### MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

# **UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI, TIZI-OUZOU**

# FACULTE DU GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE

# **DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE**

# MEMOIRE DE MAGISTER

# **<u>SPECIALITE</u>** : ELECTROTECHNIQUE **<u>OPTION</u>** : ENTRAINEMENTS ELECTRIQUES

Présenté par :

# **CHEBLI FARIDA**

Sujet :

# Développement de modèles de déformations magnétoélastiques associés aux matériaux actifs.

Devant le Jury d'examen composé de :

M.RACHEK M'hemed, Maître de conférences (A), Université de Tizi-Ouzou,	Président
M.MOHELLEBI Hassane, Professeur, Université de Tizi-Ouzou,	Rapporteur
M.ZAOUIA Mustapha, Maître de conférences(A), Université de Tizi-Ouzou,	Examinateur
M.HOCINI Farid, Maître de conférences(B), Université de Tizi-Ouzou,	Examinateur

Soutenu le 21/07/2016



#### Remerciements

Je tiens à remercier toutes les personnes qui, par leur participation et leur encouragement, m'ont permis de mener à bonne fin mon travail de mémoire.

Je tiens à remercier de manière très particulière Monsieur MOHELLEBI Hassane, professeur à l'universités de Tizi Ouzou Directeur de mémoire de m'avoir proposé et dirigé ce sujet, ainsi que pour sa disponibilité, je le remercie aussi de m'avoir suivi avec patience et intérêt. Ses conseils précieux et ses encouragements m'ont été d'une aide très précieuse dans la réalisation de ce projet.

Je tiens aussi à remercier, Monsieur RACHEK M'hemed, Maître de conférences A, à l'université Mouloud MAMMERI de Tizi-Ouzou, d'avoir accepter de présider mon travail.

Mes vifs remerciements vont aussi à Messieurs ZAOUIA Mustapha Maître de conférences A, à l'université Mouloud MAMMERI de Tizi-Ouzou, et HOCINI Farid Maître de conférences B à l'université Mouloud MAMMERI de Tizi-Ouzou pour avoir acceptés d'êtres membres de jury d'examen de ce mémoire.

J'adresse aussi mes remerciements à;

Messieurs DICHE Arezki et NAIT OUSLIMANE Ahmed pour leurs aides. Et toute l'équipe de laboratoire Entrainements électriques.



#### Dédicaces

Je dédis ce modeste travail à :

La mémoire de :

- De mon père, que je pleure et que je pleurerais à tout jamais, et avec lequel je n'aurais pas le plaisir de partager cet événement.
- De mes grands-pères et de mes grands-mères.
- De mes oncles.
- De ma tante.

Je le dédis à celle qui est et qui sera un symbole de courage, qui m'accompagnée, guidé et encouragé durant toutes les étapes de ma vie, ma très chère maman.

Je le dédis de manière spéciale à :

Mon frère Hocine pour son soutien durant tout mon cursus universitaire.

Je le dédis aussi à :

- Mes frères et sœurs.
- Mes neveux et nièces
- Mes oncles et tantes.
- Mes collègues.
- Tous mes amis(es).

Particulièrement Nassima.Z, pour son soutien, et toute la promo de magistère Entrainements électriques.

Je le dédis à :

Moi-même.

# sommaire

Introduction générale1
Chapitre I : les matériaux actifs et leurs applications
I-1) Introduction
I-1-1) Historique
I-2) La magnétostriction
I-2-1) magnétostriction d'un cristal4
I-2-2) Magnétostriction d'un composé polycristallin
I-3) Les principaux effets magnétostrictifs
a) Effet Joule longitudinal5
b) Effet Villari
c) Effet joule transversal
d) Effet Wiedemann
e) Effet de variation de volume5
f) Effet de variation du module de Young6
I-4) Les matériaux magnétostrictifs7
I-4-1) Les métaux7
I-4-2) Les terres rares7
I-5) Les matériaux à magnétostriction géante
Les barreaux à magnétostriction géante
I-6) Le phénomène de la piézoélectricité
I-7) Matériaux piézoélectriques9
I-7-1) Les céramiques PZT10
I-8) Applications10
II-8-1) Matériux magnétostrictifs10
Capteur magnétostrictif10
Les actionneurs magnétostrictifs
II-8-2) matériaux piézo-électriques
Les actionneurs piézo-électriques
I-9) Comparaison matériaux magnétostrictifs/piézoélectriques15
Conclusion

Chapitre II : Les modèles mathématiques des phénomènes magnétiques
II-1) Introduction17
II-2) Modèles analytiques17
II-2-1) Equation de Maxwell17
a) Forme différentielle des équations de Maxwell18
b) Forme intégrale des équations de Maxwell18
• Les lois constitutives du milieu
• La loi d'Ohm19
• L'équation de conservation de la charge
II-2-2) Equation électromagnétique20
II-2-2-1) Hypothèse simplificatrice20
II-2-2-2) Equation électromagnétique 2D21
II-3) Formulation utilisant le potentiel vecteur magnétique
II-3-1) Equation magnétodynamique bidimensionnelle23
a) Dans le cas 2D axisymétrique23
b) Dans le cas 2D cartésien23
II-3-2) Equation magnétostatique bidimensionnelle24
a) Dans le cas 2D axisymétrique24
b) Dans le cas 2D cartésien24
II.4) Formulation utilisant le potentiel scalaire magnétique24
II-4-1) Potentiel scalaire magnétique total24
II-4-2) Potentiel scalaire magnétique réduit
II-5) Condition de passage entre deux milieux27
Conclusion

## Chapitre III : Caractérisation du comportement magnéto-élastique

III-1) Introduction	29
III-2) Modélisation des phénomènes magnéto-élastiques	29

2-1) Cadre de l'étude

III-2-2) aspect macroscopique
III-2-1-1) Comportement mécanique
III-2-1-2) Comportement magnétique
III-3) Phénomènes de couplage magnéto- mécanique
III-3-1) Déformation de magnétostriction
III-3-2) Effet d'une contrainte sur le comportement magnétique
III-2-3) Aspects microscopiques
III-2-3-1) Comportement mécanique
III-2-3-2) Comportement magnétique
a) Energie d'échange
b) Energie d'anisotropie magnéto cristalline
c) Energie magnéto-élastique36
d) Energie magnétostatique37
Conclusion
Chanitra IV. Annliastions at régultate
Chapitre IV: Applications et resultats
IV-1) Introduction
IV-1) Introduction
IV-1) Introduction
IV-1) Introduction.
IV-1) Introduction.
IV-1) Introduction.
IV-1) Introduction
IV-1) Introduction
Chapter IV : Applications et resultatsIV-1) Introduction
IV-1) Introduction
Chapter IV : Applications et resultatsIV-1) Introduction

# Sommaire

IV-7) Modélisation du problème mécanique57
Introduction
IV-7-1) Comportement élastique de la matière
IV-7-1-1) Equation d'équilibre
✓ Déformation plane
✓ Contrainte plane
IV-7-2) Discrétisation éléments finis60
IV-7-3) Forces dues au phénomène de magnétostriction
Forces déduite à partir des contraintes de magnétostriction61
IV-8) dispositif d'étude62
IV-8-1) Caractéristiques physiques et géométriques63
IV-8-2) Domaine de résolution63
IV-9) Organigramme de calcul
IV-9) Résultats de déformations obtenues65
Conclusion77

# Introduction générale

#### Introduction

La recherche sur les matériaux actifs suscite un grand intérêt. Le développement de dispositifs innovants à base de matériaux actifs est de plus en plus intensif. La recherche sur ces matériaux prend alors un rôle primordial. Des outils de modélisation sont indispensables pour contribuer à optimiser les structures utilisant ces nouveaux matériaux [1].

Ces matériaux actifs ont un comportement dit multi-physique. Parmi ces matériaux on trouve les matériaux piézoélectriques qui présentent un couplage électromécanique: l'application d'une contrainte mécanique conduit à une modification des propriétés du matériau. Réciproquement, l'application d'un champ électrique engendre la déformation du matériau. Ce sont des matériaux qui sont de plus en plus employés, avec des applications très variées, comme des capteurs de pression ou d'accélération, des actionneurs dans le contrôle de vibration....etc [6].

Le couplage "magnéto-mécanique" est présent dans les matériaux magnétostrictifs. Certains sont appelés matériaux à magnétostriction géante. Cette étude porte sur deux points du comportement de ces matériaux. Le premier point concerne la déformation de magnétostriction apparaissant à l'application d'un champ magnétique. Bien que de faible amplitude, ces déformations sont généralement nuisibles au fonctionnement des dispositifs électromagnétiques. On sait par exemple que la déformation de magnétostriction est l'une des sources du bruit émis par les machines électriques, en particulier les transformateurs. Le second point est l'effet de l'application d'une contrainte mécanique sur le comportement magnétique. L'application d'une contrainte conduit à une modification des propriétés magnétiques de ces matériaux. Cette modification du comportement magnétique peut avoir une incidence sur les performances des dispositifs électromagnétiques. Il est à noter que les sources potentielles de contraintes sont nombreuses, qu'elles soient héritées des procédés de fabrication ou associées aux conditions de fonctionnement [13]. Notre étude concerne l'analyse des phénomènes magnéto-élastiques des matériaux à magnétostriction géante : Le Terfenol-D et le Fer silicium, pour l'étude de la magnétostriction en fonction de l'aimantation. Dans un premier temps on n'a soumit le matériau à de faibles et fortes contraintes (< 1Mpa) et (> 1Mpa). Une méthode d'identification de paramètres a été exploitée en vue de la validation du modèle se basant sur le développement en série de Taylor des coefficients de la magnétostriction, ensuite une application a été choisie et intégrée dans un calcul par éléments finis pour résoudre le problème de déformation magnéto-élastique. Le modèle mécanique est représenté par l'équation d'équilibre et l'équation de Hook généralisée. Une

application est consacrée à l'étude de la déformation d'une plaque ferromagnétique de type Fer-Silicium., soumit à des forces mécaniques.

Pour certains matériaux, les déformations induites par les champs électromagnétiques peuvent atteindre des amplitudes considérables (de l'ordre de  $10^{-3}$  m). C'est le cas notamment de certaines céramiques piézoélectriques et de certains alliages de terres rares et de métaux de transition, communément appelés matériaux à magnétostriction géante. Ces matériaux sont appelés matériaux actifs, car ils sont le siège d'une conversion d'énergie. Cette conversion d'énergie résulte des couplages entre les propriétés électromagnétiques et mécaniques au sein de ces matériaux. Les matériaux actifs sont à la base du fonctionnement d'applications nécessitant soit une conversion de type actionneur magnétique-mécanique soit une conversion de type capteur mécanique-magnétique. Ces applications emploient généralement un seul élément actif. Cependant, la conception de nouvelles architectures à base de matériaux actifs peut tirer partie d'une association d'éléments actifs, notamment de matériaux à magnétostriction géante et piézoélectriques [1].

Ce document est structuré en quatre chapitres :

Le premier chapitre présente les principaux matériaux actifs rencontrés dans la littérature et leurs applications.

Le deuxième chapitre est consacré à la présentation des modèles mathématiques des phénomènes magnétiques. Le troisième chapitre traite de la modélisation de couplage magnéto-élastique et applications. Le quatrième chapitre concerne une application et résultats.

# Chapitre I

#### **I-1) Introduction**

Ce chapitre a pour but d'exposer d'une façon générale les différents aspects liés à la magnétostriction. Dans la première partie nous définissons le phénomène magnétostrictif et donnons plusieurs rappels sur le magnétisme et la structure des matériaux afin de permettre une bonne compréhension des effets impliqués.

Les matériaux employés font l'objet de la partie suivante, ou sont présentés leurs propriétés et les différents procédés de fabrication.

#### I-1-1) Historique

Le physicien anglais Joule, a découvert en 1842, qu'un barreau de fer soumis à un champ magnétique longitudinal s'allonge d'une valeur suivant la direction du champ tout en se rétractant transversalement, comme sous l'effet d'une traction mécanique. Il donna à ce phénomène le nom de magnétostriction. D'autres effets mécaniques dus au champ magnétique furent par la suite mis en évidence. Sur certains spécimens soumis à un champ magnétique, des flexions, des torsions, ou des variations du module de Young furent observées. Les relations entre les propriétés magnétiques et mécaniques du matériau sont réversibles. Ce sont les matériaux ferromagnétiques qui présentent les propriétés magnétostrictives les plus remarquables. Ces phénomènes ont généralement des amplitudes extrêmement faibles et présentent une forte non linéarité ainsi que des phénomènes hystérétiques. Le développement des matériaux à magnétostriction géante fut encouragé par les recherches effectuées au Naval (aujourd'hui NSWL) de l'US Navy dans les années 1960. L'objectif était de réaliser des sonars de grande puissance pour la marine. En 1961, l'équipe Russe de K.P. Belov découvrit la magnétostriction géante de quelques métaux de la famille des terres rares (lanthanides). Les effets importants ne pouvaient être obtenus qu'aux très basses températures et sous un fort champ (H > 500 kA.m-1) [24].

#### I-2) La magnétostriction

#### I-2-1) magnétostriction d'un cristal

Le phénomène magnétostrictif est un couplage entre champ magnétique et contrainte mécanique dans un matériau ferromagnétique. L'application d'un champ magnétique modifie les liaisons interatomiques du réseau cristallin, ce qui a pour effet de déformer le cristal. Ces déformations dépendent de l'orientation relative du cristal et du champ magnétique et aussi de l'amplitude du champ. Pour les métaux magnétostrictifs la déformation et le champ magnétique sont coaxiaux [25], [26].



Figure I-1: Schéma de principe de la magnétostriction d'un cristal.

#### I-2-2) Magnétostriction d'un composé polycristallin

Les matériaux ferromagnétiques sont des composés polycristallins complexes à décrire (Figure I-2). La magnétostriction d'un métal est intimement liée à celle des cristaux le composant, mais pas seulement. Lorsqu'un champ magnétique lui est appliqué tous les cristaux sont déformés d'une quantité liée à leur orientation par rapport au champ extérieur. Pour un métal non polarisé tous les domaines cristallins sont orientés de manière aléatoire et donc la déformation sera la résultante des différentes directions propres de déformation. La magnétostriction d'un métal ne peut se comprendre que comme la valeur moyenne (macroscopique) sur un très grand nombre de domaines d'une déformation (microscopique) d'un cristal [27].



