

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI DE TIZI-OUZOU



FACULTE DU GENIE ELECTRIQUE ET D' INFORMATIQUE  
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

## Mémoire de Fin d'Etudes de MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Sciences et Technologies

Filière : Génie Electrique

Spécialité : Machines électriques

*Présenté par*  
**Farida NASRI**

### Thème

# Implémentation de la commande en position de la machine à courant continu en représentation d'état

*Mémoire soutenu publiquement le 21 / 09 / 2015 devant le jury composé de :*

**M Salah HADDAD**

Professeur, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, Président

**M Rachid MANSOURI**

Professeur, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, Encadreur

**M Malika IMADOUCHE Ep. DJAOU**

Maître Assistante A, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, Examineur

**M Ouiza TOUDERT Ep. MANSOURI**

Maître Assistante A, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, Examineur

# Remerciement

*Je tiens à témoigner ma reconnaissance à Dieu tout puissant, qui m'a accordé la force et le courage de travailler sans relâche à la réalisation de mon projet.*

*Je remercie également mon promoteur Monsieur R.MANSOURI, dont l'aide, sa disponibilité, les conseils avisés et l'orientation m'ont été d'une grande importance.*

*Je remercie le président du jury pour m'avoir fait l'honneur de sa présence, et les membres du jury pour m'avoir fait l'honneur d'examiner mon travail.*

*Du reste, je suis profondément reconnaissante à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin au développement du projet, en particulier G. Ouedfel et Mr. Si brahim qui m'ont beaucoup accordé de leurs temps, de leurs énergies et qui toujours bien voulu répondre patiemment et aimablement à mes nombreuses questions.*

*Je Remercie également Mr Birouche et Mr Moudoud qui m'ont toujours accueillie avec beaucoup de gentillesse et de patience.*

*Et je n'oublie pas de remercier bien sur mes très chère parents , pour toute la patience qu'ils ont accordée lorsque je passais par les périodes les plus stressantes de la vie, pour m'avoir toujours poussée à faire de mon mieux et faire partie des meilleurs, sans eux je ne serais pas la personne que je suis aujourd'hui .*

# Dédicace

**Je dédie ce modeste travail à :**

- *Mes très chers parents qui ont fait de moi ce que je suis aujourd'hui et qui ont veillé à guider mes pas durant toute ma vie par leur aides, leurs grandes émotions, leur sacrifices, et leur soutien et encouragement pendant la réalisation du projet de fin d'études*
  
- *Mes très chères sœurs : Lila, Lynda.*
  
- *Mes très chers frères : Norddine, Kamel, Slimane.*
  
- *Tous mes amis.*
  
- *Toute la promotion électrotechnique.*

# LISTE DES FIGURES

# Liste des figures

## Chapitre I :

*Figure. I.1 : Schéma bloc d'un système en boucle ouverte.*

*Figure. I.2 : Schéma bloc d'un système en boucle fermée avec un retour unitaire.*

## Chapitre II :

*Figure. II.3 : Modélisation sous Matlab de la réponse indicielle de vitesse.*

*Figure. II.4 : Modélisation sous Matlab de la réponse indicielle de la position.*

*Figure. II.5 : Modélisation sous Matlab de la réponse indicielle du courant  $I_f$ .*

*Figure. II. 6: Modélisation sous Matlab de la réponse indicielle du courant  $I_a$ .*

## Chapitre III :

*Figure. III.1: Schéma bloc de la commande avec la représentation de transfert.*

*Figure. III.2: Schéma bloc de la commande avec la représentation d'état.*

*Figure. III.3: Schéma bloc de la représentation d'état.*

*Figure. III.4 :Structure générale de la commande par retour d'état.*

*Figure. III.5 : Schéma bloc de retour d'état.*

*Figure. III.6 : Schéma bloc système plus observateur avec la représentation d'état.*

*Figure. III.7 : Modélisation sous Matlab de la réponse indicielle de la position.*

*Figure. III.8 : Modélisation sous Matlab de la réponse indicielle de vitesse.*

*Figure. III.9 : Modélisation sous Matlab de la réponse indicielle du courant  $I_a$ .*

## **Chapitre IV :**

*Figure. IV.1 : synoptique de banc d'essai du pendule inversé.*

*Figure. IV.2 :diagramme de connexion du dispositif de contrôle et de commande.*

*Figure. IV.3 :système de contrôle de pendule.*

*Figure. IV.4 : établir un modèle.*

*Figure. IV.5 :commande de position en temps réel du chariot.*

*Figure.( IV.6), ( IV.7), ( IV.8) :commande et position en fonction de temps.*

# Glossaire

$S(p)$  : Grandeur réglée (sortie)

$R(p)$  : Grandeur de consigne (entrée)

$G(p)$  : Fonction de transfert

$N(p)$  : Numérateur de la fonction de transfert

$D(p)$  : Dénominateur de la fonction de transfert

$U(t)$  : Grandeur de commande

$q(t)$  : Perturbation

$C(p)$  : contrôleur

$\varepsilon(p)$  : Signal d'erreur

$H_{bf}(p)$  : fonction de transfert en boucle fermée

$H_{bo}(p)$  : fonction de transfert en boucle ouverte

$V_a(t)$  : Tension d'induit

$V_f(t)$  : Tension de l'inducteur

$E(t)$  : Force contre électromotrice

$R_a$  : Résistance d'induit

$R_f$  : résistance de l'inducteur

$L_a$  : Inductance d'induit

$L_f$  : inductance de l'inducteur

$C_r$  : Couple résistant

$i_a$  : Courant d'induit

$i_f$  : Courant de l'inducteur

$f$  : Coefficient de frottement visqueux

$\omega(t)$  : Vitesse de rotation du rotor

$j$  : Moment d'inertie de l'axe du rotor

$C_{em}$  : Couple électromagnétique

$C_u$  : couple utile

$M_{fa}$  : inductance mutuelle entre l'inducteur et l'induit.

$\varphi_f$  : Flux dans l'inducteur

$\varphi_a$  : Flux dans l'induit

$\theta(t)$  : Position angulaire

# Sommaire

# Sommaire

Introduction générale.....	1
----------------------------	---

## Chapitre I : Généralités sur les systèmes asservis

<b>Introduction.....</b>	<b>1</b>
<b>I.1 Système en boucle ouverte et en boucle fermée.....</b>	<b>3</b>
I.1.1 Système de commande en boucle ouverte .....	3
I.1.2 Système en boucle fermée.....	4
<b>I.2 Représentation des systèmes linéaires.....</b>	<b>5</b>
<b>I.3 Performances dynamiques d'un système linéaire.....</b>	<b>6</b>
I.3.1 Précision .....	6
I.3.2 Stabilité .....	6
I.3.2 rapidité.....	7
<b>I.4 Influence des perturbations.....</b>	<b>7</b>
<b>Conclusion .....</b>	<b>8</b>

## Chapitre II : Modélisation du moteur à courant continu

<b>Introduction.....</b>	<b>8</b>
<b>II.1 Généralités sur la machine à courant continu.....</b>	<b>8</b>
<b>II.2 Principe de fonctionnement.....</b>	<b>9</b>
<b>II.3 Modélisation d'un moteur à courant continu à excitation séparée.....</b>	<b>9</b>
<b>II.4 Simulation de la machine à courant continu à excitation séparée. ....</b>	<b>16</b>
<b>Conclusion .....</b>	<b>19</b>

## Chapitre III : Commande du moteur à courant continu avec par retour d'état

<b>Introduction.....</b>	<b>16</b>
<b>III.1 Représentation d'état et représentation de transfert .....</b>	<b>16</b>
III.1.1 Représentation de transfert.....	16
III.1.2 Représentation d'état.....	17
<b>III.2 Principe sur la représentation d'état .....</b>	<b>17</b>
III.2.1 Notion d'état.....	17
III.2.2 variable d'état.....	18
III.2.3 Equation d'état... ..	18
<b>III.3 Changement de base.....</b>	<b>19</b>
<b>III.4 Notion de commandabilité et d'observabilité .....</b>	<b>20</b>
III.4.1 notion de commandabilité.....	20
III.4.2 Notion d'observabilité.....	21
<b>III.5 Invariance des notions de commandabilité et d'observabilité par changement de base .....</b>	<b>22</b>
<b>III.6 Dualité des notions de commandabilité et d'observabilité.....</b>	<b>23</b>
<b>III.7 Pôles d'un modèle d'état.....</b>	<b>23</b>
<b>III.8 Passage du modèle d'état au modèle de transfert .....</b>	<b>24</b>
<b>III.9 commande par retour d'état.....</b>	<b>25</b>
III.9.1 Principe de base pour le calcul de la loi de commande par retour d'état.....	25
<b>III.10 commandes par retour d'état pour les systèmes continus .....</b>	<b>25</b>
III.10.1 Imposition des pôles (régime dynamique).....	26
III.10.2 Régime permanent ( suivi de consigne).....	30
III.10.3 rejet de perturbation .....	31
<b>III.11 Commande par retour d'état plus observateur.....</b>	<b>33</b>
III.11.1 objectif d'un observateur.....	33
III.11.2 Structure d'un observateur.....	34
III.11.3 Observateur de Luenberger .....	34
<b>III.12 simulation des résultats.....</b>	<b>35</b>
<b>Conclusion.....</b>	<b>37</b>

## Chapitre VI : Application sur le pendule inverse

<b>Introduction.....</b>	<b>38</b>
<b>VI.1 Présentation du pendule inversé.....</b>	<b>39</b>
VI.1.1 Constituants du dispositif.....	39
VI.1.2 Description de la maquette.....	39
VI.1.3 Dispositif de commande.....	39
<b>IV.2 présentation du dispositif de contrôle de commande.....</b>	<b>40</b>
IV 2.1 Armoire de commande .....	40
IV 2.2 L'adaptateur (SCSI) .....	41
IV 2.3 Carte d'acquisition : ADVANTECH PCI 1711 (pci1711).....	41
<b>IV.3 Environnement de développement.....</b>	<b>42</b>
<b>IV.4 Commande par retour d'état en temps réel de la position du chariot.....</b>	<b>43</b>
<b>IV.5 Résultats expérimentaux.....</b>	<b>46</b>
<b>Conclusion.....</b>	<b>49</b>
<b>Conclusion générale.....</b>	<b>50</b>
<b>Référence bibliographie</b>	
<b>Annexe</b>	

# Introduction générale

---

## Introduction générale

---

De nos jours, l'automatique fait partie des sciences de l'ingénieur. Cette discipline traite de la modélisation, de l'analyse, de la commande et de la régulation des systèmes dynamiques. Elle a pour fondements théoriques les mathématiques, la théorie du signal et l'informatique théorique. L'automatique permet l'automatisation de différentes tâches de fonctionnement des machines et des chaînes industrielles. On parle alors d'un système asservi ou régulé. [6]

L'étape de la modélisation est très importante. Il s'agit de la description mathématique du système à l'aide d'équations différentielles ou de fonctions de transfert, mettant en évidence le comportement statique et dynamique et d'éventuels phénomènes non linéaires. Dans la plupart des processus industriels, en particulier les moteurs électriques, il est indispensable de maîtriser certaines grandeurs physiques (vitesse, position, angle...etc.), il est donc très souvent nécessaire d'avoir recours à une commande. La commande par variables d'état est une approche moderne d'étude des systèmes née dans les années 60. Parmi les domaines d'application de cette théorie, l'automatique prend une place privilégiée : les représentations d'état sont à l'origine des méthodes puissantes d'analyse et de commande des systèmes facilement adaptables aux calculateurs numériques. [6]

Une multitude d'actionneurs de différents types sont à notre disposition. Chaque type d'actionneur possède ses caractéristiques propres qui permettent de l'adapter à une application ou à une autre. Dans notre travail nous avons choisi un moteur à courant continu à excitation indépendante pour déplacer le chariot sur un rail de guidage à l'aide d'une courroie crantée et une poulie dans le but de ramener le chariot à chaque fois à sa position initiale (centre du rail de guidage), le moteur permet de réaliser une variation de position très précise. Pour contrôler et avoir une grande précision sur la position du chariot nous avons opté pour une technique de commande en représentation d'état. Le principe de la représentation d'état (retour d'état) permet de modéliser un système dynamique sous forme matricielle en utilisant des variables d'état. Cette représentation peut être linéaire ou non, continue ou discrète, permet de déterminer l'état du système à l'importe quel instant futur si l'on connaît l'état à l'instant initial et le comportement des variables exogènes qui influent sur le système.

La commande par retour d'état ou bien la représentation d'état est une méthode qui a fait ses preuves et qui donne de bons résultats, grâce à une loi de commande, qui ne sera appliquée que si notre système est en boucle fermée

La modélisation de la commande du système (moteur à courant continu (MCC) plus le chariot) est programmée sous environnement *Matlab/Simulink*.

Ce mémoire est divisé en quatre chapitres:

# Introduction générale

---

Le premier chapitre présente des généralités sur les systèmes asservis, nous expliquons brièvement le mode de commande en boucle ouverte et en boucle fermée et nous citons les différentes performances dynamiques sur lesquelles on se base pour avoir un système bien précis et stable.

Dans le deuxième chapitre, Nous décrivons les différents types d'équations régissant le moteur à courant continu à excitation indépendants (modélisation), plus une simulation des différentes grandeurs de ce dernier est faite (position, vitesse et courant d'induit et inducteur) en boucle ouverte.

Le troisième chapitre sera consacré à l'implémentation et la description de la méthode de commande qui est la représentation d'état avec observateur. On l'applique au système physique (moteur à courant continu à excitation indépendante) sans prendre en compte le système réel (moteur plus le chariot). Puis nous comparons les résultats obtenus en boucle fermée avec ceux trouvés dans le chapitre précédent.

Dans le dernier chapitre nous allons considérer le système réel (moteur plus le pendule inversé dont on s'intéresse à la position du chariot) sur qui nous allons appliquer la commande par retour d'état avec observateur. Dans cette partie nous allons traiter trois cas : dans le premier cas nous allons appliquer un échelon simple à l'entrée, le deuxième cas un échelon variable à l'entrée et dans le troisième cas nous allons appliquer un échelon simple à l'entrée plus une perturbation extérieure (une force extérieure dans les deux sens du mouvement en tapant sur le chariot).

A la fin nous terminons notre travail avec une conclusion générale et quelques perspectives.

# Chapitre I

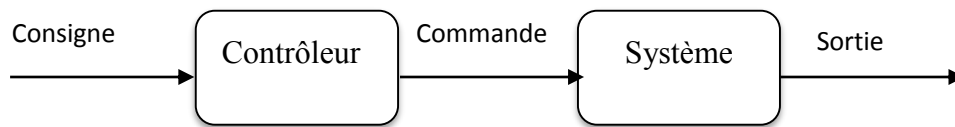
**Introduction**

Dans la plupart des appareils des installations industrielles, il est nécessaire de maintenir des grandeurs physiques à des valeurs déterminées, en dépit des variations externes ou internes influant sur ces grandeurs. Par exemple, le niveau d'eau dans un réservoir, la température dans une étuve. La vitesse et la position des moteurs, étant par nature variables, doivent donc être réglées par des actions convenables sur le processus considéré. Si les perturbations influant sur la grandeur à contrôler sont lentes ou négligeables, un simple réglage dit en boucle ouverte, permet d'obtenir et de maintenir la valeur demandée (par exemple : action sur un robinet d'eau). Dans la majorité des cas, cependant, ce type de réglage n'est pas suffisant, parce que trop grossier ou instable. Il faut alors comparer, en permanence, la valeur mesurée de la grandeur de consigne. On a, dans ce cas, constitué une boucle de régulation et plus généralement une boucle d'asservissement. Cette boucle nécessite la mise en œuvre d'un ensemble de moyens de mesure, de traitement de signal ou de calcul, d'amplification et de commande d'actionneur, constituant une chaîne de régulation ou d'asservissement. L'aspect régulation est considéré comme le plus important dans le milieu industriel, car les valeurs de consigne rejet de perturbation sont souvent fixes. Néanmoins, pour tester les performances et la qualité d'une boucle de régulation, on s'intéresse à l'aspect asservissement (suivi de la consigne et/ou rejet de perturbation). [1]

Dans ce chapitre, nous allons introduire les principes de base sur les systèmes asservis ainsi que la régulation en boucle ouverte et en boucle fermée.

**I-1 Système de commande en boucle ouverte et en boucle fermée****I-1-1 Système de commande en boucle ouverte**

Un système de commande en boucle ouverte est un système qui ne comporte pas de contre-réaction entre la sortie et l'entrée, le contrôleur élabore la loi de commande en fonction de la consigne c'est un système de commande très simple à mettre en œuvre. Néanmoins, il présente beaucoup d'inconvénients ; il n'y a aucun moyen de contrôler, à plus forte raison de compenser les erreurs, les dérives, les accidents qui peuvent intervenir à l'intérieur du système. Autrement dit, il n'y a pas de précision qui dépendent de la qualité intrinsèque des composants. Enfin, le système de commande en boucle ouverte ne compense pas les signaux de perturbation. Le schéma bloc d'un système de commande en boucle ouverte est donné par la figure (I-1). [1]



*Figure. I-1 : Schéma bloc d'un système de commande en boucle ouverte*

Dans ce dernier cas, si on représente le contrôleur par le transfert  $C(p)$ , le système par le transfert  $G(p)$  et les grandeurs de consigne, de commande et de sortie respectivement  $E(p)$ ,  $U(p)$  et  $S(p)$ . le comportement du processus est décrit par les relations :

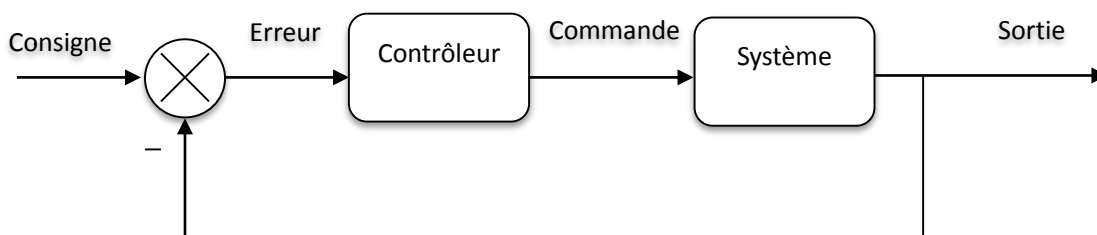
$$\begin{cases} S(p) = U(p) \cdot G(p) \\ U(p) = R(p) \cdot C(p) \end{cases} \Rightarrow G_{bo}(p) = \frac{S(p)}{R(p)} = C(p) \cdot G(p) \quad (I.1)$$

### I-1-2 Système de commande en boucle fermée

Si le système à commander n'est pas parfaitement connu ou si des perturbations l'affectent, les signaux de sortie ne seront pas ceux souhaités. L'introduction d'un retour d'information sur les sorties mesurées est nécessaire. On dit que le système de commande fonctionne en boucle fermée.

En plus de ces problèmes de perturbation et d'incertitude sur le système que la commande en boucle fermée permet de résoudre, elle est capable de stabiliser un système instable en boucle ouverte. Dans une régulation en boucle fermée, une bonne partie des facteurs perturbateurs externes sont systématiquement compensés par la contre-réaction.

