

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mouloud MAMMERRI, Tizi-Ouzou



Faculté de Génie Electrique et d'Informatique
Département d'Automatique

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

En vue de l'obtention du diplôme

MASTER ACADEMIQUE EN AUTOMATIQUE
OPTION : COMMANDE DES SYSTEMES

Thème

**Etudes de quelques méthodes de synthèse et
calcul des paramètres des régulateurs PID**

Proposé par : MANSOURI Rachid

Présenté par : TAMAZIRT Souad

Dirigé par: MANSOURI Rachid

Soutenu le : / /2013

Promotion 2013

Created with

 **nitro**PDF professional

download the free trial online at nitropdf.com/professional

Remerciements

*Je tiens à remercier tout premièrement Dieu le tout puissant pour
m'avoir donné la volonté, la santé et la patience.*

*Je tiens à adresser mes vifs remerciements à Mr. MANSOURI RACHID,
qui m'a proposé ce sujet, m'a orienté le long de la réalisation
de ce mémoire, m'a prodigué les précieux conseils.*

*Je tiens également à remercier vivement toute personne qui m'a aidé à
élaborer et à réaliser ce mémoire, ainsi qu'à tous ceux qui ont contribué
de près ou de loin à accomplir ce travail.*

*Mes remerciements vont aussi à tous les enseignants
du département d'Automatique qui ont
contribué à ma formation,*

*Mes sincères remerciements s'adressent à tous les membres
du jury qui ont accepté de juger mon travail.*

*En fin, je tiens à exprimer notre reconnaissance à toute ma famille
et tous mes amis pour leur soutien
moral et matériel...*

Introduction générale	01
------------------------------	----

Chapitre1 : méthodes empiriques

Introduction	03
I) Méthodes de Ziegler et Nichols	04
I.1) Méthode basée sur la réponse indicielle en boucle ouverte	04
I.1.1) Système sans intégrateur	04
I.1.2) Système avec intégrateur	05
I.2) Méthode basée sur la réponse indicielle en boucle fermé	06
I.3) Exemples d'application	08
Conclusion	18
II) Méthode d'Astrom	19
II.1) définition de la fonction de sensibilité	19
II.2) Principe de la Méthode d'Astrom	20
II.3) Exemples d'application	22
Conclusion	24

Chapitre2 : synthèse d'un régulateur PID en utilisant la méthode IMC

Introduction	25
I) Principe de la méthode de commande à modèle interne	25
I.1) Présentation intuitive de la structure IMC	25
II) Méthodologie de synthèse du régulateur	26
II.1) Synthèse d'un régulateur PID pour les systèmes de grande dimension par la méthode IMC	27
II.1.1) Réduction du modèle du régulateur	27
II.1.1.1) Exemples d'application	28
II.1.2) Réduction du modèle du système à commander	31
II.1.2.1) Identification de T , T_{σ} et τ simplement	31
II.1.2.2) Identification de T , T_{σ} et τ par la méthode de Strejc	32
II.1.2.3) Exemples d'application	37
Conclusion	47

chapitre3 : Nouvelle méthode de calcul des paramètres du régulateur PID sur la base d'un test en boucle fermée.

Introduction	48
I) Identification des paramètres du PID	48
II) Essais en boucle fermée	50
III) Corrélation entre la réponse indicielle et les paramètres identifiés	52
III.1) Détermination du gain du régulateur K_p	53
III.2) Détermination de la constante d'intégration T_i du régulateur	56
III.3) Détermination de la constante de dérivation T_d du régulateur	58
III.4) Exemples d'application	60
Conclusion	62
Conclusion générale	63

Introduction générale

Le régulateur proportionnel-intégral-dérivé (PID) est très populaire car il continue à être le moyen de commande le plus utilisé dans l'industrie et ce depuis plusieurs décennies. En effet, les régulateurs PID sont encore très largement utilisés pour la commande des systèmes industriels, malgré les évolutions importantes qu'a connues la théorie du contrôle. Cette longévité des régulateurs PID est due au fait qu'il peut être utilisé pour contrôler un grand nombre de processus. En outre, ils permettent d'atteindre de bonnes qualités de commande tant du point de vue performances que du point de vue robustesse. En outre, il existe de nombreuses méthodes permettant la détermination de leurs paramètres tant dans le domaine temporel que fréquentiel. La littérature est maintenant très abondante dans ce domaine [1,2]. Dans le chapitre 1 de [3], les auteurs citent plus de 700 références concernant les méthodes de détermination des paramètres des régulateurs PID.

C'est dans ce cadre que s'inscrit ce projet de fin d'études. Celui-ci consiste à étudier quelques méthodes de synthèse et de calcul des paramètres des régulateurs PID. La première est la méthode bien connue de Ziegler-Nichols [4] qui donne des relations empiriques permettant de déterminer les paramètres du régulateur sur la base des réponses indicielles en boucle ouverte ou en boucle fermée. Nous aborderons ensuite une méthode simple de synthèse des paramètres du régulateur PID, cette méthode de synthèse est basée sur la commande par modèle interne [7-9]. Cette dernière est ensuite utilisée dans une troisième méthode pour établir des relations empiriques permettant de déterminer les paramètres des régulateurs PID sur la base d'une réponse indicielle en boucle fermée [10,11].

Le mémoire contient trois chapitres :

Le premier chapitre est consacré à la méthode de Ziegler-Nichols qui a pour objectif d'identifier facilement les paramètres du régulateur PID à partir de la réponse indicielle en boucle ouverte pour des systèmes avec ou sans intégrateur ou bien en boucle fermée dans les cas où on ne peut pas ouvrir la boucle de régulation. Puis à l'aide de quelques exemples, on va étudier l'influence des variations de chaque paramètre du régulateur sur les performances de la boucle fermée.

Dans le deuxième chapitre, on a étudié une autre méthode de synthèse basée sur la commande par modèle interne. Après une introduction, nous exposons la méthodologie de synthèse du

régulateur PID à partir du contrôleur à modèle interne pour les systèmes de grande dimension. Cette synthèse se fera de deux manières différentes: La première est basée sur la réduction du modèle du régulateur et la deuxième sur la réduction du modèle du système à commandé. Une conclusion sur ce chapitre est faite après un traitement de quelques exemples.

Le chapitre trois présente une nouvelle méthode de calcul des paramètres du régulateur PID sur la base d'un test en boucle fermée. L'introduction présente rapidement l'idée de cette méthode. Dans la partie suivante on développe plus en détail le principe de cette méthode en citant les différentes étapes à suivre pour le calcul de chacun des paramètres du régulateur PID. Cette méthode est ensuite illustrée sur un exemple.

Une conclusion générale est finalement donnée à la fin de ce mémoire.

Introduction

Les méthodes de réglage empiriques sont des méthodes pratiques couramment utilisées sur site lorsque les installations automatisées sont accessibles et qu'il est possible de réaliser des tests et des essais expérimentaux.

En 1942, Ziegler et Nichols [4] ont proposé deux démarches permettant de trouver facilement les paramètres optimaux pour une installation donnée. Un peu plus tard, Cohen et Coon [5] ont proposés d'autres relations empiriques censées être plus précises que celles données par Ziegler et Nichols. Ces deux méthodes sont basées sur les paramètres du modèle du premier ordre avec retard qui doit donc être obtenu à partir des essais pratiques du système.

Au début des années 1990 et dans le but de fournir des règles d'ajustement simples mais plus performantes que celles de Ziegler-Nichols, Åström et al [6] ont analysés le comportement dynamique d'un grand nombre de processus. Cette analyse a conduit à l'établissement de nouvelles relations permettant de calculer les paramètres P, I et D à partir de mesures simples.

Le régulateur PID est le régulateur le plus utilisé dans l'industrie. L'idée de cet organe de contrôle est de modifier intentionnellement la valeur de l'erreur qui subsiste entre la consigne et la mesure effectuée.

On distingue trois structures de régulateurs PID :

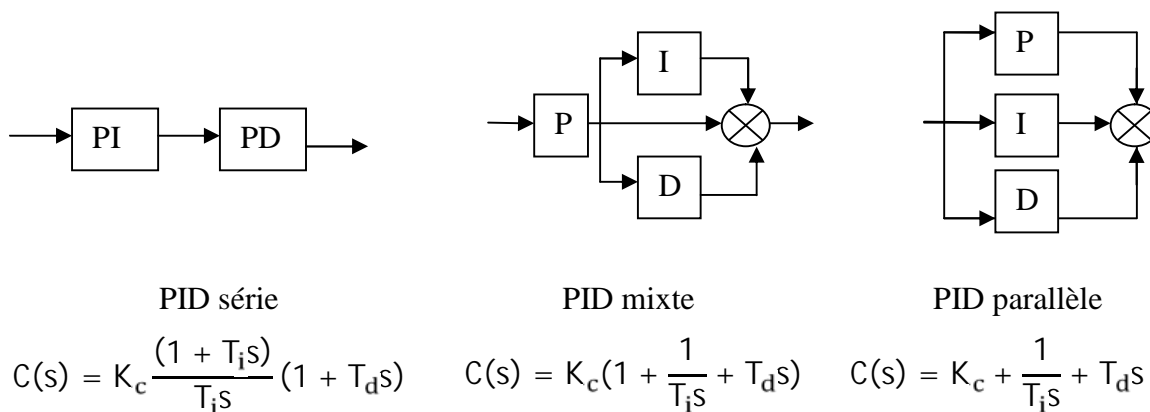


Fig.1 : Différentes structures du régulateur PID

Sachant que K_c , T_i , T_d sont respectivement le gain de l'action proportionnelle, le gain de l'action intégrale, et le gain de l'action dérivée

A cause de la non-causalité de l'action dérivée, on la met toujours en série avec un filtre du premier ordre de fonction de transfert :

$$f(s) = \frac{1}{1 + T_f s} \quad (1.1)$$

avec $T_f = T_d$ et $T_f > 1$

Dans tous ce qui suit, on considérera la structure mixte

I) Méthodes de Ziegler et Nichols

En 1942, Ziegler et Nichols [4] ont proposé deux approches heuristiques basées sur leur expérience et quelques simulations pour ajuster rapidement les paramètres des régulateurs P, PI et PID. La première méthode nécessite l'enregistrement de la réponse indicielle en boucle ouverte, alors que la deuxième demande d'amener le système bouclé à sa limite de stabilité.

Ces réglages s'appliquent sur un correcteur PID mixte dont la fonction de transfert $C(s)$ est défini par

$$C(s) = K_p \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + T_d \cdot s \right) \quad (1.2)$$

I.1) Méthode basée sur la réponse indicielle en boucle ouverte

La méthode de Ziegler-Nichols (ZN) en boucle ouverte est basée sur les paramètres déduits de la réponse indicielle du système, deux types de réponse peuvent alors être obtenus.

I.1.1) Système sans intégrateur

Pour obtenir les paramètres du régulateur PID, il suffit d'enregistrer la réponse indicielle (à un échelon d'amplitude E) du processus seul (c'est-à-dire sans le régulateur), puis de tracer la tangente au point d'inflexion de la courbe. On mesure alors le temps T_g et le retard apparent T_u correspondant respectivement au point d'intersection de la tangente avec l'entrée d'amplitude E et avec l'axe des abscisses puis on déduit la valeur de $T_a = T_g - T_u$, et le gain $K = y_\infty/E$ (figure 1.1). y_∞ étant la valeur de la sortie à l'état stationnaire. On peut alors calculer les coefficients du régulateur choisi à l'aide des relations données par le tableau (1.1.)

Type	K_c	T_i	T_d
P	$\frac{T_a}{(K T_u)}$	-	-
PI	$\frac{0.9 T_a}{(K T_u)}$	$3 T_u$	-
PID	$\frac{1.2 T_a}{(K T_u)}$	$2 T_u$	$0.5 T_u$

Tab.1.1 : Paramètres des régulateurs P, PI et PID obtenus à partir d'une réponse indicielle en Boucle ouverte

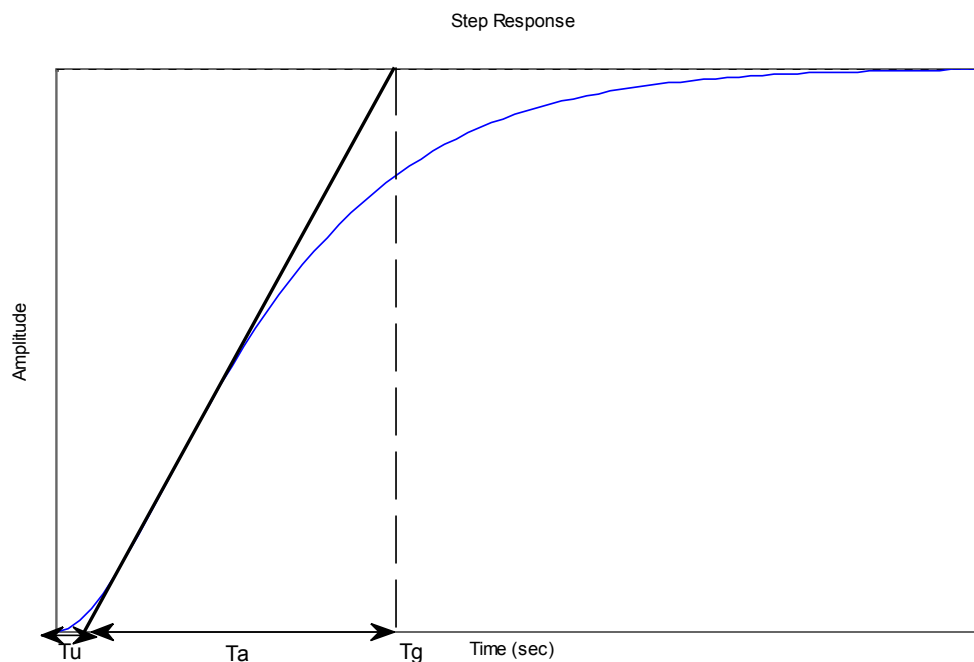


Fig.1.1 : Détermination des paramètres K , T_a et T_u , utilisées par la méthode de ZN en boucle ouverte

I.1.2) Système avec intégrateur

Ce type de réglage peut également fonctionner dans le cas de systèmes comportant un intégrateur. Il suffit d'enregistrer la réponse indicielle (à un échelon d'amplitude E) du processus seul, puis de tracer l'asymptote à la dernière partie de la courbe, comme le montre la figure (1.2). On mesure ensuite le retard apparent T_u correspondant au point d'intersection de l'asymptote avec et l'axe des abscisses puis on déduit la valeur de K à partir de l'expression de la pente donnée par $p=K.E$.

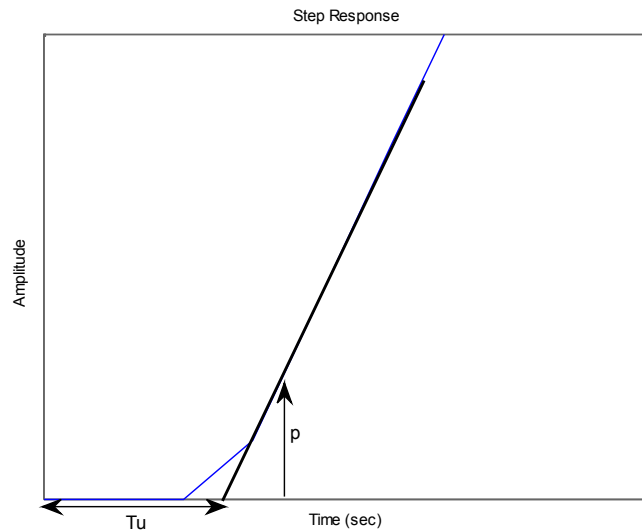


Fig.1.2 : détermination des paramètres p et T_u utilisées par la méthode de ZN en boucle ouverte pour un système intégrateur

On peut alors calculer les coefficients du régulateur choisi à l'aide des relations données par le tableau (1.2).

Type	K_c	T_i	T_d
P	$\frac{1}{K T_u}$	-	-
PI	$\frac{0.9}{K T_u}$	$3.33 T_u$	-
PID	$\frac{1.2}{K T_u}$	$2 T_u$	$0.5 T_u$

Tab.1.2 : Paramètres des régulateurs P, PI et PID obtenus à partir d'une réponse indicelle en boucle ouverte pour un système intégrateur

I.2) Méthode basée sur la réponse indicelle en boucle fermée

Cette méthode est basée sur la connaissance du point critique du processus (apparition des oscillations ou limite de pompage). Elle est utilisée dans le cas où il est impossible d'ouvrir la boucle de régulation pour obtenir la réponse indicelle. Pour mettre en œuvre cet essai, on réalise le schéma de commande de la figure (1.3), le régulateur PID est configuré de sorte à ce que seul l'action proportionnelle fonctionne (T_d minimum (tend vers 0) et T_i maximum

(tend vers l'infini). On augmente progressivement le gain du correcteur jusqu'à obtenir des oscillations auto-entretenues (phénomène de pompage). On note le gain K_c qui a amené le système à cette limite de stabilité ainsi que la période T_0 des oscillations obtenues comme le montre la figure (1.4).

