suivi solaire à deux axes :

1. **Capteurs de lumière** : Le système intègre généralement des capteurs de lumière ou des photodiodes pour détecter l'intensité et la direction de la lumière du soleil.

2. **Microcontrôleur ou API (Automate Programmable Industriel) :** Un microcontrôleur ou un API traite les données provenant des capteurs de lumière et calcule la position optimale des panneaux solaires.
3. **Mouvement à deux axes :** Le système de suivi solaire fonctionne généralement sur deux axes : azimut (horizontal) et élévation (vertical). Ce mouvement à deux axes permet aux panneaux solaires de suivre la trajectoire du soleil à travers le ciel.
4. **Moteurs et Actionneurs :** Des moteurs électriques ou d'autres actionneurs contrôlent le mouvement des panneaux solaires. Ces moteurs ajustent les angles d'azimut et d'élévation pour aligner les panneaux avec le soleil.
5. **Alimentation électrique :** Le système nécessite une alimentation électrique, fournie par des panneaux solaires, des batteries ou une combinaison des deux. Certains systèmes avancés peuvent utiliser des mécanismes d'auto-alimentation.
6. **Algorithme de contrôle :** L'algorithme de contrôle détermine comment le système réagit aux changements de luminosité solaire. Il garantit que les panneaux solaires sont continuellement optimisés pour une capture maximale d'énergie.
7. **Interface de communication :** Certains systèmes de suivi solaire incluent une interface de communication pour la surveillance et le contrôle à distance. Cela peut être utile pour la maintenance, les diagnostics et le suivi des performances.
8. **Capteurs météorologiques (en option) :** Dans certains modèles, des capteurs supplémentaires peuvent être intégrés pour surveiller les conditions météorologiques. Ces informations peuvent être utilisées pour ajuster la position des panneaux solaires pendant les périodes nuageuses ou couvertes.
9. **Fonctionnalités de sécurité :** Pour éviter les dommages par conditions météorologiques extrêmes, les systèmes de suivi solaire peuvent avoir des fonctionnalités de sécurité intégrées. Celles-ci pourraient inclure des capteurs de vent déclenchant une position de sécurité ou un arrêt automatique.
10. **Enregistrement et surveillance des données :** Le système peut inclure des capacités d'enregistrement de données pour suivre ses performances au fil du temps. Les outils de surveillance peuvent fournir des informations sur la production d'énergie et l'efficacité.

Dans ce chapitre, le système de suivi solaire avec moteur à courant continu (DC) et régulateur PID est illustré dans la Figure 3.1. Pour obtenir une efficacité maximale des panneaux solaires, un minimum de deux axes de suivi solaire est nécessaire, c'est-à-dire un angle d'azimut (θ) qui mesure l'angle de la lumière du soleil incidente sur la surface de la cellule photovoltaïque (PV), et un angle incliné (α) qui mesure l'angle d'inclinaison de la lumière du soleil. Comme le suivi

