

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUES ET POPULAIRE

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITÉ MOULOUD MAMMARI DE TIZI-OUZOU

FACULTÉ DU GÉNIE DE LA CONSTRUCTION
DÉPARTEMENT DE GÉNIE CIVIL



LABORATOIRE DE RECHERCHE EN GÉOMATERIAUX,
ENVIRONNEMENT ET AMÉNAGEMENT
(L.G.E.A)

Mémoire de magister

Spécialité : Génie civil
Option : géotechnique et environnement
Présenté par :

TERBOUCHE FARID

Thème :

**MODÉLISATION PAR LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS DES
ÉCOULEMENTS TRANSITOIRES DANS LES SOLS**

Devant le jury composé de :

Mr MELBOUCI BACHIR	Professeur UMMTO	Président.
Mr HAMZA Ali	Maitre de Conférences (A) UMMTO	Rapporteur.
Mr. GABI SMAIL	Professeur UMMTO	Examineur.
Mr. DJEMAI MOHAMMED	Maitre de Conférences (A) UMMTO	Examineur.

Soutenue le : 30/12/2014

REMERCIEMENT

Je tiens d'abord à remercier « DIEU » qui m'a donné le courage, la volonté et les moyens de mener à terme mon travail.

Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à mon promoteur Mr HAMZA ALI qui a entouré ce travail. Aucun mot ne saurait exprimer ma très haute considération et ma grande admiration pour ses précieux conseils, sa façon d'encadrer et de définir les grandes lignes à suivre.

Nos remerciements vont aussi à Monsieur le Pr. MELBOUCI Bachir professeur à UMMTO pour avoir accepté d'évaluer ce travail, et qui nous fait honneur de présider le jury.

Nos vifs remerciements vont également à Monsieur GABI Smail professeur à UMMTO et Monsieur DJMAI Mohammed maître de conférences (A) à UMMTO, pour avoir accepté d'examiner ce travail et de prendre part au jury. A tous les professeurs qui ont contribué à ma formation.

J'aimerais ensuite adresser toute ma gratitude aux membres du laboratoire LGEA, Mr MELBOUCI, Mr GABI, Mr DJEMAI, Mr HAMZA ALI Pour m'avoir accueilli dans le laboratoire dès le début de mon mémoire, tout en me laissant une grande liberté dans mes investigations.

Je tiens aussi à remercier le personnel de la bibliothèque du département de génie civil, ainsi que le personnel de l'administration.

Je souhaite également remercier le directeur de la DLEP de Tizi-Ouzou Mr BANOUH.M et le chef de projet pole de tamda Mr HAMADACHE .B, mes collègues de travail pour m'avoir facilité la tâche de finaliser ce mémoire de magister.

Enfin, à tous ceux et celles qui de près ou de loin ont contribué à la réalisation de ce travail, nous disons merci.

Dédicaces

Je dédie ce travail à mes très chers parents, « votre courage, vos sacrifices ont été pour moi le meilleur soutien durant ce long parcours, veuillez trouver dans ce travail une grande reconnaissance ».

Pour ce que vous avez entrepris à mon égard, et un fruit de toutes vos prières et vos efforts.

A mes chers frères et sœurs, à tous mes amis, mes collègues, toute ma famille.....

RESUME

Un milieu poreux sera pris comme exemple pour la modélisation par éléments finis. Celui-ci est considéré initialement saturé puis soumis à un drainage sans et avec recharge pluviométrique constante de $q=1\text{m/j}$.

La modélisation doit nous permettre de voir l'influence de la recharge et de suivre l'évolution de la surface libre à travers les intervalles de temps successifs ensuite d'évaluer la hauteur de la surface de suintement une fois que le régime permanent est atteint.

Les résultats obtenus seront comparés à ceux du logiciel PLAXIS 2D version 2010 qui utilisera la méthode des éléments finis et le schéma explicite pour la résolution numérique de l'équation du mouvement.

Mots clés :

Milieu poreux, écoulement transitoire, écoulement permanent, saturé et non saturé, équation De Richard, drainage, éléments finis, Plaxis 2D.

ABSTRACT

A porous medium will be taken as example for finite element modeling. This one is considered initially saturated then subjected to a drainage without and with constant pluviometric recharge of $q=1\text{m/day}$.

The modeling must enable us to see the influence of the recharge and to follow the evolution of the free surface seepage through the successive time intervals then to evaluate the height of the seepage face once the permanent state is reached.

The obtained results will be compared with those of the software PLAXIS 2D version 2010 which uses the finite element method and the explicit scheme for the numerical resolution of the governing equation.

Key words:

Porous medium, transient flow, permanent flow, saturated and unsaturated, Richard equation, drainage, finite elements, Plaxis 2D.

Sommaire

INTRODUCTION GENERALE	1
-----------------------------	---

CHAPITRE I

APPROCHE BIBLIOGRAPHIQUE DE L'ÉCOULEMENT D'EAUX SOUTERRAINES.

I.1 - Introduction.....	4
I.2 - Zone non saturée	4
I.3 - Zone saturée	5
I.4 - Les écoulements à surface libre.....	5
I.4.1-Définition hypothèses	5
I.5 - Écoulement permanent et transitoire	6
I.5.1 - Cas du régime permanent	6
I.5.2 - Cas du régime transitoire.....	6
I.6 - Classification et définition des aquifères	6
I.6.1- Aquifère.....	6
I.6.2- Couche de confinement	7
I.6.3 - Types d'eau souterraine	8
I.6.3.1 - Nappes libres	7
I.6.3.1a-Source d'émergence	7
I.6.3.1b-Source de déversement	8
I.6.3.1b-Source de débordement	8
I.6.3.2- Nappes captives.....	9
I.6.3.2a-Source artésienne	10
I.7 - Caractéristiques physiques du sol	14
I.7.1 - Viscosité de l'eau	14
I.7.1a-Viscosité dynamique.....	14
I.7.1b-Viscosité cinématique.....	15
I.7.2 - Porosité.....	15
I.7.2a-Porosité géométrique ou porosité totale η	15
I.7.2b- L'indice des vides e	16
I.7.2c- Porosité efficace η_e	16
I.7.2d-porosité de drainage η_d	16
I.7.2.c- Capacité de rétention η_{ret}	17
I.7.3 - Degré de saturation S_r	17
I.7.4 - Teneur en eau (volumique) Θ	17
I.7.5 - Conductivité hydraulique et perméabilité intrinsèque.....	18
I.7.6 - Relation entre la perméabilité et la porosité	18
I.7.7 - Transmissivité T	21
I.7.8 - Coefficient d'emmagasinement S	21
I.8 - Hétérogénéité homogénéité et isotropie anisotropie	23
I.9 - Écoulement dans les milieux poreux	25
I.9.1 - Loi de Darcy	25
I.9.1.1 - Généralisation de la loi de Darcy aux milieux saturés et non saturés.....	27
I.9.1.2 - Domaine de validité de la loi Darcy	28
I.9.2 - Charge hydraulique	29
I.9.3 - Loi de conservation de masse- équation de continuité	29
I.9.3.1 - Notion de volume élémentaire représentatif (VER)	29
I.10 - Les équations de transfert de l'eau dans les aquifères	32
I.10.1-Écoulement en nappe libre	32
I.10.2-Écoulement en nappe captive	33
Conclusion.....	33

Sommaire

CHAPITRE II

THÉORIE DES ÉCOULEMENTS SATURÉS ET NON SATURÉS EN MILIEU POREUX

II.1 - Introduction	34
II.2 - Représentation physique d'un sol non saturé.....	34
II.3 - L'eau dans les sols	35
II.3.1 - L'eau de constitution	36
II.3.2 - L'eau interstitielle.....	36
II.3.2.1 - L'eau adsorbée	36
II.3.2.2 - L'eau non adsorbée	36
II.3.2.2.1 - L'eau libre	37
II.3.2.2.2 - L'eau capillaire ou de rétention	37
II.4 - Interactions air-eau-solide : capillarité	37
II.5 - Succion dans les sols	38
II.5.1 - Le phénomène de la succion	38
II.5.2 - Les différents types de la succion.....	39
II.5.2.1 - La succion matricielle	
II.5.2.1.1 - La succion capillaire	39
II.5.2.1.2 - la succion d'adsorption	41
II.5.2.1.3 - La succion osmotique.....	41
II.5.2.2 - La succion totale	41
II.5.3 - Effets de la succion sur les particules solides.....	42
II.5.4 - Techniques expérimentales de contrôle et de mesure de la succion	42
II.5.4.1 - Introduction	
II.5.4.2 - Techniques de contrôle de la succion	43
II.5.4.2.1 - Contrôle par translation d'axe	43
II.5.4.2.2 - Contrôle par plaque tensiométrique	43
II.5.4.2.3 - Technique de contrôle osmotique	44
II.5.4.2.4 - Technique de contrôle par phase de vapeur.....	45
II.5.4.3 : Technique de mesure de la succion.	46
II.5.4.3.1 - Méthode du papier-filtre.....	46
II.5.4.3.2 - Mesure psychrométrique de la succion	47
II.5.4.3.3 -Le tensiomètre.	48
II.6 - Courbe de rétention d'eau.....	49
II.6.1 - Introduction	49
II.6.2 - Points caractéristiques de la courbe de rétention	51
II.6.3 - Différentes phase de la courbe de succion	52
II.6.4 - Phénomène d'hystérésis	52
II.6.5 - Les formules de la courbe de rétention	54
II.6.6 - Les formules de la perméabilité ou de la conductivité hydraulique	56
II.7 : Écoulement dans les milieux poreux non saturés.....	58
II.7.1 - Généralisation de la loi de Darcy aux milieux non saturés	58
II.7.2 - Équations de continuité	58
II.7.2.1 - En terme de charge de pression h	58
II.7.2.2 - En terme de charge de teneur en eau θ	59
II.7.2.3 - En terme de potentiel capillaire ψ	59
Conclusion.....	60

Sommaire

CHAPITRE III

LES MÉTHODES CLASSIQUE DE MODÉLISATION EN MILIEUX POREUX

III.1 - Introduction	61
III.2 - Les simplifications des modèles saturés.....	62
III.3 - Approche mathématique	64
III.4 - Cas de l'écoulement transitoire	64
III.4.1-Hypothèse de Dupuit-Forchheimer	68
III.5 - Exposition de l'équation de Boussinesq.....	70
III.6 - Cas de l'écoulement du régime permanent	71
III.7 - Prise en compte du phénomène de suintement pour détermination la position de la Surface libre de la nappe	71
III.7.1 - L'hypothèse de DF et la surface de suintement	72
III.7.2-Définitions et état des connaissances d la surface de suintement.....	73
III.7.3 - Cas du drainage par un fossé vide, avec un niveau d'eau amont fixé : Solution de Kozeny (1931, cité par Youngs 1990 et Kao 2002)	74
III.7.4 - Cas du drainage par fossés de deux cotés avec recharge pluviométrique Constante (Engelund, 1951).....	77
III.8 - Autres solutions mathématiques du problème de surface libre	79
Conclusion.....	80

CHAPITRE IV

APPLICATION DE LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS A L'ÉCOULEMENT MILIEUX POREUX SATURES ET NON SATURES

IV.1 - Introduction	81
IV.2 - Équation de continuité	81
IV.3 - Résolution par la méthode des éléments finis	82
IV.3.1 - Discrétisation spatiale.....	82
IV.3.2 - Discrétisation temporelle	89
IV.3.3 - Critères d'analyse d'une méthode numérique.....	91
IV.3.3.1 - Erreur de discrétisation	91
IV.3.3.2 - Convergence.....	91
IV.3.3.3 - Stabilité numérique	92
IV.4 - Calcul par les éléments iso paramétriques	92
IV.4.1 - Construction des fonctions géométriques	93
IV.4.2 - Transformation des opérateurs de dérivations en fonction des coordonnées..... Iso paramétriques.....	95
IV.4.3 - Intégration numérique	97
IV.5 - Conditions aux limites et conditions initiales.....	99
IV.5.1 - Conditions initiales.....	99
IV.5.2 - Conditions aux limites	99
IV.5.2.1 - Condition de Dirichlet.....	99
IV.5.2.2 - Condition de Neuman (flux imposé).....	100
IV.5.2.3 - Condition de Cauchy(ou condition mixte)	100
IV.6 - Organigramme du programme numérique	100
Conclusion.....	103

Sommaire

CHAPITRE V

MODÉLISATION ET INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS

V.1 - Introduction	104
V.2 - Caractéristiques du sol	104
V.2.1- perméabilité saturée.....	104
V.2.2- Porosité	106
V.2.3 - Coefficient d'emménagement	106
V.3 - Propriétés hydrauliques du sol.....	106
V.4 – La surface de suintement	107
V.5 – présentation des modèles à étudier sans	108
V.5.1-Modèle N°01 (problème de drainage)	108
V.5.2- Modèle N°02 (problème de la digue d'un barrage en terre)	108
Et avec recharge pluviométrique constante.....	109
V.6- Modélisation par élément finis	108
V.6.1- Analyse numérique d'un problème de drainage par un fossé vide à ses deux Extrémités (cas d'une chaussée), sans recharge et avec recharge pluviométrique Constante.....	109
V.6.1.1 - Discrétisation du modèle (problème de drainage) utilisé dans le Programme du fortran	110
V.6.1.2 -Les propriétés du sol	110
V.6.1.3 - Les conditions aux limites et les conditions initiales	111
V.6.1.4 - Courbes trouvée par la méthode des éléments finis (fortran)	112
V.6.2- Cas de drainage par un fossé en aval avec une hauteur d'eau H_2 variable, et un Niveau d'eau amont fixé (charge imposée), sans recharge et avec recharge Pluviométrique constante $q=1m/j$	113
V.6.2.1 : Les conditions aux limites et les conditions initiales	114
V.6.2.2 - les courbes de l'évolution de la surface libre à travers les intervalles de Temps obtenus par élément finis (fortran).....	115
V.6.2.2a – Écoulement sans recharge pluviométrique $q=0$	115,116
V.6.2.2b – Écoulement avec recharge pluviométrique $q=1m/j$	116,117
V.6.2.3 - Superposition des courbes trouvées par le modèle en élément finis (Programme fortran) entre la recharge $q=0$ et $q=1m/j$	117,118
V.7- Analyse numérique d'un problème de la digue d'un barrage en terre (pour un écoulement sans Recharge pluviométrique $q=0$ et avec recharge $q=1m/j$) modèle N°02	120
V.7.1- Les caractéristiques du sol de la digue d'un barrage	120
V.7.2- Discrétisation du modèle N°1 (problème de barrage en terre) par la MEF (fortran).....	121
V.7.2.1- Les conditions aux limites et les conditions initiales	121
V.7.3 - Les courbes obtenues par le modèle en élément finis (programme fortran) modèle N°1 (Problème de barrage en terre)	122
V.7.3.1 –Écoulement sans recharge pluviométrique $q=0$	123
V.7.3.2- Écoulement avec recharge pluviométrique $q=1m/j$	123
V.7.4 - Calcul analytique de la surface de suintement (modèle N°2)	124
V.7.5- Superposition les courbes de l'évolution de la surface libre obtenus par la MEF (fortran) pour un écoulement sans recharge $q=0$ et avec recharge $q=1m/j$	125
V.8 –Modélisation par le logiciel plaxis 2D version10.....	126
V.8.1 - Présentation du Plaxis.....	126
V.8.2- Analyse numérique d'un problème de drainage par un fossé vide à ses deux Extrémités (Modèle N°1 1 ^{er} cas), sans recharge et avec recharge pluviométrique constante	126
V.8.2.1- Discrétisation du modèle N°1 (problème de drainage) utilisé par le logiciel Plaxis 2D	127
V.8.2.2- Les propriétés du sol	127

Sommaire

V.8.2.3 -Les conditions aux limites et les conditions initiales	129
V.8.2.4 -Les courbes trouvées par le logiciel Plaxis 2D (modèle N°1 1 ^{er} cas).....	129
V.8.2.4a- Écoulement sans recharge pluviométrique en surface $q=0\text{m/j}$	129
V.8.2.4b-Écoulement avec recharge pluviométrique en surface $q=1\text{m/j}$	130
V.8.3- Cas de drainage par un fossé en aval avec une hauteur d'eau H_2 variable, et un Niveau d'eau amont fixé (charge imposée), pour un écoulement sans recharge et avec Recharge Pluviométrique constante.....	131
V.8.3.1- Les conditions aux limites et les conditions initiales	131
V.8.3.2- Les courbes trouvées par le logiciel Plaxis 2D	131
V.8.3.2a-Pour un écoulement sans recharge pluviométrique en surface $q=0$	132
V.8.3.2b-Pour un écoulement avec recharge pluviométrique en surface $q=1\text{ m/j}$	134
V.9- Analyse numérique d'un problème de la digue d'un barrage en terre (pour un écoulement sans et Avec recharge pluviométrique $q=1\text{m/j}$ (modèle N°2))	136
V.9.1-Les propriétés du sol	136
V.9.2-Les conditions aux limites et les conditions initiales (modèle N°2)	136
V.9.3-Discretisation du modèle N°1 (problème de la digue en terre) par le logiciel Plaxis	137
V.9.4- Les courbes trouvées par le logiciel Plaxis 2D (modèle N°2).....	137
V.9.4.1a-Pour un écoulement sans recharge pluviométrique $q=0$	138
V.9.4.1b-Pour un écoulement avec recharge pluviométrique $q=1\text{m/j}$	138
V.9.4.2- Graphes d'écoulement (flow) sans et avec recharge pluviométrique q (problème De la digue d'un barrage en terre)	150
V.9.4.2a- En régime transitoire	139
V.9.4.2b-En régime permanent	140
V.9.4.3- Graphes des équipotentiels sans et avec recharge pluviométrique q (pour le cas de La digue d'un barrage en terre).....	151
V.9.4.4- Graphes de la charge hydraulique avec et sans et recharge pluviométrique q (cas De la digue d'un barrage en terre).....	142
V.9.4.5- Courbes de saturation effective avec et sans recharge pluviométrique (pour le cas De la digue d'un barrage en terre).....	151
V.9.4.5a-En régime transitoire.....	151
V.9.4.5b-En régime permanent.....	143
V.9.4.6- Courbes de la succion en régime permanent avec et sans recharge pluviométrique (Cas d'une digue d'un barrage en terre	144
V.10- Calcul le débit sortant ou drainé	146
V.10 .1- Calcul analytique	146
V.10 .2-Les débits calculés par le logiciel praxis	146
V.11- VALIDATION DES RÉSULTATS.....	149
V.11.1- Comparaison et interprétation des résultats	149
V.11.1.1-Drainage en deux cotés Modèle N°01 - 1 ^{er} cas	150
V.11.1.2-Drainage uniquement sur le coté aval avec une hauteur d'eau H_2 variable dans Le fossé (cas d'une chaussée) Modèle N°01- 2 ^{eme} cas	150
V.11.1.2a- Comparaison (superposition) l'évolution de la surface libre (surface de Pression nulle) pour $H_1=0.6\text{m}$, $H_2=0.3\text{ m}$, 0 respectivement obtenues par la MEF et celles de logiciel plaxis pour un écoulement sans recharge $q=0$	151
V.11.1.3- Cas de la digue d'un barrage en terre : Modèle N°02.....	153
V.11.1.3a – Comparaison (superposition) l'évolution de la surface libre (surface de Pression nulle) obtenue par la méthode des éléments finis et celles de Logiciel plaxis pour un écoulement sans $q=0$ et $q=1\text{m/j}$	154
Conclusion.....	155
Conclusion générale et perspectives	156

Sommaire

ANNEXE 1

Introduction et présentation du logiciel plaxis

1 - Introduction	158
2 - Présentation de Plaxis	158
2.1 - Le code éléments finis Plaxis.....	158
2.2 - Options par défaut et solutions approchées	159
3 - Les modèles de comportement et types des matériaux utilisés dans Plaxis	160
3.1 - Introduction.....	160
3.2 - Les différents Modèles	161
3.2.1 - Modèle élastique linéaire:	161
3.2.2 - Modèle de Mohr-Coulomb:.....	161
3.2.3 - Modèle de sol avec écrouissage (HardeningSoil Model)	161
3.2.4 - Modèle pour les sols mous (Soft Soil model).....	161
3.2.5 - Modèle pour les sols mous avec fluage (Soft SoilCreep model)	161
3.2.6 - Modèle pour les roches fracturées (Jointed Rock model)	161
3.2.7 - Modèle défini par l'utilisateur	162
3.3 : Les types de comportement des matériaux (Material type)	162
3.3.1 - Comportement drainé (Drainedbehaviour)	162
3.3.2 - Comportement non drainé (Undrainedbehaviour).....	162
3.3.3 - Le comportement non poreux (Non-porousbehaviour).....	162
3.3.4 - Poids volumique saturé et non saturé (γ_{sat} et γ_{unsat}).....	162
3.3.5 - Perméabilités (k_x et k_y)	163

ANNEXE 2

Les données d'entrée (fichier de donné) et quelques résultats obtenus

1 - Données d'entrée (input data) pour le modèle de problème de drainage (voir figure V.5)	164
2 - Présentation de quelques résultats de l'évolution de la surface libre en fonction de temps	168
Sous forme des tableaux pour le cas de drainage avec et sans recharge pluviométrique	
3- Données d'entrée (input data) pour le modèle de barrage en terre (voir figure V.10a).....	170
4 - Présentation de quelques résultats de l'évolution de la surface libre sou forme des tableaux	
Pour le modèle N°2 cas d'une digue d'un barrage en terre	178

Liste des figures

<i>Figure I.1</i> - Zones saturée et non saturée.	5
<i>Figure I.2</i> -Sources d'émergence.	8
<i>Figure I.3</i> - Sources de déversement.....	8
<i>Figure I.4</i> -Sources de débordement.....	9
<i>Figure I.5</i> -Sources artésienne.....	10
<i>Figure I.6</i> - types d'aquifère classifiés d'après leur degré de confinement (tirée de Verreaultetal, 2006).....	13
<i>Figure I.7</i> - Autre schéma de classification des aquifères (tiré de l'adapté de Landry 1992).....	13
<i>Figure I.8</i> - schéma d'un volume élémentaire de sol.....	14
<i>Figure I.9</i> -concept d'emmagasinement dans les aquifères captifs et libre (<i>Ferris et al, 1962</i>).....	22
<i>Figure I.10</i> - variabilité spatiale de k en fonction de ces deux facteurs.....	24
<i>Figure I.11</i> - montage expérimental de Darcy.....	25
<i>Figure I.12</i> - écoulement dans les sols.....	27
<i>Figure I.13</i> - volume élémentaire représentatif.....	30
<i>Figure II.1</i> -Représentation simplifiée d'un milieu poreux non saturé en eau (<i>Van Genuchten Et Wierenga, 1976</i>).....	35
<i>Figure II.2</i> -différents état de l'eau dans le sol [<i>P.DELAGE</i>].....	35
<i>Figure II.3</i> - modèle physique du phénomène d'effet capillaire.....	37
<i>Figure II.4</i> - effets de succion sur les grains du sol.....	42
<i>Figure II.5</i> - cellule de richards pour contrôle de succion par translation d'axe, DELAGE Et al. [2001a].....	43
<i>Figure II.6</i> - plaque tensiométrique (faible succion), DELAGE et al.[2001a].....	44
<i>Figure II.7</i> -principe d'imposition de la succion par la méthode osmotique.....	45
<i>Figure II.8</i> -Contrôle de succion par phase vapeur, à l'aide d'un dessiccateur et d'une Solution saline saturée [<i>DALAGE et al</i>].....	46
<i>Figure II.9</i> -Méthode du papier-filtre [<i>DELAGE et al.</i>].....	46
<i>Figure II.10</i> - schéma de principe de l'équipement triaxial équipé d'une sonde Psychrométrique.....	48
<i>Figure II.11</i> -Tensiomètre et plaque de succion, <i>LI [2000]</i>	49
<i>Figure II.12</i> - Courbe de succion d'eau d'unsable argileux, <i>CRONEY [1952]</i>	50
<i>Figure II.13</i> - influence de plasticité sur la teneur en eau (<i>D.G. Fredlund et al.1994</i>).....	51
<i>Figure II.14</i> -Exemple de courbe caractéristique d'un sol, d'après [<i>Vanapalli et al. 2002</i>].....	52
<i>Figure II.15</i> - l'hystérésis de $K(\Psi)$	53
<i>Figure II.16</i> - Manifestation physique de l'hystérésis (Bear et Verruijt, 1987).....	53
<i>Figure III.1</i> - Système de nappe considérée par le modèle saturé 2D.....	63
<i>Figure III.2</i> - Application de l'approche mathématique à l'écoulement à surface libre.....	67
<i>Figure III.3</i> - Hypothèses de Dupuit-Forchheimer.....	69
<i>Figure III.4</i> - Potentiel de pression d'eau en fonction de la cote en $x = L$	73
<i>Figure III.5</i> - Nappe dans un barrage en terre.....	75
<i>Figure.III.6</i> - écoulement à partir d'une condition amont parabolique vers un drain horizontal.....	76
<i>Figure III.7</i> - système drainant en deux cotés par fossés sur imperméable, avec recharge R constante.....	77
<i>Figure.III.8</i> - géométrie du système hydraulique considéré par Engelund (1951).....	78
<i>Figure IV.1</i> - Domaine d'écoulement et les conditions aux limites.....	84
<i>Figure IV.2</i> - Élément quadratique iso paramétrique.....	92
<i>Figure V.1</i> - Coefficient de perméabilité K (cm/s) selon le type de sol (D'aprèsCasagrande, 1983, Et Bowles, 1984).....	105
<i>Figure V.2</i> -Courbes de conductivité hydraulique pour un sable moyen de densité sèche Égale à 1.68 g/cm.....	107
<i>Figure V.3</i> - Courbe de rétention d'eau du complexe sol-eau pour un sable de densité sèche Égale à 1.68 g/cm ³	107
<i>Figure V.4</i> - Problème de drainage (cas d'une chaussée).....	109
<i>Figure V.5</i> - Maillage du domaine d'écoulement utilisé en élément fini (problème de drainage).....	110

Figure V.6a : L'évolution de la surface libre (surface de pression nulle) à travers les Intervalles de t Avec $H_1=0, H_2=0$, dans le cas de drainage (écoulement sans recharge $q=0$)	112
Figure V.6b - L'évolution de la surface libre (surface de pression nulle) à travers les intervalles de t Avec $H_1=0, H_2=0$, dans le cas de drainage (écoulement avec recharge $q=1\text{ m/j}$)	112
Figure V.7 - problème de drainage par un fossé avec un niveau d'eau variable en aval et fixe en Amont pour le modèle N°1 (2 ^{ème} cas)	113
Figure V.8a - l'évolution de la surface libre en fonction du temps avec $H_1=0.6\text{m}, H_2=0.3\text{m}$ (Écoulement sans recharge $q=0$)	115
Figure V.8b - l'évolution de la surface libre en fonction du temps avec $H_1=0.6, H_2=0\text{m}$ (Écoulement sans recharge $q=0$) par la MEF	116
Figure V.8c - l'évolution de la surface libre en fonction du temps avec $H_1=0.6, H_2=0.3\text{m}$ (Écoulement avec recharge $q=1\text{m/j}$) par la MEF	116
Figure V.8d - l'évolution de la surface libre en fonction du temps avec $H_1=0.6, H_2=0$ (Écoulement avec recharge $q=1\text{m/j}$) par la MEF	117
Figure V.9a - superposition (comparaison) l'évolution de la surface libre en fonction du temps Pour $H_1=0.6, H_2=0.3\text{ m}$, (écoulement sans et avec recharge $q=0$ et $q=1\text{m/j}$) par la MEF	118
Figure V.9b - Superposition (comparaison) l'évolution de la surface libre en fonction du temps Pour $H_1=0.6, H_2=0$, (écoulement sans et avec recharge $q=0$ et $q=1\text{m/j}$) par la MEF	118
Figure V.10 - Les caractéristiques de la digue	120
Figure V.10a -Maillage du domaine d'écoulement utilisé dans la MEF (fortran)	121
Figure V.11a -L'évolution de la surface libre en fonction du temps avec $H_1=6, H_2=1.2\text{ m}$ pour la digue D'un barrage en terre (Écoulement sans recharge $q=0$)	123
Figure V.11b - l'évolution de la surface libre en fonction du temps avec $H_1=6, H_2=1.2\text{ m}$ pour la Digue d'un barrage en terre (Écoulement avec recharge $q=1\text{m/j}$)	123
Figure V.12 -abaque pour la détermination de la surface de suintement d'après Polubarinova- Kochina	124
Figure V.13 - superposition (comparaison) l'évolution de la surface libre en fonction du temps Pour le Cas de la digue $H_1=6, H_2=1.2\text{ m}$, (écoulement sans et avec recharge $q=0$ et $q=1\text{m/j}$)	125
Figure V.14 –Maillage du domaine d'écoulement pour le modèle N°1 utilisé par le logiciel plaxis	127
Figures V.14a,b,c - Les propriétés du sol utilisé dans le logiciel plaxis	127,128
Figures V.15a, V.15b - L'évolution de la surface libre (surface de pression nulle) à travers les Intervalles du temps successif avec $H_1=0, H_2=0$, (écoulement sans recharge $q=0$ et avec Recharge $q=1\text{m/j}$) respectivement	129,130
Figure V.16 - Modélisation et conditions aux limites pour le modèle N°1 (2 ^{ème} cas) utilisé par le Logiciel plaxis	131
Figures V.17a, V.17b, V.17c -L'évolution de la surface libre (surface de pression nulle) à travers les Intervalles du temps successif avec $H_1=0.6, H_2=0.30, 0.15, 0\text{ m}$ respectivement pour un Écoulement sans recharge $q=0$	132,133
Figures V.17d, V.17e, V.17f - L'évolution de la surface libre (surface de pression nulle) à travers les Intervalles du temps successif avec $H_1=0.6, H_2=0.30, 0.15, 0\text{ m}$ pour un écoulement avec Recharge $q=1\text{ m/j}$)	134,135
Figure V.18 - modélisation et condition aux limites de la digue d'un barrage en terre utilisé par le Logiciel plaxis	136
Figure V.18a –Maillage du domaine d'écoulement pour le modèle N°2 utilisé par le logiciel plaxis	137
Figures V.19a, V.19b - L'évolution de la surface libre (surface de pression nulle) à travers les Intervalles du temps successif avec $H_1=6, H_2=1.2\text{ m}$, pour écoulement sans recharge $q=0$ Et avec recharge $q=1\text{m/j}$ respectivement	138
Graphes V.20a, V.20b - écoulement transitoire sans recharge pluviométrique $q=0$ et avec recharge $q=1\text{m/j}$ cas de la digue d'un barrage respectivement	139
Graphes V.20c, V.20d - écoulement permanent sans recharge pluviométrique $q=0$ et avec recharge $q=1\text{m/j}$ cas de la digue d'un barrage respectivement	140
Graphes V.21 a, V.21b - figures des équipotentiels pour un écoulement sans recharge $q=0$ et avec	

Recharge $q=1\text{m/j}$ pour le cas de la digue respectivement pour le (modèle N°2).....	141
<i>Figures V.22a, V22b</i> - Charge hydraulique pour un écoulement sans recharge $q=0$ et avec recharge $q=1\text{m/j}$ respectivement pour le (modèle N°2)	142
<i>Graphes V.23a, V.23b</i> – Courbes de saturation effective en régime transitoire pour un Écoulement sans recharge $q=0$ et avec recharge $q=1\text{m/j}$ respectivement	143
<i>Graphes V.23c, V.23d</i> - Courbes de saturation effective en régime permanent respectivement Pour un écoulement sans recharge pluviométrique $q=0$ et avec recharge $q=1\text{m/j}$	144
<i>Graphes V.24a, V.24b</i> - Courbes de la succion en régime permanent respectivement pour un Écoulement sans recharge pluviométrique $q=0$ et avec recharge $q=1\text{m/j}$ pour le modèle N°2.....	145
<i>Figure V.25</i> -Coupe transversale du modèle simulé pour la digue d'un barrage en terre du débit Sortant en régime transitoire (modèle N°2)	146
<i>Figures V25a, V25b</i> - l'évolution du débit sortant et entrant respectivement pour un écoulement sans Recharge pluviométrique $q=0$ et avec recharge $q=1\text{m/j}$ (modèle N°2).....	147
<i>Figure V25c</i> - l'évolution du débit sortant et entrant pour un écoulement sans recharge Pluviométrique $q=0$ (modèle N°2).....	149
<i>Figure V.26a</i> -Superposition (comparaison) les figures V.8a et V.17a obtenues respectivement par la MEF et celles de logiciel plaxis pour un écoulement sans recharge avec $H_1=0.6\text{m}$, $H_2=0.3\text{m}$ (modèle N°1, 2 ^{ème} cas).....	151
<i>Figure V.26b</i> -superposition les courbes des figures V.8b et V.17c pour un Écoulement sans Recharge avec $H_1=0.6\text{m}$, $H_2=0\text{m}$, (cas de drainage modèle N°1, 2 ^{ème} cas)	152
<i>Figure V27a</i> - Superposition les résultats de l'évolution de la surface libre en fonction du temps Obtenus par la MEF (fortran) et ceux de logiciel plaxis pour un écoulement sans recharge $q=0$ et avec recharge $q=1\text{m/j}$ respectivement (pour le cas de la digue modèle N°2)	154

Liste des tableaux

<i>Tableau IV.1</i> - Fonctions géométriques pour un élément iso paramétrique à 8 nœuds Et à 2 dimensions	94
<i>Tableau IV.2</i> - Positions et poids des points d'intégration de Gauss	98
<i>Tableau .V.1</i> - Caractéristiques géométrique du domaine problème de drainage modèle N°1.....	109
<i>Tableau V.2</i> - Récapitulatif des résultats de la hauteur de la surface de suintement H_{ss} trouvés par Élément finis (fortran) modèle N°1	119
<i>Tableau .V.3</i> - Caractéristiques géométrique de la digue	120
<i>Tableau V.4</i> - Récapitulatif des valeurs de la hauteur de la surface de suintement H_{ss} Trouvés par la MEF modèle N°2.....	125
<i>Tableau V.5</i> - Récapitulatif des résultats de la hauteur de la surface de suintement H_{ss} Trouvés par le logiciel plexis pour le modèle N°1.....	135
<i>Tableau V.6</i> - Récapitulatif des valeurs de la hauteur de la surface de suintement H_{ss} : Trouvés par le logiciel plexis pour le modèle N°2	137
<i>Tableau V.7</i> - les valeurs de débit sortant calculée par le logiciel plaxis pour le modèle N°2	147
<i>Tableau V.8</i> - les valeurs de débit entrant calculé par le logiciel plaxis pour le modèle N°2.....	148
<i>Tableau V.9</i> - Comparaison de la surface libre (surface de pression nulle)	150
<i>Tableau V.10</i> -Comparaison les valeurs de la hauteur de la surface de suintement H_{ss}	152
<i>Tableau V.11</i> - Comparaison les résultats de la hauteur de la surface de suintement H_{ss} Modèle N°2	153
<i>Tableau 1annexe 2</i> - valeurs de l'évolution de la surface libre en fonction du temps pour le modèle N°1 (2 ^{ème} cas) $H_1=0,6\text{m}$ et $H_2=0.3\text{m}$ pour un écoulement sans recharge $q=0$	168
<i>Tableau 2 annexe 2</i> - les valeurs de l'évolution de la surface libre $h(\text{m})$ en fonction du temps pour le Modèle N°1(2 ^{ème} cas) $H_1=0,6\text{m}$ et $H_2=0\text{m}$ avec $q=0$	168
<i>Tableau 3 annexe 2</i> - les valeurs de l'évolution de la surface libre pour le modèle N°1(2 ^{ème} cas), $H_1=0,6\text{m}$ et $H_2=0.3\text{m}$ pour un écoulement avec recharge $q=1\text{m/j}$	168
<i>Tableau 4 annexe 2</i> -valeurs de l'évolution de la surface libre en fonction du temps pour le modèle N°1(2 ^{ème} cas) $H_1=0,6\text{m}$ et $H_2=0$ pour un écoulement recharge avec $q=1\text{m/j}$	169

Tableau 5 annexe 2: valeurs de l'évolution de la surface libre (surface de pression nulle) dans le cas Pour le modèle N°1 (1 ^{er} cas) pour un écoulement sans recharge $q=0$	169
Tableau 6 annexe2 - valeurs de l'évolution de la surface libre (surface de pression nulle) dans le cas Pour le modèle N°1 (1 ^{er} cas) pour un écoulement avec recharge $q=1\text{m/j}$	169
Tableau 7 annexe 2 -: l'évolution de la surface libre en fonction de t pour le modèle N°2 cas de De la digue d'un barrage en terre $H_1=6\text{ m}$, $H_2=1.2\text{ m}$ avec $q=0$	175
Tableau 8 annexe 2- l'évolution de la surface libre h(m) en fonction de t pour le modèle N°2 cas de La digue d'un barrage en terre $H_1=6\text{m}$, $H_2=1.2\text{ m}$ avec $q=1\text{m/j}$	175

Listes des principaux symboles et leurs dimensions

μ : Viscosité dynamique	[M/T. L]
ν : Viscosité cinématique	[L ² /T]
ρ_w : Masse volumique ou densité de l'eau	[M/L ³]
γ_w : Poids volumique de l'eau	[M/L ² T ²]
g : Accélération due a la pesanteur	[L/T ²]
k : Perméabilité ou conductivité hydraulique	[L/T]
K : Perméabilité intrinsèque du sol	[L ²]
ρ_d : Densité sèche	[g/Cm ³]
f : Fluidité du fluide	[L ⁻¹ T ⁻¹]
T : Transmissivité	[L ² /T]
Q : Débit d'écoulement	[L ³ /T]
q : Recharge pluviométrique	[cm/s]
t : Temps	[T]
A : Section de l'échantillon normale à la direction de l'écoulement	[L ³]
L : Longueur de l'échantillon	[L]
V : Vitesse de l'écoulement	[L/T]
i : Gradient hydraulique	[-]
A_v : Section transversale de l'échantillon occupée par les vides	[L ²]
η : porosité totale du sol	[-]
η_e : Porosité efficace ou cinématique	[-]
η_d : Porosité du drainage (ou specific yield S_y)	[-]
η_{ret} : Capacité de rétention	[-]
e : Indice des vides	[-]
S : Coefficient d'emmagasinement	[-]
S_s : Coefficient d'emmagasinement spécifique	[L ⁻¹]
S_r : Degré de saturation	[-]
Re : Nombre de Reynolds	[-]

μ_a : Pression de l'air.....	[M/L. T ²]
μ_w : Pression interstitielle	[M/L. T ²]
H : Charge hydraulique	[L]
y : Composante d'élévations	[L]
r : Rayon du tube capillaire	[L]
h_c : Hauteur d'ascension capillaire	[L]
R : Rayon de courbure	[L]
Ψ : Succion totale (KPa)	[M/L. T ²]
K_r : Perméabilité relative	[L/T]
K_s : Perméabilité à l'état saturé	[L/T]
Θ : Teneur en eau.....	[-]
ψ : potentiel capillaire	[-]
C (ψ) : Capacité d'humidité spécifique ou capacité capillaire	[-]
N : Fonction de transformation géométrique de l'élément.....	[-]
N : Fonction d'interpolation	[-]
ΔV_w : Volume d'eau libéré par l'échantillon.....	[L ³]
Δh : Perte de charge.....	[L]
V : Volume total de l'échantillon.....	[L ³]
V_v : Volume des vides	[L ³]
V_s : Volume des grains solides.....	[L ³]
V_g : Volume d'eau libre susceptible d'être drainé par gravité	[L ³]
Ω : Aire du domaine d'écoulement.....	[L ²]
Ω_e : Aire du sous- domaine (élémentaire)	[L ²]
Γ : Frontière du domaine d'écoulement	[L]
Γ_e : Frontière du sous-domaine d'écoulement	[L]
X ; Y ; Z : Coordonnées cartésiennes	[L]
X_i ; y_i : Coordonnées globales.....	[L]
ξ ; η : Coordonnées locales.....	[-]

introduction

générale

INTRODUCTION GENERALE

Les eaux souterraines peuvent avoir des répercussions majeures sur les études techniques et géotechniques. L'étude des eaux souterraines est essentielle dans les travaux de génie civil plus exactement pour les ingénieurs qui construisent des barrages, des tunnels, des aqueducs de transport d'eau (canal), des mines et d'autres ouvrages. Il faut tenir compte de l'eau souterraine dans tous les cas par rapport aux problèmes liés au drainage et infiltration, où la stabilité des pentes est un facteur important, que la pente soit naturelle ou aménagée. L'eau souterraine doit également être prise en compte dans la conception de mesures de lutte contre les inondations. Dans toutes ces situations, l'écoulement de l'eau souterraine et la pression des fluides peuvent créer de sérieux problèmes géotechniques. En hydrologie et environnement, on citera le transport de polluants, la contamination des nappes et le stockage des déchets toxiques.

