

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou



Faculté de génie électrique et informatique
Département d'électrotechnique

Mémoire

de fin d'études

En vue de l'obtention du Diplôme d'Ingénieur d'Etat en
Electrotechnique
Option : Machine électrique

Thème

**Etude de la stabilité en petits signaux de la machine
synchrone connectée à un réseau
de puissance infinie**

Présenté par :

Mr : AIT ABDELMALEK MOULOU

Mr : ALIOUAT AREZKI

Promoteur :

Mr : HADJ SAID.K

Promotion : 2009-2010

Remerciements

Avant tout propos, nous remercions « Dieu » le tout puissant qui nous a donné sagesse et santé pour faire ce modeste travail.

Nous remercions notre promoteur Mr. K.HADJ SAID pour ses idées, ses conseils et ses critiques qui ont été pour nous une aide précieuse pour mener ce travail à bien.

Nous tenons également à exprimer nos sincères remerciements aux égards des membres de jury pour avoir accepté d'examiner et de juger ce travail.

Pour ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce modeste travail.



Je dédie ce modeste travail à :

- ✓ A la mémoire de mes grands-mères.
- ✓ A mes parents.
- ✓ A toute ma famille.
- ✓ A tous ce qui me sont chères.
- ✓ A mes amis (es).

Arezki.





Je dédie ce modeste travail à :

- ✓ A mes parents.
- ✓ A toute ma famille.
- ✓ A tous ce qui me sont chères.
- ✓ A mes amis (es).

Mouloud.



SOMMAIRE

Introduction générale.....	1
Chapitre I : Machine synchrone : Généralités et Modélisation	
A- Généralités	3
I-1- Définition	3
I-2- Constitution	3
I-3- Principe de fonctionnement	4
I-3-1- Introduction.....	4
I-3-2- Définition du champ tournant dans l'entrefer.....	5
I-3-3- Réaction magnétique d'induit.....	6
I-3-4- Création des forces électromotrices.....	7
I-3-5- expression des puissances active et réactive.....	8
I-4- Couple, couple synchronisant-stabilité.....	9
I-5- Limites de fonctionnement	11
I-6- Fonctionnement en moteur synchrone	13
I-7- Fonctionnement en générateur synchrone	15
I-8- Différents types de machines synchrones.....	16
I-9- Avantages et inconvénients des machines synchrone	18
I-10- Domaine d'application des machines synchrones.....	18
B- Modélisation de la machine synchrone	
I-1- Introduction	20
I-2- Description, hypothèses simplificatrices, convention de signe	20
I-3- Equations électriques et magnétiques de la machine dans les axes a, b, c	23
I-4- Equations électriques dans les deux axes d et q, équations de Park.....	26
I-5- Valeurs réduites.....	33
I-6- Conclusion.....	40

Chapitre II : Théorie des petits signaux

II.1- Représentation d'état	41
II.2- Linéarisation du système	42
II.3- Analyse des valeurs propres	43
II.3.1- Valeurs propres de la matrice A	43
II.3.2- Vecteur propre associé à une valeur propre	44
II.3.3- Matrices modales	45
II.4- Facteur de participation [VE82, HS87, PA89, VI91, KU94]	47
II.5- Commandabilité et observabilité	48
Conclusion	49

Chapitre III : Stabilité de la machine synchrone connectée à un réseau de puissance infinie

III-1- Stabilité des réseaux électriques	50
III-1-a- Définition et classification.....	50
III-1-b- Le modèle électromécanique et électromagnétique simplifié de la machine synchrone	54
III-2-Etude de la Stabilité aux petites perturbations du générateur synchrone connectée à un réseau de puissance infinie.....	66
III-3- Exemple de calcul de la stabilité en petits signaux d'une machine synchrone connectée à un réseau infini	74
III-3-a-Exemple	79
III-3-b- Exemple de l'étude de la stabilité par simulation d'une machine synchrone	87
Conclusion	93

Chapitre VI : Simulation de la machine synchrone connecte à un réseau de puissance infinie

Introduction	94
VI-1-Définition d'un défaut	94

VI-2-Description du système	94
VI-2-a-Paramètres du système utilisés	94
VI-2-b- Schéma équivalent de la machine synchrone dans les axes d et q	95
VI-3- Données du système	96
VI-3-a- Machine synchrone	96
VI-4-Simulation de la saturation	97
VI-4-a-Sans saturation	97
VI-4-b- Simulation avec saturation	97
VI-5-Simulation du système de puissance en régime normal de fonctionnement..	98
VI-5-1-Schéma équivalent de système de puissance en charge normal	98
VI-5-2-Schéma de simulation du système	99
VI-5-3-Résultats de la simulation en charge	99
VI-6-Simulation du système de puissance en défauts	103
VI-6-1-Défauts de court-circuit	103
VI-6-2- Défauts de coupure du courant	110
Conclusion générale	118
bibliographiques	120

Introduction générale

Depuis une vingtaine d'années, les systèmes de puissance doivent faire face à des défis très importants. La libération du marché de l'électricité crée des scénarios de fonctionnement beaucoup plus complexes que par le passé. L'augmentation permanente de la dépendance électrique de la société moderne implique un fonctionnement des systèmes de puissance à 100% de leur capacité et une sûreté maximale. En outre, la qualité de la puissance électrique est devenue actuellement un grand souci pour les consommateurs et les fournisseurs. Par conséquent, des critères rigoureux de développement et de fonctionnement sont de plus en plus exigés.

Dans ces conditions, la stabilité des systèmes de puissance devient une des préoccupations majeures pour les fournisseurs d'électricité. Ces systèmes doivent rester stables pour toutes les petites variations au voisinage des points de fonctionnement ainsi que pour des conditions sévères. Les nouvelles méthodes et les nouvelles technologies permettant d'améliorer la stabilité des systèmes font par conséquent l'objet de travaux de recherche extrêmement important.

Compte tenu de la variété des conditions de fonctionnement et de la sévérité des incidents, les équipements de commande installés actuellement sur les réseaux peuvent s'avérer trop limités ou insuffisants pour répondre efficacement aux diverses perturbations. En conséquence, les opérateurs de réseaux cherchent à en optimiser leur fonctionnement tout en maintenant un niveau de sécurité satisfaisant.

L'instabilité du réseau d'énergie électrique étant presque toujours causées par un ou plusieurs de ces machines synchrones, il devient important de fournir aux ingénieurs analystes des réseaux d'énergie électriques des modèles de machine synchrone plus fiables et plus précis.

A cause de la complicité des réseaux électriques, on adopte souvent une modélisation sous forme d'une machine connecté à un nœud infini.

La modélisation d'un réseau électrique, vue d'une machine particulière, peut ainsi se faire soit avec un modèle complet comprenant tous les éléments, soit uniquement avec les équations décrivant le comportement d'un générateur connecté à un nœud de puissance infinie.

Notre travail consiste à présenter une étude sur la machine synchrone qui est un élément principal d'un réseau électrique.

Dans le premier chapitre, nous avons donné un aperçu général sur la machine synchrone suivi de sa mise en équation dans le modèle de Park et de sa modélisation pour l'étude de la stabilité

Une théorie sur la commande en régime de petits signaux a été présentée dans le second chapitre .

Le chapitre trois sera consacré à l'étude de la stabilité des réseaux électrique et plus particulièrement de la machine synchrone.

Le dernier chapitre fera l'objet d'une étude par simulation d'une machine synchrone dans ses deux modes de fonctionnement : générateur et moteur

Une conclusion générale clôturera notre travail.

I- Machine synchrone : Généralités et modélisation

A-Généralités:

I-1-Définition:

Le terme de la machine synchrone regroupe toutes les machines dont la vitesse de rotation de l'arbre de sortie est égale à la vitesse de rotation de champs tournant.

La position du champ magnétique rotorique est alors fixe par rapport au rotor, ce qui impose en fonctionnement normale une vitesse de rotation identique entre le rotor et le champ tournant statorique.[1]

Cette vitesse de rotation est sous-multiple entier de la fréquence des courant alternatif polyphasés parcourant l'enroulement d'induit.

Soit p le nombre de paire de pôles.

ω la pulsation des courants qui parcourent l'enroulement induit

la vitesse angulaire de rotation est liée à p et ω p

$$\Omega = \frac{\omega}{p} \text{ (rad/s) caractéristique du fonctionnement synchrone}$$

Ce qui fait en tr/mn : $N = \frac{60f}{p} \text{ (tr/mn)}$ f : fréquence en [Hz]. [2]

I-2- Constitution :

Dans une machine synchrone on distingue :

- **l'inducteur** : Parcoursu par un courant continu ou parfois constitué d'aimants permanent.
- **l'induit** : Parcoursu par des courants alternatifs, il peut être monophasé ou triphasé.

Le plus souvent, l'inducteur est porté par le rotor (appelé aussi roue polaire) et, par conséquent, l'induit est disposé sur le stator.

I-2-1- Inducteur :

Il a pour rôle de créer dans l'entrefer de la machine un champ tournant à répartition sinusoïdale, présentant $2p$ pôles.

On distingue trois types du rotor :

I-2-2- Rotor à pôles lisses :

Dans les encoches du rotor, sont logées des conducteurs associés en série.

Le courant continu qui le parcourt, et qui peut être amené par un système de bagues et de balais, crée le champ magnétique inducteur.

I-2-3- Rotor à pôles saillants :

Les pièces polaires placées sur le rotor, portent les bobines inductrices.

Ces derniers, convenablement associées en série, permettent d'obtenir des pôles nord ou sud, deux pôles consécutifs étant de noms différents.[3]

I-2-4- Rotor à aimants permanents :

Il est utilisé pour les petites puissances (usuellement < 10 kW) n'ayant ni collecteur ni balais, cette machine appelée **brushelers** pour des puissances plus importantes, le rotor est bobiné, son alimentation en courant continu (connexion du + et du -) peut être assurée par un collecteur à deux bagues.

I-2-5- Induit :

Il est appelé aussi stator où l'inducteur tourne à l'intérieur de l'induit, les deux parties sont séparées par un intervalle d'air nommé entrefer.

Cet entrefer est d'épaisseur constante dans la machine à pôles lisses.

L'induit en acier feuilleté comporte des encoches longitudinales sur sa face interne, destinées à recevoir les enroulements d'induit. Il s'agit de trois enroulements indépendants répartis dans les encoches du stator de telle sorte que leurs axes soient décalés de 120^0 l'un par rapport à l'autre.

Donc, les enroulements du stator sont le siège de courants alternatifs monophasés ou triphasés. [1]

I-3-Principe de fonctionnement :

I-3-1- Introduction :

Les machines synchrone peuvent fonctionner en générateurs et sont alors appelées alternateurs ou en moteurs (moteur synchrone).

Le passage d'un fonctionnement à un autre est continu et n'entraîne aucune modification de principe ou de technologie. [5]

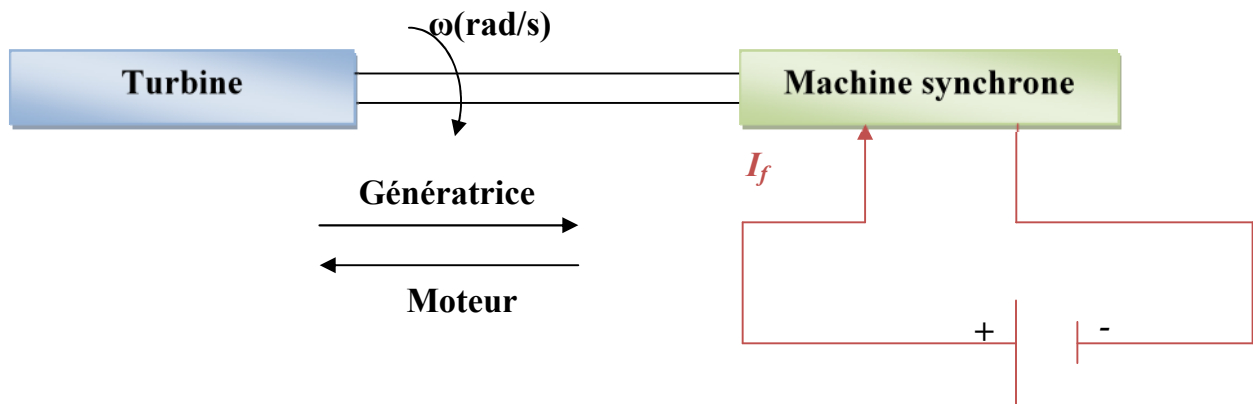


Figure I.1. réversibilité de la machine synchrone

I-3-2- Définition du champ tournant dans l'entrefer :

Les courants alternatifs dans le stator créent un champ magnétique tournant à la pulsation :

$$\Omega_s = \frac{\omega}{p} = \frac{2\pi f}{p}$$

Ω_s : vitesse de rotation du champ tournant en rad s^{-1}

f : pulsation des courants alternatifs en Hz

p : nombre de paire de pôles

Chaque spire est parcourue par un courant variable et crée, par conséquent, en tout point de l'entrefer, un champ magnétique variable.

Le champ produit par l'ensemble des trois courants parcourant les trois spires est appelé champ résultant.

En un point A de l'entrefer, repéré par l'angle θ , on obtient un champ magnétique résultant :

$$B(t, \theta) = \widehat{B} \cos(\omega t - p\theta)$$

Où : p est le nombre de paires de pôles par phase

Ce champ est à répartition sinusoïdale car à un instant t_0 quelconque le champ évolue selon la position θ du point A comme $\cos(\omega t - p\theta)$. Pour une machine bipolaire ($p=1$). L'ensemble des lignes de champ tourne à la vitesse : $\Omega = \omega$, pour une machine comportant.

p paires de pôles par phase, la vitesse du champ tournant est : $\Omega = \frac{\omega}{p}$

Une machine synchrone est un convertisseur réversible.

Elle peut fonctionner soit en génératrice soit en moteur.

L'inducteur excité par un courant continu est entraîné à la vitesse angulaire constante Ω (vitesse de synchronisme), le champ tournant correspondant crée dans les enroulements d'induit des f.e.m dites induites de pulsation égale à la vitesse de rotation multipliée par le nombre de paire de pôles de la machine.

$$\omega = p\Omega \quad [1,3]$$

Quant on branche un récepteur triphasé aux bornes de l'induit, les trois phases de celui-ci débitent un système triphasé de courant de même pulsation ω que les f.e.m qui les produisent, la machine fonctionne alors en alternateur (génératrice).

Quant on applique aux enroulements d'induit des tensions triphasé de pulsation ω , on aura des courants de même pulsation créant un champ tournant à la vitesse $= \frac{\omega}{p}$.

L'interaction entre ce champ et le champ inducteur tournant à la même vitesse donnera un couple électromagnétique, la machine fonctionne alors en moteur. [5]

I-3-3- Réaction magnétique d'induit dans une machine synchrone :

Lorsque l'induit est parcouru par des courants de pulsation ω , un flux tournant à la même vitesse que l'inducteur est créé appelé flux de réaction d'induit, il s'oppose au flux inducteur et a tendance à le diminuer.

Si la charge est inductive la réaction magnétique d'induit diminue le flux utile et par conséquent les f.e.m induites, dans ce cas la réaction est démagnétisante.

Si par contre la charge est capacitive, elle a pour effet d'augmenter le flux et les f.e.m induites, dans ce cas la réaction est magnétisante.

Conséquence :

La réaction magnétique d'induit entraîne une chute de tension aux bornes de l'alternateur en charge. [2]

I-3-4- Création des forces électromotrices

Le rotor est entraîné mécaniquement par un moteur à la vitesse angulaire constante (vitesse de synchronisme).

Le courant continu circulant dans l'enroulement rotorique engendre dans l'entrefer un champ magnétique tournant.

Ce rotor tourne à l'intérieur d'un stator, lorsque le champ passe devant une bobine, il induit des courants à l'intérieur de celle-ci.

Pour chaque bobine ce courant induit crée une différence de potentiel qui est une tension délivrée par l'alternateur de pulsation $\omega = p\Omega$

p : Nombre de paires de pôles de la machine.

Ω : la vitesse de rotation

Par la répartition du flux inducteur dans l'entrefer et par la réaction du bobinage de l'induit on essaie de rendre cette f.e.m sinusoïdale.

Les enroulements de phase 2 et 3 du stator sont en retard par rapport à la phase 1 de $\frac{2\pi}{3p}$, $\frac{4\pi}{3p}$ successivement.

On obtient donc un système triphasé équilibré de f.e.m. :[6]

$$e_1 = E_{max} \cos \omega t$$

$$e_2 = E_{max} \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3})$$

$$e_3 = E_{max} \cos(\omega t - \frac{4\pi}{3})$$

I-3-5- Expression des puissances active et réactive :[5]

Dans ce qui suit nous allons négliger la résistance R qui est toujours faible devant X_d .

Le schéma monophasé équivalent est représenté sur de la figure (I.2) ainsi que le diagramme vectoriel, correspondant à l'équation :

$$\underline{E} = \underline{V} + jX_d \underline{I} \quad (I.1)$$

Avec la réactance synchrone X_d considérée comme constante, est tracé en OAM figure (I.2) dans l'hypothèse où \underline{I} présente par rapport à \underline{V} avec un retard de phase φ . On trouve l'angle interne $\delta = (\underline{OA}, \underline{OM})$.

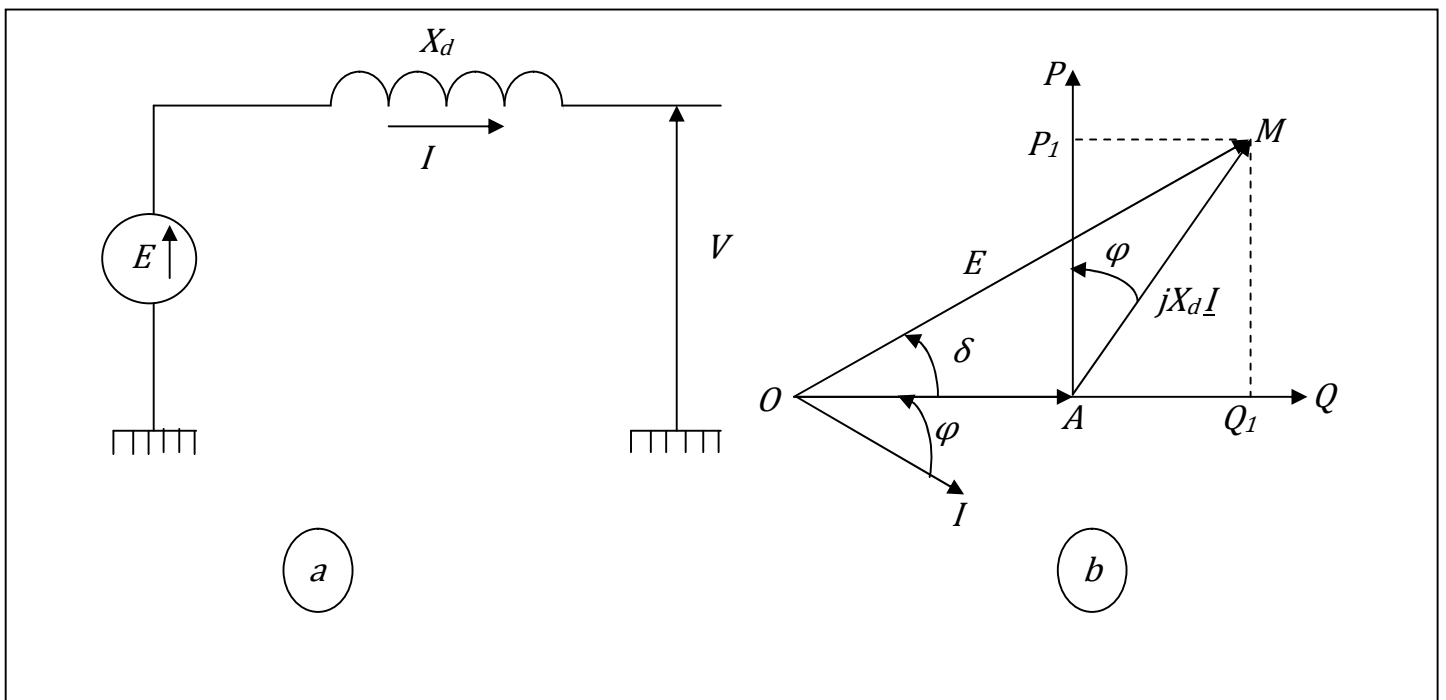


Figure I.2. Schéma monophasé équivalent simplifié (a) et diagramme de fonctionnement (b) avec des puissances active et réactive d'un alternateur.

Dans ces conditions, l'alternateur fournit au circuit extérieur triphasé une puissance active.

$$P = 3VI\cos\varphi \quad (I.2)$$

Et une puissance réactive

$$Q = 3VI\sin\varphi \quad (I.3)$$

On a:

$$\left. \begin{array}{l} AP_1 = X_d I \cos\varphi \\ AP_1 = E \sin\delta \end{array} \right\} \Longrightarrow I \cos\varphi = \frac{E \sin\delta}{X_d}$$

D'où alors:

$$P = \frac{3VE}{X_d} \sin\delta \quad (I.4)$$

De la même manière on obtient :

$$\left. \begin{array}{l} AQ_1 = X_d I \sin\varphi \\ AQ_1 = E \cos\varphi - V \end{array} \right\} \Longrightarrow I \sin\varphi = \frac{E \cos\varphi - V}{X_d}$$

D'où :

$$Q = \frac{3EV}{X_d} \cos\delta - \frac{3V^2}{X_d} \quad (I.5)$$

I-4- Couple, couple synchronisant, stabilité

Les pertes étant négligées, le couple électromagnétique résistant T_e s'obtient en divisant la puissance active, donné par la relation (I.4), par le vitesse de rotation $\frac{\omega}{p}$ constante :

$$T_e = \frac{3pEV}{\omega X_d} \sin\delta \quad (I.6)$$

D'après la figure (I.2.b) l'angle δ est l'angle entre la tension du réseau \underline{V} (référence synchrone tournant à la vitesse ω) et la f.e.m. \underline{E} portée par l'axe \overline{Oq} , donc liée à la position angulaire du rotor figure (I.3).

L'expression (I.6) montre que le couple électromagnétique, et donc la puissance, n'ont une valeur moyenne non nulle que si δ ne varie pas de façon monotone. Il en résulte que la machine ne peut échanger de la puissance avec le réseau qu'à la vitesse $\frac{\omega}{p}$ d'où le nom de machine synchrone.

T_e est donc, en régime permanent, fonction non de la vitesse mais de l'angle δ figure (I.3).

Le point de fonctionnement s'établit à l'intersection de la courbe T_e , et de l'horizontale T_m , T_m étant le couple moteur indépendant de δ .

Des deux points d'intersection A et B, seul A est stable, puisqu'en ce point il y a une tendance à l'accélération, c'est-à-dire une augmentation de δ , conduit à un excès de T_e sur T_m . c'est-à-dire un effet ralentisseur provoquant le rotor à l'état d'équilibre initiale.

La stabilité correspond donc à la condition :

$$\frac{dT_e}{d\delta} > 0$$

La quantité $T_s = \frac{dT_e}{d\delta}$ s'appelle couple synchronisant ayant pour valeur : $\frac{3pEV}{\omega X_d} \cos\delta$

Et la limite de stabilité correspond à $\delta = \frac{\pi}{2}$

L'augmentation de la puissance active avec I_f constant, conduit à une augmentation de δ donc une diminution du couple synchronisant. Une augmentation ultérieure de la puissance mécanique ne peut plus être compensée par une augmentation de la puissance électrique et la machine accélère ; on dit alors qu'elle « décrochera » ou s'emballe.

Le même résultat serait obtenu si l'on diminuait le courant d'excitation, à la puissance mécanique constante [7].

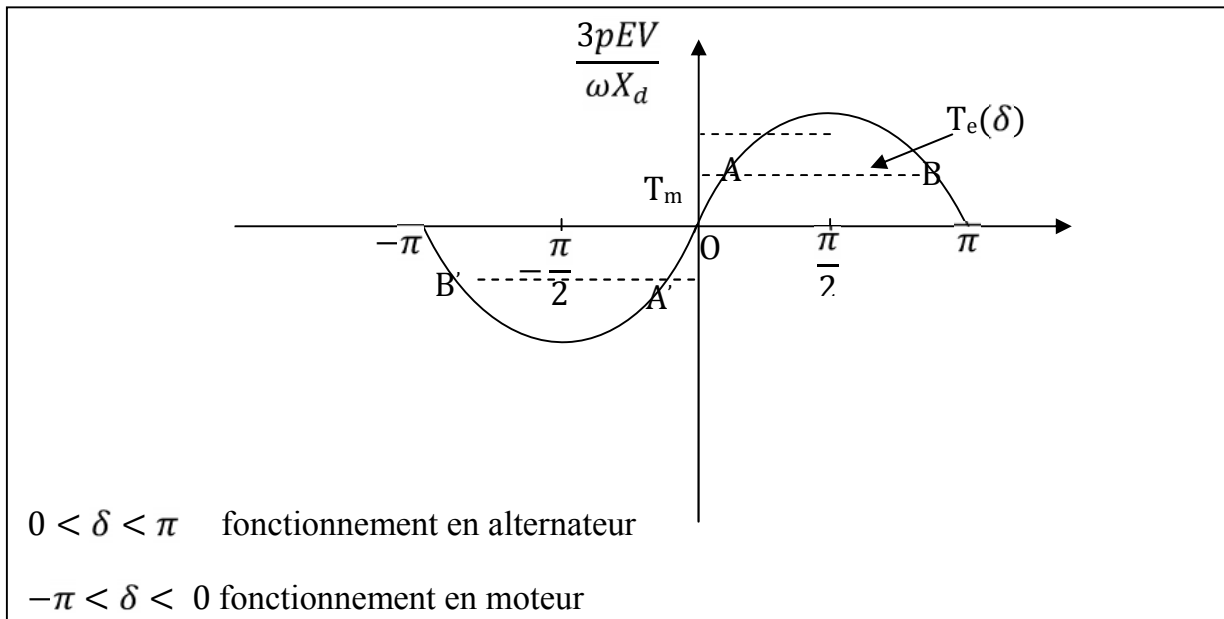


Figure. I.3. Courbe du couple en fonction de l'angle interne, d'une machine à entrefer constant.

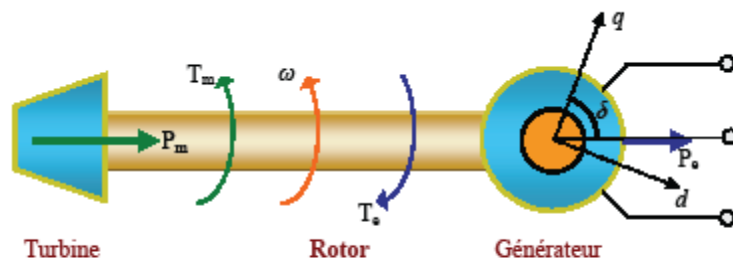


Figure. I.4. Couples mécanique et électrique agissant sur l'axe de générateur

I-5- Limites de fonctionnement

Le fonctionnement nominale d'un alternateur est caractériser par :

- La tension nominale $U_n = V_n \sqrt{3}$
- Le courant nominal $I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3}U_n}$
- Le facteur de puissance nominal $\cos \varphi_n$

Le diagramme correspondent au régime nominal est tracé sur la figure (I.5).