Figure I-2 : Variations de l'orientation relative des domaines sous l'effet d'un champ polarisant.

#### I-3) Les principaux effets magnétostrictifs

La magnétostriction peut se manifester de plusieurs façons [2].

#### a) Effet Joule longitudinal

C'est le phénomène le plus remarquable et le plus important. Il se caractérise par une modification de longueur  $\Delta l$  d'un barreau ferromagnétique sous l'action d'un champ magnétique.

Les courbes  $\frac{\Delta L}{L}$  en fonction du champ Hext sont non linéaires et présentent une saturation :  $\frac{\Delta L}{L}$  tend vers une valeur limite qui est le coefficient de magnétostriction a saturation  $\lambda_s$ . La figure ci-dessous illustre cet effet de la magnétostriction parallèle et perpendiculaire due a une aimantation appliquée suivant un angle  $\theta$ .



Figure I-3 : Illustrations de l'effet Joule longitudinal exagéré.

#### b) Effet Villari

C'est le nom donné à l'effet Joule longitudinal inverse : lorsqu'on modifie la longueur naturelle d'un barreau ferromagnétique, sur lequel on applique un champ statique, on peut déceler une modification de l'aimantation.



Figure I-4 Détection de la variation d'aimantation propre du matériau.

#### c) Effet joule transversal

Il est lié à la contraction latérale qui accompagne l'allongement élastique du barreau magnétostrictif, a volume constant.

#### d) Effet Wiedemann

Cet effet se produit dans un barreau cylindrique aimanté suivant son axe. Si ce barreau est également traversé par un courant axial, le champ hélicoïdal résultant provoque une torsion du barreau.



Figure I-5 : Illustration de l'effet hélicoïdal de Wiedemann. Un mouvement de rotation provoqué par le courant I qui vient se superposer au champ H.

#### e) Effet de variation de volume

A très faible champ magnétique, il se produit une variation de volume dont l'amplitude dépend de la géométrie de l'échantillon: c'est l'effet de forme.

Lorsque le champ augmente, la rotation de l'aimantation entraîne un effet dit "de cristal". L'effet le plus important se produit cependant pour des valeurs élevées du champ : c'est la magnétostriction forcée. La variation de volume  $\Delta V/V$  est alors linéaire en fonction du champ [2].

#### f) Effet de variation du module de Young

La déformation cristalline due à la magnétostriction entraîne une modification des constantes élastiques du matériau (et donc de son module de Young) lorsque l'on fait varier l'aimantation.

La variation  $\Delta E$  du module de Young est l'une des causes du glissement des fréquences de résonances mécanique d'un matériau magnétostrictif [1].

#### I-4) Les matériaux magnétostrictifs

Les principaux matériaux magnétostrictifs peuvent être séparés en deux groupes : les métaux (Fer, Cobalt, Nickel...), les alliages métalliques, les ferrites d'un coté, et les alliages à base de terre rare de l'autre. L'évaluation des performances d'un matériau magnétostrictif se fait par la mesure de son coefficient de magnétostriction à saturation  $\lambda_s$ , et par son coefficient de couplage magnéto-mécanique.

La coercivité (résistance aux champs magnétique ambiants) du matériau doit donc être aussi faible que possible pour permettre une magnétostriction maximale en champ faible (moins de 1 kA/m) ; c'est un aspect important de ces nouveaux matériaux si on veut les rendre compétitifs [1].

#### I-4-1) Les métaux

Le nickel et les alliages métalliques ont été les premiers matériaux sur les quels l'effet magnétostrictif fut observé; le nickel, par exemple, présente un coefficient de saturation  $\lambda_s$  de -33 ppm. En général, les alliages métalliques ont une magnétostriction qui reste inférieure à 100. Par contre leur température de Curie est élevée ce qui garantit une bonne stabilité thermique et un fonctionnement à température ambiante.

Les ferrites ont une magnétostriction plus importante. Elles peuvent être utilisées à des fréquences élevées et présentent un fort rendement électro-acoustique. Le principal problème est leur fragilité.

Les performances de ces matériaux ne permettent pas d'envisager des applications intéressantes (ces effets sont surtout visibles dans certaines applications.

#### I-4-2) Les terres rares

Les terres rares possèdent des coefficients de magnétostriction extrêmement importants (de l'ordre de 1000 ppm) mais à des températures cryogéniques. Les terres rares sont en effet caractérisées par la forme anisotrope de leur nuage électronique 4f. Cette forme progresse de façon régulière dans la colonne de "lanthanides" au fur et à mesure que des électrons sont ajoutés. Ainsi, comme cela est illustré, le Samarium ressemble à un ballon de rugby alors que le Terbium est plus aplati.

#### I-5) Les matériaux à magnétostriction géante

La découverte des matériaux à magnétostriction géante et leur mise sur le marché à la fin des années 80 (il y a tout juste vingt ans) a ouvert la voie à de nouvelles applications. Ces matériaux possèdent l'avantage de pouvoir être commandés à distance par un champ magnétique et leur densité de puissance laisse envisager une probable réalisation d'actionneurs de petites tailles pouvant délivrer des forces importantes.

#### Les barreaux à magnétostriction géante

Les barreaux à magnétostriction géante sont composés d'un alliage de Terbium, Dysprosium, Fer plus communément appelé Terfenol-D. Son importante déformation à température ambiante en fait le matériau le mieux adapté pour le développement d'actionneur magnétostrictif.

Le Terfenol-D est constitué de Terbium, Dysprosium et Fer [32] est en moyenne la suivante Tbo.3DYo.7Fe2. Une diminution de la proportion de Terbium (Tbo.27) contribuera à linéariser les caractéristiques aux dépends de la déformation maximale. Alors qu'une diminution de ce composé permettra une utilisation à des températures basses (Tbo.35, -60°C) mais augmentera les pertes par l'hystérésis.

Différentes méthodes permettent de fabriquer ce type de barreau sous différents états cristallins. Les propriétés de chacun diffèrent selon l'élaboration [29].

#### I-6) Le phénomène de la piézoélectricité

La piézoélectricité a été découverte en 1880 par Pierre et Jacque Curie sur le quartz, bien que la première observation qualitative de cette propriétés ait été faite par Haüy en 1817.Il faudra cependant attendre 1921 pour voir la première utilisation industrielle d'un transducteur électrique par Paul Langevin. Walter Caddy développera un peu plus tard les oscillateurs radioélectriques à quartz. Les premiers développements mathématiques de la piézoélectricité ont été menés par Voigt en 1910 où apparaît la théorie de l'élasticité des matériaux [8].

L'effet piézoélectrique repose sur la propriété particulière de certains matériaux qui peuvent se polariser sous l'application d'une contrainte, et qui inversement se déforment lorsqu'ils sont soumis à un champ électrique. Dans certains matériaux, comme le quartz, cet effet est naturellement observable. L'application d'une force provoque l'apparition d'un champ électrique (effet piézoélectrique direct), tandis que l'application d'un champ électrique provoque la déformation du matériau (piézoélectrique inverse). Cependant, la réalisation d'actionneurs repose sur l'utilisation de céramiques synthétiques polycristallines, fréquemment constituées d'un alliage de plomb, de zirconium et de titanate. Les caractéristiques piézoélectriques de ces céramiques résultent de la polarisation initiale dans un champ électrique à température contrôlée. Les céramiques massives ainsi produites peuvent générer des contraintes de l'ordre de 40 MPa avec des déformations relatives de 1000 à 2000 ppm [30], [33].



Figurr I-6 : Illustration de l'effet piézoélectrique direct.

#### I-7) Matériaux piézoélectriques

Au même titre que les effets magnétostrictifs, les effets piézoélectriques peuvent être vus comme des transferts entre l'énergie électrique et l'énergie mécanique. De tels transferts ont lieu seulement si le milieu peut être polarisé. Les matériaux piézoélectriques peuvent être classés en deux familles principales : les polymères et les céramiques (monocristallines et poly-cristallines).

Les monocristaux classiques, tel que le quartz ( $S_i o_2$ ), sont relativement peu performants. Ils présentent une permittivité relative  $\varepsilon_r$  ainsi que des constantes piézoélectriques peu élevées. Cependant, la découverte dans les années 1990 de monocristaux aux propriétés piézoélectriques élevées, notamment les PMN – PT et les PZN –PT, les PZN –PT, a créé un regain d'intérêt pour ces matériaux. Ces matériaux restent cependant difficiles et coûteux à fabriquer.

En 1969, l'effet piézoélectrique a été mis en évidence sur des films de polymères, de type polyfluorure de vinilydène (PV DF), étirés sous fort champ électrique [1].

#### I-7-1) Les céramiques PZT

Les matériaux de la famille des céramiques présentent actuellement les meilleures propriétés piézoélectriques. Il en résulte une utilisation intensive de ces matériaux. Cette famille comporte de nombreux composés, on peut citer les Titanates de Barium ( $B_aT_iO_3$ ) ancêtres des céramiques actuelles, découverts dans les années 1940, ou encore les Titanates de Plomb ( $P_bT_iO_3$ ). Les excellentes propriétés piézoélectriques de ces matériaux proviennent de leur cristallisation en structure Pérovskite.

En pratique, on n'utilise jamais le Zircono-Titanate de Plomb pur. Les compositions de  $(P_b Z_{r1-x} T_{ix} O_3)$  sont souvent modifiées par l'adjonction d'un ou de plusieurs ions de différente valence, on parle alors de dopage. Suivant le type de dopage, deux grandes familles de céramiques se distinguent :

- ✓ Les céramiques dures, issues du dopage par des ions accepteurs, typiquement  $Fe^{3+}$ ,  $Na^+$  ..... elles se caractérisent par de faibles pertes mécaniques et diélectriques, ainsi que par de faibles permittivités électriques et coefficients piézoélectriques. La difficulté à les polariser et dépolariser en fait des candidates idéales pour des applications sous environnement difficile.
- ✓ Les céramiques douces, issues d'un dopage par des ions donneurs, par exemple  $Nb^{5+}$ ,  $La^{3+}$

cette famille se caractérise par des coefficients de couplage électromécanique et des permittivités électriques élevés. Elles se distinguent aussi par des pertes plus importantes, avec une polarisation et une dépolarisation plus facile.

Suivant le type d'application, l'une ou l'autre des familles sera privilégiée. Typiquement, les céramiques dures sont utilisées pour des applications de puissance exigeant de faibles pertes énergétiques, les céramiques douces sont employées pour des applications à bas niveau d'excitation ou nécessitant de larges bandes de réponse en fréquence [1].

#### **I-8)** Applications

#### II-8-1) Matériaux magnétostrictifs

#### Capteur magnétostrictif

Les matériaux ferromagnétiques exposent un effet magnétostrictif inverse qui se traduit par la modification de la susceptibilité magnétique en présence de contraintes mécaniques dans le matériau. C'est cet effet inverse que l'on va aussi exploiter dans les capteurs de déplacement. Le transducteur magnétostrictif comporte un solénoïde à l'intérieur duquel se trouve placé un barreau en matériau ferromagnétique, le tout étant enfermé dans un cylindre assurant la fermeture du circuit magnétique. Une magnétisation statique du matériau est obtenue au moyen d'un aimant permanent solidaire du mouvement à enregistrer. L'électronique associée génère une impulsion qui va se déplacer dans le guide d'onde constitué par le barreau ferromagnétique et être perturbée par le champ induit par l'aimant qui se déplace. L'analyse de l'onde réfléchie en bout du barreau va permettre d'identifier la position de l'aimant.



Figure I-7 : Un capteur magnétostrictif.

Les matériaux ferromagnétiques employés peuvent être le fer, le nickel, ou des alliages aluminium-fer (alfenol) ou nickel-cobalt, bien que le matériau le plus couramment utilisé soit le Terfenol-D, du fait de ses bonnes performances magnétostrictives. Ce type de capteur permet des courses importantes (parfois jusqu'à  $2 \times 10^{-3}$  mm) et supporte des pressions élevées. On l'emploie préférentiellement dans les vérins hydrauliques.

Les capteurs de position magnétostrictifs offrent tous les avantages des principes magnétostrictifs : mesures effectuées sans contact (aucun contact en effet entre le barreau ferromagnétique et l'aimant permanent), donc sans usure mécanique, reproductibilité maximum, durée d'utilisation maximum, mesure absolue [30].

#### Les actionneurs magnétostrictifs

Leur capacité à développer des forces très importantes est leur principal avantage. Ils furent utilisés pour la première fois par l'armée pour réaliser la fonction de sonar dans les sous marins. Dans les années 1970, les matériaux à magnétostriction géante n'étaient pas encore connus et des matériaux tels que le nickel étaient utilisés. Ces matériaux présentaient des déformations très faibles 33 ppm (parties par million) pour le nickel et les actionneurs avaient une taille et un poids conséquents [29].

La découverte des matériaux à magnétostriction géante a permis d'élargir les domaines d'applications de ces actionneurs et depuis quelques années de nouvelles applications potentielles sont à l'étude. Leur déplacement est supérieur aux actionneurs piézo-électriques mais inférieur aux actionneurs électrodynamiques et électromagnétiques. Toutefois leur faible déplacement relatif limite le nombre des applications. De plus, le coût très élevé pour les matériaux à magnétostriction géante les exclut des applications grand public et de la production en série [29].



Figure I-8 : Principe d'un actionneur magnétostrictif.

Les déformations de ce type de matériaux sont de l'ordre du micromètre. Ces matériaux ont l'avantage d'être très robustes. Ce type d'actionnement est apprécié, car il ne nécessite pas de contact. Il est donc surtout utilisé dans des milieux confinés [31].



Figure I-9 : Actionneur magnétostrictif de structure circulaire.



Figure I-10: Actionneur magnétostrictif de structure plane.