L'utilisation du retour d'information est le principe fondamental en automatique, dans ce cas le contrôleur ne s'intéresse pas de faire suivre à la sortie la valeur de la consigne, mais d'annuler l'erreur. La commande appliquée au système est élaborée en fonction de la consigne et de la sortie. La figure(I.2) représente le principe de la commande en boucle fermée à retour unitaire. [1]



*Figure. I.2 : Schéma bloc d'un système de commande en boucle fermée*

La fonction de transfert en boucle fermée est donnée par:

$$G_{BF}(p) = \frac{S(p)}{R(p)} = \frac{G(p)C(p)}{1 + G(p)C(p)} \quad (I.2)$$

### I-2 Représentation des systèmes linéaires

Un système est dit linéaire invariant si l'équation liant la sortie à l'entrée est une équation différentielle linéaire à coefficients constants. La forme générale de cette équation est :

$$a_0 s(t) + a_1 \frac{ds(t)}{dt} + \dots + a_n \frac{d^n s(t)}{dt^n} = b_0 e(t) + b_1 \frac{de(t)}{dt} + \dots + b_m \frac{d^m e(t)}{dt^m} \quad (I.3)$$

$e(t)$  étant l'entrée du système  $s(t)$  sa sortie ( $a_0 \dots a_n$ ) et ( $b_0 \dots b_n$ ) sont des paramètres constants et intrinsèques au système.

$G(p)$  est la fonction de transfert du système, Son unité physique dépend du rapport de l'unité d'entrée  $E(p)$  et de l'unité de sortie  $S(p)$  dans le domaine de Laplace ) qui est représenté par l'expression (I.4), les conditions initiales sont supposées nulles.

$$G(p) = \frac{S(p)}{R(p)} = \frac{b_0 + b_1 p + \dots + b_m p^m}{a_0 + a_1 p + \dots + a_n p^n} \quad (I.4)$$

Le comportement dynamique d'un système est entièrement régi par les pôles et les zéros de la fonction de transfert.

Les zéros de la fonction de transfert  $G(p)$  sont les racines  $Z_1, Z_2, \dots, Z_m$  du polynôme  $N(p)$

$$N(p) = b_m \times (p - Z_1)(p - Z_2) \dots (p - Z_m) \quad (I.5)$$

Les pôles de la fonction de transfert  $G(p)$  sont les racines  $p_1, p_2, \dots, p_m$  du polynôme  $D(p)$

$$D(p) = a_m \times (p - p_1)(p - p_2) \dots (p - p_m) \quad (I.6)$$

**I-3 Performances dynamiques des systèmes linéaires****I-3-1 Précision**

Un système asservi en boucle fermée est dit précis, si sa sortie  $s(t)$  est égale à la consigne (valeur désirée)  $e(t)$ .

On représente l'erreur entre la consigne et la sortie par :

$$\varepsilon(t) = r(t) - s(t) \quad (\text{I.7})$$

On applique la Transformation de Laplace sur l'équation (I.5), on aura :

$$\varepsilon(p) = R(p) - S(p) \quad (\text{I.8})$$

Considérons un système asservi stable au repos. Une sollicitation du système entraîne une évolution du signal d'erreur dans le temps ; cette erreur sera la somme d'un terme transitoire et d'un terme permanent. En peut donc distinguer :

- **Précision dynamique** : caractérisée par l'évolution de l'erreur pendant le régime transitoire, précision et rapidité sont intimement liées durant cette phase d'évolution du système.
- **Erreur statique** : correspond à l'erreur en régime permanent. Elle est caractérisée par la différence entre la consigne et la sortie réponse du système, cette différence est appelée écart ou erreur. Elle est intimement liée à la stabilité du système muni de son régulateur.

**I-3-2 Stabilité**

Dans le cas des systèmes linéaires représentés par une fonction de transfert, l'analyse des pôles permet de conclure sur la stabilité du système. Ce sont eux qui déterminent la stabilité, la rapidité et la dynamique d'un système. Les pôles d'une fonction de transfert sont les valeurs pour lesquelles son dénominateur s'annule. Dans le cas d'une fonction de transfert continue, tous les pôles doivent être à partie réelle strictement négative pour que le système soit stable. [2]

Lorsqu'un système est stable, toutes les propositions suivantes sont équivalentes :

- ✓ lorsque sa réponse à un échelon prend une valeur finie en régime permanent.
- ✓ lorsque sa réponse à une impulsion tend vers 0.
- ✓ lorsque sa réponse à une sinusoïde est une sinusoïde d'amplitude finie.

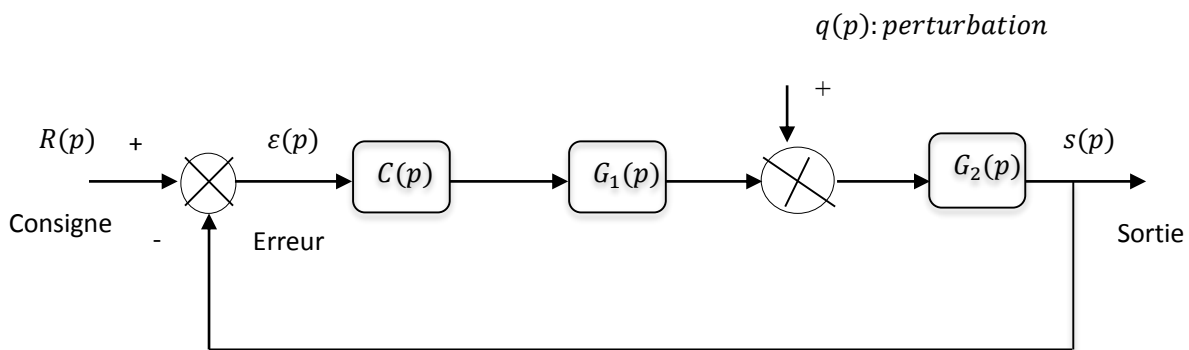
**I-3-3 Rapidité**

La rapidité d'un système est définie comme étant la durée de son régime transitoire. On dit que le système est d'autant plus rapide que la durée de son régime transitoire est petite. A la limite on obtient un échelon unitaire qui n'admet pas de régime transitoire.

**I-4 Influence des perturbations**

Une perturbation est un signal parasite qui vient modifier le comportement du système et qui est traité comme une entrée subie dans l'idéal. Rejeter une perturbation c'est faire en sorte que celle-ci n'affecte pas le fonctionnement du système.

le schéma bloc d'un asservissement avec une perturbation est donnée par la figure.(I-3) :



**Figure. I.3 :** Schéma bloc d'un asservissement avec une perturbation.

Le système étant linéaire, pour calculer l'expression de la sortie  $S(p)$  en fonction de la perturbation  $q(p)$ , (on pose  $R(p) = 0$ ); on trouve

$$S_R(p) = \frac{G_2(p)}{1 + G_1(p)G_2(p)C(p)} q(p) \quad (\text{I.9})$$

Pour calculer l'expression de la sortie  $S(p)$  en fonction de l'entrée  $E(p)$ , (En pose  $q(p) = 0$ ); on trouve

$$S_E(p) = \frac{G_1(p)G_2(p)C(p)}{1 + G_1(p)G_2(p)C(p)} R(p) \quad (\text{I.10})$$

L'expression globale de la sortie est finalement donnée par :

$$S(p) = \frac{G_2(p)}{1 + G_1(p)G_2(p)C(p)}q(p) + \frac{G_1(p)G_2(p)C(p)}{1 + G_1(p)G_2(p)C(p)}R(p) \quad (\text{I.11})$$

l'expression (I.11) montre que le régulateur  $C(p)$  intervient dans l'expression de  $S(p)$  relatif à  $R(p)$  et relatif à  $q(p)$  par conséquent il peut être calculé pour :

- Contrôler le suivi de consigne.
- Contrôler le rejet de perturbation.

On appelle cette stratégie la commande à un degré de liberté. C'est ce qu'on utilise pour le calcul des lois de commande.

## CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté des généralités sur les systèmes asservis en boucle fermée et boucle ouverte, nous avons cité les différentes performances dynamiques sur lesquelles on peut agir pour annuler l'influence des perturbations externes et pour rendre le système plus précis et plus stable.

le chapitre suivant sera consacré à la modélisation du moteur à courant continu à excitation indépendante ainsi que la simulation de ses différents paramètres en boucle ouverte.

# Chapitre II

## Introduction

Les machines électriques tournantes sont des convertisseurs d'énergie. Lorsqu'elles transforment de l'énergie électrique en énergie mécanique, on dit qu'elles fonctionnent en moteur. En revanche, si elles transforment de l'énergie mécanique en énergie électrique, on dit qu'elles fonctionnent en génératrice. [3]

Dans notre cas on utilise le moteur à courant continu à excitation indépendants.

### II-1 Généralités sur la machine à courant continu

La machine à courant continu est une machine électrique qui fonctionne, comme son nom l'indique, à partir de tensions et de courants continus. Dans le cas de petits moteurs, elle est donc adaptée à des sources d'énergie électrochimiques. Pour les fortes puissances, on la trouve dans les lignes de métro-RER où elle fonctionne en moteur (traction) ou en génératrice (freinage), [4]. La Figure (II.1) présente le schéma d'un moteur à courant continu.

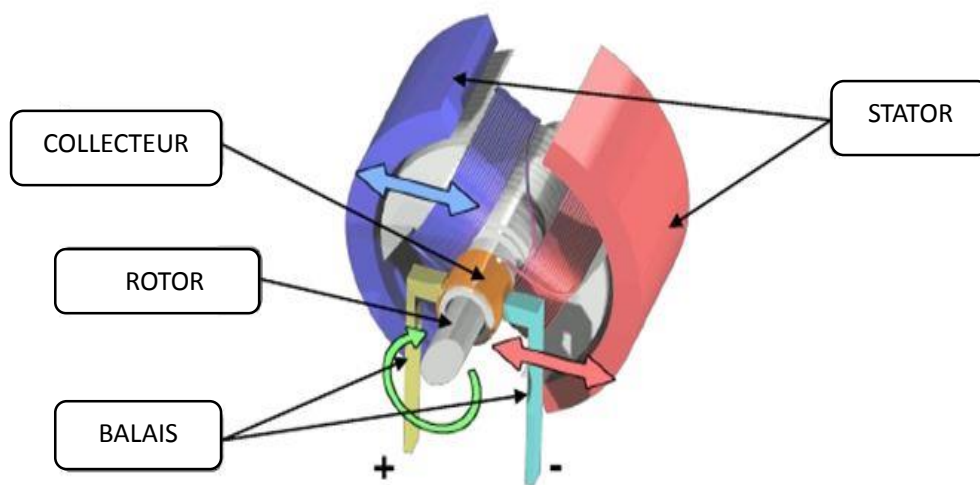


Figure II.1 : Schéma d'un moteur à courant continu

La machine à courant continu est constituée :

- D'un stator, qui est à l'origine de la circulation d'un flux magnétique longitudinal fixe créée soit par des enroulements statoriques (bobinage) soit par des aimants permanents. La partie porte balais se trouve à l'arrière du stator, et les balais assurant les contacts électriques avec le rotor. Il est aussi appelé inducteur.

- D'un rotor, bobiné relié à un collecteur rotatif inversant la polarité dans chaque enroulement rotorique au moins une fois par tour de façon à faire circuler un flux magnétique transversal en quadrature avec le flux statorique. Les enroulements rotoriques sont aussi appelés enroulements d'induits, ou communément induit.
- Un collecteur qui est un ensemble de lames de cuivre isolées latéralement les unes des autres, réunies aux conducteurs de l'induit en certains points.
- Des balais, portés par le stator, frottent sur les lames du collecteur, et permettent d'établir une liaison électrique entre l'induit qui tourne et l'extérieur de la machine. [5]

### II-2 Principe de fonctionnement

Lorsque l'inducteur est alimenté, il crée un champ magnétique radial (flux d'excitation) dans l'entrefer, dirigé suivant les rayons de l'induit. Ce champ magnétique pénètre dans l'induit du côté du pôle nord de l'inducteur et sort de l'induit du côté du pôle sud.

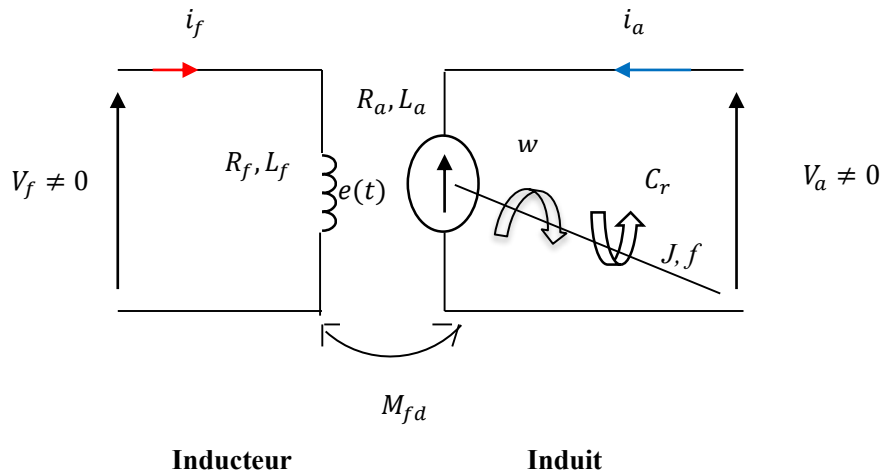
Quand l'induit est alimenté, ses conducteurs situés sous un même pôle inducteur (d'un même côté des balais) sont parcourus par des courants de même sens et sont donc, d'après les lois de Laplace : soumis à une force  $F = I * L * B$ .  $F$  : étant la force en (N) ;  $I$ , l'intensité de courant en (A) ;  $L$ , la longueur de conducteur en (m) et  $B$ , Induction magnétique en (T).

Les conducteurs situés sous l'autre pôle sont soumis à une force de même intensité et de sens opposé. Les deux forces créent un couple qui fait tourner l'induit du moteur. [5]

### II-3 Modélisation du moteur à courant continu

La modélisation consiste à écrire, à partir d'une analyse physique d'un système électromécanique, les équations mathématiques régissant son fonctionnement. Pour représenter notre système sous forme de fonction de transfert, nous supposons que ce système est linéaire. Le schéma de la figure (II.2) représente un moteur à courant continu à excitation séparée avec ces constituants principaux permettant la modélisation du fonctionnement dynamique (régime transitoire) de la machine fonctionnant en moteur. Les modèles qui seront développés ici sont ceux utilisés pour l'analyse des caractéristiques dynamiques de la machine et la conception des lois de commande permettant le contrôle de la vitesse ou la position.

Les deux enroulements inducteur et induit sont alimentés par deux différentes sources de tension continue qu'on note  $v_f$  pour l'inducteur et  $v_a$  pour l'induit.



**Figure II.2 :** Schéma équivalent d'un moteur à courant continu à excitation indépendante

Selon le schéma de la figure (II.2), le moteur électrique à courant continu à excitation séparée est régi par les équations physiques découlant de ses caractéristiques électriques, mécanique et magnétiques d'après la loi de Newton, combinée à des lois Kirchhoff on obtient [4] :

**Equations électriques :**

$$v_a(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + e(t) \quad (\text{II.1})$$

$$v_f(t) = R_f i_f(t) + L_f \frac{di_f(t)}{dt} \quad (\text{II.2})$$

$$e(t) = M_{fa} \cdot i_f(t) \cdot \omega(t) \quad (\text{II.3})$$

### ✚ Equations mécaniques

$$C_{em}(t) = M_{fd} i_f(t) i_a(t) \quad (II.4)$$

$$C_{em}(t) - C_r(t) = C_u(t) \quad (II.5)$$

$$C_u(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt} + f\omega(t) \quad (II.6)$$

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = \omega(t) \quad (II.7)$$

### ✚ Equations magnétiques

$$\varphi_f(t) = L_f i_f(t) \quad (II.8)$$

$$\varphi_a(t) = L_a i_a(t) \quad (II.9)$$

Les équations du couple électromagnétique (II.4) et de la  $f_{cem}$  (II.3) montrent que le modèle de la machine est non linéaire. En effet, le théorème de linéarité ne peut pas être appliqué à cause du produit entre les grandeurs  $i_f(t)$  et  $i_a(t)$  pour le couple et des grandeurs  $i_f(t)$  et  $\omega(t)$  pour la  $f_{cem}$ . Pour pouvoir contrôler la position  $\theta(t)$ , on utilise

- Soit la tension d'alimentation de l'induit  $V_a(t)$ , on dit dans ce cas que la machine est commandée par l'induit.
- Soit la tension d'alimentation de l'inducteur  $V_f(t)$ , on dit dans ce cas que la machine est commandée par l'inducteur.

Et pour que la machine atteigne le régime permanent rapidement, on va opter pour la commande par l'induit à cause de la complexité de la commande par inducteur et pour cela on va maintenir le courant d'excitation constant. [7]

Dans ce cas pour pouvoir contrôler la vitesse ou la position de la machine à l'aide de la tension d'alimentation d'induit, il faut que le couple électromagnétique qui permet de faire varier la vitesse ne puisse être modifié que par la tension par l'intermédiaire du courant de l'induit. Dans ce cas, on doit maintenir le courant dans l'inducteur constant. On peut procéder de deux manières différentes; la

première solution consiste à utiliser un moteur à aimant permanent ou bien un inducteur bobiné en gardant le courant d'excitation constant égal  $I_f = V_f / R_f$ . Mais pour appliquer la commande par induit il faut que le courant d'excitation atteigne le régime permanent, pour qu'il n'y ait de confusion entre deux modes de commande. Donc dans ce cas il faut attendre la fin du régime transitoire du courant d'inducteur, pour pouvoir appliquer la tension d'induit.