L'eau souterraine peut causer, par exemple, des instabilités de structure dans les Barrages, ou bien elle peut s'écouler tout autour du barrage comme ce fut le cas au barrage Jerome en Idaho. L'eau s'est infiltrée facilement à travers les formations de roche entourant le réservoir que le barrage ne retenait plus d'eau, même si la conception de sa structure était correcte.

Parmi les objectifs, par exemple, suivre l'évolution de la surface libre de la nappe à travers les intervalles de temps successifs soit pour un écoulement sans recharge $q=0$ et avec recharge pluviométrique $q=1\text{m/j}$ et d'évaluer (estimer) la hauteur de la surface de suintement à travers laquelle l'eau de la nappe sort du système directement en contact avec l'air libre dans un milieu poreux et essayer d'avantage de limiter les écoulements ou les infiltrations à des valeurs acceptables; les pertes dues aux écoulements à travers les digues des barrages en terre et les infiltrations d'eau à travers cette surface au niveau des excavations dans les sous-sol doivent être minimisées.

Traditionnellement, les géotechniciens se sont intéressés aux sols saturés, afin de poser les bases de la mécanique des sols, en utilisant la méthode classique des écoulements à surface libre. Cette méthode est basée sur une approximation, qui représente la surface libre comme une limite imperméable au - dessus de laquelle l'effet de capillarité est entièrement négligé et par conséquent la présence de la zone non saturée est ignorée.

Cependant, les sols non saturés jouent un rôle prépondérant dans plusieurs problèmes de géotechnique et de l'environnement. Freeze (1971) a démontré que l'écoulement à travers les barrages en terre sous des cotes variables du réservoir ne peut être valablement étudié sans la prise en compte de la zone non saturée. L'infiltration dans les nappes des polluants au-dessous des décharges domestiques et industrielles se produit largement dans des conditions non saturées.

Il est donc nécessaire de parvenir à une meilleure compréhension des phénomènes de non saturation, dont la caractéristique principale est le développement, au sein de la structure du sol, de ménisques capillaires entraînant une valeur négative de la pression de l'eau, appelée succion.

Dans le souci de prendre en compte l'effet de capillarité et puisque la méthode des écoulements à surface libre ne peut pas calculer la succion qui se produit dans le milieu non saturé, suite au travail déjà effectué sur la théorie des écoulements saturés et non saturés par (Freeze 1971 ; Dessai et Li 1983 ; Lam et Fredlund 1984 ; Zhang et al.2001) pour résoudre. Un modèle numérique en éléments finis capable d'analyser les écoulements transitoires saturés et non saturés est développé. L'équation non linéaire de richards basé sur le potentiel capillaire ou succion (équation en ψ) a été utilisée. Dans cette modélisation dite : »saturée-non saturée « il n'existe pas de surface libre mais une surface de pression nulle, Dans ce travail, nous avons pris deux exemples pratiques très courants en hydraulique souterraine :

Le premier modèle est le problème de drainage avec un fossé de niveau d'eau variable soit pour un écoulement sans recharge pluviométrique $q=0$ et avec recharge $q=1m/j$, en premier lieu nous avons modélisé par la méthode des éléments finis (programme fortran) et ensuite les résultats trouvés sont comparé à ceux trouvés par le logiciel Plaxis 2D version10. Les résultats sont très concordants avec une erreur qui ne dépasse pas 8%.

Le second est le problème de barrage en terre, traité par la méthode des éléments fini (programme fortran) et par le logiciel Plaxis 2D version10, soumis à deux hauteurs d'eau libre constantes en amont et en aval avec et sans recharge pluviométrique. Ce dernier est un cas d'étude classique connus sous le nom de « problème de Dupuit ». Nous avons appliqué le modèle développé pour suivre l'évolution de la surface libre à travers les intervalles de temps successifs et déterminer la hauteur de la surface de suintement. Finalement la valeur de la surface de suintement trouvée par le logiciel plaxis 2D pour un écoulement sans recharge une fois que le régime permanent est atteint est la même que celle donnée par la formule analytique (l'abaque Polubarinova- Kochina).

Pour atteindre l'objectif visé, le travail sera divisé suivant le plan ci-dessous :

Le **1^{er} chapitre**, présente la théorie des eaux souterraines où les propriétés distinctives des nappes libres et captives sont présentées et les caractéristiques physiques et hydrauliques des sols sont définies. Le concept d'emménagement dans les aquifères est explicité du moment qu'il joue un rôle très important dans les écoulements des eaux souterraines. En suite l'équation générale décrivant les écoulements en milieux poreux est développée et les équations des écoulements dans les aquifères sont alors déduites.

Le **2^{ème} chapitre**, est consacré à la théorie des écoulements saturés et non saturés en milieux poreux où l'accent est mis sur le phénomène d'ascension capillaire. Les techniques expérimentales de contrôle et de mesure de la succion. Un intérêt particulier a été réservé aux caractéristiques hydrodynamiques des sols; c'est à dire essentiellement la courbe de rétention en eau et celle de la conductivité hydraulique en fonction de la teneur en eau ou de la succion, qui sont une condition nécessaire pour la solution de l'équation des écoulements en milieux non saturés. Enfin l'équation de Richards régissant le phénomène des écoulements en milieux non saturés basée sur la variable potentiel de pression a été développée pour être utilisée dans les modèles proposés.

Le **3^{ème} chapitre**, présente les méthodes classique de modélisation en milieux poreux c.-à-d. les différentes approches mathématiques des problèmes d'écoulements à surface libre qui limite la description de l'écoulement à la zone saturée en supposant une variation discontinue de certaines grandeurs physiques. Il est rappelé que la majorité des travaux réalisés dans ce domaine s'intéressent au régime permanent.

Le **4^{ème} chapitre**, c'est l'application de la méthode des éléments finis à l'écoulement en milieux saturés et non saturés. Une équation matricielle du modèle numérique proposé a été développée, en premier lieu, pour résoudre les écoulements combinés saturés et non saturés.

Le **5^{ème} chapitre**, est consacré à la modélisation et l'interprétation des résultats. Pour cela deux exemples pratiques sont simulés numériquement par les modèles proposés,

Ensuite les résultats trouvés par la méthode des éléments finis (programme fortran) sont comparés à ceux trouvés par le logiciel Plaxis 2D version10.

Enfin, la **conclusion générale** rassemble les points importants issus de ce travail

Chapitre I

Approche bibliographique de
l'écoulement des eaux
souterraines

CHAPITRE I

APPROCHE BIBLIOGRAPHIQUE DE L'ÉCOULEMENT DES EAUX
SOUTERRAINES**I.1- Introduction :**

Le sol est un milieu poreux, dynamique et ouvert. Il est l'interface entre le système Atmosphérique et l'aquifère. Sa particularité est que sa teneur en eau, varie en fonction de la Profondeur. On distingue deux niveaux en fonction du niveau de sa saturation en eau :

-une zone saturée en eau où l'eau s'écoule dans le réseau de pores.

-une zone non saturée en eau où l'eau est retenue dans le sol et dont l'écoulement est très Faible à nul. Tous les pores ne sont pas remplis et la capacité de l'eau à s'écouler est Minimale. (Toledo et al, 1990, Van der Hoven et al, 2003).

L'étude des écoulements dans les massifs de sol fait partie d'un domaine de recherche très Vaste, constitué par l'étude des mouvements des fluides dans les milieux poreux. Dans le cas D'une application à la mécanique des sols et des roches, le milieu poreux étudié est un massif De sol naturel (diffusion de polluants, infiltration, écoulement et rabattement de nappe, etc.). La circulation d'un fluide à travers un milieu poreux, ou plus particulièrement, l'eau dans le Sol, peut avoir des répercussions majeures sur les études techniques et géotechnique de L'ouvrage en question.

Alors pour modéliser le comportement d'un écoulement permanent où non permanent, dans un milieu saturé ou non saturé, isotrope et homogène, il est important de définir les Paramètres intervenant dans la constitution de ce modèle.

I.2- Zone non saturée :

La zone non saturée correspond à la partie située au dessous de la surface du sol et au dessus de la nappe phréatique des aquifères (figure I.1). Elle est constituée simultanément, au moins pour une période de temps donnée, de l'air et de l'eau dans les pores. Son épaisseur est très petite voire nulle dans les sols humides, et estimée à des centaines de mètres dans les sols arides ou secs. Elle est conçue comme zone d'activité telle que l'implantation des arbres, construction des différents ouvrages et le dépôt des déchets.

On distingue aussi,

Zone vadose : la zone vadose est la partie du sol qui se trouve au dessus de la nappe phréatique, ou les pores sont partiellement saturés en eau (zone radulaire, vadose intermédiaire) et saturés en eau (zone capillaire). Dans ce cas de figure l'eau est sous pression négative.

Zone capillaire : la zone capillaire est la partie du sol située au dessous de la nappe phréatique et au dessus de la limite de la remontée capillaire, elle est caractérisée par une pression d'eau négative.

I.3- Zone saturée :

La zone saturée correspond à la partie du sol située sous la nappe phréatique (surface libre des aquifères) ou les pores sont complètement remplis d'eau. Elle est caractérisée par une pression d'eau positive.

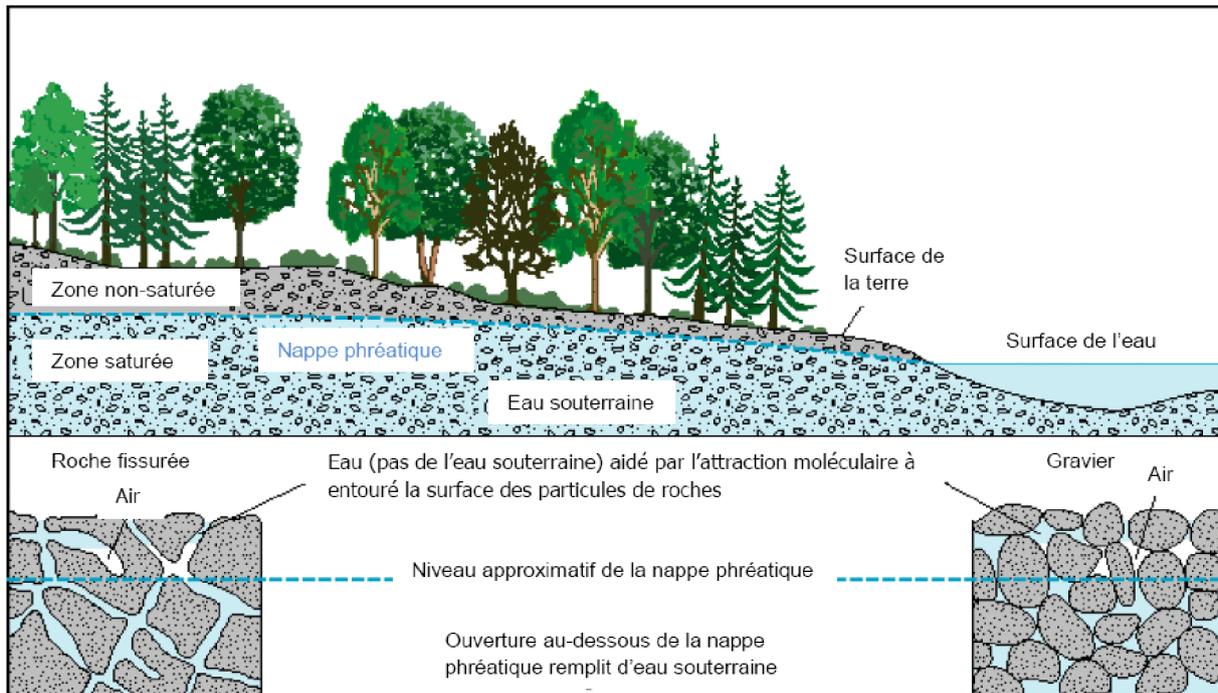


Figure I.1 : Zones saturée et non saturée

I.4 - Les écoulements à surface libre :

I.4.1 - Définition-hypothèse :

D'une manière générale, on appelle surface libre toute limite géométrique du domaine d'écoulement non fixée rigidement, c'est-à-dire, dont la forme dépend du champ $\varphi(x,y,z;t)$ à l'intérieur du domaine.

En pratique, en ce qui concerne les écoulements en milieu saturé, on considère qu'une telle surface ne peut exister qu'à la séparation entre le domaine saturé et le domaine non saturé du milieu aquifère. Cette surface étant physiquement assez floue, on admettra pour en donner une définition mathématique précise que c'est :

Le lieu géométrique des points où la pression (de l'eau) est nulle par (rapport à la pression atmosphérique).

On remarquera que la **surface libre n'est pas obligatoirement une ligne de courant.**

De plus dans les théories classiques, on admet :

-que la hauteur capillaire est négligeable.

-que la saturation ou la désaturation du terrain est instantanée et intéresse uniquement la porosité efficace.

I.5 - Écoulement permanent et transitoire :

Dans un système stationnaire, il n'y a pas d'évolution temporelle des variables d'état. Le système sol est traversé par un flux d'eau constant, et semble ne subir aucune modification. Ce cas correspond à l'état d'équilibre dynamique du sol. Dans les conditions naturelles, l'écoulement est transitoire ce qui signifie que les flux d'eau varient dans le temps et l'espace. En régime transitoire dans le cas simplifié où la dynamique de la phase liquide peut être traitée indépendamment des autres phases.

I.5.1- Cas du régime permanent :

Lorsque la cote de la surface ne varie pas dans le temps, le mouvement de celle-ci est stationnaire alors, l'écoulement est dit **permanent**. Le problème de surface libre stationnaire est sans doute le plus étudié dans les aspects théoriques d'existence et d'unicité de la solution.

Dans ce cas, la frontière correspondant à l'équi-pression nulle (surface libre) est encore une frontière à flux nul. Cela veut dire, du fait de la permanence de cette condition, que c'est une ligne de courant. Cette double condition de la charge et du flux sur une même frontière ne constitue pas une surdétermination mathématique puisque cette frontière est une inconnue du problème.

I.5.2- Cas du régime transitoire :

Dans les conditions naturelles, le flux d'eau dans la zone non saturée des sols n'est pas stationnaire mais varie en temps et en espace. Le flux d'eau q , la teneur en eau volumique θ , et le potentiel de l'eau Ψ sont étroitement liés. La relation entre ces trois quantités doit satisfaire les principes de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie.

I.6- Classification et définitions des aquifères :

I.6.1- Aquifère

Un aquifère est une unité géologique **saturée** au moins en partie en eau, et constitué de matériaux suffisamment perméables pouvant transmettre et capter des quantités significatives d'eau d'une nappe souterraine sous des gradients hydraulique ordinaires ou faible.

Autrement dit, un aquifère est une unité géologique capable de fournir des quantités d'eau économiquement avantageuses. Les ensembles géologiques considérés comme aquifère varient selon le contexte et la disponibilité de formations perméables dans une région donnée. Normalement les formations considérées comme des aquifères sont formés de matériaux dont la conductivité hydraulique excède 10^{-7} m/s.

I.6.2- Couche de confinement :

Une couche de confinement est une unité géologique de faible ou de très faible conductivité hydraulique (inférieure à 10^{-7} m/s). Ces couches sont subdivisées généralement en aquifuges, aquitards, et aquicludes.

-Aquifuges, Un aquifuges est une unité absolument imperméable ne contenant pas d'eau et ne permettant pas l'écoulement. Ce terme est plutôt conceptuel et correspond à assez peu de situation réelle.

-Aquiclude, est une unité géologique saturée incapable de fournir ou transmettre des quantités significatives d'eau sous le gradient hydraulique ordinaire.

-Aquitard, est une unité géologique peu perméable du point de vue de l'utilisation économique de l'eau, mais suffisamment perméables pour qu'on les considère dans des études hydrogéologiques.

Des vrais aquicludes sont très rares. Dans la majorité des cas, il s'agit d'aquicludes. Ainsi, on fait plutôt référence seulement aux aquifères et aquitards.

I.6.3 -Types d'eau souterraine :

Il existe deux grands types de nappes souterraines selon la perméabilité du toit de la nappe.

I.6.3.1- Nappes libres :

Les nappes libres se situent dans un réservoir dont le toit est perméable pour permettre l'arrivée d'eau, et la base imperméable pour la retenir dans le réservoir. De ce type de nappe naissent trois types de sources :

I.6.3.1a - Sources d'émergence :

Les sources d'émergence sont issues de nappes libres et naissent au moment où la surface de la nappe d'eau souterraine rencontre la surface du sol. L'écoulement dans la nappe permet à l'eau de s'écouler à l'extérieur de l'aquifère (réservoir) voir la figure I.2 ci-dessous.

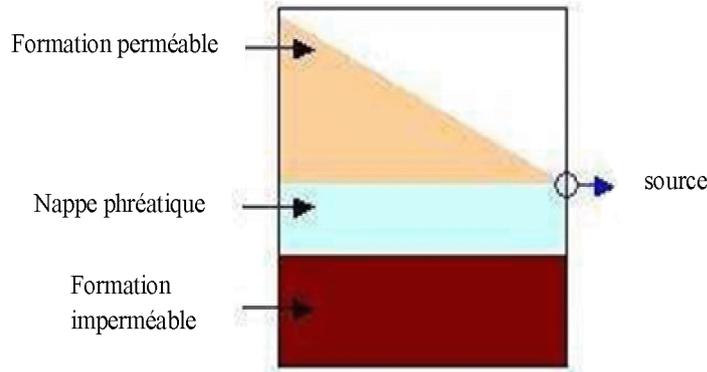


Figure I.2 : Sources d'émergence

I.6.3.1b - Sources de déversement :

Les sources de déversement se produisent lorsque la base imperméable de l'aquifère rencontre la surface du sol. L'eau souterraine continue alors son écoulement sur la surface du sol voir la figure I.3 ci-dessous.

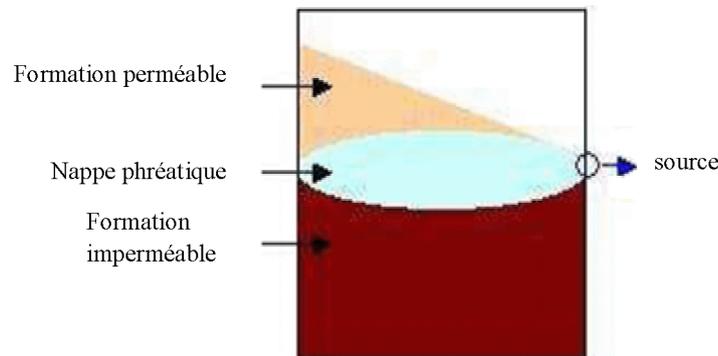


Figure I.3 : Sources de déversement

I.6.3.1c - Source de débordement :

Les eaux de nappe libre, située en dessous d'une formation perméable, passent sous une formation imperméable. Au contact de ce changement de perméabilité du toit de la nappe, se crée une source par débordement. Toutes les eaux ne peuvent plus s'écouler sous la nouvelle formation géologique, il y a un trop plein et donc débordement voir la figure I.4 ci-dessous.

Les nappes libres se caractérisées principalement par la présence d'une surface libre et possèdent donc des zones saturée, non saturée. L'écoulement dans les nappes libres se fait en trois dimensions parce que les composantes d'écoulement verticales sont importantes en plus

des composantes horizontales. La capacité d'emmagasinement dans les nappes libres reliée à la porosité de drainage. L'alimentation des nappes libres se fait principalement par l'infiltration à partir de la surface sur toute l'étendue de la nappe. Les nappes libres sont très vulnérables à la contamination à partir de source situées à la surface du sol car elles ne sont pas protégées par des couches imperméables.

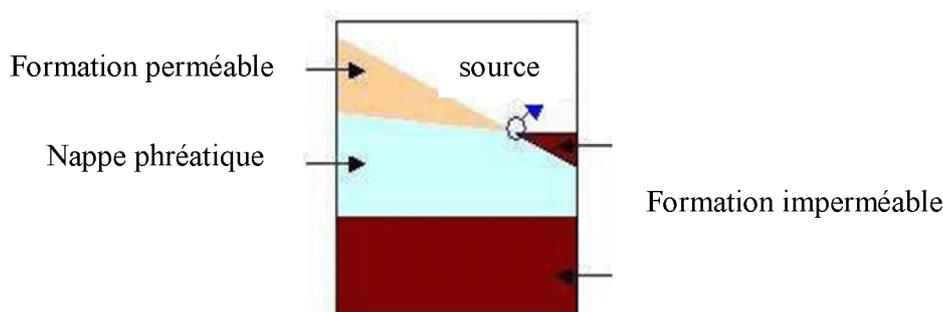


Figure I.4 : Sources de débordement

I.6.3.2- Nappes captives :

Les nappes captives se situent dans un réservoir dont le toit et la base sont imperméables. L'eau est "emprisonnée" entre les deux formations. Elle subit une pression égale à la colonne de terrain située au dessus. Lors d'un forage, le niveau de la nappe peut remonter au-dessus de la surface du sol et jaillir. Ce phénomène est appelé **artésianisme**. Lors du forage l'eau se trouve libérée de la formation imperméable qu'elle avait au-dessus d'elle. Elle ne subit plus la pression des terrains au-dessus mais uniquement la pression atmosphérique, ce qui explique qu'elle jaillit. Des sources artésiennes peuvent naître de ce type de nappe.

L'écoulement dans les nappes captives est surtout horizontal et se fait donc en deux dimensions et parfois même linéairement lorsque la formation géologique constituant la nappe captive est confinée latéralement de deux cotés. L'épaisseur des nappes captive demeure constante mais leur capacités d'emmagasinement est réduite et contrôlée par la compressibilité de l'eau et de la formation. La recharge des nappes captives se fait par drainage à travers les unités confinées sus-jacentes. Les nappes captives sont peu vulnérables (**sensibles**) à la contamination à partir de la surface grâce à la protection offerte par les unités peu perméable sus-jacentes.

I.6.3.2a- Source artésienne :

Le réservoir d'eau est compris entre deux formations imperméables. L'eau subit une pression égale à la colonne de terrain située au-dessus. Elle va ressortir au niveau d'une faille ou d'une rupture dans la roche imperméable voir la figure I.5 ci-dessous.

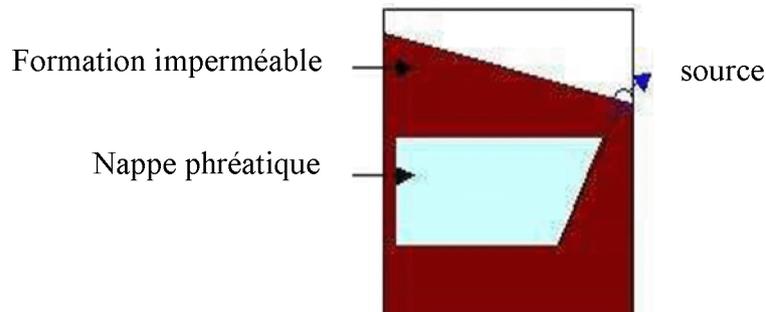


Figure I.5 : Sources artésienne

Il faut faire une distinction entre la signification de la **surface libre** par rapport à la **surface piézométrique** (ou potentiométrique). La **surface libre** correspond au niveau où la pression de fluide est égale à la pression atmosphérique à l'intérieur de l'unité perméable formant une nappe libre. C'est donc une **surface isobare** (à pression constante) qui existe réellement dans l'aquifère. La présence d'une surface libre exige que la formation aquifère soit en contact avec l'atmosphère.

La **surface piézométrique** n'est pas une surface existant réellement dans l'aquifère, c'est une surface imaginaire idéale indiquant la valeur de la charge hydraulique au sommet de l'aquifère et sa distribution de en plan. Ainsi, la pression d'eau dans les nappes libres suit un profil hydrostatique à partir de la surface libre qui est à pression atmosphérique. Au contraire, l'eau dans les nappes captives est toujours maintenue à une pression supérieure à la pression atmosphérique. Ceci fait que l'eau remonte au-dessus de la limite supérieure des nappes captives lorsqu'un puits les pénètre.

Au niveau régional, les systèmes d'écoulement sont décrits à l'échelle des bassins hydrologiques. L'écoulement peut être constitué de **système locaux, intermédiaires et régionaux**, dans lesquels l'eau est en circulation pour des périodes qui peuvent être courtes ou s'étendre jusqu'à des centaines d'années. L'écoulement régional est caractérisé par des zones d'alimentation où se fait la recharge, des zones de transition où l'eau est simplement

Transférée latéralement, et des zones d'émergence où l'eau souterraine retourne à la surface, le plus souvent dans les cours d'eau.

Ces différentes zones sont caractérisées par des gradients hydrauliques différents :
Les gradients hydrauliques sont généralement vers le bas dans les zones d'alimentation, horizontaux dans les zones de transition et vers le haut dans les zones d'émergence.
Les zones d'émergence sont également caractérisées par la présence de puits jaillissants souvent dits artésiens.

Indépendamment du milieu géologique de l'aquifère, trois classes d'aquifères se distinguent selon le type de nappe phréatique qu'ils contiennent.

- un aquifère non-confiné contient une nappe libre, cas d'un écoulement gravitaire ;
- un aquifère non-confiné contient une nappe captive, cas d'un écoulement artésien et ;
- un aquifère semi-confiné contient une nappe semi-captive.

Un aquifère non-confiné (figure I.6) se caractérise par une couche à perméabilité élevée qui affleure à la surface du terrain et s'étend jusqu'à la limite inférieure de l'aquifère. La nappe qu'il contient est libre et se recharge par l'infiltration verticale des eaux de surface (Todd, 1980 ; Banton et Bangoy, 1999). Trois facteurs contrôlent la quantité d'eau contribuant à la recharge (Fetter, 1994).

- la quantité d'eau météorique disponible pour la recharge ;
- la conductivité hydraulique verticale des dépôts de surface et des autres couches situées au-dessus du toit de la nappe et ;
- la transmissivité et le gradient hydraulique utilisés pour déterminer la quantité d'eau provenant de l'infiltration. Dans ce type d'aquifère, l'élévation du toit de la nappe phréatique varie dans l'espace et dans le temps.

Un type particulier de nappe contenue dans un aquifère non-confiné est la nappe perchée (figure I.6) qui est retenue par une lentille imperméable qui, située à l'intérieur d'un aquifère non-confiné, retient une partie de la recharge. Cette nappe s'écoule ensuite par les bordures de la couche imperméable ou par infiltration verticale vers le bas au travers de cette couche pour rejoindre la nappe principale de l'aquifère.

Un aquifère semi-confiné se caractérise par une couche de surface aquiclude. La recharge de la nappe se fait verticalement lorsque la couche aquifère rejoint la surface et/ou par infiltration verticale à travers la couche aquiclude, de la même façon que pour les aquifères confinés.

Une nappe captive remplit complètement et à saturation situé sous une couche Aquitard (figure I.6). La recharge s'effectue verticalement lorsque l'aquifère apparaît en surface et/ou par percolation très lente à travers la couche aquiclude. Lorsqu'il y a des zones de recharge où l'aquifère apparaît en surface, la recharge est contrôlée par les trois même facteurs que pour la recharge d'une nappe libre. L'élévation du toit de la nappe phréatique peut se trouver plus élevée que la limite supérieure de l'aquifère. Alor la nappe est soumise à des conditions artésiennes. Ces conditions sont moins fréquemment rencontrées dans les climats arides où la quantité d'eau disponible à la recharge potentielle est moindre. De ce fait le niveau du toit de la nappe est moins élevée (Fetter, 1994).

L'écoulement dans la couche « sandwichée » est appelé écoulement mixte (ou artésien gravitaire) si le niveau d'eau dans l'aquifère est à une élévation à certains endroits inférieure à l'élévation du contact entre l'aquifère et la couche peu perméable supérieure, et à certains endroits supérieure à ce contact.

Il est possible de trouver dans la littérature la dénomination « aquifères partiellement confinés ». Il s'agit, dans ces cas, d'une couche perméable sous-jacente à une couche moins perméable mais capable de fournir une quantité d'eau non négligeable dans certains cas ou à certaines périodes de l'année.

Si la surface piézométrique (la ligne imaginaire reliant les hauteurs d'eau dans tous les piézomètres installés en ligne) d'un aquifère se situe au-dessus de la surface naturelle du terrain, tout puits installé dans cette région sera un puits artésien jaillissant (pas besoin de pompe).

La classification conventionnelle discrimine les aquifères selon le type de porosité et le degré de confinement. Ces classifications considèrent de grands ensembles géologiques mais n'intègrent pas les différents faciès sédimentaires pour les dépôts meubles, ni les caractéristiques des réseaux de fractures pour les massifs rocheux.

Une classification basée sur les particularités géologiques influençant l'écoulement de l'eau Souterraine est un outil de base à l'estimation de l'aire d'alimentation d'un ouvrage de captage.

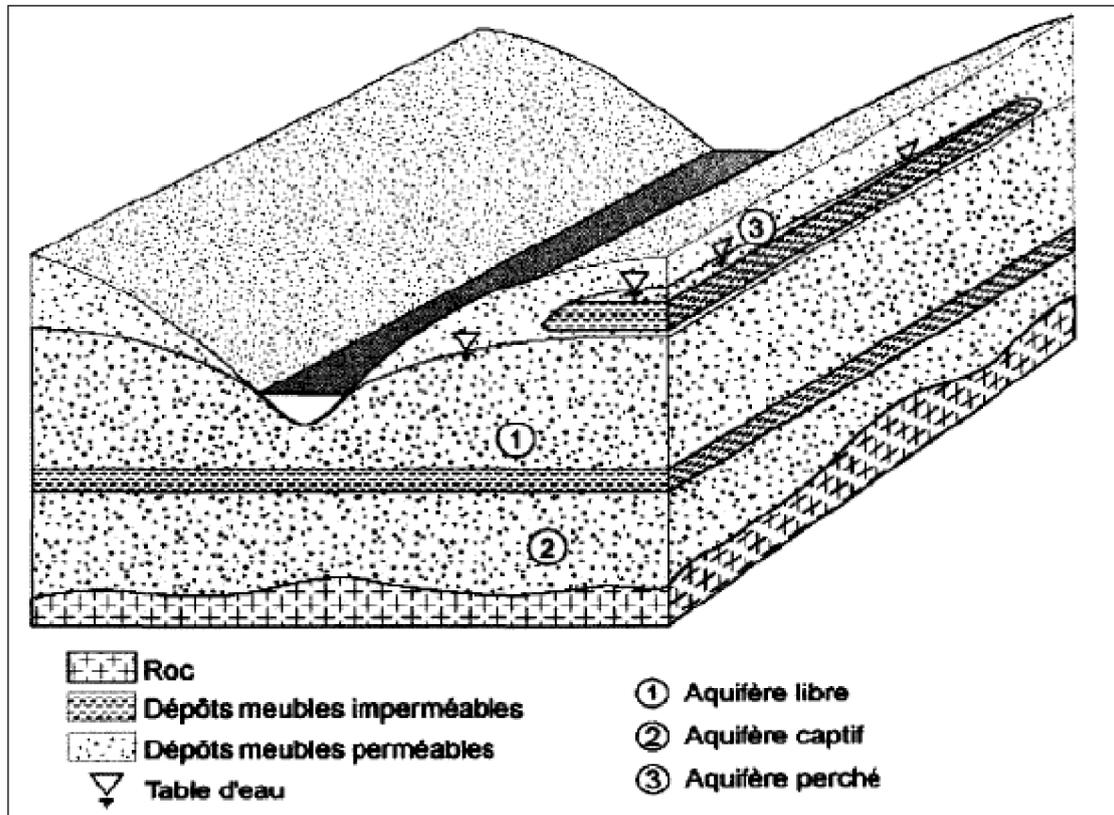


Figure I.6 : Types d'aquifère classifiés d'après leur degré de confinement (tirée de Verreaultetal, 2006)

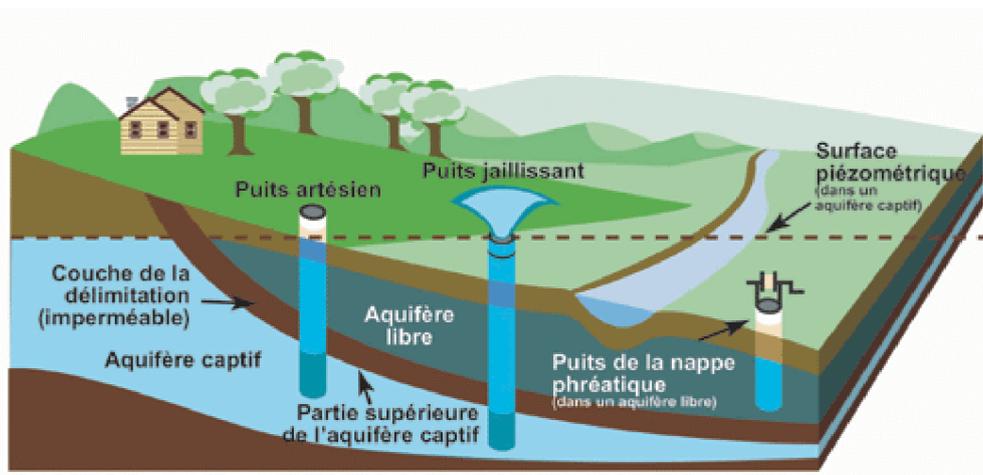


Figure I.7 : Autre schéma de classification des aquifères

I.7 - Caractéristiques physiques du sol :

Pour avoir un bon modèle de simulation d'un écoulement, on doit définir les principales propriétés et caractéristiques des sols saturés ou non saturés, qui constituent des données paramétriques dans l'étude de modélisation, pour ce faire, on choisit alors, un volume élémentaire du sol tel que montré à la figure I.8

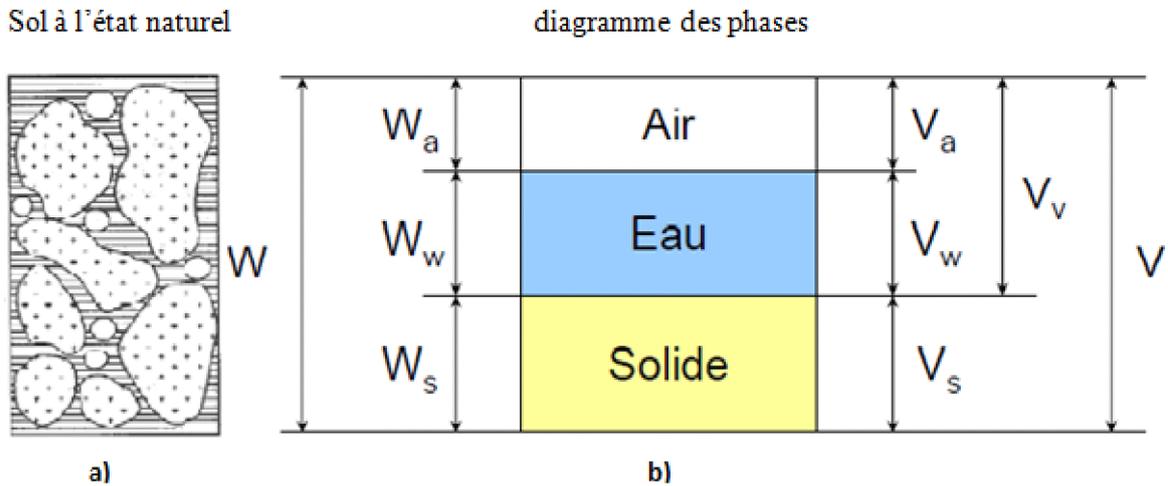


Figure I.8: schéma d'un volume élémentaire de sol, poids et volume des différentes phases
a) Volume élémentaire du sol, b) élément séparé en phase : solide, liquide, air

I.7.1- viscosité de l'eau :

Dans le cas d'un écoulement laminaire, les filets liquides glissent entre eux et la résistance au glissement est liée à la viscosité dynamique.

I.7.1.a- Viscosité dynamique :

Si on considère dans le cas d'un écoulement laminaire, deux couches contigües (mitoyen) distantes de dx . La force de frottement F qui s'exerce à la surface de séparation de ces deux couches s'oppose au glissement d'une couche sur l'autre. Elle est proportionnelle à la différence de vitesse des couches soit dv , à leur surface S et inversement proportionnelle à dx .

Par conséquent, cette force de frottement est liée à un facteur de proportionnalité appelé **coefficient de viscosité dynamique**

$$F = \mu \frac{dv}{dx} \quad (I.1)$$

Où

F : c'est la résistance au glissement

μ : C'est la viscosité dynamique

dv : C'est la variation de la vitesse d'écoulement

dx : C'est la variation de la distance normale à la direction de l'écoulement

I.7.1.b - Viscosité cinématique :

La viscosité cinématique est le rapport du coefficient de viscosité dynamique et la masse volumique de l'eau

$$\mathbf{v} = \frac{\mu}{\rho_w} \quad (I.2)$$

Avec :

v : C'est la viscosité cinématique

μ : C'est la viscosité dynamique

ρ_w : C'est la masse volumique ou densité de l'eau

Le sol peut être considéré comme un système hétérogène complexe composé de trois phases : la phase solide matérialisée par les particules du sol, la phase liquide constituée notamment par l'eau et la phase gazeuse représentée essentiellement par l'air (Hillel 1988). Lorsque la phase gazeuse est absente, le milieu considéré est saturé ; c'est le cas des nappes d'eau souterraines.

I.7.2- Porosité :

D'une manière générale, la porosité d'un sol est définie comme étant sa capacité à l'état solide à se laisser pénétrer par un fluide, appelée : **capacité d'absorption**, elle est dépendante de l'importance du pourcentage des vides que contient le sol, dans la présente étude le fluide cité est assimilé à l'eau sous sa forme liquide. Par ailleurs, et vu l'importance de ce paramètre de porosité dans la texture des sols et selon le phénomène qui intéresse la présente étude, on distingue,

I.7.2.a- la porosité géométrique, ou porosité totale η :

Elle permet de connaître l'importance des vides c'est-à-dire de savoir si le sol est dans un état lâche ou serré. Elle est définie comme étant le rapport du volume des vides, V_v , accessible à l'eau et l'air au volume total apparent, V , du sol, la porosité est toujours inférieure à 1, elle peut aussi être exprimée en pourcentage.

$$\eta = \frac{V_v}{V} \quad (I.3)$$

I.7.2.b- l'indice des vides, e :

Les sollicitations aux quelles sont soumis les sols produisent des variations du volume des vides V_v qui entraînent des variations du volume apparent V , aussi préfère-t-on souvent rapporter le volume des vides non pas au volume apparent de l'échantillon mais au volume des particules solides V_s , lequel peut être considéré comme invariant. On définit alors l'indice des vides, noté e , dont la signification est analogue à celle de la porosité, comme le rapport du volume des vides, sur le volume de la phase solide

$$e = \frac{V_v}{V_s} \quad (I.4)$$

Comme le volume total est la somme du volume des vides et du volume de solide, on peut écrire :

$$e = \frac{\eta}{(1-\eta)} \quad \text{Et} \quad \eta = \frac{e}{(1+e)}$$

I.7.2.c- La porosité efficace η_e ou porosité cinématique :

La porosité efficace est celle qui occupée par l'eau qui s'écoule, la définition exacte de la porosité efficace est le rapport du volume d'eau qui extrait par gravité V_g sur le volume total V .

$$\eta_e = \frac{V_g}{V} \quad (I.5)$$

La porosité cinématique est proche de la porosité efficace mais diffère par sa définition : c'est le rapport de la vitesse d'écoulement de l'eau sur la vitesse de Darcy (calculée suivant la loi de Darcy).

I.7.2.d- La porosité de drainage η_d , noté aussi S_y (specific yield) :

Elle est définie comme étant la fraction de la porosité correspondante à un écoulement rapide. Le plus souvent la porosité de drainage est assimilée à la porosité efficace, et ce à cause de la difficulté, dans la pratique, de différencier l'une de l'autre, leur complémentaire par rapport à la porosité totale est nommé capacité de rétention capillaire (De Marsily, 1981).