A ce régime correspond la valeur nominale E_n de la f.e.m. interne donc du courant d'excitation en charge I_{fn} .

L'alternateur est dimensionné de telle sorte que l'échauffement toléré est atteint ou près de l'être, lorsque $I = I_n$ et $I_f = I_{fn}$. On ne peut pas dépasser ces valeurs de façon durable.

Le domaine de fonctionnement possible est donc limité par les courbes suivantes :

- I- Le cercle de centre O et de rayon OM correspond à $I_f = I_{fn}$,
- II- Le cercle de centre A et de rayon AM correspondant à $I = I_n$,
- III- L'horizontale menée de M, qui caractérise la puissance active nominale,
- IV- La verticale, menée de O, correspondent à $\delta = \frac{\pi}{2}$, limite de stabilité naturelle. Cette limite est appelée naturelle par ce qu'elle correspond au cas où la tension d'excitation est maintenue constante.

La présence d'un régulateur de tension permet de reculer cette limite, donc autorise des fonctionnements correspondants à $\delta > \frac{\pi}{2}$.

Les points de fonctionnement possibles se situent alors à l'intérieur du contour OLMNRO figure (I.5).[7]

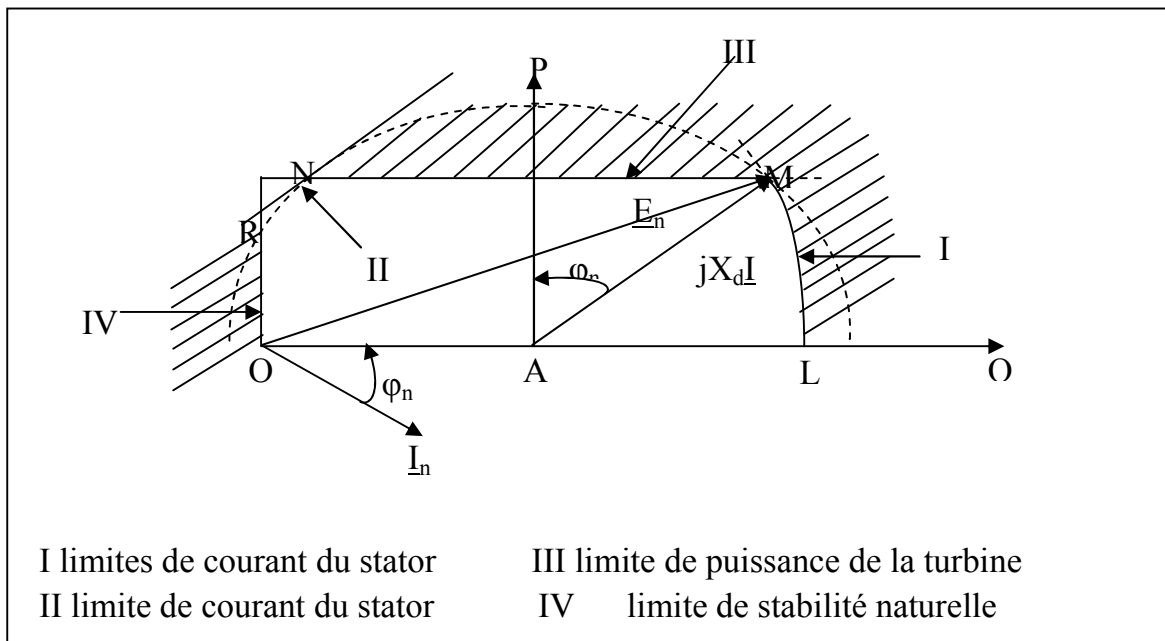


Figure I. 5. Limite de fonctionnement d'un alternateur à entrefer constant, non saturé

I-6- Fonctionnement en moteur synchrone

Comme toute machine électrique synchrone est réversible : si l'on alimente d'induit par un système de courants triphasés en énergie et l'inducteur par un courant continu, on peut transformer l'énergie électrique en énergie mécanique à condition qu'entre la pulsation ω des courants et la vitesse angulaire de rotation Ω soit respectée la relation de synchronisme $\Omega = \frac{\omega}{p}$

Afin de simplifier l'étude nous adoptons le même modèle simplifié annoncé auparavant et nous conservons les mêmes conventions de signes relatives au fonctionnement en générateur.

L'équation de fonctionnement est toujours (1-1), et les figures (I-6-a et I-6-b) représentent respectivement le schéma monophasé équivalent simplifié et le diagramme de fonctionnement d'un moteur synchrone. On voit que le fonctionnement moteur se caractérise par le fait que $\varphi > \frac{\pi}{2}$, ce qui est conforme à la relation (1-2) ou encore par le fait que $\delta < 0$, ce qui est conforme à (1-4).

La façon la plus commode et la plus courante d'analyser le fonctionnement d'un moteur synchrone consiste à supposer la tension d'alimentation, la fréquence et le couple résistant constants, et à examiner les conséquences d'une action sur le courant d'excitation I_f .

Sur le diagramme vectoriel figure (1-6), la tension V prise comme origine des phases correspond à une longueur constante OA par ailleurs le point M se déplace sur une horizontale (puissance active constante). La position de M sur cette horizontale est fixée par la longueur OM , égale à la f.é.m. E , donc proportionnelle au courant d'excitation I_f . Par ailleurs, la longueur $AM = X_d I$ est proportionnelle au courant d'induit I .

Donc, lorsqu'à puissance active constante, on donne à I_f une valeur élevée (point M_1) puis qu'on le fait décroître, I commence à décroître (de M_1 à M_2). En M_2 , I passe par un minimum, le facteur de puissance ($\cos \varphi$) est alors égal à -1. En suite I croît (point M_L). On ne peut décroître I_f au-delà de la valeur correspondant au point M_L car alors la puissance électrique devient inférieure à la puissance mécanique, le moteur décrochera et s'arrête (fig. 1-3).

On voit que la limite de stabilité correspond à $\delta = -\frac{\pi}{2}$, de même que pour l'alternateur elle correspond à $\delta = +\frac{\pi}{2}$

Les raisonnements de stabilité sont faits sur la figure (1-3) dont on voit que le fonctionnement en moteur correspondant à $T_e < 0$ ou $-\pi < \delta < 0$. A un couple mécanique $T_e (< 0)$ correspondant deux points de fonctionnement possibles A' et B', seul A', correspond à $|\delta| < \frac{\pi}{2}$, est stable : si δ vient à diminuer légèrement (c'est-à-dire si $|\delta|$ augmente), cela signifie que le moteur a tendance à ralentir.

Mais alors T_e devient inférieur à T'_m donc, en valeur absolue, le couple moteur $|T_e|$ devient supérieur au couple résistant $|T'_m|$, ce qui tend à ramener le fonctionnement en A' [7].

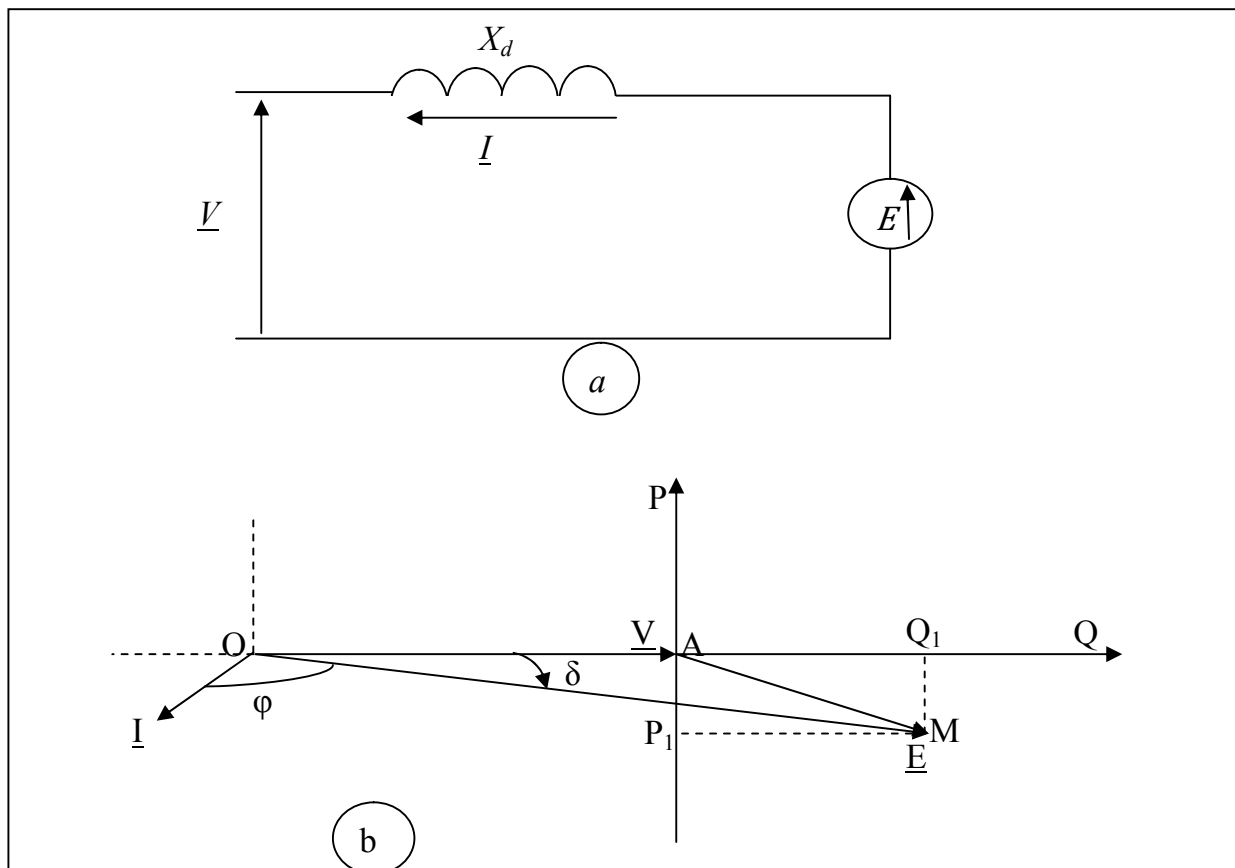


Figure I.6. Schéma monophasé équivalent simplifié (a) et diagramme de fonctionnement (b) d'un moteur synchrone

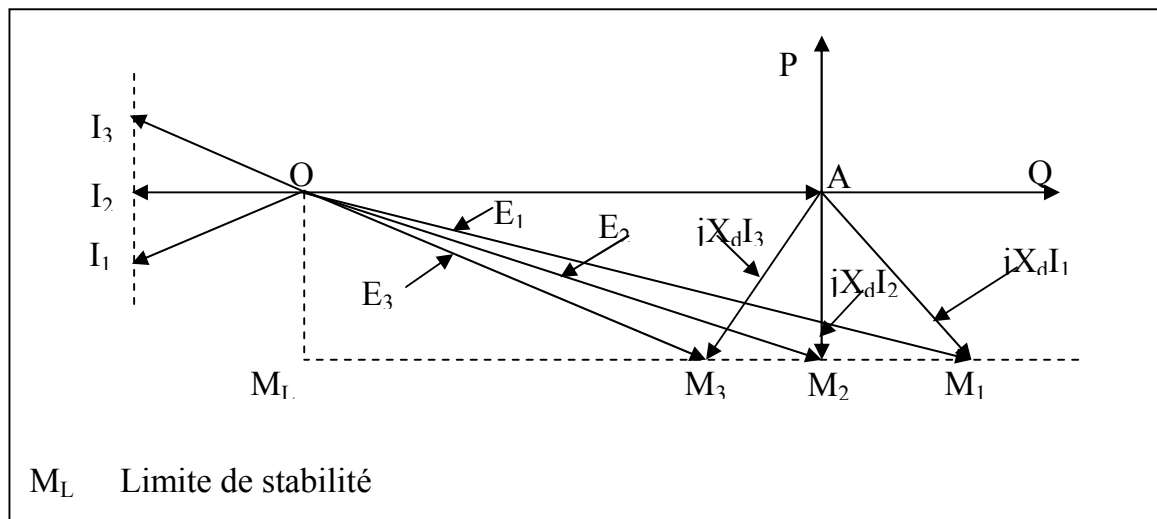


Figure I.6. Différents régimes d'un moteur synchrone, à puissance active donnée.

I-6-1- Démarrage des moteurs synchrones

L'expression (1-6) montre que le moteur synchrone ne peut fournir de couple qu'à vitesse synchrone $\Omega = \frac{\omega}{p}$. A toute autre vitesse, la valeur moyenne du couple est nulle, car δ est alors fonction monotone du temps.

Pour démarrer un moteur synchrone il faut :

- soit l'entraîner par un moteur auxiliaire de faible puissance. Le couple mécanique doit être très faible au cours du démarrage ;
- soit lui permettre de se comporter comme un moteur asynchrone, en le munissant d'enroulement amortisseurs ;
- soit l'alimenter à fréquence variable, au moyen d'un ensemble redresseur-onduleur [7].

I-7- Fonctionnement en générateur synchrone

L'énergie électrique est généralement produite par les machines synchrones. Ces dernières sont caractérisées par une vitesse de rotation de l'arbre de sortie de chaque machine égale à la vitesse de rotation du champ tournant. Pour obtenir un tel fonctionnement, un couple mécanique issu d'une énergie primaire source, comme

l'énergie hydraulique, l'énergie nucléaire ou l'énergie chimique, est appliqué à l'axe de la machine synchrone via un lien mécanique intermédiaire, à savoir la turbine. Le champ magnétique rotorique est généré habituellement par un circuit d'excitation alimenté par courant continu. La position du champ magnétique rotorique est alors fixe par rapport au rotor : ceci impose en fonctionnement normal une vitesse de rotation identique entre le rotor et le champ tournant statorique. Ainsi, les enroulements du stator sont soumis à des champs magnétiques qui varient périodiquement. Une f. é.m. de courant alternatif est donc induite dans le stator. [9]

I-8- Différents types de machines synchrones

Suivant leur type et mode de fonctionnement, les machines sont classées en trois catégories:

I-8-1- Machines synchrones à rotor bobiné

Ce sont des machines dont l'excitation est fournie par une excitatrice à courant continu associée à un redresseur tournant, pour éliminer tout contact glissant. Le rotor dans ce type de machine est soit à pôles lisses soit à pôles saillants :

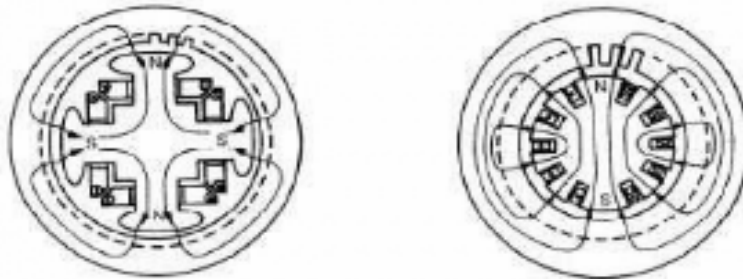


Figure I.8 : Machine à pôles saillants **Figure I.9** : Machine à pôles lisses

I-8-1-1- Rotor à pôles saillants :

Ce type de construction n'autorise pas de grandes vitesses de rotation. Forte puissance mais faible vitesse $n < 1500$ tr/min. Production d'énergie de 60 à 400 Hz dans les centrales hydrauliques, groupes électrogènes.

I-8-1-2- Rotor à pôles lisses :

Ce mode de construction qui assure une grande robustesse mécanique est systématiquement adopté pour les alternateurs de fortes puissances dont la fréquence de rotation est élevée (3000 et 1500 tr/min). Production d'énergie dans les centrales nucléaires.

I-8-2- Machines synchrones à aimant permanent

L'aimant permanent est un matériau ferromagnétique qui a la propriété de conserver une très grande aimantation rémanente, et qui se désaimante difficilement lorsqu'il a été aimanté. L'utilisation des aimants permanents dans la machine synchrones présente un avantage considérable. L'excitation fournie par l'aimant permanent nous évite le contact glissant entre ballais et collecteurs. Elle nous permet de réduire les pertes par effet joule dans les enroulements rotoriques. De plus, ces machines fonctionnent avec moins de bruit.

L'inconvénient de ces machines provient de l'absence de possibilité de réglage du flux d'excitation.

Deux grandes familles selon la forme géométrique des aimants (radiale ou tangentielle) et la distribution des bobinages au stator (sinusoïdale ou trapézoïdale).

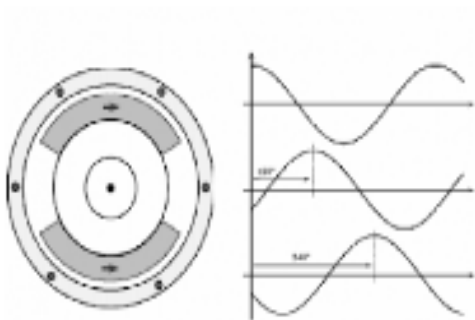


Figure I.10. Machine à f.e.m sinusoïdale

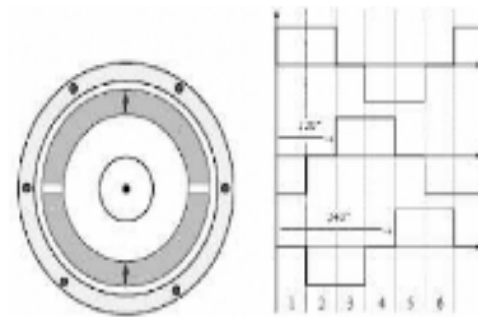


Figure I.11 : Machine a f.e.m trapézoïdale

I-8-3- Machine synchrones à réluctance variable

Ce sont des machines robustes, sans contact glissant, qui peuvent prendre des utilisations diverses. Ces machines possèdent en général un double système de denture, l'un au rotor, l'autre au stator, dont le déplacement relatif modifie la configuration du champ magnétique produit par un ou plusieurs bobinages [6].

I-9- Avantages et inconvénients de la machine synchrone :

Comme tout appareil électrique, la machine synchrone présente des avantages comme elle présente des inconvénients.[

I-9-1- Avantages de la machine synchrone

- Un excellent rendement.
- Vitesse de rotation constante, indépendante de la tension d'alimentation et de la charge entraînée.
- Fonctionnement réversible en moteur ou en alternateur, avec un bon facteur de puissances.

I-9-2- Inconvénients de la machine synchrone

Dans le cas d'une surcharge brusque ou d'une chute de tension importante du réseau, la machine peut décrocher ce qui nécessite l'utilisation d'un dispositif de sécurité. Pour assurer son excitation, la machine doit être munie d'un générateur de courant continu ce qui encombre le dispositif et le rend plus cher.

Elle ne peut démarrer qu'à très faible charge, en exigeant soit un moteur auxiliaire de lancement, soit le démarrage en asynchrone avec un réducteur de tension de démarrage. [5]

I-10- Domaine d'application des machines synchrone

La quasi-totalité des générateurs de courant alternatif sont des alternateurs. Leurs puissances apparentes sont comprises entre quelques centaines de VA et plus de 1600MVA. L'alternateur transforme en énergie électrique l'énergie mécanique qui lui est fournie par la machine qui l'entraîne. Il est conçu pour produire des tensions et des courants sinusoïdaux.

Il constitue le support principal dans la production d'énergie électrique. Le moteur synchrone effectue la conversion énergétique inverse, il transforme l'énergie électrique en énergie mécanique. Il est utilisé pour l'entraînement des engins de grandes puissances comme les navires et les trains à grandes vitesses (TGV de la deuxième génération).

Le moteur équipé également certains dispositifs dont la vitesse de rotation doit être rigoureusement constante (horloges synchrones,...).

Dans plus en plus d'applications et à tous les niveaux de puissance, le moteur synchrone, équipé d'un convertisseur électronique adéquat, remplace le moteur synchrone autopiloté ou moteur à courant continu sans balais [3].

B- Modélisation de la machine synchrone.

I-1- Introduction

L'étude de la stabilité de la machine synchrone ainsi que ses performances en régimes transitoire, et permanent nécessite d'établir un modèle mathématique pour la machine synchrone.

Cette modélisation est obtenue à partir des équations physiques qui décrivent le comportement de la machine synchrone.

Dans la machine idéale, le stator est muni de trois enroulements repérés a, b et c, décalés de 120 degrés. Le rotor comporte un certain nombre d'enroulements, répartis sur deux axes: l'axe-d, (axe direct) qui coïncide avec celui de l'enroulement d'excitation et l'axe-q (axe quadratique) situé en quadrature avance par rapport à l'axe direct

Une telle approche peut être réalisée par la transformation de Park.

Dans ce chapitre nous présentons le modèle de la machine synchrone dans le plan abc ramené vers les deux axes imaginaires de Park (d, q)

I-2- Description, hypothèses simplificatrices, conventions de signe

I-2-1- Description

La machine synchrone à étudier est représentée par la figure (I.1), dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation.

L'inducteur tournant, appelé aussi rotor, bipolaire est représenté dans le cas de la structure à axes perpendiculaires, l'axe direct (ou polaire ou longitudinal) od et l'axe en quadrature (ou inter polaire ou transversal) oq . Il comporte un enroulement inducteur, bobiné autour des pôles et des « amortisseurs », ensemble de barres conductrices logées dans des encoches longitudinales au voisinage de la périphérie des pôles. Ces barres sont réunies aux deux extrémités de la machine par deux couronnes conductrices, de façon analogue à la « cage d'écureuil » d'un moteur asynchrone. Cette couronne est parfois interrompue par des espaces interpolaires.

La présence de circuits amortisseurs, qui n'interviennent pas dans l'étude du régime permanent synchrone idéalisé (c'est-à-dire négligeant tous les harmoniques et

les petites oscillations de vitesse), complique un peu l'étude des régimes transitoires mais leur influence lors de ces régimes est telle qu'il est impossible de les négliger et c'est pourquoi il a paru préférable de les introduire d'emblée.

L'induit fixe, appelé aussi stator, séparé de l'entrefer par une surface cylindrique, est muni d'un enroulement triphasé a, b, c (enroulement classique à champ tournant), représenté conventionnellement comme sur la figure, du côté positif des axes oa, ob, oc.[10]

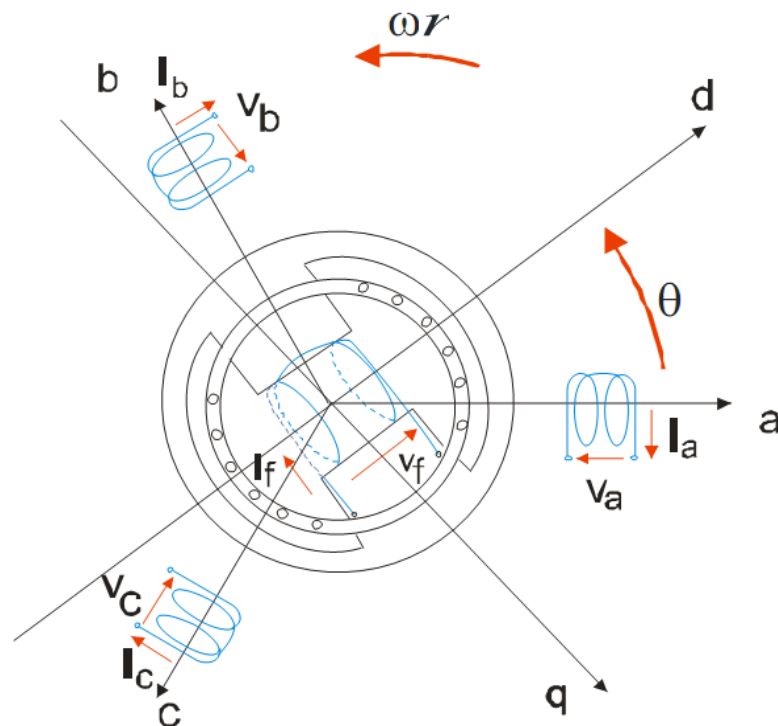


Figure .I.12 : Machine synchrone triphasée avec amortisseurs.

L'inducteur est animé d'une vitesse de rotation ω_r comptée positivement dans le sens trigonométrique.

La direction positive de od correspond à l'orientation naturelle des lignes d'induction créées par l'inducteur. oq est en retard de $\pi/2$ par rapport à od , dans le sens trigonométrique.

La position de l'inducteur est caractérisée par l'angle que fait oa avec od , soit θ_a appelé aussi θ , compté positivement dans le sens trigonométrique ; l'axe ob est en

avance de $2\pi/3$ par rapport à oa et oc en avance de $4\pi/3$ par rapport à oa , d'où les relations

$$\begin{cases} \theta_a = (oa, od) = \theta \\ \theta_b = (ob, od) = \theta - \frac{2\pi}{3} \\ \theta_c = (oc, od) = \theta - \frac{4\pi}{3} \end{cases} \quad (I.7)$$

$$\Omega_r = d\theta/dt \quad (I.8)$$

I-2-2- Hypothèses Simplificatrices

Nous développons les équations de la machine synchrone suivant les hypothèses simplificatrices suivantes :

- 1) La saturation est négligée.
- 2) Le circuit magnétique est parfaitement feuilleté. Seuls les conducteurs sont parcourus par des courants. (on néglige les courants de Foucault)
- 3) La densité de courant est uniforme dans la section des conducteurs (on néglige l'effet de peau).
- 4) La distribution le long de l'entrefer de la f.m.m créée par les conducteurs statorique est sinusoïdale. (on néglige les harmoniques d'espace de la f.m.m, on ne prend pas en considération que le fondamental).
- 5) Les amortisseurs peuvent être considérés comme deux enroulements fermés sur eux-mêmes. L'un dit amortisseur d'axe direct, noté D et d'axe magnétique dirigé suivant od , l'autre dit amortisseur d'axe en quadrature, noté Q et d'axe magnétique dirigé suivant oq .

La figure (I.12) donne lieu à la représentation schématique (I.13)

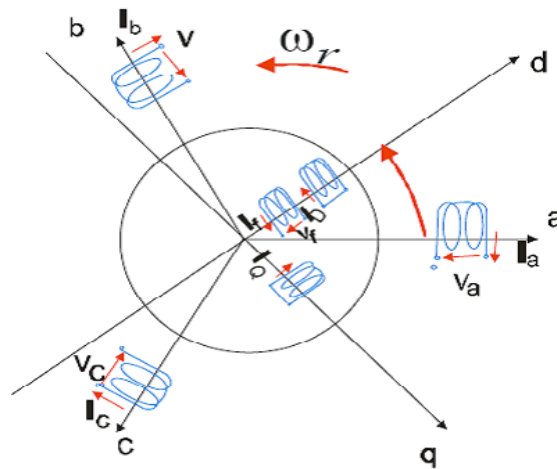


Figure. I.13 : Machine synchrone triphasée, amortisseurs assimilés à deux enroulement en court circuit, en quadrature l'un de l'autre.