### II-8-2) matériaux piézo-électriques :

#### Les actionneurs piézo-électriques

Les matériaux piézo-électriques sont des matériaux relativement récents en constante évolution. Ils existent sous forme de matériaux céramiques ou de matériaux polymères et ils ont la propriété de se déformer sous l'application d'un champ électrique.



Figure I-11 : Représentation d'un actionneur piézo-électrique.

Leur coût modéré permet leur utilisation dans de nombreuses applications industrielles et grand public. Toutefois pour certaines applications, comme les pots vibrants piézo électriques, la tension de commande nécessaire peut être de plusieurs milliers de volts. Le fait qu'ils soient excités par une tension élevée rend leur mise en œuvre et leurs amplificateurs de commande difficiles à réaliser et coûteux [29].

Le pot vibrant piézo-électrique comporte un barreau qui, en se déformant, produit une force et un déplacement. Ce barreau est composé d'un empilement de disques piézo électriques séparés par des électrodes, voir Figure (I-11) (alternance d'anode et de cathode). Cet empilement permet de rapprocher l'anode de la cathode et donc d'augmenter la valeur du champ électrique traversant le matériau pour une tension d'alimentation donnée.

Les applications, de matériaux piézo-électriques peuvent être classées en trois catégories principales, selon qu'il s'agisse de l'effet piézoélectrique direct et/ou inverse qui est mis en jeu. Le tableau (I-1) donne un aperçu non exhaustif des applications concernées.

Effet piézoélectrique direct Capteurs Transducteur	<ul> <li>Allume-gaz</li> <li>Allumage des explosifs</li> <li>Jauge de Contrainte</li> <li>Mesure de pressions</li> <li>Microphones de téléphone</li> </ul>	
	Transducteur	Contrôle non destructif     Filtres électromécaniques     Sonars
		Transformateurs piézoélectriques
Effet piézoélectrique inverse	Actionneurs	<ul> <li>Actionneur de soupapes</li> <li>Dispositifs de positionnement</li> <li>Moteurs piézoélectriques</li> <li>Résonateurs</li> <li>Tête d'impression d'imprimantes</li> </ul>

Tableau I-1 : Exemples d'application des matériaux piézoélectriques [29].

#### I-9) Comparaison matériaux magnétostrictifs/piézoélectriques

Les matériaux piézoélectriques sont à ce jour les matériaux actifs les plus couramment utilisés. Ceci est particulièrement justifié par une plus grande maturité technologique, une meilleure disponibilité et par un coût réduit. Les matériaux piézoélectriques, et plus particulièrement les céramiques multicouches, ont pour principal avantage de fournir des déformations importantes variant linéairement avec le champ appliqué, et ce sur une bande passante importante. Cependant, les matériaux à magnétostriction géante, et en l'occurrence le Terfenol-D, semblent présenter des performances plus intéressantes que les céramiques piézoélectriques dans certaines conditions. À cause de la faible valeur de sa rigidité et à sa capacité à travailler sous de larges précontraintes, la déformation dynamique à la résonance du Terfenol-D (2.10-3 en quasi-statique et le double en résonance) est supérieure à celle des céramiques piézoélectriques. Cette particularité du Terfenol-D est un avantage pour produire des résonateurs basse fréquence de taille réduite dans le sens longitudinal. De plus, une forte densité d'énergie est fournie au sein du matériau actif et il requiert des tensions faibles (la commande se faisant en courant) (tableau I-2). La principale limitation du Terfenol-D, sous forme massive, incombe aux courants de Foucault limitent la bande passante à quelques dizaines de kiloHertz. L'emploi de lames minces peut permettre de dépasser cette limitation, mais augmentera sensiblement les coûts induits par l'usinage et les pertes de matériaux. La

mise en œuvre de dispositifs magnétostrictifs présente trois principaux inconvénients, comparativement aux dispositifs piézoélectriques [1] :

- L'utilisation d'aimant de polarisation, de bobinages d'excitations et de circuits magnétiques (pour refermer les lignes de champ magnétique), implique des dispositifs plus lourds et moins compacts, ce qui induit une réduction de la bande passante du système,
- le maintien d'une déformation en quasi-statique implique la consommation d'énergie par l'actionneur, induite par la circulation d'un courant non nul dans les enroulements,
- un échauffement par effet Joule est provoqué par les courants que nécessite l'alimentation des bobinages.

	Matériaux piézoélectriques	Matériaux magnétostrictifs
Mécanique	• Déformations :	• Déformations :
	0, 1-0, 6%	0, 1-0, 6%
	• Forces :	• Forces :
	500 - 30000 N	500-5000N
	• Bande passante :	• Bande passante :
e	0-GHz	0-50kHz
Thermique	• Température de Curie :	• Température de Curie :
	$pprox 300^\circ C$	$\approx 400^{\circ}C$
Énergétique	• Densités d'énergie :	• Densités d'énergie :
	$pprox 1  kJ/m^3$	$pprox 200  kJ/m^3$
	• Consommations :	• Consommations :
	Très faible	Faible
	• Commande :	• Commande :
	Champ électrique	Champ magnétique
	1-2kV	$\approx 200 kA/m$
	multicouches $\approx 200 V$	
Comportement	• Très bonne linéarité	• Fortement non linéaire
	(piézoélectricité)	

Tableau I-2 : Comparaison céramiques PZT / matériaux à magnétostriction géante [1].

#### Conclusion

Nous venons de présenter, dans ce chapitre, les données essentielles relatives à la magnétostriction, puis nous avons décrit les principaux matériaux existants et leurs caractéristiques. Lors de cette présentation, nous avons abordé les avantages de ces matériaux sans pour autant oublier leur complexité due au couplage non-linéaire entre les grandeurs physiques.

# Chapitre II

#### **II-1**) Introduction

Dans l'étude de tout phénomène physique, l'établissement des équations qui le régissent constitue la première approche du problème. Dans un premier temps nous nous attèlerons à formuler les équations qui vont nous permettre d'appréhender les phénomènes physiques ciblés dans le cadre de ce travail.

Le changement de dimensions d'un matériau magnétique, sous l'effet d'un champ magnétique fait appel à d'autres équations qui régissent le phénomène [17].

Ainsi dans un premier temps, nous exposerons les équations électromagnétiques qui décrivent les champs et les formulations en potentiel vecteur magnétique, ensuite les équations d'élasticité qui décrivent le champ des déplacements et des déformations.

#### II-2) Modèles analytiques

#### **II-2-1**) Equation de Maxwell

Le comportement des phénomènes électromagnétiques traités dans le domaine de la physique mathématique est résumé par l'emploi des équations de Maxwell, appelées aussi équations générales de l'électromagnétisme. Ces équations s'écrivent sous deux formes équivalentes qui sont [18] [19] :

#### a) Forme différentielle des équations de Maxwell

$$\vec{7}.\vec{D} = \rho \tag{II-1}$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$
(II-2)

$$\vec{\nabla}.\vec{B} = 0 \tag{II-3}$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J}_{c} + \frac{\vec{\partial} \vec{D}}{\partial t}$$
(II-4)

 $\rho$  est la densité de charge volumique

 $\vec{D}, \vec{E}, \vec{B} et \vec{H}$  sont respectivement les vecteurs déplacement, champ électrique, induction magnétique et champs magnétique.

 $\vec{J}$  représente la densité de courant. Lorsque le milieu est à la fois conducteur et diélectrique l'équation précédente s'exprimera de manière détaillée par :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J_c} + \vec{J_D}$$
 (II-5)

 $\vec{H}$  est je champ magnétique

 $\vec{J_c}$  exprime la densité de courant de conduction électrique.

 $\overrightarrow{J_D}$  représente la densité de courant de déplacement dont l'expression est la suivante :

$$\overrightarrow{J_D} = \frac{\partial \overrightarrow{D}}{\partial t}$$
(II-6)

En introduisant (II.6) dans (II.4), l'équation (II.5) devient :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J}_{c} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$
(II-7)

L'expression de la quatrième équation de Maxwell telle que trouvée est la forme la plus courante utilisée dans la littérature.

La nature locale des équations de Maxwell permet de prendre en compte dans les différentes équations, en fonction de la nature du milieu considéré, l'un des effets ou l'association de deux ou trois effets [19].

#### b) Forme intégrale des équations de Maxwell

La première équation de Maxwell traduit le théorème du Gauss à savoir :

$$\iint \vec{D} \cdot \vec{d_s} = \iiint \rho \cdot dV \tag{II-8}$$

Ou encore :

$$\iiint (\vec{\nabla}.\vec{D}).\,dV = \iiint \rho.\,dV \tag{II-9}$$

18

 $\rho$  : densité de charge volumique [C/m<sup>3</sup>].

La deuxième équation de Maxwell est donnée sous forme intégrale par :

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{dl} = -\frac{\partial}{\partial t} \left( \iint \vec{B} \cdot \vec{dS} \right)$$
(II-10)

Avec :

$$\Phi = \iint \vec{B}. \vec{d_s} \tag{II-11}$$

 $\Phi$ : Flux magnétique traversant la section (s).

dl : Élément de longueur orienté.

La troisième équation de Maxwell exprime la conservation du flux magnétique ;

$$\iint \vec{B} \cdot \vec{d_s} = 0 \tag{II-12}$$

La quatrième équation de Maxwell appelée aussi loi de Maxwell-Ampère est donnée par :

$$\oint \vec{H}.\,\vec{dl} = \sum_i I_i \tag{II-13}$$

I<sub>i</sub> : Courant i contenu à l'intérieur du contour fermé.

A ces équations sont associées :

#### • Les lois constitutives du milieu

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$
 (II-14)

$$\vec{D} = \epsilon. \vec{E}$$
 (II-15)

 $\mu$  : Perméabilité magnétique [H/m].

 $\epsilon$ : Permittivité électrique [F/m].

• La loi d'Ohm

$$\vec{\mathbf{j}_{c}} = \boldsymbol{\sigma}.\vec{E} \tag{II-16}$$

19

 $\sigma$  : Conductivité électrique du milieu $[\Omega/m]^{-1}$ .

#### • L'équation de conservation de la charge

Afin d'assurer la validité de l'équation de conservation de la charge même en régime variable, Maxwell a modifié l'équation résultant du théorème d'Ampère en lui ajoutant un terme de densité de courant appelé densité de courant de déplacement. Par la suite l'équation fournie par Maxwell est l'équation (II.7) :

En appliquant la divergence à l'équation (II.7) en tenant compte de l'équation (II.1) on retrouve l'équation de continuité appelée aussi l'équation de conservation de la charge ci-dessous :

$$\vec{\nabla}.\vec{J} + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0 \tag{II-17}$$

# II-2-2) Equation électromagnétique II-2-2-1) Hypothèse

L'équation électromagnétique à établir sera obtenue à partir des hypothèses simplificatrices, souvent utilisées lors du traitement des phénomènes électromagnétiques dans le domaine des courants forts [19], suivants :

- •Les courants de déplacement sont négligeables.
- •La densité de charge volumique est supposée nulle.
- •Les matériaux utilisés sont à propriétés physiques isotropes.

En tenant compte des hypothèses ainsi formulées les équations de Maxwell à considérer sont :

$$\vec{\nabla}.\vec{E} = 0 \tag{II-18}$$

$$\vec{\nabla}\wedge\vec{E} = -\frac{\partial B}{\partial t} \tag{II-19}$$

$$\vec{\nabla}.\vec{B} = 0 \tag{II-20}$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J_c} \tag{II-21}$$

Avec :

(II-23)

$$\vec{B} = \mu. \vec{H}$$
(II-22)  
$$\vec{J_c} = \vec{J_s} + \vec{J_{induit}}$$

### II-2-2-2) Equation électromagnétique 2D

L'équation électromagnétique 2D est recherchée en utilisant les équations de Maxwell précédentes en tenant compte des hypothèses simplificatrices pour un système électromagnétique comportant un inducteur, un milieu induit et l'air environnant tel que représenté dans la figure ci-dessous :

 $\overrightarrow{I_{induit}} = \sigma \overrightarrow{E_{induit}} + \sigma(\vec{V} \wedge \vec{B})$ 



Figure II-1: Dispositif électromagnétique comportant l'inducteur, l'induit et l'air.

La résolution des équations de Maxwell associées aux lois de comportement peut être obtenue en considérant les champs comme inconnus. Néanmoins, on préfère exprimer les champs magnétiques et électriques en fonction des potentiels qui peuvent être scalaires ou vectoriels.

(II-24)
# II-3) Formulation utilisant le potentiel vecteur magnétique

A partir du système d'équation formulé précédemment on peut déduire des équations aux dérivées partielles pour chacune des grandeurs  $\vec{H}$  et  $\vec{E}$ . Toutefois, les formulations en champ présentent un inconvénient majeur, (c'est celui de la discontinuité aux interfaces et particulièrement aux coins [18]). Pour palier à ce problème l'utilisation du potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  et du potentiel scalaire électrique V ainsi que le potentiel scalaire magnétique  $\Phi$  permet de condenser et de réduire le nombre d'inconnus [20].

L'équation (II.20) permet de déduire qu'il existe un potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  tel que :

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \tag{II-25}$$

La combinaison des équations (II.25) et (II.19) conduit à :

$$\vec{\nabla} \wedge \left( \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \tag{II-26}$$

La relation (II.26) permet de déduire qu'il existe un potentiel électrique scalaire V tel que :

 $\vec{\mathbf{j}_{c}} = \sigma \left( -\vec{\nabla}V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right)$ 

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\vec{\nabla}V \tag{II-27}$$

D'où

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t} \tag{II-28}$$

Et

D'où finalement l'expression de la densité de courant de conduction suivante :

$$\vec{J_c} = -\sigma \vec{\nabla} V - \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$
(II-29)

Et l'équation (II.21) devient :

$$\vec{\nabla} \wedge \left(\frac{1}{\mu} \cdot \vec{\nabla} \wedge \vec{A}\right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{J}_s \tag{II-30}$$

22

C'est l'équation électromagnétique faisant intervenir le terme induit.

 $\vec{J}_s$ : Densité de courant source.