I.7.2.e - La capacité de rétention η_{ret} :

Elle est définie comme étant la différence entre la porosité totale et la porosité de drainage, représentant la partie du volume des vides non drainés. Elle est exprimée par la relation,

$$\eta_{ret} = \eta - \eta_d \quad (I.6)$$

I.7.3- Degré de saturation S_r :

Le degré de saturation d'un échantillon de sol indique dans quelle proportion les vides sont remplis par l'eau. Il est défini comme le rapport du volume de l'eau V_w au volume des vides V_v . Il est exprimé par la relation.

$$S_r = \frac{V_w}{V_v} \quad (I.7)$$

Où S_r : C'est le degré de saturation

V_w : C'est le volume d'eau

V_v : C'est le volume des vides

Le degré de saturation peut varier de 0% (sol sec) à 100% (sol saturé)

I.7.4 - Teneur en eau (volumique) Θ :

La teneur en eau volumique est définie comme étant le rapport du volume d'eau V_w contenu dans le sol sur le volume total V de celui-ci.

$$\Theta = \frac{V_w}{V} \quad (I.8)$$

Où Θ : C'est la teneur en eau volumique

V_w : C'est le volume d'eau

V : C'est le volume total

La teneur en eau volumique est liée au degré de saturation par la relation :

$$\Theta = \eta S_r \quad (I.9)$$

I.7.5 - Conductivité hydraulique et perméabilité intrinsèque :

La perméabilité ou conductivité hydraulique d'un milieu poreux correspond à son aptitude à se laisser traverser par l'eau sous l'effet d'un gradient de pression. Autrement dit, un matériau est perméable s'il permet le passage d'un fluide par écoulement, c'est-à-dire sous l'action de forces extérieures.

Un matériau est dit poreux s'il contient des interstices ; des vides sans matériaux. Les vides peuvent être discontinus, en partie discontinus et en partie continus, ou pratiquement tous les vides peuvent être continus ; cas où le matériau est formé de particules distinctes. Pour que le matériau soit perméable, une partie au moins des vides doit être continue.

De nombreux auteurs ont proposé des formules ont proposé des formules reliant la perméabilité à la porosité du milieu ainsi qu'à sa granulométrie. Parmi ces formules empiriques on peut citer (reddi 2003).

I.7.6 - Relation entre la perméabilité et la porosité :

L'évolution de la perméabilité est très sensible à la porosité. En effet la perméabilité dépend du nombre, de la géométrie, de la taille et surtout de l'inter connectivité des vides laissés entre les grains. La perméabilité diminue avec la porosité.

La formule empirique la plus connue pour relier la perméabilité à la porosité est celle de

I.7.6.a-Koseny-Carman:

$$k = C_s \frac{1}{\mu S_0^2} \frac{e^3}{1 + e} \quad (\text{I. 10})$$

Où

S_0 : C'est la surface exposée au fluide par unité de volume du milieu solide

C_s : C'est une constante décrivant la forme irrégulière des pores

I.7.6.b –Hazen:

$$k = 100(d_{10})^2 \quad (\text{I.11})$$

Où

d_{10} : R représente le diamètre efficace des grains.

(La formule I.11 est valable pour les sols sableux)

I.7.6.c - Caza grande :

$$k = 1.4K_{0.85}e^2 \quad (\text{I. 12})$$

Où

$K_{0.85}$: Représente la perméabilité correspondante à un indice des vides $e=0.875$.

I.7.6.d –Terzaghi:

$$k = \frac{C(n - 0.13)^2}{\mu \sqrt[3]{1 - n}} (d_{10})^2 \quad (\text{I.13})$$

Où C : C'est un coefficient qui dépend de l'uniformité des grains

μ : C'est la viscosité dynamique

I.7.6.e – Schlichter:

$$k = C(d_{10})^2 \eta^{3.3} \quad (\text{I.14})$$

I.7.6.f –Bakhmetef:

$$k = C(d_{10})^2 \eta^{4/3} \quad (\text{I.15})$$

I.7.6.g - Bretjinski (pour les sables) :

$$\eta = 0.117 \sqrt[7]{k} \quad (\text{I.16})$$

Où k est en mètre par jour (m/j)

Les formules empiriques données ci-dessus conduisent à des résultats assez comparables à ceux obtenus par la formule de Hagen-poiseuille :

$$k = \frac{\gamma_w d^2}{\mu 32} \quad (\text{I.17})$$

Où $\gamma_w = \rho_w g$ est le poids volumique de l'eau

g : C'est l'accélération due à la pesanteur

On peut déduire, à partir de ces expressions, que le coefficient de perméabilité k, qui définit les propriétés physiques du sol du point de vue filtration, dépend de la structure et de la texture du sol, de la forme et de la dimension des grains, de leur constitution pétrographique et de leur assemblages.

On définit aussi la perméabilité intrinsèque qui est liée la conductivité hydraulique par la formule suivante :

$$K = k \frac{\mu}{\gamma_w} \quad (\text{I.18})$$

Où K : est la perméabilité intrinsèque

k : Est la perméabilité (ou conductivité) hydraulique

μ : Est la viscosité dynamique

La perméabilité ou conductivité hydraulique k est une vitesse de diffusion qui indique la résistance d'un sol à l'écoulement d'un fluide. Ce coefficient dépend de la structure et de la composition du sol et des propriétés du fluide. La perméabilité intrinsèque K , simplement appelée perméabilité, ne dépend que des propriétés du sol, en théorie et parfois en pratique, on peut dissocier la conductivité hydraulique en deux facteurs, la **perméabilité intrinsèque** du sol et la **fluidité** du fluide.

$$k = K \cdot f \quad (\text{I.19})$$

Où K : C'est la perméabilité intrinsèque du sol

f : C'est la fluidité du fluide

La fluidité est inversement proportionnelle à la viscosité dynamique et exprimée comme suite

$$f = \frac{\gamma_w}{\mu} \quad (\text{I.20})$$

La perméabilité intrinsèque est la capacité d'un milieu à transmettre un fluide. Elle dépend des propriétés du milieu seul. On la dénomme aussi perméabilité spécifique ou physique car elle ne dépend que de la structure ou de la géométrie du milieu poreux (distribution de la taille des pores, leur connectivité, etc.) et non du fluide se déplaçant dans les pores. La conductivité hydraulique est donc une fonction à la fois des caractéristiques géométriques du milieu et des caractéristiques du fluide.

K (perméabilités intrinsèques) a les dimensions d'une surface, exprimée en m^2 ou cm^2 ; K est très faible d'où l'emploi du darcy ($1\text{Darcy}=10^{-12} \text{ m}^2$) qui est adopté par les hydrogéologues et les pétroliers car les propriétés du fluide sont susceptibles de varier considérablement. Par contre, dans le cas des travaux de génie civil et d'hydraulique souterraine on utilise le plus souvent le coefficient de perméabilité de Darcy k , qui a les dimensions d'une vitesse $[\text{L}/\text{T}]$, au lieu de la perméabilité intrinsèque K , du fait que le liquide

filtrant est l'eau et sa fluidité f , ne dépend que de la température. Une chute de température de 30°C à 5°C engendre une réduction de la perméabilité de 50% (costet et sanglerat, 1981). Cette réduction peut être constatée dans les nappes superficielles, par exemple les nappes alluvionnaires, lors des variations climatiques saisonnières entre l'hiver et l'été. D'où la non validité de l'hypothèse de l'isothermie du milieu poreux pour ce type de nappes.

I.7.7- Transmissivité :

La transmissivité T [L^2/T] d'un aquifère représente, tout comme la conductivité hydraulique, la capacité d'un aquifère à permettre l'écoulement horizontale de l'eau sur toute son épaisseur. Dans le cas d'un aquifère supposé homogène et possédant une valeur unique de conductivité hydraulique, la transmissivité sera uniquement le produit de la conductivité hydraulique k [L/T] par l'épaisseur saturée b [L] de l'aquifère.

$$T = k \cdot b \quad (I.21)$$

Où T : C'est la transmissivité

k : C'est la perméabilité (conductivité hydraulique)

b : C'est l'épaisseur d'un aquifère saturée

Si l'aquifère est plutôt constitué de n couche multiple, la transmissivité totale T est la somme des transmissivité T_i de chacune des couches.

$$T = \sum_{i=1}^n T_i \quad (I.22)$$

I.7.8- coefficient d'emmagasinement S :

Le coefficient d'emmagasinement S est défini comme le volume d'eau $V_w [m^3]$ libéré ou emmagasiné à travers une surface $A [m^2]$ d'aire égale à l'unité pour une unité de variation de la charge hydraulique $\Delta h [m]$ normale à cette surface. Il est désigné par le symbole S , sans dimension.

$$S = \frac{V_w}{A \Delta h} \quad (I.23)$$

Le coefficient d'emmagasinement des zones captives dépend de l'élasticité des sols et de l'eau, et sa grandeur est de l'ordre de 10^{-4} à 10^{-6}

Le coefficient d'emmagasinement des nappes libres équivaut en pratique à la porosité efficace (celle des pores ouverts) du sol. Car dans une nappe libre les effets de l'élasticité du sol et de l'eau sont généralement négligeable.

Il faut ici faire attention au fait que les pores trop petits ne jouent aucun rôle dans la porosité efficace. Car dans ce cas les forces de rétention sont supérieures au poids de l'eau. Pour les sables, cette porosité efficace est de l'ordre de 0,1 à 0,2.

La figure I.9 illustre ce concept pour les nappes captives et libres. Dans le cas d'une nappe libre, un abaissement unitaire de charge hydraulique provoque le drainage de l'eau sur un mètre de formation. **La porosité de drainage η_d** représente la proportion d'eau pouvant être drainée d'un volume unitaire de formation. Le volume d'eau V_w produit par l'abaissement de la nappe sera donc égal au produit de la porosité de drainage par le volume drainé,

($V_w = \eta_d \cdot V$). Ce volume drainé est égale au produit de la hauteur drainée de la formation, soit l'abaissement de la charge hydraulique Δh , par l'air A, le volume d'eau produit est donc :

$$V_w = \eta_d \cdot V \cdot A \tag{I.24}$$

En substituant cette dernière expression dans la définition du coefficient d'emmagasinement, on obtient pour une nappe libre le coefficient d'emmagasinement S est égal à la porosité de drainage η_d :

$$S = S_y = \eta_d \tag{I.25}$$

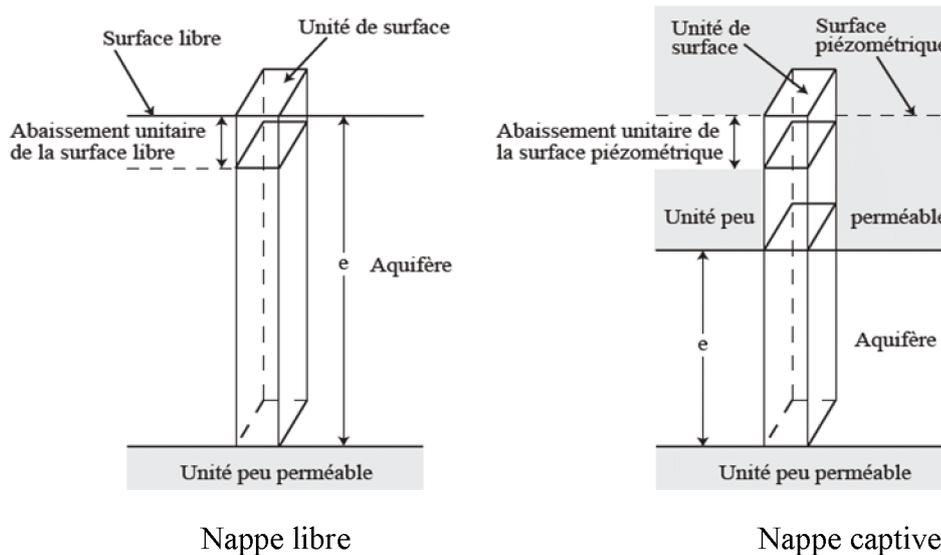


Figure I.9 : concept d'emmagasinement dans les aquifères captifs et libre (Ferris et al, 1962)

Le coefficient d'emmagasinement pour les nappes libres est souvent désigné par la notion S_y d'après le terme « specific yield » souvent utilisé pour décrire cette propriété.

Le traitement précédent néglige l'effet de la compressibilité de l'eau et de l'aquifère qui produit peu d'eau relativement au drainage de l'aquifère. Le coefficient d'emmagasinement pour les nappes libres prend généralement des valeurs entre 0,02 et 0,30

I.7.9- coefficient d'emmagasinement spécifique :

Le coefficient d'emmagasinement spécifique S_s , donne le volume d'eau libéré par un volume unitaire de matériau pour une baisse unitaire d'une charge hydraulique (la charge hydraulique est définie par la suite).

Son unité est L^{-1} . Le coefficient d'emmagasinement total d'un aquifère S est le produit du coefficient d'emmagasinement spécifique du matériau par l'épaisseur b de l'aquifère.

$$S = S_s \cdot b \quad (I.26)$$

Le coefficient d'emmagasinement spécifique $S_s [L^{-1}]$ a été défini pour estimer le rendement d'un aquifère. Représente le volume d'eau $V_w [L^3]$ que peut produire une unité de volume d'aquifère $V [L^3]$ lorsque soumis à un changement unitaire de charge hydraulique $\Delta h [L]$:

$$S_s = \frac{V_w}{V \cdot \Delta h} \quad (I.27)$$

Ou V_w : c'est le volume d'eau récupéré.

V : c'est le volume de l'aquifère.

Δh : C'est le rabattement du niveau piézométrique.

La capacité d'emmagasinement des nappes captives est faible. L'emmagasinement spécifique S_s à des valeurs de l'ordre de moins que $10^{-4} m^{-1}$ tandis que le coefficient d'emmagasinement S est normalement de l'ordre de moins que 5×10^{-3} .

Dans un aquifère à nappe libre, le coefficient d'emmagasinement spécifique S_s , correspond à la porosité utile. On récupère toute l'eau par la force gravitaire (ou par pompage). Pour un aquifère captive non pompée, l'abaissement du niveau piézométrique se fait uniquement par exclusion de l'eau, elle-même contrôlée par l'élasticité des grains constituant l'aquifère et celle de l'eau. Les modules d'élasticité étant faibles le volume d'eau récupéré est alors bien plus faible que dans le cas d'une nappe libre.

I.8 - Hétérogénéité homogénéité et isotropie anisotropie :

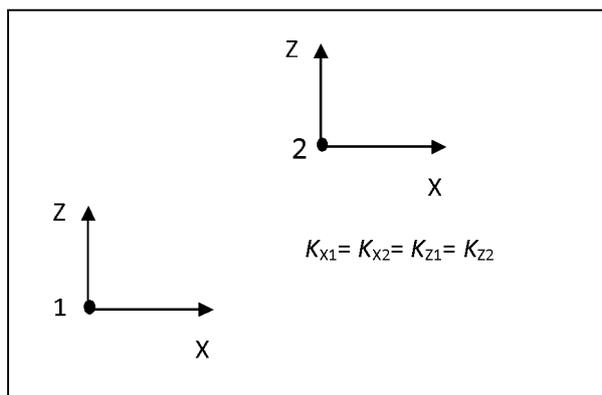
La variabilité spatiale de la conductivité hydraulique k dépend de deux facteurs : la porosité et l'orientation de l'écoulement.

Les termes **homogénéité** et **hétérogénéité** sont utilisées pour se référer à la position dont dépend k . Similairement les termes **isotropie** et **anisotropie** font référence à l'orientation dont dépend k .

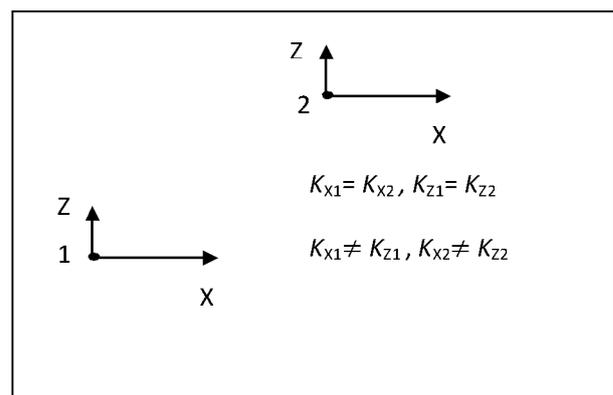
Si k est indépendante de la position dans le domaine d'écoulement considéré, le sol est homogène par rapport à k ; dans le cas contraire, il est hétérogène.

Similairement, si k est indépendante de la direction de l'écoulement, le sol est dit **isotrope** (dont les propriétés physique sont identiques dans toutes les directions) par rapport à k , si non il est **anisotrope** par rapport à k . **L'hétérogénéité** implique que la conductivité hydraulique k varie dans un système de coordonnées cartésiennes, et **l'anisotropie** implique que k varie avec les coordonnées angulaires (Reddi 2003). Autrement dit et dans un contexte générale, un milieu est dit isotrope lorsque ses caractéristiques physique (perméabilité, granulométrie en particulier) sont constantes dans les trois directions de l'espace. La **figure I.10** montre la variabilité spatiale de k en fonction de ces deux facteurs

Homogène, isotropique



Homogène, anisotropique



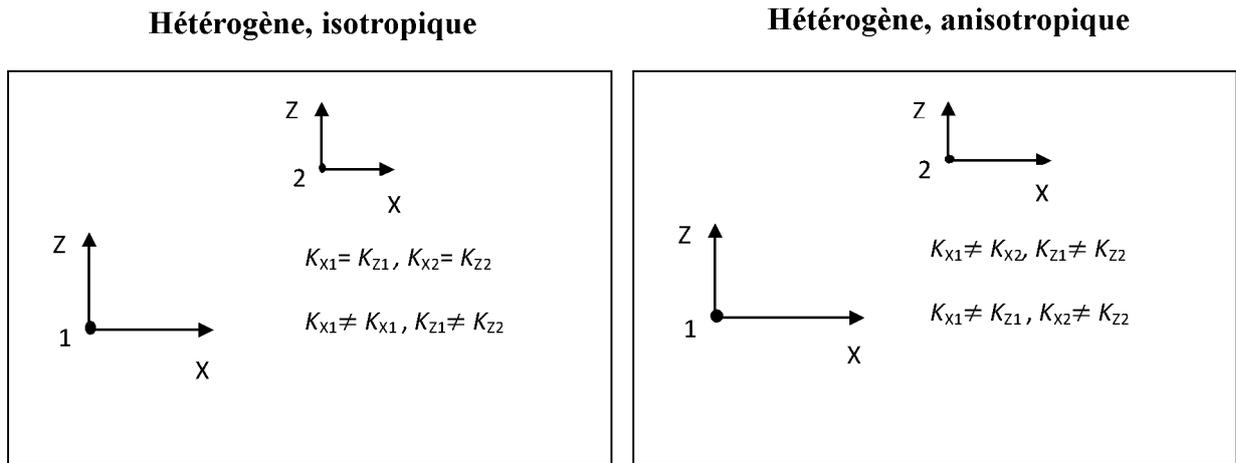


Figure I.10 : variabilité spatiale de k en fonction de ces deux facteurs

I.9 - Écoulement dans les milieux poreux :

I.9.1- Loi de Darcy :

Le savant français, Henri darcy y, réussissait en 1856, son expérience classique sur l'écoulement vertical de l'eau. La loi formulée au cours de l'expérience représente la base des solutions théorique actuelles au problème de l'écoulement des fluides en milieu poreux saturé

Considérons l'expérience originale de Darcy (figure I.12). Un échantillon de sable est placé dans un cylindre, son dispositif expérimentale lui à permet de maintenir une charge hydraulique constante en haut et en bas de l'échantillon durant le teste, ce qui montré sous forme schématique à la **figure I.11**.

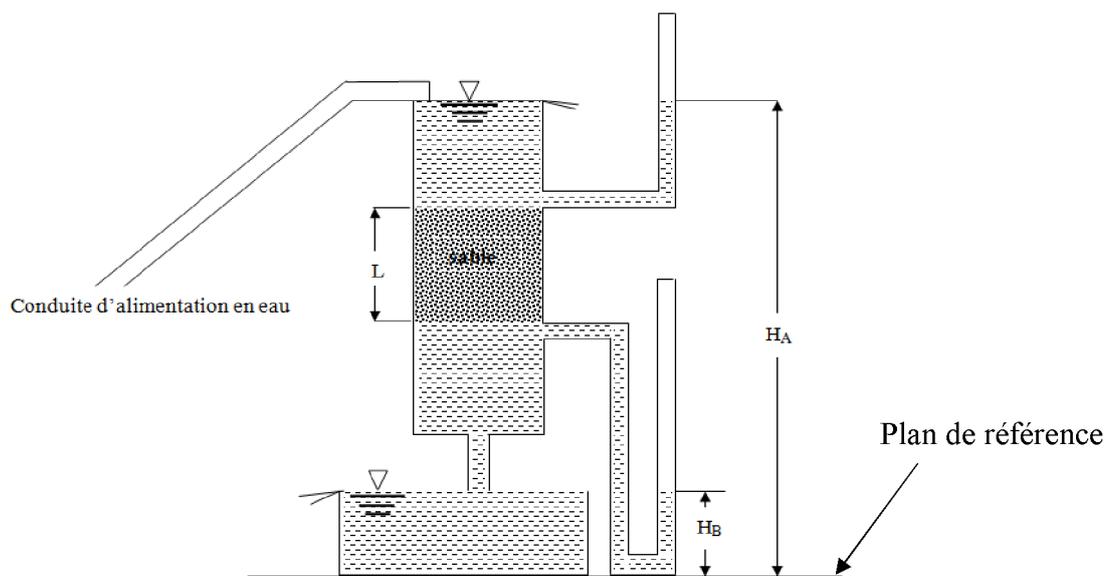


Figure I.11 : montage expérimental de Darcy

L'eau circule verticalement au travers de l'échantillon le « Q » qui s'écoule à travers l'échantillon durant un temps, t, peut être exprimé par l'équation :

$$Q = kA \frac{(H_A - H_B)}{L} = k.A.i \text{ et } \frac{Q}{t} \quad (I.28)$$

Avec :

Q : Volume d'eau écoulé pendant le temps t (L³)

q : C'est le débit d'écoulement mesuré à la sortie (L³/T)

k : C'est connu sous le nom de coefficient de perméabilité de Darcy (L/T)

H_A : hauteur séparant le niveau le niveau de référence et le niveau de l'eau à l'entrée de La
Colonne de la couche filtrante.

H_B : hauteur séparant le niveau de Référence et le niveau de l'eau à la sortie de la colonne
De la couche filtrante.

L : longueur de l'échantillon (L)

i : Gradient hydraulique $(\frac{H_A - H_B}{L} = \frac{\Delta H}{L})$

A : section de l'échantillon normale à la direction de l'écoulement (L²).

La direction de l'écoulement se fait à partir du point où la charge hydraulique est importante vers le point où la charge hydraulique est faible.

La vitesse de l'écoulement (ou de décharge ou de percolation) est alors c'est le rapport du débit d'écoulement mesurée à la sortie et la section de l'échantillon.

$$V = \frac{Q}{A.t} = \frac{q}{A} \quad (I.29)$$

(I.29) peut s'écrire aussi comme $V = k \frac{\Delta H}{L} = k.i$ où

V : vitesse d'écoulement

k : Constante de proportionnalité (conductivité hydraulique)

i : Gradient hydraulique

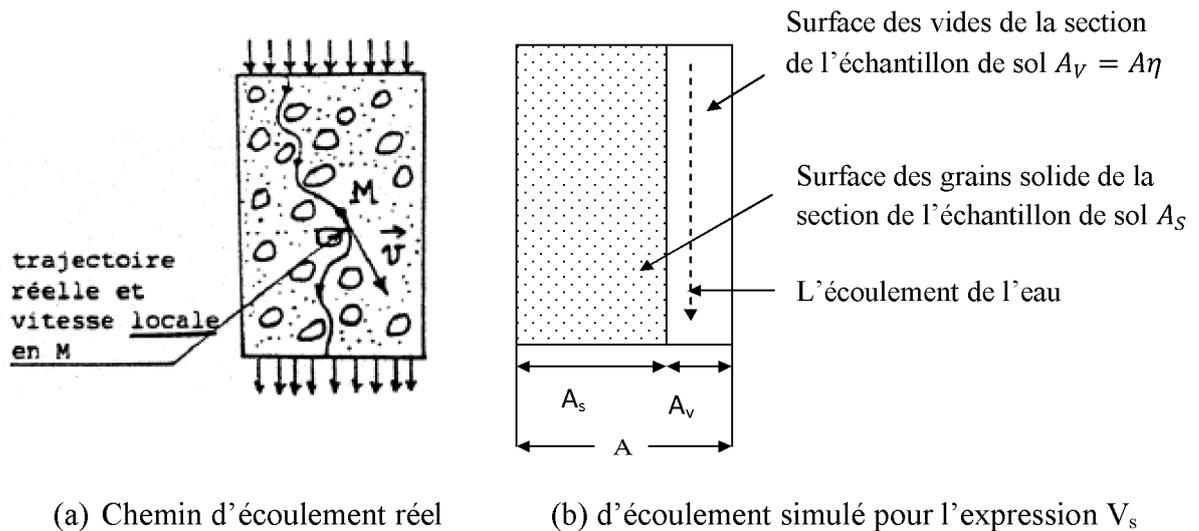


Figure I.12 écoulement dans les sols

Notons que la loi de Darcy donne la vitesse macroscopique (vitesse moyenne) de l'écoulement au travers d'un échantillon ayant une section transversale, A. en réalité,

L'eau circule que dans les vides, entre les grains, trajectoire tortueuse (qui fait plusieurs tours)

Et alors la vitesse d'écoulement calculée ici est quelque peu fictive. La vitesse réelle d'écoulement au niveau des pores d'après le terme « *seepage velocity* », comme suit (reddi 2003):

$$V_s = \frac{q}{A_v} = \frac{q/A}{A_v/A} = \frac{V}{\eta} \tag{I.29}$$

Où : V : vitesse moyenne

V_s : Est la vitesse effective moyenne

A_v : Est la section transversale de l'échantillon occupée par les vides

η : Est la porosité du sol

I.9.1.1- Généralisation de la loi de Darcy aux milieux saturés et non saturés :

Lorsque la charge hydraulique ne varie pas linéairement le long de la direction d'écoulement (écoulement non permanent par ex.), il faut considérer les valeurs locales du gradient hydraulique.

La loi de darcy prend une forme différentielle et s'écrit, toujours à une dimension et dans une direction quelconque :

$$V = -k_s \frac{\partial H}{\partial A} \quad (\text{Le signe moins indique que la vitesse d'écoulement } V, \text{ est opposée au sens d'accroissement de la charge totale } h).$$

Où

k_s : C'est la conductivité hydraulique du sol à saturation

$$\left. \begin{array}{l} V_X = -k_x \frac{\partial h}{\partial x} \\ V_Y = -k_y \frac{\partial h}{\partial y} \\ V_Z = -k_z \frac{\partial h}{\partial z} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Pour un écoulement horizontal} \\ \text{Pour un écoulement vertical} \end{array} \quad (I.30)$$

V_X, V_Y et V_Z Sont les composantes de la vitesse d'écoulement V , respectivement dans les directions X, Y et Z

k_x, k_y et k_z Sont les composantes de la perméabilité k , respectivement dans les directions X, Y et Z

Dans un système à 3 dimensions, l'équation de Darcy devient

$$\vec{q} = -k_s \overrightarrow{\text{grad}H} \quad (I.31)$$

En milieu non saturé, la conductivité hydraulique varie avec la teneur en eau θ et la charge de pression, $k = k(\theta)$ ou $k = k(h)$

La loi de darcy étendu aux milieux non saturés s'écrit donc :

$$q = -k(\theta) \text{grad}H \quad (I.32)$$

I.9.1.2- Domaine de validité de la loi Darcy :

La loi de Darcy est applicable seulement pour les écoulements laminaires (vitesse lentes) dans lesquels le nombre de Rynold's est inférieur à 1 [De wiest, 1969]. Cependant, pour les écoulements des eaux souterraines, cette condition est généralement vérifiée.

$$R_e = \frac{V \cdot d}{\frac{\mu}{\rho_w}} < 1 \quad (I.33)$$

Où

ρ_w : Est la densité du fluide (poids par unité de volume)

d : Est le diamètre moyen des grains

V : Est la vitesse moyenne

μ : Est le coefficient de viscosité dynamique

R_e : est le nombre de Rynold's

I.9.2- charge hydraulique :

Par sa position, la pression qu'elle subit et la vitesse à laquelle elle s'écoule, l'eau en un point donné du sol porte une quantité d'énergie qu'on évalue à l'aide d'une équation empruntée à la mécanique des fluides, l'équation de bernouilli :

$$h = \frac{v^2}{2g} + \frac{u_w}{\gamma_w} + z \quad (\text{I. 34})$$

Où Z : Est l'élévation de la particule fluide au dessus du substratum

u_w : Est la pression interstitielle en cette particule

γ_w : Est le poids volumique de l'eau ($\gamma_w = \rho_w g$), ρ_w est la masse volumique de l'eau

g : Accélération gravitationnelle

v : Vitesse de l'écoulement

Alors dans l'écoulement en milieux poreux, la vitesse du fluide est faible ($v \simeq 0$) de sorte que l'énergie cinétique ($\frac{v^2}{2g}$) du fluide peut être négligeable relativement aux autres formes d'énergie du fluide. Ainsi le potentiel responsable de l'écoulement en milieux poreux aura une composante de pression et une composante d'élévation (énergie potentielle reliée à la force de gravité) alors :

$$h = \frac{u_w}{\gamma_w} + z \quad (\text{I. 35})$$

Où h : charge hydraulique

$\frac{u_w}{\gamma_w}$: Charge de pression

z : Charge d'élévation

I.9.3 - loi de conservation de masse- équation de continuité :

Cette loi fondamentale impose que La masse du fluide entrant dans un système est égale à la masse du fluide sortant de celui-ci

I.9.3.1 - Notion de volume élémentaire représentatif (VER) :

Dans l'étude des milieux poreux, on s'intéresse au concept de volume élémentaire représentatif (VER). Considérons un VER de dimension dx , dy et dz comme indiqué à la **Figure I.13**, à travers lequel se produit un écoulement laminaire, nous pouvons écrire l'équation de continuité en exprimant que la différence des débits-masse entrant est des

débâts-masse sortant par les six faces du VER doit être égale la variation de la masse du liquide occupant ce volume ou emmagasinée dans ce volume.

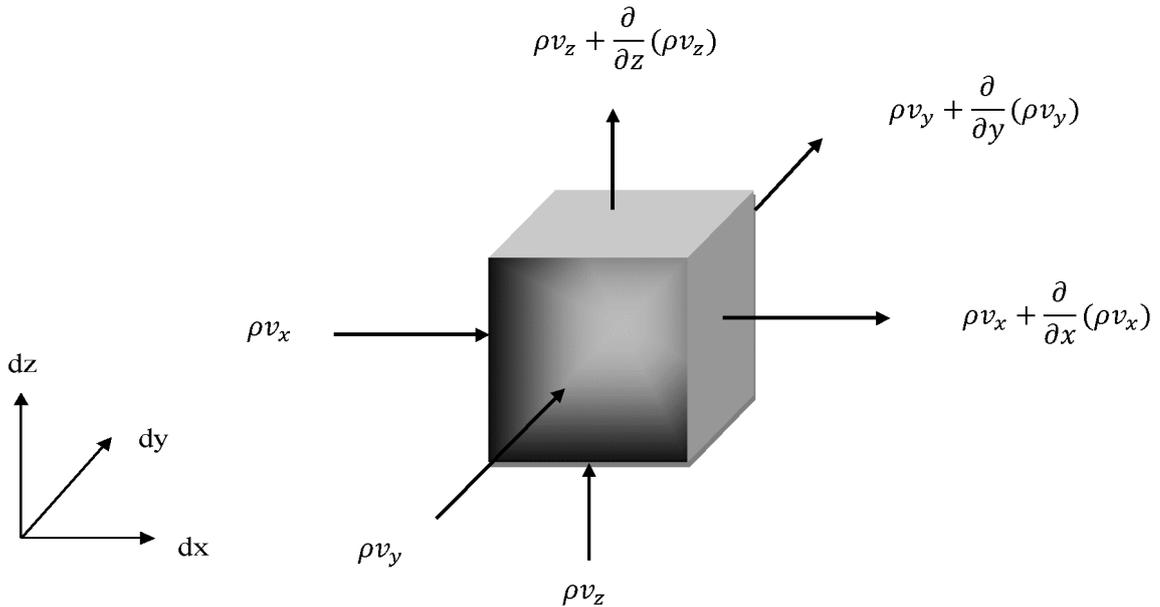


Figure I.13 : volume élémentaire représentatif

Le débit –masse entrant suivant la direction x est égal à : $(\rho v_x) dydz$ (I.36)

Le débit –masse sortant suivant la direction x est égal à : $[\rho v_x + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} dx] dydz$ (I.37)

La différence entre les débits- masse entrant et sortant à travers le VER suivant la direction X est alors égale à : $-\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} dx dydz$ (I.38)

Idem, suivant la direction y elle est égale à : $-\frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} dx dydz$ (I.39)

Suivant la direction z elle est égale à : $-\frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} dx dydz$ (I.40)

Alors l'équation de continuité est exprimée comme suit :

$$\left[-\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} - \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} - \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} \right] dx dy dz = \frac{\partial M}{\partial t} \quad (I.41)$$

Avec : M étant la masse de fluide occupant l'unité de VER.

Dans notre cas le fluide c'est de l'eau, alors $M = \rho v_w = \rho \theta v = \rho \theta dx dy dz$ (I.42)

En remplaçant M par sa formule dans (I.41) on aura :

$$\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = -\frac{\partial(\rho \theta)}{\partial t} \quad (I.43)$$

Or : θ c'est la teneur en eau (volumique)

$$\theta = nS_r = \frac{v_v}{v} S_r = \frac{e}{1+e} S_r \quad (\text{I.44})$$

Dans les cas des sols saturés $S_r=1$, l'équation (I.43) s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = -\frac{\partial(\rho n)}{\partial t} = -\left[\rho \frac{\partial n}{\partial t} + n \frac{\partial \rho}{\partial t}\right] \quad (\text{I.45})$$

Selon l'équation (I.45), on voit que la variation de la masse du liquide emmagasinée dans le VER, est due à la compressibilité du terrain qui intervient par la variation des volumes des vides (consolidation), ou à la compressibilité du liquide qui manifeste par un changement de densité de celui-ci.

On remplaçant (I.44) dans (I.43) on aura :

$$\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho S_r e}{1+e} \right) \quad (\text{I.46})$$

On remplaçant aussi l'équation (I.30) dans l'équation (I.46) et on négligeant la compressibilité de l'eau, on aura

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = + \frac{1}{1+e} \left(e \frac{\partial S_r}{\partial t} + \frac{S_r}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t} \right) \quad (\text{I.47})$$

L'équation (I.47), représente l'équation de base qui gouverne les écoulements en milieux poreux.

D'après l'équation (I.47), on peut avoir quatre types d'écoulements possibles.

- 1- e et S_r constants, écoulement permanent ou stationnaire.
- 2- e varie et S_r constant, ce type décrit la consolidation si e diminue et le gonflement si e augmente pour le cas des écoulements non drainés.
- 3- e constant S_r varie, représente un drainage si S_r diminue et l'imbibition si S_r augmente.
- 4- e et S_r varient, décrit les problèmes de consolidation et de gonflement pour le cas des écoulements drainés.

Les types 2, 3 et 4 sont des écoulements non permanents ou transitoires

Dans notre travail, on s'intéressera au type 3.

En régime permanent, il n'y a pas de changement de conditions avec le temps, e et S_r sont constant, on a alors l'équation (I.47) devient

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = 0 \quad (\text{I.48})$$

Pour un milieu homogène et isotrope, $k_x = k_y = k_z$, dans le cas d'un écoulement bidimensionnelle on aura :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{I.49})$$

L'équation (I.49), (équation de Laplace) peut être considérée comme une loi mathématique régissant les écoulements stationnaires en milieux poreux. Pour ce faire, elle doit être soumise à des conditions aux limites imposées sur le domaine considéré.

I.10 - Les équations de transfert de l'eau dans les aquifères :

La masse du fluide (eau) occupant l'unité de volume, peut être exprimée en fonction de l'emmagasinement spécifique défini précédemment (voir I.7.9).

$$M = \rho V_w = \rho S_s \Delta h V = \rho S_s \Delta h dx dy dz \quad (\text{I.50})$$

On supposant que la densité du fluide ne changera pas avec le temps (fluide non compressible), l'équation de continuité s'écrira comme:

$$\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = -\rho S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{I.50})$$

Nous présentons ici les équations différentielles décrivant l'écoulement de l'eau dans Les aquifères. Les références classiques dans ce domaine sont celles de Bear (1972), de Marsily (1994) et de Domenico et Schwartz (1997).

I.10.1- Écoulement en nappe libre :

La limite supérieure des nappes libres est représentée par la surface libre où l'eau est à La pression atmosphérique. L'écoulement dans les nappes libres pose un problème particulier Car l'épaisseur de la zone saturée est variable.

Pour qu'il y ait écoulement, il doit y avoir différence de charge, ce qui entraîne aussi un changement de l'épaisseur saturée et de la Section d'écoulement. Le problème de l'écoulement en nappes libres est donc intrinsèquement non linéaire puisque la valeur de la charge dépend de la charge elle-même. Cependant, ce problème peut être linéarisé en supposant que l'épaisseur saturée est très grande comparée aux changements de l'épaisseur

reliés à l'écoulement. On peut donc utiliser une valeur moyenne de l'épaisseur de la zone saturée e pour l'ensemble de l'aquifère. La capacité d'emmagasinement des nappes libres dépend de leur porosité de drainage η_d . L'équation de boussinesq représentant l'écoulement dans les nappes libres :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{\eta_d}{k \cdot b} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (I.52)$$

I.10.2- Écoulement en nappe captive :

On considère le fluide compressible et le milieu poreux compressible, aussi bien pour Les pores que les grains solides. Considérons l'écoulement transitoire en trois dimensions dans une nappe captive où la conductivité hydraulique k est anisotrope ($k_x \neq k_y \neq k_z$), l'équation de continuité s'écrira alors :

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (I.53)$$

Cette relation peut être simplifiée. Si l'aquifère est isotrope, la conductivité hydraulique k sera la même dans les différentes directions c'est à dire ($k_x = k_y = k_z$).

On peut utiliser les propriétés globales de l'aquifère homogène considérant son épaisseur b saturée la transmissivité T ($T = k \cdot b$) et le coefficient d'emmagasinement S ($S = S_s \cdot b$), la relation (I.53) devient alors :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (I.54)$$

Conclusion

Pour mieux simuler le modèle d'écoulement dans les sols poreux il est nécessaire de passer par la théorie des eaux souterraines et définir les différents paramètres intervenant dans la construction de ce modèle en suit les équations générales décrivant ces écoulements qui vont être utilisée dans l'étude.

Chapitre II

Théorie des écoulements
saturés et non saturés en
milieux poreux

CHAPITRE II**THÉORIE DES ÉCOULEMENTS SATURÉS ET NON SATURÉS EN MILIEU POREUX****II.1 – Introduction :**

La mécanique des sols s'est pendant très longtemps intéressée au cas des sols saturés. La notion de succion a été introduite pour la première fois par le « *Road Research Laboratory* » au Royaume-Uni pour expliquer le comportement mécanique des sols non saturés (Corney et al, 1952 cités par Fredlund et Rahardjo, 1993).

Cette partie présente tout d'abord une représentation physique d'un sol non saturé et les différents types d'eau dans les sols, ensuite la définition et les techniques de contrôle et de mesure de la succion.

II.2 - Représentation physique d'un sol non saturé :

La zone non saturée des sols, siège des transferts que nous étudions, est un milieu poreux triphasique composé :

- D'une matrice solide formée par l'assemblage des particules minérales (appelées Gravier, sables, limons et argiles en fonction de leur dimension). Les mouvements de fluide ont lieu à l'intérieur de cette trame dans les interstices laissés vides appelés pores.
- D'un mélange gazeux (essentiellement air et vapeur d'eau) occupant une fraction des pores. Ce mélange gazeux se trouve soit sous forme d'une phase continue qui s'écoule dans le milieu poreux, soit sous forme de bulles occluses piégées dans la matrice poreuse.
- D'eau occupant le reste de l'espace vide laissé dans les pores. Cette solution contient de nombreuses espèces dissoutes ou solutés, c'est le siège des transferts de matière que nous étudions. L'eau du sol se trouve généralement sous 2 formes, soit de l'eau mobile qui participe à l'écoulement, soit de l'eau immobile liée aux particules solides par des forces d'adsorption moléculaire, et piégée dans des pores isolés de l'écoulement (Bond et Wierenga, 1990).

La figure suivante donne une représentation schématique d'un sol non saturé (Van Genuchten et Wierenga, 1976) :

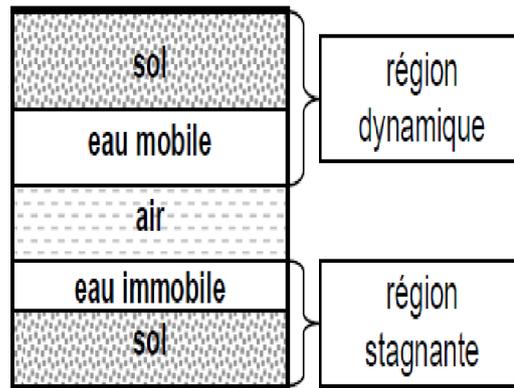


Figure II.1 : Représentation simplifiée d'un milieu poreux non saturé en eau (Van Genuchten et Wierenga, 1976).