I-2-3- Convention de signe

- Un courant positif crée à travers son enroulement un flux positif.
- Une f.e.m positive fait circuler un courant positif.
- L'inducteur est considéré comme récepteur, l'induit comme générateur. [11]

I-3- Équations électrique et magnétique de la machine dans les axes abc :

I-3-1- Équations électriques

Le système d'équations des tensions de la machine synchrone est obtenu par L'application de la relation fondamentale (loi de mailles) aux différents circuits:

$$\begin{cases} v_a = -R_a i_a - \frac{d\phi_a}{dt} \\ v_b = -R_b i_b - \frac{d\phi_b}{dt} \\ v_c = -R_c i_c - \frac{d\phi_c}{dt} \end{cases} \quad (I.9)$$

$$\begin{cases} v_f = R_f i_f + \frac{d\phi_F}{dt} \\ 0 = R_D i_D + \frac{d\phi_D}{dt} \\ 0 = R_Q i_Q + \frac{d\phi_Q}{dt} \end{cases} \quad (I.10)$$

En appelant :

R_a : résistance d'une phase de l'induit.

R_f, R_D, R_Q = résistance de l'inducteur de l'amortisseur d'axe d et de l'amortisseur d'axe q

Φ_K (k=a,b,c,f,D,Q)=flux d'enroulement traversant l'enroulement k

On peut traduire cette écriture sous forme matricielle.

$$[U_{abc}] = [R_s][i_{abc}] + \frac{d}{dt}[\phi_{abc}] \quad (\text{I.11})$$

$$[U_{fDQ}] = [R_r][i_{fDQ}] + \frac{d}{dt}[\phi_{fDQ}] \quad (\text{I.12})$$

$$[\phi_{abc}] = \begin{pmatrix} \phi_a \\ \phi_b \\ \phi_c \end{pmatrix} \quad [i_{abc}] = \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} \quad [i_{fDQ}] = \begin{pmatrix} i_f \\ i_D \\ i_Q \end{pmatrix}$$

Donc on aboutit à ce système d'équations sous forme de matrice qui est le suivant :

$$\begin{pmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} R_a & 0 & 0 \\ 0 & R_b & 0 \\ 0 & 0 & R_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} - \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \phi_a \\ \phi_b \\ \phi_c \end{pmatrix} \quad (\text{I.13})$$

$$\begin{pmatrix} v_f \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_f & 0 & 0 \\ 0 & R_D & 0 \\ 0 & 0 & R_Q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_f \\ i_D \\ i_Q \end{pmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \phi_f \\ \phi_D \\ \phi_Q \end{pmatrix} \quad (\text{I.14})$$

I-3-2- Relations entre flux et courants

Les conséquences de l'hypothèse de distribution sinusoïdale de la force magnétomotrice d'induit sont :

- Le flux d'enroulement à travers la phase a (respectivement b, c) ne dépend que de du premier harmonique de la distribution d'induction dans l'entrefer.

- Les inductances propres et mutuelles à l'induit seul sont la somme d'un terme constant et d'un harmonique de rang 2; le coefficient de ce dernier est le même pour les inductances propres et mutuelles.
- L'inductance mutuelle entre un enroulement rotorique et une phase de l'induit suit une loi sinusoïdale en fonction de l'angle θ , dont le coefficient est le quotient, par le courant de l'enroulement rotorique considéré, du flux fondamental qu'il crée à travers la phase considérée.

En vertu de l'hypothèse de non saturation et feuilletage du circuit magnétique, les flux sont liés aux courants par les relations suivantes, exprimées sous forme matricielle, et dans lesquelles les coefficients L_s , L_r et M_{sr} sont des fonctions de l'angle θ .

$$[\Phi_{abc}] = [L_s][i_{abc}] + [M_{sr}][i_{fDQ}] \quad (\text{I.15})$$

$$[\Phi_{fDQ}] = [M_{sr}]^t[i_{abc}] + [L_r][i_{fDQ}] \quad (\text{I.16})$$

$$\begin{pmatrix} \Phi_a \\ \Phi_b \\ \Phi_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_a(\theta) & M_{ab}(\theta) & M_{ac}(\theta) \\ M_{ab}(\theta) & L_b(\theta) & M_{bc}(\theta) \\ M_{ac}(\theta) & M_{bc}(\theta) & L_c(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} M_{af}(\theta) & M_{aD}(\theta) & M_{aQ}(\theta) \\ M_{bf}(\theta) & L_{bD}(\theta) & M_{bQ}(\theta) \\ M_{cf}(\theta) & M_{cD}(\theta) & L_{cQ}(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_f \\ i_D \\ i_Q \end{pmatrix} \quad (\text{I.17})$$

$$\begin{pmatrix} \Phi_f \\ \Phi_D \\ \Phi_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{af}(\theta) & M_{bf}(\theta) & M_{cf}(\theta) \\ M_{aD}(\theta) & L_{bD}(\theta) & M_{cD}(\theta) \\ M_{aQ}(\theta) & M_{bQ}(\theta) & L_{cQ}(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L_f & M_{fD} & M_{fQ} \\ M_{fD} & L_D & M_{DQ} \\ M_{fQ} & M_{DQ} & L_Q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_f \\ i_D \\ i_Q \end{pmatrix} \quad (\text{I.18})$$

I-3-3- La matrice inductance statorique :

$$[L_s] = \begin{pmatrix} L_a + L_{a2} \cos(2\theta) & M_{abo} + L_{a2} \cos(2\theta - \frac{2\pi}{3}) & M_{abo} + L_{a2} \cos(2\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ M_{abo} + L_{a2} \cos(2\theta - \frac{2\pi}{3}) & L_{a0} + L_{a2} \cos(2\theta - \frac{4\pi}{3}) & M_{abo} + L_{a2} \cos(2\theta) \\ M_{abo} + L_{a2} \cos(2\theta - \frac{4\pi}{3}) & M_{abo} + L_{a2} \cos(2\theta) & L_{a0} + \cos(2\theta - \frac{2\pi}{3}) \end{pmatrix} \quad (\text{I.19})$$

I-3-4- Matrice de couplage entre le stator et le rotor :

$$[M_{sr}] = \begin{pmatrix} M_{af} \cos \theta & M_{ad} \cos \theta & M_{aq} \sin \theta \\ M_{af} \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & M_{ad} \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & M_{aq} \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \\ M_{af} \cos \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) & M_{ad} \cos \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) & M_{aq} \sin \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) \end{pmatrix} \quad (I.20)$$

I-3-5- Matrice inductance rotorique :

Les coefficients d'inductance propre et mutuelle relatifs au stator sont tous des constantes (dont certaines sont nulles), à cause du caractère cylindriques de la surface limitant l'induit.

Nous écrivons alors :

$$[L_r] = \begin{bmatrix} L_{ff} & M_{fD} & 0 \\ M_{fD} & L_{DD} & 0 \\ 0 & 0 & L_{QQ} \end{bmatrix} \quad (I.21)$$

I-4- Équations électriques dans les deux axes d et q, équations de Park :**I-4-1- Transformation de Park**

La transformation de Park consiste à transformer les enroulements statoriques et rotoriques en enroulements orthogonaux équivalents. Ce passage est rendu possible pour transformation des grandeurs physiques par la matrice de Park $P(\theta)$.

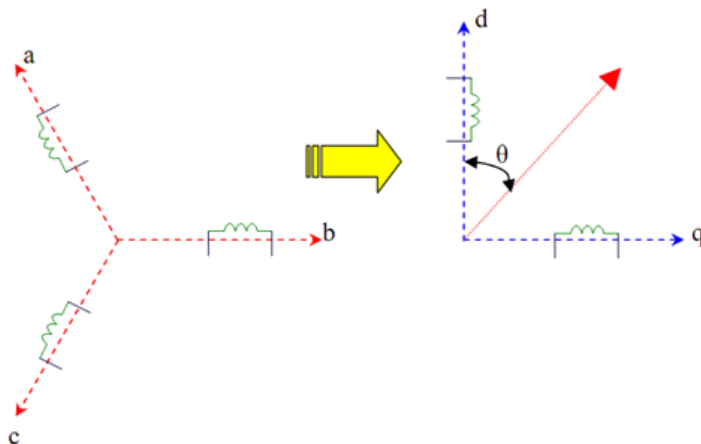


Figure. I.14: Transformation de Park

$$P(\theta) = (2/3) \begin{pmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \sin\theta & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad (I.22)$$

En régime synchrone la vitesse de rotation ω_r est appelé ω , égal a la pulsation des courants. L'angle θ s'écrit : $\theta = \omega t + \theta_0$

θ_0 caractérise la position de l'axe d a l'instant 0, et les courants s'écrivent , I étant la valeur efficace :

$$\begin{cases} i_a = I \sqrt{2} \cos(\omega t - \gamma) \\ i_b = I \sqrt{2} \cos(\omega t - \gamma - \frac{2\pi}{3}) \\ i_c = I \sqrt{2} \cos(\omega t - \gamma - \frac{4\pi}{3}) \end{cases} \quad (I.23)$$

I-4-2-Transformation inverse de Park :

$$P^{-1}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 1 \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) & 1 \end{pmatrix} \quad (I.24)$$

Le changement de variables relatif aux courant, tensions et aux flux est défini par cette transformations:

$$\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \sin\theta & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} \quad (I.25)$$

$$\begin{pmatrix} v_d \\ v_q \\ v_o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \sin\theta & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{pmatrix} \quad (I.26)$$

$$\begin{pmatrix} \phi_d \\ \phi_q \\ \phi_o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \sin\theta & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_a \\ \phi_b \\ \phi_c \end{pmatrix} \quad (I.27)$$

D'où les transformations inverses:

$$\begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 1 \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_o \end{pmatrix} \quad (I.28)$$

$$\begin{pmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 1 \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_d \\ v_q \\ v_o \end{pmatrix} \quad (I.29)$$

$$\begin{pmatrix} \phi_a \\ \phi_b \\ \phi_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 1 \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_d \\ \phi_q \\ \phi_o \end{pmatrix} \quad (I.30)$$

I-4-3- Etablissement des équations électriques

Revenons au cas général (régime quelconque) et appliquons le changement de variables défini par la matrice P (I.22) aux équations (I.9) .

En notant, i_{dqo} , v_{dqo} , Φ_{dqo} , i_{abc} , v_{abc} , Φ_{abc} les matrices colonnes figurant au premier membre des relations (I.25) à (I.27) et (I.28) à (I.30) il vient :

$$V_{dqo} = A.V_{abc} = -A\frac{d}{dt}\psi_{abc} - R_a A.i_{abc} \quad (I.31)$$

Puis, utilisant (I.22) et (I.24) :

$$V_{dq0} = -A \cdot A^{-1} \frac{d}{dt} \psi_{dq0} - A \left(\frac{d}{dt} A^{-1} \right) \psi_{dq0} - R_a A \cdot A^{-1} \cdot i_{dq0} \quad (\text{I.32})$$

Or $P^{-1} = I$, et par un calcul simple on trouve :

$$P \frac{d}{dt} P^{-1} = \frac{d\theta}{dt} \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (\text{I.33})$$

D'où en développant les trois lignes de (I.32) et tenant compte de (I.8)

$$\left\{ \begin{array}{l} v_d = -R_s i_d - \frac{d\phi_d}{dt} - \omega_r \phi_q \\ v_q = -R_s i_q - \frac{d\phi_q}{dt} - \omega_r \phi_d \\ v_f = -R_f i_f - \frac{d\phi_f}{dt} \\ 0 = -R_D i_D - \frac{d\phi_D}{dt} \\ 0 = -R_Q i_Q - \frac{d\phi_Q}{dt} \end{array} \right. \quad (\text{I.34})$$

Ces trois équations sont appelés « équations de PARK ». Dans la plupart des applications on n'utilise que les deux premières qui sont identiques aux équations relatives à l'induit de la machine à courant continu, ce qui confirme l'analogie signalée plus haut entre la transformation de PARK et un collecteur fictif.

Ces équations doivent être complétées par les équations (I.10) non affectées par la transformation.

I-4-4- Relations entre flux et courants (composantes d, q, o)

Il convient maintenant d'appliquer la transformation de PARK aux équations (I.23). Le calcul est assez long et nous allons en donner seulement le principe ; mais le résultat est tout à fait simple, il peut s'interpréter uniquement à l'aide de considération physique, et c'est surtout ce dernier aspect que nous développerons.

I-4-5- Principe et résultat du calcul

Pour obtenir la matrice d'inductances reliant

$$\begin{pmatrix} \phi_d \\ \phi_q \\ \phi_o \\ \phi_f \\ \phi_D \\ \phi_Q \end{pmatrix} \quad (\text{notée } \phi_{d6}) \qquad \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_o \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{pmatrix} \quad (\text{notée } i_{d6})$$

Nous devons utiliser les matrices P (I.22) et P⁻¹ (I.24) complétées à l'ordre 6 par adjonction de trois lignes et colonnes correspondant à la transformation identique puisque les courants, flux et tensions d'indices f, D, Q ne sont pas affectés par la transformation de PARK.

La matrice P donne naissance à la matrice B

$$B = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & 0 & 0 & 0 \\ \sin\theta & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix} \quad (\text{I.35})$$

Et la matrice P^{-1} donne naissance à la matrice B^{-1}

$$B^{-1} = \begin{array}{cc|cccc} & \cos\theta & \sin\theta & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \left| \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & & 1 & 0 & 0 & 0 \right| \\ \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \left| \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right. & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 1 \end{array} \end{array} \quad (I.36)$$

L : représente la matrice qui englobe les différentes inductances (statoriques.....)

Du même système, on peut écrire :

$$\phi_{d6} = B \cdot \phi_{a6} = B \cdot L \cdot \phi_{d6} = B \cdot L \cdot B^{-1} \cdot i_{d6} \quad (I.37)$$

Lorsqu'on effectue le produit $B \cdot L \cdot B^{-1}$ on trouve le résultat suivant

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_d = L_d i_d + L_{md}(i_f + i_D) \\ \phi_q = L_q i_q + L_{mq} i_q \end{array} \right. \quad (I.38)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_f = L_{md}(i_f + i_D) + L_f i_f \end{array} \right. \quad (I.39)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_D = L_{md}(i_d + i_f) + L_D i_D \end{array} \right. \quad (I.40)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_Q = L_{mq} i_q + L_Q i_Q \end{array} \right. \quad (I.41)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_Q = L_{mq} i_q + L_Q i_Q \end{array} \right. \quad (I.42)$$

Avec L_d inductance synchrone longitudinale et L_q inductance synchrone transversale qui peuvent être définies.

$$\left\{ \begin{array}{l} L_d = L_s + L_{md} \\ L_q = L_s + L_{mq} \end{array} \right.$$

L'ensemble des équations établi dans le repère d,q permet d'étudier les régimes transitoires électriques de la machine synchrone, dans le cadre des hypothèses précisées au paragraphe (I.1.2); elles introduisent notamment lorsque la perturbation considérée affecte les trois phases de façon équilibrée, une grande simplification par rapport au système (I.10).

I-4-6- Etablissement d'équations de la puissance et de couple

La puissance électrique instantanée aux bornes de la machine synchrone est positive dans le fonctionnement en générateur (alternateur).

$$P_e = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \quad (\text{I.43})$$

En remplaçant les quantités abc par dqo en utilisant la transformation de PARK, il vient

$$P_e = \frac{3}{2} (v_d i_d + v_q i_q + 2v_o i_o) \quad (\text{I.44})$$

Exprimons cette puissance en fonction des flux et des courants en utilisant les équations de PARK (I.37) à (I.39).

$$P_e = \frac{3}{2} \left(i_d \frac{d\phi_d}{dt} + i_q \frac{d\phi_q}{dt} + 2i_o \frac{d\phi_o}{dt} \right) + \frac{3}{2} (\phi_d i_q - \phi_q i_d) \omega_r - \dots - R_s \frac{3}{2} (i_d^2 + i_q^2 + 2i_o^2) \quad (\text{I.45})$$

La première parenthèse représente la variation par unité de temps de l'énergie magnétique emmagasinée.

La deuxième parenthèse représente la puissance mécanique transformée en puissance électrique à l'intérieur de la machine. Comme ω_r est la vitesse instantanée de rotation on en déduit l'expression du couple électromagnétique (résistant).

$$T_{em} = P(\phi_d i_q - \phi_q i_d) \quad (\text{I.46})$$

Il est possible d'arranger l'expression du couple en utilisant les flux magnétisants, en effet :

$$\phi_d = L_s i_d + \phi_{md}$$

$$\phi_q = L_s i_q + \phi_{mq}$$

Avec les flux magnétisants d'axes d,q sont :

$$\phi_{md} = L_{md}(i_d + i_f + i_D)$$

$$\phi_{mq} = L_{mq}(i_q + i_Q)$$

L'équation du couple s'écrit alors :

$$T_{em} = P(\phi_{md}i_q - \phi_{mq}i_d)$$

C à d :

$$T_{em} = P[(L_{md} - L_{mq})i_d i_q + L_{md}i_f i_q + L_{md}i_D i_q - L_{mq}i_Q i_d] \quad (I.47)$$

I-4-7- Equation mécanique

L'étude des régimes transitoires fait intervenir des variations des paramètres électriques (tensions, courants, f.e.m, flux), ainsi que des paramètres mécaniques (couples, vitesses).

En appelant J l'inertie des masses tournantes, accouplées sur l'arbre, et f coefficient des frottements, T_{em} le couple électromagnétique et T_r le couple résistant.

Le comportement électromécanique sera complété par l'équation du mouvement.

$$f\Omega_r = J \frac{d\Omega_r}{dt} = T_{em} - T_r \quad (I.48)$$

I-5- Valeurs réduites

I-5-1- Définition et utilisation des valeurs réduites :

Une grandeur physique est ramenée en valeur réduite en la divisant par une valeur dite de « base », ce rapport est exprimé en « p.u » venant de l'anglais per unit et est souvent sans dimension.

Certaines valeurs de bases peuvent être choisies arbitrairement, mais les valeurs de bases dans leur ensemble ne sont pas indépendante et doivent respecter certaines règles de cohérence.

Les valeurs réduites dans le cas des machines électriques sont souvent associées aux grandeurs nominales :

- S_n : puissance apparente nominale en VA
- V_n : tension nominale simple en V
- $U_n = V_n \sqrt{3}$: Tension nominal composée en V

- I_n : courant nominale de ligne en A
- $Z_n = \frac{V_n}{I_n}$: impédance nominale en Ω

Il vient que :

$$Z(p.u) = \frac{Z}{Z_n} = \frac{ZI_n}{V_n}$$

$$i(p.u) = \frac{I}{I_n} \quad (I.49)$$

$$v(p.u) = \frac{V}{V_n} \quad (I.50)$$

$$s(p.u) = \frac{S}{S_n} \quad (I.51)$$

En p.u les relations $V = ZI$, $S = 3VI$
s'écrivent $v = zi$, $s = vi$.

L'utilisation des valeurs réduites présente les avantages suivants :

- Les coefficients numériques des équations sont souvent supprimés ($s=vi$ ci-dessus)
- Les courants et les tensions en valeurs réduites fournissent rapidement une estimation de la sévérité des contraintes du régime étudié.

I-5-2- Grandeurs réduites relatives au stator :

On définit d'abord les valeurs relatives aux grandeurs d'axes (d,q,o) puis celle relatives aux grandeurs de phases (a,b,c).

I-5-2-1- Tension, courant, puissance :

Les valeurs nominales associées à i_d et i_q en régime permanent synchrone sont $I_n \sqrt{2}$ qu'on choisira comme valeur de base pour le courant stator et on posera :

$$i_d(p.u) = \frac{i_d(A)}{I_n\sqrt{2}}, \quad i_q(p.u) = \frac{i_q(A)}{I_n\sqrt{2}}, \quad i_o(p.u) = \frac{i_o(A)}{I_n\sqrt{2}} \quad (I.52)$$

-pour les tensions on choisira $V_n \sqrt{2}$ comme valeur de base d'où :

$$v_d(p.u) = \frac{v_d(V)}{V_n\sqrt{2}}, \quad v_q(p.u) = \frac{v_q(V)}{V_n\sqrt{2}}, \quad v_o(p.u) = \frac{v_o(V)}{V_n\sqrt{2}} \quad (I.53)$$

- les différentes puissances électriques seront rapportées à $3V_n I_n$ d'où

$$p_e(p.u) = \frac{p_e(W)}{3V_n I_n}$$

On a d'après (II-22).

$$p_e = \frac{3}{2}(v_d i_d + v_q i_q + 2v_o i_o)$$

En (p.u) cette relation s'écrira :

$$p_e = (v_d i_d + v_q i_q + 2v_o i_o) \quad (I.54)$$

I-5-2-2- Flux et courant :

Les valeurs réduites des flux sont définies par référence à la tension nominale V_n soit :

$$\psi_d(p.u) = \frac{\psi_d(Wb)}{V_n\sqrt{2}} \quad \psi_q(p.u) = \frac{\psi_q(Wb)}{V_n\sqrt{2}} \quad \psi_o(p.u) = \frac{\psi_o(Wb)}{V_n\sqrt{2}} \quad (I.55)$$

De sorte que ce seront les quantités $\omega\psi_d$, $\omega\psi_q$ qui seront exprimées en (p.u) et non pas ψ_d et ψ_q (ω étant la pulsation synchrone). Il résulte que les valeurs réduites des flux ont la dimension d'un temps.

Le couple nominal est défini par référence à la puissance apparente nominale :

$$T_n = \frac{3pV_n I_n}{\omega}$$

$$T_e(p.u) = \frac{T_e(N.m)}{C_n}$$

$$T_m(p.u) = \frac{T_m(N.m)}{C_n}$$

La relation

$$T_e = \frac{3}{2}(\psi_d i_q - \psi_q i_d) \text{ s'écrit en (p.u)}$$

$$T_e(p.u) = \omega(\psi_d i_q - \psi_q i_d) \quad (I.56)$$

I-5-3- Valeur réduites des grandeurs de phases :

Pour des raisons de commodité, la transformation de Park s'exprime avec les mêmes coefficients en valeurs réduites et en unité physique. Les même valeurs de base sont adoptées pour les grandeurs de phases que pour les grandeurs d'axes, soit :

$$i_a(p.u) = \frac{i_a(A)}{I_n \sqrt{2}} \quad v_a(p.u) = \frac{v_a(V)}{V_n \sqrt{2}} \quad \psi_a(p.u) = \frac{\psi_a(Wb)}{V_n \sqrt{2}} \quad (I.57)$$

De même pour les phases b et c.

Le coefficient $\frac{3}{2}$ placé devant la transformation de Park contribue notamment à la clarté et la simplicité des expressions en valeurs physiques comme en valeur réduites correspondant aux calculs relatifs aux régimes permanent et transitoire.

I-5-4- Valeurs réduites relatives aux enroulements du stator :

I-5-4-1- Enroulement inducteur :

On définit le courant inducteur de base I_{fb} par son rapport avec la valeur de base des courant statorique

$$\frac{I_{fb}}{I_n \sqrt{2}} = K_f \quad (I.58)$$

K_f : est appelé coefficient d'équivalence des courant inducteurs et d'induit, et peut être choisi arbitrairement, mais une fois K_f choisi V_{fb} est alors imposé par des considérations énergétiques.

Soit : p_e la puissance électrique associée à v_d et i_d

$$p_e(W) = \frac{3}{2} (v_d i_d)$$

Et soit : p_f la puissance électrique associée à v_f et i_f

$$p_f(W) = \frac{3}{2} (v_f i_f)$$

Ces deux puissances doivent être égales lorsque les différentes grandeurs ont leurs valeurs de base.

$$v_d = V_n \sqrt{2}$$

$$i_d = I_n \sqrt{2}$$

$$v_f = V_{fb}$$

$$i_f = I_{fb}$$

Et compte tenu de (I.57) on aura :

$$\frac{V_{fb}}{V_n \sqrt{2}} = \frac{3}{2K_f} \quad (\text{I.59})$$

Les valeurs réduites sont alors telles que :

$$i_f(p.u) = \frac{i_f(A)}{I_{fb}} = \frac{i_f(A)}{K_f I_n \sqrt{2}} \quad (\text{I.60})$$

$$v_f(p.u) = \frac{v_f(V)}{V_{fb}} = \frac{2K_f v_f(V)}{3V_n \sqrt{2}} \quad (\text{I.61})$$

$$\psi_f(p.u) = \frac{\psi_f(Wb)}{V_{fb}} = \frac{2K_f \psi_f(Wb)}{3V_n \sqrt{2}} \quad (\text{I.62})$$

I-5-4-2- Enroulement amortisseurs :

De même que pour l'enroulement inducteur, on définit le courant I_{Db} et I_{Qb} par leurs rapports avec la valeur de base des courants d'induit d'où :

$$K_D = \frac{I_{Db}}{I_n \sqrt{2}} \quad K_Q = \frac{I_{Qb}}{I_n \sqrt{2}}$$

Le choix de I_{Db} et I_{Qb} n'est pas imposé.

