République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l’Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou
Faculté du Génie de la Construction

THESE DE DOCTORAT

Pour l’obtention du grade de docteur en génie mécanique

INSTABILITES PLASTIQUES EN EMBOUTISSAGE DE TOLES MINCES

Présentée par ILLOULCherif

Jury composé de

M. OULD OUALI	Mohand	Prof.	UMMTO	Président
M. ABERKANE	Méziane	Prof.	UMMTO	Rapporteur
M. ASMA	Farid	Prof.	UMMTO	Examinateur
M. BELOUCHRANI	Mohamed El Amine	Prof.	ENST-Alger	Examinateur
M. DJEGHLAL	Mohammed-Elamine	Prof.	ENP-Alger	Examinateur
M. MAY	Abdelghani	MCA.	EMP-Alger	Examinateur
M. ZAZI	Nacer	Prof.	UMMTO	Invité

Remerciements

Je tiens à remercier vivement et tout particulièrement M. Aberkane Professeur de l'UMMTO et Directeur de Thèse, pour la confiance qu'il m'a accordée en me proposant le présent sujet de recherche. Je lui exprime fidèlement toute ma gratitude pour la patience dont il n'a cessé de faire preuve à mon égard, et les précieux conseils scientifiques et orientations dont il a accompagné la réalisation de nos présents travaux.

Mes remerciements vont aussi à N. Zazi Professeur de l'UMMTO pour son aide, sa disponibilité et le soutien si appréciable qu'il m'a apporté tout au long de la préparation de ce travail.

Je remercie également J-P. Chopart Professeur au Laboratoire LISM EA 4695 UFR SEN de l'Université de Reims Champagne Ardenne France, pour sa collaboration scientifique.

Que F. Debiane Master en Génie Mécanique option Sciences des Matériaux de l'UMMTO, trouve ici l'expression de tous mes remerciements pour sa contribution.

A mes parents

A mon épouse

A mes deux petits anges, Dhya et Hocine

A tous ceux qui me sont chers, ils se reconnaîtront

Table des matières

CHAPITRE I : SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE

CHAPITRE III - CALCUL A L'INSTABILITE PLASTIQUE DES TOLES EN ACIER

CHAPITRE IV - RELATION ENTRE INSTABILITES MECANIQUES ET SENSIBILITE A LA CORROSION DE CANETTES DE L'ALLIAGE AA Mn Mg (Fe)

Liste des figures

CHAPITRE II : MODELISATION DU COMPORTEMENT MECANIQUE DES TOLES EN ACIER

CHAPITRE III : CALCUL A L’INSTABILITE PLASTIQUE DES TOLES EN ACIER

CHAPITRE IV : RELATION ENTRE INSTABILITES MECANIQUES ET SENSIBILITE A LA CORROSION DE CANETTES DE L'ALLIAGE AA Mn Mg (Fe)

Liste des tableaux

Table des notations

Principaux symboles

FLD_0	Déformation majeure à instabilité en traction plane
$R_{X_1 X_2 X_3}$	Repère privilégié d'orthotropie de la tôle
$\boldsymbol{\varepsilon}$	Tenseur des déformations
ε_1	Déformation majeure suivant la direction du laminage de la tôle
ε_2	Déformation mineure suivant la direction transverse de la tôle
ε_3	Déformation suivant l'épaisseur de la tôle
ρ	Paramètre qui définit le trajet de chargement radial, par le rapport des déformations mineure et majeure dans le plan de la tôle
$\bar{\varepsilon}$	Déformation plastique équivalente
$\bar{\varepsilon}_c$	Déformation plastique équivalente critique à striction diffuse
$\bar{\varepsilon}_\mathrm{p}$	Déformation plastique équivalente relative au potentiel plastique, définie en plasticité non associée
$\mathrm{d}\bar{\varepsilon}^\mathrm{p}$	Incrément de déformation plastique équivalente
ε_{1c}	Déformation majeure critique à striction
ε_{2c}	Déformation mineure critique à striction
$\boldsymbol{\sigma}$	Tenseur de contraintes
$\boldsymbol{\sigma}^\mathbf{d}$	Tenseur de contraintes diagonal dans les axes de sollicitation en essai de traction hors axes
$\boldsymbol{\sigma}^\mathbf{D}$	Déviateur du tenseur des contraintes
σ_C	Contrainte équivalente relative au critère
σ_1	Contrainte majeure suivant la direction du laminage
σ_2	Contrainte mineure suivant la direction transverse
x	Paramètre qui définit le trajet de chargement radial, par le rapport des contraintes mineure et majeure dans le plan de la tôle
$\boldsymbol{H}$	Fonctionnelle de Hill
$\boldsymbol{h}$	Fonctionnelle Inverse en plasticité associée
$\boldsymbol{H}'$	Fonctionnelle de Hill en plasticité non associée
$\boldsymbol{h}'$	Fonctionnelle Inverse en plasticité non associée
$\bar{\sigma}$	Contrainte équivalente
$\overline{\sigma_P}$	Contrainte équivalente relative au potentiel plastique, définie en plasticité non associée
f	Fonction seuil de plasticité

g	Potentiel plastique défini en plasticité non associée
λ	Multiplicateur plastique
α	Variable d'écrouissage isotrope de type scalaire
$\sigma_S(\alpha)$	Fonction d'écrouissage
n_{TS}	Coefficient d'écrouissage identifié à partir des points expérimentaux de l'essai de traction dans la direction du laminage de la tôle
n_{EB}	Coefficient d'écrouissage identifié à partir des points expérimentaux de l'essai d'expansion équibiaxée
n	Coefficient d'écrouissage commun prévu par le modèle
K	Paramètre matériau à écrouissage isotrope
K_{TS}	Paramètre matériau identifié à partir des points expérimentaux en essai de traction dans la direction du laminage de la tôle
$\overline{K_{TS}}$	Paramètre matériau ré-identifié pour rapprocher au mieux les courbes d'écrouissage en TS et EB
K_{EB}	Paramètre matériau identifié à partir des points expérimentaux en essai d'expansion équibiaxée
$\overline{K_{EB}}$	Paramètre matériau ré-identifié pour rapprocher au mieux les courbes d'écrouissage en TS et EB
r	Coefficient d'anisotropie de Lankford
r_{EXP}	Coefficient de Lankford moyen calculé à partir des résultats de mesure en essais de traction hors axes
r_0, r_{45}, r_{90}	Coefficients de Lankford suivant trois orientations de l'éprouvette
r'	Coefficient de Lankford relatif au potentiel, défini en plasticité non associée
r_b	Coefficient de bi axialité mesuré en essai Erichsen
$r_{optimal}$	Coefficient de Lankford identifié par optimisation suivant loi analytique ou méthode intégrale
Δr	Coefficient d'anisotropie de Lankford planaire
$E_{rel.}[EB]\ (\%)$	Erreur relative exprimée en pourcentage, évaluée sur la courbe d'écrouissage calculée en expansion équibiaxée.
$E_{rel.}[TP]\ (\%)$	Erreur relative exprimée en pourcentage, évaluée sur la courbe d'écrouissage calculée en traction plane.
ψ	Angle d'orientation de l'éprouvette de traction
$\boldsymbol{\psi}^{\mathbf{T}}$	Transposée de la matrice de rotation
R_{ntX_3}	Repère local en traction hors axes
$\boldsymbol{\tau}$	Tenseur de contraintes de Kirchhoff
L_1, L_2, e	Dimensions actuelles de la tôle
$\mathbf{F}$	Tenseur Gradient de la transformation
J	Jacobien de la transformation

$\mathbf{D}$	Tenseur taux de déformation
$\bar{\tau}$	Contrainte équivalente de Kirchhoff
$\bar{\tau}_C$	Contrainte équivalente critique à striction diffuse
τ_{1c}	Contrainte majeure critique à striction diffuse
τ_{2c}	Contrainte mineure critique à striction diffuse

Principales abréviations

BSC	Bethlehem Steel Corporation
CLF	Courbe Limite de Formage
CLFC	Courbe Limite de Formage en Contraintes
CLFD	Courbe Limite de Formage en Déformations
DR	Drawing Ratio (Rapport d'emboutissage)
EB	Chargement de traction équibiaxiale
LDR	Limiting Drawing Ratio (Rapport limite d'emboutissage)
LDH	Limiting Dome Height (Hauteur maximale de l'embouti avant rupture), mesuré en essai Erichsen
M-K	Critère d'instabilité de Marciniak - Kuczinsky
NADDRG	North American Deep Drawing Research Group
ND	Normal Direction (Direction normale au plan de la tôle)
PLC	Instabilité plastique de type Portevin le Châtelier
TD	Transverse Direction (Direction transverse dans le plan de la tôle)
THA	Chargement de traction hors axes
RD	Rolling Direction (Direction du laminage de la tôle)
TP	Chargement de traction plane
TS	Chargement de traction simple

INTRODUCTION GENERALE

Introduction générale

Le procédé de déformation plastique de tôles métalliques minces par emboutissage est très largement répandu dans l'industrie. Les secteurs d'activité concernés sont principalement la construction automobile, le packaging, et l'électroménager.

Au cours de la mise en forme de pièces d'aspect ou de structure, l'occurrence de la perte d'homogénéité du champ des déformations conduit à l'apparition d'instabilités plastiques. Les instabilités plastiques rencontrées en emboutissage de tôles minces, se manifestent par l'apparition de strictions, de zones de localisation de la déformation. Un autre type d'instabilités plastiques dit Phénomène Portevin Le Châtelier (PLC) est caractéristique des alliages d'aluminium. En raison de ce phénomène, la formabilité de la tôle en alliage d'aluminium est réduite à température ambiante, par l'apparition de motifs présents sous la forme de bandes de déformations en surface, nuisant ainsi à l'esthétique du produit (figure. 1).

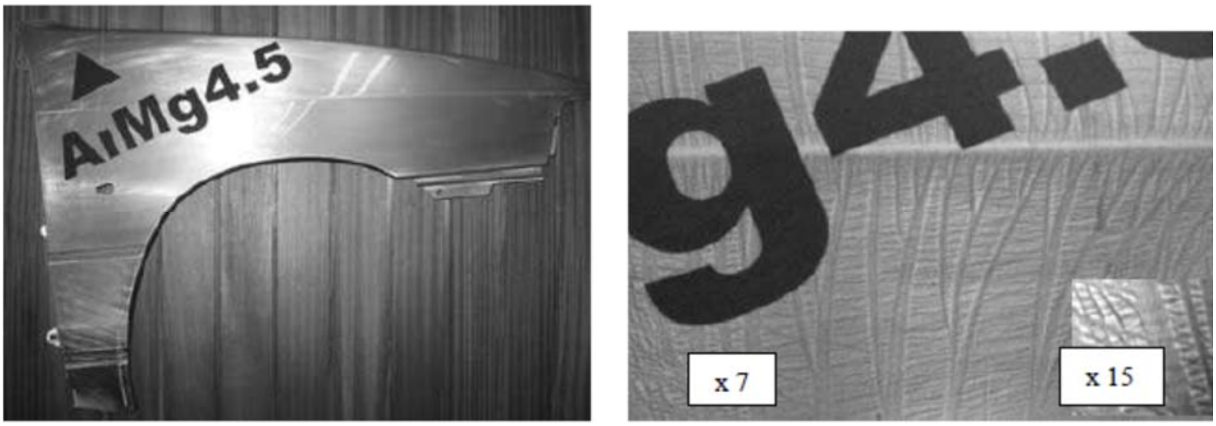

Figure 1: Observation de l'aspect de surface d'une aile de voiture en alliage Al-4.5 % Mg, laissant apparaitre des motifs sous la forme de bandes, à la fin de l'opération d'emboutissage [Romhanji et al. 2004]

Dans l'industrie automobile, les préoccupations environnementales des concepteurs tendant à diminuer les émissions de gaz à effet de serre, imposent de fabriquer des véhicules de plus en plus légers.

A ce titre, les matériaux tels que les alliages d'aluminium, de magnésium, de titane et les aciers à haute résistance mécanique présentent de bonnes dispositions eu égard à leurs bons rapports résistance/poids. Cependant, les considérations de prix de revient et de formabilité par rapport aux aciers doux, font que la préférence va vers les alliages d'aluminium. La prédiction de l'apparition de l'effet PLC, représente finalement le souci majeur en emboutissage de tôles en alliage d'aluminium.

La figure 2 montre l'évolution du rapport du poids de l'alliage d'aluminium au poids du véhicule, en Europe et aux USA, sur les cinq dernières décennies [Toros et al. 2008].

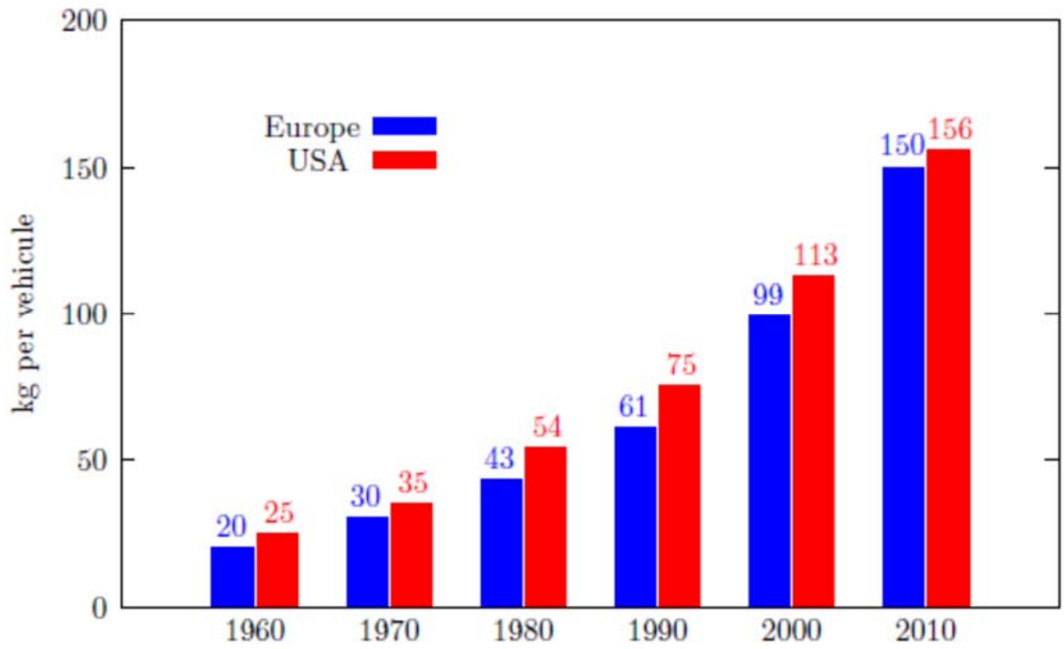

Figure 2: Proportions en poids des alliages d'aluminium dans les véhicules durant les cinq dernières décennies [Toros. et al. 2008].

L'occurrence d'instabilités plastiques en emboutissage de tôles, est susceptible de destiner des séries de pièces au rebut ou bien d'engendrer de couteuses modifications des outillages. Elle est préjudiciable à la productivité et à la compétitivité des entreprises. Il en résulte l'impérieuse nécessité de mettre en place des outils de conception fiables et prédictifs à même de se prémunir de ces instabilités et d'assurer la qualité du produit. Cette démarche consiste à modéliser le comportement mécanique de la tôle à emboutir, avec prise en compte de son anisotropie initiale qui est le résultat de son élaboration par laminage. En second lieu, intervient la détermination des limites de formabilité de la tôle par la mise en œuvre d'un critère d'instabilité plastique. A matériau donné, les limites calculées sont représentées sur la courbe limite de formage correspondante.

La modélisation du comportement plastique des tôles s'articule sur la description à l'échelle macroscopique des contraintes et déformations. Les phénomènes physiques sont représentés de manière globale par la prise en compte de variables internes d'écrouissage. La formulation rigoureuse des modèles dans le cadre de la théorie de représentation des fonctions tensorielles, est limitée et encore mal maitrisée du fait du nombre assez élevé des coefficients à identifier. La modélisation fait appel aux choix suivants : un cadre cinématique

qui décrit les déformations de la tôle, un critère de plasticité pour rendre compte de la surface de charge initiale et un modèle d'écrouissage qui est fondamental en emboutissage.
Les lois d'évolutions plastiques découlent des principes de la thermodynamique des processus irréversibles non linéaires.

Un grand nombre de critères d'instabilités sont présents dans la littérature. Le premier critère applicable aux tôles a été proposé par Swift [Swift 1952]. Il concerne la prédiction de la striction diffuse dans une tôle en situation de chargement radial et biaxial. Les critères à striction localisée sont généralement basés sur l'existence d'un défaut initial dans la tôle. En définitive, la multitude de critères avec des fondements théoriques différents fait que les courbes limites de formage calculées présentent des niveaux et des allures parfois très différents.

Les travaux que nous présentons s'inscrivent dans ce contexte. Le thème de notre étude se rapporte aux instabilités plastiques en emboutissage de tôles minces. Notre démarche est scindée en deux, suivant la nature du matériau constitutif de la tôle d'étude :

Premièrement, nous modélisons le comportement mécanique de deux tôles laminées en acier et mettons en place la procédure de leur identification à partir d'une série de résultats d'essais radiaux. Nous menons ensuite un calcul à l'instabilité plastique conduisant au tracé des courbes limites de formage. Nous examinons l'influence des coefficients d'anisotropie et de l'écrouissage sur les limites de formabilité, puis analysons les équations sous forme incrémentale qui découlent des fondements théoriques du critère.

En second lieu, nous caractérisons le comportement mécanique et à la corrosion de corps de canettes en alliage d'aluminium. Pour ce faire, nous réalisons des essais mécaniques et chimiques et observons la microstructure de l'alliage d'étude dans différentes situations.
La discussion de nos résultats expérimentaux, est particulièrement orientée vers l'examen de la relation entre les instabilités mécaniques observées et le comportement de l'alliage d'étude à la corrosion.

Le manuscrit est organisé en quatre chapitres qui suivent la présente introduction.
Le premier chapitre est une synthèse bibliographique autour de la problématique en emboutissage. Après avoir décrit l'opération, l'influence de l'anisotropie de la tôle en emboutissage profond ainsi que les modes de déformations observables sont présentés. La description des instabilités plastiques sera suivie du concept de courbes limites de formages et de l'exposé des méthodes de calcul des limites de formabilité.
Les essais d'emboutissage sont passés en revue, ils sont suivis par la présentation des critères de plasticité et lois d'écrouissage les plus rencontrés dans la littérature.

L'énoncé des hypothèses de base de notre modélisation, puis la classification des deux tôles en acier par rapport à l'isotropie, entament le second chapitre. La présentation de la formulation de chacun des cinq modèles de comportement construits, sera suivie de l'exposé de la stratégie de l'identification puis du résultat de la validation dans chaque cas.

Dans le troisième chapitre, l'exposé de l'application du critère d'instabilité de Swift [Swift 1952] sur deux modèles de comportement et dans le cadre de nos hypothèses de travail, sera suivi de la présentation du calcul des courbes limites de formage correspondantes. La critique des fondements du critère intervient en fin de chapitre.

Le quatrième chapitre est destiné à la présentation de nos travaux de caractérisation du comportement mécanique et à la corrosion de corps de canetes de boissons gazeuses en alliage d'aluminium. La description du dispositif et des techniques expérimentales utilisés, est suivie de la discussion des résultats obtenus avec confrontation aux conclusions de travaux de recherche rencontrés dans la littérature.

CHAPITRE I : SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE

I-1-Introduction

La mise en forme des métaux et alliages par déformations plastiques connait un progrès considérable depuis la seconde moitié du 20ème siècle. L'emboutissage des tôles, eu égard à des cadences de production pouvant être élevées et à de faibles pertes de matière est un procédé particulièrement compétitif pour les applications industrielles (automobile, aéronautique, électroménager, emballages alimentaires …..).

Les utilisateurs disposent aujourd'hui de modèles de comportement et d'outils numériques pour la simulation du procédé. Cependant, ce calcul s'il permet de connaitre l'histoire des contraintes et des déformations en chaque point de l'embouti, ne donne pas d'information complète sur la faisabilité de l'opération en termes de prévision des obstacles à la bonne réalisation du produit.

La prédiction de l'apparition de défauts affectant les propriétés mécaniques ou esthétiques de l'embouti, représente un enjeu industriel majeur du fait de son impact économique certain. Les défauts susceptibles d'apparaitre sur la pièce finie à différents stades de le l'opération d'emboutissage, correspondent à une perte d'homogénéité de la déformation dont les différents aspects sont regroupés sous l'appellation d'instabilités plastiques.

La mise au point d'une gamme d'emboutissage requiert la modélisation du comportement mécanique de la tôle, ainsi qu'une étude de prédiction aux instabilités plastiques conduisant au calcul des limites de formabilité de celle-ci.

Nous entamons le présent chapitre par la présentation de l'opération d'emboutissage des tôles. L'outillage utilisé ainsi que les différentes étapes du procédé sont décrits, dans le cas de l'emboutissage à double effet notamment.

L'influence des coefficients d'anisotropie de la tôle, sur le rapport limite d'emboutissage (Limiting Drawing Ratio LDR) d'une part, puis sur l'apparition des cornes d'emboutissage sur les godets et coupelles d'autre part, est montrée à travers les divers résultats disponibles dans la littérature. Le diagramme des différents modes de déformation en emboutissage, correspondant aux trajets linéaires de sollicitation imposés à la tôle, est présenté. Il définit le domaine de contraintes et de déformations à prendre en compte, en vue de l'élaboration d'outils de calcul du procédé.

Dans un second temps, nous donnons les résultats disponibles sur le phénomène de striction, à travers la distinction qui est faite entre striction diffuse et striction localisée. Nous décrivons d'abord chaque type de striction àl'échelle macroscopique, puis donnons les conclusions de l'analyse de l'influence de la géométrie de la tôle et de la vitesse de déformation sur chacun d'eux.L'effet Portevin-Le Châtelier (PLC), concernant les alliages d'aluminium notamment, est décrit à travers sa caractérisation en essai de traction. Nous présentons les différents types de décrochements observés sur la courbe de traction, puis donnons les résultats disponibles des analyses de l'effet de la vitesse de déformation et de la température sur le type de bande PLC, la largeur de bande ainsi que le niveau de la déformation critique à effet PLC.

La troisième partie du chapitre introduit le concept de courbe limite de formage, dans sa version classique (CLF) puis la courbe limite de formage en contraintes (CLFC). Nous abordons la détermination expérimentale des limites de formabilité d'une tôle, à partir de modèles empiriques disponibles. En second lieu, nous précisons les fondements théoriques et les principales équations qui découlent des critères d'instabilités théoriques les plus utilisés, présents dans la littérature.

Dans la partie suivante, nous décrivons le dispositif expérimental et précisons les modes de déformations présents lors des différents essais d'emboutissage réalisés en laboratoire de recherche ou en atelier.

La dernière partie du chapitre est consacrée à la modélisation du comportement plastique des tôles. Les critères de plasticité usuels, en isotropie puis en anisotropie, sont exposés. Nous précisons au besoin, le type de matériau concerné, et notamment les critères censés décrire au mieux le comportement des alliages d'aluminium.
Les principales lois d'écrouissage isotrope sont décrites, eu égard à leurs limitations et surtout au matériau auquel elles sont prédestinées.

I-2- Emboutissage

I-2-1-Description de l'opération

L'emboutissage consiste à déformer plastiquement une plaque métallique mince dont l'épaisseur varie entre 300 µm et 3mm, pour obtenir à partir d'une surface initialement plane appelée flan, une forme généralement non développable plus ou moins complexe.

L'opération est effectuée sur une presse à l'aide d'un outillage dont le plus réduit est constitué de la matrice et du poinçon. Ce dispositif appelé emboutissage à simple effet, correspond au pliage des tôles et produit des pièces à formes développables.

Plus répandu dans l'industrie, l'emboutissage à double effet reprend le précédent outillage et y ajoute un serre-flan assurant un serrage sur le pourtour du flan au cours du formage. Le serre flan presse le métal contre la matrice et contrôle son écoulement le long du poinçon. Le choix de la forme de départ du flan est primordial, il permet d'orienter l'écoulement suivant des directions privilégiées en accord avec la forme finale de l'embouti.

Après la découpe de la forme du flan et son positionnement entre le poinçon et la matrice (Figure I-1(a)), la descente du serre flan est lancée en vue de maintenir le pourtour de la tôle grâce au contrôle de la pression appliquée de serrage (Figure I-1(b)). La mise en mouvement du poinçon intervient par la suite, et entraine la tôle dans la matrice en lui imposant d'importantes déformations plastiques qui donnent à la pièce une forme proche du produit fini (Figure I-1(c)).Le relèvement du poinçon et du serre flan en dernière étape de l'opération permet de sortir la pièce, qui après retour élastique prend sa forme finale(Figure I-1(d)).

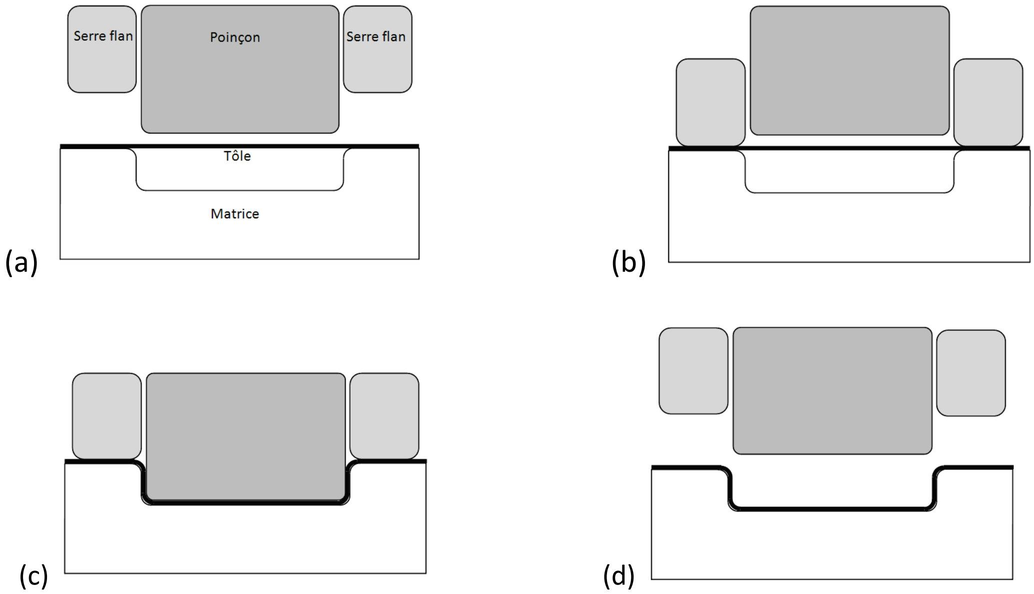

Figure I-1 : Principales étapes de l'emboutissage à double effet. (a) positionnement du flan, (b) serrage, (c) descente du poinçon, (d) remontée des outils

La gamme de formage comprend outre la découpe du flan, une ou plusieurs passes d'emboutissage qui correspondent à différentes profondeurs ou formes de l'ébauche ainsi que d'éventuelles opérations de finition.

I-2-2 : Rapport d'emboutissage

Le rapport d'emboutissage (Drawing Ratio, DR) est défini en emboutissage profond de pièces de révolution comme le rapport du diamètre (d) du flan initial au diamètre (D) du godet par:

$$DR = \frac{d}{D} \tag{I.1}$$

Il en découle que le rapport d'emboutissage est d'autant plus élevé que le niveau de déformations plastiques atteint est important.

Les considérations de résistance mécanique de la tôle montrent que la valeur du rapport d'emboutissage ne peut dépasser un certain seuil appelé rapport limite d'emboutissage (Limiting Drawing Ratio LDR).

Sa valeur dépend des propriétés mécaniques (coefficient d'anisotropie et exposant d'écrouissage) et un indicateur des limites de formabilité de la tôle [Daw- Kwei Leu 1997].

Théoriquement, le rapport limite d'emboutissage ne peut pas dépasser la valeur maximale de 2.72 [Marcinak et al., 2002].

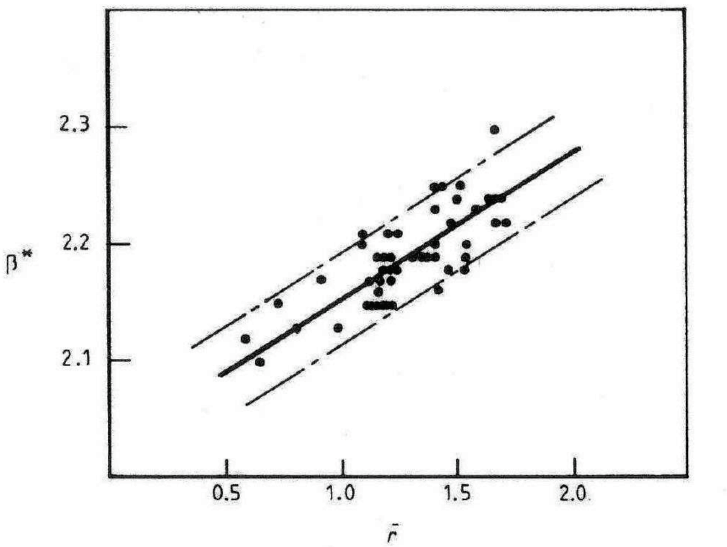

Figure I - 2 : Evolution du rapport limite d’emboutissage en fonction du coefficient d’anisotropie moyen pour un godet cylindrique [Pearce., 1991]

I-2-3 : Cornes d’emboutissage

L’anisotropie plane de la tôle favorise l’apparition de cornes d’emboutissage sur les godets et coupelles : le contour initialement circulaire du flanc est irrégulier dans la pièce finale.

Le rayon du poinçon et le rapport d’emboutissage influencent les dimensions des cornes d’emboutissage [Takuda et al., 2000].
Il est possible de diminuer notablement l’ampleur du phénomène par la modification de la forme du flan initial [Takuda et al., 2000].
Pour les matériaux présentant plus de quatre cornes d’emboutissage, le profil de celles-ci est dépendant de la variation du coefficient d’anisotropie dans le plan de la tôle. En particulier, l’absence de cornes d’emboutissage est établie dans le cas de l’isotropie transverse [Yoon et al. 2006, Yoon et al. 2011],

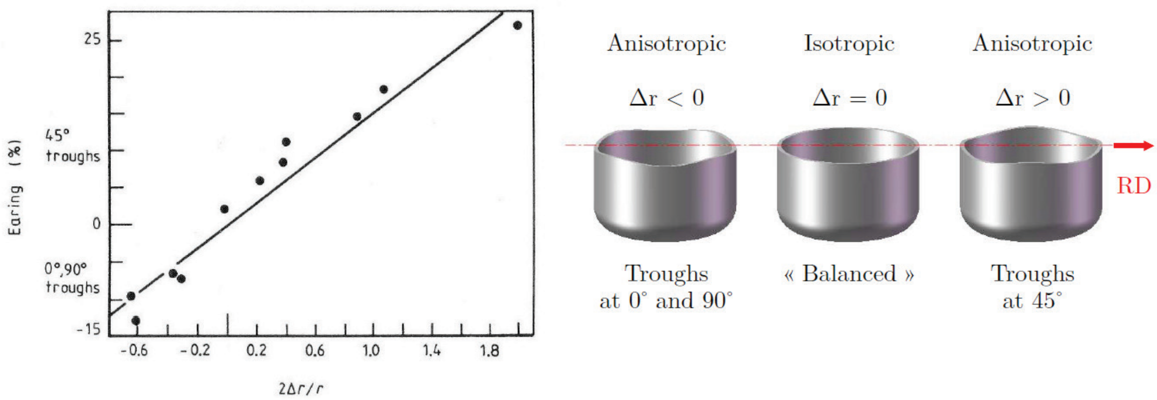

Figure I -3 : Influence de l’anisotropie sur l’effet de corne d’un godet [Pearce, 1991]

I-2-4 : Modes de déformation en emboutissage

La figure (I-4) indique la répartition, dans le plan des déformations principales de la tôle, des différents trajets de chargements présents en emboutissage.
La tôle peut ainsi subir plusieurs trajets de chargement de façon simultanée ou alternée, au cours de l'opération de mise en forme.
Le diagramme montre que la tôle peut être sollicitée en expansion, en traction plane ou en traction simple : ces trois situations correspondent au mode en expansion dans lequella tôle est bloquée entre la matrice et le serre-flan. Ce mode s'accompagne d'un amincissement de la tôle (cf. figure I-4).Le trajet de cisaillement et le trajet en compression, encadrent le mode de déformations en retreint dans lequel la tôle glisse sous serre-flan du fait de la pression de serrage insuffisante. Le mode de déformations en retreint, qui intervient dans les zones ou la tôle subit un avalement, conduit à un épaississement de celle-ci.

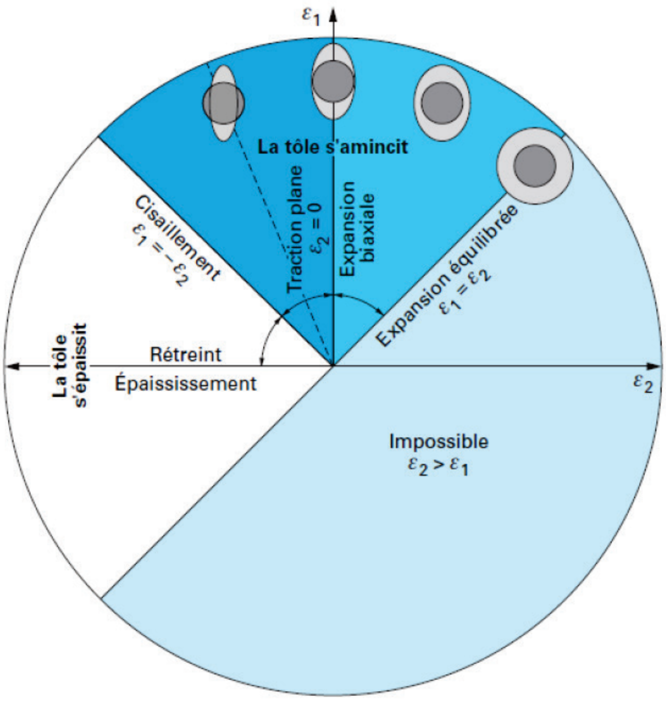

Figure I - 4 : Diagramme des modes de déformations en emboutissage [COOL 2002]

Le cisaillement représente le trajet idéal de formage : l'étirement en traction est compensé par un retrait en compression suivant la direction perpendiculaire, tout en maintenant l'épaisseur de la tôle constante. Les sollicitations imposées au flan dépendent des conditions de lubrification et du niveau de la pression de serrage transmise par le serre flan.
Le niveau de la pression de retenue fait que l'opérateur est confronté au dilemme suivant :

- choix d'une force de serrage élevée en prévision de l'apparition de plis au risque d'atteindre la rupture de la pièce.
- -utilisation d'une force plus faible au risque de présence de plis sur l'embouti.

I-3- INSTABILITES PLASTIQUES EN EMBOUTISSAGE

I-3-1- Présentation

Une bonne connaissance des caractéristiques mécaniques des matériaux est essentielle pour toute conception, calcul et dimensionnement mécanique. L'essai de traction, habituellement pris comme test de référence, montre que les matériaux à évolutions élastoplastiques présentent trois phases de déformations :

-la première phase correspond à la déformation élastique et réversible, elle s'étend du début de l'essai à la limite élastique.

-la seconde phase est la partie élastoplastique avec une distribution homogène des déformations dans l'éprouvette. L'enregistrement d'un maximum de la force de traction marque la fin de cette phase de déformations.

-La troisième phase ou partie élastoplastique hétérogène, faisant apparaitre des instabilités plastiques. Elle se caractérise par l'apparition de la localisation de la déformation plastique.

Dans un premier temps se produit, la striction diffuse, suivie de la striction localisée jusqu'à la rupture.

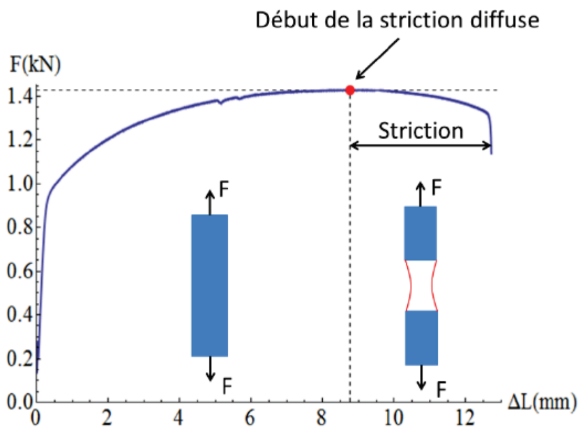

Figure I – 5 : Courbe de traction d'un acier 430 [Chengheri Bao., 2016]

Les différents phénomènes d'instabilités plastiques répertoriés dans la littérature sont la striction, l'effet Portevin Le Châtelier.

Le problème de la localisation de la déformation plastique est largement discuté depuis les années 1885. Les approches théoriques ou numériques, se rapportant au mode de striction, à l'apparition de l'instabilité et à la prévision de la charge critique, sont nombreuses.

Dans un essai de traction uniaxiale, la striction se manifeste différemment en fonction du type d'éprouvettes (fig. I-6). Sur une éprouvette plate, elle prend la forme de bandes de localisation obliques (image a), ou une « fossette » au milieu de la zone de localisation (image b). Sur un barreau cylindrique, elle se présente comme une diminution progressive du diamètre de la section (image c).

Figure I - 6 : Différents modes de striction- a) striction d'une plaque type bande oblique de localisation- b) striction d'une plaque type « fossette »- c) striction d'un barreau cylindrique

La distinction est nettement présente, entre striction diffuse et striction localisée, à travers les études de l'emboutissage de tôles métalliques.
Ces deux types de striction caractérisent deux phases différentes de l'ensemble du phénomène de localisation de la déformation [Chengheri Bao., 2016].

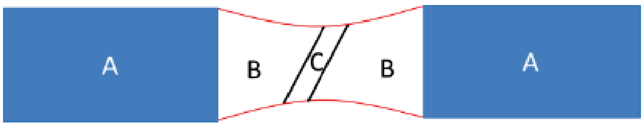

Figure I - 7 : Schéma d'une éprouvette plate déformée en traction, A : zone de déformation uniforme, B : zone de striction diffuse, c est la zone de striction localisée [Chengheri Bao., 2016].

I-3-2- La striction diffuse

Pour les métaux ductiles, un amincissement et un rétrécissement assez diffus, apparaissent sur l'éprouvette après atteinte du sommet de la courbe de traction.
Ils se produisent vers le centre de l'éprouvette puis s'amplifient : c'est le phénomène de striction diffuse [col. 2010].

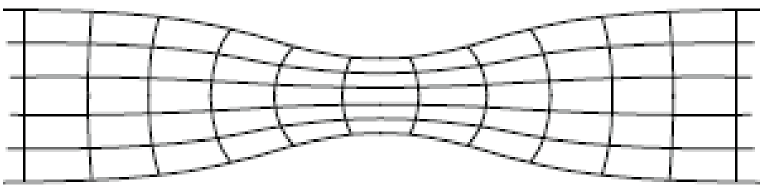

Figure I - 8 : Striction diffuse [Col. 2010]

D'après [Col. 2010], la striction diffuse est le prélude à la rupture. Cependant, la zone de striction résiste et une extension considérable est encore possible, nécessitant jusqu'à 10 à 20 % d'allongement supplémentaire, avant rupture. Ce phénomène s'explique par la sensibilité positive des aciers doux à la vitesse de déformation.

La figure (I-9) montre l'évolution de la contrainte à la rupture pour le même acier doux, lors d'un essai de traction effectué suivant trois vitesses de déformation différentes.

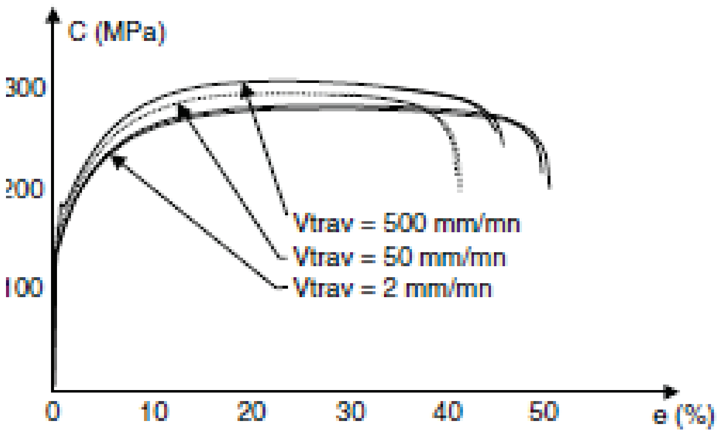

Figure I - 9 : Influence de la vitesse sur la contrainte d'écoulement [Col. 2010]

I-3-3- La striction localisée

Après l'apparition de la striction diffuse, le matériau continue à se déformer jusqu'à ce qu'une nouvelle instabilité apparaisse, sous forme d'une bande oblique appelée bande de localisation.
D'après [Col. 2010], pour les tôles minces, la striction localisée commence dans la zone la plus étroite et consiste en un amincissement très local se terminant par la rupture.
Plus l'épaisseur de la tôle est forte, plus les phénomènes de striction diffuse et localisée se confondent.

[Col. 2010] résume le phénomène de striction, du point de vue macroscopique, en trois situations distinctes :
- la striction des tôles très minces (fer blanc) est uniquement localisée sans rétrécissement préalable : la striction localisée apparait presque immédiatement après l'atteinte du sommet de la courbe de traction ; il ya peu d'allongement striction car le volume de métal à déformer est faible (fig. I-10-a).
-Pour une tôle mince standard, la striction diffuse constitue l'essentiel de la déformation plastique qui suit l'instabilité de charge ; alors que la striction localisée intervient vers la fin de la courbe, en un endroit indétectable sur celle-ci, car ne correspondant à aucun point singulier (fig. I-10-b).
-pour une tôle épaisse, les séquences de striction diffuse et localisée sont confondues.

Figure I - 10-a : Striction localisée d'une tôle très mince (fer blanc) [Col. 2010]

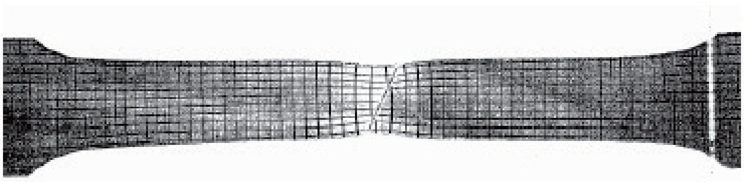

Figure I – 10 –b : striction localisée d'une tôle standard (acier doux) [Col. 2010]

[Chengheri Bao., 2016] a étudié expérimentalement, l'évolution de la striction d'une éprouvette plate, à travers plusieurs paramètres tels que : la largeur des bandes de localisation, leur vitesse de déformation maximale et leur orientation.
Leur évolution a été suivie et analysée sous l'influence de plusieurs facteurs de type microscopiques et macroscopiques.
L'évolution du champ de localisation des déformations plastiques a été suivie par interférométrie de granularité laser (ESPI) au cours d'une sollicitation en traction uniaxiale.