II.3 - l'eau dans les sols :

L'eau a un effet considérable sur le comportement mécanique des sols et elle peut se trouver dans plusieurs états à l'intérieur d'un sol, suivant l'intensité des forces liant ses molécules aux particules solides, et ces différents états de l'eau dans le sol et ses mouvements permettent de définir différents types (figure II.2)

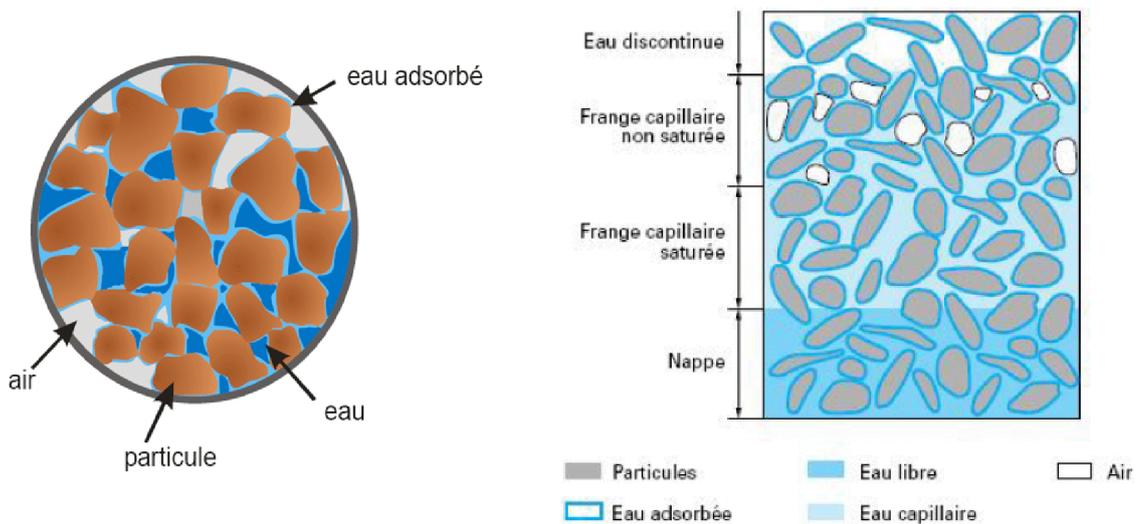


Figure II.2 : différents états de l'eau dans le sol [P.DELAGE]

II.3.1- l'eau de constitution :

L'eau de constitution se trouve dans la structure du minéral à une position fixe, soit sous forme d'ions OH^- et H^+ , soit sous forme de molécules H_2O . Elle fait partie de la composition chimique du minéral. En général, ce type d'eau influence peu le comportement du sol, sauf lorsqu'il est soumis à une température forte élevée : Si la température est supérieure à 400°C , cette eau peut quitter la structure du minéral et en modifier ainsi la composition chimique.

II.3.2- l'eau interstitielle :

L'eau interstitielle est de l'eau présente dans les pores du sol. Son état, ses caractéristiques physico-chimiques, ses interactions avec les autres phases du sol, etc. influencent fortement les propriétés mécaniques de résistance, l'état de plasticité, la résistance au frottement, la consistance, etc.

II.3.2.1- l'eau adsorbée :

L'eau adsorbée est présente sur la surface des particules fines de sol, grâce aux propriétés colloïdales des particules argileuses dont les propriétés sont complètement différentes de celle de l'eau libre. En effet, la molécule d'eau à cause de sa dissymétrie, agit comme un dipôle électrique (le centre de gravité des charges négatives est différents de celui des charges positives), sa propriété dépend de sa position dans le système eau-particule solides, du fait des phénomènes d'interactions eau argile. A l'intérieur de la couche adsorbée, près de la particule solide, la densité de l'eau adsorbée dépasse celle de l'eau libre. Elle a des propriétés voisines d'un solide ; puis, en allant vers la limite de la couche, elle présente celle d'un liquide de moins en visqueux pour tendre enfin vers les propriétés de l'eau normale à la frontière eau libre –eau adsorbée, avec une densité finale égale à celle d l'eau libre (Martin, 1960 ; Yong et Warkentin, 1966). Les molécules d'eau de la couche adsorbée peuvent se mouvoir facilement de long de la surface du minéral et difficilement en sens perpendiculaire.

II.3.2.2 - l'eau non adsorbée :

L'eau non adsorbée est susceptible de s'écouler. L'eau libre ou l'eau gravifique obéit à la loi de Darcy, tandis que l'eau capillaire est associée à la pression capillaire (ou la succion). Le sol est alors partiellement saturé.

II.3.2.2.1- l'eau libre :

Qui s'écoule librement, dans des macroporosités du sol sous l'effet des forces de pesanteur. Elle peut être éliminée par séchage à l'étuve à une température de 105°C et son écoulement peut se produire par un gradient de charge hydraulique décrit par la loi de Darcy ; [Azzouz F-Z., 2006]

II.3.2.2.2- L'eau capillaire ou de rétention :

Que l'on rencontre dans les sols non saturés et qui se maintient au contact des particules solides sous l'action des tensions superficielles et prennent naissance à l'interface eau-air. Cette eau, remplit des pores capillaires, son écoulement est produit par un gradient de succion à l'échelle de pore et traduit par une loi de Darcy généralisée (richard, 1931)

II.4- Interactions air-eau-solide, capillarité :

Lorsque l'eau est mise en contact avec l'air et un solide. Une tension superficielle T_s se produit le long de la ligne de contact au solide à cause de la différence entre les pressions de l'eau u_w et de l'air u_a agissant sur l'interface. Physiquement, cette tension superficielle se traduit par le phénomène de capillarité qu'illustre la **figure II.3**

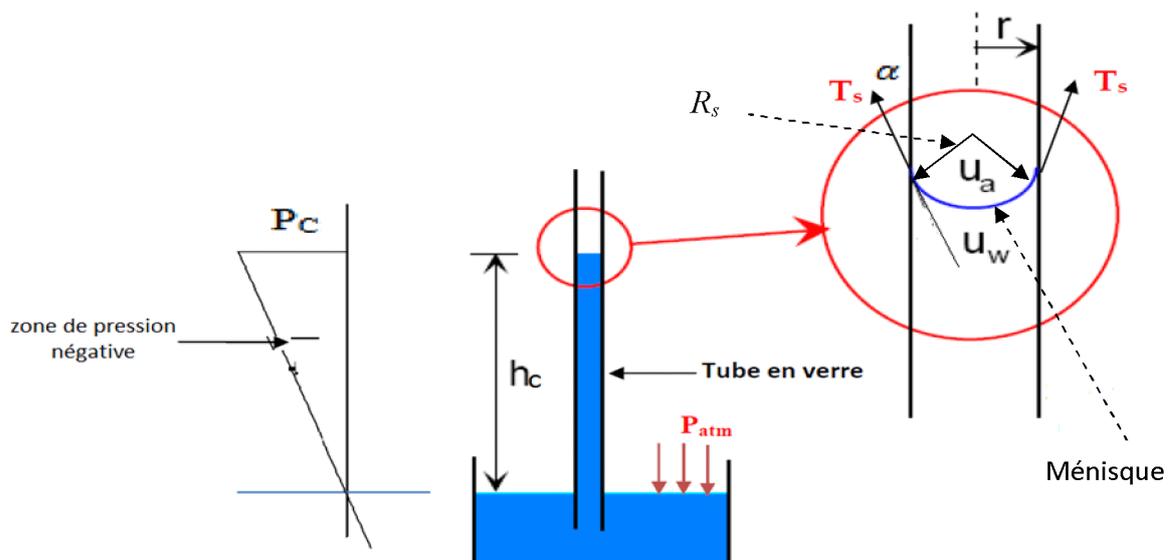


Figure II.3 : modèle physique du phénomène d'effet capillaire

Un tube de rayon r est plongé dans un bassin d'eau. Sous l'effet de la tension superficielle, l'eau monte dans le tube d'une hauteur h_c et a tendance à mouiller la paroi du tube. Ainsi, l'interface air - eau dans le tube prend une courbure de rayon R_s et forme un *ménisque*. La différence entre la pression de l'air et celle de l'eau est généralement appelée *pression capillaire*. La relation entre la tension superficielle et la pression capillaire peut être décrite par la loi de Jurin (simplification de la loi de Laplace basée sur l'hypothèse que l'interface est de forme sphérique) (**figure II.3**)

$$\Delta P = u_a - u_w = \frac{2T_s \cos \alpha}{r} \quad (\text{II. 1})$$

R_s est le rayon de courbure du ménisque et α l'angle de raccordement (ou de contact) du ménisque avec la surface du solide. L'angle de contact α est égal à zéro lorsque l'eau est pure. Dans ce cas, le ménisque forme une demi sphère parfaite, le rayon de courbure du ménisque est égal à celui du tube r où ($R_s = r$), on a alors:

$$u_a - u_w = \frac{2T_s}{R_s} \quad (\text{II. 2})$$

De manière plus générale, l'angle de contact est l'angle de l'interface de contact des deux fluides non miscibles avec la surface du solide. Il dépend des caractéristiques physico-chimiques et de la composition chimique des fluides et du solide, de la mouillabilité, etc. Dès lors, dans un sol non saturé, la pression capillaire n'est pas seulement influencée par les fluides, mais aussi par les caractéristiques physico-chimiques du sol lui-même.

II.5 - Succion dans les sols :

II.5.1 - le phénomène de la succion :

La succion représente un déficit de pression (défini par rapport à la pression Atmosphérique) dans un échantillon de sol sans contrainte extérieure. Elle est définie comme la différence entre la pression atmosphérique et la pression négative de l'eau, dans un échantillon de sol ($u_a - u_w$).

La succion totale d'un sol varie dans une gamme très large, de 0 pour un sol saturé à 10^6 KPa pour un sol séché à l'étuve. Pour éviter l'utilisation de chiffres aussi importants, en 1935 Schofield a introduit le terme de « potentiel of free energy » noté pF. La succion totale

quantifie le potentiel thermodynamique de l'eau interstitielle (eau présente dans les pores du sol) par rapport au potentiel de l'eau libre, c'est-à-dire l'eau qui n'est pas en interaction avec d'autres phases et qui est soumise seulement à l'action de la force gravitationnelle. Le pF est défini par la relation : $pF = \log_{10} s$ où la succion s est exprimée en centimètres de colonne d'eau.

Où $0 \leq P_F \leq 6$

$$P_F = \begin{cases} 0 & \text{pour } s = 10^0 \text{ cm} \\ 7 & \text{pour } s = 10^6 \text{ cm} \end{cases}$$

La succion totale d'un sol est formée de deux composantes principales : une succion Matricielle et une succion osmotique (Aitchinson, 1965).

II.5.2- Les différents types de la succion :

Richards (1974) (Blatz J.A. et al 2008) a énuméré trois composantes de succion dans les sols non saturés, à savoir, la succion matricielle, adsorption dans le cas des minéraux argileux, et la succion osmotique.

II.5.2.1- la succion matricielle :

La succion matricielle exprime la capacité de rétention d'eau de composants du sol, elle est dépendante des propriétés capillaire du milieu et des propriétés d'adsorption développées les particules d'un sol. Elle est généralement considérée comme la composante dominante de la succion totale dans le cas des sols non-plastique.

II.5.2.1.1- La succion capillaire :

Généralement, lorsqu'un liquide et un gaz sont en contact, l'interface entre les deux phases est le siège d'une tension de surface T_s . Cette propriété permet d'expliquer le phénomène d'ascension capillaire voir (§ II.4). C'est la différence entre les pressions de l'air et de l'eau ou la pression capillaire, qui est le paramètre déterminant des mouvements de fluides dans les milieux poreux. Cette différence de pression se traduit par l'existence d'un ménisque entre l'air et l'eau. Elle est caractérisée par la loi de Jurin.

Elle est notée p_c . donc on a :

$$p_c = u_a - u_w = \frac{2T_s \cos \alpha}{r}$$

Avec

p_c : est la pression capillaire

α : est l'angle de mouillage

r : est le rayon du tube

Cette définition a été généralisée à n'importe quel état de contrainte mécanique. Aujourd'hui, en mécanique des sols. Les deux notions de pression capillaire et de succion sont équivalentes.

L'équation d'équilibre des forces agissant sur la colonne d'eau dans le tube permet de déduire l'expression de la hauteur d'ascension capillaire qui inversement proportionnelle au rayon du tube.

$$h_c = \frac{2T_s \cos \alpha}{r\gamma_w} \quad (\text{II. 3})$$

Avec : h_c : hauteur d'ascension capillaire

γ_w : poids volumique de sol

R : rayon de courbure

En introduisant l'équation (II.3) dans l'équation (II.1) et en introduisant que la pression de l'air est atmosphérique ($u_a = P_{atm} = 0$), on a

$$h_c = \frac{u_w}{\gamma_w} \quad (\text{II. 4})$$

Le terme h_c , qui sera désormais noté ψ , est appelé potentiel capillaire dans le cas des sols non saturés,

En conclusion, il est nécessaire de généraliser l'expression du potentiel hydraulique h , quel que soit le milieu considéré (saturé ou non saturé), en le décrivant comme étant la somme de deux composante : la composante d'élévation z et la composante de pression (ou potentiel) ψ (positive ou négative).

ψ est négative en milieu non saturé et égale à $-\frac{u_w}{\gamma_w}$, appelée potentiel capillaire dû à la pression capillaire ou succion ($-u_w$).

ψ est nulle à la limite entre les deux zones ; c'est-à-dire à la surface de potentiel nul ou surface libre.

II.5.2.1.2 - la succion d'adsorption :

Dans les sols fins non saturée, contrairement aux sols grenus, l'action d'attraction de l'eau par le sol n'est pas seulement due à la capillarité, mais aussi aux action d'adsorption physico-chimique car les argiles sont des particules chargées négativement, et de ce fait, ont tendance à adsorber de l'eau à leur surface.

Selon Masekanya J-P.2008, les forces mises en jeu sont

- La liaison hydrogène entre les molécules d'eau et les atomes d'oxygène ;
- Les hydroxydes situés à la surface des feuillets argileux ;
- L'eau nécessaire à l'hydratation des cations attirés par les défauts de charge du feuillet ;
- L'eau attirée par l'attraction osmotique par la concentration de cations au voisinage de feuillet ;
- L'attraction électrique du pôle positif du dipole que forme la molécule d'eau ;
- Les forces d'attraction de van derwaals.

II.5.2.2- La succion osmotique :

La succion osmotique ou pression osmotique est la capacité de rétention d'eau par les sels présents sous forme dissoute dans l'eau interstitielle. Elle existe lorsque l'eau est une solution saline. Si la concentration de sel est faible, ou dans le cas de sable qui ne contient généralement pas de sels cette composante peut être négligée et la succion totale se réduit à la succion matricielle. la succion osmotique dépend aussi de l'état de saturation du sol : plus le degré de saturation augmente, plus la succion osmotique décroît (Edit et Motan, 1984 ; Houston et al. 1994).

II.5.2.2- La succion totale :

La succion totale du sol est reliée à l'humidité relative par la loi de Kelvin :

$$\Psi = -\gamma_w \frac{RT}{Mg} \ln\left(\frac{p}{p_0}\right) \quad (\text{II. 5})$$

Avec :

Ψ : Succion totale (KPa)

R : La constante des gaz parfaits ($R=8.31432 \text{ J}/(\text{mol K})$)

T : la température absolue ($^{\circ}\text{K}$)

g : L'accélération de la pesanteur (9.81) (m.s^{-2})

M : la masse molaire de l'eau (18.016 Kg/K mol)

P : pression partielle de vapeur (KPa)

P_0 : pression de vapeur saturante la température T (KPa)

II.5.3- effets de la succion sur les particules solides :

Dans un sol non saturé, on peut admettre que les pores jouent un rôle semblable aux tubes capillaires. Les tensions superficielles dues aux ménisques trouvent une réaction sur les particules solides (Figure II.4). Ces réactions engendrent certaines contraintes supplémentaires sur le squelette du sol. Elles modifient le champ de déformations et le comportement mécanique en général.

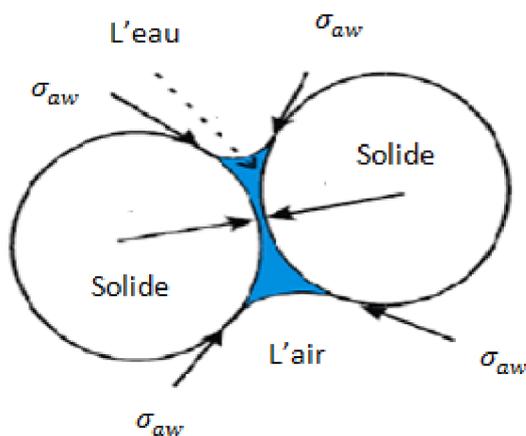


Figure II.4 effets de succion sur les grains du sol

II.5.4 -Techniques expérimentales de contrôle et de mesure de la succion :

II.5.4.1- introduction :

La connaissance de la succion dans un sol non saturé a de multiples intérêts. En effet, la succion conditionne les mouvements et l'équilibre de l'eau dans la zone non saturée. En outre, elle influence fortement le comportement mécanique des sols. Il est donc indispensable de pouvoir mesurer la succion lorsqu'un sol est en état non saturé.

Pour mieux maîtriser l'influence de la succion sur le comportement hydromécanique des sols, il est essentiel de savoir contrôler ou imposer la succion dans les essais géotechniques.

II.5.4.2- Techniques de contrôle de la succion :

Les techniques de contrôle sont conçues de telle manière qu'on puisse imposer une succion au sol et mesurer la teneur en eau correspondant à l'équilibre hydrique.

II.5.4.2.1- Contrôle par translation d'axe :

La technique de translation d'axes a été mise en œuvre par les pédologues (RICHARDS [1941]) à l'aide du dispositif de la (figure II.5) : il s'agit d'une cellule étanche à l'air dont la base, sur laquelle repose l'échantillon, est constituée d'une pierre poreuse céramique de fine porosité immergée dans un récipient d'eau à la pression atmosphérique ; les pores de la pierre poreuse sont suffisamment petits pour qu'elle ne soit pas saturée par la pression maximale d'air.

Le principe de l'appareil (ou cellule) de richards est d'augmenter la pression de l'air en gardant la pression de l'eau du sol à la pression atmosphérique cette méthode est appelée aussi technique de surpression d'air.

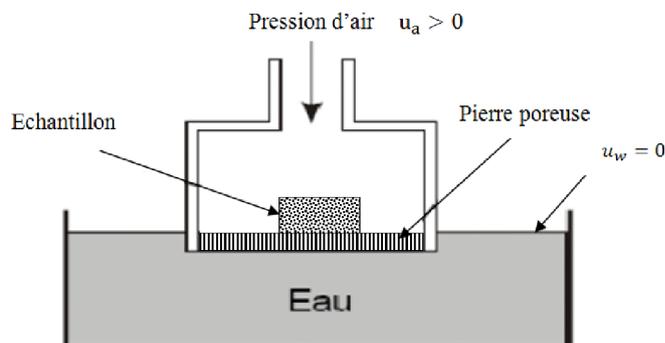


Figure II.5 : Cellule de richards pour contrôle de succion par translation d'axe,

DELAGE et al. [2001a]

II.5.4.2.2- Contrôle par plaque tensiométrique :

Une des premières techniques utilisées, la plaque tensiométrique (figure II.6), Est une technique d'imposition de la succion qui consiste à mettre l'eau d'un échantillon sous tension en le mettant au contact d'une pierre poreuse céramique saturée d'eau, connectée à un récipient d'altitude variable par le biais d'un tube en U. Un récipient placé

plus bas que l'échantillon permet d'exercer une dépression égale à la hauteur d'eau. Ce système permet d'avoir une excellente précision aux très faibles succions, entre 0 et 10 kPa (1m d'eau). [Masekanya J-K., 2008]

Dans des conditions normales, l'eau ne peut être mise sous tension que jusqu'à la limite imposée par la cavitation, qui est de 80kPa pour une eau naturelle, ce qui définit la gamme tensiométrique (0-80kPa).

Dans cette méthode, la pression de l'eau est diminuée et la pression de l'air maintenue à la pression atmosphérique. L'eau est mise en tension par simple différence de niveau, comme indiqué sur la figure ci-dessus.

Ces deux méthodes précédentes (par translation d'axe et tensiométrique), ne permettent d'imposer que la composante matricielle de la succion.

Dans la plupart des cas, la succion maximale imposable avec ces appareils est de 1,5MPa

Cependant, en utilisant une membrane semi-perméable et de l'azote sous pression à la place de l'air, Villar (1995) a porté la limite technique à 14 MPa.

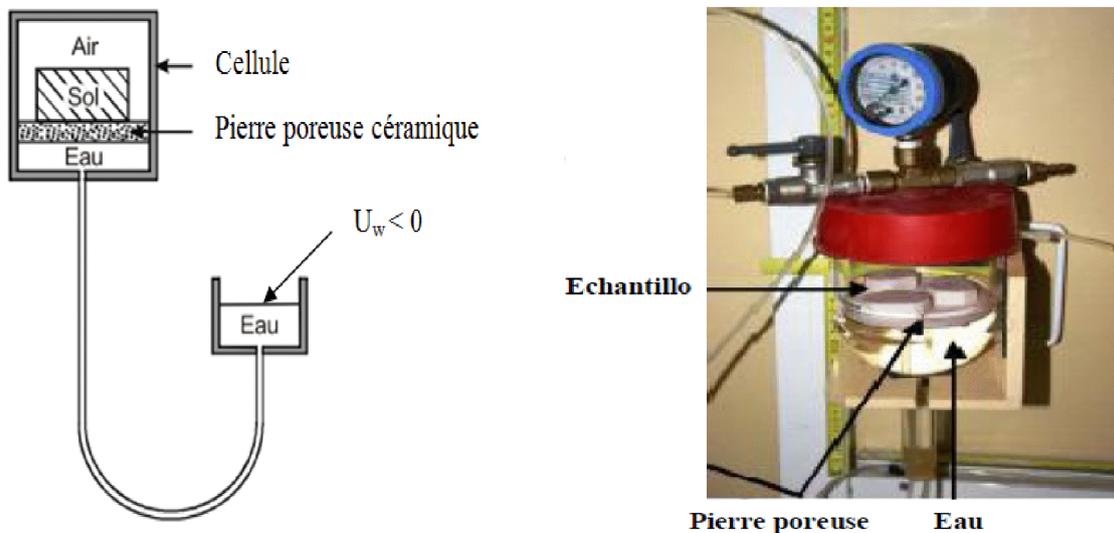


Figure II.6 : plaque tensiométrique (faible succion), DELAGE et al. [2001a]

II.5.4.2.3- Technique de contrôle osmotique :

Le phénomène d'osmose s'observe lorsque deux solutions de concentrations différentes sont en contact à travers une membrane semi-perméable qui empêche l'échange des macromolécules entre les deux réservoirs (figure II.7). Zur (1966)

La tendance naturelle est d'assurer l'équilibre des concentrations de part et d'autre de la membrane. Il ya donc un transfert d'eau de A vers B qui induit une élévation du niveau d'eau dans le bac B (création d'une pression hydrostatique). Cette élévation h vient de compenser la pression de diffusion des molécules d'eau. La succion est donnée par :

$$u_a - u_w = \rho_w g h \quad (\text{II. 6})$$

Avec :

ρ_w : Masse volumique de l'eau (g/cm^3).

La macromolécule classique utilisée est le polyéthylène glycol (PEG). Le poids moléculaire du PEG est le plus fréquemment de 6000 ou de 20 000 Da (1 Dalton (Da)= $1,6605 \cdot 10^{-24}$ g), mais il est possible de trouver dans la bibliographie quelque résultats d'utilisation de PEG 1500 ou 4 000.

Cette méthode impose la succion matricielle. La succion maximale imposable est d'environ 1,5 MPa avec du PEG 20 000. *Delage et al.* (1998) indiquent avoir atteint une succion de 12,6MPa avec du PEG 1 500 et de 9MPa avec du PEG 6 000.

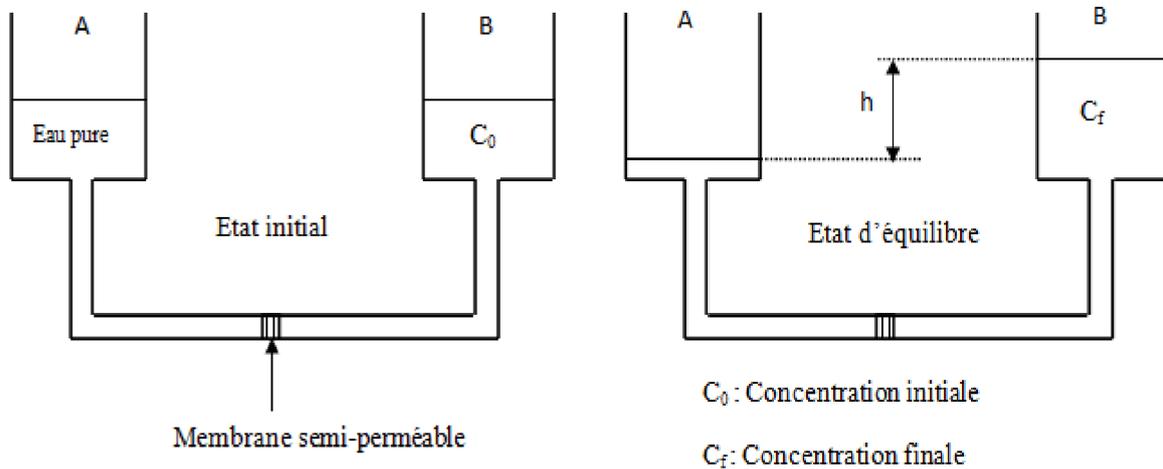


Figure II.7 : Principe d'imposition de la succion par la méthode osmotique

II.5.4.2.4- Technique de contrôle par phase de vapeur :

Elle consiste à placer un échantillon dans atmosphère confinée à humidité contrôlée dans un dessiccateur (Figure II.8), et à laisser les transferts d'eau s'effectuer sous phase vapeur

jusqu'à l'équilibre, ce processus est assez long et peut durer jusqu'à une dizaine de jours, voire plus selon la taille de l'échantillon et la vapeur de la succion. L'humidité relative peut être imposée en plaçant dans le dessiccateur une solution d'acide sulfurique à concentration donnée, ou une solution saline saturée. Cette dernière méthode est plus simple d'emploi et moins dangereuse.

Il est préférable d'utiliser cette technique en condition de température contrôlée à 20° C.

L'inconvénient principal est la lenteur des échanges par phase vapeur.

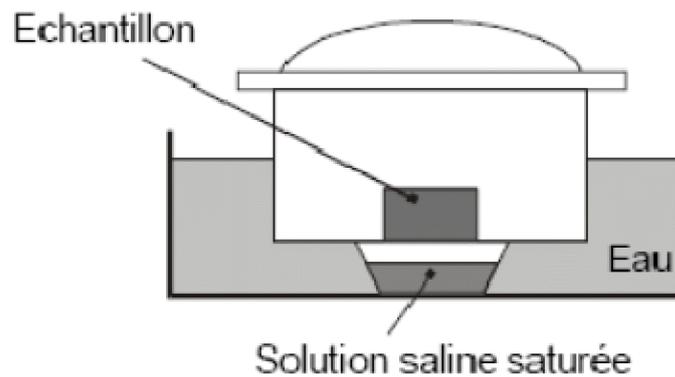


Figure II.8 : Contrôle de succion par phase vapeur, à l'aide d'un dessiccateur et d'une solution saline saturée [DALAGE et al]

II.5.4.3- Technique de mesure de la succion :

II.5.4.3.1- Méthode du papier-filtre :

La méthode du papier-filtre est une méthode indirecte, simple et pratique de mesure de succion, utilisable dans n'importe quel laboratoire disposant d'un système de pesée précis au 1/10 000° de gramme [DELAGE et al.]. Son principe est représenté sur la **figure II.9**

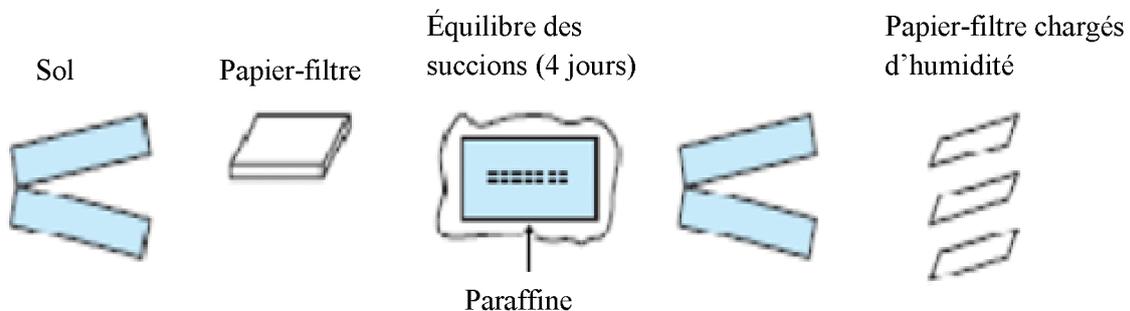


Figure II.9 : Méthode du papier-filtre [DELAGE et al.]

D'après Gardner cette méthode peut être utilisée pour mesurer des pressions interstitielles allant de 30 KPa à 100 000 KPa.

Elle consiste à insérer une triple épaisseur de papier-filtre dans l'éprouvette dont on veut déterminer la succion et à attendre (au moins 24h) l'équilibre des succions entre le sol et les papier-filtre, en évitant toute évaporation ; on peut paraffiner l'éprouvette ou l'envelopper soigneusement d'un sac plastique, on extrait ensuite les papiers-filtres de l'éprouvette et l'on détermine la teneur en eau de la feuille centrale, non polluée, par une pesée au 1/10 000^e.

La connaissance de la teneur en eau et de la courbe de rétention d'eau permet d'accéder à la succion du papier-filtre et donc du sol

II.5.4.3.2- Mesure psychrométrique de la succion :

Dans les techniques psychrométriques (Figure II.10), on mesure l'humidité relative à proximité de l'eau interstitielle du sol non saturé, et on en déduit la succion par la loi de kelvin.

La psychrométrie permet grâce à la mesure de la température, de déterminer l'humidité relative d'une enceinte fermée. Il s'agit d'une méthode assez sophistiquée dont les applications pratiques en mécanique des sols sont encore assez rares, limitée à une succion maximale de 7 MPa (95% d'humidité relative). Au-delà de laquelle les molécules de vapeur d'eau sont trop rares pour parvenir à la condensation. Cette limitation est repoussée dans le cas du psychromètre à miroir, dans lequel la détection de la condensation est réalisée sur un miroir à température contrôlée, sur lequel est projeté un rayon optique dont on analyse la réflexion. Un système électronique complet gère le refroidissement du miroir et identifie l'instant où des gouttes microscopique perturbent le rayon optique. Des succions de plusieurs dizaines de méga pascals peuvent être ainsi mesurées.

Le psychromètre à thermocouple fonctionne de la façon suivante : dans un premier temps, la jonction (chrome-constantan) du thermocouple est refroidie par effet Peltier en dessous du point de rosée, et il y a condensation d'une goutte d'eau liquide ; on laisse ensuite l'évaporation se produire, ce qui entraîne un abaissement de la température au niveau de la jonction et une force électromotrice due à l'effet Seebeck qui permet d'accéder à la valeur de l'humidité relative.

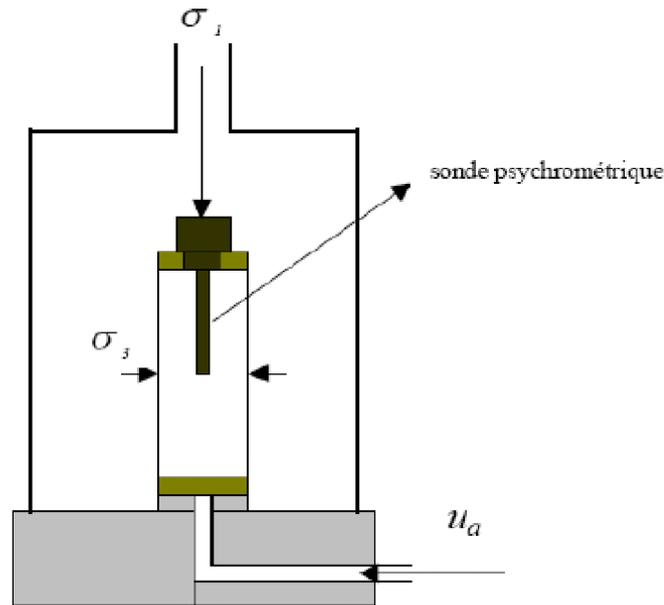


Figure II.10 : schéma de principe de l'équipement triaxial équipé d'une sonde Psychrométrique

II.5.4.3.3- Le tensiomètre :

Le tensiomètre est destiné à mesurer cette pression négative de l'eau dans le sol in situ. Le tensiomètre est le plus ancien appareil de mesure de la succion. Dans ce dispositif, le sol est mis en contact avec un réservoir d'eau se trouvant à la pression atmosphérique par l'intermédiaire d'une plaque poreuse perméable au liquide et imperméable à l'air. L'eau du réservoir est soumise à une dépression qui à l'équilibre mesure la pression capillaire (figure II.11). Ce système limite la gamme de mesure à environ 100 kPa, du fait de la cavitation. En remplaçant l'eau par un autre liquide et en tablant sur les phénomènes d'osmose, la gamme de mesure peut être considérablement étendue (jusqu'à 1.5 MPa). Un tensiomètre à eau permettant de mesurer des pressions capillaires jusqu'à 1.5 MPa a été développé dans les années 90 à l'Imperial Collège (RIDLEY et al. [1993]). Il est composé d'une pierre poreuse à très faible entrée d'air et d'un capteur de pression miniature; entre ces deux éléments, le volume du réservoir est réduit à environ 3 mm³. La qualité du contact sol-élément poreux conditionne celle des mesures.

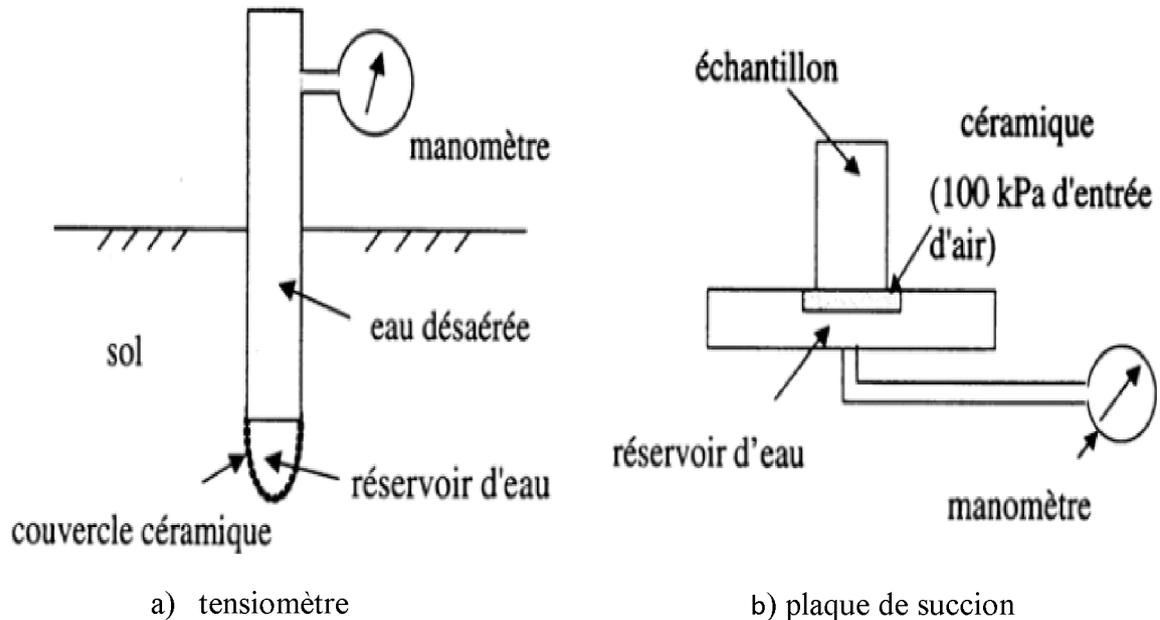


Figure II.11 : Tensiomètre et plaque de succion, LI [2000]

II.6 - Courbe de rétention d'eau :

II.6.1- Introduction :

Une augmentation de la succion d'un sol, c'est-à-dire une élimination de l'humidité du sol, provoque une diminution de la teneur en eau, l'eau ne pouvant plus retenue par les forces osmotiques et matricielle. La réduction de la succion d'un sol, c'est-à-dire une humidification, provoque une augmentation de la teneur en eau. C'est une grandeur macroscopique fondamentale en physique du sol car elle exprime l'influence de la structure, de la porosité et de l'adsorption sur l'état de l'eau du sol.

La courbe qui représente la relation entre le potentiel d'un sol et sa teneur en eau est appelée "courbe de rétention de l'humidité du sol" ou "courbe caractéristique du sol". Cette relation n'est pas unique, elle peut être obtenue par "drainage" ou par "mouillage" d'un échantillon de sol. Dans le premier cas, des accroissements de succion sont appliqués à l'échantillon initialement saturé afin de sécher le sol graduellement. Des mesures successives de la teneur en eau en fonction de la succion sont faites. Dans le deuxième cas, la succion est réduite graduellement en partant d'un échantillon de sol sec.

Chaque méthode donne une courbe de rétention mais les deux courbes ne sont pas identiques. A l'équilibre à une succion donnée, la teneur en eau d'un sol est plus grande en

drainage qu'en mouillage. Pour un sol, le graphique obtenu par les deux processus est de type 'hystérésis'. L'hystérésis est généralement attribué aux plusieurs facteurs comme : l'angle de contact, la présence d'air piégé qui tend à réduire la teneur en eau du sol en chemin d'humidification, le gonflement et le retrait qui provoquent des variations différentielles de la structure du sol et aussi la non uniformité géométrique des pores individuels.

Dans la nature les sols non saturés sont soumis au séchage et au mouillage, phénomènes qui se succèdent en fonction des conditions climatiques. Le séchage a pour effet de diminuer la teneur en eau et par conséquent d'augmenter la succion. Le mouillage, en revanche, entraine une augmentation de la rétention d'eau.

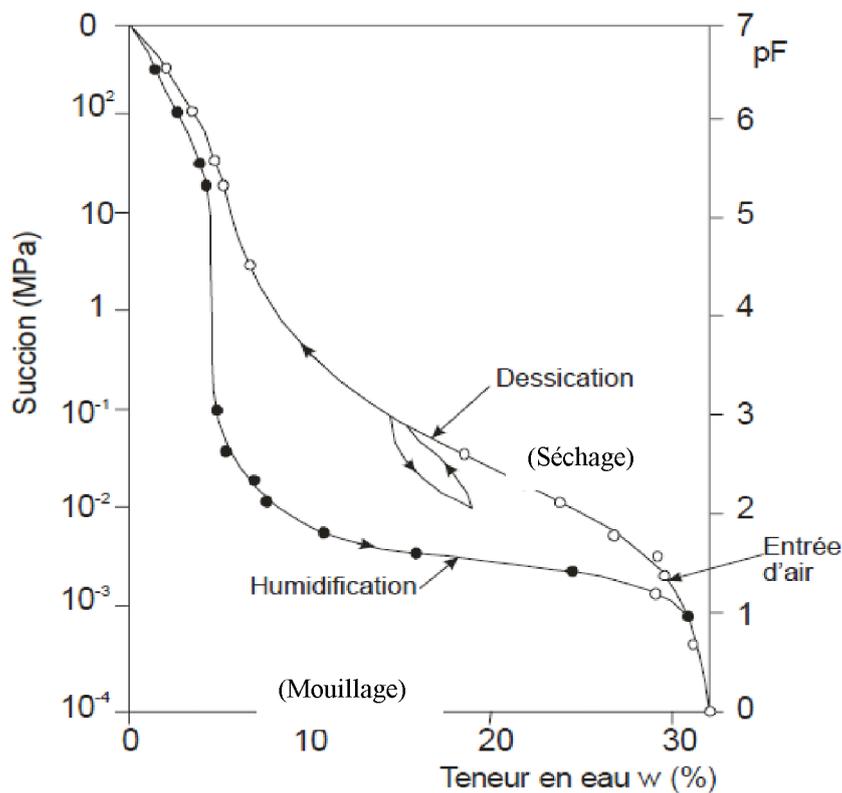


Figure II.12 : Courbe de succion d'eau d'un sable argileux, CRONEY [1952]

Une courbe de succion est propre à un matériau. La pente de cette courbe indique l'effort de drainage pour faire varier la teneur en eau $w\%$.

