

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI, TIZI-OUZOU

FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET DE L'INFORMATIQUE

DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE



Mémoire de fin d'études

Présenté en vue de l'obtention du Diplôme d'Ingénieur d'État
en Électronique

Option : Communication

Thème:

Étude des antennes à ouvertures rayonnantes

Proposé et dirigé par:

Mr : KANANE.H.

Étudiée et réalisés par:

M^{elle}: ABERKANE Djamilia.

M^{elle}: ROUIFED Chahira.

Année universitaire 2010/2011.

Résumé

Notre travail consiste à étudier les antennes à ouvertures. Leur étude se ramène à la diffraction du champ électromagnétique par un trou percé dans un écran conducteur, cependant, nous présenterons les différentes formules qui permettent de déterminer ce champ électromagnétique, et nous terminerons par une application sur le cornet et la parabole.

Pour présenter notre travail, nous l'avons structuré en trois chapitres principaux :

Dans le premier chapitre, les connaissances de base d'électromagnétisme (équations de Maxwell, et les potentiels) sont brièvement rappelées, puis nous présentons des généralités sur les antennes où nous avons exposé les différentes caractéristiques et les types d'antennes existantes.

Dans le deuxième chapitre, nous représentons les différentes théories, les principes généraux ainsi que des formules principales appliqués au rayonnement par ouverture.

Le dernier chapitre, est dédié à l'étude des antennes à ouvertures les plus utilisées (le cornet et la parabole), où nous avons déterminé leurs diagrammes de rayonnement avec Matlab.

<i>Introduction générale</i>	1
------------------------------------	---

Chapitre I : notions de base d'antennes.

I.1. Définition d'onde électromagnétique	2
I.1.1. propriétés d'onde électromagnétique.....	2
• Fréquence.....	2
• La longueur d'onde électromagnétique.....	2
• Propagation.....	3
• Polarisation.....	3
I.1.2. Spectre d'onde électromagnétique.....	3
I.1.3. Type d'onde électromagnétique	4
• Onde sphérique.....	4
• Onde plane.....	5
I.2. Équations de la conservation de la charge électrique.....	5
I.3. Théorème d'Helmholtz.....	7
I.4. Équations de Maxwell.....	7
I.4.1) Équations de Maxwell sous forme locale.....	7
I.4.2) Équations de Maxwell sous forme intégral.....	8
I.5. Les relations constitutives de milieu.....	11
I.6. Les conditions aux limites.....	12
I.7. La force de Lorenz.....	12
I.8. Les potentiels	12
I.8.1. Le potentiel vecteur \vec{A}	12
I.8.2. Le potentiel scalaire V	14
I.9. Le régime statique.....	14
I.9.1. équations locales de l'électrostatique et leurs solutions.....	14
a) Notion de potentiel électrostatique.....	15
I.9.2. équations locales de magnétostatique et leurs solutions.....	15
a) notion du potentiel vecteur en statique.....	16
a.1. expression de \vec{A} ().....	16
I.10. les potentiels retardés.....	17
I.11. Régime harmonique	18
I.11.1. terme de source en régime harmonique	18
I.11.2. Équations de Maxwell en régime harmonique.....	18
I.11.3. Expression du champ électromagnétique en régime harmonique.....	18
I.12. les antennes.....	20
I.12.1. Définition d'une antenne.....	21
I.13. les différentes zones de rayonnement.....	21
• La zone proche.....	22
• La zone de Fresnel	22
• La zone de Fraunhofer.....	22
I.14. le vecteur de Poyting.....	22
I.15. caractéristiques d'antennes.....	23

1. Intensité de rayonnement.....	23
2. Puissance totale rayonnée	23
3. La résistance de rayonnement.....	24
4. Fonction caractéristique de rayonnement.....	24
5. L'angle d'ouverture.....	25
6. La directivité.....	25
7. Le gain.....	27
8. Le rendement.....	27
9. La polarisation.....	27
10. Impédance d'entrée.....	28
11. Théorème de réciprocité.....	28
12. La puissance collectée à la charge.....	30
13. La bande passante.....	31
I.16.les différents types d'antenne.....	31
1. Antenne planaire.....	32
2. Antenne filaire.....	32
3. Le réseau d'antenne.....	33
3.1. Définition du réseau d'antenne.....	33
3.2. Les différents types de réseau	34
• réseau linéaire	34
• Réseau uniforme.....	35
• Réseau spatial.....	35
4. antenne à ouverture.....	35

Chapitre II : rayonnement par ouverture

II.1. le principe d'équivalence.....	37
• Équivalence de Love.....	37
• Principe d'équivalence avec conducteur.....	38
• Équivalence à une ouverture.....	39
II.2. Équations de Maxwell généralisées et la dualité.....	40
II.3. principe de Huygens.....	44
• Source de Huygens.....	45
II.4. théorie de la diffraction.....	45
II.4.1. le théorème de Green.....	46
II.4.2. les formules de Kottler.....	51
II.4.3. les zones de rayonnement d'une ouverture rayonnante.....	53
II.4.4. les formules de Goudet.....	54
II.5. ouverture élémentaire.....	56
II.6. approximation à grande ouverture.....	57
II.7 expression des caractéristiques de l'ouverture rayonnante.....	58
II.8. les ouvertures uniformes.....	59
• l'ouverture rectangulaire.....	61
• l'ouverture circulaire.....	64

Chapitre III : étude et programmation des ouvertures rayonnantes

III.1. étude des antennes cornets.....	68
III.1.1 définition d'un cornet.....	69
III.1.2. les divers types de cornets et leurs utilisations.....	68
• le cornet sectoral plan E.....	68
• le cornet sectoral plan H.....	70
• le cornet pyramidal	70
• le cornet conique.....	71
III.1.3. la géométrie de cornet pyramidal.....	71
III.1.4 champ à l'ouverture.....	73
III.1.5. diagramme de rayonnement.....	75
• fonction caractéristique de rayonnement.....	75
III.1.6. caractéristiques.....	77
• intensité de rayonnement.....	77
• puissance totale rayonnée.....	77
• directivité.....	77
• le gain.....	77
III.2. étude de la parabole.....	80
III.2.1. définition.....	80
• source primaire.....	80
• le réflecteur.....	80
• feeder.....	80
• support de la source.....	80
• plaque au sommet.....	80
III.2.2 étude de l'antenne parabolique.....	81
III.2.2.1. propriété du paraboloïde.....	80
III.2.2.2. géométrie de la parabole.....	82
III.2.3. calcul du champ sur l'ouverture.....	83
III.2.4. la puissance totale rayonnée.....	85
III.2.5. la fonction caractéristique de rayonnement.....	85
III.2.6. champ rayonné à grande distance.....	84
 <i>Conclusion générale.....</i>	 87

Introduction générale

Le domaine des télécommunications est en perpétuelle évolution. La dynamique de développement est liée au besoin constant d'améliorer la flexibilité, l'ergonomie et la rapidité des transferts d'informations. La complexité des systèmes peut contribuer assez rapidement à l'augmentation des coûts de développement. Aussi, l'optimisation de chacune des composantes du système peut s'avérer une problématique assez intéressante. L'optimisation peut intervenir dans des cadres relativement variés et complémentaires comme la recherche de l'efficacité, l'amélioration des méthodes de conception, la réduction de l'encombrement, etc...

Les antennes constituent un maillon important de la chaîne de transmission. C'est par leur intermédiaire que s'effectuent l'émission et la réception du signal rayonné dans l'espace libre. En fonction de la liaison à réaliser, on distingue plusieurs types d'antennes et parmi elles, on peut citer les antennes directives. Celles-ci sont des dispositifs capables de concentrer l'énergie rayonnée dans une direction particulière. En contrepartie, les dimensions de ce type d'aérien sont souvent importantes > (paraboles, cornets, lentilles).

Notre travail consiste à étudier les antennes à ouvertures. Leur étude se ramène à la diffraction du champ électromagnétique par un trou percé dans un écran conducteur, cependant, nous présenterons les différentes formules qui permettent de déterminer ce champ électromagnétique, et nous terminerons par une application sur le cornet et la parabole.

Pour présenter notre travail, nous l'avons structuré en trois chapitres principaux :

Dans le premier chapitre, les connaissances de base d'électromagnétisme (équations de Maxwell, et les potentiels) sont brièvement rappelées, puis nous présentons des généralités sur les antennes où nous avons exposé les différentes caractéristiques et les types d'antennes existantes.

Dans le deuxième chapitre, nous représentons les différentes théories, les principes généraux ainsi que des formules principales appliqués au rayonnement par ouverture.

Le dernier chapitre, est dédié à l'étude des antennes à ouvertures les plus utilisées (le cornet et la parabole), où nous avons déterminé leurs diagrammes de rayonnement avec Matlab.

Pour finir, nous terminons par une conclusion générale.

chapitre I:

notions de base d'antennes

Introduction :

La théorie d'électromagnétisme repose principalement sur les quatre équations de MAXWELL établies en 1870. Après les avoir rappelées, nous verrons leurs applications aux antennes.

On sait qu'il existe une variété extrêmement large d'antennes, mais toutes peuvent être étudiées et comparées entre elles à travers les mêmes paramètres, on s'intéresse ici aux caractéristiques d'antenne, qui permet de déterminer ces propriétés que se soit en émission ou en réception.

I.1 Définition d'onde électromagnétique :

L'onde électromagnétique(OEM) est constituée d'un champ électrique \vec{E} , et d'un champ magnétique \vec{B} qui varient au même rythme que le courant qui leur a donné naissance ; elle est définie comme étant une perturbation se propageant, et se déplaçant pour transporter des informations, sans emporter de la matière.

I.1.1 Propriétés d'ondes électromagnétiques :

- **Fréquence :**

La fréquence d'une OEM, est celle des champs \vec{E} et \vec{B} qui la compose, c'est aussi la fréquence du courant circulant dans l'antenne.

Exemple : un signal sinusoïdal de $f = 100\text{MHz}$, appliqué à une antenne d'émission produira des champs \vec{E} et \vec{B} varient sinusoïdalement à la fréquence de 100MHz.

- **La longueur d'onde :**

La longueur d'onde λ est le trajet parcouru par l'OEM, durant une période T, qui est définie comme suit :

$$\lambda = vT = cT$$

Avec « c » est la célérité de la lumière dans le vide qui vaut :

$$c = 3.10^8 \text{ m/s.}$$

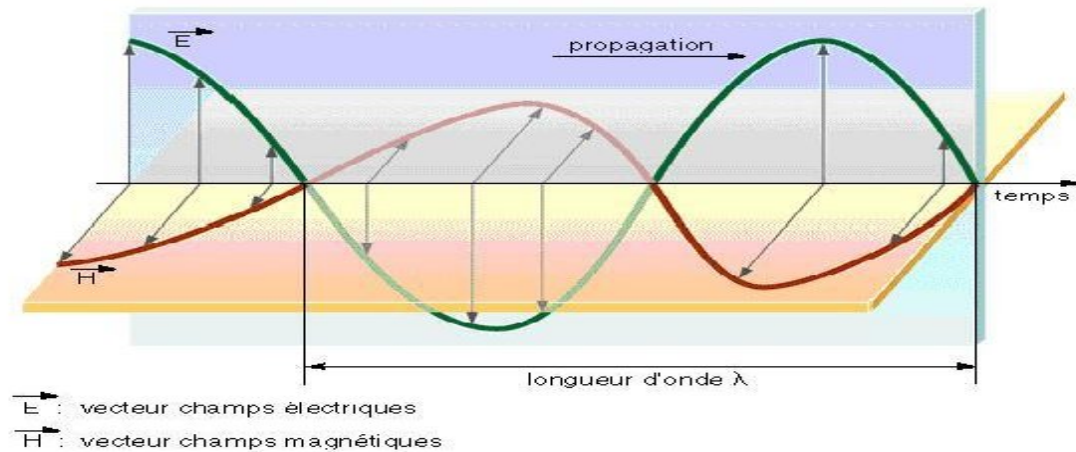


Figure I.1 : définition de la longueur d'onde.

- **Propagation :**

Les ondes électromagnétiques se propagent de l'antenne d'émission à l'antenne de réception de diverse manière :

- Par une onde directe, partant d'émission sur le récepteur sans rencontrer un obstacle naturel ou artificiel.
- Par une onde réfléchie, lorsque l'onde rencontre un obstacle est renvoyé dans sa totalité, ou une partie dans une direction différente.

- **Polarisation :**

La polarisation d'une onde électromagnétique est celle de son champ électrique \vec{E} , donc les différents types de polarisation d'une OEM sont :

- Si \vec{E} garde une direction constante, on dit que la polarisation est **rectiligne**.
- Le plus souvent \vec{E} est horizontal (polarisation **horizontale**) ou verticale (polarisation **verticale**).
- Il existe aussi des polarisations **circulaire** et **elliptique**.

I.1.2 Spectre d'onde électromagnétique:

Le spectre électromagnétique représente la répartition des ondes électromagnétiques en fonction de leur longueur d'onde, de leur fréquence ou bien encore de leur énergie, ce spectre est représenté par cette figure.

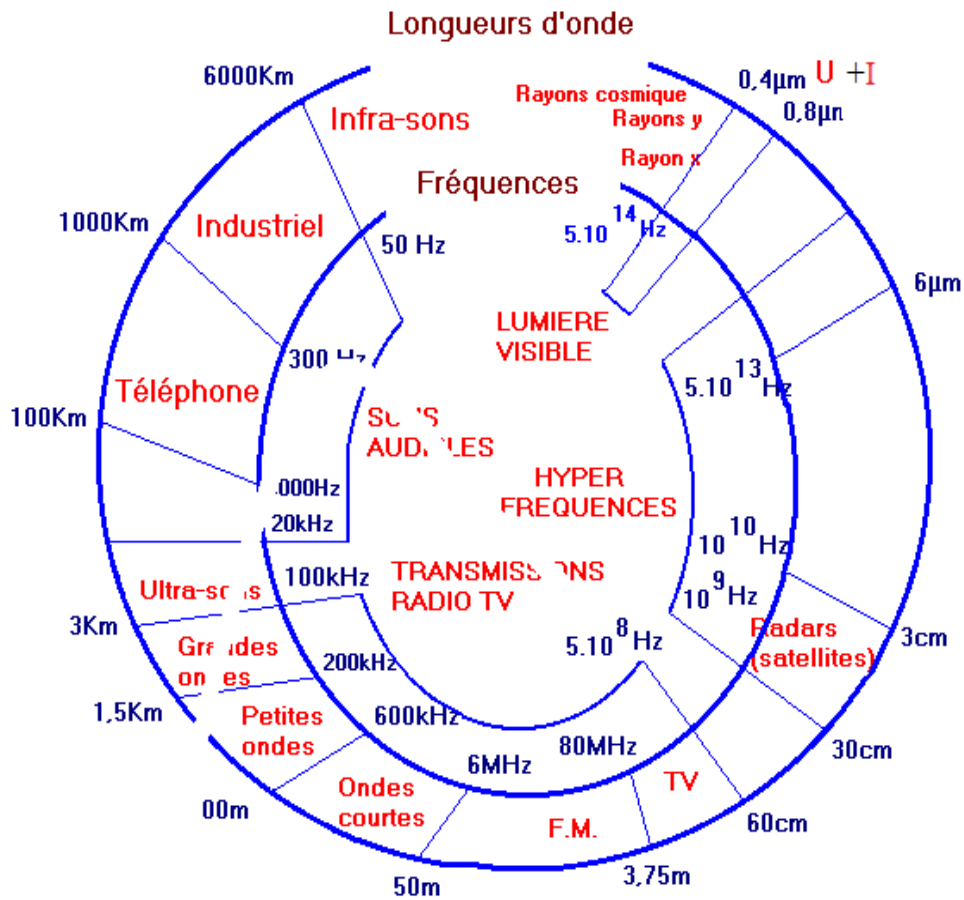


Figure I.2 : spectre d'onde électromagnétique.

I.1.3. Types d'ondes : il existe deux types d'onde :

- **Onde sphérique** : est une onde dont le front a la forme d'une sphère dont le rayon s'allonge à la vitesse de propagation de l'onde.

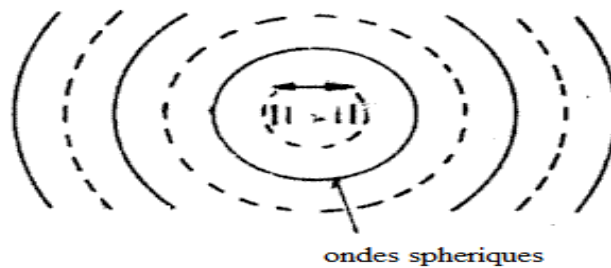


Figure I.3 : onde sphérique.

- **Onde plane** : Le rayon de cette l'onde sphérique est tellement grand qu'on peut considérer que, sur une surface limitée, le front de l'onde est localement plan. Dans ce cas le champ E et le champ H sont perpendiculaires entre eux et à la direction de propagation. Cette approximation sans grandes conséquences facilite la compréhension de la propagation des ondes.

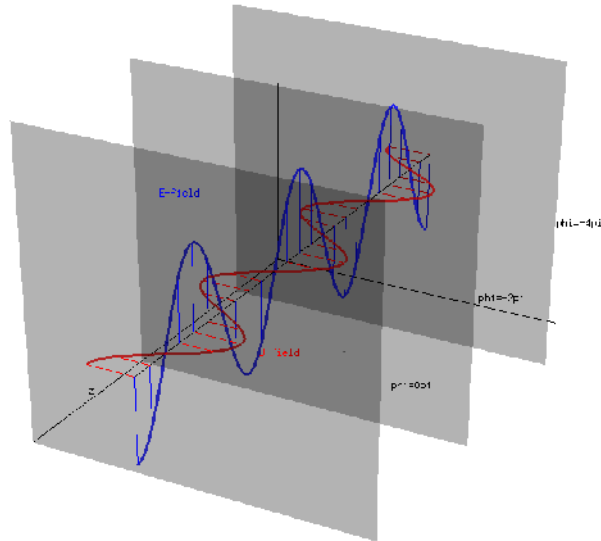


Figure I.4 : onde plane.

I.2 .Équation de conservation de la charge (équation de la continuité) :

En considérant les variations de la charge Q_{int} contenue dans un volume v , entouré par une surface fermée S , pendant l'intervalle de temps $[t, t+dt]$. Le courant $i(t)$ qui est lié à la quantité de charge quittant le volume à l'intervalle considéré, c-à-dire traversant la surface fermée (S) :

$$i(t) = - \frac{\partial q_{int}}{\partial t} \quad (I. 1)$$

le courant () peut s'écrire en fonction de densité de courant \vec{j} tel que :

$$i(t) = \oint \vec{j} \cdot \vec{s} \quad (I. 2)$$

Donc :

$$\oint \vec{j} \cdot \vec{s} = - \frac{\partial q_{int}}{\partial t} \quad (I. 3)$$

$Q_{\text{int}}(t)$ peut s'écrire en fonction de la densité volumique de charge à l'intérieur du volume tel que :

$$Q_{\text{int}}(t) = \iiint_V \rho(\vec{r}, t) d\tau \quad (I.4)$$

En mettant (I.4) dans (I.3) on aura :

$$\oint_S \vec{J}(\vec{r}, t) \cdot d\vec{s} = - \frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho(\vec{r}, t) d\tau \quad (I.5)$$

En appliquant le théorème de la divergence on a :

$$\oint_S \vec{J}(\vec{r}, t) \cdot d\vec{s} = \iiint_V \text{div} \vec{J}(\vec{r}, t) d\tau$$

En remplaçant le théorème dans l'équation (I.5) on trouve :

$$\iiint_V \text{div} \vec{J}(\vec{r}, t) d\tau = - \frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho(\vec{r}, t) d\tau \quad (I.6)$$

L'équation (I.6) est l'équation de la conservation de la charge sous la forme intégrale.

A partir de cette équation on aura :

$$\text{div} \vec{J}(\vec{r}, t) + \frac{\partial \rho(\vec{r}, t)}{\partial t} = 0 \quad (I.7)$$

Cette équation représente l'équation de la conservation de la charge électrique sous forme locale.

L'équation de la conservation de la charge représente l'un des piliers de l'électricité, qui exprime que la charge électrique d'un système isolé est un invariant c.-à-dire qu'on ne peut ni créer ni détruire une charge électrique.

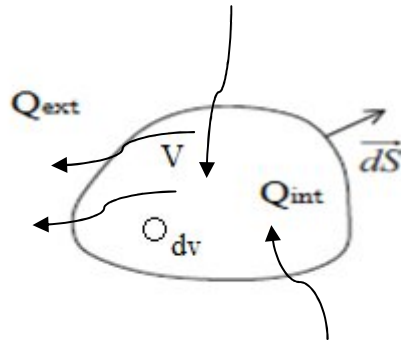


Figure I.5 : volume d'équation de la continuité.

I.3 Théorème d'Helmoltz :

On finit de façon unique un vecteur \vec{A} dans un domaine (V) limité par la surface fermée (Σ) , en se donnant en chaque point de (V) , le rotationnel et la divergence de ce vecteur et en chaque point de la surface fermée (Σ) , la composante normale $\vec{A} \cdot \vec{n} = \vec{A} \cdot \vec{n}$ de \vec{A} où \vec{n} est le vecteur unitaire normal en point de cette surface.

I.4. Équations de Maxwell :

Les équations de Maxwell sont les postulats de l'électromagnétisme ; chaque équation possède une forme locale dans l'intérêt principale est la concision et une forme intégrale dont l'intérêt principal est la facilité d'interprétation. Les formes locales ne sont valables qu'en des points réguliers de l'espace (milieu homogène) alors que les formes intégrales sont utilisables pour établir les relations de continuité entre les milieux différents.

I.4.1 Équations de Maxwell sous forme locale(ou différentielle) :

Elles sont vérifiées par le champ électromagnétique en un point M de l'espace et à l'instant t qui sont :

$$[\text{rot } \vec{E}(M, t)](M, t) = - \frac{\partial}{\partial t} \vec{B}(M, t) \quad (M, t) \quad (I.8)$$

$$[\text{rot } \vec{H}(M, t)](M, t) = [\vec{J}(M, t) + \frac{\partial}{\partial t} \vec{D}(M, t) \quad (M, t)](M, t) \quad (I.9)$$

$$[\text{div } \vec{D}(M, t)](M, t) = \rho(M, t) \quad (I.10)$$

$$[\text{div } \vec{B}(M, t)](M, t) = 0 \quad (\text{I.11})$$

Avec :

\vec{E} : Champ électrique en (/).

\vec{H} : Champ magnétique en (/).

\vec{B} : Inductance magnétique en().

\vec{D} : Inductance électrique en (/).

\vec{J} : Densité de courant de conduction en (/).

ρ : Densité volumique de charge en(/).

\vec{j} : Densité de courant de déplacement en (/).

I.4.2 Équations de Maxwell sous forme intégrale (ou macroscopique) :

Pour bien comprendre l'aspect physique de ces postulats, on les écrit sous forme intégrale.

- De la première équation de Maxwell on peut définir que:

$$\vec{j} = - \vec{\nabla} \cdot \vec{D}$$

Pour les surfaces macroscopiques on aura :

$$\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

En appliquant le théorème pour cette équation de Stocks on aura :

$$\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

Et comme :

$$\Phi = \int_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

$\Phi = \int_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{s}$ est le flux total de l'induction magnétique \vec{B} à travers les surface S donc on aura :

$$\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{s} = - \frac{\partial}{\partial t} \Phi \quad (\text{I.12})$$

Cette équation est appelée équation de **Maxwell-Faraday**.

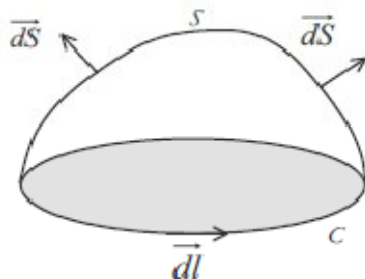


Figure I.6 : circulation d'induction magnétique.

- De la deuxième équation de Maxwell on définit:

$$\text{rot}\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \Rightarrow \text{rot}\vec{H} \cdot d\vec{s} = \vec{J} \cdot d\vec{s} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{s}$$

Pour une grande surface on :

$$\int_{\Sigma} \text{rot}\vec{H} \cdot d\vec{s} = \int_{\Sigma} \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{s}$$

D'après le théorème de Stokes:

$$\int_{\Sigma} \text{rot}\vec{H} \cdot d\vec{s} = \int_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$$

Donc on aboutit à :

$$\int_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_{\Sigma} \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{s} = I \tag{I.13}$$

Cette équation est appelée équation de **Maxwell-Ampère**.

- De la Troisième équation de Maxwell on aura :

$$\text{div}\vec{D} = \rho$$

Pour un volume élémentaire dV entourée par une surface élémentaire fermée $d\Sigma$:

$$\vec{D} \cdot d\vec{s} = \rho \cdot dV$$

En intégrant dans un volume macroscopique () entouré d'une surface fermée (Σ) correspondante on a :

$$\text{div} \vec{D} \cdot d\tau = \rho d\tau$$

Par définition de la divergence de \vec{D} on a :

$$\int_{\Sigma} \vec{D} \cdot d\vec{s} = \int \rho d\tau$$

Pour un milieu linéaire, homogène et isotrope tel que : $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$

$$\int_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\int \rho d\tau}{\epsilon}$$

Et comme :

$$\int \rho d\tau = \int_{\text{int}} \rho d\tau$$

Donc :

$$\int_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\int \rho d\tau}{\epsilon} = \frac{Q}{\epsilon} \tag{I. 14}$$

Cette équation est appelée équation de **Maxwell-Gauss**.

- De la quatrième équation de Maxwell, on aboutit à :

$$\text{div} \vec{B} = 0$$

$$\Rightarrow \int_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

D'après le théorème de la divergence on a :

$$\int_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \tag{I. 14}$$

Cette équation est appelée équation de flux ; qui montre l'inexistence de charges magnétiques.

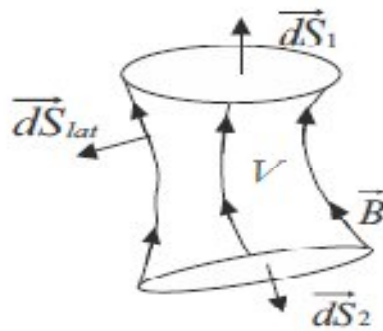


Figure I.7 : tube de champ magnétique.

En fait, ces quatre équations se scindent en deux groupes de deux équations : le premier groupe (équations de Maxwell-faraday et Maxwell) traduit les propriétés intrinsèques du champ électromagnétique, et le second groupe (équation de Maxwell-Ampère et Maxwell-Gauss) renseigne sur la dépendance de ce champ vis-à-vis des sources.

I.5. Les relations constitutives du milieu :

Les équations de Maxwell doivent être complétées par les relations dites du milieu :

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}, \quad \vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{B}, \quad \vec{J} = \sigma \vec{E}.$$

Avec :

ϵ : Permittivité électrique, μ : Permittivité magnétique et σ : conductivité électrique.

Pour un milieu isotrope, homogène, linéaire ces grandeurs sont des constantes.

Exemple : Choisissons le vide comme un milieu de propagation on aura donc les équations de Maxwell dans le vide sont :

$$\text{rot} \vec{E} = - \dot{\vec{B}}$$

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{J} + \dot{\vec{D}}$$

$$\text{div} \vec{D} = \rho$$

$$\text{div} \vec{B} = 0$$

Les relations du milieu :

$$\text{rot} \vec{D} = \text{rot} \epsilon \vec{E} = \epsilon \text{rot} \vec{E} = - \epsilon \dot{\vec{B}}$$

$$\text{rot} \vec{H} = \text{rot} \frac{1}{\mu} \vec{B} = \frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{B} = \frac{1}{\mu} \vec{J} + \dot{\vec{D}}$$

$$\vec{\rho} = 0.$$

Avec : $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$, $\mu_0 = 4 \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$ et $\vec{\rho} = 0$.