L'étude a conduit aux résultats suivants :
-Il a été trouvé que les bandes de localisation rétrécissent pendant la striction, et que leur orientation évolue également.
-l'augmentation de la vitesse de traction avance l'apparition de la striction localisée.
-à l'exception de l'épaisseur, la géométrie de l'éprouvette (longueur, largeur et rapport largeur-épaisseur) n'influence pas la largeur des bandes de localisation, ni leur orientation dans le plan de la tôle.
-l'orientation de l'éprouvette n'a aucune influence sur la largeur des bandes, leur déformation maximale et leur orientation.
-le comportement à la striction est probablement lié à la structure cristalline.

I-3-4-Effet Portevin-Le Châtelier

A-Présentation :

L'instabilité plastique, appelée effet Portevin-Le Châtelier (PLC), est observée dans les alliages légers, et notamment les alliages Aluminium-Magnésium. La surface des échantillons présente alors un aspect rugueux, irréductible et insensible au polissage.
La première observation de l'effet a été réalisée sur un acier doux par Le Châtelier en 1909, en essai de traction à température entre 80 et 250°C. Le phénomène prendra son appellation actuelle en 1924, suite aux travaux de Portevin et Le Châtelier ayant porté sur l'étude des propriétés mécaniques de l'alliage Al-4,8% Cu, à travers un essai de traction à température ambiante [Le Châtelier 1924].Cette instabilité plastique des métaux, se manifeste dans le domaine plastique, par l'apparition répétée et la propagation de bandes de déformation plastique localisée, le long de l'éprouvette sollicitée le plus souvent en traction. La classification des bandes PLC, dans la littérature, est faite principalement suivant les trois types A, B ou C [Jiang and al. 2007].

Leurs propriétés dépendent de la vitesse de déformation [Ait-Amokhtar et al., 2006] ou de la combinaison vitesse de déformation et température [Ait-Amokhtar et al., 2008].
Il existe pour chaque matériau, un intervalle limité de vitesses de déformation et de température définissant le domaine d'occurrence de l'instabilité PLC. L'observation du

phénomène et sa description, exigent par conséquent des conditions expérimentales bien précises [Naka and Yoshida 1999]. La figure (I-11) illustre ce résultat.

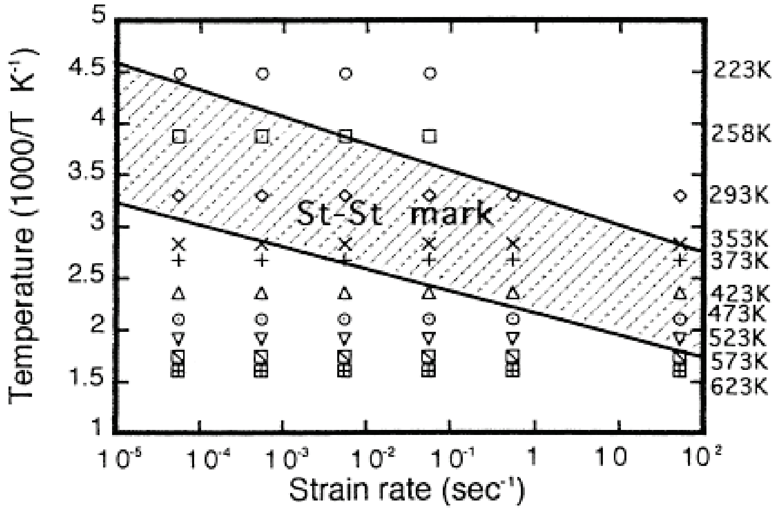

Figure I - 11 : Diagramme des conditions de température et de vitesse de déformation ayant permis d'observer la présence de marques superficielles de déformations dues à l'effet PLC sur un alliage d'aluminium [Naka and Yoshida., 1999]

B-Caractérisation en traction :

L'essai de traction sur machine molle est mené à vitesse de chargement en contraintes constante : la force de traction est alors asservie de façon à augmenter linéairement au cours du temps. Dans ce cas, la courbe d'écrouissage du matériau présentant une instabilité plastique PLC, comporte une série de paliers horizontaux dont la longueur augmente avec la déformation plastique (fig. I-12-b). En essai de traction sur machine dure, où la vitesse de déformation est imposée, l'effet PLC se manifeste par de brusques décharges de la contrainte ou décrochements (fig. I-12-a).

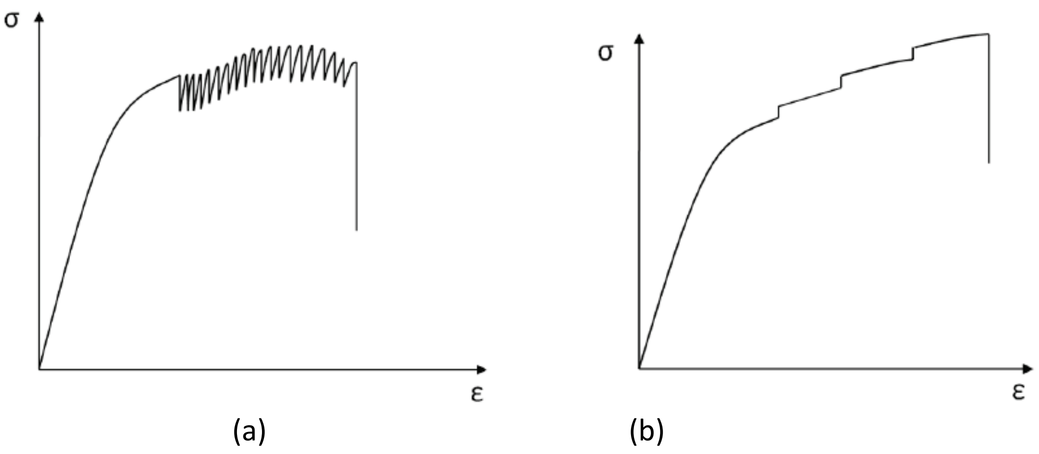

Figure I - 12: Instabilité PLC en essai de traction a-sur machine dure b- sur machine molle

Les différents types de PLC sont caractérisés en termes de contrainte critique à l'apparition de l'instabilité, d'amplitude et de fréquence des décrochements.
Une représentation des différents types de PLC, à partir de l'aspect des courbes de traction obtenues, ainsi que de la déformation critique à l'apparition de l'instabilité et de l'amplitude des sauts de contrainte observés, est proposée par Rodriguez [Rodriguez 1984].

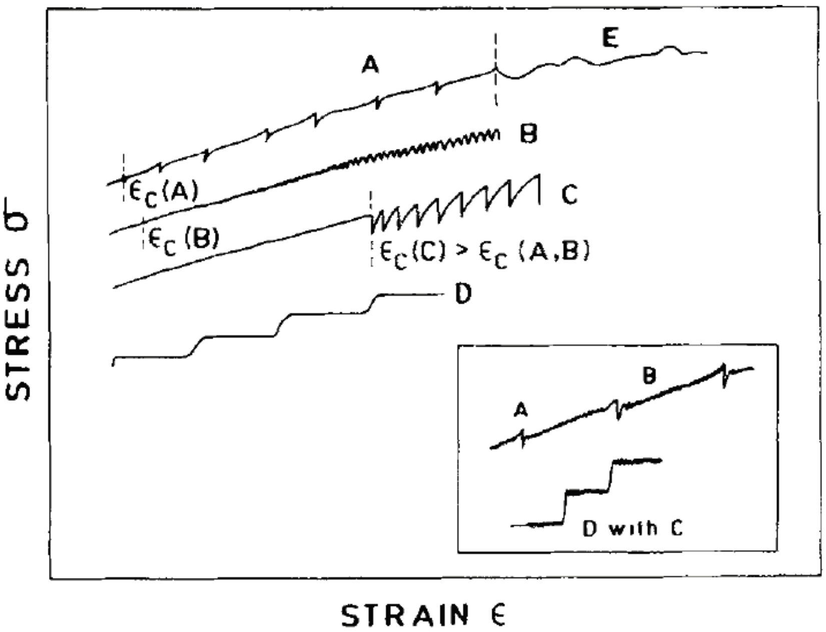

Figure I – 13 : Caractéristiques des instabilités plastiques observées sur les courbes de traction pour les différents types d'effet PLC [Rodriguez 1984]

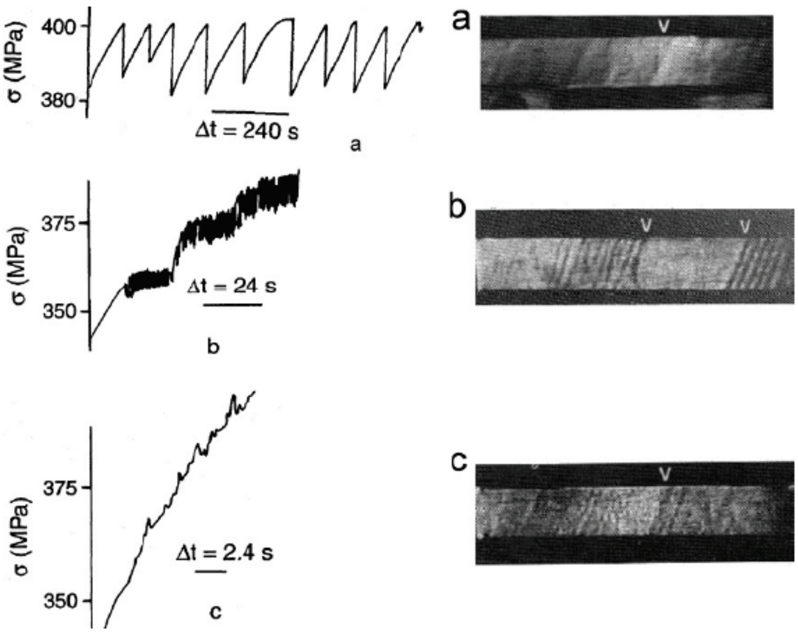

Figure I - 14 : Courbes de traction selon différents types d'effet PLC sur un alliage Al- Mg et observations des bandes PLC associées. Type C(a), type B(b) et type A(c) [Chihab. et al. 1987]

Dans le cadre d'une étude sur un alliage Al-Mg, Chihab et al ont enregistré des clichés sur la zone d'instabilité PLC. Il y est observé, la présence de bandes d'écoulement instable sur la surface des éprouvettes. L'inclinaison de celles-ci par rapport à la direction de traction varie entre 50 à 55°(fig. I-14). La figure montre aussi, la correspondance entre les différentes images a, b et c, avec les décrochements qui correspondent sur la courbe de traction.

C-Déformation critique à instabilité PLC :

Pour un matériau donné, la notion de déformation critique nécessaire à l'apparition de l'effet PLC (ε_C) ou à son interruption $\left(\varepsilon_C^{'}\right)$ a été introduite dans un but de prédiction.

[Guillot and grilhe, 1972, Kubin and Estrin. 1990, Balik et al., 2000.]

La déformation critique est considérée comme dépendante, de la vitesse de déformation [Chihab and Fressengens., 2003, Ait-Amokhtar et al., 2006, Maziere and Dierke., 2012], de la température |Fu et al., 2011], ou du jeu des deux paramètres réunis [Col et al., 2010].

Ait-Amokhtar et al, montrent pour un alliage Al-Mg que, que la teneur en magnésium modifie la forme de la courbe représentative de l'évolution de la déformation critique en fonction de la vitesse de déformation plastique [Ait-Amokhtar et al., 2006a).

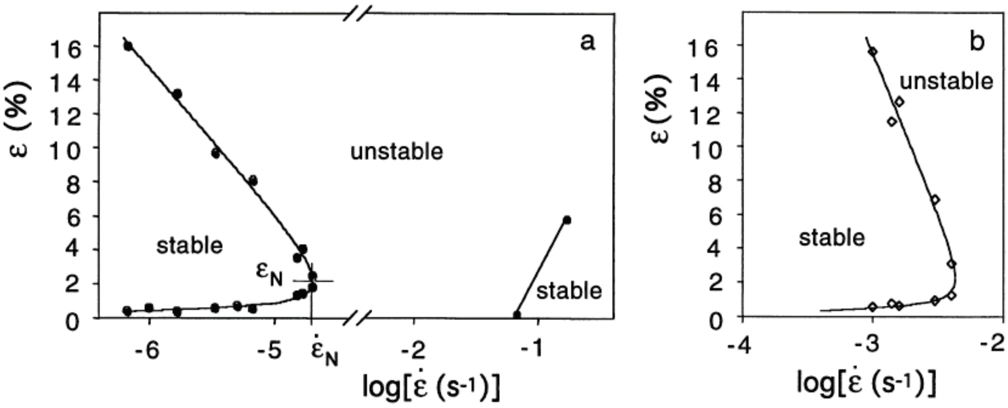

Figure I – 15 : Déformation critique à effet PLC (ε_C) en fonction de la déformation imposée ε pour un alliage d'aluminium Al-3% Mg- a) à température ambiante. b) 100°C [Balik et al., 2000]

La figure (I-15) montre les domaines de présence de l'instabilité PLC (unstable) à température ambiante puis à 100°C pour un alliage Al-3%Mg.

La figure (I-16) montre l'évolution du type de bande PLC et de la déformation critique, en fonction de la vitesse de déformation et de la température, pour un alliage de la série 5000.

Il est raisonnablement établi, à travers les nombreux travaux expérimentaux sur l'effet PLC, présents dans la littérature, que la déformation critique à effet PLC, augmente avec l'augmentation de la vitesse de déformation et diminue lorsque l'on augmente la température [Guillot and Grilhe. 1972, Kubin and Estrin. 1990].

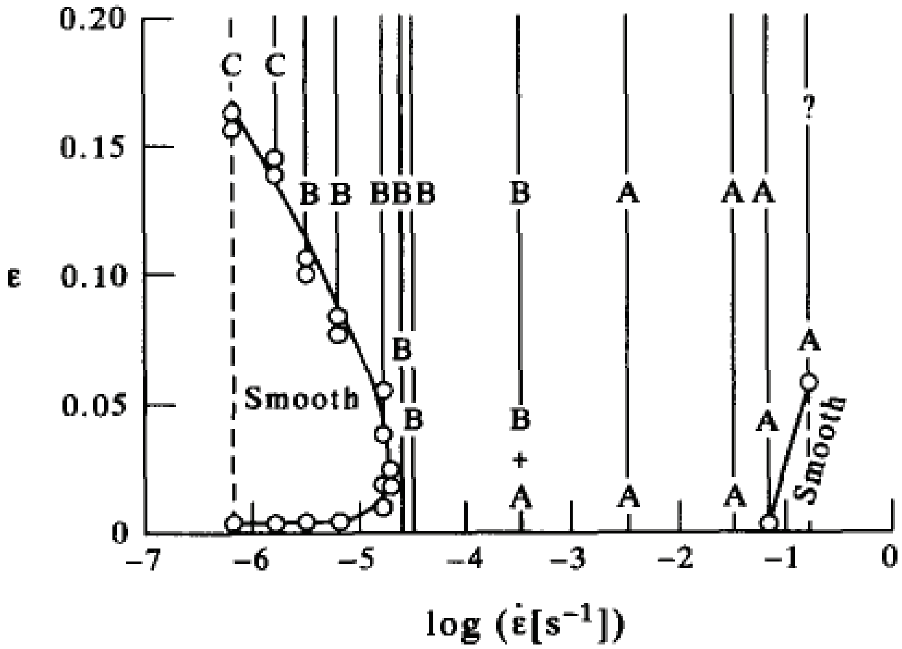

Figure I – 16 : Déformation critique en fonction de la vitesse de déformation, à température ambiante pour un alliage de la série 5000, avec indication du type de bandes observées en fonction du niveau de déformation pour une vitesse de déformation donnée [Balik et al., 2000].

Cependant, une réponse ou comportement inverse peut aussi subvenir dans certaines situations [Balik et al.,2000, Fu. et al., 2011].

Il arrive que des dentelures apparaissent dès le début de l'essai, avant disparition de l'effet PLC. Les auteurs [Guillot and Grilhe,. 1972, Balik et al., 2000] attribuent ce phénomène à l'atteinte d'une déformation critique notée $\varepsilon_C^{'}$.

Cependant, une nouvelle déformation critique notée ε_C^{*} par les auteurs, peut apparaitre pour expliquer une éventuelle réapparition de l'instabilité [Balik et al., 2000] au cours de l'écrouissage.

I-4- COURBES LIMITES DE FORMAGE (CLF)

I-4-1- Présentation de la courbe limite de formage classique

Les procédés de formage des tôles et notamment l'emboutissage, imposent à la pièce des sollicitations à déformations plastiques allant du trajet simple au chemin séquentiel, suivant la complexité du produit à réaliser.

Les paramètres liés aux propriétés métallurgiques du flan, ou à la qualité du contact entre la tôle et l'outil, ont aussi une influence certaine sur le champ des contraintes imposé et conditionnent ainsi les caractéristiques de l'embouti.

Une prédiction quantitative de la réussite de l'opération, à travers la notion de courbe limite de formage (CLF), a été mise en place en 1965 par [Keeler, 1965] puis complétée par Goodwin en 1968 [Goodwin, 1968].

La courbe limite de formage est une représentation dans le plan des directions principales $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ des déformations, des limites de formabilité de la tôle.

- ε_1 est la déformation principale maximale ou majeure, apparaissant en ordonnée.
- ε_2 est la déformation principale minimale ou mineure, en abscisse.

La CLF sépare le plan $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ en deux parties :

- Le domaine de l'échec de l'opération, situé au dessus de la CLFD.
- Le domaine de la réussite, situé en dessous de la courbe.

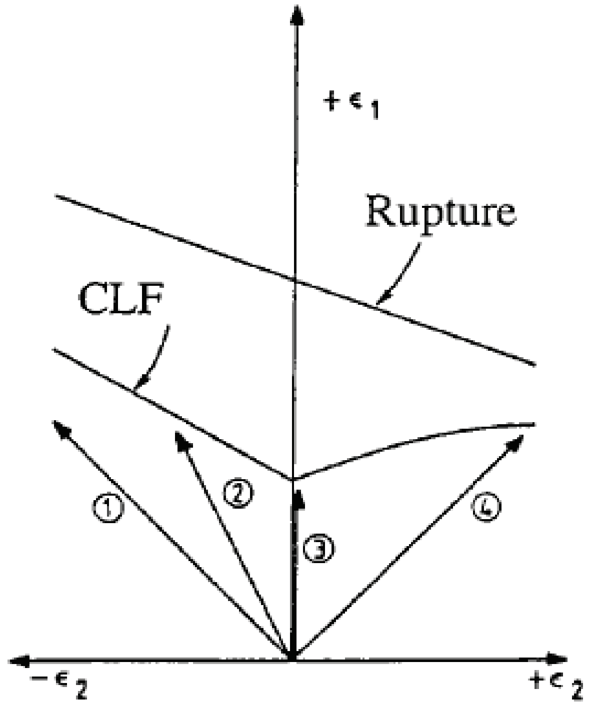

Figure I - 17 : Description de la courbe limite de formage en déformations [Timothy, 1989]

Les limites de formabilité indiquées sur le graphe, peuvent correspondre, selon les cas, soit à l'apparition de la striction, ou bien à la rupture.
La courbe limite de formage à striction présente un intérêt particulier, eu égard à sa prévision d'une instabilité plastique qui est le prélude à la rupture et aussi au souci permanent d'éviter les rebus pour des raisons esthétiques.
Le tracé de la courbe limite de formage est mené dans le cadre théorique suivant :

- état de contraintes planes, dans le plan de la tôle.
- cisaillement négligeable dans l'épaisseur de la tôle.
- absence de sollicitation en flexion.
- chargement radial.

La forme et le niveau des CLF, dépendent grandement des conditions de leur construction. Celles-ci se manifestent à travers de nombreux aspects dont :

- la méthode utilisée pour estimer l'apparition de l'instabilité plastique.
- les outils employés pour la mesure des déformations.
- les moyens utilisés pour la déformer.

L'influence de l'épaisseur d'une tôle d'aluminium sur la courbe limite de formage, a été mise en évidence par [Mingyao. et al. 1999]. Il observe qu'une augmentation de l'épaisseur de la tôle, entraine l'augmentation des limites de formabilité sur toute la plage des déformations. L'écart entre les différentes CLF obtenues est plus important dans le domaine de l'expansion, avec une plus grande évolution en trajet de déformation plane (fig. I.18).

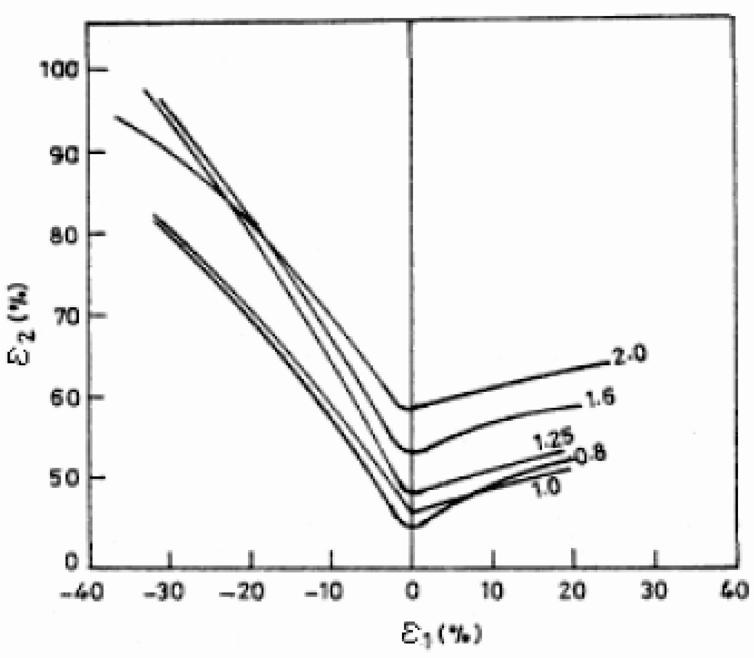

Figure I - 18 : Influence de l'épaisseur de la tôle sur les CLF [Mingyao et al., 1999]

Pour construire une CLF, il est donc nécessaire de réaliser des essais permettant de reproduire les différents modes de déformation présents en emboutissage.
A partir du début du XX^{ème} siècle, deux familles de méthodes permettant de construire les courbes limites de formage sont apparues [Arrieux et al., 1982].

-les essais de simulation : ils reprennent à petite échelle, des opérations effectuées en emboutissage. La méthode consiste, à partir d'un certain nombre d'essais à couvrir les différents trajets de déformation linéaires en vue d'obtenir la gamme des valeurs de la déformation principale mineure ε_2 la plus étendue possible.

Les essais de simulation utilisés [Arrieux et al., 1982] sont les essais de traction large, les essais sur éprouvettes ISO 50 en retreint, ainsi que les essais sur éprouvettes entaillées. Ces essais sont représentatifs du mode retreint $(\varepsilon_2 \prec 0)$.

L'essai Swift et l'essai Jovignot complètent la caractérisation de l'opération dans le domaine de l'expansion $(\varepsilon_2 \succ 0)$.

- la famille d'essais n'utilisant qu'un seul outillage : essai Marciniak [Marciniack., 1973] et essai Nakazima [Nakazima., 1968].

L'utilisation des méthodes expérimentales pour la détermination des CLF reste actuellement limitée par le cout de mise en œuvre et le manque de normes conduisant à une forte variabilité des résultats [Ben Tahar 2005].

La limitation principale de la courbe limite de formage ainsi déterminée, se situe dans l'absence de prévision sur chemins de déformation séquentiels.

Cet aspect de la sollicitation est important dans l'industrie, car la fabrication de pièces complexes nécessite un emboutissage en plusieurs passes non pris en compte par la CLF classique.

I-4-2- Courbe limite de formage en contraintes

La notion de courbe limite de formage en contraintes, a été introduite afin d'améliorer la prévision des limites de formabilité en chargement complexe.
[Arrieux et al., 1982] ont fondé la méthode sur la base d'un comportement rigide plastique et en contraintes planes.
Les états de contraintes limites de formage d'une tôle d'aluminium, sont calculés à partir des déformations critiques prévues par la CLF en utilisant la loi de comportement du matériau sous forme incrémentale.

Le calcul est mené pour trois trajets de chargement distincts : trajet radial, trajet séquentiel avec pré-déformation en expansion, puis pré-déformation en traction.

Les états de contraintes calculés sont situés sur une même courbe du plan (σ_1, σ_2) définissant la courbe limite de formage en contraintes (CLFC). La figure (I.19) montre la CLFC obtenue.

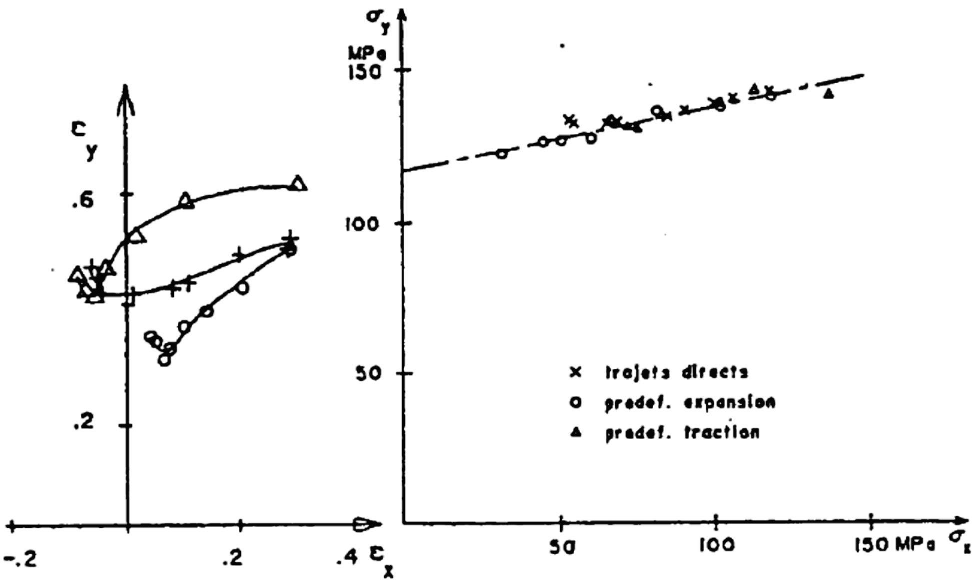

Figure I – 19 : CLF et Courbe limite de formage en contraintes pour une tôle en aluminium [Arrieux et al. 1982]

I-4-3- Approche empirique des limites de formabilité

L'analyse de l'influence des paramètres rhéologiques du matériau sur la formabilité des tôles, menée sur les aciers doux, a permis à Keeler et Brazier de conclure que les CLF d'une même famille de matériaux présentent une forme similaire [Keeler., Brazier. 1975].

Ce résultat a permis la mise en place de méthodes d'estimation des limites de formabilité des tôles, fondées sur le traitement statistique de données obtenues par l'expérience.

La déformation critique en traction plane notée FLD_0, avec les deux pentes des droites dans les domaines de l'expansion et du retreint respectivement, sont les trois paramètres retenus permettant d'approcher la courbe limite de formage à instabilité plastique, pour chaque famille de matériaux.

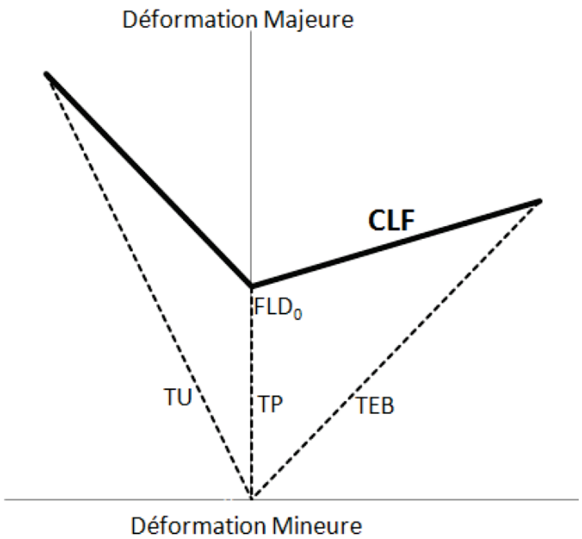

Figure I - 20 : Forme générale de la courbe limite à striction – méthode empirique [Keeler et Brazier. 1975]

La forme générale est présentée sur la figure (I.20). Les valeurs des angles en expansion et en retreint, estimées par une étude statistique, sont d'environ 20° et -45° [Bleck et al. 1998].
La détermination du paramètre FLD_0 est faite à partir de formules empiriques.

A- Modèle *North American Deep Drawing Research (NADDR)*

La déformation critique en traction plane (FLD_0), pour les aciers dont l'écrouissage isotrope obéit à la loi puissance de Hollomon s'exprime par :

$$FLD_0 = \frac{(23.3 + 14.13 . e_0).}{0.21} . n \qquad \text{(I.2)}$$

Où ; e_0 estl'épaisseur initiale de la tôle.
n est le coefficient d'écrouissage.
Le coefficient 0.21 est une borne supérieure dans le modèle NADDR. Il indique la valeur maximale du coefficient d'écrouissage, au-delà de laquelle la déformation à striction ne peut plus évoluer.
Cette valeur ainsi que la signification physique de ce facteur, sont remis en cause [Col., 2010].

La validation du modèle pour les aciers IF, HS et DP montre que la prédiction de formabilité est en assez bon accord avec les points expérimentaux [Bleck. et al, 1998] ; la courbe limite de formage à striction se situe globalement en dessous des points de mesure.
Le résultat apparait sur la figure (I. 21).

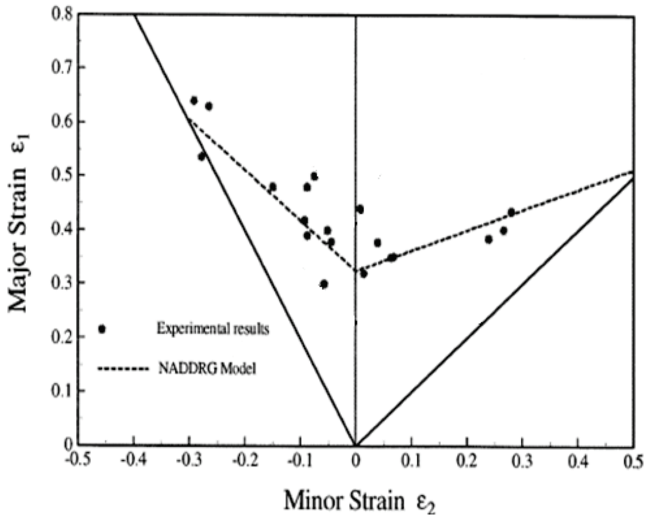

Figure I - 21 : Modèle de la NADDRG

Acier Interstitial High Strengh [Bleck et al. 1998]

B-*Modèle Bethlehem Steel Corporation (BSC)*

Le modèle basé sur le même principe expérimental s'exprime par :

$$FLD_0 = 2.78 + 3.244.e_0 + 0.892\,A \quad \text{(I.3)}$$

Où : e_0 est l'épaisseur initiale de la tôle.

A est un coefficient de formabilité.

Dans le but d'améliorer la prévision, Cayssials propose un modèle faisant intervenir un nombre plus important de paramètres qui ont une influence sur la détermination de FLD_0 et du reste de la CLF. Le modèle tient compte de l'effet de la sensibilité à la vitesse de déformation, de l'écrouissage, de l'épaisseur de la tôle ainsi que de l'endommagement du matériau [Cayssials 1998].

I-4-4- Approche théorique des limites de formabilité

Les méthodes expérimentales représentent historiquement, la première approche utilisée pour prédire des domaines de déformations admissibles, en prévision de l'occurrence de phénomènes instables.

L'introduction du concept de courbes limite de formage, ainsi que les nombreux travaux expérimentaux liés à celles-ci, ont abouti à une meilleure connaissance des difficultés rencontrées en emboutissage. Cependant, la limitation à l'emploi généralisé des CLF, réside dans leur forte dépendance des chemins de déformation.

Les CLF usuelles, déterminées pour des trajectoires de déformation linéaires, restent insuffisantes pour décrire les procédés d'emboutissage en plusieurs passes où la tôle est sollicitée en chargement séquentiel.

De nombreuses études théoriques de l'opération d'emboutissage ont été menées en parallèle. Elles consistent en l'analyse de différentes situations de perte d'homogénéité de la déformation.

Ceci a conduit à la mise en place de critères d'apparition des instabilités plastiques. Nous présentons ci-après, les critères d'instabilité usuels, présents dans la littérature.

A-*Critère de Considère*

Le critère de Considère (1885) est historiquement le premier critère proposé pour l'étude des problèmes d'instabilité plastique.

Suite à l'observation expérimentale sur la traction uniaxiale de barres en acier, Considère postule que la striction diffuse se manifeste lorsque l'effort appliqué par la machine de traction atteint son maximum, lors d'un essai monotone.

Soit pour un matériau plastiquement incompressible :

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} - \sigma = 0 \quad \text{(I.4)}$$

où σ et ε sont respectivement, la contrainte de traction et la déformation logarithmique longitudinale à la striction.

Si le matériau obéit à la loi puissance de Hollomon $\sigma = K\,\varepsilon^n$, la déformation critique à striction diffuse s'obtient à partir de (I.4) par : $\varepsilon_C = n$ (I.5)

Ce modèle unidimensionnel est inadapté aux tôles embouties, eu égard à la configuration de la tôle (produit plat) et surtout aux modes de sollicitation bien différents dans les deux situations.

L'idée de force maximum de Considère, a été le point de départ de plusieurs extensions et formulations plus élaborées, et bien adaptées au cas des tôles d'emboutissage.

B-*Critère de Swift*

Swift (1952) reprend l'idée de force maximum de Considère. Il postule que la striction diffuse se manifeste à l'atteinte des maximums simultanés des efforts de traction, suivant les directions principales du plan de la tôle, sollicitée en chargement biaxial.

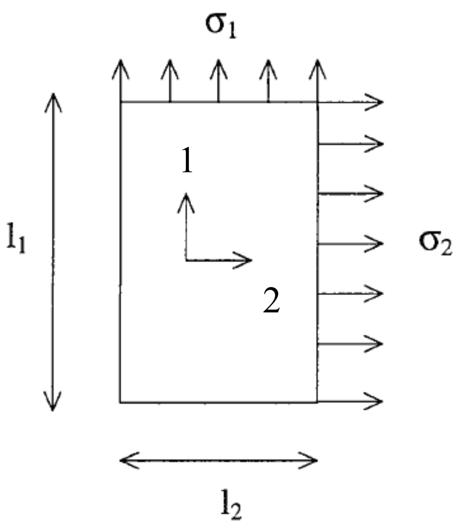

Figure I - 22 : Critère de Swift-chargement biaxial

Soient F_1 et F_2 les efforts de traction suivant les directions, du laminage et transversale respectivement :

$$F_1 = \sigma_1\, L_2\, e$$
$$F_2 = \sigma_2\, L_1\, e \qquad \text{(I.6)}$$

Où : e désigne l'épaisseur de la tôle.

La condition de force maximum s'écrit :

$$\frac{dF_1}{F_1} = \frac{d\sigma_1}{\sigma_1} + \frac{dL_2}{L_2} + \frac{de}{e} = 0$$
$$\frac{dF_2}{F_2} = \frac{d\sigma_2}{\sigma_2} + \frac{dL_1}{L_1} + \frac{de}{e} = 0 \qquad \text{(I.7)}$$

Les incréments de déformations sont donnés par :

$$d\varepsilon_1 = \frac{dL_1}{L_1}, d\varepsilon_2 = \frac{dL_2}{L_2}, d\varepsilon_3 = \frac{de}{e} \tag{I.8}$$

Tenant compte de l'incompressibilité plastique, la condition d'instabilité devient :

$$\begin{aligned} &\frac{d\sigma_1}{\sigma_1} - d\varepsilon_1 = 0 \\ &\frac{d\sigma_2}{\sigma_2} - d\varepsilon_2 = 0 \end{aligned} \tag{I.9}$$

Le système (I.27) traduit la condition d'instabilité de Swift exprimée sous forme incrémentale, dont l'intégration fait intervenir la loi de comportement du matériau.

Pour un chargement radial défini par $\sigma_2 / \sigma_1 = x$, et dans le cas du matériau décrit par le critère de Von Mises avec une loi d'écrouissage isotrope, Swift obtient le taux d'écrouissage suivant à l'apparition de la striction diffuse :

$$\frac{1}{\bar{\sigma}} \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\varepsilon}} = \frac{4x^3 - 3x^2 - 3x + 4}{4\left[\left(1 - x + x^2\right)\right]^{3/2}} \tag{I.10}$$

où $\bar{\sigma}$ et $\bar{\varepsilon}$ sont la contrainte et la déformation équivalentes de Von Mises.

C-*Critère de Hill*

Hill (1952) observe expérimentalement, à partir d'essais de traction menés sur éprouvettes plates, l'apparition d'un amincissement de la tôle suivant une direction inclinée par rapport à l'axe de la sollicitation. Ce phénomène se présente sous la forme d'une bande d'instabilité plastique inclinée dans le plan de la tôle, que Hill suppose être une bande d'extension nulle.

Hill prévoit que, dans le domaine des sollicitations de la tôle en rétreint uniquement, la striction localisée se produit lorsque les forces suivant les directions normale et tangentielle du repère local (figure I.15) passent simultanément par un maximum.

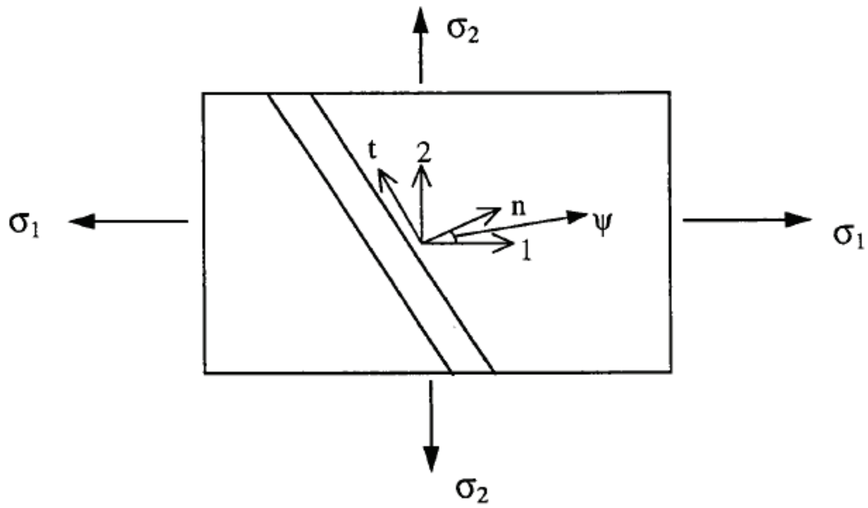

Figure I - 23 : Représentation de la bande de striction localisée- [Hill., 1952]

Soient $d\varepsilon_1$ et $d\varepsilon_2$ les incréments de déformations principales dans les directions 1 et 2.
L'incrément de déformation plastique, suivant la direction tangentielle t s'écrit :

$$\vec{u_t} = \begin{pmatrix} \cos\psi \\ \sin\psi \end{pmatrix}$$

$$d\varepsilon_t = \overrightarrow{u_t^T}\ \varepsilon\ \vec{u_t} = \sin^2\psi\, d\varepsilon_1 + \cos^2\psi\, d\varepsilon_2 \qquad \text{(I.11)}$$

Où : ψ repère la direction normale à la bande de striction n, par rapport à la direction du laminage 1.
$\vec{u_t}$ est le vecteur unitaire tangent, suivant la direction t.
La déformation $d\varepsilon_t$, dans la direction t de la bande est nulle, soit :

$$d\varepsilon_t = 0 \Rightarrow tg^2\psi = -\frac{d\varepsilon_2}{d\varepsilon_1} = -\rho \qquad \text{(I.12)}$$

Où ρ décrit le chargement radial imposé à la tôle.

Soient F_t et F_n, les efforts dans les directions tangentielle et normale à la bande, respectivement. Nous avons :

$$F_t = S_t\,\sigma_{nt}$$
$$F_n = S_t\,\sigma_n \qquad \text{(I.13)}$$

Où : S_t est la section de la bande, parallèlement à la direction t.
σ_n est la contrainte normale suivant n.
σ_{nt} est la contrainte tangentielle suivant t.

La condition d'instabilité s'exprime par :

$$\frac{dF_t}{F_t} = \frac{dS_t}{S_t} + \frac{d\sigma_{nt}}{\sigma_{nt}} = 0$$
$$\frac{dF_n}{F_n} = \frac{dS_t}{S_t} + \frac{d\sigma_n}{\sigma_n} = 0 \qquad \text{(I.14)}$$

L'hypothèse d'extension dans la direction tangentielle étant faite, le taux de déformation de la section de la bande est :

$$S_t = L_t\,.e \Rightarrow dS_t = L_t.\ de + e.\ dL_t. \Rightarrow \frac{dS_t}{S_t} = \frac{de}{e} = d\varepsilon_3 \qquad \text{(I.15)}$$

Sachantque le chargement est radial en contraintes : $\frac{d\sigma_n}{\sigma_n} = \frac{d\sigma_{nt}}{\sigma_{nt}} = \frac{d\overline{\sigma}}{\overline{\sigma}}$ (I.16)

La condition d'instabilité de Hill s'exprime par :

$$d\varepsilon_3 + \frac{d\overline{\sigma}}{\overline{\sigma}} = 0 \qquad \text{(I.17)}$$

En utilisant la contrainte équivalente de Von mises, avec un écrouissage décrit par la loi de Hollomon, le critère se réduit à :

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = n \quad \text{(I.18)}$$

où n est le coefficient d'écrouissage du matériau.

D-*Critère de Marciniak-Kuczynski (M- K)*

Le critère de Hill ne prévoit pas l'apparition de bande de localisation en expansion, ce qui contredit l'expérience. Afin d'étendre la théorie de Hill, Marciniak et Kuczynski [MK 1967] émettent l'hypothèse de l'existence d'un défaut initial dans le matériau, qui est à l'origine de l'amorçage de l'instabilité plastique. Ce critère considère un matériau à deux zones, chacune homogène mais d'épaisseurs différentes. La tôle est ainsi composée de deux parties :

- la zone homogène notée A, d'épaisseur actuelle e^A et d'épaisseur initiale e_0^A
- la zone du défaut, notée B, d'épaisseur actuelle e^B et d'épaisseur initiale e_0^B

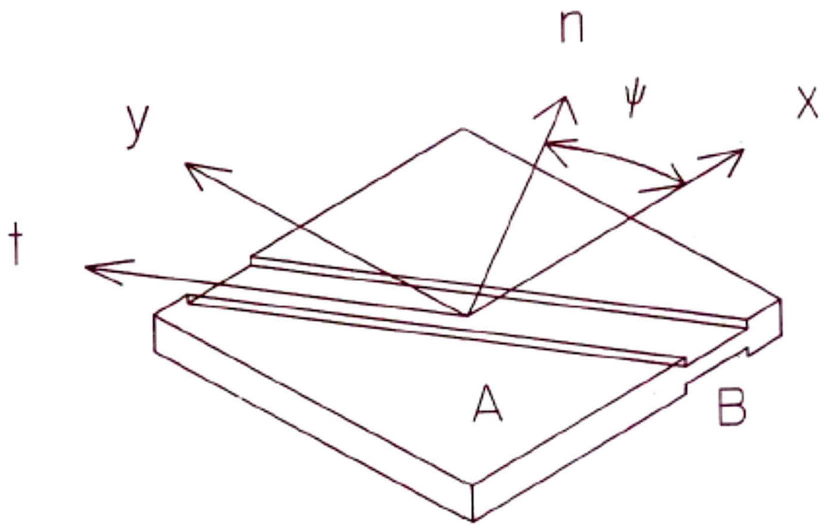

Figure I – 24 : Critère de M-K - Géométrie du modèle

Dans la première version du critère, la zone du défaut est supposée de direction perpendiculaire à la direction principale majeure, et d'orientation invariable pendant l'écoulement plastique.