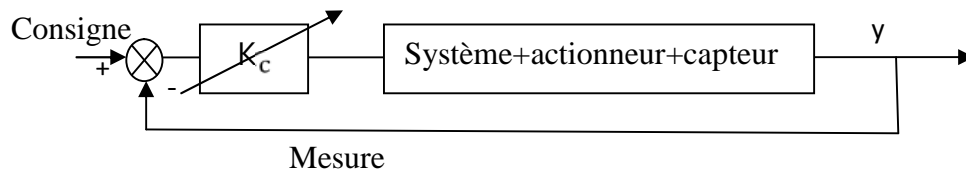


Fig.1.3 : Structure de commande en boucle fermée

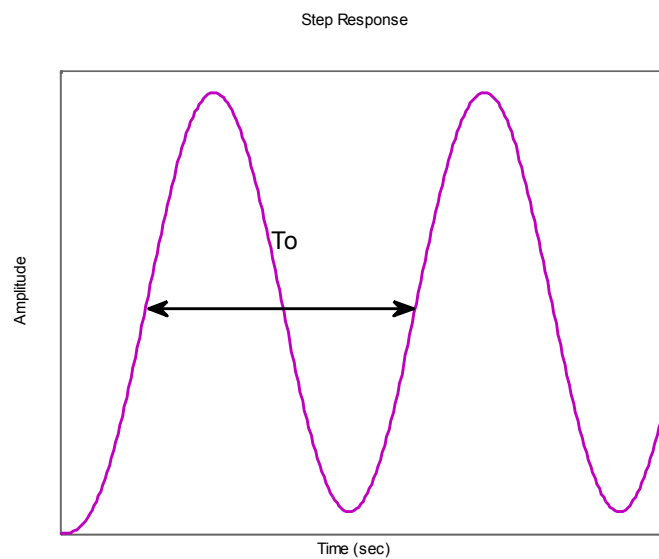


Fig.1.4 : Réponse indicielle d'un processus en régime oscillatoire bouclé avec un correcteur proportionnel K_c (limite de stabilité)

Après avoir relevé le gain critique K_c du régulateur et la période d'oscillation T_0 de la réponse, on peut calculer les paramètres du régulateur choisi en utilisant les formules du tableau (1.3).

Type	K_p	T_i	T_d
P	$0.5K_c$		
PI	$0.4K_c$	$0.8T_0$	
PID	$0.6K_c$	$0.5T_0$	$0.125T_0$

Tab.1.3 : Paramètres des régulateurs P, PI et PID obtenus à partir d'une réponse indicielle en boucle fermée

Remarque :

Si les paramètres utilisés pour le correcteur PID sont ceux proposés par Ziegler Nichols, alors la réponse du système bouclé avec le correcteur est une réponse assez oscillante avec un dépassement de 30% à 40% et un rapport d'amplitudes des oscillations de 1/4. ($D_2=1/4D_1$), sachant que D_1, D_2 sont respectivement le premier et le deuxième dépassement

I.3) Exemples d'application**Exemple 1.1**

Soit le système modélisé par la fonction de transfert

$$G(s) = \frac{2}{(1+s)(1+5s)(1+10s)} \quad (1.3)$$

Dans le but de voir l'effet de la lecture des paramètres T_u , T_a et K , afin de les déterminer on trace la réponse indicielle en boucle ouverte, représentée par les figures (1.5) et (1.6) :

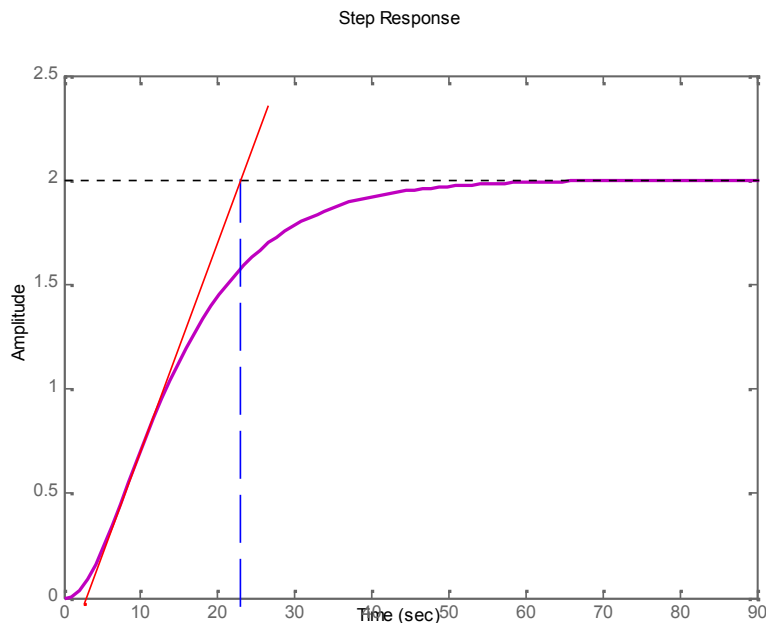


Fig.1.5 : Détermination des paramètres T_u , T_a et K de la réponse indicielle en BO du système $G(s)$ de l'équation (1.3)

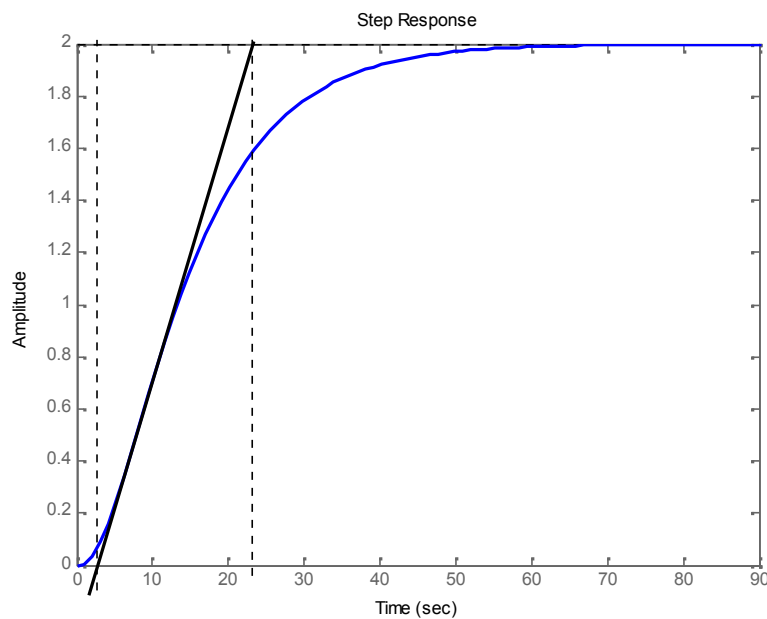


Fig.1.6 : Détermination des paramètres T_u , T_a et K de la réponse indicielle en BO du système $G(s)$ de l'équation (1.3)

Afin d'identifier les paramètres du régulateurs PID mixte, en appliquant la méthode de Ziegler- Nichols en boucle ouverte on trace la tangente au point d'inflexion de la réponse indicielle et on déduit les valeurs de T_u , T_a et K nécessaires à la détermination des paramètres des régulateurs P, PI, PID.

De la figure (1.5), on trouve $T_u = 3.52$ s, $T_a = 22$ s, $K=2$, en utilisant les relations du tableau (1.1) on aura:

$$C(s) = 3.75 \left(1 + \frac{1}{7.04s} + 1.76s \right) \quad (1.4)$$

De la figure (1.6), on trouve $T_u = 2.63$ s, $T_a = 20.97$ s, $K=2$, en utilisant les relations du tableau (1.1) on aura:

$$C(s) = 4.78 \left(1 + \frac{1}{5.36s} + 1.34s \right) \quad (1.5)$$

La figure (1.6) montre la réponse indicielle de la boucle fermée du système de l'équation (1.3) contrôlé par le régulateur (1.4), et (1.5)

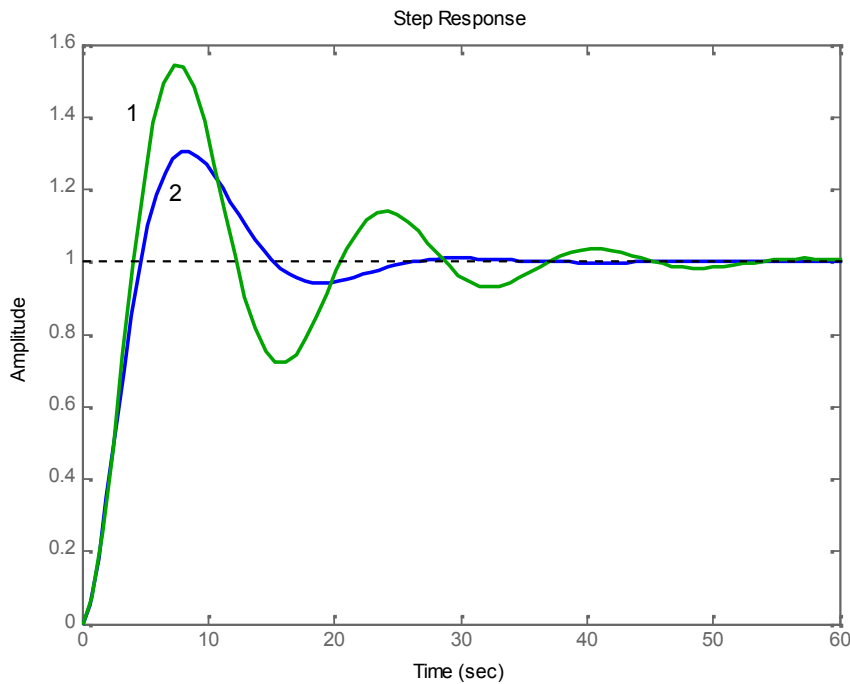


Fig.1.7 : Réponse indicielle du système de l'équation (1.3) corrigé à l'aide

(1) : du régulateur $C(s)$ de l'équation (1.5)

(2) : du régulateur $C(s)$ de l'équation (1.4)

De la figure (1.7), on déduit la valeur du temps de montée et les deux dépassements D_1 et D_2 qui sont résumé dans le tableau 1.4.

réponse	D_1	D_2	$t_m(s)$
(1)	0.54 (54.50%)	0.14 (14%)	2.79
(2)	0.3 (30.01%)	0.01 (1%)	3.26

Tab.1.4 : caractéristiques de la réponse indicielle du système en boucle fermée

Cette méthode étant basée sur le tracé de la tangente au point d'inflexion, en effet l'exemple (1.1) montre que pour des différentes valeurs T_u , T_a et K déduite, on retrouve de différents régulateurs, et donc de différentes réponse indicielle.

Du tableau (1.4), et de la figure (1.7) on constate que pour la réponse (1) le dépassement D_2 est égal à $\frac{1}{4}D_1$, alors que pour la réponse (2) il D_2 n'est pas égale à $\frac{1}{4} D_1$, mais on a un faible dépassement qui es égal à 30%,on remarque que la détermination des paramètres T_u , T_a et K dépassement D_2 est égal à $\frac{1}{4} D_1$.

On conclue que la détermination des paramètres T_u , T_a et K influe sur le calcul du régulateur et donc sur la réponse en boucle fermée du point de vue dépassement et rapidité.

Exemple 1.2

Soit le système modélisé par la fonction de transfert

$$G(s) = \frac{0.5}{s(1+s)(1+2s)} \quad (1.6)$$

C'est un système avec intégrateur instable par conséquent, la méthode de Z-N en boucle fermée est plus adaptée. En appliquant la structure de commande de la figure (1.3), et en augmentant progressivement le gain du régulateur proportionnelle, on constate que le régime de pompage (limite de stabilité) est atteint pour $K_c=3$, la valeur de T_o correspondante est ($T_o = 8.85$).En utilisant le tableau (1.3) les paramètres du régulateur sont :

$$C(s) = 1.8\left(1 + \frac{1}{4.4s} + 1.1s\right) \quad (1.7)$$

D_1	D_2	$t_{r2\%}(s)$	$t_m(s)$
0.60 (60.3%)	0.1 (10%)	25.9	1.91

Tab.1.5 : caractéristique de la réponse indicielle du système en boucle fermée

Du tableau (1.5), on remarque que le dépassement de la réponse indicielle du système défini par l'équation (1.6) corrigé à l'aide du régulateur de l'équation (1.7) est très important.

Remarque

De ces deux exemples simple, on constate que les dépassements de la réponse indicielle de la boucle fermée sont trop important, c'est pourquoi beaucoup d'auteur proposent de considérer les méthodes de Ziegler-Nichols peuvent être considérer comme une premières étape pour le dimensionnement des paramètres du régulateur, il faut ensuite ajuster ces paramètres pour obtenir les performances souhaitées de la boucle fermées.

Pour voir comment chacun des paramètres T_d , T_i et K_p du régulateur PID agit sur les performances de la boucle fermée, on présente dans ce qui suit plusieurs simulations.

- On fixe la valeur de T_d et T_i trouvées par la méthode de ZN, puis on fait varier le paramètre K_p .
- On fixe la valeur de T_d et K_p trouvées par la méthode de ZN, puis on fait varier le paramètre T_i .
- On fixe la valeur de K_p et T_i trouvées par la méthode de ZN, puis on fait varier le paramètre T_d .

On notera à chaque fois l'influence de ces variations sur la dynamique de la réponse indicielle.

a) Variation du gain du régulateur K_p

Les réponses indicielles obtenues par simulation, faite sur le système de l'équation (1.6) corrigé à l'aide du régulateur de l'équation (1.7), en faisant varier K_p , sont illustrées par la figure (1.8).

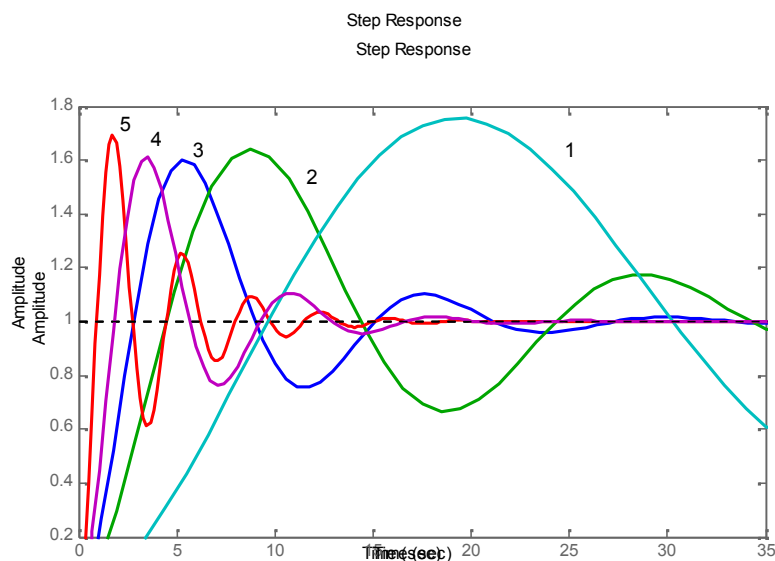


Fig.1.8 : Réponse indicielle du système de l'équation (1.6) bouclée avec le correcteur de l'équation (1.7) pour différentes valeurs du gain K_p

(1) : $K_p = 0.2$ (2) : $K_p = 0.8$ (3) : $K_p = 1.8$ (ZN) (4) : $K_p = 4.8$ (5) : $K_p = 10.8$

De la figure (1.8)

On remarque que la valeur du dépassement reste sensiblement la même, lorsque les variations de K_p ne sont pas trop importante par rapport à la valeur obtenu par Z-N mais lorsque ces variations sont trop importantes, soit en valeur supérieur ou en valeurs inférieurs le dépassement devient plus important.

Par contre lorsque K_p augmente par rapport à la valeur obtenue par Z-N, le système devient plus rapide et lorsque K_p diminue le système devient plus lent.

Conclusion sur K_p

Les petites variations de K_p ne modifient pas la valeur du dépassement. Par contre, pour des variations importantes, soit en diminuant ou en augmentant K_p le dépassement devient important. Donc dans les deux cas on ne peut pas faire diminuer le dépassement.

Concernant la durée du régime transitoire, la rapidité du système change dans le même sens que les changements de K_p .

b) Variation de T_i

Les réponses indicielles obtenus par simulation faite sur le système de l'équation (1.6) corrigé à l'aide du régulateur de l'équation (1.7), en faisant varier T_i sont illustrées par la figure (1.9).

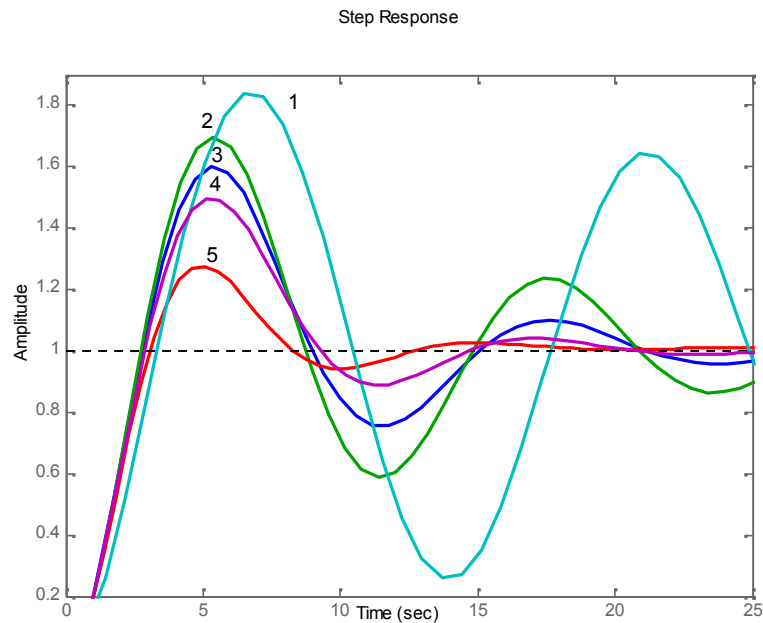


Fig.1.9 : Réponse indicielle du système de l'équation (1.6) bouclée avec le correcteur de l'équation (1.7) pour différentes valeurs de T_i

$$(1)T_i = 2.7 \quad (2) : T_i = 3.4 \quad (3): T_i = 4.4(\text{ZN}) \quad (4): T_i = 6.4 \quad (5): T_i = 100.4$$

De la figure (1.9) on constate que plus T_i diminue par rapport à la valeur trouvée par la méthode de Z-N, le dépassement devient important. Mais plus T_i augmente par rapport à la valeur trouvée par la méthode de Z-N, le dépassement diminue.