I.6 .Les conditions aux limites :

Les relations précédentes gouvernent l'évolution des grandeurs électromagnétiques en présence d'une interface entre deux milieux notés 1 et 2, cette interface peut supporter une densité surfacique de charges libre ρ_s et une densité surfacique de courant libre \vec{j}_s .

Soit \vec{n} le vecteur normal à l'interface, dirigé de 2 vers 1, la relation entre les champs immédiatement de part et d'autre de l'interface est la suivant :

$$\begin{aligned} \vec{n} \wedge \vec{E}_1 - \vec{E}_2 &= 0 & \vec{n} \cdot \vec{D}_1 - \vec{D}_2 &= \rho_s \\ \vec{n} \wedge \vec{E}_1 - \vec{E}_2 &= \vec{j}_s & \vec{n} \cdot \vec{B}_1 - \vec{B}_2 &= 0 \end{aligned}$$

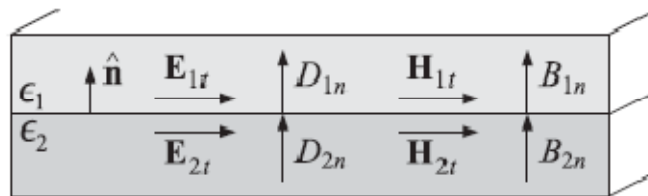


Figure I.8: représentation de deux milieux séparés par une interface.

I.7. La force du Lorenz :

C'est la force exercée sur une charge électrique « q » en mouvement se déplaçant avec une vitesse \vec{v} , en présence d'un champ électromagnétique \vec{E} , \vec{B} , elle est donnée par :

$$\vec{f} = q \vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B} \tag{I. 15}$$

La force de Lorenz est constituée d'une force électrique et magnétique.

I.8. Les potentiels :

Dans de nombreuses situations, les problèmes d'électromagnétisme sont grandement simplifiés par l'utilisation de deux potentiels ; potentiel scalaire V et le potentiel vecteur \vec{A} , afin d'exprimer le champ électromagnétique.

I.8.1 potentiel vecteur \vec{A} :

$\text{div}\vec{B}=0 \Rightarrow \vec{B} = \text{rot}\vec{A}$; on dit que \vec{B} dérive d'un potentiel vecteur \vec{A} .

On a donc :

$$\vec{H} = -\text{rot}\vec{A} \tag{I.16}$$

En remplaçant l'équation de vecteur \vec{B} dans la 1^{ère} équation de Maxwell :

$$\text{rot}\vec{E} = -\dot{\vec{B}} \Rightarrow \text{rot}\vec{E} = -\dot{\text{rot}\vec{A}}$$

Comme les deux operateurs rot et $\dot{}$ sont permutables donc :

$$\begin{aligned} \text{rot}\dot{\vec{A}} &= -\dot{\text{rot}\vec{A}} \Rightarrow \text{rot}\dot{\vec{A}} + \dot{\text{rot}\vec{A}} = 0 \\ \Rightarrow \text{rot}\dot{\vec{A}} &= -\dot{\text{rot}\vec{A}} \\ \dot{\text{rot}\vec{A}} &= -\text{rot}\dot{\vec{A}} \end{aligned} \tag{I.17}$$

Cette dernière expression montre que $\dot{\vec{A}}$ dépend à la fois de \vec{A} et de $\dot{\vec{A}}$ qui sont exprimés à l'aide de deux équations de Maxwell.

$$\text{rot}\vec{H} = \vec{J} + \dot{\vec{D}}$$

Avec :

$$\vec{D} = \epsilon\vec{E}$$

$$\Rightarrow \text{rot}\vec{H} = \vec{J} + \epsilon\dot{\vec{E}}$$

En remplaçant les deux équations (I.16) et (I.17) dans équation on aura :

$$(\text{rot}\dot{\vec{A}} + \dot{\text{rot}\vec{A}} = \vec{J} + \epsilon\dot{\text{rot}\vec{A}})$$

De l'analyse vectorielle on aura:

$$\text{rot}\dot{\vec{A}} + \dot{\text{rot}\vec{A}} - \epsilon\dot{\text{rot}\vec{A}} = \vec{J} + \epsilon\dot{\text{rot}\vec{A}}$$

$$\Leftrightarrow \Delta\vec{A} + \mu\vec{J} - \epsilon\mu\dot{\vec{A}} = \text{grad}\text{div}\vec{A} + \epsilon\mu\dot{\vec{A}}$$

Comme la $\text{div}\vec{B}=0$ impose seulement que le $\text{rot}\vec{A}$ soit égale à \vec{B} ; ceci n'est pas suffisant pour définir le potentiel vecteur, il nous faut sa divergence d'après le théorème d'Helmoltz.

Comme elle n'est pas imposée, donc on est libre de la fixer soi-même .on choisit $\text{div}\vec{A} = -V$ telle que :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} - \epsilon\mu \dot{V} + \mu \vec{j} = 0 \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \epsilon\mu \dot{V} - \mu \vec{j} \quad (I.18)$$

C'est la **condition de Lorenz** (ou **jauge de Lorenz**), sous cette condition on obtient :

$$\Delta \vec{A} - \epsilon\mu \ddot{\vec{A}} + \mu \vec{j} = 0, \quad \epsilon\mu = \frac{1}{c^2}$$

$$\Rightarrow \Delta \vec{A} - \frac{1}{c^2} \ddot{\vec{A}} + \mu \vec{j} = 0 \quad (I.19)$$

C'est l'équation de la propagation de potentiel vecteur \vec{A} avec la vitesse $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$

I.8.2 potentiel scalaire V :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot (-\text{grad} V - \dot{\vec{A}}) = \frac{\rho}{\epsilon_0} \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \text{grad} V - \vec{\nabla} \cdot \dot{\vec{A}} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

En remplaçant l'équation (I.17) dans (I.10) on trouve :

$$\Delta V - \frac{1}{c^2} \ddot{V} + \frac{\rho}{\epsilon_0} = \vec{\nabla} \cdot \dot{\vec{A}}$$

$$\Rightarrow \Delta V - \frac{1}{c^2} \ddot{V} + \frac{\rho}{\epsilon_0} = \epsilon\mu \dot{V} - \mu \vec{j} \cdot \vec{e}_r$$

$$\Rightarrow \Delta V - \epsilon\mu \ddot{V} + \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0$$

$$\Rightarrow \Delta V - \frac{1}{c^2} \ddot{V} + \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0$$

C'est l'équation de la propagation de potentiel scalaire V.

Finalement, les équations de Maxwell sous forme locale sont équivalentes aux équations locales suivantes :

$$(1) \Delta \vec{A} - \frac{1}{c^2} \ddot{\vec{A}} + \mu \vec{j} = 0.$$

$$(2) \Delta V - \frac{1}{c^2} \ddot{V} + \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0.$$

$$(3) \text{div} \vec{A} + \epsilon\mu \dot{V} = 0.$$

$$(4) \vec{H} = -\text{rot} \vec{A}.$$

$$(5) \vec{E} = -\text{grad} V - \dot{\vec{A}}$$

I.9. le régime STATIQUE :

Le régime statique correspond au cas particulier où les sources ne dépendent pas de temps, c-à-dire $\frac{\partial}{\partial t} = 0$, donc $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r})$ et $\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}(\vec{r})$.

I.9.1 Équations locales de l'électrostatique et leurs solutions :

Les équations de Maxwell donnent :

$$\begin{aligned} \vec{\text{rot}} \vec{E} &= 0, & \vec{\text{div}} \vec{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ \vec{\text{rot}} \vec{H} &= \vec{j}, & \vec{\text{div}} \vec{H} &= 0 \end{aligned}$$

a) Notion de potentiel électrostatique :

$$\vec{\text{rot}} \vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{E} = -\text{grad} V$$

Où V est le potentiel électrostatique, on a donc :

$$\begin{aligned} -\vec{\text{grad}} V &= \frac{\rho}{\epsilon_0} \Rightarrow -\Delta V = \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ \Rightarrow \Delta V + \frac{\rho}{\epsilon_0} &= 0 \end{aligned} \tag{I.20}$$

Cette équation est appelée **équation de Poisson**.

Si les charges électriques sont confinées dans un volume (V) et si la densité de volumique de charge ρ est connue, la solution de cette équation est donnée par la solution suivante :

$$V(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\vec{r}')}{r} d\tau' \tag{I.21}$$

Avec :

M : est le point de distance.

P : est le point courant.

r : est la distance d'observation.

$$V(\infty) = 0 \text{ pour } M \rightarrow \infty$$

Et comme :

$$\vec{E} = -\vec{\text{grad}} V$$

Donc :

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\vec{r}')}{r^2} \vec{e}_{r'} d\tau'$$

$$\vec{E}(M) = - \iiint - d\tau \vec{u} \quad (I.22)$$

I.9.2. Équations locales de la magnétostatique et leurs solutions :

$$\begin{cases} \text{rot} \vec{H} = \vec{J} \\ \text{div} \vec{B} = 0 \end{cases}$$

Avec : $\vec{B} = \mu \vec{H}$

$$\begin{cases} \text{rot} \vec{B} = \mu \vec{J} \\ \text{div} \vec{B} = 0 \end{cases}$$

a) Notion de potentiel vecteur en statique :

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0 \Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{A} = \mu \vec{J} \\ \Rightarrow \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \mu \vec{J} \Rightarrow \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \Delta \vec{A} = \mu \vec{J} \end{aligned}$$

Où \vec{A} est appelée potentiel vecteur.

On remarque que le potentiel vecteur n'est défini qu'à un gradient près, et comme la $\text{div} \vec{B} = 0$ impose seulement que le $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$, et pour définir \vec{A} en appliquant le théorème d'Helmholtz. Comme cette divergence n'est pas imposée par quoi que se soit, alors on est libre de la choisir de façon à avoir des équations les plus simples. En électromagnétisme on prendra :

$\text{div} \vec{A} = 0$ cette équation est appelée **jauge de Coulomb**.

On aura alors :

$$\text{grad} \text{div} \vec{A} - \Delta \vec{A} = \mu \vec{J} \Rightarrow -\Delta \vec{A} = \mu \vec{J}$$

$$\Leftrightarrow \Delta \vec{A} + \vec{J} = 0$$

La solution de cette équation locale est :

$$\vec{A}(M) = \frac{\mu}{4\pi} \iiint \frac{\vec{J}(p)}{r} d\tau \quad (I.23)$$

Don à partir des équations de potentiel vecteur \vec{A} et scalaire on définira le champ électromagnétique \vec{E}, \vec{B} .

a.1. l'expression de $\vec{B}(M)$:

$$\vec{B}(M) = \text{rot} \vec{A}(M) \Rightarrow \text{rot} \frac{\mu}{4\pi} \iiint \frac{\vec{J}(p)}{r} d\tau$$

$$\Rightarrow \vec{B}(M) = \frac{\mu}{\pi} \iiint \text{rot} \vec{A} - \vec{J}(p) \, d\tau$$

$$\Rightarrow \vec{B}(M) = \frac{\mu}{\pi} \iiint -\text{rot} \vec{J}(p) - \vec{J}(p) \wedge \text{grad} \frac{1}{r} \, d\tau$$

Et comme $\text{rot} \vec{J}(p) = 0$

Donc l'expression de l'induction magnétique au point d'observation M est :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(p) \wedge \vec{r}(p)}{r^3} \, d\tau \quad (\text{I.24})$$

Cas particulier :

Pour une source filiforme on aura :

$$\begin{aligned} \vec{J}(p) d\tau &= \vec{J}(p) dl ds = J(p) dl \vec{ds} = J(p) ds \vec{l} \\ &= I(p) d\vec{l} \end{aligned}$$

Et :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu}{\pi} \int \frac{I(p) \vec{l} \wedge \vec{r}(p)}{r^3} \, ds \quad \text{C'est la loi de Biot et Savart.}$$

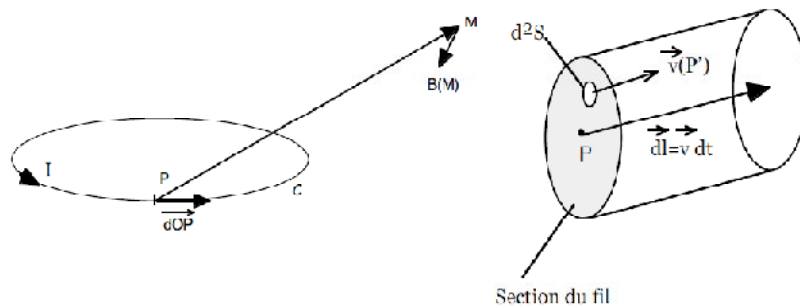


Figure I.9 : champ créé par un circuit filiforme fermé (Biot et Savart).

I.10) Potentiel retardé :

Dans le cas général des régimes variables dans le temps, l'équation de propagation du potentiel scalaire V est comme suit :

$$\Delta V - \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} V + \frac{\rho}{\epsilon} = 0$$

Cette équation, admet en dehors des sources $(\rho) = 0$, la solution suivante :

$$V(M, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int \frac{\rho(p, t - \frac{r}{v}}{r} d\tau \quad (I.25)$$

Avec : (ρ, \vec{j}) est appelé le potentiel scalaire retardé.

De la même manière pour le potentiel vecteur on a :

$$\vec{A}(M, t) = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(p, t - \frac{r}{v})}{r} d\tau \quad (I.26)$$

Cette notion indique que la propagation des ondes électromagnétiques dans n'importe quel milieu n'est pas instantanée.

Donc pour calculer les champs électromagnétiques rayonnés par une antenne quelconque, en utilisant les formules suivantes :

- $V(M, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int \frac{\rho(p, t - \frac{r}{v})}{r} d\tau$
- $\vec{A}(M, t) = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(p, t - \frac{r}{v})}{r} d\tau$
- $\vec{H}(M, t) = \frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{A}(M, t)$
- $\vec{E}(M, t) = -\text{grad} V(M, t) - \dot{\vec{A}}(M, t)$

I.11 Régime harmonique ou régime sinusoïdal du temps :

Dans l'étude des antennes, on suppose toujours qu'on est en régime harmonique du temps. On travaille donc avec les grandeurs complexes associées ; et pour revenir aux grandeurs réelles (référence cosinus), on va juste multiplier les résultats par le terme $e^{j\omega t}$ et on prendra les parties réelles ; c-à-dire une fois $(U(P))$ est déterminée, on déduira la grandeur réelle $(u(P, t))$.

Soit :

$$U(P) = \max(U(P)). \quad \varphi(P)$$

Tel que :

$\max(U(P))$: est l'amplitude de $U(P)$.

$\varphi(P)$: est l'argument de $U(P)$.

Donc :

$$u(P, t) = \max(U(P)) \cos(\omega t - \varphi(P))$$

I.11.1 Termes de sources en régime harmonique :

$$\begin{aligned} \rho(p, t) - \frac{r}{v} &= \operatorname{Re} \rho(p) e^{j\omega t - \frac{r}{v}} \\ &= \operatorname{Re} \rho(p) e^{j\omega t} e^{-\frac{r}{v}} \\ &= \operatorname{Re} \rho(p) e^{-\frac{r}{v}} e^{j\omega t} \end{aligned}$$

$$\vec{J}(p, t) - \frac{r}{v} = \operatorname{Re} \vec{J}(p) e^{j\omega t} e^{-\frac{r}{v}}$$

Où :

$\omega = 2\pi f$ est la pulsation (/ s), en Hertz (Hz).

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi f}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

k : nombre d'onde.

$\lambda = \frac{v}{f}$: la longueur d'onde.

$T = \frac{1}{f}$: période de l'onde.

Remarque : en régime harmonique $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow -j\omega$.

I.11.2 Équations de Maxwell en régime harmonique :

En faisant appel à la linéarité des équations de Maxwell a :

$$\operatorname{rot} \vec{E} = j\omega \vec{B}$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} - j\omega \vec{D}$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

I.11.3 Expression de champ électromagnétique en régime harmonique :

- la condition de Lorenz :

$$\operatorname{div} \vec{A} - \operatorname{grad} V = 0 \Rightarrow \operatorname{div} \vec{A} = \operatorname{grad} V$$

$$\Rightarrow V(M) = - \frac{1}{\mu\epsilon\omega} \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{A}$$

$$\Rightarrow -\operatorname{grad} V = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{A}$$

D'où l'expression du champ électrique \vec{E} :

$$\vec{E} = \frac{1}{j\mu\epsilon\omega} \text{grad div}\vec{A} - j\omega\vec{A}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{j\mu\epsilon\omega} \text{grad div}\vec{A} - j\omega j\mu\epsilon\omega\vec{A}$$

Comme :

$$-j\omega j\mu\epsilon\omega = +\omega \mu\epsilon = \text{---} = k$$

Donc :

$$\vec{E} = \text{---} \text{grad div}\vec{A} + k \vec{A} .$$

Remarque :

En dehors des sources, on a :

$$\Delta\vec{A} - \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \vec{A} = 0$$

En régime sinusoïdal :

$$\Delta\vec{A} - \mu\epsilon(j\omega)(j\omega)\vec{A} = 0$$

$$\Rightarrow \Delta\vec{A} + \text{---} \vec{A} = 0 \Rightarrow \vec{A} = -\Delta\vec{A} ; \text{ en le remplace dans l'expression de } \vec{E}$$

$$\vec{E} = \text{---} \vec{A} - \Delta\vec{A} = \text{---} \underbrace{\vec{A}}_{\vec{A}}$$

D'où :

$$\vec{E} = \text{---} \text{rot}\vec{H}$$

En résumé : le champ électromagnétique, en régime sinusoïdal, s'exprime en fonction du seul potentiel vecteur \vec{A} .

$$\vec{A}(M) = \frac{\mu}{4\pi} \iiint \frac{\vec{J}(p)e}{r} d\tau$$

$$\vec{H}(M) = \frac{1}{\mu} \text{rot}\vec{A}(M)$$

$$\vec{E}(M) = \text{---} \text{rot} \text{rot}\vec{A}(M) = \text{---} \text{rot}\vec{H}(M).$$

I.12 Les antennes:

L'antenne a un rôle très important dans la transmission ou la réception des ondes électromagnétique : elle assure l'interface entre le circuit électrique et le milieu de propagation.

I.12.1 Définition d'une antenne :

Une antenne est un conducteur parcouru par un courant électrique rayonnant dans l'espace une onde électromagnétique, on distingue ainsi l'antenne d'émission et l'antenne de réception.

- A l'émission : afin d'assurer la propagation dans l'air, il est nécessaire qu'un dispositif génère une onde rayonnée. Le rôle de l'antenne d'émission est de transformer la l'ond électromagnétique guidée issue d'un générateur en puissance rayonnée : c'est un transducteur.
- A la réception : de façon inverse, la puissance rayonnée peut être captée par une antenne de réception, dans se sens l'antenne apparait comme un capteur et un transformateur de puissance électromagnétique rayonnée en puissance électromagnétique guidée.

I.13. Les différentes zones de rayonnement :

À la réception, les ondes reçues n'arrivent pas en phase, le plus grand déphasage correspond aux ondes extrêmes c'est-a-dire : l'onde reçue par le centre de l'antenne d'émission et celle reçue par le point plus éloigné. La différence de distance parcourue par les deux ondes extrêmes peut être toujours être ramenée à une fraction de longueur d'onde.

En fonction de la valeur maximum de la différence de distance, on distingue trois zones de rayonnement :

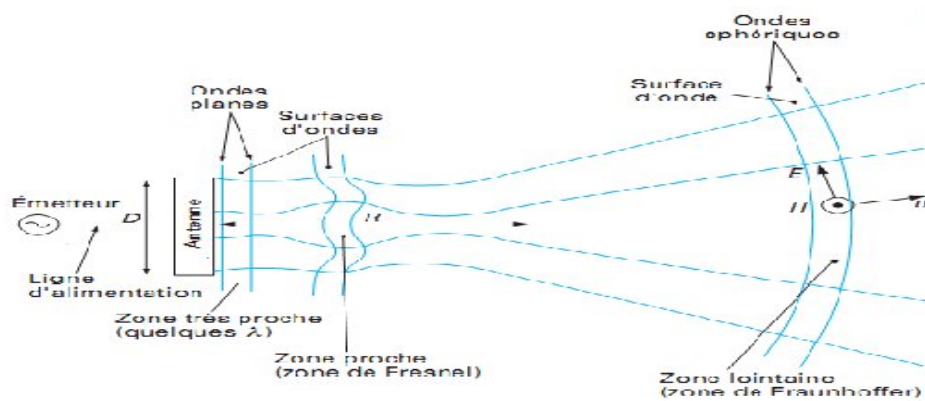


Figure I.10 : différentes zones de rayonnement

a). **la zone de Rayleigh (zone proche)** : les termes inductifs et électrostatiques sont perpendiculaires au voisinage immédiat de l'antenne. Il y a accumulation d'énergie électrique et magnétique, les champs vectoriels varient peu en fonction de la distance mais ils sont très complexes à analyser.

b). **La zone de Fresnel** : cette zone est située au-delà de la zone proche, l'expression du champ dans cette zone est très complexe et le calcul est difficile ; c'est une zone qu'on essaie d'éviter au maximum.

c). **zone de Fraunhofer (zone au champ lointain)** : cette zone apparaît après la zone de Fresnel ($r \geq 2 \frac{D^2}{\lambda}$), qui s'étend jusqu'à l'infini, dans cette zone, on peut considérer que les ondes sont planes, les champs sont perpendiculaires entre eux et perpendiculaires à la direction de propagation, et ils décroissent en $1/r$.

Où r : est la distance entre l'antenne et le point d'observation.

Dans cette zone, l'amplitude complexe associée au champ électrique s'écrit :

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{r} \vec{E}(\theta, \varphi) .$$

Et le champ magnétique se déduit :

$$\vec{H}(M) = \frac{\vec{u} \wedge \vec{E}(M)}{\eta} = \frac{1}{r} \vec{u} \wedge \vec{E}(\theta, \varphi)$$

Avec : $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ est l'impédance caractéristique du milieu.

Donc, dans cette zone, la connaissance de $\vec{E}(\vec{r}, t)$ suffit pour déterminer toutes les caractéristiques de n'importe quelle antenne.

I.14. vecteur de Poynting:

La densité surfacique de puissance d'une onde électromagnétique est égale à la grandeur du vecteur du poynting :

$$\vec{N}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}, t) \wedge \vec{H}(\vec{r}, t) \quad (1.27)$$

En régime harmonique du temps, la valeur moyenne du vecteur du Poynting est :

$$\langle \vec{N}(\vec{r}, t) \rangle = -\text{Re} \left[\vec{E} \wedge \vec{H}^* \right] \quad (1.28)$$

Dans la zone au champ lointain la valeur moyenne peut s'écrire :

$$\langle \vec{N}(\vec{r}, t) \rangle = \frac{1}{r^2} \vec{r} \times \vec{A}(\vec{r}, t)$$

I.15. Caractéristique d'antenne :

Dans la zone au champ lointain, toute antenne peut être caractérisée par plusieurs paramètres fondamentaux, les principaux sont :

1. Intensité de rayonnement :

L'intensité de rayonnement $\Psi(\theta, \varphi)$ est une caractéristique de l'antenne dans la zone au champ lointain. Par définition l'intensité de rayonnement d'une antenne est :

$$\Psi(\theta, \varphi) = \langle \vec{N}(\theta, \varphi) \rangle \times r \quad (1.29)$$

$$= \frac{1}{r^2} \vec{r} \times \vec{A}(\theta, \varphi)$$

Qui peut encore s'exprimer en fonction de $\vec{E}(\theta, \varphi)$:

$$\Psi(\theta, \varphi) = \frac{1}{2} \langle \vec{E}(\theta, \varphi) \cdot \vec{E}(\theta, \varphi) \rangle$$

2. Puissance totale rayonnée par une antenne :

Elle est égale au flux de la valeur moyenne du vecteur de poynting à travers une surface fermée quelconque :

$$P \triangleq \int_{\Sigma} \langle \vec{N}(M, t) \rangle \cdot d\vec{s}$$

$$P \triangleq \int_{\Sigma} \langle \vec{N}(M, t) \rangle \cdot \vec{u} \cdot d\vec{s} \quad (\text{I. 30})$$

Que l'on peut écrire aussi en fonction de $\vec{E}(\theta, \varphi)$:

$$P \triangleq \int \frac{1}{2\eta} |\vec{E}(\theta, \varphi)|^2 \sin \theta \, d\theta d\varphi$$

3. La résistance de rayonnement :

La résistance de rayonnement est liée à la puissance de rayonnement de l'antenne, donc par définition :

$$R = \frac{P}{I^2} \rightarrow \frac{1}{I^2} \int |\vec{E}(\theta, \varphi)|^2 \sin \theta \, d\theta d\varphi$$

Pour une antenne, plus grande est sa résistance de rayonnement mieux elle rayonne.

4. Fonction caractéristique de rayonnement :

-diagramme de rayonnement :

soit $\psi(\theta, \varphi)$ l'intensité de rayonnement de l'antenne dans la direction $D(\theta, \varphi)$ et soit $\Delta(\theta_0, \varphi_0)$ une direction particulière de l'énergie dont laquelle l'intensité de rayonnement est maximale, et $\psi_0(\theta_0, \varphi_0)$ l'intensité de rayonnement maximale, alors, par définition le rapport sans dimension : $R(\theta, \varphi) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\psi(\theta, \varphi)}{\psi_0}$ est la fonction caractéristique de rayonnement.

Nous remarquons aussi :

$$r(\theta, \varphi) = \frac{\psi(\theta, \varphi)}{\psi_{\max}} = \frac{\frac{1}{2} \vec{r}(\theta, \varphi)}{\frac{1}{2} \vec{r}(\theta, \varphi)} = \frac{\vec{r}(\theta, \varphi)}{\vec{r}(\theta, \varphi)}$$

$$\overline{R(\theta, \varphi)} = \frac{\vec{E}(\theta, \varphi)}{\vec{E}(\theta, \varphi)} \quad (\text{I.31})$$

Sa présentation graphique dans l'espace s'appelle surface caractéristique de rayonnement en champ électrique.

Généralement on présente certaines coupes de ces surfaces, ces coupes s'appellent diagramme de rayonnement.

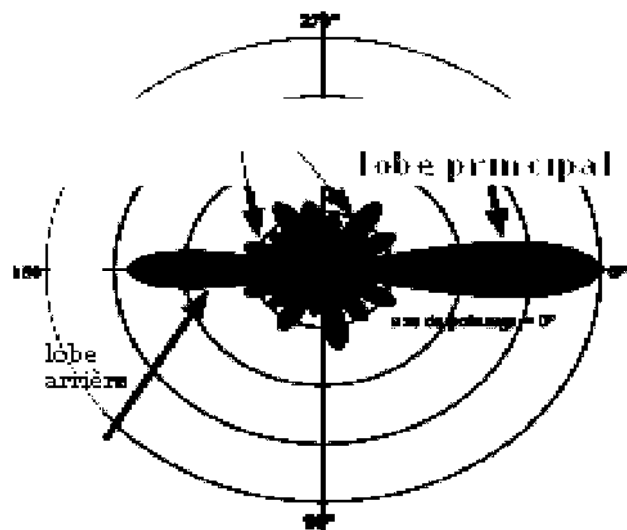


Figure1. 11: diagramme de rayonnement

Cette figure présente les principaux lobes du diagramme de rayonnement:

- ✓ Le lobe principal : c'est le lobe le plus important car il présente la directivité maximale d'une antenne.
- ✓ Les lobes secondaires : ils correspondent à un maximum de la puissance dans une direction autre que la direction privilégiée. Idéalement, ils doivent être les plus faibles.
- ✓ Le lobe arrière : c'est un lobe secondaire dans la direction opposée à la direction privilégiée de l'antenne (arrière de l'antenne).