[Hutchinson et al., 1978] généralisent le critère original, dans le but d'étendre la prévision à tous les modes de déformation plastique présents en emboutissage.

Le défaut initial est supposé incliné de l'angle ψ par rapport à la direction principale majeure, sa rotation est aussi prise en compte par le modèle.

Le défaut initial s'exprime par le rapport des épaisseurs : $f_0 = \dfrac{e_0^{\,B}}{e_0^{\,A}}$ (I.19)

Les épaisseurs actuelles s'écrivent en fonction de la déformation logarithmique suivant l'épaisseur ε_3 :

$$\begin{aligned} e^A &= e_0{}^A \exp \varepsilon_3{}^A \\ e^B &= e_0{}^B \exp \varepsilon_3{}^B \end{aligned} \tag{I-20}$$

Le défaut actuel s'écrit : $f = \frac{e_0{}^B}{e_0{}^A} = f_0 \exp\left(\varepsilon_3{}^B - \varepsilon_3{}^A\right)$ (I-21)

Le chemin radial de déformation imposé dans la partie est décrit par : $\rho = \frac{\varepsilon_2{}^A}{\varepsilon_1{}^A} = cste$ (I-22)

L'orientation actuelle du défaut s'exprime par : $\tan\psi = \exp\left((1-\rho)\,\varepsilon_1{}^A\right)\tan\psi_0$ (I-23)

Les équations traduisant l'équilibre entre les deux zones sont :

$$\begin{aligned} \sigma_{nn}{}^A e^A &= \sigma_{nn}{}^B e^B \\ \sigma_{nt}{}^A e^A &= \sigma_{nt}{}^B e^B \end{aligned} \tag{I-24}$$

La compatibilité des déformations le long de la bande s'écrit : $d\varepsilon_{tt}{}^A = d\varepsilon_{tt}{}^B$

Les contraintes locales s'expriment en fonction des contraintes principales $\sigma_1{}^A, \sigma_2{}^A$ et de l'angle d'orientation actuelle ψ du défaut par :

$$\begin{aligned} \sigma_{nn}{}^A &= \sigma_1{}^A \cos^2\psi + \sigma_2{}^A \sin^2\psi \\ \sigma_{tt}{}^A &= \sigma_1{}^A \sin^2\psi + \sigma_2{}^A \cos^2\psi \\ \sigma_{nt}{}^A &= \sigma_2{}^A - \sigma_1{}^A \cos\psi \sin\psi \end{aligned} \tag{I-25}$$

Les équations ainsi obtenues et couplées à la loi de comportement du matériau, permettent d'obtenir le système d'équations qui gouverne la localisation des déformations.

I-5- Essais d'emboutissage

Les différents états de déformations présents au niveau du flanen emboutissage de tôles minces, imposent de réaliser des séquences de chargements allant de l'expansion équibiaxée à la traction simple en vue de la caractérisation. Ceci amène les chercheurs et les industriels à réaliser des essais d'emboutissage en laboratoire dans des conditions expérimentales les plus réalistes possibles. Nous présentons les essais mécaniques classiques ayant servi à la comparaison avec les résultats de la modélisation et de la simulation numérique, présents dans la littérature.

I-5-1 : Essai de traction simple

Du point de vue symétries matérielles, la tôle laminée présente trois directions privilégiées : la direction de laminage (RD, pour Rolling Direction), la direction transverse (TD, pour Transverse direction) et la direction normale à la tôle (ND, pour Normal direction).

L'éprouvette découpée suivant la direction de chargement (LOADING direction) inclinée de l'angle α par rapport à la direction de laminage (RD), définit l'orientation de l'essai dans le plan de la tôle (cf. figure I-25).
Les essais les plus couramment utilisés sont les essais dans les axes RD et TD (α=0°, α=90°), ainsi que l'essai de traction hors axes pour α=45° (DD, pour Diagonal Direction).

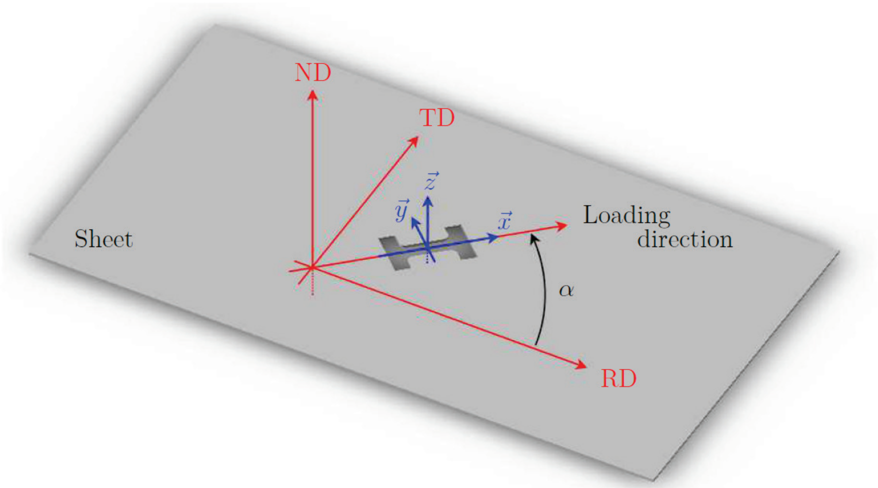

Figure I – 25 : Représentation de l'éprouvette dans l'essai de traction hors axes.

L'essai de traction permet de caractériser l'anisotropie de la tôle, ainsi que la limite élastique, l'écrouissage et la limite à rupture du matériau.
Les machines de traction conventionnelles largement présentes dans les équipements de laboratoires de recherches, en font un essai très répandu.
La courbe rationnelle de traction, tracée en contraintes vraies et déformations logarithmiques représente le principal résultat de l'essai (figure I-26).

I-5-2 : Essai de traction à température

Les essais à température sont envisagés pour caractériser les tôles destinées à une opération d'emboutissage à chaud. Ce type d'essai réalisé sur une machine non conventionnelle, assure une température homogène et constante dans la zone utile de l'éprouvette, ainsi que la mesure locale et simultanée des déformations.

La figure I- 26 présente la machine d'essai Gleeble (Dynamics Systems Inc., USA). Elle dispose d'un système de chauffage par effet Joule asservi par un système de régulation comprenant des thermocouples pour le contrôle de la température. Le profil de températures est établi par caméras infrarouge ; les déformations étant mesurées par un système vidéo.

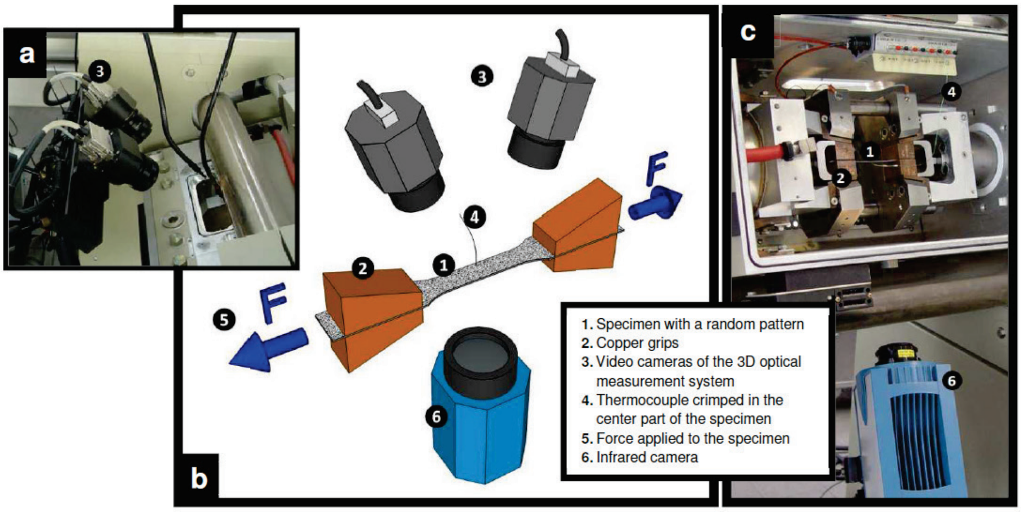

Figure I - 26 : Dispositifs de l'essai de traction en température Gleeble
a)Caméras système ARAMIS, b) Principe et position des instruments de mesure
c)Enceinte d'essai et position de la caméra infrarouge [Bernard et al., 2013]

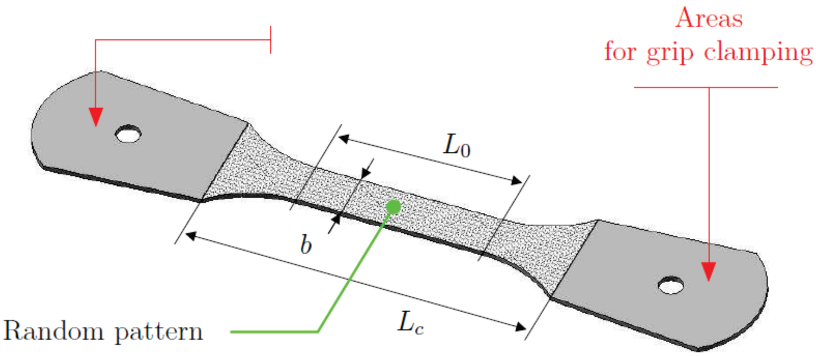

Figure I - 27 : Géométrie de l'éprouvette de l'essai Gleeble [Bernard et al., 2013]

I-5-3 : Essai Swift

L'emboutissage profond (Deep Drawing) peut faire intervenir une opération de ré-emboutissage direct (re-drawing) [Kim et al, 2002] ou un étirage (ironing) [Danckert. 2001, Chandrasekharan. et al. 2005]. Il est établi par l'expérience, que l'opération de l'étirage du godet cylindrique, intervenant dans la fabrication de canettes [schunemann. et al. 1996], réduit le phénomène d'apparition de cornes d'emboutissage profond. Le ré-emboutissage va plutôt vers l'augmentation du nombre de cornes sur le godet final [Yoon et al., 2011].
L'essai Swift, mis en place en 1951, est un essai d'emboutissage de godet cylindrique à fond plat. L'éprouvette est un disque, qui est maintenu entre la matrice et le poinçon, avec une pression de serrage réduite permettant le glissement : la tôle est alors sollicitée en mode de déformations de rétreint.il est largement utilisé pour valider les modèles de comportement de tôles [Yoon et al., 2006, Rabahallah et al., 2009, Pottier et al., 2011].
Cet essai est largement utilisé pour déterminer le rapport limite d'emboutissage LDR.

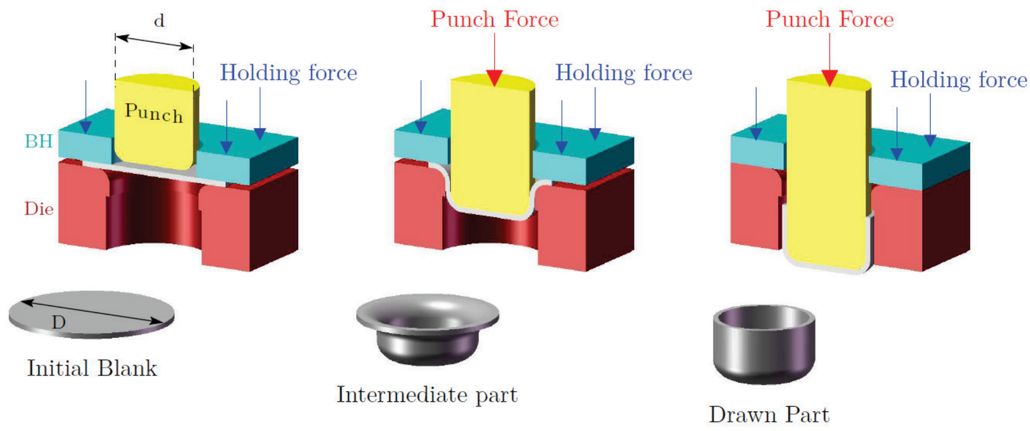

Figure I - 28 : Dispositif et mode opératoire de l'essai Swift

La forme du godet final, obtenue lors de l'opération d'emboutissage suivant le mode opératoire de l'essai Swift, montre l'existence de zones d'amincissements importants qui peuvent provoquer la rupture de la pièce.

Ces zones se situent généralement en nez et sortie de rayon de poinçon [Moshksar et al. 1997].

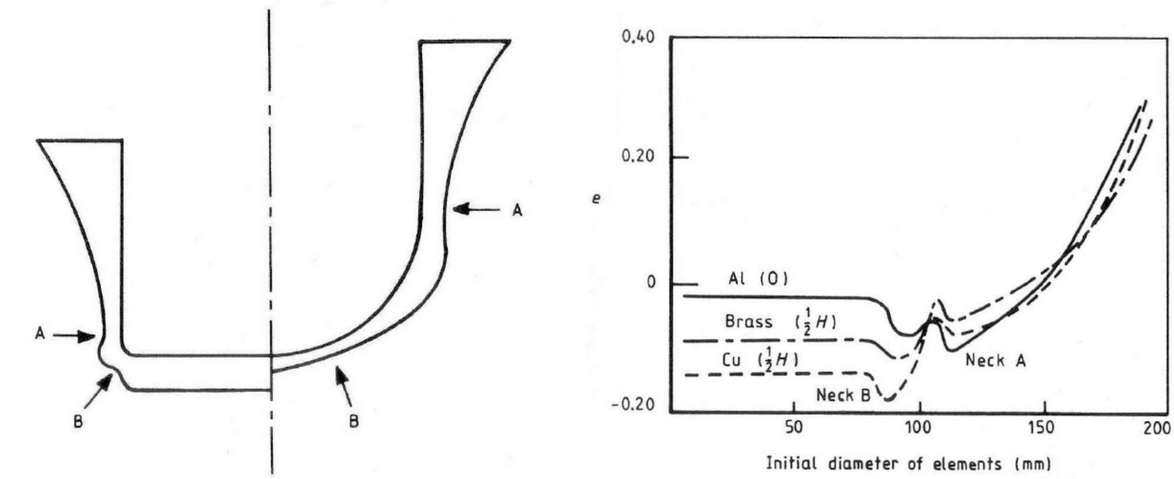

Figure I - 29 : Déformée exagérée d'un embouti Swift à fond plat et profils des épaisseurs mesurées [Pearce., 1991]

L'essai Swift permet de construire et d'analyser la courbe Force - déplacement du poinçon.

I-5-4 : Test de Demeri

Le test de Demeri [Demeri et al. 2000, Laurent et al., 2009, Laurent et al., 2010] est réalisé sur les emboutis cylindriques à de type Swift à fond plat.

Il caractérise le retrait élastique de la tôle et consiste en la découpe d'un anneau prélevé dans le mur du godet et suivant la direction de laminage de la tôle.

L'ouverture de l'anneau permet la mesure du retrait élastique après libération des contraintes résiduelles.

La figure (I-31) décrit le procédé du test de Demeri.

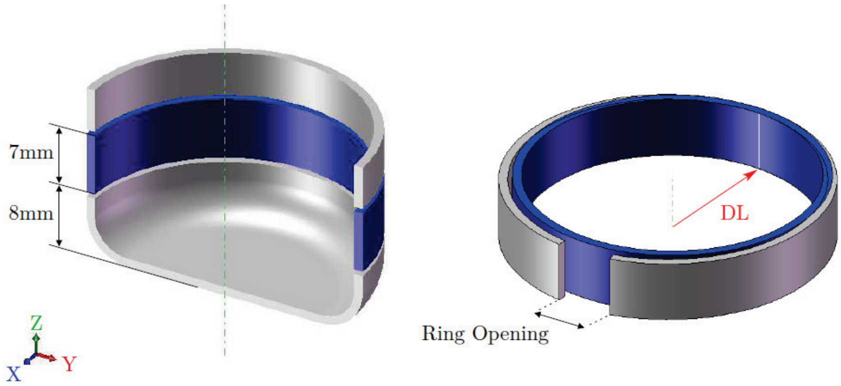

Figure I - 30 : Description du test de Demeri

I-5-5 : Essai Erichsen

L'essai Erichsen est représentatif du mode de déformation de la tôle en expansion. Il dispose d'un poinçon hémisphérique et d'un jouc de retenue pour atténuer l'avalement du flan au cours de l'opération d'emboutissage. La tôle est sollicitée en expansion équibiaxiale.
L'essai permet de déterminer la valeur du coefficient de biaxialité par :

$$r_b = \left(\frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_L}\right) \quad avec \quad \varepsilon_T = Log\left(\frac{d_T}{d_0}\right) \quad et \quad \varepsilon_L = Log\,\frac{d_L}{d_0} \qquad \text{(I.26)}$$

d_L et d_T sont les longueurs courantes dans le plan de la tôle.
d_0 est la longueur initiale dans les deux directions.

Le coefficient de biaxialité est le rapport de la déformation suivant la direction transversale à la déformation dans la direction du laminage : il caractérise l'anisotropie de la tôle.
Cet essai est également utilisé pour caractériser la formabilité de la tôle, par la mesure de la hauteur maximale de l'embouti avant rupture LDH (pour Limiting Dome Height) [Wang et al., 2012].

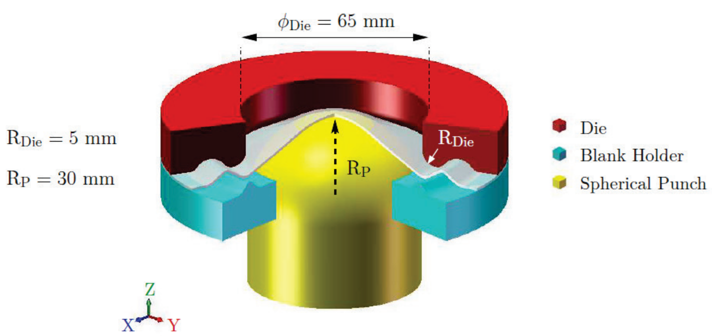

Figure I – 31 : dispositif de l'essai d'emboutissage Erichsen

I-5-6 : Essai Nakazima

En 1968, Nakazima a mis en place un essai d'emboutissage avec un poinçon à fond hémisphérique et une matrice circulaire.
L'essai Nakazima est dit « essai mixte ». La figure suivante en décrit le dispositif.

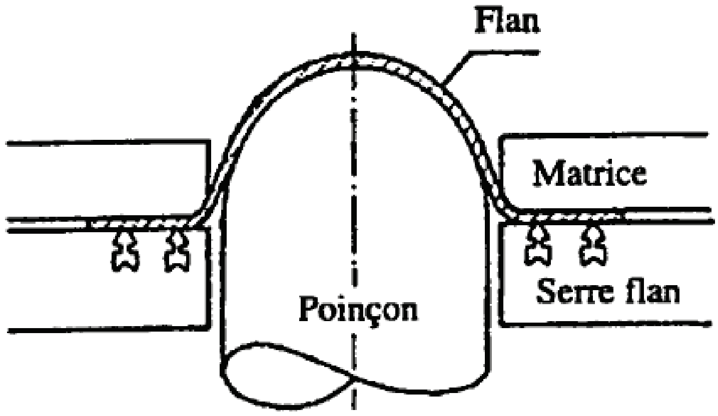

Figure I - 32 : Essai Nakazima

I-5-7 : Essai Marciniak

En 1973, Marciniak a proposé un autre dispositif d'essai d'emboutissage avec un poinçon à fond plat. L'originalité de l'essai réside dans la géométrie des éprouvettes et dans l'ajout d'un contre flan (Figure I-33).

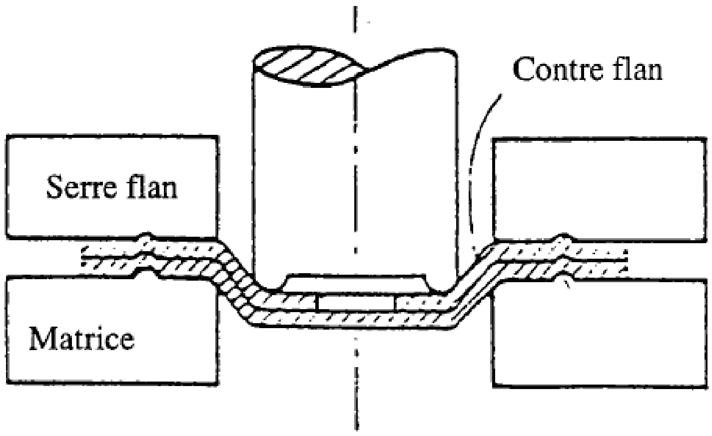

Figure I - 33 : Essai Marciniak

I-5-8 : Essai Jovignot

L'essai de gonflement hydraulique a été proposé en premier lieu par Olsen en 1920, puis par Jovignot en 1930 [Mesrar. 1991].

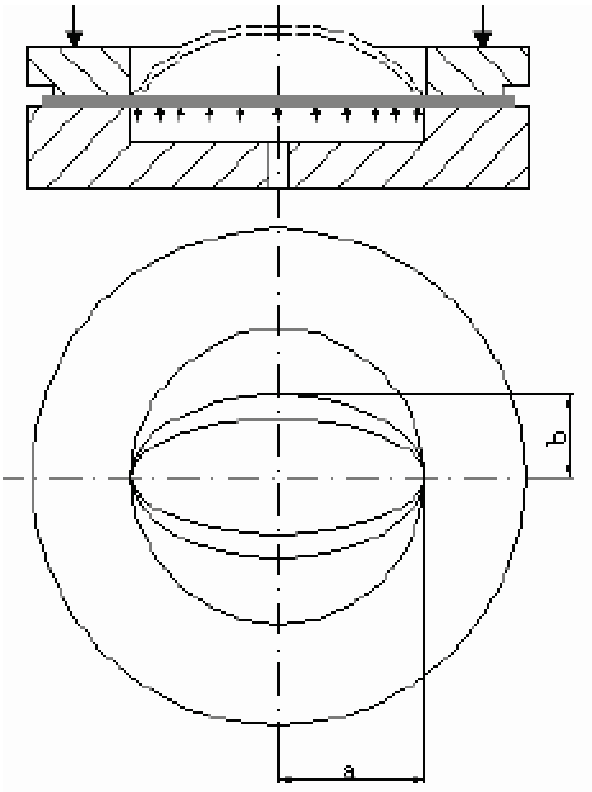

Figure I - 34 : Dispositif expérimental de l’essai Jovignot

La tôle fixée entre le serre-flan et la matrice est gonflée par du liquide sous pression. Des matrices elliptiques d’excentricités différentes sont utilisées, dans le but d’obtenir des modes de déformations divers qui couvrent le domaine de sollicitation de la tôle durant l’emboutissage. L’essai présente l’avantage de ne pas mettre en jeu de frottements entre l’outil et la pièce, les états de contraintes sont déterminés à partir de la pression hydraulique et de la mesure du rayon de courbure de la tôle.

I-6- Modélisation du comportement plastique des tôles

I-6-1- Cadre général

Nous présentons les éléments de modélisation du comportement plastique des tôles, suivant une approche variables internes. Cette approche est mixte :

- le comportement du milieu supposé continu, est décrit à l’échelle macroscopique en utilisant des variables mécaniques observables (contraintes et déformations) et en respectant les principes de la thermodynamique.
- les phénomènes physiques présents à l’échelle microscopique, sont représentés d’une manière globale par l’introduction de variables internes d’écrouissage.

La formulation rigoureuse des modèles dans le cadre de la théorie de représentation des fonctions tensorielles, est limitée et encore mal maitrisée du fait du nombre assez élevé des coefficients à identifier. La modélisation du comportement fait appel aux éléments suivants :

- la description de la surface de charge initiale qui marque le passage du matériau des évolutions élastiques vers l'écoulement plastique.
- la modélisation de l'écrouissage, aspect fondamental en emboutissage, dans le but de décrire l'évolution de la forme, de la taille et de la position de la surface de charge initiale.
- la mise en place des lois d'écoulement plastique, qui relient les déformations plastiques à l'état de contrainte du matériau.

Deux modèles décrivent l'écrouissage : le modèle de Taylor pour l'écrouissage isotrope, et le modèle de Prager dans le cas de l'écrouissage cinématique.
L'écrouissage isotrope se manifeste par une expansion homothétique de la surface de charge, alors que l'écrouissage cinématique consiste en une translation de celle-ci.

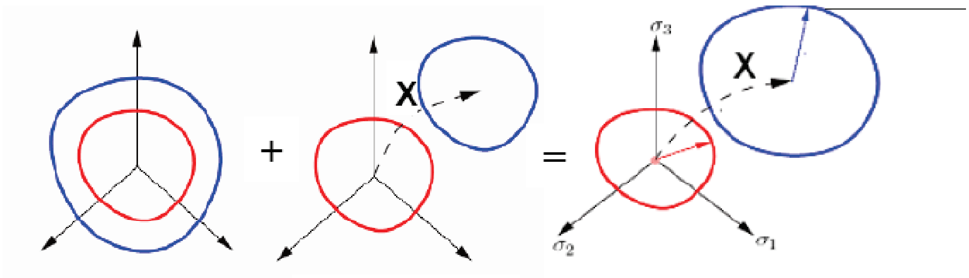

Figure I - 35 : Ecrouissages isotrope, cinématique et mixte

Le critère de plasticité est une description mathématique de la surface de charge initiale. Il est insensible à la pression hydrostatique, du fait de l'incompressibilité plastique et s'exprime en fonction du déviateur du tenseur des contraintes σ^D (ou S) par :

$$\begin{aligned} & f\left(\sigma^D,\ \alpha\right)=f\left(S,\alpha\right)=\overline{\sigma}-\sigma_S(\alpha)=0 \\ & \overline{\sigma}_{ij}^{D}=S_{ij}=\sigma_{ij}-\frac{1}{3}\sigma_{kk}\,\delta ij \end{aligned} \tag{I.27}$$

f est la fonction seuil de plasticité.

α est la variable d'écrouissage de type scalaire dans le cas de l'écrouissage isotrope.

$\overline{\sigma}$ est la contrainte équivalente.

$\sigma_S(\alpha)$ représente la fonction d'écrouissage.

Dans le cadre de l'hypothèse de dissipativité normale, les lois d'écoulement plastique du matériau s'écrivent :

$$d\varepsilon_{ij}^{P} = 0 \qquad si\ f \prec 0$$

$$d\varepsilon_{ij}^{P} = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad d\alpha = -d\lambda \frac{\partial f}{\partial A_i} \qquad Si\ f = 0 \tag{I.28}$$

$d\varepsilon_{ij}^{P}$ est l'incrément de déformation plastique.

A_i est la force thermodynamique associée à α .

λ est le multiplicateur plastique.

Une extension du principe du travail maximal de Hill, introduit la déformation plastique équivalente $\overline{\varepsilon}^{P}$ conjuguée de la contrainte équivalente $\overline{\sigma}$ dans l'expression du travail plastique par :

$$\sigma_{ij}\, d\varepsilon_{ij}^{P} = \overline{\sigma}\, d\overline{\varepsilon}^{P} \tag{I.29}$$

Où : $d\overline{\varepsilon}^{P}$ est l'incrément de déformation plastique équivalente.

La relation (1.5) exprime l'égalité entre le travail plastique réalisé par un état de contraintes quelconque avec le travail plastique réalisé par les mesures équivalentes.

I-6-2 : Critères de plasticité isotropes

L'entrée en plasticité est indépendante de l'orientation du repère principal, pour les métaux isotropes.

L'expression de la contrainte équivalente fait intervenir les invariants I_2 et I_3 du tenseur des contraintes, ou bien J_2 et J_3 du tenseur déviateur S tels que :

$$I_2 = \frac{1}{2}\left[(Tr(\sigma))^2 - Tr\left(\sigma^2\right)\right] = \frac{1}{2}\left[\sigma_{kk}{}^2 - \sigma_{ij}\,\sigma_{ij}\right] = \frac{1}{2}\sigma_{ij}\,\sigma_{ij}$$

$$I_3 = \det|\sigma| = \frac{1}{3}\sigma_{ij}\,\sigma_{jk}\,\sigma_{ki} \tag{I.30}$$

$$J_2 = \frac{1}{2}Tr\left(S^2\right) = \frac{1}{2}S_{ij}\,S_{ij}$$

$$J_3 = \frac{1}{3}Tr\left(S^3\right) = \frac{1}{3}S_{ij}\,S_{jk}\,S_{ki}$$

A- Critère de Tresca

Tresca (1864) a proposé le premier critère pour les matériaux métalliques. Ce critère prévoit que la limite élastique est atteinte lorsque la contrainte de cisaillement maximum atteint une valeur critique k.

La surface de charge initiale est déterminée par :

$$\overline{\sigma} = \max_{i \neq j}\left|\sigma_i - \sigma_j\right| = k = \frac{\sigma_0}{2} \tag{I.31}$$

Où : σ_i, σ_j sont les contraintes principales (i≠j).

k est une mesure de la limite élastique en cisaillement ; elle peut aussi être déterminée par un essai de traction simple pour lequel la limite élastique σ_0 est égale à 2k.

Ce critère correspondant à un comportement insensible à la pression hydrostatique, il s'exprime en fonction des invariants J_2 et J_3 du déviateur S, sous la forme :

$$f(j_2, J_3) = 4J_2^3 - 27J_3^2 - 36k^2J_2^2 + 96k^4J_2 - 64k^6 = 0 \qquad \text{(I.32)}$$

Sa représentation dans l'espace de Haigh-Westergaad, est un prisme à base hexagonale dont l'axe est la trisectrice du trièdre formé par les directions principales des contraintes.

B- Critère de Von Mises

Le critère de Von Mises (1913) considère que la contrainte équivalente ne dépend que de l'invariant J_2. La fonction seuil s'exprime par :

$$f(J_2) = J_2 - k^2 = 0 \qquad \text{(I.33)}$$

La constante k est aussi une mesure de la limite élastique en cisaillement ; elle est liée à la limite élastique en traction σ_0 par la relation $\sigma_0 = \sqrt{3}\,k$.

La forme quadratique du critère de Von Mises, est la plus utilisée pour décrire le comportement des matériaux isotropes et ductiles.

Elle s'obtient à partir du développement du second invariant J_2 (I.5) en fonction des composantes du tenseur des contraintes comme suit :

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{2}\left[(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6\left(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2\right)\right] = \sigma_0^2 \qquad \text{(I.34)}$$

Dans l'espace des contraintes principales, la surface de charge initiale est un cylindre à base circulaire de rayon $\sqrt{2}\,k$, ayant pour axe l'axe hydrostatique de cosinus directeurs $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

C- Critère de Drücker

Le critère de Drücker (1949) est formulé à partir des second et troisième invariants du déviateur du tenseur des contraintes par :

$$\bar{\sigma}^6 = F(J_2, J_3) = \frac{(3J_2)^3\left[\left(1 - C\frac{J_3^2}{J_2^3}\right)\right]}{\left(1 - \frac{4C}{27}\right)} = \sigma_0^6 \qquad \text{(I.35)}$$

Où ; σ_0 est la limite élastique en traction simple ou équibiaxiale.

La condition de convexité de la surface est vérifiée pour $C \leq \frac{9}{4}$.

D- Critère de Hosford

Hosford (1972) a proposé un critère isotrope non quadratique en contraintes. Il s'exprime en fonction des contraintes principales par :

$$f = |\sigma_1 - \sigma_2|^m + |\sigma_2 - \sigma_3|^m + |\sigma_3 - \sigma_1|^m - 2\,\overline{\sigma}_0^m = 0$$
$$ou \qquad \text{(I.36)}$$
$$|S_1 - S_2|^m + |S_2 - S_3|^m + |S_3 - S_1|^m - 2\,\overline{\sigma}_0^m = 0$$

Barlat et Coll (1991) ont montré que la fonction seuil définie peut être exprimée en fonction des invariants J_2 et J_3 ; sous la forme :

$$3 J_2\, \psi(\theta) - 2\sigma_0^m = 0$$

Où $\theta = arc\cos J_3 / J_2^{3/2}$ (I.37)

repère la position du point représentatif du tenseur déviateur des contraintes sur le plan déviatoire.

La figure suivante montre la trace des critères de plasticité de Tresca, Von Mises et Drücker sur le plan déviatoire.

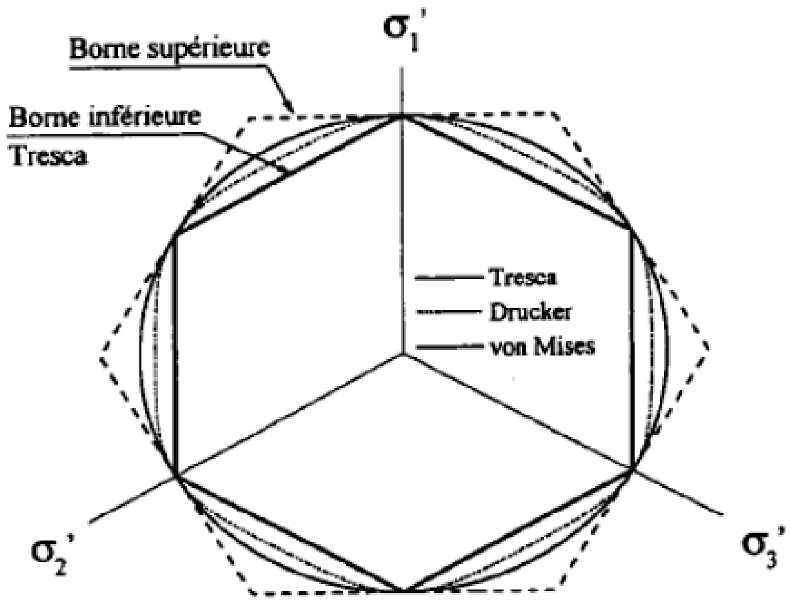

Figure I - 36 : Représentation de la trace des critères de Tresca, Von Mises et Drücker sur le plan du déviateur (d'après Karafillis et Boyce, 1993).

I-6-3- Critères de plasticité anisotropes

Les tôles laminées présentent le plus souvent, un comportement anisotrope de type orthotropie totale en raison de l'existence de trois plans de symétrie orthogonaux dont les intersections définissent les trois directions privilégiées d'orthotropie de la tôle à savoir :
-la direction du laminage.
-la direction transversale dans le plan de la tôle.
-l'épaisseur.

La caractérisation du comportement plastique anisotrope des tôles minces destinées à des opérations d'emboutissage, est menée à travers l'analyse des résultats obtenus en essais de traction uniaxiale suivant différentes orientations de l'éprouvette dans le plan de la tôle.
La mesure des déformations obtenues suivant, la largeur de l'éprouvette puis de l'épaisseur de celle-ci, permet pour une orientation donnée, de calculer la valeur du coefficient de Lankford r correspondant par :

$$r = \frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_E} \tag{I.38}$$

Où : ε_T désigne la déformation dans la direction transversale de l'éprouvette.
ε_E désigne la déformation suivant l'épaisseur.

L'essai de traction est ainsi mené sur des éprouvettes découpées à 0°, 45° puis 90° par rapport à la direction du laminage de la tôle.
Le coefficient de Lankford moyen $\bar{r}$ se calcule par :

$$\bar{r} = \frac{r_0 + 2r_{45} + r_{90}}{4} \tag{I.39}$$

L'indicateur de l'anisotropie plane de la tôle est donné par :

$$\Delta r = \frac{r_0 - 2r_{45} + r_{90}}{2} \tag{I.40}$$

A- Critère de Hill quadratique (1948)

Hill a formulé un critère qui rend compte de l'anisotropie initiale des tôles laminées.
Le critère fait intervenir six coefficients d'anisotropie plastique de la tôle : F, G, H, L, M et N.
La contrainte équivalente de Hill $\bar{\sigma}$, s'exprime dans le repère d'orthotropie de la tôle $\left(\overrightarrow{X_1}, \overrightarrow{X_2}, \overrightarrow{X_3}\right)$ formé des directions privilégiées par :

$$\bar{\sigma} = \sqrt{F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L\sigma_{23}^2 + 2M\sigma_{13}^2 + 2N\sigma_{12}^2} \tag{I.41}$$

En état de contraintes planes, largement représentatif de l'emboutissage, la contrainte équivalente se réduit à :

$$\overline{\sigma} = \sqrt{(G+H)\sigma_{11}^2 - 2H\,\sigma_{11}\sigma_{22} + (F+H)\sigma_{22}^2 + 2N\,\sigma_{12}^2} \tag{I.42}$$

B- *Critère de Hill non quadratique (1979)*

Hill a proposé un critère, non quadratique en contraintes, dans le but d'améliorer la description du comportement plastique de certains matériaux (Ti, Zn, Al).
Ce critère est applicable dans le cas où les directions principales du tenseur des contraintes coïncident avec les axes du repère d'orthotropie de la tôle $\left(\overrightarrow{X_1}, \overrightarrow{X_2}, \overrightarrow{X_3}\right)$.

La contrainte équivalente $\overline{\sigma}$ vérifie la relation suivante où figurent coefficient de forme m ainsi que six coefficients du critère notés f, g, h, a, b et c.

$$\begin{aligned}\overline{\sigma}^m = & f\,(\sigma_2 - \sigma_3)^m + g\,(\sigma_3 - \sigma_1)^m + h\,(\sigma_1 - \sigma_2)^m + a\,(2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3)^m \\ & + b\,(2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3)^m + c(2\sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2)^m\end{aligned} \tag{I.43}$$

Le recours au coefficient de forme m est destiné à affiner la description de la fonction de charge par rapport au critère quadratique. Cependant, ceci nécessite de disposer des résultats d'un essai supplémentaire lors de l'identification du modèle.

C- *Critère de Hill non quadratique (1990)*

Hill a établi un critère, qui exprime la condition d'entrée en plasticité, à partir des contraintes principales (σ_1, σ_2) et de l'orientation des directions principales par rapport aux axes privilégiés : $\alpha = \left(\overrightarrow{X_1}, I\right) = \left(\overrightarrow{X_2}, II\right)$ (fig. I-39).

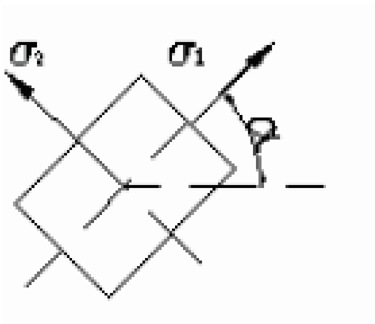

Figure I – 37 : Orientation du repère principal.

Le critère fait intervenir les limites élastiques, relatives aux essais en expansion équibiaxiale et cisaillement, ainsi que deux coefficients d'anisotropie. Il s'écrit :

$$|\sigma_1+\sigma_2|^m+\left(\frac{\sigma_{b0}}{\tau_0}\right)^m|\sigma_1-\sigma_2|^m+$$
$$|\sigma_1^2+\sigma_2^2|^{\frac{m}{2}-1}\left[-2a\left(\sigma_1^2-\sigma_2^2\right)+b\left(\sigma_1^2-\sigma_2^2\right)^2\cos 2\alpha\right]\cos\alpha=\left(2\sigma_{b0}\right)^m \tag{I.44}$$

Où :

σ_{b0} est la limite élastique du matériau en expansion équibiaxiale.

τ_0 est la limite élastique en cisaillement.

a et b caractérisent l'anisotropie de la tôle.

D- *Critère de Ferron (1994)*

Le critère de plasticité est exprimé avec une fonction de forme [Ferron et al., 1994], et une contrainte de référence σ_{bo} correspondant à la traction équibiaxiale.

$$f=\phi(\sigma_1,\sigma_2;\alpha)-\sigma_{bo}=0$$
$$ou \tag{I.45}$$
$$f=\varphi(x_1,x_2;\alpha)-\sigma_{bo}=0$$

La correspondance entre les contraintes principales et les coordonnées sur la représentation polaire est :

$$x_1=\frac{\sigma_1+\sigma_2}{2}=\sigma_{b0}.g(\theta,\alpha).\cos\theta \quad ; \; x_2=\frac{\sigma_1-\sigma_2}{2}=\sigma_{b0}.g(\theta,\alpha).\sin\theta \tag{I.46}$$

Où $g(\theta,\alpha)$ est le rayon polaire, θ est l'angle polaire (fig. I-40).

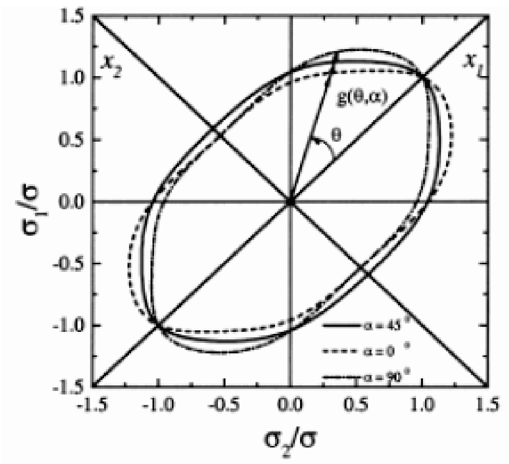

Figure I - 38 : Représentation polaire d'un critère de plasticité.

En isotropie transverse, le rayon polaire est donné par :

$$(1-k).g\ (\theta)^{-6}.=F(\theta)=\left(\cos^2\theta+A\sin^2\theta\right)^3-k\cos^2\theta\ \left(\cos^2\theta-b\sin^2\theta\right)^2 \tag{I.47}$$

L'extension au cas orthotrope fait intervenir l'angle d'orientation des directions principales dans le plan de la tôle par :

$$(1-k)^{\frac{m}{6}}.g\ (\theta,\alpha)^{-m}.=F(\theta)^{\frac{m}{6}}-2a\sin\theta.\cos^{2n-1}\theta.\cos 2\alpha+b\sin^{2p}\theta.\cos^{2q}.2\alpha \tag{I.48}$$

De façon analogue, la fonction seuil s'exprime sous la forme :

$$f=\psi\left(x_1,x_2,\alpha\right)-\sigma_{b0}$$

$$\psi\left(x_1,x_2,\alpha\right)=\frac{\left(x_1^2+Ax_2^2\right)^3-kx_1^2\left(x_1^2-Bx_2^2\right)^{\frac{m}{6}}}{1-k}-\frac{2a}{(1-k)^{\frac{m}{6}}}.\frac{x_2.x_1^{\,2n-1}}{\left(x_1^2+x_2^2\right)^{\frac{n-m}{2}}}.\cos 2\alpha \tag{I.49}$$

$$+\frac{b}{(1-k)^{\frac{m}{6}}}\frac{x_1^{2p}}{\left(x_1^2+x_2^2\right)^{\frac{p-m}{2}}}\cos 2q.2\alpha$$

Le critère quadratique de Hill est un cas particulier du critère de Ferron (1994), nous le retrouvons pour k=0, m=2 ; et n=p=q=1.