L'équation (II.30) traduit le phénomène de pénétration des courants induits pour un système comportant un circuit d'excitation et un induit conducteur ou un régime transitoire d'un système électromagnétique.

#### II-3-1) Equation magnétodynamique bidimensionnelle

Dans ce cas le potentiel vecteur magnétique ne comporte qu'une seule composante perpendiculaire au plan d'étude, prise comme étant la direction  $\overline{oz}$  en coordonnée cartésienne ou le long de la direction orthoradiale ( $\varphi$ ) du système cylindrique (r,  $\varphi$ , z).

L'équation (II.30) s'exprimera comme suit :

# a) Dans le cas 2D axisymétrique

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{v}{r} \frac{\partial (rA_{\varphi})}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{v}{r} \frac{\partial (rA_{\varphi})}{\partial Z} \right) - \sigma \frac{\partial A_{\varphi}}{\partial t} = J_{S\varphi}$$
(II-31)

Avec :

 $v = \frac{1}{\mu}$ : Réflectivité magnétique.

$$\vec{A}(0,A_{\varphi},0); \vec{J}_{s} = (0,J_{s\varphi},0)$$

En régime harmonique.

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{v}{r} \frac{\partial (rA_{\varphi})}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{v}{r} \frac{\partial (rA_{\varphi})}{\partial z} \right) - j\sigma\omega A_{\varphi} = -J_{S\varphi}$$
(II-32)

#### b) Dans le cas 2D cartésien

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( v \frac{\partial A_Z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( v \frac{\partial A_Z}{\partial z} \right) - \sigma \frac{\partial A_Z}{\partial t} = -J_{SZ}$$
(II-33)

Avec : *v* reluctivité magnétique

$$\vec{A} = (0,0,A_z); \vec{J}_s = (0,0,J_{sz}).$$

En régime harmonique :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( v \frac{\partial Az}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( v \frac{\partial Az}{\partial z} \right) - j \sigma \omega Az = -J_{sz}$$
(II-34)

# II-3-2) Equation magnétostatique bidimensionnelle

# a) Dans le cas 2D axisymétrique

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{v}{r} \frac{\partial(rA_{\varphi})}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{v}{r} \frac{\partial(rA_{\varphi})}{\partial z} \right) = -J_{S\varphi}$$
(II-35)

Avec :  $v = \frac{1}{\mu}$  reluctivité magnétique.

$$\vec{A} = (0, A_{\varphi}, 0); \vec{J}_{s} = (0, J_{s\varphi}, 0)$$

# b) Dans le cas 2D cartésien

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( v \frac{\partial Az}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( v \frac{\partial Az}{\partial z} \right) = -J_{sz} \tag{II-36}$$

Avec :

 $v = \frac{1}{\mu}$  reluctivité magnétique.

$$\vec{A}(0,0,A_z); \vec{J}_s = (0,0,J_{sz})$$

# II.4) Formulation utilisant le potentiel scalaire magnétiqueII-4-1) Potentiel scalaire magnétique total

Dans ce modèle on suppose que les courants électriques sont nuls dans la pièce à étudier et que les champs ne dépendent pas du temps, alors les équations (II.20) et (II.21) deviennent :

$$\vec{\nabla}.\vec{B} = 0 \tag{II-37}$$

24

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = 0 \tag{II-38}$$

C'est le cas des dispositifs pour lesquels les champs sont créés par des forces magnétomotrices extérieures et indépendantes du dispositif étudié ou bien par des aimants permanents [21] [22].

Dans ce dernier cas ; on dispose de la loi de comportement ci-dessous :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{B}_r \tag{II-39}$$

Ou  $\vec{B}_r$  est l'induction magnétique rémanente de l'aimant permanent. La relation (II.38) implique qu'il existe un potentiel scalaire magnétique  $\Phi$  tel que :

$$\vec{H} = -\overline{\nabla}\vec{\phi} \tag{II-40}$$

La combinaison de (II.37), (II.39) et (II.40) nous ramène à écrire :

$$\vec{\nabla}.\left(\mu\overline{\nabla}\vec{\emptyset}\right) = \vec{\nabla}.\vec{B}_{r} \tag{II-41}$$

L'équation (II.41) représente l'équation magnétostatique en terme de potentiel scalaire magnétique.

En coordonnées cartésiennes tridimensionnelles l'équation (II.41) peut s'écrire comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial\phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial\phi}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu\frac{\partial\phi}{\partial z}\right) = \frac{\partial B_{rx}}{\partial x} + \frac{\partial B_{ry}}{\partial y} + \frac{\partial B_{rz}}{\partial z}$$
(II-42)

C'est l'équation magnétostatique en termes de potentiel scalaire magnétique régissant le phénomène magnétostatique en 3D.

# II-4-2) Potentiel scalaire magnétique réduit

La méthode utilisant le potentiel scalaire réduit est basée sur la décomposition du champ magnétique en deux parties [23] [22] :

$$\vec{H} = \vec{H_j} + \vec{H_r}$$
(II-43)

Pour cela le champ magnétique d'excitation, que produiraient les courants d'excitation de densité  $\vec{J}$  dans le vide,  $\vec{H}_{J}$  peut être calculé grâce à la formule de Biot et Savart ci-dessous [23] [22] :

$$\vec{H}_{J} = \frac{1}{4\pi} \iiint \left( \frac{\vec{J} \wedge \vec{r}}{|\vec{r}|^{3}} \right) d\Omega$$
(II-44)

Avec :

 $\vec{r}$ : vecteur reliant le point ou le champ est calculé et le point source.

 $\Omega$  : domanie d'étude.

Et  $\overrightarrow{H_r}$  vérifiant la relation suivante :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{\mathrm{H}}_{\mathrm{r}} = 0$$
 (II-45)

On peut à nouveau introduire un potentiel scalaire  $\Psi$  tel que :

$$\vec{H}_r = -\overline{\nabla \vec{\Psi}} \tag{II-46}$$

La combinaison de (II.46), et (II.39), dans (II.37) nous donne :

$$\vec{\nabla}.\left(\mu\overline{\nabla}\vec{\Psi}\right) = \vec{\nabla}.\vec{B}_r \tag{II-47}$$

L'équation (II.47) traduit les phénomènes magnétiques en termes de potentiel scalaire magnétique réduit permettant de prendre compte des problèmes avec source de courant.

# II-5) Condition de passage entre deux milieux

La surface de séparation de deux milieux de propriétés physiques différentes, les champs de vecteur doivent vérifier certaines conditions dites relations de passage.

Elles s'énoncent comme suit :

• Conservation de la composante tangentielle du champ électrique :

$$\left(\vec{E}_1 - \vec{E}_2\right) \wedge \vec{n} = 0 \tag{II-48}$$

• Conservation de la composante normale de l'induction magnétique :

$$\left(\vec{B}_1 - \vec{B}_2\right).\vec{n} = 0 \tag{II-49}$$

• Discontinuité de la composante tangentielle de champ magnétique si les courants surfaciques existent :

$$\vec{(H_1 - H_2)} \wedge \vec{n} = \vec{k}$$
(II-50)

• Discontinuité de la composante normale de l'induction électrique si les charges surfaciques existent :

$$\left(\vec{D}_1 - \vec{D}_2\right) \cdot \vec{n} = \rho_s \tag{II-51}$$

• La conservation de la composante normale de la densité de courant :

$$(\vec{J}_1 - \vec{J}_2) \cdot \vec{n} = 0$$
 (II-52)

 $\vec{n}$ : Vecteur normale à la surface de séparation entre les deux milieux (1) et (2).

 $\vec{k}$  : Densité de courant à surface de séparation.

 $\rho_s$ : Densité de charge électrique à la surface de séparation.

# Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les modèles mathématiques des phénomènes magnétiques qui vont nous permettre la modélisation des dispositifs à base de matériaux actifs, basés sur la méthode des éléments finis.

Les formulations éléments finis des modèles numériques à résoudre sont exprimées en termes du potentiel vecteur magnétique en hypothèse bidimensionnelles cartésienne.

# Chapitre III

#### **III-1)** Introduction

Ce chapitre vise à préciser le cadre dans lequel s'inscrit ce travail. Une modélisation fine de dispositifs à base de matériaux actifs nécessite la connaissance des relations de comportement du matériau actif considéré. Or, en l'état actuel, les caractéristiques relatives aux matériaux magnétostrictifs sont soit indisponibles soit entachées d'incertitudes.

#### III-2) Modélisation des phénomènes magnéto-élastiques

#### III-2-1) Cadre de l'étude

L'objet de ce document est le comportement magnéto-élastique des matériaux ferromagnétiques employés dans le domaine du génie électrique. Cette étude est donc limitée aux matériaux ferromagnétiques, c'est à dire les matériaux capables de s'aimanter en présence d'un champ magnétique. Cela restreint donc a priori le champ de l'étude à certains matériaux contenant du fer, du nickel, du cobalt, ou à certaines terres rares.

Parmi ces matériaux, notre attention se portera plus particulièrement sur les matériaux cristallins, c'est à dire les matériaux dont les atomes sont ordonnés en un réseau donné [2].

#### **III-2-2**) Aspect macroscopique

Dans ce paragraphe nous présentons une rapide description phénoménologique du comportement magnéto-élastique des matériaux ferromagnétiques standards.

#### **III-2-1-1**) Comportement mécanique

Lorsqu'on applique une contrainte sur un matériau, il se déforme. Les grandeurs utilisées pour décrire l'état mécanique sont la contrainte et la déformation E, qui sont des tenseurs d'ordre 2. La loi de comportement qui relie ces deux variables d'état peut s'écrire sous la forme :

$$[\sigma] = [c^{eff}].[\varepsilon] \tag{III-1}$$

Avec :

 $[\sigma]$ : Tenseur des contraintes.

 $[c^{eff}]$ : Tenseur d'élasticité.

 $[\varepsilon]$  : Tenseur des déformations.

Cette relation est en général non-linéaire : le tenseur d'ordre 4 :  $c^{eff}$  peut dépendre de la déformation, ou de la vitesse de déformation. Dans le cadre de l'élasticité linéaire, le tenseur des modules effectifs  $c^{eff}$  est une constante.

#### III-2-1-2) Comportement magnétique

Quand on soumet un matériau ferromagnétique à un champ magnétique, il s'aimante. Les grandeurs utilisées pour décrire l'état magnétique sont le champ magnétique  $\vec{H}$ , l'induction magnétique  $\vec{B}$  et l'aimantation  $\vec{M}$ . Ces trois grandeurs sont reliées par la relation :

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \tag{III-2}$$

Où  $\mu_0$  désigne la perméabilité magnétique du vide :  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} [H/m]$ 

La relation de comportement peut donc s'exprimer comme la relation entre le champ magnétique et l'induction :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \tag{III-3}$$

Ou la perméabilité  $\mu$  est un tenseur d'ordre 2, ou de façon équivalente par la relation :

$$\vec{M} = \chi \, \vec{H} \tag{III-4}$$

Où la susceptibilité est un tenseur d'ordre 2, la perméabilité et la susceptibilité étant reliées par la relation :

$$\mu = \mu_0 (I + \chi) \tag{III-5}$$

Où I: identité d'ordre 2.

Les grandeurs  $\vec{M}$  et  $\vec{B}$  sont en général des fonctions non-linéaires du champ. La définition de  $\mu$  ou  $\chi$  est complexe, et dépend de  $\vec{H}$ .

#### III-3) Phénomènes de couplage magnéto- mécanique

On ne s'est intéressé ci-dessus aux comportements magnétique et mécanique que de façon découplée. Les phénomènes de couplage magnéto-mécanique ont deux manifestations

principales : la déformation de magnétostriction (dite de Joule) et l'effet des contraintes sur l'aimantation [2].

# III-3-1) Déformation de magnétostriction

Quand un matériau ferromagnétique est soumis à un champ magnétique, il se déforme. Cette déformation est associée à deux phénomènes distincts :

- ✓ Les forces d'origine magnétique, provoquées par un gradient d'aimantation, provoquent une déformation. Ces forces apparaissent sur les surfaces libres de l'échantillon, mais aussi en volume. Elles sont directement reliées à la géométrie de l'échantillon et provoquent un "effet de forme" sur les mesures de magnétostriction. Il s'agit d'un couplage global (ou de structure) n'impliquant pas un phénomène de couplage local (ou de matériau). Le niveau en général faible (quelques MPa) de ces forces ne remet pas en cause l'hypothèse de petites perturbations.
  - Une déformation au matériau apparaît également. Cette déformation ne dépend que de l'état magnétique du matériau. Elle correspond à un couplage local d'état.

Le comportement magnétostrictif, comme le comportement magnétique est fortement non-linéaire. L'exploitation des propriétés magnétostrictives de certains matériaux dits à magnétostriction géante permet la fabrication de capteurs et d'actionneurs magnétostrictifs.

L'ordre de grandeur de la déformation de magnétostriction pour ces matériaux (par exemple le Terfenol-D) est de  $10^{-3}$  [2]. La déformation de magnétostriction est également à l'origine des effets INVAR et ELINVAR pour certaines nuances d'alliages de nickel, dont certaines caractéristiques (déformation, modules élastiques) ne dépendent pas de la température.

L'existence de la déformation de magnétostriction permet également d'expliquer l'effet de variation de module de Young qui correspond à une apparente perte de linéarité dans le comportement élastique des échantillons magnétiques désaimantés [2].

Cet effet s'explique par la superposition de la déformation de magnétostriction (qui dépend de la contrainte) à la déformation élastique lors de l'acquisition des déformations au cours d'un essai mécanique (figure III-1). On retrouve un comportement linéaire quand la contrainte appliquée devient suffisamment élevée [2]



Figure III-1 :Illustartion de l'effet  $\Delta E$  [2].

La déformation de magnétostriction est une des sources de l'effet des forces magnétiques et du bruit émis par les machines électriques.

#### III-3-2) Effet d'une contrainte sur le comportement magnétique

Le phénomène symétrique de la déformation de magnétostriction est l'effet des contraintes sur le comportement magnétique. En effet, l'application d'une contrainte modifie considérablement le comportement magnétique. Ainsi, dans le cas du Nickel, une contrainte de compression uniaxiale de 70 MPa multiplie par deux la perméabilité initiale (pente à l'origine de la courbe B(H) et une traction uniaxiale du même niveau la divise par 10 [13].