Conclusion sur T_i

Si T_i augmente, le dépassement diminue, et si T_i diminue le dépassement augmente. Concernant la rapidité du système, le temps de montée est relativement le même.

c) Variation de T_d

Les réponses indicielles obtenus par simulation faite sur le système de l'équation (1.6) corrigé à l'aide du régulateur de l'équation (1.7), en faisant varier T_d sont illustrées par la figure (1.10).

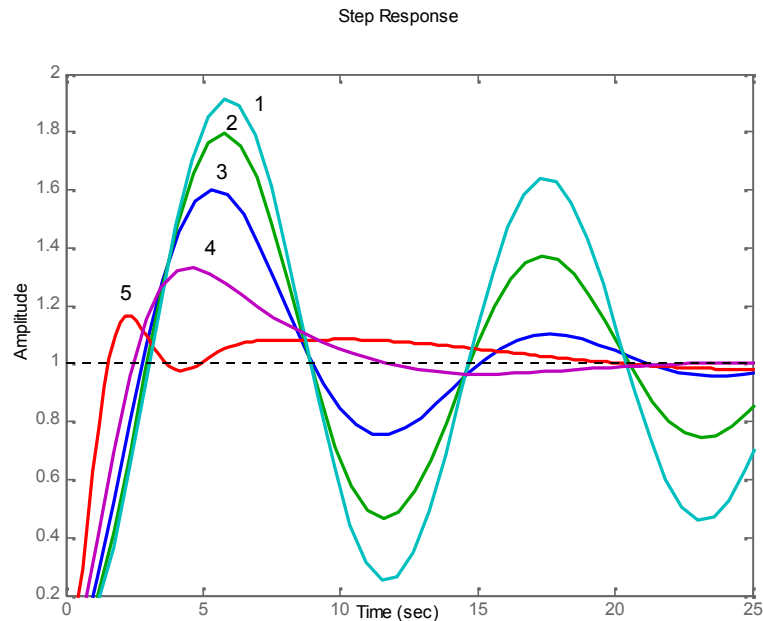


Fig.1.10 : Réponse indicielle du système de l'équation (1.6) bouclée avec le correcteur de l'équation (1.7) pour différentes valeurs de T_d

$$(1)T_d = 0.5 \quad (2):T_d = 0.7 \quad (3): T_d = 1.1(\text{ZN}) \quad (4): T_d = 2 \quad (5):T_d = 9$$

De la figure (1.10) on constate que plus T_d diminue par rapport à la valeur trouvée par la méthode de Z-N, le dépassement devient important. Mais plus T_d augmente par rapport à la valeur trouvée par la méthode de Z-N, le dépassement diminue.

Par contre lorsque T_d augmente par rapport à la valeur trouvée par la méthode de Z-N le système devient plus rapide, et si T_d diminue, le temps de montée est relativement le même

Conclusion sur T_d

Si T_d augmente, le dépassement diminue, et si T_d diminue le dépassement augmente, donc dans les deux cas T_d influe sur le dépassement.

Concernant la durée du régime transitoire, le système est plus rapide si on augmente T_d par rapport à la valeur trouvée par Z-N, le temps de montée est relativement le même si on diminue la valeur de T_d .

Les paramètres déduit à partir des réponses indicielles obtenus par les simulations faites sur le système de l'équation (1.6), corrigée par le correcteur de l'équation (1.7) représenté par les figures (1.8), (1.9) et (1.10) sont résumés sur le tableau (1.6)

Afin de savoir comment varier les coefficients de réglage des paramètres, pour aboutir à une réponse avec un léger dépassement on résume les remarques observées à partir des figures (1.8), (1.9) et (1.10) dans le tableau (1.6)

Paramètre	Variation par rapport à la valeur trouvée par la méthode de Z-N	rapidité	dépassement
K_p Figure (1.8)	Augmentation	augmente	augmente
	Diminution	diminue	augmente
T_i Figure (1.9)	Augmentation	Ne varie pas trop	diminue
	Diminution	Ne varie pas trop	augmente
T_d Figure (1.10)	Augmentation	Augmente légèrement	diminue
	Diminution	Ne varie pas trop	augmente

Tab.1.6 : Variation des paramètres des réponses indicielles des figures (1.8, 1.9 et 1.10)

D'après les résultats donnés par le tableau (1.6), et les conclusions trouvées en variant les paramètres T_d , T_i et K_p , on fait varier les paramètres du PID selon le cahier de charge pour aboutir à un régulateur PID qui nous permet d'avoir les performances désirées

Pour cet exemple, Pour avoir une réponse avec un léger dépassement et une rapidité désirée, on commence par faire varier le gain K_p pour assurée un temps de montée désirée, car les deux autre paramètres, T_i et T_d n'influent pas sur la rapidité,

Une fois ce temps est atteint on fait varier, T_i et T_d , pour réduire le dépassement, le correcteur PID obtenu est définit par l'équation (1.8).

$$C(s) = 1.3\left(1 + \frac{1}{4.6s} + 2.2s\right) \quad (1.8)$$

La réponse indicielle du système $G(s)$ corrigé par le correcteur de l'équation(1.8) est représentée par la figure (1.11).

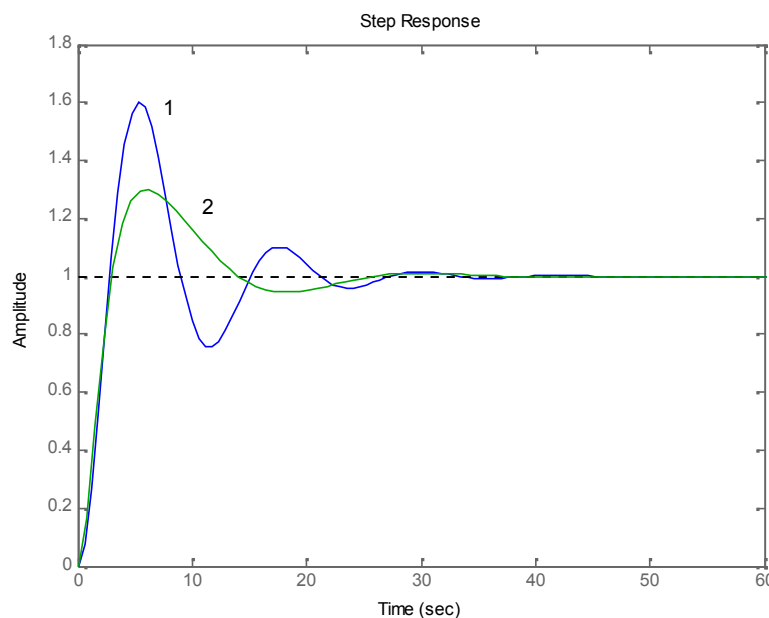


fig.1.11 : Réponses indicielles du système de l'exemple 2 corrigé avec un PID

(1) réglage originale (Z-N), (2) réglage léger dépassement

Les paramètres déduits à partir des réponses indicielles de la figure (1.11) sont résumé dans le tableau (1.7).

Méthode	dépassement	Temps du pic (s)	Temps de montée $t_m(s)$	Temps d'établissement $t_{r2\%}(s)$
Réglage originale (Z-N)	0.60 (60.3%)	5.28	1.91	25.9
Réglage léger dépassement	0.298 (29.8%)	6.23	2.21	23.2

Tab.1.7 : caractéristiques de la réponse indicielle corrigée à l'aide des deux régulateurs

Conclusion

La méthode de Ziegler-Nichols est une méthode facile à mettre en œuvre, qui couvre une large gamme de systèmes. Mais à cause de la présence du dépassement important, la méthode de Ziegler Nichols reste une méthode qui nous permet d'obtenir une estimation initiale des paramètres du régulateur PID, qui doivent être ajusté afin de satisfaire le cahier de charge.

II) Méthode d'Åström

En 2004, Åström et al [6] ont proposé une nouvelle approche afin de palier les inconvénients de la méthode de Ziegler-Nichols. Ils ont pour cela analysé et simulé le comportement d'un grand nombre de systèmes à comportement non-oscillant en recherchant à les caractériser de manière simple.

Les objets principaux d'une bonne régulation sont d'assurer la robustesse, une meilleure réduction de perturbations et de bruit de mesure... etc. c'est pour ceci qu'ils ont introduit une nouvelle méthode de synthèse de régulateur PID appelée AMIGO (approximate M-constrained integral gain optimisation) qui est basé sur la maximisation du gain intégrale, en prenant comme contrainte l'optimisation de la fonction de sensibilité M_s .

II.1) définition de la fonction de sensibilité

Afin de mesurer la qualité des réponses temporelles et les comparer sur la base d'un critère objectif, Åström a défini un critère d'ajustage des paramètres du régulateur. Ce critère consiste à observer la fonction de sensibilité du processus réglé et à la limiter à un maximum valant 1.4 (+3dB) ou 2 (+6dB). Le maximum M_s de la fonction de sensibilité est défini comme suit

$$M_s = \max_{0 < \omega < \infty} \left| \frac{1}{1 + G(j\omega)C(j\omega)} \right| \quad (1.9)$$

Où $G(j\omega)$ est la réponse fréquentielle du processus et $C(j\omega)$ celle du régulateur.

Dans le diagramme de Nyquist, ce maximum M_s possède une interprétation intéressante. En effet, son inverse $1/M_s$ est la plus courte distance entre la courbe de Nyquist de $G(j\omega)C(j\omega)$ et le point critique -1. Cette distance peut être prise comme une mesure de la robustesse car elle nous indique de combien le processus peut changer sans causer d'instabilité. Les valeurs typiques de M_s sont comprises entre 1.2 et 2 et le système asservi sera d'autant moins sensible aux variations des paramètres ou au bruit que M_s est petite [7].

I.2) Principe de la Méthode d'Åström

Habituellement, pour atteindre le deux objectif de commande, le suivi de consigne et le rejet de perturbation, on utilise deux régulateurs, un pour chaque problème, on appelle cette technique la commande à deux degrés de liberté. Au lieu d'utiliser cette technique on ajoute plutôt deux paramètres de pondération sur la grandeur de référence, la loi de commande s'écrit alors [6] :

$$u(t) = k_c (by_c(t) - y(t)) + k_i \int_0^t (y_c(\tau) - y(\tau)) d\tau + k_d \left(c \frac{dy_c(t)}{dt} - \frac{dy(t)}{dt} \right) \quad (1.10)$$

La fonction de transfert du régulateur lorsque $c=b=1$ est donnée par

$$C(s) = K_p \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + T_d \cdot s \right) \quad (1.11)$$

avec :

$$k_c = K, k_i = \frac{T_i}{K} \text{ et } k_d = K T_d \quad (1.12)$$

Où y_c est la consigne, et y est la sortie du procédé Les paramètres b et c s'appellent les poids de consigne.

Dans ce présent travail et par soucis de comparaison, nous n'utilisons pas cette loi de commande, mais celle d'un régulateur PID classique. Considérant alors :

Les systèmes à corrigé définis par :

$$G(s) = \frac{K_p e^{-\theta s}}{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)} \quad (1.13)$$

Ou par un procédé avec intégrateur :

$$G(s) = \frac{K_v e^{-\theta s}}{s(1 + T_3 s)} \quad (1.14)$$

Avec K_p, K_v le gain statique de chaque système, T_1, T_2 et T_3 sont les constantes du temps des deux systèmes, θ étant un retard pur.

L'objectif de cette méthode est de mettre le procédé à corrigé sous la forme

$$G_m(s) = \frac{K e^{-Ls}}{1 + T_s s} \quad (1.15)$$

Avec K , L et T sont les paramètres à identifier. Pour les déterminer on trace la tangente au point d'inflexion de la réponse indicielle du procédé en boucle ouverte, le point d'intersection avec l'axe des abscisses et le retard L , et pour trouver T , on calcule le temps qui correspond à 63% de la réponse pour lequel on soustrait le temps de retard L , K est le gain statique $K = \frac{Y_{\infty}}{E}$, E étant l'amplitude de l'échelon d'entrée[6], ces paramètres sont illustré sur la figure (1.11)

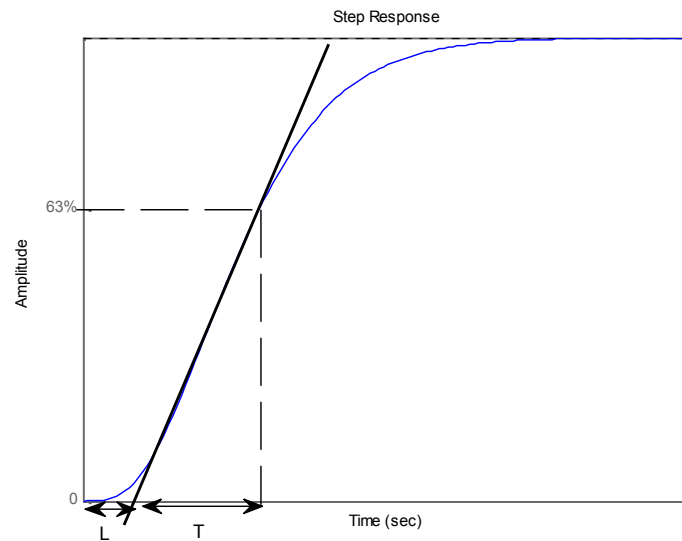


Fig.1.12 : Détermination des paramètres L et T de la réponse indicielle d'un processus d'ordre supérieur en BO

Après avoir calculé K , L et T les paramètres du régulateur PID de l'équation (1.11) pour une fonction de sensibilité $M_s = 1.4$ sont donnée par :

$$K = \frac{1}{K_p} \left(0.2 + 0.45 \frac{L}{T} \right) \quad (1.16)$$

$$T_i = \frac{0.4L + 0.8T}{L + 0.1T} L$$

$$T_d = \frac{0.5LT}{0.3L + T}$$

Et pour un processus avec intégrateur les formules de l'équation (1.16) deviennent :

$$K = \frac{0.45}{K_v} \quad (1.17)$$

$$T_i = 8L$$

$$T_d = 0.5L$$

II.3) Exemples d'application

Dans le but de faire une comparaison des deux méthodes étudiées on traite les exemples suivant :

Exemple 1.3

Soit le système modélisé par la fonction de transfert suivante :

$$G(s) = \frac{1}{(s + 1)^4} \quad (1.18)$$

En appliquant la méthode d'Aström l'équation (I.16) peut être écrite sous la forme du modèle de l'équation (1.15) :

$$G(s) = \frac{e^{-1.42s}}{1 + 2.9s} \quad (1.19)$$

En appliquant les expressions de l'équation (1.16) on abouti au régulateur PID dont les paramètres sont obtenus par le réglage d'Aström

$$C(s) = 1.12\left(1 + \frac{1}{2.40s} + 0.71s\right) \quad (1.20)$$

En appliquant la méthode de Ziegler Nichols en boucle ouverte afin d'identifier les paramètres de régulateurs PID, on trace la tangente au point d'inflexion de la réponse indicielle du système $G(s)$ défini par l'équation (1.18), et on déduit les valeurs de T_u , T_a et K en utilisant le tableau (1.1) et l'équation (1.1) on trouve :

$$C(s) = 3.27\left(1 + \frac{1}{2.6s} + 0.95s\right) \quad (I.21)$$

Les paramètres de la réponse indicielle du système de l'équation (1.18) corrigé à l'aide du régulateur obtenu par la méthode d'Aström et les méthodes de Ziegler Nichols sont résumées sur le tableau (1.8) :

méthode	D_1	$t_{r2\%}(\text{sec})$
Réglage (Z-N)	0.41 (41.1%)	1.26
Réglage d'Aström	0.13 (13%)	2.86

Tab.1.8 : Caractéristiques de la réponse indicielle système de l'équation (1.18) corrigée à l'aide des deux régulateurs

Exemple 1.4

Soit le système modélisé par la fonction de transfert suivante :

$$G(s) = \frac{1 e^{-5s}}{(3s + 1)(s + 1)} \quad (I.22)$$

En appliquant la méthode d'Astrom l'équation (I.22) peut être écrite sous la forme du modèle de l'équation (1.15) :

$$G(s) = \frac{e^{-5.64s}}{1 + 2.85s} \quad (I.23)$$

En appliquant les expressions de l'équation (1.16) on aboutit au régulateur PID dont les paramètres sont

$$C(s) = 0.432 \left(1 + \frac{1}{4.32s} + 1.77s \right) \quad (1.24)$$

En appliquant la méthode de Ziegler Nichols en boucle ouverte afin d'identifier les paramètres de régulateurs PID, on trace la tangente au point d'inflexion de la réponse indicielle du système $G(s)$ défini par l'équation (1.22), et on enlève les valeurs de T_u , T_a et K en utilisant le tableau (1.1) et l'équation (1.1) on trouve :

$$C(s) = 0.92 \left(1 + \frac{1}{7.75s} + 1.93s \right) \quad (1.25)$$

Les paramètres de la réponse indicielle du système de l'équation (I.22) corrigée à l'aide du régulateur obtenu par la méthode d'Astrom et les méthodes de Ziegler Nichols sont résumées sur le tableau (1.8) :

méthode	D_1	$t_{r2\%}$ (sec)
Réglage (Z-N)	0.11 (11.42%)	10.2
Réglage d'Astrom	0.041 (4.19%)	15.5

Tab.1.9 : Caractéristiques de la réponse indicielle du système de l'équation(I.22) corrigée à l'aide des deux régulateurs.