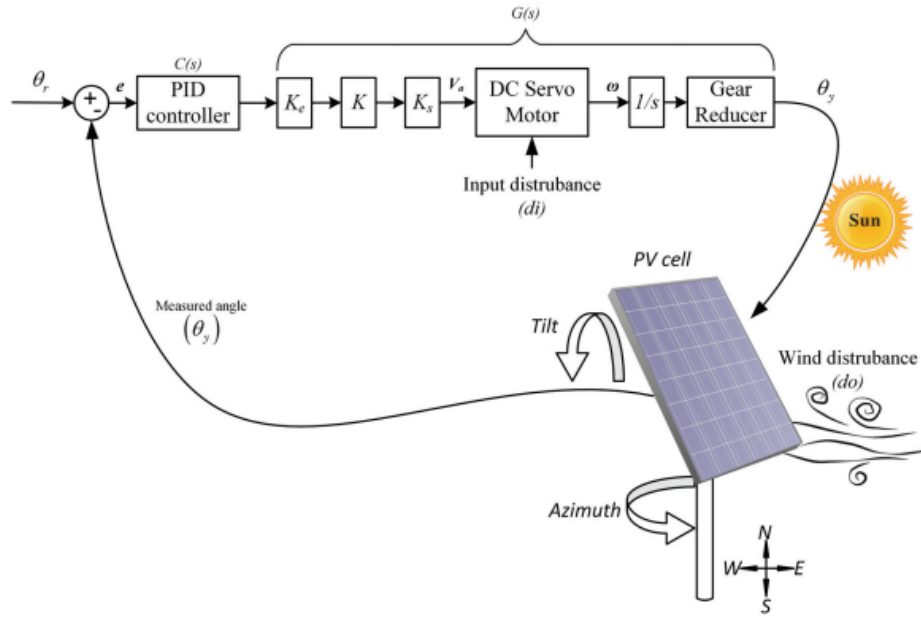


Figure 3.1 – Contrôle de la disposition du système de suivi solaire (Hanwate et Hote (2018))

solaires est un système non interactif, le régulateur conçu pour un axe unique sera la réplique pour l'autre axe également. Par conséquent, l'analyse a été réalisée sur un système de suivi solaire à un seul axe.

3.2.1 Modèle Mathématique

Le modèle mathématique du suiveur solaire est déterminé en utilisant les lois fondamentales de la physique. Pour les principales pièces matérielles telles que le moteur à courant continu (DC), la fonction de transfert de vitesse $G1$ est donnée dans l'équation (3.1), et $G2$ est pour le contrôle de position dans l'équation (3.2). Le rapport de transmission N et d'autres paramètres sont répertoriés dans le tableau ?? . En appliquant la loi de Kirchhoff au moteur à courant continu, la fonction de transfert de contrôle de vitesse $\omega(s)$ est obtenue comme suit dans l'équation (3.1).

$$G1(s) = \frac{\omega(s)}{V_a(s)} = \frac{K_t}{(R_a + L_a s)(Js + b) + (K_t K_b)} \quad (3.1)$$

où $V_a(s)$ est la tension d'entrée d'armature. En intégrant l'équation (3.1), la fonction de transfert de contrôle de position $G2(s)$ est obtenue comme suit dans l'équation (3.2).

$$G2(s) = \frac{\theta_y(s)}{V_a(s)} = \frac{K_t}{L_a J s^3 + (b L_a + R_a J) s^2 + (R_a b + K_t K_b) s} \quad (3.2)$$

De plus, le suiveur solaire est interféré avec certains composants supplémentaires tels qu'un discriminateur d'erreur (K_e), un gain d'amplificateur (K), un amplificateur de servomoteur (K_s) et un rapport de transmission (N). Si tous ces

paramètres sont pris en compte, la fonction de transfert en boucle ouverte pour ce système de suivi solaire devient.

$$G(s) = \frac{\theta_y(s)}{\theta_r(s)} = \frac{K_s K_e K_t N}{L_a J s^3 + (b L_a + R_a J) s^2 + (R_a b + K_t K_b) s} \quad (3.3)$$

L'équation (3.3) peut également être écrite comme.

$$G(s) = \frac{a_4}{b_1 s^3 + b_2 s^2 + b_3 s + b_4} \quad (3.4)$$

où $a_4 = K_s K_e K_t N$, $b_1 = L_a J$, $b_2 = (b L_a + R_a J)$, $b_3 = (R_a b + K_t K_b)$, et $b_4 = 0$. L'équation (3.4) peut être transformée en un modèle d'espace d'état, en définissant les états comme $x_1 = \theta_y$, $x_2 = \dot{\theta}_y$, et $x_3 = \ddot{\theta}_y$. Les variables d'entrée et de sortie sont représentées comme $u = \theta_r$.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ \dot{x}_3 &= -\frac{b_4}{b_1} x_3 - \frac{b_3}{b_1} x_2 - \frac{b_2}{b_1} x_1 + \frac{1}{b_1} u \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (3.5)$$

Et $y = \theta_y$, respectivement. En utilisant ceci, le modèle d'espace d'état peut être écrit comme suit :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\frac{b_4}{b_1} & -\frac{b_3}{b_1} & -\frac{b_2}{b_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{a_4}{b_1} \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

3.3 APPROCHE QRAWCP UTILISÉE POUR LA CONCEPTION DU RÉGULATEUR PID POUR LE SYSTÈME DE SUIVI SOLAIRE

L'approche du régulateur quadratique avec pôle de compensation (QRAWCP) pour ajuster le régulateur PID est décrite comme suit.