L'effet d'une contrainte uniaxiale est inverse dans le cas du permalloy-68 (68% Ni-Fe). Le comportement du fer est plus complexe (figure III-2).

Une contrainte de traction entraîne une augmentation de la perméabilité pour des champs magnétiques faibles, mais une chute pour des niveaux de champ magnétique plus élevés. Ce phénomène est appelé effet Villari. Une contrainte de compression conduit en revanche généralement à une chute de la perméabilité.



Figure III-2 : Effet des contraintes sur l'aimantation d'un polycristal de fer [2].

Dans tous les cas, l'influence sur le comportement magnétique de l'application d'une contrainte n'est pas symétrique en traction et compression.

L'apparition de plasticité conduit à une dégradation encore plus nette des propriétés magnétiques [2]

### **III-2-3**) Aspects microscopiques

La connaissance de la loi de comportement macroscopique ne suffit pas à définir l'état mécanique en un point donné du matériau. La plupart des matériaux sont en effet de nature hétérogène, ce qui conduit à une hétérogénéité des propriétés, de l'état de contrainte, de déformation, d'aimantation et de champ. Il peut donc dans ce cas être utile de définir le comportement du matériau à une échelle plus fine, qui correspond ici à l'échelle microscopique [2].

#### III-2-3-1) Comportement mécanique

Dans le cas des propriétés mécaniques il est possible de définir des zones du matériau ou l'hétérogénéité des propriétés mécaniques est beaucoup plus faible que pour le matériau dans son ensemble. Il s'agit par exemple des grains dans un poly-cristal. Dans ces zones, la relation du comportement est supposée uniforme et peut s'écrire :

$$\sigma^1 = \mathcal{C}^1 \cdot \mathcal{E}^1 \tag{III-6}$$

En raison des orientations cristallographiques variables d'un grain à l'autre du polycristal, le tenseur  $C^1$  est différent d'un grain à l'autre. L'un des objectifs de l'homogénéisation consiste à partir de la relation (III-6) et d'hypothèse sur la microstructure, à définir le milieu homogène équivalent (MHE), c'est-à-dire le tenseur d'élasticité qui vérifie la relation (III-1) [2].

#### III-2-3-2) Comportement magnétique

De la même façon que pour le comportement mécanique, les grandeurs magnétiques au sein d'un matériau sont aussi hétérogènes. L'observation assez fine d'un matériau magnétique permet de mettre en évidence l'existence de région où l'aimantation est uniforme, ce sont les domaines magnétiques [14] [13], ou domaines de Weiss.

Chacun de ces domaines présente une aimantation uniforme Ms caractéristique du matériau. D'un domaine à l'autre, la norme de l'aimantation ne varie pas, mais sa direction en revanche change. Les zones de transition entre deux domaines appelés paroi magnétique.

A l'échelle de groupement d'atomes, l'état d'équilibre magnétique peut s'expliquer par la compétition de différents termes énergétiques. À cette échelle, l'énergie libre peut s'écrire :

$$W = W_{ech} + W_{an} + W_{mag} + W_{\sigma} \tag{III-7}$$

 $W_{ech}$ : désigne l'énergie d'échange.  $W_{an}$ : désigne l'énergie d'anisotrope.  $W_{mag}$ : Désigne l'énergie magnétostatique.  $W_{\sigma}$ : Désigne l'énergie magnéto-élastique.

#### a) Energie d'échange

L'énergie d'échange correspond à l'aimantation des moments magnétiques atomiques [15] [2]. L'interaction d'échange est une interaction d'origine électrostatique qui a été introduite en 1929 par HEISENBERG. L'énergie d'interaction ou d'échange des atomes i et j portant les spins  $S_i$  et  $S_j$  s'écrit [15] [16] :

$$E_{ech} = -2 J S_i S_j \qquad (III-8)$$

Où J est l'intégral d'échange entre les atomes i et j. Cette équation est appelée Modèle d'HEISENBERG.

Cette expression peut s'écrire également :

$$E_{ech} = J.S^2.j^2 \tag{III-9}$$

Où "j" représente un angle entre deux spins et S le nombre quantique de spins.

L'énergie d'échange totale d'une ligne de N atomes est donnée approximativement par :

$$E_{ech} = \frac{J.S^2 P^2}{N^2} \tag{III-10}$$

Cette énergie d'échange augmente s'il apparaît un défaut de parallélisme entre les moments magnétiques. Elle est minimale lorsque les moments sont parallèles [15].

#### b) Energie d'anisotropie magnéto cristalline

L'énergie d'anisotropie magnéto-cristalline tend à aligner l'aimantation suivant certaines directions particulières dites directions de facile aimantation. Ces directions faciles sont principalement liées à la structure cristallographique. Dans le cas d'un matériau à structure cristallographique cubique, l'énergie d'anisotropie magnéto-cristalline peut s'écrire [2] :

$$W_{an} = K_1(\gamma_1^2, \gamma_2^2 + \gamma_2^2, \gamma_3^2 + \gamma_3^2, \gamma_1^2) + K_2(\gamma_1^2, \gamma_2^2, \gamma_3^2)$$
(III-11)

Où  $K_1$  et  $K_2$  désigne les constantes d'anisotropie magnéto cristalline, caractéristique du matériau.

#### C) Energie magnéto-élastique

L'énergie magnéto-élastique permet de traduire les effets couplés entre phénomènes magnétiques et mécaniques ; elle dépend de l'orientation de l'aimantation, des composantes de la contrainte et des caractéristiques du matériau.

Avant d'introduire la notion d'énergie magnéto-élastique, il faut rappeler le phénomène de magnétostriction. Schématiquement, un atome est généralement considéré comme occupant un volume sphérique. Dans le cas de matériau il est plus vraisemblable de considérer que le volume qu'il occupe est légèrement ovoïde plus au moins allongé (cas du fer) ou aplatit (cas du Nickel) dans la direction principale de magnétisation. Ces directions étant alignées dans des directions cristallines, il en résulte une légère déformation de la maille. C'est la magnétostriction. Elle est positive pour le fer c'est-à-dire que la maille est légèrement allongée dans le sens de la magnétisation (C > a). Elle est négative pour le Nickel, c'est-à-dire que la maille est légèrement aplatie (C < a).

Si une conservation du volume est admise à cette échelle, l'effet Poisson entraîne une déformation opposée dans les autres directions [15].

Les processus d'aimantation s'accompagnent donc d'une déformation spontanée. Il s'agit souvent de déformation très faible, mais qu'on ne peut ignorer. Ces déformations induisent des contraintes et le cristal fait apparaître une énergie de type élastique. C'est l'énergie magnéto-élastique.



Figure III-3 : Distorsion de la maille cubique dans le fer C > a.

Ce phénomène peut être caractérisé par un coefficient de déformation :

$$\lambda = \frac{\Delta L}{L} \tag{III-12}$$

 $\Delta L$ : Variation de la longueur dans la direction de magnétisation.

L'énergie du cristal par unité de volume est donc la somme de la contribution de l'énergie élastique et l'énergie magnéto-élastique [15].

La formule générale de l'énergie élastique est :

$$E_{el} = \frac{1}{2}C_{11}(\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{22}^2 + \varepsilon_{33}^2) + 2C_{44}(\varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{23}^2 + \varepsilon_{31}^2) + C_{12}(\varepsilon_{11}\varepsilon_{22} + \varepsilon_{22}\varepsilon_{33} + \varepsilon_{33}\varepsilon_{11}) \quad (\text{III-13})$$

 $C_{11}$ : Module de traction.

 $C_{12}$  et  $C_{44}$  : Module de cisaillement.

L'énergie magnéto-élastique induite par la déformation du cristal s'écrit :

$$E_{mel} = B_1(\varepsilon_{11}\alpha_1^2 + \varepsilon_{22}\alpha_2^2 + \varepsilon_{33}\alpha_3^2) + 2B_2(\varepsilon_{12}\alpha_1\alpha_2 + \varepsilon_{23}\alpha_2\alpha_3 + \varepsilon_{31}\alpha_3\alpha_1) + B_3(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33})$$
(III-14)

 $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$ : Constante;  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ : Cosinus directeurs de l'aimantation.

La magnétisation d'un matériau ferromagnétique entraîne une déformation et réciproquement l'application d'une déformation induit une modification de l'état magnétique de la microstructure.

#### c) Energie magnétostatique

L'énergie magnétostatique se divise en deux contributions [2].

L'énergie associée au champ magnétique appliqué  $\vec{H}$  ou énergie Zeeman s'écrit :

$$W_z = -\mu_0 \vec{H}.\vec{M} \tag{III-15}$$

Ce terme énergétique tend à aligner l'aimantation avec celle du champ appliqué. Par ailleurs, les variations spatiales d'aimantation provoquent un champ démagnétisant  $\overrightarrow{H_d}$  auquel est associée une énergie qui s'écrit :

$$W_d = -\frac{1}{2}\mu_0 \overrightarrow{H_d}. \overrightarrow{M}$$
(III-16)

L'énergie magnétostatique s'écrit donc :

$$Wmag_{=-}\mu_0 \vec{H}.\vec{M} - \frac{1}{2}\mu_0 \vec{H_d}.\vec{M}$$
(III-17)

$$W_{mag} = -\mu_0 \, H^{eff} . \vec{M} \tag{III-18}$$

Avec :

$$\overline{H^{eff}} = \vec{H} + \frac{1}{2} \overrightarrow{H_d}$$
(III-19)

# **Conclusion :**

Dans ce chapitre une introduction au comportement élastique de la matière à été présentée ainsi que le fondement théorique de la modélisation des phénomènes couplés magnétoélastiques. Un exemple d'application mettant en œuvre ce modèle sera présenté dans le chapitre suivant.

# Chapitre IV

### **IV-1)** Introduction

Dans ce chapitre nous allons aborder le cadre dans lequel s'est déroulée cette étude, après avoir présentés les modèles mathématiques des phénomènes couplés magnétoélastiques, nous nous intéressons dans cette partie à l'application des modèles de déformations magnétostrictifs.

# IV-2) Modèles de magnétostriction

Lorsqu'un matériau ferromagnétique est soumis à un champ magnétique, on observe une déformation élastique de l'échantillon. Réciproquement, l'application d'une contrainte mécanique sur l'échantillon va induire une variation de l'aimantation totale, qui, dans les champs faibles, peut se décomposer en la somme d'une aimantation induite réversible, et d'une aimantation permanente. On parle alors d'effet magnéto-élastique ou magnétostrictif inverse [3], [1].



Figure IV-1 :Illustration de la magnétostriction.

#### IV-3) Choix du matériau à déformation positive ou négative

Certains matériaux ont une magnétostriction positive présentant un allongement dans la direction du champ magnétique (Terbium par exemple), et d'autres ont une magnétostriction négative. En couches minces les alliages TbFe présentent une magnétostriction positive, les SmFe une magnétostriction négative. Rappelons que c'est la rotation du nuage électronique pour suivre le champ magnétique extérieur qui conduit à la déformation globale du matériau [8].

# IV-4) Modèle de Jiles Atherton pour les matériaux à magnétostriction géante :

Ces dernières années la demande du positionnement à haute précision a augmenté dans différents secteurs allant de la biologie à l'usinage. Les actionneurs sont linéaires sont améliorés dans la précision de position de plusieurs dizaines de micromètres dans les années 1920 à 1930 à des dizaines de nanomètres dans les années 1980 à 1990 [5].

Nous avons considéré un modèle de la déformation en fonction de l'aimantation et cela en fonction de la contrainte mécanique appliquée.

#### IV-4-1) Modèle étendu de Jiles - Atherton

Le modèle de JilesAtherton est étendu pour tenir compte de l'effet d'une contrainte mécanique sur le champ magnétique, et cela se traduit par l'ajout d'un champ magnétique.

Dans l'hypothèse de température fixe le champ magnétique effectif est modélisé par :

$$\overline{H^e} = \overline{H} + \overline{\alpha}\overline{M} + \overline{H^\sigma}$$
(IV-1)

Où H est le champ magnétique applique,  $\overrightarrow{\alpha M}$  représente le champ magnétique du aux interactions entre les moments magnétiques, et  $\overrightarrow{H^{\sigma}}$  est le champ du aux interactions magnétoélastique de domaines. Le paramètre  $\alpha$  est le taux d'interaction de domaines.

En utilisant la loi de la thermodynamique  $H^{\sigma}$  obtenu à partir de l'expression suivante [7].

$$H^{\sigma} = \frac{3}{2} \frac{\sigma}{\mu_0} \frac{\partial \lambda}{\partial M}$$
(IV-2)

 $\sigma$  représente la contrainte à laquelle est soumit le matériau,  $\lambda$  est la magnétostriction, ou c'est la déformation relative, *M* est l'aimantation, et  $\mu_0$  est la perméabilité magnétique du vide.

$$\frac{dM}{dH} = \frac{(1-c)\frac{dM_{irr}}{dH_e} + c\frac{dM_{an}}{dH_e}}{1-(1-c)\left(\alpha + \frac{dH_{\sigma}}{dM}\right)\frac{dM_{irr}}{dH_e} - c\left(\alpha + \frac{dH_{\sigma}}{dM}\right)\frac{dM_{an}}{dH_e}}$$
(IV - 3)

Pour le modèle inverse de Jiles on procédera comme suit :

Nous posons  $\frac{dM}{dH} = \frac{dM}{dB} \cdot \frac{dB}{dH}$  et déduit l'expression de $\frac{dM}{dB}$ 

$$\frac{dM}{dB} = \frac{\frac{dM}{dH}}{\frac{dB}{dH}} = \frac{\frac{dM}{dH}}{\mu_0 \left(1 + \frac{dM}{dH}\right)}$$

$$\frac{dM}{dB} = \frac{\frac{(1-c)}{\mu_0} \left(\frac{dM_{irr}}{dH_e}\right) + \frac{c \ dM_{an}}{\mu_0 \ dH_e}}{1 + (1-c) \left(1 - \left(\alpha + \frac{dH_\sigma}{dM}\right)\right) \frac{dM_{irr}}{dH_e} + \left(1 - \left(\alpha + \frac{dH_\sigma}{dM}\right)\right) c \frac{dM_{an}}{dH_e}}$$
(IV-4)

# IV-5) La déformation en fonction de la contrainte :

Pour les matériaux magnétostrictifs, il existe une relation algébrique entre l'aimantation et la magnétostriction.