Des deux tableaux (1.8) et (1.9) on remarque que la méthode de ZN est meilleure du point de vue temps de réponse donc rapidité, mais la méthode d'Aström nous assure une réponse avec un faible dépassement si on le compare à celui obtenu par Ziegler Nichols.

Conclusion :

Afin d'aboutir à de bon résultats, il ne faut pas prendre les valeurs obtenus par le réglage de Ziegler Nichols, comme des valeurs définitives mais comme des valeurs initiales de réglage du régulateur, en particulier lorsque la réponse du système en boucle ouverte s'éloigne de la réponse du système du premier ordre avec retard, Ou bien dans le cas où on a un système bouclé avec le correcteur avec un dépassement important (cas de l'exemple 1.2).

On conclue que la méthode de ZN est meilleure du point de vue temps de réponse donc rapidité, mais la méthode d'Aström nous assure une réponse avec un faible dépassement si on le compare à celui obtenu par Ziegler Nichols.

Les méthodes expérimentales présentées permettent d'avoir de bonnes estimations génériques pour un système raisonnablement simple (corrigeable par un PID). Cependant il faut continuer à faire varier les coefficients jusqu'à obtenir une réponse satisfaisant le cahier des charges. et afin de remédier à ce problème de dépassement, et risque d'instabilité on traitera la méthode de synthèse à modèle interne qui sera l'objet du prochain chapitre.

Introduction

Lorsque les régulateurs classiques ne permettent pas d'obtenir les performances désirées, le correcteur à modèle interne ou IMC (internal model control), s'avère être une approche intéressante. En effet, le régulateur à modèle interne a pour objectif de déterminer des régulateurs en boucle ouverte, qui sert à faciliter la synthèse du contrôleur.

Le but de cette approche IMC [7], est de montrer comment aboutir à un régulateur PID à partir de la synthèse par modèle interne pour des systèmes de grande dimension, en fixant plusieurs objectifs pour ces règles :

- Elles devraient être simples et faciles à mémoriser.
- Elles doivent couvrir une large gamme de processus.

Pour ceci on considère le régulateur PID défini par :

$$C(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (2.1)$$

I) Principe de la méthode de commande à modèle interne

I.1) Présentation intuitive de la structure IMC

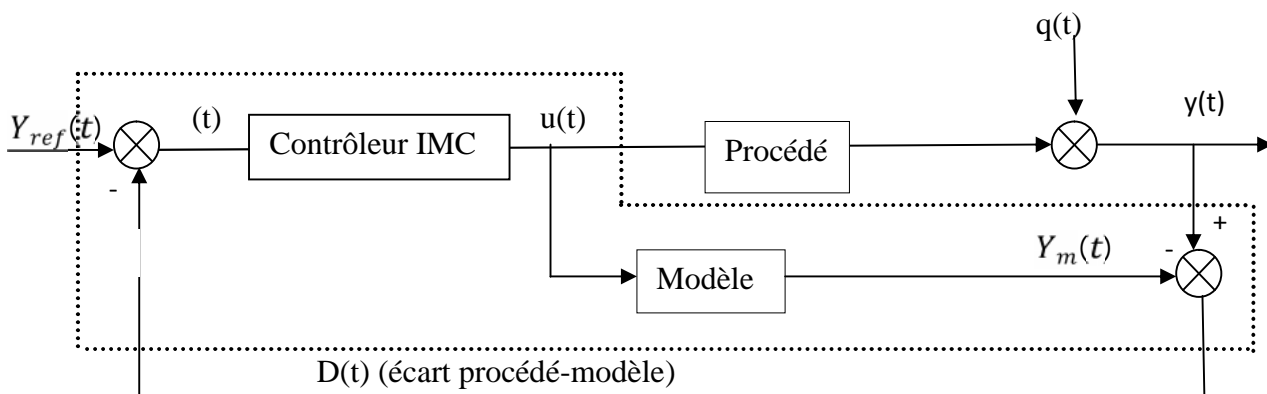


Fig.2.1: Structure d'une régulation à modèle interne

Dans la structure à modèle interne, la sortie du modèle est soustraite de la sortie du procédé. Si l'on suppose que le modèle est parfait et que le système n'est soumis à aucune perturbation, alors le signal d'écart entre la sortie du procédé et celle du modèle, est identiquement nul. Le système de commande peut dans ce cas être considéré comme fonctionnant en boucle ouverte, et par conséquent:

- Les problèmes de stabilité rencontrés dans les boucles classiques disparaissent. En effet, le système bouclé est stable si et seulement si le procédé et le régulateur IMC sont stables
- Le rôle du régulateur est donc en quelque sorte « d'inverser le modèle ». Cependant, il n'a pas les inconvénients d'une boucle ouverte pure car le signal d'écart entre la sortie du procédé et celle du modèle permet de modifier le point de consigne de façon adéquate. [9]

En effet lorsqu'il n'y'a pas de perturbation, nous n'avons pas besoin de la boucle de contre réaction. Par contre, lorsque $y(s) \neq y_m(s)$ pour une raison ou pour une autre (en présence de perturbation en particulier), la contre réaction est activée et le contrôleur IMC réagi pour annuler cet écart, c'est la commande en boucle fermée.

II) Méthodologie de synthèse du régulateur

On fait l'hypothèse que le modèle interne est parfait :

$$G(s) = G_m(s)$$

La méthode de synthèse du contrôleur IMC se décompose en deux étapes : [8]

- ❖ **Etape 1** : on décompose le modèle $G_m(s)$ du procédé sous la forme d'un produit de deux facteurs, le premier $G_m^+(s)$ (dont le gain doit être égal a 1) contenant les retards purs et les zéros à partie réelle positive et le deuxième $G_m^-(s)$ qui contient le reste de la fonction de transfert. (partie inversible de $G_m(s)$).

$$G_m(s) = G_m^-(s)G_m^+(s) \quad (2.2)$$

- ❖ **Etape 2** : on retient seulement $G_m^-(s)$ pour écarter les retards et les zéros à partie réelle positive et on filtre l'inverse de $G_m^-(s)$ (pour rendre le correcteur causal. La fonction de transfert du correcteur réel est alors égal à :

$$C_{imc}(s) = \frac{1}{G_m^-(s)} f(s) \quad (2.3)$$

Où $f(s)$ est un filtre, il est introduit pour résoudre le problème de causalité, en général il prend la forme :

$$f(p) = \frac{1}{(1 + T_{bf}s)^n} \quad (2.4)$$

Où T_{bf} est la constante de temps que l'on souhaite imposer à la boucle fermée. L'exposant n est choisi de telle sorte à avoir un correcteur $C_{imc}(s)$ causal (le degré de dénominateur est supérieur ou égal au degré de numérateur).

- ❖ **Etape 3:** Si on souhaite utiliser le schéma de commande classique, le régulateur $C(s)$ donnant les mêmes performances que le contrôleur IMC est calculé par l'expression [8]:

$$C(s) = \frac{C_{imc}(s)}{1 - C_{imc}(s)G_m(s)} \quad (2.5)$$

II.1) Synthèse d'un régulateur PID pour les systèmes de grande dimension par la méthode IMC

Lorsqu'on applique la méthode de commande à modèle interne pour la synthèse des régulateurs pour la commande des systèmes de grande dimension, on abouti à des contrôleurs d'ordre élevés. Pour remédier à ça et dans le but d'assurer la stabilité en boucle fermée, dans ce présent travail afin d'avoir un régulateur qui a la forme d'un PID on présente deux méthodes

- ❖ **Méthode 1 :** On applique la méthode de synthèse à modèle interne et on approxime le contrôleur obtenu afin de le mettre sous forme d'un régulateur PID.
- ❖ **Méthode 2 :** On met le procédé $G(s)$ sous forme d'un système du deuxième ordre avec retard, pour lequel on applique la méthode de commande par modèle interne on abouti à un régulateur qui a la forme d'un PID.

II.1.1) Réduction du modèle du régulateur

Cette méthode est basée sur l'approximation par développement de Taylor du régulateur $C(s)$ obtenu en utilisant la méthode de commande à modèle interne.

On considère $G(s)$ le procédé à réguler est défini par :

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} e^{-\theta s} \quad (2.6)$$

Sachant que $\frac{N(s)}{D(s)}$ est la partie inversible et $e^{-\theta s}$ est la partie non inversible

On pose $f(s)$:

$$f(s) = \frac{1}{1 + T_{bf}s} \quad (2.7)$$

En appliquant la méthode de commande par modèle interne l'équation du régulateur C_{imc} de l'équation (2.3) est :

$$C_{imc}(s) = \frac{D(s)}{N(s)} \frac{1}{1 + T_{bf}s} \quad (2.8)$$

En approximant le retard $e^{-\theta s}$ par $(1 - s)$ et à l'aide de l'équation (2.5) sera donc :

$$C(s) = \frac{1}{(1 + T_{bf}s)} \frac{D(s)}{N(s)} \quad (2.9)$$

On pose

$$H(s) = \frac{D(s)}{N(s)} \quad (2.10)$$

En utilisant le développement de Taylor de l'équation (2.10) on aura :

$$H(s) = H(0) + H'(s)|_{s=0}s + H''(s)|_{s=0} \frac{s^2}{2!} + H'''(s)|_{s=0} \frac{s^3}{3!} + \dots + H^n(s)|_{s=0} \frac{s^n}{n!} \quad (2.11)$$

Sachant que n est l'ordre de H , et H' , H'' , H''' , H^n sont respectivement la première, la seconde, la troisième, et la n ème dérivée de H

Pour avoir un régulateur PID, on garde seulement les termes d'ordre inférieur ou égal à 2, et on néglige les termes d'ordre supérieur.

Afin d'illustrer cette méthode on traite les exemples suivants :

II.1.1.1) Exemples d'application

II.1.1.1.1) Exemple 1

Soit $G(s)$ le système défini par :

$$G(s) = \frac{1}{(1 + 0.1s)^4} \quad (2.12)$$

En prenant:

$$f(s) = \frac{1}{(1 + s)} \quad (2.13)$$

Selon l'étape 2 de la méthode de commande à modèle interne, le correcteur IMC est :

$$C_{\text{imc}}(s) = \frac{(1 + 0.1s)^4}{1} \frac{1}{(1 + s)} \quad (2.14)$$

Selon la relation (2.9), le correcteur $C(s)$ est :

$$C(s) = \frac{1}{s} (1 + 0.1s)^4 \quad (2.15)$$

On pose :

$$H(s) = (1 + 0.1s)^4 \quad (2.16)$$

En développant $H(s)$ selon (2.11), l'équation (2.16) devient :

$$H(s) = (1 + 0.1s)^4 = 1 + 0.4s + 0.06s^2 + 0.004s^3 + 0.0001s^4 \quad (2.17)$$

Si on néglige les termes d'ordre supérieur à 2 de l'équation (2.17), l'équation (2.15) devient :

$$C(s) = \frac{1}{s} (1 + 0.4s + 0.06s^2) = 0.4 \left(1 + \frac{1}{0.4s} + 0.15s \right) \quad (2.18)$$

II.1.1.1.2) Exemple 2

Soit $G(s)$ le système défini par :

$$G(s) = \frac{(1 + s)}{(1 + 2s)(1 + 3s)^2} \quad (2.19)$$

En prenant:

$$f(s) = \frac{1}{(1 + 0.1s)} \quad (2.20)$$

Selon l'étape 2, le correcteur IMC est :

$$C_{\text{imc}}(s) = \frac{(1 + 2s)(1 + 3s)^2}{(1 + s)(1 + 0.1s)} \quad (2.21)$$

Selon la relation (2.9), le correcteur $C(s)$ est :

$$C(s) = \frac{1}{0.1s} \frac{(1 + 2s)(1 + 3s)^2}{(1 + s)} \quad (2.22)$$

On pose :

$$H(s) = \frac{(1 + 2s)(1 + 3s)^2}{(1 + s)} \quad (2.23)$$

En développant $H(s)$ selon (2.11), l'équation (2.23) devient :

$$H(s) = \frac{(1 + 2s)(1 + 3s)^2}{(1 + s)} = 1 + 0.4s + 0.06s^2 + 0.004s^3 + 0.0001s^4 \quad (2.24)$$

De l'équation (2.24) on remarque que les termes d'ordre supérieur à 2 sont négligeables si on les compare à ceux d'ordre inférieur pour ceci l'équation (2.22) sera donc :

$$C(s) = \frac{1}{2s} (1 + 0.4s + 0.06s^2) = 0.2 + \frac{1}{2s} + 0.03s \quad (2.25)$$

II.1.1.1.3) Exemple 3

Soit $G(s)$ le système définit par :

$$G(s) = \frac{1}{(1 + s)^4} \quad (2.26)$$

En prenant:

$$f(s) = \frac{1}{(1 + 0.1s)} \quad (2.27)$$

$$C_{\text{imc}}(s) = \frac{(1 + s)^4}{(1 + 0.1s)} \quad (2.28)$$

Selon la relation (2.9), le correcteur $C(s)$ est :

$$C(s) = \frac{1}{0.1s} (1 + s)^4 \quad (2.29)$$

On pose :

$$H(s) = (1 + s)^4 \quad (2.30)$$

En développant $H(s)$ selon (2.11), l'équation (2.23) devient :

$$H(s) = (1 + s)^4 = 1 + 4s + 6s^2 + 4s^3 + s^4 \quad (2.31)$$

De l'équation (2.24) on remarque que les termes d'ordre supérieur à 2 ne sont pas négligeables si on les compare à ceux d'ordre inférieur donc on ne peut pas mettre le correcteur de défini par l'équation (2.29) sous forme d'un régulateur PID.

De ces exemples on conclue que cette méthode ne fonctionne pas pour tous les systèmes, pour ceci on traite la deuxième méthode dans laquelle on approxime le système avant de lui appliquer la méthode de synthèse à modèle interne.

II.1.2) Réduction du modèle du système à commander

L'objectif de cette méthode est de modéliser un système de grande dimension par modèle du second ordre avec retard défini par :

$$G(s) = \frac{e^{-\theta s}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \quad (2.32)$$

Afin d'identifier les paramètres T_1 , T_2 et θ , soit on utilise la méthode de strejc ou on utilise une méthode simple d'identification.

II.1.2.1) Identification de T_1 , T_2 et θ simplement

Pour ce faire, il suffit d'enregistrer la réponse indicielle du processus, et tracer la tangente au point d'inflexion. Ensuite on déduit la valeur de T_1 , T_2 et θ comme le montre la figure (2.2)

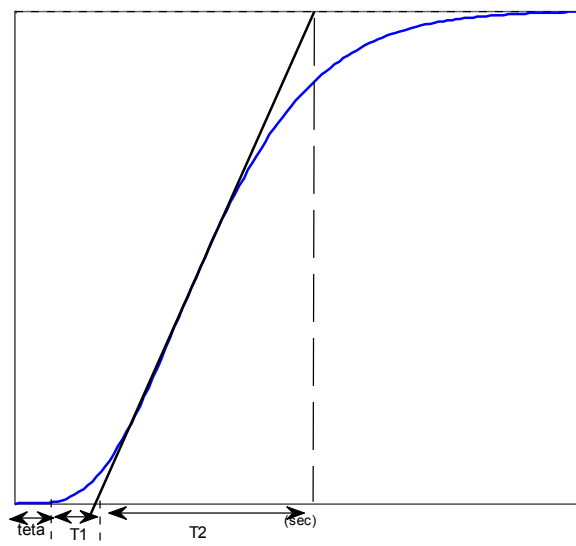


Fig2.2:réponse indicielle d'un système de grande dimension avec les paramètres T_1 , T_2 et θ

Une fois le système à commandé est identifié par un modèle défini par l'équation (2.32), On applique la méthode de commande à modèle interne et on approxime le retard par :

$$e^{-\theta s} = 1 - s \quad (2.33)$$

L'équation (2.32) sera donc :

$$H(s) = \frac{K(1 - s)}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \quad (2.34)$$

On considère

$$f(s) = \frac{1}{(1 + T_{bf}s)} \quad (2.35)$$

Selon l'étape 2 de la méthode de commande à modèle interne, le correcteur IMC est :

$$C_{imc}(s) = \frac{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}{K(1 + T_{bf}s)} \quad (2.36)$$

Selon la relation (2.9), le correcteur C(s) est :

$$C(s) = \frac{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}{K(T_{bf} +)s} \quad (2.37)$$

$$C(s) = \frac{(T_1 + T_2)}{K(T_{bf} +)} \left(1 + \frac{1}{(T_1 + T_2)s} + \frac{(T_1 T_2)}{(T_1 + T_2)} s \right) \quad (2.38)$$

De l'équation (2.38), on remarque que le correcteur C(s) obtenu a la forme d'un régulateur PID, dont les paramètres sont :

$$K_c = \frac{(T_1 + T_2)}{K(T_{bf} +)} \quad (2.40)$$

$$T_i = (T_1 + T_2) \quad (2.41)$$

$$T_d = \frac{(T_1 T_2)}{(T_1 + T_2)} \quad (2.42)$$

II.1.2.2) Identification de T_1 , T_2 et T_{bf} par la méthode de Strejc

Cette méthode peut s'appliquer aux systèmes dont la réponse indicielle ne présente pas de dépassement, On dispose de la réponse indicielle d'un système donnée par la figure (2.3) qu'on identifie à l'aide d'une fonction de transfert de la forme [9]:

$$G(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{(1 + Ts)^n} \quad (2.43)$$

Les paramètres à identifier sont le gain statique K , le retard θ , l'ordre n et la constante de temps T , sachant que l'ordre recherché pour cette méthode est $n=2$. Pour les déterminer la méthode peut se décomposer en :

- Le gain statique est mesuré directement par la valeur finale de la sortie. Celle-ci vaut $K \cdot E_0$, E_0 étant l'amplitude de l'échelon d'entrée.
- On trace la tangente au point d'inflexion I pour déterminer deux valeurs : T_1 et T_2 . (Voir figure (2.3)).
- Relever T_1 et T_2 , calculer la valeur du rapport T_1/T_2 , en utilisant le tableau (2.1).

déduire l'ordre n qui correspond à cette valeur, entre deux lignes du tableau, on choisit la valeur de n la plus petite.