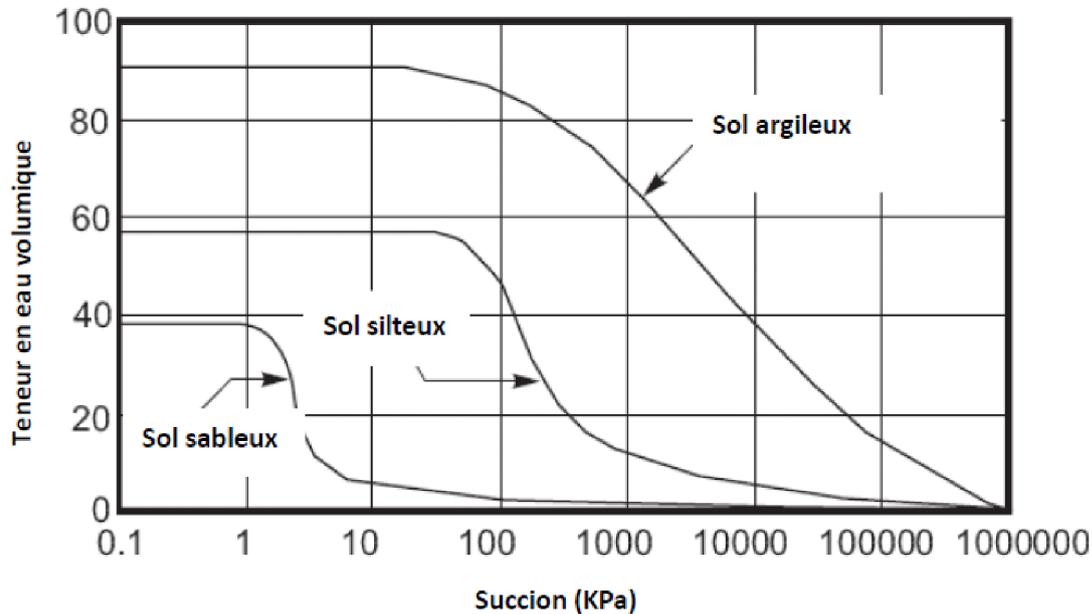


Figure II.13 : Influence de plasticité sur la teneur en eau (D.G. Fredlund et al. 1994)

L'imposition de la succion peut être réalisée avec les plaques tensiométrique, les plaques de pression, le dessiccateur à vide ou avec la technique osmotique. La mesure de la succion peut être réalisée avec le tensiomètre à eau, le tensiomètre osmotique, le psychromètre ou avec le papier filtre, (Voir§II5.4).

II.6.2- Points caractéristiques de la courbe de rétention :

Une augmentation de la succion engendre une quantité d'eau drainée plus significative et une vidange des pores du fait qu'ils ne peuvent pas retenir l'eau contre la succion appliquée. Les pores les plus grands sont les premiers à se vider. L'application d'une faible succion à l'eau d'un sol saturé engendre une réduction de sa teneur en eau seulement à partir d'une valeur critique pour laquelle les pores les plus grands commencent à se vider. Cette valeur critique de la succion est appelée "point d'entrée d'air" (voir figure II.14) et elle dépend de la nature ainsi que de la structure du sol. Lorsque la teneur en eau décroît l'indice des vides tend vers une valeur constante et la teneur en eau correspondant à ce point, donc à l'indice des vides final du sol est appelée "limite de retrait".

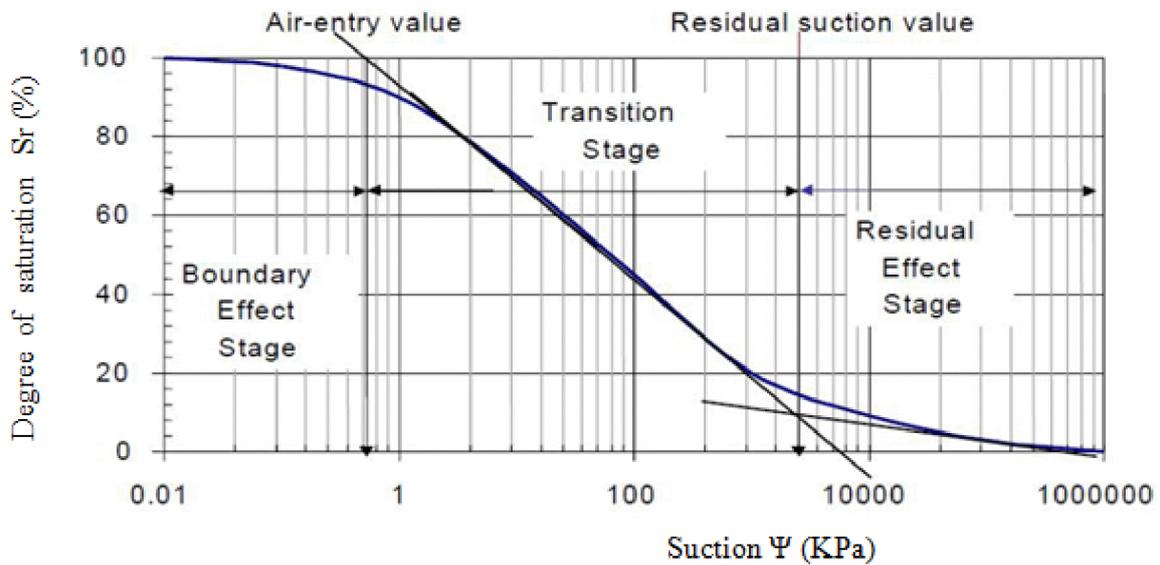


Figure II.14 : Exemple de courbe caractéristique d'un sol, d'après [Vanapalli et al .2002]

II.6.3- différentes phase de la courbe de succion :

Au voisinage de la teneur en eau à saturation, où la courbe est pratiquement horizontale. Cette partie de la courbe correspond à la « frange capillaire ». Elle traduit le fait qu'il est en générale nécessaire d'exercer une dépression non nulle pour arriver à drainer un milieu poreux. Ceci est du au fait que les pores ne dépassent pas une certaine taille maximale. Et que les rayons de courbure des interfaces eau-air sont nécessairement inférieurs à une valeur seuil R_0 . (C'est la phase d'effet limite)

La deuxième phase représente la phase de transition où la pente de la courbe de succion est relativement forte.

Pour la phase trois de la courbe c'est l'effet résiduelle. Où la courbe se réduit à une droite d'une faible pente. Tend vers l'infinie, lorsque on s'approche de la teneur en eau résiduelle. L'assèchement progressif du sol conduit à Ψ (KPa). rayon de courbure de plus en plus faible aux interfaces, donc à augmenter la succion

II.6.4- Phénomène d'hystérésis :

Selon la courbe de rétention d'eau lors de cycles de dessiccation – humidification (séchage - mouillage), une caractéristique fondamentale du comportement hydraulique des

milieux poreux non saturés est l'hystérésis des courbes de perméabilité k et de teneur en eau volumique θ en fonction de la succion. Voir l'exemple ci-dessous : La figure II.15.

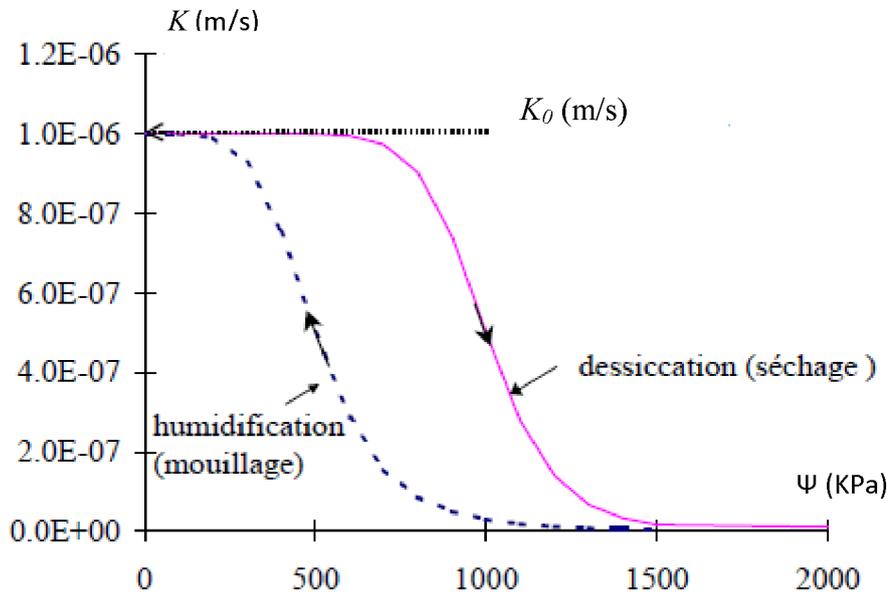
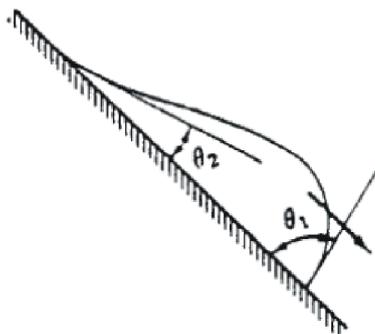
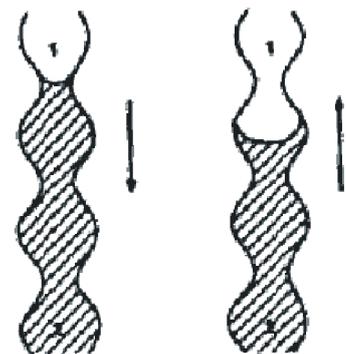


Figure II.15 : l'hystérésis de $K(\Psi)$



a) Expérience de la goutte d'eau



b) effet goulot

Figure II.16 : Manifestation physique de l'hystérésis (Bear et Verruijt, 1987)

Il y a aussi une explication liée à "l'effet goulot" qui provient de ce que les vides capillaires ne sont pas des tubes mais une succession de cavités de dimensions variables (figure II.16b).

Ces phénomènes d'hystérésis ont été éclairés par Biarez et al. (1987) en considérant un modèle de sol composé de tubes capillaires rigides identiques, parallèles, et placés verticalement. Si l'échantillon de sol est suffisamment haut par rapport à la remontée capillaire, le niveau d'eau s'établira à une hauteur donnée par la loi de Jurin :

$$h_{max} = \frac{2\sigma_{aw} \cos \alpha}{\gamma_w r} \quad (\text{II. 7})$$

Où

α Est l'angle de contact, r le rayon du tube capillaire et γ_w le poids volumique de l'eau.

Si cette hauteur h_{max} est supérieure à la hauteur h de l'échantillon, l'équilibre sera obtenu par un ajustement de l'angle de contact, qui prendra une valeur α_1 telle que :

$$h = \frac{2\sigma_{aw} \cos \alpha_1}{\gamma_w r} \Rightarrow \gamma_w h = \frac{2\sigma_{aw} \cos \alpha_1}{r} \quad (\text{II. 8})$$

Par conséquent, une augmentation de la succion ne se traduira pas immédiatement par une désaturation, mais d'abord par une variation de l'angle de contact de α à α_1 , avant que l'eau ne se mette en mouvement. En fait, l'angle de contact correspond à un déplacement relatif des phases des phases l'une par rapport à l'autre n'est pas le même suivant que l'eau pousse l'air ou que l'air pousse l'eau: lors du séchage, qui correspond à un mouvement relatif provoqué par l'air qui pousse l'eau, l'angle de contact α_s est inférieur à l'angle de mouillage α_M , correspondant au mouvement relatif provoqué par l'eau qui pousse l'air.

En conséquence la succion est différente suivant le chemin de drainage ou d'humidification,

Dans la mesure où la succion a une influence sur le comportement mécanique, ce phénomène d'hystérésis doit envisager lorsque le sol est soumis à des conditions cycliques.

II.6.5- Les formules de la courbe de rétention :

La courbe de rétention peut être déterminée par plusieurs méthodes, soit par des méthodes directes, celles de laboratoire que nous avons déjà cité précédemment, soit par des méthodes indirectes (empiriques, statistiques, macroscopiques) :

- les modèles empiriques sont développés en utilisant les résultats des tests de laboratoire.

- Les modèles statistiques utilisent les propriétés physiques du sol représenté par la courbe de succion.
- Les modèles macroscopiques sont des expressions analytiques qui tiennent compte de nombreuses variables qui influencent le débit d'eau dans le sol.

Dans le domaine d'écoulement, plusieurs auteurs ont proposé des formules dans la littérature qui permettent d'obtenir la courbe de succion ou de rétention (voir tableau ci-dessous)

Auteur	année	Équations	Définition des paramètres
Gardner	1958	$\theta = \frac{1}{1 + q\psi^n}$	q: paramètre d'ajustement relié à la pression d'entrée d'air n: paramètre d'ajustement relié à la pente au point d'inflexion de la courbe de rétention
Gardner	1970	$\psi = a.\theta^{-b}$	θ : teneur en eau réduite ou normalisée (ou saturation effective notée S_e), comme la relation de Brooks et Corey.
Brooks Et Corey	1964	$\theta = (\Psi_a/\Psi)^\lambda$ $\theta = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$	θ_r : teneur en eau résiduelle θ_s : teneur en eau à saturation Ψ_a : pression d'entrée d'air λ : indice de distribution de la taille des pores
Visser	1966	$\psi = \frac{a(n - \theta)^b}{\theta^c}$	n : la porosité du matériau b, c : paramètres d'ajustement
Van Genuchten	1980	$\theta = \left[\frac{1}{1 + (\alpha.\Psi)^n} \right]^m$	α , n et m : paramètres du sol, liés à la hauteur frange capillaire pour α , et à la distribution granulométrique pour n et m.

Tableau II.1 : Les formules de la courbe de rétention

Il existe des relations liant n et m, afin de limiter la norme de paramètres indépendants dans la relation de Van Genuchten. On distingue la relation habituellement trouvée dans la

littérature : $n = 1/(1 - m)$ et la relation dite de Burdine (Taha, 1995) : $n=2/(1-m)$. La première découle des propriétés des courbes de distribution granulométriques.

II.6.6- Les formules de la perméabilité ou de la conductivité hydraulique (d’après amraoui, 1996) :

Dans un sol non saturé, le coefficient de perméabilité n’est pas constant, il varie en fonction de la combinaison de l’indice des vides et le degré de saturation et, il est fortement influencé par la variation de la succion.

Ces dernières années plusieurs expressions analytiques ont été développées pour prédire la perméabilité des sols non saturée. Le principe fondamental de l’application de ces modèles est la disponibilité des propriétés hydrauliques de sol non saturé, la rétention de l’eau de sol et les fonctions de conductivité hydraulique. Les modèles les plus utilisés ceux de Brooks et Corey (1964) et Van Genuchten (1980). (Voir le tableau II.2)

Auteur	année	Équations	Définition des paramètres
Gardner	1958	$K(\Psi) = k_s \cdot \exp(\alpha \cdot \Psi)$	α : est une constante qui dépend de la nature du sol ; a, b et m sont des constante empiriques
Gardner	1970	$K(\Psi) = \frac{\alpha}{(b + \Psi^m)}$ $K(\Psi) = \frac{k_s}{(1 + \Psi/\Psi_m)}$	Ψ_m est la succion matricielle pour laquelle $K = 0.5 * K_s$
Brooks Et Corey	1966	$K(\Psi) = K_s \left(\frac{\Psi_a}{\Psi}\right)^m,$ $\Psi \leq \Psi_a$ $K(\Psi) = K_s, \Psi \geq \Psi_a$	m : est une constante caractéristique du sol Ψ_a : pression d’entrée d’air
Van Genuchten	1980	$K(\theta) =$ $K_s \sqrt{\theta} \left[-\left(1 - \theta^{1/m}\right)^m \right]^2$	θ : teneur en eau réduite ou normalisée (ou saturation effective notée S_e), comme la relation de Brooks et Corey. n et m : paramètres du sol, liés à la distribution granulométrique.

			La relation donnée ici s'appuie sur $n = 1/(1 - m)$
Campbelle, Brooks et Corey.	1966	$K(\theta) = K_s \left(\frac{\theta}{\theta_s} \right)^\beta$	β : est un paramètres d'ajustement qui, quand cette relation est utilisée avec la rétention, est pris égal à $\beta = (1 - m)/m + 3$

Tableau II.2 : les formules empiriques de la conductivité hydraulique

Citons également la relation de Broadbridge et white (1988), qui permet une solution analytique de l'équation de Richards dans quelques cas simples.

Les quelques fonction présentées dans les tableaux précédents illustrent la diversité des choix possibles pour formaliser l'évolution des caractéristiques hydrauliques d'un sol en fonction du degré de saturation. Les fonctions décrivant la rétention en eau d'un sol sont parfois basées sur des observations, ou sur une théorie issue du lien qui existe la granulométrie et la capacité de rétention d'un sol. Par contre, il nous semble que les fonctions décrivant la variation de la conductivité hydraulique ont une origine beaucoup plus arbitraire, car les mesures de conductivité sous succion sont rares (Grésillon, 1994).

- Le paramètre α de la relation de Van Genuchten et Mualem est relié à la distribution de taille de pores, et plus particulièrement à l'épaisseur de la frange capillaire. Plus α est petit pour un milieu poreux, plus la frange capillaire est élevée. Ainsi que Quand n diminue, l'amplitude de la fonction de densité de largeur de pores croit. Alors que lorsque n décroît, l'abondance relative des pores plus petit (par rapport à la largeur de pores moyenne) augmente ; Or ces petit pores sont difficiles à drainer, et peuvent constituer un obstacle aux écoulements (au dessous de $1\mu m$, estiment Wise et al).(1994).
- Dans la formule de Brooks et Corey le β est égale, suivant ces derniers en 1957 à $2/\lambda+2+P$ avec P est un facteur de tortuosité positif compris entre 0 et $4/3$ suivant les auteurs, et λ un paramètre propre au sol étudié. P est paramètre extrêmement variable, qui dépend fortement de la texture du sol considéré. On le prend en général égale à $P=1$, et $\lambda= m.n$ (avec $n = 1/ (1-m)$), d'où la relation qui figure le tableau

- : $\beta = (1 - m)/(m + 3)$. Plus β est élevé, plus la conductivité décroît vite quand on s'éloigne de la saturation.

II.7 -Écoulement dans les milieux poreux non saturée :

II.7.1 - Généralisation de la loi de Darcy aux milieux non saturés :

La loi de Darcy est applicable pour les écoulements en milieux non saturés, mais la perméabilité ou la conductivité hydraulique varie avec la teneur en eau θ et la charge de la pression c.à.d. $K = K(\theta)$ ou $K = K(h)$

La loi de Darcy étendue aux milieux non saturés s'écrit donc :

$$q = -K(\theta) \text{grad}H \quad (\text{II.9})$$

Les composantes de la vitesse d'écoulement sont alors exprimées comme suit :

$$\begin{aligned} v_x &= -k_x(\theta) \frac{\partial h}{\partial x} \\ v_y &= -k_y(\theta) \frac{\partial h}{\partial x} \\ v_z &= -k_z(\theta) \frac{\partial h}{\partial x} \end{aligned} \quad (\text{II.10})$$

Avec : h est la charge hydraulique pour le cas des milieux non saturés

K est la perméabilité ou la conductivité hydraulique

θ Est la teneur en eau

Ces équations valent lorsque les axes principaux de la perméabilité coïncident avec les axes des coordonnées cartésiennes x, y, z .

II.7.2 -Équations de continuité (Équations générale de description des transferts d'eau) :

Selon le problème traité, l'équation de description des transferts d'eau peut s'exprimer en fonction des trois variables suivantes θ, h, Ψ

II.7.2.1 - En terme de charge de pression h :

En introduisant la capacité capillaire $c(h)$ définie par : $c(h) = \frac{\partial \theta}{\partial h}$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[k(h) \frac{\partial h}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[k(h) \frac{\partial h}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[k(h) \frac{\partial h}{\partial z} \right] = C(h) = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (\text{II. 11})$$

(Équation de richard : forme capacitive)

II.7.2.2 -En terme de charge de teneur en eau θ :

En terme de teneur en eau (e constant et S_r varie), l'équation de continuité se réduit dans le cas d'un écoulement en milieu non saturé à :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[k(\theta) \frac{\partial h}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[k(\theta) \frac{\partial h}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[k(\theta) \frac{\partial h}{\partial z} \right] = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (\text{II. 12})$$

θ Est une fonction du potentiel capillaire $\Psi(\theta = f(\Psi))$

k Est la perméabilité non saturée dépendant de la teneur en eau θ

II.7.2.3 - En terme de potentiel capillaire ψ :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[k(\Psi) \frac{\partial h}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[k(\Psi) \frac{\partial h}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[k(\Psi) \frac{\partial h}{\partial z} \right] = \frac{\partial \theta}{\partial \Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial t} \quad (\text{II. 13})$$

(Équation de richard basé sur la variable θ)

Avec

h Le potentiel hydraulique

z L'élévation à partir du substratum

Ψ Potentiel capillaire ($\Psi = -\frac{u_w}{\rho_w g}$ le négatif dans le cas des milieux non saturés)

En posant $c(\Psi) = \frac{\partial \theta}{\partial \Psi}$ et en développant le terme à gauche de l'équation (II.11) on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[k(\Psi) \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[k(\Psi) \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[k(\Psi) \left(\frac{\partial \Psi}{\partial z} + 1 \right) \right] = c(\Psi) \frac{\partial \Psi}{\partial t} \quad (\text{II. 14})$$

(Équation de richard basé sur la variable Ψ)

Avec

$c(\Psi)$ est la capacité capillaire

La solution de cette dernière, $\Psi(x, y, z, t)$, décrit l'écoulement en tout point du domaine d'écoulement et à tout instant. On pourra donc utiliser cette équation pour résoudre les problèmes des écoulements transitoire.

La variable Ψ sera > 0 en milieu saturé et appelée charge (composante) de pression

La variable Ψ sera < 0 en milieu non saturé et appelée potentiel capillaire

La variable Ψ sera $= 0$ à la surface libre de la nappe

Pour résoudre cette équation il faut connaître les valeurs des courbes caractéristiques hydraulique : les courbes de conductivité hydraulique $k(\Psi)$ ou $k_r(\Psi)$, on a

$k(\Psi) = k_r(\Psi) \cdot k_s$ et les courbes de rétention d'eau $C(\Psi)$ ou $\theta(\Psi)$.

Conclusion :

Il est nécessaire de passer par la théorie d'un sol non saturé pour mieux comprendre les écoulements dans les milieux poreux non saturés à savoir généralisation de la loi de Darcy aux milieux non saturés, Techniques expérimentales de contrôle et de mesure de la succion, Équations de continuité en terme de charge de pression H , de charge de teneur en eau θ , en terme de potentiel capillaire ψ .

Chapitre III

Les méthodes classiques de
modélisation en milieux
poreux

CHAPITRE III

LES MÉTHODES CLASSIQUE DE MODÉLISATION EN MILIEUX POREUX

III.1 - Introduction

Dans la modélisation des écoulements en milieux poreux (sols sableux), on distingue deux méthodes d'approches. La première méthode est celle qui repose sur le modèle d'écoulement saturé-non saturé qui permet de modéliser l'écoulement dans la zone saturé et dans la zone non saturé (Kacimov, 2000) et l'ensemble du système est délimité en surface par la surface du sol. Dans ce cas, le modèle est fondé sur l'équation dite de Richards (1933), celle-ci est établie en combinant l'équation de Darcy avec l'équation de continuité, et nécessite - outre la définition des conditions aux limites - la connaissance de deux fonctions décrivant les propriétés hydrodynamiques du sol relations (suction - teneur en eau, conductivité hydraulique - teneur en eau).

L'équation de Richards permet de déterminer les charges hydrauliques ou le potentiel de pression et la répartition de la teneur en eau dans le sol, par contre la position de la surface libre n'est pas donnée directement par l'équation de Richards.

NB :

D'une manière générale, on appelle surface libre toute limite géométrique du domaine d'écoulement non fixée rigidement, c'est-à-dire, dont la forme dépend du champ $\varphi(x, y, z, t) = z$ à l'intérieur du domaine.

En pratique, en ce qui concerne les écoulements en milieu poreux saturé, on considère qu'une telle surface ne peut exister qu'à la séparation entre le domaine saturé et le domaine non saturé du milieu aquifère. Cette surface étant physiquement assez floue, on admettra pour en donner une définition mathématique précise que c'est le lieu géométrique des points où la pression de l'eau est nulle par rapport à la pression atmosphérique ($\Psi=0$).

Le fait de prendre en compte le transfert d'eau dans la zone non saturée évite de surestimer la hauteur de nappe. Néanmoins, la prise en compte de ce demande une bonne connaissance des caractéristiques du sol $K(\Psi)$ et $\Psi(\theta)$ du sol, qui sont difficiles à acquérir de façon précise. Celles-ci peuvent être calculées, entre autres, grâce aux relations de Van Genuchten (1980),

qui donnent les valeurs de la perméabilité et de la succion en fonction de la saturation du milieu, et de deux paramètres empiriques α et n .

Il est à préciser que l'équation de Richards est fortement non-linéaire compte tenu des variations importantes que subissent la conductivité hydraulique et la succion en fonction de la teneur en eau en hydraulique des sols non saturés. Pour cette raison, à part des cas bien précis, unidimensionnels très souvent et à conditions aux limites draconiennes (Philip, 1973 ; Younes, 1960), rares ont été les solutions analytiques pour ces problèmes. Et la non linéarités proviennent aussi de la variabilité de : perméabilité la teneur en eau, nature des conditions aux limites inconnues (surface de suintement) du domaine d'écoulement.

La non linéarité donc ajoutées à la complexité quelquefois d'avoir des données expérimentales fiables pour les courbes de perméabilité et les courbes de rétentions d'eau de sol non saturé, ont justifié quelques nombre de simplifications aboutir à une seconde méthode qui repose sur l'approche mathématique, appelée méthode « classique » des problèmes à surface libre.

III.2 - les simplifications des modèles saturés :

La première étape de simplification consiste à ne considérer comme système que la nappe (on parle alors généralement de modélisation « saturée » voir **figure III.1**), délimitée dans sa partie supérieure par sa surface libre dont la position est inconnue a priori. Dans ce système, la charge hydraulique totale vérifie l'équation dite de « Laplace » (Vauclin et al. 1976) et le principe de résolution en régime transitoire consiste à la déterminer en tout point en prenant en compte les mouvements d'une limite libre pour le toit de la nappe. Là encore, le problème peut être résolu dans les trois dimensions de l'espace. Tout comme pour l'équation de Richards, la résolution du problème nécessite l'utilisation d'outils numériques spécifiques en général fondés sur des éléments finis et un maillage pouvant se déformer avec le domaine (Romano et al., 1999 ; Jarrin, 2001). Des solutions analytiques ont été élaborées par certains auteurs en régime permanent (Polubarinova-Kochina, 1962) dans des contextes particuliers.

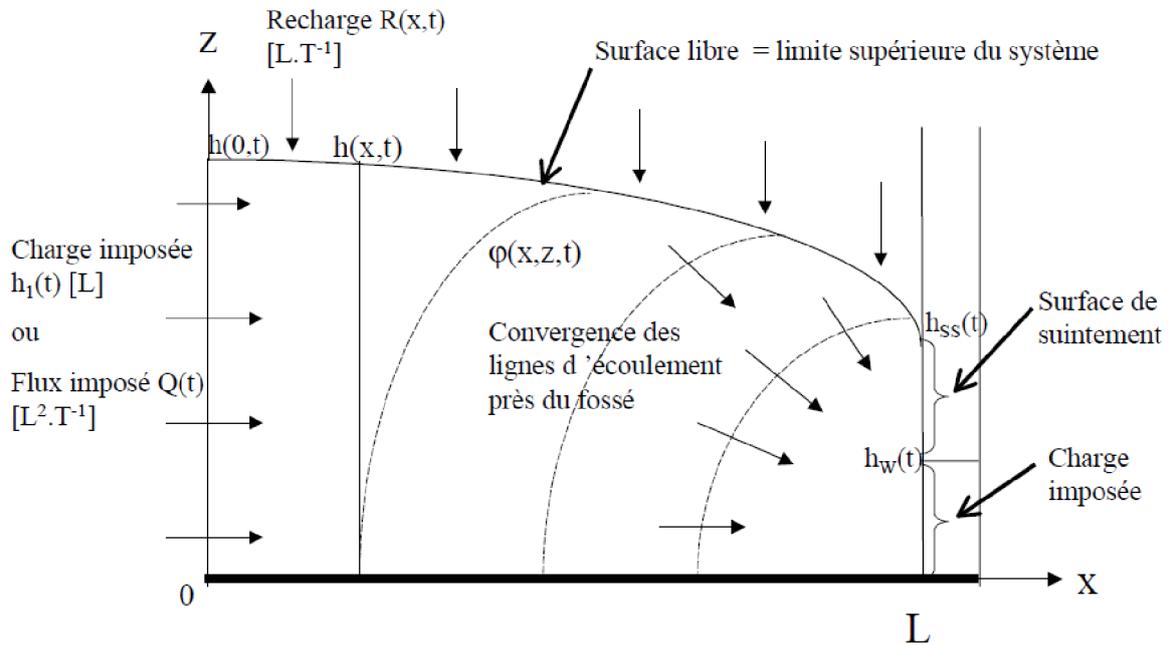


Figure III.1: Système de nappe considérée par le modèle saturé 2D

La seconde simplification consiste à introduire l'hypothèse de Dupuit-Forchheimer (DF) qui considère la pente de la surface libre de la nappe est faible et l'écoulement Strictement horizontal dans le système (i.e. les iso-potentielles sont verticales), ce qui peut se justifier dans le cas de nappe ayant une extension latérale importante, et tant que le rayon de courbure de la surface libre est grand (l'angle qu'elle fait avec l'horizontale est petit). Cette hypothèse permet une simplification importante de la résolution de l'équation de Laplace aboutissant dans un certain nombre de cas à des solutions analytiques ou numériques simples. Sous ce corps d'hypothèses, l'équation non-linéaire décrivant la surface libre devient l'équation décrivant l'ensemble du système. Elle est alors appelée « équation de Boussinesq » (Youngs, 1999).

La troisième simplification consiste à linéariser l'équation de Boussinesq en faisant l'hypothèse que les variations du toit de la nappe sont faibles par rapport à l'épaisseur de celle ci. On arrive alors à une équation linéaire de diffusion simple, largement utilisée par les hydrogéologues et connue sous le nom « d'équation de la diffusivité » (Marsily, 1981). Les modèles développés à partir de l'hypothèse DF sont largement employés dans les calculs de dimensionnement d'ouvrages hydrauliques, en particulier en raison d'un traitement numérique beaucoup plus simple que dans les approches de type « Richards ». Néanmoins, en ignorant la composante verticale de l'écoulement, l'hypothèse DF engendre des erreurs qui

peuvent être significatives dans la détermination des hauteurs de nappe, en particulier proche du bord du fossé où les gradients hydrauliques sont les plus élevés. Ces erreurs peuvent avoir trois origines :

- 1) non prise en compte du phénomène de suintement
- 2) non prise en compte des écoulements verticaux sous le fond du fossé si l'imperméable est profond ;
- 3) non prise en compte des composantes verticales dans la zone où elles deviennent non négligeables.

III.3 - Approche mathématique :

L'approche mathématique qui basée sur l'équation de Richards permet de décrire la partie supérieure de la saturation ou surface libre, à travers la continuité des transferts hydrauliques entre zones saturée et non saturée, la méthode analytique limite la description de l'écoulement à la zone saturée en supposant une variation discontinue de certaines grandeurs physiques (Todd, 1957 ; Bouwer, 1963 ; Dicker, et Servian, 1965).

On suppose que la perméabilité culbute (chute) brusquement dès que l'on dépasse la partie supérieure de saturation. Ce faisant, on néglige physiquement l'écoulement dans la frange capillaire, ce qui semble se présenter lorsque la perméabilité relative du sol considéré varie d'une manière rapide en fonction de la succion comparativement à l'unité (perméabilité relative à la saturation).

Il découle de cette approximation que la surface libre est non seulement l'isobare où règne la pression atmosphérique, mais aussi la limite supérieure du domaine de l'écoulement. Cette idéalisation de l'écoulement non saturé comportant une zone saturée est connue des mathématiciens sous le nom de « problème à surface libre ».

III. 4-Cas de l'écoulement transitoire :

L'approche mathématique de transfert d'eau à surface libre transitoire revient à écrire trois équations :

La première équation détermine l'évolution de la charge hydraulique dans le domaine saturé, La seconde définissant la surface libre et la troisième équation décrivant la cinématique du mouvement de la surface libre.

Dans le domaine saturé, l'équation de continuité et la loi de Darcy permettent d'écrire $C(\psi) = 0$ et $k_r(\psi) = 1$ dans l'équation de Richards

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_s \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_s \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left[k_s \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} + 1 \right) \right] = 0 \quad (\text{III.1})$$

Voir l'équation II.13 ou

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_s \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_s \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_s \frac{\partial h}{\partial z} \right) = 0 \quad (\text{III.2})$$

Soit l'équation (II.11) en fonction de la charge hydraulique.

Pour un milieu homogène et isotrope, on revient à l'équation de Laplace

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{III.3})$$

La charge hydraulique n'est pas donnée directement par l'équation de Laplace, dans tout le domaine saturé puisque l'une des frontières du problème à surface libre est une limite inconnue du domaine de l'écoulement. Deux équations supplémentaires sont par conséquent nécessaires. Celles-ci sont données par les propriétés de la surface libre.

Soit $z_L(t)$ la cote de la surface libre en fonction de temps. A un point quelconque M de la surface libre, on aura la relation suivante :

$$Z_M = Z_L[X_M(t), Y_M(t), t] \quad (\text{III.4})$$

Comme la surface libre est une surface matérielle, on peut alors introduire la dérivée particulière et écrire :

$$\frac{dZ_M}{dt} = \frac{\partial Z_L}{\partial t} + \frac{dX_M}{dt} \frac{\partial Z_L}{\partial X} + \frac{dY_M}{dt} \frac{\partial Z_L}{\partial Y} \quad (\text{III.5})$$

On à :

$$V = -k_s \frac{\partial H}{\partial A} \quad \text{Voir le §I.9.1.1} \quad (\text{I.30})$$

$$V_X = -k_x \frac{\partial h}{\partial x}$$

$$V_Y = -k_y \frac{\partial h}{\partial y}$$

$$V_Z = -k_z \frac{\partial h}{\partial z}$$

Or, dans l'hypothèse d'incompressibilité de l'eau et de rigidité du squelette, la vitesse du fluide est liée à la vitesse cinématique du point courant M de la surface libre par les relations (sans restreindre la généralité, on suppose dans la suite que le milieu poreux est isotrope) :

$$\left. \begin{aligned} v_x &= -k_s \frac{\partial h}{\partial x} = n \frac{dx_M}{dt} \\ v_y &= -k_s \frac{\partial h}{\partial y} = n \frac{dy_M}{dt} \\ v_z &= -k_s \frac{\partial h}{\partial z} = n \frac{dz_M}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.6})$$

Où n est la porosité ou la teneur en eau volumique à saturation et k_s la perméabilité à saturation.

Les équations (III.4), (III.5) et (III.6) permettent d'écrire l'équation du mouvement de la surface libre » :

$$n \frac{\partial z_M}{\partial t} = k_s \left[\frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial z_L}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial z_L}{\partial y} - \frac{\partial h}{\partial z} \right] \quad (\text{III.7})$$

L'approche mathématique du problème de surface libre transitoire consiste à résoudre les équations (III.3) et (III.7) complétées par les conditions initiales et aux limites sur les autres frontières fixes du domaine de l'écoulement. Alors, dans cette approche, la donnée des deux paramètres : la porosité et le tenseur des perméabilités à saturation, suffit pour définir (décrire) complètement le transféré d'eau (l'écoulement) à surface libre non stationnaire.

La figure ci-dessous (figure III.2) montre la description mathématique de la situation de surface libre dans un cas classique : écoulement bidimensionnel d'une nappe phréatique à surface libre (on suppose que le milieu poreux homogène, isotrope et l'eau incompressible).

Il est cependant relativement (proportionnellement) laborieux d'effectuer la résolution des cas pratique avec cette approche aussi bien du point de vue analytique que du point de vue numérique : la charge hydraulique et en relation avec le changement (variation) de la cote de la surface libre et la cote de celle-ci dépend des gradients de la charge de cette dernière (surface libre).

La recherche de solutions analytiques se heurte à ce couplage de la charge hydraulique et de la cote de la surface libre. Des développements basés sur la théorie des petites perturbations ont néanmoins rendu possible des solutions analytiques pour des cas précis (Dagan, 1960).

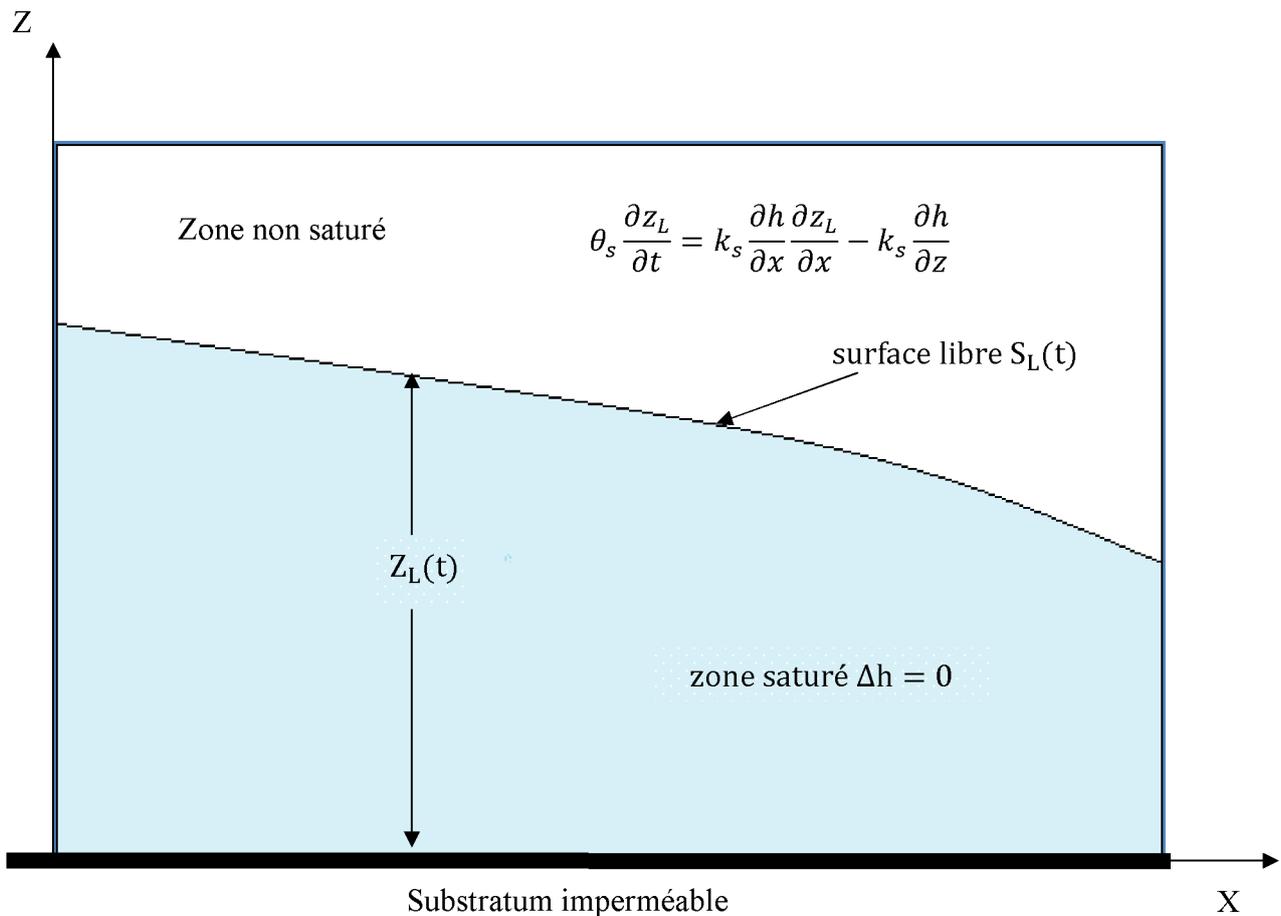


Figure III.2 : Application de l'approche mathématique à l'écoulement à surface libre

Il est possible, sous certaines hypothèses, de reconduire la résolution des équations (III.3) et (III.7) à celle d'une unique équation aux dérivées partielles.