5. L'angle d'ouverture à (-3db) :

L'angle d'ouverture d'une antenne, est l'angle de direction pour laquelle la puissance rayonnée est la moitié (-3dB) de la puissance rayonnée par la direction la plus favorable. Plus cet angle est étroit plus l'antenne est directive.

6. La directivité :

1. *L'angle solide* : l'angle solide, notée Ω , est une notion géométrique spéciale (3 dimension), ce que l'angle, est au plan (2 dimension). Il s'agit d'évaluer une surface d'espace que l'on peut voir dans une direction donnée. Ainsi, l'espace toute entier (sphère depuis son centre) est vu comme angle solide de 4π stéradian.

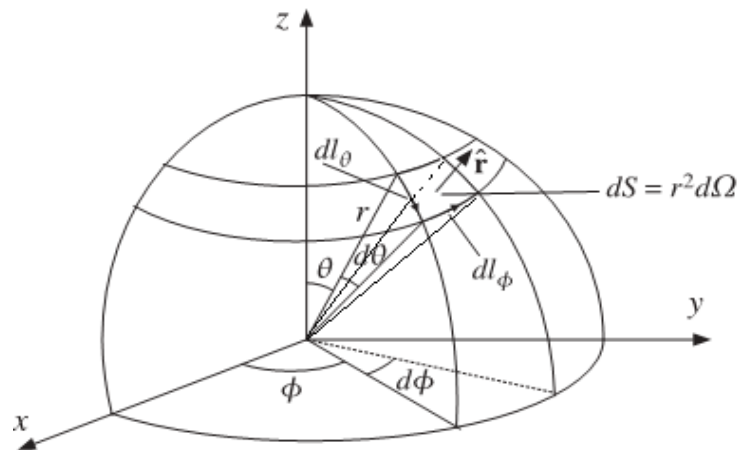


Figure I.12 : représentation d'angle solide

2. *Antenne isotrope* : c'est une antenne qui n'existe pas, mais elle permet de définir les caractéristiques réelles (antenne réelles).

3. *la directivité* : la directivité d'une antenne $D(\theta, \varphi)$ dans une direction donnée, représente donc le rapport de l'intensité de rayonnement dans cette direction par rapport à l'intensité moyenne, soit celle qui serait obtenue si la puissance était émise uniformément dans toutes les directions par une antenne isotrope :

$$\Psi_{\text{iso}} = \langle - \rangle \quad D(\theta, \varphi) = \frac{(\cdot, \cdot)}{(\cdot, \cdot)} \triangleq \frac{(\cdot, \cdot)}{\oint_{\Sigma} (\cdot, \cdot)}$$

Avec : P_t : est la puissance totale rayonnée par l'antenne.

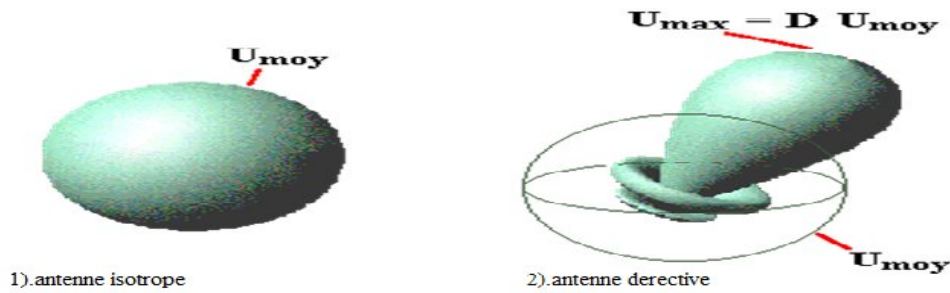


Figure I.13: représentation de la directivité : 1. Rayonnement dans toute la direction, 2. rayonnement max dans une direction donnée.

7. Le gain :

Le gain d'une antenne est le rapport de la quantité d'énergie reçue ou émise dans une direction et la quantité d'énergie reçue ou émise par une antenne de référence dans la même direction. Cette dernière peut être une antenne isotrope qui possède un diagramme de rayonnement circulaire : on parle alors du gain absolu (isotope) égal à : $G(\theta, \varphi) = \eta_R D(\theta, \varphi)$, est exprimé en dBi.

-dans le cas on l'en prend comme référence une source étalon réelle, on parle du gain relatif exprimé en dB : $G_R = \frac{(\cdot, \cdot)}{(\cdot, \cdot)}$.

8. Le rendement :

Comme tous les circuits à pertes, une fraction plus au moins appréciable de la puissance fournie se trouve à la sortie. Dans le cas d'une antenne les pertes sont liées à la résistance de perte. Donc, par définition, le rendement est le rapport entre la puissance totale rayonnée et la puissance d'alimentation : $\eta_R = \frac{P_{ray}}{P_{in}}$.

Le plus souvent, surtout en hautes fréquences, le rendement est très voisin de l'unité ($\eta_R=1$) et l'on confond le gain et la directivité.

9. La polarisation du champ rayonnant :

Le lieu géométrique décrit par l'extrémité du vecteur champ électrique est appelé la polarisation électrique. Dans un plan quelconque le champ électrique possède deux

composantes E_x , E_y , ces deux composantes peuvent être d'amplitudes différentes et ne pas être en phase. Il en résulte qu'en chaque point M, l'extrémité du vecteur \vec{E} décrit une ellipse, dont le plan est perpendiculaire à la direction de propagation.

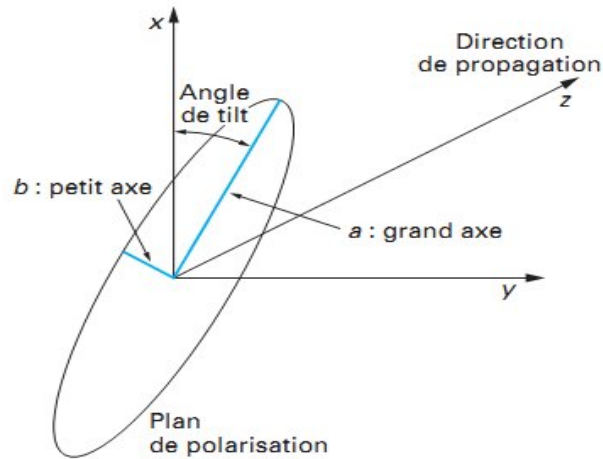


Figure I.14: polarisation elliptique.

10. Impédance d'entrée :

Pour évaluer l'impédance d'une antenne, on considère une antenne à l'émission comme une charge à l'entrée du laquelle existe un courant I_e et une tension V_e , le rapport des deux quantités fournit l'impédance d'entrée Z_e :

$$Z_e = \frac{V_e}{I_e} = R_e + jX_e.$$

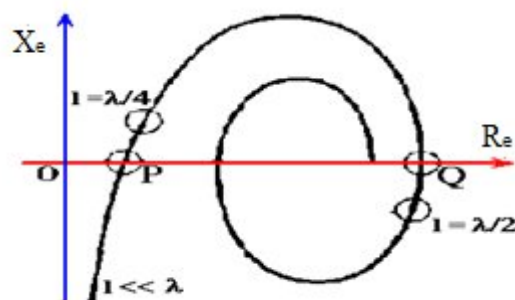


Figure I.15: représentation de l'impédance d'entrée.

La connaissance de cette caractéristique est très importante pour l'adaptation de l'antenne afin d'assurer la meilleure transmission de la puissance rayonnée.

Les caractéristiques qui suivent sont à la réception.

11. Théorème de réciprocité :

Considérons les deux circuits rayonnants munis de deux accès 1 et 2 :

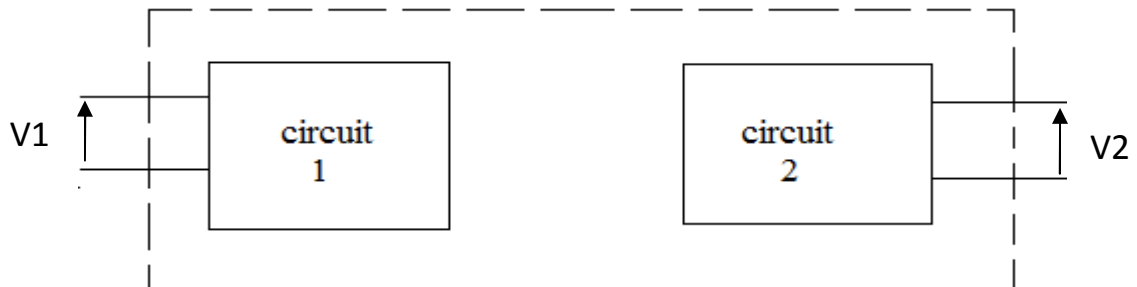


Figure I.16 : théorème de réciprocité

Le théorème de réciprocité pour les systèmes affirme que :

$$Z_{12} = Z_{21} \text{ et donc : } Y_{12} = Y_{21}.$$

La conséquence de ce théorème sur les antennes indique que, ces caractéristiques, sont identiques, que l'antenne soit utilisée à l'émission ou à la réception.

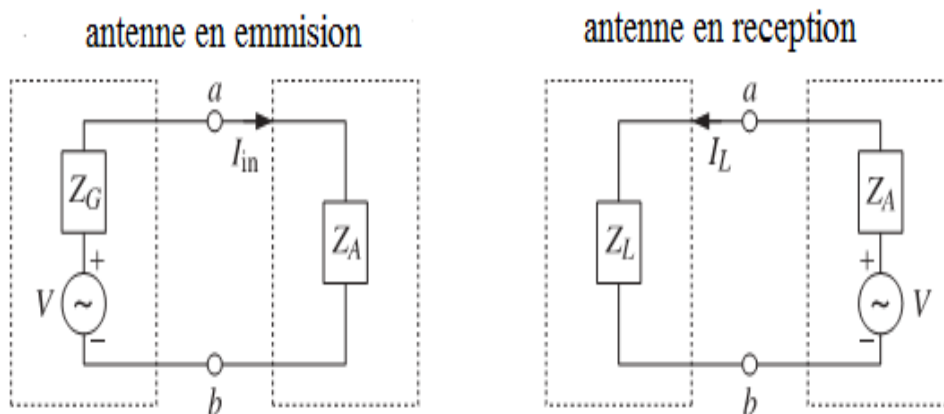
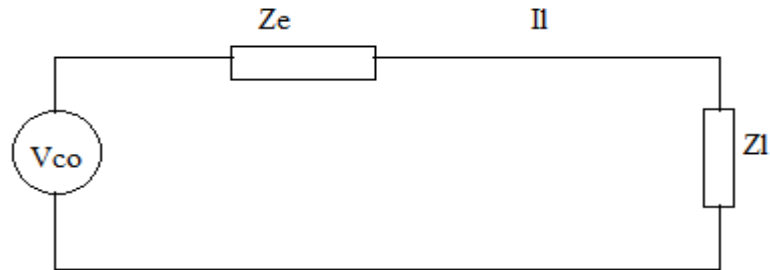


Figure I.17: la même caractéristique de rayonnement.

12. La puissance collectée à la charge :

Considérons une antenne utilisée en réception est le schème équivalent suivant :



Le courant I_L est donné par :

$$I = \frac{V}{Z_e + Z_L}$$

La puissance collectée à la charge P_L vaut donc :

$$P = \frac{1}{2} R |I|^2$$

Cette puissance est maximale à la charge, c'est-à-dire :

$Z_e = Z_L$, donc on aura :

$$P = \frac{1}{8} \frac{|V|^2}{R} \quad (.32)$$

13.1. *Aire équivalente (surface)* : c'est une surface fictive, elle est seulement homogène à une surface. On définit l'aire équivalente $A(\theta, \varphi)$ de l'antenne de réception par le quotient :

$$A(\theta, \varphi) = \frac{P}{\langle \vec{N}(M, t) \rangle} \quad (I.33)$$

Avec :

P_{Lmax} : est la puissance collectée à la charge.

$\langle \vec{N}(M, t) \rangle$: Le vecteur de Poynting qui définit la densité de la puissance véhiculée par une onde incidente sur l'antenne.

Si on considère que le rendement η_R est égal à l'unité, on a donc :

$G = \eta_R D \rightarrow G = D$ ou D est la directivité. Et donc :

$$A(\theta, \varphi) = \frac{\lambda}{4\pi} D(\theta, \varphi) \quad (I.34)$$

La donnée de la directivité D qui est une caractéristique à l'émission permet de déduire l'aire équivalente A_e qui est, elle, une caractéristique à la réception.

13.2. *La hauteur effective* : soit un champ \vec{E}^i incident. La hauteur effective d'une antenne, est défini par :

$$h \triangleq \frac{\vec{E}^i}{I} \quad (.35)$$

Où \vec{E}^i : est le module du champ électrique uniforme au niveau de l'antenne de réception (polarisation adéquate).

13.3. *La FEM induite* : c'est la force électromotrice induite en circuit ouvert aux bornes de l'antenne réceptrice, par définition est égale à :

$$V_{oc} = - \int I(\theta, \varphi) \vec{E}^i(\theta, \varphi)$$

Où $\vec{E}^i(\theta, \varphi)$ est le champ incident sur l'antenne de réception.

13. La bande passante :

La largeur de la bande passante d'une antenne définit le domaine de fréquence dont laquelle le rayonnement de l'antenne présente les caractéristiques requises. Le fonctionnement de chaque antenne est défini dans un domaine de fréquence, situé entre deux limites minimum et maximum f_1 et f_2 respectivement ; par convention la bande passante de l'antenne est défini par la différence entre les deux fréquences : $\Delta f = f_2 - f_1$.

16. Les différents types d'antenne :

Afin de comprendre comment s'effectue la transformation entre la puissance guidée et la puissance rayonnée, nous allons présenter un certain nombre d'antennes.

1) les antennes planaire :

L'antenne planaire est une antenne dont l'élément rayonnant est une surface conductrice généralement carré, séparée d'un plan réflecteur conducteur par une lame diélectrique. Sa réalisation ressemble à un circuit imprimé double face, elle est donc favorable à une production industrielle. Ces antennes et spécialement les antennes imprimées ont été beaucoup développées et utilisées ces dernières années pour leur faible encombrement. D'autre part, la conformation facile et leur compatibilité avec l'intégration du circuit actif, font qu'elles sont particulièrement adaptées pour réaliser des systèmes compacts d'émission-réception.

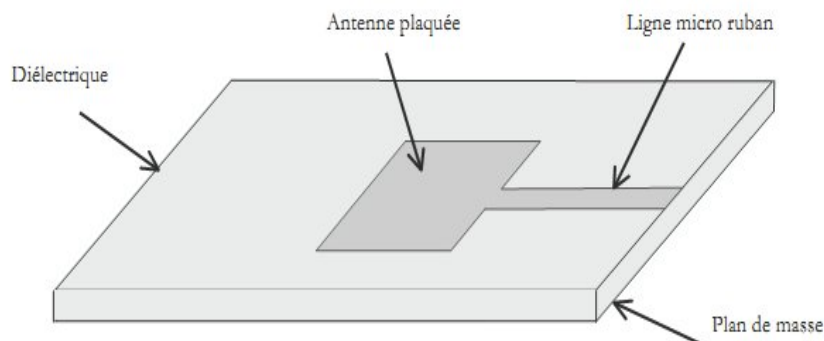


Figure I.18 : antenne planaire

2) Les antennes filaires :

Elle est constituée par des fils ou de regroupement de fils de longueur L parcourus par un courant $J(z)$. Le plus souvent il s'agit d'un dipôle vu comme une ligne de transmission repliée se terminant par un circuit ouvert.



Figure1.19 : exemple d'antenne filaire(le dipôle).

Pour étudier de telles antennes, il suffit de les décomposer en infinités d'antennes élémentaires (doublet de hertz).

- **Le doublet de hertz :**

Le doublet de hertz ou l'antenne élémentaire ou le doublet élémentaire est une antenne filaire mince de forme cylindrique (diamètre $d \ll \lambda$) parcourue par un courant variable dans le temps, d'amplitude complexe associée constante. Pour avoir cette amplitude associée de courant constant tout le long de cette antenne, sa longueur doit donc être très petite devant la longueur d'onde ($l \ll \lambda$), elle doit être munie à ses extrémités de deux plaques métalliques conductrices constituant une charge capacitive, afin d'assurer le courant non nul aux extrémités de l'antenne et de satisfaire l'équation de continuité. Cependant l'étude de cette antenne est d'une très grande importance, car le champ total rayonné de l'antenne filaire mince ou composée s'obtient en calculant le champ rayonné par N doublet de hertz puis faire la somme vectorielle.

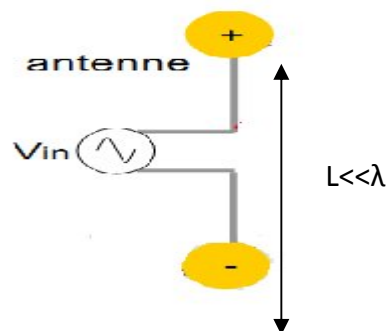


Figure I.20: structure d'une antenne de Hertz.

3) Le réseau d'antennes :

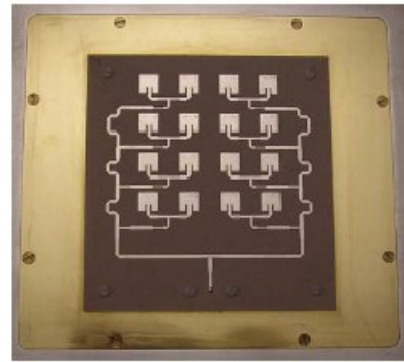
3.1) Définition de réseau d'antennes :

Un réseau d'antenne est un ensemble d'éléments identiques rayonnants dont des positions sont déduites les unes les autres par des translations.

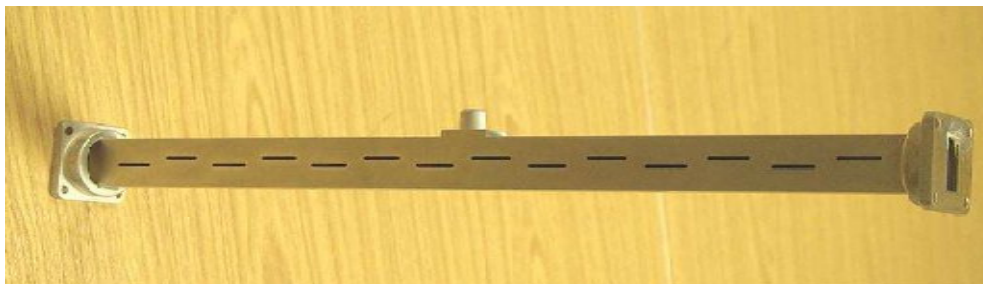
Les applications des réseaux d'antennes sont nombreuses et utilisant tous types d'éléments d'antennes : cornets, filaires, hélices ...



a) Réseau cornet



b) Réseau patches



b) Réseau à fente.

Figure I.21 : les différents types de réseau.

3.2 Les différents types de réseaux :

On peut distinguer :

➤ **Réseau linéaire (régulier) :**

C'est un réseau dont les points homologues sont sur une droite appelée axe de réseau, les éléments du réseau, sont placés d'une distance « d » les uns par rapport aux autres dans le cas de réseau régulier.

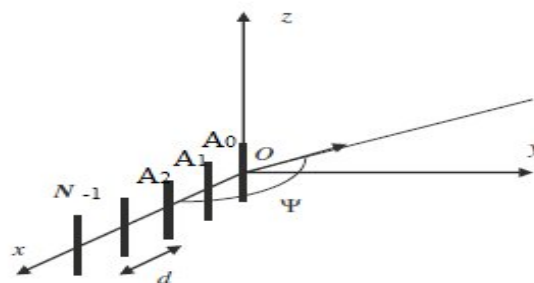


Figure I.21 :Réseau linéaire à N éléments rayonnants.

Avec : $d = \vec{A} \vec{A}$ est appelé le **pas de réseau**.

Et : $D = \frac{\pi}{\lambda} d$; est le **pas électrique**.

$\vec{d} = A \vec{A}^* = A^* A$ est le **pas vectoriel**.

➤ **Réseau uniforme :**

Il est constitué de « n » éléments alimentés par des courants d'amplitudes égales, et de différence de phase constante d'un élément à l'autre.

➤ **Réseau plan :**

C'est un réseau linéaire de réseaux linéaires ; les points homologues sont situés dans un plan.

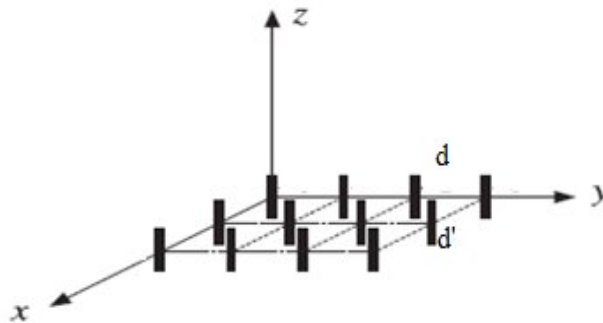


Figure I.22: géométrie du réseau plan.

Avec : , ' sont les pas de réseau.

➤ **Réseau spatial :**

L'extension des notions précédentes à l'espace en trois dimensions est évidente, donc le réseau spatial est un réseau linéaire du réseau plan.

4. antenne à ouverture :

Il existe deux façons d'interprétation de rayonnement :

Rayonnement par courant (comme les antennes filaires, panaires).

Rayonnement par ouverture : ce type de rayonnement consiste à percer une ouverture dans un guide d'onde, sur la surface de cette ouverture existe un champ électrique dont la répartition impose la forme du champ rayonnant dans tout l'espace on parle alors de surface rayonnante telle que les cornets, les paraboles, les fentes

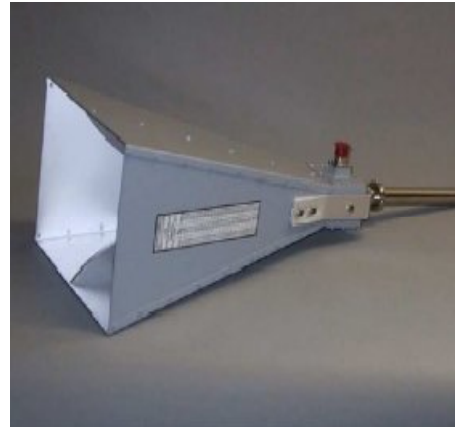


Figure I.23 : différents types d'antenne à ouverture rayonnante (parabole, cornet, lentille)

Le 2^{ème} et le 3^{ème} chapitre consistent à faire une étude détaillée pour ce type d'antenne ; nous verrons alors le rayonnement par ces ouvertures, déterminer le champ à grande distance et déduire les caractéristiques principales de ces antennes.

Chapitre II :

rayonnement par ouverture

Introduction:

La plus part des antennes micro-ondes, la source peut être considéré comme une antenne à ouverture rayonnante, c'est le cas des guides d'ondes, des cornets, et des antennes constituées d'une ou plusieurs sources primaires qui illuminent une surface réfléchissante. L'étude de ces antennes se ramène à celle de la diffraction des ondes électromagnétiques à travers une ouverture rayonnante.

La connaissance de la distribution du champ (amplitude et phase) sur l'ouverture est suffisante pour déterminer le champ diffracté.

Nous allons tout d'abord présenter des théories et des principes généraux d'étude que nous appliquons, dans le cas d'une ouverture rayonnante.

II.1. Le principe d'équivalence :

Ce principe permet de remplacer un problème posé par un autre problème équivalent, pour lequel il est possible de trouver une solution [2], il est basé sur :

- **Le principe de Love :** le principe d'équivalence de Love fait que le champ électromagnétique à l'extérieur d'un volume V est déterminé par la surface fermée S :

-ayant une normale \vec{n} .

-entourant une ou plusieurs sources quelconques situées dans le volume V .

-en substituent la où les sources initiales par des densités de courant de surface électriques et magnétiques sur S

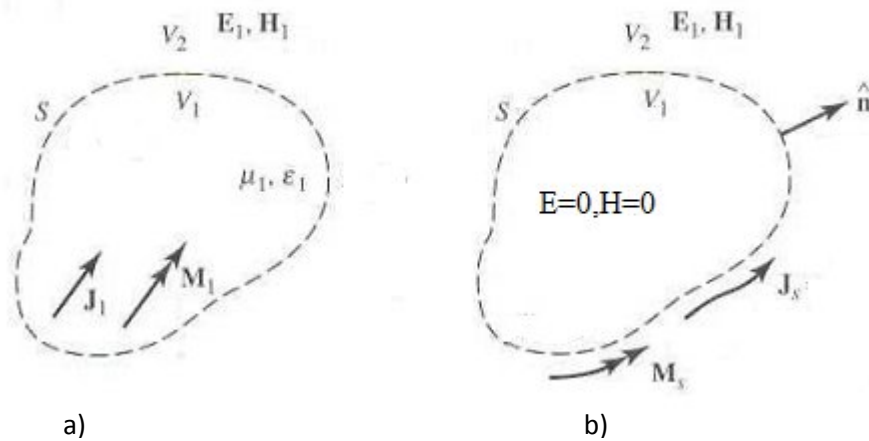


Figure II.1 : équivalence des courants de Love : a) problème original b) problème équivalent.

n'existe pas en réalité, mais avec, le principe d'équivalence peut simplifier certains problèmes. Le champ à l'intérieur de volume V est cependant nul après avoir éliminé les sources initiales.

Les densités de courant électriques et magnétiques respectent les conditions aux limites sur la surface S :

$$\vec{J} = \vec{n} \wedge \vec{H} \quad (\text{II. 1})$$

$$\vec{M}_s = - \vec{n} \wedge \vec{E} \quad (\text{II. 2})$$

Où :

\vec{H}, \vec{E} : sont les champs produits par les sources sur la surface.

- **Principe d'équivalence avec conducteur** : on peut rajouter deux autres modèles équivalents qui sont utilisés en présence de conducteur parfait électrique ou magnétique : ce dernier découle de la dualité avec source magnétique.

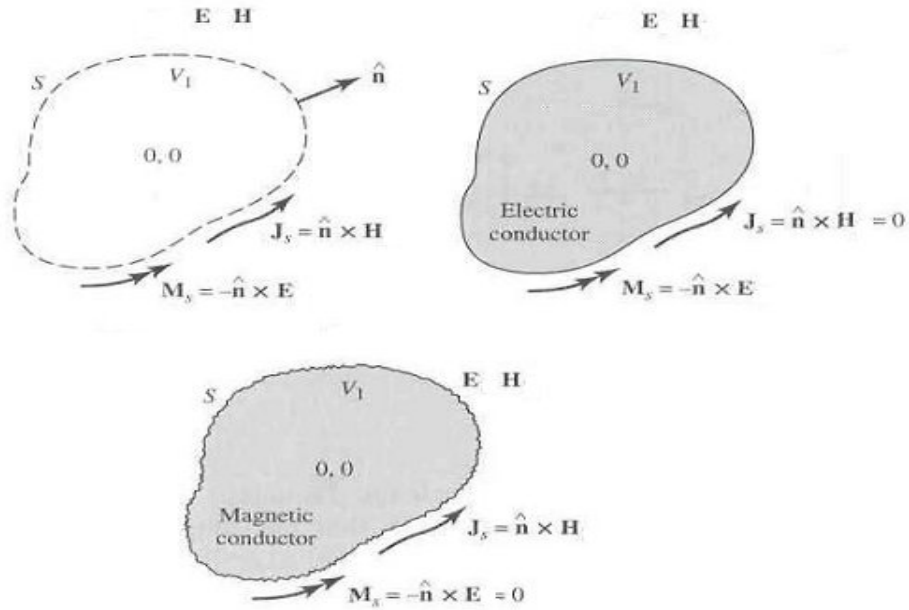


Figure II. 2 : modèle d'équivalence avec conducteur : 1.Love, 2.conducteur électrique, 3.conducteur magnétique.