- Déterminer la constante de temps à partir de T_2/T du tableau.
- Déterminer le retard θ quand il existe à partir de la différence entre la valeur de T_1 mesurée et celle donnée par la colonne T_1/T_2 du tableau.

n	T_1/T	T_1/T	T_1/T_2
1	0	1	0
2	0.28	2.72	0.1
3	0.8	3.7	0.22
4	1.42	4.46	0.32
5	2.10	5.12	0.41
6	2.81	5.70	0.49

Tab2.1: Tableau pour estimer l'ordre, la constante de temps et le retard du modèle de Strejc

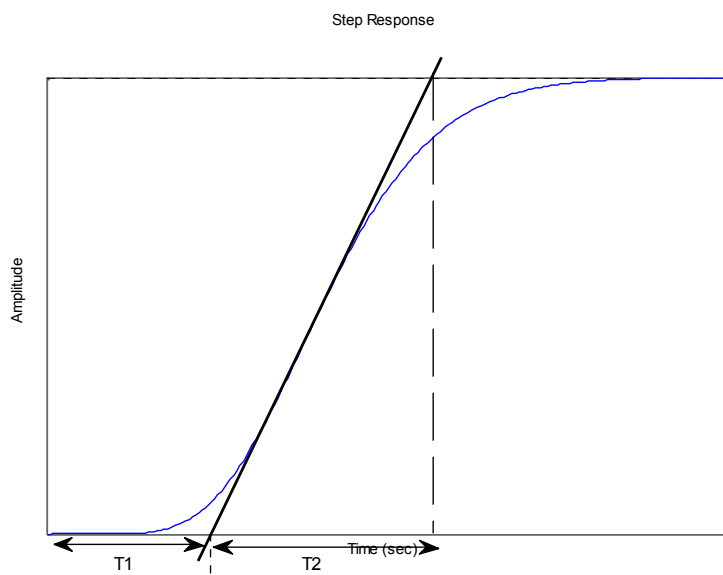


Fig2.3:détermination des paramètres T_1 et T_2 utilisés dans la méthode de Strejc.

Pour mieux illustrer cette méthode d'identification, on considère le système

$$G(s) = \frac{100}{(s + 1)(0.25s + 1)(0.2s + 1)} \quad (2.44)$$

La figure 2.4 présente la réponse indicielle du système $G(s)$ défini par l'équation (2.44)

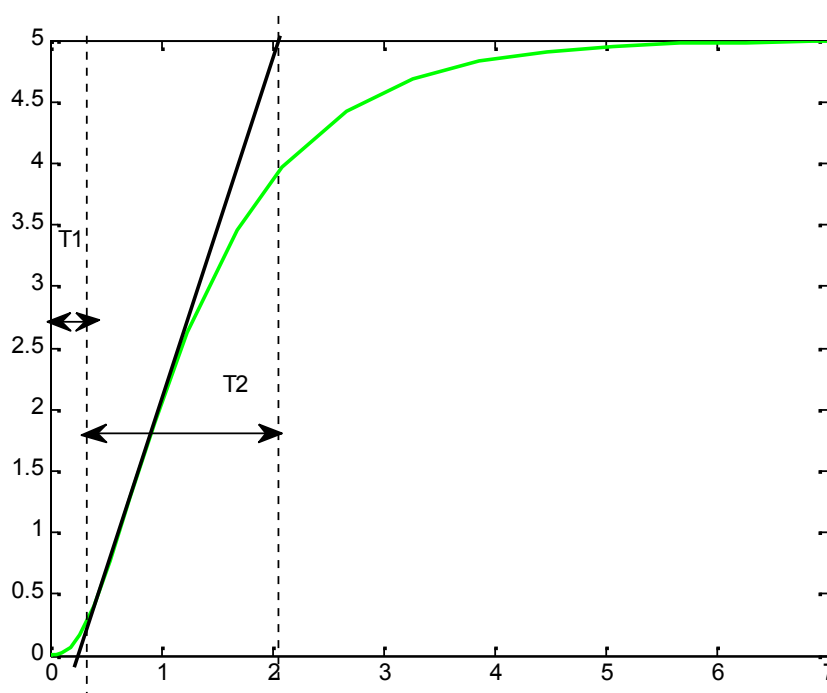


Fig.2.4 : Identification des paramètres T_1 et T_2 du système $G(s)$ défini par l'équation (2.44)

Le gain statique est mesuré directement par la valeur finale de la sortie : $K = 5$

On trace la tangente au point d'inflexion, et on mesure : $T_1 = 0,27$ et $T_2 = 1,76$

Ce qui donne $\frac{T_1}{T_2} = 0,15$. D'après le tableau (2.1) et la colonne de $\frac{T_1}{T_2}$, on remarque que 0.15 est compris entre les deux lignes qui correspondent aux ordres $n = 2$ et $n = 3$, donc l'ordre est $n = 2$.

La constante de temps est évaluée à partir de $\frac{T_2}{T} = 0,72$ du tableau (2.1), cela donne $T = 0,65$ s.

D'après le tableau (2.1), $\frac{T_1}{T} = 0,28$, ce qui donnerait une valeur de $T_1 = 0,18$. Or on mesure $T_1 = 0,27$. On peut en déduire un retard $= 0,27 - 0,18 = 0,09$, donc le modèle identifié est :

$$G(s) = \frac{100e^{-0,09s}}{(0,65s + 1)^2} \quad (2.45)$$

La figure (2.5) nous montre la réponse indicielle du système $G(s)$, et du modèle identifié par la méthode de strejc.

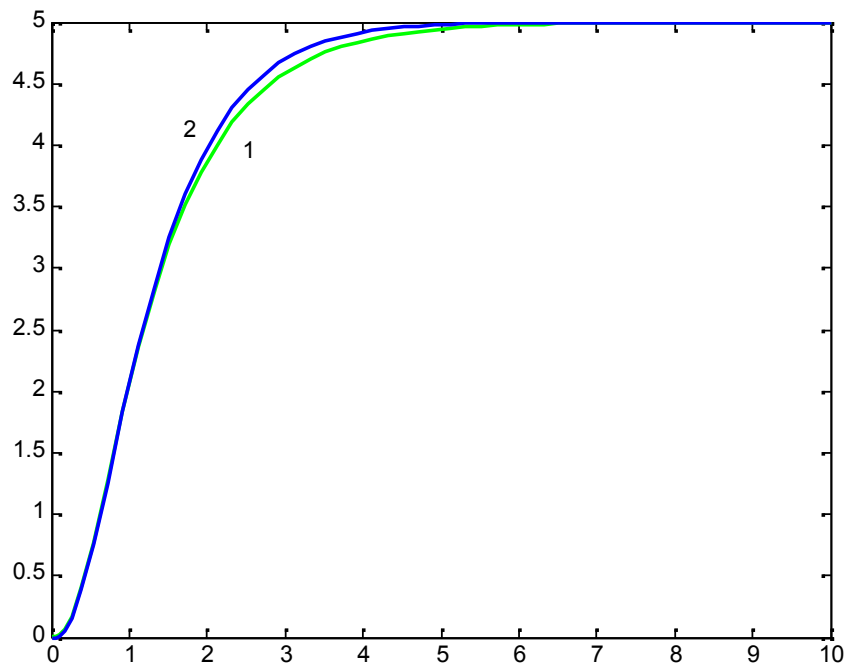


Fig.2.5: Réponse indicielle du

(1) système $G(s)$ défini par l'équation (2.44).

(2) : modèle $G(s)$ identifié par la méthode de Strejc.

Une fois le système à commandé est identifié par un modèle défini par l'équation (2.43), avec $n=2$. On applique la méthode de commande à modèle interne et on approxime le retard par :

$$e^{-\theta s} = 1 - s \quad (2.46)$$

L'équation (2.43) sera donc :

$$G(s) = \frac{K(1 - s)}{(Ts + 1)^2} \quad (2.47)$$

On considère

$$f(s) = \frac{1}{(1 + T_{bf}s)} \quad (2.48)$$

Selon l'étape 2 de la méthode de commande à modèle interne, le correcteur IMC est :

$$C_{imc}(s) = \frac{(Ts + 1)^2}{K(1 + T_{bf}s)} \quad (2.49)$$

Selon la relation (2.9), le correcteur $C(s)$ est :

$$C(s) = \frac{(Ts + 1)^2}{K(T_{bf} +)s} \quad (2.50)$$

$$C(s) = \frac{(T_1 + T_2)}{K(T_{bf} +)} \left(1 + \frac{1}{(T_1 + T_2)s} + \frac{(T_1 T_2)}{(T_1 + T_2)} s \right) \quad (2.51)$$

De l'équation (2.51), on remarque que le correcteur $C(s)$ obtenu a la forme d'un régulateur PID, dont les paramètres sont :

$$K_c = \frac{2T}{K(T_{bf} +)} \quad (2.52)$$

$$T_i = 2T \quad (2.53)$$

$$T_d = \frac{T^2}{2T} \quad (2.54)$$

Afin d'éclaircir cette méthode on traite ces quelques exemples.

II.1.2.3) Exemples d'application

II.1.2.3.1) Exemple 1

Soit $G(s)$ le système défini par :

$$G(s) = \frac{1}{(1 + s)^4} \quad (2.55)$$

Afin de voir l'effet du choix la constante du temps à imposé à la boucle fermé sur la stabilité du système, et dans un souci de comparaison on imposera deux modèles de référence en commençant par :

1) $T_{bf} = 2$

Ce qui donne :

$$f(s) = \frac{1}{(1 + 2s)} \quad (2.56)$$

On commence par mettre le système de l'équation (2.55) sous forme d'un modèle de second ordre plus retard défini par l'équation (2.32).

a) Identification de T_1, T_2 et simplement

Pour déterminer les paramètres T_1, T_2 et on utilise une simple identification, on commence par enregistrer la réponse indicielle du processus, puis on trace la tangente au point d'inflexion de la courbe. Ensuite on déduit la valeur de T_1, T_2 et comme le montre la figure (2.4)

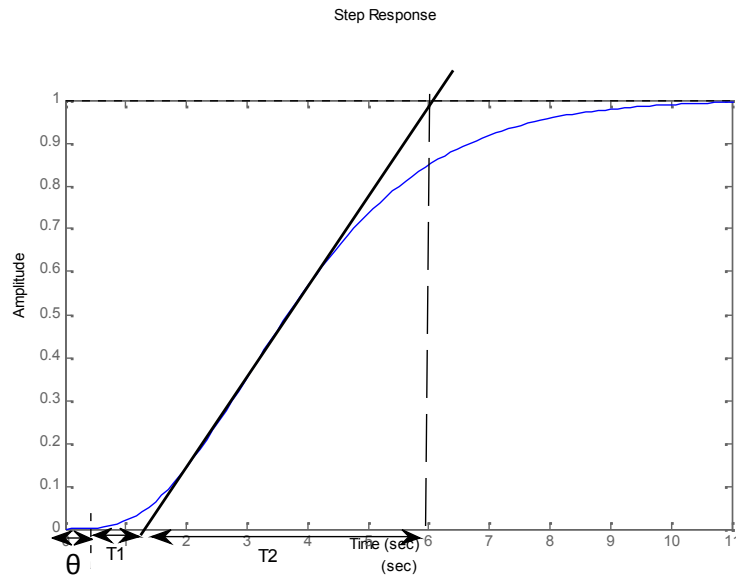


Fig.2.6: Détermination des paramètres T_1 , T_2 et θ

De la figure (2.6) on a $T_1 = 0.6$, $T_2 = 5.9$ et $\theta = 0.6$ s, donc le système de l'équation (2.55) peut être défini par :

$$G(s) = \frac{e^{-0.53s}}{(0.85s + 1)(4.56s + 1)} \quad (2.57)$$

b) Identification de T_1 , T_2 et θ par la Méthode de Strejc

Afin de mettre le système de l'équation sous forme de l'équation (2.33), on enregistre la réponse indicielle du système défini par l'équation (2.55) et on déduit les paramètres T_1 et T_2 de la figure (2.7)

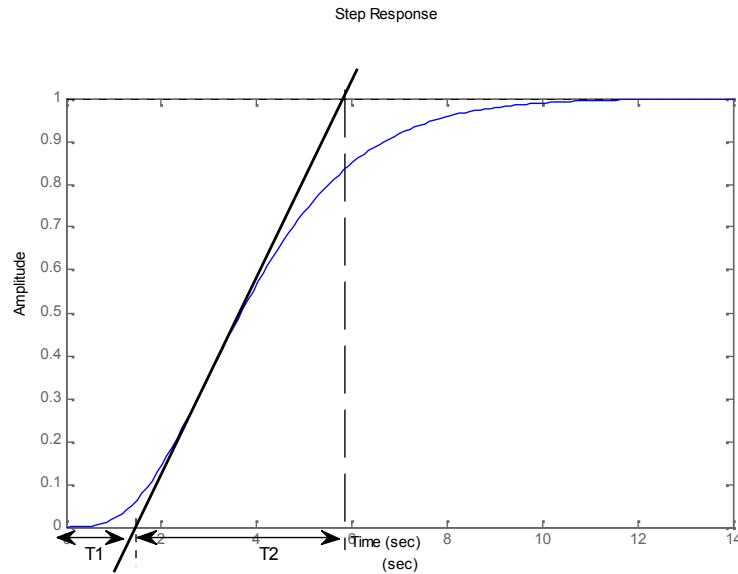


Fig.2.7: Détermination des paramètres T_1 , T_2

- Le gain statique est mesuré directement par la valeur finale de la sortie. Celle-ci vaut $K \cdot E_0$ où $E_0 = 1$ est l'amplitude de l'échelon d'entrée, donc $K=1$.
 - On trace la tangente au point d'inflexion I pour déterminer deux valeurs : T_1 et T_2 . Voir figure (2.7), on trouve $T_1 = 1.2$ s et $T_2 = 5.92$ s.
 - On a $\frac{T_1}{T_2} = 0,2027$, en utilisant le tableau (2.1). Entre deux lignes du tableau, on choisit la valeur de n la plus petite donc $n=2$.
 - Déterminer la constante de temps à partir de $\frac{T_2}{T} = 2,72$ du tableau, donc $T=2.17$ s
 - Le retard est la différence entre la valeur de T_1 mesurée qui et celle donnée par la colonne. D'après le tableau, $\frac{T_1}{T_2} = 0.28$ ce qui donnerait une valeur de $T_1 = 1.6576$. Or on mesure $T_1 = 1,2$. On peut en déduire un retard $\tau = 0,45$
- Donc le système (2.55) sera donc

$$T(s) = \frac{K e^{-0.59s}}{(1 + 2.17s)^2} \quad (2.58)$$

La figure (2.8) résume la réponse indicielle du système défini par l'équation (2.55), et les réponses des deux modèles (2.57) et (2.58) obtenus par les deux méthodes d'identification.

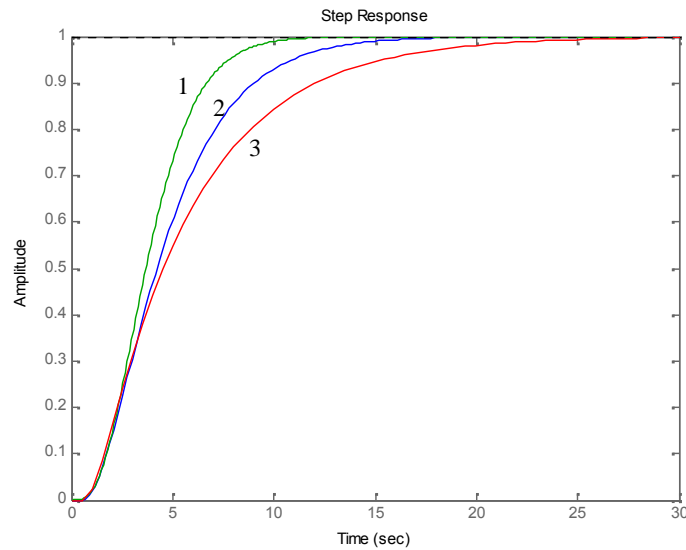


Fig2.8:Réponses indicielles des systèmes d'équation (2.55), (2.57) et (2.58)

(1) : Système originale, (2) : modèle identifié par Strejc, (3) : modèle identifié par une simple identification.