I-6-4- Lois d'écrouissage

La déformation plastique entraine l'évolution de la surface de charge et donc l'augmentation de la limite élastique avec la déformation plastique : cet aspect du comportement est fondamental en mise en forme des métaux. Nous nous limitons au cadre de l'écrouissage isotrope dans lequel la surface de charge se dilate uniformément. La loi d'écrouissage $\overline{\sigma}(\ \overline{\varepsilon}^P)$ relie la contrainte équivalente $\overline{\sigma}$ à la déformation plastique équivalente $\overline{\varepsilon}^P$.

L'essai de traction suivant la direction du laminage, est souvent pris comme référence pour établir la courbe d'écrouissage du matériau isotrope. Différents formes analytiques sont présentes pour décrire l'écrouissage isotrope.

A- Loi de Swift

$$\overline{\sigma}=K\left(\varepsilon_0+\overline{\varepsilon^P}\right)^n \tag{I.50}$$

Où : K, ε_0 et n sont les constantes du matériau.

ε_0 correspond à la déformation seuil du matériau.

n est communément appelé coefficient d'écrouissage.

La loi de Swift prend en compte la déformation réalisée à la limite de la surface de charge initiale, soit à l'entrée du matériau en stade d'écoulement plastique.

B- Loi de Hollomon

$$\overline{\sigma}=K\left(\overline{\varepsilon^P}\right)^n \tag{I.51}$$

Elle ne rend pas compte des déformations lors de la transition élastoplastique

C- Loi de Ludwick

$$\overline{\sigma} = \sigma_0 + K\left(\overline{\varepsilon^P}\right)^n \tag{I.52}$$

Où : σ_0 est la contrainte seuil du matériau.

D- Loi de Voce

$$\sigma_S = \sigma_0 + R_0 p + R_{\text{inf}}\left[1 - e^{-bp}\right] \tag{I.53}$$

Où : σ_S est la contrainte équivalente de Von Mises.

σ_0 est la limite élastique initiale.

p est la déformation plastique cumulée.

R_0 est le module d'écrouissage asymptotique.

R_{inf} et b décrivent la partie non linéaire de la courbe d'écrouissage

La loi de Voce (1955) est représentative de l'écrouissage des alliages d'aluminium.

La figure I-41 présente un tracé de cette loi et donne la signification des différents paramètres du modèle.

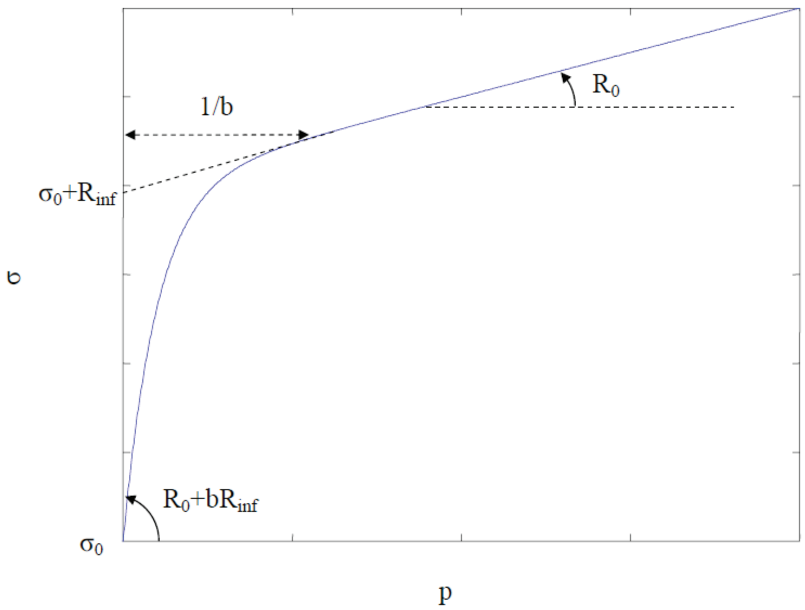

Figure I - 39 : Loi d'écrouissage de Voce [Voce 1955]

E- Loi de Bron

[F. Bron, 2004] a proposé une loi d'écrouissage destinée à améliorer la description du comportement des alliages d'aluminium dans le domaine de transition élastoplastique.

Elle fait intervenir six paramètres : (K_0, K_1, K_2, k_1, k_2) et la limite élastique R_0 du matériau par :

$$\overline{\sigma} = R(p) = R_0\left[1 + K_0 p + K_1\left(1 - e^{-k_1 p}\right) + K_2\left(1 - e^{-k_2 p}\right)\right] \tag{I.54}$$

où p représente la déformation plastique équivalente.

I-7- Conclusion

La mise au point des outils et du procédé en emboutissage de tôles, est délicate eu égard à l'arrivée de nouveaux matériaux tels que les aciers à haute résistance et les alliages d'aluminium. L'utilisation des courbes limites de formage dans l'industrie, est destinée à évaluer la faisabilité de l'opération. Cependant, la limitation à l'emploi des CLF réside dans leur dépendance du chemin de déformation pouvant être séquentiel. De ce fait, il arrive que les CLF étant établies en chemins radiaux ne soient pas adaptées aux conditions de la réalisation de certaines pièces.

En outre, le rapport limite d'emboutissage (LDR) caractéristique de l'emboutissage profond, permet de prévoir le nombre de passes à réaliser. Sa valeur dépend des coefficients d'anisotropie de la tôle et du coefficient d'écrouissage du matériau.

Les instabilités plastiques répertoriées dans la littérature sont la striction diffuse, la striction localisée et l'effet Portevin-Le Châtelier qui est caractéristique des alliages d'aluminium-magnésium.

D'après [Col. 2010] la striction diffuse est le prélude à la rupture. Cependant, la zone de striction résiste à une extension nécessitant jusqu'à 10 à 20 % d'allongement supplémentaire. Après l'apparition de la striction diffuse, le matériau continue à se déformer jusqu'à l'apparition d'une bande oblique appelée bande de localisation.

[Chengheri Bao., 2016] a étudié expérimentalement, l'évolution de la striction d'une éprouvette plate, à travers plusieurs paramètres. L'étude a conduit aux résultats suivants :

- les bandes de localisation rétrécissent pendant la striction, et leur orientation évolue.
- l'augmentation de la vitesse de traction avance l'apparition de la striction localisée.
- seule l'épaisseur de la tôle a une influence sur la largeur des bandes et leur orientation.
- l'orientation de l'éprouvette de traction n'a pas d'influence sur la largeur des bandes ni leur orientation.

L'effet Portevin-Le Châtelier se manifeste à la surface des échantillons qui présentent alors un aspect rugueux, irréductible et insensible au polissage.

La classification des bandes PLC, dans la littérature, est faite suivant les trois types A, B ou C [Jiang and al. 2007].

Leurs propriétés dépendent de la vitesse de déformation [Ait-Amokhtar et al., 2006] ou de la combinaison vitesse de déformation et température [Ait-Amokhtar et al., 2008].

Il existe pour chaque matériau, un intervalle limité de vitesses de déformation et de température définissant le domaine d'occurrence de l'instabilité PLC.

En essai de traction sur machine dure, où à vitesse de déformation imposée, l'effet PLC se manifeste par de brusques décharges de la contrainte ou décrochements.

La valeur de la déformation critique à effet PLC dépend de la vitesse de déformation [Chihab et al., 2003, Ait-Amokhtar et al., 2006, Maziere et al., 2012], de la température [Fu et al., 2011], ou du jeu des deux paramètres réunis [Col et al., 2010].
L'anisotropie de la tôle dans son plan favorise l'apparition de cornes d'emboutissage sur les godets, suivant les directions de la tôle à coefficients de Lankford les plus élevés. La valeur du rapport d'emboutissage a une influence sur les dimensions des cornes. Il est alors possible de diminuer l'ampleur du phénomène par la modification de la forme du flan initial [Takuda et al., 2000].

De nombreuses études ont été menées pour la prédiction théorique de l'occurrence des instabilités plastiques. Parmi les critères classiques d'instabilité à striction diffuse, le critère de Swift [Swift 1952] est le précurseur en la matière. Il consiste en l'extension au cas des tôles, du principe de force maximum de Considère [Considère. 1885].
Le premier critère d'instabilité à striction localisée, est proposé par Hill [Hill. 1952]. Ilprédit l'instabilité dans le domaine du retreint. L'approche introduite par Marciniak et Kuckzinsky [Marciniak-Kuczynski. 1967] englobe le domaine de l'expansion et suppose l'existence d'un défaut initial qui est à l'origine de l'amorçage de la striction localisée.

L'approche expérimentale pour la détermination des courbes limites de formage consiste à réaliser des essais de caractérisation du comportement plastique et de la formabilité des tôles. Le choix des essais est fait dans le souci de recouvrer l'ensemble des modes de déformation présents en emboutissage. Les options possibles pour ce faire, sont principalement la modification de la largeur des éprouvettes et l'utilisation d'éprouvettes entaillées.

La modélisation du comportement anisotrope des tôles d'emboutissage nécessite entre autres le choix du critère de plasticité et de la loi d'écrouissage. La variété des critères nous amène à les classer suivant la forme de la contrainte équivalente, et de la représentation de la fonction seuil.
Le critère classique de Hill [Hill. 1948] est quadratique, il s'exprime dans les axes privilégiés de la tôle et rend compte de l'anisotropie initiale.
Le second critère de Hill [Hill. 1979] n'est pas quadratique, il est applicable dans le cas où les directions principales des contraintes coïncident avec le repère d'orthotropie de la tôle.
[Hill 1990] propose un second critère non quadratique où la condition d'entrée en plasticité fait intervenir l'orientation des directions de sollicitations par rapport au repère privilégié d'orthotropie de la tôle.
Le critère de Ferron [Ferron 1994] s'exprime en représentation polaire de la fonction seuil.
La loi d'écrouissage de Hollomon [Hollomon. 1945] ne prend pas en compte la déformation lors de la transition élasto-plastique, elle est donc indiquée pour la modélisation par une approche rigide plastique.
Les lois de Bron [F. Bron, 2004] et de Voce [Voce 1955] sont destinées à la description de l'écrouissage des alliages d'aluminium.

CHAPITRE II : MODELISATION DU COMPORTEMENT MECANIQUE DES TOLES EN ACIER

II-1-Introduction

Le présent chapitre concerne la présentation de nos travaux portant sur la formulation et l'identification de lois de comportement anisotropes pour tôles minces en acier destinées à l'emboutissage. Les travaux théoriques que nous menons, sont validés à partir d'une série de résultats d'essais mécaniques mis à notre disposition.

Les modèles que nous mettons en place, ont en commun les hypothèses suivantes :

- H1 : Comportement rigide plastique incompressible.
- H2 : Ecrouissage isotrope.
- H3 : Critère de plasticité de Hill - quadratique ou non, selon le modèle -.
- H4 : Etat de contraintes planes, dans le plan de la tôle.

Dans un premier temps, nous présentons les essais radiaux ainsi que l'essai de traction hors-axes dans un cadre général. La description de l'état de contrainte ou de déformation, selon le cas, est précisée. Une attention particulière est accordée à la coïncidence ou non des repères principaux de contraintes et de déformations.
Les tôles d'étude notées 1 et 2, sont décrites en termes de taux de réduction et épaisseur. Les résultats d'essais radiaux et d'essais de traction hors-axes disponibles, sont donnés pour chaque tôle.
La quantification de la dispersion des mesures du coefficient de Lankford selon l'orientation des éprouvettes de traction, nous permet de classifier le comportement en deux types : isotrope transverse (tôle1) et orthotrope (tôle 2).

Nous exposons en premier lieu, la formulation et l'identification du modèle isotrope transverse, quadratique en contraintes et associé, dans le cadre des hypothèses H_1 à H_4. Les lois d'évolution plastique sont déduites du critère de plasticité quadratique de Hill (1948). La caractérisation du modèle en chemin radial est présentée. Elle conduit aux prévisions théoriques du modèle en termes d'expressions des coefficients de la loi d'écrouissage de Hollomon et aussi de la contrainte et la déformation équivalentes pour chaque essai.

Deux méthodes d'identification du modèle quadratique et associé sont présentées.

- La première méthode est directe. Elle consiste à fixer le coefficient de Lankford à sa valeur moyenne mesurée, puis à calculer les courbes d'écrouissage en expansion et traction plane à partir des prévisions du modèle.
- La seconde identification est faite à partir des courbes d'écrouissage. Nous y introduisons la loi puissance de Hollomon pour décrire l'écrouissage supposé isotrope du matériau. Elle consiste à identifier la valeur théorique du coefficient de Lankford qui rapproche au mieux la

courbe d’écrouissage en expansion de la référence retenue en traction simple. Le coefficient d’écrouissage qui est commun à ces deux essais est déterminé par moindres carrés.

Le second modèle en isotropie transverse est quadratique en contraintes. Il est formulé en plasticité non associée et fait intervenir un potentiel plastique différent de la fonction seuil. Le coefficient d’anisotropie relatif au potentiel est identifié à la valeur moyenne mesurée en traction hors axes, alors que le coefficient relatif au critère est identifié à partir des courbes d’écrouissage par la démarche décrite pour le modèle précédent.

Le modèle isotrope transverse non quadratique en contraintes et associé, est ensuite construit à partir du critère de Hill (1979). Il fait intervenir un potentiel plastique quadratique en contraintes et introduit un coefficient de forme destiné à améliorer la description de l’écrouissage.
L’identification est menée à partir de la valeur moyenne du coefficient de Lankford mesurée, et ne fait appel à aucune forme analytique. Elle consiste à minimiser dans le plan déformation équivalente-contrainte équivalente, l’aire comprise entre la courbe rationnelle de traction prise comme référence et la courbe d’écrouissage en expansion dont les équations paramétriques sont établies par les prévisions du modèle. Le coefficient d’ajustement ainsi déterminé permet l’identification du coefficient de forme du critère.

Le quatrième modèle formulé en isotropie transverse et plasticité non associée, est non quadratique en contraintes. Il fait intervenir un potentiel plastique différent de la fonction seuil. Le coefficient de Lankford relatif au potentiel est pris égal à la valeur moyenne mesurée en essais de traction hors-axes. Le modèle n’introduit pas de forme analytique pour décrire l’écrouissage. L’identification consiste à déterminer le coefficient de Lankford relatif au critère, à partir du calcul des paramètres d’ajustement des courbes contraintes équivalente-déformation équivalente en expansion et traction plane par la même méthode que précédemment.

Pour chacun des quatre modèles construits en isotropie transverse, nous calculons deux séries de courbes à partir des résultats de l’identification :
-les courbes d’écrouissage du matériau en EB et TP
-les courbes de la variation de l’erreur relative en EB et TP, calculée par rapport à la référence choisie en TS.
L’interprétation des différentes courbes obtenues, nous mène à la discussion des résultats et à la validation de nos modèles.

Le modèle orthotrope et associé est présenté en fin de chapitre. Il est destiné à décrire le comportement mécanique de la tôle2 où les coefficients de Lankford mesurés présentent un écart type important.

Nous mettons en œuvre le modèle, puis en établissons les prévisions théoriques sous forme de relations entre les coefficients de la loi de Hollomon pour différentes orientations de l'éprouvette et les coefficients relatifs à l'essai de traction dans la direction du laminage THA00° qui est choisi comme référence.

L'identification du modèle est menée à partir des coefficients de Lankford mesurés.

La validation du modèle est faite par comparaison des courbes d'écrouissage calculées pour les différentes orientations de l'éprouvette, à la référence choisie.

II-2- Essais radiaux

Nous considérons un état de contraintes planes (x_1, x_2) dans le plan de la tôle, l'axe x_3 correspond au troisième axe privilégié d'orthotropie dirigé suivant l'épaisseur. Dans le cas de sollicitations triaxiales (dans les axes d'orthotropie), le tenseur des contraintes σ et de déformations ε s'écrivent en tenant compte de l'incompressibilité plastique:

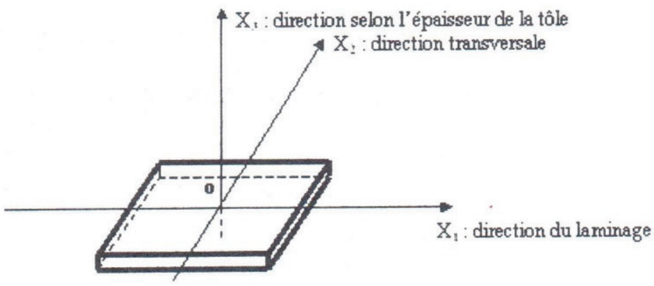

Figure II.1- Repère privilégié d'orthotropie de la tôle

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & x\sigma & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 = \rho\,\varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & -(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \end{pmatrix} \tag{II. 1}$$

Les essais radiaux disponibles sont décrits selon le cas, par les rapports des contraintes ou des déformations, respectivement : $x = {}^{\sigma_2}\!/_{\sigma_1}$, $\rho = {}^{\varepsilon_2}\!/_{\varepsilon_1}$. (II.2)

Ils sont notés comme suit

- TS : Traction simple -x=0, $\varepsilon_1 = \varepsilon$. (II.3)
- EB : Expansion équibiaxée-x=1, $\rho = \dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$ (II.4)
- TP : Traction plane - $\varepsilon_2 = 0$, $\varepsilon_1 = -\varepsilon_3$. (II.5)

II-3- Essai de traction hors-axes

Cet essai est décrit par la traction, sur une éprouvette inclinée d'un angle ψ par rapport à la direction du laminage de la tôle.

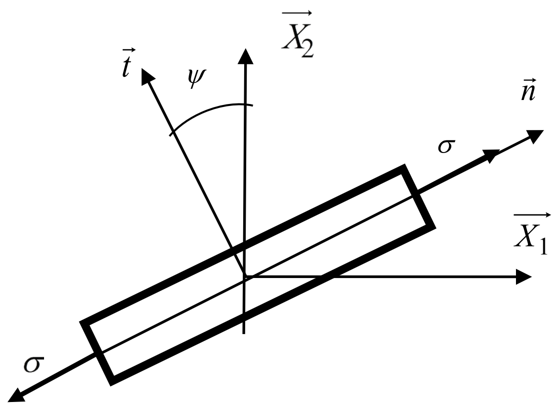

Figure II.2- Schématisation de l'essai de traction hors-axes.

Soit σ la contrainte de traction appliquée suivant la direction notée n. Le tenseur des contraintes dans le repère $R_{n\,t\,X_3}$ s'écrit :

$$\boldsymbol{\sigma^d} = \begin{pmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{II.6}$$

Dans le repère $R_{X_1 X_2 X_3}$ formé par les axes d'orthotropie de la tôle, le tenseur des contraintes est donné, en notant $\boldsymbol{\psi}$ la matrice de rotation et $\boldsymbol{\sigma^d}$ le tenseur diagonal des contraintes principales dans $R_{n\,t\,X_3}$, par l'expression :

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\psi^T}\,\boldsymbol{\sigma^d}\,\boldsymbol{\psi} = \begin{pmatrix} \sigma\cos^2\psi & \sigma\sin\psi\cos\psi & 0 \\ \sigma\sin\psi\cos\psi & \sigma\sin^2\psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{II- 7}$$

avec : $$\boldsymbol{\psi} = \begin{pmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{II- 8}$$

A partir du choix du critère de plasticité, les lois d'évolution plastique permettent de calculer l'expression du coefficient de Lankford relatif à chaque inclinaison ψ de l'éprouvette de traction.

II-4-Description des tôles d'étude

Deux tôles en acier ont été retenues par rapport à leurs propriétés mécaniques. Les caractéristiques de chaque tôle sont regroupées dans le tableau suivant:

Tableau 1: Description des tôles en acier

Tôle	Taux de réduction %	Epaisseur (mm)
1	70	0.8
2	76	0.8

Le tableau 2 précise les différents résultats d'essais mécaniques en notre possession.
Ils sont établis sous forme de fichiers des paramètres des courbes rationnelles pour chacun des différents essais radiaux réalisés.

Tableau 2: Essais disponibles

Tôle	TS 00°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	EB	TP
1	X	X	X	X	X	X	X		
	X							X	X
2	X	X	X	X	X	X	X		
	X							X	X

Le tableau suivant présente les résultats de mesure du coefficient de Lankford pour différents essais de traction hors-axes suivant l'orientation ψ de l'éprouvette de traction. Le coefficient de Lankford moyen r_{EXP} et son écart moyen Δr, sont calculés à partir des n coefficients mesurés $r_{\psi i}$ (relatifs aux directions ψ_i) par:

$$r_{EXP} = \frac{1}{2(n-1)}\left(r_0 + 2\sum_{i=2}^{n-1} r_{\psi i} + r_{90}\right)$$
$$\Delta r = \frac{1}{n-1}\left(\left|r_0 - r_{EXP}\right| + 2\sum_{i=2}^{n-1}\left|r_{\psi i} - r_{EXP}\right| + \left|r_{90} - r_{EXP}\right|\right) \qquad \text{(II.9)}$$

Tableau 3 : Coefficients de Lankford mesurés en essais de traction hors-axes

Toles Numéro / ψ (deg.)°	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	r_{EXP}	Δr
1	1.03	1.04	0.97	1.06	1.10	1.19	1.28	1.08	0.13
2	2.19	1.98	1.86	1.82	2.15	2.61	2.72	2.15	0.55

II-5-Modèle isotrope transverse quadratique et associé

II-5-1- Contrainte équivalente :

Le critère de plasticité quadratique de Hill (1948) est retenu. Il est orthotrope et indépendant de la partie sphérique du tenseur des contraintes. Le critère s'exprime dans les axes privilégiés de la tôle, en fonction des six coefficients d'anisotropie (F, G, H, L, M, N) par :

$$f(\boldsymbol{\sigma},\alpha)=\bar{\sigma}-\sigma_S(\alpha)\leq 0$$

$$\bar{\sigma}^2=\boldsymbol{\sigma^D : H : \sigma^D}=H_{iikl}\,\sigma_{ij}{}^D\,\sigma_{kl}{}^D \tag{II.10}$$

$$=F(\sigma_{22}-\sigma_{33})^2+G(\sigma_{11}-\sigma_{33})^2+H(\sigma_{11}-\sigma_{22})^2+2L\sigma_{23}^2+2M\sigma_{13}^2+2N\sigma_{12}^2$$

Où : $\bar{\sigma}$ est la contrainte équivalente.

$\sigma_S(\alpha)$ est la loi d'écrouissage, isotrope dans notre cas.

$\boldsymbol{\sigma^D}$ est le déviateur du tenseur des contraintes.

En isotropie transverse, autour de la direction III selon l'épaisseur de la tôle, nous avons :

$$\begin{aligned}&\bar{\sigma}(\sigma_{11},\sigma_{33})=\bar{\sigma}(\sigma_{22},\sigma_{33})\Rightarrow F=G\\&\bar{\sigma}(\sigma_{13})=\bar{\sigma}(\sigma_{23})\Rightarrow L=M\end{aligned} \tag{II.11}$$

L'invariance de la contrainte équivalente avec l'orientation ψ de l'éprouvette en essai de traction hors-axes, conduit à :

$$\begin{aligned}&\sigma=\psi^T\sigma^d\psi\\&\frac{\partial}{\partial\theta}\sigma\left[G(\sin^4\theta+\cos^4\theta)+H(\cos^2\theta-\sin^2\theta)+2N\sin^2\theta\cos^2\theta\right]=0\Rightarrow N=2H+G\end{aligned} \tag{II.12}$$

Où : ψ est la matrice de passage

$\boldsymbol{\sigma^d}$ est le tenseur diagonal des contraintes dans les axes de l'éprouvette.

D'après (II.11) et (II.12), l'expression (II.10) de la contrainte équivalente de Hill devient :

$$\bar{\sigma}=\sqrt{G\left((\sigma_{11}-\sigma_{33})^2+(\sigma_{22}-\sigma_{33})^2\right)+H(\sigma_{11}-\sigma_{22})^2+2L(\sigma_{13}^2+\sigma_{23}^2)+2(2H+G)\sigma_{12}^2} \tag{II.13}$$

Sous l'hypothèse de l'état de contraintes planes, dans le plan de la tôle, la contrainte équivalente s'écrit :

$$\bar{\sigma}=\sqrt{G\left(\sigma_{11}{}^2+\sigma_{22}{}^2\right)+H(\sigma_{11}-\sigma_{22})^2++2(2H+G)\sigma_{12}^2} \tag{II.14}$$

II-5-2- Lois d'évolution plastique :

Sous sollicitation bi-axiale et tenant compte de l'incompressibilité plastique, les tenseurs de contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ et de déformations $\boldsymbol{\varepsilon}$, s'écrivent dans le repère d'orthotropie sous la forme :

$$\boldsymbol{\sigma}=\begin{pmatrix}\sigma_1&0&0\\0&\sigma_2&0\\0&0&0\end{pmatrix}\quad\boldsymbol{\varepsilon}=\begin{pmatrix}\varepsilon_1&0&0\\0&\varepsilon_2&0\\0&0&-(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\end{pmatrix} \tag{II-15}$$

Nous considérons l'essai de traction dans la direction du laminage de la tôle comme référence, d'où :

$$\bar{\sigma}(TS)=\sigma_1\Rightarrow G+H=1 \tag{II.16}$$

En plasticité associée, la fonction seuil $\bar{\sigma}\left(\sigma^{D}\right)$ est le potentiel plastique. Les lois d'évolution plastique s'écrivent:

$$\dot{\varepsilon} = \lambda \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} = \lambda \frac{H : \sigma}{\bar{\sigma}} \tag{II.17.a}$$

$$\dot{\alpha} = -\lambda \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_S} = +\lambda \tag{II. 17.b}$$

Soit $h = H^{-1}$, nous exprimons la déformation plastique équivalente par :

$$\dot{\varepsilon} : h : \dot{\varepsilon} = \lambda \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} : h : \lambda \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} = \lambda^2 \frac{\sigma : h : \sigma}{\bar{\sigma}^2} = \lambda^2 \Rightarrow \lambda = \dot{\alpha} = \sqrt{\dot{\varepsilon} : h : \dot{\varepsilon}} \tag{II.18}$$

Les lois d'évolution plastique sont:

$$\dot{\varepsilon}_1 = \lambda \frac{(H+G)\sigma_1 - H\sigma_2}{\bar{\sigma}} \quad \dot{\varepsilon}_2 = \lambda \frac{(H+G)\sigma_2 - H\sigma_1}{\bar{\sigma}}$$

$$\dot{\varepsilon}_3 = -\left(\dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2\right) = -\lambda \frac{G(\sigma_1 + \sigma_2)}{\bar{\sigma}} \quad \dot{\varepsilon}_{12} = \dot{\varepsilon}_{13} = \dot{\varepsilon}_{23} = 0 \tag{II.19}$$

En sollicitation bi-axiale, l'expression (II.6) de la contrainte équivalente de Hill se réduit à:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{G\left(\sigma_{11}{}^2 + \sigma_{22}{}^2\right) + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2} \tag{II.20}$$

D'après (II.19), le coefficient de Lankford prend la valeur : $r = \frac{\dot{\varepsilon}_2}{\dot{\varepsilon}_3} = \frac{H}{G}$ (II.21)

Finalement, en situation de contraintes planes, les relations (II.14), (II.16), (II.18) et (II.21) donnent les expressions des coefficients d'anisotropie de Hill, et de la contrainte équivalente par:

$$G = F = \frac{1}{1+r} \quad ; \quad H = \frac{r}{1+r} \quad ; \quad N = 2H + G = \frac{2r+1}{1+r} \tag{II.22}$$

$$\bar{\sigma} = \sqrt{(\sigma_{11} + \sigma_{22})^2 - \frac{2r}{1+r}\sigma_{11}\sigma_{22} + \frac{2(1+2r)}{1+r}\sigma_{12}^2} \tag{II.23}$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & \frac{-r}{1+r} & 0 \\ \frac{-r}{1+r} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1+2r}{1+r} \end{bmatrix} \qquad \sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sqrt{2}\sigma_{12} & 0 \\ \sqrt{2}\sigma_{12} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{II. 24}$$

$$\boldsymbol{h}=\frac{1}{1+2r}\begin{pmatrix} (1+r)^2 & r(1+r) & 0 \\ r(1+r) & (1+r)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1+r \end{pmatrix} \qquad \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}=\begin{pmatrix} \dot{\varepsilon}_{11} & \sqrt{2}\dot{\varepsilon}_{12} & 0 \\ \sqrt{2}\dot{\varepsilon}_{12} & \dot{\varepsilon}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\varepsilon}_{33} \end{pmatrix} \tag{II.25}$$

La déformation plastique équivalente s'exprime en situation de contraintes planes par :

$$\dot{\bar{\varepsilon}}=\left\{ \frac{1+r}{1+2r} \left[(1+r)\left(\varepsilon_{11}^2+\varepsilon_{22}^2\right)+2r\,\varepsilon_{11}\,\varepsilon_{22}+2\,\varepsilon_{12}^2 \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \tag{II.26}$$

II-5-3- Caractérisation en chemin radial :

En chemin radial de sollicitation dans le plan de la tôle, le rapport $x=\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ est constant. Nous allons le relier au rapport des déformations $\rho=\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$, afin d'établir la correspondance entre les différents chemins radiaux en contraintes et en déformations.

La contrainte équivalente s'écrit en fonction de x par :

$$\bar{\sigma}=\sqrt{1+x^2-\frac{2rx}{1+r}}\;\sigma_{11} \tag{II.27}$$

La déformation plastique équivalente s'exprime en fonction de ρ par :

$$\bar{\varepsilon}=\frac{1+r}{\sqrt{1+2r}}\sqrt{1+\rho^2+\frac{2r\rho}{1+r}}\;\varepsilon_{11} \tag{II.28}$$

En utilisant les relations (II.17.a) et (II.17.b), nous avons en composantes :

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_1 &= \dot{\bar{\varepsilon}}\,\frac{\sigma_1}{\bar{\sigma}}\left[1-\frac{rx}{1+r}\right] \\ \dot{\varepsilon}_2 &= \dot{\bar{\varepsilon}}\,\frac{\sigma_1}{\bar{\sigma}}\left[x-\frac{r}{1+r}\right] \end{aligned} \tag{II.29}$$

d'où: $\rho=\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}=\frac{x\,(1+r)-r}{1+r\,(1-x)}$ (II.30)

De même, nous exprimons x en fonction de ρ par :

$$x = \frac{r+\rho\ (1+r)}{\rho r + (1+r)} \tag{II.31}$$

Le tableau 4 donne les prévisions du modèle pour un trajet de chargement radial. La caractérisation est présentée sur les essais disponibles à savoir : traction dans la direction du laminage (TS), expansion équibiaxée (EB) et traction plane (TP).

La loi puissance de Hollomon $\overline{\sigma} = K\,\overline{\varepsilon}^{\,n}$ est retenue pour décrire l'écrouissage isotrope du matériau.
L'essai de traction dans la direction du laminage (TS) est pris comme référence. La courbe rationnelle obtenue par cet essai, est considérée comme étant la courbe d'écrouissage de l'acier.

Le modèle prévoit que le coefficient d'écrouissage n est identique pour tous les essais, et que les coefficients K relatifs aux différents essais sont liés par une relation faisant intervenir le coefficient de Lankford.

Tableau 4 : Expressions analytiques du modèle isotrope transverse quadratique et associé

	TS	EB	TP
σ_{Essai}	$\sigma=\sigma_1$	$\sigma=\sigma_1=\sigma_2$	$\sigma=\sigma_1$
$\varepsilon_{\ Essai}$	$\varepsilon=\varepsilon_1$	$\varepsilon=2\varepsilon_1=-\varepsilon_3$	$\varepsilon=\varepsilon_1=-\varepsilon_3$
$\overline{\sigma}$	σ	$\sqrt{\frac{2}{1+r}}\ \sigma$	$\frac{\sqrt{1+2r}}{1+r}\sigma$
$\overline{\varepsilon}$	ε	$\sqrt{\frac{1+r}{2}}\ \varepsilon$	$\frac{1+r}{\sqrt{1+2r}}\ \varepsilon$
K Hollomon	K	$\left[\frac{1+r}{2}\right]^{\frac{n+1}{2}} K$	$\frac{[1+r]^{n+1}}{[1+2r]^{\frac{n+1}{2}}} K$
n Hollomon	n	n	n

II-5-4- Identification du modèle :

L'identification revient à déterminer la valeur de chacun des trois coefficients du modèle à savoir : r, n et K. Elle consiste à choisir pour chacun des coefficients, la valeur qui minimise au mieux l'écart entre les résultats expérimentaux et les résultats théoriques.

Elle nécessite donc la détermination :

- du coefficient d'anisotropie r de la tôle.
- des coefficients n et K de la loi de Hollomon [Hollomon. 1945] qui est retenue pour décrire la courbe d'écrouissage $\overline{\sigma}\,(\overline{\varepsilon})$.

La tôle indicée 1, de coefficient de Lankford moyen mesuré $r_{EXP} = 1.08$ et dont l'écart type calculé vaut $\Delta r = 0.14$, est décrite en isotropie transverse.

II-5-4-1- Identification directe :

La procédure d'identification directe est la suivante :

- Nous identifions le coefficient de Lankford à sa valeur moyenne mesurée $r = r_{EXP} = 1.08$ qui est une donnée expérimentale.
- Les coefficients n et K du modèle, sont identifiés, par moindres carrés, à partir des résultats de l'essai de Traction Simple (TS) qui est pris comme référence.

Les courbes d'écrouissage $\overline{\sigma}\left(\overline{\varepsilon}\right)$en expansion équibiaxée(EB) et en traction plane (TP), sont calculées à partir des expressions de la contrainte équivalente et de la déformation équivalente pour chacun des deux essais (Tableau 4).
Le modèle prévoit que les deux courbes d'écrouissage calculées se superposent à la référence choisie.

La figure (II.3) montre que les deux courbes d'écrouissage calculées pour les chargements en EB et TP sont éloignées de la référence.

La figure (II.4) montre la variation de l'erreur relative évaluée en chaque point de la courbe d'écrouissage calculée en chargements EB et TP.

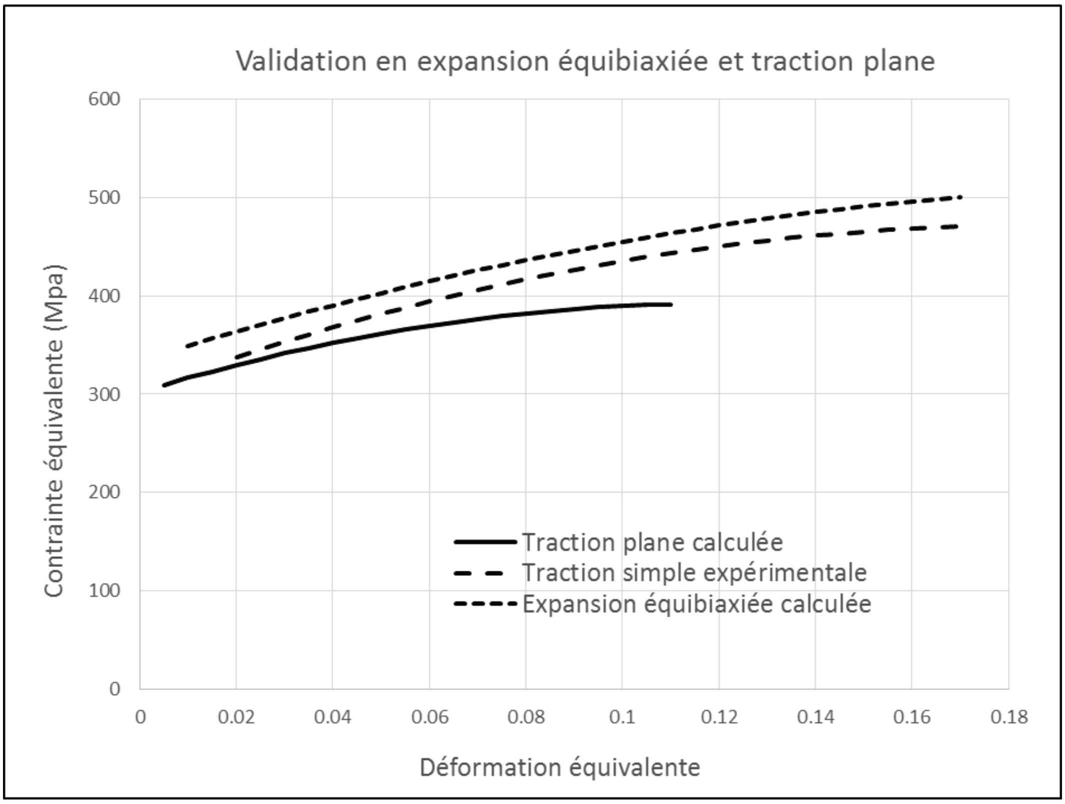

Figure II.3- Tôle 1- Isotropie transverse – Modèle quadratique et associé- Validation en expansion équibiaxée et traction plane, des résultats obtenus par identification directe $r = r_{EXP} = 1.08$

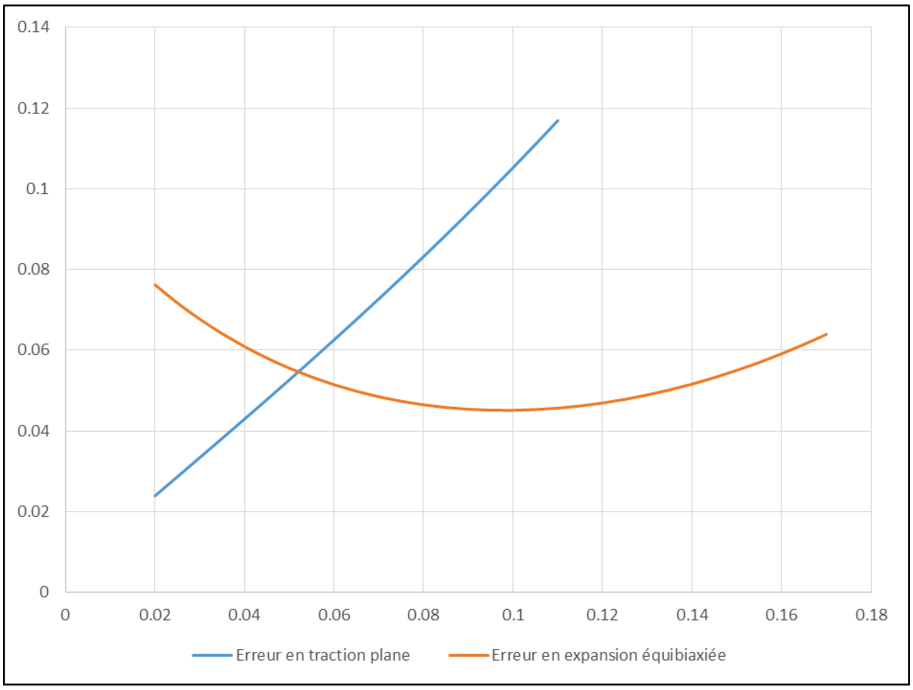

Figure II. 4- Tôle 1- Isotropie transverse – Modèle quadratique et associé- Variation de l'erreur relative en expansion équibiaxée et traction plane, calculée à partir des résultats obtenus par identification directe- $r = r_{EXP} = 1.08$

II-5-4-2- Identification par les courbes d'écrouissage :

Dans le but d'améliorer la description de l'écrouissage, nous déterminons à partir des expressions analytiques du modèle, la valeur théorique du coefficient de Lankford r qui rapproche au mieux la courbe d'écrouissage en expansion equibiaxée (EB) de la référence choisie (TS). La procédure est la suivante :

- Nous identifions par moindres carrés, le couple (n, K) pour chacun des deux essais.

$$(TS) \quad : \sigma = K_{TS}\, \varepsilon^{n_{TS}}$$
$$(EB) \quad : \sigma = K_{EB}\, \varepsilon^{n_{EB}} \qquad \text{(II.32)}$$

Le modèle prévoit (Tableau 4) : $n_{TS} = n_{EB} = n \quad K_{EB} = K_{TS}\left[\frac{1+r}{2}\right]^{\frac{n+1}{2}}$ (II.33)

Si $n_{TS} = n_{EB} = n$:

Nous avons directement : $K = K_{TS} \qquad r = 2\left[\frac{K_{EB}}{K_{TS}}\right]^{\frac{2}{n+1}} - 1$ (II.34)

Sinon: $n = \frac{n_{TS} + n_{EB}}{2}$ (II.35)

-Nous ré-identifions $\overline{K_{TS}}\ et\ \overline{K_{EB}}$ par moindres carrés.

-Nous avons alors: $K = \overline{K_{TS}}$ et $r = 2\left[\frac{\overline{K_{EB}}}{\overline{K_{TS}}}\right]^{\frac{2}{n+1}} - 1$ (II.36)

Le tableau 5 donne les résultats de l'identification.

Tableau 5 : Modèle isotrope transverse quadratique et associé - Résultats de l'identification par les courbes d'écrouissage – Tôle 1

	K_{TS}	K_{EB}	n_{TS}	n_{EB}	n	$\overline{K_{TS}}$	$\overline{K_{EB}}$	r
Tôle 1	651	691	0.173	0.164	0.167	643	697	1.28

A partir de la valeur du coefficient de Lankford identifié (r= 1.28), les coefficients du critère de Hill se calculent par (II.22).

Tableau 6: Modèle isotrope transverse quadratique et associé - Résultats de l'identification des coefficients du critère de Hill - Tôle 1-

	F	G	H	N
Tôle 1	0.439	0.439	0.561	1.561

La validation du modèle consiste à calculer les courbes d'écrouissage en (EB) et (TP) à partir du résultat de l'identification (r=1.28), et à évaluer l'erreur relative sur chacune des deux courbes d'écrouissage calculées.

Nous retiendrons que la valeur du coefficient de Lankford identifiée ($r = 1.28$) est différente de sa valeur moyenne mesurée ($r = r_{EXP} = 1.08$).

La figure II.5montre que :

- la courbe d'écrouissage en EB a été nettement rapprochée de la référence.
- la courbe d'écrouissage en TP reste éloignée de la référence.

Nous observons sur la figure II.6 que :

- la courbe de la variation de l'erreur en EB présente par branches une asymptote pratiquement nulle, ceci confirme la bonne description du trajet de chargement.
- par contre la courbe de variation de l'erreur en TP est éloignée de l'axe des abscisses(axe de la déformation plastique équivalente).