Étape 1 : La fonction de transfert du modèle du système de suivi solaire $G(s)$ est définie dans l'équation (3.3) et ses paramètres sont répertoriés dans le Tableau 3.1. Les termes proportionnel (K_p), Les paramètres intégral (K_i) et dérivé (K_d) du régulateur PID, noté $C(s)$, peuvent être exprimés de la manière suivante :

$$C(s) = \frac{K_d s^2 + s K_p + K_i}{s} \quad (3.6)$$

Dans la deuxième étape, l'équation caractéristique en boucle fermée pour le ré-

Tableau 3.1 – Paramètres du système de suivi solaire

Paramètre	Valeur	Unité
Discriminateur d'erreur (K_e)	0.001	V/rad
Gain de l'amplificateur (K)	10000	V/V
Amplificateur de servo (K_s)	1	V/V
Résistance d'armature (R_a)	6.25	ohm
Inductance d'armature (L_a)	0.001	H
Constante de couple (K_t)	0.01125	Nm/A
Constante de force contre-électromotrice (K_b)	0.0125	Nm/A
Inertie du rotor du moteur (J)	1×10^{-6}	kgm ² /rad
Coefficient de frottement (b)	0.000001	Nm
Rapport de réduction (N)	1/800	-

gulateur PID $C(s)$ et la fonction de transfert de la plante $G(s)$ prend la forme :

$$\Delta(s) = 1 + G(s)C(s) \quad (3.7)$$

En simplifiant l'équation (3.7) et en l'égalant à zéro, nous obtenons l'équation suivante :

$$s^4 + \frac{b_2}{b_1}s^3 + \left(\frac{b_3 + a_4K_d}{b_1}\right)s^2 + \left(\frac{b_4 + a_4K_p}{b_1}\right)s + \frac{a_4}{b_1}K_i = 0 \quad (3.8)$$

La troisième étape implique la représentation du système de suivi solaire sous forme d'espace d'état, En utilisant cette représentation, les étapes de conception du PID selon l'approche QRAWCP sont détaillées de la quatrième à la septième étape. Ces étapes sont exposées en détail ci-dessous. Détermination de l'indice de performance en termes de conditions initiales : Le principe du régulateur quadratique avec pôle compensé (QRAWCP) est un contrôleur optimal par retour d'état qui peut être conçu pour minimiser une fonction de coût quadratique spécifique, également connue sous le nom d'indice de performance (PI). L'indice de performance est conçu pour des contraintes telles que la tension de contrôle (u), le signal de sortie (y), l'erreur (e), ou des objectifs non contraints d'un système linéaire invariant dans le temps (LTI). Le vecteur de contrôle optimal $u(t)$ est obtenu en utilisant l'équation suivante :

$$u(t) = -K_I x(t) \quad (3.9)$$

Ici, une action optimale non contrainte est considérée. Par conséquent, la fonction de coût du système est définie comme suit :

$$J_I = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (3.10)$$

où $Q \in \mathbb{R}^{l \times l}$ et $R \in \mathbb{R}^{m \times m}$ sont des matrices symétriques définies positives. En

utilisant l'équation (3.9), l'équation du système LTI devient :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= (A - BK_l)x \\ \dot{x} &= Ax \\ A &= (A - BK_l).\end{aligned}\tag{3.11}$$

Si A et B sont contrôlables, un régulateur optimal par retour d'état peut être conçu. Ainsi, A a des valeurs propres sur la gauche du plan complexe s . En substituant (3.9) dans (3.10), l'indice de performance (3.10) peut être écrit comme suit :

$$J_l = \int_0^{\infty} \left(x^T Q x + (K_l x)^T R (K_l x) \right) dt = \int_0^{\infty} \left(x^T (Q + K_l^T R K_l) x \right) dt \tag{3.12}$$

Soit

$$\left(x^T (Q + K_l^T R K_l) x = -\frac{d}{dt} x^T P x = -x^T P \dot{x} - \dot{x}^T P x. \right) \tag{3.13}$$