Les tensions de base et les valeurs réduites sont alors définies par les relations suivantes :

$$\frac{V_{Db}}{V_n \sqrt{2}} = \frac{3}{2K_D} \quad \frac{V_{Qb}}{V_n \sqrt{2}} = \frac{3}{2K_Q} \quad (\text{I.63})$$

$$i_D(p.u) = \frac{i_D(A)}{K_D I_n \sqrt{2}} \quad i_Q(p.u) = \frac{i_Q(A)}{K_Q I_n \sqrt{2}} \quad (\text{I.64})$$

$$\psi_D(p.u) = \frac{2K_D \psi_D (Wb)}{3V_n \sqrt{2}} \quad \psi_Q(p.u) = \frac{2K_Q \psi_Q (Wb)}{3V_n \sqrt{2}} \quad (I.65)$$

I-5-5- Equations en valeurs réduites :

I-5-5-1- Résistance de l'induit : Equation de Park :

Conformément à l'expression de l'impédance nominale exprimée en (I-58) on pose :

$$r_a = \frac{RI_n}{V_n} \quad (I.66)$$

Les équations de Park s'écrivent alors en (p.u) :

$$v_d = -\frac{d\psi_d}{dt} - \psi_q \omega - r_a \quad (I.67)$$

$$v_q = -\frac{d\psi_q}{dt} + \psi_d \omega - r_a i_q \quad (I.68)$$

$$v_o = -\frac{d\psi_o}{dt} - r_a i_o \quad (I.69)$$

I-5-5-2- Résistance des autres enroulements et équations électriques :

Les résistances en valeurs réduites sont telles que :

$$r_f = \frac{R_f I_{fb}}{V_{fb}} \quad r_D = \frac{R_D I_{Db}}{V_{fb}} \quad r_Q = \frac{R_Q I_{Qb}}{V_{Qb}} \quad (I.70)$$

Soit en tenant compte des relations établies au paragraphe 3 :

$$r_f = \frac{2K_f^2 R_f I_n}{3V_n} \quad r_D = \frac{2K_D^2 R_D I_n}{3V_n} \quad r_Q = \frac{2K_Q^2 R_Q I_n}{3V_n} \quad (I.71)$$

Les équations électriques relatives au rotor s'écrivent en (p.u) :

$$v_f = r_f i_f + \frac{d\psi_f}{dt} \quad (I.72)$$

$$0 = r_D i_D + \frac{d\psi_D}{dt} \quad (I.73)$$

$$0 = r_Q i_Q + \frac{d\psi_Q}{dt} \quad (I.74)$$

I-5-5-3- Inductances propres et mutuelles et équations magnétiques :

Les inductances propres et mutuelles sont définies comme le quotient du flux dû au courant de base par la tension de base. On aura donc :

$$l_d = \frac{L_d I_n}{V_n} \quad l_q = \frac{L_q I_n}{V_n} \quad l_o = \frac{L_o I_n}{V_n} \quad (\text{I.75})$$

$$l_{ff} = \frac{L_{ff} I_{fb}}{V_{fb}} = \frac{2K_f^2 L_{ff} I_n}{3V_n}$$

$$l_{DD} = \frac{L_{DD} I_{Db}}{V_{Db}} = \frac{2K_D^2 L_{DD} I_n}{3V_n} \quad (\text{I.76})$$

$$l_{QQ} = \frac{L_{QQ} I_{Qb}}{V_{Qb}} = \frac{2K_Q^2 L_{QQ} I_n}{3V_n}$$

$$m_{af} = \frac{M_{af} I_{fb}}{V_n \sqrt{2}} = \frac{K_f M_{af} I_n}{V_n}$$

$$m_{aD} = \frac{M_{aD} I_{Db}}{V_n \sqrt{2}} = \frac{K_D M_{aD} I_n}{V_n} \quad (\text{I.77})$$

$$m_{aQ} = \frac{K_Q M_{aQ} I_n}{V_n}$$

$$m_{fD} = \frac{M_{fD} I_{Db}}{V_{fb}} = \frac{2K_f K_D M_{fD} I_n}{3V_n} \quad (\text{I.78})$$

Les équations magnétiques s'écrivent en valeurs réduites comme suit :

$$\begin{pmatrix} \Phi_d \\ \Phi_f \\ \Phi_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_d & M_{af} & M_{aD} \\ M_{af} & L_{ff} & M_{fD} \\ M_{aD} & M_{fD} & L_{DD} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_d \\ i_f \\ i_D \end{pmatrix} \quad (\text{I.79})$$

$$\begin{pmatrix} \Phi_q \\ \Phi_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_q & M_{aQ} \\ M_{aQ} & L_{QQ} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_q \\ i_Q \end{pmatrix} \quad (\text{I.80})$$

$$\Phi_o = l_o \cdot i_o \quad (\text{I.81})$$

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons établi un modèle mathématique de la machine synchrone à pôles saillants avec amortisseurs dont la complexité a été réduite en utilisant un certain nombre d'hypothèses simplificatrices, le modèle de Park réduit le système d'état électrique de la machine de six à cinq équations et d'éliminer la complexité du modèle vis à vis de la variation des paramètres de la machine en fonction de la position du rotor.

Nous voulons considérer maintenant le comportement de la machine synchrone en petits signaux connectés à un réseau de puissance infini, Le chapitre suivant sera donc consacré à l'étude de la théorie des petits signaux.

Chapitre II : THEORIE DES PETITS SIGNAUX

II-1- Représentation d'état :

Le comportement dynamique d'un système tel qu'un système de puissance peut être décrit par un jeu de « n » équations différentielles non linéaires du premier ordre.

$$\frac{\partial x_i}{\partial t} = f_i(x_1, \dots, x_n, u_{1i}, \dots, u_r, t) \quad \text{pour } i=1, \dots, n \quad (\text{II.1})$$

n : ordre du système

r : nombre de variables d'entrée

f_i : $i^{\text{ème}}$ fonction non linéaire

x_i : $i^{\text{ème}}$ variables d'état

u_j : $j^{\text{ème}}$ variable d'entrée

t : temps

en écrivant cette équation sous forme matricielle :

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad (\text{II.2})$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ \dots \\ u_r \end{bmatrix} \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_1 \\ \dots \\ f_n \end{bmatrix}$$

\mathbf{x} : vecteur d'état

\mathbf{u} : vecteur des variables d'entrée

\mathbf{f} : vecteur de fonctions non linéaires

si $\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t}$ ne dépend pas explicitement du temps, le système est dit autonome. Alors :

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (\text{II.3})$$

De la même manière, les variables de sortie peuvent être exprimées en fonction des variables d'état et des variables d'entrée.

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (\text{II.4})$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_m \end{bmatrix} \quad \mathbf{g} = \begin{bmatrix} g_1 \\ \dots \\ g_m \end{bmatrix}$$

y : vecteur des variables de sortie

y_k : $k^{\text{ième}}$ variables de sortie

g : vecteur de fonctions non linéaire

g_k : $k^{\text{ième}}$ fonction non linéaire

Cette représentation est la représentation exacte du système. Elle peut être utilisée par exemple dans le cas de l'étude de stabilité transitoire, par traitement numérique. Cependant, dans le cas de la stabilité dynamique, les perturbations sont faibles, ce qui permet de linéariser le système.

II-2- Linéarisation du système :

Soit x_0 le vecteur d'état initial et u_0 le vecteur des variables d'entrée correspondant au point d'équilibre. De l'équation (II-3), on en déduit :

$$\frac{\partial x_0}{\partial t} = f(x_0, u_0) = 0 \quad (\text{II.5})$$

Une perturbation dans le système peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$x = x_0 + \Delta x \quad u = u_0 + \Delta u$$

Par conséquent, il est possible d'écrire :

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial x_0}{\partial t} + \frac{\partial \Delta x}{\partial t} = f[(x_0 + \Delta x), (u_0 + \Delta u)] \quad (\text{II.6})$$

Si cette perturbation est sur l'ensemble des variables de faible amplitude, les fonctions non linéaires $f(x,u)$ peuvent s'exprimer sous la forme de séries de Taylor. Si les termes supérieurs au premier ordre sont négligés,

$$\frac{\partial \Delta x_i}{\partial t} = \frac{\partial f_i}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial x_n} \Delta x_n + \frac{\partial f_i}{\partial u_1} \Delta u_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial u_r} \Delta u_r \quad \text{pour } i=1, \dots, n \quad (\text{II.7})$$

De même, on obtient :

$$\Delta y_i = \frac{\partial g_i}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial g_i}{\partial x_n} \Delta x_n + \frac{\partial g_i}{\partial u_1} \Delta u_1 + \dots + \frac{\partial g_i}{\partial u_r} \Delta u_r \quad \text{pour } i=1, \dots, m \quad (\text{II.8})$$

De (II-7) et (II-8), il est possible d'écrire :

$$\frac{\partial x}{\partial t} = A. \Delta x + B. \Delta u \quad (\text{II.9})$$

$$\Delta y = C. \Delta x + D. \Delta u$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial u_r} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial u_r} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial x_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial g_m}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial g_m}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial u_r} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial g_m}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial g_m}{\partial u_r} \end{bmatrix}$$

Δx : vecteur d'état de dimension « n »

Δy : vecteur des variables de sortie de dimension « m »

Δu : vecteur des variables d'entrée de dimension « r »

A : matrice d'état de dimension « n x n »

B : matrice des variables d'entrée de dimension « n x r »

C : matrice des variables de sortie de dimension « m x n »

D : matrice de dimension « m x r » définissant le facteur de dépendance des valeurs d'entrée par apport aux variables de sortie.

Nous obtenons ainsi la représentation d'état linéarisée du système. Il est alors possible de calculer les valeurs propres de la matrice d'état et d'utiliser les propriétés liées à celles-ci.

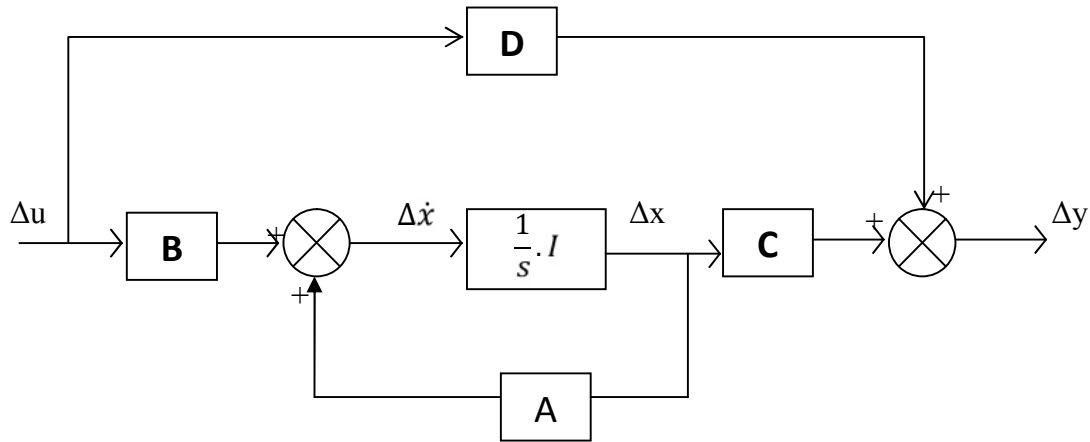
II-3- Analyse des valeurs propres

II-3-1- Valeurs propres de la matrice A :

En utilisant la transformation de Laplace et depuis le système (II-9), il en résulte les équations d'état.

$$\begin{aligned} s \cdot \Delta x(s) - \Delta x(0) &= A \cdot \Delta x(s) + B \cdot \Delta u(s) \\ \Delta y(s) &= C \cdot \Delta x(s) + D \cdot \Delta u(s) \end{aligned} \quad (\text{II-10})$$

Ce système, si $\Delta x(0)=0$, peut se représenter par le schéma bloc ci-dessous :



On en déduit :

$$\Delta x(s) = (s.I - A)^{-1} . [\Delta x(0) + B . \Delta u(s)] \tag{II-11}$$

$$\Delta x(s) = \left| \frac{\text{adj}(s.I-A)}{\det(s.I-A)} \Delta x(0) + B . \Delta u(s) \right| \tag{II-12}$$

De même on obtient :

$$\Delta y(s) = C \left| \frac{\text{adj}(s.I-A)}{\det(s.I-A)} \Delta x(0) + B . \Delta u(s) \right| + D . \Delta u(s) \tag{II-13}$$

Les transformées de Laplace de Δx et Δy ont deux composantes, l'une dépendant des conditions initiales et l'autre des variables d'entrée.

Les pôles de $\Delta x(s)$ et $\Delta y(s)$ sont les racines de l'équation :

$$\det(s.I - A) = 0 \tag{II-14}$$

Les valeurs de « s » satisfaisant cette équation sont les valeurs propres de la matrice A. Ce sont les valeurs du paramètre scalaire λ pour lesquelles il existe une solution non triviale à l'équation caractéristique de la matrice A :

$$A . \Phi = \lambda . \Phi \tag{II-15}$$

Les valeurs propres peuvent être réelles ou complexes. Si les coefficients de la matrice A sont réels (cas des systèmes physiques et donc des réseaux électriques), les valeurs complexes sont conjuguées.

II-3-2- Vecteur propre associé à une valeur propre :

Pour chaque valeur propre λ_i , le vecteur Φ_i satisfaisant l'équation caractéristique de la matrice A est le vecteur propre de droite de A associé à la valeur propre λ_i .

$$A . \Phi_i = \lambda_i . \Phi_i \quad \text{pour } i=1, \dots, n \tag{II-16}$$

$$\Phi_i = \begin{bmatrix} \Phi_{1i} \\ \dots \\ \Phi_{ni} \end{bmatrix}$$

De même, le vecteur Ψ_i satisfait l'équation :

$$\Psi_i \cdot A = \lambda_i \cdot \Psi_i \text{ pour } i=1, \dots, n \quad (\text{II-17})$$

$\Psi_i = [\Psi_{i1} \dots \Psi_{in}]$ est appelé vecteur propre de gauche associé à la valeur propre λ_i .

Les vecteurs propres de gauche et de droite correspondant aux différentes valeurs propres sont orthogonaux :

$$\Psi_j \cdot \Phi_i = 0 \quad \text{si } i \neq j \quad (\text{II-18})$$

Si ces vecteurs sont normalisés :

$$\Psi_j \cdot \Phi_i = 1 \quad (\text{II-19})$$

II-3-3- Matrices modales

Les matrices modales Φ et Ψ sont définies par :

$$\Phi = [\Phi_1 \dots \Phi_n] \quad \Psi = \begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \dots \\ \Psi_n \end{bmatrix}$$

Soit Λ matrice diagonale ($\lambda_1 \dots \dots \lambda_n$) de dimension « n x n » :

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \lambda_n \end{bmatrix}$$

Il est alors possible d'écrire :

$$A \cdot \Phi = \Phi \cdot \Lambda \quad (\text{II-20})$$

$$\Psi \cdot \Phi = 1 \quad \Psi = \Phi^{-1} \quad (\text{II-21})$$

$$\Phi^{-1} \cdot A \cdot \Phi = \Lambda \quad (\text{II-22})$$

La réponse libre du système est donnée par :

$$\frac{\partial \Delta x}{\partial t} = A \cdot \Delta x \quad (\text{II-23})$$

Soit la variable « z » telle que :

$$\Delta x = \Phi \cdot z \quad (\text{II-24})$$

Depuis (II.23) et (II.24), on obtient :

$$\Phi \cdot \frac{\partial z}{\partial t} = A \cdot \Phi \cdot z \quad (\text{II-25})$$

$$\Rightarrow \frac{\partial z}{\partial t} = \Phi^{-1} \Lambda \Phi \cdot z \quad (\text{II-26})$$

Au vu de l'équation (II.22) :

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \Lambda \cdot z \quad (\text{II-27})$$

La matrice Λ étant diagonale, cette équation représente « n » équations du premier ordre non couplées.

$$\frac{\partial z_i}{\partial t} = \lambda_i \cdot z_i \quad \text{pour } i=1, \dots, n \quad (\text{II-28})$$

Ces équations ont pour solution :

$$z_i(t) = z_i(0) \cdot e^{\lambda_i t} \quad (\text{II-29})$$

Or $\Delta x(t) = \Phi \cdot z(t)$, soit :

$$\Delta x(t) = [\Phi_1 \dots \Phi_n] x \begin{vmatrix} z_1(t) \\ \dots \\ z_n(t) \end{vmatrix} \quad (\text{II-30})$$

Donc :

$$\Delta x(t) = \sum_{i=1}^n \Phi_i \cdot z_i(0) \cdot e^{\lambda_i t} \quad (\text{II-31})$$

De plus, $z_i(0) = \Psi_i \cdot \Delta x(0)$. Soit C_i le produit scalaire $\Psi_i \cdot \Delta x(0)$. On a donc :

$$\Delta x_i(t) = \Phi_{i1} \cdot C_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + \dots + \Phi_{in} \cdot C_n \cdot e^{\lambda_n t} \quad (\text{II-32})$$

L'équation précédente donne l'expression de la réponse libre dans le temps suivant les valeurs propres et les vecteurs propres.

Ainsi, la réponse libre est donnée par une combinaison linéaire de « n » modes dynamiques correspondant aux « n » valeurs propres de la matrice d'état. Le produit scalaire $C_1 = \Psi_1 \cdot \Delta x(0)$ représente l'amplitude de l'excitation du $i^{\text{ème}}$ mode.

La caractéristique temporelle d'un mode correspondant à une valeur propre λ_i est donnée par $e^{\lambda_i t}$.

La stabilité du système est déterminée par les valeurs propres comme suit :

- Une valeur propre réelle correspond à un mode non oscillatoire. Une valeur propre réelle négative représente un mode amorti. Une valeur propre réelle

positive représente une instabilité aperiodique. Les valeurs des C_i et des vecteurs propres associés aux valeurs propres réelles sont aussi réelles.

- Les valeurs propres complexes viennent par paires et chaque paire correspond à un mode d'oscillation. Les valeurs des C_i et des vecteurs propres associés sont telles que $x(t)$ soit réelle à tout instant t . Par exemple :

$$(a + j.b).e^{(\sigma-j.\omega).t} + (a - j.b).e^{(\sigma+j.\omega).t} \text{ est de la forme } e^{\sigma.t}. \sin(\omega.t + \theta)$$

La partie réelle de la valeur propre donne l'amortissement. La partie imaginaire donne la pulsation de l'oscillation. Une partie réelle négative représente une oscillation amortie alors qu'une partie réelle positive représente une oscillation d'amplitude croissante et donc une instabilité.

Pour une valeur propre $\lambda = \sigma \pm j.\omega$,

La valeur la fréquence d'oscillation est : $f = \frac{\omega}{2\pi}$

Le taux d'amortissement est $\xi = \frac{-\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + \omega^2}}$

Les valeurs propres de la matrice d'état nous permettent donc d'identifier les différents modes d'oscillation présents dans le réseau.

II-4- Facteur de participation [VE82, HS87, PA89, VI91, KU94]

La matrice de participation P est définie par :

$$P = [P_1 \dots P_n] \text{ avec } P_i = \begin{bmatrix} \Phi_{1i} \cdot \Psi_{i1} \\ \dots \\ \Phi_{ni} \cdot \Psi_{in} \end{bmatrix} \quad (\text{II-33})$$

Φ_{ki} = élément de la $k^{\text{ième}}$ ligne et de la $i^{\text{ème}}$ colonne de la matrice modale Φ .

Ψ_{ik} = élément de la $i^{\text{ème}}$ ligne et de la $k^{\text{ième}}$ colonne de la matrice modale Ψ .

L'élément $P_{ki} = \Phi_{ki} \cdot \Psi_{ik}$ est appelé le facteur de participation. Il permet de mesurer la participation relative de la $k^{\text{ième}}$ variable d'état au $i^{\text{ème}}$ mode d'oscillation et vice-versa.

Les différents facteurs de participation permettent donc d'identifier quelles sont les variables d'état les plus impliquées dans chaque mode d'oscillation. Ils pourront être utilisés pour caractériser les différents modes d'oscillation.

II-5- Commandabilité et observabilité :

Le système a été représenté précédemment par l'équation (II.9).

$$\frac{\partial \Delta x}{\partial t} = A. \Delta x + B. \Delta u$$

$$\Delta y = C. \Delta x + D. \Delta u$$

En utilisant la variable « z » définie par l'équation (II.24), on obtient :

$$\Phi. \frac{\partial z}{\partial t} = A. \Phi. z + B. \Delta u$$

$$\Delta y = C. \Phi. z + D. \Delta u \quad (\text{II-34})$$

Ces équations peuvent être réécrites sous la forme :

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \Lambda. z + B_m. \Delta u$$

$$\Delta y = C_m. z + D. \Delta u \quad (\text{II-35})$$

Avec : $B_m = \Phi^{-1}. B$ et $C_m = C. \Phi$.

La matrice B_m , de dimension « n x r », est appelée matrice de commandabilité. L'élément $B_m(i, j)$ est le facteur de commandabilité du mode λ_i par le signal de sortie y_j . Si la $i^{\text{ème}}$ colonne de la matrice C_m est nulle, le mode correspondant est dit inobservable.

Conclusion :

La théorie des petits signaux nous fournit donc des outils d'étude es phénomènes d'interactions de régulation, les valeurs propres de la matrice d'état, matrice provenant de la représentation linéarisée du système, fournissent un outil d'étude de ces oscillations en termes de fréquences et d'amortissement.

De plus l'utilisation des propriétés liées à ces valeurs propres permettent entre autre de mesurer la participation de des différentes variables d'état à chaque mode d'oscillation.

III- STABILITE DE LA MACHINE SYNCHRONE CONNECTEE A UN RESEAU DE PUISSANCE INFINIE

III-1- Stabilité des réseaux électriques

III-1-1- Définition et classification

La stabilité des systèmes électriques est définie en général par leur capacité de rester dans un état d'équilibre après l'apparition d'une petite perturbation et de revenir dans un état d'équilibre acceptable après l'apparition d'une grande perturbation.

Une perturbation est définie comme une modification brusque ou comme une séquence de modifications brusques d'un ou plusieurs paramètres du système électrique

Une petite perturbation est celle pour laquelle le système d'équation non linéaire qui décrit la dynamique du système peut être linéaire autour du point initial de fonctionnement ; une grande perturbation impose la modélisation des phénomènes dynamiques par un système d'équations non linéaires

La stabilité lors des petites perturbations représente la propriété qu'a le système électrique, de retrouver après l'apparition d'une petite perturbation un régime de fonctionnement identique ou proche du régime permanent antérieur a la perturbation.

La stabilité transitoire du système est assurée si, après l'apparition d'une grande perturbation celle-ci revient dans un régime permanent acceptable de fonctionnement.

En ce qui concerne la signification physique des phénomènes, la stabilité peut être classée en :

Stabilité d'angle rotorique : elle est définie comme étant la possibilité de chaque machine synchrone de garder son synchronisme par rapport aux autres machines , donc que l'angle relatif entre les rotors de deux machines synchrones quelconques ne soit pas modifié d'une manière significative et que l'une des machines, n'effectue pas une rotation de 2π radian (glissement de la position des pôles du rotor) par rapport à une autre machine . Dans l'analyse de la stabilité de l'angle rotorique,

l'équilibre des couples mécaniques et électromagnétiques détermine l'accélération/décélération du rotor de la machine synchrone.

Stabilité de tension : elle est définie comme étant la propriété du système électrique de maintenir un niveau de tension acceptable aux nœuds du réseau et d'éviter l'effondrement de tension, la stabilité/instabilité de tension est déterminée principalement par le bilan des puissances réactives aux nœuds du réseau électrique.

La stabilité à la petite perturbation comprend l'étude de la stabilité locale autour d'un point d'équilibre initial sur la base du système d'équation linéaire.

La variation du couple électromagnétique d'une machine synchrone suite à l'apparition d'une perturbation faible comprend deux composantes.

$$\Delta T_e = K_s \cdot \Delta \delta + K_D \cdot \Delta \omega$$

Où : $K_s \cdot \Delta \delta$ est la composante du couple en phase avec la variation de l'angle rotorique $\Delta \delta$, dénommée aussi couple synchronisant ; K_s est le coefficient de synchronisation.

$K_D \cdot \Delta \omega$ est la composante du couple en phase avec la variation de la vitesse de rotation du rotor $\Delta \omega$, dénommé couple d'amortissement ; K_D est le couple d'amortissement.

La stabilité aux petites perturbations dépend des deux composantes du couple électromagnétique de la machine synchrone. Le manque d'un couple synchronisant suffisant conduit à l'instabilité par accroissement quasi-apériodique de l'angle du rotor (instabilité monotone) ; le manque d'un couple d'amortissement suffisant détermine l'instabilité par des oscillations de l'angle rotorique d'amplitude croissante (instabilité oscillatoire).

Dans les systèmes électriques où les générateurs synchrones sont munis des systèmes modernes de réglage (exemple tension, vitesse), l'instabilité aux faibles perturbations peut apparaître notamment sous forme oscillatoire. En ce sens on distingue les types suivant d'oscillations :

- Modes locaux, associés aux oscillations des machines synchrones d'une centrale électrique par rapport au reste du système électrique (1... 2Hz) ;
- Mode entre zone, associés aux oscillations des machines synchrone d'une zone du système par rapport aux machine d'une autre zone (0,1...1Hz) ;
- Mode de réglage associés aux systèmes de réglage de la tension et de la vitesse des groupes générateurs ou des systèmes de réglage des compensateurs de puissance réactive (15...100Hz) ;
- Mode de torsion associés aux vitesses de rotation aux parties composantes de l'arbre de turbine et du générateur (8...55Hz).

La stabilité transitoire se réfère au retour à un régime permanent où la majorité des machines synchrones fonctionnent en « synchronisme » après que le système électrique ait subit un régime transitoire du à l'apparition d'une grande perturbation (court – circuit, déclenchement d'un groupe générateur, d'un consommateur important ou d'une partie du réseau de transport).

La réponse du système électrique après l'apparition d'une grande perturbation consiste en des variations importantes des grandeurs physiques (les angles des rotors des générateurs, la puissance active produite, les tensions aux nœuds des réseaux) influencées par la caractéristique non linéaire puissance-angle des machines synchrones.

La figure 3.1 présente une vue générale du problème de la stabilité des systèmes électriques en mentionnant les classes et sous-classes de stabilité précédemment décrites.

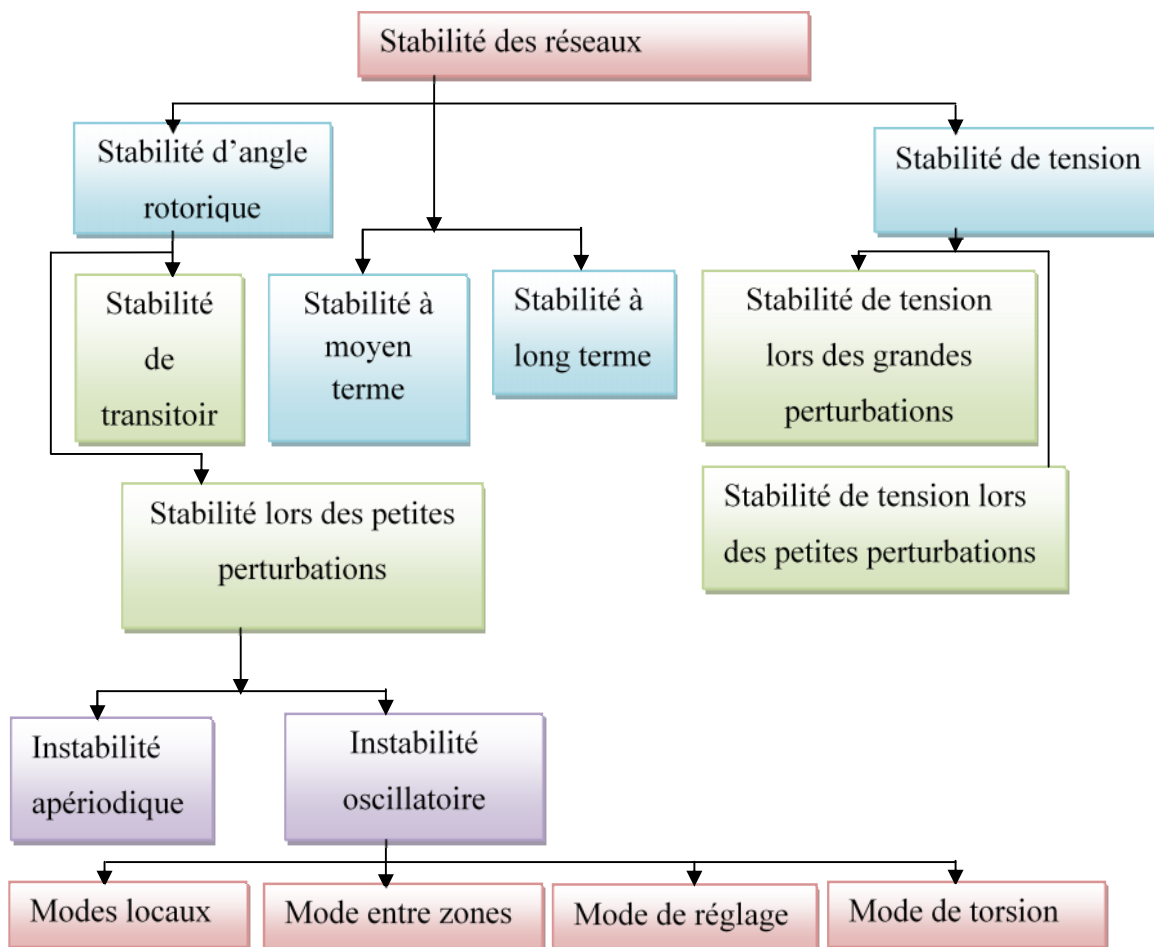


Fig.III.1. Classification de stabilité des réseaux électriques

Typiquement l'analyse de la stabilité transitoire s'effectue sur un intervalle de temps jusqu'à 10s, représentant la stabilité transitoire à court terme. L'extension de l'intervalle de temps entre 10s et quelques minutes représente le domaine de l'étude de la stabilité à moyen terme et entre quelques minutes et dizaines de minutes celui de la stabilité à long terme. La stabilité à moyen terme analyse notamment les oscillations lentes entre les machines synchrones ainsi que les phénomènes associés aux grandes variations de tension et de fréquence.