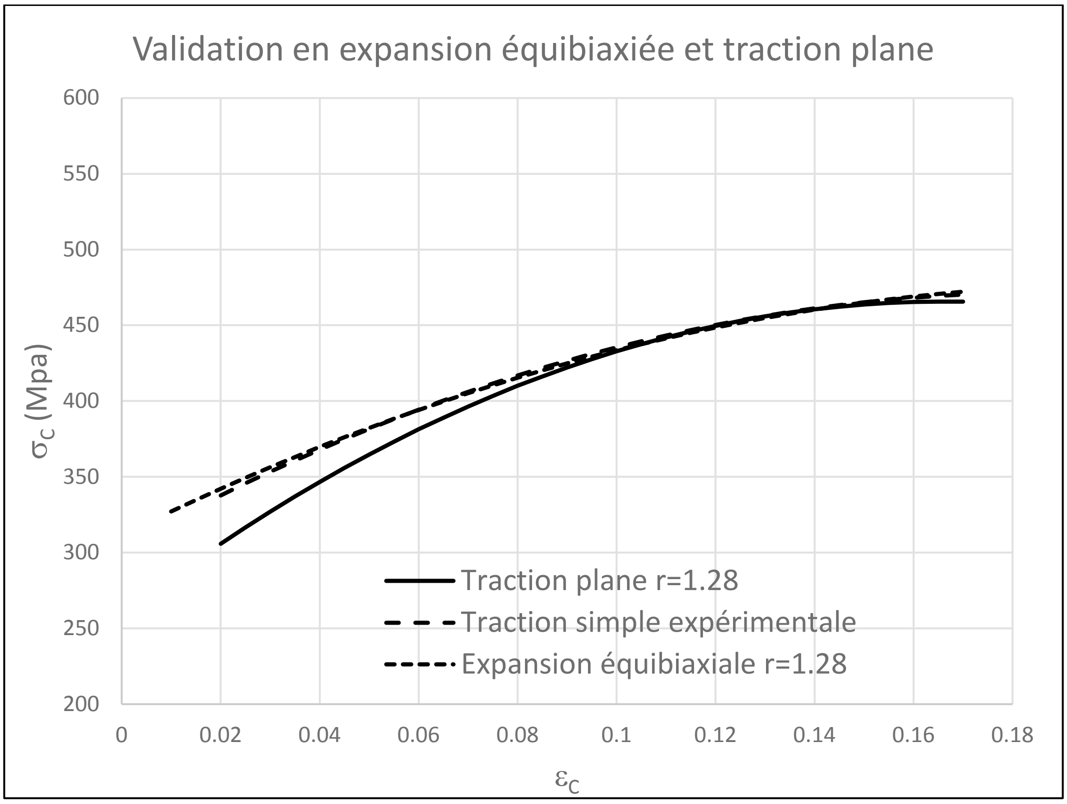

Figure II.5-Tôle 1- Isotropie transverse – Modèle quadratique et associé- Validation en expansion équibiaxée et traction plane, des résultats de l'identification par les courbes d'écrouissage - r =1.28

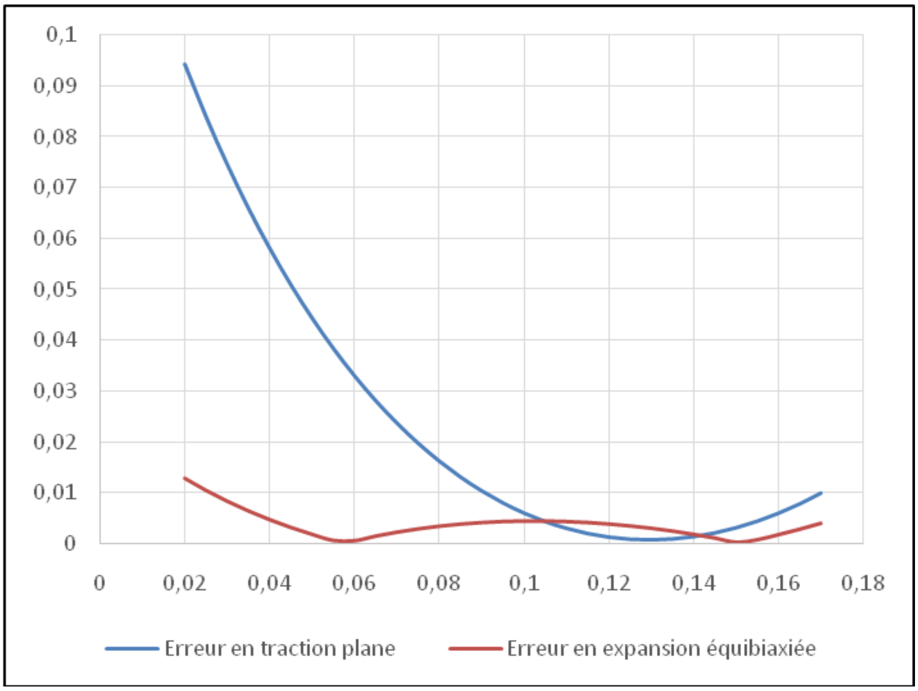

Figure II.6 - Tôle 1- Isotropie transverse – Modèle quadratique et associé- Variation de l'erreur relative en expansion équibiaxée et traction plane, calculée à partir des résultats de l'identification par les courbes d'écrouissage - r =1.28

II-6-Modèle isotrope transverse quadratique et non associé

Nous formulons un modèle en plasticité non associée, dans le but d'améliorer la description du coefficient de Lankford ou encore de l'anisotropie des déformations. Le modèle rentre dans le cadre de la loi de normalité non associée, faisant intervenir un potentiel plastique noté g qui est différent de la fonction seuil.

II-6-1- Formulation du modèle :

II.6-1-1- Contrainte équivalente :

Le potentiel g est quadratique en contraintes, il fait intervenir un coefficient de Lankford noté r' qui est différent du coefficient de Lankford relatif au critère. Il s'écrit en contraintes planes de façon analogue à (II.23) par:

$$\mathbf{g}(\sigma) = \overline{\sigma_{\mathbf{P}}} = \sqrt{\left(\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2\right) - \frac{2\mathbf{r'}}{1+\mathbf{r'}}\sigma_{11}\sigma_{22} + \frac{2(1+2\mathbf{r'})}{1+\mathbf{r'}}\sigma_{12}^2} \qquad \text{(II. 37)}$$

Ou encore en repère principal par :

$$\mathbf{g}(\sigma) = \overline{\sigma_{\mathbf{P}}} = \sqrt{\frac{2\mathbf{r'}+1}{2(1+\mathbf{r'})}\left(\sigma_1 - \sigma_2\right)^2 - \frac{1}{2(1+\mathbf{r'})}\left(\sigma_1 + \sigma_2\right)^2} \qquad \text{(II. 38)}$$

II-6-1-2- Lois d'évolution plastique :

La loi d'écoulement plastique s'écrit à partir de la contrainte équivalente relative au potentiel g, en situation de sollicitation bi axiale, et de façon analogue à (II.19) par:

$$\dot{\varepsilon}_1 = \lambda \frac{(H'+G')\sigma_1 - H'\sigma_2}{\overline{\sigma_P}} \quad \dot{\varepsilon}_2 = \lambda \frac{(H'+G')\sigma_2 - H'\sigma_1}{\overline{\sigma_P}}$$
$$\dot{\varepsilon}_3 = -(\dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2) = -\lambda \frac{G'(\sigma_1+\sigma_2)}{\overline{\sigma}} \quad \dot{\varepsilon}_{12} = \dot{\varepsilon}_{13} = \dot{\varepsilon}_{23} = 0 \qquad \text{(II.39)}$$

D'après (II.39) et tenant compte de (II.16), le coefficient de Lankford relatif au potentiel prend la valeur:

$$r' = \frac{\dot{\varepsilon}_2}{\dot{\varepsilon}_3} = \frac{H'}{G'} \qquad \text{(II.40)}$$

La déformation plastique équivalente s'exprime en situation de contraintes planes, de façon analogue à (II.26) par:

$$\bar{\varepsilon} = \left\{ \frac{1+r'}{1+2r'} \left[(1+r')\left(\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{22}^2\right) + 2r'\varepsilon_{11}\varepsilon_{22} + 2\varepsilon_{12}^2 \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \qquad \text{(II.41)}$$

II-6-1-3- Caractérisation en chemin radial :

La contrainte équivalente relative au critère est donnée à partir (II.27) en fonction du rapport noté x de la contrainte mineure à la contrainte majeure par :

$$\overline{\sigma} = \sqrt{1 + x^2 - \frac{2rx}{1+r}}\ \sigma_1 \qquad \text{(II.42)}$$

Le tableau suivant précise les paramètres qui caractérisent le modèle en chargement radial.

Tableau 7: Expressions analytiques du modèle quadratique et non associé

	TS	EB	TP
σ_{Essai}	$\sigma = \sigma_1$	$\sigma = \sigma_1 = \sigma_2$	$\sigma = \sigma_1$
$\varepsilon_{\ Essai}$	$\varepsilon = \varepsilon_1$	$\varepsilon = 2\varepsilon_1 = -\varepsilon_3$	$\varepsilon = \varepsilon_1 = -\varepsilon_3$
$\overline{\sigma}$	σ	$\sqrt{\frac{2}{1+r}}\ \sigma$	$\frac{\sqrt{1+2r}}{1+r}\sigma$
$\overline{\varepsilon}_P$	ε	$\sqrt{\frac{1+r'}{2}}\ \varepsilon$	$\frac{1+r'}{\sqrt{1+2r'}}\ \varepsilon$

II-6-2- Identification du modèle :

Elle nécessite la détermination de la valeur :

- du coefficient d'anisotropie r relatif au critère de plasticité.
- du coefficient d'anisotropie r' relatif au potentiel plastique.
- des coefficients n et K de la loi d'écrouissage.

Nous identifions le coefficient de Lankford r' à sa valeur moyenne mesurée :

$$r' = r_{EXP} = 1.08 \tag{II.43}$$

Le coefficient de Lankford r relatif au critère, est identifié par rapprochement des courbes d'écrouissage en traction simple (TS) et expansion équibiaxée (EB).La valeur identifiée de r s'obtient de façon similaire au paragraphe précédent (II-5-4-2) à partir des expressions analytiques du modèle (Tableau 7) et fait intervenir le coefficient d'écrouissage soit :

$$r = 2\left(\frac{K_{EB}}{K_{TS}}\right)^2 \left(\frac{2}{1+r_{EXP}}\right)^n - 1 \tag{II.44}$$

II-6-3- Résultats de l'identification:

Le tableau suivant montre les résultats de l'identification par les courbes d'écrouissage.

Tableau 8: Modèle isotrope transverse quadratique et non associé- Résultats de l'identification

	n	$\overline{K_{TS}}$	r	$r' = r_{EXP}$
Tôle 1	0.167	643	1.3	1.08

Nous remarquons que le coefficient de Lankford relatif au critère identifié (r=1.30) est très proche de sa valeur identifiée pour le modèle associé (r=1.28).

La figure II.7 montre que :

- les courbes d'écrouissage en Traction Simple et Expansion Equibiaxée se confondent sur la majeure partie du domaine des déformations plastiques équivalentes.
- la courbe d'écrouissage en Traction Plane reste éloignée de la référence.

La figure II.8 montre que le niveau de la courbe de variation de l'erreur en Traction Plane reste élevé, d'où une description insuffisante de l'écrouissage pour ce chargement.

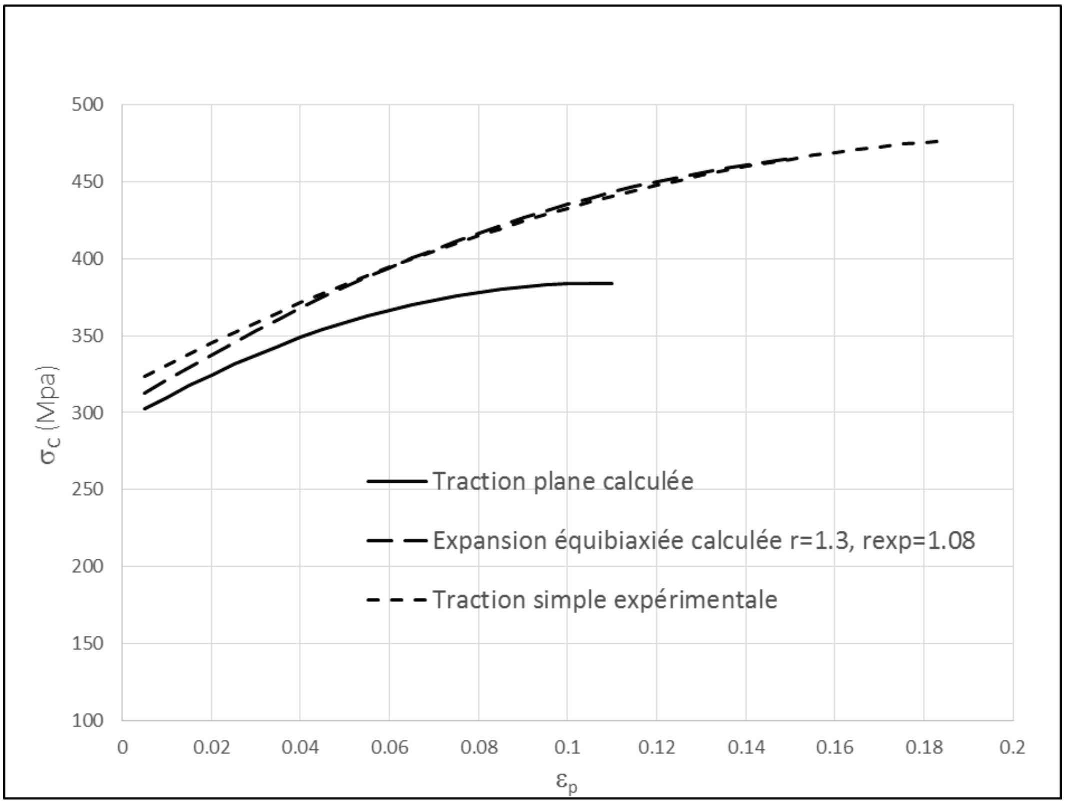

Figure II.7- Tôle 1- Isotrope Transverse – Modèle quadratique et non associé- Validation en expansion équibiaxée et traction plane des résultats de l'identification par les courbes d'écrouissage - r =1.3 – r'= r_{EXP} = 1.08

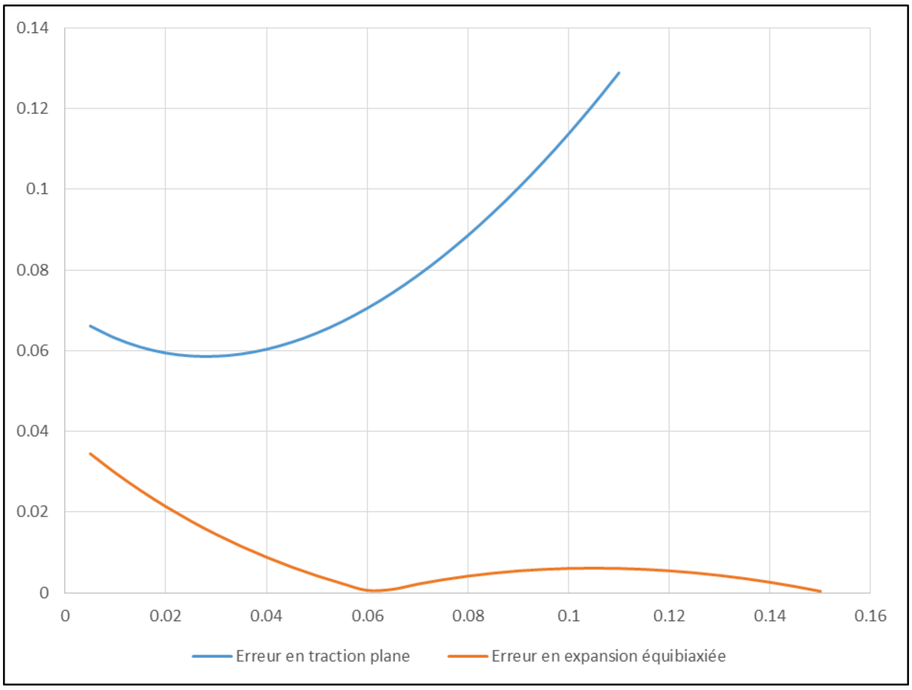

Figure II.8 - Tôle 1- Isotrope Transverse – Modèle quadratique et non associé- Variation de l'erreur relativeen expansion équibiaxée et traction plane, calculée à partir des résultats de l'identification par les courbes d'écrouissage - r =1.3 – r'=r_{EXP} = 1.08

II-7-Modèle isotrope transverse non quadratique et associé

Nous formulons un second modèle associé à partir du critère de Hill (1979). Le critère introduit un coefficient de forme m destiné à corriger la fonction seuil.

II-7-1- Contrainte équivalente :

La contrainte équivalente s'écrit en fonction du coefficient de Lankford r et du coefficient de forme m :

$$\bar{\sigma}^{m} = c\left|\sigma_1+\sigma_2\right|^{m} + h\left|\sigma_1-\sigma_2\right|^{m} = \frac{1}{2(1+r)}\left|\sigma_1+\sigma_2\right|^{m} + \frac{2r+1}{2(1+r)}\left|\sigma_1-\sigma_2\right|^{m} \quad \text{(II.45)}$$

II-7-2- Lois d'évolution plastique :

Les composantes du tenseur vitesse de déformation s'écrivent :

$$\begin{aligned}
\dot{\varepsilon}_1 &= \lambda\frac{h\left|\sigma_1-\sigma_2\right|^{m-1} + c\left|\sigma_1+\sigma_2\right|^{m-1}}{\bar{\sigma}^{m-1}} \\
\dot{\varepsilon}_2 &= \lambda\frac{-h\left|\sigma_1-\sigma_2\right|^{m-1} + c\left|\sigma_1+\sigma_2\right|^{m-1}}{\bar{\sigma}^{m-1}} \\
\dot{\varepsilon}_3 &= -\left(\dot{\varepsilon}_1+\dot{\varepsilon}_2\right)
\end{aligned} \quad \text{(II.46)}$$

La loi d'évolution de la variable interne d'écrouissage est : $\dot{\alpha}=\lambda$. (II.47)

La déformation plastique équivalente en vitesse $\dot{\bar{\varepsilon}}$ s'obtient par l'équivalence en puissance par :

$$\sigma : \dot{\varepsilon} = \bar{\sigma} : \dot{\bar{\varepsilon}} = \frac{1}{2}\left[\frac{\left|\dot{\varepsilon}_1+\dot{\varepsilon}_2\right|^{\frac{m}{m-1}}}{c^{\frac{1}{m-1}}} + \frac{\left|\dot{\varepsilon}_1+\dot{\varepsilon}_2\right|^{\frac{m}{m-1}}}{h^{\frac{1}{m-1}}}\right]^{\frac{m-1}{m}} \quad \text{(II.48)}$$

La variable d'écrouissage α s'identifie à la déformation en traction simple, pour m=2 nous retrouvons l'expression de la déformation équivalente du critère de Hill quadratique.

II-7-3- Caractérisation en chemin radial :

Soit $\bar{\sigma} = a_{\mathrm{ESSAI}}\,\sigma_{\mathrm{ESSAI}}$, l'expression de la contrainte équivalente. (II.49)

La déformation équivalente se met alors sous la forme : $\bar{\varepsilon} = b_{Essai}\,\varepsilon_{Essai} = \dfrac{1}{a_{Essai}}\varepsilon_{Essai}$ (II.50)

Les termes σ_{Essai} et ε_{Essai} sont donnés par le tableau 4.

Le tableau 9 donne les expressions des différentes fonctions du modèle.

Tableau 9: Formes analytiques du modèle isotrope transverse non quadratique et associé en chargement radial.

	a_{Essai}	$b_{Essai} = \dfrac{1}{a_{Essai}}$
TS	$a_{TS} = 1$	$b_{TS} = a_{TS} = 1$
EB	$a_{EB} = \dfrac{2}{\left[2(1+r)\right]^{\frac{1}{m}}}$	$b_{EB} = \dfrac{1}{a_{EB}} = \dfrac{\left[2(1+r)\right]^{\frac{1}{m}}}{2}$
TP	$a_{TP} = \left(\dfrac{1+2r}{1+r}\right)^{\frac{1}{m}} \left(\dfrac{2}{1+(2r+1)^{\frac{1}{m-1}}}\right)^{\frac{m-1}{m}}$	$b_{TP} = \dfrac{1}{a_{EB}} =$ $\left(\dfrac{1+r}{1+2r}\right)^{\frac{1}{m}} \left(\dfrac{1+(2r+1)^{\frac{1}{m-1}}}{2}\right)^{\frac{m-1}{m}}$

II-7-4- Identification du modèle :

Nous devons identifier la loi d'écrouissage de l'acier, ainsi que les deux coefficients r et m.

La procédure d'identification est la suivante :

- la courbe rationnelle de traction simple est prise comme référence.
- nous fixons le coefficient de Lankford à sa valeur moyenne mesurée $r = r_{EXP} = 1.08$ qui est une donnée expérimentale.
- le coefficient a_{EB} relatif à l'expansion équibiaxée, est identifié par méthode intégrale, de façon à minimiser l'aire comprise entre la courbe rationnelle de traction (TS) et la courbe d'écrouissage $\bar{\sigma}(\bar{\varepsilon})$ relative à l'essai d'expansion équibiaxée (EB).

Cette méthode ne fait appel à aucune forme analytique. Elle consiste à optimiser dans le plan $(\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon})$, l'aire comprise entre la courbe expérimentale en traction (TS) et la courbe en expansion équibiaxée d'équations paramétriques :

$$\bar{\sigma}_{EB} = a_{EB}\, \sigma_{EB} = \frac{2}{\left[2(1+r)\right]^{\frac{1}{m}}} \sigma_1$$

$$\bar{\varepsilon}_{EB} = b_{EB}\, \varepsilon_{EB} = \frac{1}{a_{EB}} \varepsilon_3 = \frac{\left[2(1+r)\right]^{\frac{1}{m}}}{2} \varepsilon_3 \qquad \text{(II.51)}$$

- Le coefficient a_{EB} ainsi identifié, et que l'on note $a_{EB}{}^{Exp}$, nous permet d'identifier la valeur du coefficient de forme m (Tableau 9) par l'expression :

$$m = \frac{Log\left[2\,(1 + r_{EXP})\right]}{Log\left[\dfrac{2}{a_{EB}{}^{Exp}}\right]} \tag{II.52}$$

-Le couple $(r = r_{EXP}, \, , \, a_{EB}{}^{Exp})$ ainsi identifié nous permet de calculer le coefficient a_{TP} à partir du modèle (tableau 9). Cette valeur calculée est notée $a_{TP}{}^{Théorique}$.

-Le coefficient $a_{TP}{}^{Exp.}$ est en dernier lieu, identifié par méthode intégrale, comme rapprochant au mieux la courbe $\overline{\sigma}_{TP}\,(\overline{\varepsilon_{TP}})$ de la référence $\sigma_{TS}\,(\varepsilon_{TS})$.

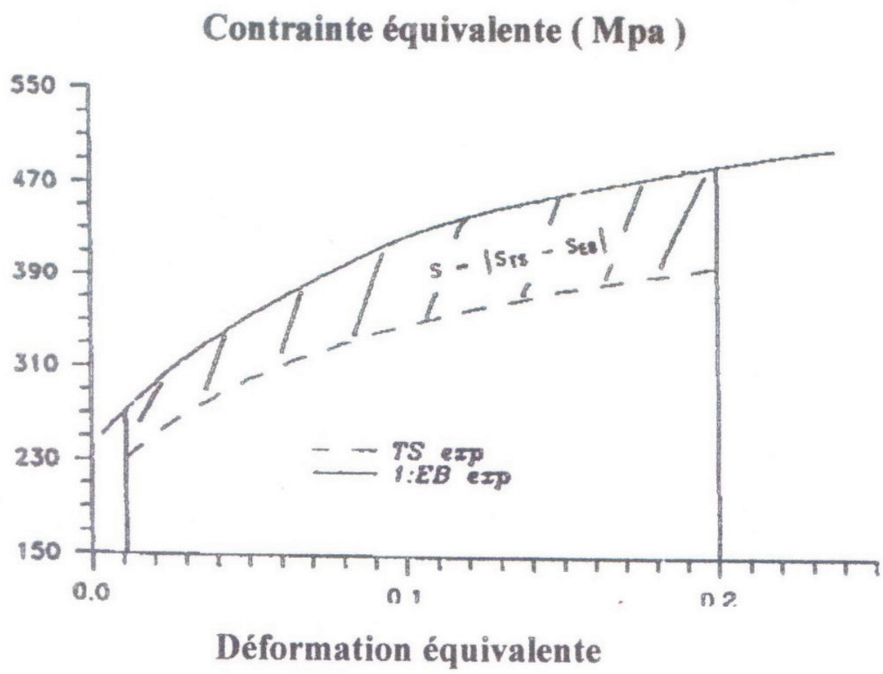

Figure II.9 – Optimisation par méthode intégrale

Le tableau suivant donne les résultats de l'identification pour la tôle 1.

Tableau 10: Modèle isotrope transverse non quadratique et associé- Résultats de l'identification

	$r = r_{EXP}$	$a_{EB}{}^{EXP.}$	m	$a_{TP}{}^{Théorique}$	$a_{TP}{}^{Exp.}$
Tôle 1	1.08	0.936	1.88	0.838	0.904

Nous retiendrons que le coefficient de forme identifié (m=1.88) est proche de 2.

La figure II.10 montre que:

- les courbes d'écrouissage en EB et TS sont confondues sauf en début du chagement
- la courbe en TP reste éloignée de la référence.

La figure II.11 montre :

- une faible erreur pour le trajet EB.
- l'erreur évaluée en TP reste importante.

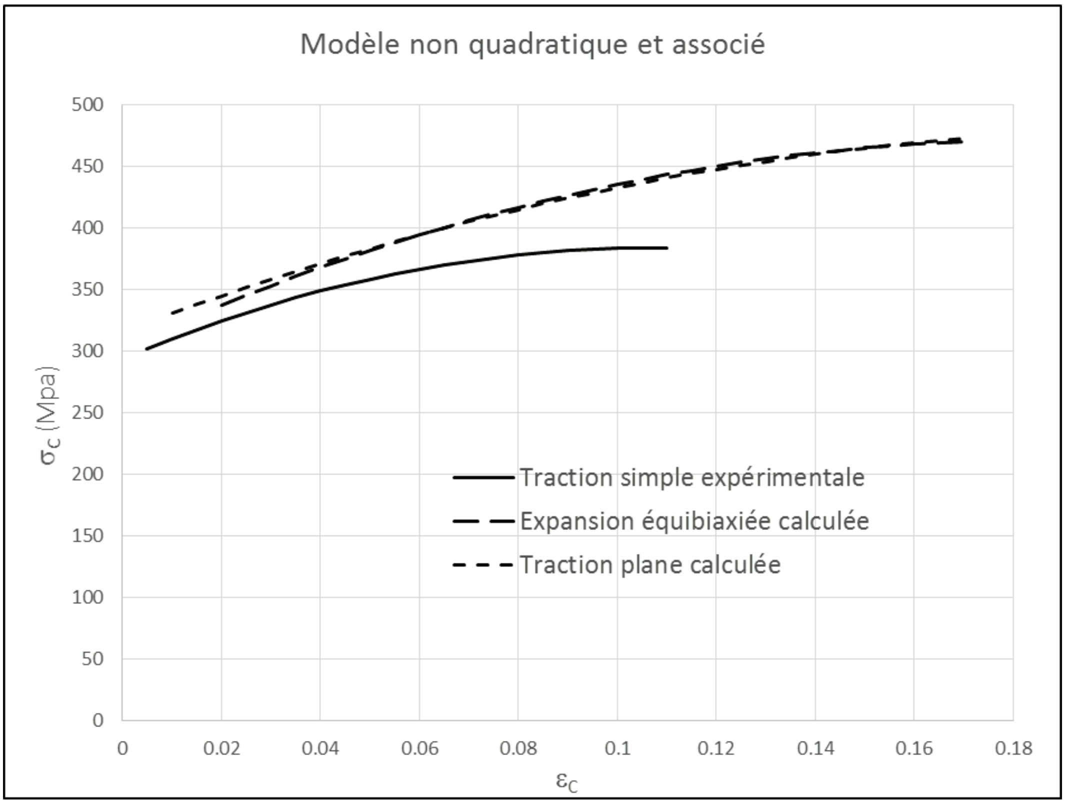

Figure II.10- Tôle 1- Isotropie transverse – Modèle non quadratique et associé- Validation en Traction plane des résultats de l'identification par méthode intégrale

$r=r_{EXP}=1.08$ – m= 1.88

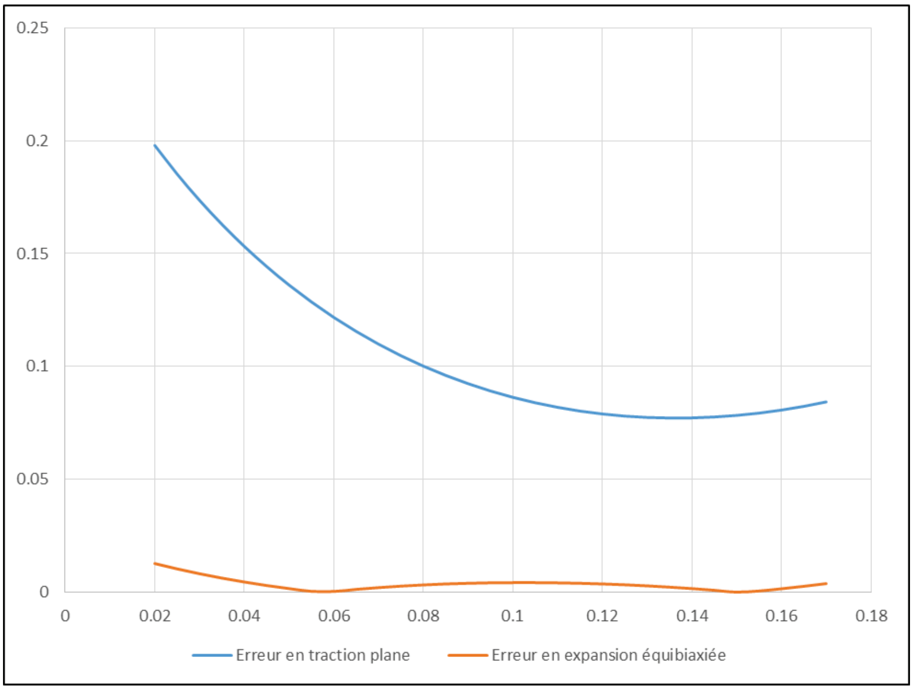

Figure II.11- Tôle 1- Isotropie transverse – Modèle non quadratique et associé- Variation de l'erreur relative en Traction plane et Expansion équibiaxiée, calculée à partir des résultats de l'identification par méthode intégrale -$r=r_{EXP}$=1.08 – m= 1.88

II-8-Modèle isotrope transverse non quadratique et non associé

Dans le but d'améliorer la description de l'anisotropie des déformations, nous mettons en place un modèle où le potentiel plastique est différent de la fonction seuil. La contrainte équivalente relative au potentiel plastique σ_P est une fonction quadratique faisant intervenir un seul coefficient d'anisotropie r' qui se confond au coefficient de Lankford moyen mesuré $r' = r_{EXP}$. D'autre part, nous gardons une fonction seuil non quadratique en contraintes, faisant intervenir un coefficient de forme m et un coefficient d'anisotropie critère noté r.

II-8-1- Potentiel plastique

Le potentiel plastique et la contrainte équivalente relative au potentiel σ_P s'expriment par :

$$g(\boldsymbol{\sigma^D},\alpha)=\sigma_P\left(\boldsymbol{\sigma^D}\right)-\sigma_S(\alpha)=\sigma_P\left(\boldsymbol{\sigma^D}\right)-A$$
$$\sigma_P^2=\frac{1}{2\left(1+r'\right)}\left[\left(\sigma_1+\sigma_2\right)^2+\left(2r'+1\right)\left(\sigma_1-\sigma_2\right)^2\right] \quad \text{(II.53)}$$

II-8-2-Critère de plasticité :

La fonction seuil non quadratique et la contrainte équivalente s'écrivent :

$$f(\boldsymbol{\sigma^D},\alpha)=\overline{\sigma}\left(\boldsymbol{\sigma^D}\right)-\sigma_S(\alpha)=\overline{\sigma}\left(\boldsymbol{\sigma^D}\right)-A$$
$$\overline{\sigma}^2=\frac{1}{2(1+r)}\left[\left(\sigma_1+\sigma_2\right)^m+\left(2r+1\right)\left(\sigma_1-\sigma_2\right)^m\right] \qquad \text{(II.54)}$$

II-8-3- Lois d'évolution plastique

Les lois d'écoulement s'établissent à partir du potentiel plastique.
L'évolution de la variable interne d'écrouissage scalaire α est donnée par : $\dot{\alpha}=\lambda$ (II.55)

Elle s'identifie à la déformation équivalente en vitesse de déformations, à partir de l'équivalence en puissance :

$$P_e=\sigma:\dot{\varepsilon}=\sigma_P\,\dot{\varepsilon}_P$$
$$\dot{\varepsilon}_P=\left[\overline{c}\left(\dot{\varepsilon}_1+\dot{\varepsilon}_2\right)^2+\overline{d}\,\left(\dot{\varepsilon}_1-\dot{\varepsilon}_2\right)^2\right]^{1/2} \qquad \text{(II.56)}$$
$$\overline{c}=\frac{1+r'}{2} \quad \overline{d}=\frac{1+r'}{2\left(1+2r'\right)}$$

L'identification du modèle nécessite l'évaluation :

- d'un coefficient de forme m, et d'un coefficient d'anisotropie r, relatifs au critère.
- d'un coefficient d'anisotropie des déformations r', relatif au potentiel.
- de la fonction d'écrouissage $\sigma_S\left(\alpha\right)$.

II-8-4- Particularisation du modèle en chargement radial

Le tableau suivant donne les fonctions analytiques du modèle.

Tableau 11: Formes analytiques du modèle isotrope transverse non quadratique et non associé en chargement radial.

	a_{Essai}	$\overline{a}_{Essai}$
TS	$a_{TS}=1$	$\overline{a}_{TS}=1$
EB	$a_{EB}=\dfrac{2}{\left[2(1+r)\right]^{\frac{1}{m}}}$	$\overline{a}_{EB}=\sqrt{\dfrac{1+r'}{2}}$
TP	$a_{EB}=\left(\dfrac{1+2r}{1+r}\right)^{\frac{1}{m}}\left(\dfrac{2}{1+(2r+1)^{\frac{1}{m-1}}}\right)^{\frac{m-1}{m}}$	$\overline{a}_{TP}=\sqrt{\dfrac{2\left(1+r'\right)}{1+2r'}}$

Nous écrivons la contrainte et la déformation équivalentes par les expressions (II.37) et (II.48) pour chaque trajet radial. On pose :

$$\bar{\sigma} = a_{ESSAI}\ \sigma_{ESSAI} \text{ et } \bar{\varepsilon}_P = \frac{1}{\bar{a}_{ESSAI}}\ \varepsilon_{ESSAI}, \qquad \text{(II.57)}$$

II-8-5-Identification du modèle

L'identification est menée en deux étapes :

- le coefficient de Lankford relatif au potentiel est choisi égal à sa valeur moyenne mesurée $r'=r_{EXP}$, il en résulte que les coefficients $\bar{a}_{EB}$ et $\bar{a}_{TS}$ sont ainsi fixés.
- les coefficients a_{EB} et a_{TP} qui rapprochent les courbes d'écrouissage $\bar{\sigma}(\bar{\varepsilon})$ en expansion équibiaxée et traction plane de la référence (TS), sont identifiés par méthode intégrale sans faire intervenir de loi analytique.
- les coefficients a_{EB} et a_{TP} obtenus, donnent les valeurs de r et m (relatifs au critère) par résolution du système d'équations :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dfrac{2}{\left[2\,(1+r)\right]^{\frac{1}{m}}} = a_{EB} \\[2em] \left[\dfrac{1+2r}{1+r}\right]^{\frac{1}{m}} \dfrac{2}{\left[1+(2r+1)^{\frac{1}{m-1}}\right]^{\frac{m-1}{\mathrm{m}}}} = a_{TP} \end{array} \right\} \qquad \text{(II.58)}$$

Le tableau suivant montre les résultats de l'identification du modèle.

Tableau 12: Résultats de l'identification du modèle isotrope transverse non quadratique et non associé

	$r'=r_{EXP}$	a_{EB}	a_{TP}	r	m
Tole 1	1.08	0.980	0.854	0.25	1.18

La valeur du coefficient de forme identifiée (m=1.18) est nettement différente de 2.

Le coefficient de Lankford identifiée (r = 0.25) relatif au critère est nettement différente que celle obtenue par le modèle quadratique (r=1.30).

La figure II.12 montre que:

- les courbes d'écrouissage en EB et TS sont pratiquement confondues.
- La courbe en TP s'est rapprochée de la référence.

La figure II.13 montre que le niveau des courbes de variation de l'erreur n'est pas élevé, d'où une amélioration de la description des deux trajets de chargement par le modèle.

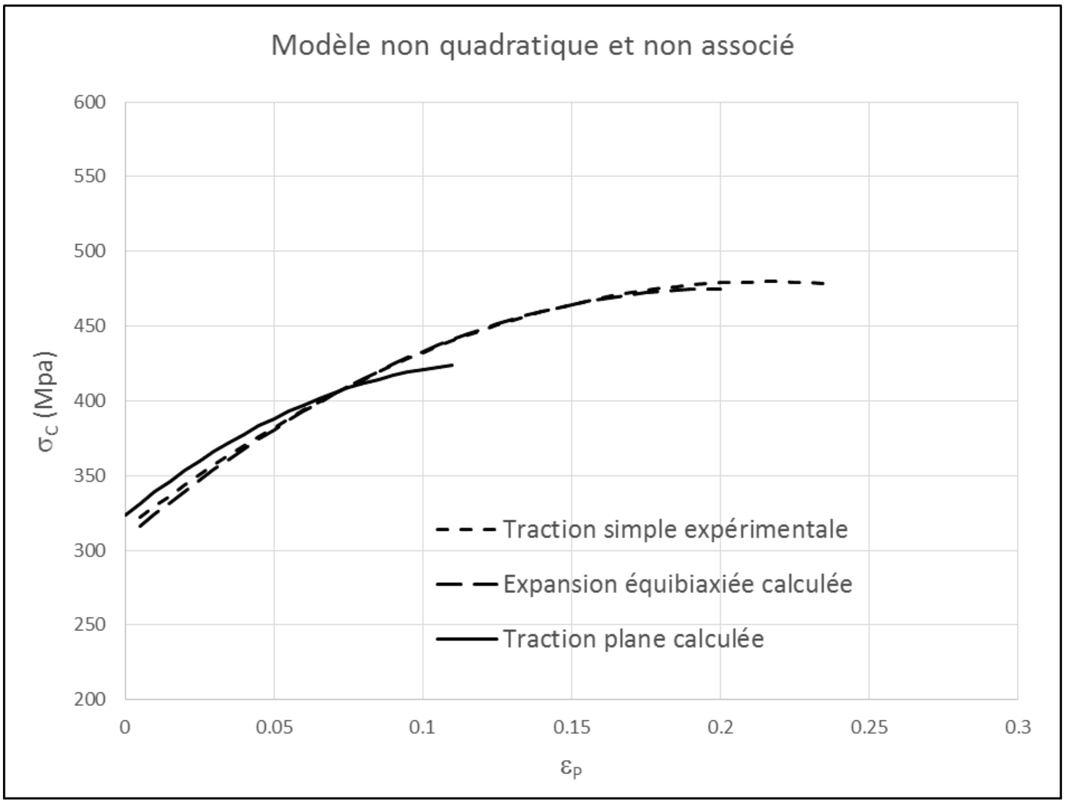

Figure II.12- Tôle 1- Isotropie transverse – Modèle non quadratique et non associé- Validation des résultats de l'identification par méthode intégrale

$r' = r_{EXP} = 1.08 - r = 0.25 - m = 1.18$

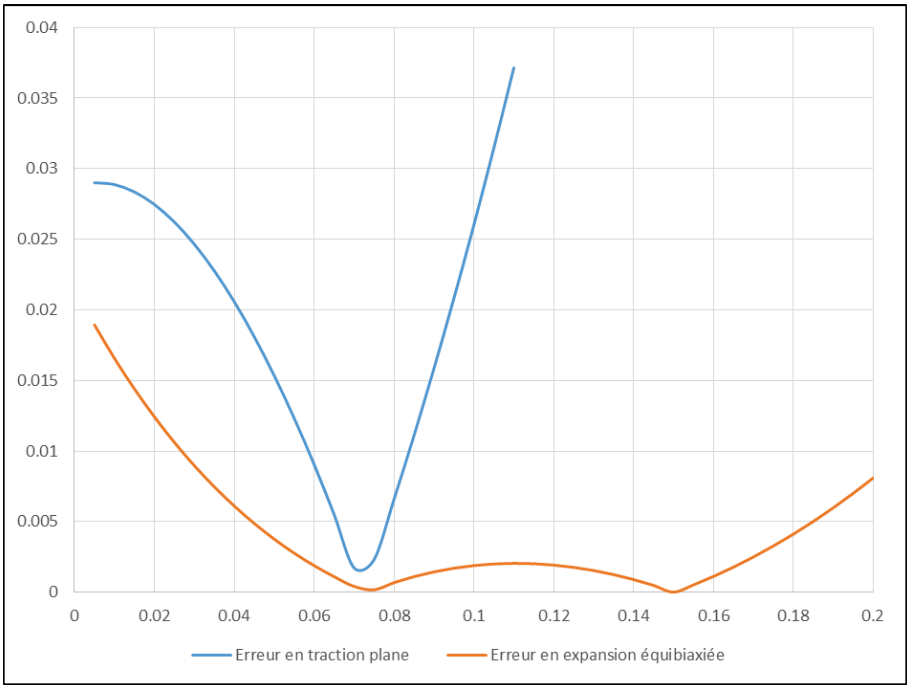

Figure II.13- Tôle 1- Isotropie transverse – Modèle non quadratique et non associé- Variation de l'erreur relative en traction plane et expansion équibiaxiée, calculée à partir des résultats de l'identification par méthode intégrale $r' = r_{EXP} = 1.08 - r = 0.25 - m = 1.18$

II-9- Discussion des résultats de l'identification en isotropie transverse

L'hypothèse H_2 de l'écrouissage isotrope du matériau impose que les courbes d'écrouissage calculées en EB et TP doivent être confondues à la référence en TS.

Les figures (II.3, II.5, II.7, II.10 et II.12) présentent les différentes courbes d'écrouissage calculées. Elles montrent que :

- la courbe d'écrouissage en EB n'est pas confondue à la référence. L'optimisation du coefficient de Lankford par l'une des deux méthodes retenues - Loi analytique ou Méthode intégrale- a nettement amélioré la description de ce trajet de chargement.
- la courbe d'écrouissage en TP est nettement plus éloignée de la référence.