La magnétostriction peut être décrite en termes de la fonction de contrainte à l'aide de développement en série à Taylor, L'expression analytique de cette fonction étant inconnue pour l'échantillon, elle est approximée par un polynôme d'ordre 4 [3],[9] :

$$\lambda(\sigma, M) = \gamma_1(\sigma)M^2 + \gamma_2(\sigma)M^4 \tag{IV-5}$$

Avec

$$\gamma_i = \gamma_i(0) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma^n}{n!} \gamma_i^n(0)$$
 (IV-6)

Ici, $\gamma_i^n(0)$ , représente la dérivée à l'ordre n par rapport à  $\sigma$ , et calculé en  $\sigma = 0$ , en se limitant à n=1. Cette expression quantifie la magnétostriction découlant de la réorientation des domaines magnétiques qui se produit lorsqu'un champ est appliqué.

 $\gamma_1(\sigma)$ et $\gamma_2(\sigma)$  sont des fonctions des contraintes, ils définissent de combien les allures changent lorsque la contrainte varie. [3], [4], [5], [6]

On considère que la relation entre  $\gamma_i(\sigma)$  et  $\sigma$  est linaire :

$$\gamma_1(\sigma) = \gamma_1(0) + \sigma \gamma_1'(0) \tag{IV-7}$$

$$\gamma_2(\sigma) = \gamma_2(0) + \sigma \gamma_2'(0) \tag{IV-8}$$

Les constantes  $\gamma_1(0)$ ,  $\gamma_1'(0)$ ,  $\gamma_2(0)$ ,  $\gamma_2'(0)$  sont des constantes qui sont déterminées à partir des courbes expérimentales. [5], [6].

paramètre		$\gamma_1(0)\gamma_1'$	$(0)\gamma_2(0)\gamma_2'(0)$	
unité		$\left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{A}}\right)^2 \left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{A}}\right)^2 P$	$a^{-1}\left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{A}}\right)^4 \left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{A}}\right)^4 Pa$	-1
valeur	2.07e-15	-1.13e-22	-2.23e-27	-2.67e-34

Tableau IV-1 : Paramètres de magnétostriction pour le Terfenol-D pour une contrainte de 0.57Mpa.

#### IV-5-1) Magnétostriction de Terfenol-D

Le Terfenol-D est un alliage fragile. Sa résistance à la compression est assez élevée, de l'ordre de 700 MPa, mais sa résistance à la traction est faible, de l'ordre de 25 MPa. Cette fragilité à la traction implique que, sous sa forme massive, le Terfenol-D doit toujours travailler sous contraintes de compression [37].

Pour l'échantillon Terfenol-D, l'allongement et l'aimantation sont mesurées à l'aide de la configuration expérimentale à 21chargesdifférentes de0.15MPaà11.31MPa.



Figure IV-2 : La magnétostriction en fonction de l'aimantation pour une contrainte de 7.98Mpa.

On voit clairement que la magnétostriction varie d'une façon symétriqueet aboutit à une forme parabolique. La déformation de magnétostriction déminue enaugmentant l'aimantation et pour des valeurs négatives de l'aimantation. Et pour des valeurs positives de l'aimantation la déformation croit avec l'augmentation de ces valeurs.

Pour voir l'influence de la contrainte sur la magnétostriction du matériau, nous l'avons soumis à différentes contraintes.



Figure IV-3 : la magnétostriction en fonction de l'aimantation pour différentes contraintes.

Ces résultats démontrent que lorsqu'on augmante la contrainte , la magnétostriction augmante elle aussi.

Pour mieux voir l'influence de la contrainte sur la magnétostriction on a soumit le matériaux à plusieures contraintes plus petites (2.6 Mpa,1.5 Mpa et 0.57Mpa) comme le montre la figure suivante.



Figure IV-4 : la magnétostriction en fonction de l'aimantation pour différentes contraintes.

On remarque sur la figure que les courbes de la magnétostriction en fonction de l'aimanatation commoncent à s'élargir à chaque fois que la contrainte déminue.



Figure IV-5 :la magnetostriction en fonction de l'aimantation pour une contrainte de 7.98Mpa.

L'utilisation du modèle donné en (IV-5) fourni une bonne concordance des résultats, tel que l'erreur un présente pourcentage faible de l'ordre de 8%.

Pour les faibles contraintes (<1Mpa) nous avons utilisé le modèle donné en (IV-5), on considère une contrainte de 0.57Mpa comme exemple, la comparaison des résultats retrouvés en utilisant le modèle de l'équation (IV-5) et les résultats pratiques[6] donnent :



Figure IV-6 : La magnétostriction en fonction de l'aimantation pour une contrainte de 0.57Mpa.

Sur les figures (IV-5) et (IV-6), les données expérimentales sont comparées avec celles obtenues avec le modèle donné par l'équation (IV-5). Pour de fortes contraintes (figure IV-5), un bon ajustement des résultats est obtenu.

Pour de faibles contraintes (Figure IV-6), il ya un écart considérable entre les deux courbes, le modèle précédent n'est pas représentatif pour ces valeurs de contraintes.

Deux approches ont été adoptées pour corriger l'écart remarqué dans le cas des faibles contraintes :

# > 1<sup>ére</sup> approche : proposition d'un modèle pour les faibles contraintes

Le coefficient de magnétostriction  $\lambda$  ( $\sigma$ , M) fonctionde la contrainte  $\sigma$ et de l'aimantation M a été traité pour deux cas de contraintes ( $\sigma > 1MPa$ ) et ( $\sigma < 1MPa$ ), les résultats obtenus en figure (IV-5) atteste que le modèle donné par l'équation (IV-5) n'est pas représentatif pour les faibles contraintes [9], [10].

Un autre modèle a été proposé pour des faibles contraintes, il tient compte de l'effet piézomagnétique, ce modèle est donné par [11] :

$$\lambda = c_1 M^2 + c_2 M \tag{IV-9}$$

 $c_1$  et  $c_2$  sont des constantes. Elles sont déterminées par la méthode des moindres carrées.

La fonction coût à minimiser est :

$$J = \sum (\lambda_{ext} - \lambda_m)^2 \tag{IV-10}$$

Ou  $\lambda_{ext}$  est la magnétostriction expérimentale,  $\lambda_m$  est la magnétostriction calculée.

En utilisant les coefficients du tableau (IV-1), le calcule de la magnétostriction en fonction de l'aimantation donnée par l'équation (IV-9) avec la minimisation de la fonction (IV-10) permet d'obtenir les résultats fournis par la figure ci-dessous.



Figure IV-7: La magnétostriction en fonction de l'aimantation pour une contrainte de 0.57Mpa.

Nous pouvons noter que le résultat obtenu (figure IV-7) on utilisant la méthode des moindres carrées, le résultat montre des courbes paraboliques avec un bon accord entre les données calculées et mesurées. Et l'écart est estimé à 2.54%.

#### IV-6) Développement de modèle de magnétostriction

Dans cette partie l'étude de la magnétostriction en fonction de l'aimantation se fait pour deux types de matériaux, le Terfenol-D et le fer-silicium.

# IV-6-1) Le Terfenol-D :

Le calcule pour n=2 dans la formule (IV-6) donne :

$$\gamma_1(\sigma) = \gamma_1(0) + \sigma \gamma_1'(0) + \left(\frac{\sigma^2}{2}\right) \gamma_1''(0)$$
 (IV-11)

$$\gamma_2(\sigma) = \gamma_2(0) + \sigma \gamma_2'(0) + \left(\frac{\sigma^2}{2}\right) \gamma_2''(0)$$
 (IV-12)

On remplace (IV-11) et (IV-12) dans (IV-5) on obtient :

$$\lambda = \left[\gamma_1(0) + \sigma \gamma_1'(0) + \left(\frac{\sigma^2}{2}\right) \gamma_1''(0)\right] M^2 + \left[\gamma_2(0) + \sigma \gamma_2'(0) + \left(\frac{\sigma^2}{2}\right) \gamma_2''(0)\right] M^4$$
(IV-13)

48

Ou :  $\gamma_1(0)$ ,  $\gamma_1'(0)$ ,  $\gamma_1''(0)$ ,  $\gamma_2(0)$ ,  $\gamma_2'(0)$  et  $\gamma_2''(0)$  sont des coefficients de magnétostriction, ils sont déterminés après l'exécution de la formule (IV-13) avec la méthode des moindres carrées

paramètres	$\gamma_1(0)$	γ <sub>1</sub> '(0)	$\gamma_1^{''}(0)$	$\gamma_2(0)$	γ <sub>2</sub> ′(0)	$\gamma_2^{''}(0)$
valeur	2.5490e-016	-4.4720e-022	1.5691e-027	4.7024e-027	-8.2498e-033	2.8947e-038

Tableau IV-2 : paramètres de magnétostriction pour le Terfenol-D.



Figure IV-8: La magnétostriction en fonction de l'aimantation pour une contrainte de 0.57Mpa.

On remarque sur la figure (IV-8) que l'écart entre le résultat expérimentale et le résultat calculé est consédirable et cela pour les faibles contraintes. Donc on allant à n=2 dans les calcules pose une perturbation sur le comportement magnétique du matériau qui s'est remarqué sur la valeur maximale de la magnétostriction( plus de 2\*1e-3 ppm).



Figure IV-9: La magnétostriction en fonction de l'aimantation pour les deux modèles (n=1 et n=2).

# IV-6-2) fer-silicium

Ici une même procédure a été faite pour le matériau Fer-Silicium, on soumit le matériau à des contraintes différentes et on voit l'influence de celles-ci sur le comportement magnétique de ce matériau.

Pour n=1, le résultat de calcule est comme suit :



Figure IV-10: La magnétostriction en fonction de l'aimantation pour une contrainte de 0.57Mpa.

Nous pouvons noter que le résultat obtenu (figure IV-10) on utilisant la méthode des moindres carrées, le résultat montre des courbes paraboliques avec un bon accord entre les données calculées et mesurées données en [35]. Et l'écart est estimé à 5.54%.

#### Pour n=2 :

Le tableau suivant donne les valeurs des paramètres de magnétostriction pour le Fer-silicium

paramètres	$\gamma_1(0)$	γ <sub>1</sub> ′(0)	γ <sub>1</sub> "(0)	$\gamma_2(0)$	γ <sub>2</sub> ′(0)	γ <sub>2</sub> "(0)
valeur	1.0710e-018	-1.8790e-024	6.5928e-030	-2.8179e-031	4.9437e-037	-1.7346e-042

Tableau IV-3 : Paramètres de magnétostriction pour le Fer-silicium.



Figure IV-11: La magnétostriction en fonction de l'aimantation pour une contrainte de 0.57 Mpa.

Pour le cas n=2, on remarque sur la figure (IV-11) que l'écart entre le résultat expérimentale et le résultat calculé est consédirable et cela pour les faibles contraintes

#### IV-7) Autre Modèle de magnétostriction :

Cette partie traite l'étude de la magnétostriction d'un transducteur magnétostrictif à base de Terfenol-D. Comme première étape, nous caractérisons la magnétostriction qui résulte à un niveau de magnétisation donnée.

En première approximation à la relation entre l'aimantation et magnétostriction dans les matériaux isotropes est donnée selon la formule suivante [34]:

$$\lambda = \frac{3}{2} \frac{\lambda_s}{M_s^2} M^2 \tag{IV-14}$$

Ici  $\lambda_s$  et  $M_s$  représentent respectivement la magnétostriction à saturation et l'aimantation à saturation. Pour unéchantillon isolé de Terfenol-D, $M_s$  représentel'aimantationnécessaire pour faire tournertous les moments et il a étéobservé quela valeur approximative de l'aimantation à

saturation $M_s \approx 7.9 * 1e5 A/m$ . La valeur  $\lambda_s$  dépenddel'orientation initialedemomentset doncdela précontrainteappliquée. En l'absence d'une contrainte appliquée et dans l'hypothèse de modèle cubique anisotrope  $\lambda_s$  peut être définit en termes indépendant de magnétostriction à saturation  $\lambda_{100}$  et  $\lambda_{111}$  respectivement dans les directions < 100 > et < 111 > [34].

$$\lambda_s = \frac{2}{3}\lambda_{100} + \frac{3}{5}\lambda_{111}$$
 (IV-15)

Et si les valeurs de  $\lambda_{100}$  et  $\lambda_{111}$  ne sont pas connues, la valeur de  $\lambda_s$  est donnée par [34] :

$$\bar{\alpha} = \alpha + \left(\frac{9}{2}\right) \left(\lambda_s \sigma / \mu_0 {M_s}^2\right)$$

D'où : 
$$\lambda_s = \left(\frac{2}{9}\right) \left[ (\bar{\alpha} - \alpha) \mu_0 M_s^2 \right] / \sigma \qquad (\text{IV-16})$$

On trouve dans [35] les valeurs de  $\bar{\alpha}$  et  $\alpha$ 

On remplace l'équation (IV-16) dans (IV-14) on obtient l'expression de la magnétostriction en fonction de l'aimantation M et la contrainte  $\sigma$  comme suit :

$$\lambda(\sigma, M) = \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{(\bar{\alpha} - \alpha)\mu_0}{\sigma}\right) M^2$$
(IV-17)



Wound Wire Solenoid

Figure IV-12: Coupe transversale d'un transducteur magnétostrictif typiqueTerfenol-D.


Figure IV-13 : la magnétostriction en fonction de l'aimantation pour une contrainte de 0.57Mpa.



Figure IV-14 : la magnétostriction en fonction de l'aimantation pour une contrainte de 7.98Mpa.