III.4.1 - Hypothèse de Dupuit-Forchheimer :

En hydraulique des sols, ou plus particulièrement en hydrogéologie, on exploite fréquemment (généralement) les hypothèses de Dupuit-Forchheimer. Celles-ci sont données initialement par Dupuit en 1863, puis exécutées par Forchheimer en 1930. Ces hypothèses sont définies comme suit :

- 1) Pour de petites variations dans la pente de la surface libre, la charge hydraulique est indépendante de l'élévation.
- 2) Le gradient hydraulique provoquant l'écoulement est égal à la pente de la surface libre.

La première supposition concernant les lignes équipotentiels et les lignes de courant respectivement verticales et horizontales (voir figure ci-dessous III.3 a et b). Cela revient à considérer que l'écoulement est horizontal, cela implique aussi que la composante verticale de la vitesse d'écoulement est égale à zéro, avec la courbure de la surface libre qui tend vers zéro. Ce cas se présente souvent dans les écoulements de nappes phréatiques peu profondes ayant une couche de fond imperméable et visiblement horizontale.

Il démarre de cette hypothèse qu'il n'y a pas de gradients verticalement, donc aussi dans le sens vertical, alors dans les écoulements à surface libre, le gradient hydraulique est le même en chaque point d'une verticale, et est égal à la cote de la surface libre :

$$h(x, y, z, t) = z_L(x, y, t) \quad (\text{III.8})$$

Alors, on a les lignes de courant horizontales, le gradient hydraulique i est égal à la $\tan \theta$ (pente de la surface libre), voir ci-dessus (hypothèse N° 2 et figure III.3 c). Pour cela nous utilisons $\tan \theta$ au lieu de $\sin \theta$.

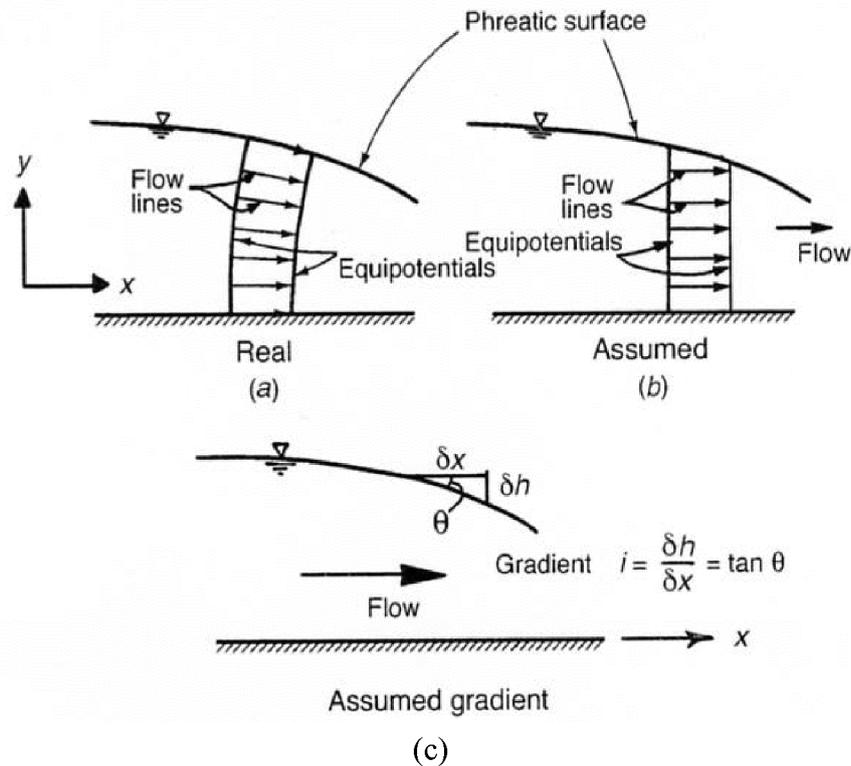


Figure III.3 : Hypothèses de Dupuit-Forchheimer

Avec:

Assumed = supposé

Flow lines = lignes de courant

Phréatique surface= surface libre

Flow = écoulement

La validité de ces hypothèses est directement liée à la valeur de θ .

On ne constate que la relation (III.8) qui, habituellement, n'est acceptable que sur la surface libre, garde sa validité en tout point de l'écoulement. Il en résulte que la charge hydraulique dans tout le domaine saturé se trouve complètement déterminée par la connaissance à tout instant de la cote de la surface libre. En effet, intégrons entre une position de repère (nulle par exemple) et la cote actuelle de la surface libre z_L , la relation (III.3) devient:

$$\frac{\partial h}{\partial z} = \int_0^{z_L} \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} dz = - \int_0^{z_L} \left[\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right] dz = -z_L \left[\frac{\partial^2 z_L}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z_L}{\partial y^2} \right] \quad (\text{III.9})$$

En remplace le terme $\frac{\partial h}{\partial z}$ dans l'équation (III.7) on aura :

$$n \frac{\partial z_L}{\partial t} = k_s \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(z_L \frac{\partial z_L}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(z_L \frac{\partial z_L}{\partial y} \right) \right] \quad (\text{III.10})$$

La formule (III.10) représente l'équation du mouvement de la surface libre et aussi l'équation aux dérivées partielles.

Si le transfert d'eau est permanent, l'équation ci-dessus (III.10) est appelée équation de « Dupuit ».

Pour permettre quelques développements analytiques, on est souvent amené à opérer une linéarisation conduisant à l'équation de Boussinesq.

III.5- Exposition de l'équation de Boussinesq :

L'équation développée par Boussinesq (1904) repose sur la combinaison à l'échelle d'un prisme unitaire de nappe (figure III.3) de l'équation de Darcy et de l'équation de continuité, sous l'hypothèse de Dupuit-Forchheimer. L'équation fait partie de la classe de modèles dit saturés et réduit donc les interactions avec la zone non-saturée.

De manière générale, comme toute équation différentielle, l'équation de Boussinesq doit être intégrée dans un système défini par des conditions aux limites et initiales. Cette intégration peut être réalisée par des outils numériques relativement simples et ne pose pas de difficultés.

Celle-ci provient de la linéarisation de l'équation (III.10) en supposant que les variations spatiales de la cote de la surface libre sont faibles par rapport à une valeur moyenne $\overline{z_L}$. Dans ce cas, on écrit :

$$z_L = z_l + \overline{z_L} \quad (\text{III.11})$$

Selon l'exemple exposé ci-dessus de la nappe phréatique, z_L peut représenter l'épaisseur de la nappe.

L'équation (III.11), conduisant à l'étude des écoulements unidimensionnels en régime transitoire, est connue sous le nom « d'équation de Boussinesq ». Celle-ci permet, moyennant des conditions aux limites et initiales écrites par rapport à la surface libre, développements

théoriques les plus importants semblent concerner plus particulièrement l'écoulement à surface libre en régime permanent.

III.6 - Cas de l'écoulement du régime permanent :

On dit que l'écoulement est en régime permanent ou stationnaire si la cote de la surface libre ne varie pas dans le temps, Ce problème de surface libre stationnaire est le plus étudié dans les aspects théoriques d'existence

A ce stade, la limite correspondant à l'équi-pression nulle (surface libre) est encore une frontière à flux nul. Cela veut dire, du fait de la stabilité (permanence) de cette condition, que c'est une ligne de courant, avec ces deux conditions de la charge et du flux sur une même frontière ne constitue pas une surdétermination mathématique puisque cette frontière est une inconnue du problème.

Ce problème mathématique fut et demeure l'objet de développements théoriques importants. Les approches les plus classiques concernent l'utilisation du potentiel complexe et la théorie des transformations conformes, qui s'appliquent aux écoulements plans stationnaires et isotropes. Elle suppose en général une idéalisation de la géométrie (carré, rectangle, trapèze, etc.) au sein de laquelle on écrit l'équation de Laplace. Ces approches ont été appliquées aux écoulements dans les barrages en terre à géométrie Simple, où des fonctions complexes ont été mises au point pour approximer la forme et la localisation de la surface libre dans diverses situations (substratum perméable ou non, présence de drain ou non, etc.) (Muskat, 1946 ; Casagrande, 1937 ; Mallet et Pacquant, 1951 ; Schneebeli, 1955 ; Guevel, 1960 ; Browzin, 1964). Le lecteur désireux de plus de détails sur les applications de cette théorie pourra consulter un des ouvrages de base, par exemple « Hydraulique souterraine » (Schneebeli, 1987).

III.7 - Prise en compte du phénomène de suintement pour détermination la position de La surface libre de la nappe :

Lorsqu'on cherche à déterminer la position de la surface libre d'une nappe à proximité d'un fossé drainant, il est important de prendre en compte l'existence de la surface de suintement.

III.7.1 - L'hypothèse de DF et la surface de suintement :

Les approches reposant sur l'hypothèse de Dupuit-Forchheimer sont fondées sur deux principes :

- 1) les écoulements dans la zone non saturée ne sont pris en compte que de manière simplifiée
- 2) la composante verticale des écoulements dans la nappe est négligée.

L'existence de surfaces de suintement est liée aux pertes de charges verticales dans le système hydraulique, et à la distribution des lignes de courant au voisinage de la condition à la limite aval. L'allongement (développement) verticale du suintement dépend de la géométrie du système (dimension latérale), des propriétés hydrodynamiques du sol et du flux transitant dans le système.

Par rapport à la condition aval du système, la théorie de DF néglige le problème des surfaces de suintement. La surface libre de la nappe est connectée au niveau d'eau libre dans le fossé qui tient lieu de drain. D'une manière Historique, la majorité des travaux reposant sur l'hypothèse de DF se sont intéressés à la prédiction de débits transitant par la nappe, ou au calcul de l'élévation maximale de la nappe. En revanche, peu de travaux se sont penchés sur la prédiction de la hauteur de nappe pour tout point x et sur la caractérisation de l'erreur liée à l'hypothèse de DF, en particulier la non prise en compte de la surface de suintement (Youngs, 1965, 1990).

Le point qui peut donner lieu à discussion c'est de savoir si le fait de négliger l'existence d'une surface de suintement introduit une erreur importante dans ce calcul du débit transitant par la nappe. Plusieurs auteurs travaillés auparavant sure cette question.

En 1946 Muskat à élaborer les différentes approches en régime permanent en concluant que le calcul du débit transitant à travers une nappe, en négligeant le problème du suintement et en supposant l'hypothèse de DF valide, mais de manière qu'il qualifie de « fortuite ».

En 1965 Young à présenter une démarche analytique rigoureuse (exactitude) de ce problème, à travers le concept de potentiel de débit unitaire, et montre en régime permanent que l'erreur liée à l'hypothèse de DF est compensée exactement par la non-prise en compte de la surface de suintement sur la condition aval. Ces résultats sont importants car ils valident dans la prédiction des débits l'utilisation d'une approche simplifiée et déjà largement développée.

Si les non prise en compte de la surface de suintement aboutissent à des résultats utiles en matière de débit (en régime permanent), alors ce n'est pas le cas pour ce qui est de calcul de la

position de la surface libre (la position de la nappe), et ceci d'autant plus que l'on se place en un point proche de la condition de drainage aval.

Le problème qui se pose (en première approche pour le régime permanent) est de connaître si l'on peut marquer (préciser) l'erreur faite par l'approche de DF sur le calcul de la hauteur de nappe, ce qui revient à suggérer (proposer) un calcul approché de la hauteur de suintement.

III.7.2 - Définitions et état des connaissances de la surface de suintement :

Le phénomène de suintement se caractérise par l'existence d'une surface à travers laquelle l'eau de la nappe sort du domaine directement en contact avec l'air. Muskat (1937) montre que cette hauteur existe lorsqu'une nappe est drainée par un fossé, du fait des pertes de charge verticales dans le système. C'est une conséquence de la convergence des lignes d'écoulement près du bord du fossé.

Cette surface de suintement correspond ainsi à la différence de niveau entre la surface libre de la nappe et le niveau de l'eau dans le fossé (figure III4).

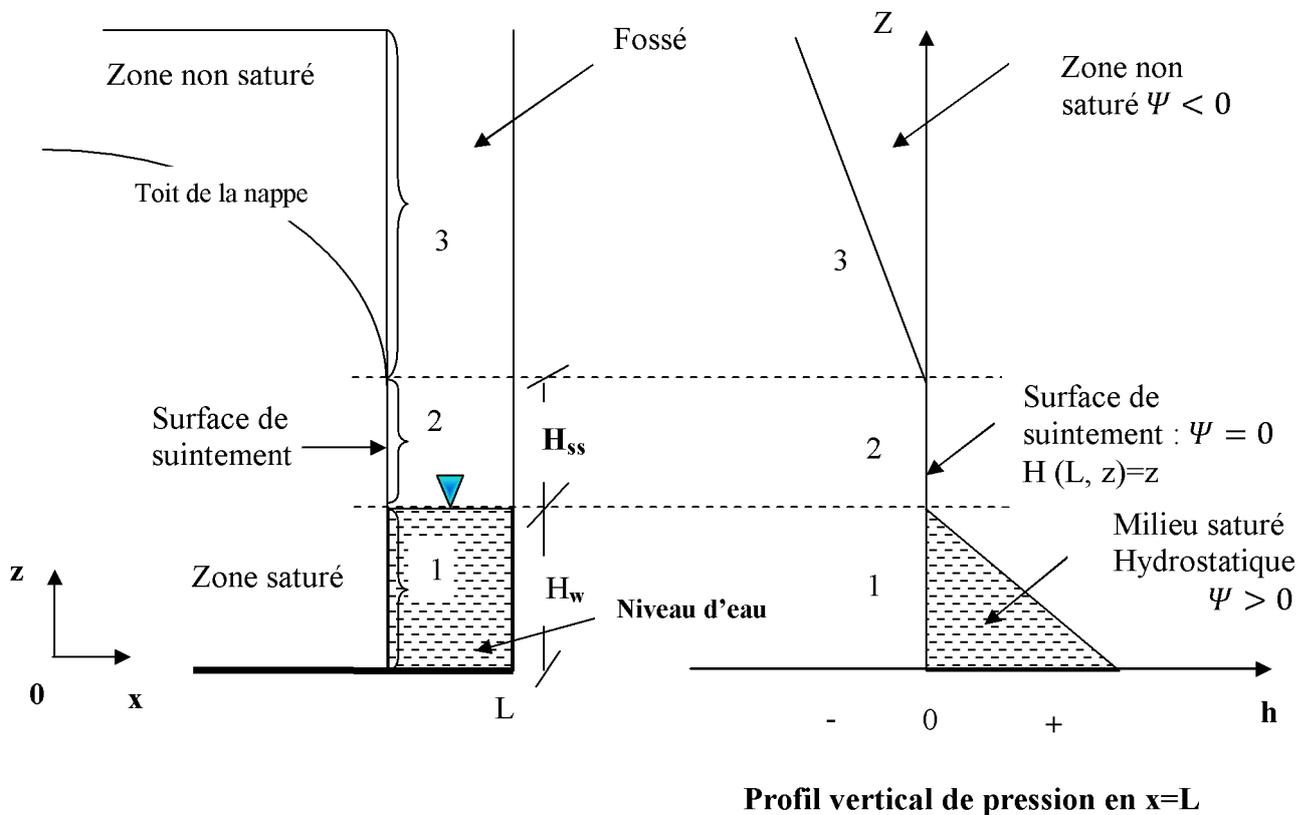


Figure III.4 : Potentiel de pression d'eau en fonction de la cote en $x = L$

Avec :

Ψ = Potentiel de pression [L],

$H = (L, Z, t)$ Charge hydraulique totale [L], ($H = \Psi + Z$)

H_w = niveau d'eau dans le fossé aval [L]

H_{ss} = hauteur de la surface de suintement [L],

Z = côte [L].

La surface de suintement constitue une condition à la limite particulière du système, puisqu'il s'agit d'une condition de pression nulle résultant du fonctionnement du système, et non pas d'une condition imposée au système (condition de flux imposé, type Neuman, ou de charge imposée, type Dirichlet). Sa position n'est pas connue a priori.

L'existence de cette surface de suintement a des conséquences directes en termes de prédiction de la position de la surface libre de la nappe, position calculée différemment selon le modèle d'écoulement que l'on choisit. Des solutions analytiques ont été proposées par certains auteurs afin de donner une première approximation de la hauteur de suintement, sans avoir à résoudre les équations complètes d'écoulement en milieu poreux. Ces solutions sont limitées au cas du régime permanent et pour des conditions aux limites particulières. Youngs (1990) propose une synthèse exhaustive du problème de prise en compte de la surface de suintement, et de l'estimation de l'erreur liée à l'hypothèse de DF sur le calcul de la position de la surface libre de la nappe, mais limitée au régime permanent, dans le cas d'un fossé vide.

Nous allons successivement nous intéresser au cas simple d'un barrage en terre, puis d'un système drainant par fossé, soumis à une recharge pluviométrique. Dans les exemples bibliographiques qui vont être présentés, le sol sera considéré homogène et isotrope, le fossé reposant sur l'imperméable.

III.7.3- Cas du drainage par un fossé vide, avec un niveau d'eau amont fixé :

Solution de Kozeny (1931, cité par Youngs 1990 et Kao 2002)

Le cas du barrage en terre, soumis à deux hauteurs d'eau libre constantes en amont et en aval, est un cas d'étude classique, connu sous le nom évocateur (pouvoir d'évoquer) de « problème de Dupuit ». Le système est présenté en (**Figure III.5**)

Selon l'hypothèse de DF, le débit transitant à travers le système peut être estimé par la relation connue sous le nom de « formule de Dupuit », et est égal à :

$$Q = K \frac{(H_1^2 - H_w^2)}{2L} \quad (III.12)$$

Youngs (1965) a montré que ce débit en régime permanent est exact, quand bien même la nappe ne se raccorde pas en réalité au niveau d'eau libre aval, H_w . Il est aussi intéressant de noter que ce débit ne dépend que des différences de hauteurs amont et aval.

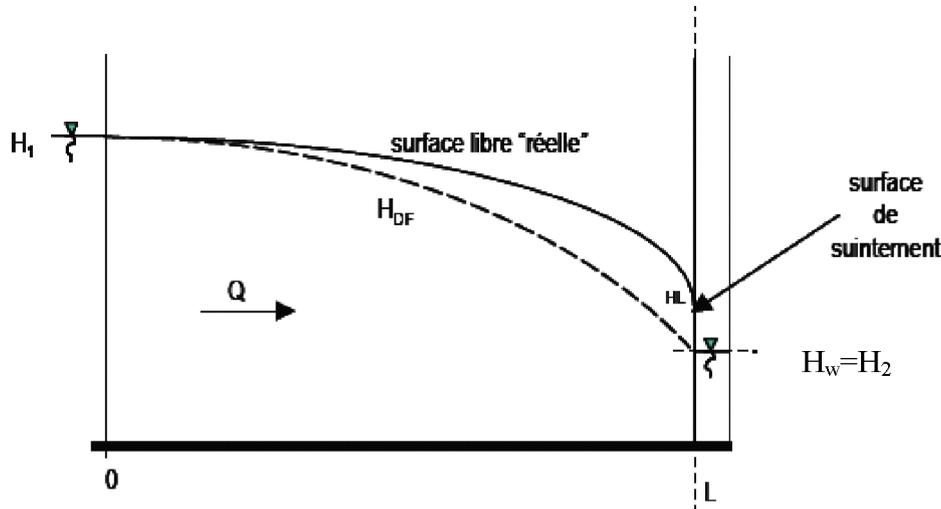


Figure III.5 : Nappe dans un barrage en terre

Avec :

H_1 : niveau d'eau amont

$H_w=H_2$: niveau d'eau aval

H_{DF} : niveau de nappe estimé via l'hypothèse de Dupuit-Forchheimer

Dans le cadre des hypothèses de DF, la position de la surface libre de la nappe est donnée par la relation suivante :

$$H_{DF}(X) = H_1 \sqrt{1 - \left(1 - \frac{H_w^2}{H_1^2}\right) \frac{X}{L}} \quad (III.13)$$

La hauteur de nappe ainsi calculée est une sous-estimation de la hauteur de nappe réelle dans la mesure où elle ne prend pas en compte le décalage introduit par l'existence d'une surface de suintement. Une solution exacte peut être approchée par un système hydraulique équivalent, et en particulier pour le cas où le fossé aval est vide (suintement strict). Cette solution est issue des travaux de Kozeny (1931, cité par Muskat 1946 et Youngs 1990), qui considère une nappe soumise à une condition amont de charge selon un profil parabolique, et un niveau aval contrôlé par un drain horizontal de longueur infinie voir (**figure III.6**) :

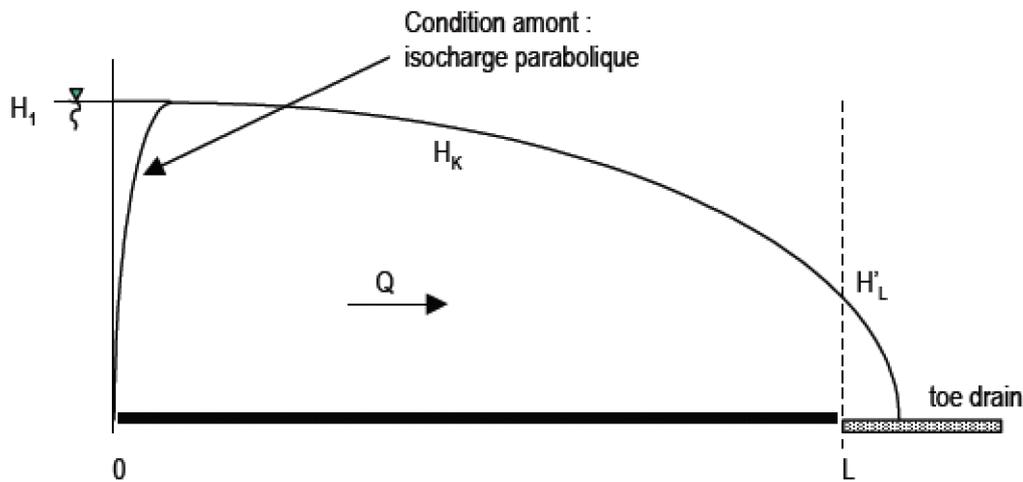


Figure.III.6 : écoulement à partir d'une condition amont parabolique
Vers un drain horizontal.

Kozeny calcule de manière analytique la position de la nappe (méthode de l'hodographe), qui a comme expression :

$$L - X = \frac{K \cdot H_K^2}{2 \cdot Q} - \frac{Q}{2 \cdot K} \quad (III. 14)$$

Cette relation, appliquée en L et comparée à la solution de Dupuit, permet de donner une estimation de la hauteur de la surface de suintement identifiée à H'_L :

$$H'_L \approx H_L = \frac{H_1^2}{2L} \quad (III. 15)$$

En fait l'analogie entre les deux systèmes n'est pas complète dans la mesure où la nappe considérée par Kozeny a une extension au delà de $x = L$. Ceci a pour conséquence une hauteur de nappe supérieure, pour tout x , à H_{DF} (ce qui est logique vu la prise en compte de la surface de suintement), mais aussi supérieure à la solution exacte pour le système réel. L'estimation de la hauteur de suintement découlant du calcul de Kozeny peut ainsi être considérée comme une valeur limite.

Le principal avantage de l'approche de Kozeny est d'être calculable très simplement, ce qui permet d'évaluer l'ordre de grandeur maximum que peut atteindre la hauteur de suintement, selon des caractéristiques simples du système considéré. L'examen de la relation de Kozeny permet en particulier de montrer que pour des systèmes ayant une extension

latérale importante, la hauteur de suintement peut être considérée comme négligeable. Dans ce cas, la position de la nappe estimée par l'approche de DF est une bonne estimation de la réalité.

Enfin, l'approche de Kozeny s'applique au cas particulier où le fossé aval est vide, ce qui est la situation la plus favorable pour l'apparition d'une surface de suintement. En effet, dans le cas où il existe un niveau d'eau libre dans le fossé aval, la hauteur de la surface de suintement va être réduite.

Narasimhan ET Samshai (1991) ont permis de vérifier que **plus le niveau d'eau dans le fossé drainant est élevé, plus la hauteur de la surface de suintement est réduite**. En imposant un niveau hydrostatique (isopotentielle verticale) dans la partie du fossé remplie d'eau, on se rapproche du domaine de validité de DF, et la hauteur de suintement diminue.

III.7.4- Cas du drainage par fossés de deux cotés avec recharge pluviométrique

Constante (Engelund, 1951) :

Un autre problème classique est celui du drainage par fossés reposant sur un imperméable, et alimenté par une recharge constante (R) voir figure ci-dessous (figure III.7).

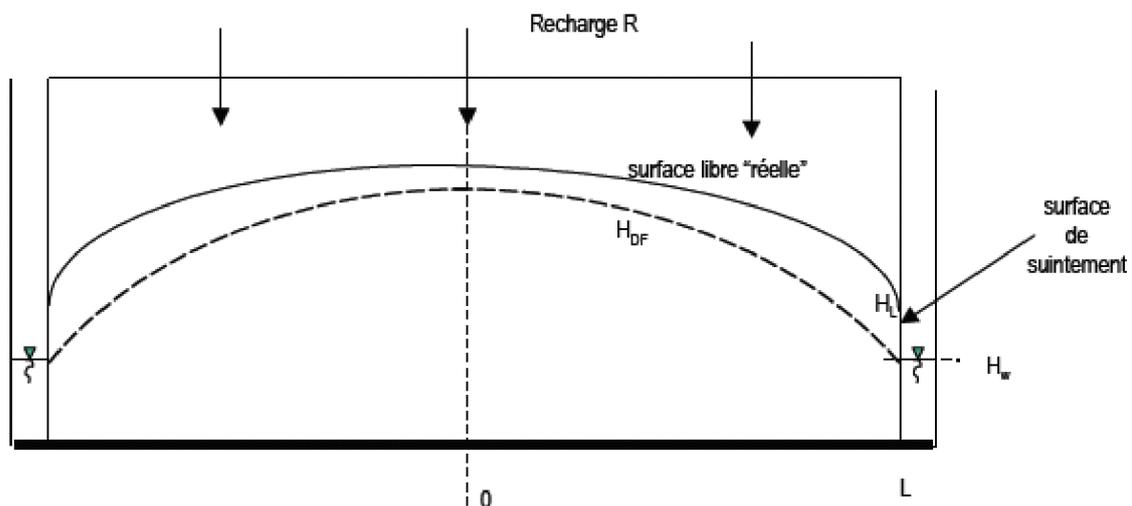


Figure III.7: système drainant en deux cotés par fossés sur imperméable, avec Recharge R constante.

Avec :

H_{DF} : nappe selon l'hypothèse de Dupuit-Forchheimer

Si l'hypothèse de DF est faite, et donc le suintement ignoré, la solution est simple et la nappe à une forme elliptique, dont l'équation est (Youngs, 1990) :

$$H_{DF}(X) = \sqrt{\left[(L^2 - X^2) \cdot \frac{R}{K} + H_w^2 \right]} \quad (III. 16)$$

On vérifie que, dans le cas où le fossé est vide ($H_w = H_2 = 0$) ce qui correspond à la situation drains sur imperméable, et pour la hauteur H_a maximale de la nappe à l'inter-drain, on retrouve une expression bien connue, l'équation d'Hooghoudt (Ritzema, 1994) :

$$H_a = L = \sqrt{\frac{R}{K}} \quad (III. 17)$$

Tout comme dans le cas du barrage en terre, la hauteur de nappe estimée à travers l'hypothèse de DF est une sous-estimation de la réalité. Engelund (1951) propose une analyse comparable à celle de Kozeny, et calcule par la méthode de l'hodographe une solution analytique pour un système équivalent, avec drain horizontal (Figure III.8).

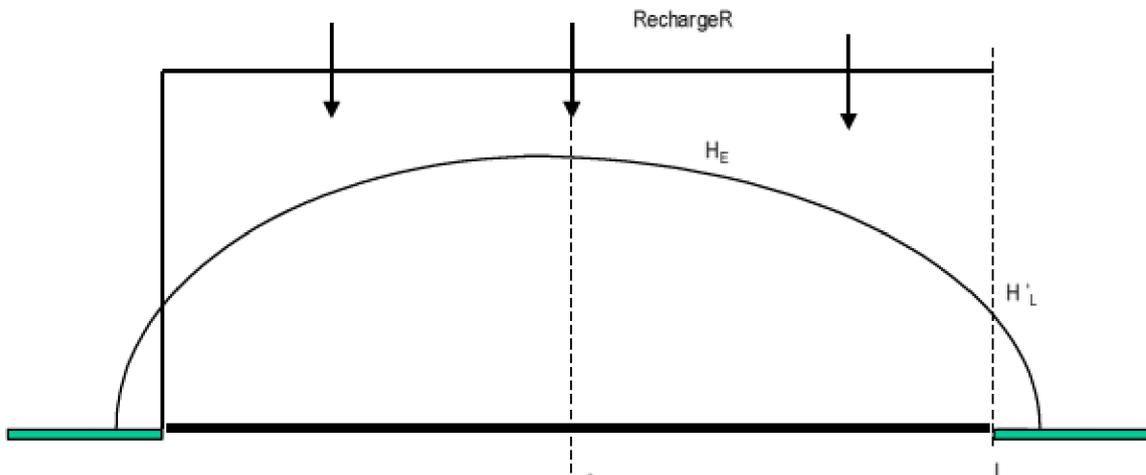


Figure.III.8 : géométrie du système hydraulique considéré par Engelund (1951)

La solution d'Engelund est une nappe elliptique, dont l'équation est :

$$H_E(X) = \sqrt{\left(\frac{L^2 \cdot R}{(K - q)} - X^2 \frac{R}{K} \right)} \quad (III. 18)$$

La hauteur de suintement peut donc être approchée par la hauteur de nappe pour $x = L$ (début du drain horizontal), et égale à :

$$H'_E(L) = H_{SS} \approx H(L) = \frac{L \cdot \left(\frac{R}{K}\right)}{\sqrt{1 - \frac{R}{K}}} \quad (\text{III. 19})$$

Tout comme dans l'approche de Kozeny, le système considéré n'est pas tout à fait équivalent (système plus étendu), et la solution analytique proposée est une surestimation de la hauteur de nappe réelle. Bien qu'étant une solution approchée, la simplicité du calcul d'Engelund est intéressante. L'expression de la hauteur de suintement fait en particulier apparaître des associations de variables et de paramètres qui rendent bien compte physiquement du contrôle exercé par les propriétés du système sur le phénomène de suintement. En particulier, le rapport R / K mesure une certaine capacité de transfert du milieu.

III.8 - Autres solutions mathématiques du problème de surface libre :

Il existe d'autres solutions mathématiques pour résoudre les problèmes de surface libre ; celles qui sont reposent sur la résolution numérique. On peut citer dans ce domaine les travaux Baiocchi (1971) et Baiocchi et al. (1973), qui tracent un cadre mathématique précis où l'on démontre au préalable l'unicité et l'existence de la solution, la recherche de celle-ci pouvant déboucher sur l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles s'applique. Cependant, dans la plus part des cas, l'écoulement est supposé bidimensionnel, c'est pourquoi il y'a nécessité de simplification afin d'aboutir à des équations unidimensionnelles, beaucoup plus faciles à résoudre numériquement (Knight 2005).

Dans le cas d'un régime permanent et pour un écoulement à surface libre bidimensionnel ayant un substratum imperméable et horizontal, la théorie de Dupuit-Forchheimer suppose que la composante verticale de la vitesse est nulle ; même pour les cas des écoulements avec recharge à la surface. Après une longue controverse sur la validité de cette hypothèse (Jaeger, 1946 ; Charni, 1951 ; Chapman, 1957 ; Youngs, 1966 et 1990), cette dernière a été corrigée, ou du moins améliorée, par Knight (2005) en supposant que la composante verticale de la vitesse est nulle à la base (substratum) et proportionnelle à l'élévation au dessus de celle-ci. Ceci revient à supposer que la charge hydraulique varie quadratiquement avec l'élévation sur n'importe quelle ligne verticale. En utilisant des équations unidimensionnelles simplifiées qu'il a résolues par la méthode des différences

finies, Knight (2005) a trouvé des solutions plus exactes que celles des expressions de Dupuit-Forchheimer pour la surface libre et plus faciles à calculer par rapport aux solutions des problèmes à deux dimensions (Baiocchi).

Alors ces travaux de recherche (études) cités ci-dessous applicables en générale sur les régimes permanents ; il est rarement de rencontrer des schémas numériques appliqués à l'approche mathématique du problème de surface libre transitoire décrit par les équations (III.3) et (III.7). La variabilité (mobilité) de la surface libre ou (frontière) rend en effet délicate, sur le plan numérique, la prise en compte des volumes d'eau écoulés au cours du temps pendant les remontées et les descentes de la cote de la surface libre.

On pose très souvent des hypothèses complémentaires pour coupler ces deux équations en une équation unique. Dans la plupart des cas, comme on l'a déjà vu avec les hypothèses de Dupuit-Forchheimer ou de Boussinesq, on est ramené, là encore à résoudre une équation de diffusion qui est unidimensionnelle. Ces études sont aussi limitées aux cas idéaux où la géométrie est souvent carrée, rectangulaire ou trapézoïdale. Dans la plupart des cas, l'écoulement est supposé bidimensionnel, le milieu poreux isotrope et homogène et la surface libre est une fonction continue et régulière. C'est pourquoi le traitement des écoulements en milieu poreux pour les problèmes réels est resté essentiellement numérique.

Conclusion :

Alors le travail qui traite les modèles en régime transitoire est orienté vers l'approche de l'équation de Richard. Un traitement numérique des écoulements saturés et non saturés basé sur la méthode des éléments finis est utilisé. Néanmoins, la théorie de Dupuit-Forchheimer sera exploitée pour comparer les résultats à l'état stationnaire (permanent).

Chapitre IV

Application de la méthode des
éléments finis à l'écoulement en
milieux poreux saturés et non saturés

CHAPITRE IV

APPLICATION DE LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS A L'ÉCOULEMENT EN MILIEUX POREUX SATURÉS ET NON SATURÉS

VI.1- Introduction :

La méthode des éléments finis est la méthode la plus utilisée pour la simulation des écoulements (transitoire ou permanent) en milieux poreux, donc pour la résolution de l'équation de Richards (Neuman 1973; Haverkamp et al. 1977 ; Huyakorn et al. 1984 ; Celia et al. 1990 ; Aubertin et al. 1997 ; Brouyère et Dassargues 1997).

Dans ce chapitre, la formulation complète de la méthode des éléments finis, utilisée pour cette modélisation, est présentée. L'équation différentielle non linéaire de Richards est exprimée en termes de variable, potentiel de pression.

VI.2 - Équation de continuité :

Vu la difficulté de considérer un modèle à trois dimensions, le modèle bidimensionnel est utilisé dans ce travail. L'équation de continuité qui gouverne les écoulements en milieux poreux non saturés se réduit donc à :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x(\theta) \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y(\theta) \frac{\partial h}{\partial y} \right) = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (\text{IV. 1})$$

La teneur en eau volumique θ est liée à la porosité η et au degré de saturation S_r par $\theta = \eta S_r$, alors,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x(\Psi) \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y(\Psi) \frac{\partial h}{\partial y} \right) = \frac{\partial (\eta S_r)}{\partial t} \quad (\text{IV. 2})$$

Pour les milieux déformables, la porosité η est variable en fonction du potentiel capillaire qui lui-même est variable en fonction du temps, alors :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial \theta}{\partial \Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial t} \quad (\text{IV3})$$

Avec :

$$\frac{\partial \theta}{\partial \Psi} = n \frac{\partial S_r}{\partial \Psi} + S_r \frac{\partial n}{\partial \Psi} \quad (\text{IV. 4})$$

Pour les milieux non déformables, la porosité η est constante, alors :

$$\frac{\partial \theta}{\partial \Psi} = n \frac{\partial S_r}{\partial \Psi} \quad (\text{IV. 5})$$

D'où

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = n \frac{\partial S_r}{\partial \Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial t} \quad (\text{IV. 6})$$

En injectant l'équation (IV.6) dans l'équation de continuité (IV.1) et en exprimant cette dernière en fonction du potentiel capillaire ψ dans le cas d'un écoulement bidimensionnel en milieu homogène et isotrope, on obtient:

$$\frac{\partial}{\partial x} (k(\Psi) \frac{\partial h}{\partial x} + q) + \frac{\partial}{\partial y} (k(\Psi) \frac{\partial h}{\partial y}) = \eta \frac{\partial S_r}{\partial \Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial t} \quad (\text{IV. 7})$$

L'équation (IV.7) est l'équation de Richards qui décrit le potentiel capillaire $\Psi(x, y, t)$ en tout point de coordonnées (x, y) du domaine d'écoulement Ω et à t quelconques en satisfaisant les conditions aux limites (figure.1).

IV.3 -Résolution par la méthode des éléments finis :

IV.3.1- Discrétisation spatiale :

La méthode des éléments finis est le plus souvent utilisée pour discrétiser des équations aux dérivées partielles. Il existe plusieurs méthodes d'approximation de ces équations qui constituent la base de la méthode des éléments finis. Parmi celles ci la procédure de Rayleigh-Ritz à été pour longtemps utilisée puis la formulation de Galerkin lui a servi comme alternative. Il a été démontré que les solutions obtenues par la procédure de Rayleigh-Ritz sont en effet une sous classe de celles obtenues par la formulation de Galerkin (Zienkiewicz, 1971).

La méthode de Galerkin est donc utilisée, dans ce travail, afin d'arriver à la formulation par éléments finis des équations intégrales. Le domaine d'écoulement Ω est discrétisé en un nombre fini de domaines élémentaires ou de sous – domaine Ω_e appelés éléments finis (figure

IV.1). Ces éléments sont supposés interconnectés en un nombre de points situés à leurs limites appelés nœuds.