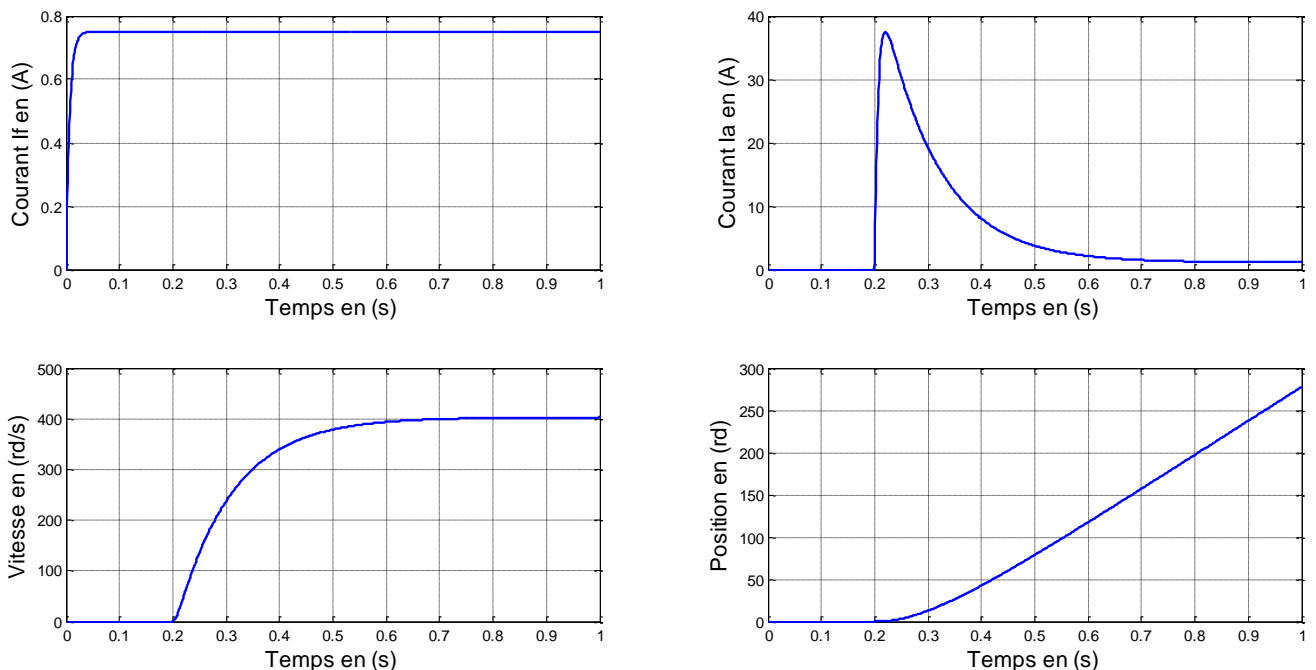
#### II-4 Simulation du moteur à courant continu à excitation séparée

L'ensemble de ce qui précède nous permet de réaliser le modèle Simulink (c'est-à-dire le modèle utilisé en simulation dans Matlab/Simulink) de la machine à courant continu (voir annexe ; schéma bloc de la machine à courant continu). Les paramètres de la machine à courant continu que nous avons utilisés sont également donnés :

$V_a=180V$  ;  $V_f=180V$  ;  $R_a=4.23\Omega$  ;  $R_f=240\Omega$  ;  $L_a=0.0273H$  ;  $L_f=1.5489H$  ;  $M_{fd}=0.58$  ;  $f=0.0012$

$J=0.0051kg.m^2$  ;  $C_r=1.8N.m$  et on a injecté l'échelon  $V_a$  à  $t=0.2s$

La figure (II.3) représente respectivement les variations des réponses indicielles de la vitesse, de la position ainsi que les courants d'excitation et d'induit.



#### II.5 Evolution des grandeurs du moteur à courant continu (Position, vitesse, courant d'induit et d'inducteur)

**Interprétation des résultats**

On voit que la vitesse démarre de 0rd/s pour se stabiliser autour de 400rd/s qui est la vitesse en régime établi, la courbe a une forme exponentielle, ce qui correspond à la présence de régime transitoire dans les enroulements de la machine.

On remarque que la réponse de la position représente une rampe, ce qui signifie que le système dans un asservissement en position est instable, d'où la nécessité d'une régulation pour stabiliser cette dernière, et améliorer ses performances.

Le courant d'excitation (inducteur) passe par un régime transitoire très rapide, puis il se stabilise à la valeur 0,8A au régime permanent.

Au démarrage on voit que le courant d'induit présente un pic d'une valeur  $I_a = 39A$ , car le moteur fait appel à un courant important au démarrage pendant le régime transitoire puis il se stabilise au régime établi.

**Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons cité quelques généralités sur le moteur à courant continu à excitation indépendante. Nous avons décrit les équations mathématiques régissant son fonctionnement, ainsi que nous avons simulé les différentes grandeurs de la machine en utilisant le logiciel Matlab Simulink. Cependant il est à noter que les systèmes asservis peuvent présenter des défauts.

# Chapitre III

## Introduction

La commande est facile à faire pour le moteur à courant continu, à cause du découplage naturel entre paramètres de ces machines. Pour obtenir le modèle d'un système, trois tâches doivent être accomplies: choisir le modèle mathématique du système à commander, déterminer ses paramètres et enfin vérifier sa validité. Devant la complexité des systèmes, la fonction de transfert peut parfois sembler ne pas être le modèle le plus approprié pour décrire les comportements considérés. Pour cette raison, d'autres modèles sont utilisés et apparaissent comme une alternative à la fonction de transfert, parmi ces modèles la représentation d'état ou équation d'état ou encore modèle d'état est utilisé comme un autre moyen de commande. [4]

### III.1 Représentation d'état et représentation de transfert

#### III.1.1 Représentation de transfert

La figure (III-1) représente le schéma bloc de la commande avec la représentation de transfert.

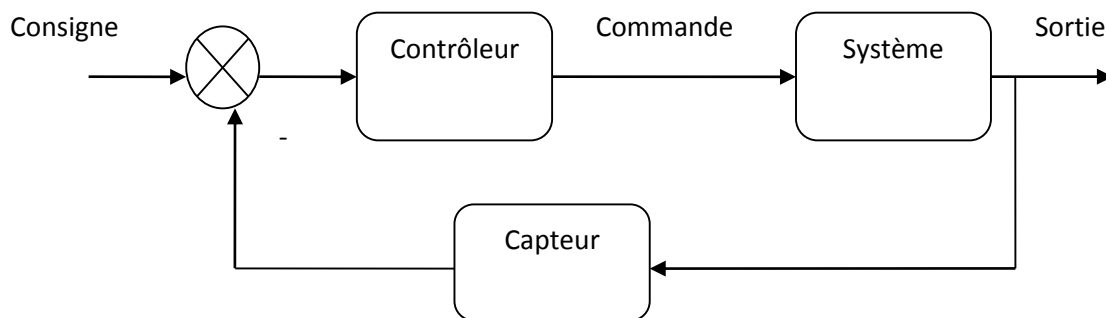


Figure III.1 schéma bloc de commande avec la représentation de transfert

La commande par représentation de transfert est la commande des systèmes modélisés par leurs fonctions de transfert. Dans cette méthode, on s'intéresse à la mesure de signal de sortie pour le boucler sur l'entrée.

### III.1.2 Représentation d'état

La figure (III-2) représente le schéma bloc de la commande avec la représentation d'état.

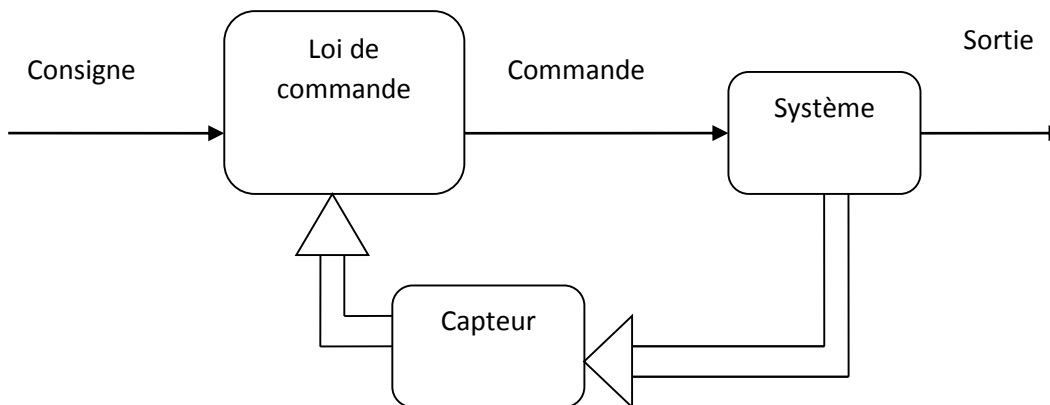


Figure III.2 schéma bloc de commande en représentation d'état

La commande par retour d'état est la commande des systèmes modélisés par leur représentation d'état. Dans cette méthode, on ne s'intéresse pas à la mesure de signal de sortie pour le boucler sur l'entrée, mais le signal de commande est calculé en fonction du vecteur d'état complet pour prendre connaissance du comportement interne du système.

Malgré la complexité de la méthode de commande par retour d'état qui est due à l'utilisation de beaucoup de capteurs et le signal de la sortie n'est pas mesurée, elle présente des meilleures performances.

#### **III-2 Principe sur la représentation d'état**

En représentation d'état il s'agit de décrire un système en considérant sa dynamique interne et pas seulement une relation entre son entrée et sa sortie. Ainsi, il convient de « redonner de l'importance » à des grandeurs qui ne sont ni l'entrée, ni la sortie, tout en tenant compte de l'ensemble des phénomènes dynamiques et statiques qui confère au système son comportement. Une telle préoccupation conduit aux définitions suivantes. [8]

##### **III-2-1 Notion d'état**

La notion de variables d'état est très simple, c'est que l'état futur d'un système dépend principalement de son présent et des signaux d'excitation ou d'entrée.

On peut définir alors, l'état d'un système à un instant  $t_0$  comme étant l'information sur le présent nécessaire et suffisante pour déterminer l'évolution ultérieure du système, quand on connaît pour  $t > t_0$ , les signaux d'entrée et l'équation du système. [8]

### III-2-2 Variable d'état

On appelle variable d'état : un ensemble minimal de fonctions du temps nécessaire et suffisant pour déterminer l'évolution de l'état du système pour  $t > t_0$ . [8]

### III-2-3 Equation d'état

La mise en équation des systèmes linéaires se fait généralement par des équations différentielles:

Ces équations sont toujours du premier ordre qui s'expriment par :

$$\frac{dx(t)}{dt} = \dot{x}(t) = f(x, u, q, t) \quad (\text{III.1})$$

Lorsque le système est linéaire et invariant, l'équation (III.1) s'écrit sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Eq \\ y = Cx + Dq \end{cases} \quad (\text{III.2})$$

Où A, B, E, C et D sont des matrices constantes, la structure générale d'un modèle d'état linéaire continu dans le cas d'un système causal, ( $D=0$ ), est illustrée par la Figure (III-1). [8]

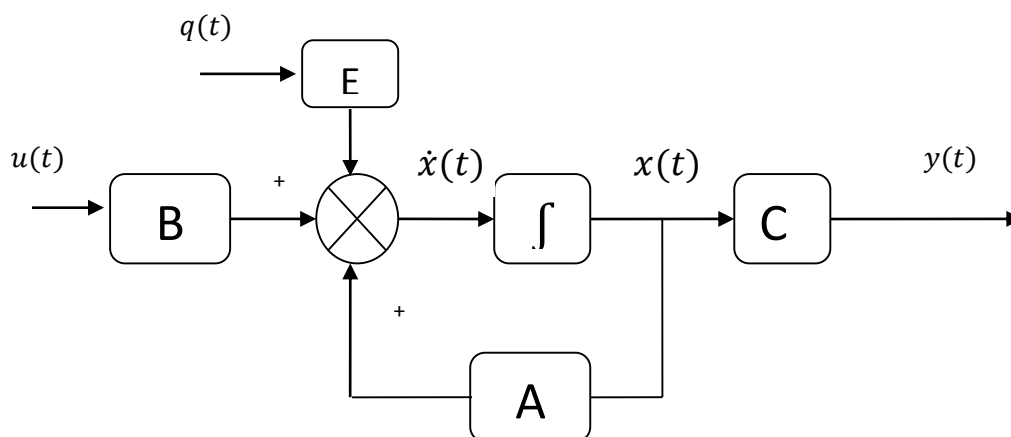


Figure III-3 : Schéma-bloc de la représentation d'état.

Avec :

$X(t)$  de dimension  $(n)$  est le vecteur d'état du système,  $u(t)$  de dimension  $(m)$  est le vecteur d'entrée de commande,  $q(t)$  est le vecteur de perturbation,  $y(t)$  de dimension  $(l)$  est le vecteur de sortie, et  $A$  de dimension  $(n*n)$  est la matrice d'évolution de système,  $B$  de dimension  $(n*m)$  est la matrice de commande,  $C$  de dimension  $(l*n)$  est la matrice d'observation et  $E$  de dimension  $(l*m)$  est la matrice de perturbation.

Cette représentation est la même dans le cas des systèmes multivariable (plusieurs entrées et plusieurs sorties) et dans le cas des systèmes monovariable (une seule entrée et une seule sortie).

### III-3 Changement de base

Contrairement à la représentation transfert, la modélisation d'un système physique dans la représentation d'état permet d'obtenir plusieurs modèles différents. En effet, cette représentation étant une représentation matricielle dont la base n'est autre que les états du système, il suffit d'effectuer un changement de coordonnées pour obtenir un modèle d'état différent. Pour le montrer considérons le modèle d'état suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Eq & x(0) = x_0 \\ y = Cx \end{cases} \quad (\text{III.3})$$

Pour lequel on effectue le changement de coordonnées avec la transformation donnée par la matrice  $T$ . ( $T$  étant la matrice de changement de base)

$$x(t) = Tz(t) \quad \Rightarrow \quad \dot{x}(t) = T\dot{z}(t) \quad (\text{III.4})$$

En remplaçant dans l'équation (III.4) dans (III.3), (tel que  $z$  est le nouvel état effectué par le changement de base), on obtient :

$$\begin{cases} T\dot{z} = ATz + Bu + Eq & z(0) = Tx_0 \\ y = CTz \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

En multipliant par l'inverse de la matrice  $T$  à gauche l'équation dynamique et tenant compte de fait que  $T^{-1}T = I$  ; ( $I$  est la matrice identité), l'équation (III.5) devient :

$$\begin{cases} \dot{z} = T^{-1}ATz + T^{-1}Bu + T^{-1}Eq & z(0) = Tx_0 \\ y = CTz \end{cases} \quad (\text{III.6})$$

Qui peut être mis sous la forme standard de l'équation (III.3) et qui constitue ainsi un nouveau modèle d'état du système.

$$\begin{cases} \dot{z} = A_c z + B_c u + E_c q \\ y = C_c z \end{cases} \quad z(0) = T x_0 \quad (\text{III.7})$$

Ce nouveau modèle d'état (III.7) possède les mêmes entrée  $u(t)$  et  $q(t)$  et la même sortie  $y(t)$  que le modèle d'origine (III.3). Ils auront donc la même fonction de transfert, la différence réside dans le choix du vecteur d'état  $z(t)$  dont les éléments sont des combinaisons linéaires des éléments du vecteur d'état  $x(t)$ . La relation entre les matrices décrivant les deux modèles sont résumées dans l'équation :

$$A_c = T^{-1}AT, \quad B_c = T^{-1}B, \quad E_c = T^{-1}E, \quad C_c = CT \quad (\text{III.8})$$

Cette non unicité, au lieu d'être un inconvénient de la représentation d'état, elle est plutôt une propriété très importante. En effet, elle permet de transformer le modèle  $(A, B, C)$  dont les matrices sont pleines donc compliquées à manipuler en modèle équivalent  $(A_c, B_c, C_c)$  dont les matrices sont sous une forme particulière qui facilite l'analyse des performances du système et la synthèse de la loi de commande. [9]

### III-4 Notion de commandabilité et d'observabilité

La commandabilité et l'observabilité sont deux concepts développés pour la représentation d'état des systèmes qui permettent de caractériser respectivement la possibilité que la commande exerce une influence sur un des états et la possibilité d'obtenir une certaine information d'un des états à partir de la mesure de la sortie du modèle. [8]

#### III-4-1 Notion de commandabilité

La commandabilité est une caractéristique d'une représentation d'état d'un système, qui nous indique si une ou plusieurs de ces dynamiques peuvent être modifiées par les entrées. [8]

- **1<sup>er</sup> cas : des systèmes totalement commandables**

Un système est totalement commandable si par une loi de commande convenable  $u$ , on peut l'amener en un temps fini d'un état à un autre (on peut commander tous les états du système)

autrement dit un système est commandable si et seulement si  $Q$  est de rang plein, c'est-à-dire la matrice de commandabilité est régulière, [8].

Avec :

$$Q = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B] \quad (\text{III.9})$$

$$\mathbf{Rang} \ Q = n \quad (\text{III.10})$$

$Q$  étant la matrice de commandabilité et  $n$  : nombre de variables d'état ou bien l'ordre de matrice  $A$

**Rang d'une matrice** : est le nombre maximal de vecteurs lignes (ou colonnes) linéairement indépendants, et peut se calculer par la taille du plus grand mineur non nul de la matrice.

- **2<sup>em</sup> cas : Systèmes non totalement commandables**

Un système est dit non totalement commandable, si on peut commander certaines composantes du vecteur d'état mais pas toutes. On dira qu'une partie de son vecteur d'état est commandable, mais le système lui-même n'est pas commandable complètement, autrement dit la matrice de commandabilité n'est pas de rang plein, c'est-à-dire la matrice  $Q$  est irrégulière, [8] :

$$\mathbf{Rang} \ Q = r < n \quad (\text{III.11})$$

### III-4-2 Notion d'observabilité

Soit un système dont on peut définir l'entrée de commande  $u(t)$  et la sortie  $y(t)$  dans l'intervalle de temps  $[t_0 \ t_1]$ . Alors les états du système donné par sa représentation d'état ( $\dot{x} = Ax + Bu$ ,  $y = Cx$ ) sont observables si et seulement s'il est possible de reconstituer la valeur  $x(t=t_0)$  à partir des valeurs connues de  $x(t)$  et de  $y(t)$ .

Les états du système donné par sa représentation d'état ( $\dot{x} = Ax + Bu$ ,  $y = Cx$ ) sont tous observables si et seulement si la matrice d'observabilité

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \dots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (III.12)$$

Est de rang plein (égal à n) n étant le nombre d'état du système, l'ordre du système.

Cette notion sert principalement dans la commande des systèmes par retour d'état lorsqu'il y a des états qui ne sont pas directement mesurables. Ces états sont reconstitués à l'aide d'un modèle mathématique que l'on appelle un observateur. [8]

### III-5 Invariance des notions de commandabilité et d'observabilité par un changement de base

La commandabilité ou non et l'observabilité ou non des états d'un système n'est pas modifiée par un changement de base. En effet, étant donné un modèle d'état d'un système ( $\dot{x} = Ax + Bu + Eq(t)$ ,  $y = Cx(t)$ ) pour lequel correspond la matrice de commandabilité donnée par l'équation (III.9) et pour la matrice d'observabilité donné par l'équation (III.12), et soit le changement de base ( $x = Tz$ ). Le modèle (A, B, C) devient grâce à cette transformation celui de l'équation(III.7) où les matrices sont exprimées par les relations (III.8).La démonstration qui suit montre que si la matrice de commandabilité du modèle (A, B, C) est de rang plein, celle du nouveau modèle (A<sub>1</sub>, B<sub>1</sub>, C<sub>1</sub>) l'est aussi. [10]

- La matrice de commandabilité du modèle (A<sub>1</sub>, B<sub>1</sub>, C<sub>1</sub>) est donnée par

$$Q_c = [B_1 \quad A_1 B_1 \quad A_1^2 B_1 \quad \dots \quad A_1^{n-1} B_1] \quad (III.13)$$

$$Q_c = [T^{-1}B \quad (T^{-1}AT)T^{-1}B \quad (T^{-1}AT)^2 T^{-1}B \quad (T^{-1}AT)^{n-1} T^{-1}B] \quad (III.14)$$

Comme  $(T^{-1}AT)(T^{-1}AT) = T^{-1}A^2T$  (puisque  $TT^{-1}=I$ ), de proche en proche on montre facilement que  $(T^{-1}AT)^k = T^{-1}A^kT$ . l'équation (III.14) devient alors

$$Q_c = [T^{-1}B \quad T^{-1}AB \quad T^{-1}A^2B \quad T^{-1}A^{n-1}B] \quad (III.15)$$

$$Q_c = T^{-1}[B \quad AB \quad A^2B \quad A^{n-1}B] \quad (III.16)$$

$$Q_c = T^{-1}Q \quad (\text{III.17})$$

Comme T est de rang plein égal à (n), puisqu'elle est inversible, par conséquent

$$\text{rang}(Q_c) = \text{rang}(Q) \quad (\text{III.18})$$

Car si  $E = xy$   $\text{rang}E = \min(\text{rang}(x), \text{rang}(y))$

### III-6 Dualité des notions de commandabilité et d'observabilité

Les notions d'observabilité et de commandabilité sont deux notions duales. Pour le montrer nous considérons les deux systèmes (S) et (S\*) définis par :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu & \dot{x}^* &= A^T x^* + C^T u^* \\ y &= Cx & y^* &= B^T x^* \end{aligned}$$

(S\*) est appelé système dual ou adjoint de (S).