La stabilité à long terme suppose l'existence d'une fréquence unique dans le système et étudie la réaction des centrales électriques (thermique, hydraulique et nucléaire) lors de l'apparition de certaines modifications importantes dans le bilan de puissance produites et consommées.

III-1-2- Le modèle électromécanique et électromagnétique simplifié de la machine synchrone

Le problème principal dans l'analyse de la stabilité des systèmes électriques consiste dans la détermination des conditions de fonctionnement en synchronisme des machines synchrones. Par conséquent, la modélisation mathématique des régimes dynamiques de la machine synchrone présente une importance fondamentale dans l'étude de la stabilité.

Ce paragraphe présente le modèle électromécanique classique de la machine synchrone.

L'équation du mouvement, ainsi qu'un modèle électromagnétique simplifié qui couvre un domaine large d'analyse préliminaire de la stabilité aux petites perturbations et de la stabilité transitoire.

III-1-2-1-Modèle électromagnétique de la machine synchrone. Equation de mouvement électromécanique.

L'équation « de mouvement » décrit l'accélération / décélération de rotor du générateur synchrone et de la turbine primaire lors de l'apparition d'un déséquilibre entre le couple mécanique et le couple électromagnétique.

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = T_a^a = T_m^a - T_e^a$$

Où : J est le moment d'inertie de la turbine et du générateur [kg.m²]

ω_m -la vitesse angulaire du rotor [radians mécaniques /s]

T_a^a -le couple d'accélération [N.m]

T_m^a - le couple mécanique [N.m]

T_e^a - le couple électromagnétique [N.m]

t - le temps [s]

En définissant la constante d'inertie H comme étant l'énergie cinétique du rotor (en joule = watt. seconde) rapportée à la puissance apparente de base (S_b en VA) :

$$H = \frac{1}{2} \frac{J \omega_{0m}^2}{S_b} [s] \quad (\text{III-16})$$

Où ω_{0m} est la vitesse angulaire nominale du rotor (en radian mécanique /s) et par l'introduction de la relation (3-2) en (3-1) on obtient :

$$\frac{2H}{\omega_{0m}^2} \cdot S_b \cdot \frac{d\omega_m}{dt} = T_m^a - T_e^a$$

Où :

$$2H \frac{d}{dt} \left(\frac{\omega_m}{\omega_{0m}} \right) = \frac{T_m^a - T_e^a}{S_b / \omega_{0m}} \quad (\text{III-17})$$

La partie droite de l'équation (VI -17) représente la différence des couples en u.r. approximativement égale à la différence entre la puissance mécanique et la puissance électromagnétique en u.r:

$$\frac{T_m^a - T_e^a}{S_b / \omega_{0m}} = T_a = T_m - T_e \cong P_m - P_e [p.u]$$

Où : T_m, T_e sont exprimés en unité réduite de couple ;

P_m, P_e en unité réduite de puissance (rapportées à S_b)

Dans la partie gauche de l'équation (III.17) on tient compte du fait que :

$$\frac{\omega_m}{\omega_{0m}} = \frac{\frac{\omega_r}{p}}{\frac{\omega_0}{p}} = \frac{\omega_r}{\omega_0}$$

ω_r : est la vitesse angulaire du rotor en [radian électrique/s] ;

ω_0 : -la vitesse angulaire nominale du rotor [radian électrique/s] ;

p :-le nombre des paires de pôles du générateur synchrone.

Il résulte de (3-3) :

$$2H \frac{d}{dt} \left(\frac{\omega_r}{\omega_{0m}} \right) = C_a = C_m - C_e \cong P_m - P_e \quad \text{(III-18)}$$

Si l'on note : $\omega = \frac{\omega_r - \omega_0}{\omega_0}$ Compte tenu du fait que $\frac{d}{dt} \left(\frac{\omega_r}{\omega_0} \right) = \frac{d\omega}{dt}$,

$$\text{Il résulte : } 2H \cdot \frac{d\omega}{dt} = C_m - C_e \cong P_m - P_e \quad \text{(III-19)}$$

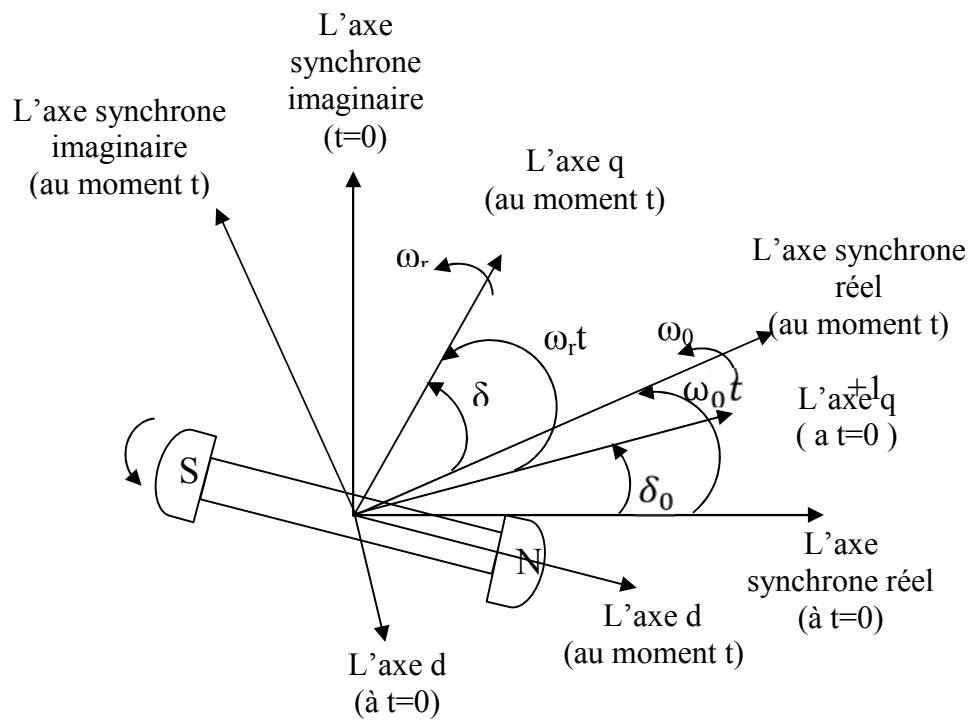


Figure.III.2a :

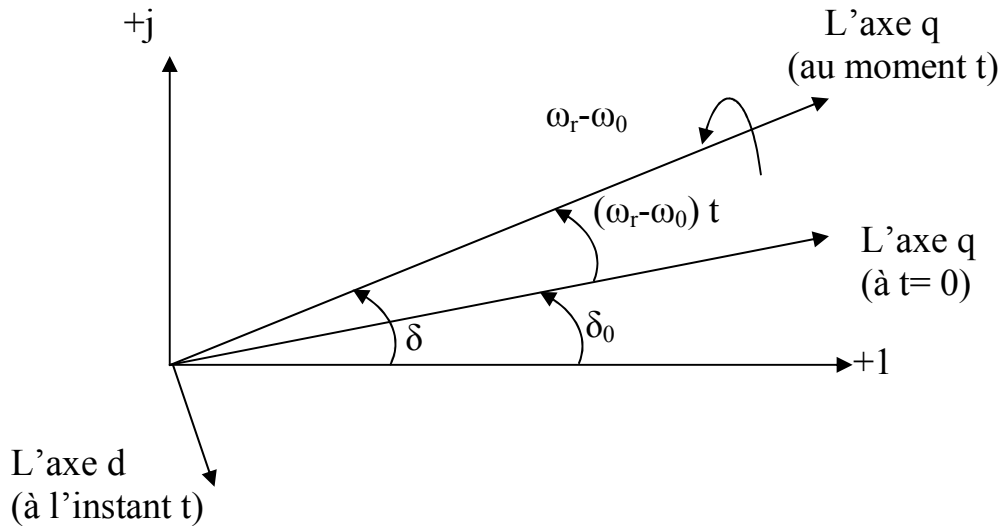


Figure.III.2b. Définition des angles

Observations :

- Le système de référence synchrone tourne à la vitesse angulaire constante ω_0 ; le système (d, q) tourne à la vitesse angulaire ω_r .
- Le système de coordonnées (+1, +j) est fixe ; le système (d, q) tourne à la vitesse angulaire relative $(\omega_r - \omega_0)$.

On note par δ l'angle qui détermine la position du rotor (en radian électrique) par rapport à un système de référence synchrone et δ_0 sa valeur à :

$$t=0. \delta = \omega_r t - \omega_0 t + \delta_0 = (\omega_r - \omega_0)t + \delta_0$$

$$d'où \text{ il en résulte : } \frac{d\delta}{dt} = \omega_r - \omega_0 = \left(\frac{\omega_r - \omega_0}{\omega_0} \right) \omega_0 = \omega_0 \cdot \omega \tag{III-20}$$

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \omega_0 \frac{d\omega}{dt} = \frac{\omega_0}{2H} (C_m - C_e) \tag{III-21}$$

Où :

$$\frac{2H}{\omega_0} \frac{d^2\delta}{dt^2} = (C_m - C_e) \cong P_m - P_e \quad (\text{III-22})$$

D'habitude, l'équation différentielle de mouvement comprend aussi une composante du couple d'amortissement qui s'obtient en ajoutant un terme proportionnel à la variation de vitesse ω respectivement aux équations (III-21) et (III.22).

$$\begin{aligned} \frac{2H}{\omega_0} \frac{d\omega}{dt} + D \cdot \omega &= (C_m - C_e) \cong P_m - P_e \\ \frac{2H}{\omega_0} \frac{d^2\delta}{dt^2} + \frac{D}{\omega_0} \frac{d\delta}{dt} &= (C_m - C_e) \cong P_m - P_e \end{aligned} \quad (\text{III-23})$$

Où : D est un coefficient d'amortissement (u.r)

De l'équation
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\omega_r}{\omega_0} \right) = \frac{1}{2H} C_a ,$$

On peut définir le temps de lancer du groupe noté par M (en s),comme étant l'intervalle de temps où le générateur partant de l'état de repos arrive à la vitesse angulaire nominale si l'on lui applique un couple d'accélération égale à 1u.r ;on obtient :

$$\frac{\omega_r}{\omega_0} = 1 = \int_0^M \frac{1}{2H} \cdot dt = \frac{M}{2H}$$

Donc il en résulte : $M=2H$

Le modèle électromagnétique de la machine synchrone se présente sous la forme des équations différentielles suivantes :

$$\begin{aligned} M \frac{d\omega}{dt} + D\omega &= (C_m - C_e) \cong P_m - P_e \\ \frac{d\delta}{dt} &= \omega_0 \omega \end{aligned} \quad (\text{III-24})$$

$$\text{Et : } \frac{M}{\omega_0} \frac{d^2\delta}{dt^2} + \frac{D}{\omega_0} \frac{d\delta}{dt} = (C_m - C_e) \cong P_m - P_e$$

III-1-2-2- Modèle électromagnétique simplifié de la machine synchrone en régime transitoire :

On présente un modèle simplifié classique de la machine synchrone, ayant au rotor uniquement l'enroulement d'excitation dans l'axe d et un circuit d'amortissement dans l'axe q. On utilise les équations de Park exprimées dans le système de référence (d, q) propre à chaque machine synchrone, avec les hypothèses précisées antérieurement, et en négligeant le phénomène de saturation magnétique des axes d et q.

Equation de Park dans l'axe direct :

Les équations des flux magnétique au stator (Ψ_d) et rotor (Ψ_f)

$$\begin{aligned} \Psi_d &= -L_d \cdot I_d + L_{md} \cdot I_f \\ \Psi_f &= -L_{md} \cdot I_d + L_f \cdot I_f \end{aligned} \quad (\text{III-25})$$

Où : I_d : est la composante dans l'axe d du courant du stator

I_f : courant de l'enroulement d'excitation.

L'équation de la composante V_q de la tension aux bornes de la machine (en négligeant la tension de transformation) :

$$V_q = \omega_0 \cdot \Psi_d - R_a \cdot I_q \cong \omega_0 \cdot \Psi_d \quad (\text{III-26})$$

Où : R_a est la résistance de l'enroulement statorique, négligeable pour les générateurs synchrones de grandes puissances.

L'équation des tensions dans les enroulements d'excitation :

$$V_f = R_f I_f + \frac{d\Psi_f}{dt} \quad (\text{III-27})$$

Où : V_f est la tension appliquée à l'enroulement d'excitation.

R_f est la résistance de l'enroulement d'excitation.

Des équations aux paramètres internes (III.22), (III.23) et (III.24) on obtient des équations équivalentes (III.25), (III.26) et (III.27) aux paramètres externes (qui contiennent des forces électromotrices, des résistances et des constantes de temps) :

$$V_q = -X_d \cdot I_d + E_{Iq}$$

$$V_q = -X'_d \cdot I_d + E'_q$$

$$E_f = -E_{Iq} + T'_{d0} \frac{dE'_q}{dt}$$

Où : $X_d = \omega_0 \cdot L_d$: réactance synchrone longitudinale ;

$X'_d = \omega_0 \cdot L_d = \omega_0(L_d - \frac{L_{md}}{L_f})$: réactance transitoire longitudinale ;

$E_f = \omega_0 \cdot L_{md} \frac{V_f}{R_f}$: f.é.m proportionnelle à la tension
d'excitation

$E_{Iq} = \omega_0 \cdot L_{md} I_f$: f.é.m proportionnelle au courant d'excitation

$E'_q = \omega_0 \frac{L_{md}}{L_f} \Psi_f$: f.e.m transitoire proportionnelle au flux de
l'enroulement d'excitation

$T'_{d0} = \frac{L_f}{R_f}$: constante de temps de l'enroulement
d'excitation

Des relations (III.25, III.26, III.27) par l'élimination des grandeurs E_{Iq} et I_d , on obtient l'équation différentielle (III.28) qui définit la f.é.m transitoire E'_q :

$$T'_d \frac{dE'_q}{dt} + E'_q = \frac{X'_d}{X_d} E_f + \frac{X_d - X'_d}{X_d} V_q \quad (III-28)$$

Où : $T'_d = T'_{d0} \frac{X'_d}{X_d}$

De l'équation différentielle (3.18) il résulte, par l'intégration numérique, la variation de grandeur E'_q en régime transitoire.

Equation de Park dans l'axe en quadrature :

Les équations des flux magnétique du stator Ψ_d et du rotor Ψ_{Iq} :

$$\begin{aligned}\Psi_q &= -L_q \cdot I_q + L_{mq} \cdot I_{Iq} \\ \Psi_{Iq} &= -L_{mq} \cdot I_q + L_{Iq} \cdot I_{Iq}\end{aligned}\tag{III-29}$$

Où : I_q est la composante dans l'axe q du courant du stator ;

: I_{Iq} courant du circuit d'amortissement.

L'équation de la composante V_d de la tension aux bornes :

$$V_d = -\omega_0 \Psi_q - R_a I_d \simeq -\omega_0 \Psi_q$$

L'équation des tensions du circuit d'amortissement :

$$0 = R_{Iq} \cdot I_{Iq} + \frac{d\Psi_{Iq}}{dt} \quad \text{où : } R_{Iq} \text{ est la résistance du circuit d'amortissement}$$

Des équations (3.19) à (3.21) on obtient les équations aux paramètres externes :

$$V_d = X_q \cdot I_q + E_{Id} \tag{III-30}$$

$$V_d = X'_q \cdot I_q + E'_d \tag{III-31}$$

$$0 = E_{Id} + T_{q0} \frac{dE'_d}{dt} \tag{III-32}$$

Où : $X_q = \omega_0 \cdot L_q$ est la réactance synchrone transversale,

$$X'_q = \omega_0 \cdot L'_q = \omega_0 \left(L_q - \frac{L_{mq}^2}{L_{Iq}} \right) \quad \text{: la réactance transitoire transversale}$$

$$E_{Id} = -\omega_0 L_{mq} I_{Iq} \quad \text{: f.e.m proportionnelle au courant } I_{Iq}$$

$$E'_d = -\omega_0 \frac{L_{mq}}{L_{Iq}} \Psi_{1q} \quad \text{: f.e.m transitoire proportionnelle aux flux du circuit d'amortissement ;}$$

$$T_{q0} = \frac{L_{Iq}}{R_{Iq}} \quad \text{: constante de temps de l'enroulement d'amortissement ;}$$

Par l'élimination des grandeurs E_{Iq} et I_q des équations (III-30) à (III-32) on obtient l'équation différentielle qui définit la f.e.m E'_d :

$$T'_q \frac{dE'_d}{dt} + E'_d = \frac{X_q - X'_q}{X_q} V_d \quad (III-33)$$

D'où il résulte par intégration numérique, la variation de la grandeur E'_d en régime transitoire.

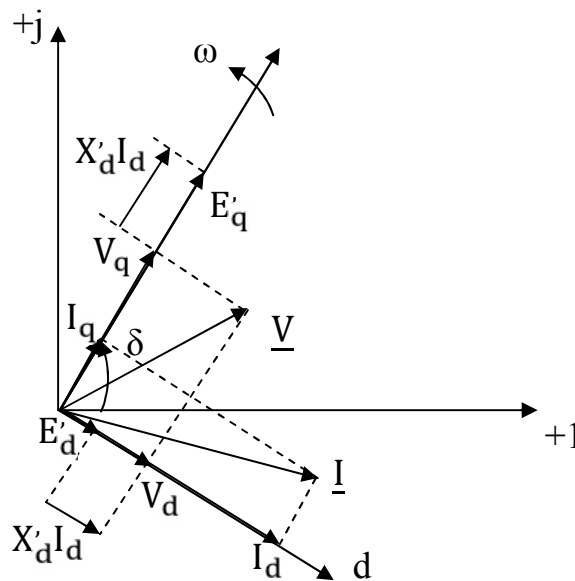


Fig. III.3. Représentation vectorielle des tensions et des courants en régime transitoire.

La représentation complexe des grandeurs correspondantes du modèle simplifié (fig.III.3) fait apparaître le système de coordonnées (d,q) propre à chaque machine synchrone qui tourne à la vitesse ω par rapport à chaque machine synchrone qui tourne à la vitesse ω par rapport au système de coordonnées générale (+1,+j).

Etant donné que :

$$V_d = V_d + jV_q, I_d = I_d + jI_q, \text{ et } I_d = \frac{E'_q - V_q}{X'_d} \text{ et } I_q = \frac{V_d - E'_d}{X'_q}$$

Il résulte l'expression suivante de la puissance active de la machine synchrone :

$$P_e = R_e(\underline{VI})^* = V_d I_d + V_q I_q = \frac{E'_q V_d}{X'_d} - \frac{E'_d V_q}{X'_q} + V_d \cdot V_q \left(\frac{1}{X'_q} - \frac{1}{X'_d} \right) \quad (\text{III-34})$$

Avec l'hypothèse $X'_d = X'_q$ (on néglige l'anisotropie transitoire) du modèle présenté précédemment on obtient :

$$\begin{aligned} \underline{V} &= V_d + jV_q = (E'_d + X'_q I_q) + j(E'_q - X'_d I_d) \\ &= E'_d + jE'_q - jX'_d(I_d + jI_q) - \underline{E}' = jX'_d I \end{aligned} \quad (\text{III-35})$$

Où l'on a noté $\underline{E}' = E'_d + jE'_q$ le vecteur de la f.e.m transitoire derrière la réactance X'_d .

L'utilisation de ce modèle réduit considérablement le volume des calculs nécessaires pour la simulation temporelle du régime transitoire du fait qu'il simplifie le procédé d'interconnexion de la machine synchrone au réseau électrique. On observe que le vecteur \underline{E}' a les composantes E'_d et E'_q qui sont des grandeurs d'état – à variation lente (ne varient pas par à-coups lors de l'apparition de certaines discontinuités dans les réseaux). Par conséquent \underline{E}' est constant en grandeur et position au moment t_+ , le module et son argument ayant les valeurs des instants t .

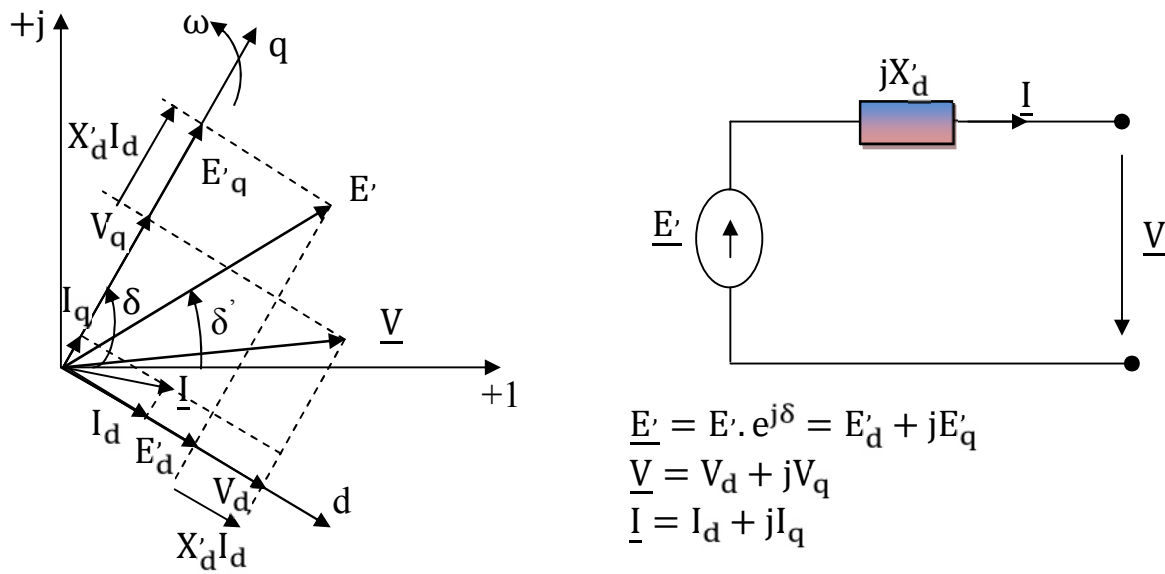
La relation (III.35) écrit pour chaque machine synchrone avec les équations algébriques des tensions aux nœuds qui définissent le régime de fonctionnement du réseau (dans l'hypothèse de la modalisation des consommateurs par admittances constantes) permet le calcul direct du régime transitoire aux instants t_+ .

En connaissant le régime de fonctionnement du système électrique à un moment donné, par intégration numérique des équations différentielles (III-28) et (III.33) où l'on introduit $X'_q = X'_d$, ainsi que les équations de mouvement (III.20) on détermine les valeurs des variables d'état E'_q , E'_d , ω , et δ pour chaque machine synchrone à la fin d'un pas d'intégration ; le calcul est poursuivi par la détermination d'un nouveau régime du système électrique suivi du parcours d'un nouveau pas d'intégration etc.

La puissance active d'une machine synchrone a, dans ces conditions

($X'_q = X'_d$), l'expression plus simple : $P_e = \frac{E'_q V_d - E'_d V_q}{X'_d}$

La figure III.4 présente le diagramme vectoriel de tension et des courants dans l'hypothèse $X'_d = X'_q$ et le modèle transitoire correspondant à la machine synchrone.



$$\underline{E}' = E' \cdot e^{j\delta} = E'_d + jE'_q$$

$$\underline{V} = V_d + jV_q$$

$$\underline{I} = I_d + jI_q$$

Fig.III.4. Représentation vectoriel et le modèle transitoire de la machine synchrone dans l'hypothèse $X'_d = X'_q$

En générale les calculs de stabilité transitoire sont conduits sur une durée de quelques secondes, intervalle dans lequel on décide de la stabilité ou de l'instabilité du système lors de la première oscillation. Si dans cet intervalle de temps on peut considérer que le flux magnétique Ψ_f et Ψ_{1q} du rotor sont approximativement constants et égaux à ceux du moment antérieur à la perturbation, il résulte une autre hypothèse simplificatrice qui conduit au modèle classique de la machine synchrone pour les calculs de stabilité transitoire.

Dans ce cas les composantes E'_q et E'_d du vecteur \underline{E}' sont constantes sur la courte durée de temps considérée dans les calculs par rapport au système de référence (d,q) propre à chaque machine synchrone ; il en résulte que le vecteur \underline{E}' a une valeur

constante et une orientation constante dans le système de référence (d,q) qui tourne à la vitesse ω . Quand la vitesse du rotor se modifie, l'angle δ' du vecteur \underline{E}' par rapport au système de référence générale (+1,+j) peut être utilisé au lieu de l'angle δ comme mesure de modification de la position du rotor.

Il en ressort que le modèle classique de la machine synchrone pour l'analyse de la stabilité transitoire à court terme est formé des équations différentielles électromécaniques mise sous la forme :

$$\begin{aligned} M \frac{d\omega}{dt} + D\omega &= P_m - P_e \\ \frac{d\delta}{dt} &= \omega - \omega_0 \end{aligned} \quad (\text{III-38})$$

et de l'équation vectoriel $\underline{E}' = E' \cdot e^{j\delta} = V + jX'_d \cdot \underline{I}$, où le module E' est constant sur toute la durée du régime transitoire.