Les courbes (II.4, II.6, II.8, II.11, et II.13) montrent la variation de l'erreur relative par modèle et par type de chargement.

Le tableau suivant montre la plage de variation de l'erreur exprimée en pourcentage (%), pour chaque modèle et trajet de chargement.

Tableau 13: Domaine de variation de l'erreur relative par modèle et par type de chargement

Modèle / *Coefficient de Lankford identifié*	$E_{rel.}\left[EB\right](\%)$	$E_{rel.}\left[TP\right](\%)$
Quadratique et associé $r = r_{EXP}$	$4.5 \le E_{rel.}\left[EB\right] \le 7.5$	$2.5 \le E_{rel.}\left[TP\right] \le 11.8$
Quadratique et associé $r = r_{optimal}$	$0 \le E_{rel.}\left[EB\right] \le 1.3$	$0 \le E_{rel.}\left[TP\right] \le 9.5$
Quadratique et non associé $r' = r_{EXP}$ $r = r_{optimal}$	$0 \le E_{rel.}\left[EB\right] \le 3.5$	$6.5 \le E_{rel.}\left[TP\right] \le 13$
Non quadratique et associé $r = r_{EXP}$	$0 \le E_{rel.}\left[EB\right] \le 1.6$	$8 \le E_{rel.}\left[TP\right] \le 20$
Non quadratique et non associé $r' = r_{EXP}$ $r = r_{optimal}$	$0 \le E_{rel.}\left[EB\right] \le 1.9$	$0.25 \le E_{rel.}\left[TP\right] \le 3.7$

Le tableau 13 montre que :

- Les deux modèles quadratiques, en plasticité associée ou non, identifiés par optimisation du coefficient de Lankford, décrivent les changements en EB et TP dans des domaines d'erreur relative acceptables.
- La meilleure description de l'écrouissage en expansion équibiaxée a été obtenue à partir du modèle quadratique et associé.
- La meilleure description de l'écrouissage en TP a été obtenue par le modèle non quadratique et non associé.

II-10- Modèle orthotrope et associé

Nous décrivons le comportement mécanique de la tôle indicée 2 en orthotropie, par un modèle rigide plastique avec loi de normalité associée. Le modèle tient compte de la forte dispersion du coefficient de Lankford mesuré en essais de traction hors-axes.

II-10-1-Contrainte équivalente

Le critère de plasticité fait intervenir la contrainte équivalente de Hill (1948). La contrainte équivalente est insensible à la pression hydrostatique et s'écrit dans les axes d'orthotropie :

$$f(\sigma) = \overline{\sigma} - A(\alpha) \leq 0 \qquad \text{(II.59)}$$

$$\overline{\sigma} = \overline{\sigma}(\sigma - p\,\delta_{ij}) = \sqrt{F(\sigma_{22}-\sigma_{33})^2 + G(\sigma_{11}-\sigma_{33})^2 + H(\sigma_{11}-\sigma_{22})^2 + 2L\sigma_{23}^2 + 2M\sigma_{13}^2 + 2N\sigma_{12}^2}$$

II-10-2- Lois d'évolution plastique

La loi de normalité associée donne en situation de contraintes planes, dans le plan de la tôle :

$$\begin{aligned}
\dot{\varepsilon}_{11} &= \dot{\alpha}\,\frac{\partial\overline{\sigma}}{\partial\sigma_{11}} = \dot{\alpha}\,\frac{G\,\sigma_{11} + H\left(\sigma_{11}-\sigma_{22}\right)}{\overline{\sigma}} \\
\dot{\varepsilon}_{22} &= \dot{\alpha}\,\frac{\partial\overline{\sigma}}{\partial\sigma_{22}} = \dot{\alpha}\,\frac{F\,\sigma_{22} + H\left(\sigma_{22}-\sigma_{11}\right)}{\overline{\sigma}} \\
\dot{\varepsilon}_{33} &= \dot{\alpha}\,\frac{\partial\overline{\sigma}}{\partial\sigma_{33}} = \dot{\alpha}\,\frac{-G\,\sigma_{11} - F\,\sigma_{22}}{\overline{\sigma}} \\
\dot{\varepsilon}_{12} &= \dot{\alpha}\,\frac{\partial\overline{\sigma}}{\partial\sigma_{12}} = \dot{\alpha}\,\frac{N\,\sigma_{12}}{\overline{\sigma}}
\end{aligned} \qquad \text{(II.60)}$$

II-10-3- Particularisation du modèle en essai de traction hors-axes

Nous développons les équations du modèle en situation de traction sur une éprouvette inclinée de l'angle ψ par rapport à la direction du laminage de la tôle.

Dans le repère $R_{X_1 X_2 X_3}$ formé par les axes d'orthotropie de la tôle, le tenseur des contraintes est donné, en fonction de la matrice de rotation $\boldsymbol{\psi}$ et du tenseur diagonal des contraintes principales $\boldsymbol{\sigma^d}$ dans le repère local $R_{n\,t\,X_3}$, par les relations (II.6), (II.7) et (II.8):

$$\sigma = \psi^T \sigma^d \psi = \begin{pmatrix} \sigma\cos^2\psi & \sigma\sin\psi\cos\psi & 0 \\ \sigma\sin\psi\cos\psi & \sigma\sin^2\psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

La contrainte équivalente $\overline{\sigma}$ (II.59) s'écrit dans le repère privilégié d'orthotropie de la tôle :

$$\overline{\sigma} = \sqrt{G\cos^4\psi + F\sin^4\psi + H\left(\cos^2\psi - \sin^2\psi\right)^2 + 2N\sin^2\psi\cos^2\psi}\;\sigma_1 \tag{II.61}$$

Où : σ_1 est la contrainte de traction appliquée lors de l'essai.

Les lois d'évolution plastique s'écrivent en essai de traction hors-axes :

$$\begin{aligned}
\dot{\varepsilon}_{11} &= \dot{\alpha}\frac{\partial\overline{\sigma}}{\partial\sigma_{11}} = \dot{\alpha}\;\frac{(G+H)\cos^2\psi - H\sin^2\psi}{\overline{\sigma}}\;\sigma_1 \\
\dot{\varepsilon}_{22} &= \dot{\alpha}\frac{\partial\overline{\sigma}}{\partial\sigma_{22}} = \dot{\alpha}\;\frac{-G\cos^2\psi + (F+H)\sin^2\psi}{\overline{\sigma}}\;\sigma_1 \\
\dot{\varepsilon}_{33} &= \dot{\alpha}\frac{\partial\overline{\sigma}}{\partial\sigma_{33}} = -\dot{\alpha}\;\frac{G\cos^2\psi + F\sin^2\psi}{\overline{\sigma}}\;\sigma_1 \\
\dot{\varepsilon}_{12} &= \dot{\alpha}\frac{\partial\overline{\sigma}}{\partial\sigma_{12}} = \dot{\alpha}\;\frac{N\cos\psi\sin\psi}{\overline{\sigma}}\;\sigma_1
\end{aligned} \tag{II.62}$$

La déformation dans la direction longitudinale de l'éprouvette se calcule par :

$$\varepsilon_n = \varepsilon_{ij}\,n_i\,n_j = \frac{\alpha\;G\cos^4\psi + F\sin^4\psi + H\left(\cos^2\psi - \sin^2\psi\right)^2 + 2N\sin^2\psi\cos^2\psi}{\overline{\sigma}}\;\sigma_1 \tag{II.63}$$

Où : $n_{i,}\, n_j$ sont les cosinus directeurs de la normale $\vec{n}$.

D'après (II.61), la déformation longitudinale de l'éprouvette de traction s'écrit finalement :

$$\varepsilon_n = \varepsilon_{ij}\,n_i\,n_j = \alpha\;\sqrt{G\cos^4\psi + F\sin^4\psi + H\left(\cos^2\psi - \sin^2\psi\right)^2 + 2N\sin^2\psi\cos^2\psi} \tag{II.64}$$

La déformation suivant la direction transversale de l'éprouvette est donnée par :

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{ij}\, t_i t_j = \alpha \; \frac{(G+F-2N)\sin^2\psi\cos^2\psi - H\left(\cos^2\psi - \sin^2\psi\right)^2}{\overline{\sigma}} \; \sigma_1 \qquad \text{(II.65)}$$

La déformation de l'éprouvette suivant l'épaisseur de la tôle se calcule par :

$$\varepsilon_3 = -\alpha \; \frac{G\cos^2\psi + F\sin^2\psi}{\overline{\sigma}} \; \sigma_1 \qquad \text{(II.66)}$$

Le coefficient d'anisotropie de Lankford s'exprime finalement, en fonction de l'orientation ψ de l'éprouvette de traction et des coefficients du critère par :

$$r(\psi) = \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_3} = \frac{H\left(\cos^2\psi - \sin^2\psi\right)^2 - (G+F-2N)\;\sin^2\psi\;\cos^2\psi}{G\cos^2\psi + F\sin^2\psi} \qquad \text{(II.67)}$$

Nous retiendrons les essais dans la direction du laminage $(\psi = 0)$, la direction transverse $(\psi = 90°)$ et suivant l'orientation $(\psi = 45°)$comme base de données privilégiées pour le calcul. Les expressions du coefficient de Lankford prévues par le modèle se déduisent de (II.67) par :

$$r(\psi = 0°) = r_0 = \frac{H}{G} \qquad r(\psi = 45°) = r_{45} = \frac{2N - G - F}{2\,(G+F)} \qquad r(\psi = 90°) = r_{90} = \frac{H}{F} \qquad \text{(II.68)}$$

L'hypothèse de la coïncidence de la contrainte équivalente à la contrainte en essai de traction simple (II.16) est maintenue. Les coefficients du critère s'obtiennent à partir de (II.68) par :

$$H = \frac{r_0}{1+r_0} \qquad G = \frac{1}{1+r_0} \qquad F = \frac{r_0}{r_{90}\,(1+r_0)} \qquad N = \frac{(r_0 + r_{90})\,(1+2\,r_{45})}{2\,r_{90}\,(1+r_0)} \qquad \text{(II.69)}$$

II-10-4-Description de l'écrouissage :

Nous mettons en place les prévisions du modèle pour la description de l'écrouissage supposé isotrope, à partir de la loi puissance de Hollomon.

La contrainte équivalente est donnée à partir de (II.61) en fonction de l'angle ψ et de la contrainte relative à l'essai :

$$\overline{\sigma} = \sqrt{G\cos^4\psi + F\sin^4\psi + H\left(\cos^2\psi - \sin^2\psi\right)^2 + 2N\sin^2\psi\cos^2\psi}\;\sigma_{ESSAI}$$

$$\overline{\sigma} = \sqrt{\Phi(\psi)}\,\sigma_{ESSAI} \qquad \text{(II.70)}$$

La déformation dans la direction de l'essai est donnée par (II.64) en fonction de l'angle ψ et de la variable d'écrouissage α par :

$$\varepsilon_n = \alpha \sqrt{G\cos^4\psi + F\sin^4\psi + H\left(\cos^2\psi - \sin^2\psi\right)^2 + 2N\sin^2\psi\cos^2\psi} = \alpha\sqrt{\Phi(\psi)} \quad \text{(II.71)}$$

Le modèle prévoit :

$$\begin{aligned} &\bar{\sigma} = K_0\,\bar{\varepsilon}^n \Rightarrow \sigma_{ESSAI}\sqrt{\Phi(\psi)} = K_0\,\alpha^n = K_0\left[\frac{\varepsilon_n}{\sqrt{\Phi(\psi)}}\right]^n \\ &\Rightarrow \sigma_{ESSAI} = K_0\,\varepsilon_n^{\ n}\left[\Phi(\psi)\right]^{\frac{-n-1}{2}} \Rightarrow K_\psi = K_0\left[\Phi(\psi)\right]^{\frac{-n-1}{2}} \end{aligned} \quad \text{(II.72)}$$

Où : K_0 correspond à l'essai de traction suivant la direction du laminage.

Soit : $K_\psi = \left[G\cos^4\psi + F\sin^4\psi + H\left(\cos^2\psi - \sin^2\psi\right)^2 + 2N\sin^2\psi\cos^2\psi\right]^{\frac{-n-1}{2}} K_0$ (II.73)

Le tableau suivant récapitule les résultats de la mise en œuvre du modèle avec loi analytique de Hollomon. Les contraintes et déformations sont exprimées dans le repère d'orthotropie de la tôle.

Tableau 14 : Tôle2- Prévisions du modèle orthotrope et associé en Traction hors-axes

	σ_{ESSAI}	ε_{ESSAI}	$\bar{\sigma}$	$\bar{\varepsilon}$	n	K_ψ
THA00°	$\sigma = \sigma_1$	$\varepsilon = \varepsilon_1$	σ	ε_1	n	K_0
THA45°	$\sigma = \sigma_n$	$\varepsilon = \varepsilon_n$	$\sqrt{F+G+2N}\,\frac{\sigma}{2}$	$\frac{2\varepsilon_n}{\sqrt{F+G+2N}}$	n	$\left[\frac{G+F+2N}{4}\right]^{\frac{-n-1}{2}} K_0$
THA90°	$\sigma = \sigma_2$	$\varepsilon = \varepsilon_2$	$\sqrt{F+H}\,\sigma$	$\frac{\varepsilon_2}{\sqrt{F+H}}$	n	$\left[F+H\right]^{\frac{-n-1}{2}} K_0$

II-10-5- Identification du modèle :

D'après les prévisions (II.69) du modèle, l'identification est faite à partir des trois coefficients de Lankford mesurés en essais THA00°, THA45° et THA90°.

Les courbes expérimentales en essais de traction hors-axes sont identifiées par moindres carrés sous la forme : $\sigma = K_\psi\,\varepsilon^n$. Le tableau suivant donne les résultats obtenus.

Tableau 15 – Tôle 2 – Modèle orthotrope quadratique et associé- Résultats de l'identification des courbes de traction hors-axes par loi puissance de Hollomon

ψ	00°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
K_ψ	569	584	580	553	568	561	550
n	0.249	0.252	0.253	0.250	0.252	0.255	0.251

Les résultats de l'identification du modèle sont donnés par le tableau suivant.

Tableau 16 : Tôle 2 – Modèle orthotrope quadratique et associé–Résultats de l'identification

	r_0	r_{45}	r_{90}	F	G	H	N
Tôle 2	2.19	1.82	2.72	0.252	0.314	0.686	1.303

La courbe de traction dans la direction du laminage (THA00°) est prise comme référence.
La validation est menée par comparaison des courbes d'écrouissages calculées à la référence.
La contrainte équivalente et la déformation équivalente sont calculées par les expressions (II.70) et (II.71) respectivement. Le calcul fait intervenir l'orientation Ψ de l'éprouvette de traction ainsi que les valeurs des quatre coefficients F, G, H, N résultats de l'identification du modèle (Tableau 15).
La figure (II.14) montre le tracé des différentes courbes d'écrouissage calculées. Nous observons que les courbes obtenues ne sont pas confondues : le modèle orthotrope quadratique et associé donne une mauvaise description de l'écrouissage.

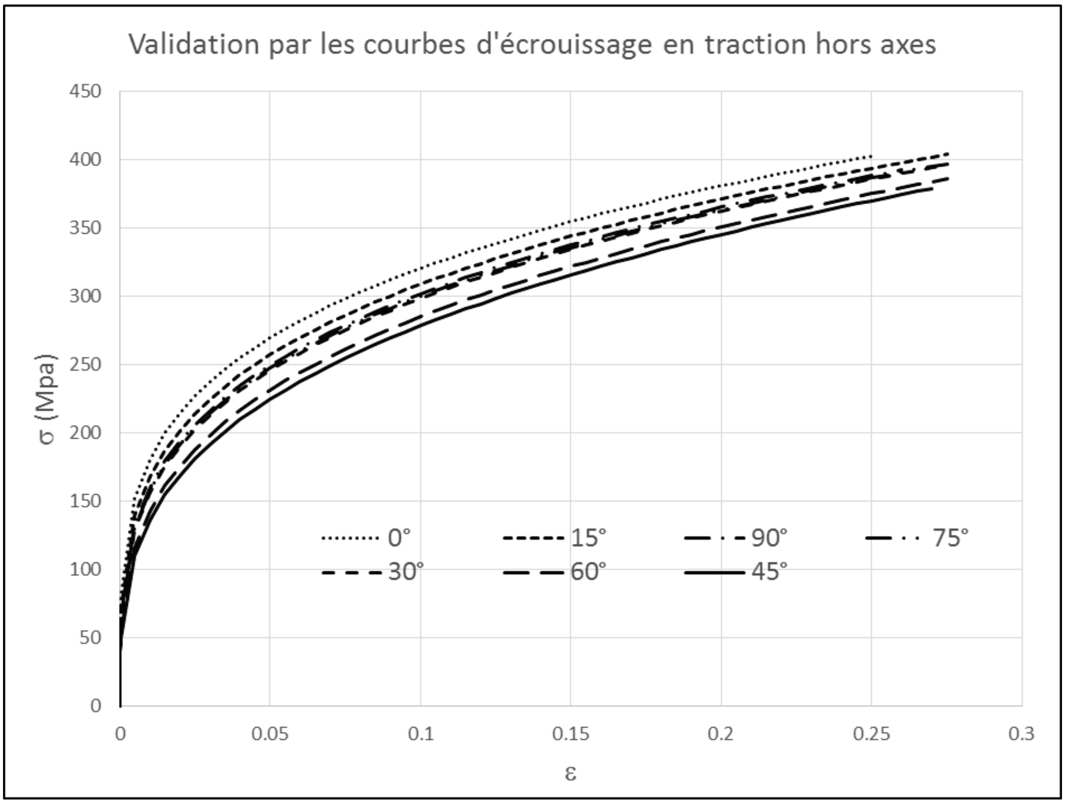

Figure II.14- Tôle 2 – Modèle orthotrope quadratique et associé – Courbes d'écrouissage calculées en essais de traction hors-axes

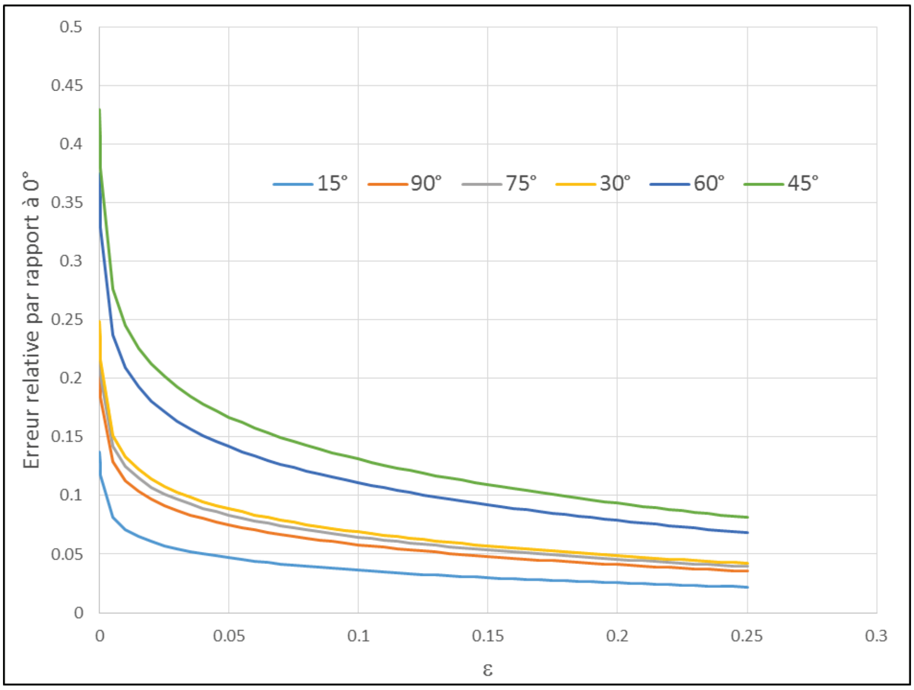

Figure II.15- Tôle 2 –Modèle orthotrope quadratique et associé–Erreur relative calculée en essais de traction hors-axes, par rapport à la référence en traction simple THA0°

La figure II.14 montre que les courbes d'écrouissage calculées sont éloignées de la référence. La meilleure description de l'écrouissage a été obtenue en essai THA15° avec une erreur relative comprise entre 3% et 13%. Par contre les essais THA45° et THA60° sont mal décrits avec une erreur relativement qui varie de 13% à 43%; puis de 12.5% à 37% respectivement.
Nous relions l'insuffisance de ce modèle à la rotation des axes privilégiés de la tôle en sollicitation hors axes.

II-11- Conclusion

L'objectif de ce chapitre était de formuler et de rendre opérationnels des modèles de comportement pour nos deux tôles d'étude en acier, en vue d'un calcul de prédiction aux instabilités plastiques.
Nous avons construit un modèle sous l'hypothèse de l'isotropie transverse pour la tôle 1, après avoir remarqué que l'anisotropie plane est faible devant l'anisotropie normale (Δr calculé par les résultats de mesures en essais de traction hors axes est faible devant r). Le modèle orthotrope a été construit pour la tôle 2 qui présente une anisotropie plus prononcée. Notre étude a particulièrement montré la difficulté à décrire simultanément l'anisotropie des déformations plastiques et l'écrouissage du matériau.

En isotropie transverse, l'analyse des résultats obtenus sur les quatre modèles de comportement mis en place, nous conduit à présenter les remarques suivantes :

1°) Le modèle quadratique et associé, identifié par loi analytique, donne la meilleure description du chargement en expansion equibiaxée : 0% ≤ E_{rel} [EB] ≤ 1.3 % (Tableau 13).
La description de la traction plane avec l'erreur relative 0% ≤ E_{rel} [TP] ≤ 9.5 % bien que de moindre qualité, reste raisonnablement admise.

2°) Le modèle quadratique et non associé n'améliore pas la description de la traction plane. Il présente l'avantage de décrire l'anisotropie des déformations à partir d'une donnée expérimentale.

3°) L'identification des deux modèles quadratiques ci-dessus, est faite à partir des courbes d'écrouissage et loi puissance de Hollomon.

4°) Le modèle non quadratique et non associé améliore nettement la description de la traction plane.
Son identification par méthode intégrale, ne fait appel à aucune loi analytique.

5°) Pour des raisons de simplicité, nous retenons les résultats de l'identification des deux modèles quadratiques pour le calcul à l'instabilité plastique.

En orthotropie, l'identification du modèle quadratique et associé donne une mauvaise description des courbes d'écrouissage en essais de traction hors axes.
Les trois coefficients d'anisotropie du modèle ont été identifiés à partir de leurs valeurs mesurées.
L'insuffisance du modèle en traction hors axes est due au cisaillement (II.7), que subit l'éprouvette de traction.
Il en résulte une rotation des axes privilégiés d'orthotropie de la tôle, qui n'est pas prise en compte par le modèle.

CHAPITRE III : CALCUL A L'INSTABILITE PLASTIQUE DES TOLES EN ACIER

III-1- Introduction

Nous entamons le chapitre par la présentation du critère de Swift [Swift 1952] dans un cadre rigide plastique.
Le tenseur de déformations logarithmiques de Hencky et le tenseur de contraintes de Kirchhoff sont choisis pour décrire l'état de sollicitation de la plaque.
Pour les besoins du tracé des courbes limites de formage, la plaque est soumise à un état de contraintes planes bi axiales en chargement radial, dont la caractéristique est le rapport maintenu constant de la contrainte mineure à la contrainte majeure.
Cette caractéristique du chargement nous permet de représenter les différents modes de déformations présents en emboutissage [Col. 2002].

Dans la seconde partie, nous mettons en œuvre le critère de Swift sur deux modèles de comportement formulés en isotropie transverse : le modèle quadratique et associé puis quadratique et non associé.
Les résultats de l'identification de chacun de ces deux modèles présentés au chapitre précédent, servent au calcul des déformations et contraintes critiques à striction diffuse. Nous examinons aussi l'influence du coefficient d'anisotropie de Lankford sur les limites de formabilité de la tôle.

Dans la troisième partie, nous appliquons le critère de Swift au modèle orthotrope et associé destiné à décrire le comportement de la tôle indicée 2.
La tôle est sollicitée dans son plan et suivant ses deux axes privilégiés d'orthotropie : ceci implique que les directions principales de contraintes et déformations coïncident dans notre cas.
Les résultats de l'identification du modèle présentés au chapitre précédent, servent au calcul des limites à striction diffuse de la tôle.

Dans la dernière partie du chapitre, nous présentons une critique du fondement théorique du critère de Swift classique. Nous proposons une reformulation du critère pour un matériau supposé isotrope.

III-2- Critère de Swift

Le critère [Swift. 1952] est formulé dans le cas d'une tôle mince soumise à un chargement biaxial et radial en contraintes.

La striction est supposée avoir lieu lorsque les deux composantes de l'effort suivant les axes principaux de contraintes passeront simultanément par un maximum :

$$F_1 = \sigma_1 L_2 e = J^{-1} \tau_1 L_2 e$$
$$F_2 = \sigma_2 L_1 e = J^{-1} \tau_2 L_1 e \qquad \text{(III.1)}$$

σ_1 *et* σ_2 sont les contraintes de Cauchy, τ_1 et τ_2 sont les contraintes de Kirchoff, J est le jacobien de la transformation. L_1, L_2, e sont les dimensions actuelles de la tôle.

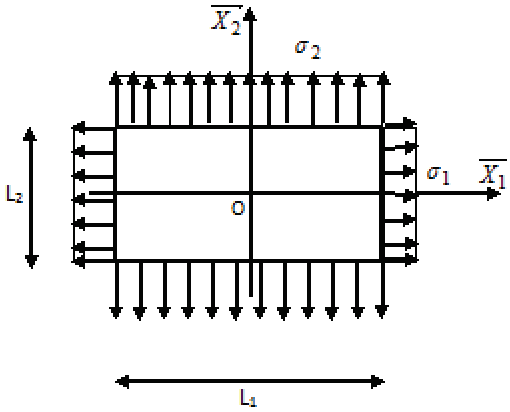

Figure III-1 : Tôle mince en chargement biaxial

La condition de force maximale s'écrit :

$$\frac{dF_1}{F_1} = -\frac{dJ}{j} + \frac{d\tau_1}{\tau_1} + \frac{dL_2}{L_2} + \frac{de}{e} = 0$$
$$\frac{dF_2}{F_2} = -\frac{dJ}{j} + \frac{d\tau_2}{\tau_2} + \frac{dL_1}{L_1} + \frac{de}{e} = 0 \qquad \text{(III.2)}$$

Les incréments de déformations logarithmiques sont définies par :

$$d\varepsilon_1 = \frac{dL_1}{L_1} \quad d\varepsilon_2 = \frac{dL_2}{L_2} \quad d\varepsilon_3 = \frac{dL_3}{L_3} \qquad \text{(III.3)}$$

Nous avons aussi : $j = \det \mathbf{F} \Rightarrow \frac{\mathrm{dJ}}{\mathrm{dt}} = j\, tr(\mathbf{D}) \Rightarrow \frac{dJ}{J} = d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2 + d\varepsilon_3$ (III.4)

En remplaçant (III.3) dans (III.2) et tenant compte de (III.4), nous obtenons les équations à instabilité de Swift :

$$\frac{d\tau_1}{\tau_1} - d\varepsilon_1 = 0 \qquad et \qquad \frac{d\tau_2}{\tau_2} - d\varepsilon_2 = 0 \qquad \text{(III.5)}$$

Les équations du système (III.5) conduiront au calcul des contraintes et déformations critiques à l'instabilité, à travers leur mise en œuvre sur le modèle de comportement du matériau.

III-3- Application au modèle isotrope transverse quadratique et associé

La contrainte équivalente de Hill s'écrit d'après (II. 23) en fonction du coefficient de Lankford et des contraintes principales de Kirchhoff par :

$$\bar{\tau} = \tau_1^2 - \frac{2r}{1+r}\tau_1 \tau_2 + \tau_2^2 \tag{III.6}$$

D'après (II.17.a) et (II.17.b), les incréments de déformation plastique s'expriment en fonction de l'incrément de la déformation plastique équivalente par :

$$d\varepsilon_1 = d\bar{\varepsilon}\frac{\partial\bar{\tau}}{\partial\tau_1} \qquad d\varepsilon_2 = d\bar{\varepsilon}\frac{\partial\bar{\tau}}{\partial\tau_2} \tag{III.7}$$

En substituant (III.7) dans (III.5) nous obtenons le système d'équations :

$$\begin{aligned} d\tau_1 &= \tau_1 \, d\bar{\varepsilon}\frac{\partial\bar{\tau}}{\partial\tau_1} \\ d\tau_2 &= \tau_2 \, d\bar{\varepsilon}\frac{\partial\bar{\tau}}{\partial\tau_2} \end{aligned} \tag{III.8}$$

Par différenciation, nous exprimons l'incrément de contrainte équivalente par :

$$d\bar{\tau} = \frac{\partial\bar{\tau}}{\partial\tau_1}d\tau_1 + \frac{\partial\bar{\tau}}{\partial\tau_2}d\tau_2 \tag{III.9}$$

En reportant les expressions (III.8) des incréments de contrainte dans (III.9), nous obtenons la condition unique d'instabilité de Swift, sous la forme :

$$\frac{d\bar{\tau}}{d\bar{\varepsilon}} = \tau_1\left(\frac{\partial\bar{\tau}}{\partial\tau_1}\right)^2 + \tau_2\left(\frac{\partial\bar{\tau}}{\partial\tau_2}\right)^2 \tag{III.10}$$

La loi d'écrouissage de Hollomon donne :

$$\bar{\tau} = K\bar{\varepsilon}^n \Rightarrow \frac{1}{\bar{\tau}}\frac{d\bar{\tau}}{d\bar{\varepsilon}} = \frac{n}{\bar{\varepsilon}} \tag{III.11}$$

La relation (II.23) nous permet d'exprimer les dérivées partielles de la contrainte équivalente de Hill en fonction du rapport x des contraintes principales en chargement radial par :

$$\frac{\partial\bar{\tau}}{\partial\tau_1} = \frac{\tau_1}{\bar{\tau}}\left(1 - \frac{rx}{1+r}\right) \qquad \frac{\partial\bar{\tau}}{\partial\tau_2} = \frac{\tau_1}{\bar{\tau}}\left(x - \frac{r}{1+r}\right) \tag{III.12}$$

En remplaçant (III.12) dans l'équation à l'instabilité (III.10) et tenant compte de la loi d'écrouissage (III.11), nous avons l'équation :

$$\bar{\tau}^{2}\ \frac{d\bar{\tau}}{d\bar{\varepsilon}} = \tau_1^3 \left\{ \left(1-\frac{r\,x}{1+r}\right)^2 + x\left(x-\frac{r}{1+r}\right)^2 \right\} \tag{III. 13}$$

Nous transformons (III.13) en tenant compte de (III.11), sous la forme :

$$\bar{\tau}^{3}\ \frac{n}{\bar{\varepsilon}} = \tau_1^3 \left\{ \left(1-\frac{r\,x}{1+r}\right)^2 + x\left(x-\frac{r}{1+r}\right)^2 \right\} \Rightarrow \frac{\tau_1^3}{\bar{\tau}^{3}} = \frac{n}{\bar{\varepsilon}\left\{ \left(1-\frac{r\,x}{1+r}\right)^2 + x\left(x-\frac{r}{1+r}\right)^2 \right\}} \tag{III.14}$$

D'après (II.27) nous écrivons :

$$\bar{\tau} = \sqrt{1+x^2-\frac{2\,r\,x}{1+r}}\ \tau_1 \Rightarrow \frac{\tau_1}{\bar{\tau}} = \left(1+x^2-\frac{2\,r\,x}{1+r}\right)^{\frac{-1}{2}} \Rightarrow \frac{\tau_1^3}{\bar{\tau}^{3}} = \left(1+x^2-\frac{2\,r\,x}{1+r}\right)^{\frac{-3}{2}} \tag{III.15}$$

La déformation équivalente critique à striction notée $\bar{\varepsilon}_c$, est obtenue par résolution de l'équation (II.14) et en utilisant la relation (III.15), sous la forme suivante:

$$\bar{\varepsilon}_c = \frac{n\left(1+x^2-\frac{2\,r\,x}{1+r}\right)^{\frac{3}{2}}}{x^3-\frac{r\,(r+2)\left(x^2+x\right)}{(1+r)^2}+1} \tag{III.16}$$

A partir des lois d'écoulement plastique (II.29) et de la relation (II.30), nous calculons les déformations critiques à striction ε_{1c} et ε_{2c} dans les axes privilégiés du plan de la tôle par :

$$\varepsilon_{1c} = \frac{1-\frac{x\,r}{1+r}}{\sqrt{1-\frac{2\,x\,r}{1+r}+x^2}}\ \bar{\varepsilon}_c = \frac{n\left[1-\frac{x\,r}{1+r}\right]\left(1+x^2-\frac{2\,r\,x}{1+r}\right)}{x^3-\frac{r\,(r+2)\left(x^2+x\right)}{(1+r)^2}+1}$$

$$\varepsilon_{2c} = \rho\,\varepsilon_{1c} = \frac{x\,(1+r)-r}{1+r\,(1-x)}\ \varepsilon_{1c} = \frac{x\,(1+r)-r}{1+r\,(1-x)}\ \frac{n\left[1-\frac{x\,r}{1+r}\right]\left(1+x^2-\frac{2\,r\,x}{1+r}\right)}{x^3-\frac{r\,(r+2)\left(x^2+x\right)}{(1+r)^2}+1} \tag{III.17}$$

Les contraintes critiques à striction τ_{1c} et τ_{2c} s'obtiennent à partir de la loi d'écrouissage.

$$\tau_{1c} = \frac{\bar{\tau}_c}{\sqrt{1+x^2-\frac{2\,r\,x}{1+r}}} = \frac{K\,\bar{\varepsilon}_c^{\,n}}{\sqrt{1+x^2-\frac{2\,x\,r}{1+r}}} = K\,n^n\ \frac{\left(1+x^2-\frac{2\,x\,r}{1+r}\right)^{\frac{3n-1}{2}}}{\left(x^3-\frac{r\,(r+2)\left(x^2+x\right)}{(1+r)^2}+1\right)^n} \tag{III.18}$$

$$\tau_{2c} = x\,\tau_{1c} = K\,n^n \quad \frac{x\left(1+x^2-\dfrac{2\,x\,r}{1+r}\right)^{\frac{3n-1}{2}}}{\left(x^3-\dfrac{r\,(r+2)\,\left(x^2+x\right)}{(1+r)^2}+1\right)^n}$$ (III. 19)

Le calcul de la CLFD est mené à partir des résultats de l'identification par les courbes d'écrouissage (Tableau 5) : r= 1.28 et n= 0.167. Pour examiner l'influence du coefficient de Lankford, nous traçons trois courbes où nous fixons la valeur de r à : r=0.5, r=1 puis r=1.5.

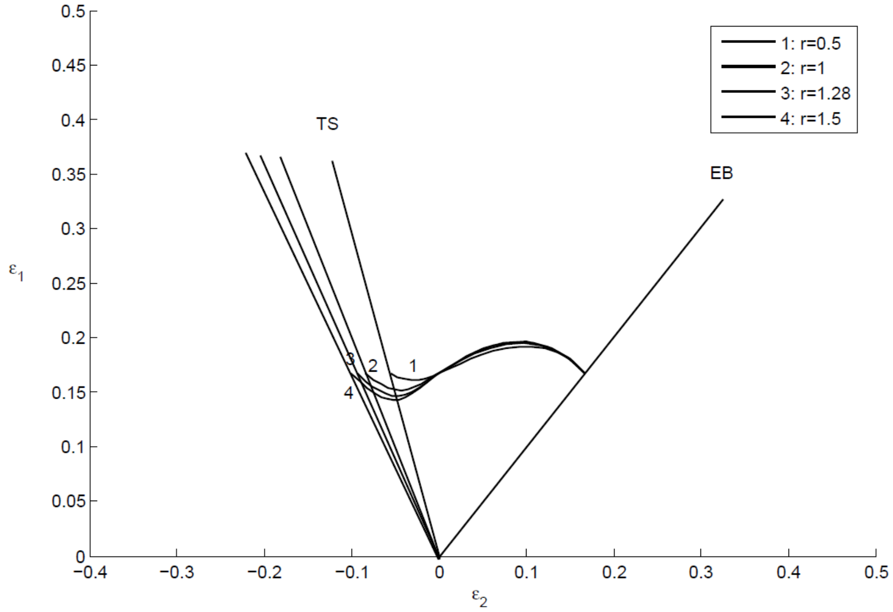

Figure III- 2 : Tôle 1 : CLFD – Modèle isotrope transverse quadratique et associé - Influence du coéficient de Lankford r - r=0.5, 1 et 1.5 (identifié : r=1.28, n=0.167)

En mode expansion, les quatre courbes se superposent : la valeur du coefficient d'anisotropie r n'a pas d'influence sur le niveau de la CLFD.

En mode retreint, nous observons que l'augmentation du coefficient de Lankford diminue le niveau de la CLFD.

III-4- Application au modèle isotrope transverse quadratique et non associé

Dans le cas de la plasticité non associée, les déformations dérivent d'un potentiel plastique qui est différent de la fonction seuil.

La contrainte équivalente relative au potentiel plastique est quadratique. Elle fait intervenir un coefficient d'anisotropie noté r' différent du coefficient d'anisotropie r relatif au critère. Elle s'exprime en fonction des contraintes principales τ_1 et τ_2 par :

$$\bar{\tau}_{\mathbf{P}} = \sqrt{\tau_1^2 - \frac{2\mathbf{r}'}{1+\mathbf{r}'}\tau_1\,\tau_2 + \tau_2^2}$$ (III.20)

La contrainte équivalente relative au critère notée $\bar{\tau}_C$ correspond à la fonction seuil de Hill [Hill 1948], elle s'exprime en fonction des contraintes principales et du coefficient d'anisotropie r (r ≠ r') par :

$$\bar{\tau}_C = \sqrt{\tau_1^2 - \frac{2r}{1+r}\tau_1\tau_2 + \tau_2^2} \tag{III.21}$$

Les incréments de déformation plastique dans les axes principaux du plan de la tôle, sont donnés à partir des lois d'évolution plastique par :

$$d\varepsilon_1 = d\lambda \frac{\partial \bar{\tau}_P}{\partial \tau_1} = d\bar{\varepsilon} \frac{\partial \bar{\tau}_P}{\partial \tau_1} \qquad d\varepsilon_2 = d\lambda \frac{\partial \bar{\tau}_P}{\partial \tau_2} = d\bar{\varepsilon} \frac{\partial \bar{\tau}_P}{\partial \tau_2} \tag{III.22}$$

En reportant (III.21) dans la condition d'instabilité (III.5) et tenant compte de (III.9), l'analyse de Swift conduit à la condition à la striction suivante :

$$\frac{d\bar{\tau}_C}{d\bar{\varepsilon}} = \tau_1 \frac{\partial \bar{\tau}_C}{\partial \tau_1} \frac{\partial \bar{\tau}_P}{\partial \tau_1} + \tau_2 \frac{\partial \bar{\tau}_C}{\partial \tau_2} \frac{\partial \bar{\tau}_P}{\partial \tau_1} \tag{III.23}$$

Les expressions des contraintes équivalentes $\bar{\tau}_P$ (III.20) et $\bar{\tau}_C$ (III.21), donnent les dérivées partielles par rapport aux contraintes principales τ_1 et τ_2 en chargement radial ($x = \frac{\tau_2}{\tau_1} = \text{constante})$) par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\tau}_C}{\partial \tau_1} &= \frac{\tau_1}{\bar{\tau}_C}\left(1 - \frac{r x}{1+r}\right) & \frac{\partial \bar{\tau}_P}{\partial \tau_1} &= \frac{\tau_1}{\bar{\tau}_P}\left(1 - \frac{r' x}{1+r'}\right) \\ \frac{\partial \bar{\tau}_C}{\partial \tau_2} &= \frac{\tau_1}{\bar{\tau}_C}\left(x - \frac{r}{1+r}\right) & \frac{\partial \bar{\tau}_P}{\partial \tau_2} &= \frac{\tau_1}{\bar{\tau}_P}\left(x - \frac{r'}{1+r'}\right) \end{aligned} \tag{III.24}$$

D'après l'expression (II.27) de la contrainte équivalente de Hill en chemin radial, nous avons :

$$\frac{\tau_1}{\bar{\tau}_C} = \frac{1}{\sqrt{1 + x^2 - \frac{2 r x}{1+r}}} \qquad \frac{\tau_1}{\bar{\tau}_P} = \frac{1}{\sqrt{1 + x^2 - \frac{2 r' x}{1+r}}} \tag{III.25}$$

En substituant (III.25) et (III.24) dans (III.23), et tenant compte de la loi d'écrouissage (III.11), nous établissons l'équation à striction de Swift suivante :

$$\frac{n}{\bar{\varepsilon}} = \frac{\left(1 - \frac{r x}{1+r}\right)\left(1 - \frac{r' x}{1+r'}\right) + x\left(x - \frac{r}{1+r}\right)\left(x - \frac{r'}{1+r'}\right)}{\sqrt{1 + x^2 - \frac{2 r x}{1+r}}\sqrt{1 + x^2 - \frac{2 r' x}{1+r}}} \tag{III.26}$$

La déformation plastique équivalente à striction diffuse, solution de (III.26) est donnée par :

$$\bar{\varepsilon}_C = n \frac{\sqrt{1+x^2-\frac{2rx}{1+r}}\sqrt{1+x^2-\frac{2r'x}{1+r}}}{x^3-\frac{(r+r'+rr')(x^2+x)+1}{(1+r)\,(1+r')}} \qquad \text{(III. 27)}$$

Les déformations critiques s'écrivent à partir de (III. 24) et (III. 25) :

$$\varepsilon_{1C}=\frac{1-\frac{r'x}{1+r'}}{\sqrt{1-\frac{2r'x}{1+r'}+x^2}}\;\overline{\varepsilon_C}=\left[1-\frac{r'x}{1+r'}\right] n\;\frac{\sqrt{1+x^2-\frac{2rx}{1+r}}}{x^3-\frac{(r+r'+rr')(x^2+x)+1}{(1+r)\,(1+r')}}$$

$$\varepsilon_{2C}=\frac{x-\frac{r'}{1+r'}}{1-\frac{r'x}{1+r'}}\;\varepsilon_{1C}=\left[x-\frac{r'}{1+r'}\right] n\;\frac{\sqrt{1+x^2-\frac{2rx}{1+r}}}{x^3-\frac{(r+r'+rr')(x^2+x)+1}{(1+r)\,(1+r')}} \qquad \text{(III.28)}$$

Les contraintes critiques s'écrivent à partir de (III. 15) :

$$\tau_{1C}=K\,n^n\frac{\left(1+x^2-\frac{2rx}{1+r}\right)^{\frac{n-1}{2}}\left(1+x^2-\frac{2r'x}{1+r}\right)^{\frac{n}{2}}}{\left(x^3-\frac{(r+r'+rr')(x^2+x)+1}{(1+r)\,(1+r')}\right)^n} \qquad \text{(III.29)}$$

$$\tau_{2C}=x\,\tau_{1C}$$

Les résultats de l'identification du modèle isotrope transverse quadratique et non associé servent au calcul, nous avons : $r'=r_{MOYEN}=\bar{r}=1.08 \quad r=1.33 \quad n=0.167 \quad K=643.$

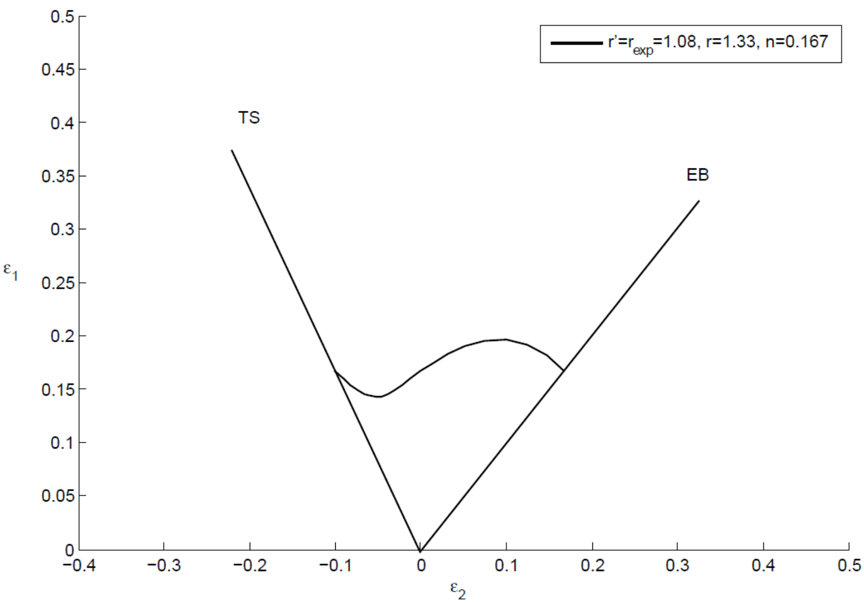

Figure III-3 : Tôle 1 : CLFD – Modèle isotrope transverse quadratique et non associé

III-5- Application au modèle orthotrope

Nous limitons notre étude à la situation où la tôle est en situation de sollicitation bi-axiale dans son plan. Les directions principales de contraintes et de déformations sont alors confondues avec les axes d'orthotropie. Nous mettons en œuvre le critère classique de Swift sur le modèle orthotrope quadratique et associé.