Dans l'équation (IV.7), l'inconnue est le potentiel de pression Ψ qui est approximé en fonction des valeurs nodales par:

$$\Psi \approx \hat{\Psi} = \sum_{j=1}^{n_e} N_j \Psi_j = \underline{N_j} \underline{\Psi_j} \quad (IV.8)$$

Où

$\underline{N_j}$ Sont les fonctions de transformation géométrique de l'élément

$\underline{\Psi_j}$ Sont les valeurs nodales du potentiel capillaire

n_e Est le nombre de nœuds de cet élément particulier

Selon la méthode de Galerkin les fonctions de transformation géométrique sont égales aux fonctions d'interpolation, donne une représentation de l'écoulement de l'équation (VI.7) comme suit:

$$\int_{\Omega} \underline{N_i} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(k(\Psi) \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k(\Psi) \frac{\partial h}{\partial y} \right) - n \frac{\partial S_r}{\partial \Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial t} \right) \Omega d = 0 \quad (IV.9)$$

Avec :

$d\Omega = dx dz$ Et Ω_e est le domaine élémentaire

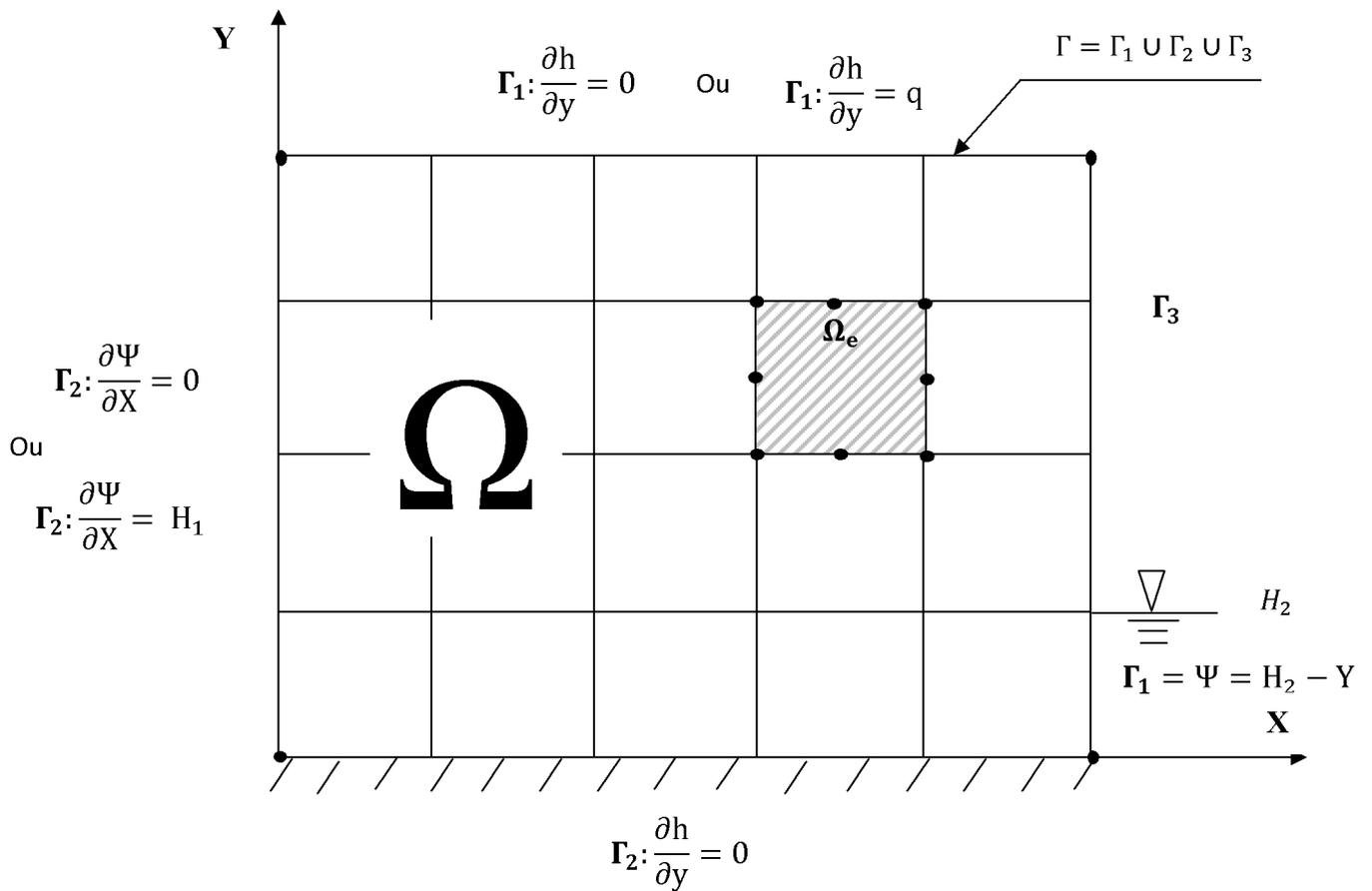


Figure IV 1 : Domaine d'écoulement et les conditions aux limites

Avec :

H_1 : est le niveau d'eau en amont

H_2 : est le niveau d'eau en aval (dans le fossé)

En intégrant par parties les deux premiers termes de l'équation (IV.9), on obtient:

$$\int_{\Omega_e} \underline{N}_i \frac{\partial}{\partial x} \left(k(\psi) \frac{\partial h}{\partial x} \right) d\Omega = \int_{\Omega_e} \left(\frac{\partial}{\partial x} (\underline{N}_i k(\psi) \frac{\partial h}{\partial x}) - k(\psi) \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial \underline{N}_i}{\partial x} \right) d\Omega \quad (IV.10)$$

Et

$$\int_{\Omega} \underline{N}_i \frac{\partial}{\partial y} \left(k(\psi) \frac{\partial h}{\partial y} \right) d\Omega = \int_{\Omega} \underline{N}_i k(\psi) \int_{\Omega} \left(\frac{\partial}{\partial y} (\underline{N}_i k(\psi) \frac{\partial h}{\partial y}) - k(\psi) \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial \underline{N}_i}{\partial y} \right) d\Omega \quad (IV.11)$$

En introduisant ces deux équations (IV.10) et (IV.11) dans l'équation (IV.9), on obtient:

$$\int_{\Omega_e} \frac{\partial}{\partial X} \left(\underline{N}_i k(\Psi) \frac{\partial h}{\partial x} \right) d\Omega - \int_{\Omega_e} k(\psi) \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial x} d\Omega + \int_{\Omega_e} \frac{\partial}{\partial y} \left(\underline{N}_i k(\Psi) \frac{\partial h}{\partial y} \right) d\Omega - \int_{\Omega_e} k(\Psi) \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial N_i}{\partial y} d\Omega - \int_{\Omega_e} \underline{N}_i^n \frac{\partial S_r}{\partial \Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial t} d\Omega = 0 \quad (IV.12)$$

En appliquant le théorème de divergence de Green - Gauss, qui permet de convertir une intégrale de volume à une intégrale de surface:

$$\int_V \left(\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \right) dV = \int_A F \lambda dA \quad (IV.13)$$

Et une intégrale de surface à une intégrale de frontière

$$\int_A \left(\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \right) dA = \int_A F \lambda d\Gamma \quad (IV.14)$$

Il résulte que:

$$\int_{\Omega} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\underline{N}_i k(\psi) \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\underline{N}_i k(\psi) \frac{\partial h}{\partial y} \right) \right) d\Omega = \int_{\Gamma_e} \underline{N}_i k(\psi) \frac{\partial h}{\partial \eta} d\Gamma \quad (IV.15)$$

η Est la normale à la limite ou frontière Γ_e de l'élément qui a pour composantes x et z .

L'équation (IV.12) s'écrit alors:

$$\int_{\Gamma_e} \underline{N}_i k(\psi) \frac{\partial h}{\partial \eta} d\Gamma - \int_{\Omega_e} k(\psi) \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial x} d\Omega - \int_{\Omega_e} k(\psi) \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial N_i}{\partial y} d\Omega - \int_{\Omega_e} \underline{N}_i^n \frac{\partial S_r}{\partial \Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial t} d\Omega = 0 \quad (IV.16)$$

Le potentiel hydraulique $h = \psi + z$, alors:

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad \text{Et} \quad \frac{\partial h}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial y} + 1 \quad (\text{IV.17})$$

En notant que $\lambda = k(\psi) \frac{\partial h}{\partial \eta}$ où λ est le flux (débit par unité de surface) qui a

$$\text{Pour composantes : } \lambda_x = k(\psi) \frac{\partial h}{\partial x} \quad \text{et} \quad \lambda_y = k(\psi) \frac{\partial h}{\partial y}$$

Et en introduisant l'approximation de l'équation (IV.8), l'équation (IV.16) s'écrit alors:

$$\int_{\Omega} \left(k(\psi) \frac{\partial N_j}{\partial x} \psi \frac{\partial N_i}{\partial x} \right) d\Omega + \int_{\Omega} \left(k(\psi) \frac{\partial N_j}{\partial y} \psi \frac{\partial N_i}{\partial y} \right) d\Omega + \int_{\Omega} N_i n \frac{\partial S_r}{\partial \psi} N_j \frac{\partial \psi}{\partial t} d\Omega - \int_{\Gamma_e} N_i \lambda d\Gamma = 0 \quad (\text{IV.18})$$

Si m est le nombre d'éléments finis, la forme matricielle de l'équation ci-dessus pour tout le domaine Ω est:

$$\sum_{e=1}^m \int_{\Omega_e} \left(k(\psi) \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + k(\psi) \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) \psi d\Omega + \sum_{e=1}^m \int_{\Omega_e} n \frac{\partial S_r}{\partial \psi} N_i N_j \frac{\partial \psi}{\partial t} d\Omega +$$

$$\sum_{e=1}^m \int_{\Omega_e} k(\psi) \frac{\partial N_i}{\partial y} d\Omega - \sum_{e=1}^m \int_{\Gamma_e} N_i \lambda d\Gamma = 0 \quad (\text{IV.19})$$

L'équation (IV.19) est écrite dans la forme matricielle simplifiée suivante:

$$\underline{K}\underline{\psi} + \underline{C} \frac{d\underline{\psi}}{dt} + \underline{J} = 0 \quad (\text{IV.20})$$

Où

$$\underline{k} = \sum_{e=1}^m \int_{\Omega_e} \left(k(\psi) \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + k(\psi) \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) d\Omega \quad (\text{IV.20a})$$

$$\underline{C} = \sum_{e=1}^m \int_{\Omega_e} n \frac{\partial S_r}{\partial \psi} N_i N_j d\Omega \quad (\text{IV.20b})$$

$$\underline{J} = \sum_{e=1}^m \int_{\Omega_e} k(\psi) \frac{\partial N_i}{\partial y} d\Omega - \sum_{e=1}^m \int_{\Gamma_e} N_i \lambda d\Gamma \quad (\text{IV.20c})$$

L'équation (IV.20), où les matrices \underline{K} , \underline{C} et \underline{J} sont comme définies, est l'équation qui gouverne les écoulements en milieux non saturés. Afin de généraliser cette dernière pour traiter les problèmes liés aux écoulements en milieux, simultanément, saturés et non saturés, il est nécessaire d'introduire quelques modifications.

Neuman (1973) a exprimé la perméabilité (conductivité) hydraulique non saturée comme une fraction de la perméabilité hydraulique à saturation:

$$k(\psi) = k_r(\psi) k_s \quad (\text{IV.21})$$

Où, k_s est la perméabilité hydraulique saturée avec des composantes k_x et k_y , respectivement, suivant les directions x et y.

k_r est la perméabilité hydraulique relative qui dépend du potentiel hydraulique ψ et varie suivant l'intervalle: $0 \leq k_r(\psi) \leq 1$

Afin de considérer l'effet du coefficient d'emménagement spécifique, un terme est rajouté au second membre de l'équation (IV.20b) comme suit :

$$\underline{C} = \sum_{e=1}^m \int_{\Omega_e} \left(n \frac{\partial S_r}{\partial \psi} N_i + S_r S_s \right) N_i N_j d\Omega \quad (\text{IV.22})$$

Où S_s Est le coefficient d'emmagasinement spécifique

S_r Est le degré de saturation qui varie dans l'intervalle $0 \leq S_r \leq 1$

$S_r = 0$ En zone non saturée et $S_r = 1$ en zone saturée

La porosité η et l'emmagasinement spécifique S_s sont considérés constants à travers tout le domaine Ω , alors que $k_r(\psi)$ et $\frac{\partial S_r}{\partial \psi}$ varient à travers chaque élément Ω_e . Une approximation par éléments finis est alors introduite comme suit:

$$k_r(\psi) \approx \hat{k}_r(\psi) = \sum_{l=1}^{n_e} k_{r_l}(\psi) N_l = \underline{k}_r(\psi) \underline{N}_l \quad (IV.23)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial \psi} \approx \frac{\partial S_r}{\partial \hat{\psi}} = \sum_{l=1}^{n_e} \left(\frac{\partial S_r}{\partial \psi} \right)_l N_l = \left(\frac{\partial S_r}{\partial \psi} \right)_l \underline{N}_l \quad (IV.24)$$

Où l est l'indice représentant les nœuds de chaque élément.

\underline{N}_l Sont les fonctions de transformation géométrique.

Finalement, en utilisant toutes les modifications citées ci-dessus, on aboutit à l'équation générale matricielle qui gouverne les écoulements en milieux saturés et non saturés:

$$[K]\{\psi\} + [C]\left\{\frac{d\psi}{dt}\right\} = -\{J\} \quad (IV.25)$$

Ou sous la forme

$$K_{ij} \psi_j + C_{ij} \frac{\partial \psi_j}{\partial t} = -J_i \quad (IV.26)$$

$$\text{Avec } K_{ij} = \sum_{e=1}^m k_{r_l}(\psi) \left[k_x \int_{\Omega_e} \frac{N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + k_z \int_{\Omega_e} \frac{N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} \right] d\Omega \quad (IV.26a)$$

$$k_{ij} = \sum_{e=1}^m k_{r_i}(\psi) \left[k_x \int_{\Omega_e} \frac{N_l}{\Omega_e} \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + k_y \int_{\Omega_e} \frac{N_l}{\Omega_e} \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right] d\Omega \quad (IV.26a)$$

$$C_{ij} = \sum_{e=1}^m \int_{\Omega_e} \left[n \left(\frac{\partial S_r}{\partial \psi} \right)_l N_l + S_r S_s \right] N_i N_j d\Omega \quad (IV.26b)$$

$$J_i = \sum_{e=1}^m k_{r_i}(\psi) k_z \int_{\Omega_e} \frac{N_l}{\Omega_e} \frac{\partial N_i}{\partial z} d\Omega - \sum_{e=1}^m \int_{\Gamma_e} N_i \lambda d\Gamma \quad (IV.26c)$$

Où i, j et l représentent les nœuds de l'élément

$$i, j, l = 1, 2, 3, \dots, n_e$$

n_e est le nombre de nœuds de l'élément ($n_e=8$)

m est le nombre d'éléments

Ω Est l'aire du domaine considéré

Ω_e Est l'aire de l'élément considéré

Γ Est la limite ou frontière du domaine considéré

Γ_e Est la frontière de l'élément considéré

λ Est le flux ou débit par unité de surface

Pour un milieu homogène et isotrope : $k_x = k_y = k_s$

Où k_s est la conductivité hydraulique saturée.

IV.3.2- Discrétisation temporelle :

L'équation (IV.25) est une équation non linéaire dépendante du temps. Son intégration dans le temps est relativement complexe. Il existe de nombreuses méthodes d'intégration dans le temps, tant implicites qu'explicites. Ces techniques consistent à discrétiser l'intervalle de temps en des incréments de temps finis Δt , et les dérivées en fonction de ψ sont alors

calculées en des intervalles de temps bien déterminés en utilisant la méthode des différences finies.

En utilisant un schéma de discrétisation temporelle par différence finie, l'équation (IV.25) peut être reformulée sous forme générale et matricielle suivante (Mitchell 1976)

$$\alpha [K] \{\psi\}^{t+\Delta t} + (1-\alpha) [K] \{\psi\}^t + [C] \frac{\{\psi\}^{t+\Delta t} - \{\psi\}^t}{\Delta t} + \{J\} = 0 \quad (\text{IV.27})$$

Où α est un coefficient compris entre 0 et 1 ($0 \leq \alpha \leq 1$)

Δt Est l'intervalle de temps d'incrément

Si $\alpha=1$, on obtient le schéma par différence finie implicite

Si $\alpha=0$, on obtient le schéma par différence finie explicite

Si $\alpha=1/2$, on obtient alors le schéma central de Crank-Nickolson.

Le problème qui se pose est, à quel temps les matrices $[K]$, $[C]$ et le vecteur $\{J\}$ seront-ils évalués ?

Neuman (1973) réclame que de bons résultats avec une rapide convergence peuvent être obtenus en utilisant le schéma incrémental central comme suit

$$\alpha [K]^{t+\Delta t/2} \{\psi\}^{t+\Delta t} + (1-\alpha) [K]^{t+\Delta t/2} \{\psi\}^t + [C]^{t+\Delta t/2} \frac{\{\psi\}^{t+\Delta t} - \{\psi\}^t}{\Delta t} + \{J\}^{t+\Delta t/2} = 0 \quad (\text{IV.28})$$

Dans le souci de limiter les problèmes liés à la stabilité du schéma numérique, la technique utilisée dans ce travail est, finalement, la formule de récurrence de Crank-Nickolson. Cette formule donne les valeurs des dérivées au milieu de l'intervalle de temps. Elle présente l'avantage par sa stabilité et que l'erreur de troncature sur le terme Δt est nettement inférieure aux cas précédents. L'équation générale (IV.28) est alors arrangée selon la formulation suivante:

$$\left(\frac{[K]^{t+\Delta t/2}}{2} + \frac{[C]^{t+\Delta t/2}}{\Delta t}\right)\{\psi\}^{t+\Delta t} = \left(-\frac{[K]^{t+\Delta t/2}}{2} + \frac{[C]^{t+\Delta t/2}}{\Delta t}\right)\{\psi\}^t - \{J\}^{t+\Delta t/2} \quad (\text{III.29})$$

IV.3.3- Critères d'analyse d'une méthode numérique :

Afin d'analyser la fiabilité et l'efficacité d'une méthode numérique, il est impératif d'examiner les points suivants :

- L'erreur de discrétisation
- La convergence
- La stabilité numérique

IV.3.3.1- Erreur de discrétisation :

On définit $e(x)$, $f(x)$ l'erreur d'approximation et des dérivées partielles d'une fonction respectivement par la différence en valeur absolue entre la solution exacte et la solution approchée, c'est à dire calculée numériquement.

$$e(x) = \left| \psi - \hat{\psi} \right| \quad (\text{IV.30})$$

Où ψ est la valeur exacte

$\hat{\psi}$ Est la valeur approchée

Il est évident que détermine la précision de chaque schéma de discrétisation numérique.

IV.3.3.2- Convergence :

On dit que Un schéma numérique est convergeant avec l'équation qu'il discrétise si l'erreur de discrétisation $e(x)$ tend vers zéro en diminuant le pas de discrétisation, c'est à dire en augmentant le nombre d'éléments ($e(x) \rightarrow 0$ Si $\Delta x \rightarrow 0$).

IV.3.3.3- Stabilité numérique :

La méthode numérique est dite stable si un déséquilibre (une perturbation) sur la fonction $f(x)$ n'entraîne qu'une petite perturbation sur la solution approchée et cela quelque soit le pas de discrétisation. Mathématiquement, on dit que la solution de l'équation par une méthode numérique demeure bornée à la limite de son amplitude (Hirsch, 1988).

IV.4-Calcul par les éléments iso paramétriques :

La **figure IV.1** montre la discrétisation du domaine d'écoulement en éléments finis. Le domaine Ω est subdivisé en un nombre fini de sous domaines Ω_e , appelés éléments finis. Les éléments de référence ou éléments parents choisis, tels que montrés en **figure IV.2**, sont des éléments rectangulaires (iso paramétriques) et à haute précision (quadratiques).

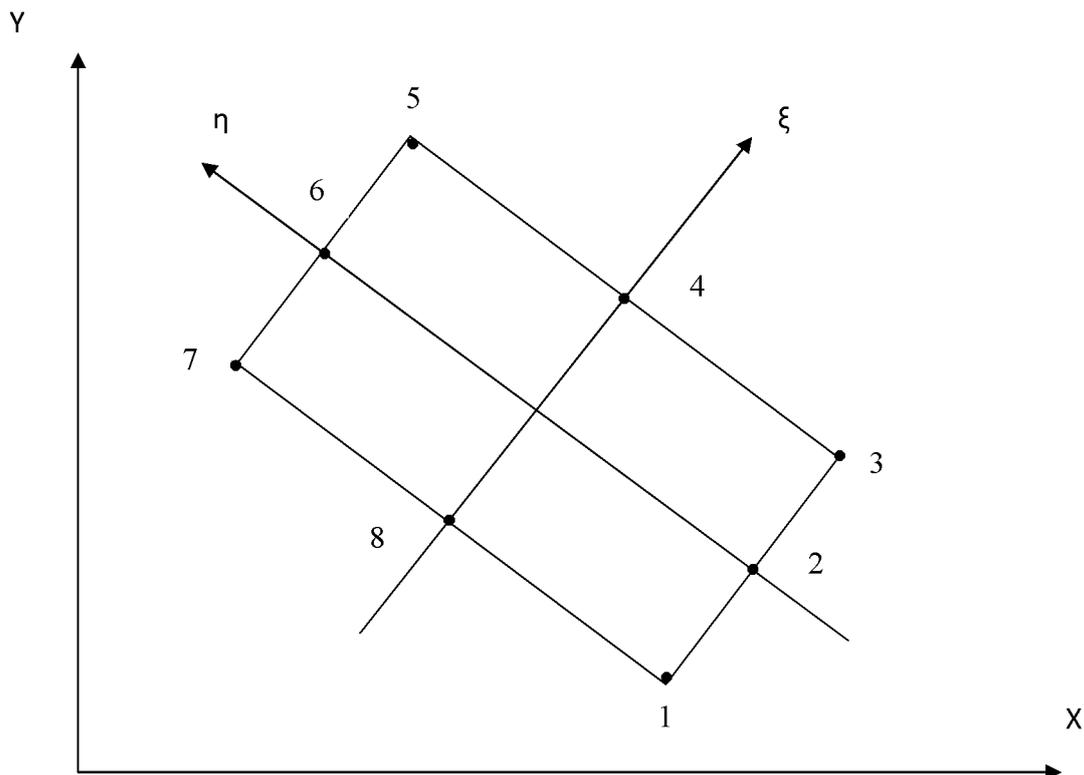


Figure IV.2 : Élément quadratique iso paramétrique

On dit que un élément est iso paramétrique si les fonctions de transformation géométrique $\underline{N}(\xi, \eta)$, décrivant la géométrie de l'élément, sont identiques aux fonctions d'interpolation $N(\xi, \eta)$, décrivant la variation de la variable nodale de l'élément. Ces éléments iso paramétriques sont choisis en raison de leurs avantages (Zienkiewicz 1977), qui sont les suivants :

- Leur flexibilité dans la discrétisation
- Leur habilité (capacité) à définir des limites curvilignes irrégulières
- Leur possibilité d'offrir des solutions adéquates tout en utilisant un nombre, raisonnablement, limité d'éléments.

IV.4.1- Construction des fonctions géométriques :

La géométrie de l'élément fini peut être exprimée par l'intermédiaire de ses fonctions géométriques et des coordonnées de ses nœuds.

$$\begin{aligned} x &= \sum_{i=1}^{n_n-8} N_i(\xi, \eta) x_i \\ y &= \sum_{i=1}^{n_e-8} N_i(\xi, \eta) y_i \end{aligned} \quad (\text{IV.31})$$

Où $N_i(\xi, \eta)$ sont les fonctions géométriques en termes des coordonnées locales

Non dimensionnelles ξ et η

x_i et y_i sont les coordonnées nodales globales du nœud i

Dans le cas des éléments iso paramétriques, il n'existe pas de technique manuelle systématique pour la construction des fonctions géométriques. Seule l'expérience a permis de les généraliser sous la forme donnée dans le **tableau IV.1** ci-dessous.

Les équations du problème physique étudié sont écrites sur le domaine réel, donc sur les éléments réels ; elles font intervenir des fonctions inconnues et leurs dérivées en fonctions des coordonnées globales x et y. Comme l'approximation sur l'élément réel est compliquée, nous utiliserons systématiquement l'approximation sur l'élément de référence. Les fonctions géométriques N_i sont définies en fonction des coordonnées locales ξ et η . Il

est donc nécessaire de transformer leurs dérivées $\frac{\partial N_i}{\partial x}$ et $\frac{\partial N_i}{\partial y}$ à partir des coordonnées globales x, y aux coordonnées locales ξ et η .

Tableau IV.1 - Fonctions géométriques pour un élément iso paramétrique à 8 nœuds et À 2 dimensions :

$N_1(\xi, \eta)$	$\frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)(1-\xi+\eta)$
$N_2(\xi, \eta)$	$\frac{1}{2}(1-\xi)(1-\eta^2)$
$N_3(\xi, \eta)$	$\frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta)(1-\xi-\eta)$
$N_4(\xi, \eta)$	$\frac{1}{4}(1-\xi^2)(1-\eta)$
$N_5(\xi, \eta)$	$\frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta)(1+\xi-\eta)$
$N_6(\xi, \eta)$	$\frac{1}{2}(1+\xi)(1-\eta^2)$
$N_7(\xi, \eta)$	$\frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta)(-1+\xi+\eta)$
$N_8(\xi, \eta)$	$\frac{1}{2}(1-\xi^2)(1+\eta)$

IV.4.2- Transformation des opérateurs de dérivations en fonction des coordonnées iso**Paramétriques :**

Les intégrales de surface exprimées en fonction des coordonnées globales doivent être transformées aux coordonnées locales tout en respectant le changement des bornes d'intégration.

Les dérivées de N_i en fonction de ξ et η (coordonnées locales) peuvent être exprimées par les dérivées partielles suivantes :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbf{N}_i}{\partial \xi} &= \frac{\partial \mathbf{N}_i}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{N}_i}{\partial Y} \frac{\partial Y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \mathbf{N}_i}{\partial \eta} &= \frac{\partial \mathbf{N}_i}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial \eta} + \frac{\partial \mathbf{N}_i}{\partial Y} \frac{\partial Y}{\partial \eta}\end{aligned}\tag{IV.32}$$

Sous forme matricielle, l'équation (IV.32) devient :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{N}_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \mathbf{N}_i}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial X}{\partial \xi} & \frac{\partial Y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial X}{\partial \eta} & \frac{\partial Y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{N}_i}{\partial X} \\ \frac{\partial \mathbf{N}_i}{\partial Y} \end{bmatrix}\tag{IV.33}$$

La matrice jacobienne de la transformation géométrique est donnée alors comme suit :

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial X}{\partial \xi} & \frac{\partial Y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial X}{\partial \eta} & \frac{\partial Y}{\partial \eta} \end{bmatrix}\tag{IV.34}$$

En remplaçant les coordonnées de x et de y donnée par l'équation (IV.31), on aura une autre forme de la matrice jacobienne :

$$[J] = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i & \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i \end{bmatrix} \quad (\text{IV.35})$$

Les dérivées de N_i en fonction des coordonnées cartésiennes globales peuvent donc être calculées comme suit :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{N}_i}{\partial X} \\ \frac{\partial \mathbf{N}_i}{\partial Y} \end{bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{N}_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \mathbf{N}_i}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.36})$$

les intégrales de surface, du domaine d'écoulement, exprimées en fonction des coordonnées globales doivent être exprimées en fonction des coordonnées locales par la transformation suivante :

$$d\Omega = dx \cdot dy = \det(J) d\xi \cdot d\eta \quad (\text{IV.37})$$

Les détails de cette transformation sont donnés par Zienkiewicz (1977).

L'étape suivante est l'évaluation de l'intégrale de surface sur l'élément de référence qui est déformé. L'intégrale de surface dans l'équation (IV.26) a la forme suivante :

$$I = \sum \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} f(\xi, \eta) d\xi \cdot d\eta \quad (\text{IV.38})$$

On remarque que les limites d'intégration sont maintenant simples mais que l'évaluation de cette intégrale est devenue difficile, car l'élément curviligne est maintenant déformé. En effet, l'intégrale ne peut pas être évaluée explicitement, alors une méthode approximative par intégration numérique est utilisée.

IV.4.3- Intégration numérique :

Deux méthodes d'intégration numériques peuvent être utilisées afin de résoudre le problème: la méthode de Newton-Cotes et la méthode d'élimination de Gauss. Cette dernière, qui est la méthode utilisée dans ce travail, est décrite ci-dessous.

Généralement l'intégration numérique à une dimension par la méthode de Gauss est écrite comme suit :

$$I = \int_{-1}^{+1} f(\xi) d\xi = \sum_{j=1}^m w_j f(\xi_j) \tag{IV.39}$$

Où w_j : est le coefficient de pondération (ou poids) correspondant au point

D'intégration j

ξ_j : sont les coordonnées des m points d'intégration

m : est le nombre de points d'intégration

Dans le cas où l'intégration numérique à deux dimension, l'équation (IV.39) devient

$$I = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} f(\xi, \eta) d\xi . d\eta \tag{IV.40}$$

L'intégrale interne est évaluée en premier, en maintenant η constant.

$$I = \int_{-1}^{+1} f(\xi, \eta) d\xi = \sum_{j=1}^m w_j f(\xi_j, \eta) = g(\eta) \tag{IV.41}$$

Puis la double intégrale est évalué comme suit :

$$I = \int_{-1}^{+1} g(\eta) d\eta = \sum_{i=1}^m w_i g(\eta_i) = \sum_{i=1}^m w_i \sum_{j=1}^m w_j f(\xi_j, \eta_i) \tag{IV.42}$$

Finalement,

$$I = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} f(\xi, \eta) d\xi . d\eta = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m w_i w_j f(\xi_j, \eta_i) \tag{IV.43}$$

Le **tableau IV.2** donne les positions et les poids des points d'intégration de Gauss.

Exemple, si $n=2$, l'équation (IV.43) s'écrit

$$I = g(\xi_1, \eta_1) + g(\xi_2, \eta_1) + g(\xi_1, \eta_2) + g(\xi_2, \eta_2) \quad (IV.44)$$

Où $\xi_1 = -0.57735$, $\xi_2 = +0.57735$

$\eta_1 = -0.57735$, $\eta_2 = +0.57735$

Tableau IV.2- Positions et poids des points d'intégration de Gauss :

Ordre n	Position i	Poids W_i
1	0.	2.
2	$\pm 0.57735\ 02691\ 89626$	1.00000 00000 00000
3	$\pm 0.77459\ 66692\ 41483$ 0.00000 00000 00000	0.55555 55555 55556 0.88888 88888 88889
4	$\pm 0.86113\ 63115\ 94053$ $\pm 0.33998\ 10435\ 84856$	0.34785 48451 37454 0.65214 51548 62546
5	$\pm 0.90617\ 98459\ 38664$ $\pm 0.53846\ 93101\ 05683$ 0.00000 00000 00000	0.23692 68850 56189 0.47862 86704 99366 0.56888 88888 88889
6	$\pm 0.93246\ 95142\ 03152$ $\pm 0.66120\ 93864\ 66265$ $\pm 0.23861\ 91860\ 83197$	0.17132 44923 79179 0.36076 15730 48139 0.46791 39345 72691

Zienkiewicz (1977) donne une explication détaillée de la méthode d'intégration numérique avec toutes les transformations nécessaires.

IV.5- Conditions aux limites et conditions initiales :

La solution de l'équation (IV.26) nécessite la spécification des conditions aux limites et des conditions initiales. Ces dernières sont nécessaires car cette équation traite un problème transitoire dont les variables dépendent du temps. Il est donc impératif de définir un état de départ et de suivre l'évolution de ce problème dans le temps.

IV.5.1- Conditions initiales :

Ce terme désigne l'état d'un système que l'on veut modéliser, au début de la simulation. La valeur de la variable d'intérêt est donc supposée connue en tout point du système à l'instant initial ($t=0$). Dans notre cas, les conditions initiales consistent à spécifier le potentiel ou charge hydraulique ($h = \psi + y$) en chaque point du domaine de l'écoulement Ω à l'instant $t=0$, comme suit :

$$H(x, y, 0) = H_0(x, y) \Rightarrow \Psi = H_0 - y$$

(IV.45)

IV.5.2- Conditions aux limites :

Ce terme désigne les contraintes extérieures imposées à un système, et qui conditionnent son évolution. Pour les problèmes d'écoulement en milieu poreux, ces contraintes peuvent être des conditions **en charge** (condition de Dirichlet) ou des conditions **en flux** (condition de Neuman). Dans le premier cas on impose donc la charge ou potentiel, dans l'autre, on spécifie un flux à travers une limite du système. Notons qu'on peut avoir les deux types de conditions pour le même système, et qu'en un endroit du système, on peut passer d'un type de condition à l'autre en cours de simulation. Un problème pour lequel on dispose de conditions initiales, de conditions aux limites, et d'une loi d'évolution du système conduit à une solution unique.

Dans notre cas, les conditions aux limites (**figure IV.1**) consistent à imposer la charge hydraulique h ou le flux q à travers le contour Γ du domaine d'écoulement pour un temps $t \geq 0$. Si Γ_1 est le contour du domaine où la charge est imposé et Γ_2 celui où le flux est imposé, les types de conditions aux limites à envisager sont les suivantes:

IV.5.2.1 - Condition de Dirichlet (charge ou pression imposée):

$$h(x, y, t) = H \text{ sur } \Gamma_1 \Rightarrow \Psi = H - y \quad (\text{IV.46})$$

IV.5.2.2 - Condition de Neuman (flux imposé):

$$\frac{\partial h}{\partial \eta} = q \text{ sur } \Gamma_2 \quad (\text{IV.47})$$

Où η est la normale à la limite ou à la surface avec des composantes x et z :

$$\frac{\partial h}{\partial x} = q \Rightarrow \frac{\partial \psi}{\partial x} = q \quad \text{Et} \quad \frac{\partial h}{\partial z} = q \Rightarrow \frac{\partial \psi}{\partial z} = q - 1 \quad (\text{IV.48})$$

Dans le cas où la limite est imperméable : $q = 0$

IV.5.2.3- Condition de Cauchy (ou condition mixte):

Si les deux conditions citées ci-dessus sont définies sur le même contour (Γ_3), cette condition est appelée condition mixte ou condition de Cauchy. C'est le cas du contour de la surface de suintement qui varie avec le temps.

IV.6- organigramme du programme numérique :

Un organigramme du programme numérique simulant les écoulements à travers les milieux poreux saturés et non saturés est présenté ci-dessous. La structure de celui-ci est composée d'un programme principal qui contrôle les ordres d'utilisation des différentes sous-routines primaires (sous-programme). Ces dernières font appel à d'autres sous-routines auxiliaires afin d'accomplir des opérations secondaires. Une Subroutine auxiliaire peut être utilisée par une ou plusieurs sous-routines primaires. Les différentes sous-routines utilisées sont aussi énumérées.

Subroutine INPUT :

Pour poser le problème, il est nécessaire d'introduire les données dans l'ordinateur, ces dernières sont contrôlées par la Subroutine INPUT. Cette dernière doit spécifier la géométrie du milieu modélisé. Les propriétés du matériau et les conditions aux limites. Cette Subroutine inclue aussi des nombres de contrôle des données facilitant la généralisation et l'efficacité du programme.

Subroutine FMATX :

Cette Subroutine calcule les matrices [K] et [C] de l'équation différentielle.

Subroutine JMATX :

Elle calcule le troisième terme de l'équation différentielle matricielle.

Subroutine FRONT :

Elle constitue l'étape la plus importante de la programmation. Elle occupe généralement le plus de temps de calcul dans le programme. Sa fonction est d'abord d'assembler les matrices de rigidité élémentaires à partir desquelles la matrice globale de tous les éléments est obtenue, puis de résoudre le système d'équation. Pour les variables inconnues on procède par la méthode d'élimination de Gauss.

Subroutine CHECK1 :

C'est une Subroutine qui diagnostique les erreurs dans les nombres de contrôle des données et fait appel à la Subroutine ECHO à chaque fois qu'une erreur a été dessellée en imprimant un message d'erreurs.

Subroutine NODEXY :

Elle spécifie les coordonnées géométriques du domaine discrétisé en éléments finis et de plus elle affecte un numéro à chaque nœud et à chaque élément.

Subroutine GAUSS :

Elle donne les coordonnées des points d'intégration en tenant compte de l'ordre de l'intégration.

Subroutine CHECK2 :

Elle a la même fonction que CHEK1 pour le reste des données lues dans INPUT à savoir : les coordonnées géométriques, les propriétés des matériaux et les conditions aux limites.

Subroutine SFR2 :

Calcule les valeurs des fonctions d'interpolation N_i définies en coordonnées locales ξ et η avec leurs dérivées.

Subroutine JACOB2 :

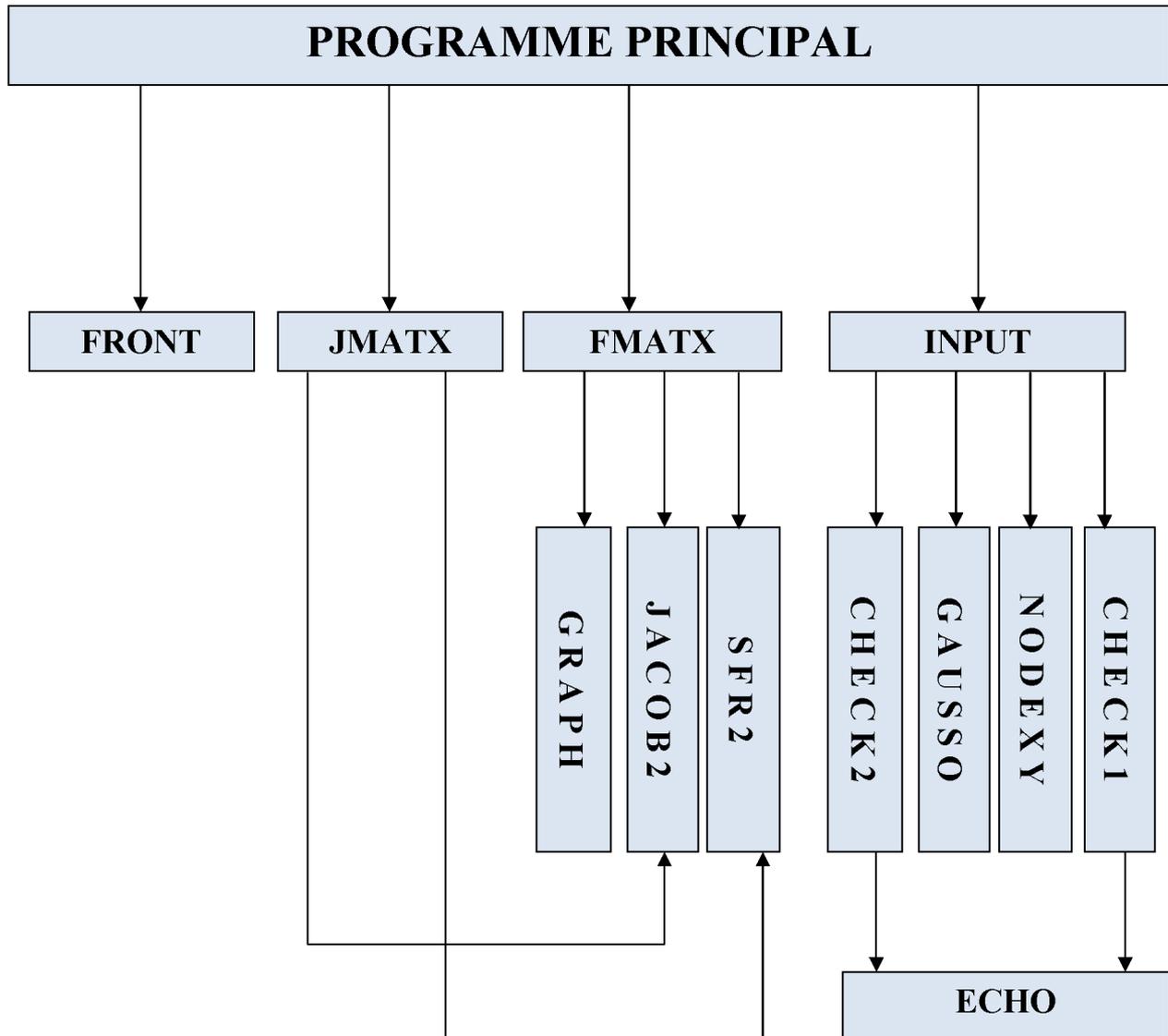
Elle calcule la matrice Jacobienne, J , ainsi que son déterminant, $\det J$, et les valeurs des coordonnées au niveau des points d'intégration.

Subroutine GRAPH :

Elle évalue les perméabilités relatives et les gradients de saturation soit à partir des graphes déterminés par des résultats expérimentaux, soit à partir des courbes de perméabilité et des courbes de rétention d'eau (CRE).

Subroutine ECHO :

Cette Subroutine auxiliaire est utilisée à la fois par les sous-routines primaires CHEK1 et CHEK2 afin d'imprimer les messages d'erreurs.

**Conclusion :**

Afin de bien comprendre les écoulements transitoires en milieux saturé et non saturé, l'évolution de surface libre de la nappe (surface de potentiel nulle), hauteur de la surface de suintement pour cette simulation, nous avons abordé assez largement la formulation complète de la méthode des éléments finis, l'équation linéaire de richard est exprimée en terme de variable, potentiel de pression. Et cela pour comparer les résultats trouvés par cette méthode a ceux de logiciel plaxis.

Chapitre V

Modélisation et
interprétation des résultats

CHAPITRE V

MODALISATION ET INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS

V.1- Introduction :

Nous présentons ci-dessous un modèle en milieu poreux simulant les écoulements transitoires en milieux saturés et non saturés par élément fini.

Celui-ci est considéré initialement saturé puis soumis à un drainage. La modélisation doit nous permettre de suivre l'évolution de la surface libre à travers les intervalles de temps successifs et estimer la hauteur de la surface de suintement une fois que le régime permanent est atteint.

Enfin, les résultats obtenus par ce modèle en élément finis seront interprétés puis validés par ceux obtenus par le logiciel Plaxis.

V.2 - Caractéristiques du sol :

- être homogène et isotrope
- être propre et libre de tous solutés chimiques tels que : les sels et les nitrates
- être raisonnablement perméable de telle sorte que les écoulements se produiront
- avoir une distribution uniforme des particules.
- le sol et l'eau seront supposés incompressibles
-

V.2.1 - Perméabilité saturée :

Le sol qui peut satisfaire aux conditions ci-dessus est un sable moyen de $K_s=0.1\text{Cm/s}$ (Sable fin à moyen sans grains Fins) Voir **figure V.1**.

Cette perméabilité saturée ou conductivité hydraulique à saturation peut être obtenue directement sur le terrain. Les méthodes les plus utilisées sont: l'infiltromètre à double anneaux de Muntz, le perméamètre de Guelph et l'infiltromètre multidisques à succion contrôlée (Taha, 1995).

D'autres méthodes sont utilisées au laboratoire sur des échantillons de petit volume (quelques centimètres cubes). Ces essais sont habituellement effectués sur des éprouvettes de sol homogène, taillées dans des carottes prélevées sur le terrain. La mesure directe de la perméabilité des sols en laboratoire s'effectue selon deux procédures dites "à charges constantes" et "charges variables". Les essais à charge constante sont les mieux adaptés aux sols de forte perméabilité et les essais à charge variable aux sols de faible perméabilité.