En substituant (3.11) dans (3.13) puis en remplaçant dans (3.12), on obtient :

$$J_l = -x^T \left[P(A - BK_l) + (A - BK_l)^T P \right] x \tag{3.14}$$

Dans (3.14), P doit être une matrice définie positive. En comparant (3.13) avec (3.14), on obtient :

$$P(A - BK_l) + (A - BK_l)^T P = -(Q + K_l^T R K_l) \tag{3.15}$$

Comme $(A - BK_l)$ est une matrice stable, résoudre pour une matrice P définie positive qui satisfait (3.15) permet d'évaluer la fonction de coût comme suit :

$$J_l = \int_0^{\infty} \left(x^T (Q + K_l^T R K_l) x \right) dt \tag{3.16}$$

À partir de (3.13), on peut écrire :

$$J_l = -x^T P x \Big|_0^{\infty} = -x^T(\infty) P x(\infty) + x^T(0) P x(0) \tag{3.17}$$

Comme le système (3.11) est stable, les valeurs propres de (3.17) doivent avoir une partie réelle négative. Ainsi, $x(\infty) \rightarrow 0$. Ainsi, nous obtenons $J_l = x^T(0) P x(0)$. Cela est obtenu en termes de condition initiale.

Étape 5 : À partir de (3.11), la minimisation de J_l donne K_l en utilisant la loi de commande par retour d'état $u = -K_l x$. Le gain de rétroaction K_l est obtenu en utilisant

$$K_l = R^{-1} B^T P \tag{3.18}$$

et en simplifiant davantage, nous obtenons l'équation de Riccati comme

$$A^T P + P A - P B R^{-1} B^T P + Q = 0 \tag{3.19}$$

Dans , Q et R sont sélectionnés de telle manière que $Q = \text{diag}(q_{11}, q_{22}, q_{33})$ avec $q_{11} > q_{22} > q_{33} > 0$ et $R = \chi^T \chi > 0$, où χ est une matrice non singulière.

Étape 6 : En utilisant l'équation de Riccati (3.3) et le modèle d'état , la matrice définie positive P est obtenue comme suit :

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{12} & p_{22} & p_{23} \\ p_{13} & p_{23} & p_{33} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Étape 7 : En utilisant(3.21), le gain de commande par retour d'état K_l est obtenu comme

$$K_l = [R]^{-1} B^T [P] = [1] \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{a_4}{b_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{12} & p_{22} & p_{23} \\ p_{13} & p_{23} & p_{33} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Ce qui donne

$$K_l = \left[p_{11} \frac{a_4}{b_1} \quad p_{23} \frac{a_4}{b_1} \quad p_{33} \frac{a_4}{b_1} \right] \quad (3.22)$$

Étape 8 : En utilisant la loi de commande par retour d'état pour A , la nouvelle matrice du système peut être écrite comme

$$(sI - \tilde{A}) = \begin{bmatrix} s & -1 & 0 \\ 0 & s & -1 \\ \left(p_{13} \frac{a_4}{b_1} + 1 \right) \frac{a_4}{b_1} & \left(p_{23} \frac{a_4}{b_1} + 1 \right) \frac{a_4}{b_1} & \left(p_{33} \frac{a_4}{b_1} + 1 \right) \frac{a_4}{b_1} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

À partir de (3.23) , l'équation caractéristique en boucle fermée peut être écrite comme

$$s^3 + \left(p_{33} \frac{a_4}{b_1} + 1 \right) \frac{a_4}{b_1} s^2 + \left(p_{23} \frac{a_4}{b_1} + 1 \right) \frac{a_4}{b_1} s + \left(p_{13} \frac{a_4}{b_1} + 1 \right) \frac{a_4}{b_1} = 0 \quad (3.24)$$

Étape 9 : L'ordre du système en boucle fermée (3.8) est de quatrième ordre et(3.24) est de troisième ordre. Afin de comparer ces deux équations, nous devons ajouter un pôle. La méthodologie d'ajout de pôle est expliquée ci-dessous.