Une fois l'équivalence de Love est obtenue le champ électromagnétique deviennent nul à l'intérieur du volume V car il n'existe plus de sources. Si un conducteur électrique parfait $\epsilon = \infty$ est inséré et remplit V , rien n'est changé, et on conserve $E=H=0$ dans V . ainsi, en remplissant le volume V par un conducteur électrique parfait ne perturbe pas les champs externes. Pourtant, l'introduction de conducteur électrique parfait force le courant \vec{J} à devenir nul à son tour puisqu'apparaîtra un courant image \vec{J} opposé sur le conducteur. D'autre part, par dualité toujours, le conducteur magnétique qui occuperait tout le volume V , produit le même comportement mais sur le courant \vec{M} .

- **Équivalence à une ouverture** : avant tout, il convient d'éliminer les effets produit par la présence des conducteurs par l'équivalence avec conducteur.

Soit un plan infini conducteur au travers duquel est perforé une ouverture S , par cette ouverture passe une onde plane ayant une distribution quelconque \vec{E}, \vec{H} .

1. Les champs dans l'ouverture sont remplacés par des courants électriques et magnétiques J_{sa} et M_{sa} , par l'équivalence de Love.
2. en considérant un plan conducteur électrique parfait, l'équivalence avec conducteur électrique conduit l'équivalence de Love au modèle équivalent de la figure 3.b).

3. la troisième étape consiste à retirer le plan conducteur électrique et remplacer et le remplacer par l'image, on obtient l'équivalence de la figure 3.c).

4. Finalement, le problème initial d'une ouverture dans un conducteur, aboutit à l'équivalence simple de la figure 3.d).

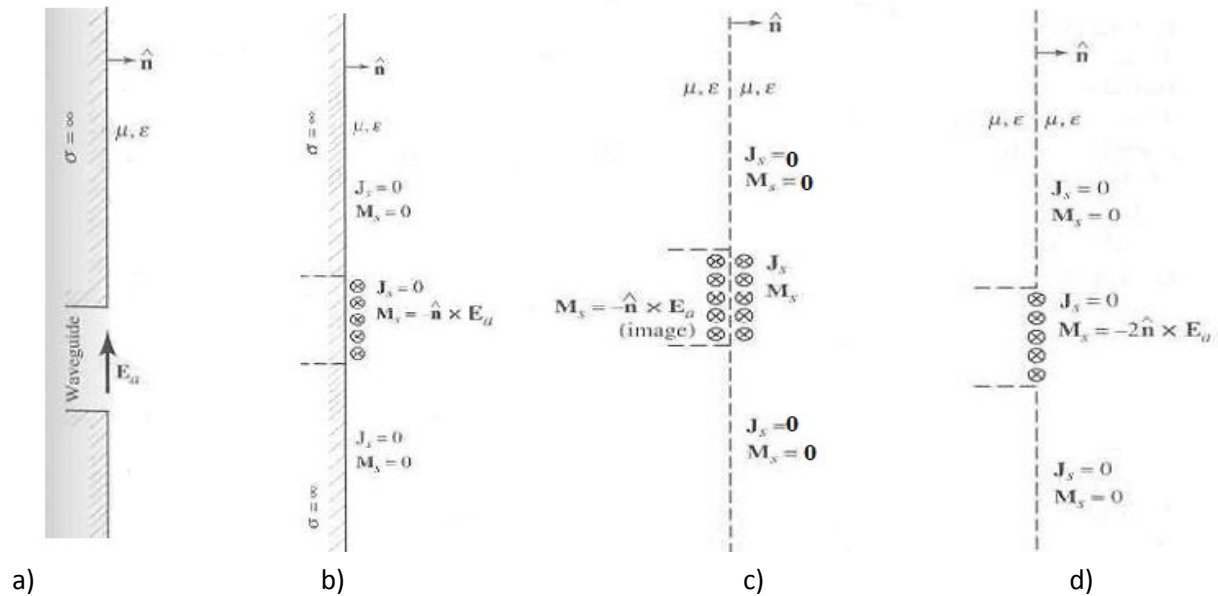


Figure II.3 : Étapes pour trouver les modes équivalents à une ouverture dans un conducteur.

$$\vec{J} = 2\vec{E} \wedge \vec{n} \quad (\text{II.3})$$

On aurait aboutit au même résultat si on aurait procédé avec un plan conducteur magnétique, les champs dans l'ouverture rayonnante aurait été remplacés par :

$$\vec{J} = 2\vec{n} \wedge \vec{H} \quad (\text{II.4})$$

II.2. Équations de Maxwell généralisées et la dualité :

L'étude théorique, consiste à supposer que le champ électromagnétique existant sur l'ouverture a pour origine :

- un courant électrique \vec{j} .
- un courant magnétique \vec{j} .
- une densité volumique de charge électrique .
- une densité volumique de charge magnétique .

La forme des équations de MAXWELL généralisés est la suivante :

$$\text{rot}\vec{H} = \vec{J} + -\dot{\vec{D}} \quad (\text{II. 5})$$

$$\text{rot}\vec{E} = -\dot{\vec{B}} - -\vec{B} \quad (\text{II. 6})$$

$$\text{div}\vec{D} = \rho \quad (\text{II. 7})$$

$$\text{div}\vec{B} = \rho \quad (\text{II. 8})$$

Notons que le courant magnétiques \vec{J} et la charge magnétique ρ , sont des concepts fictifs qui n'ont pas de réalité physique.

Alors on a les résultats d'une source électrique et une source magnétique telle que :

Source électrique
$\vec{J} \neq 0, \vec{J} = 0, \rho = 0$
$\text{rot}\vec{E} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \vec{H}$
$\text{rot}\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t} \vec{D}$
$\text{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$
$\text{div}\vec{B} = 0$
Avec:
$\vec{A} = \frac{1}{c^2} \dot{\vec{A}} \quad \vec{A} \rightarrow \vec{A}$

Source magnétique
$\vec{J} \neq 0, \vec{J} = 0, \rho = 0$
$\text{rot}\vec{H} = -\epsilon \dot{(-E)}$
$\text{rot}(-E) = \vec{J} + \mu \frac{\partial}{\partial t} \vec{H}$
$\text{div}\vec{H} = \frac{\rho}{\mu}$
$\text{div}-\vec{D} = 0$
$\vec{A} = \frac{1}{c^2} \dot{\vec{A}} \quad \vec{A} \rightarrow \vec{A}$

\vec{A} : est le potentiel vecteur électriques.

\vec{A} : est le potentiel vecteur magnétique.

On a donc :

$$\vec{E} = -\text{grad}V - \dot{\vec{A}} \quad (\text{II. 9})$$

$$\vec{H} = -\text{grad}\vec{A} - \dot{\vec{A}} \quad (\text{II. 10})$$

De la condition de Lorenz :

$$\text{div}\vec{A} + \mu\varepsilon\dot{V} = 0 \quad (\text{II. 11})$$

$$\text{div}\vec{A} + \mu\varepsilon\dot{V} = 0 \quad (\text{II. 12})$$

En régime sinusoïdale on a :

$$\vec{A}(M) = \frac{\mu}{4\pi} \int \vec{J}(P) \frac{r}{r} dV \quad (\text{II. 13})$$

$$V(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \int \rho(P) \frac{r}{r} dV \quad (\text{II. 14})$$

$$\vec{A}(M) = \frac{\varepsilon}{4\pi} \int \vec{J}(P) \frac{r}{r} dV \quad (\text{II. 15})$$

$$V(M) = \frac{1}{4\pi\mu} \int \rho(P) \frac{r}{r} dV \quad (\text{II. 16})$$

Où :

V_e : est le potentiel scalaire électrique.

V_m : et le potentiel scalaire vectoriel.

$$\vec{H}(M) = -\text{rot}\vec{A}(M) \quad (\text{II. 17})$$

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{j\omega\epsilon} \text{rot} \vec{H}(M) \quad (\text{II. 18})$$

$$-\vec{E}(M) = \frac{1}{\epsilon} \text{rot} \vec{A}(M) \quad (\text{II. 19})$$

$$\vec{H}(M) = \frac{1}{j\omega\mu} \text{rot} \vec{E}(M) \quad (\text{II. 20})$$

On a donc une symétrie complète, ou dualité, entre la quantité du champ électrique et magnétique. En effet on peut vérifier facilement que la dualité suivante laisse les équations de MAXWELL invariantes :

$\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{H}$	$\vec{} \rightarrow \vec{}$	$\mathbf{A}_e \rightarrow \mathbf{A}_m$
$\mathbf{H} \rightarrow -\mathbf{E}$	\rightarrow	$\mathbf{V}_e \rightarrow \mathbf{V}_m$
$\rightarrow \mu$	$\vec{} \rightarrow -\vec{}$	$\mathbf{A}_m \rightarrow -\mathbf{A}_e$
$\mu \rightarrow$	$\rightarrow -$	$\mathbf{V}_m \rightarrow -\mathbf{V}_e$

Finalement, quand les deux sources agissent au même temps, le champ électromagnétique est dû à la superposition des champs existant dans chaque source (milieu) :

$$\vec{E}(M) = -\text{grad} \vec{V}(M) - \frac{d}{dt} \vec{A}(M) - \frac{1}{\epsilon} \text{rot} \vec{A}(M) \quad (\text{II. 21})$$

$$\vec{H}(M) = -\text{grad} \vec{V}(M) - \frac{d}{dt} \vec{A}(M) + \frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{A}(M) \quad (\text{II. 22})$$

En régime harmonique les équations (2.20) et (2.21) s'écrivent :

$$\vec{E}(M) = -\text{grad} \vec{V}(M) - j\omega \vec{A}(M) - \text{rot} \vec{A}(M) \quad (\text{II. 23})$$

$$\vec{H}(M) = -\text{grad} \vec{V}(M) - j\omega \vec{A}(M) + \text{rot} \vec{A}(M) \quad (\text{II. 24})$$

De même les deux équations (II.11), (II.12) s'écrivent :

$$\text{div} \vec{A} + j\omega\mu\epsilon V = 0 \quad (\text{II. 25})$$

$$\text{div} \vec{A} + j\omega\mu\epsilon V = 0 \quad (\text{II.26})$$

Donc les potentiels scalaires s'écrivent :

$$V(M) = - \frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \text{div} \vec{A}(M) \quad (\text{II.27})$$

$$V(M) = - \frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \text{div} \vec{A}(M) \quad (\text{II.28})$$

A partir de ces deux équations, il est possible d'exprimer les champs résultants en fonction uniquement des potentiels (électrique et magnétique) :

$$\vec{E}(M) = - \text{grad} V - \dot{\vec{A}} \quad (\text{II.29})$$

$$\vec{H}(M) = \text{rot} \vec{A} + \dot{\vec{V}} \quad (\text{II.30})$$

On pose : $K^2 = \omega^2\mu\epsilon$ on aura :

$$\vec{E}(M) = - \text{grad} V - \dot{\vec{A}} + K^2 \vec{A} \quad (\text{II.31})$$

$$\vec{H}(M) = \text{rot} \vec{A} + \dot{\vec{V}} + K^2 \vec{A} \quad (\text{II.32})$$

De l'analyse vectorielle on sait que :

$$\text{rot}(\text{rot} \vec{A}) = \text{grad}(\text{div} \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$$

On le remplace dans l'équation (II.30) et (II.31):

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \text{rot}(\text{rot} \vec{A}) - \mu \dot{\vec{J}} - \frac{1}{\epsilon} \text{rot} \vec{A} \quad (\text{II.33})$$

$$\vec{H}(M) = \frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \text{rot}(\text{rot} \vec{A}) - \epsilon \dot{\vec{J}} + \frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{A} \quad (\text{II.34})$$

D'autre part, en combinant les deux équations (II.5), (II.6) on obtient l'équation d'onde du champ électrique :

$$\nabla \vec{A} + \vec{C} = \vec{D} + \frac{1}{\mu} \vec{E} + \vec{F} \quad (\text{II.35})$$

De même, pour le champ \vec{H} :

$$\nabla \vec{H} + K \vec{H} = j\omega\epsilon \vec{J} + \frac{1}{\mu} \text{grad}\rho - \text{rot}\vec{J} \quad (\text{II.36})$$

II.3. Le principe de Huygens :

En étudiant la diffraction par ouverture, Huygens a suggéré d'introduire des sources fictives sur une surface S autour de la source d'origine. Chacune de ces sources, se comporte comme une source ponctuelle rayonnant une onde sphérique, son amplitude étant égale à celle de l'onde créée par la source d'origine au point d'observation M.

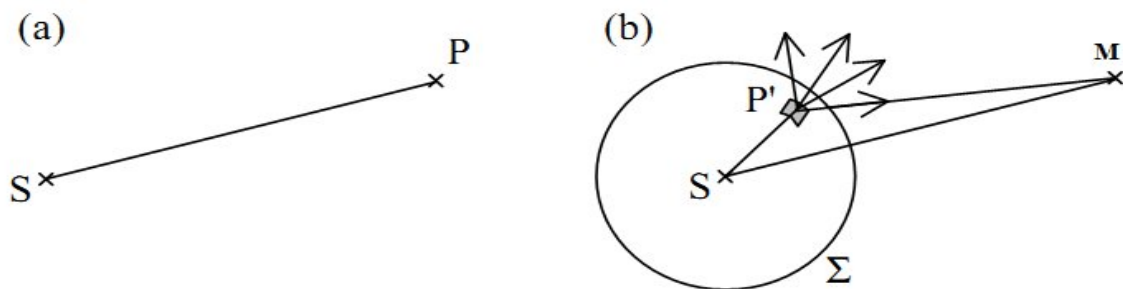


Figure II.4 : optique géométrique(a), principe de Huygens(b).

➤ Source de Huygens :

Considérons une ouverture plane de forme quelconque percée dans une surface métallique qui constitue la surface de séparation entre deux milieux.

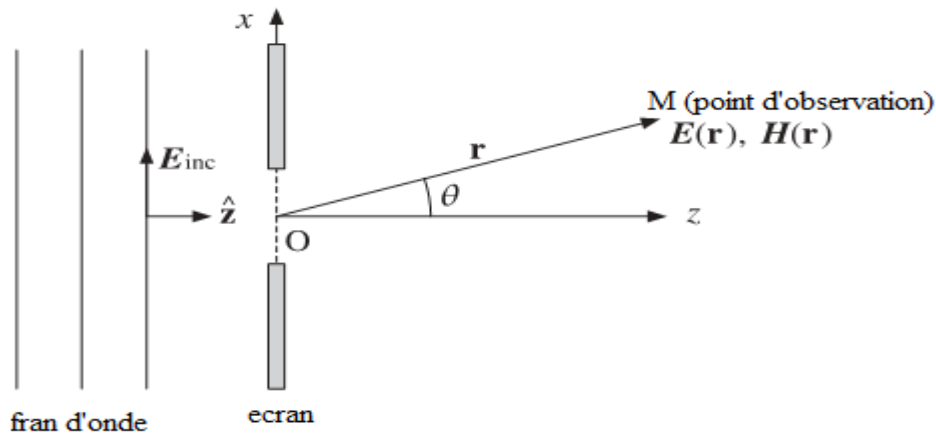


Figure II. 5 : onde plane uniforme incidente sur une ouverture.

Les champs tangentiels E_a et H_a sont désignés comme source de Huygens en chaque point P sur l'ouverture, ils sont liés par la relation d'onde uniforme :

$$\vec{H} = \frac{1}{\eta} \vec{n} \wedge \vec{E} \quad (\text{II. 37})$$

Ou : η : est l'impédance caractéristique du vide.

\vec{n} : est le vecteur normal de la surface.

II.4. La théorie de la diffraction :

La diffraction est un phénomène lié aux caractères ondulatoires d'une grandeur. L'expérience simple met en évidence ce phénomène est celui d'une onde plane qui interagit avec une ouverture ; si la dimension de l'ouverture est nettement plus grande que la longueur d'onde, l'onde électromagnétique va passer sans perturbation apparente, donc elle suit une trajectoire rectiligne. Si, au contraire la dimension de l'ouverture est du même ordre de grandeur que la longueur d'onde, le phénomène de la diffraction se manifeste par le fait que la répartition de la puissance change de direction d'incidence, après passage à travers l'écran.

En s'appuyant sur le principe de Huygens, il est facile de comprendre ce phénomène et la répartition de la puissance après l'ouverture ; ce principe peut encore s'exprimer de façon analytique en appliquant le théorème de Green.

II.4.1. le théorème de Green :

Considérons un vecteur : $\vec{F} = \phi \text{grad} \psi$.

On sait que : $\text{div} \vec{F} = \text{div} \phi \text{grad} \psi = \phi \Delta \psi + \text{grad} \phi \cdot \text{grad} \psi$.

D'après le théorème de la divergence on a :

$$\text{div} \vec{F} d\tau = \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad ()$$

$$\Rightarrow \int (\phi \Delta \psi + \text{grad} \phi \cdot \text{grad} \psi) d\tau = \int \phi \text{grad} \psi \cdot d\vec{s} \quad (II.38)$$

Maintenant en permutant on a : $\vec{F} = \psi \text{grad} \phi$

$$\Rightarrow \int (\psi \Delta \phi + \text{grad} \phi \cdot \text{grad} \psi) d\tau = \int \psi \text{grad} \phi \cdot d\vec{s} \quad (II.39)$$

On a du (II.38)-(II.39) qui donne :

$$\int (\phi \Delta \psi - \psi \Delta \phi) d\tau = \int (\phi \text{grad} \psi - \psi \text{grad} \phi) \cdot \vec{n} ds \quad (II.40)$$

Et donc :

$$\begin{aligned} \int (\phi \Delta \psi - \psi \Delta \phi) d\tau &= \int (\phi \text{grad} \psi - \psi \text{grad} \phi) \cdot \vec{n} ds \\ &= \int (\phi \text{grad} \psi \cdot \vec{n} - \psi \vec{n} \cdot \text{grad} \phi) ds \end{aligned} \quad ()$$

En posant $\vec{F} = \phi \text{grad} \psi$ et $\vec{G} = \psi \text{grad} \phi$

On obtient le théorème de Green ; qui est basé sur le théorème de la divergence :

$$(\phi \Delta \psi - \psi \Delta \phi) d\tau = \left(\phi \frac{\partial \Psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) ds \quad (\text{II.41})$$

Le problème consiste à résoudre l'équation suivante (II.35) :

$$\nabla \vec{E} + K \vec{E} = j\omega\mu \vec{J} + \frac{1}{\epsilon} \text{grad} \rho + \text{rot} \vec{J} = \vec{J} \quad (\text{II.42})$$

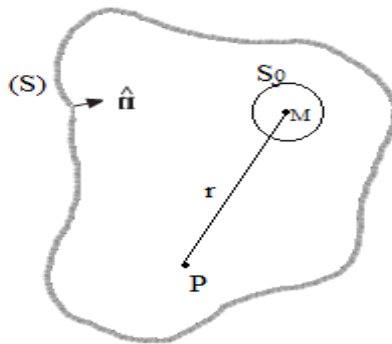


Figure II.6 : application du théorème de Green à une région V.

En utilisant comme fonction de **Green**, l'expression suivante :

$$\Psi = \frac{e}{r} \quad (\text{II.43})$$

Avec : $\vec{r} = \dots$

P est un point courant autre que M qui lui est fixé.

On remarque que la fonction Ψ satisfait l'équation de propagation suivante :

$$\nabla^2 \Psi + k^2 \Psi = 0 \quad (\text{II.44})$$

Selon le théorème de Green, une composante de \vec{E} et de Ψ peuvent être par l'expression suivante :

$$[E \Delta \psi - \psi \Delta E] d\tau = \left(\psi \frac{\partial E}{\partial n} - E \frac{\partial \psi}{\partial n} \right) ds \quad (\text{II.45})$$

(Σ) est la surface limitant le volume $d\tau$ et \vec{n} le vecteur unitaire normal dirigé vers l'intérieur.

L'équation (II.45) ne peut s'appliquer que si nous excluons du domaine de l'intégration le point $P=M$ pour lequel la fonction ψ présente une singularité. A cet effet, nous entourons ce point par une petite sphère S_0 de rayon b et calculons la limite :

$$\lim_{\rightarrow} \int_{\Sigma} \left(E \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial E}{\partial n} \right) ds \quad (\text{II. 46})$$

Puisque b est très petit, nous prenons pour valeur de E et ψ sur un point quelconque de la surface de la sphère S_0 leurs valeurs au centre M . Ces quantités peuvent être mises à l'extérieur du signe intégral.

D'autre part nous avons :

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = \frac{\partial \psi}{\partial r} = \frac{e}{b} \left(-jk - \frac{1}{b} \right)$$

Soit $d\Omega$ l'élément d'angle solide au centre de la sphère S_0 , donné par $dS = b^2 d\Omega$, nous avons :

$$\begin{aligned} \lim_{\rightarrow} \int_{\Sigma} \left(E \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial E}{\partial n} \right) dS \\ = \lim_{\rightarrow} \int_{S_0} \left(E \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial E}{\partial n} \right) dS \\ = \lim_{\rightarrow} \int_{S_0} \left(E(M) \frac{e}{b} \left(-jk - \frac{1}{b} \right) b^2 d\Omega - \psi(M) \frac{e}{b} \left(-jk - \frac{1}{b} \right) b^2 d\Omega \right) \\ = 4\pi E(M) \psi(M) \quad (\text{II. 47}) \end{aligned}$$

L'équation (II.45) s'écrit donc :

$$\int_{\Sigma} [E \Delta \psi - \psi \Delta E] d\tau = 4\pi E(M) \psi(M) + \int_{S_0} \left(\psi \frac{\partial E}{\partial n} - E \frac{\partial \psi}{\partial n} \right) ds \quad (\text{II. 48})$$

Maintenant on a :

$$\left. \begin{aligned} \Delta \psi &= - \\ \Delta E &= - \quad + \end{aligned} \right\} 57$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta + = \\ \Delta + = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \quad \Rightarrow \quad - \quad = -$$

On a donc :

$$-J\psi d\tau = 4\pi E(M) + \Psi \frac{\partial E}{\partial n} - E \frac{\partial \Psi}{\partial n} ds \quad ()$$

$$E(M) = -\frac{1}{4\pi} J\psi d\tau - \frac{1}{4\pi} \Psi \frac{\partial E}{\partial n} - E \frac{\partial \Psi}{\partial n} ds \quad ()$$

D'où la forme vectorielle :

$$\vec{E}(M) = -\frac{1}{4\pi} \vec{J}\psi d\tau - \frac{1}{4\pi} \Psi \frac{\partial \vec{E}}{\partial n} - \vec{E} \frac{\partial \Psi}{\partial n} ds \quad (II.49)$$

De l'équation (II.42) on aura [7] :

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi} -j\omega\mu\Psi\vec{J} - \frac{1}{\varepsilon}\psi\text{grad}\vec{\rho} - \psi\text{rot}\vec{J} dv + \Psi \frac{\partial \vec{E}}{\partial n} - \vec{E} \frac{\partial \Psi}{\partial n} ds \quad (II.50)$$

$$\vec{H}(M) = \frac{1}{4\pi} -j\omega\mu\Psi\vec{J} - \frac{1}{\mu}\psi\text{grad}\vec{\rho} + \psi\text{rot}\vec{J} dv + \Psi \frac{\partial \vec{H}}{\partial n} - \vec{H} \frac{\partial \Psi}{\partial n} ds \quad (II.51)$$

L'équation du champ \vec{H} est obtenue à partir de celle de \vec{E} en appliquant le principe de dualité.

Ces équations sont appelées les formules de **KIRCHHOFF**, elles permettent de résoudre le problème de la diffraction, et qui sont alors, la traduction analytique de principe de Huygens.

On constate alors que le problème de rayonnement par ouverture est un sujet fondamental étudié par Kirchoff dans le domaine optique ; ces formules peuvent encore s'exprimer en fonction des champs tangentiels de surface [7] :

$$\begin{aligned} \vec{E}(M) = & \frac{1}{4\pi} \int_V -j\omega\mu\Psi \vec{J} + \frac{\rho}{\varepsilon} \text{grad}\vec{\psi} - \vec{J} \wedge \text{grad}\vec{\psi} \, dv \\ & + \frac{1}{4\pi} \int_S -j\omega\mu\psi \vec{n} \wedge \vec{H} + (\vec{n} \cdot \vec{E})\text{grad}\vec{\psi} + (\vec{n} \wedge \vec{E}) \wedge \text{grad}\vec{\psi} \, ds \quad (\text{II.52}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{H}(M) = & \frac{1}{4\pi} \int_V -j\omega\varepsilon\Psi \vec{J} + \frac{\rho}{\mu} \text{grad}\vec{\psi} + \vec{J} \wedge \text{grad}\vec{\psi} \, dv \\ & + \frac{1}{4\pi} \int_S +j\omega\varepsilon\psi \vec{n} \wedge \vec{E} + (\vec{n} \cdot \vec{H})\text{grad}\vec{\psi} + (\vec{n} \wedge \vec{H}) \wedge \text{grad}\vec{\psi} \, ds \quad (\text{II.53}) \end{aligned}$$

Qui sont nommées : les formules de **STRATTON-CHU**. Ces dernières peuvent s'écrire en fonction des densités de courant \vec{J} et \vec{j} [1] :

$$\begin{aligned} \vec{E}(M) = & \frac{1}{j\omega\varepsilon} \int_V k \vec{J} G + \vec{J} \cdot \nabla' \nabla' G - j\omega\varepsilon \vec{J} \wedge \nabla' G \, dv \\ & + \frac{1}{j\omega\varepsilon} \int_S k G \vec{n} \wedge \vec{H} + \vec{n} \wedge \vec{H} \cdot \nabla' \nabla' G + j\omega\varepsilon \vec{n} \wedge \vec{E} \wedge \nabla' G \, ds \quad (\text{II.54}) \end{aligned}$$

$$\vec{H}(M) = \frac{1}{j\omega\mu} \int_V k \vec{J} G + \vec{J} \cdot \nabla' \nabla' G + j\omega\varepsilon \vec{J} \wedge \nabla' G \, dv$$

On pose : $\vec{G} = \text{---}$

Finalement, les équations (II.53) et (II.54) peuvent être transformées en formules de **Franz** qui sont essentiellement équivalentes aux équations (II.31) et (II.32) qui s'expriment en fonction des potentiels vecteurs \vec{A} et \vec{V} [1] :

$$\vec{E}(\mathbf{M}) = \frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \text{rot}(\text{rot}\vec{A}) - \mu\vec{J} - \frac{1}{\epsilon} \text{rot}\vec{A} \quad (\text{II.56})$$

$$\vec{H}(\mathbf{M}) = \frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \text{rot}(\text{rot}\vec{A}) - \epsilon\vec{J} + \frac{1}{\mu} \text{rot}\vec{A} \quad (\text{II.57})$$

Les formules de Kirchoff, Stratton-Chu, Franz, sont équivalentes dans le cas où la surface est fermée.

II.4.2. Les formules de Kottler :

Les formules de Kirchoff sont appliquées dans le cas d'une surface fermée, si la surface est ouverte ces formules sont insuffisantes pour déterminer les champs électromagnétique, car il faut tenir compte du contour de l'ouverture.

Considérons une ouverture de forme quelconque, supposons qu'un champ incident arrive sur cette ouverture (figure 7).