La puissance active de la machine synchrone a l'expression suivante du modèle classique :

$$P_e = \frac{E' \cdot V}{X'_d} \sin \delta$$

Un autre modèle simplifié de la machine synchrone prend en considération l'existence dans le rotor uniquement de l'enroulement d'excitation (on ne tient pas compte de présence des circuits d'amortissement) ; le modèle est utilisé dans l'analyse dynamique de la stabilité lors des petites perturbations. Le modèle est formé de l'équation différentielle (III.28) qui définit la f.e.m transitoire E'_q , des équations de mouvement (III.20) qui définissent les variable ω et δ ainsi que les équations algébriques (III.39) :

Une forme particulière de ce modèle considéré $E'_q = \text{constante}$ dans des régimes à petites perturbations.

III-2-Etude de la Stabilité aux petites perturbations du générateur synchrone connectée à un réseau de puissance infinie

Ce paragraphe analyse la stabilité du régime de fonctionnement d'un schéma type simple formé d'un générateur synchrone connecté par une réactance externe à un réseau de puissance infini, lors de l'apparition d'une petite perturbation (fig.III.5.b). L'examen de ce cas simple permet de mettre en évidence les concepts de base de la stabilité de la machine synchrone compte tenu des effets de réglage automatique de la tension.

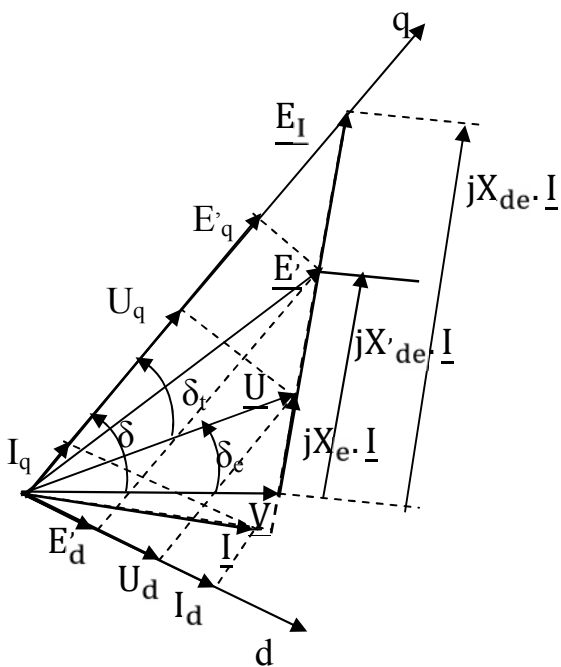


Fig.III.5.a

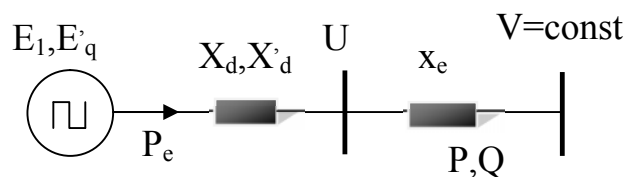


Fig.III.5.b

Fig.III.5. Diagramme vectoriel (figure (a)) et schéma de calcul du cas d'un générateur synchrone connecté à un réseau de puissance infini (figure (b)).

L'analyse de la stabilité aux petites perturbations est faite dans les hypothèses suivantes :

On ne prend pas en considération les effets des circuits d'amortissement du rotor, Le générateur synchrone est considéré à pôles lisses c'est-à-dire avec l'égalité $X_q=X_d$;

Le système d'excitation a comme grandeur d'entrée la tension aux bornes du générateur et il est modélisé par une fonction de transfert simple ;

On étudie aussi l'influence sur l'amortissement des oscillations d'un stabilisateur de tension (power système stabiliser-PSS) introduit dans le système d'excitation.

Il en résulte les relations suivantes de calcul conformément au diagramme vectoriel :

$$I_d = \frac{U_q - V \cdot \cos\delta}{X_e} = \frac{E'_q - V \cdot \cos\delta}{X'_{de}} = \frac{E_I - V \cdot \cos\delta}{X_{de}}$$

$$I_q = \frac{V \cdot \sin\delta - U_d}{X_e} = \frac{V \cdot \sin\delta}{X_{de}}$$

Où : $U_d = V \cdot \sin\delta - X_e I_q$; $0 = V \cdot \sin\delta - X_{de} I_q$

$$U_q = V \cdot \cos\delta + X_e I_d$$
 ; $E'_q = V \cdot \cos\delta + X'_{de} I_d$

$$E_t = V \cdot \cos\delta + X_{de} I_d$$

Et : $P_e = P = R_e(\underline{V} \underline{I}^*) = V \cdot (\sin\delta s) \cdot I_d + V \cdot (\cos\delta) \cdot I_q$

D'où il résulte : $P_e = \frac{E'_q V}{X'_{de}} \sin\delta + \frac{V^2}{2} \left(\frac{1}{X_{de}} - \frac{1}{X'_{de}} \right) \sin 2\delta$ (III-40)

En régime de petites perturbations les équations de mouvement (III-20) sont linéarisées sous la forme :

$$M \frac{d\Delta\omega}{dt} + D \cdot \Delta\omega = \Delta P_m - \Delta P_e$$

$$\frac{d\Delta\omega}{dt} + \omega_0 \cdot \Delta\omega$$
 (III-41)

Dans le système d'équations linéaires (III.23), ΔP_e s'exprime en fonction des variations des grandeurs E'_q et δ en utilisant la relation (III.40).

Il résulte : $\Delta P_e = K_1 \cdot \Delta\delta + K_2 \cdot \Delta E'_q$ (III-42)

Où les constantes K_1 et K_2 sont :

$$K_1 = \left(\frac{\partial P_e}{\partial \delta} \right)_{E'_q = \text{const}} = \frac{E'_q V}{X'_{de}} \cos\delta + \frac{V^2}{2} \left(\frac{1}{X_{de}} - \frac{1}{X'_{de}} \right) \cos 2\delta$$

$$K_2 = \left(\frac{\partial P_e}{\partial E'_q} \right)_{\delta = \text{const}} = \frac{V}{X'_{de}} \sin\delta$$

De la relation (3.18) écrite sous la forme :

$$T_d \frac{dE'_q}{dt} + E'_q = \frac{X'_{de}}{X_{de}} \left(E_f + \frac{X_{de} - X'_{de}}{X'_{de}} V \cos\delta \right)$$

On obtient par linéarisation :

$$T'_d \frac{d\Delta E'_q}{dt} + \Delta E'_q = K_3 (\Delta E_f - K_4 \Delta\delta)$$
 (III-43)

Où : $K_3 = \frac{X'_{de}}{X_{de}}$; $T'_d = T_{d0} K_3$; $K_4 = \frac{X_{de} - X'_{de}}{X'_{de}} V \sin\delta$

Le système d'excitation du générateur modifie automatiquement la f.e.m. E_f lors de la variation de la tension U aux bornes du générateur ; on considère l'équation différentielle suivante décrivant cette fonction:

$$T_e \frac{dE_f}{dt} + E_f = K_e (U_0 - U)$$

Où : U_0 : la tension de consigne ;

U : la tension aux bornes du générateur ;

K_e, T_e : Le gain statique, respectivement la constante de temps du système d'excitation (qui inclut le générateur automatique de tension).

En régime de petites perturbations par linéarisation, on obtient :

$$T_e \frac{d\Delta E_f}{dt} + \Delta E_f = K_e (\Delta U_0 - \Delta U)$$
 (III-44)

De la relation $U^2 = U_d^2 + U_q^2$ on obtient par linéarisation :

$$\Delta U = \frac{U_d}{U} \Delta U_d + \frac{U_q}{U} \Delta U_q$$

Où les variations des composantes de la tension aux bornes dans les axes d, q, sont données par les relations :

$$\Delta U_d = \frac{X_{de} - X_e}{X_{de}} V(\cos\delta) \Delta\delta$$

$$\Delta U_q = \frac{X_e}{X'_{de}} \Delta E'_q - \frac{X'_{de} - X_e}{X'_{de}} V(\sin\delta) \Delta\delta$$

Des derniers trois relations on obtient : $\Delta U = K_5 \Delta\delta + K_6 E'_q$

$$\text{Où : } K_5 = \left(\frac{\partial U}{\partial \delta} \right)_{E'_q = \text{const}} = \frac{U_d}{U} \frac{X_{de} - X_e}{X_{de}} V \cdot \cos\delta - \frac{U_q}{U} \frac{X'_{de} - X_e}{X'_{de}} V \sin\delta$$

$$K_6 = \left(\frac{\partial P_e}{\partial E'_q} \right)_{\delta = \text{const}} = \frac{U_q}{U} \frac{X_e}{X'_{de}}$$

L'équation différentielle (3.34) devient :

$$T_e \frac{d\Delta E_f}{dt} + \Delta E_f = K_e [\Delta U_0 - (K_5 \Delta\delta + K_6 \Delta E'_q)] \quad (\text{III-45})$$

Les équations opérationnelles correspondantes aux équations différentielles (3.31), (3.33) et (3.35) qui définissent les variables d'état sont les suivantes :

$$(Mp + D)\Delta\omega = \Delta P_m - K_1 \Delta\delta - K_2 \Delta E'_q$$

$$p\Delta\delta = \omega_0 \Delta\omega$$

$$(T'_d p + 1)\Delta E'_q = K_3 (\Delta E_f - K_4 \Delta\delta) \quad (\text{III-46})$$

$$(T_e s + 1)\Delta E_f = K_e (\Delta U_0 - K_5 \Delta\delta - K_6 \Delta E'_q) ; \quad \text{où } p \text{ est l'opérateur } \frac{d}{dt}$$

A ces équations correspondent le schéma bloc de la figure III.6

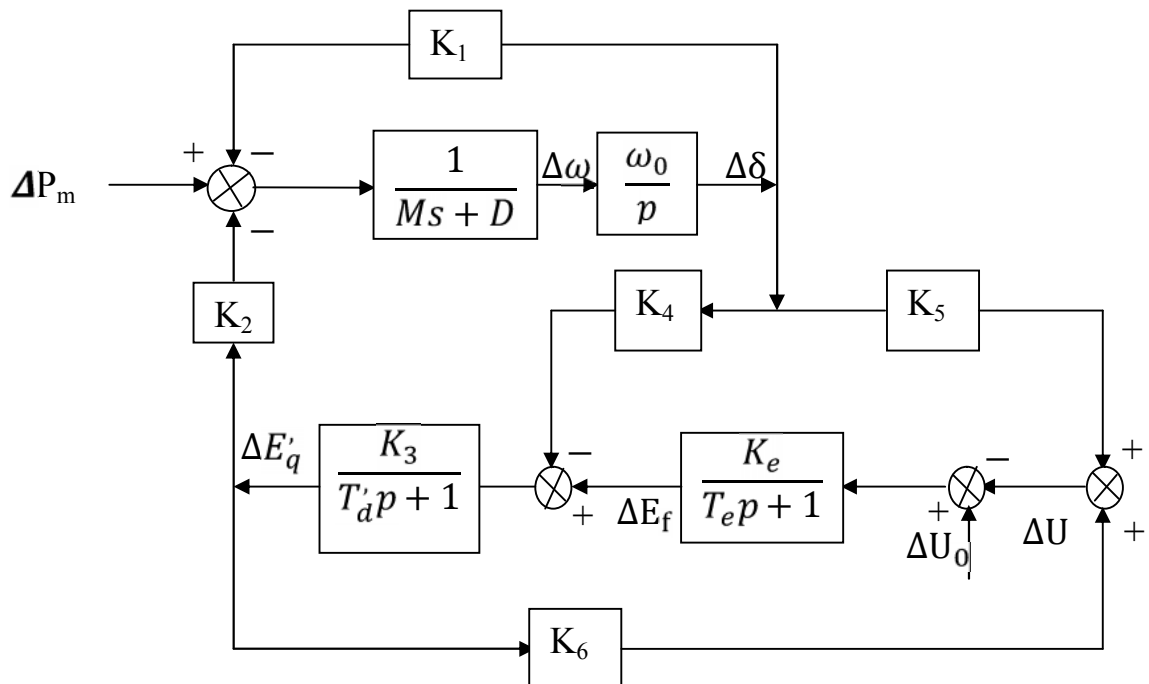


Fig.III.6. Schéma bloc correspondant au régime sous petites perturbation d'un générateur synchrone connecté à un réseau de puissance infini

On examine par la suite quelques cas particuliers.

a. Cas $E'_q = \text{constante}$

Si l'on considère qu'après une faible perturbation, le flux résultant de l'enroulement d'excitation est constant ($E'_q = \text{const.}$) il résulte des équations antérieures :

$$M \frac{d\Delta\omega}{dt} + D\omega = \Delta P_m - K_1 \cdot \Delta\delta$$

$$\frac{d\Delta\delta}{dt} + \omega_0 \cdot \Delta\omega$$

A ce système de deux équations différentielles correspond le schéma bloc de la figure III.7.

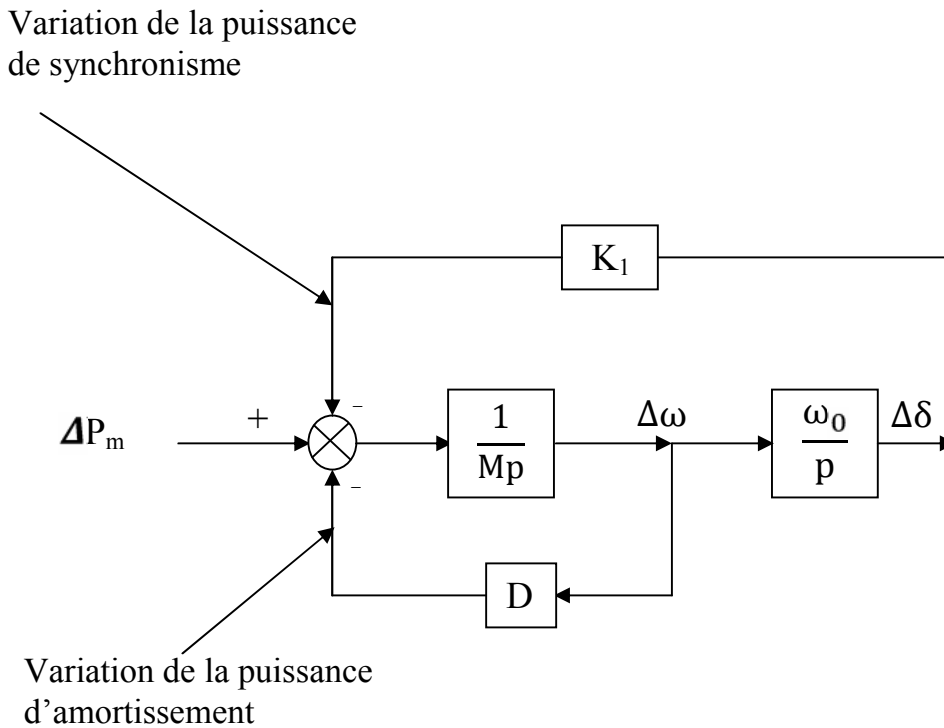


Fig.III.7. Schéma bloc correspond au fonctionnement du générateur synchrone à $E'_q = \text{constante}$.

Dans l'hypothèse où $P_{mec} = \text{constante}$, on obtient l'équation suivante :

$$[\dot{\Delta x}] = [A] \cdot [\Delta x] \quad [A] = \begin{vmatrix} -\frac{D}{M} & -\frac{K_1}{M} \\ \omega_0 & 0 \end{vmatrix}$$

L'équation caractéristique correspondante est :

$$\det(A - \lambda \cdot I) = \begin{vmatrix} -\frac{D}{M} - \lambda & -\frac{K_1}{M} \\ \omega_0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + \frac{D}{M} \lambda + \frac{K_1}{M} \omega_0 = 0$$

En l'absence de l'amortissement ($D = 0$), l'équation caractéristique a les racines (valeurs propres) imaginaires si $K_1 > 0$:

$$\lambda_{1,2} = \pm j \sqrt{\frac{K_1 \omega_0}{M}} \equiv j \omega_n \quad \text{Où : } \omega_n \text{ est la pulsation naturelle}$$

En présence d'amortissement ($D \neq 0$), en général, l'équation caractéristique a les valeurs propres complexes conjuguées :

$$\lambda_{1,2} = \frac{D}{2M} \pm j \sqrt{\frac{K_1 \omega_0}{M} + \left(\frac{D}{2M}\right)^2} \equiv \sigma \pm j\omega$$

Dans ce cas on peut être exprimée sous la forme générale (ou standard) :

$$\xi = -\frac{\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + \omega^2}} = \frac{D}{2} \cdot \frac{1}{K_1 \omega_0 / M}$$

L'équation caractéristique peut être exprimée sous la forme générale (ou standard) :

$$\lambda^2 - (\lambda_1 + \lambda_2)\lambda + \lambda_1 \lambda_2 = \lambda^2 + 2\xi\omega_n \lambda + \omega_n^2 = 0$$

Avec les valeurs propres : $\lambda_{1,2} = -\xi\omega_n \pm j\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$

Où : $\omega = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$ représente la pulsation amortie.

b.cas $E_f = \text{constante}$

Ce cas correspond au fonctionnement de la machine synchrone à tension d'excitation constante (sans réglage automatique de tension).

La variation de la puissance produite par le générateur a l'expression suivante :

$$\Delta P_e = K_1 \Delta \delta + K_2 \Delta E'_q$$

Et l'équation opérationnelle qui définit la grandeur $\Delta E'_q$ devient :

$$(T'_d s + 1) \Delta E'_q = -K_3 K_4 \cdot \Delta \delta$$

Donc il en résulte :

$$\Delta P_e = \left(K_1 - \frac{K_2 K_3 K_4}{1 + s T'_d} \right) \cdot \Delta \delta$$

La contribution de la variation $\Delta E'_q$ dans les composantes des puissances de synchronisation et d'amortissement dépend de la fréquence d'oscillation.

- Lors des fréquences très basses $S = j\omega \rightarrow 0$, il en résulte une baisse du coefficient de synchronisation qui devient :

$$K = K_1 - K_2 K_3 K_4$$

En effectuant les calculs nécessaires on obtient : E_1

$$K = \left(\frac{\partial P_e}{\partial \delta} \right) E_1 = \text{cte} = \frac{E_1 V}{X_{de}} \cos \delta$$

Avec la signification :

K : est le coefficient de synchronisation calculé dans l'hypothèse $E_1 = \text{constante}$ (f.e.m derrière la réactance X_{de}), la condition $K > 0$ correspond au critère $\delta < 90^\circ$ (la stabilité naturelle du générateur).

Lors des fréquences d'oscillations beaucoup plus grandes que $\frac{1}{T'_d}$ il résulte :

$$\Delta P_e \simeq - \frac{K_2 K_3 K_4}{j\omega T'_d} \Delta \delta = j \frac{K_2 K_3 K_4}{\omega T'_d} \Delta \delta.$$

Cette composante de la puissance est déphasée à 90° avant $\Delta \delta$ donc en phase avec $\Delta \omega$, il résulte une composante positive de la puissance d'amortissement à une fréquence typique d'oscillation de 1 Hz l'effet cumulé de la considération de l'équation de l'enroulement d'excitation du générateur (en négligeant le réglage automatique de tension) est :

La réduction coefficient de synchronisme depuis K_1 à K et l'accroissement du coefficient d'amortissement, au cas où K devient négatif l'instabilité a un caractère quasi-apériodique.

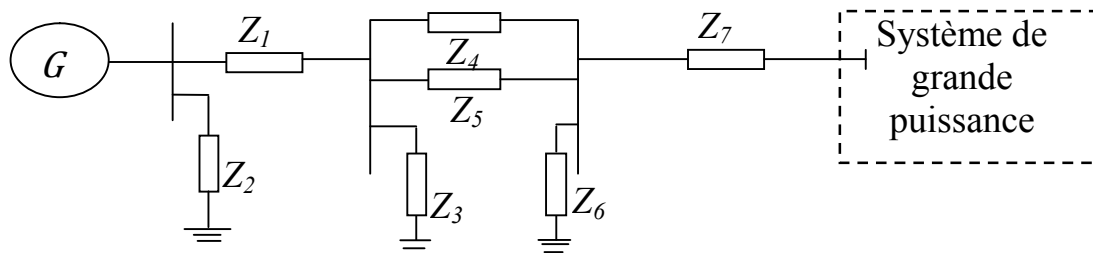
III-3- Exemple de calcul de la stabilité en petits signaux d'une machine synchrone connectée à un réseau de puissance infinie

Introduction :

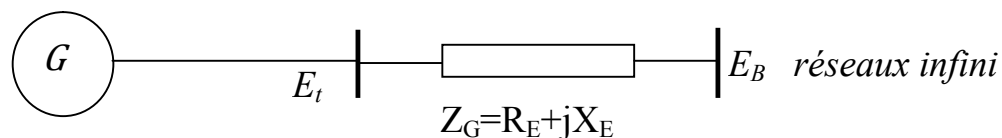
Nous étudions les performances en petits signaux d'une machine synchrone connectée à un système de grande puissance à travers des lignes de transmission.

L'analyse des systèmes ayant des configurations simples est entièrement utile dans la compréhension des effets et des concepts de base.

Une configuration du système est montrée dans la figure III-8-a



a- configuration générale.



b- système équivalent.

Figure III-8

Pour l'analyse de système, doit être réduit à la forme de la figure III-8-b en utilisant l'équivalence de thevenin du réseau de transmission entre la machine et au réseau adjacent.

En raison de la dimension relative de système auquel la machine est connectée, la dynamique associée à la machine ne causera aucun changement dans la tension et la fréquence de la f.e.m de thevenin E_B .

Une telle source de tension constante et de fréquence constante est assimilée à un réseau infini.

Pour toute condition donnée du système, la grandeur de la tension du réseau infinie E_B reste constante quand la machine est perturbée. Cependant quand les conditions du système en régime permanent changent, la grandeur de E_B doit changer, représentant un changement des conditions de fonctionnement du réseau externe.

Dans ce qui suit, nous analysons, la stabilité en petit signaux du système de la figure 1-b avec une machine synchrone représentée par des modèles à débit variable. Nous commençons avec un modèle classique et graduellement on ajoute le détail du modèle en tenant compte des effets de dynamique du circuit du champ, du système d'excitation et les amortisseurs.

Dans chaque cas, nous développerons les expressions, pour les éléments des matrices d'états comme fonction explicite des paramètres du réseau.

Cela aide à rendre claire les effets de divers facteurs avec la machine synchrone sur la stabilité du système.

En plus de la représentation dans l'espace d'état et de l'analyse module, nous utilisons la représentation en schéma synoptique (block de pour l'analyse des caractéristiques de la stabilité du système.

Générateur-réseau représentés par le modèle classique :

Avec le générateur représenté par le modèle classique et toutes les résistances négligées, la représentation du système est montrée sur la figure III.9

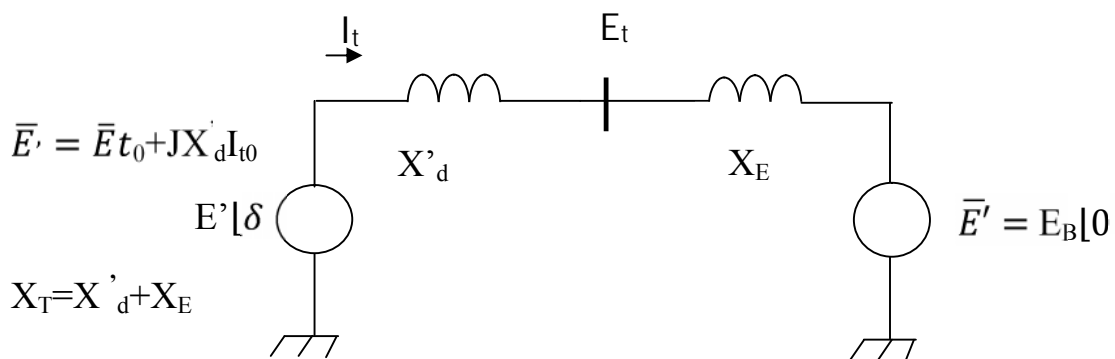


Figure.III-9 : Générateur-réseau « Modèle classique »

E' est la tension derrière X'_d , sa grandeur est supposée rester constante pour des valeurs de pré-perturbation.

δ : angle avec lequel E' avance sur la tension du réseau infini E_B .

Comme le rotor oscille durant une pulsation, δ change

Avec E' comme référence de phase

$$\bar{I}_t = \frac{E' |0 - E_B| - \delta}{jX_T} = \frac{E' - E_B(\cos\delta - j\sin\delta)}{jX_T}$$

(III.46)

La puissance complexe derrière X'_d est donnée par :

$$\begin{aligned} \hat{S} &= \hat{P} + j\hat{Q} = \bar{E} \cdot I_t^* \\ \hat{S} &= \frac{\acute{E}E_B \sin\delta}{X_T} + j \frac{E'(E - E_B \cos\delta)}{X_T} \end{aligned} \quad (III.47)$$

En négligeant la résistance du stator, la puissance active de la machine synchrone est égale à la puissance terminale.

En unité réduite (p.u), le couple est égal à la puissance active.

D'où : $T_e = P = \frac{\acute{E} E_B}{X_T} \sin \delta$ (III.48)

En linéarisant autour de la condition initiale de fonctionnement représenté par $\delta = \delta_0$ on aura :

$$\Delta T_e = \frac{\partial T_e}{\partial \delta} \Delta \delta = \frac{\acute{E} E_B}{X_T} \cos \delta_0 (\Delta \delta) \quad (III.49)$$

Les équations de mouvement en p.u

$$p \Delta \omega_r = \frac{1}{2H} (T_m - T_e - K_D \cdot \Delta \omega_r) \quad (III.50)$$

$$p \delta = \omega_0 \cdot \Delta \omega_r \quad (III.51)$$

Où : $\Delta\omega_r$: variation de la vitesse en p.u

δ : angle du rotor en radian électrique

ω_0 : vitesse du rotor en rad/s

$p = \frac{d}{dt}$: opérateur différentiel avec t en seconde.

En linéarisant l'équation : $[p \Delta\omega_r = \frac{1}{2H} (T_M - T_e - K_D \Delta\omega_r)]$

Et en lui substituant ΔT_e donné par l'équation ($\Delta T_e = \frac{\partial T_e}{\partial \delta} \Delta\delta = \frac{\dot{E}E_B}{X_T} \cos\delta_0 \Delta\delta$)

On obtient : $p \Delta\omega_r = \frac{1}{2H} [\Delta T_M - K_S \Delta\delta - K_D \Delta\omega_r]$ (III.52)

Où : $K_S = \frac{\dot{E}E_B}{X_T} \cos\delta_0$: coefficient du couple synchronisant (III.53)

Coefficient du couple synchronisant

En linéarisant l'équation (III.51) , on trouve :

$p \Delta\delta = \omega_0 \Delta\omega_r$ (III.54)

En écrivant l'équation (III.52) et l'équation (III.54) sous la forme matricielle on obtient :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta\omega_r \\ \Delta\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-K_D}{2H} & \frac{-K_S}{2H} \\ \omega_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega_r \\ \Delta\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2H} \\ 0 \end{bmatrix} \Delta T_M \quad (III.55)$$

L'équation (III.55) est de la forme $X = AX + BU$.