Il est possible de démontrer que (S) est commandable si et seulement si (S\*) est observable et que (S) est observable si seulement si (S\*) est commandable. [9]

En effet, (S\*) est observable si et seulement si

$[B^T \quad B^T A^T \quad A^2 B^T \quad A^{n-1} B^T]^T$  est de rang n c'est-à-dire si et seulement si

$[B \quad AB \quad A^2 B \quad A^{n-1} B]^T$  Soit encore si et seulement si (S) est commandable.

Observabilité (A, C)  $\equiv$  commandabilité (A<sup>T</sup>, C<sup>T</sup>)

Commandabilité (A, B)  $\equiv$  Observabilité (A<sup>T</sup>, B<sup>T</sup>)

### III-7 Pôles d'un modèle d'état

Dans la représentation transfert les pôles du modèle sont les racines de son polynôme caractéristique qui est le dénominateur de sa fonction de transfert. En représentation d'état cette équation caractéristique est donnée par :

$$D(p) = \det(pI - A) \quad (\text{III.19})$$

Par conséquent, les pôles du modèle dans la représentation d'état sont les valeurs propres de la matrice système  $A$  puisque les racines du polynôme  $D(p)$  constituent les valeurs propres de la matrice  $A$ . Le nombre de pôles est donc égal au nombre des états du modèle. Ce nombre correspond à l'ordre du modèle qui est la dimension du vecteur d'état  $x(t)$ . [10]

### III-8 Passage du modèle d'état au modèle transfert

Pour calculer le modèle transfert équivalent au modèle d'état de l'équation (III.3) il faut d'abord imposer que les conditions initiales soient égales à zéro. (Donc  $x_0 = 0$ ). Il suffit ensuite de calculer la transformation de Laplace du modèle d'état et calculer enfin le rapport entre les sorties et les entrées de commande d'un côté et de perturbation de l'autre côté. On obtient :

$$\begin{cases} px(p) = Ax(p) + Bu(p) + Eq(p) \\ y(p) = Cx(p) \end{cases} \quad (\text{III.20})$$

$p$  étant un scalaire, le produit  $px(p)$  donne un vecteur. D'un autre côté  $A$  étant une matrice carrée de dimension  $n$ , le produit  $Ax(p)$  donne une matrice de même dimension que  $A$ . par conséquent, afin de pouvoir factoriser à droite le vecteur  $x(p)$ , on doit multiplier le vecteur  $px(p)$  par la matrice identité ayant la même dimension que  $A$ . [10]

L'équation (III.20) devient :

$$\begin{cases} (pI - A)x(p) = Bu(p) + Eq(p) \\ y(p) = Cx(p) \end{cases} \quad (\text{III.21})$$

En multipliant à gauche l'équation dynamique par l'inverse de la matrice  $(pI - A)$ ,

On obtient :

$$\begin{cases} x(p) = (pI - A)^{-1}Bu(p) + (pI - A)^{-1}Eq(p) \\ y(p) = Cx(p) \end{cases} \quad (\text{III.22})$$

Tel que :

$$\mathbf{y}(p) = \mathbf{C}(pI - A)^{-1}Bu(p) + C(pI - A)^{-1}Eq(p) \quad (\text{III.23})$$

Posant :

$$G_u(p) = \mathbf{C}(pI - A)^{-1}B \quad \text{et} \quad G_q(p) = \mathbf{C}(pI - A)^{-1}E \quad (\text{III.24})$$

$G_u(p)$  : est la matrice fonction de transfert vis-à-vis des entrées de commande

$G_q(p)$  : est la matrice fonction de transfert vis-à-vis des entrées de perturbation

Dans le cas des systèmes monovariables  $G_q(p)$  et  $G_u(p)$  sont des scalaires.

### **III.9 Commande par retour d'état**

La commande par retour d'état est un moyen de modifier le comportement en boucle fermée d'un système dynamique donné par une représentation d'état connue.

#### **III.9.1 Principe de base pour le calcul de la loi de commande par retour d'état**

Le principe de commande par retour d'état consiste à déterminer une loi de commande  $\mathbf{u}$  qui permet de résoudre des problèmes de commande tels que (régulation, asservissement, rejet de perturbation, découplage, stabilisation ...etc.).

Lorsque cette commande est tout simplement calculée puis appliquée directement au système sans tenir compte de son état, on parle de commande en boucle ouverte.

Comme les limites de ce type de commande ne sont pas à démontrer, il est nécessaire de la calculée de sorte qu'elle tienne compte de l'évolution interne de l'état du système.

Or, la représentation d'état permet d'utiliser non seulement la sortie du système, mais aussi les états internes de celui-ci. On parle alors de commande en boucle fermée. [11]

Grace à cette commande on peut résoudre les trois problèmes de base de la loi de commande :

- Modifier la dynamique du système donc le régime transitoire des réponses temporelles du système (modifier ses pôles).
- Imposer un régime permanent (problème de suivi de consigne).
- Rejeter les perturbations éventuelles.

**III-10 commande par le retour d'état pour les systèmes continus :**

Soit un système linéaire continu représenté par l'équation d'état différentielle suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Eq(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{III.25})$$

Afin d'améliorer les performances du système (stabiliser et imposer la dynamique, assure un suivi de consigne et rejeter les perturbations), la loi de commande qui permet de réaliser ces objectifs est donnée sous la forme :

$$u = -Kx + H\theta_{ref} + Mq \quad (\text{III.26})$$

Tel que  $\theta_{ref}$  ; La consigne du système en boucle fermée,  $K$  : Matrice de retour d'état (stabilise et impose la dynamique de la boucle fermée) ;  $H$  : Matrice d'intervention directe des grandeurs de consigne (sert à forcer les sorties à suivre les consignes) et  $M$  : Matrice d'intervention directe des grandeurs de perturbation (qui oblige les sorties à suivre les consignes même en présence des perturbations). [11]

La structure générale de la commande par retour d'état statique est illustrée par la Figure (III-2) :

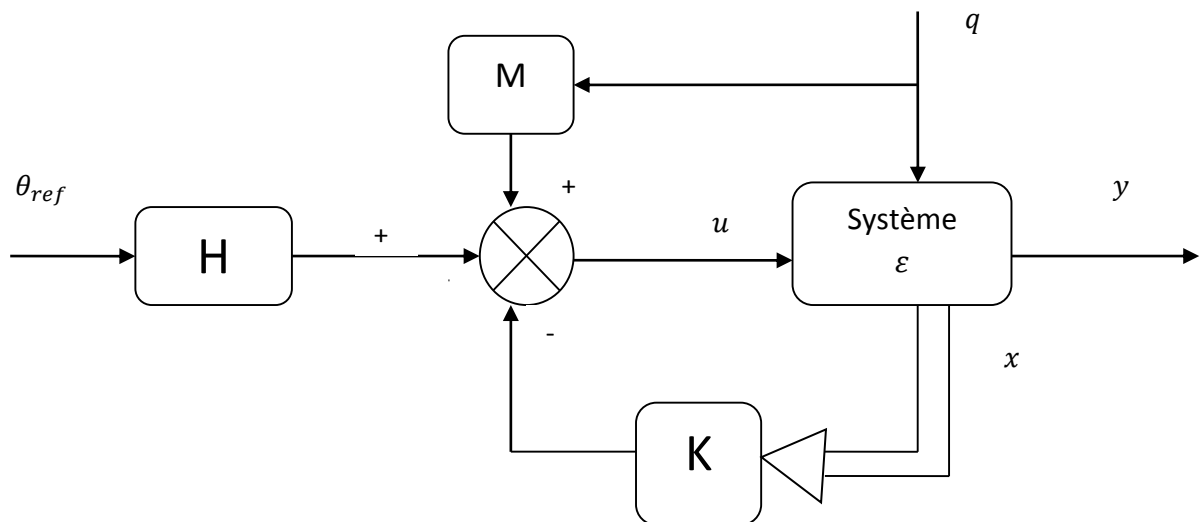


Figure III.4 : structure générale de la commande par retour d'état

**III-10-1 Imposition des pôles(régime dynamique) :**

- **La méthode par placement de pôles de la boucle fermée :**

Soit le système linéaire défini par sa représentation d'état (A ,B ,C,0) :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (\text{III.27})$$

Il est évident que pour pouvoir déplacer les pôles du système ceux-ci doivent impérativement être tous commandables. Comme ces pôles correspondent aux valeurs propres de la matrice système A, il suffit de modifier celles-ci pour déplacer les pôles du système en boucle fermée. On utilise pour cela la loi de commande, [11] :

$$u = -Kx \quad (\text{III.28})$$

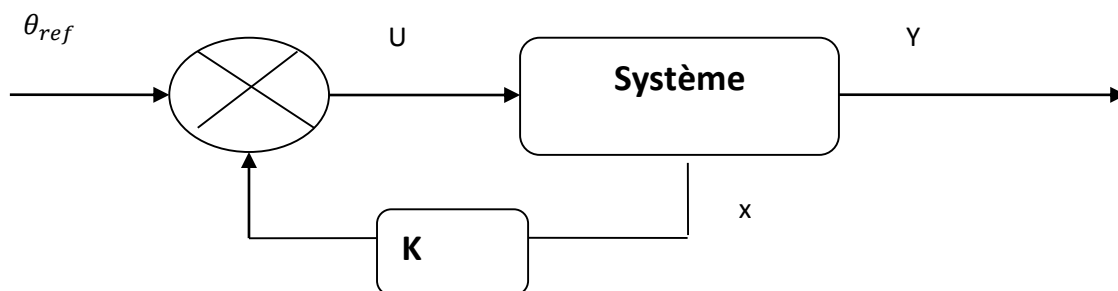
Dans ce cas ,en remplaçant  $u = -Kx$  dans l'équation (III.27) on obtient :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B(-Kx) \\ y = Cx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x} = (A - BK)x \\ y = Cx \end{cases} \quad (\text{III.29})$$

Les nouveaux pôles du système sont maintenant les valeurs propres de (A-BK)

Qui dépendent bien de la matrice K.

L'objectif à atteindre est d'imposer des valeurs données aux valeurs propres de (A-BK) après quoi on calcule la matrice K.



FigureIII.5 : schéma bloc de retour d'état

▪ **Calcul du gain K de retour d'état :**

Soit le système défini par le triplet (A,B,C) et l'état x(t). on suppose que le système est commandable, c'est-à-dire que la matrice de commandabilité est de rang plein.

Soit le nouvel état z(t) associé au système mis sous la forme commandable représenté par le triplet (A<sub>c</sub>,B<sub>c</sub>,C<sub>c</sub>). L'état z ainsi que les matrices A<sub>c</sub>,B<sub>c</sub>,C<sub>c</sub> sont déterminés par la matrice de transfert T,[11]. avec Z=Tx tel que

$$x=T^{-1}Z \quad (III.30)$$

On remplace l'équation (III.30) dans (III.27) on aura :

$$\begin{cases} T^{-1}\dot{z} = AT^{-1}z + Bu \\ y = CT^{-1}z \end{cases} \quad (III.31)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{z} = TAT^{-1}z + TBu \\ y = CT^{-1}z \end{cases} \quad (III.32)$$

On pose :

$$\begin{aligned} A_c &= T^{-1}AT \\ B_c &= TB \\ C_c &= CT^{-1} \end{aligned} \quad (III.33)$$

On aura l'équation d'état avec le changement de base :

$$\begin{cases} \dot{z} = A_c z + B_c u \\ y = C_c z \end{cases} \quad (III.34)$$

La loi de commande par retour d'état s'écrit donc sous la forme :

$$u = -Kx + \theta_{ref} \quad (III.35)$$

$$u = -KTz + \theta_{ref} \quad (III.36)$$

$$u = -K_c z + \theta_{ref} \quad (III.37)$$

On remplace l'équation (III.37) dans (III.34) on aura :

$$\begin{cases} \dot{z} = A_c z + B_c(-K_c z + \theta_{ref}) \\ y = C_c z \end{cases} \quad (III.38)$$

On aura

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{z} = (A_c - B_c K_c)z + B_c \theta_{ref} \\ y = C_c z \end{cases} \quad (\text{III.39})$$

Où  $K_c$  est un gain du retour d'état dans la base commandable. Une fois  $K_c$  déterminé, un simple calcul  $K = K_c T^{-1}$  permet de calculer le retour d'état dans la base initiale. Dans la base commandable, les matrices  $A_c$  et  $B_c$  s'écrivent :

$$A_c = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & \cdots & \cdots & -a_{n-1} \end{bmatrix} \quad B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.40})$$

Où les coefficients  $a_i, i \in \{0, n-1\}$  sont les coefficients du polynôme caractéristique associé à la matrice  $A$ ,  $P_A(\lambda I_n - A) = \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \cdots + a_0$ . La matrice dynamique du système bouclé par le retour d'état s'écrit alors :

$$(A_c - B_c K_c) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_0 - K_{c1} & -a_1 - K_{c2} & \cdots & \cdots & -a_{n-1} - K_{cn} \end{bmatrix} \quad (\text{III.41})$$

La matrice  $(A_c - B_c K_c)$  est sous la forme commandable et on peut alors aisément calculer le polynôme caractéristique du système en boucle fermée  $P_{A_c - B_c K_c}(\lambda) = \det(\lambda I_n - A_c + B_c K_c) = \lambda^n + (a_{n-1} + K_{cn}) \lambda^{n-1} + \cdots + (a_0 + K_{c1})$ . Or, nous voulons placer les pôles de la boucle fermée en  $p_1 \cdots p_n$ . Le polynôme caractéristique de la boucle fermée est donc uniquement déterminé par le choix des pôles désirés et nous avons donc la relation :

$$(\lambda - p_1)(\lambda - p_2) \cdots (\lambda - p_n) = P_{des}(\lambda) = \lambda^n + f_{n-1} \lambda^{n-1} + \cdots + f_0 = P_{A_c - B_c K_c}(\lambda)$$

Nous en tirons donc les valeurs du gain  $K_c$  permettant d'obtenir le polynôme désiré et donc

Placer les pôles en  $p_1 \dots p_n$ :

$$\Rightarrow \begin{cases} K_{c1} = -a_0 + f_0 \\ K_{c2} = -a_1 + f_1 \\ \vdots \\ K_{cn} = -a_{n-1} + f_{n-1} \end{cases} \quad (\text{III.42})$$

Le gain du correcteur  $K$  dans la base initiale s'écrit alors :

$$K = [f_0 - a_0, \dots, f_{n-1} - a_{n-1}]T^{-1} \quad (\text{III.43})$$

Noton que la matrice de passage  $T$  doit vérifier :  $AT=TA_c$  et  $B=TB_c$  .

Ces deux dernières équations peuvent être résolues matriciellement en notant

$T=[T_1, T_2, \dots, T_n]$ , la dernière équation  $B=TB_c$  nous permet d'obtenir directement  $T_n=B$  .

L'utilisation de la première équation nous permet alors de résoudre à terme l'équation pour obtenir :

$$\begin{cases} T_n = B \\ T_{n-1} = AB + a_{n-1}B \\ T_{n-2} = A^2B + a_{n-1}AB + a_{n-2}B \\ \vdots \\ T_1 = (A^{n-1} + a_{n-1}A^2 + \dots a_1) \end{cases} \quad (\text{III.44})$$

Remarquons que cette dernière équation peut s'écrire d'une manière plus compacte :

$$T = [B, AB, A^2B, \dots, A^{n-1}B] \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_{n-1} & 1 \\ a_2 & \dots & \dots & 1 & 0 \\ \vdots & & & & \\ a_{n-1} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.45})$$

### III-10-2 Régime permanent (suivi de consigne) :

Considérons toujours le même système régi par l'équation (III.27)

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (\text{III.46})$$

Le problème de suivi de consigne dépend de l'erreur entre  $y$  et  $\theta_{ref}$ , c'est à partir de cette erreur qu'on calculera la matrice de suivi de consigne, pour cela on applique la loi de commande donnée par :

$$u = -Kx + H\theta_{ref} \quad (\text{III.47})$$

Les equations du système en boucle fermée, donnent :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B(-Kx + H\theta_{ref}) \\ y = Cx(t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x} = (A - BK)x + BH\theta_{ref} \\ y = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{III.48})$$

La grandeur  $\theta_{ref}$  devient maintenant la nouvelle entrée et pour que celle-ci corresponde à l'entrée de consigne, on doit calculer la matrice  $H$  de sorte que la sortie suive cette grandeur de consigne. Comme en régime dynamique, il n'y a que la matrice  $(A+BK)$  qui intervienne, on se contente d'égaliser les grandeurs  $y(p)$  et  $\theta_{ref}$  en regime permanent caractérisé par ( $p \rightarrow 0$ )

On a :

$$\dot{x} = (A - BK)x + BH\theta_{ref} \Rightarrow x = [pI - (A - BK)] \quad (\text{III.49})$$

Pour calculer la matrice  $H$ , on a l'équation de la sortie, on remplace l'équation (III.49) dans  $y(p) = Cx$  on aura :

$$y(p) = C(pI - (A + BK))^{-1}BH\theta_{ref} \quad (\text{III.50})$$

Lorsque  $\theta_{ref}$  est un échelon en régime permanent  $y(p) \rightarrow \theta_{ref}$  c'est-à-dire  $[y(p)/\theta_{ref}] = 1$  pour  $t \rightarrow \infty$  autrement dit, [10]

$(C(-(A + BK))^{-1}BH) = 1$  pour  $p \rightarrow 0$  donc la matrice  $H$  est :

$$H = (C(-(A + BK))^{-1}B)^{-1} \quad (\text{III.51})$$

**III-10-3 Rejet de perturbation :**

le problème du rejet de perturbation est semblable à celui du suivi de consigne .En effet, le régulateur ne rejette pas ces perturbations, lorsque ces dernières sont nulles le problème ne se posera pas. Par contre, dès qu'elles interviennent, la sortie n'est plus égale à sa valeur de consigne, et pour corriger cet écart, il suffit de modifier la consigne (la multiplier par un coefficient ), ainsi l'écart par rapport à la nouvelle consigne correspond à un écart nul par rapport à la consigne désirée, [11].