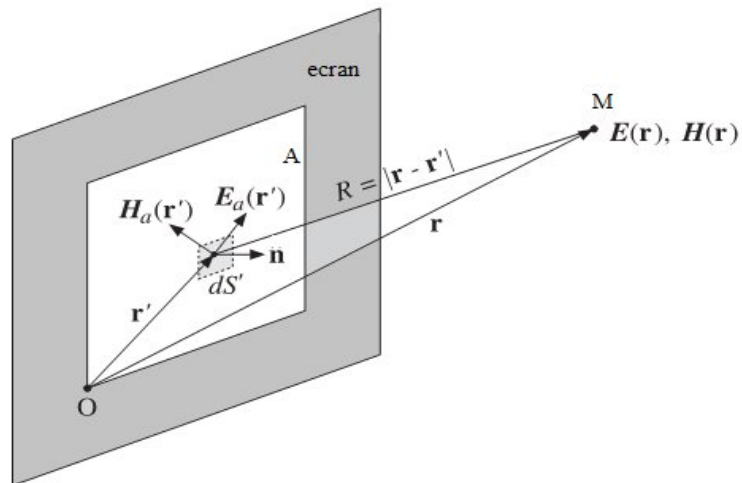


Figure II.7 : champ rayonne par une ouverture.

Nous voulons déterminer le champ électromagnétique en point M à partir de la répartition des champs \vec{E} et \vec{H} sur l'ouverture (source de Huygens).

Dans ce cas, les intégrales volumiques se réduisent aux intégrales surfaciques par rapport à l'ouverture, les potentiels \vec{A} et \vec{A} s'écrivent en fonction des densités surfaciques de courant :

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int \vec{J}(p) \frac{e}{r} ds \quad (\text{II.58})$$

$$\vec{A} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int \vec{J}(p) \frac{e}{r} ds \quad (\text{II.59})$$

En remplaçant \vec{A} et \vec{A} par ces expressions dans les équations (II.33) et (II.34) on aura [7]:

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi} \int \vec{E} \cdot \vec{n} \text{ grad} \psi - \vec{E} \wedge \vec{n} \wedge \text{ grad} \psi + j\mu\omega\psi \vec{H} \wedge \vec{n} ds \quad (\text{II.60})$$

$$\vec{H}(M) = \frac{1}{4\pi} \int \vec{H} \cdot \vec{n} \text{ grad} \psi - \vec{H} \wedge \vec{n} \wedge \text{ grad} \psi - j\mu\omega\psi \vec{E} \wedge \vec{n} ds \quad (\text{II.61})$$

En complétant les deux formules (II.60) et (II.61) par des termes tenant compte du caractère discontinu des champs sur le contour Γ [7]:

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Gamma} \left[\vec{E} \cdot \vec{n} \operatorname{grad} \psi - \vec{E} \wedge \vec{n} \wedge \operatorname{grad} \psi + j\mu\omega\psi \vec{H} \wedge \vec{n} \right] ds + \frac{1}{j4\pi\epsilon\omega} \int_{\Gamma} \operatorname{grad} \psi \vec{H} \cdot d\vec{l} \quad (\text{II.62})$$

$$\vec{H}(M) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Gamma} \left[\vec{H} \cdot \vec{n} \operatorname{grad} \psi - \vec{H} \wedge \vec{n} \wedge \operatorname{grad} \psi - j\mu\omega\psi \vec{E} \wedge \vec{n} \right] ds - \frac{1}{j4\pi\mu\omega} \int_{\Gamma} \operatorname{grad} \psi \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (\text{II.63})$$

Qui sont connues comme les formules de **KÖTTLER**, ces formules généralisent les formules de Kirchoff.

L'équation du champ \vec{H} est obtenue à partir de celle de \vec{E} en appliquant le principe de dualité.

II.4.3. Les zones de rayonnement d'une ouverture rayonnante :

Pour alléger la formulation de Kottler, il convient d'étudier les simplifications possibles en fonction de la distance à l'antenne.

Ou : $r' = PM$.

D : est la longueur de l'antenne.

$d = OP$.

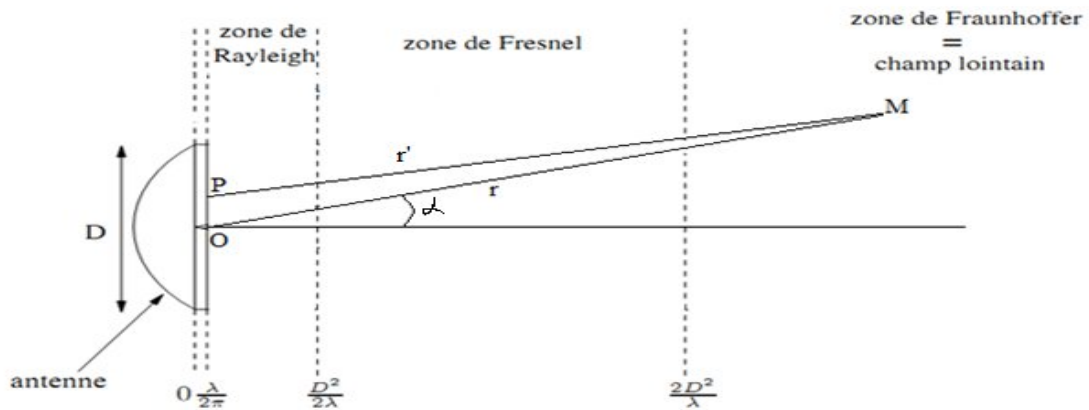


Figure II.8 : les différentes zones de rayonnement.

- **La zone de Rayleigh** : c'est la zone proche, on doit tenir compte des variations de r aussi bien dans le terme de phase que dans l'amplitude.
- **La zone de Fresnel** : on peut considérer que r est constant dans le terme d'amplitude mais il faut tenir compte dans le terme.
- **La zone de Fraunhofer** : en un point situé hors de la zone de Fresnel, on prendra $r = r'$ en amplitude, $r = r' - OP \sin\theta$ pour la phase.
Où : OP : est la distance entre le point O et une source secondaire P située dans le plan de l'ouverture.

II.4.4. Les formules de GOUDET : expression de la formule de KÖTTLER dans la zone de Fraunhofer :

Dans la zone au champ lointain on sait que :

-les champs E et H sont linéairement polarisés, en phase et mutuellement perpendiculaire.

-les champs E et H dans l'ouverture sont proportionnels (source de Huygens).

On a : $\approx r'$ pour l'amplitude, et $\approx -$ pour la phase ; la fonction

$=$ — s'exprime par :

$$(\) = \text{---}$$

Alors on peut écrire une expression asymptotique de gradient :

$$\text{grad } \Psi = j \frac{2\pi r}{\lambda r} \mathbf{e}_r \quad \mathbf{e}_\theta \quad \mathbf{u}$$

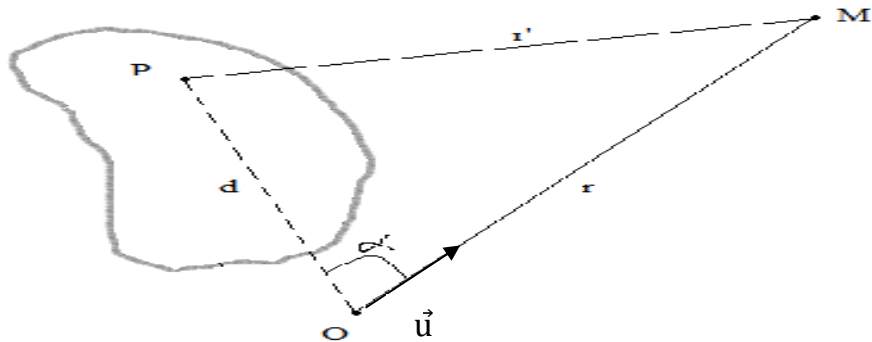


Figure II.9 : représentation de point M à grande distance.

Appliquons cette relation à la formule de KÖTTLER dans les deux cas suivants :

- Cas d'une distribution continue sur une surface fermée :

L'intégrale curviligne disparaît dans l'expression du champ qui s'écrit alors :

$$\vec{E}(\mathbf{M}) = j \frac{e}{2\lambda r} \left(\vec{E} \cdot \vec{n} \vec{u} - \vec{E} \wedge \vec{n} \wedge \vec{u} + \frac{\bar{\mu}}{\varepsilon} \vec{H} \wedge \vec{n} \right) \mathbf{e} \quad ds \quad (\text{II.64})$$

Et Goudet en déduit la formule du champ produit par cette distribution continue :

$$\vec{E}(\mathbf{M}) = \frac{1}{2} \left(\vec{u} \wedge \vec{E} \wedge \vec{n} + \frac{\bar{\mu}}{\varepsilon} \vec{H} \wedge \vec{n} \right) \mathbf{e} \quad ds \quad (\text{II.65})$$

L'indice N exprime que l'on prend la composante $\vec{u} \wedge \vec{v}$ normale au vecteur \vec{u} et situé dans le plan défini par le vecteur \vec{v} et le vecteur $\vec{u} \wedge \vec{v}$.

- Cas d'une surface ouverte :

C'est le cas d'une ouverture, on doit tenir compte de l'intégrale curviligne le champ à grande distance est s'écrit alors :

$$\vec{E}(M) = \frac{je}{2\lambda r} \left[\vec{u} \wedge \vec{E} \wedge \vec{n} + \frac{\bar{\mu}}{\varepsilon} (\vec{H} \wedge \vec{n}) \right] ds \quad (\text{II.66})$$

$$\vec{H}(M) = \frac{\bar{\mu}}{\varepsilon} \vec{u} \wedge \vec{E}(M) \quad (\text{II.67})$$

On a vu que le traitement d'antenne par ouverture utilise les potentiels retardés électrique et magnétique définis par les deux équations (II.58) et (II.59) dans le champ lointain avec l'équivalence de Love seulement.

Pour déterminer le rayonnement produit par une ouverture, on pourrait découper cette ouverture en éléments différentielles de surface ' ds' au travers des quels on aura une source onde plane uniforme.

II.5. Ouverture élémentaire :

L'analyse de l'ouverture élémentaire centrée mène à une conclusion qui permettra de faire un passage plus rapide encore entre la distribution des champs dans l'ouverture et les champs lointains.

Soit une ouverture centrée dans le plan xy avec :

$$\vec{E} = E \vec{a}_z \quad \text{et} \quad \vec{H} = H \vec{a}_z = -\vec{a}_z$$

Donc les courants équivalents sont :

$$\vec{J} = -\vec{H} = -\frac{E}{\eta} \vec{a}_z$$

$$\vec{J} = -E \vec{a}_z$$

Connaissant les courants équivalents, le traitement de l'ouverture élémentaire revient à celui d'une surface élémentaire avec un rapport des courants : $\vec{J} = \eta \vec{E}$

Ainsi on aura en coordonnées sphériques :

$-ds'=dx'dy'$.

$-r'$ par r dans le terme de phase.

Pour une grande ouverture, il suffit d'intégrer sur toute l'ouverture :

$$\vec{E}(x, y, z) = \frac{j}{\lambda r} \int \vec{E}(x', y') e^{-jk(r - \frac{xx' - yy'}{r})} dx' dy' \quad (\text{II.72})$$

Dans la zone au champ lointain, la distance r peut s'écrire :

$$r = r - \frac{xx' - yy'}{r}$$

Qui permet de modifier (II.66) pour avoir :

$$\vec{E}(x, y, z) = \int \vec{E}(x', y') e^{-jk(r - \frac{xx' - yy'}{r})} dx' dy' \quad (\text{II.73})$$

$$\vec{E}(x, y, z) = \frac{1}{r} E(\theta, \varphi) \quad (\text{II.74})$$

On reconnaît de l'équation (II.72), l'intégrale de **Fourier bidimensionnelle**.

Donc le champ lointain dans la zone paraxiale, est la **transformée de Fourier** (θ, φ) de la distribution du champ dans l'ouverture.

II.7. Expression des caractéristiques de l'ouverture rayonnante :

Toujours avec une onde plane dans l'ouverture (les champs sont en phase partout dans S) et avec l'expression paraxiale, il est possible d'exprimer la directivité en fonction des champs dans l'ouverture.

Pour une ouverture, l'intensité maximale de rayonnement dans la direction $\theta=0$, et dans le cas d'une source de Huygens, nous avons :

$$\psi(\theta, \varphi) = \frac{1}{2\eta} r \frac{1}{\lambda r} \int \vec{E}(x', y') dx' dy' \quad (\text{II.75})$$

Comme l'ouverture rayonne seulement dans le demi-espace droit $0 \leq \theta \leq \pi$, la puissance totale rayonnée est :

$$P = \frac{\iint_D E(x, y) dx dy}{2\eta} \quad (\text{II. 76})$$

D'autre part, la détermination de ψ_{moy} est de diviser la puissance totale par 4π :

$$\psi = \frac{1}{4} \frac{\iint_D E(x, y) dx dy}{P}$$

Et finalement on déduit la directivité :

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} \frac{\iint_D E(x, y) dx dy}{\iint_{4\pi} E(x, y) dx dy} \quad (\text{II. 77})$$

Comme on a toujours \forall l'antenne :

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{\text{eff}}$$

Avec :

$$A_{\text{eff}} = \frac{\iint_D E(x, y) dx dy}{\iint_{4\pi} E(x, y) dx dy} \leq A \quad (\text{L'ouverture réelle})$$

Où : A : est l'aire effective de l'ouverture.

II.8. les ouvertures uniformes :

Nous allons supposé qu'en tout point de $M(x,y)$ de l'ouverture, les conditions suivantes sont remplies (figure.II.11):

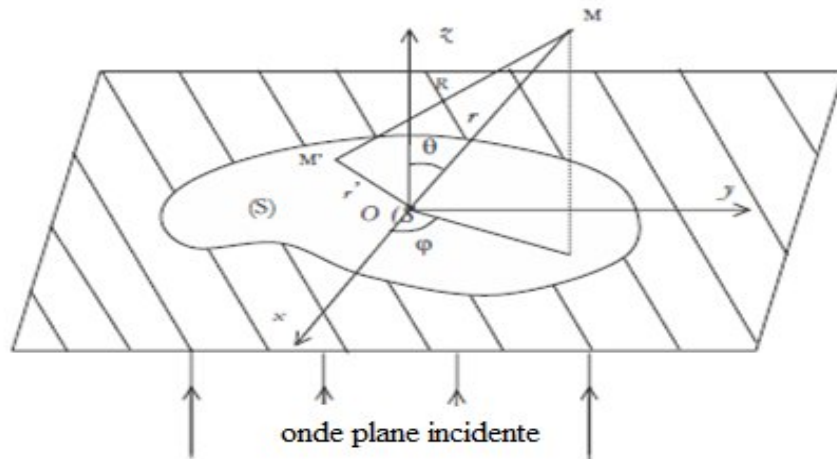


Figure II.11 : ouverture uniforme

- Le champ électrique E dépend en amplitude et en phase des coordonnées du point P et varie sinusoidalement en fonction du temps :

$$E(x,y) = A(x,y)e^{i(\omega t - kx)} = A(x,y)e^{i(\omega t - kr \cos \theta)} \quad (\text{II.78})$$

- On a une polarisation rectiligne de \vec{E} et de \vec{H} .
- \vec{E} et \vec{H} sont en phase dans le temps et perpendiculaire entre eux et leurs modules dans le rapport :

$$\frac{E}{H} = \frac{\mu}{\epsilon}$$

Soit $E(\theta)$ le champ en point M situé à une grande distance r de l'origine et tel que \vec{r} fasse avec l'axe z un angle θ , figure (II.11).

Appliquons la formule de Gouyet à cette configuration :

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{2} \int_S \vec{u} \wedge \vec{E} \wedge \vec{n} + \frac{\bar{\mu}}{\epsilon} \int_S \vec{H} \wedge \vec{n} \quad e^{-ikr} \quad ds$$

Le champ rayonné est alors donné par [6]:

$$\vec{E}(M) = \frac{jk e}{4\pi r} E (1 + \cos\theta) \cos\varphi \vec{u}_x - \sin\varphi \vec{u}_y e^{-jk r} dx dy \quad (\text{II. 79})$$

$$\vec{E}(M) = \frac{jk e}{4\pi r} E (1 + \cos\theta) \cos\varphi \vec{u}_x - \sin\varphi \vec{u}_y F(\theta, \varphi) \quad (\text{II. 80})$$

Avec :

$$F(\theta, \varphi) = \int_S e^{-jk r} ds \quad (\text{II. 81})$$

Où $F(\theta, \varphi)$ dépend de la géométrie de l'ouverture.

II.8.1. L'ouverture rectangulaire :

Pour une ouverture plane centrée à l'origine et dont la longueur a (suivant x) et b (suivant l'axe y). figure(II.12)

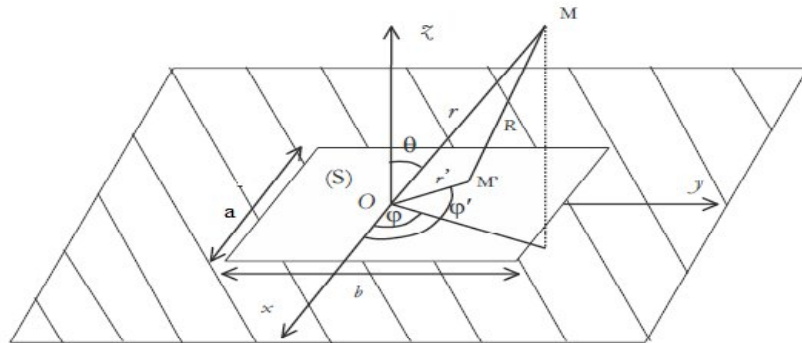


Figure II.12 : ouverture rectangulaire.

L'expression de $F(\theta, \varphi)$

$$F(\theta, \varphi) = \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} e^{-jk r} dx dy' \Rightarrow F(\theta, \varphi) = \int_{-a/2}^{a/2} e^{-jk r \cos\theta \sin\varphi} dx' \int_{-b/2}^{b/2} e^{-jk r \sin\theta \cos\varphi} dy'$$

Le résultat de l'intégral est une fonction en sinus cardinal :

$$(\hat{x}, \hat{y}) = \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\frac{\theta}{2}} \times \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\frac{\theta}{2}}$$

L'expression du champ est alors :

$$\vec{E}(M) = \frac{jk e}{4\pi r} E (1 + \cos\theta) \cos\varphi \hat{u}_x - \sin\varphi \hat{u}_y \quad ab \times \frac{\sin \frac{kax}{2r}}{\frac{kax}{2r}} \times \frac{\sin \frac{kay}{2r}}{\frac{kay}{2r}} \quad (II.82)$$

Avec : $x = r \sin\theta \cos\varphi$.

$y = r \sin\theta \sin\varphi$.

La figure suivante montre le diagramme de rayonnement d'une ouverture rectangulaire (sous Matlab) obtenu en 2 et 3 dimensions :

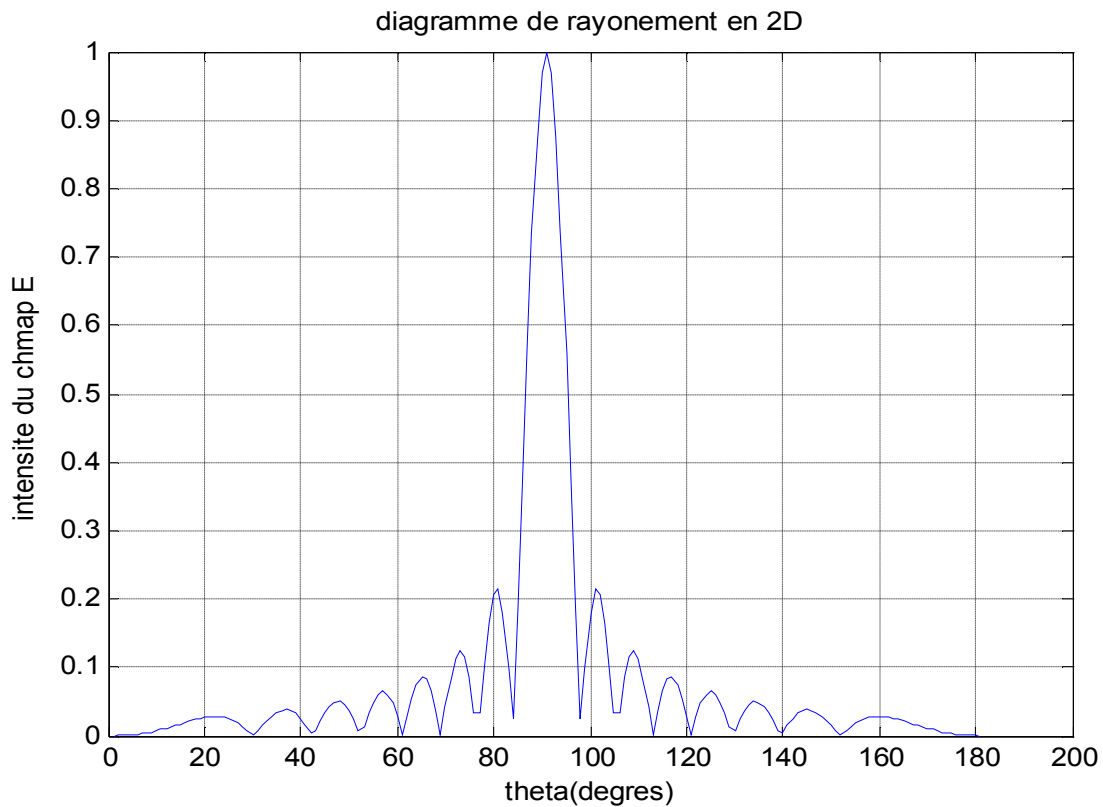


Figure II.13 : diagramme de rayonnement en 2 dimensions Pour $a=8$, $b=4$

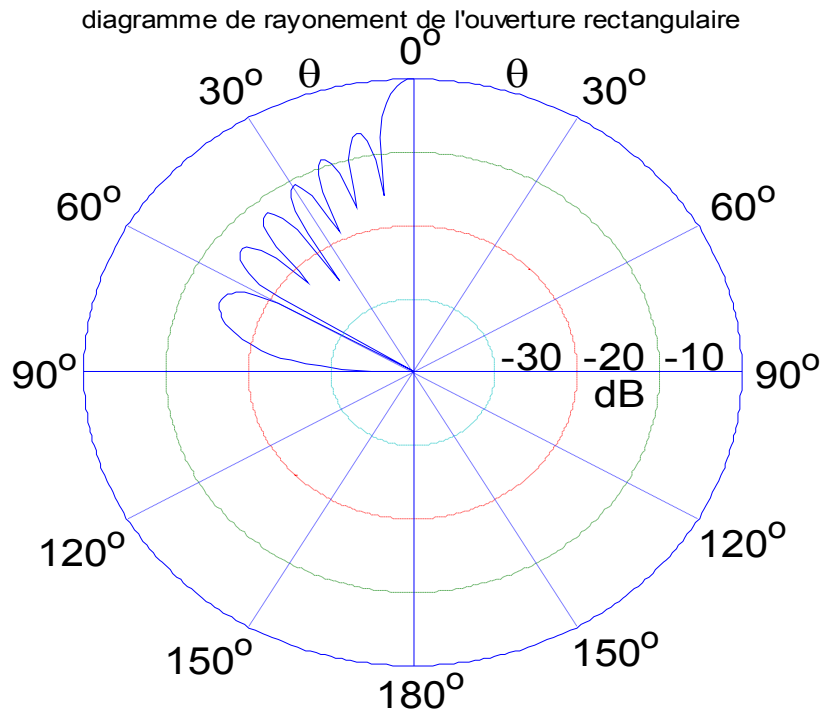


Figure II.14 : diagramme de rayonnement en coordonnées polaires.

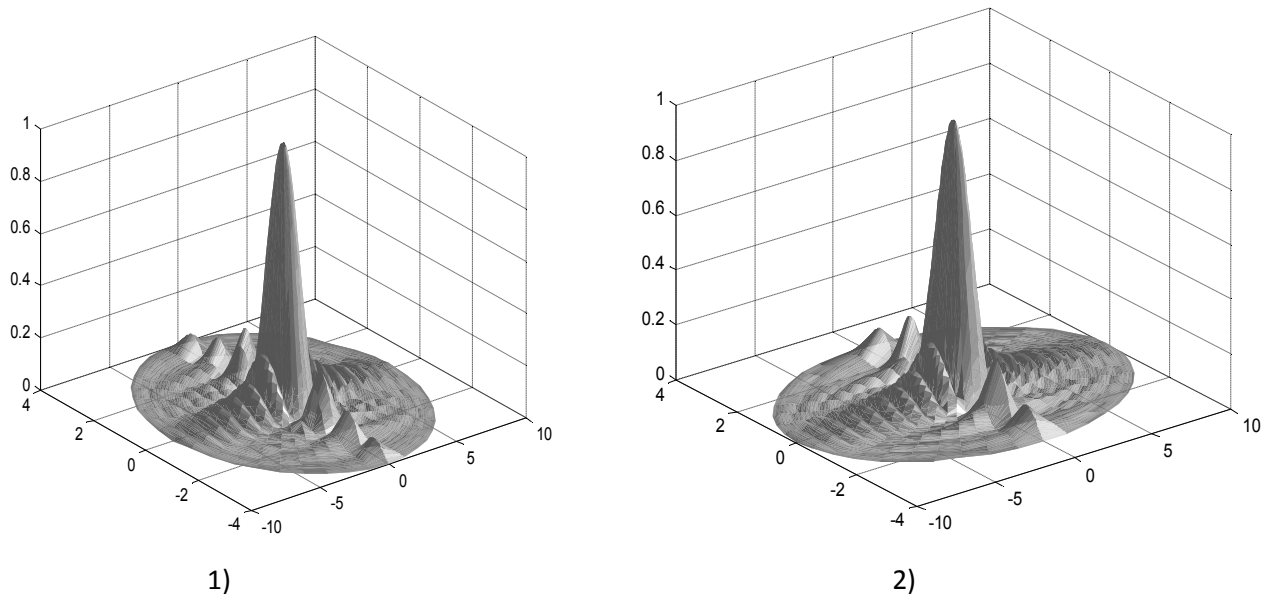


Figure II.15 : diagramme de rayonnement d'une ouverture rectangulaire : 1) $a=8$, $b=4$. 2) $a=10$, $b=3$.

➤ **L'ouverture circulaire :**

On considère une ouverture rayonnante circulaire de rayon 'a' et centrée en O dans le plan (xOy), Figure(II.14).

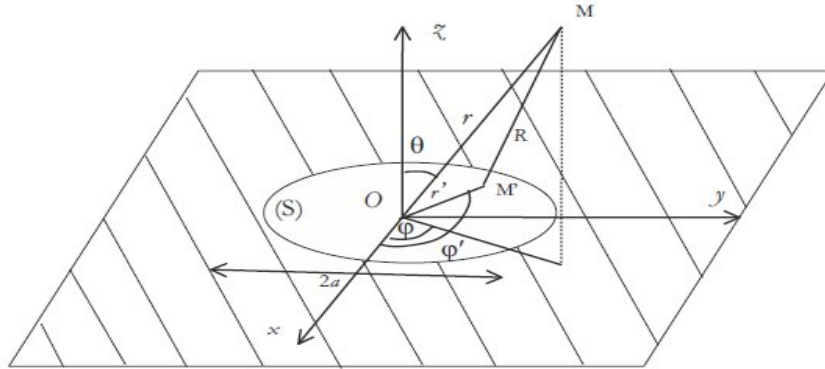


Figure II.16 : ouverture circulaire.