Considérons un quatrième pôle $(s + \lambda_4)$ sur la moitié gauche du plan s . Alors (3.24) peut être écrit comme

$$\left[s^3 + \left(p_{33} \frac{a_4}{b_1} + 1 \right) \frac{a_4}{b_1} s^2 + \left(p_{23} \frac{a_4}{b_1} + 1 \right) \frac{a_4}{b_1} s + \left(p_{13} \frac{a_4}{b_1} + 1 \right) \frac{a_4}{b_1} \right] (s + \lambda_4) = 0 \quad (3.25)$$

Ce qui peut également être écrit comme

$$s^4 + \left(\lambda_4 + \left(p_{33} \frac{a_4}{b_1} + 1 \right) \frac{a_4}{b_1} \right) s^3 + \left[\left(\lambda_4 \left(p_{33} \frac{a_4}{b_1} + 1 \right) \frac{a_4}{b_1} \right) \left(\left(p_{23} \frac{a_4}{b_1} + 1 \right) \frac{a_4}{b_1} \right) \right] s^2$$

$\left[\left(\lambda_4 \left(p_{23} \frac{a_4}{b_1} + 1 \right) \frac{a_4}{b_1} \right) \left(\left(p_{13} \frac{a_4}{b_1} + 1 \right) \frac{a_4}{b_1} \right) \right] s + \left(\lambda_4 \left(p_{23} \frac{a_4}{b_1} + 1 \right) \frac{a_4}{b_1} \right) = 0$
 Si (3.3) est comparé avec (3.8), λ_4 est calculé comme

$$\lambda_4 = - \left[\left(p_{33} \frac{a_4}{b_1} + 1 \right) a_4 b_1 - \frac{b_2}{b_1} \right] \quad (3.26)$$

Le quatrième pôle ($s + \lambda_4$) est augmenté par δ . Ici, δ est un facteur de compensation qui est une valeur variable. Ainsi, λ_4 modifié devient

$$\lambda_4 = - \left[\left(p_{33} \frac{a_4}{b_1} + 1 \right) a_4 b_1 - \frac{b_2}{b_1} \right] + \delta \quad (3.27)$$

Avant de substituer dans , posons

$$\tilde{p}_{13} = \left(p_{13} \frac{a_4}{b_1} + 1 \right), \tilde{p}_{23} = \left(p_{23} \frac{a_4}{b_1} + 1 \right), \tilde{p}_{33} = \left(p_{33} \frac{a_4}{b_1} + 1 \right) \quad (3.28)$$

Ainsi, l'équation devient,

$$\begin{aligned} & s^4 + \left(\frac{b_2}{b_1} + \delta \right) s^3 \\ & + \left[\tilde{p}_{23} \frac{a_4}{b_1} + \left(\tilde{p}_{33} \frac{a_4}{b_1} \right)^2 + \left(\tilde{p}_{33} \frac{a_4}{b_1} \right) \left(\frac{b_2}{b_1} + \delta \right) \right] s^2 + \\ & \left[\tilde{p}_{13} \frac{a_4}{b_1} + \tilde{p}_{23} \tilde{p}_{33} \left(\frac{a_4}{b_1} \right) + \tilde{p}_{23} \left(\frac{b_2}{b_1} + \delta \right) \right] s \\ & + \left[\left(\tilde{p}_{13} \tilde{p}_{33} \left(\frac{a_4}{b_1} \right)^2 + \tilde{p}_{13} \left(\frac{a_4}{b_1} \right) \left(\frac{b_2}{b_1} + \delta \right) \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.29)$$

La relation(3.29) peut être simplifiée sous la forme,

$$s^4 + p_1 s^3 + p_2 s^2 + p_3 s + p_4 = 0 \quad (3.30)$$

où,

$$\begin{aligned} p_1 &= \left[\frac{b_2}{b_1} + \delta \right] \\ p_2 &= \left[\hat{p}_{23} + \hat{p}_{33}^2 + \hat{p}_{33} \left(\frac{b_2}{b_1} + \delta \right) \right] \\ p_2 &= \left[\hat{p}_{23} + \hat{p}_{33}^2 + \hat{p}_{33} \left(\frac{b_2}{b_1} + \delta \right) \right] \\ p_3 &= \left[\hat{p}_{13} + \hat{p}_{23} \hat{p}_{33} + \hat{p}_{23} \left(\frac{b_2}{b_1} + \delta \right) \right] \\ p_4 &= \left[\hat{p}_{13} \hat{p}_{33} + \hat{p}_{13} \left(\frac{b_2}{b_1} + \delta \right) \right] \end{aligned}$$