La résolution de ce problème consiste à appliquer sur la loi de commande :

$$u = Kx + H\theta_{ref} + Mq \quad (III.52)$$

En boucle fermée on obtient :

$$\begin{cases} \dot{x} = (A + BK)x + BK\theta_{ref} + (E + BM)q \\ y = Cx \end{cases} \quad (III.53)$$

Le système étant linéaire, on peut calculer la fonction de transfert par rapport à la perturbation  $q(t)$  ( on considère  $\theta_{ref}=0$  ) et pour garantir un rejet de perturbation, il suffit que :

$y(t)/q(t) = 0$  pour  $t \rightarrow \infty$  c'est-à-dire :

$$x(pI - (A - Bk)) = (B.M + E)q \quad (III.52)$$

$$x = (pI - (A - Bk))^{-1}(B.M + E)q \quad (III.53)$$

On remplace dans  $y=Cx$

On aura :

$$y = C(pI - (A - Bk))^{-1}(B.M + E)q \quad (III.54)$$

$$\frac{y}{q} = 0 = C(pI - (A - Bk))^{-1}(B.M + E) \quad (III.55)$$

$$C \left( (-A - BK) \right)^{-1} BM + C \left( (-A - BK) \right)^{-1} E = 0 \quad (III.56)$$

Donc :

$$\Rightarrow M = [C((-A - BK))^{-1}B]^{-1}[-C(-A - BK)]^{-1} \quad (\text{III.57})$$

### III-11- Commande par retour d'état avec un observateur

#### III-11-1 Objectif d'un observateur

En général, pour des raisons techniques et économiques, l'état du système n'est pas complètement accessible. En effet, la complexité de la réalisation de la technique ainsi que des coûts prohibitifs pour l'implantation de plusieurs capteurs peuvent réduire considérablement le nombre d'état mesurés. On peut alors considérer que, pour la grande majorité des systèmes, la dimension du vecteur d'état est supérieure à celle du vecteur de sortie. Cette considération signifie que pour un instant  $t$ , le vecteur  $x(t)$  ne peut pas être complètement mesuré ou déduit des sorties. Cependant, moyennant des conditions d'existence, l'état peut être reconstruit à l'aide d'un observateur. Ainsi, un dimensionnement judicieux d'un observateur doit permettre une estimation précise et rapide de la valeur des composantes du vecteur d'état  $x(t)$ . [12]

#### III-11 -2 Structure d'un observateur

De nombreuses méthodes de commandes des processus utilisent le principe du retour d'état (commande optimale, découplage, placement de pôles,.....). Comme dans la plupart des cas, les seules grandeurs accessibles du système sont les variables d'entrée et de sortie, il est nécessaire, à partir de ces informations, de reconstruire tous les états du modèle choisi pour élaborer la loi de commande. Toutes les composantes du vecteur d'état du modèle vont être reconstituées par un observateur.

Le principe de construction d'un observateur consiste à la dynamique du vecteur d'état estimé en tenant compte de l'écart entre la sortie réelle et la sortie reconstruite. Un observateur d'état est un système dynamique d'ordre inférieur ou égal à celui du système. Lors de la définition du vecteur d'état, on peut utiliser la grandeur de la sortie pour déterminer partiellement le vecteur d'état, on parlera alors d'observation d'ordre réduit. Ce point ne fera pas l'objet de cette étude et on se limitera à un observateur complet. [12]

La *Figure (III.4)*, représente le Schéma de la commande associant une commande par retour d'état associée à un observateur.

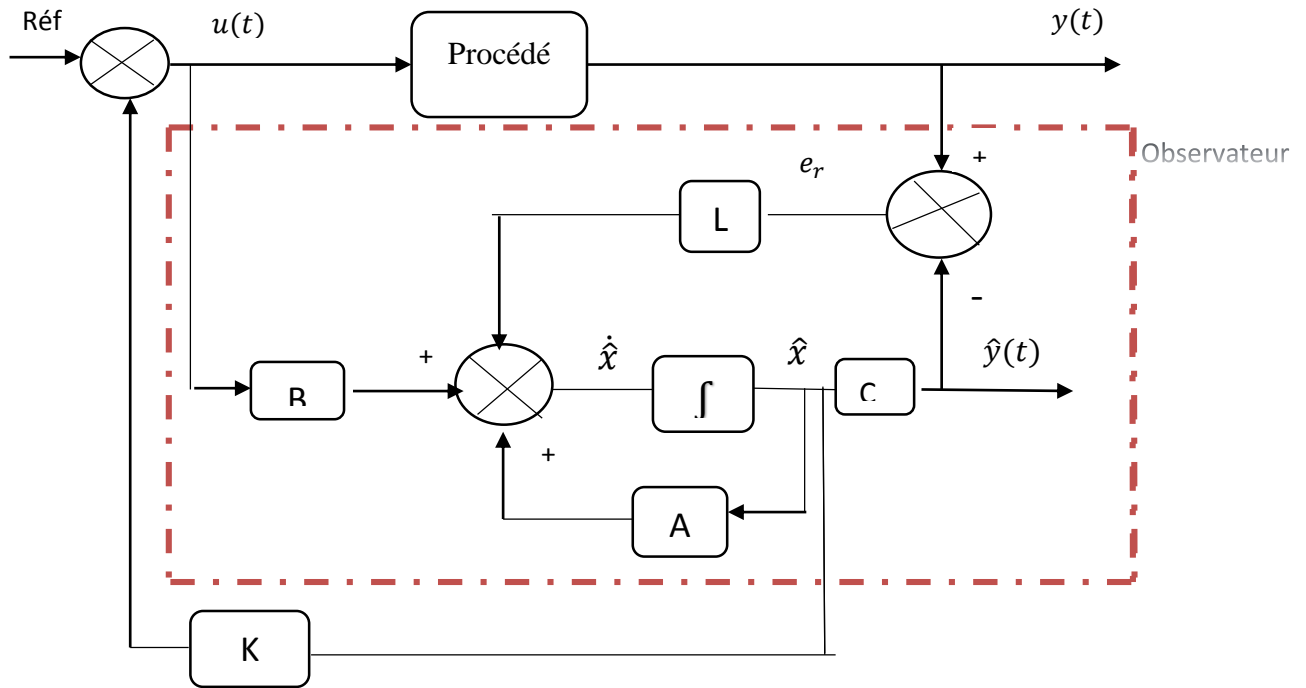


Figure III.6 : Schéma-bloc système + observateur avec la représentation d'état

### III.11.3 Observateur de Luenberger

Le modèle d'état (A, B, C) étant connu, on peut construire un observateur par une simple copie du système :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (III.58)$$

Comme l'état n'est en général pas accessible, un observateur consiste à réaliser une commande par retour d'état, ou cet estimé est noté  $\hat{x}(t)$ . Cette estimation est réalisée par un système dynamique dont la sortie sera précisément  $\hat{x}(t)$  et l'entrée sera constituée de l'ensemble des informations disponibles, c'est-à-dire  $u(t)$  et  $y(t)$ . La structure d'un observateur est de la forme :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L[y - \hat{y}] \\ \hat{y} = C\hat{x} \end{cases} \quad (III.59)$$

Où apparaît clairement le terme correctif en fonction de l'erreur de reconstruction de la sortie  $[y - \hat{y}]$ , tel que  $L[y - \hat{y}]$  est le terme de correction et le gain de correction L, appelé gain de l'observateur est à déterminer.

$$\begin{aligned} e_r &= x - \hat{x} = y - \hat{y} \\ \dot{e}_r &= \dot{x} - \dot{\hat{x}} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} \end{aligned} \quad (III.60)$$

$$\dot{e}_r(t) = Ax + Bu - [A\hat{x} + Bu + L[y - \hat{y}]] \quad (III.61)$$

$$\dot{e}_r(t) = Ax + Bu - [A\hat{x} + Bu + LC[x - \hat{x}]] \quad (\text{III.62})$$

$$\dot{e}_r(t) = A[x - \hat{x}] - LC[x - \hat{x}] \quad (\text{III.63})$$

$$\dot{e}_r(t) = [A - LC]e(t) \quad (\text{III.64})$$

$$e_r(t) = e^{(A-LC)t}e(0) \quad (\text{III.65})$$

La conception de l'observateur revient à calculer le gain L pour que l'erreur d'estimation  $e_r(t)$  converge vers zéro le plus rapidement possible. Ce problème est exactement le même que celui de placement de pôles vu dans la commande par retour d'état

Systeme dual :

On a  $A_o = A_{sys}^T \Rightarrow A_{sys} = A_o^T$ ;  $B_o = C^T \Rightarrow C = B_o^T$ ;  $K_o = -L^T \Rightarrow L = -K^T$

Alors  $(A - LC) = (A_o^T + K_o^T B_o^T) = (A_o + K_o B_o)^T$

Tel que  $A_o$  est la matrice de l'observateur et  $A_{sys}$  est la matrice du système.

Calculer L pour que les valeurs propres de (A-LC) soient égales aux valeurs propres désirées choisies pour la dynamique désirée de l'observateur revient à calculer  $K_o$  pour que les valeurs propres de  $A_o + K_o B_o$  soient égales aux valeurs désirées.

Commandabilité de  $(A_o, B_o) \equiv$  observabilité de  $(C, A)$ , pour calculer L, il faut que le système soit observable. [12]

### III.12 Résultats simulation

Après avoir appliqué la commande par retour d'état sur le moteur à courant continu à excitation indépendante. Nous allons présenter les courbes de simulation de l'évolution les grandeurs physiques du moteur à courant continu (position, vitesse et le courant de l'induit) en fonction du temps.

#### Paramètres de régulation :

Nous avons appliqué un échelon de référence de 110rd qui commence de la valeur 0.2s,  
Pôles du système=  $[-1.4000 + 1.4283i, -1.4000 - 1.4283i, -50]$ ,  $K = [-2.7950, -0.3929, 0.0640]$ ,  $H = [0.0640]$ ,  $M = [3.2989]$ ,

Les réponses indicielles de l'évolution des grandeurs physique du moteur à courant continu commandé par la représentation d'état sont données par les figures (III-7), (III-8), (III-9) :

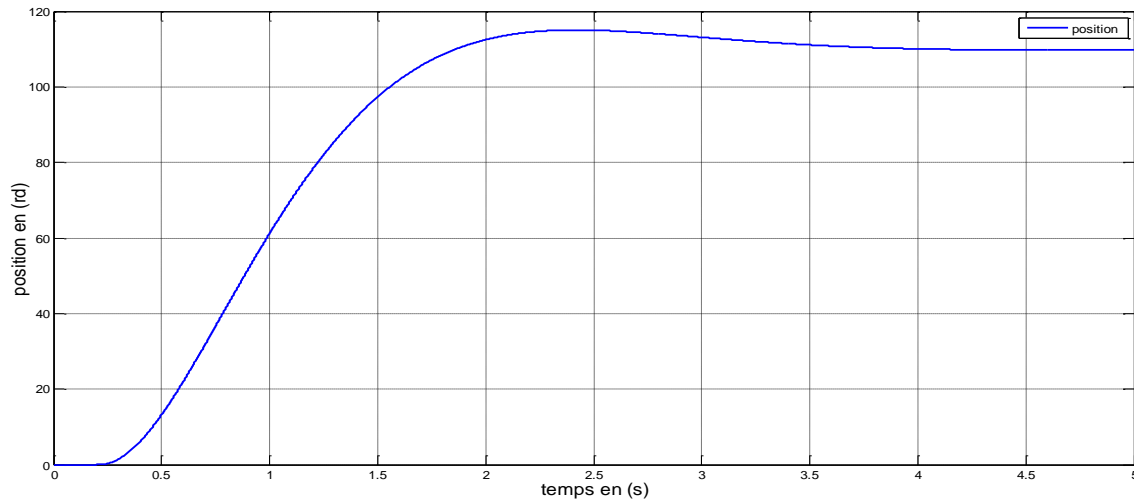


Figure III.7. Réponse indicielle de la position

La commande par retour d'état nous a permis de perfectionner la qualité de la réponse indicielle de la position, le temps de réponse est plus rapide par rapport au cas de la commande du moteur tout seul sans régulateur.

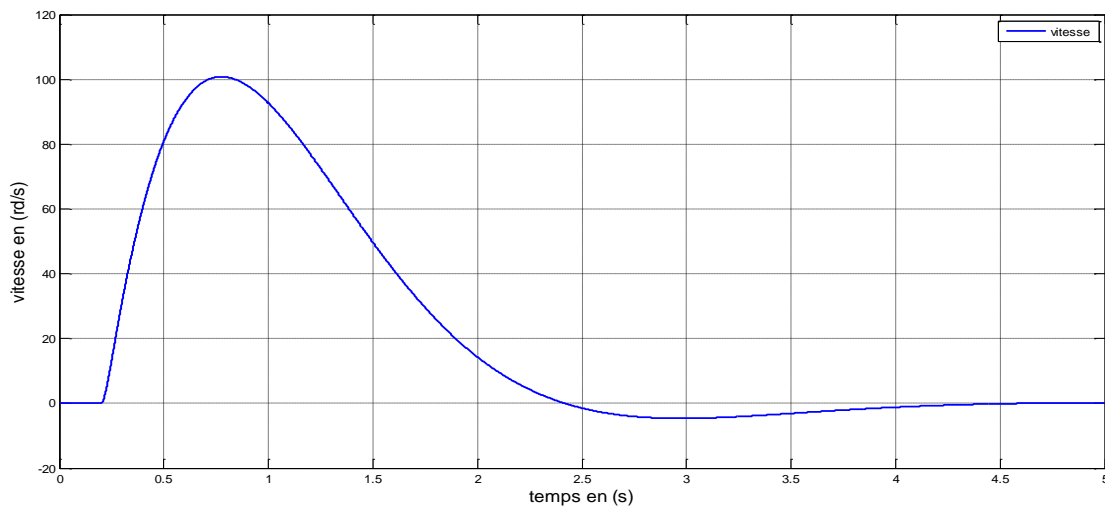


Figure III.8. Réponse indicielle de la vitesse

On voit bien qu'au démarrage la vitesse présente un pic important en régime transitoire de 100rd/s. La vitesse s'annule à partir de la valeur 5s au régime permanent. L'insertion de la commande par retour d'état a stabilisée la vitesse, en plus elle a annulé l'erreur statique par

rapport au cas sans régulation

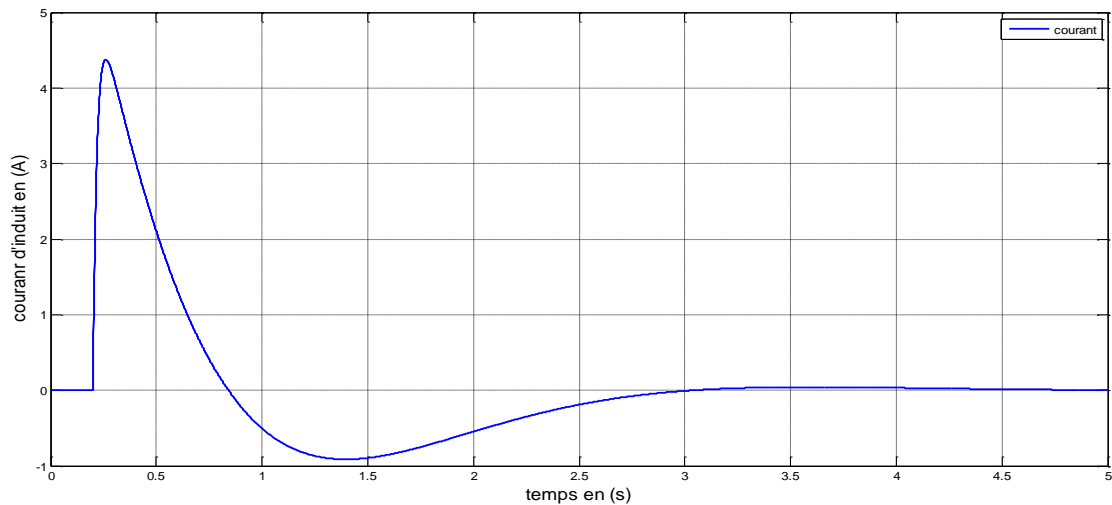


Figure.III.9 Réponse indicielle du courant

On voit que d'après la réponse indicielle du courant et après l'utilisation du capteur retour d'état le pic a diminué  $I_a=4.5A$ . En le comparant à celui obtenu dans le chapitre précédent sans capteur  $I_a=39A$ . La commande appliquée a annulé l'erreur statique au régime permanent.

### Conclusion

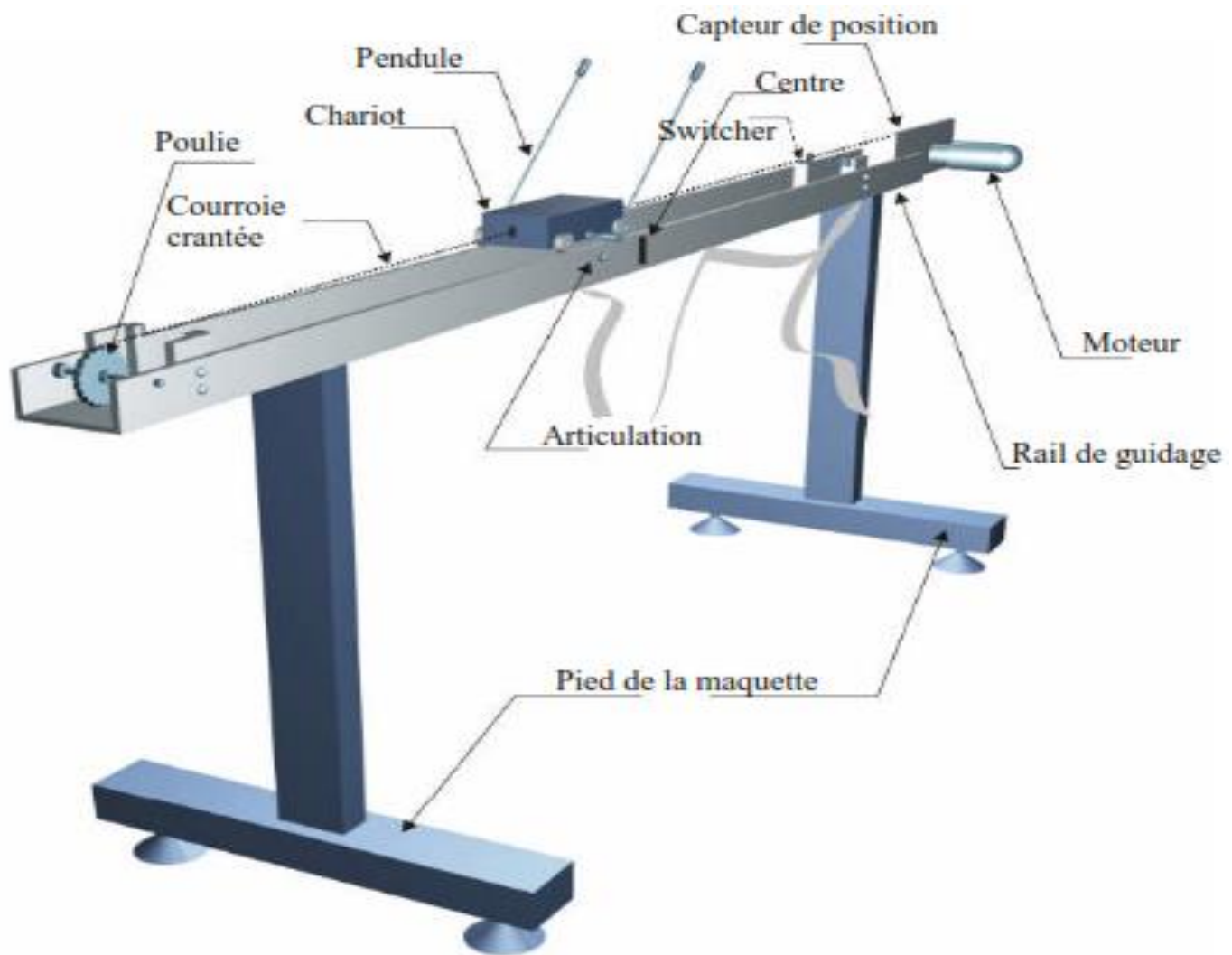
Dans ce chapitre, nous avons présenté la commande par retour d'état avec observateur et nous avons vu qu'avec cette commande appliquée sur un moteur à courant continu, il est possible de modifier la dynamique du système en déplaçant ses pôles et donc perfectionner la qualité de la réponse indicielle.