Reprenons l'expression (II.80), donnant l'expression du champ à grande distance. En raison de la symétrie de révolution existant par rapport à l'axe (Oz), la caractéristique de rayonnement est la même quel que soit φ , on a alors :

$$F(\theta) = \int_0^a \int_0^{2\pi} r \, dr \, d\varphi \quad (II.83)$$

On rappelle la propriété de la fonction de Bessel d'ordre 0 :

$$\int_0^\theta J_0(x) \, dx = 2J_1(x)$$

On en déduit :

$$F(\theta) = 2\pi \int_0^a J_0(kr' \sin\theta) r' \, dr'$$

Les fonctions de Bessel d'ordre 0 et d'ordre 1 sont liées par la relation :

$$r J_1(r) \, dr = dJ_0(r)$$

Donc l'intégrale $F(\theta)$ se calcule [1] :

$$F(\theta) = 2\pi a \frac{J(k a \sin\theta)}{k a \sin\theta} \quad (\text{II.84})$$

L'expression globale du champ électrique se met sous la forme :

$$\vec{E}(M) = \frac{j k e}{2 r} E (1 + \cos\theta) \cos\varphi \vec{u} - \sin\varphi \vec{u} a \frac{J(k a \sin\theta)}{k a \sin\theta} \quad (\text{II.85})$$

L'allure du diagramme de rayonnement (donné sous MATLAB) d'une ouverture circulaire est donnée par la figure (II.14).

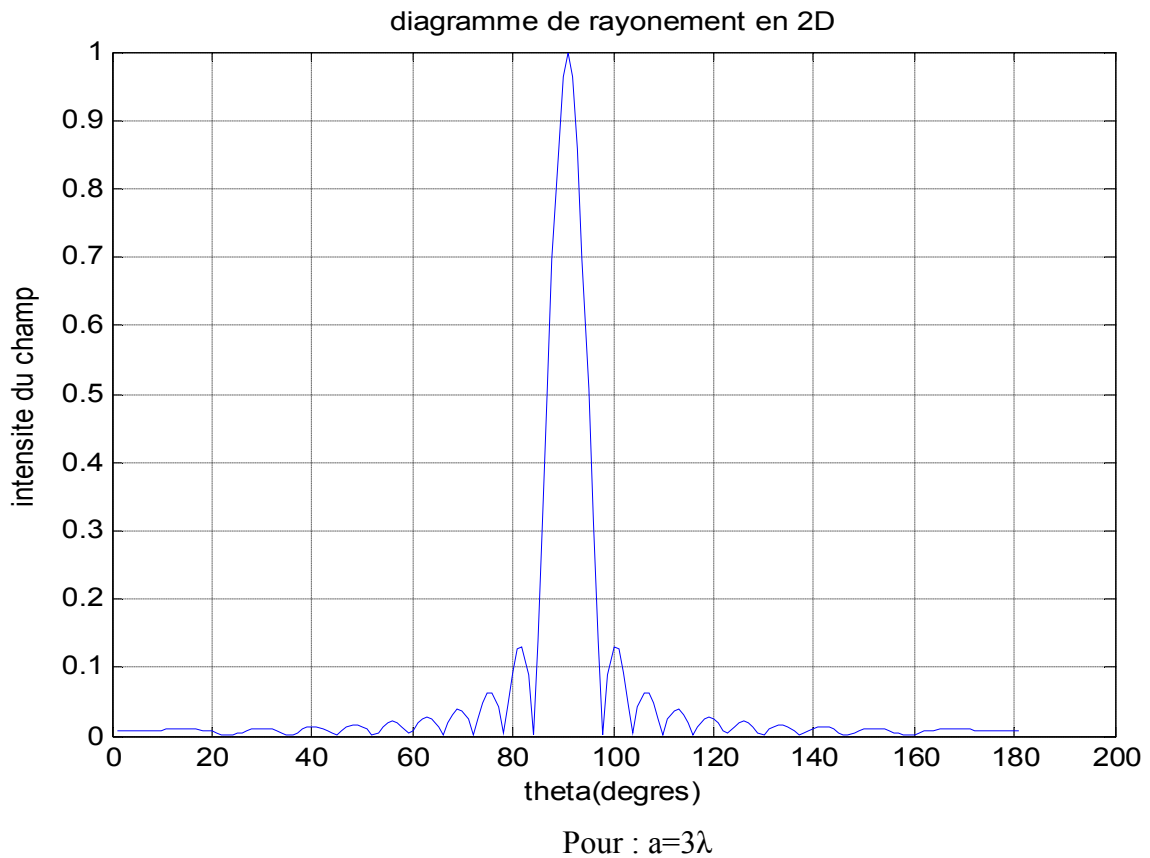
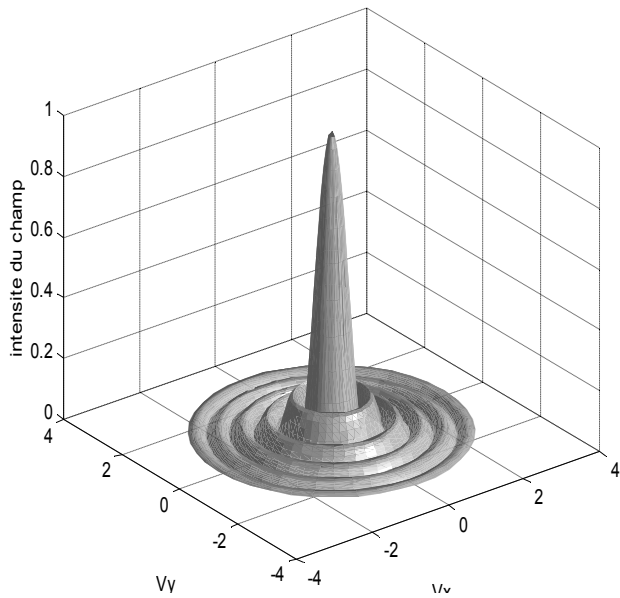
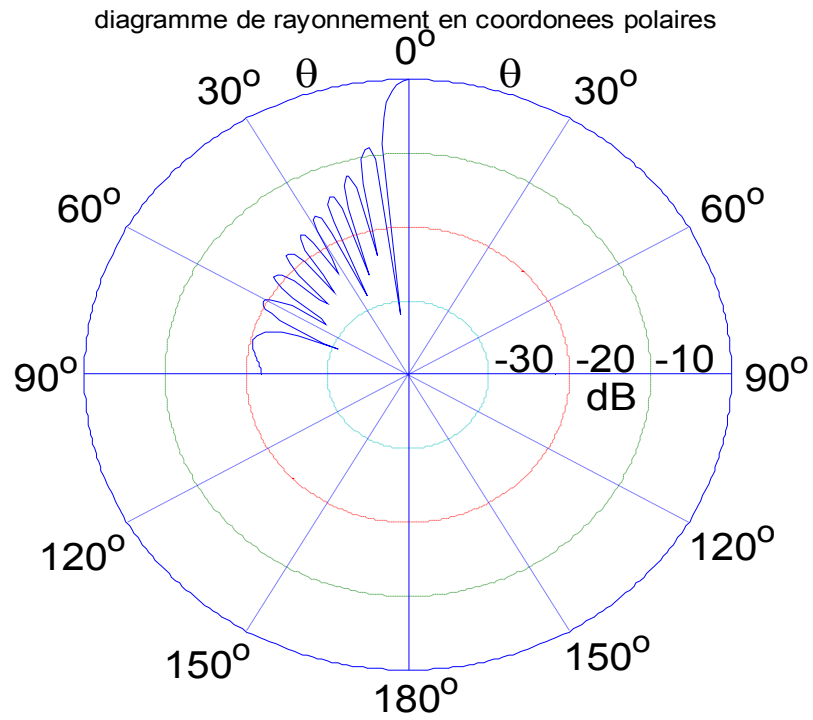
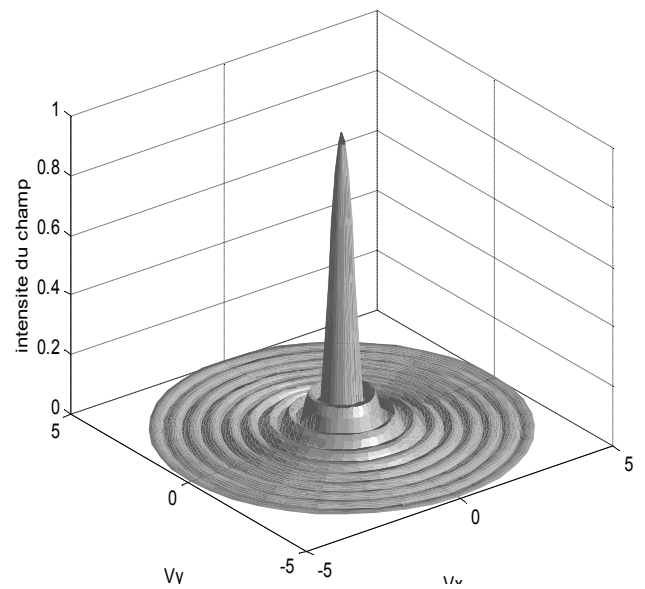


Figure II.17 : diagramme de rayonnement (2dimension).



1)



2)

Figure II.15 : diagramme de rayonnement d'une ouverture circulaire (3 dimension):

1) $a=3\lambda$. 2) $a=5\lambda$.

Conclusion :

Les formules citées dans ce chapitre (Kirchhoff, Stratton-Chu, Franz, et Kottler) sont équivalentes, si la surface est fermée, mais dans le cas d'une ouverture nous appliquons que la formule de Kottler.

Chapitre III:

étude et programmation des ouvertures rayonnantes

Introduction :

Toutes les antennes utilisées en haute fréquence sont des antennes à ouvertures rayonnantes qui se ramènent à deux types, d'un type cornet dans lequel l'ouverture rayonnante est constituée par une partie vide, à savoir l'embouchure du cornet, d'autre part, le type parabololoïde dans lequel l'ouverture rayonnante est constituée par une partie pleine à savoir la surface du réflecteur.

II.1 Étude des antennes cornets :

Si l'on souhaite faire rayonner en espace libre une onde électromagnétique guidée par un guide d'onde rectangulaire par exemple, une idée simple consiste à proposer de laisser l'extrémité du guide ouverte, permettant ainsi à l'énergie électromagnétique de se propager librement dans l'espace.

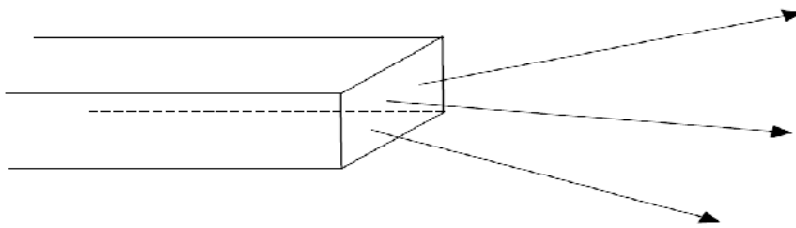


Figure III.1 : onde électromagnétique s'échappe d'un guide ouvert.

Si on procède de cette manière, on constate qu'une fraction très faible de l'énergie incidente sur l'ouverture est rayonnée, tandis que la majeure partie est réfléchie à l'ouverture du guide.

Ce phénomène peut être analysé en comparant les impédances d'onde du guide et de l'espace libre qui sont très différentes : il existe donc à l'extrémité ouverte du guide une rupture d'impédance qui conduit à la réflexion de quasi totalité de l'énergie incidente (la condition aux limites sur un circuit ouvert conduit dans le cas idéal à une réflexion totale).

Pour atténuer ce phénomène, l'idée la plus simple consiste à prévoir une zone de transition entre le guide et l'espace libre : en augmentant progressivement les dimensions du guide, on se rapproche des conditions de propagation en espace libre, et la transition avec l'espace libre se fera plus naturellement : on réalise ainsi une antenne cornet.

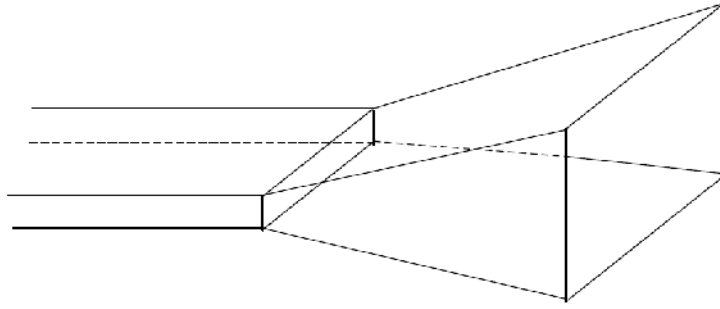


Figure III.2 : cornet obtenu en augmentant progressivement les dimensions de guide.

III.1.1 Définition d'un cornet:

Un cornet est un guide d'ondes à section progressive croissante se terminant par une ouverture rayonnante. Les cornets sont indispensables pour passer, sans désadaptation, de la propagation guidée à la propagation à l'espace vide et réciproquement.

III.1.2 Les divers types des cornets et leurs utilisations :

Les cornets qui représentent couramment des ouvertures rayonnantes rectangulaires ou circulaires sont :

➤ Le cornet sectoriel plan E :

dont lequel les faces du guide sont perpendiculaires au champ E, s'écartent l'une de l'autre. La dimension B de l'embouchure du cornet dans le plan E est donc plus grande que celle de guide d'onde alors qu'elle est la même, a, dans le plan H.

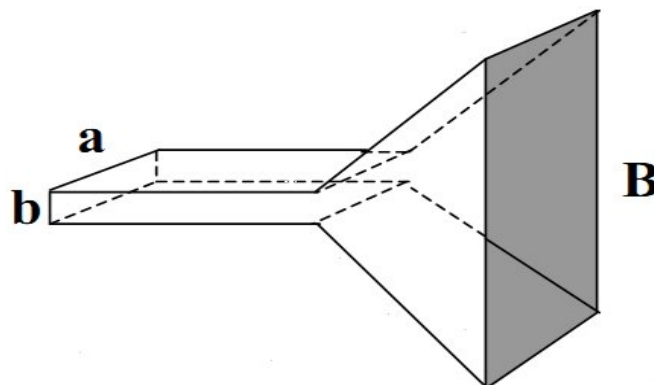


Figure III.3 : le cornet sectoriel plan E.

➤ **Le cornet sectoral plan H :**

Dont lequel les faces de guide sont parallèles au champ E , s'écarter l'une de l'autre .la dimension b de l'embuchure de cornet dans le plan E est donc la meme que celle de guide d'onde alors que sa dimension A est plus grande dans le plan H.

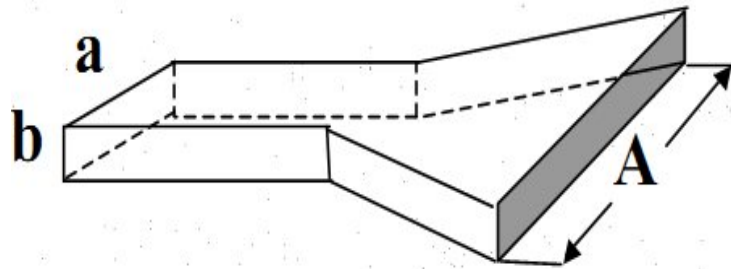


Figure III.4 :le cornet sectoral plan H.

Ces deux cornets sectoraux sont généralement utilisés pour obtenir des diagramme de rayonnement larges dans un plan et fins dans l'autre :avec un cornet sectoral plan E ,nous aurons un diagramme fin dans le plan E et large dans le plan H ; ce sera le contraire avec un cornet sectoral plan H.

➤ **Le cornet pyramidal :**

pour lequel les faces de guide d'onde sont perpendiculaires au champ E, s'écarter l'une de l'autre , de meme que les faces paralleles au champ E . nous avons donc une embuchure de dimensions $A > a$ et $B > b$.

Ce type de cornet permet d'obtenir des diagrammes de rayonnement ayant une ouverture donnée dans les deux plans principaux. Son diagramme de rayonnement plan E(planH) ne depends que de la dimension B(A) de l'ouverture dans le plan E(planH). Ces diagrammes sont d'autant plus fins que les dimensions dont ils dependent sont plus grandes et receproquement.

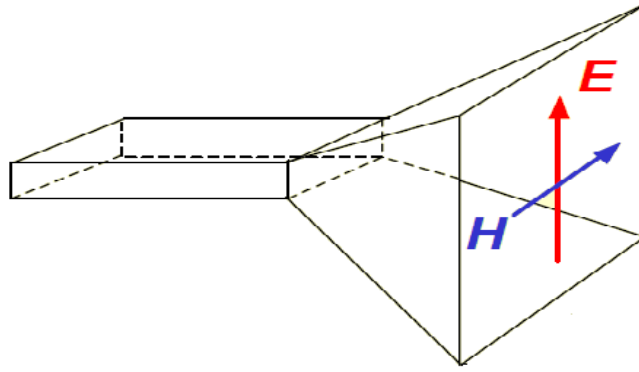


Figure III.5 : le cornet pyramidal.

➤ **Le cornet conique :**

Il est obtenu par un evasement de guide d'onde circulaire.

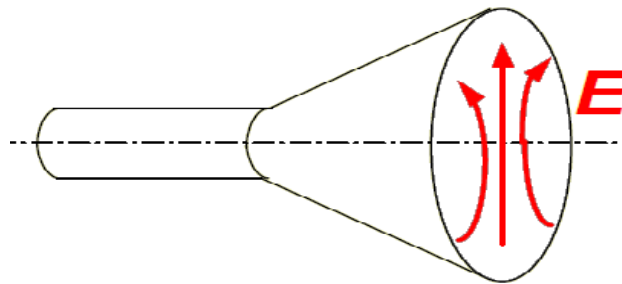


Figure III.6 :le cornet conique.

Dans cette partie on prend comme exemple l'antenne cornet pyramidal .

III.1.3 la geometrie de cornet pyramidal :

Considérons la projection de l'antenne cornet sur les deux plans principaux H et E avec les notations Suivantes :

- A et B, les ouvertures du cornet respectivement dans le plan H et E.
- R_H et R_E , les distances entre les plans du guide d'ondes et les plans du cornet (plans H et E respectivement).
- R_a et R_b , les distances de l'embouchure au sommet fictif de la pyramide respectivement dans le plans H et E.

- $\alpha = \alpha$, le demi-angle au sommet dans le plan H (ou E).
- l_a (ou l_b), la longueur de l'arête correspondant à A (ou B).
- Δa (ou Δb), la déviation maximale (à l'ouverture) de l'onde dans le plan H (ou E).

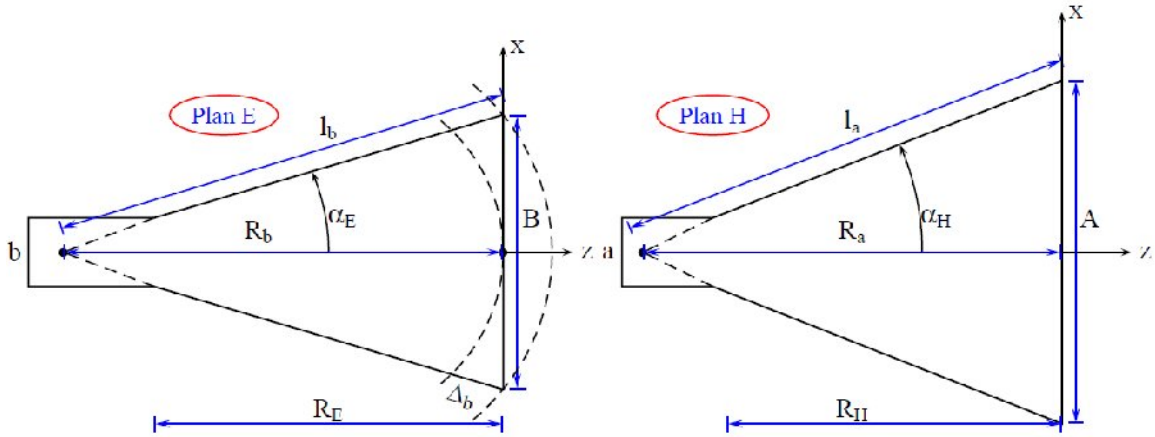


Figure III.7: Projection de l'antenne cornet dans les plan H et E

$$\begin{aligned}
 &= \frac{A}{2} \\
 &= \frac{A}{4} + \frac{A}{4} \\
 \Delta &= - \\
 \tan \alpha &= \frac{A}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{A}{2} \\
 &= \frac{A}{4} + \frac{A}{4} \\
 \Delta &= - \\
 \tan \alpha &= \frac{A}{2}
 \end{aligned}$$

Les expressions données par les équations (au dessous) sont des approximations obtenues lorsque $R_a \gg A$ et $R_b \gg B$.

III.1.4 Champs à l'ouverture :

Considérons un plan médian dans un des plans principaux (Figure III.7), on voit que les fronts d'onde sont des cercles centrés sur le sommet de la pyramide et que, sur l'embouchure, les régions périphériques sont affectées d'un retard de phase sur les régions centrales. Pour que l'embouchure puisse être assimilée, sans erreur trop importante, à une ouverture équiphasé, il faut que ces retards de phase soient négligeables.

En admettant un retard de phase admissible à l'embouchure de 45° , il faut que le demi-angle au sommet doit être tel que :

$$\sin \theta \leq \frac{1}{2}$$

Dans ces conditions, l'excitation par un guide rectangulaire de cornet fonctionnant selon le mode fondamental TE₁₀. Le calcul exact du rayonnement d'un cornet prenant en compte la distribution du courant sur les parois externes (diffraction par les bords) est très complexe. La contribution de l'ouverture sera prédominante si $A, B > 2 \lambda$.

D'une manière générale, le champ sur l'ouverture est une fonction en amplitude et en phase des coordonnées du point (x', y') de l'ouverture.

Si nous avons les axes tels que :

$$\vec{x} // \vec{z} \quad \text{et} \quad \vec{y} // \vec{y}$$

Nous pouvons écrire :

$$\vec{E}(x, y) = \int_{\text{Plan H}} \vec{E}_H e^{-j\Delta(r)} + \int_{\text{Plan E}} \vec{E}_E e^{-j\Delta(r)} \quad \text{(III. 1.1)}$$

Où : (x', y') est la loi d'illumination.

Très souvent la loi d'illumination peut se mettre sous une forme séparable :

$$E(x, y) = \underbrace{E_H e^{-j\Delta(x)}}_{\text{Plan H}} \underbrace{E_E e^{-j\Delta(y)}}_{\text{Plan E}}$$

Amplitude :

En mode TE₁₀, nous aurons une illumination uniforme dans le plan E et une illumination en cosinus dans le plan H.

$$\Rightarrow \begin{cases} E = A \cos(k x) \\ E = A = \text{cste} \end{cases} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{c} f = \frac{\pi}{A}$$

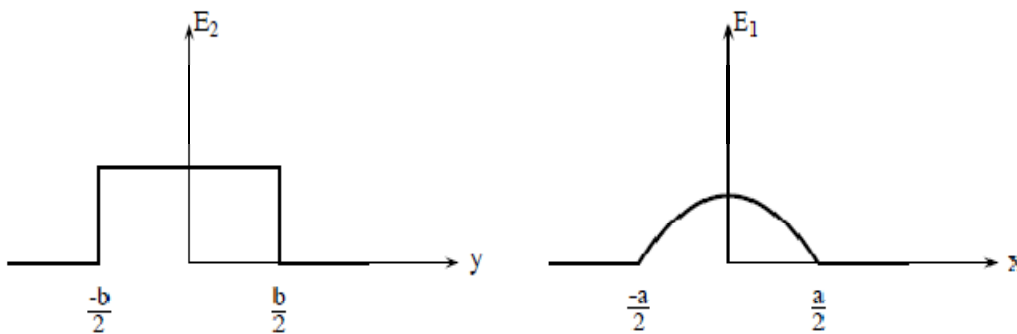


Figure III.8: Illumination sur l'ouverture dans le plan H et E.

Déphasage :

La déviation de l'onde à l'embouchure peut s'écrire (Figure 1II.7) :

$$\Delta = L - R = \sqrt{R^2 + \frac{A^2}{4}} - R = R \left(\sqrt{1 + \frac{A^2}{4R^2}} - 1 \right)$$

En appliquant l'approximation de Taylor d'ordre 1 :

$$\sqrt{1 \pm x} \approx 1 \pm \frac{x}{2} + 0(x^2) \quad x \ll 1$$

Nous obtenons les relations suivantes :

$$\left. \begin{aligned} \Delta &\approx \frac{A^2}{8R} \quad \text{si } A \ll 2R \\ \Delta &\approx \frac{A^2}{4R} \quad \text{si } B \ll 2R \end{aligned} \right\}$$

Définissons :

$$\Delta(x) = \frac{A^2}{8R} \quad \text{et} \quad \Delta(y) = \frac{A^2}{4R}$$

Les déviations de l'onde en un point quelconque de l'ouverture respectivement dans les plans H et E, et $\Delta(x) = \Delta(y)$ et $\Delta(y) = \Delta(x)$; les déphasages correspondants.

$$\sigma = (2/\pi)k\Delta = A / 2\lambda R$$

$$\sigma = (2/\pi)K\Delta R$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta\varphi(x) = K\Delta(x) = \dots \\ \Delta\varphi(y) = K\Delta(y) = \dots \end{cases}$$

Par suite, nous pouvons calculer les champs électrique et magnétique en tout (x', y') de l'ouverture du cornet par :

$$(x', y') = \cos \dots e \dots \dots \dots \quad (III. 1.2)$$

$$(\dots) = \dots$$

III.1.5. DIAGRAMME DE RAYONNEMENT :

Ce diagramme de rayonnement peut être représenté par sa fonction caractéristique angulaire $F(\theta, \varphi)$.