Les éléments de la matrice d'état A sont dépendants des paramètres du système : K_D , H, X_T et les conditions initiales de fonctionnement représentées par les valeurs de \dot{E} et δ_0

La représentation par un schéma fonctionnel montré par la figure 3 peut être utilisé pour décrire les performances du système en petit signaux .

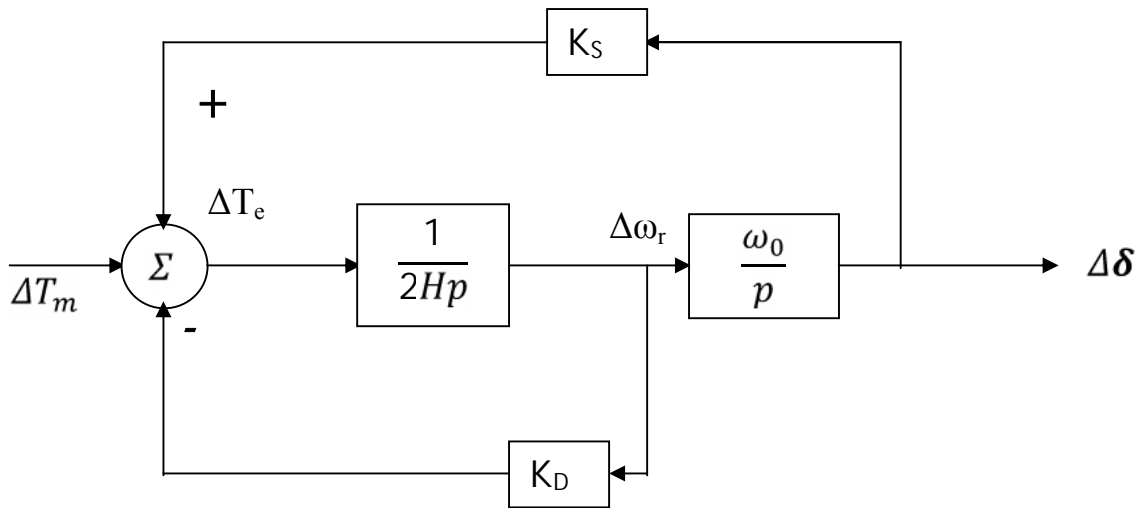


Figure.III-10 : Schéma fonctionnel d'une machine reliée à un réseau infini avec un modèle classique du générateur.

Dans le schéma fonctionnel de la figure 3 nous avons :

$$\Delta\delta = \frac{\omega_0}{p} \left[\frac{1}{2Hp} (-K_S\Delta\delta - K_D\Delta\omega_r + \Delta T_M) \right] = \frac{\omega_0}{p} \left[\frac{1}{2Hp} (-K_S\Delta\delta - K_D p \frac{\Delta\delta}{\omega_0} + \Delta T_M) \right] \quad (\text{III.56})$$

En réarrangeant l'équation (III.56) on trouve :

$$p^2(\Delta\delta) + \frac{K_D}{2H} p \Delta\delta + \frac{K_S}{2H} \omega_0(\Delta\delta) = \frac{\omega_0}{2H} \Delta T_M.$$

Par conséquent l'équation caractéristique est donnée par :

$$p^2 + \frac{K_D}{2H} p + \frac{K_S \omega_0}{2H} = 0 \quad (\text{III.57})$$

Cette équation est de la forme générale :

$$p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2 = 0$$

Par conséquent la pulsation naturelle non amortie est donnée par :

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_S \omega_0}{2H}} \text{ rad/s} \quad (\text{III.58})$$

K_S : Coefficient de synchronisation.

K_D : Coefficient d'amortissement ou coefficient du couple d'amortissement en p.u

$\Delta\omega_r$ = variation de la vitesse en p.u $\Delta\omega_r = \frac{\omega_r - \omega_0}{\omega_0}$.

$\Delta\delta$ = variation de l'angle du rotor en rad/s

p : opérateur de Laplace (P)

ω_0 = vitesse angulaire nominale du rotor en rad/s $= 2\pi f_0 = 377$ rad/s pour un système à 60hz.

$\omega_0 = 314$ rad/s pour un système à 50 Hz

Et le coefficient d'amortissement est :

$$\xi = \frac{1}{2} \frac{K_D}{2H\omega_n} \quad (\text{III.59})$$

$$\xi = \frac{1}{2} \frac{K_D}{\sqrt{K_S} 2H\omega_0} \quad (\text{III.60})$$

Quand le coefficient du couple synchronisant K_S augmente, la pulsation naturelle augmente et le coefficient d'amortissement diminue.

Une augmentation du coefficient du couple d'amortissement K_D augmente le facteur d'amortissement alors que une augmentation de la constante d'inertie décroît aussi bien ω_r que ξ

III-3-1-Exemple :

Un système représenté par une station de production d'énergie électrique consistant en 4 unités de 555MVA, 24kV ,60Hz est montré sur la figure suivante :

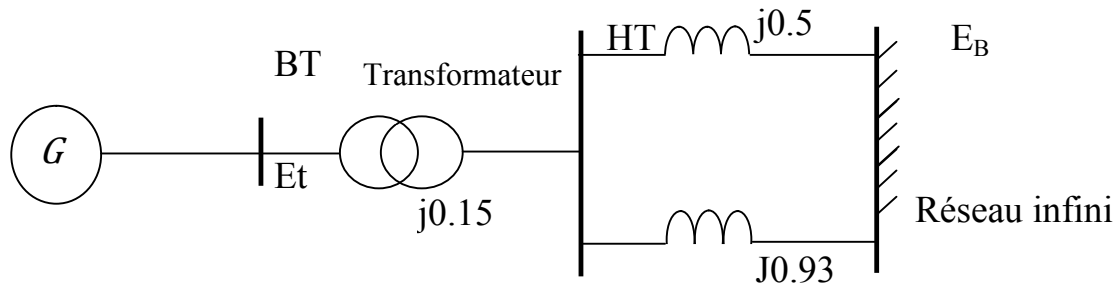


Figure III.11. Schéma équivalent d'une centrale de production d'énergie

Les réactances de la figure.III.11 sont en unité réduite p.u sur la base de 2220MVA ; 24kV.

Les résistances sont supposées négligeables.

L'objectif de ce système est l'analyse des caractéristiques de la stabilité en petits signaux du système autour de la condition de fonctionnement en régime permanent à la suite de la perte du circuit 2.

$$P=0.9 \quad Q=0.3 \text{ (sur excitée)} \quad E_t=1.0[86^0] ; E_B= 0.995[0^0]$$

Les générateurs sont modélisés comme générateurs équivalents représentés par le modèle classique avec les paramètres suivant exprimés en p.u sur 2220MVA ; 24kV comme base.

$$X_d = 0.3 \quad H = 3.5MW.S/MVA.$$

Le modèle du circuit qui représente le système dans les conditions de fonctionnement après défaut avec tous les paramètres en p.u sur la base de 2220MVA ,24Kv est le suivant :

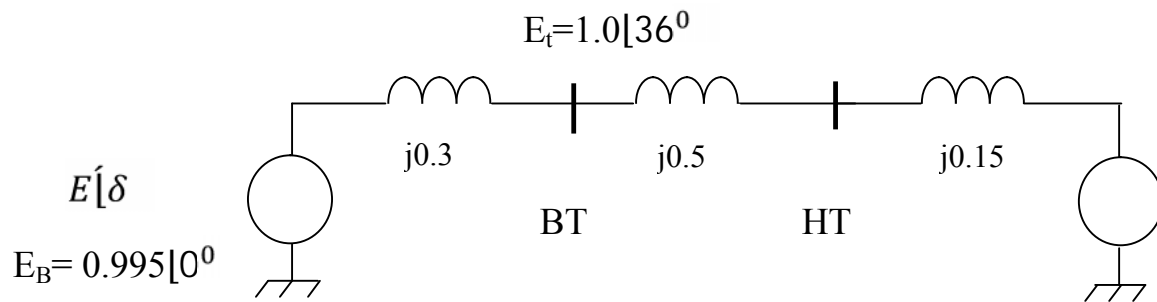


Figure III-12 : Le modèle du circuit après défaut.

Avec E_t comme référence, le courant du stator du générateur est donnée par :

$$\bar{I}_t = \frac{(P+jQ)^*}{\bar{I}_t^*} = \frac{0.9-j0.3}{1.0} = 0.9 - j0.3 \text{ (p.u)}$$

La tension derrière la réactance transitoire est :

$$\bar{E} = \bar{E}_t + jX_d' \bar{I}_t^* = 1.0 + j0.3(0.9 - j0.3) = 1.09 + j0.27$$

$$\bar{E} = 1.123 \angle 13.92^\circ \text{ (p.u)}$$

L'angle avec lequel \bar{E} avance E_B est $\delta_0 = 13.92 + 36 = 49.92^\circ$

La réactance totale du système est :

$$X_T = 0.3 + 0.15 + 0.5 = 0.95 \text{ (p.u).}$$

Le coefficient du couple synchronisant correspondant est donné par l'équation :

$$K_S = \frac{\bar{E} E_B}{X_T} \cos \delta_0 = \frac{1.123 \cdot 0.995}{0.95} \cos 49.92^\circ$$

$$K_S = 0.757 \text{ p.u couple/rad.}$$

Les équations linéarisés du système sont :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta \dot{\omega r} \\ \Delta \dot{\delta} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{K_D}{2H} & -\frac{KS}{2H} \\ \omega_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \omega r \\ \Delta \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{1}{2H} \Delta T_M \\ &= \begin{bmatrix} -0.143K_D & -0.108 \\ 377.0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \omega r \\ \Delta \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.143 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta T_M \end{aligned}$$

Les valeurs propres de la matrice d'état sont données par :

$$\begin{vmatrix} -0.143K_D - \lambda & -0.108 \\ 377.0 & -\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad \text{Ou} \quad \lambda^2 + 0.143K_D\lambda + 40.79 = 0$$

Ceci est de la forme : $\lambda^2 + 2\xi\omega_n + \omega_n^2 = 0$

Avec $\omega_n = \sqrt{40.79} = 6.387 \text{ rad/s} = 1.0165\text{Hz}$

$$\xi = \frac{0.143K_D}{2.6387} = 0.0112.K_D$$

Les valeurs propres sont :

$$\lambda_1 = \lambda_2 = -\xi\omega_n \pm \sqrt{1 - \xi^2}$$

Le tableau suivant donne :

- Les valeurs propres.
- La fréquence amortie de l'oscillation en Hz.
- Le rapport coefficient d'amortissement.
- La fréquence naturelle non amortie.

Pour chaque valeur du coefficient d'amortissement K_D (en p.u) avec :

$$K_D = 0, K_D = -10.0 ; K_D = 10.0$$

K_D	0	+10	-10
Valeur propre λ	$0 \pm j6.39$	$-0.714 \pm j6.35$	$0.714 \pm j6.36$
Fréquence amortie w_d	1.0165 Hz	1.0101 Hz	1.0101 Hz
Fréquence d'amortissement ξ	0	0.112	-0.112
Fréquence naturelle non amortie	1.0165Hz	1.0165Hz	1.0165Hz

Pour $K_D = 10.0$, cherchons les valeurs propres de droite et de gauche et la matrice de participation.

Les valeurs propres de droite sont données par : $(A - \lambda I) \Phi = 0$

Pour notre système, avec $K_D = 10$, les équations ci-dessus deviennent :

$$\begin{vmatrix} -1.43 - \lambda_i & -0.108 \\ 337.0 & -\lambda_i \end{vmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{1i} \\ \Phi_{2i} \end{bmatrix} = 0$$

Pour $\lambda = -0.714 + j6.35$ les équations correspondantes sont :

$$\begin{cases} (0.714 + j6.35) \Psi_{11} + 0.108 \Phi_{21} = 0 \\ 337.0 \Psi_{11} + (0.714 - j6.35) \Phi_{21} = 0 \end{cases}$$

Les équations ci-dessus ne sont pas linéairement indépendantes.

L'un des vecteurs propres correspondant à une valeur propre doit être choisi arbitrairement.

Par conséquent, soit :

$$\Psi_{21} = 1.0 \text{ alors : } \Psi_{11} = -0.0019 + j0.0168$$

De la même manière, les vecteurs propre correspondants à

$$\lambda_2 = -0.714 - j6.35$$

Sont :

$$\Psi_{22} = 1.0 \Rightarrow \Psi_{12} = -0.0019 - j0.0168$$

La matrice modale du vecteur propre de droite est :

$$\Phi = \begin{bmatrix} -0.0019 + j0.0168 & -0.0019 - j0.0168 \\ 1.0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

Les valeurs propres de gauches normalisées sont tels que $\Psi_i \Phi_i = 1.0$ et sont donnés par :

$$\Psi = \Phi^{-1} = \frac{adj}{|\Phi|}$$

$$\Psi = \frac{\begin{bmatrix} 1.0 & -1 \\ 0.0019 + j0.0168 & -0.0019 + j0.0168 \end{bmatrix}}{(0.0019 + j0.0168 + 0.0019 + j0.0168)}$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} -j29.76 & 0.5 - j0.056 \\ j29.76 & 0.5 - j0.056 \end{bmatrix}$$

Matrice de participation est :

$$P = \begin{bmatrix} \Phi_{11} \Psi_{11} & \Phi_{12} \Psi_{21} \\ \Phi_{21} \Psi_{12} & \Phi_{22} \Psi_{22} \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0.5 + j0.056 & 0.5 - j0.056 \\ 0.5 - j0.056 & 0.5 + j0.056 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0.503[6.4^0] & 0.503[-6.4^0] \\ 0.503[-6.4^0] & 0.503[6.4^0] \end{bmatrix}$$

La rampe temporelle est donnée par :

$$\begin{bmatrix} \Delta \omega_r(t) \\ \Delta \delta(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} \\ \Psi_{21} & \Psi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 e^{\lambda_1 t} \\ C_2 e^{\lambda_2 t} \end{bmatrix}$$

Avec $\Delta\delta = 5^\circ = 0.0873 \text{ rad}$ et $\Delta\omega_r = 0$ à $t = 0$, nous avons donc :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega_r(0) \\ \Delta\delta(0) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -j29.76 & 0.5 - j0.056 & 0 \\ j29.76 & 0.5 - j0.056 & 0.0873 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0.0436 - j0.0049 \\ 0.0436 + j0.0049 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

La réponse temporelle de la variation de la vitesse est :

$$\begin{aligned} \Delta\omega_r(t) &= \Phi_{11}C_1e^{\lambda_1 t} + \Phi_{12}C_2e^{\lambda_2 t} \\ &= (-0.0019 + j0.0168)(0.0436 - j0.0049)e^{(-0.714 + j6.35)t} \\ &\quad + (-0.0019 - j0.0168)(0.0436 + j0.0049)e^{(-0.714 - j6.35)t} \\ \Delta\omega_r(t) &= -0.0015e^{-0.714t} \sin(6.35t) \text{ p.u.} \end{aligned}$$

La figure suivante montre l'allure de $\Delta\omega_r$ en fonction du temps

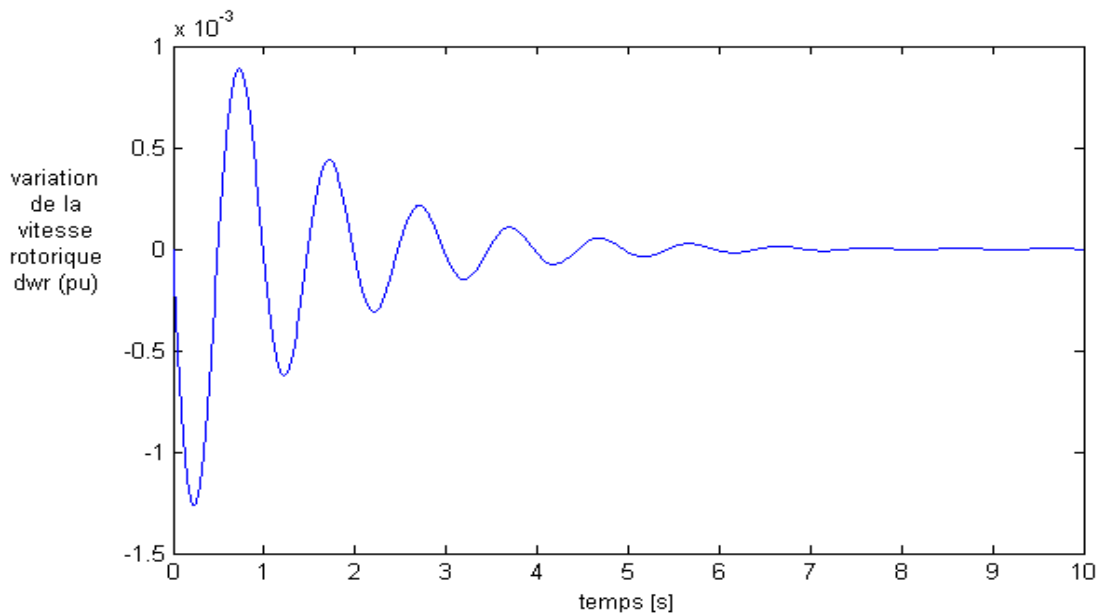


Figure .III.13 : Réponse temporelle de $\Delta\omega_r$ en fonction du temps.

De la même manière, la réponse temporelle de la variation de l'angle du rotor est :

$$\Delta\delta(t) = 0.088e^{-0.714t} \cos(6.35t - 0.112) \text{ rad.}$$

Ceci est système de second ordre avec le modèle oscillatoire de la réponse ayant une fréquence amortie de 6.35 rad/s ou 1.0101Hz.

La figure suivante montre la réponse temporelle de $\Delta\delta$ en fonction de temps.

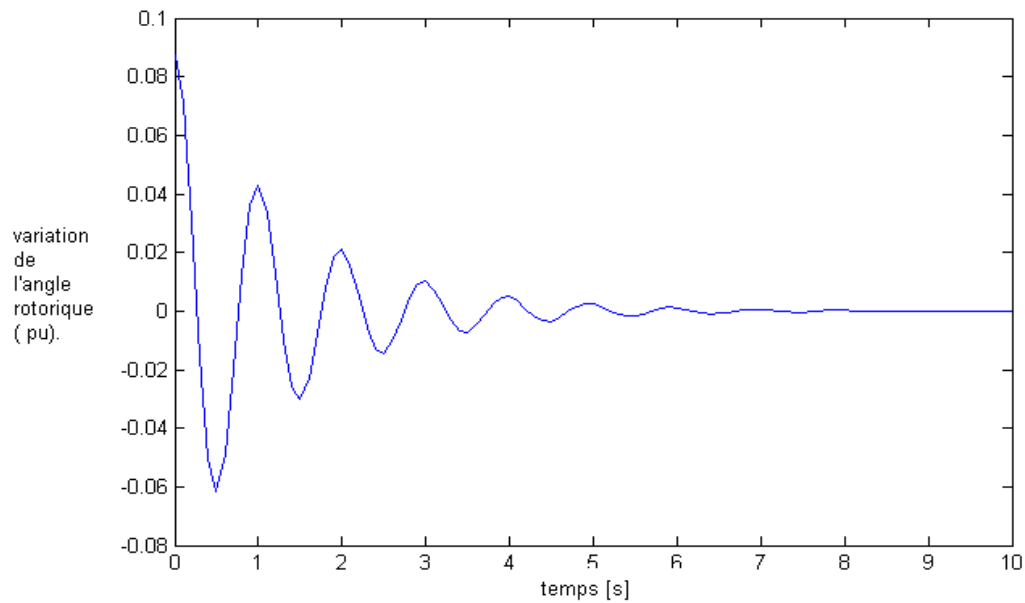


Figure .III.14 : réponse temporelle de $\Delta\delta$ en fonction du temps.

VI- Etude par simulation de la machine synchrone dans les deux modes : Générateur et moteur

VI-1-Introduction :

La machine synchrone étant une machine réversible, nous voulons mettre en évidence le fonctionnement en mode générateur et en mode moteur pour voir les caractéristiques inhérentes aux deux types de fonctionnement

IV-2- Exemple 1 : Fonctionnement de la Machine Synchrone en mode générateur :

VI-2-1- Description du système de puissance :

Notre système consiste à étudier un système de puissance en forme d'une machine synchrone représentée par le schéma block simplifié donné par la figure IV-7 alimentant un réseau de puissance infinie.

La machine synchrone est utilisée comme générateur.

Les paramètres de notre système sont :

Resistance interne du générateur	$R=1,9845 \Omega$ (0,2 pu)
Réactance interne du générateur	$X=19,845 \Omega$ (0,2 pu)
L'inductance	$L=0,0526$ H
Le moment d'inertie	$J=168,870$ kg.m ²
Constante d'inertie	$H=3$ S
Fréquences	$f=60$ Hz = 377 rad /S
Nombre de paire de pole	$p=2$
Vitesse synchrone	$\omega_s = \frac{2\pi f}{2} = 188,5$ rad/s = 1800 tr/mn

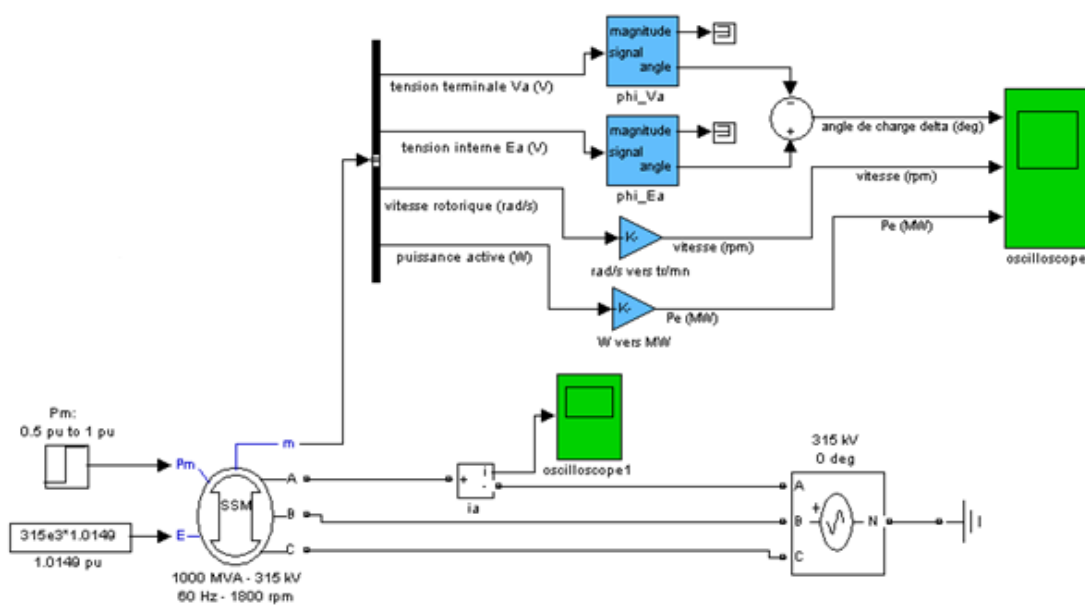
Objectif de la simulation :

Nous voulons par cette simulation mettre en évidence les performances d'une machine synchrone et visualiser ses différents paramètres dans deux régimes distincts

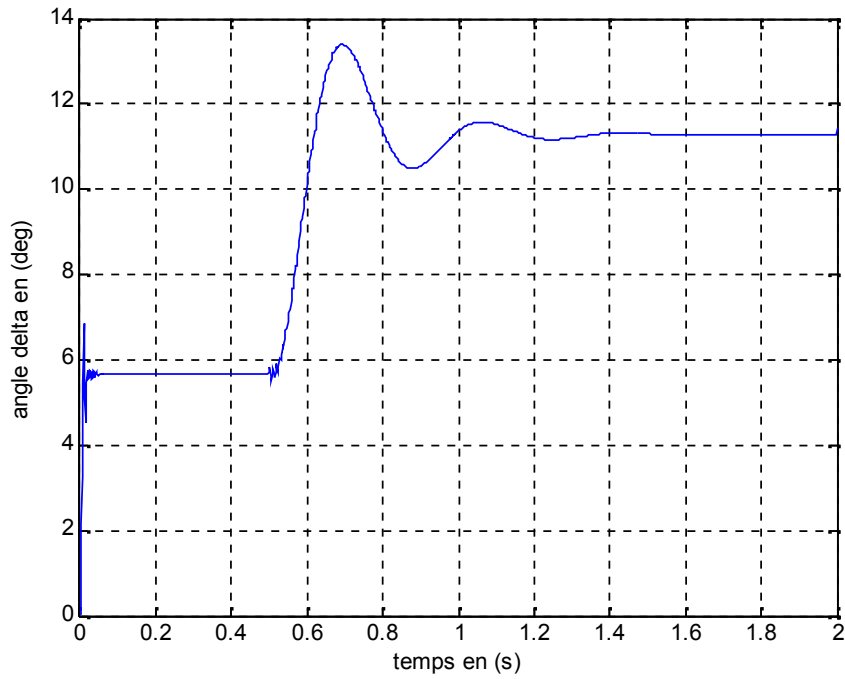
- un régime transitoire crée en variant la puissance mécanique donc le couple d'entraînement

- un régime permanent après disparition du régime transitoire

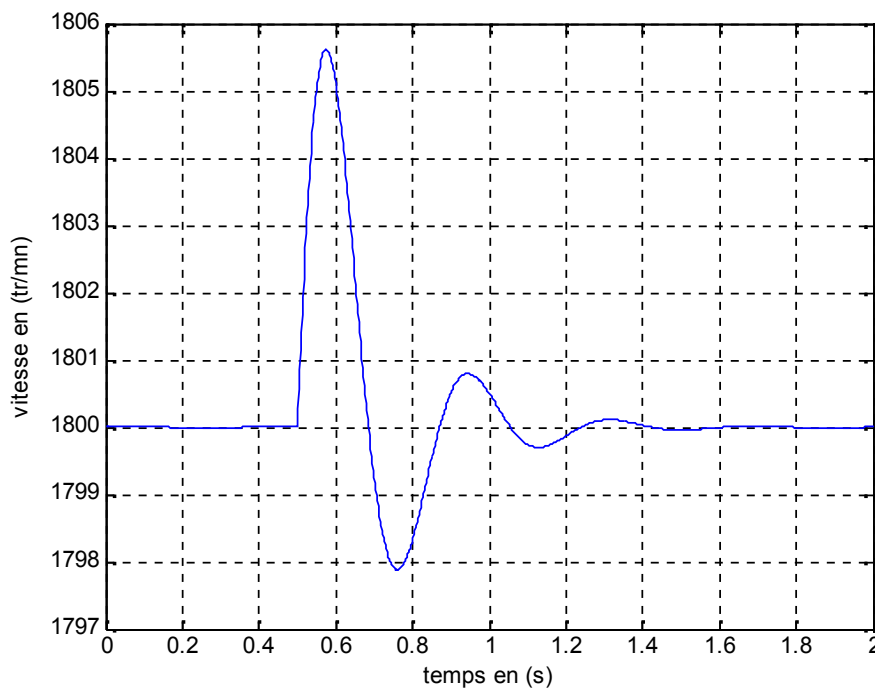
Schéma du système :