La contrainte équivalente de Hill [HILL. 1948] est quadratique en contraintes. Elle fait intervenir trois des six coefficients d'anisotropie de Hill (F, G et H) dans notre cas, et s'écrit à partir de (II.10) en fonction des contraintes principales et du rapport $x = \dfrac{\tau_2}{\tau_1}$ par :

$$\bar{\tau} = \sqrt{G\,\tau_1^2 + F\,\tau_2^2 + H\,(\tau_1 - \tau_2)^2} = \tau_1 \sqrt{G + F\,x^2 + H\,(1-x)^2} \qquad \text{(III.30)}$$

Ceci implique :

$$\frac{\tau_1}{\bar{\tau}} = \frac{1}{\sqrt{G + F\,x^2 + H\,(1-x)^2}} \qquad \text{(III.31)}$$

Les dérivées partielles de la contrainte équivalente par rapport aux contraintes, sont données à partir de (III.30) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \tau_1} &= \left(\frac{(G+H)\tau_1 - H\,\tau_2}{\bar{\tau}} \right) = \frac{\tau_1}{\bar{\tau}}\,[G + H\,(1-x)] \\ \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \tau_2} &= \left(\frac{F\,\tau_2 - H\,(\tau_1 - \tau_2)}{\bar{\tau}} \right) = \frac{\tau_1}{\bar{\tau}}\,[F\,x - H\,(1-x)] \end{aligned} \qquad \text{(III.32)}$$

Nous formons la condition d'instabilité de Swift (III.10) dans notre cas par l'expression :

$$\frac{d\bar{\tau}}{d\bar{\varepsilon}} = \tau_1 \left(\frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \tau_1} \right)^2 + \tau_2 \left(\frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \tau_2} \right)^2 = \frac{\tau_1^3}{\bar{\tau}^2} \left\{ [G + H\,(1-x)]^2 + \left[x\,(F\,x - H\,(1-x))^2 \right] \right\} \qquad \text{(III.33)}$$

Nous transformons (III.33) tenant compte de la loi d'écrouissage (III.11), et faisons apparaitre la déformation à striction diffuse de Swift $\bar{\varepsilon}_C$:

$$\frac{1}{\bar{\tau}} \frac{d\bar{\tau}}{d\bar{\varepsilon}} = \frac{n}{\bar{\varepsilon}_C} = \frac{\tau_1^3}{\bar{\tau}^3} \left\{ [G + H\,(1-x)]^2 + \left[x\,(F\,x - H\,(1-x))^2 \right] \right\} \qquad \text{(III.34)}$$

En substituant (III.31) dans (III.34), donne l'équation à déformation équivalente critique :

$$\frac{\mathbf{n}}{\bar{\varepsilon}_{\mathbf{C}}} = \frac{\left\{[\mathbf{G}+\mathbf{H}\,(1-\mathbf{x})]^2 + \mathbf{x}\,\left[\mathbf{F}\mathbf{x}-\mathbf{H}(1-\mathbf{x})\right]^2\right\}}{\left[\mathbf{G}+\mathbf{F}\mathbf{x}^2+\mathbf{H}\,(1-\mathbf{x})^2\right]^{\frac{3}{2}}} \tag{III. 35}$$

$$\bar{\varepsilon}_C = \frac{n\left[G+F\,x^2+H\,(1-x)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\left\{[G+H\,(1-x)]^2 + x\,\left[F\,x-H(1-x)\right]^2\right\}}$$

La solution est : $= \left(\dfrac{n\,\left[(F+H)\,x^2-2H\,x+(G+H)\right]^{\frac{3}{2}}}{(F+H)^2\,x^3-H\,(2F+H)x^2-H\,(2G+H)x+(G+H)^2} \right)$ (III. 36)

La déformation critique à striction diffuse dans la direction du laminage est donnée d'après les lois d'évolution plastique (II.62) et les relations (III.31) et (III.32) :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1C} &= \bar{\varepsilon}_C \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \tau_1} = \bar{\varepsilon}_C \frac{\tau_1}{\bar{\tau}}\,[G+H\,(1-x)] = \bar{\varepsilon}_C \frac{[G+H\,(1-x)]}{\left[(F+H)x^2-2H\,x+(G+H)\right]^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{n\,\left[(F+H)x^2-2H\,x+(G+H)\right]}{(F+H)^2\,x^3-H\,(2F+H)x^2-H\,(2G+H)x+(G+H)^2}\,[G+H\,(1-x)] \end{aligned} \tag{III.37}$$

La déformation critique à striction diffuse dans la direction transversale est donnée d'après les lois d'évolution plastique (II.62) et les relations (III.31) et (III.32) :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{2C} &= \bar{\varepsilon}_C \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \tau_2} = \bar{\varepsilon}_C \frac{\tau_1}{\bar{\tau}}\,[F\,x-H\,(1-x)] = \bar{\varepsilon}_C \frac{[F\,x-H\,(1-x)]}{\left[(F+H)x^2-2H\,x+(G+H)\right]^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{n\,\left[(F+H)x^2-2H\,x+(G+H)\right]}{(F+H)^2\,x^3-H\,(2F+H)x^2-H\,(2G+H)x+(G+H)^2}\,[F\,x-H\,(1-x)] \end{aligned} \tag{III.38}$$

La contrainte équivalente critique est obtenue à partir de (III.36) et de la loi d'écrouissage (III.11) :

$$\bar{\tau}_C = K\,\bar{\varepsilon}_C^{\,n} = K\,\frac{n^n\,\left[(F+H)\,x^2-2H\,x+(G+H)\right]^{\frac{3n}{2}}}{(F+H)^2\,x^3-H\,(2F+H)x^2-H\,(2G+H)x+(G+H)^2} \tag{III.39}$$

Les contraintes critiques se calculent à partir de la relation (III.31), en tenant compte du chargement radial en contraintes par :

$$\tau_{1C} = \bar{\tau}_C \frac{1}{\sqrt{(F+H)\,x^2 - 2H\,x + (G+H)}}$$

$$= \frac{K\ n^n\ \left[(F+H)\,x^2 - 2H\,x + (G+H)\right]^{\frac{3n-1}{2}}}{(F+H)^2\,x^3 - H\ (2F+H)x^2 - H\ (2G+H)x + (G+H)^2} \qquad \text{(III.40)}$$

$$\tau_{2C} = x\,\tau_{1C} = \frac{x\ K\ n^n\ \left[(F+H)\,x^2 - 2H\,x + (G+H)\right]^{\frac{3n-1}{2}}}{(F+H)^2\,x^3 - H\ (2F+H)x^2 - H\ (2G+H)x + (G+H)^2}$$

Les résultats de l'identification (Tableaux 15 et 16) servent au calcul. Nous avons : $F = 0.252 \quad G = 0.314 \quad H = 0.686 \quad n = n_{Commun} = 0.250 \quad K = 569.$

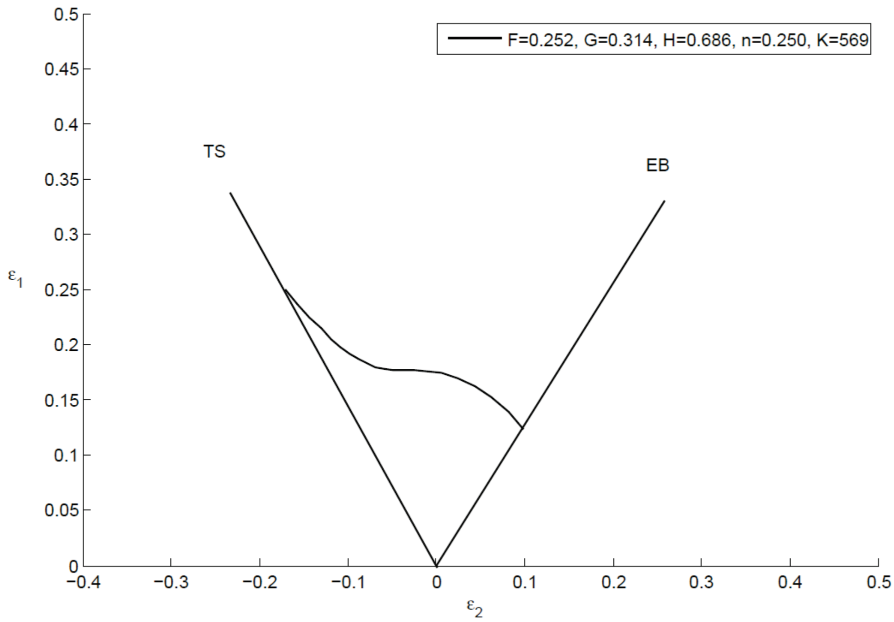

Figure III-4 : Tôle 2 –CLFD – Modèle orthotrope quadratique et associé

III-6- Critique du critère de Swift :

III-6-1- Formulation du critère :

Le critère de Swift tel que présenté au (III-2) prévoit que les efforts suivant les directions principales de contraintes, passent simultanément par un maximum. Nous allons analyser le fondement de ce critère. La relation (III.1) implique tenant compte de (III.3) :

$$\begin{array}{l} F_1 = \sigma_1\,L_2\,e = J^{-1}\,\tau_1\,L_2\,e \\ F_2 = \sigma_2\,L_1\,e = J^{-1}\,\tau_2\,L_1\,e \end{array} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{\tau_2}{\tau_1}\frac{L_1}{L_2} \Rightarrow F_2 = x\ \exp(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\,F_1 \qquad \text{(III.41)}$$

Où: $x = \dfrac{\tau_2}{\tau_1}$ est le rapport des contraintes principales, qui est constant en chargement radial.

$\varepsilon_1 = Log \dfrac{L_1}{L_{10}} \quad \varepsilon_2 = Log \dfrac{L_2}{L_{20}}$ sont les déformations principales de Hencky.

En différenciant la relation (III.41), nous avons :

$$dF_2 = \frac{\partial F_2}{\partial \varepsilon_1} d\varepsilon_1 + \frac{\partial F_2}{\partial \varepsilon_2} d\varepsilon_2 + \frac{\partial F_2}{\partial F_1} dF_1 = x \exp\left(\varepsilon_1 - \varepsilon_2\right)\left[F_1\left(d\varepsilon_1 - d\varepsilon_2\right) + dF_1\right] \qquad \text{(III.42)}$$

L'équation (III.42) montre que nous ne pouvons pas avoir $dF_1 = dF_2 = 0$, ce qui implique que les forces F_1 et F_2 ne peuvent pas atteindre une valeur maximale simultanément. Le critère de Swift dans sa formulation classique n'est dons pas cohérent.

Soit $\alpha = \dfrac{F_2}{F_1}$ tel que: $\alpha = \text{constante}$, un chargement radial en forces.

Dans ce cas, F_1 et F_2 peuvent passer simultanément par un maximum, mais dans ce cas nous aurons d'après (III.41) :

$$\left.\begin{cases} F_2 = \alpha F_1 \\ F_2 = x \exp(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) F_1 \end{cases}\right\} \Rightarrow \alpha = x \exp(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) = \text{constante} \qquad \text{(III.43)}$$

Le résultat (III.43) montre que $x = \dfrac{\tau_2}{\tau_1}$ est variable au cours de la déformation, et surtout que le chargement n'est plus radial en contraintes.

Le critère classique de Swift est formulé en utilisant le système suivant :

$$\begin{cases} \dfrac{dF_1}{F_1} = 0 & (1) \\ \dfrac{dF_2}{F_2} = 0 & (2) \\ x = \dfrac{\tau_2}{\tau_1} = cons\tan te & (3) \end{cases} \qquad \text{(III.44)}$$

Nous venons de montrer que les trois équations du système ne peuvent pas être vérifiées simultanément, parce-que les équations (1) et (2) sont incompatibles avec l'équation (3).

Nous proposons la reformulation du critère, à partir du critère de force maximum de considère, mais en séparant le système (III.44) en deux sous-systèmes : (1) et (3) puis (2) et (3) respectivement.

Nous allons établir les prévisions de chaque sous-système en termes de déformation équivalente à striction diffuse, en considérant un comportement isotrope du matériau.

III-6-2- Critère F_1 Maximale :

A partir des équations (1) et (3), nous écrivons la nouvelle condition d'instabilité de Swift :

$$\begin{cases} \dfrac{dF_1}{F_1} = 0 \\ x = constante \end{cases} \Rightarrow \frac{d\tau_1}{\tau_1} - d\varepsilon_1 = 0 \Rightarrow \frac{d\tau_1}{\tau_1} - d\bar{\varepsilon}\frac{\partial\bar{\tau}}{\partial\tau_1} = 0 \Rightarrow d\tau_1 = \tau_1\, d\bar{\varepsilon}\frac{\partial\bar{\tau}}{\partial\tau_1} \qquad \text{(III.45)}$$

La contrainte équivalente de Von Mises en repère principal s'exprime en fonction de x par :

$$\bar{\tau} = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2 - \tau_1\,\tau_2} = \sqrt{1 + x^2 - x}\;\tau_1 \Rightarrow \frac{\tau_1}{\bar{\tau}} = \left(1 + x^2 - x\right)^{\frac{-1}{2}} \qquad \text{(III.46)}$$

Ses dérivées partielles en chargement radial s'expriment par :

$$\frac{\partial\bar{\tau}}{\partial\tau_1} = \frac{\tau_1}{2\,\bar{\tau}}\left(2 - x\right) \qquad \frac{\partial\bar{\tau}}{\partial\tau_2} = \frac{2\tau_2 - \tau_1}{2\,\bar{\tau}} = \frac{\partial\bar{\tau}}{\partial\tau_1} = \frac{\tau_1}{2\,\bar{\tau}}\left(2\,x - 1\right) \qquad \text{(III.47)}$$

La différentielle totale (III.9) de la contrainte équivalente devient, dans notre cas :

$$d\bar{\tau} = \frac{\tau_1}{2\bar{\tau}}\left(2 - x\right) d\tau_1 + \frac{2x - 1}{2\bar{\tau}}\; x\; d\tau_1 = \frac{\tau_1^3}{4\,\bar{\tau}^2}\left[\,(2 - x)^2 + \left[(2x - 1)\;(2 - x)\right]\,\right] d\bar{\varepsilon} \qquad \text{(III.48)}$$

A partir de (III.11), nous transformons la relation (III.48) par :

$$\frac{1}{\bar{\tau}}\frac{d\bar{\tau}}{d\bar{\varepsilon}} = \frac{n}{\bar{\varepsilon}} = \frac{\tau_1^3}{4\,\bar{\tau}^3}\left(2 - x\right)^2 + \left[x\left(2x - 1\right)\left(2 - x\right)\right] = \frac{\left(1 + x^2 - x\right)^{\frac{-3}{2}}}{4}\left(2 - x\right)\left[\left(2 - x\right) + x\,\left(2x - 1\right)\right] \qquad \text{(III.49)}$$

La déformation équivalente à striction diffuse $\bar{\varepsilon}_C$ solution, par le critère F_1 maximale en isotropie, est donnée par :

$$\bar{\varepsilon}_C = \frac{2\,n\,\sqrt{1 + x^2 - x}}{2 - x} \qquad \text{(III.50)}$$

III-6-3- Critère F_2Maximale :

A partir des équations (2) et (3), nous écrivons la nouvelle condition d'instabilité de Swift :

$$\begin{cases} \dfrac{dF_2}{F_2} = 0 & \Rightarrow \dfrac{d\tau_2}{\tau_2} - d\varepsilon_2 = 0 \Rightarrow \dfrac{d\tau_2}{\tau_2} - d\bar{\varepsilon}\dfrac{\partial\bar{\tau}}{\partial\tau_2} = 0 \Rightarrow d\tau_2 = \tau_2\, d\bar{\varepsilon}\dfrac{\partial\bar{\tau}}{\partial\tau_2} \\ x = \text{constante} & \end{cases} \tag{III.51}$$

Les dérivées partielles de la contraintes équivalente, s'écrivent en fonction de τ_2 par :

$$\frac{\partial\bar{\tau}}{\partial\tau_1} = \frac{\tau_2}{\bar{\tau}}\left(\frac{2-x}{2x}\right) \qquad \frac{\partial\bar{\tau}}{\partial\tau_2} = \frac{2\tau_2 - \tau_1}{2\bar{\tau}} = \frac{\tau_2}{\bar{\tau}}\left(\frac{2x-1}{2x}\right) \tag{III.52}$$

Nous avons aussi :

$$\frac{\tau_2}{\bar{\tau}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 - x + 1}} \tag{III.53}$$

La différentielle totale (III.9) de la contrainte équivalente devient, dans notre cas :

$$d\bar{\tau} = \frac{\tau_2^3}{\bar{\tau}^2}\left(\frac{(2-x)(2x-1)}{4x^3} + \frac{(2x-1)^2}{4x^2}\right)d\bar{\varepsilon} \tag{III.54}$$

La relation (III.54) implique tenant compte de (III.11) et de l'expression (III.46) de la contrainte équivalente de Von Mises :

$$\frac{n}{\bar{\varepsilon}_C} = \frac{\left(x^2 - x + 1\right)^{\frac{-3}{2}}\left[(2-x)(2x-1) + x\,(2x-1)^2\right]}{4} \tag{III.55}$$

La déformation équivalente à striction diffuse en isotropie, par le critère F_2 maximale est donnée par :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{2n\sqrt{x^2 - x + 1}}{2x - 1} \tag{III.56}$$

III-7- Conclusion

L'objectif du chapitre est de tracer les courbes limites de formage des tôles en acier 1 et 2. Le critère à striction diffuse de Swift est mis en œuvre sur trois modèles de comportement formulés et identifiés au chapitre précédent.

La résolution des équations différentielles obtenues en situation de chargement biaxial et radial en contraintes avec un écrouissage supposé isotrope décrit par la loi puissance de Hollomon, a donné les expressions des déformations et contraintes critiques. Les courbes limites de formage en déformations (CLFD) ont été tracées dans chaque cas.

L'analyse du critère de Swift nous a conduits à la critique de son fondement.

Nous pouvons conclure que :

1°) Les déformations critiques à striction diffuse dépendent des valeurs des coefficients d'anisotropie de la tôle et du coefficient d'écrouissage.

2°) Les contraintes critiques à striction diffuse dépendent des valeurs des coefficients d'anisotropie de la tôle et des deux coefficients de la loi de Hollomon.

3°) Dans le cas de la tôle isotrope dans son plan:
En expansion, la variation du coefficient de Lankford n'a aucune influence sur le niveau de la courbe limite de formage en déformations (CLFD).
En retreint, une augmentation du coefficient de Lankford diminue le niveau de la CLFD.

4°) Le critère de Swift n'est pas cohérent. Ce résultat est en accord avec les travaux de [F. Abed-Meraim et al., 2015].

CHAPITRE IV : RELATION ENTRE INSTABILITES MECANIQUES ET SENSIBILITE A LA CORROSION DE CANNETTES DE L'ALLIAGE AA Mn Mg (Fe)

IV- 1 – Introduction

Le but de nos travaux est d'établir une relation entre instabilités mécaniques et sensibilité à la corrosion d'une tôle mince en alliage d'aluminium.
Nous examinons ainsi, les propriétés mécaniques et chimiques de corps de canettes de boissons gazeuses en alliage AA Mn Mg (Fe).

La formabilité des tôles minces des métaux et alliages utilisées dans la fabrication de corps de canettes, est limitée par l'apparition d'instabilités qui dépendent des opérations mécaniques et des traitements thermiques préalables à leur utilisation [Kang J., D. S. Wilkinson, M. Jain, J. D. Embury, A. J. Beaudoin, S. Kim, R. Mishra, A. K. Sachdev, 2006].

D'après [OktayM., AlNIAK, Fevzi BEDIR, 2003], la vitesse de déformation et la température sont les principaux paramètres qui influent sur le comportement mécanique et chimique des des tôles en alliage d'aluminium.

D'après [Jurij Sidor, Alexis Miroux, Roumen Petrov, Leo Kestens, 2009], les limites de formage des tôles en aluminium dépendent de la valeur du coefficient d'écrouissage, de la vitesse de déformation et de l'anisotropie normale. Ils énoncent aussi, que la vitesse de déformation et le degré d'anisotropie normale de la tôle, sont prépondérants pour la prévision à l'instabilité plastique.

Il a été montré, par ailleurs, que l'anisotropie normale est fortement liée à la texture du matériau cristallin [Balogun S.A., D.E. Esezobor, and S.O. Adeosun, 2008].

Après remontée du poinçon et retour élastique à la fin de l'opération d'emboutissage, il arrive que certaines canettes présentent une irrégularité d'épaisseur constituant des zones d'instabilité [Luis Fernando Folle, Sergio Eglan Silveira Netto, Lirio Schaeffer, 2008].

La sensibilité des canettes à la corrosion est localisée dans les zones d'instabilité qui correspondent selon le cas aux irrégularités d'épaisseur donc de dépôt de la solution corrosive, ou alors aux zones les plus sollicitées et enfin à la zone qui entoure les particules intermétalliques anodiques ou bien cathodiques. Ces trois situations sont relatives à la corrosion localisée dite par crevasse, sous contraintes et galvanique respectivement. [Richard Coles, Derek M C Dowell, Mark J. Kirwan, 2003].

[Song et al. 2013] ont étudié la relation entre l'anisotropie et la résistance à la corrosion de l'alliage d'Aluminium 7050-T7451, pour une tôle épaisse. Leur analyse montre la présence de sévères anisotropies de corrosion qu'ils présentent comme la conséquence de l'anisotropie de la microstructure.

L'effet Portevin Le Châtelier se traduit par des irrégularités de la courbe de traction se présentant sous la forme de décrochements [A. Portevin, F. Le Châtelier, 1923], [V.Scott, F. Franklin, F.Mertens, M.Marder, 2000] et [B. Grzegorczyk, W. Ozgowicz, E. Kalinowska-Ozgowicz, 2013].

Nous présentons en premier lieu, le dispositif et les techniques expérimentales que nous avons utilisés pour caractériser le comportement mécanique et chimique de l'alliage.
Nous décrivons les essais de traction que nous avons réalisés suivant trois directions préalablement choisies ainsi que le dispositif et le mode opératoire ayant servi à la réalisation des tests de mesures de la micro dureté de l'alliage.

Le nombre d'échantillons et les dimensions des éprouvettes sont précisés pour chaque essai. Les tests de corrosion effectués sur des échantillons qui diffèrent par la direction de leur prélèvement dans le plan de la tôle et aussi par les traitements de surface subis ou non durant leur préparation, sont décrits. Les deux solutions corrosives utilisées sont précisées en termes de composition chimique et de concentration.

Dans la seconde partie de ce chapitre, nous donnons puis analysons les résultats expérimentaux obtenus. Ils sont variés et significatifs selon le cas : de la sensibilité du corps de canette à la corrosion ou de son comportement mécanique.

En fin de chapitre, nous présentons nos conclusions d'étude que nous confrontons aux résultats rencontrés dans la littérature.

IV-2- Dispositif et techniques expérimentales

Nous avons réalisé des essais de traction simple suivant différentes orientations de l'éprouvette dont les dimensions sont conformes à la norme ASTM E8. Ainsi, huit échantillons ont été découpés du corps de canettes de boissons, pour chacune des trois orientations de l'éprouvette de traction à savoir : la direction du laminage, la direction transverse ainsi que la direction à 45° dans le plan de la tôle. La longueur et la largeur de chaque éprouvette, ont été mesurées à l'aide d'un pied à coulisse. La mesure de l'épaisseur a été effectuée par micromètre. Les valeurs moyennes mesurées, obtenues à partir de trente résultats de mesure des trois dimensions pour chaque éprouvette, ont servi à la caractérisation du comportement mécanique. L'essai de traction a été réalisé à une vitesse d'allongement constante égale à 2mm/s.

Figure IV.1: Machine de traction de marque Ibertest

La mesure de la microdureté Vickers dans la direction du laminage, la direction transverse puis la direction orientée à 45° dans le plan de la tôle, a été adoptée dans le but de caractériser le comportement mécanique de l'alliage d'étude.
Les mesures ont été effectuées à l'aide du microduromètre ZwickRoellZHV 1M, sous charge choisie égale à cinquante grammes (50 g). La microdureté Vickers moyenne mesurée, est obtenue à partir de trente mesures effectuées suivant chacune des trois directions et pour chaque échantillon de la tôle.
L'analyse de la morphologie et de la cinétique de la corrosion de l'alliage d'aluminium étudié, a été menée sur des échantillons de dimensions $(10\,mm \times 30\,mm)$découpés suivant les directions de laminage, transverse et orientée à 45° dans le plan de la tôle.

IV – 3 – Résultats et discussion

La composition chimique de l'alliage est donnée par le tableau suivant.

Tableau 17 ; Composition chimique de l'alliage en pourcentage massique

Element	Al	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Zn	Ti	Autres
%	Bal.	0.30	0.65	0.25	1.10	1.05	0.25	0.02	0.15

L'effet des attaques chimiques des échantillons non polis, par le réactif de Keeler durant 30 secondes, est montré par la figure IV.2. Nous observons l'absence de corrosion dans les zones où les particules intermétalliques notées A sont montrées par l'image, bien que celles-ci constituent des sites privilégiés de localisation de la corrosion. Ceci montre le rôle protecteur anticorrosion qu'assure le film de vernis sur la surface intérieure des corps de canettes.

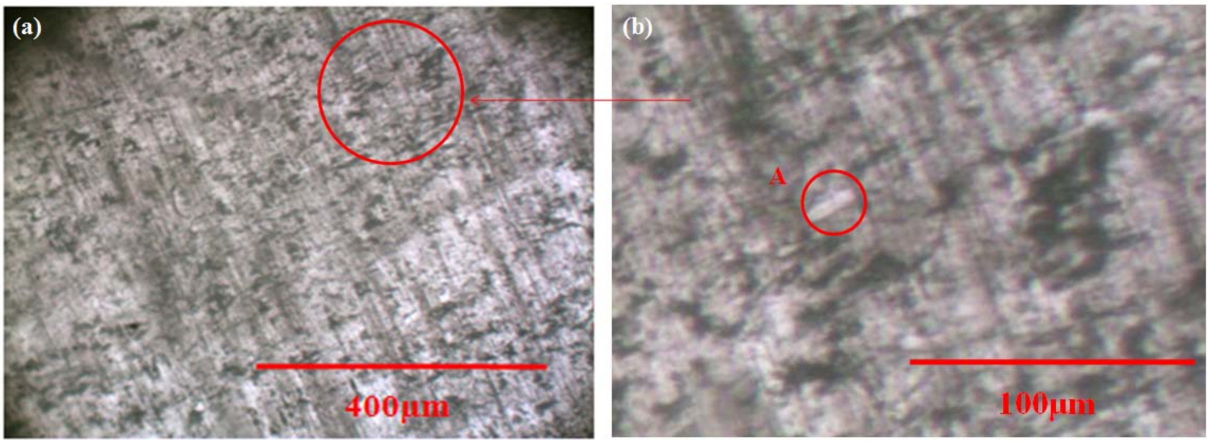

Figure IV.2 : Attaque chimique d'échantillons de corps de canettes d'aluminium non polis par le réactif de Keeler

a) Image au microscope optique, b) Effet Loupe de la zone encerclée de l'image a).

La morphologie de corrosion d'échantillons non polis de corps de canettes, par solution de Chlorure de Sodium (NaCl) est montrée par la figure IV.3 .

La figure IV.3. (a) est obtenue après 3 heures d'immersion dans une solution de NaCl à faible concentration de 0.3 %.

La figure IV.3. (b) montre la morphologie de l'échantillon après 22 jours d'immersion dans une solution de NaCl à forte concentration de 3 %.

L'analyse des images obtenues montre l'existence de zones non vernies ; nous retrouvons ainsi le résultat observé par attaque au réactif de Keller.

Nous observons aussi, l'existence de la corrosion dans les zones présentant un défaut de vernissage, notamment pour l'immersion dans la solution de faible concentration soit 0.3 % et pour un temps d'immersion faible.

Nous remarquons aussi, l'absence de corrosion des zones vernies malgré une concentration élevée de 3% et une durée d'immersion de 22 jours.

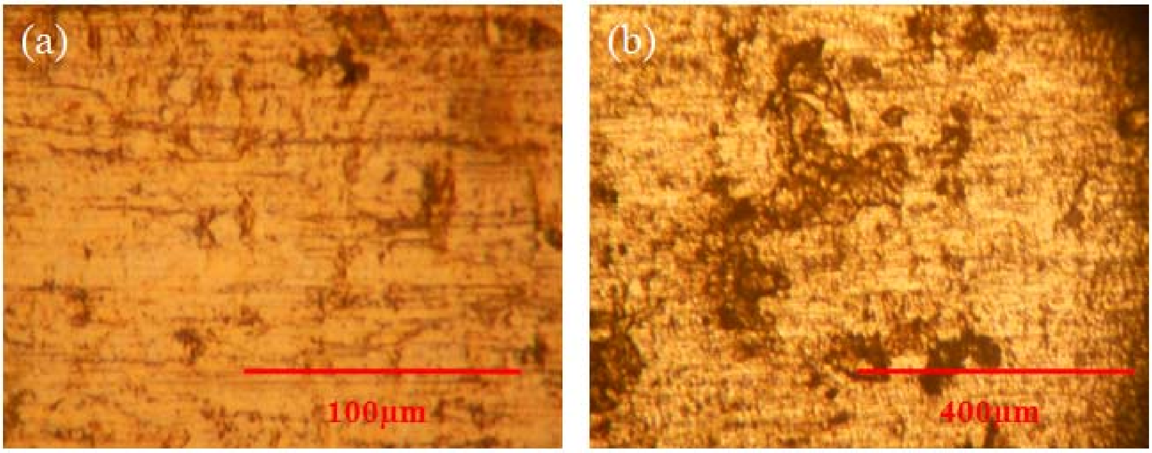

Figure IV.3 : Morphologie de la corrosion de corps de canettes non polis dans une solution de NaCl.

a) Image par microscopie optique après 3 heures dans une solution de NaCl à 0.3%.

b) Image par microscopie optique après 22 jours dans une solution de NaCl à 3%.

La figure IV.4 montre que, les échantillons ayant subi un polissage sont totalement corrodés, à faible concentration de NaCl soit 0.3%.

En définitive, la discontinuité ou défaut de vernissage conduit à la corrosion localisée de la surface intérieure du corps de canette d'Aluminium. Eu égard au nombre évalué à 320 milliards de canettes commercialisées dans le monde en 2003 [Richard Coles. et al. 2003] et au fait que l'emballage d'Aluminium est susceptible de contenir des éléments nocifs pour la santé[H. H. P. Fang. et al. 2002], nous pouvons affirmer avec certitude que les défauts de vernissage représentent un souci majeur de prévention de la santé publique.

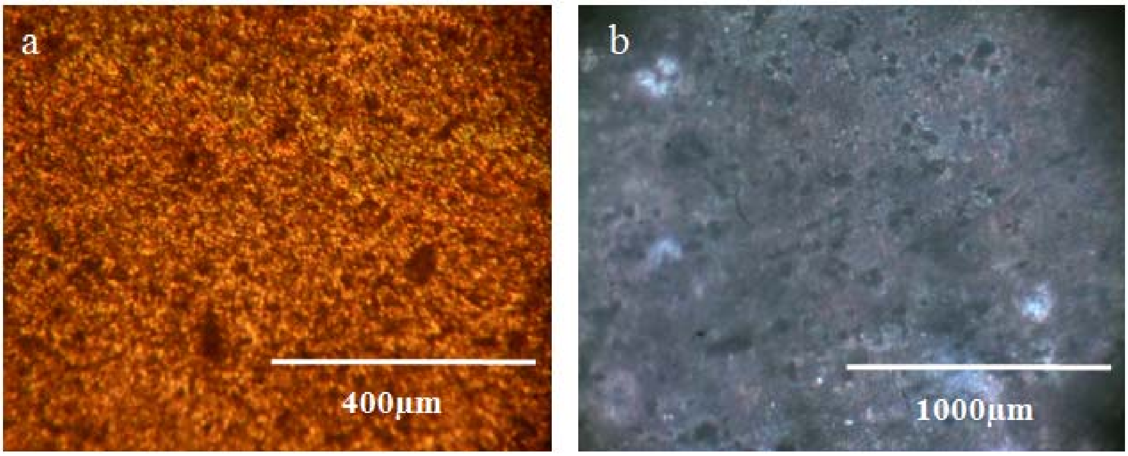

Figure IV.4 : Morphologie de la corrosion de corps de canettes ayant subi un polissage après 3 jours d'immersion dans :

a) Solution de NaCl à 3%, b) Solution de NaCl à 0.3%.

[Brunner. et al. 2010] ont établi que la densité des dislocations qui elle-même dépend de l'état de déformations, est le paramètre qui gouverne la morphologie et la cinétique de la corrosion par piqures.

Les figures IV.3 et IV.4 montrent que la corrosion localisée observée sur les échantillons de corps de canettes obtenus par laminage en feuille mince suivi d'un emboutissage profond se propage latéralement : nous en déduisons que la densité des dislocations n'est pas le seul paramètre qui influence la morphologie de corrosion par piqures. Ceci reste en accord avec [Brunner. et al. 2010].

La corrosion localisée observée sur les échantillons de l'alliage d'étude par immersion dans une solution corrosive, correspond à la dissolution de l'élément Magnésium (Mg). En effet, son potentiel électrochimique est inférieur à celui de l'Aluminium et aussi le Magnésium est plus anodique et moins noble que les autres éléments présents dans l'alliage.

Par ailleurs, nous notons que la corrosion localisée des échantillons apparait autour des particules intermétalliques fragmentées, fissurées ou non.

Ainsi, nous pouvons conclure que le comportement de l'Aluminium à la corrosion dépend de la valeur de la contrainte appliquée et de la densité des dislocations.

Une densité de dislocations élevée induit une corrosion par piqures, tandis qu'une densité des dislocations très élevée va accroitre la résistance à la corrosion.

Nous relevons aussi que, la corrosion observée sur les échantillons ne présente pas d'orientation privilégiée et ce malgré l'anisotropie initiale de la tôle d'étude obtenue par laminage.

Par ailleurs, nous retenons que l'emboutissage profond subi par la tôle a produit des canettes de boissons qui présentent une irrégularité de l'épaisseur.

La figure suivante IV.5 montre la cinétique de corrosion des échantillons de canettes de boissons non polis, immergés dans une solution de Chlorure de Sodium (NaCl) à 0.3 %.

La figure IV.5 montre que le potentiel de corrosion libre de l'alliage d'Aluminium se situe autour de – 140 m Volts au cours de la première heure d'immersion.

Au-delà et jusqu'à la deuxième heure, celui-ci diminue à – 750 m Volts.

Ceci indique que les zones de discontinuité du vernissage de la surface intérieure des corps de canettes résistent à la corrosion durant les deux premières heures d'immersion dans la solution de NaCl à 0.3 %.

Après cette durée, la corrosion s'installe et la dissolution des éléments anodiques se produit.

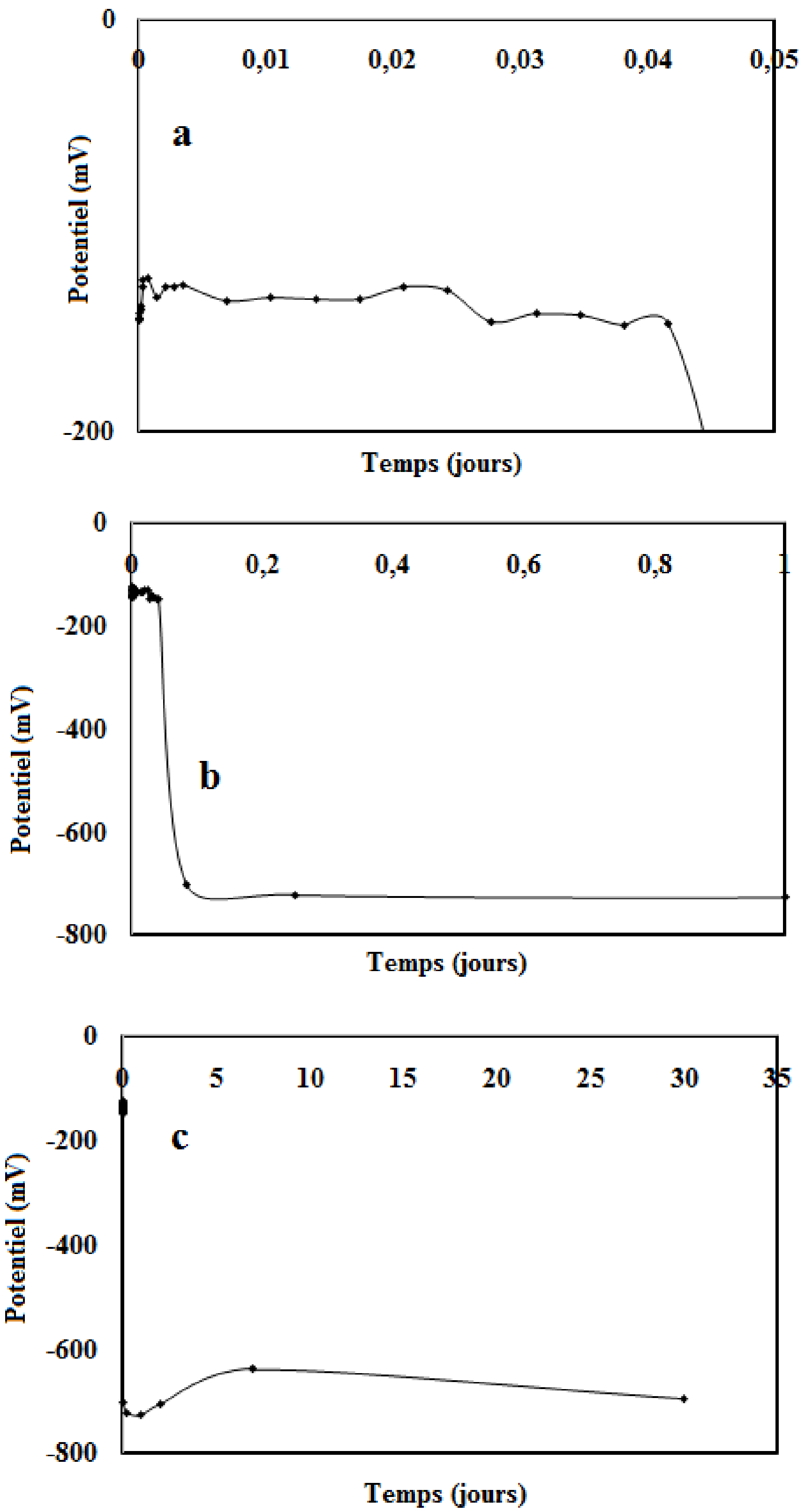

Figure IV.5 **:** Potentiel de corrosion des tôles non polies dans une solution de 0.3% NaCl
a) la première heure, b) le premier jour, c) après 30 jours

D'après la figure IV.6, les particules intermétalliques de l'alliage d'étude ne sont pas orientées suivant des directions privilégiées. La distribution des particules intermétalliques dans l'échantillon est quasi-homogène, et leur forme est variable.

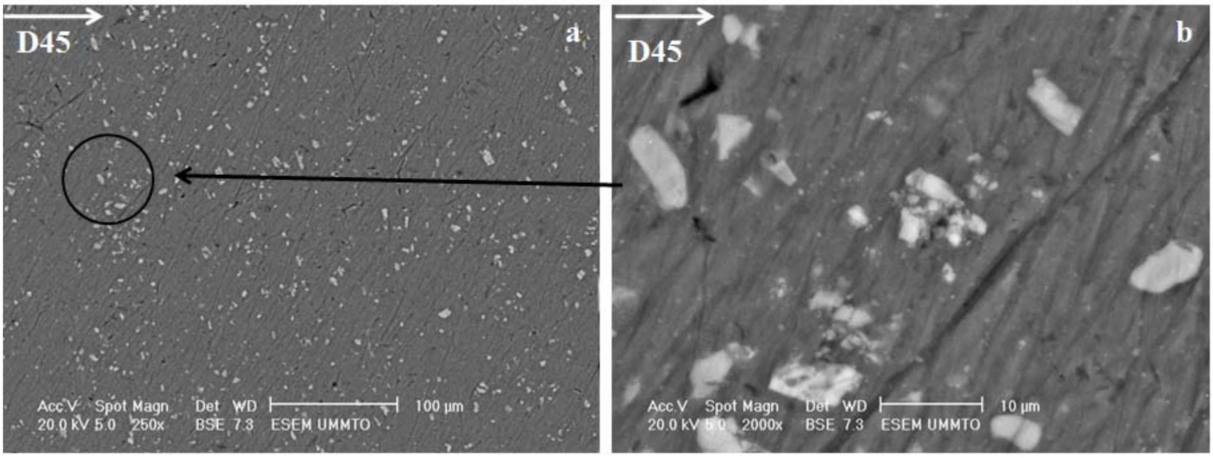

Figure IV.6: a) Image MEB d'un échantillon de corps de canette d'aluminium découpé à 45°par rapport à la direction du laminage - b) Effet loupe de la zone encerclée de l'image a).