Les figures (IV-13) et (IV-14) montrent que la déformation de magnétostriction déminue on augmentant l'aimantation et cela pour des valeurs négatives de l'aimantation. Et pour des valeurs positives de l'aimantation la déformation croit avec l'augmentation de ces valeurs, on remarque aussi que la valeur de la déformation relative déminue on fait augmenter la contrainte.



Figure IV-15 : la magnétostriction en fonction de l'aimantation pour une contrainte de 7.98Mpa.

L'utilisation du modèle donné en (IV-17) fourni une bonne concordance des résultats, tel que l'erreur est d'un petit pourcentage.

Pour les faibles contraintes (<1Mpa) nous avons utilisé le modèle donné en (IV-17), on prend une contrainte de 0.57Mpa comme exemple, la comparaison des résultats retrouvés en utilisant le modèle de l'équation (IV-17) et les résultats pratiques [34] donnent :



Figure IV-16: la magnétostriction en fonction de l'aimantation pour une contrainte de 0.57Mpa.

Pour de faibles contraintes (Figure IV-16), il ya un écart considérable entre les deux courbes, le model précédent n'est pas représentatif pour ces valeurs de contraintes.

Pour corriger l'écart remarqué dans le cas des faibles contraintes on a utilisé la méthode des moindres carrées.



Figure IV-17 : la magnétostriction en fonction de l'aimantation pour une contrainte de 0.57Mpa.

Le résultat montre des courbes paraboliques avec un bon accord entre les données calculées et fournis en [34].

#### IV-7) Modélisation du problème mécanique

#### Introduction

L'objectif de cette partie est le comportement magnéto-élastique des matériaux ferromagnétiques employés dans le domaine du génie électrique.

Cette étude est limitée aux matériaux ferromagnétiques capables de s'aimanter en présence d'un champ magnétique.

Le phénomène de magnétostriction que présentent ces matériaux correspond à un couplage fort entre les propriétés magnétiques et mécaniques. Un champ magnétique produit une déformation (l'effet direct), tandis qu'une contrainte mécanique induit un changement de l'état magnétique (effet inverse).

Un modèle bidimensionnel d'élasticité est établit dans cette partie qui permet l'étude des déformations d'une plaque ferromagnétique du phénomène de magnétostriction.

#### IV-7-1) Comportement élastique de la matière

Prenons le cas d'une poutre encastrée au niveau de l'une de ces extrémités. Une force perpendiculaire à la direction de la poutre appliquée sur l'extrémité libre engendre un champ de déplacement et de déformation tel que à :

x = 0: On enregistre une déformation maximale et un déplacement minimal.

x = L: On enregistre une déformation minimale et déplacement maximal.



Figure IV-18 : Déformation d'un barreau suivant sa direction longitudinale.

Le comportement élastique de toute structure dépend des propriétés mécaniques de son matériau. Ces propriétés sont données par les coefficients de Young et de Poisson.

Considérant un barreau de longueur « l », à qui une force f est appliqué dans la direction longitudinale. Dans le cas où la force tend à allonger le barreau, on parle de traction. Dans le cas où elle tend à le comprimer, on parle de compression. Soumis à cette force, le barreau subit une déformation définie par :

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

Avec :

 $\varepsilon$ : La déformation longitudinale.



Figure IV-19 : Déformation d'un barreau suivant sa direction longitudinale.

On considère un corps solide déformable, ce corps est soumit à l'action des forces de volume  $f_v$ . Le problème mécanique consiste à déterminer le champ des déplacements *uet* / ou des contraintes  $\sigma$  dans un corps de forme initiale connu. Les équations décrivant le comportement du corps sont les équations aux dérivées partielles avec des conditions aux limites [5].

Pour simplifier les calcules certaines hypothèses sont s'imposent :

- Le corps est homogène : les constantes du matériau sont les mêmes en tout point du corps et ne changent dans le domaine.
- Le corps est isotrope : les caractéristiques du corps ne changent pas avec la direction auteur d'un point à l'intérieur

3) L'élasticité est idéale : les déformations et les contraintes nous fournissent la même information sur l'état du corps. La déformation est complètement réversible et le corps revient à son état initiale une fois la charge est supprimée.

#### IV-7-1-1) Equation d'équilibre

Pour un solide soumit à l'action des forces de volume, l'équation d'équilibre s'écrit :

$$f + \nabla . \sigma = \rho \, \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{IV-18}$$

 $\sigma = C.\varepsilon$  (Loi de Hooke généralisée)

C est le tenseur d'élasticité.

$$\vec{\varepsilon} = \nabla \vec{u} \tag{IV-19}$$

- $\rho$ : La masse volumique du matériau [kg/m<sup>3</sup>].
- f: Vecteur densité de force [N/ $m^3$ ].
- $\sigma$ : Tenseur des contraintes [Pa].
- $\varepsilon$ : Tenseur des déformations.
- *u* : Champs de déplacement [m].

La loi de Hooke est, par essence tridimensionnelle. Dans son application à des problèmes 2D, il faudra distinguer déformations planes et contraintes planes.

#### ✓ Déformation plane

On parle de déformation plane si on considère que les contraintes appliquées dans le plan (x, y) n'entraîne pas de déformations suivant l'axe Z et on a :

$$\varepsilon_{zz} = 0$$
,  $\sigma_{zz} \neq 0$ 

La relation déformation contrainte s'écrit alors :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \frac{E(1-v)}{(1+v)(1-2v)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{v}{1-v} & 0 \\ \frac{1}{1-v} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2v}{1-v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix}$$

#### ✓ Contrainte plane

Le modèle contrainte plane est une approximation qui convient aux plaques minces sollicitées dans leur plan par des forces de surface et de volume.

Toute contrainte suivant l'axe (oz) est considérée nulle ( $\sigma_{zz} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz}$ ) et la relation déformation-contrainte devient :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1-v^2)} \begin{bmatrix} 1 & v & 0 \\ v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1-v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix}$$

#### IV-7-2) Discrétisation éléments finis

Le problème d'élasticité est résolu par la méthode des éléments finis en calculant le déplacement à chaque nœud du maillage. La discrétisation de l'équation (IV-18) aboutit à un système algébrique [5], [36]:

$$[K][U] = [F] \tag{IV-20}$$

[*K*] : Matrice de raideur.

[U] : Matrice champs de déplacement.

[F] : Matrice force.

La force F est due au phénomène de magnétostriction, elle est dénoté par  $F_{ms}^e$ .

#### IV-7-3) Forces dues au phénomène de magnétostriction

Le calcul des forces dues à la magnétostriction est effectué avec deux méthodes différentes. La première méthode consiste en l'utilisation de la loi de comportement des milieux élastiques à partir de laquelle on peut déterminer les contraintes et ensuite déduire les forces dues au phénomène de magnétostriction. La deuxième méthode permet l'utilisation de la dérivée de l'énergie de déformation.

#### Forces déduite à partir des contraintes de magnétostriction [8], [5]

Les forces dues au phénomène de magnétostriction sont déduites à partir de l'énergie de déformation donnée par la relation :

$$w = \int \{ \int \sigma \, d\varepsilon \} \, d\Omega \tag{IV-21}$$

A partir de l'équation (IV-21), on déduit les forces dues à la magnétostriction:

$$Fms = \frac{\partial}{\partial x} \int \{ \int \sigma \, d\varepsilon \} \, d\Omega \tag{IV-22}$$

Dans le cas de petites déformations, la relation déformation-déplacement s'écrit :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$
(IV-23)

Dans notre travaille la force mécanique est appliquée suivant une seule direction donc la déformation est uniaxiale., la déformation devient :

$$\varepsilon_{\rm xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_{\rm x}}{\partial y} \right) \tag{IV-24}$$

#### IV-8) dispositif d'étude



# IV-8-1) Caractéristiques physiques et géométriques

Figure IV-20: Plaque de Fer-Silicium soumit à des contraintes mécaniques.

Pour étudier la déformation de matériau magnétostrictif de type Fer-Silicium on choisit un échantillon de forme rectangulaire de 200mm de longueur et de 100 mm de largeur, et de 5mm d'épaisseur, encastré par une coté et soumit à des forces mécaniques de l'autre coté, et le champ source est représenté par les conditions aux limites de type Dirichlet.

La figure suivante montre la géométrie obtenue :



Figure IV-21 : Caractéristiques géométriques du dispositif d'étude, et les conditions aux limites.

Les caractéristiques physiques des différents milieux sont comme suit:

- 1. L'air :
- > Conductivité électrique :  $\sigma_{air} = 0 [\boldsymbol{\Omega}. \boldsymbol{m}]^{-1}$
- > Perméabilité magnétique : $\mu_0 = 4\pi * 1e 7 [H/m]$

#### 2) La tôle ferromagnétique : de type Fe-Si

Conductivité électrique :  $\sigma_{tole} = 0 [\mathbf{\Omega}. \mathbf{m}]^{-1}$ 

Perméabilité magnétique relative :  $\mu_r = 7000[\text{H}/\text{m}]$ 

#### **IV-8-2)** Domaine de résolution

Les limites du problème élastique sont définies sur les frontières de la charge utilisée dans cette application



Figure IV-22 : Maillage éléments finis du dispositif.

La figure (IV-22) représente le maillage éléments finis utilisé pour la résolution du phénomène de déformation. Ce dernier sera réactualisé à chaque pas de résolution de l'équation de la déformation de la tôle ferromagnétique. Pour chaque itération, la génération de la nouvelle géométrie se traduit au niveau du maillage, soit par un déplacement de nœuds soit par un remaillage. Pour le présent travail la méthode utilisée pour la modification de la géométrie est la technique du remaillage.

#### IV-9) Organigramme de calcul

La résolution du problème est effectuée par la méthode des éléments finis est donné par l'organigramme de la figure (IV-23).



Figure IV-23 : Organigramme de résolution mécanique.

# IV-9) Résultats de déformations obtenues

# IV-9-1) Pour une force de magnétostriction constante

# IV-9-1-1) Cas de la force appliquée dans la direction horizontale x

Figure IV-24: Champ de déplacement suivant la direction horizontale x.



IV-9-1-2) Cas de la force appliquée dans la direction verticale y

0.0000	.0350.0350.0350.0350.0350.0350.0350.035	1000.0000.0000.00	510	0.030.030.030.030.030.030.030.030.030.0	.0300.0300.0300.030	A -9 A	04034555 0340 0340 0340 0340 0340 0340 0	0.0340.0340.0340	26476
0.0356	0340 0340 0340 0340 0340 0340 0340 0340	3358 8358 8358 <mark>97</mark>	1.	0.0340 0350 0340 0350 0340 0350 0340 0350 035	0350 0350 0350 037	710 71 8,8958,6		0.0040.0040.0040	35.36
0:009450		0340.0340.0340 <mark>.</mark>	<b>£</b> 03	0003460 0340 0340 0340 0340 0340 0340 03	0340.0340.0340	<b>3</b> 0340jC		1.0340.0340.0340 1.0330.0330.0330	0.0330.0
8:8336		8348 8349 8348	<b>\$</b> 83	0.0396	6346.6349.6349	<b>B033B</b> E	9 <del>1835</del> .	0330.0330.0330	picesolic
90,09950		0330.0330.0330	-4 3-03	90995	0330.0330.0330-	B033BC	0.0330		1032010
8.8326		1928 8329 8 <b>32</b> 8	-600	8.8326	6526 6326 6326	f 8326f E	9/835	0320.0320.0320	1.5 1.5
0:03350		3320.0320.0 <b>320</b>	503	906220	0320.0320.0320	1.0320°C	0.0220	0000 0000	lasala
8.8370		3378.8378.8 <b>37</b> 8	<u>й</u> вэ	8.8976	6378 6378 6378	1 1 1,0370,E	0.0310	0310.0310.0310	1031010
0000350		0310.0310.0 <mark>310</mark> -	-0103	0,00360	0310.0310.0310	19 9 20310.0	999h	0310.0310.0310	
0,693,60		CALOGALOGALO	2,02	0698	មុនមាតនូមមាតនូម ពេលមាពលាកាម	0.03906	0.0310 0.03	0310.0310.0310	0,000,10,00 1,10,3 1,1
0.0005			-0.0 5310	0.0205		-0.03-0	0.696	0.03.0.03.0.03	19:63:19:
0.03			-0.0			-0.03-0	0.02		B1167161

Figure IV-25 : Champ de déplacement suivant la direction verticale y.

# **IV-9-2**) Pour une force de magnètostriction variable

Les résultas de déformation et du déplacement obtenus pour une force variable d'un problème mécanique sont représentées au dessous :



Figure IV-26 : Le déplacement en fonction de la position y.

La figure (IV-26) représente la courbe du déplacement en fonction de la position y, on voit clairement que le déplacement varier d'une façon symétrique et aboutira à une forme parabolique



Figure IV-27 : La déformation relative en fonction de la position y.

La figure (IV-27) représente la courbe de déformations relatives elle varie d'une façon aussi symétrique, les déformations relatives ont une valeur maximale de 3.5\*1e-6 m.

#### Conclusion

Dans ce chapitre nous avons abordé le cadre dans lequel s'est déroulé ce mémoire, des modèles de magnétostrictions ont été présentés. Dans un premier temps nous avons présenté les résultats de magnétostrictions en fonction de l'aimantation pour un matériau de type Terfenol-D, nous avons utilisé la méthode des moindres carréspour la validation des calculs effectués par rapport à ceux existants dans la littérature. La deuxième partie de ce chapitre concerne le développement de modèles de magnétostriction pour deux types de matériaux le Terfenol-D et le Fer-silicium. La troisième partie concerne la résolution d'un problème de déformation mécanique, le dispositif utilisé est une plaque de Fer-Silicium encastrée d'un coté et soumise à des contraintes mécaniques.

# Conclusion générale

#### **Conclusion générale**

Au cours de ce travail, nous nous somme intéressés à l'étude et au développement de modèles de déformation magnéto-élastiques. La première partie de notre travail concerne la modélisation des matériaux actifs utilisés en génie électrique, état de l'art de ces matériaux, les modèles mathématiques et les modèles de couplage magnéto-élastiques. Notre étude a concernée l'analyse des phénomènes magnéto-élastiques dans les matériaux à magnétostriction géante tel que le Terfenol-D et le fer-Silicium.