On remarque bien que la réponse indicielle du modèle identifié par la méthode de Strejc est plus proche de celle du système d'origine défini par l'équation (2.55), si on la compare à celle obtenue par une simple identification.

Afin de synthétiser un régulateur PID pour le système défini par l'équation (2.55), on considère pour le calcul du régulateur les deux modèles retrouvés par les deux méthodes d'identifications

Calcul du régulateur

- **Cas 1 : $G(s)$ est modélisé par le modèle de l'équation (2.57)**

On commence par le modèle $G(s)$ défini par l'équation (2.57). En approximant le retard par :

$$e^{-\theta s} = 1 - 0.6s \quad (2.59)$$

L'équation (2.57) sera donc :

$$H(s) = \frac{(1 - 0.6s)}{(0.6s + 1)(5.9s + 1)} \quad (2.60)$$

Selon l'étape 2 de la méthode de commande à modèle interne, le correcteur IMC est :

$$C_{imc}(s) = \frac{(0.6s + 1)(5.9s + 1)}{(1 + 2s)} \quad (2.61)$$

Selon la relation (2.9), le correcteur $C(s)$ est :

$$C(s) = 2.5 \left(1 + \frac{1}{6.5s} + 0.5446s \right) \quad (2.62)$$

Des équations (2.40), (2.41), (2.42), les paramètres du régulateur PID sont :

$$K_c = 2.5 \quad (2.63)$$

$$T_i = 6.5 \quad (2.64)$$

$$T_d = 0.5446 \quad (2.65)$$

La réponse indicielle du modèle défini par l'équation (2.57) bouclé avec le correcteur de l'équation (2.62) est donnée par la figure (2.9).

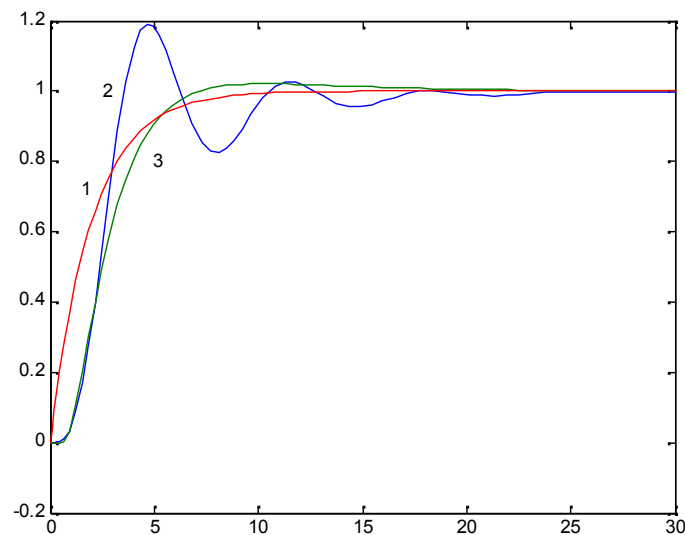


Fig2.9:Réponses indicielles du:

(1) : modèle de référence

(2) : système de l'équation (2.55) bouclé avec le correcteur de l'équation (2.62),

(3) : système de l'équation (2.57) bouclé avec le correcteur de l'équation (2.62).

- **Cas 2 : $G(s)$ est modélisé par le modèle de l'équation (2.58)**

En approximant le retard par

$$e^{-\theta s} = 1 - 0.45s \quad (2.66)$$

le modèle $G(s)$ défini par l'équation (2.58) devient :

$$T(s) = \frac{1 - 0.45s}{(1 + 2.17s)^2} \quad (2.67)$$

Selon l'étape 2 de la méthode de commande à modèle interne, le correcteur IMC est :

$$C_{\text{imc}}(s) = \frac{(1 + 2.17s)^2}{(1 + 2s)} \quad (2.68)$$

Selon la relation (2.9), le correcteur $C(s)$ est :

$$C(s) = 1.7714 \left(1 + \frac{1}{4.34s} + 1.085s \right) \quad (2.69)$$

Des équations (2.52), (2.53), (2.54), les paramètres du régulateur PID sont :

$$K_c = 1.7714 \quad (2.70)$$

$$T_i = 4.34 \quad (2.71)$$

$$T_d = 1.085 \quad (2.72)$$

La réponse indicielle du modèle défini par l'équation (2.58) bouclé avec le correcteur de l'équation (2.69) est donnée par la figure (2.10).

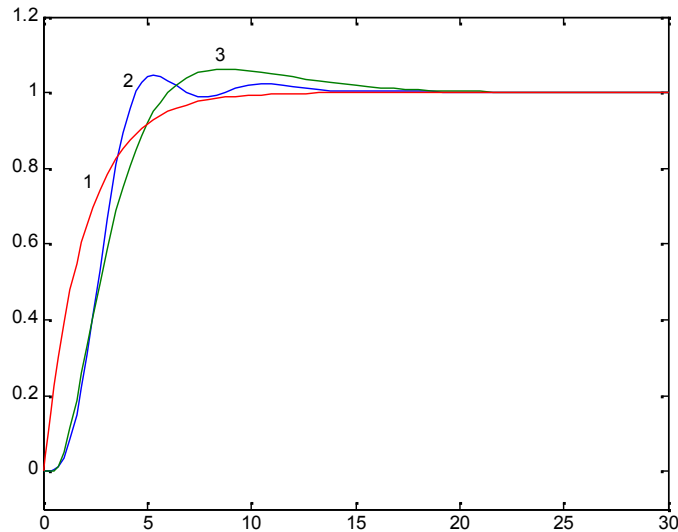


Fig2.10:Réponses indicielles du:

(1) : modèle de référence

(2) : système de l'équation (2.55) bouclé avec le correcteur de l'équation (2.69),

(3) : système de l'équation (2.58) bouclé avec le correcteur de l'équation (2.69).

Des figures (2.9) et (2.10) et pour cette constante du temps $T_{bf} = 2$:

On remarque que le correcteur défini par l'équation (2.69) calculé par le modèle identifié par la méthode de Strejc, bouclé avec le système originale défini par l'équation (2.55), nous assure une réponse indicielle avec moins d'oscillations, et meilleurs du point de vue dépassement et stabilité si on la compare à celle obtenu si on le boucle avec le correcteur de l'équation (2.62).

L'apparition des oscillations et du dépassement dans la réponse indicielle du système originale défini par l'équation (2.55) corrigé à l'aide des deux correcteurs (2.62) et (2.69), est due au fait que le correcteur est calculé à partir des deux modèle identifié et non pas par la fonction de transfert du système.

2) $T_{bf} = 0.2$

Ce qui donne :

$$f(s) = \frac{1}{(1 + 0.2s)} \quad (2.73)$$

Calcul du régulateur

- **Cas 1 : G(s) est modélisé par le modèle de l'équation (2.57)**

On commence par le modèle H(s) défini par l'équation (2.45). En approximant le retard par :

$$e^{-\theta s} = 1 - 0.6s \quad (2.74)$$

L'équation (2.57) sera donc :

$$H(s) = \frac{(1 - 0.6s)}{(0.6s + 1)(5.9s + 1)} \quad (2.75)$$

Selon l'étape 2 de la méthode de commande à modèle interne, le correcteur IMC est :

$$C_{imc}(s) = \frac{(0.6s + 1)(5.9s + 1)}{(1 + 2s)} \quad (2.76)$$

Selon la relation (2.9), le correcteur C(s) est :

$$C(s) = 0.1250 \left(1 + \frac{1}{6.5s} + 0.5446s \right) \quad (2.77)$$

Des équations (2.40), (2.41), (2.42), les paramètres du régulateur PID sont :

$$K_c = 0.1250 \quad (2.78)$$

$$T_i = 6.5 \quad (2.79)$$

$$T_d = 0.5446 \quad (2.80)$$

La réponse indicielle du modèle défini par l'équation (2.58) bouclé avec le correcteur de l'équation (2.77) est donnée par la figure (2.11).

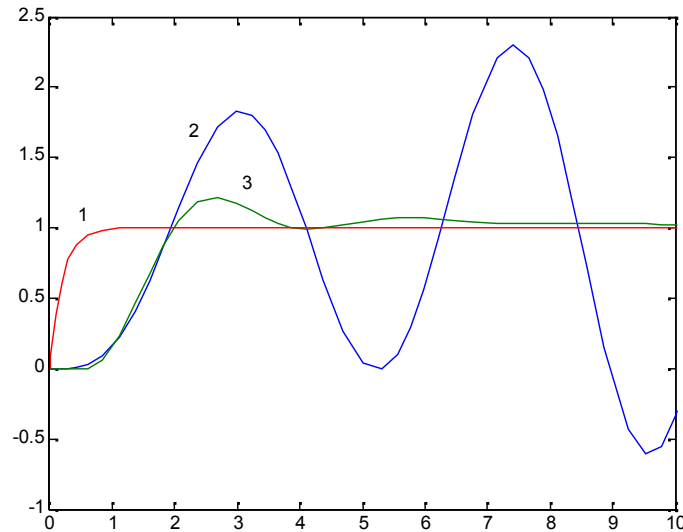


Fig.2.11:Réponses indicielles du:

(1) : modèle de référence

(2) : système de l'équation (2.55) bouclé avec le correcteur de l'équation (2.77),

(3) : système de l'équation (2.57) bouclé avec le correcteur de l'équation (2.77).

- **Cas 2 : $G(s)$ est modélisé par le modèle de l'équation (2.58)**

En approximant le retard par :

$$e^{-\theta s} = 1 - 0.45s \quad (2.81)$$

L'équation (2.58) sera donc :

$$T(s) = \frac{1 - 0.45s}{(1 + 2.17s)^2} \quad (2.82)$$

Selon l'étape 2 de la méthode de commande à modèle interne, le correcteur IMC est :

$$C_{imc}(s) = \frac{(1 + 2.17s)^2}{(1 + 0.2s)} \quad (2.83)$$

Selon la relation (2.9), le correcteur $C(s)$ est :

$$C(s) = 6.6769 \left(1 + \frac{1}{4.34s} + 1.085s \right) \quad (2.84)$$

Des équations (2.52), (2.53), (2.54), les paramètres du régulateur PID sont :

$$K_c = 6.6769 \quad (2.85)$$

$$T_i = 4.34 \quad (2.86)$$

$$T_d = 1.085 \quad (2.87)$$

La réponse indicielle du modèle défini par l'équation (2.58) bouclé avec le correcteur de l'équation (2.84) est donnée par la figure (2.12).

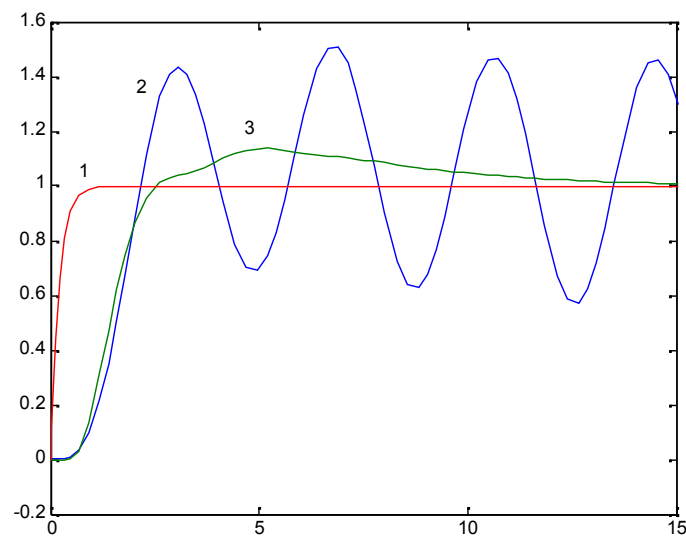


Fig.2.12:Réponses indicielles du:

(1) : modèle de référence

(2) : système de l'équation (2.55) bouclé avec le correcteur de l'équation (2.84),

(3) : système de l'équation (2.55) bouclé avec le correcteur de l'équation (2.84).

Des figures (2.11) et (2.12) et pour cette constante du temps $T_{bf} = 0.2$:

On remarque que le système originale défini par l'équation (2.55) est à la limite de stabilité dans le cas ou on le corrige à l'aide du correcteur défini par l'équation (2.77), et il est instable si on le boucle avec le correcteur défini par l'équation (2.84),et cela est due au faite que le

modèle obtenu par la méthode d'identification de Strejc est plus proche du système réel si on le compare à celui obtenu par une simple identification.

On ne peut pas atteindre le modèle de référence si on corrige le système originale à l'aide des deux correcteur calculé par les deux méthodes d'identification, car les deux modèle sont proche du système originale mais ils ne le représentent pas exactement, et la constante du temps est petite donc le modèle de référence est très rapide.

Conclusion

L'étude de la méthode de commande par modèle interne pour la synthèse des régulateur PID qui a été faite permis de conclure que cette méthode est meilleure par rapport aux méthodes expérimentale étudiées au chapitre 1 du point de vue dépassement et stabilisation. En effet, lors de la synthèse des régulateurs PID par la méthode de Z-N, et la méthode d'AtrOm on a trouvé qu'il ya un problème de dépassement, et un risque de déstabilisation alors que dans le cas de l'IMC ce problème est résolu. Mais toujours il y a le problème l'approximation du régulateur, et d'instabilité qui persiste à cause des méthodes d'identification étudiés et le choix de la constante du temps désirée en boucle fermée. Pour régler ce problème d'instabilité on a pensé à une autre méthode qui est le réglage des paramètres du PID à base des essais en boucle fermée, qui sera l'objectif du prochain

Introduction

En juin 2012, M.Shamsuzzoh, et al.[11], ont présenté une approche pour le réglage des paramètres du régulateurs PID basée sur des essais en boucle fermée qui donne de meilleures performances et la robustesse. La méthode nécessite une réponse indicielle en boucle fermée en utilisant un seul régulateur proportionnel. Sur la base de simulations pour une gamme de processus du premier ordre à retard, de simples corrélations ont été établies pour déterminer les paramètres du régulateur PID.

Pour ce faire M.Shamsuzzoh, a utilisé la méthode de synthèse par modèle interne afin d'identifier les paramètres du régulateur PID.

I) Identification des paramètres du PID

Pour identifier ces paramètres, on utilise la méthode de synthèse par modèle interne pour ceci on considère le système de premier ordre à retard défini par :

$$G(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{(s + 1)} \quad (3.1)$$

Ici K est le gain du processus, θ est le retard et 1 est la constante de temps.

On considère le régulateur PID défini par :

$$C(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (3.2)$$

Afin d'appliquer la méthode de synthèse à modèle interne pour le système défini par l'équation (3.1), on commence par approximer le retard θ par l'approximation de Pade défini par :

$$e^{-\theta s} = \frac{\left(1 - \frac{\theta}{2}s\right)}{\left(1 + \frac{\theta}{2}s\right)} \quad (3.3)$$

Donc $G(s)$ devient :

$$G(s) = \frac{K(1 - \frac{\theta}{2}s)}{(1 + s)(1 + \frac{\theta}{2}s)} \quad (3.4)$$

Après application de la méthode de synthèse IMC défini dans le chapitre 2, et après simplification les paramètres du régulateur PID sont :

$$K_c = \frac{2 + \tau}{K(2\tau_c + \tau)} \quad (3.5)$$

$$T_i = \tau + \frac{\tau}{2} \quad (3.6)$$

$$T_d = \frac{\tau}{2 + \tau} \quad (3.7)$$

Le régulateur PID conçu sur la base de principe de la méthode IMC fournit un excellent suivi de consigne, mais a une élimination lente des perturbations, en particulier pour les processus avec un petit $\frac{\theta}{\tau}$. Pour améliorer l'élimination des perturbations de la réponse Skogestad[10] a recommandé de modifier la constante d'intégration T_i comme suit :

$$T_i = 4(\tau_c + \tau) \quad (3.8)$$

Par conséquent, pour améliorer le rejet de perturbations le temps d'intégration T_i de l'équation (3.6) devient alors :

$$T_i = \min \left\{ \tau + \frac{\tau}{2}, 4(\tau_c + \tau) \right\} \quad (3.9)$$

$\tau_c = \tau$ a été recommandé pour assurer une sensibilité maximale (approximativement $M_s = 1,70$). Après ces modifications les paramètres donnés pour le Réglage du régulateur PID (équation (3.5) à (3.7)) deviennent :

$$K_c = \frac{2}{3K} + \dots \quad (3.10)$$

$$T_i = \min \left\{ \tau + \frac{1}{2}, 4(\tau + \dots) \right\} \quad (3.11)$$

$$T_d = \frac{\dots}{2 + \dots} \quad (3.12)$$

II) Essais en boucle fermée

Le but de ces essais en boucle fermée est de fournir une approche directe similaire à la méthode de Ziegler-Nichols en boucle fermée. Pour ceci cette section est consacrée au développement des paramètres du régulateur PID sur la base des données en boucle fermée en les comparant à ceux retrouvés par la méthode de réglage proposé dans les équations (3.10), (3.11) et (3.12).