et

$$\hat{p}_{13} = \tilde{p}_{13} \frac{a_4}{b_1}, \quad \hat{p}_{23} = \tilde{p}_{23} \frac{a_4}{b_1}, \quad \hat{p}_{33} = \tilde{p}_{33} \frac{a_4}{b_1}$$

Étape 10 : En comparant (3.8) et (3.30), nous obtenons les paramètres du régula-

teur PID $C(s)$ comme suit,

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{b_1}{a_4} \left[\hat{p}_{13} + \hat{p}_{23}\hat{p}_{33} + \hat{p}_{23} \left(\frac{b_2}{b_1} + \delta \right) \right] - \frac{b_4}{a_4} \\ K_i &= \frac{b_1}{a_4} \left[\hat{p}_{13}\hat{p}_{33} + \hat{p}_{13} \left(\frac{b_2}{b_1} + \delta \right) \right] \\ K_d &= \frac{b_1}{a_4} \left[\hat{p}_{23} + \hat{p}_{33}^2 + \hat{p}_{33} \left(\frac{b_2}{b_1} + \delta \right) \right] - \frac{b_4}{a_4} \end{aligned} \quad (3.31)$$

CONCLUSION GÉNÉRALE

En conclusion, l'étude de la conception d'un régulateur PID pour un système de suivi solaire selon l'approche de Hanwate et Hote a mis en lumière les bénéfices potentiels de cette méthode innovante. L'utilisation du régulateur PID s'est avérée efficace pour améliorer la précision et la stabilité du suivi solaire, contribuant ainsi à optimiser la capture d'énergie solaire. Les résultats obtenus soulignent l'importance de l'ingénierie de contrôle dans le domaine des énergies renouvelables, offrant des solutions pratiques pour maximiser le rendement des systèmes solaires. Cette approche propose une contribution significative à la transition vers des solutions énergétiques durables et souligne le rôle crucial de la régulation dans l'exploitation efficace des ressources solaires.

BIBLIOGRAPHIE

- Abderrahmane AOUIMEUR et Toufik AISSAOUI. *Application d'observateurs non linéaires sur le modèle AM2*. PhD thesis, Directeur : Dr. Boumediene BENYAHIA/Co-directeur : Mme. DIDI Ibtissem EP . . ., 2020.
- Han Ho Choi et Myung Jin Chung. Observer-based h controller design for state delayed linear systems. *Automatica*, 32(7) :1073–1075, 1996.
- Moritz Cramer, Philipp Goergens, Fabian Potratz, et Armin Schnettler. Genetic algorithm for optimal meter placement and selection in distribution grid state estimation. Dans *International ETG Congress 2015 ; Die Energiewende-Blueprints for the new energy age*, pages 1–7. VDE, 2015.
- Russell Eberhart et James Kennedy. A new optimizer using particle swarm theory. Dans *MHS'95. Proceedings of the sixth international symposium on micro machine and human science*, pages 39–43. Ieee, 1995.
- Jean-Paul Gauthier et Ivan Kupka. *Deterministic observation theory and applications*. Cambridge university press, 2001.
- Sandeep D Hanwate et Yogesh V Hote. Design of pid controller for sun tracker system using qrawcp approach. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 11(1) :133–145, 2018.
- H.K. Khalil. *Nonlinear Systems*. Pearson Education. Prentice Hall, 2002. ISBN 9780130673893.
- Benoît Larroque. *Observateurs de systèmes linéaires : application à la détection et localisation de fautes*. PhD thesis, 2008.
- Mirza Muhammad Sabir et Tariq Ali. Optimal pid controller design through swarm intelligence algorithms for sun tracking system. *Applied Mathematics and Computation*, 274 :690–699, 2016.
- Emmanuel Trélat. *Contrôle optimal : théorie & applications*, volume 36. Vuibert Paris, 2005.