- **Fonction caractéristique de rayonnement $F(\theta, \varphi)$:**

Dans la zone des champs lointains, on peut approximer F par la transformée de Fourier inverse du champ électrique. Ainsi en tout point de l'espace (θ, φ) nous pouvons écrire :

$$F(\theta, \varphi) = \iint E(x, y) e^{i(k_x x + k_y y)} dx dy \quad (III. 1.3)$$

$$= \dots \cos \dots \dots \dots$$

Avec :

$$\dots = (\vec{r} \cdot \vec{j}) = \dots \quad (\vec{r} \cdot \vec{j}) = \dots$$

Définissons les intégrales de diffraction suivantes [1]:

$$F(v, \sigma) = \int_{-A}^A e^{j\pi v x} e^{-j\frac{\pi}{2} \sigma^2 x^2} dx$$

$$F(v, \sigma) = \int_{-A}^A \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) e^{j\pi v x} e^{-j\frac{\pi}{2} \sigma^2 x^2} dx$$

En effectuant le changement de variable $\xi = 2x/A$, nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} \int_{-A}^A \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) e^{j\pi v x} e^{-j\frac{\pi}{2} \sigma^2 x^2} dx &= \int_{-1}^1 \cos\left(\frac{\pi \xi}{2}\right) e^{j\pi v A \xi} e^{-j\frac{\pi}{2} \sigma^2 A^2 \xi^2} d\xi \\ &= \frac{A}{2} F(v, \sigma) \end{aligned}$$

De même en posant $\xi = 2y/B$, nous avons :

$$\int_{-A}^A e^{j\pi v x} e^{-j\frac{\pi}{2} \sigma^2 x^2} dy = \frac{B}{2} \int_{-1}^1 e^{j\pi v A \xi} e^{-j\frac{\pi}{2} \sigma^2 A^2 \xi^2} d\xi = \frac{B}{2} F(v, \sigma)$$

$$\Rightarrow (v, \sigma) = \left(\frac{v}{A}, \frac{\sigma}{A} \right) \text{ avec : } \begin{cases} v = k \frac{A}{2\pi} = \frac{A}{\lambda} \sin\theta \cos\varphi \\ \sigma = k \frac{B}{2\pi} = \frac{B}{\lambda} \sin\theta \sin\varphi \end{cases}$$

Par suite, dans la zone de Fraunhofer, le champ électrique rayonné à une distance r du centre de l'ouverture rectangulaire est donnée par la formule de Goudet :

$$\begin{aligned} \vec{E}(M) &= \frac{e}{r} E(\theta, \varphi) \vec{u} \\ &= \frac{e}{r} \frac{jk}{4\pi} (1 + \cos\theta) E \frac{AB}{4} F\left(\frac{v}{A}, \frac{\sigma}{A}\right) F(v, \sigma) \vec{u} \quad (\text{III. 1.4}) \\ &= \frac{e}{r} \frac{jk}{4\pi} (1 + \cos\theta) F(\theta, \varphi) \vec{u} \end{aligned}$$

III.1.6 Caractéristiques :

➤ **Intensité de rayonnement :**

$$\begin{aligned}\Psi(\theta, \varphi) &= \frac{1}{2\eta} \vec{E}(\theta, \varphi) \\ &= \frac{1}{2\eta} \frac{jk}{4\pi} (1 + \cos \theta) F(\theta, \varphi)\end{aligned}$$

$$\Psi(\theta, \varphi) = \frac{1}{128\eta\lambda} |1 + \cos \theta| |E| (AB) F_{v, \sigma} F(v, \sigma) \quad (\text{III. 1.5})$$

D'où l'intensité de rayonnement maximale :

$$\Psi = \frac{1}{32\eta\lambda} |E| (AB) |F(0, \sigma) F(0, \sigma)|$$

➤ **Puissance totale rayonnée [P]**

$$P \triangleq \frac{1}{2\eta} \vec{E}(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi$$

$$= \frac{1}{2\eta} |E| (AB)$$

➤ **Directivité du cornet :**

$$\begin{aligned}D(\theta, \varphi) &= \frac{4\pi\Psi(\theta, \varphi)}{P} \\ &= 4\pi \frac{\frac{1}{128\eta\lambda} |1 + \cos \theta| |E| (AB) F_{v, \sigma} F(v, \sigma)}{\frac{1}{4\eta} |E| (AB)} \\ &= \frac{8\pi}{\lambda} (AB) |1 + \cos \theta| F_{v, \sigma} F(v, \sigma)\end{aligned}$$

➤ **Gain :**

$$\begin{aligned}G &= \frac{4\pi}{P} \Psi \\ &= \frac{4\pi}{\frac{1}{2\eta} |E| (AB)} \times \frac{1}{32\eta\lambda} |E| (AB) F_{v, \sigma} F(v, \sigma)\end{aligned}$$

$$G = \frac{4}{\sigma} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^2 \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^2 \quad (1.6)$$

Donc le gain peut être exprimé en fonction des paramètres σ , σ_0 qui est représenté par la figure suivante programmée sous MATLAB :

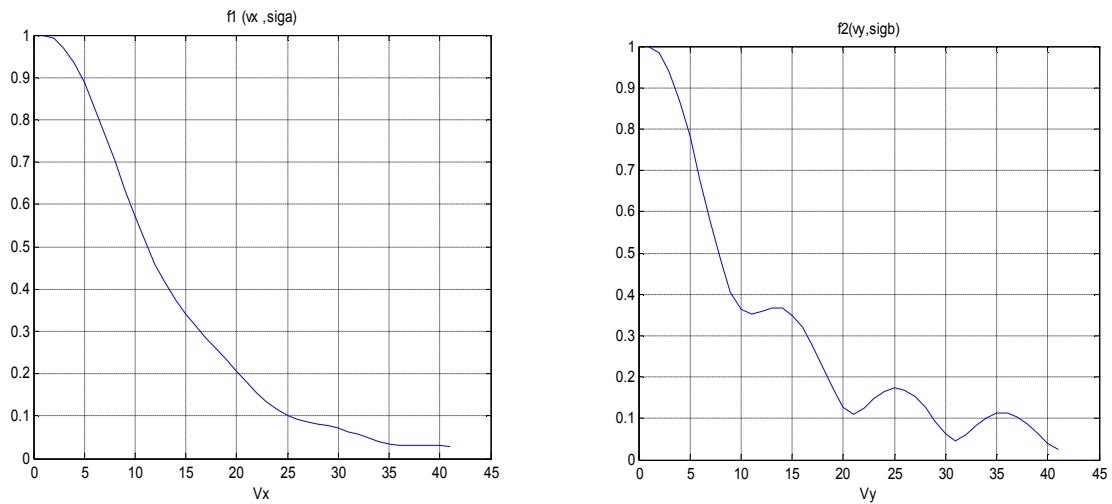


Figure III.9 : le gain exprime en fonction de σ , σ_0 .

Cependant, nous pouvons représenter le diagramme de rayonnement cartésien polaire de l'antenne cornet dans le plan E et H avec MATLAB est:

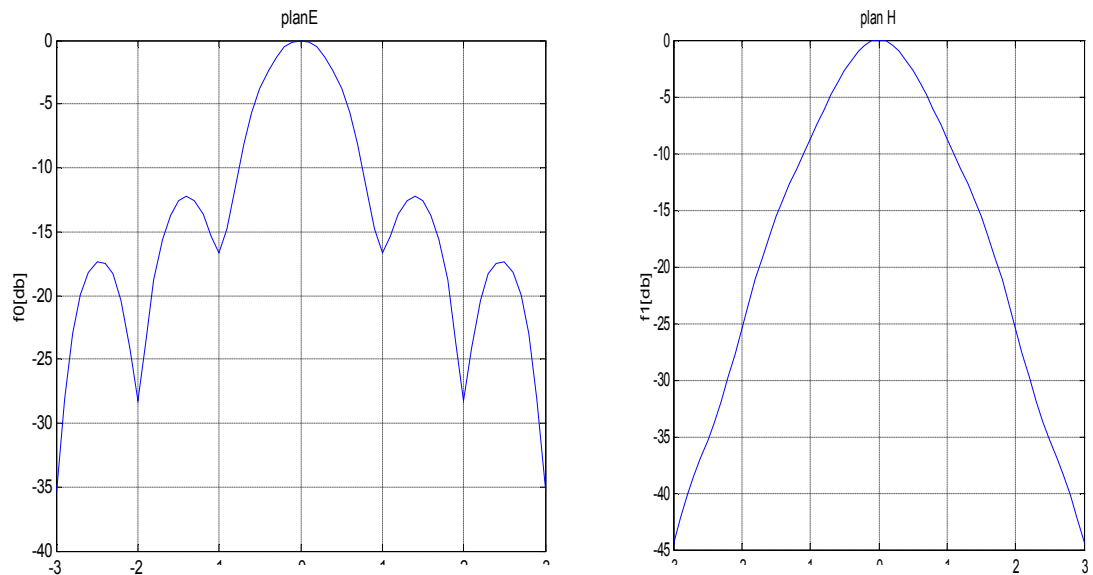


Figure II.10: Diagramme de rayonnement Cartésien

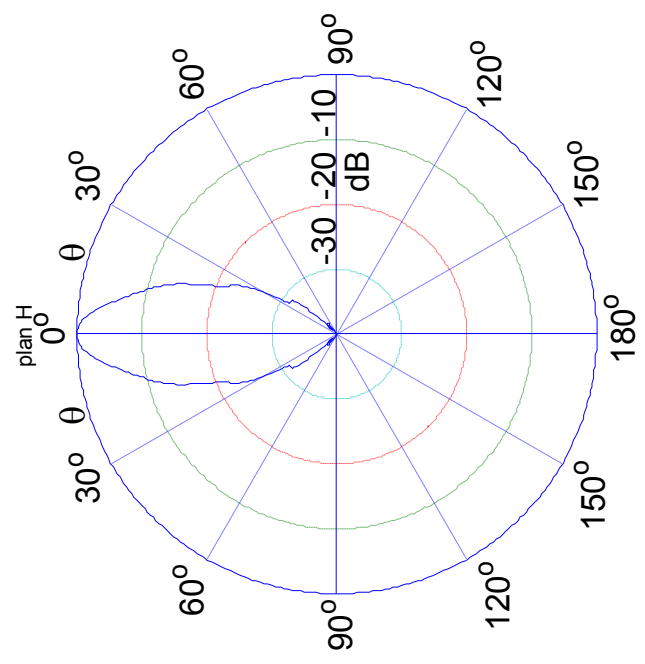
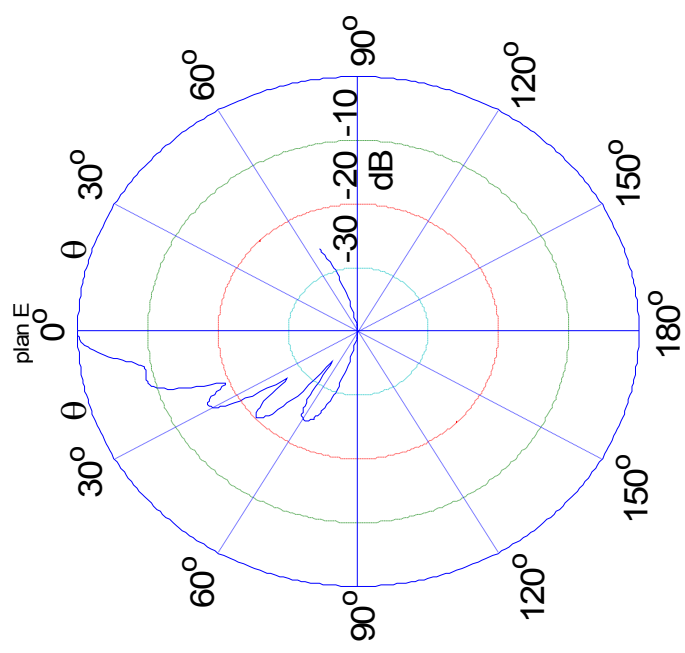


Figure III.11 : diagramme de rayonnement polaire.

III.2 étude de la parabole:

III.2.1 Définition :

Une antenne parabole est une antenne à disposition d'un réflecteur paraboloidal, basé sur les propriétés géométriques de la courbe nommée parabole et de la surface nommée paraboloides de révolution. Cette antenne est qualifiée d'universelle puisqu'elle fonctionne en théorie sur n'importe quelle fréquence ou longueur d'onde, elle est constituée des éléments suivants :

- **La source primaire :**

Elle constitue l'élément actif de la parabole, elle est réalisée au moyen d'une antenne (dipôle ou cornet) placée au foyer d'un réflecteur parabolique dite source primaire, elle émet des ondes sphériques qui se propagent vers le réflecteur parabolique elle doit :

- éclairer entièrement la surface du réflecteur.
- Capter l'énergie concentrée au niveau de foyer.
- Adapter le feeder au milieu de propagation.

- **Le réflecteur :**

En générale, le réflecteur parabolique est constitué d'une surface réfléchissante. Le réflecteur paraboloides chargé de concentrer les ondes électromagnétiques reçues ou émises vers l'antenne source, et de les réfléchir dans l'espace (source secondaire), de plus le réflecteur doit :

- Rayonner l'énergie émise par la source tout en la concentrant vers l'axe de la parabole(en émission).
- Concentrer l'énergie reçue suivant une direction donnée vers le foyer avec le meilleur rendement possible.

- **Feeder:**

Les feeders constituent les supports de transmission qui relient les équipements d'émission et de réception à la déférente source primaire. En fonction du type de source primaire utilisée, nous distinguons :

- Les câbles coaxiaux (rigides ou souples) dans les cas des dipôles.
- Les guides d'ondes (rectangulaires, circulaires ou elliptiques) de même section que celle du cornet auquel doivent être reliés.

1.1) Support de la source :

Le support de la source d'excitation dépend de la nature de celle-ci. Il est constitué :

- D'un tube au sommet de la parabole, dans le cas d'une source dipôle.
- D'un trépied dans le cas d'une antenne cornet.

1.2) Plaque au sommet :

C'est une plaque, généralement circulaire, d'une certaine épaisseur, placée au sommet de la parabole. Cette plaque sert à adapter la source primaire et éviter toute réflexion d'énergie vers le centre de phase de la source.

III.2.2 Étude de l'antenne parabolique :

III.2.2.1 propriétés de paraboloides :

Un paraboloides de révolution est une surface engendrée par rotation d'une parabole autour de son axe z , qui est montrée dans la figure suivante :

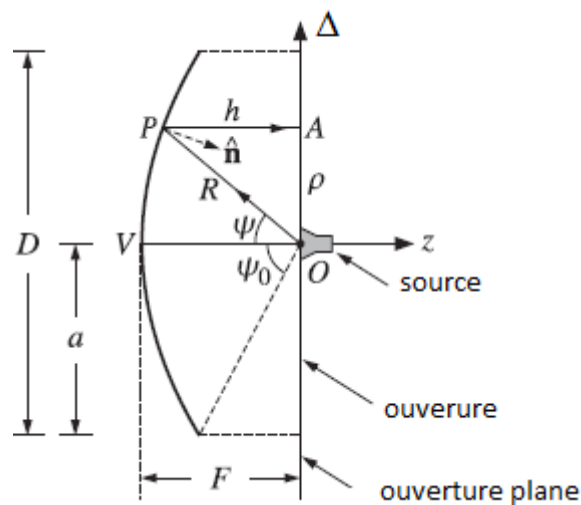


Figure III.12: Représentation schématique d'une antenne parabolique, le cornet émetteur est placé au foyer F .

III.2.2.2 Géométrie de la parabole :

Considérons une parabole de sommet O, de foyer F, de distance focale f et d'ouverture totale D et Δ est un plan vertical.

Une onde électromagnétique provenant de la source F réfléchi en point P qui sur le paraboloïde et coupe la plan Δ perpendiculairement en A. Ceci étant vrai pour tout angle soit :

OP : est le rayon incident de la longueur R.

PA : est le rayon réfléchi sur l'ouverture de la longueur h .

La somme " $R + h$ " représente la longueur de trajet optique parcouru par l'onde de la source à l'ouverture, cette longueur constante est égale à :

$$R + h = 2F \quad \text{(III. 2.1)}$$

L'équation (III.2.1) représente la caractéristique principale de la parabole.

Par conséquent, tous les rayons subissent le même retard de phase durant la longueur $2F$.

On a aussi :

$$h = R \cos \psi \quad \text{(III. 2.2)}$$

L'équation (III.2.1) dans (III.2.2) :

$$R + R \cos \psi = 2F \Rightarrow R(1 + \cos \psi) = 2F \quad \text{(III. 2.3)}$$

$$= \sin \quad \text{(III. 2.4)}$$

L'équation (III.2.3) dans (III.2.4)

$$\rho = 2F \frac{1}{\sin \psi} = 2F \tan \frac{\psi}{2} \quad \text{(III. 2.5)}$$

De même on a :

$$F - h = R - F \quad \text{(III. 2.6)}$$

C'est la deuxième caractéristique de la parabole.

L'équation (III.2.3) dans (III.2.6) :

$$F - h = \frac{r^2}{4F} - F \Rightarrow F - \frac{r^2}{4F} = F \tan^2 \theta \quad (III. 2.7)$$

$$4(F - h) = \frac{r^2}{F} = \frac{x^2 + y^2}{F}$$

Donc :

$$\rho = 4F(F - h) \quad (III. 2.8)$$

C'est l'équation de la parabole en coordonnées sphériques.

En coordonnées cartésiennes on a :

$$z = F - \frac{x^2 + y^2}{4F}, \quad h = F - z \quad (III. 2.9)$$

L'équation (III.2.9) dans (III.2.8) dans (8) :

$$4F(F + z) = x^2 + y^2 \quad (III. 2.10)$$

Ces deux équations (III.2.9) et (III.2.10) nous permet de caractériser de façon complète la géométrie de l'antenne à réflecteur.

III.2.3 Calcul de champ sur l'ouverture :

Pour déterminer le diagramme de rayonnement de la parabole, on doit connaître la valeur du champ \vec{E} sur la surface de réflecteur ; pour faciliter les calculs on doit projeter tous les rayons sur un plan perpendiculaire à l'axe z ; tel que les plans x et y peuvent être considérés comme l'ouverture effective de l'antenne à réflecteur comme le montre la figure suivante :

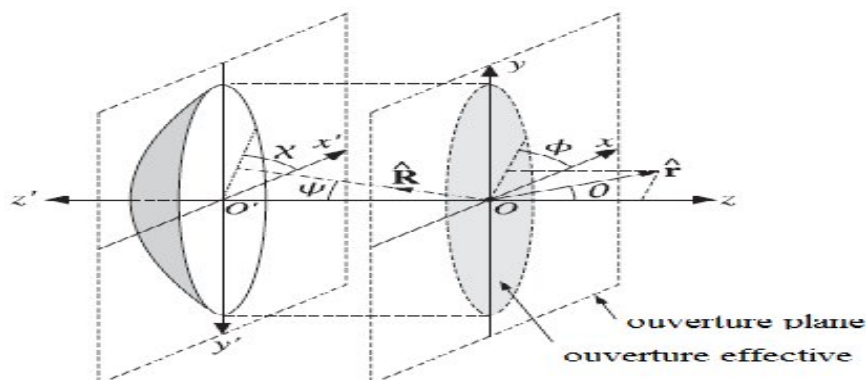


Figure III.13: Antenne parabolique et son ouverture effective projetée.

Nous utilisons l'angle polaire ψ et azimutal X pour caractériser la direction

D'un rayon incident de la source à la surface du réflecteur.

- La puissance apparente rayonnée de l'alimentation dans l'angle solide $= \sin^2 X$, doit être à la puissance réfléchie se propageant parallèlement sur l'axe z , et d'intercepter le plan d'ouverture dans la zone $=$.

En supposant que $U(\psi, X)$ est l'intensité de rayonnement de la source, et $\frac{1}{R}$ l'intensité de puissance de champ d'ouverture.

La condition de puissance est ainsi libellée [1]:

$$\frac{1}{R} \vec{r} = (\psi, X)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R} \vec{r} = (\psi, X) \sin^2 X$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R} \vec{r} = (\psi, X) \sin^2 X$$

La différenciation l'équation (III.2.5) nous donne :

$$= 2 \frac{1}{R} = \underbrace{\frac{1}{R}}_R =$$

Ce qui implique :

$$= \sin^2 X$$

En remplaçant cette dernière dans l'équation se qui nous donne la formule de

$$\vec{r} = 2 \frac{(\psi, X)}{R} = 2 \frac{(\psi, X)}{R} \quad (\text{III. 2.11})$$

$$\Rightarrow |E| = \sqrt{2\eta U(\psi, X)} \quad (\text{III. 2.12})$$

où l'on pense que en fonction de et X , en exprimant donc en termes de nous avons :

$$= 2 - h = + (\psi - h) = +$$

$$\Rightarrow =$$

Donc :

$$|E(R, x)| = \sqrt{2\eta U(\psi, X)} \quad (\text{III. 2.13})$$

III.2.4 La puissance totale rayonnée :

A partir de l'équation de (3.2.1) on définit la puissance totale P_{tot} , à travers l'ouverture de réflecteur comme suit [1] :

$$P_{tot} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} |E_{\theta}|^2 \sin \theta d\theta d\phi = \int_{\Omega} (|E_{\theta}|^2 \sin \theta) d\theta d\phi$$

III.2.5) La fonction caractéristique de rayonnement $F(\theta, \phi)$:

Sa formule nous permet de présenter le diagramme de rayonnement, du la parabole qui est définie comme suit [1] :

$$F(\theta, \phi) = \int_{\Omega} (|E_{\theta}|^2 \sin \theta) d\theta d\phi$$

Et comme : $\vec{r} = r \sin \theta \cos(\phi - \chi)$

Le vecteur « r' » se trouvant, sur le plan d'ouverture est exprimé en coordonnées cylindriques par :

$$\vec{r}' = r' \vec{\rho} = r' (\vec{e}_r \cos \chi + \vec{e}_\phi \sin \chi)$$

Donc :

$$F(\theta, \phi) = \int_{\Omega} (|E_{\theta}|^2 \sin \theta) (\cos(\phi - \chi)) d\theta d\phi$$

Le champ rayonné à grande distance :

$$\vec{E}(M) = \frac{e^{-jkR}}{R} \frac{jk}{4\pi} (1 + \cos \theta) F(\theta, \phi)$$

$$= \frac{jk}{4\pi R} \vec{E}(\theta, \phi)$$

L'expression de $\vec{E}(\theta, \phi)$, nous permet de calculer toutes les caractéristiques de la parabole dans la zone en champ de rayonnement, mais on s'est limité à la représentation de son diagramme de rayonnement sous MATLAB, montré par les figures suivantes.

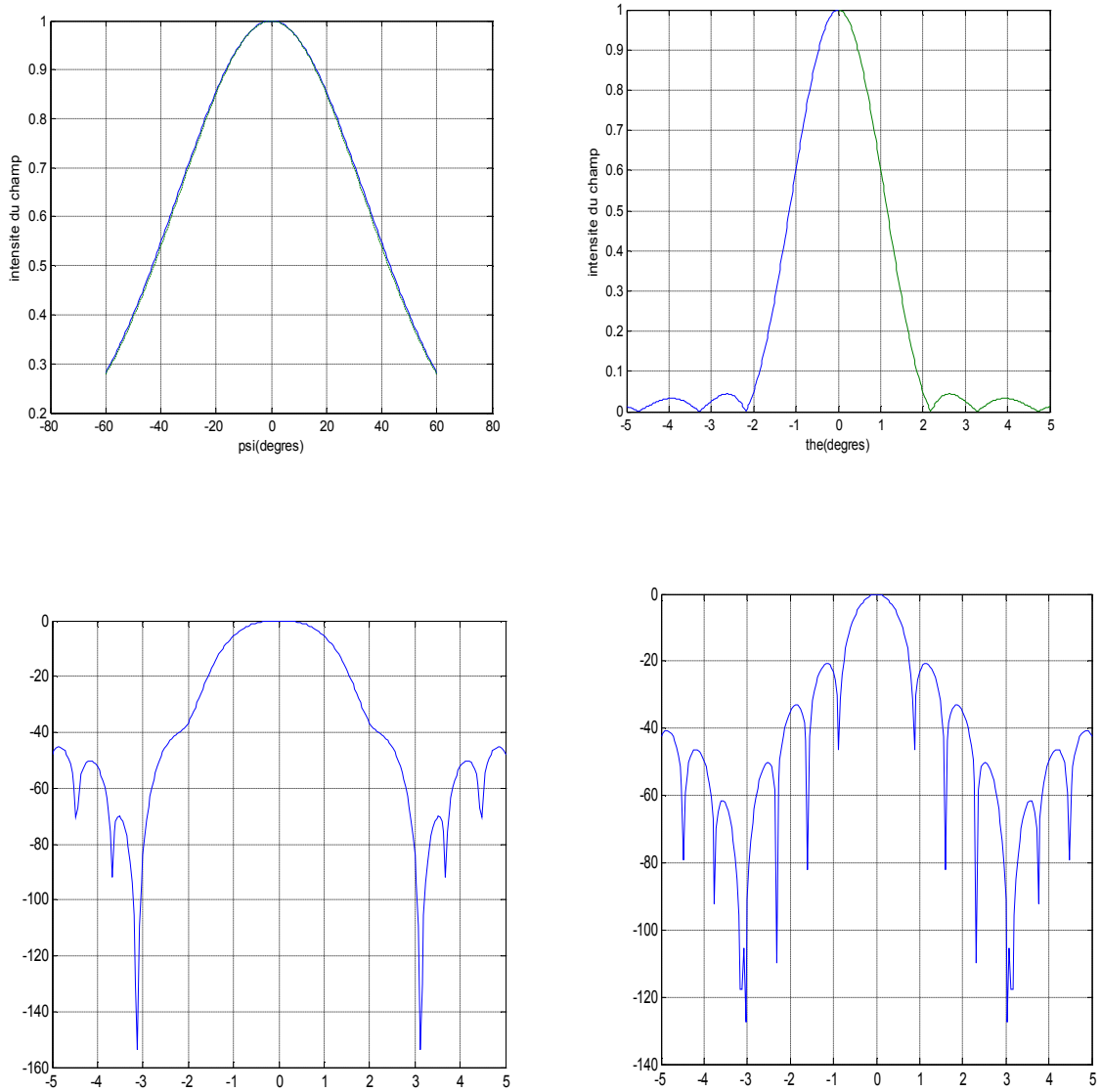


Figure III.14 : diagramme de rayonnement de la parabole.

Conclusion :

Les antennes à ouvertures rayonnantes tel que les cornets et les paraboles sont plus utilisées dans les domaines de hautes fréquences en termes de qualité, de directivité et de puissance.

III.2 étude de la parabole:

III.2.1 Définition :

Une antenne parabole est une antenne à disposition d'un réflecteur paraboloidal, basé sur les propriétés géométriques de la courbe nommée parabole et de la surface nommée parabolioïde de révolution. Cette antenne est qualifiée l'universelle puisqu'elle fonctionne en théorie sur n'importe quelle fréquence ou longueur d'onde, elle est constituée des éléments suivants :

- **La source primaire :**

Elle constitue l'élément actif de la parabole, elle est réalisée au moyen d'une antenne (dipôle ou cornet) placée au foyer d'un réflecteur parabolique dite source primaire, elle émet des ondes sphériques qui se propagent vers le réflecteur parabolique elle doit :

- éclairer entièrement la surface du réflecteur.
- Capter l'énergie concentrée au niveau de foyer.
- Adapter le feeder au milieu de propagation.

- **Le réflecteur :**

En générale, le réflecteur parabolique est constitué d'une surface réfléchissante. Le réflecteur parabolioïde chargé de concentrer les ondes électromagnétiques reçues ou émises vers l'antenne source, et de les réfléchir dans l'espace (source secondaire), de plus le réflecteur doit :

- Rayonner l'énergie émise par la source tout en la concentrant vers l'axe de la parabole(en émission).
- Concentrer l'énergie reçue suivant une direction donnée vers le foyer avec le meilleur rendement possible.

- **Feeder:**

Les feeders constituent les supports de transmission qui relient les équipements d'émission et de réception à la déférente source primaire. En fonction du type de source primaire utilisée, nous distinguons :

- Les câbles coaxiaux (rigides ou souples) dans les cas des dipôles.
- Les guides d'ondes (rectangulaires, circulaires ou elliptiques) de même section que celle du cornet auquel doivent être reliés.

1.3) Support de la source :

Le support de la source d'excitation dépend de la nature de celle-ci. Il est constitué :

- D'un tube au sommet de la parabole, dans le cas d'une source dipôle.
- D'un trépied dans le cas d'une antenne cornet.

1.4) Plaque au sommet :

C'est une plaque, généralement circulaire, d'une certaine épaisseur, placée au sommet de la parabole. Cette plaque sert à adapter la source primaire et éviter toute réflexion d'énergie vers le centre de phase de la source.

III.2.2 Étude de l'antenne parabolique :

III.2.2.1 propriétés de parabolioïde :

Un parabolioïde de révolution est une surface engendrée par rotation d'une parabole autour de son axe z , qui est montrée dans la figure suivante :

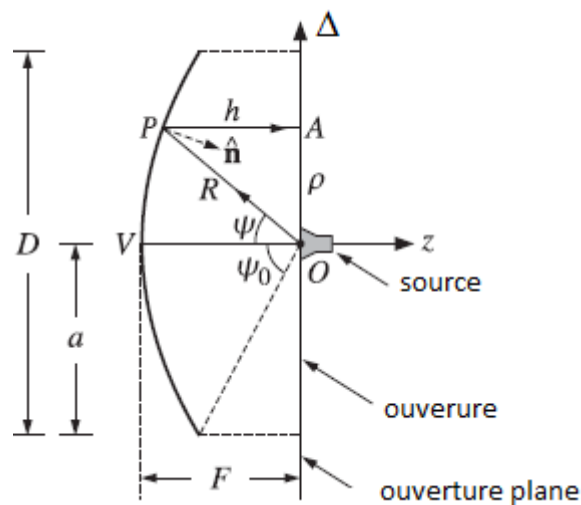


Figure III.12: Représentation schématique d'une antenne parabolique, le cornet émetteur est placé au foyer F .