Dans le chapitre suivant, nous allons appliquer cette méthode sur le système réel ou bien sur le pendule inversé et nous allons nous intéresser au contrôle de la position du chariot.

# Chapitre IV

**Introduction :**

Nous présentons dans ce chapitre, un modèle non linéaire d'un système classique utilisé dans des applications de commande : le pendule inversé qui est une plate forme d'essai qui pose un problème d'instabilité. Ce pendule est celui disponible au laboratoire de conception et conduite des systèmes de production (L2CSP). Il est constitué d'un chariot mobile sur un rail et d'un pendule suspendu sur le chariot. Son principe de fonctionnement est très simple en théorie : en se basant sur le déplacement du chariot de sa position initiale vers d'autres positions dans l'espace du système, pour cela l'arbre du moteur va transformer le mouvement de rotation en un mouvement linéaire qui peut être géré par le moteur. L'objectif de ce travail est la commande de la position du chariot par retour d'état afin de maintenir ce dernier au centre du rail de guidage. La figure (IV.1) présente le schéma synoptique du banc d'essais du pendule inversé.



**Figure IV.1:** Synoptique de banc d'essais du pendule inversé

## **VI.1 Présentation du pendule inversé**

### **VI.1.1 Constituants du dispositif**

Nous considérons que la grandeur de commande de notre système est la force appliquée sur le chariot. Cette force sera dans les faits fournie par une chaîne d'actionneurs constituée de :

- ◆ Une alimentation à tension continue réglable analogiquement
- ◆ Un moteur à courant continu
- ◆ Une vis sans fin transformant le couple du moteur en une force appliquée sur le chariot : elle permet de transformer le mouvement de rotation de l'arbre du moteur en un mouvement de translation du chariot. [13]

### **VI.1.2 Description de la maquette :**

Cette maquette est composée d'une tige en aluminium à l'extrémité de laquelle est vissée une masselotte de forme cylindrique. Cette tige est fixée par une articulation pivotante sur un chariot qui peut se déplacer en glissant le long d'un rail de guidage horizontal. Le mouvement de rotation d'un moteur électrique est transformé en mouvement de translation du chariot par l'intermédiaire d'un ensemble de deux poulies et d'une courroie crantée. Le déplacement du chariot dans un sens ou dans un autre assure par réaction l'équilibre vertical du bras du pendule. En fait, ce genre de mécanisme est très fréquent. On en trouve dans toutes les imprimantes à jet d'encre ou dans toutes les machines à écrire électriques. [13]

### **VI.1.3 Dispositif de commande**

Un ensemble de capteurs et d'actionneur est installé sur la maquette. Deux capteurs sont disponibles :

- Un capteur de position délivre une image de la position du chariot sur son rail de guidage par rapport au centre de ce dernier. Si le chariot est situé à droite du centre, une valeur positive est mesurée. Le capteur utilisé est un potentiomètre multi-tours solidaire de l'axe du moteur. [13]
- Un capteur de position angulaire.

On souhaite contrôler la position du chariot, pour ce faire on est obligé de transformer le mouvement de rotation du moteur en un mouvement linéaire, l'idée c'est de déplacer le chariot d'une position initiale vers d'autres positions dans l'espace du système.

De plus, la course du chariot est limitée respectivement à gauche et à droite par deux butées mécaniques. Deux interrupteurs de fin de course sont placés en avant des butées mécaniques

par sécurité pour le moteur d'entraînement du chariot, et les limites de variation de position de chariot est de 50 cm.

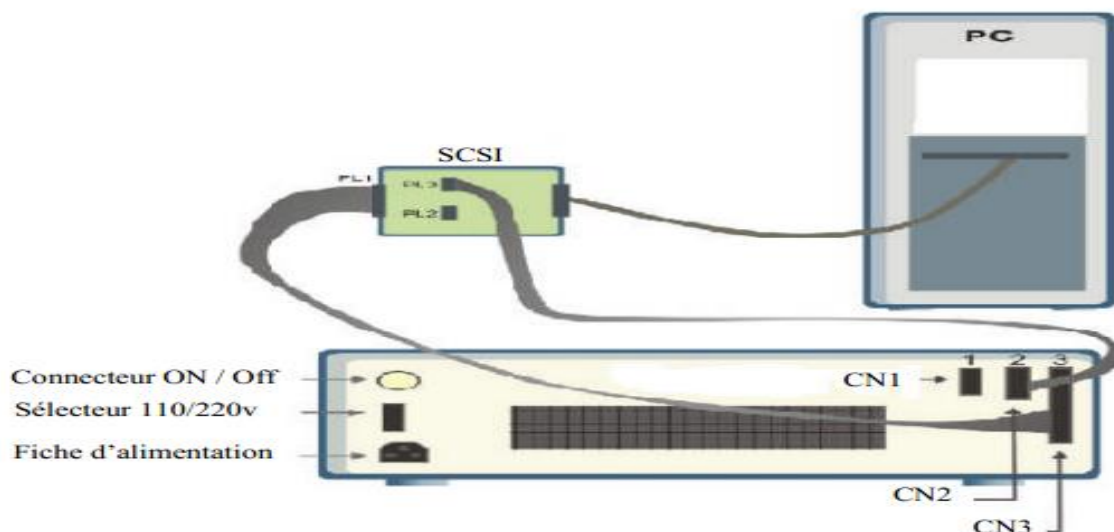
Le passage du chariot entraîne la fermeture d'un interrupteur provoquant la coupure de l'alimentation du moteur électrique. L'actionneur est un moteur électrique à courant continu commandé par l'induit. La commande du moteur est effectuée par un signal variant entre 0 et +5V

## IV.2 présentation du dispositif de contrôle et de commande

### IV.2.1 Armoire de commande

A l'arrière de l'armoire on trouve les différentes connectiques suivantes :

- **Connecteur ON / OFF** : fiche DIN pour connecter la boîte de l'intercepteur ON/OFF du moteur.
- **Sélecteur 110/220v**
- **Fiche d'alimentation 110/220v**
- **Connecteur CN3** : il se branche avec le PLI de la boîte d'adaptation, avec une large nappe 40 pistes. Les signaux sont ceux des deux capteurs de position, c'est des signaux digitaux sur 16 bits.
- **Connecteur CN2** : il se branche avec PL3, avec une nappe 20 pistes. Les signaux sont les tensions de commande du moteur.[13]
- **Connecteur CNI** : il se branche avec la partie mécanique. Les signaux sont ceux du moteur.



**Figure IV.2** : diagramme de connexion du dispositif de contrôle et de commande

### IV.2.2 L'adaptateur (SCSI) :

L'adaptateur SCSI est donné à la figure (IV.2) a comme rôle d'adapter les signaux entre la carte d'acquisition et les différents connecteurs de la base d'alimentation, et aussi séparer ces différents signaux en fonction de leurs types. La boîte dispose de quatre connecteurs :

- Un connecteur 68 pins pour connecter le câble global 68 pin SCSI de la carte d'acquisition.
- Un grand connecteur PLI pour les entrées digitales des capteurs de positions (deux encodeurs optiques).
- Un petit connecteur PL2 ou PL3 pour la sortie analogique (tension de commande du moteur).

### IV.2.3 Carte d'acquisition : ADVANTECH PCI 1711 (pci1711)

C'est une carte d'acquisition universelle qui est installée sur le port PCI du PC de commande et dispose de connecteurs extérieurs pour des entrée/sorties analogiques et digitales.

Ces principales caractéristiques sont :

- La fonction Plug & Play
- 16 entrées analogiques configurables simples (single-ended) ou source flottante
- Convertisseurs A/D industriels normalisés à approximations successives
- 12 bits utilisés pour la conversion des entrées analogiques
- La fréquence maximale d'échantillonnage est de 100 kHz
- Gamme des entrées analogiques programmable et contrôlable par software
- Chaque canal à sa gamme individuelle stockée dans la RAM de la carte
- 2 sorties analogiques (convertisseur D/A)
- 16 canaux d'entrées digitales
- 16 canaux de sortie digitales
- Un compteur/timer programmable
- Scanne automatique des gain/canaux.

Son principal rôle dans notre application, c'est qu'elle permet la commande digitale d'un système continu à travers un PC, en convertissant les signaux analogiques et numériques et vice-versa. Dans notre cas, on utilise :

- Une sortie analogique (convertisseur D/A) pour délivrer la tension de commande de référence.
- Les entrées digitales des deux encodeurs optiques pour mesurer la position du chariot.
- Une entrée analogique (convertisseur D/A) pour récupérer le retour tachymétrique du moteur. [14]

### IV.3 Environnement de développement

On peut tester directement le contrôleur qu'on a synthétisé en simulation sur le système physique réel, avec un simple PC de développement. En effet tous ce dont on a besoin est :

- Un PC standard (pour le développement et pour la commande)
- Une carte d'acquisition pour la conversion A/D et D/A
- Le système physique à commander
- Les logiciels nécessaires

La figure VI.3 représente un système de contrôle du pendule

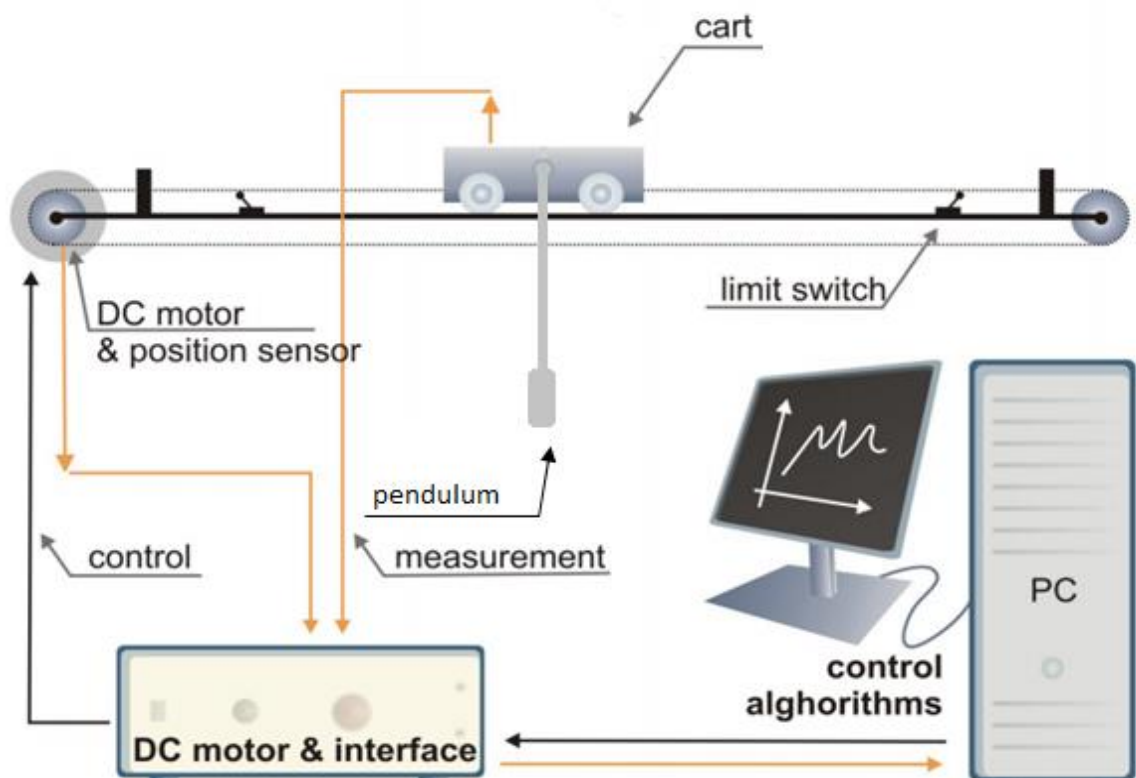


Figure IV.3 : Système de contrôle du pendule

Tels que :

**DC motor and interface** : Moteur et interface de C.C

**Control algorithms** : Commande des algorithmes

**DC motor and position sensor** : Moteur à C.C et capteur de position

**Limit switch**: Interrupteurs de fin de course

**Cart**: Le chariot

**Pendulum**: Le pendule [15]

Les logiciels utilisés sont :

**MATLAB** : Il joue le rôle d'une plateforme, où tous les autres composants s'exécutent, c'est l'environnement le plus utilisé dans le monde par les ingénieurs, il fournit plusieurs routines sophistiquées de calculs numérique.

**SIMULINK** : c'est un langage de haut niveau graphique, avec lequel on programme avec des objets ou blocs, ces objets peuvent être soit des blocs standards ou bien des blocs spécialisés écrit par l'utilisateur comme des S-fonctions

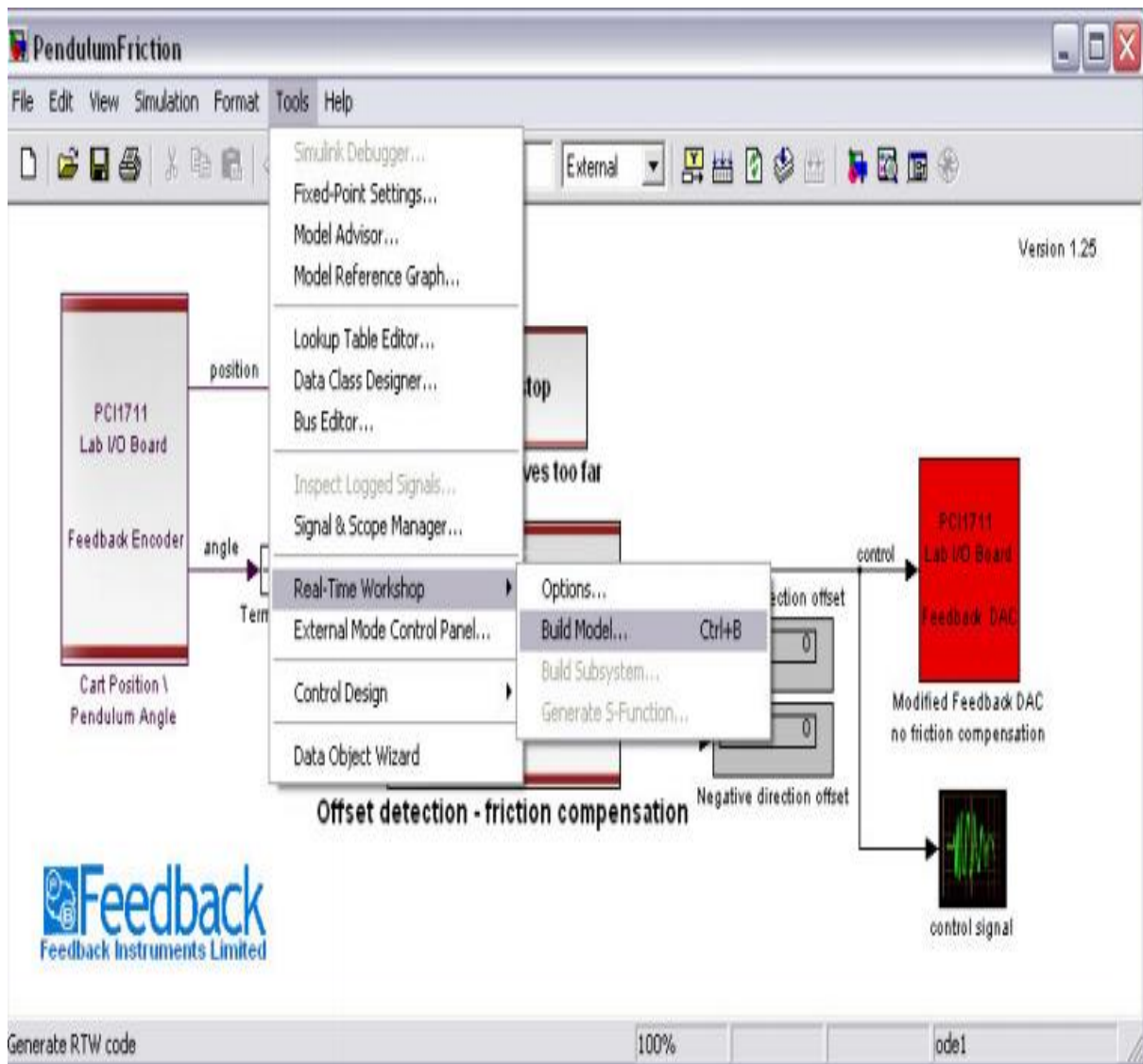
**REAL TIME WORKSHOP** : c'est le programme le plus important, qui génère automatiquement du code source C++ optimisé, à partir du modèle Simulink. De plus, ce code est paramétrable pour plusieurs targets (cible) d'implémentation

**Compilateur C++** : il compile le code généré par le real time workshop et fait l'édition des liens pour générer un exécutable qui communique avec la cible d'implémentation (Target), dans notre cas, le compilateur est VISUAL C++ 6.0 PRO.

**REAL TIME WINDOWS TARGET** : Dans le cas d'un environnement WINDOWS, ce petit noyau, est essentiel, son rôle est primordial, il assure le temps réel pour notre régulateur. Car WINDOWS est un OS événementiel donc il n'est pas temps réel. Il s'exécute comme un service résident dans le niveau zéro (mode noyau) et intercepte les interruptions matérielles avant WINDOWS, par la suite, il communique avec l'exécutable du régulateur et interface avec le système physique à travers la carte d'acquisition, en vue de contrôler le flux des données et de signaux du modèle (maintenant exécutable) vers le système physique et vice versa, [13].

#### IV.4 Commande par retour d'état en temps réel de la position du chariot

Les modèles en temps réel équipés de logiciel de la rétroaction doivent être établis avant qu'ils puissent être exécutés en temps réel. Si le modèle n'est pas choisi. On construit le modèle Workshop en temps réel, puis build model de menu d'outils.