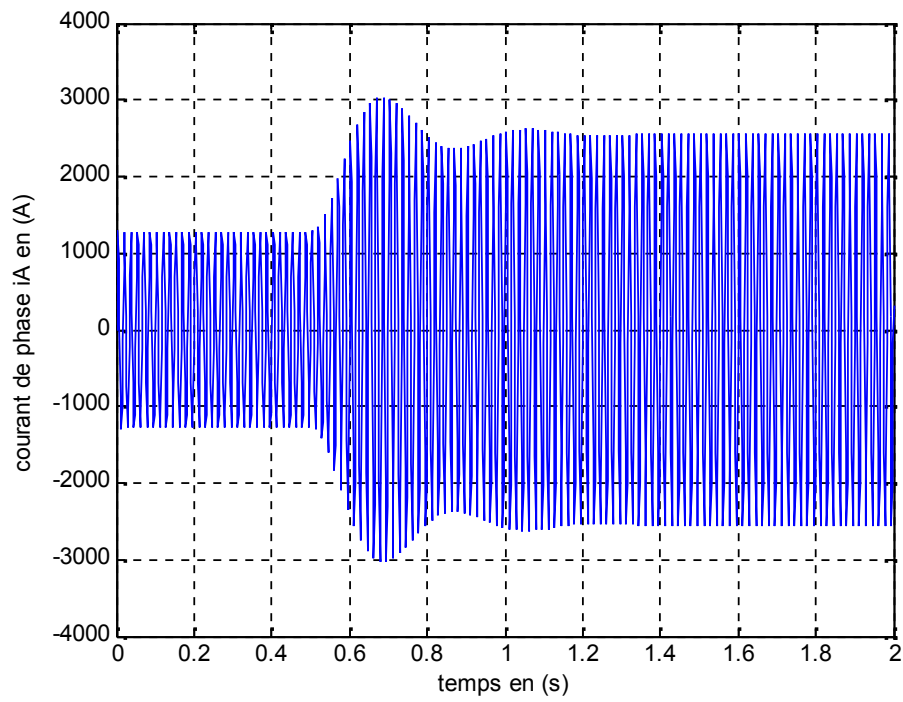
III-3-b-6-Résultats de simulation :



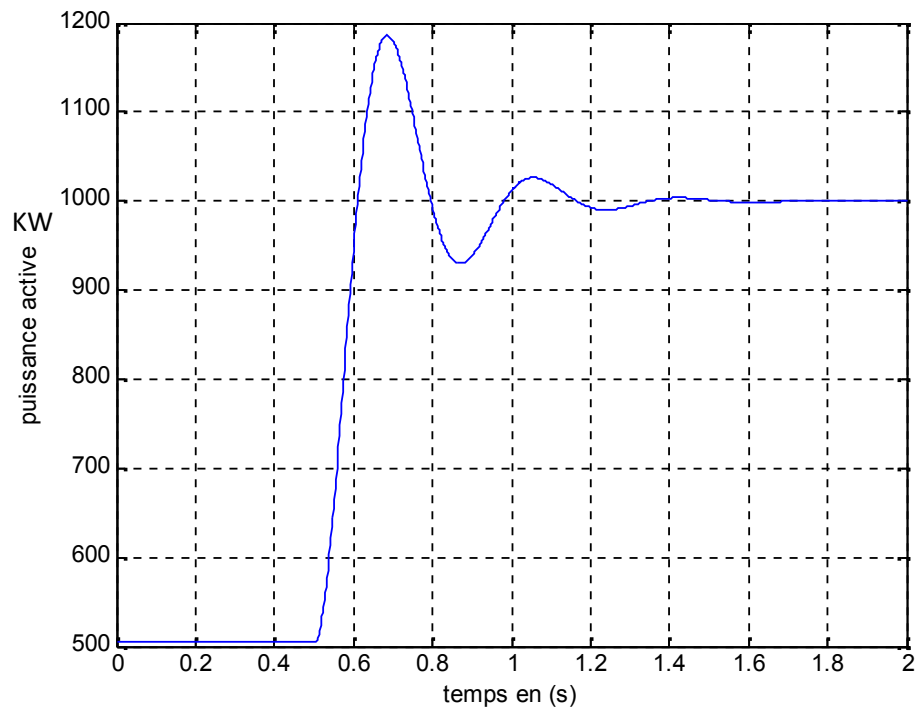
Courbe de l'angle δ en fonction du temps



Courbe de la vitesse en fonction du temps



Courbe de courant de phase en fonction du temps



Courbe de la puissance active en fonction du temps

Interprétation :

La simulation a été réalisée après avoir procédé à une répartition de charge pour déterminer les valeurs des différents paramètres en régime permanent

- La f.e.m $E=319,690$ v (1,0149 pu)

- La puissance maximale délivrée est $P_{max} = \frac{V_t E}{X} = \frac{1.1,0149}{0,2}$

$$P_{max} = 5,0745 \text{ pu}$$

Le facteur d'amortissement est ajusté pour obtenir le coefficient d'amortissement $\xi=0,3$

$$\text{Avec } K_d = 4 \cdot \xi \sqrt{\frac{\omega_s H \cdot P_{max}}{2}} = 64,3$$

Cette simulation est réalisée en variant la puissance mécanique de 0,5 pu à 1 pu (505 MW à 1000 MW) (en considérant 5 MW comme pertes résistives)

Donc à $t=0,5$ s on augmente soudainement cette puissance à 1000 MW

Pour une puissance initiales $P_e = 500$ MW (0,5 pu) l'angle $\delta_1 = 5,65^\circ$ qui correspondent à sa valeur calculée

$$P = \frac{V_t \cdot E \sin \delta}{X} = \frac{1.1,0149 \sin(5,65^\circ)}{0,2} = 0,5 \text{ pu}$$

Comme la puissance mécanique est varié de 0,5 pu à 1 pu l'angle δ augmente sous d'oscillations décroissantes (coefficient d'amortissement $\xi=0,3$) avant de se stabiliser à sa nouvelle valeur $\delta_2=11,3^\circ$

La fréquence des oscillations est donnée par :

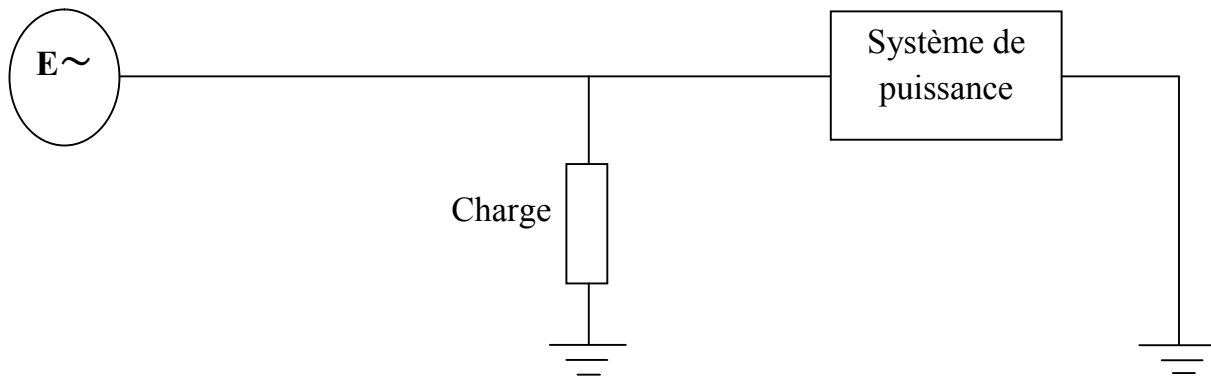
$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\omega_s P_{max}}{2H}} = 2,84 \text{ Hz}$$

Conclusion :

Nous remarquons que les paramètres de la machine synchrone ont réagit aux variations de la puissance mécanique et se stabilisent au bout d'environ 0,7 s.

IV-3- Exemple 2 : fonctionnement de la machine synchrone en mode moteur**IV-3-1- Description du système :**

Le système est constitué d'une machine synchrone alimentant une charge et reliée à un réseau de puissance infinie.

**VI-2-a-Paramètres du système utilisés :**

Les paramètres utilisés par indices définis comme suit :

d, q : quantité dans les axes d et q .

R_s : quantité relative au rotor et au stator.

l, m : quantité relative aux inductance de fuite et inductance magnétisante.

f, k : quantité aux champs et aux amortisseurs

IV-3-3- Schéma équivalent de la machine synchrone dans les axes d et q

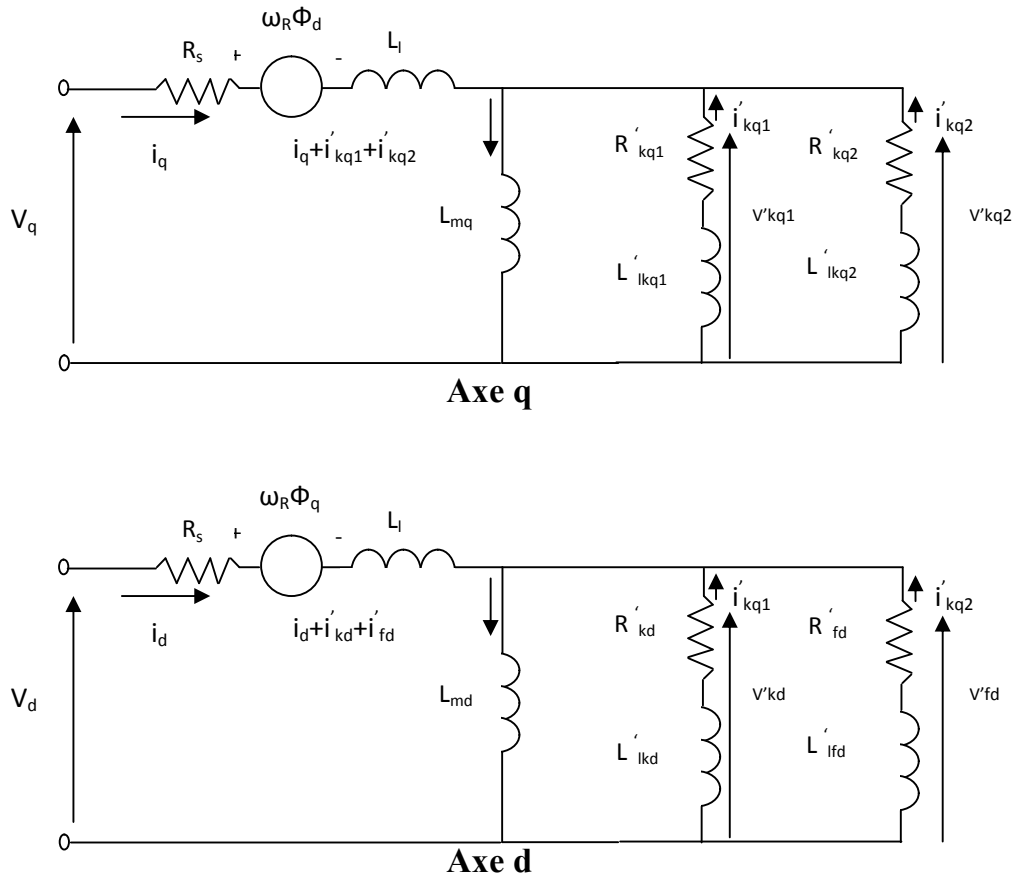


Figure. V.1 : Schéma équivalent de la machine synchrone dans les deux axes (d et q).

Avec les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
 V_d &= R_s i_d + \frac{d}{dt} \varphi_d - \omega_R \varphi_q & \varphi_d &= L_d i_d + L_{md} (i'_{fd} + i'_{kd}) \\
 V_q &= R_s i_q + \frac{d}{dt} \varphi_q + \omega_R \varphi_d & \varphi_q &= L_q i_q + L_{mq} i'_{kq} \\
 V'_{fd} &= R'_{fd} i'_{fd} + \frac{d}{dt} \varphi'_{fd} & \varphi'_{fd} &= L'_{fd} i'_{fd} + L_{md} (i_d + i'_{kd}) \\
 V'_{kd} &= R'_{kd} i'_{kd} + \frac{d}{dt} \varphi'_{kd} & \varphi'_{kd} &= L'_{kd} i'_{kd} + L_{md} (i_d + i'_{fd}) \\
 V'_{kq1} &= R'_{kq1} i'_{kq1} + \frac{d}{dt} \varphi'_{kq1} & \varphi'_{kq1} &= L'_{kq1} i'_{kq1} + L_{mq} i_q \\
 V'_{kq2} &= R'_{kq2} i'_{kq2} + \frac{d}{dt} \varphi'_{kq2} & \varphi'_{kq2} &= L'_{kq2} i'_{kq2} + L_{mq} i_q
 \end{aligned}$$

IV-4- Données du systèmeParamètres électriques :Puissance apparente : $S = 111,9 \text{ kVA}$ Tension entre phase : $U = 440\sqrt{3} \text{ V}$ Fréquence : $f = 60\text{Hz}$ Paramètres mécaniques :Coefficient d'inertie : $J = 24,9 \text{ (kg.m}^2\text{)}$ Facteur de frottement : $F = 0 \text{ (N.m.s)}$ Nombre de paires de pôles : $P = 2$ Vitesse : $\omega = 1800 \text{ tr/m}$ Stator :

$$R_s = 0,26 \Omega$$

$$L_i = 1,14 \cdot 10^{-3} \text{H}$$

$$L_{md} = 13,7 \cdot 10^{-3} \text{H}$$

$$L_{mq} = 11 \cdot 10^{-3} \text{H}$$

Champ :

$$R_{f'} = 0,13 \Omega$$

$$L_{lfd'} = 2,1 \cdot 10^{-3} \text{H}$$

Amortisseurs :

$$R_{kd'} = 0,0224 \Omega$$

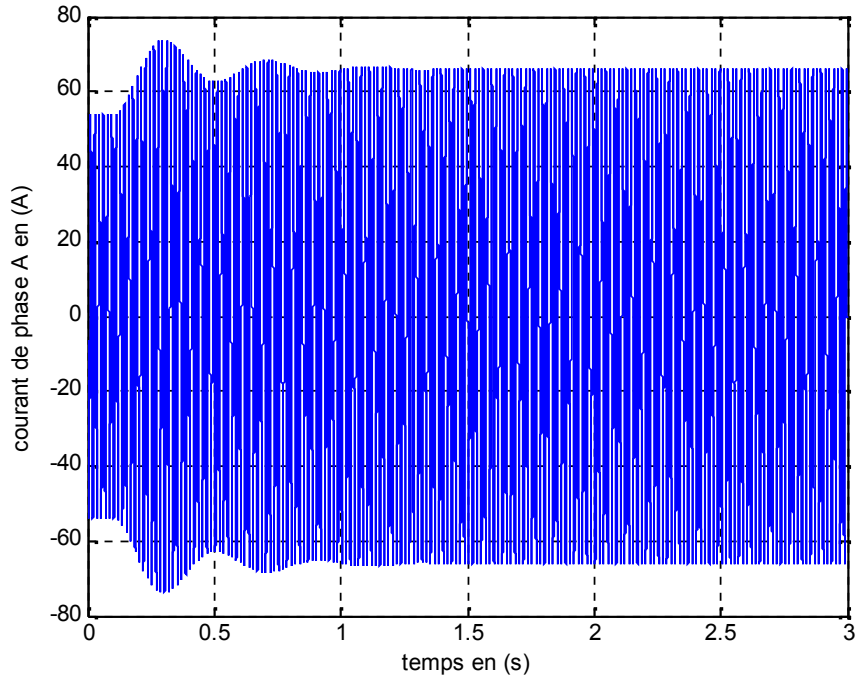
$$L_{lkd'} = 1,4 \cdot 10^{-3} \text{H}$$

$$R_{kq1'} = 0,02 \Omega$$

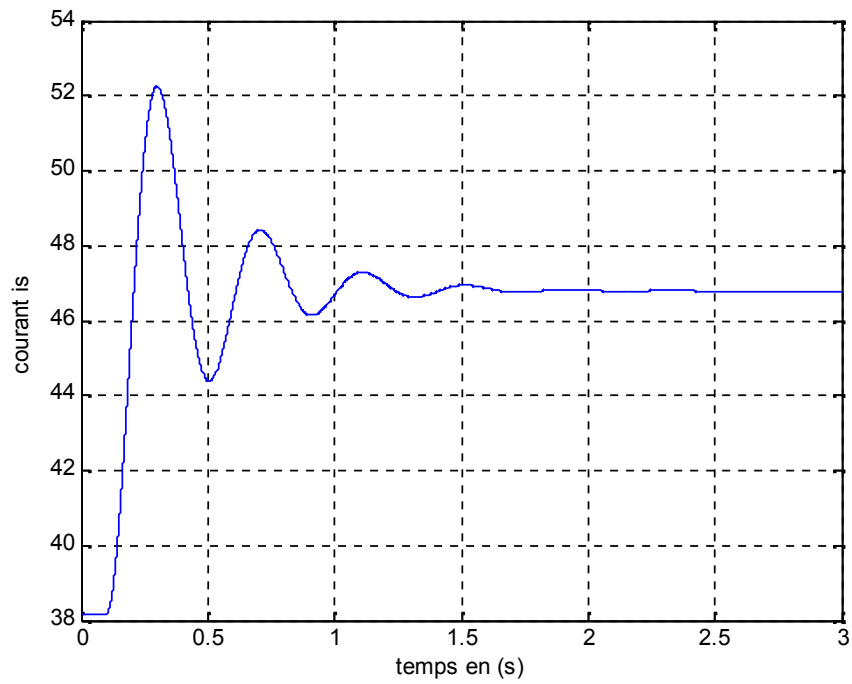
$$L_{lkq1'} = 0,001 \text{H}$$

VI-3-6- Résultats de la simulation en charge

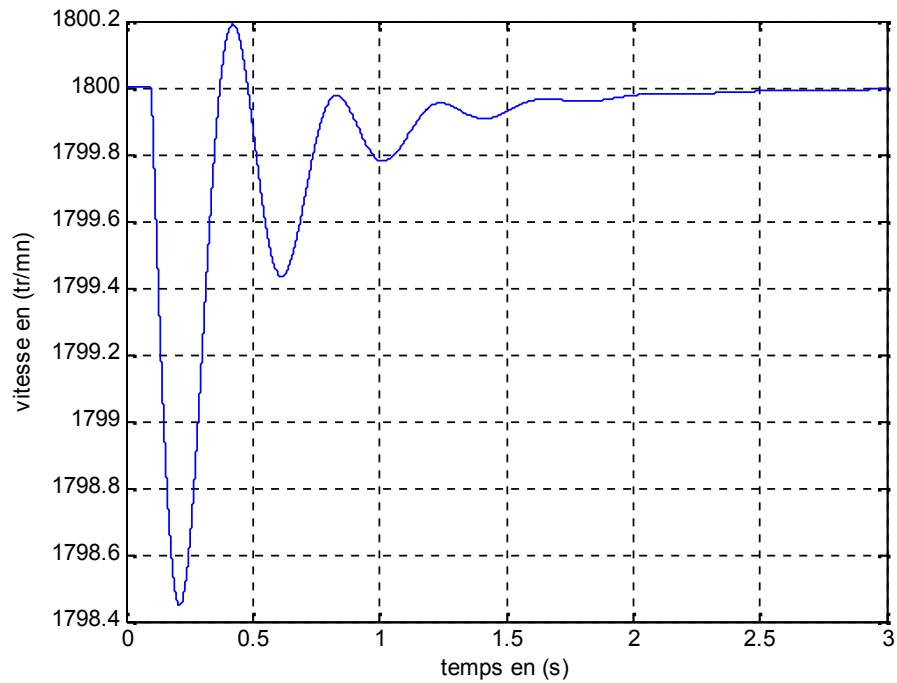
1) Courant de phase en fonction du temps



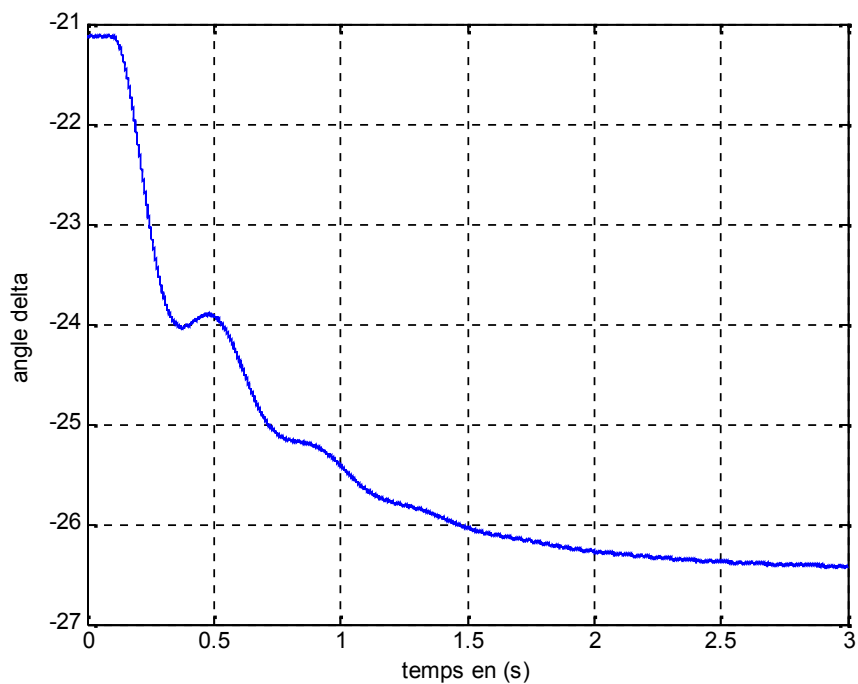
2) Courant dans le modèle de Park i_s en fonction du temps



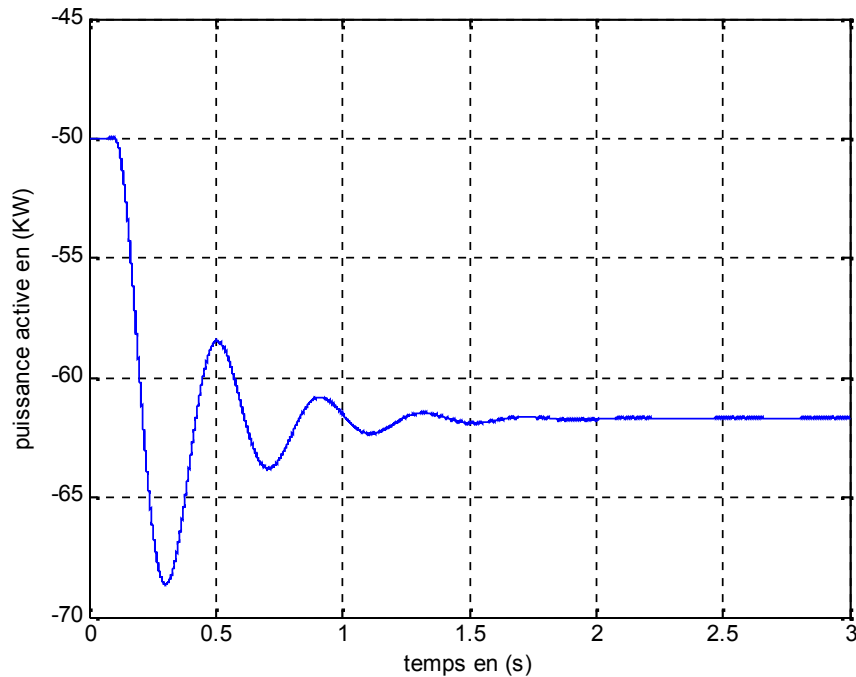
3) Vitesse rotorique en fonction du temps



4) Angle de charge en fonction du temps



5) Puissance active en fonction du temps



Interprétation :

Après la répartition de charge, la puissance électrique est initialisée à -50 kw correspondant à une puissance mécanique de -48,9 kw.

On augmente soudainement la puissance mécanique de -48,9 kw -60 kw à $t=0,1$ s .

On remarque sur les courbes :

-la vitesse de la machine oscille pendant 1,5s pour se stabiliser à sa vitesse synchrone de 1800 tr/mn .

-L'angle de charge augmente de -24° à -53°

-la puissance demandée augmente aussi pendant 1,5s pour se stabiliser.

Conclusion :

Les paramètres de la machine varient dès qu'il y'a variation de l'entrée de cette machine.

La machine est stable après le nouveau régime permanent, c'est-à-dire en portant la puissance a -60 kw.

Conclusion générale :

Notre travail consiste à étudier la stabilité de la machine synchrone quand elle est soumise à une petite perturbation

La partie principale de toute étude de la stabilité est de modéliser la machine, donc d'établir un modèle mathématique qui rend compte de la dynamique de la machine.

Nous avons illustré notre étude par des exemples aussi bien théorique que pratique (par simulation) afin d'avoir un aperçu général sur la machine synchrone.

Déterminer les conditions de fonctionnement en synchronisme de la machine synchrone était l'objectif de la simulation en créant une dynamique avec le changement brusque de la puissance d'entrée.

La stabilité est un champ très vaste pour prétendre donner ici l'étude complète pour la machine synchrone ; néanmoins, notre travail nous a permis de toucher aussi superficiellement un domaine très important pour toute étude d'un système de puissance, nous espérons que ce travail sera suivi par d'autres qui compléteront cette étude.

Résumé

L'instabilité des réseaux électriques étant presque toujours causées par un ou plusieurs de ces machines synchrones il devient important de fournir aux ingénieurs analystes des réseaux d'énergie électriques des modèles de machines synchrones plus fiables et plus précis.

Nous présentant dans se mémoire l'étude de la stabilité en petits signaux (petites perturbations) de la machine synchrone connectée a un réseau de puissance infinie.

Pour cela nous avons adopté une modélisation sous forme d'une machine connectée à un nœud infini.

La stabilité en petites perturbations de la machine synchrone dépend des deux composantes du couple électromagnétiques.

Le manque d'un couple synchronisant suffisant qui conduit à l'instabilité aperiodique de l'angle d'amortissement suffisant qui conduit a l'instabilité oscillatoire

La simulation a l'aide de matlab / simulink des modèles de la machine synchrone connectée a un réseau de puissance infinie montre que lorsque en créer une dynamique avec le changement brusque de la puissance d'entrée, on obtient la variation des paramètres de la machine synchrone.