Les essais en boucle fermée sont simplement faits sur une réponse indicielle, dont on varie la valeur du régulateur proportionnelle où l'on conserve la pleine maîtrise du processus, y compris le changement de la variable de sortie. Afin d'assurer l'observation de t_p , le temps nécessaire pour atteindre le premier dépassement et son amplitude, qui sont la base de cette méthode. La procédure de la méthode proposée par Skogestad et Shamsuzzoha, [10] se fait en 3 étapes :

Étape 1:

Mettre le contrôleur en mode P- seul (correcteur proportionnel)

Étape 2 :

Faire varier le gain du régulateur proportionnel K_{co} afin d'assurer un changement de consigne qui donne un dépassement entre 0,10 (10%) et 0,60 (60%). Enregistrez le gain K_{co} du contrôleur utilisé dans l'expérience.

Notez que les petits dépassements (moins de 0,10) ne sont pas considérés car il est difficile en pratique d'obtenir des valeurs expérimentales précises du temps du pic si le dépassement est trop petit. Aussi, pour de grands dépassements (supérieure à environ 0,6) il faut une longue durée de stabilisation. Pour ces raisons, nous recommandons d'utiliser un dépassement «intermédiaire» d'environ 0,3(30%) pour cette méthode.

Étape 3: Les essais en boucle fermée, permettent d'obtenir les valeurs suivantes (voir la figure (3.1)):

- y_s : Changement de la consigne ($y_s = y_s - y_0$)

- y_p : Changement de sortie (au temps t_p) ($y_p = y_p - y_0$)
- y_∞ : changement de sortie en régime permanent après une entrée échelon. ($y_\infty = y_\infty - y_0$)
- Temps nécessaire pour atteindre le premier pic (dépassement), t_p .

Pour trouver y_∞ il faut attendre que la sortie à régler atteigne le régime permanent, ce qui peut prendre un certain temps, si le dépassement est relativement important (typiquement, 0,3 ou plus). Dans de tels cas, on peut arrêter l'expérience lorsque la réponse de consigne atteint son premier minimum et enregistrer la sortie correspondante y_u . La valeur finale peut alors être déduite par : [11]

$$y_\infty = 0,45 (y_p + y_u) \quad (3.13)$$

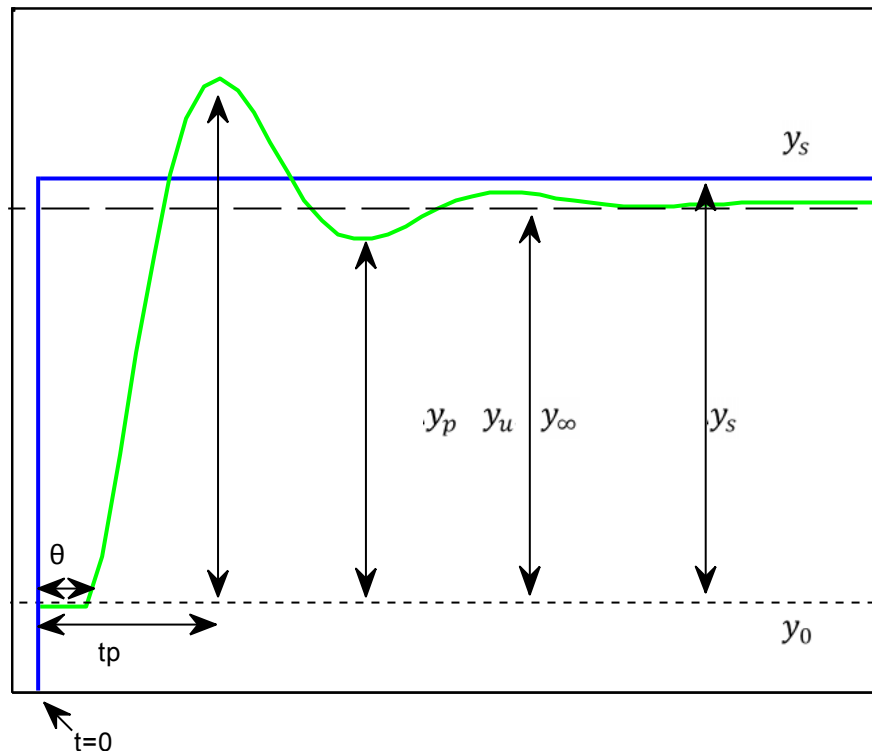


Fig3.1: Réponse indicielle d'un système du premier ordre à retard bouclé avec un régulateur proportionnel

Pour illustrer l'utilisation des essais de la réponse indicielle en boucle fermée, nous montrons dans la figure (3.2) les réponses indicielles de six systèmes définis par l'équation (3.1), avec un retard unitaire, un gain K unitaire et un rapport $\frac{\tau}{\theta}$ variant entre 0 et 100, bouclés avec un correcteur proportionnel de gain K_{c0} , ajusté pour donner un dépassement de 0.3 (30%).

En variant la constante du temps de 1 à 100, le temps du premier pic t_p augmente légèrement, un peu comme augmente, mais la différence la plus marquante est que la variation de la sortie en régime permanent (valeur b) s'approche de 1 au fur et à mesure que augmente. Donc la valeur de b prévoit une mesure indirecte de la valeur de $\frac{\tau}{\theta}$ sachant que b est :

$$b = \frac{y_{\infty}}{y_s} \quad (3.14)$$

III) Corrélation entre la réponse indicielle et les paramètres identifiés

Le but de cette méthode est de trouver une corrélation, aussi simple que possible, entre les données de la réponse indicielle (figure 3.1) et les paramètres définis par les équations (3.10), (3.11) et (3.12), la méthode se base sur le choix de τ_c .

Puisque la réponse en boucle fermée dépend du produit du processus $G(s)$ et du gain de régulation (KK_c), nous pouvons donc sans perte de généralité utiliser dans toutes les simulations $K = 1$ et $\tau_c = 1$.

Nous considérons un système défini par l'équation (3.1) dont on prend 6 valeurs du rapport $\frac{\tau}{\theta}$. Donc :

$$\frac{\tau}{\theta} = 1.0, \quad 2.0, \quad 3.0, \quad 5.0, \quad 10.0, \quad 100.0$$

La figure (3.2) présente les réponses indicielles en boucle fermée du système, défini par l'équation (3.1), Pour ces 6 valeurs de $\frac{\tau}{\theta}$, corrigé à l'aide d'un correcteur proportionnel de gain K_{c0} réglé pour assurer un dépassement de 30%.

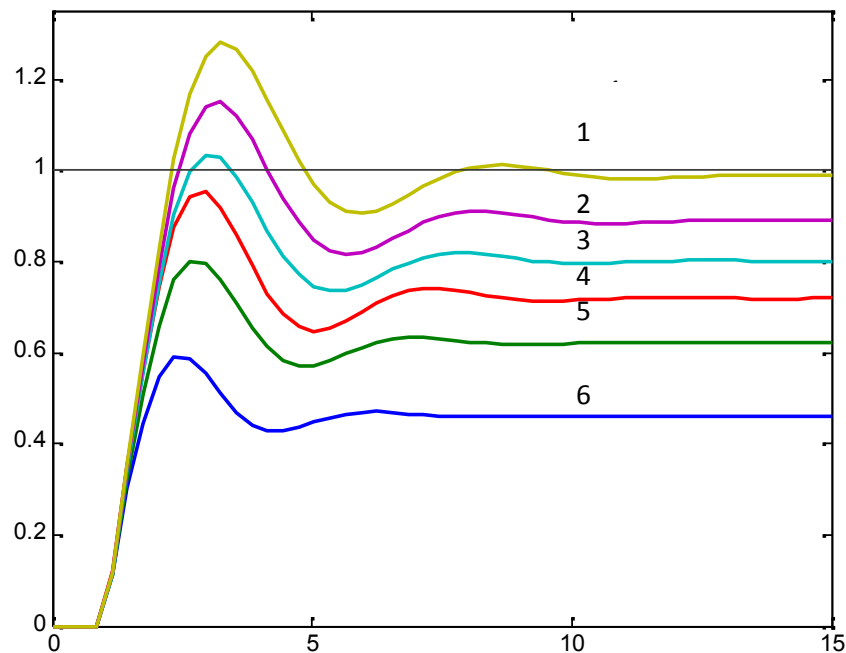


Fig3.2:Réponses indicielle en boucle fermé du système défini par l'équation (3.1), Pour ces 6 valeurs de $\frac{\tau}{\theta}$, corrigé à l'aide d'un correcteur proportionnel de gain K_{co} réglé pour assuré un dépassement de 30%.

$$(1): \frac{\tau}{\theta}=100(K_{co}=79.9), (2): \frac{\tau}{\theta}=10(K_{co}=8.0), (3): \frac{\tau}{\theta}=5(K_{co}=2.961),$$

$$(4) : \frac{\tau}{\theta}=3(K_{co}=2.5572), (5): \frac{\tau}{\theta}=2(K_{co}=1.636), (6): \frac{\tau}{\theta}=1(K_{co}=0.855).$$

Afin de déterminé une corrélation entre les données de la figure (3.2) et les paramètres définis par les équations (3.10), (3.11) et (3.12) on commence par déduire la valeur du gain du contrôleur proportionnel, le dépassement fractionnaire, t_p et t_b .

III.1) Détermination du gain du régulateur K_c

Nous cherchons d'abord une relation entre les quatre données précédentes et le gain K_c du régulateur correspondant la figure(3.3) montre l'évolution de KK_c en fonction de KK_{co} pour les 6 valeurs de K_{co} utilisées, rappelons que K_c est la valeur théorique du régulateur PID et K_{co} est la valeur pratique permettant d'atteindre un dépassement de 30%.

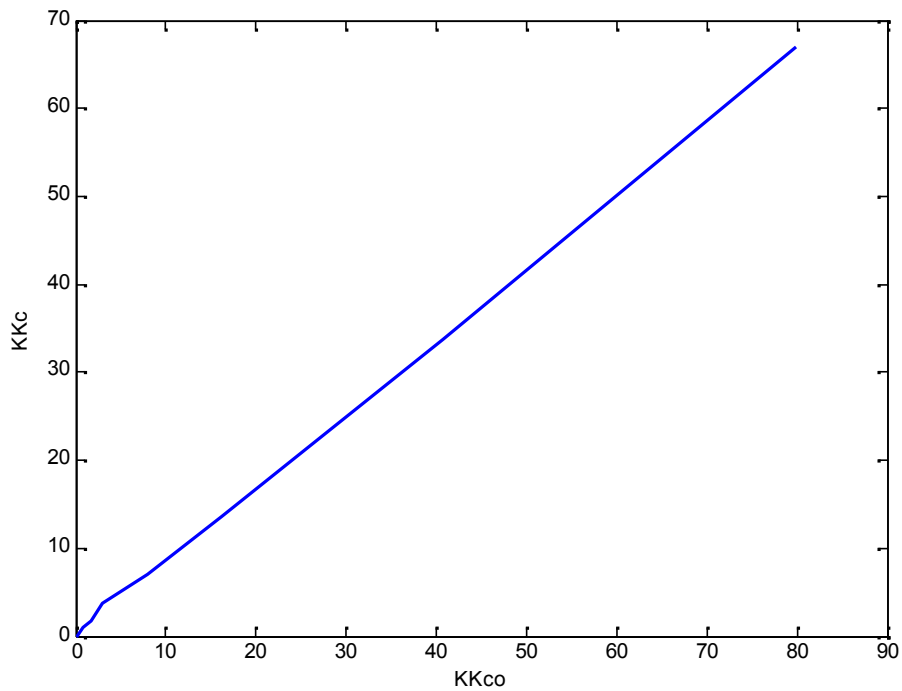


Fig. 3.3. Relation entre le gain du régulateur KK_{c0} utilisé pour assuré 30% de dépassement et le gain decontrôleurcorrespondant KK_c .

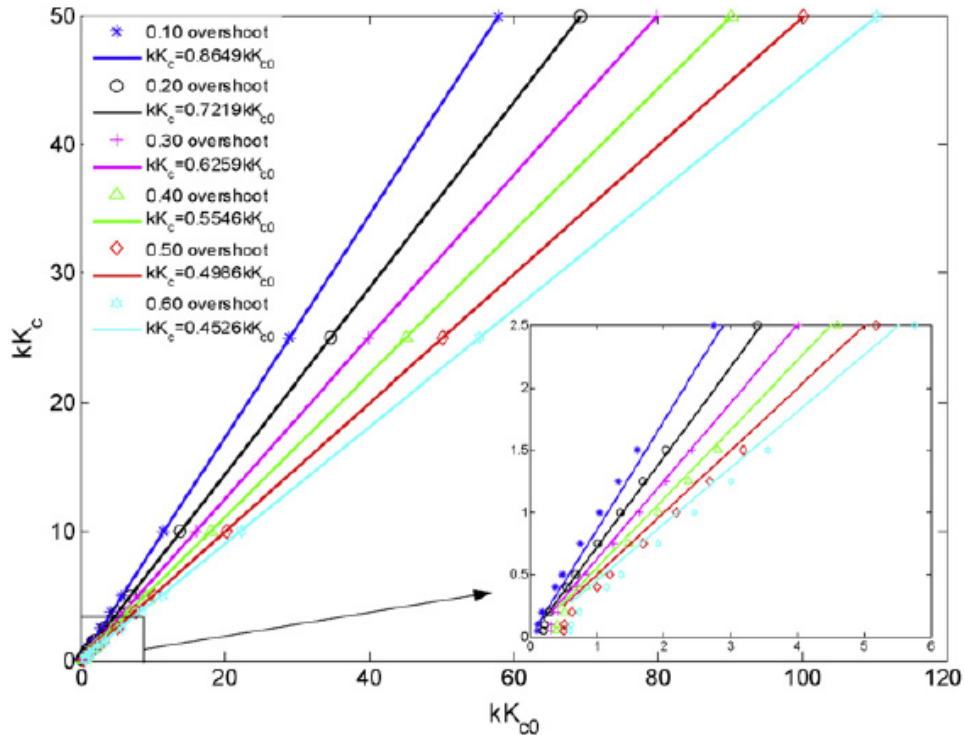


Fig. 3.4. Relation entre le gain du régulateur KK_{c0} et le gain decontrôleurcorrespondant KK_c . Pour plusieurs valeurs de dépassement. [10]

Ces deux figuresmontre que cette relation peut être approximer par une droite qui passe par l'origine.

Le rapport $\frac{K_c}{K_{co}}$ est donc approximativement constant pour une valeur fixe du dépassement. On peut donc écrire :

$$\frac{K_c}{K_{co}} = A \quad (3.15)$$

Afin d'analyser la variation de A en fonction de la valeur du dépassement, on trace la valeur de A pour différentes valeurs du dépassement, la figure (3.5), montre ces variations.[10]

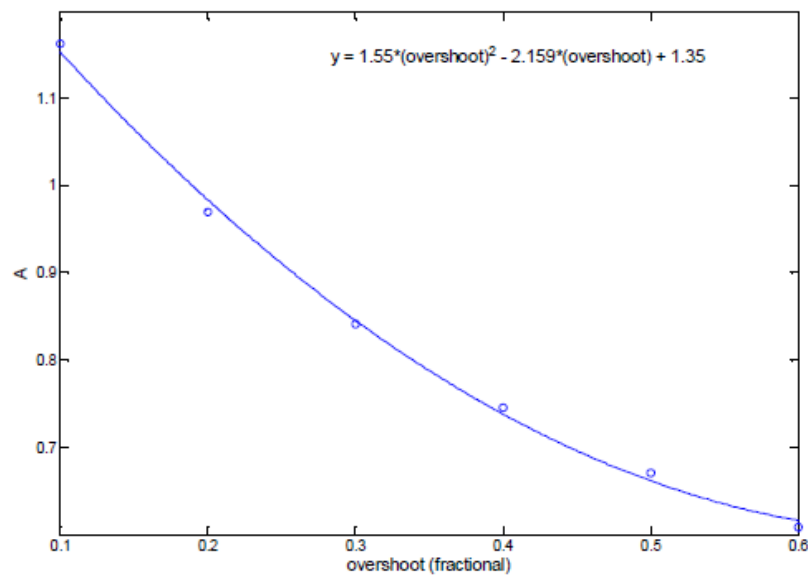


Fig. 3.5 :Variation de A en fonction du dépassement[10].