**Figure IV.4 : Etablir un modèle**

Une fois que le modèle est établi, aller à la fenêtre de commande de Matlab attendre le progrès de la construction. Quand la construction est complète, vérifier qu'elle est réussie (c.-à-d. aucun message d'erreur n'a été affiché dans la fenêtre de commande), donc on peut maintenant faire fonctionner le modèle souhaité. [13]

La figure (IV-5) représente le schéma de commande de position en temps réel du chariot réalisé sous l'environnement Matlab Simulink.

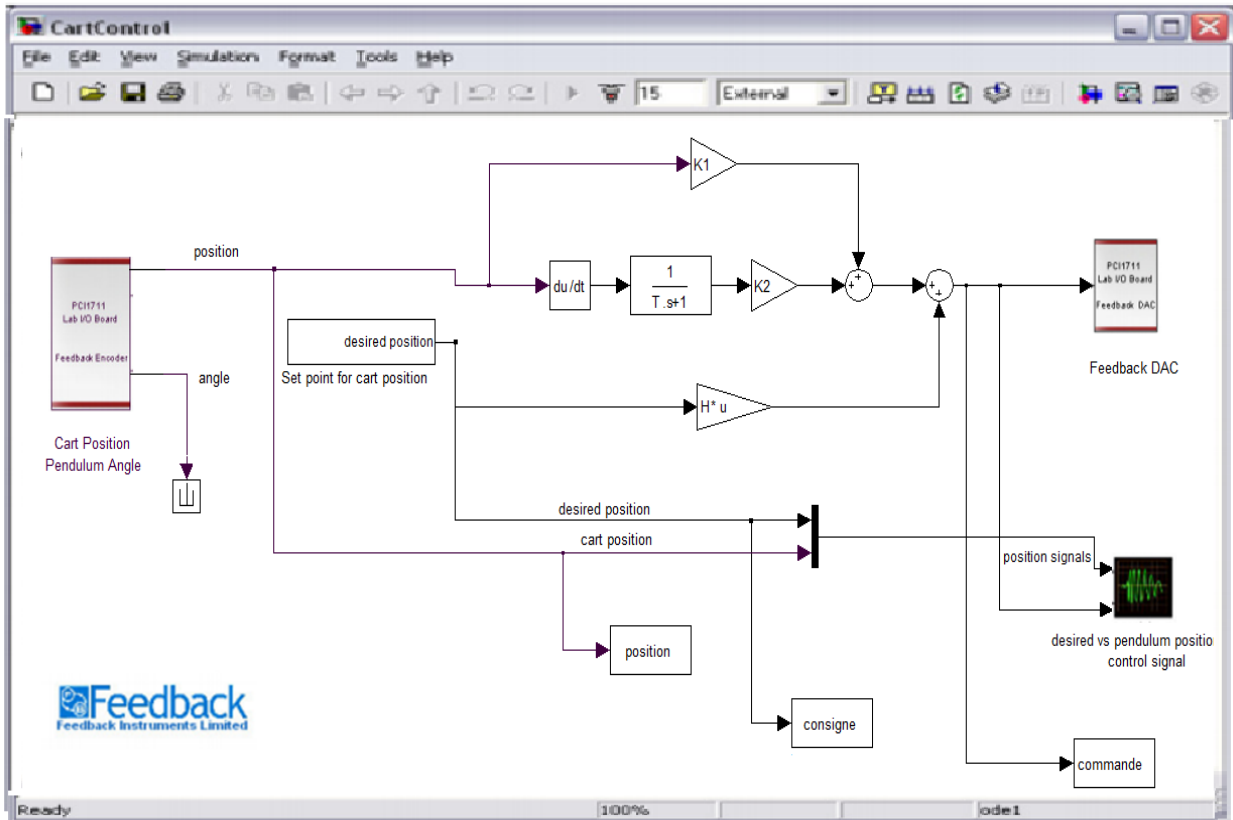


Figure IV.5 : commande de position en temps réel de chariot

On souhaite contrôler la position du chariot à l'aide d'une représentation d'état, pour ce faire on a besoin de calculer les matrices  $A_g, B_g, C_g$  à travers la fonction de transfert du système (Machine +chariot). La fonction de transfert de l'ensemble chariot-MCC est de l'ordre 4, et comme on n'a pas des capteurs de courant et de vitesse dans le laboratoire, pour cela on a approximé cette fonction du transfert à celle du deuxième ordre.

La fonction de transfert approximée du système de commande est :

$$G(p) = \frac{y(p)}{u(p)} = \frac{G_0}{p(Tp + 1)} \tag{IV.1}$$

Tel que

$G_0$  : le gain de la fonction de transfert

T : la constante de temps.

Le vecteur d'état :

$$x = \begin{pmatrix} y \\ \dot{y} \end{pmatrix} \quad (\text{IV.2})$$

Avec :

$y$  : Position du chariot

$\dot{y}$  : vitesse du chariot

On à la loi de commande

$$u = -Kx \quad (\text{IV.3})$$

La carte d'acquisition nous donne directement la position du chariot  $y$  et pour avoir la vitesse on insert un dérivateur en série avec un filtre, l'équation du filtre est :

$$F(p) = \frac{1}{1 + T_f p} \quad (\text{IV.4})$$

Tel que  $T_f = T/10$

L'insertion du filtre rajoute à la réponse de la sortie une constante du temps  $T_f$ , pour qu'elle ne suit pas l'échelon dès le départ et la vitesse ne tende pas vers l'infini.

Avec  $G_0 = 0.9857$  le gain statique  
 $T = 0.149$  la constante de temps

On aura  $A_g = [0 \quad 1, \quad 0 \quad -6.7114]$  ;  $B_g = [0 \quad 6.6154]$  ;  $C_g = [1 \quad 0]$ .

#### IV.5 Résultats expérimentaux

Une fois qu'on a calculé les matrices  $A_g, B_g, C_g$  et après avoir lancé modèle de la figure (IV.5) on obtient les résultats expérimentaux qui sont représentés ci-dessous :

Les essais expérimentaux consistent à changer la consigne dont on injecte un échelon une fois simple et une autre fois variable, au dernier essai on applique une perturbation externe et pour cela en tapant sur le chariot. Ces résultats seront présentés dans les Figures (IV-6), (IV-7), (IV-8).

**Paramètres de régulation :**

Pôles du système en boucle fermée  $[-5.6560 + 5.6577i \ -5.6560 - 5.6577i]$ ,  $K = [9.6743 \ 0.6954]$ ,

$H = [9.6743]$

**Test N°1 :** Dans cette première partie nous avons effectué un échelon simple à l'entrée.

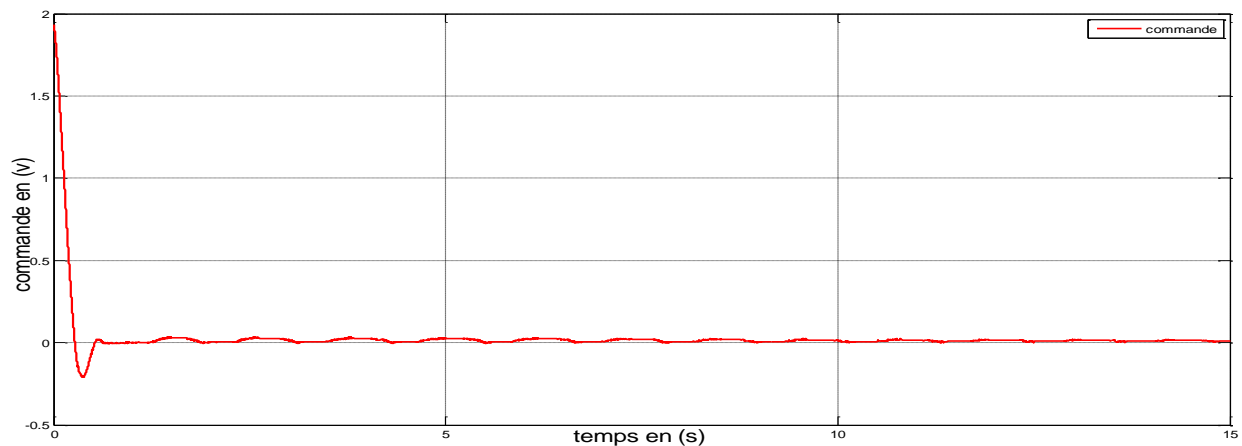


Figure IV-6 -a Commande simple appliquée en fonction du temps

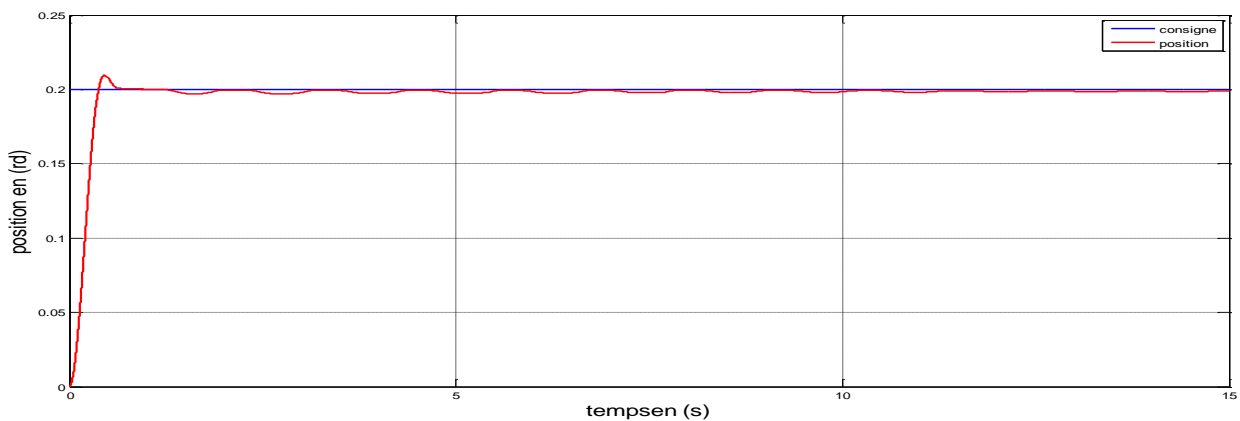


Figure IV-6 -b Position en fonction du temps

Dans ce premier test on remarque que la force appliquée par le moteur sur le pendule inversé représenté par la figure (IV-6-a) passe d'abord par un régime transitoire puis un régime permanent quand le couple électromagnétique est égal au couple résistant (masse du chariot plus le pendule). On voit quelques légères ondulations au régime permanent qui sont dues aux vibrations du pendule lors du déplacement du chariot. La figure (IV-6-b) représente la variation de la position en fonction du temps, quand on applique un échelon simple on remarque que la

réponse de la position suit le signal de référence et des petites oscillations qui sont dues au mouvement du pendule lors du déplacement du chariot.

**Test N°2 :** Dans cette première partie nous avons effectué un échelon variable à l'entrée.

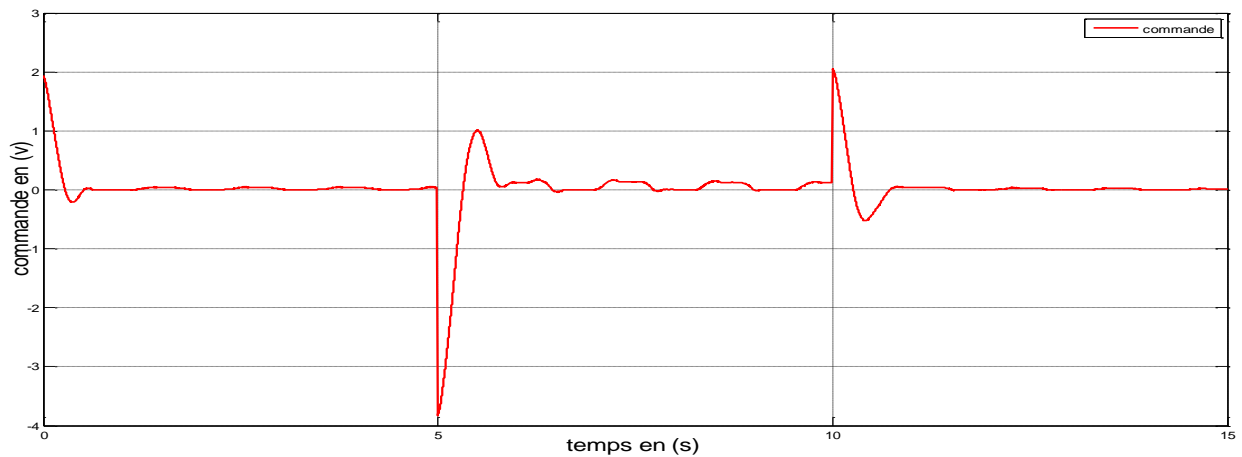


Figure IV-7-a Commande variable appliquée fonction du temps

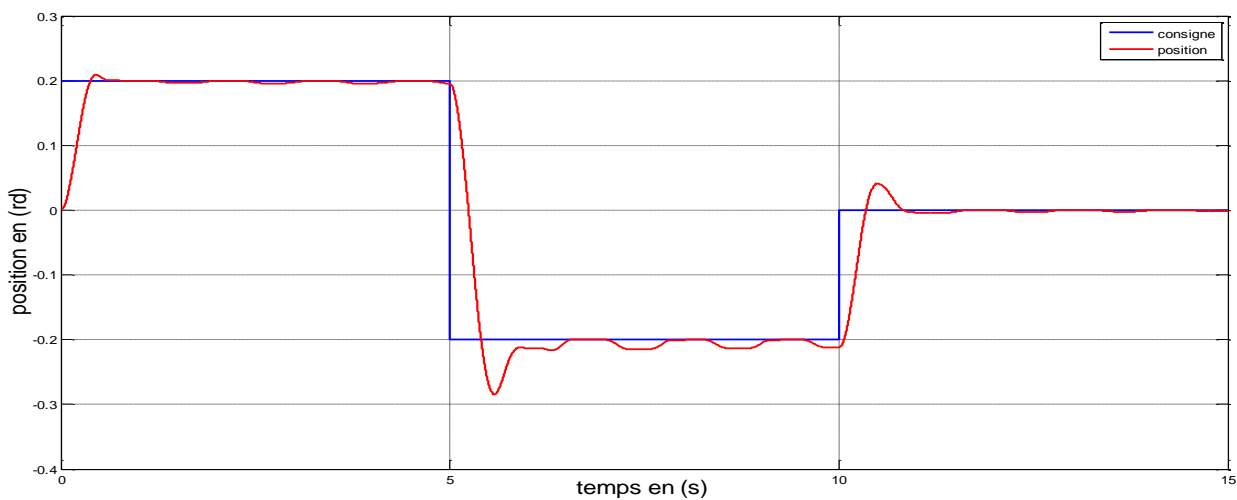
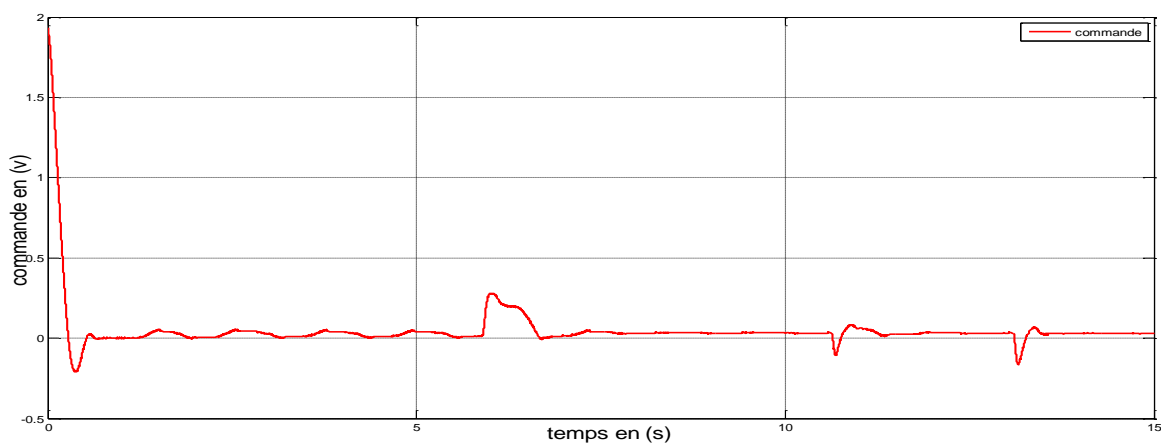


Figure IV-7-b Position en fonction du temps

Dans ce deuxième test on remarque que la force appliquée par le moteur sur le pendule inversé représenté par la figure (IV-7-a), chaque variation de l'échelon engendre une variation de la commande appliquée et à chaque variation la commande passe par un régime transitoire puis il se stabilise à un régime permanent. Les ondulations observées au régime permanent sont

dues aux vibrations du pendule lors du déplacement du chariot. La figure (IV-7-b) représente la variation de la position en fonction du temps. Quand on applique un échelon variable on remarque que la réponse de la position suit le signal de référence et les oscillations au régime permanent sont toujours dues au mouvement du pendule lors du déplacement du chariot. On remarque aussi que la réponse de la position passe par un régime transitoire les ondulations changent d'amplitude lors de la variation de l'échelon et ça est due à l'amplitude de la commande appliquée.

**Test N°3** Dans cette troisième partie nous avons effectué un échelon simple à l'entrée et une perturbation extérieure (en tapant sur le chariot).



7-a Commande variable appliquée fonction du temps

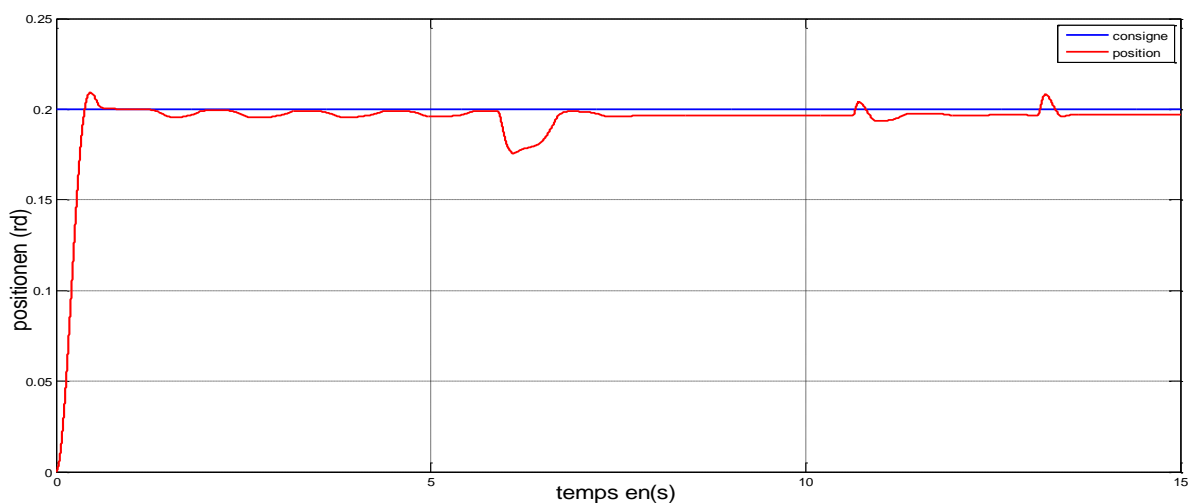


Figure IV-8-b Position en fonction du temps

La figure (IV-8-a) représente la commande simple appliquée par le moteur sur le chariot plus le pendule en fonction de temps. On observe une modification de l'allure de la figure (IV-8-a) lors de l'application de la perturbation extérieure (on tapant sur le chariot) dans des temps bien précis 6s dans le sens inverse de rotation du moteur, 10,6s et 13.1s dans le sens du rotation du moteur. La figure (IV-8-b) représente la variation de la position en fonction du temps prenant en compte les perturbations appliquées. Au début l'allure de la position suit la consigne et les légères ondulations sont dues aux vibrations du pendule mais dès qu'on applique une perturbation y'a une modification qui dépend du sens d'application de la force mais avec la commande appliquée (retour d'état) l'allure de la position revient toujours et son état initial au voisinage de la consigne.