III.2.2.2 Géométrie de la parabole :

Considérons une parabole de sommet O, de foyer F, de distance focale f et d'ouverture totale D et Δ est un plan vertical.

Une onde électromagnétique provenant de la source F réfléchi en point P qui sur le paraboloïde et coupe la plan Δ perpendiculairement en A. Ceci étant vrai pour tout angle soit :

OP : est le rayon incident de la longueur R.

PA : est le rayon réfléchi sur l'ouverture de la longueur h .

La somme " $R + h$ " représente la longueur de trajet optique parcouru par l'onde de la source à l'ouverture, cette longueur constante est égale à :

$$R + h = 2F \quad (\text{III. 2.1})$$

L'équation (III.2.1) représente la caractéristique principale de la parabole.

Par conséquent, tous les rayons subissent le même retard de phase durant la longueur $2F$.

On a aussi :

$$h = R \cos \psi \quad (\text{III. 2.2})$$

L'équation (III.2.1) dans (III.2.2) :

$$R + R \cos \psi = 2F \Rightarrow R(1 + \cos \psi) = 2F \quad (\text{III. 2.3})$$

$$= \sin \quad (\text{III. 2.4})$$

L'équation (III.2.3) dans (III.2.4)

$$\rho = 2F \frac{1}{\sin \psi} = 2F \tan \frac{\psi}{2} \quad (\text{III. 2.5})$$

De même on a :

$$F - h = R - F \quad (\text{III. 2.6})$$

C'est la deuxième caractéristique de la parabole.

L'équation (III.2.3) dans (III.2.6) :

$$F - h = \frac{r^2}{4F} - F \Rightarrow F - \frac{r^2}{4F} = F \tan^2 \theta \quad (III.2.7)$$

$$4(F - h) = \frac{r^2}{F} =$$

Donc :

$$\rho = 4F(F - h) \quad (III.2.8)$$

C'est l'équation de la parabole en coordonnées sphériques.

En coordonnées cartésiennes on a :

$$z = F - \frac{r^2}{4F}, \quad h = F - z \quad (III.2.9)$$

L'équation (III.2.9) dans (III.2.8) dans (8) :

$$4F(F + z) = x^2 + y^2 \quad (III.2.10)$$

Ces deux équations (III.2.9) et (III.2.10) nous permet de caractériser de façon complète la géométrie de l'antenne à réflecteur.

III.2.3 Calcul de champ sur l'ouverture :

Pour déterminer le diagramme de rayonnement de la parabole, on doit connaître la valeur du champ \vec{E} sur la surface de réflecteur ; pour faciliter les calculs on doit projeter tous les rayons sur un plan perpendiculaire à l'axe z ; tel que les plans x et y peuvent être considérés comme l'ouverture effective de l'antenne à réflecteur comme le montre la figure suivante :

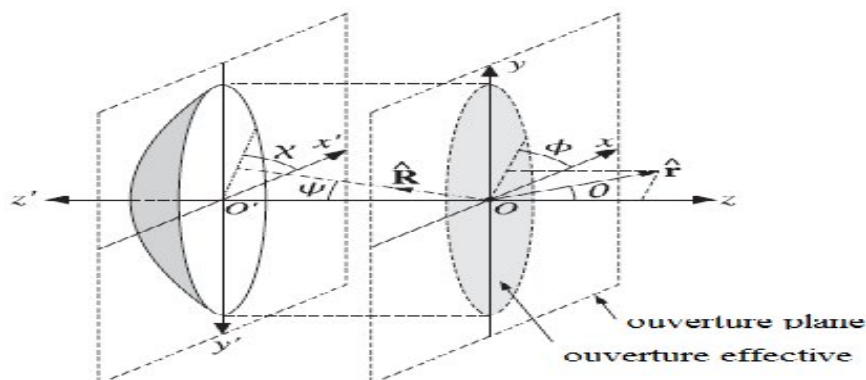


Figure III.13: Antenne parabolique et son ouverture effective projetée.

Nous utilisons l'angle polaire ψ et azimutal X pour caractériser la direction

D'un rayon incident de la source à la surface du réflecteur.

- La puissance apparente rayonnée de l'alimentation dans l'angle solide $= \sin^2 X$, doit être à la puissance réfléchie se propageant parallèlement sur l'axe z , et d'intercepter le plan d'ouverture dans la zone $=$.

En supposant que $U(\psi, X)$ est l'intensité de rayonnement de la source, et $\frac{1}{R}$ l'intensité de puissance de champ d'ouverture.

La condition de puissance est ainsi libellée [1]:

$$\frac{1}{R} \vec{r} = (\psi, X)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R} \vec{r} = (\psi, X) \sin^2 X$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R} \vec{r} = (\psi, X) \sin^2 X$$

La différenciation l'équation (III.2.5) nous donne :

$$= 2 \frac{1}{R} = \underbrace{\frac{1}{R}}_R =$$

Ce qui implique :

$$= \sin^2 X$$

En remplaçant cette dernière dans l'équation se qui nous donne la formule de

$$\vec{r} = 2 \frac{(\psi, X)}{R} = 2 \frac{(\psi, X)}{R} \quad (\text{III. 2.11})$$

$$\Rightarrow |E| = \sqrt{2\eta U(\psi, X)} \quad (\text{III. 2.12})$$

où l'on pense que en fonction de et X , en exprimant donc en termes de nous avons :

$$= 2 - h = + (\psi - h) = + \frac{1}{R}$$

$$\Rightarrow = \frac{1}{R}$$

Donc :

$$|E(R, x)| = \sqrt{2\eta U(\psi, X)} \quad (\text{III. 2.13})$$

III.2.4 La puissance totale rayonnée :

A partir de l'équation de (3.2.1) on définit la puissance totale P_{tot} , à travers l'ouverture de réflecteur comme suit [1] :

$$P_{tot} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} |E_{\theta}|^2 \sin \chi \, d\Omega$$

III.2.5) La fonction caractéristique de rayonnement $F(\theta, \varphi)$:

Sa formule nous permet de présenter le diagramme de rayonnement, de la parabole qui est définie comme suit [1] :

$$F(\theta, \varphi) = \int_{\Omega} E_{\theta}(\chi) \cos \chi \, d\Omega$$

Et comme : $\vec{r}' = r' (\cos \chi \vec{e}_r + \sin \chi \vec{e}_\chi)$

Le vecteur « r' » se trouvant, sur le plan d'ouverture est exprimé en coordonnées cylindriques par :

$$\vec{r}' = r' \vec{e}_r = r' (\cos \chi \vec{e}_r + \sin \chi \vec{e}_\chi)$$

Donc :

$$F(\theta, \varphi) = \int_{\Omega} E_{\theta}(\chi) \cos \chi \, d\Omega$$

Le champ rayonné à grande distance :

$$\vec{E}(M) = \frac{e^{-jkR}}{R} \frac{jk}{4\pi} (1 + \cos \theta) F(\theta, \varphi) \vec{e}_r$$

$$= \frac{jk}{4\pi R} (1 + \cos \theta) F(\theta, \varphi) \vec{e}_r$$

L'expression de $\vec{E}(\theta, \varphi)$, nous permet de calculer toutes les caractéristiques de la parabole dans la zone en champ de rayonnement, mais on s'est limité à la représentation de son diagramme de rayonnement sous MATLAB, montré par les figures suivantes.

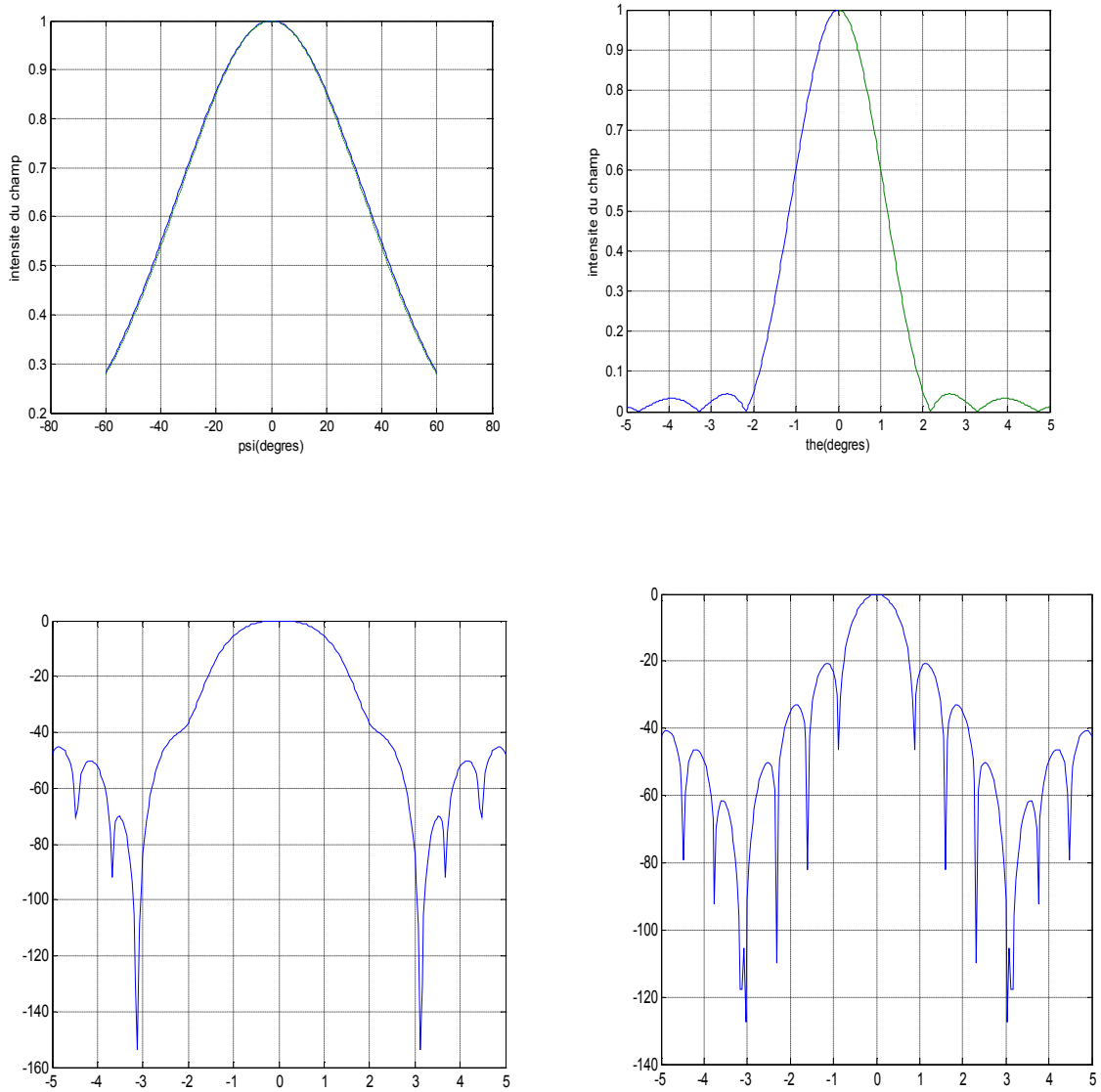


Figure III.14 : diagramme de rayonnement de la parabole.

Conclusion :

Les antennes à ouvertures rayonnantes tel que les cornets et les paraboles sont plus utilisées dans les domaines de hautes fréquences en termes de qualité, de directivité et de puissance.

Conclusion générale

Le présent travail, est une étude des antennes à ouvertures rayonnantes utilisées en radiocommunication.

Nous avons présenté les quatre équations de Maxwell qui sont la base d'électromagnétisme, et les différents types d'antennes ainsi que leurs caractéristiques dans la zone au champ lointain.

L'utilisation des équations de MAXWELL généralisées nous a permis d'établir les principales formules : Kirchhoff, Stratton-Chu, Kottler, et Franz, pour calculer le champ électromagnétique rayonné par les antennes à ouvertures rayonnantes à grande distance.

Pour des transmissions à grande distance et en haute fréquence, l'utilisation des antennes à ouverture rayonnante donne un nouvel essor à la technique des antennes. Ce type d'antenne permet d'obtenir des diagrammes de rayonnements ayant un lobe très directif avec des faibles lobes secondaires. Nous avons aussi, tracé le diagramme de rayonnement des antennes cornet et la parabole en utilisant MATLAB.

Ce projet nous a été d'un grand bénéfice, car il nous a permis d'enrichir nos connaissances sur les antennes, sachant que leurs domaines d'application des antennes sont très vastes.

Bibliographie

- ❖ [1] SOPHOCLES J.ORFANIDIS «electromagnetic waves and antennas»; livre edition RUTGERS UNIVERSITY, (2002).
- ❖ [2] CONSTATINES A.BALANIS «antenna theory»; livre edition JHON WLEY and SONS, INC, (1982).
- ❖ [3] ROBERT E.COLLIN «antennas and radiowave propagation»; livre, edition INTERNATIONNAL STUDENT, (1985).
- ❖ [4] THOMAS A.MILLIGAN «modern antenna design»; livre, edition JHON WLEY and SONS, INC, (2005).
- ❖ [5] REBET B.ELIOT «antenna theory and design»; livre, edition JHON WLEY and SONS, INC, (1981).
- ❖ [6] ODILE PICON ET CALL «les antennes: théorie, conception et application » ; livre, édition DUNOD, (2009).
- ❖ [7] Julius Adams STRATTON «théorie d'électromagnétisme» ; livre édition DUNOD (1961).
- ❖ [8] L.EYRAUD, G.GRANGE, H.OHANESSIAN «théorie et technique des antennes» ; livre, édition Vuibert (1973).
- ❖ [9]PAUL F.COMBES «micro-ondes : circuits passifs, propagation, antennes» ; livre édition DUNOD, (1997).
- ❖ [10] PAUL LORRAIN, DALE R.CARSON, FRANÇOIS LORRAIN «les phénomènes électromagnétiques» ; live, édition DUNOD, (2000).
- ❖ [11] cours de monsieur KANANE.
- ❖ [12] AIT YOUNES MALIKA, AZGOU LILA «étude et application des antennes filaire et des ouvertures des ouvertures rayonnantes» ; thèse DEUA faculté de MOULOUD MAMMERI de Tizi-Ouzou (2006).
- ❖ [13] <http://www.ece.rutgers.edu/~orfanidi/ewa/>.
- ❖ [14] www.qsl.net/wb6tpu/swindex.html.

Annexe

1) Analyse vectorielle :

Les relations utilisées pour développer notre travail :

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \varphi = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\Delta} \times \vec{A} = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \varphi \vec{A} = \vec{A} \cdot \vec{\nabla} \varphi + \varphi \vec{\nabla} \cdot \vec{A}$$

$$\vec{\nabla} \times \varphi \vec{A} = \varphi \vec{\nabla} \times \vec{A} + \vec{\nabla} \varphi \times \vec{A}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \vec{\nabla}^2 \vec{A}$$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{A} + \vec{B}) = \vec{\nabla} \times \vec{A} + \vec{\nabla} \times \vec{B}$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{A} + \vec{B}) = \vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \vec{\nabla} \cdot \vec{B}$$

$$\vec{\nabla}(\varphi + \omega) = \vec{\nabla}(\varphi) + \vec{\nabla}(\omega)$$

$$\vec{\nabla}(\varphi \omega) = \varphi \vec{\nabla}(\omega) + \omega \vec{\nabla}(\varphi)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} \varphi = \vec{A} \cdot \vec{\nabla}(\varphi) + \varphi \vec{\nabla} \cdot \vec{A}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} \wedge \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{A} - \vec{A} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{B}$$

$$\vec{\nabla} \times \varphi \vec{A} = \varphi \vec{\nabla} \times \vec{A} + \vec{\nabla}(\varphi) \wedge \vec{A}$$

Avec : $\vec{\rightarrow}$ est un vecteur quelconque.

sont deux fonctions quelconques.

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \text{rot} \vec{A}$$

$$\vec{\nabla} \varphi = \text{grad} \varphi$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \text{div} \vec{A}$$

2) Théorème de la divergence :

On a, par définition :

$$\text{div} \vec{A} = \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} \Rightarrow \text{div} \vec{A} d\tau = d\varphi \Rightarrow \text{div} \vec{A} d\tau = \oint_{\Sigma} \vec{A} \cdot d\vec{s}$$

$$\iiint \text{div} \vec{A} d\tau = \oint_{\Sigma} \vec{A} \cdot d\vec{s}$$

Σ étant la surface fermée entourant le volume .

3) Théorème de rotationnel :

$$\text{rot} \vec{A} = \vec{\varphi} \Rightarrow \text{rot} \vec{A} d\tau = d\vec{\varphi} = \oint_{\Sigma} d\vec{s} \wedge \vec{A}$$

D'où le théorème du rotationnel :

$$\iiint \text{rot} \vec{A} d\tau = \oint_{\Sigma} d\vec{s} \wedge \vec{A}$$

4) Théorème du gradient :

$$\vec{\text{grad}} f = \vec{\nabla} f \Rightarrow \vec{\text{grad}} f d\tau = \vec{\nabla} f d\tau = \oint_{\Sigma} f d\vec{s}$$

D'où le théorème du gradient :

$$\iiint \text{grad} f d\tau = \oint_{\Sigma} f d\vec{s}$$

5) Théorème de STOKES :

$$\oint_{(\Sigma)} \vec{A} \cdot d\vec{l} = \iint \text{rot} \vec{A} \cdot d\vec{s}$$

6) commutativité des operateurs (vectoriel et de—) ;

En utilisant la linéarité de l'opération dérivée, il est facile de vérifier que :

$$\frac{\partial}{\partial t} \text{grad} f = \text{grad} \frac{\partial f}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \text{div} \vec{A} = \text{div} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \text{rot} \vec{A} = \text{rot} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

On a aussi la permutation suivante :

$$-\int = \int - , \quad -\iint = \iint - , \quad -\iiint = \iiint - .$$

7) Conditions aux limites :

Afin d'établir les relations de passage à la traversée de deux milieux, nous allons considérer points M_1 et M_2 très proches de l'interface, appartenant respectivement aux milieux 1 et 2.

Le champ en chacun de ces points est projeté selon sa composante tangentielle \vec{t} et sa composante normale \vec{n} .

Chacune des équations de Maxwell impose une condition de passage. Les démonstrations sont faites des dimensions infinitésimales. Cela permet de considérer l'interface comme plane et les équations obtenues, comme locales.

➤ **Condition sur le champ électrique :**

Considérons l'équation (I.10) et intégrons-la sur la surface définie par la courbe (c) de la figure xx :

$$\iint \text{rot} \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s}$$

Grace au théorème de Stokes et en plaçant la dérivée temporelle à l'extérieur de l'intégrale, nous obtenons :

$$\oint_{(c)} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{\partial}{\partial t} \iint \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

En exprimant cette relation sous forme différentielle et tenant compte des ordres des infiniment petits, on obtient :

$$\vec{E} \cdot d\vec{l} + \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

En tenant compte de la géométrie de la figure :

$$\vec{E} = \vec{E}$$

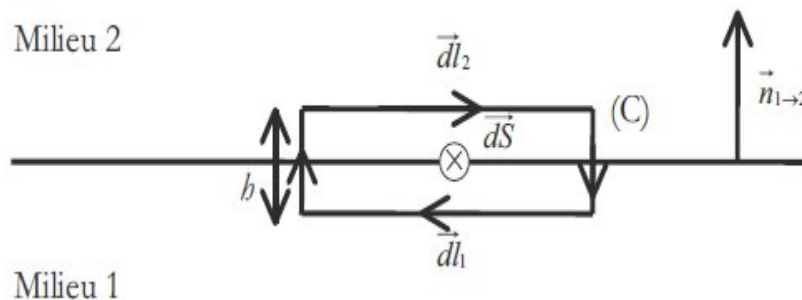


Figure : circulation du champ.

➤ **Condition sur le champ magnétique :**

Considérons l'équation (I.11) et intégrons-la sur la surface définie par la même figure , nous obtenons :

$$\iint \text{rot} \vec{H} \cdot d\vec{s} = \iint \vec{j} \cdot d\vec{s} + \iint \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{s}$$

Le théorème conduit à :

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint \vec{j} \cdot d\vec{s} + \frac{\partial}{\partial t} \iint \vec{D} \cdot d\vec{s}$$

Cette équation exprimée de façon différentielle à la surface fait intervenir le courant de surface :

$$\iint \vec{j} \cdot d\vec{s} = \vec{j} \cdot d\vec{l} \wedge \vec{n} \rightarrow$$

La relation complète s'écrit :

$$\vec{H} - \vec{H} = \vec{j} \wedge \vec{n} \rightarrow$$

➤ **Condition sur l'induction magnétique :**

Intégrons l'équation (I.14) sur le volume défini sur la figure

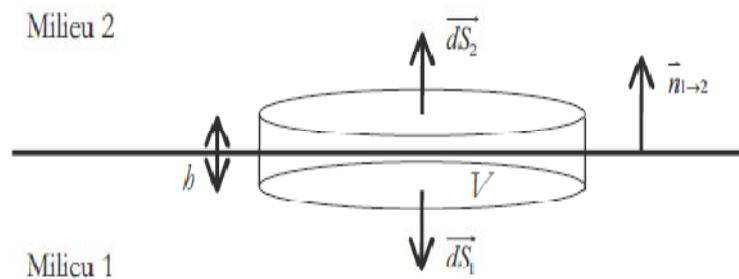


Figure : volume d'intégration à la traversée de deux milieux.

L'intégrale s'écrit sous la forme :

$$\iiint \text{div} \vec{B} \cdot dv = 0$$

Grace au théorème de la divergence :

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

L'expression s'écrit sous forme différentielle :

$$\vec{B} \cdot d\vec{s} + \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

Les surfaces étant opposées, on déduit :

$$\vec{B} = \vec{B}$$

➤ **Condition sur le déplacement électrique :**

L'équation (I.13) est traitée de la même façon. Son intégration en volume conduit à :

$$\iiint \operatorname{div} \vec{D} \cdot d\vec{v} = \iiint \rho dv$$

Le théorème de la divergence entraîne :

$$\oiint \vec{D} \cdot d\vec{s} = \iiint \rho dv$$

Cette équation exprimée de la façon différentielle fait intervenir la densité surfacique de charges :

$$\iiint \rho dv = \oint \delta \vec{d}\vec{s} \cdot \vec{n} \rightarrow$$

On déduit donc :

$$\vec{D} - \vec{D} = \sigma \vec{n} \rightarrow$$

Les programmes :

➤ **Ouverture rectangulaire :**

1. Programme de diagramme de rayonnement en deux dimensions :

```
a = 8; b = 4;
theta = -90:1:90;
phi=0;
theta = theta*pi/180; phi = phi*pi/180;
vx = a*sin(theta).*cos(phi);
vy = b*sin(theta).*sin(phi);
E = abs((1 + cos(theta))/2 .* sinc(vx) .* sinc(vy));
figure(1);plot(E);grid on;
```

2. Programme de diagramme de rayonnement en trois dimensions :

```
a = 10; b = 3;
[theta,phi] = meshgrid(0:1:90, 0:9:360);
theta = theta*pi/180; phi = phi*pi/180;
vx = a*sin(theta).*cos(phi);
vy = b*sin(theta).*sin(phi);
E = abs((1 + cos(theta))/2 .* sinc(vx) .* sinc(vy));
```

```

surfl(vx,vy,E);
shading interp; colormap(gray(16));

```

➤ **Ouverture circulaire:**

1. Programme de diagramme de rayonnement en deux dimensions :

```

a = 5;
theta=-90:1:90;
phi=90;
theta = theta*pi/180; phi =180;
vx = a*sin(theta).*cos(phi);
vy = a*sin(theta).*sin(phi);
u = a*sin(theta);
E = ones(size(u));
i = find(u);
E(i) = abs(2*besselj(1,2*pi*u(i))./(2*pi*u(i)));
figure(1);plot(E);grid on;

```

1. Programme de diagramme de rayonnement en trois dimensions :

```

a =3;
[theta,phi] = meshgrid(0:1:90, 0:9:360);
theta = theta*pi/180; phi = phi*pi/180;
vx = a*sin(theta).*cos(phi);
vy = a*sin(theta).*sin(phi);
u = a*sin(theta);
E = ones(size(u));
i = find(u);
E(i) = abs(2*besselj(1,2*pi*u(i))./(2*pi*u(i)));
surfl(vx,vy,E);
shading interp; colormap(gray(16));

```

➤ **L'antenne cornet:**

1. Programme de diagramme de rayonnement en coordonnées polaires:

```

la = 3; a = 2.286; b = 1.016;
G = 200; Gdb = 10*log10(G);
[sa1,sb1] = hsigma(0);
[A1,B1,R1] = hopt(Gdb, a/la, b/la, sa1, sb1);
[sa2,sb2] = hsigma(b/a);

```

```

N = 200;
[gh1,ge1,th] = hgain(N,A1,B1,sa1,sb1);
[gh2,ge2,th] = hgain(N,A2,B2,sa2,sb2);
figure; dbp(th,gh1); figure; dbp(th,ge1);
figure; dbp(th,gh2); figure; dbp(th,ge2);
A1 = A1*1a; B1 = B1*1a; R1 = R1*1a;
A2 = A2*1a; B2 = B2*1a; R2 = R2*1a;

```

1. Programme de diagramme de rayonnement en coordonnées cartésiennes:

```

sa = 1.4948; sb = 0.6777;
vx = -3:0.1:3;
vy= -3:0.1:3;
f1 = abs(diffint(vy,sa,1) / diffint(0,sa,1));
f0 = abs(diffint(vx,sb,0) / diffint(0,sb,0));
va = hband(sa,1);
vb = hband(sb,0);
figure(1);plot(vx,20*log10(f0));grid on;
figure(2);plot(vy,20*log(f1)),grid on;

```

➤ **La parabole:**

1. Diagramme de rayonnement en coordonnées cartésiennes:

```

F= 17.3205; D = 40; psi0 = 2*acot(4*F/D);
f=inline('(1+cos(x)).^2/4*abs(sinc(b*sin(x)))-A','b','x','A');
Aedge = 11;
b=fzero(f,0.8,optimset('display','off'),psi0, 10^(-Aedge/20));
a=1.37*b;
psi = linspace(-psi0, psi0, 201); ps = psi * 180/pi;
gE = abs((1+cos(psi)).^2/4 .* sinc(b*sin(psi)));
gH = abs((1+cos(psi)).^2/4 .* dsinc(a*sin(psi)));
figure; plot(ps,gE,'-', ps,gH,'--');grid on;
[w,psi] = quadrs(linspace(0, psi0, 5));
s = sin(psi); c = cos(psi); t = tan(psi/2);
A = (1+c) .* sinc(b*s);
thd = linspace(0, 5, 251); th = thd*pi/180;
for i=1:length(th),
    u = 4*pi*F*sin(th(i));
    FA=A.* besselj(0, u*t) .* t;

```

```

    fA(i) = w' * FA;
end
g = abs((1+cos(th)) .* fA); g = g/max(g);
figure; plot(-thd,g, '- ', thd,g);grid on;
2. En coordonnées cartésiennes en db:
F = 10; D = 80; psi0 = 2*acot(4*F/D);
ab = linspace(0, psi0, 5);
[w,psi] = quadrs(ab);
c = cos(psi); t = tan(psi/2);
th = linspace(-5, 5, 251);
for i=1:length(th),
    u = 4*pi*F*sin(th(i)*pi/180);
    FA = (1+c) .* besselj(0, u*t) .* t;
    fA(i) = w' * FA;
    FB = (1-c) .* besselj(2, u*t) .* t;
    fB(i) = w' * FB;
end
gh = abs((1+cos(th)) .* (fA-fB)); gh = gh/max(gh);
ge = abs((1+cos(th)) .* (fA+fB)); ge = ge/max(ge);
figure(1);plot(th,20*log10(ge)),grid on;
figure(2);plot(th,20*log10(gh)),grid on;

```