On peut alors établir une relation entre la valeur de A et le dépassement. On utilise pour cela une interpolation à l'aide de la fonction « cftool » de Matlab, on trouve la relation suivante :

De la figure (3.5), on remarque que le rapport A est une fonction du dépassement seulement. La meilleure valeur de A est obtenue par :

$$A = [1,55 (\text{dépassement})^2 - 2,159(\text{dépassement}) + 1,35] \quad (3.16)$$

Finalement la valeur du gain K_c de l'équation (3.14) est défini par :

$$K_c = A K_{co} \quad (3.17)$$

III.2) Détermination de la constante d'intégration T_i du régulateur

Il est intéressant de trouver une simple corrélation pour le temps d'intégration. La méthode proposée dans l'équation (3.11) utilise le minimum entre deux valeurs. Il semble donc raisonnable de prendre la valeur $(T_{i1} = \tau + \frac{\theta}{2})$, pour les processus ayant un assez grand retard, et une valeur $(T_{i2} = 8\theta)$ pour les processus avec des faibles retards notamment les processus intégrateurs.

a) Processus avec un retard important :

Ce sont les processus pour lequel le rapport $(\frac{\tau}{\theta} < 8)$. la constante d'intégration dans la règle proposée est $T_{i1} = (\tau + \frac{\theta}{2})$. Un réarrangement de l'équation (3.10) nous permet de déduire la valeur de τ en fonction de K_c et θ :

$$\tau = 1.5 K_c \theta - \frac{\theta}{2} \quad (3.18)$$

En remplaçant la valeur de τ de l'équation (3.18) dans l'expression de T_{i1} , nous obtenons

$$T_{i1} = 1.5 K_c \theta \quad (3.19)$$

Afin de simplifier l'équation (3.19), on met le gain K_c sous cette forme :

$$K_c = \frac{K_c}{K_{co}} \cdot K_{co} = A K_{co} \quad (3.20)$$

En boucle fermée la valeur de b est donné par :

$$b = \frac{y_\infty}{y_s} = \frac{K_c K_{co}}{1 + K_c K_{co}} \quad (3.21)$$

Donc :

$$K_c K_{co} = \left| \frac{b}{(1-b)} \right| \quad (3.22)$$

L'équation (3.20) devient :

$$KK_c = A \left| \frac{b}{(1-b)} \right| \quad (3.23)$$

En remplaçant KK_c de l'équation. (3.23) dans l'équation(3.19) on aura :

$$T_{i1} = 1.5A \left| \frac{b}{(1-b)} \right| \theta \quad (3.24)$$

La valeur absolue est incluse pour éviter des problèmes $b > 1$, comme cela peut arriver pour un processus instable ou à cause de données inexacts.

Il est possible d'obtenir la valeur du temps de retard directement à partir de la réponse indicielle en boucle fermée, mais en général ce n'est pas toujours une tâche facile.

La relation la plus raisonnable a été développée par Shamsuzzoha et Skogestad [10] entre θ et t_p . Le temps nécessaire pour atteindre le premier pic, qui est plus facile à observer. Pour déterminer cette relation on présente la figure (3.6) qui donne le rapport en fonction du dépassement.

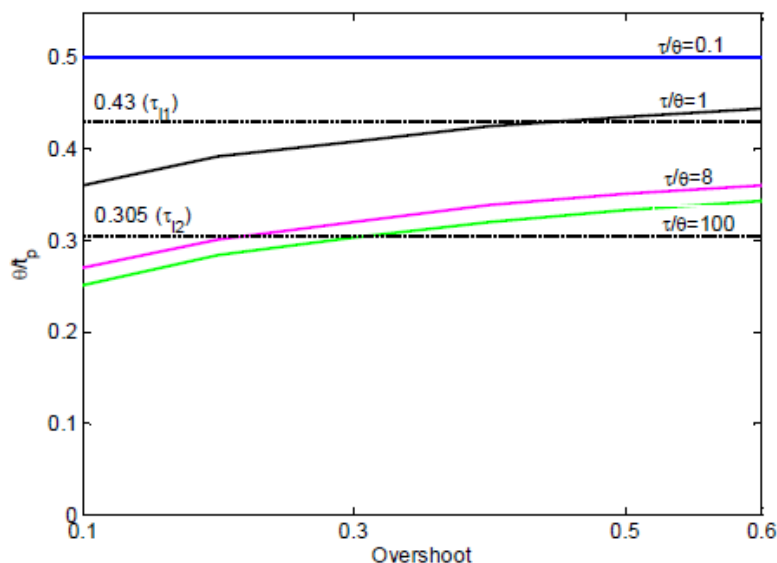


Fig. 3.6 : Variation du rapport $\frac{\theta}{t_p}$ en fonction du dépassement [10]

Pour les processus ayant un assez grand retard ($\frac{\tau}{\theta} < 8$), le rapport, varie entre 0,27 (pour $\frac{\tau}{\theta} = 8$ avec un dépassement = 0,1) et 0,5 (pour $\frac{\tau}{\theta} = 0.1$ avec tous les dépassements). Pour le dépassement intermédiaire de 0,3, le rapport $\frac{\theta}{t_p}$ varie entre 0,32 et 0,50.

Un meilleur choix serait d'utiliser $= 0.5 t_p$, car une grande valeur augmente le temps intégral. Cependant, pour améliorer les performances des processus avec de petits retards, les auteurs recommandent d'utiliser $= 0.43 t_p$ qui n'est que de 14% inférieure à 0,50 (au pire). En résumé, nous avons pour le processus avec un assez grand retard

$$T_{i1} = 0.645A \left| \frac{b}{(1-b)} \right| t_p \quad (3.25)$$

b) Processus avec un petit retard.

Pour un processus à constante du temps dominante, ayant un rapport $\frac{\tau}{\theta} > 8$, la règle proposée pour la constante de temps d'intégration est :

$$T_{i2} = 8 \quad (3.26)$$

Pour $\frac{\tau}{\theta} > 8$ on voit d'après la figure. (4) que le rapport $\frac{\tau}{t_p}$ varie entre 0,25 (pour $\frac{\tau}{\theta} = 100$ avec un dépassement = 0,1) et 0,36 (pour $\frac{\tau}{\theta} = 8$, avec un dépassement de 0,6). En utilisant la valeur moyenne, on a $= 0.305 t_p$ qui est seulement inférieure 15% à 0,36 (le pire cas). A noter également que pour le dépassement intermédiaire de 0,3, le rapport $\frac{\tau}{t_p}$ varie entre 0,30 et 0,32. En résumé, la constante de temps d'intégration pour un processus à constante du temps dominante est donnée par :

$$T_{i2} = 2.44 t_p \quad (3.27)$$

Par conséquent, la constante de temps d'intégration T_i est obtenue par le minimum de ces deux valeurs retrouvées T_{i1} et T_{i2} donc :

$$T_i = \min \left(0.645A \left| \frac{b}{(1-b)} \right| t_p, 2.44 t_p \right) \quad (3.28)$$

III.3) Détermination de la constante de dérivation T_d du régulateur

Bien qu'un nombre important de Régulateurs PID désactive l'action dérivée, mais une incorrecte utilisation de l'action dérivée, peut augmenter la stabilité et améliorer les performances de la boucle fermée. L'action dérivée est très importante pour les boucles qui évoluent très lentement lorsque le dépassement est non souhaitable par exemple, une boucle de température. Dans l'étude proposée, l'action dérivée est recommandée pour les processus ayant $\frac{\tau}{\theta} > 1$ qui peut donner des performances améliorées. En remplaçant la valeur de $T_i = \left(\frac{\theta}{2} \right)$ dans $\frac{\tau}{\theta} > 1$ et après réarrangement, on obtient :

$$\frac{T_i - 0.5\theta}{\theta} > 1 \quad (3.29)$$

Après simplification, on retrouve $\frac{T_i}{\theta} > 1.5$ pour assurer cette condition on doit avoir $(K K_c > 1)$ donc :

$$A \left| \frac{b}{(1-b)} \right| \geq 1 \quad (3.30)$$

Cas 1: Pour les processus ayant $\left(\frac{\tau}{\theta} > 1 \right)$, où la constante de temps d'intégration est $T_i = 8$ et un retard en boucle fermée défini par $\theta = 0.305 t_p$. Le gain de l'action dérivée T_d de l'équation (3.12) peut être approximé par :

$$T_{d1} = \frac{\tau}{2} = \frac{8}{2} = \frac{0.305 t_p}{2} = 0.15 t_p \quad (3.31)$$

Cas 2: Pour les processus avec un important retard, pour ce cas la constante de temps d'intégration est $T_i = \left(\frac{\theta}{2} \right)$ et le temps de retard en boucle fermée est $\theta = 0.43 t_p$. Pour de tels cas, l'action dérivée est recommandée uniquement si $\frac{\tau}{\theta} > 8$. Supposant le cas lorsque $\frac{\tau}{\theta} > 8$, Le gain de l'action dérivée T_{d2} de l'équation (3.12) est donnée par :

$$T_{d2} = \frac{\tau^2}{2 + \tau} = \frac{8^2}{3} = \frac{0.43 t_p}{2} = 0.143 t_p \quad (3.32)$$

L'action dérivée n'est recommandée que pour les processus ayant $\frac{\tau}{\theta} > 1$, en boucle fermée l'équivalent de ce critère est :

$$A \left| \frac{b}{(1-b)} \right| \geq 1 \quad (3.33)$$

Par conséquent l'action dérivée pour les deux cas (T_{d1} et T_{d2}) sont approximativement identiques et le meilleur choix pour la sélection de T_d est de prendre

$$T_d = 0.143 t_p \text{ pour } A \left| \frac{b}{(1-b)} \right| \geq 1 \quad (3.34)$$

III.4) Exemples d'application

Afin d'illustrer cette méthode et dans un souci de comparaison considérons le système de l'exemple (2.4) du chapitre 2 défini par :

$$G(s) = \frac{1}{(1+s)^4} \quad (3.35)$$

Afin de synthétiser un régulateur PID pour le système de l'équation (3.35), on commence par l'étape 1 qui consiste à boucler le système $G(s)$, avec le contrôleur en mode P- seul (correcteur proportionnel).

Et selon l'Étape 2 on va faire varier le gain du régulateur proportionnel K_{co} afin d'assurer un changement de consigne qui donne un dépassement d'environ 0,30 (30%) la valeur de K_{co} qui donne ce dépassement est $K_{co} = 1.318$. la réponse indicielle du système $G(s)$ défini par l'équation (3.35) bouclé avec le correcteur proportionnel de gain K_{co} nous a permis de déduire ces valeurs :

$$y_p: 0.7394.$$

$$y_\infty: 0.55687.$$

$$y_u = 0.5029.$$

$$t_p = 5.655.$$

Ce qui donne $b = 0.5687$

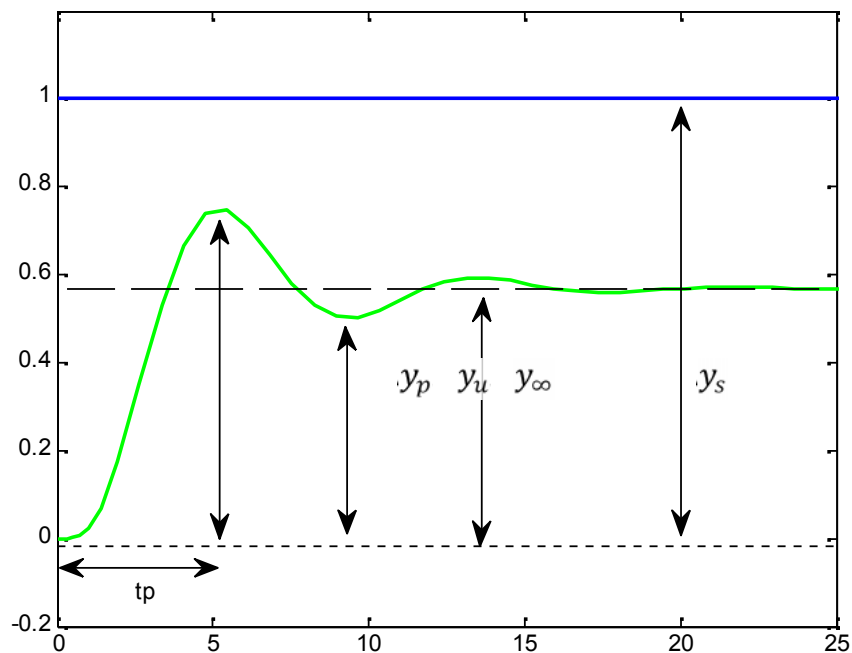


Fig. 3.8 :Réponse indicielle du système $G(s)$ bouclé avec le correcteur proportionnel de gain K_{co}

En remplaçant les paramètres déduit à partir de la figure (3.7) dans les équations (3.17), (3.28) et (3.30) on abouti à un régulateur PID défini par :

$$C(s) = 1.1095\left(1 + \frac{1}{4.0486s} + 0.7917s\right) \quad (3.36)$$

La réponse indicielle du système $G(s)$ défini par l'équation (3.35) bouclé avec le correcteur de l'équation (3.36) et présenté par la figure(3.8).

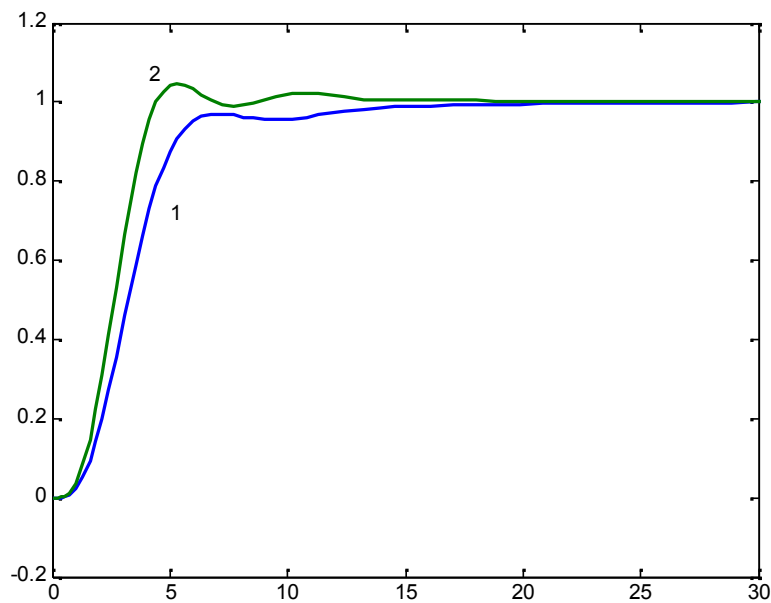


Fig. 3.8:réponse indicielle du :

- (1) : système $G(s)$ bouclé avec le correcteur de l'équation (3.36)
- (2) (2) : système $G(s)$ bouclé avec le correcteur de obtenu par l'approximation par la méthode de Strejc du chapitre 2.

Conclusion

L'étude qui a été menée dans ce chapitre nous permis de conclure que cette méthode de synthèse de régulateur est meilleure de point de vue dépassement et stabilité si on la compare aux méthodes étudié dans les chapitres précédents. En plus cette méthode a réglé le problème de dépassement et d'instabilité qui persiste à cause des méthodes d'identification et d'approximation étudiés au chapitre précédant.

Conclusion générale

Tout le long de ce mémoire notre travail a consisté en l'étude de trois méthodes de synthèse et de calcul des paramètres du régulateur PID.

La méthode de Ziegler-Nichols présentée dans le premier chapitre est une méthode empirique qui permet de déterminer les paramètres du régulateur PID à l'aide de relations très simples. Elle donne de bonnes estimations génériques pour un système raisonnablement simple. Cependant, très souvent il faut continuer à faire varier les coefficients jusqu'à obtenir une réponse satisfaisant le cahier des charges.

Dans le deuxième chapitre on a utilisé l'approche de commande par modèle interne afin de synthétiser un régulateur PID. Cette méthode est très simple à utiliser et donne de très bonnes performances lorsque le modèle du système à commander est simple. Cette méthode est ensuite utilisée pour la synthèse du régulateur PID pour la commande des systèmes de grande dimension. Deux approches ont été faites. La première consiste à réduire la dimension du régulateur synthétisé afin d'obtenir un régulateur PID. La seconde consiste à approximer le modèle du système à commander par un modèle simple permettant d'obtenir directement un régulateur PID. Dans les deux cas nous avons constaté que la méthode était très sensible aux paramètres du modèle identifié et du choix de la constante de temps désirée en boucle fermée.

Dans le dernier chapitre, la nouvelle méthode de calcul des paramètres du régulateur PID a résolu ce problème d'approximation du régulateur, et du dépassement rencontrés dans les deux méthodes précédentes.

Bibliographies

- [1] Astrom, K. J., and Hagglund, T., «PID Controllers: Theory, Design and Tuning ». Instrument Society of America, Research Triangle Park, NC, 1995.
- [2] Silva G. J., Datta, A. and Bhattacharyya S.R., «PID Controllers for Time-Delay Systems », Birkhäuser Boston, 2005.
- [3] Vilanova, R. and Visioli A., «PID Control in the third Millennium: Lessons Learned and New Approaches », Springer Verlag, 2012.
- [4] Ziegler, J.G, and Nichols, N.B., « Optimum setting for automatic controllers», Rochester, N.Y, 1942.
- [5] Cohen G.H, and Coon, G.A., «Theoretical consideration of retarded control », transaction of ASME n°75, pp827-834.1953
- [6] Astrom, K. J., and Hagglund, T., «Revisiting the Ziegler-Nichols step response method for PID control», Journal Process 14.635-650, 2004.
- [7] Morari M. and Zafiriou E., « Robust Process Control », Engwood Cliffs: Prentice-Hall, 1991.
- [8] Rivera D.E., Morari M. and Skogestad S., « Internal Model Control 4. PID controller design », Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.,vol. 25, pp. 252-265, 1986.
- [9] Garcia C.E. and Morari M., « Internal Model Control I. A unifying review and some new results », Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev., vol. 21, pp. 308-321, 1982.
- [10] Shamsuzzoha M. et Skogestad S., « The setpoint overshoot method : A simple and fast closed-loop approach for PID tuning », Journal Process Control, vol 20, pp. 1120-1234, 2010.
- [11] Shamsuzzoha M, Moonyong Lee et Hiroya Seki., «closed-loop PI/PID controller tuning for stable and unstable processes», American control conference, 2012.