### **Conclusion**

Dans la première partie de ce chapitre nous avons présenté la description de la maquette sur laquelle on a fait quelques essais sur la position du chariot en temps réel.

Dans la deuxième partie, nous avons utilisé la méthode de commande par retour d'état pour contrôler la position du chariot, plus les simplifications apportées à notre système pour le rendre linéaire.

La dernière partie est consacrée aux résultats de simulation de l'ensemble moteur à courant continu plus chariot en implémentant la commande par retour d'état pour plusieurs tests.

# Conclusion générale

---

## Conclusion générale

---

L'objectif de ce travail est l'implémentation de la commande en position d'un moteur à courant continu à excitation indépendante en utilisant une méthode de commande qui est la représentation d'état, ceci dans le but de contrôler la position d'un chariot qui est un système non linéaire et le maintenir au centre d'un rail du guidage.

En premier lieu, nous avons présenté des généralités sur les systèmes asservis en boucle fermée et en boucle ouverte et on a cité les performances dynamiques sur lesquelles on peut agir pour améliorer la qualité de la réponse du système.

Après avoir choisi le mode de commande du moteur qui est la commande par induit, nous avons modélisé le moteur par le biais des équations qui régissent son fonctionnement, après avoir simulé les différents grandeurs de la machine seule en boucle ouverte (position, vitesse et courant d'excitation et d'induit) les résultats obtenus présentent des imperfections au niveau de la qualité du régime transitoire (apparition des pics de valeurs importantes) et le régime permanent n'est pas atteint. Cependant il est noté que les systèmes asservis présentent des défauts, une précision insuffisante, stabilité trop relative, temps de réaction trop lent, un dépassement trop important, dans ce cas, il est indispensable d'utiliser un correcteur.

La recherche des performances toujours plus fines nous a conduit à déterminer des méthodes de commande pour perfectionner celle-ci. Dans notre travail nous avons utilisé la méthode de commande par retour d'état.

L'insertion de cette commande avec le moteur à courant continu à excitation indépendante nous conduit à des résultats plus satisfaisants (réduction de dépassement et l'annulation de l'erreur statique).

Pour contrôler la position angulaire du chariot, on a utilisé le moteur pour transformer son mouvement de rotation en un mouvement linéaire, l'idée c'est de déplacer le chariot d'une position initiale vers d'autres positions dans l'espace du système. Et pour maintenir le chariot au centre du rail du guidage on a inséré la commande par retour d'état dans le but d'avoir un système complet avec les exigences souhaitées. Dans ce cas pour se faire on a traité trois cas différents. Les essais de simulation consistent à changer la consigne dont on injecte un échelon une fois simple et une autre fois variable, au dernier essai on a appliqué une perturbation externe en tapant sur le chariot.

D'après les résultats expérimentaux effectués sur le pendule inversé en utilisant la méthode de commande par retour d'état pour maintenir le chariot au centre du rail de guidage on peut conclure que cette méthode est fiable pour avoir les performances souhaitées et on a observé ça dans le cas où on a appliqué une perturbation externe le système à tendance à revenir à sa position initiale.

---

## Conclusion générale

---

Ce qui reste à faire pour les travaux futurs pour améliorer et rendre ce travail rentable, c'est tester d'autres méthodes de commande (la transformation de Laplace) et comparer les résultats obtenus. Ensuite apporter plus d'amélioration en éliminant les ondulations dues aux vibrations du pendule.

# Références bibliographiques

- [1] P. Rousseau « Asservissement linéaire continu », Ellipses, Paris, 2004.
- [2] H.Egon, M. Marie et P.Porée « Traitement du signal et automatique », Hermann, Paris, 2000.
- [3] A.Rezzoug et M.Zaïm « Machines électriques non conventionnelles »Lavoisier, Paris, 2011.
- [4] G.Ferroux « Essais des machines à courant continu »L'université du Michigan, 2007.
- [5] P. Arrêt « Machines Electriques », Ellipses, Paris, 2002.
- [6] S.Wegrzyn « les bases de l'automatique »L'université du Winsconsin-Madison, 2009.
- [7] M.Morari « Robust Process Control », New Jersey, Prentice Hall, 1989.
- [8] El.K.Boukas « Systèmes Asservis », Presses enter Polytechnique, 1995.
- [9]S.Palanki « Synthesis of state feedback laws for end-point optimization in batch processes », University of Michigan, 1992.
- [10] L.Jaulin « Représentation d'état pour la modélisation et la commande des systèmes », Lavoisier, 2005.
- [11] B.Friedland «Control system design an introduction to state space methods» dover Books on Electrical Engineering, 2005.
- [12] D.Bensoussan « Commande moderne-Approche par modèles continus et discrets » Canada, 2008.
- [13] F.Lahouz « Mise en œuvre d'une stratégie de commande neuro floue : application à un pendule inverse », Mémoire de Magister, UMMTO, 2011

[14] C.Boussalem « Implémentation de régulateurs fractionnaires pour la stabilisation d'un pendule inversé », Mémoire de Magister, UMMTO, 2012

[15] Manuel d'installation du pendule inverse « Digital pendulum control Experiment »

# Annexe

# Annexe

## Paramètre de la simulation:

```
% Paramètres d'une machine à courant continu à excitation indépendante
% Fonctionnant à excitation constante Km=Mfd*if

Va=180;
Vf=180;

Ra=4.23;
La=0.0273;

Rf=240;
Lf=1.5489;

Mfd=0.58 ;

f=0.0012;
J=0.0051;

Cr=1.8;

A = 0.58 ;
K2=( Mfd) * (Vf/Rf) );

% modèle de la machine en représentation d'état

AA = [-Ra/La      -K2/La      0
       K2/J       -f/J        0
       0          1           0];

BB = [1/La
       0
       0];

EE = [0
       -1/J
       0];

CC = [0 0 1];

coef_sys = poly(AA) ;

% paramètres de la boucle fermée
wn = 2; %3*1/T;
z = 0.7;
Taj = wn/100;
% Poles de la boucle fermée
poles_bf1 = -z*wn + i*wn*sqrt(1-(z^2));
poles_bf2 = -z*wn - i*wn*sqrt(1-(z^2));
poles_bf3 = -1/Taj ;

polesbf = [poles_bf1 poles_bf2 poles_bf3];
```

```

coef_bf = poly([poles_bf1 poles_bf2 poles_bf3]) ;

difference = coef_bf-coef_sys;

Kc = fliplr(difference(2:length(difference)));
Kc1=(-z*wn + i*wn*sqrt(1-(z^2)-poles_bf1));
T3 = BB;
T2 = AA*T3 + coef_sys(4)*BB;
T1 = AA*T2 + coef_sys(3)*BB;

T = [T1 T2 T3];

AAc = T*AA*inv(T);
BBc = T*BB;
CCc = CC*inv(T);
EEc = T*EE;

% calcul de K
Km = Kc * T;

K = acker(AA,BB,polesbf);
AAbf = AA - BB*K;

H = inv(CC * (-inv(AAbf))*BB);

M = - inv(CC * (-inv(AAbf))*BB) * (CC * (-inv(AAbf))*EE);

AAA=transpose(AA);
BBB=transpose(CC);

O =acker(AAA,BBB,polesbf/10);

KK=transpose(O);
AAAbf= AAA - BBB*O;

% modèle du système à 3 états
AA = [-Ra/La      -K2/La      0
       K2/J       -f/J        0
       0          1           0];

BB = [1/La
      0
      0];

EE = [0
      -1/J
      0];

CC = [0 0 1];
% Poles de la boucle fermée
poles_bf1 = -z*wn + i*wn*sqrt(1-(z^2));
poles_bf2 = -z*wn - i*wn*sqrt(1-(z^2));
poles_bf3 = -1/Taj ;

```

```

% modèle du système à 4 états

AA = [-Ra/La    -k2/La    0    0
      k2/J      -f/J      0    0
      0         0         0    1
      0         G0/T     0   -1/T];

BB = [1/La
      0
      0
      0];

EE = [0
      -1/J
      0
      0];

CC = [0 0 1 0];

% Poles de la boucle fermée

poles_bf1 = -z*wn + i*wn*sqrt(1-(z^2));
poles_bf2 = -z*wn - i*wn*sqrt(1-(z^2));
poles_bf3 = -1/Taj ;
poles_bf4 = -1/Taj ;

% modèle du système à 2 états

AAg = [0  1
       0 -1/Tglobal];
BBg = [0
       G0global/Tglobal];
CCg = [1  0];

% paramètres de la boucle fermée
wn = 8; %3*1/T;
z = 0.707;
Taj = wn/100;
% Poles de la boucle fermée
poles_bf1 = -z*wn + i*wn*sqrt(1-(z^2));
poles_bf2 = -z*wn - i*wn*sqrt(1-(z^2));

polesbf = [poles_bf1 poles_bf2 poles_bf3 poles_bf4];
coef_bf = poly([poles_bf1 poles_bf2 poles_bf3]) ;
difference = coef_bf-coef_sys;
Kc = fliplr(difference(2:length(difference)));

T3 = BB;
T2 = AA*T3 + coef_sys(4)*BB;
T1 = AA*T2 + coef_sys(3)*BB;

T = [T1 T2 T3 T4];

AAc = T*AA*inv(T);
BBc = T*BB;
CCc = CC*inv(T);

```

```

EEc = T*EE;

calcul de K
K = Kc * T;

K = acker(AA,BB,polesbf);
AAbf = AA - BB*K;

H = inv(CC * (-inv(AAbf))*BB);

polesobs = 10*[poles_bf1 poles_bf2 poles_bf3 poles_bf4 ];

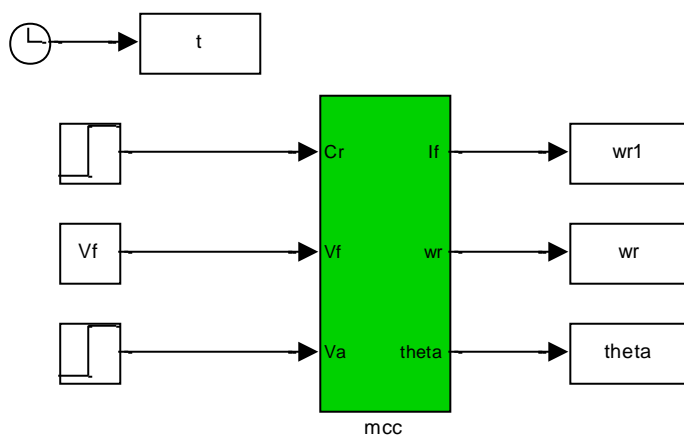
Obs = (acker(AA',CC',polesobs))';

LL = inv(CC * (-inv(AA - Obs*CC))*EE);

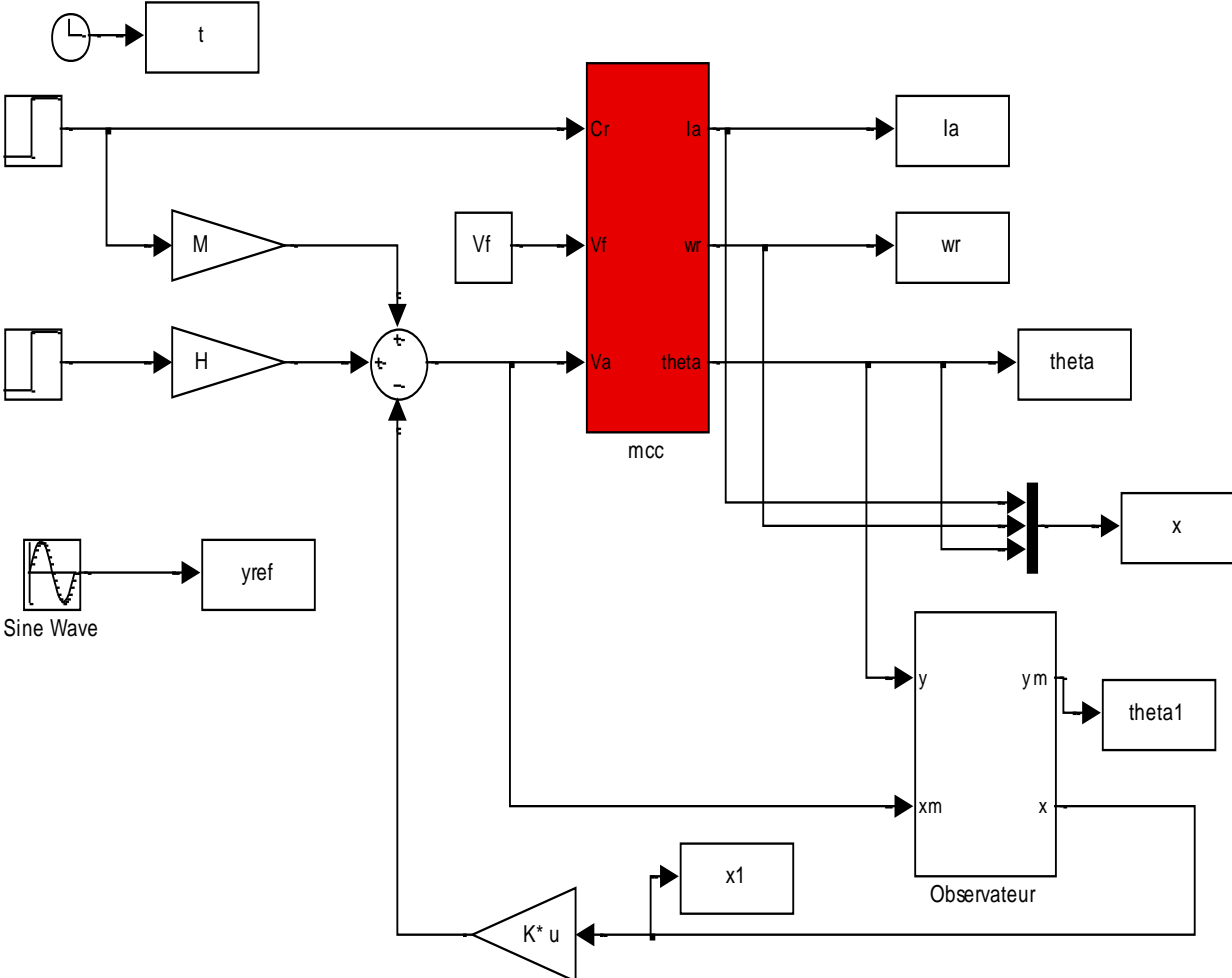
AAA=transpose(AA);
BBB=transpose(CC);

```

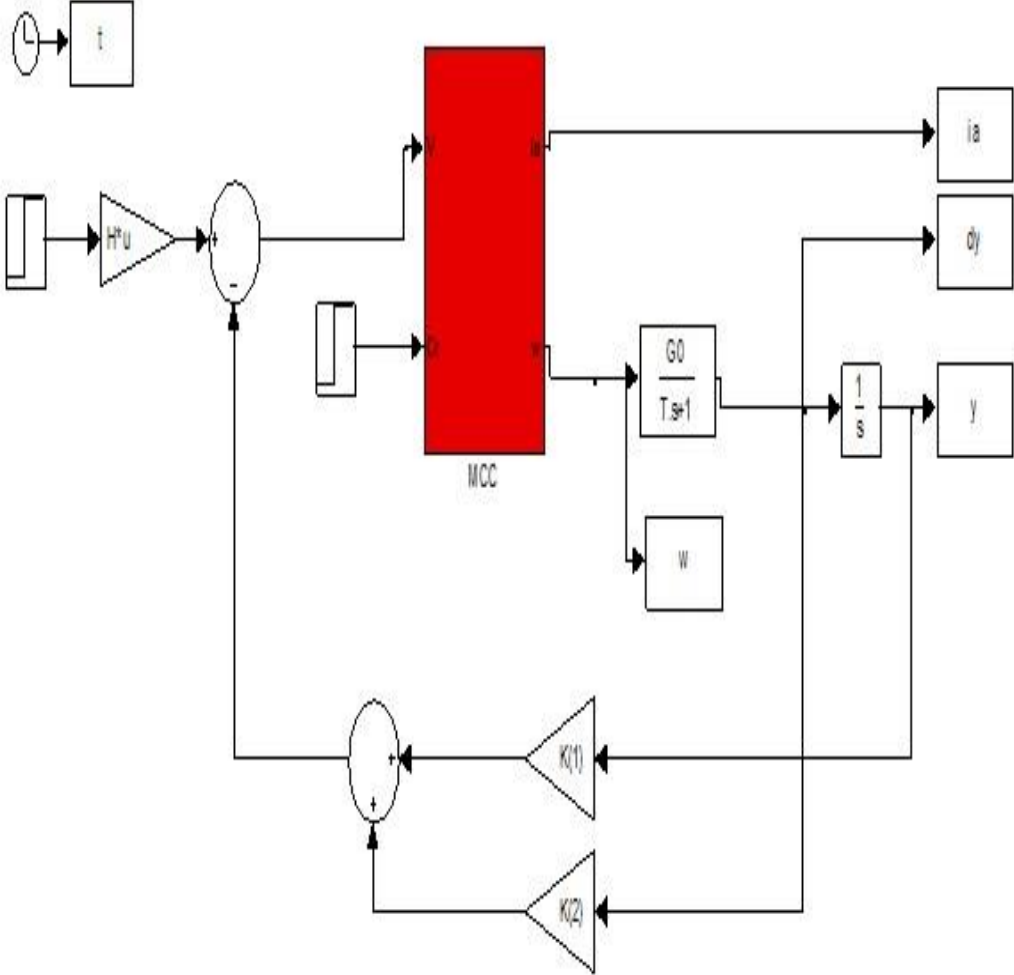
## Schéma bloc de la machine à courant continu



**Schéma bloc de la machine à courant continu avec retour d'état :**



**Schéma bloc de la machine à courant continu avec le retour d'état approximé au deuxième ordre :**



## **Résumé**

La modélisation d'un système est une étape importante, elle met en évidence le comportement statique et dynamique et éventuellement phénomène non linéaire. L'insertion d'un régulateur est très importante pour avoir un système asservi avec des meilleures performances (stabilité, précision et rapidité) et qui peut éliminer l'influence des perturbations extérieures. Le dimensionnement des paramètres des régulateurs est une phase primordiale avant de l'insérer dans un système de commande. Le choix de la méthode de commande est importante pour assurer un fonctionnement idéal d'un système asservi.

## **Mots clés**

La machine à courant continu (MCC), commande, position, approche transfert, Régulation par Représentation d'état, maquette, pendule inversé, fonction de transfert