Nous avons considéré un modèle de magnétostriction en fonction de l'aimantation pour une contrainte appliquée. Dans un premier temps le modèle a été appliqué dans les cas de fortes contraintes et de faibles contraintes, le modèle répond correctement et la validation a été obtenue. Lorsque la contrainte appliquée est faible le modèle fournit des résultats loin de ceux fournis dans la littérature. Ce qui nous amener à considérer un autre modèle de représentation de la magnétostriction en fonction de l'aimantation, pour les faibles contraintes le modèle a été appliqué et validé.

La deuxième partie de notre travail traite le développement de modèles de magnétostriction pour deux type de matériaux le Fer-Silicium et le Terfenol-D, pour l'optimisation des paramètres de magnétostriction nous avons utilisé la méthode des moindres carrés, les résultats obtenus montrent que les calcule pour n=2 engendre une perturbation sur le comportement magnétique du matériau. Un autre modèle a été utilisé dans les cas de faibles et fortes valeurs de la contrainte, et les résultats obtenu sont jugés cohérents et conformes à ceux fournis dans la littérature

Pour le traitement du problème mécanique nous avons utilisé la méthode des éléments finis en hypothèse bidimensionnelle pour résoudre l'équation de la déformation, le modèle mit en œuvre est une plaque de Fer-Silicium soumise à des contraintes mécaniques.

# références bibliographiques

# **Références bibliographiques**

[1] : Nicolas GALOPIN. Modélisation et caractérisation de matériaux actifs pour la conception de dispositifs magnéto-électriques, Thèse de Doctorat, université Paris XI, 2007.

[2] : Laurent DANIEL. Modélisation multi-échelle du comportement magnéto-mécanique des matériaux ferromagnétiques texturés, Thèse de Doctorat, école normale supérieure de CACHEN, 2003.

[3] : A.Viana. Étude de la magnétostriction sur un cylindre d'acier soumis à des fortes contraintes sous faible champ, article G2Elab, BP 46 ,38402 Saint Martin d'Hères, France.

[4]: ME. Kuruzar, B.D Cullity. The magnetostriction of iron under tensil and compressive stress. Int .J.M.Magn, 1, 323.

[5]: F.Hocini. Association de la commande pour l'étude par éléments finis des phénomènes magnéto-élastiques et vibratoires dans les systèmes électrotechniques. Thèse de Doctorat, université Mouloud Mammeri de Tizi-ouzou, 2013.

[6] : Sina Valadkhan. Nano positioning control using magnetostrictive Actuators, These de Doctorat, université Waterloo, Ontario, Canada, 2007.

[7]: P.Garikepati, T.T Chang, D.C.Jiles, Theory of Ferromagnetic Hysteresis : Evaluation of Stress from Hysteresis Curve, IEEE Transactions Magnetics, Vol.24 N.6, Novembre 1988.

[8]: A.Nait Ousslimane, Etude tridimensionnelle de structurenmicro-éléctromécanique (MEMS) en régime dynamique, mémoire de Magister, Université de Mouloud Mammeri tiziouzou , Novembre 2008.

[9] : F.Hocini, H.Mohellebi, R.Chaibi, M.Feliachi. Modèle Inverse de Jiles –Atherton pour les matériaux Magnétostrictifs : Application au Terfenol-D, European Journal of Electrical Engineering (EJEE), Vol 15, PP.195-202, DOI/10.3166/ejee.15.195-202, 2012.

[10] : F.Hocini, H.Mohellebi, R.Chaibi, M.Feliachi, Modèle Inverse de Jiles – Atherton pour les matériaux Magnétostrictifs : Application au Terfenol-D, MGE. 2010, Matériaux de génie électrique , Montpellier, Septembre 2010.

[11]: José L.Pons, Emerging Actuators Technologie. A Micromechatronic Approach edition John Wiley and Sons Ltd, ISBN, 0-470-09197-5, Copyright 2005.

[12]: N.Ida,J,P,A, Bastos, Eltromagnetics and calculation of fields, article, Springer, 1997.

[13]: N.Galopin; K.Azoum; M.Besbes; F.Boullant; L.Daniel; O.Hbert; F.Alves: Caractérisation et modélisation des déformations induites par les forces magnétiques et par la magnétostriction.article, MGE, Lyon2005.

[14] : P.Bressonneau : Magnétisme et matériaux magnétiques pour l'électrotechnique. Article, Hermes ;1997.

[15] : M. SOULTAN : Approche du bruit magnétomécanique, application au suivi de la fatigue en flexion relative, Thèse de doctorat, l'INSA de Lyon. Décembre 2002.

[16] : K. NADJET. Modélisation de l'hystérésis magnétique en vue de son intégration dans un code de calcul du champ électromagnétique. Mémoire de magistère , Université de Batna, Mai 2006.

[17] :F. CONSEIL: Simulation, conception et réalisation d'un commutateur en technologie microsystème pour dispositifs logiques sécuritaire. Thèse de doctorat, université des sciences et technologie de Lille.2003.

[18] : H. HOOL . Finit elements, Electromagnetic and Design .article, Elsevier 1995.

[19] : H. MOHELLEBI ; "Elaboration de modèles 2D analytico – numériques pour l'étude de systèmes électromagnétiques comportant des pièces en mouvement". Thèse de doctorat d'état, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou. Algérie 2001.

[20] : K. SRAIRI; Modélisation d'actionneurs électromagnétiques alimenté en régime transitoir. Thèse de doctorat, Université de Nantes 1996.

[21] : H. BENSAIDAN. "Modélisation des systèmes micro – électromécanique (MEMS) en régime dynamique par la méthode des éléments finis". Thèse de magistère, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou 2006.

[22] : K. PREIS, O. BINO "Numerical analysis of 3D magnétostatique field". IEEE Transaction on magnetic. Vol. 27, No. 5. Spl 1991, P. 3798 – 3803.

[23] : G.CHRISTOPHE, M. YRES, M. GERARD. "Numerical aspect of 3D magnetodynam<u>ique</u> formation using the magnetic vector potential", article, L.E.G, ENSIEG. France.

[24] : Christophe CARTIER : ACTIONNEURS ROTATIFS MAGNETOSTRICTIFS A ACCUMULATION DE PAS ; l'Ecole Doctorale « Electronique, Electrotechnique, Automatique, Télécommunications, Signal», thèse de doctorat Novembre 2002.

[25] : CHIKAZUMI S., Physics of Magnetism, New York : John Wiley & Sons, 1964. 560 p.

[26] : BATES L. F, Modern Magnetism, Cambridge : University Press, 1963. 518p

[27] : Jean-Christian AIME ; Dispositifs magnétostrictifs pour l'auscultation des câbles de génie civil thèse de Doctorat, École doctorale : Mécanique, Energétique, Génie civil, et Acoustique. Juillet 2001.

[28] : O. D. Mac Masters, «Preparation of Terfenol-D transducer elements by float zone solidification », A five day course on highly active magnetostrictive transducers, these de doctorat Ed.Carl Tyren, Lund (Suède) : Terfenol AB, 1986, p. 6.

[29]: M. Laurent GROS ; Modélisation, conception et caractérisation de pots vibrants magnétostrictifs. Application au contrôle actif des vibrations ,Thèse de doctorat ; L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE..mars 1992.

[30] :S.CHETOUH, Caractérisation mécanique des matériaux intelligents de type magnétostrictifs et leur applications, mémoire de magister ; Université Mentouri –Constantine ,mai 2010.

[31] : Michael Roussel ; Intégration sur silicium et caractérisation de films minces de polyuréthane nanocomposite pour le développement de micro-actionneurs MEMS électrostrictifs, these de doctorat ; Laboratoire de recherche : Institut des Nanotechnologies de Lyon (INL - UMR 5270), Décembre 2012.

[32] : AE. Clark, M. Wun-Fogle, J.P. Teter, J.B. Restorff? S.F. Cheng, «Magnétization, Young's moduli and magnetostricition of rare-earth-iron eutectic alloys with R=Tbo.6Dy0.4 », Jour. Appl. Phys. 76[10], p. 7009-7011, 1994.

[33]: Abdou-Fadel BOUKARI: Piezoelectric actuators modeling for complex systems control

Modélisation des actionneurs piézoélectriques pour le contrôle des systèmes complexes, thèse de doctorat, l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers. le 23 Septembre 2010.

[34] :F. T. Calkins, R. C. Smith, and A. B. Flatau: Energy-Based Hysteresis Model for magnetostrictive Transducers. Article, IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 36, NO. 2, MARCH 2000.

[35]: O. A. Mohammed, Fellow IEEE, T.E, Calvert, L. Petersen and R. McConnell, Member IEEE: Transient Modeling of Coupled Magnetoelastic Problems in Electric Machines.

[36]: Osama A. Mohammed, Nagy Y. Abed, Shreerang Ganu, Shuo Liu: ACOUSTIC NOISE SIGNAL EVALUATION DUE TO MAGNETOSTRICTIVE EFFECTS IN ELECTRICAL EQUIPMENT.

[37]: Galopin N, Azoum K, Besbes M, Bouillaut F, Daniel L : Conception et modélisation d'un dipositif de contrôle de déplacement utilisant un matériau à magnétostriction géante ; Laboratoire de génie électrique de Paris, Supelec, Novembre 2006.

#### Résumé :

Ce travail est consacré à l'étude du développement de modèles associés aux matériaux actifs en se référant aux modèles de propriétés physiques tenant compte de la contrainte mécanique. Une méthode d'identification de paramètres a été exploitée en vue de la validation du modèle se basant sur le développement en série de Taylor des coefficients de la magnétostriction. Une association en calcul par éléments finis a été envisagée. Une application a été choisie et intégrée dans un calcul par éléments finis pour résoudre le problème de la déformation magnéto-élastique. Une confrontation avec des données de l'expérimentation est réalisée en vue de validation du modèle de la magnétostriction en fonction de la contrainte utilisé. Tableau I-1 : Exemples d'application des matériaux piézoélectriques.

Tableau I-2 : Comparaison céramiques PZT / matériaux à magnétostriction géante.

Tableau IV-1 : Paramètres de magnétostriction pour le Terfenol-D pour une contrainte de 0.57Mpa.

Tableau IV-2 : paramètres de magnétostriction pour le Terfenol-D.

Tableau IV-3 : paramètres de magnétostriction pour le Fer-silicium.

Figure I-1: Schéma de principe de la magnétostriction d'un cristal.

Figure I-2: Variations de l'orientation relative des domaines sous l'effet d'un champ polarisant.

Figure I-3 : Illustrations de l'effet Joule longitudinal exagéré.

Figure I-4 Détection de la variation d'aimantation propre du matériau.

Figure I-5 : Illustration de l'effet hélicoïdal de Wiedemann. Un mouvement de rotation. provoqué par le courant I qui vient se superposer au champ H.

Figurr I-6 : Illustration de l'effet piézoélectrique direct.

Figure I-7 : Un capteur magnétostrictif.

Figure I-8 : Principe d'un actionneur magnétostrictif

Figure I-9 : Actionneur magnétostrictif de structure circulaire.

Figure I-10: Actionneur magnétostrictif de structure plane.

Figure I-11 : Représentation d'un actionneur piézo-électrique.

Figure II-1: Dispositif électromagnétique comportant l'inducteur, l'induit et l'air.

Figure III-1 :Illustartion de l'effet  $\Delta E$ .

Figure III-2 : Effet des contraintes sur l'aimantation d'un polycristal de fer

Figure III-3 : Distorsion de la maille cubique dans le fer C > a.

Figure IV-1 :Illustration de la magnétostriction.

Figure IV-2 : La magnétostriction en fonction de l'aimantation pour une contrainte de 7.98Mpa.

Figure IV-3 : la magnétostriction en fonction de l'aimantation pour différentes contraintes.

Figure IV-4 : la magnétostriction en fonction de l'aimantation pour différentes contraintes.

Figure IV-5 :la magnetostriction en fonction de l'aimantation pour une contrainte de 7.98Mpa.

Figure IV-6 : La magnétostriction en fonction de l'aimantation pour une contrainte de 0.57Mpa.

Figure IV-7: La magnétostriction en fonction de l'aimantation pour une contrainte de 0.57Mpa.

Figure IV-8: La magnétostriction en fonction de l'aimantation pour une contrainte de 0.57Mpa.

Figure IV-9: La magnétostriction en fonction de l'aimantation pour les deux modèles

( n=1 et n=2).

Figure IV-10: La magnétostriction en fonction de l'aimantation pour une contrainte de 0.57Mpa.

Figure IV-11: La magnétostriction en fonction de l'aimantation pour une contrainte de 0.57 Mpa.

Figure IV-12: Coupe transversale d'un transducteur magnétostrictif typique Terfenol-D.

Figure IV-13 : la magnétostriction en fonction de l'aimantation pour une contrainte de 0.57Mpa.

Figure IV-14 : la magnétostriction en fonction de l'aimantation pour une contrainte de 7.98Mpa.

Figure IV-15 : la magnétostriction en fonction de l'aimantation pour une contrainte de 7.98Mpa.

Figure IV-16: la magnétostriction en fonction de l'aimantation pour une contrainte de 0.57Mpa

Figure IV-17 : la magnétostriction en fonction de l'aimantation pour une contrainte de 0.57Mpa.

Figure IV-18 : Déformation d'un barreau suivant sa direction longitudinale.

Figure IV-19 : Déformation d'un barreau suivant sa direction longitudinale.

Figure IV-20 : Plaque de Fer-Silicium soumit à des contraintes mécaniques.

Figure IV-21 : Caractéristiques géométriques du dispositif d'étude, et les conditions aux limites.

Figure IV-22 : Maillage éléments finis du dispositif.

Figure IV-23 : Organigramme de résolution mécanique.

Figure IV-24: Champ de déplacement suivant la direction horizontale.

Figure IV-25 : Champ de déplacement suivant la direction verticale y.

Figure IV-26 : Le déplacement en fonction de la position y.

Figure IV-27 : La déformation relative en fonction de la position y.