Par ailleurs, la figure IV.6 montre des microfissures et quelques fragments de particules intermétalliques.

Ceci s'explique par l'accumulation de contraintes résiduelles dans certaines zones du matériau, résultant des différents modes de déformations subis par la tôle d'étude durant le laminage à froid suivi de l'emboutissage profond.

Ces zones à contraintes résiduelles élevées sont sensibles à la corrosion. Ce résultat est en bon accord avec les conclusions de [N. Zazi. et al. 2015].

Trois directions du plan de la tôle (direction du laminage, transverse et orientée à 45°), ont été retenues pour caractériser le comportement mécanique du corps de canette en traction.

Les huit courbes rationnelles de traction obtenues, à partir de huit échantillons découpés dans la même direction d'essai, ne sont pas superposables. Ce résultat est identique pour chacune des trois orientations de l'éprouvette.

La série de figures suivante IV.7. (a) (b) et (c) montre les courbes de tractions obtenues suivant chaque direction d'essai.

Nous observons aussi, une irrégularité ou alternance de la résistance à la traction des différents échantillons. Ceci se manifeste par la présence d'oscillations ou décrochements sur les courbes de traction.

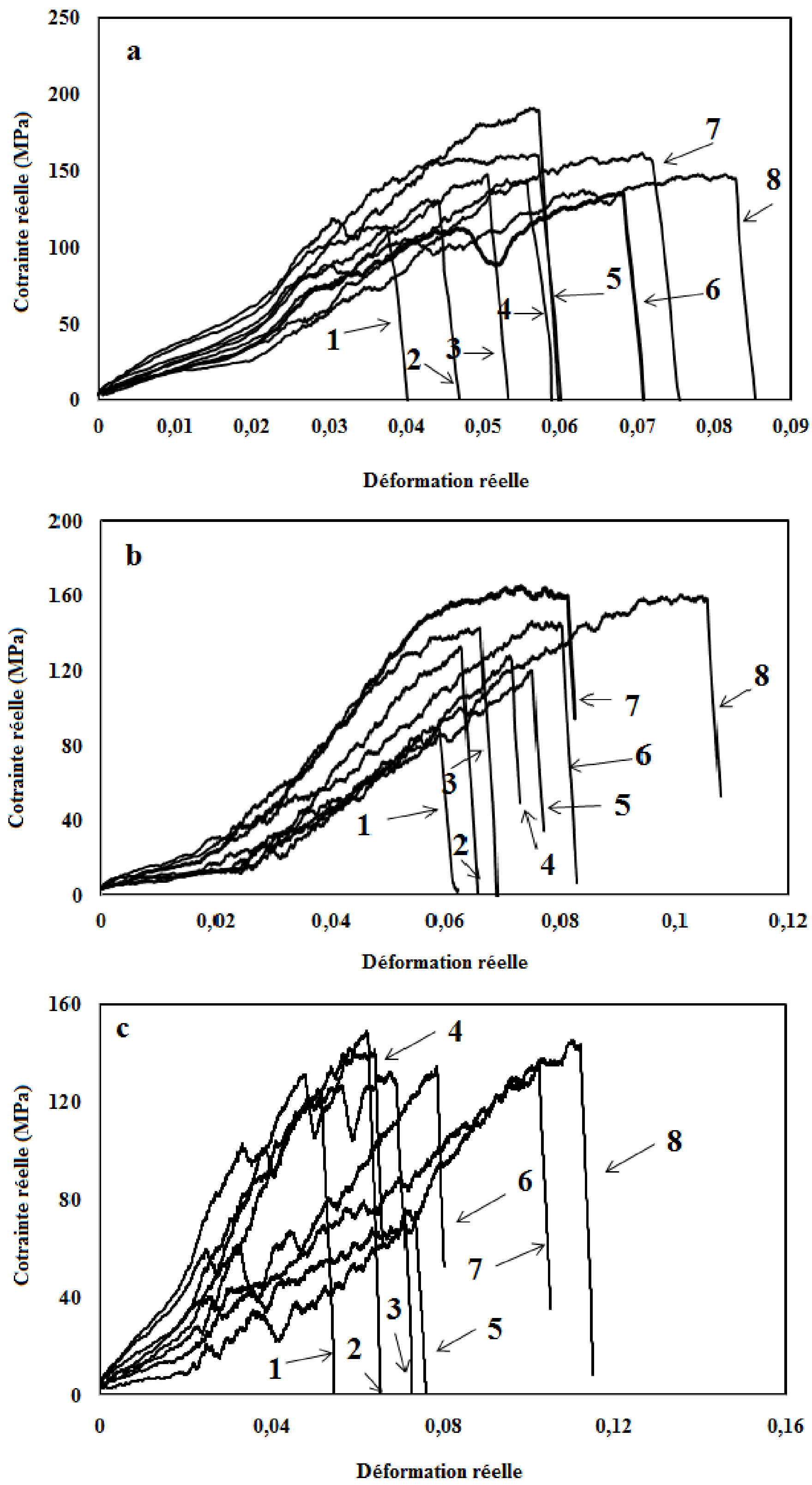

Figure IV.7: Courbes de traction dans les différentes directions a)direction du laminage, b) direction transverse, c) direction à 45°

La figure suivante montre la forme des décrochements observés.

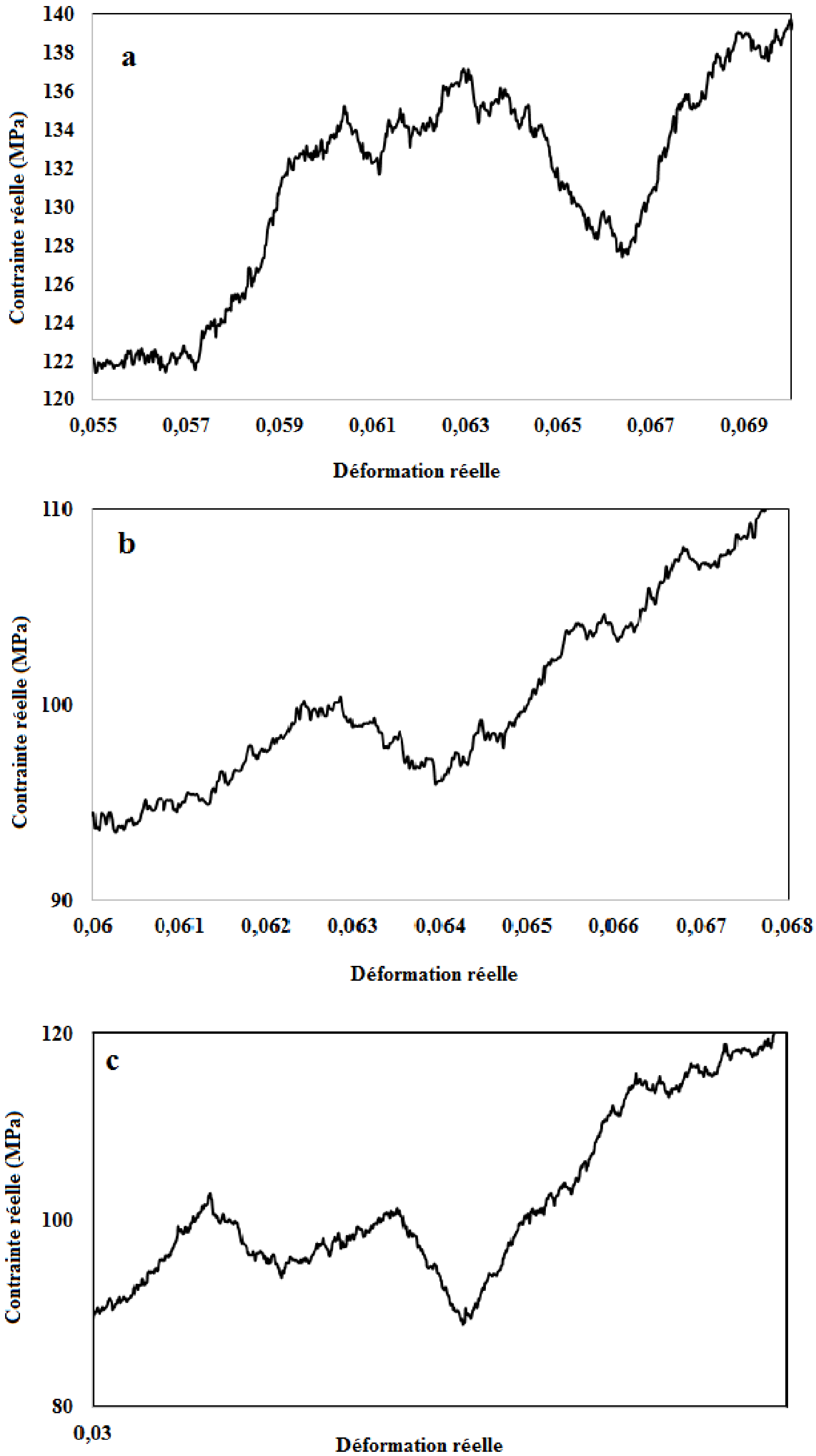

Figure IV.8 : Type de décrochements observés sur les courbes de traction a)direction du laminage, b) direction transverse, c) direction à 45°

En résumé, nous observons l'occurrence de l'instabilité plastique dite effet Portevin Le Châtelier (PLC) sur l'alliage d'Aluminium d'étude par la présence de décrochements de type A sur chaque courbe.
L'irrégularité ou l'hétérogénéité d'épaisseur du corps de canettes, a déjà été constatée lors des mesures effectuées au micromètre sur chaque échantillon de tôle.
Le calcul montre que la différence d'épaisseur entre deux zones a atteint des valeurs allant jusqu'à 30 %.
Le corps de canettes étudié est mécaniquement instable.

Le coefficient de Lankford moyen (ou normal) est donné par :

$$r_m = \frac{r_0 + 2r_{45} + r_{90}}{4} \qquad \text{(IV.1)}$$

La figure IV.9 montre la valeur du coefficient de Lankford moyen calculée à partir des résultats de mesure sur huit échantillons de tôle, en fonction de l'orientation de l'éprouvette de traction.
Les valeurs du coefficient de Lankford de la tôle de canettes sont faibles, ceci indique que la tôle présente une forte tendance à l'amincissement et donc à la rupture.
Cet aspect du comportement du corps de canettes est la conséquence de l'opération d'emboutissage profond subi par la tôle.

Le résultat obtenu est d'ailleurs en accord avec les conclusions de [A. Chioibas. et al. 2014] qui a étudié l'influence de l'emboutissage sur les paramètres intrinsèques du matériau.
Les valeurs calculées du coefficient de Lankford moyen sont reportées sur la figure suivante.

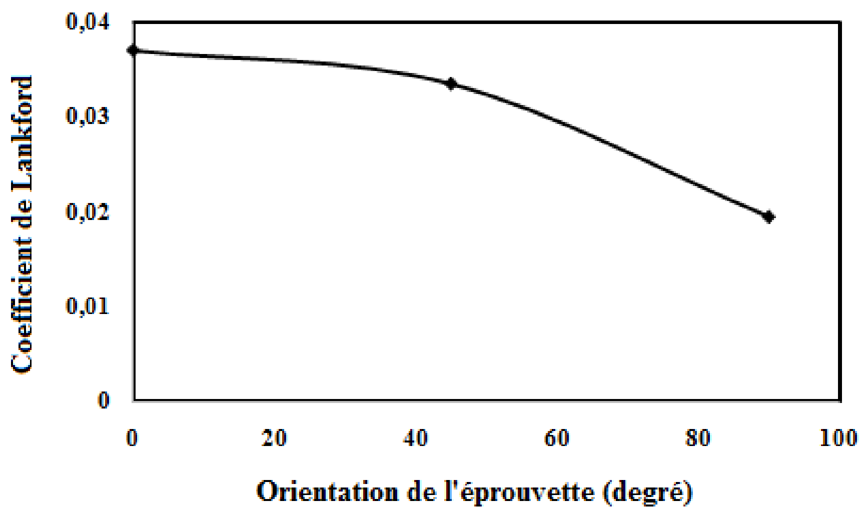

Figure IV.9: Coefficient de Lankford moyen calculé en fonction de l'orientation de l'éprouvette de traction

Le coefficient d'anisotropie planaire (ou de différence d'anisotropie) est donné par [Jun-ichi Hamada, Kazuyuki Agata, HirofumiInoue, 2009] : $\Delta r = \dfrac{r_0 - 2r_{45} + r_{90}}{2}$ (IV.2)

Il a été calculé pour plusieurs lots d'échantillons.

Les résultats sont présentés en termes de valeur calculée du coefficient d'anisotropie planaire Δr rapporté au nombre de canettes où celle-ci a été obtenue.

Les différences du signe des coefficients calculés, permettent de distinguer les canetes où l'amincissement important et la rupture surviennent lors de la traction à 45° ($\Delta r \prec 0$) des canetes où le phénomène est prévisible en traction dans l'une des deux directions privilégiées du plan de la tôle ($\Delta r \succ 0$). La courbe de variation du coefficient de Lankford planaire apparait sur la figure suivante IV.10.

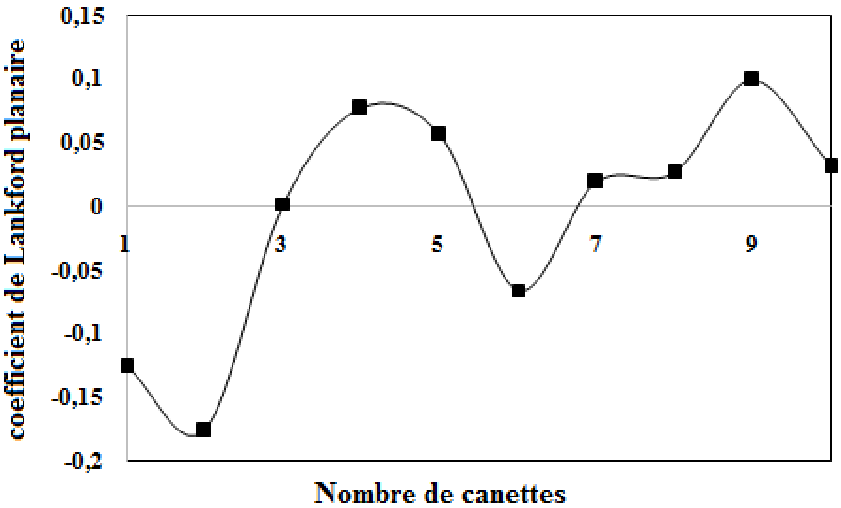

Figure IV.10 : Coefficient de Lankford planaire calculé rapporté au nombre de canettes

La figure IV.11 montre les résultats de la mesure de la microdureté Vickers en fonction de l'orientation par rapport à la direction de laminage.

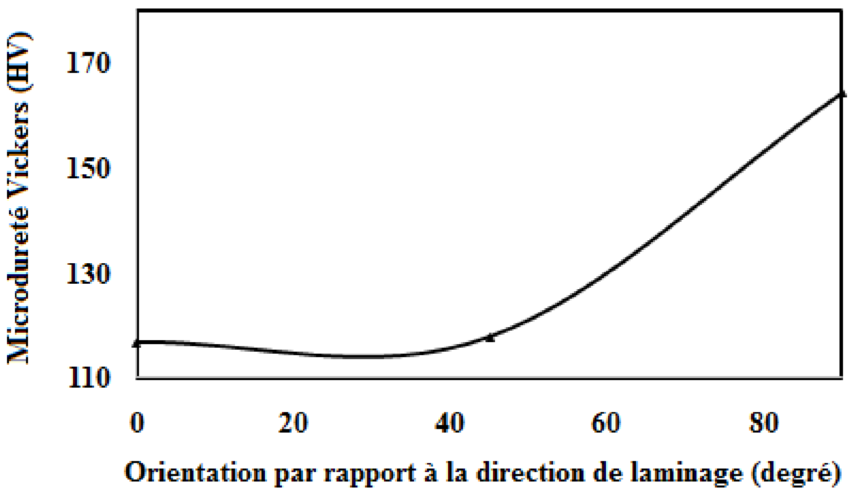

Figure IV.11 : Microdureté Vickers en fonction de l'orientation

Les résultats reportés sur le graphe correspondent, pour chaque direction, à la moyenne calculée sur trente mesures.
Nous remarquons que la valeur de la micro dureté varie d'une direction à l'autre : la microdureté Vickers présente une anisotropie dans le plan de la tôle de canettes d'étude.

IV-4- Conclusion

L'analyse des résultats de notre étude, nous amène à conclure que :

1- La distribution des particules intermétalliques est régulière, elle ne dépend pas de l'orientation. Cette caractéristique est le résultat des opérations de laminage puis d'emboutissage subies par la tôle.
2- Les résultats des essais de traction et les mesures d'épaisseurs effectuées, montrent la présence d'un phénomène d'instabilité mécanique qui a conduit à une hétérogénéité d'épaisseur qui a engendré une corrosion localisée.
3- La distribution hétérogène des atomes de soluté de magnésium (Mg) dans l'échantillon, est à l'origine de l'apparition du phénomène d'instabilité de type Portevin Le Châtelier et par conséquent de l'augmentation de la sensibilité à la corrosion localisée par dissolution du Magnésium.
4- L'effet Portevin Le Châtelier implique la présence de nuages atomiques de magnésium après déformation, induisant ainsi l'augmentation de la contrainte globale qui est la le prélude à l'apparition de la striction diffuse prématurée. Le site de cette striction diffuse est aussi un site de corrosion localisée du corps de canettes.
5- La mesure du coefficient d'anisotropie planaire traduit l'instabilité mécanique des corps de canettes pouvant ainsi favoriser le phénomène de corrosion localisée.

En conclusion du chapitre, nous retenons que les instabilités mécaniques et la sensibilité à la corrosion sont liées à l'hétérogénéité d'épaisseur et à la présence de Magnésium dans l'alliage.

CONCLUSION GENERALE

Conclusion générale

Les travaux de thèse que nous présentons s'inscrivent dans le contexte général de la problématique liée aux instabilités plastiques en emboutissage de tôles minces. Nous abordons ce thème pour deux types de matériaux constitutifs : l'acier et l'alliage d'aluminium.

Le but recherché est :

- d'une part de prévoir les limites de formabilité de deux tôles en acier pour lesquelles nous disposons d'une série de résultats d'essais.
- d'autre part d'examiner la relation entre instabilités mécaniques et sensibilité à la corrosion de corps de canettes en alliage d'aluminium AA Mn Mg (Fe).

Nous avons construit des modèles phénoménologiques du comportement mécanique pour deux tôles en acier. Ces modèles ont été formulés dans un cadre rigide plastique avec écrouissage isotrope. Ils font intervenir une variable interne de type scalaire qui s'identifie à la déformation plastique équivalente. Nous avons introduit la modélisation en plasticité non associée dans le but de différencier la description de l'anisotropie des déformations de celle de l'écrouissage.

Deux stratégies d'identification de nos modèles ont été mises en place.

L'étude à l'instabilité plastique a été menée par la mise en œuvre du critère de Swift.

Nous avons réalisé des essais mécaniques et chimiques sur des échantillons de corps de canettes en alliage AA Mn Mg (Fe).Nous avons analysé les images obtenues par microscopie lors de l'observation de la microstructure d'échantillons dans différentes situations.

La caractérisation des comportements mécanique et chimique de l'alliage, nous a conduits à établir une relation entre le niveau de contraintes dans le matériau et sa sensibilité à la corrosion.

Les modèles développés en isotropie transverse ont permis la description de trois trajets de chargement : la traction simple, l'expansion équibiaxée et la traction plane. La validation a été faite sur la base de la comparaison des courbes d'écrouissage calculées, et de l'évaluation de l'erreur relative sur chaque chargement par rapport à la référence choisie en traction simple.

Deux modèles quadratiques identifiés par les courbes d'écrouissage et avec loi analytique, ont été retenus pour le calcul à l'instabilité plastique.

Le modèle orthotrope et associé a donné une mauvaise description de l'écrouissage en essais de traction hors axes. Cette insuffisance est le résultat de la non prise en compte de la rotation des axes d'orthotropie.

Les limites à striction diffuse des tôles en acier dépendent de la valeur des coefficients d'anisotropie et des paramètres de la loi d'écrouissage du matériau.
En isotropie transverse, le niveau de la courbe limite de formage en déformations dans le domaine du retreint diminue lorsque la valeur du coefficient de Lankford de la tôle augmente.
Dans le domaine de l'expansion, une augmentation du coefficient d'anisotropie ne change pas le niveau de la CLFD.
Le critère de Swift n'est pas cohérent. Nous avons établi que la condition du passage simultané des deux forces axiales par un maximum ne peut être satisfaite. Nous proposons la prévision à l'instabilité par la mise en œuvre séparée de la condition de Force Maximum de Considère, suivant chacune des deux directions privilégiées du plan de la tôle.

Les essais de traction que nous avons réalisés sur des éprouvettes en alliage d'Aluminium ont montré une instabilité mécanique qui a conduit à une hétérogénéité de l'épaisseur de la tôle, elle-même à l'origine de la corrosion localisée.
La distribution non homogène des atomes de Magnésium est à l'origine de l'occurrence de l'instabilité Portevin Le Châtelier observée et aussi de l'augmentation de la sensibilité de la tôle à la corrosion.
L'effet PLC implique la présence de nuages atomiques de Magnésium après déformation, ce qui entraine une augmentation de la contrainte globale qui précède l'apparition d'une striction diffuse prématurée. Le site de cette striction est aussi un site privilégié de corrosion localisée.

La synthèse de nos résultats est la suivante:

> Nous avons mis en place un outil de prédiction à la striction diffuse de tôles en acier, en isotropie transverse.
> Les instabilités mécaniques observées sur la tôle en alliage AA Mn Mg (Fe) et sa sensibilité à la corrosion, sont liées à l'hétérogénéité de son épaisseur et à la présence de nuages atomiques de Magnésium.

En termes de perspectives, nous envisageons la modélisation du comportement orthotrope des tôles en acier par la définition d'une cinématique en grandes déformations.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Références bibliographiques

Aurelia Chioibaș , Florian Drăgănescu, Influence on machinability by drawing the intrinsic parameters of material, MirceacelBatran" Naval Academy Scientific Bulletin, 17, 1, 24-28, (2014).

A. Portevin, F. Le Chatelier, A phenomenon observed during the tensile test alloys during processing, ComptesRendus de l'Académie des Sciences Paris 176 507-510 (in French) (1923).

[Ait-Amokhtar et al., 2008] Ait-Amokhtar, H., Fressengeas, C., and Boudrahem, S. (2008). *The dynamics of Portevin Le Chatelier bands in an Al-Mg alloy from infrared thermography*. Materials Science and Engineering : A, 488(1-2) :540-546. 4, 7, 8, 14

[Ait-amokhtar et al., 2006a] Ait-Amokhtar, H., Boudrahem, S., and Fressengeas, C. (2006a). *Spatiotemporal aspects of jerky flow in an Al-mg alloys, in relation with the mg content*. ScriptaMaterialia, 54(12) :2113-2118. 4, 9, 14

[Arrieux et al., 1982] Arrieux. R., Bedrin. C., Boivin. M. (1982). *Determination of intrinsec forming limit stress diagram for isotropic sheets*. Proc. Of the 12th IDDRG congress, p 61, 1982

[Arrieux et al., 1987] Arrieux. R., Bedrin. C., Boivin M. (1987). *Determination of the forming limit stress curve for anisotropic sheets*. CIRP Annals, vol 36/1, p 195

B. Grzegorczyk, W. Ozgowicz, E. Kalinowska-Ozgowicz, A. Kowalski Investigation of the Portevin-Le Chatelier effect by the acoustic emission, Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering, 60 1, pp7-14, (2013).

[Balik et al., 2000] Balik, J., Lukác, P., and kubin, L. (2000). *Inverse critical strains for jerky flow in al-mg alloys*. Scriptamaterialia, 42(5) :465-471. 9, 10, 40

Balogun S. A., D.E. Esezobor, and S.O. Adeosun, Anisotropic Behavior of Deep-Drawn Al 1017 Alloy using Macroscopic, Tensile and Cupping Tests, the Journal of The Minerals, Metals and Materials Society (JOM), Volume 60, Issue 11, pp 29-33 (2008)

[Banabic.2010]Banabic. D. (2010). *Sheet Metal Forming Processes – Constitutive Modelling and NumericalSimulation*. Springer, 64

[Ben Tahar. M. 2005] Ben tahar. M. (2005). *Contribution à l'étude et la simulation du procéde de l'hydroformage*. PhD thesis. ENSMP. Nice.

[Bernard et al., 2013] Bernard, C., Coër, J., Laurent, H., Chauvelon, P., and Manach, P. Y. (2013). *Relationship between local strain jumps and temperature bursts due to the portevin-le chatelier effect in an al-mg alloy.*ExperimentalMechanics, 53(6) :1025-1032 21

[Bertrand Max. 2014] Bertrand Max, M. (2014). Comportement mécanique et couplage mécanique-oxydation dans l'alliage 718 : effet des éléments en solution solide. Thèse de Doctorat. Université de Toulouse.

[Bleck et al., 1998] Bleck. W., Deng. Z., Papamantellos. K., Gusek. C. O. (1998). *A comparative study of the forming-limit diagram models for sheet steels*. Journal of MaterialsProcessingTechnology. 83, 223-230

[Bron. 2004] Bron. F. (2004). *Déchirure ductile des toles minces en alliage d'aluminium 2024 pour application aéronautique*.Thèse de Doctorat de l'Ecole des mines de Paris.

Brunner, J.G, May, J.;Höppel, H.W.; Göken, M.; Virtanen, S. Localized corrosion of ultrafine-grained Al–Mg model alloys. Electrochim. Acta, 55, 1966–1970 (2010).

[Cayssials.1998] Cayssials. F. (1998). *A new method for predicting FLC*.: IDDRG. Bruxelles. Belgique

[Chandrasekharan et al., 2005] Chandrasekharan, S., Palaniswamy. H., Jain. N., Ngaile, G., and Altan, T. (2005). *Evaluation of stamping lubricants at various temperature levels using the ironing test.*International Journal of machine tools and Manufacture, 45(4) :379-388. 69

[Chengheri BAO. 2016] Chengheri BAO. (2016). *Analyse par interférométrie laser de la striction diffuse et localisée des tôles d'acier*. Thèse de doctorat de l'Université de Technologie de Troyes.

[Chihab and Fressengeas. 2003] Chihab, K., and Fressengeas, C. (2003). *Time distribution of stress drops, critical strain and crossover in the dynamics of jerky flow*. Materials Science and Engineering : A, 356(1- 2) :102-107. 9

[Col. 2002] Col. A., (2002).*Emboutissage des tôles – importance des modes de déformation.*Techniques de l'ingénieur. Matériaux métalliques, (M3180) :20, 66, 80

[Col. 2010]Col. A. (2010). *L'emboutissage des aciers*. Dunod : 48 , 51

[Col and Colombié. 2010] Col, A., and Colombié, M. (2010). *L'emboutissage des aciers.*Dunod. 64

[Considère. 1885] Considère. A. (1885). *Mémoire sur l'emploi du fer et de l'acier dans les constructions*. Annales des Pontsetchaussées. 9, 574

[Danckert. 2001] Danckert, J. (2001). *Ironing of thin walled cans*. CIRP Annals. Manufacturing Technology, 50(1): 165-168. 69, 76

[Daw- KweiLeu. 1997]. *Prediction of the limiting drawing ratio and the maximum drawing load in cup drawing*. International journal of machine tools and manufacture.

[Demeri et al., 2000] Demeri. M., Lou. M., and Saran. M. (2000). *A benchmark test for spring- back simulation in sheet metal forming*. Society of automotive Engineers, 01-2657. 65, 68, 83, 86, 122

[Drucker. 1949] Drucker. D. C. (1949). Relation of experiments to mathematical theories of plasticity. J. Appl. Mechanics: 16-349

Feng-xuan SONG, Xin-ming ZHANG, Sheng-dan LIU, Nian-mei HAN, Dong-feng LI, Anisotropy of localized corrosion in 7050−T7451 Al alloy thick plate, Trans. Nonferrous Met. Soc. China 232483−2490 (2013).

[Ferron et al., 1994] Ferron, G., Makkouk, R., Morreale, J. *A parametric description of orthotropic plasticity in metal sheets*. International Journal of Plasticity. Vol. 10, n°5, p 431-449

[Fu et al., 2011] Fu, S., Zhang, Q., Hu, Q., Gong, m., Cao, P., and Liu, H. (2011). *The influence of temperature on the PLC effect in al-mg alloy*. Science China Technological sciences, 54(6) :1389-1393. 7, 9, 10, 11, 14, 40

[Goodwin. 1968] Goodwin. G. M. (1968). *Application of the strain analysis to sheet metal forming in press shop*. La Metallurgia Italiana, n°8, 767-772

[Guillot and Grilhe. 1972] Guillot, J. and Grilhe, J. (1972). *Phénomène Portevin Le Chatelier dans les alliages al-mg à hautes températures, en fonction de la concentration*. Acta Metallurgica, 20(2) :291-295. 9, 10

Herdawandi Halim, David S. Wilkinson, Marek Niewczas, The Portevin–Le Chatelier (PLC) effect and shear band formation in an AA5754 alloy, ActaMaterialia 55 4151–4160 (2007).

H. H. P. Fang, L. C. Xu, K. Y. Chan, Effects of toxic metals and chemicals on biofilm and biocorrosion, Water Research, 36 , 4709–4716, (2002).

[Hill. 1948] Hill. R. (1948). *A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals*. Proc. Roy. Soc. London. A 193, 281

[Hill. 1952] Hill. R. (1952). *On discontinuous plastic states, with special reference to localized necking in thin sheets*. Journal of Mechanics and Physics of Solids. I(1), 19-30

[Hill. 1979] Hill. R. (1979). *Theoreticalplasticity of textured aggregates.* Math. Proc. Camb. Phil. Soc., vol 85, p 179

[Hill. 1990] Hill. R. (1990). *Constitutive modeling of orthotropic plasticity in sheet metals*. Journal Mechanics Phys. Solids 38, 405

[Hill. 1991] Hill. R. (1991). *A theoretical perspective on in-plane forming of sheet metal*. Journal Mechanics Physics solids. vol 39, p 295

[Hollomon. 1945] Hollomon. J. H. *Tensile deformation*. Trans. Aime, vol 162, p 268-290

[Hosford. 1972] Hosford. W. F. (1972). *A generalized isotropic yield criterion*. J. Appl. Mech. 39, 607

[Hutchinson et al., 1978] Hutchinson. J. W., Neale. K. W. (1978). *Sheet Necking-I. Validity of plane stress assumption of the long-wave length approximation*. Mechanics of Sheet Metal Forming. K. a. Wang. Plenum Press, New York. 127-153

[Jiang et al., 2007] Jiang, H., Zhang, Q., Chen, X., Chen, Z., Jiang, Z., Wu, X., and Fan, J. (2007). *Three types of Portevin Le Chatelier effects: experiment and modelling*, Actamaterialia, 55(7) : 2219- 2228. 7, 8, 10, 13, 14

JurijSidor, Alexis Miroux, RoumenPetrov, Leo Kestens. Controlling the plastic anisotropy in asymmetrically rolled aluminium sheets. Philosophical Magazine, Taylor & Francis, 88 (30-32), pp.3779-3792 (2009).

Jun-ichi Hamada, Kazuyuki Agata, Hirofumi Inoue, Estimation of Planar Anisotropy of the r-Value in Ferritic Stainless Steel Sheets, Materials Transactions, Vol. 50, No. 4 pp. 752 to 758 (2009).

Kang J., D. S. Wilkinson, M. Jain, J. D. Embury, A. J. Beaudoin, S. Kim, R. Mishra, A. K. Sachdev, On the sequence of inhomogeneous deformation processes occurring during tensile deformation of strip cast AA5754. ActaMaterialia, 54, 209-218, (2006).

[Keeler. 1965] Keeler. S. P. (1965). *Determination of forming limits in automotive stampings. Sheet Metal Industries. Vol. 42, p 683-691*

[Keeler et al., 1975] Keeler, S. P., Brazier, W. G. (1975). *Relationship between laboratory material characterization*. Press-Shop Formability. Microalloying. 75, 517-530

[Kim et al., 2002] Kim, S-H., and HUH, H. (2002). *Tool design in a multi-stage drawing and ironing process of a rectangular cup with a large aspect ratio using finite element analysis.* International journal of Machine Tools and Manufacture, 42(7) :863-875. 69

[Kubin and Estrin. 1990] Kubin, l. and Estrin, Y. (1990). *Evolution of the dislocation densities and the critical conditions for the Portevin - Le Chatelier effect*. ActaMetallurgica et Materialia, 38(5) :697-708. 9, 10

[Laurent et al., 2010] Laurent, H., Grèze, R., Oliveira, M., Menezes, L., Manach, P., and Alves, J. (2010). *Numerical study of springback using the split-ring test for an AA5754 aluminium alloy.*Finite elements in Analysis and Design. 751-759. 65, 68, 69, 83, 85, 87, 102, 122

[Laurent et al., 2009] Laurent, H., Grèze, R., Manach, P., and Thuillier, S. (2009). *Influence of constitutive model in springback prediction using the split-ring test*. International Journal of Mechanical Sciences, 51(3) :233-245. 83, 87, 122

Luis Fernando Folle, Sergio EglanSilveiraNetto, Lirio Schaeffer, Analysis of the manufacturing process of beverage cans using aluminum alloy, journal of materials processing technology 205 347–352(2008).

[Marciniak et al., 2002] Marciniak, Z., Duncan, J. L., and Hu, S. J. (2002). *Mechanics of sheet metal forming*. Butterworth-Heineman. Oxford: Boston. 70

[Marciniak-Kuczynski. 1967] Marciniak. Z., and Kuczynski. K. (1967). *Limit Strains in the Processes of Stretch-Forming; Sheet Metal*. International Journal of Mechanical Sciences. 9(9). 613-620

[Mazière and Dierke. 2012]Mazière; M. and Dierke, H. (2012). *Investigations on the Portevin-Le Chatelier critical strain in an aluminium alloy*. Computational materials Science, 52(1) :68-72. 4, 7, 9

[Mesrar. 1991] Mesrar, R. (1991). *Comportement plastique des tôles sous sollicitation biaxiale et analyse numérique de la mise en forme par gonflement hydraulique*. Thèse de Doctorat.Université de Metz.

[Mingyao et al., 1999] Mingyao, L., Abhijit, C. (1999). *Influence of strain-rate sensitivity on necking and instability in sheet metal forming*. Journal of Materials Processing technology 96, p 133-138

[Moshksar et Zamanian. 1997] Moshksar, M., Zamanian, A. (1997). *Optimization of the tool geometry in the deep drawing of aluminium*. Journal of Materials Processing technology, 72(3) :363-370. 70

NacerZazi, Jean_PaulChopart, and AhcèneBouabdallah, Thermomechanical Treatments Effect on Corrosion Behaviour of Aluminium_magnesium Alloy AA5083–H321, Protection of Metals and Physical Chemistry of Surfaces, 2015, Vol. 51, No. 2, pp. 267–274.

[Nakaand Yoshida. 1999] Naka, T., and Yoshida, F. (1999). *Deep drawability of type 5083 aluminium magnesium alloy sheet under various conditions of temperature and forming speed*. Journal of Materials Processing Technology, 89 :19-23. 8, 120, 121, 123

[Nakazima et al., 1968] Nakazima. K., Kikuma. T., Hasuka. K. (1968). *Study on the formability of steel sheets*. Yamata Technical report, 264, 8517-8530

Oktay M., AlNIAK, Fevzi BEDIR, change of grain sizes and flow stresses of AA2014 and AA6063 Aluminium alloys at high temperature in various strain rates, TurkishJ.Eng. Env. Sci 27, 59- 64 (2003)

[Pearce. 1991] Pearce, R. (1991). *Sheet Metal Forming*. Springer. 70, 71, 72

[Portevin. 1924] Portevin, A., and Le Chatelier, F. (1924), *Heat treatment of aluminium-copper alloys*. Transactions of American Society for Steel Treating :5, 457

Quantong Jiang, Xiumin Ma, Kui Zhang, Yantao Li, Xinggang Li, Yongjun Li, Minglong Ma, BaorongHou, Anisotropy of the crystallographic orientation and corrosion performance of high-strength AZ80 Mg alloy, Journal of Magnesium and Alloys 3 309–314 (2015)

[Rabahallah et al., 2009] Rabahallah, M., Bouvier, S., Balan, T., and Bacroix, B. (2009). *Numerical Simulation of Sheet Metal Forming Using Anisotropic Strain-rate Potentials*. Materials Science and Engineering : A, 517(1) :261-275. 64, 69

Richard Coles, Derek MCDowell, Mark J. Kirwan, Food packaging technology, by Blackwell Publishing Ltd, (2003).

Rodriguez, P. (1984). *Serrated plastic flow*. Bulletin of material Science 6, 6653

[Romhanjiet al.2004] Romhanji, E., Popovié, M.M., Stephanovié, M.,(2004).On the al-mg alloy sheets for automotive application:Problem and solutions. Metalurgija, 10(3): 205-216 xv

Shünemann, M., Ahmetoglu, M. A., and Altan. T. (1996). *Prediction of process conditions in drawing and ironing of cans*. Journal of Materials Processing Technology. 59(1-2):1-9. 69

[Swift. 1952] Swift. H. W. (1952). *Plastic Instability under plane stress*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 1(1). 1-18

[Takuda et al., 2000] Takuda, H., Enami, T., Kubota, K., Hatta, N. *The formability of a thin sheet of Mg-8.5Li-1Zn alloy*. Journal of Materials Processing Technology 101, 20000, 281-286 87

[Timothy. 1989] Timothy S. P. (1989). *A Modified technique to measure formability in plane-strain, FLD : Concepts, Methods and Applications*. P. 21

[Tresca. 1864] Tresca. H. (1864). *Comptes rendus. Académie des Sciences* : 59, 754

[Toros et al. 2008] Toros, S., Ozturk, F., and Kacar, I. (2008). Review of warm forming of aluminium magnesium alloys. Journal of Materials Processig Technology, 207(1-3) : 1-12 xii, 120

V. Scott, F. Franklin, F. Mertens, M. Marder, Portevin Le Chatelier effect, Physical Review E 62 8195-8206 (2000).

[Von Mises. 1913] Von Mises. R. (1913). GottingerNachrichten. Math.- Phys. Klasse :582

[Wang et al., 2012] Wang, H., Luo, Y., Friedman, P., Chen, M., and Gao. L. (2012). *Warm forming behavior of high strength aluminium alloy AA 7075. Transactions of the nonferrous*. Metals society of china. 22(1) : 1 – 7. 107

[Yoon et al., 2011] Yoon, J. W., Dick, R. E., and Barlat, F. (2011). *A new analytical theory for earing generated from anisotropic plasticity*. International Journal of Plasticity, 27(8) :1165-1184. 69, 71

[Yoon et al., 2006] Yoon, J. W., Barlat, F., Dick, R. E., and Karabin, M. E. (2006). *Prediction of six or eight ears in a drawn cup based on a new anisotropic yield function*. International Journal of Plasticity, 22(1) :174-193. 69,71

Z. Jasieński, The metallographic aspect of heterogeneity of deformation monokrystals Al and the alloy, Ore and the Non - ferrous Metals 12 450-459 (1967).

[Zaky et al., 1998] Zaky, A. M., Nassr, A. B., El-Sebate, M. G. *Optimum blank shape of cylindrical cups in deep drawing of anisotropic sheet metals*. Journal of Materials Processing Technology, Vol.76,issues 1-3, April 1998, Pag. 203-211

[Zoubeir. 1995] Zoubeir. T. (1995). *Simulation numérique de la mise en forme des toles. Influence duModèle de Plasticité*. Thèse de Doctorat. Université de Metz.

Résumé

Les travaux développés dans cette thèse se rapportent à la problématique liée aux instabilités plastiques en emboutissage de tôles minces. Ce thème est abordé pour deux types de matériaux constitutifs à savoir : l'acier et l'alliage d'aluminium.

Premièrement, Le comportement mécanique de deux tôles en acier est modélisé et une procédure d'identification a été mise en place. Un calcul à l'instabilité est ensuite mené par la mise en œuvre du critère de Swift, ce qui a conduit au tracé des courbes limites de formage avec examen de l'influence des paramètres de chaque tôle sur les limites de formabilité.

En second lieu, une caractérisation expérimentale a été mise en œuvre pour l'étude du comportement mécanique et à la corrosion de corps de canettes en alliage d'aluminium. La discussion des résultats expérimentaux, est orientée vers l'examen de la relation entre les instabilités plastiques observées et le comportement de l'alliage à la corrosion.

Le bilan de la prévision de tôles en acier aux instabilités plastiques est le suivant : d'une part pour les tôles présentant un faible coefficient d'anisotropie plane, nous avons conçu un outil de prédiction à partir de modèles qui décrivent mal la traction plane et d'un critère à striction diffuse qui est conservatif mais qui reste à réinterpréter. D'autre part, pour les tôles en orthotropie totale, le modèle mis en place décrit mal la traction hors axes.

Concernant la caractérisation des comportements mécanique et chimique de corps de canettes en alliage d'aluminium, nous retenons que les instabilités mécaniques et la sensibilité à la corrosion sont liées à l'hétérogénéité d'épaisseur et à la présence de magnésium dans l'alliage.

Abstract

The work developed in this thesis relate to the problems related to plastic instabilities in stamping thin metal sheets. This topic is discussed for two types of component materials namely: steel and aluminum alloy.

First, the mechanical behavior of two steel sheets is modeled and an identification procedure has been implemented. An instability calculation is then carried out by the implementation of the Swift criterion, which led to the drawing of the forming limit curves with examination of the influence of the parameters of each sheet on the formability limits.

Secondly, an experimental characterization was implemented for the study of the mechanical behavior and corrosion of aluminum alloys cans. The discussion of the experimental results is oriented towards the examination of the relation between the observed plastic instabilities and the behavior of the alloy with the corrosion.

The assessment of the steel sheet prediction with plastic instabilities is as follows: on the one hand, for plates with a low coefficient of plane anisotropy, we have designed a prediction tool based on models that do not describe flat traction and a diffuse striction criterion that is conservative but remains to be reinterpreted. On the other hand, for sheets in total orthotropy, the model implemented poorly described traction off-axis.

For the characterization of the mechanical and chemical behavior of aluminum alloy can bodies, we consider that the mechanical instabilities and the sensitivity to corrosion are related to the thickness heterogeneity and the presence of magnesium in the alloy.