D'après la loi de Darcy, la perméabilité peut être obtenue par la formule suivante :

$$k_s = \frac{Q L}{t.A.\Delta h} \tag{V.1}$$

Où

Q : c'est le volume d'eau écoulé pendant le temps t, [L³]

L : c'est la longueur de l'échantillon, [L]

A : c'est la section de l'échantillon normale à la direction de l'écoulement, [L²]

Δh : c'est la perte de charge sur la longueur L, [L]

Ewen (1987) a trouvé que pour un sable de densité sèche égale à 1,68 g/cm³, la perméabilité saturée est de 0,1 cm/s.

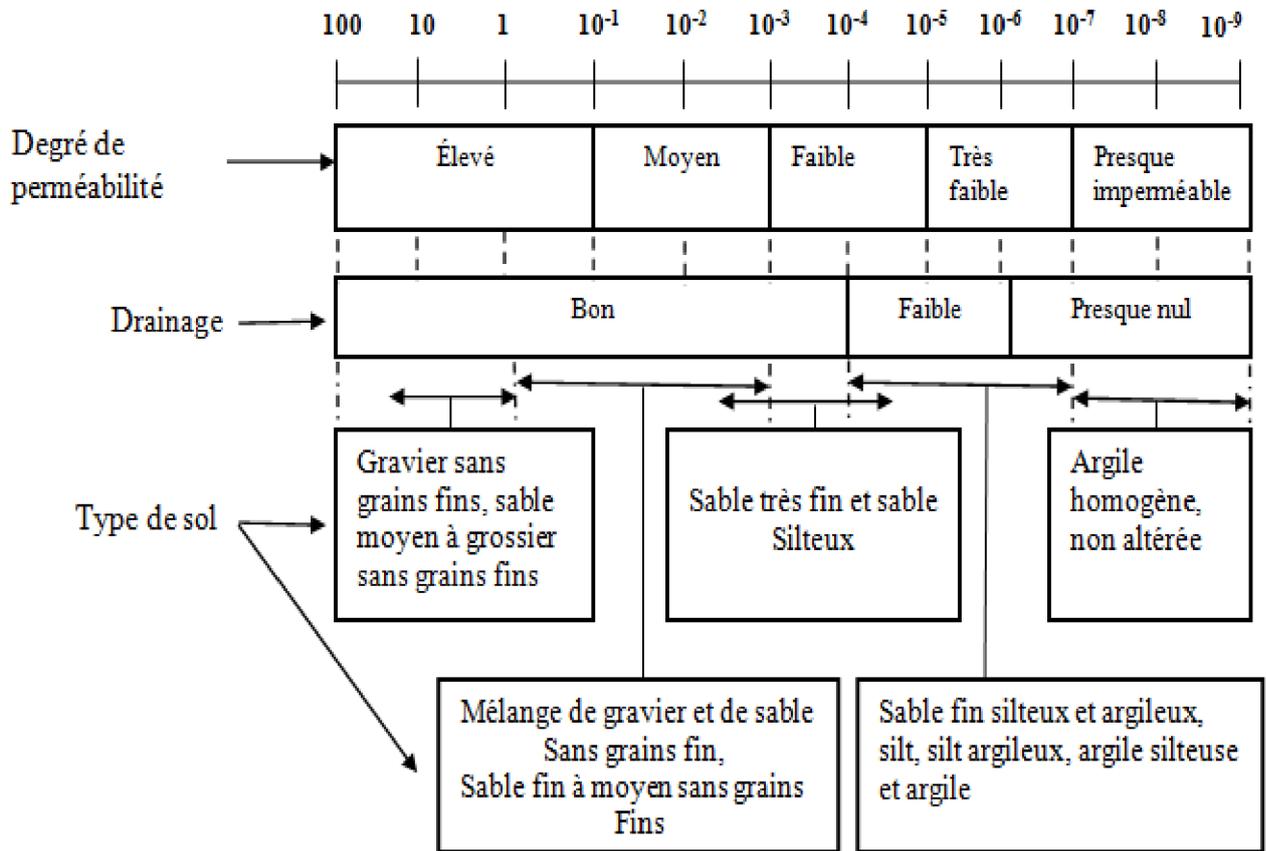


Figure V.1 : Coefficient de perméabilité K_s (cm/s) selon le type de sol (D'après Casagrande, 1983, et Bowles, 1984)

V.2.2- Porosité :

La porosité d'un sol peut être mesurée par les étapes suivantes :

- 1- Saturer complètement l'échantillon de sol ;
- 2- Mesurer son volume total V ;
- 3- Le peser puis le sécher dans une étuve à 105°C;
- 4- Le peser à nouveau pour déterminer son poids sec.

Le poids de l'eau éliminé par séchage peut être converti en volume ; connaissant le poids volumique de l'eau. Ce volume est équivalent au volume des vides, V_v , et la porosité est donnée par la formule usuelle :

$$n = \frac{V_v}{V} \quad (\text{V.2})$$

V.2.3 - Coefficient d'emménagement :

Le coefficient d'emménagement tel que défini au chapitre I peut être déterminé au laboratoire par la formule suivante :

$$S_s = \frac{\Delta V_w}{V \Delta h} \quad (\text{V.3})$$

Où

ΔV_w : C'est le volume de l'eau libéré par l'échantillon

Δh : C'est la perte de charge

V : C'est le volume de l'échantillon

Abrishami (1987) a trouvé que pour un sol de densité sèche de 1,64 g/cm³, le coefficient d'emménagement est égal à $S_s = 0,00015 \text{ cm}^{-1}$ et a estimé que tous les sols de densités proches de 1,64 g/cm³ auront le même coefficient d'emménagement, vu la valeur de ce dernier qui est petite.

V.3 - Propriétés hydrauliques du sol :

Les courbes de rétention d'eau (CRE) et les courbes de conductivité hydraulique ont longtemps été un des sujets principaux de recherche en science de la terre et en mécanique des sols non saturés (Li 2005). Miles et al. (1988) ont réalisé un travail expérimental pour déterminer les variations de la conductivité hydraulique et de la teneur en eau volumique en fonction du potentiel de pression d'un sable moyen. . Les résultats obtenus pour un sable d'une densité sèche de 1,68 g/cm³ sont utilisés dans ce travail. Dans le cas du problème de drainage considéré ici, seule la courbe de désorption est nécessaire.

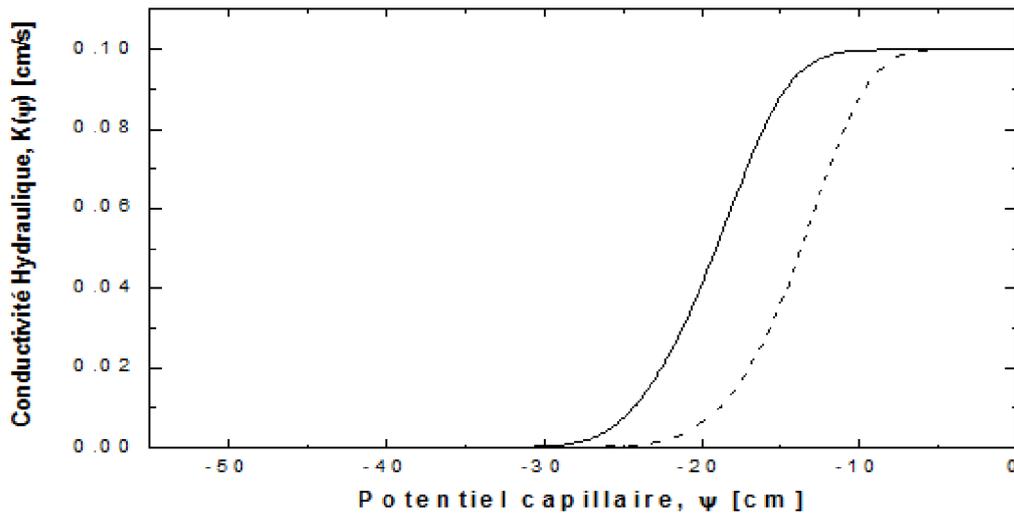


Figure V.2 : Courbes de conductivité hydraulique pour un sable moyen de densité sèche égale à 1.68 g/cm^3 (la ligne continue indique la courbe de désorption et la Ligne discontinue la courbe de sorption)

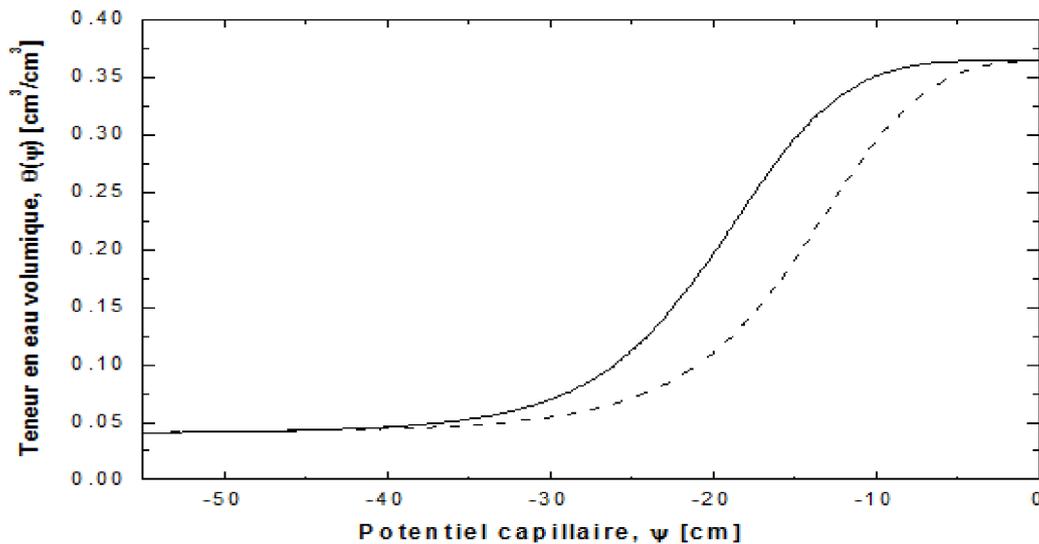


Figure V.3 : Courbe de rétention d'eau du complexe sol-eau pour un sable de densité sèche égale à 1.68 g/cm^3 (la ligne continue indique la courbe de désorption et la ligne discontinue la courbe de sorption)

V.4 - La surface de suintement :

Au cours de la modélisation numérique, une prévenance (attention) particulière a été donnée au traitement de la surface de suintement où des conditions aux limites mixtes existent (conditions de Cauchy). L'existence de surfaces de suintement à l'interface entre les nappes libres et le réseau de surface (exemple faces aval des barrages) est largement abordé dans la littérature (Muskat 1937 ; Schnebel 1966 ; Boufadel et al. 1999 ; etc...). La détermination de

la hauteur des surfaces de suintement peut être justifiée pour évaluer la stabilité de certaines structures par exemple les barrages en terre, calculer les débits transitant dans les nappes libres drainées (Muskat 1937), et estimer les hauteurs des nappes dans un système drainé (Youngs 1990). Le phénomène de suintement existe sur une surface à travers laquelle l'eau de la nappe sort du système directement en contact avec l'air. C.-à-d. la limite externe de la zone saturée où l'eau sort du système et le potentiel de pression ψ s'annule (Neuman 1973). **En régime transitoire la hauteur de la surface de suintement change avec le temps d'une manière que sa position ne peut pas être connue a priori.** Elle constitue une condition à la limite du système, puisqu'il s'agit d'une condition de pression nulle résultant du fonctionnement du système, et non pas d'une condition imposée au système (**condition de pression imposée, type Dirichlet, ou de flux imposé, type Neuman**). Si la surface de suintement est traitée comme une limite de pression imposée, avec $\psi = 0$, la hauteur de cette surface restera fixe et c'est le contraire au comportement physique d'un écoulement transitoire.

V.5 - Présentation des modèles à étudier :

On s'intéresse aux cas des nappes à surface libre reposants sur des substratums horizontaux imperméable, avec en position aval, un fossé drainant à paroi verticale. On suppose que le sol est isotrope dans le plan (x, y), et que le problème peut donc être considéré comme plan et on raisonnera en 2 dimensions.

V.5.1-Modèle N°1- Analyse numérique d'un problème de drainage

1^{er} cas - Analyse numérique d'un problème de drainage par un fossé vide à ses deux Extrémités (cas d'une chaussée), pour un écoulement sans recharge $q=0$ et avec Recharge pluviométrique constante $q=Im/j$, (cas d'une chaussée) voir §V.6.1

2^{eme} cas -Cas de drainage par un fossé en aval avec une hauteur d'eau H_2 variable, Et un niveau d'eau amont fixe (charge imposée), pour un écoulement sans Recharge $q=0$ et avec recharge pluviométrique constante $q=Im/j$ (voir §V.6.2)

V.5.2- Modèle N°2- Analyse numérique d'un problème de la digue d'un barrage en terre voir § V.7, cas du barrage en terre, soumis à deux hauteurs d'eau libre Constantes En amont et en aval, est un cas d'étude classique, connu sous le nom Évocateur De « problème de Dupuit »

V.6- Modélisation par élément finis (programme fortran) :

La modélisation par élément fini sera présentée

1^{er} cas :

V.6.1-Analysé numérique d'un problème de drainage par un fossé vide à ses deux Extrémités (cas d'une chaussée), sans recharge et avec recharge pluviométrique constante :

Un cas de drainage d'un milieu poreux reposant sur un substratum horizontal imperméable et pénétré entièrement, à ses deux extrémités, par deux fossés verticaux comme indiqué dans la (Figure V.4).

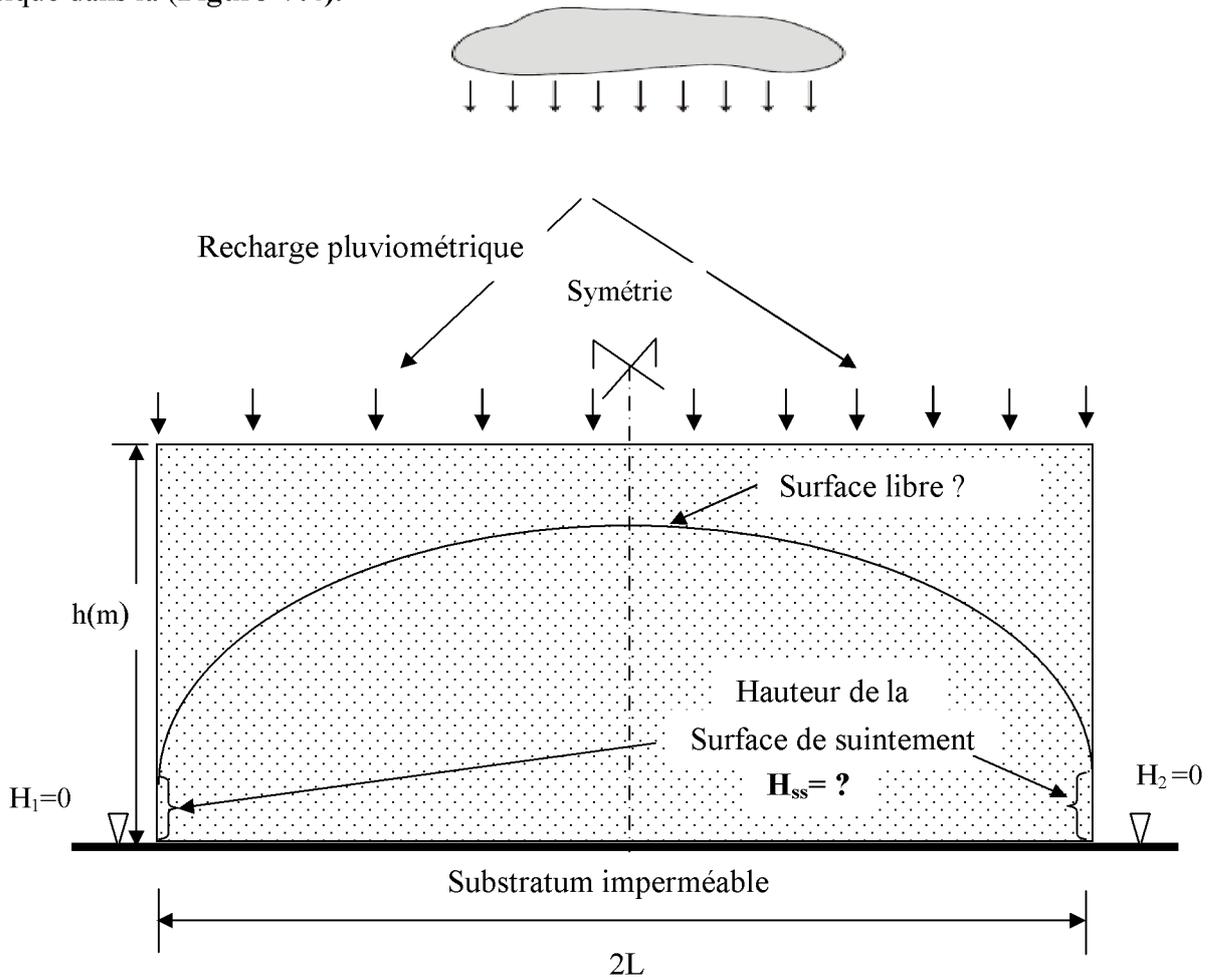


Figure V.4 : Problème de drainage (cas d'une chaussée)

Tableau .V.1- Caractéristiques géométrique du domaine pour problème de drainage :

L(m) largeur du modèle	h(m) Hauteur du modèle	H ₁ (m) hauteur d'eau amont	H ₂ (m) hauteur d'eau aval (fossé)	H _{ss} (m) hauteur de la surface de suintement
3.5	0.6	0	0	?

En raison de la symétrie, seulement la moitié du domaine d'écoulement est considérée pour comparer les résultats trouvés par le modèle développé en élément finie (programme fortran) à ceux du logiciel Plaxis.

Initialement, le sable est saturé en eau et maintenu en équilibre hydrostatique, sur une hauteur d'eau de 60 cm au dessus de la base. Puis, à un temps $t = 0$, un drainage est effectué sur le coté aval avec et sans recharge pluviométrique (c.-à-d. 02 cas : $q=0, q=1m/j$) le niveau d'eau a chuté jusqu'à une hauteur de $H_2=0$ et maintenu à ce niveau pour ce cas de Drainage. Cette étude permet de suivre l'évolution de la surface libre de la nappe (pression nulle) à travers les intervalles de temps successifs et d'estimer la hauteur de la surface de suintement une fois que le régime permanent est atteint.

V.6.1.1- Discrétisation du modèle utilisé dans le programme fortran :

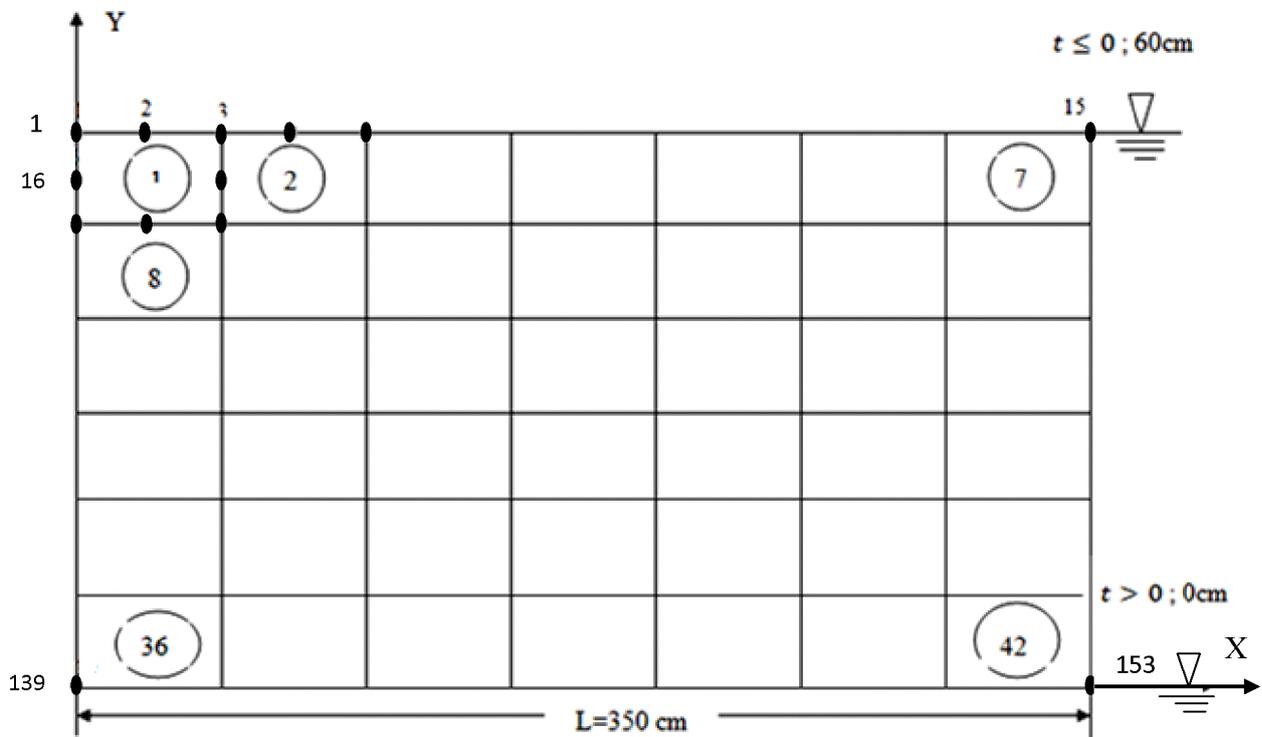


Figure V5 : Maillage du domaine d'écoulement utilisé en élément fini

Le domaine d'écoulement montré dans la **figure V.5** est discrétisé en 42 éléments rectangulaires (avec des mailles de dimension 50x10cm) de 8 nœuds pour chaque élément et 153 nœuds sur l'ensemble du domaine,

V.6.1.2 -Les propriétés du sol :

Le sol est un sable moyen homogène et isotrope, de type drainé qui possède les propriétés suivantes:

$$\gamma_{sat} = 20 \text{ KN/m}^3$$

$$\gamma_{unsat} = 17 \text{ KN/m}^3$$

$$\varphi(\phi) = 30^\circ \text{ (Angle de frottement)}$$

$$\rho_d = 1.68 \text{ g/Cm}^3 \text{ densité sèche}$$

$$S_s = 0,00015 \text{ cm}^{-1} \text{ (coefficient d'emmagasinement)}$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2 \text{ (gravité)}$$

$$K_x = K_y = 0.1 \text{ Cm/s} = 86.4 \text{ m/j} \text{ (perméabilité ou conductivité hydraulique)}$$

$$\rho_w = 1000 \text{ Kg/m}^3 \text{ (densité de l'eau)}$$

V.6.1.3 - Les conditions aux limites et les conditions initiales :

$$\text{On a : } H = \Psi + y \rightarrow \Psi = H - y$$

Avec :

H : c'est la charge hydraulique

Ψ : le potentiel capillaire ou suction

- **Les conditions initiales sont fixées comme suit :**

$$0.60 = \Psi + y \text{ à } 0 \leq x \leq 3.5 \text{ et } 0 \leq y \leq 0.6 \text{ m à } t \leq 0 \tag{V.4}$$

$$\frac{\partial H}{\partial y} = 0 \text{ à } 0 \leq x \leq 3.5 \text{ m et } y = 0 \text{ et (à la base) à } t \leq 0$$

Initialement, le sol est saturé c.-à-d. à l'équilibre hydrostatique. Immédiatement après, que le niveau d'eau à l'aval est rabattu à une hauteur égale à $H_2=0$

- **Les conditions aux limites sont fixées comme suit :**

- **Pression imposée (Condition de Dirichlet)**

$$\frac{\partial H}{\partial y} = 0 \text{ à } 0 \leq x \leq 3.5 \text{ m et } y = 0.60 \text{ m (en surface sans recharge) à } t \geq 0 \tag{V.5}$$

$$\psi = 0 - y \text{ à } x = 3.50 \text{ m et } y = 0 \text{ à } t \geq 0$$

- **Flux imposé (Condition de Neuman)**

$$\frac{\partial \Psi}{\partial X} = 0 \text{ à } x = 0, \text{ et } 0 \leq y \leq 0.60 \text{ m à } t \geq 0 \tag{V.6}$$

$$\frac{\partial H}{\partial y} = -1 \text{ à } 0 \leq x \leq 3.5 \text{ m et } y = 0.60 \text{ m (avec recharge en surface) à } t \geq 0$$

V.6.1.4 – Les courbes trouvées par la méthode des éléments finis (programme fortran) :

V.6.1.4a- Écoulement sans recharge pluviométrique en surface $q=0$:

La (figure V.6a) présentée ci dessous, montre l'évolution de la surface libre (surface de potentiel capillaire nulle ($\Psi=0$)) à travers les intervalles de temps successif, cas où le drainage ce fait sur les deux cotés (cas d'une chaussée) sans recharge pluviométrique ; cette surface représente la limite entre les zones saturée et non saturée du domaine d'écoulement.

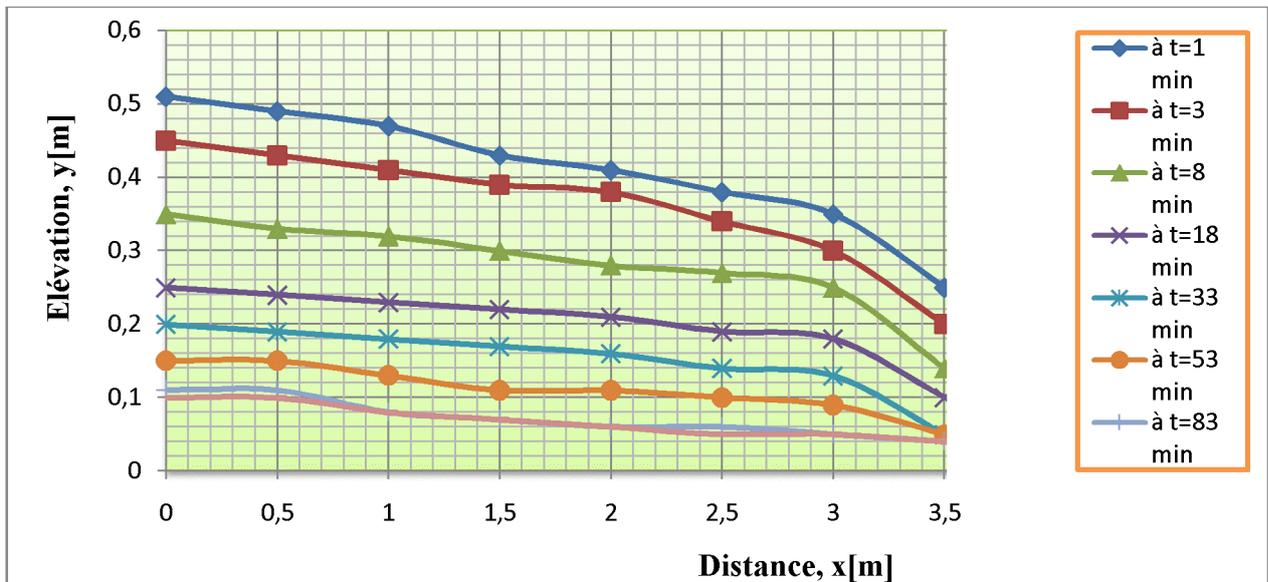


Figure V.6a : L'évolution de la surface libre (surface de pression nulle) à travers les Intervalles du Temps successif avec $H_1=0$, $H_2=0$, dans le cas de drainage (écoulement sans recharge $q=0$)

V.6.1.4b- Écoulement avec recharge pluviométrique en surface $q=1\text{ m/j}$:

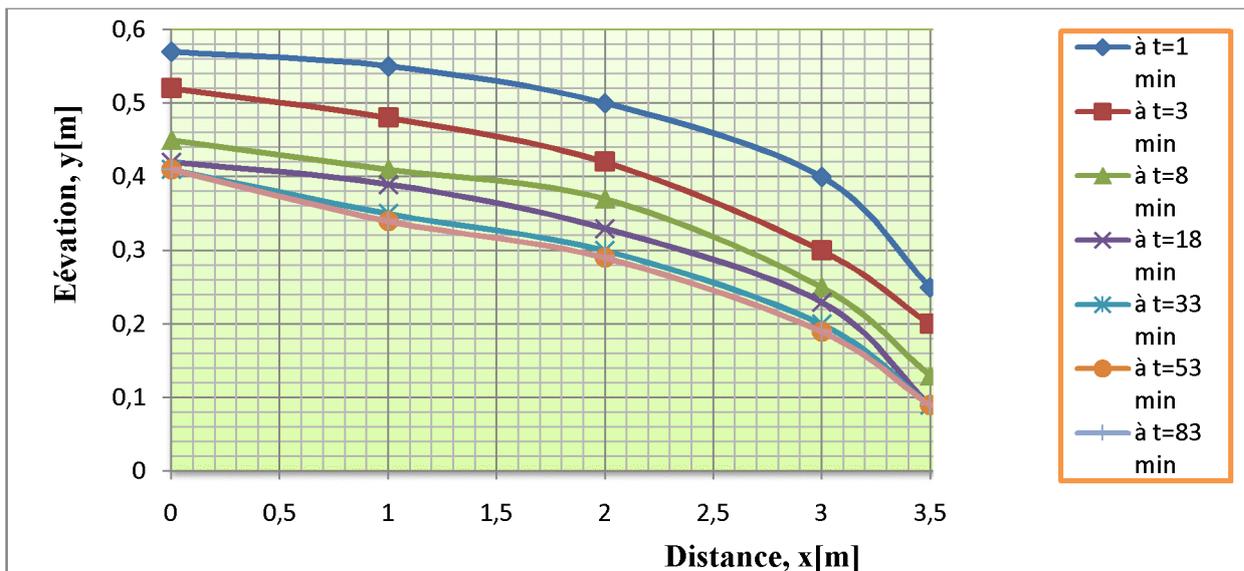


Figure V.6b : L'évolution de la surface libre (surface de pression nulle) à travers les intervalles De temps successif avec $H_1=0$, $H_2=0$, dans le cas de drainage (écoulement avec recharge $q=1\text{ m/j}$)

La figure V.6b montrée ci-dessus, représente aussi l'évolution de la surface libre (Surface de potentiel capillaire nulle ($\Psi=0$)) à travers les intervalles de temps successif pour le problème de drainage avec recharge pluviométrique en surface d'une intensité de 1m/j .

2^{ème} cas :

V.6.2- Cas de drainage par un fossé en aval avec une hauteur d'eau H_2 variable, et un Niveau d'eau amont fixe (charge imposée), sans recharge et avec recharge Pluviométrique constante :

Un milieu poreux reposant sur un substratum horizontal imperméable et pénétré sur le côté aval par un fossé drainant avec un niveau d'eau H_2 variable, et sur le côté amont le niveau d'eau est fixe a une hauteur $H_1 = 0.6\text{ m}$ comme indiqué sur la **figure V.7**.

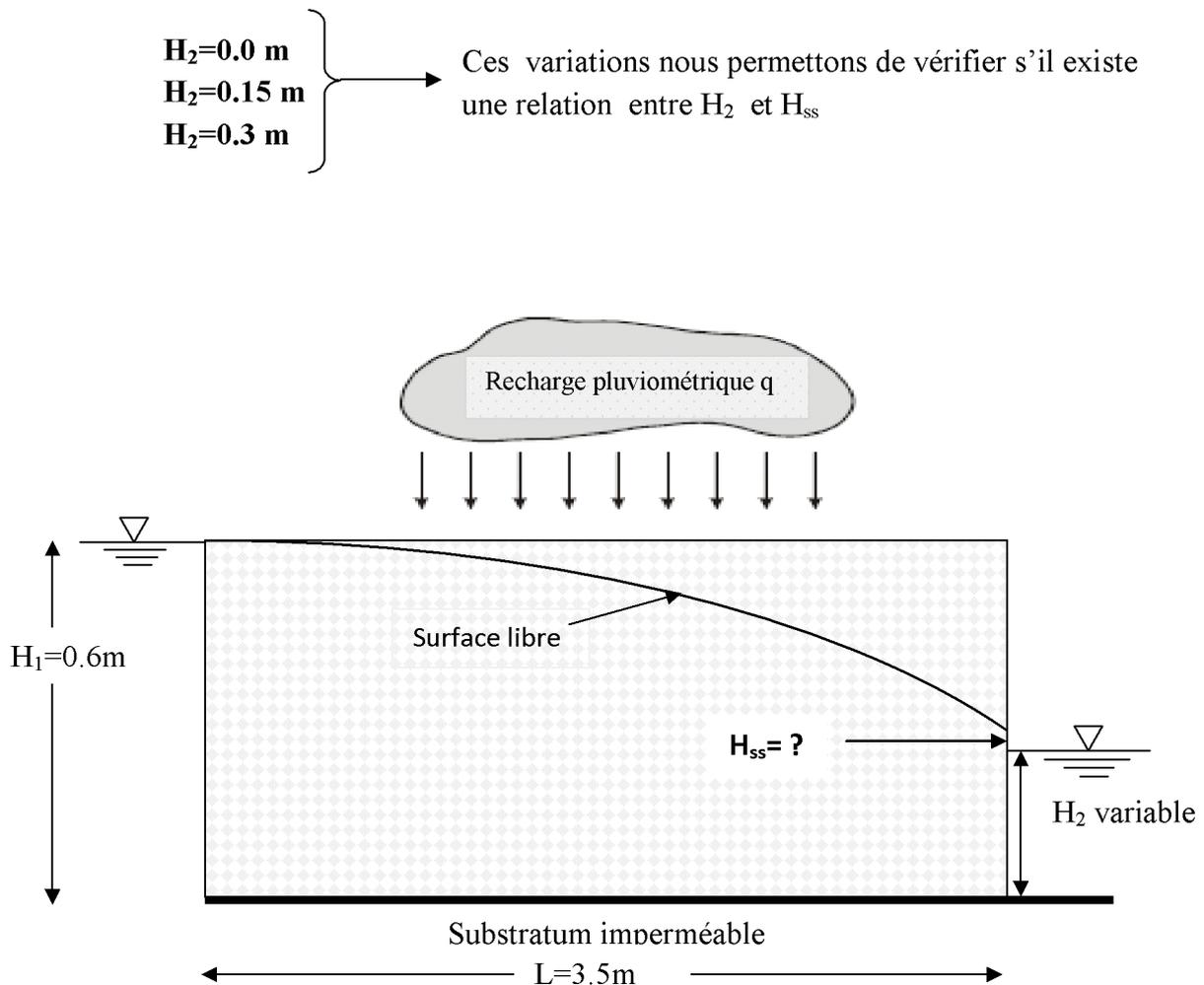


Figure V.7 : problème de drainage par un fossé avec un niveau d'eau variable En aval et fixe en amont

V.6.2.1 - Les conditions aux limites et les conditions initiales :

On a : $H = \Psi + y \rightarrow \Psi = H - y$

H : c'est la charge hydraulique

Ψ : le potentiel capillaire ou succion

- **Les conditions initiales sont fixées comme suit :**

$$\Psi = 0.6 - y \text{ à } 0 \leq x \leq 3.5m, \text{ et } 0 \leq y \leq 0.6 \text{ à } t < 0 \quad (\text{V.7})$$

$$\frac{\partial H}{\partial y} = 0 \text{ à } 0 \leq x \leq 3.5 \text{ m et } y = 0 \text{ (à la base surface imperméable)}$$

Initialement, le modèle est donc à l'équilibre hydrostatique. Immédiatement après, que le niveau d'eau à l'aval est rabattu à une hauteur égale à H_2 , les conditions aux limites sont alors définies comme indiqué ci-dessous

- **Les conditions aux limites sont fixées comme suit :**

- **Pression imposée (Condition de Dirichlet)**

$$\Psi = 0.6 - y \text{ à } x = 3.5m \text{ et } 0 \leq y \leq 0.6m \text{ à } t \geq 0 \quad (\text{V.8})$$

$$\Psi = H_2 - y \text{ à } x = 3.5m \text{ et } 0 \leq y \leq H_2 \text{ à } t \geq 0$$

- **Flux imposé (Condition de Neuman)**

$$\frac{\partial H}{\partial x} = q \Rightarrow \frac{\partial \Psi}{\partial x} = q \text{ à } 0 \leq x \leq 3.5m \text{ et } y = 0.6m \text{ à } t \geq 0 \quad (\text{V.9})$$

$$\frac{\partial H}{\partial y} = q \Rightarrow \frac{\partial \Psi}{\partial y} = q - 1 \text{ à } 0 \leq x \leq 3.5m \text{ et } y = 0.6m \text{ à } t \geq 0$$

Si la limite est imperméable alors $q=0$ (dans notre cas la base est imperméable)

En surface on a le cas où la recharge égale à zéro c.-à-d. ($q=0$), et le cas où la recharge égale à $1m/j$ c.-à-d. ($q=0.001cm/s$).

$$\frac{\partial H}{\partial y} = q \Rightarrow \frac{\partial \Psi}{\partial y} = q - 1 \text{ à } 0 \leq x \leq 3.5m \text{ à } t \geq 0 \text{ et } y = 0.6m$$

V.6.2.2 - Les courbes trouvées par le modèle en élément finis (programme fortran) :

Les courbes présentées ci-dessous représentent l'évolution de la surface libre de la nappe (surface de potentiel capillaire nulle ($\Psi=0$)) à travers les intervalles de temps successif pour un écoulement sans recharge pluviométrique en surface avec un niveau d'eau en aval est de $H_2=0.3$, $H_2=0$, respectivement

V.6.2.2a – Écoulement sans recharge pluviométrique $q=0$:

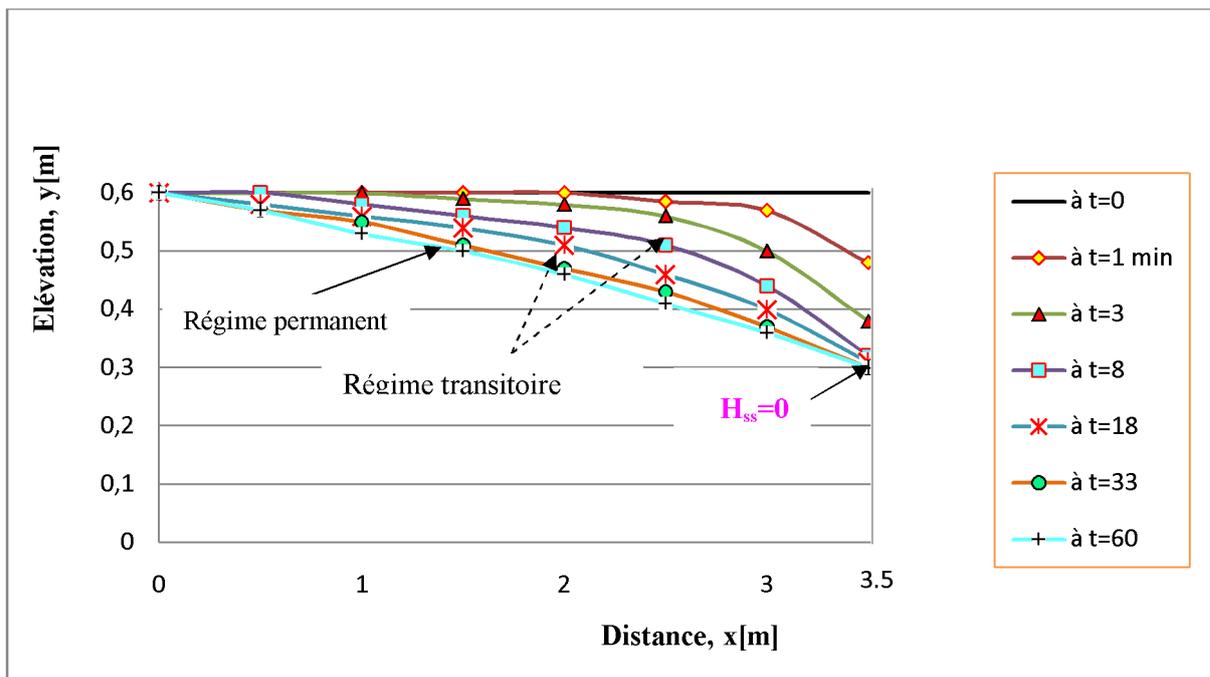


Figure V.8a : L'évolution de la surface libre en fonction du temps avec $H_1=0.6m$, $H_2=0.3m$ (Écoulement sans recharge $q=0$)

D'après les figures (V.8a et V.8b) présentées ci-dessus et ci-dessous respectivement, on voit qu'il ya une réduction dans la ligne de saturation et dans la surface occupée par la zone de pression, en passant du régime transitoire au régime permanent, et cela est due au rabattement de niveau d'eau dans les pores. Et pour la hauteur de la surface de suintement H_{ss} nous remarquons que $H_{ss}=0$ pour un niveau d'eau dans le fossé (coté aval) $H_2= 0.3$ m Et pour $H_2=0$ on a $H_{ss}= 0.08$ m une fois que le régime permanent est atteint respectivement à $t=60$ min et à $t= 83$ min. (voir la figure ci-dessous).

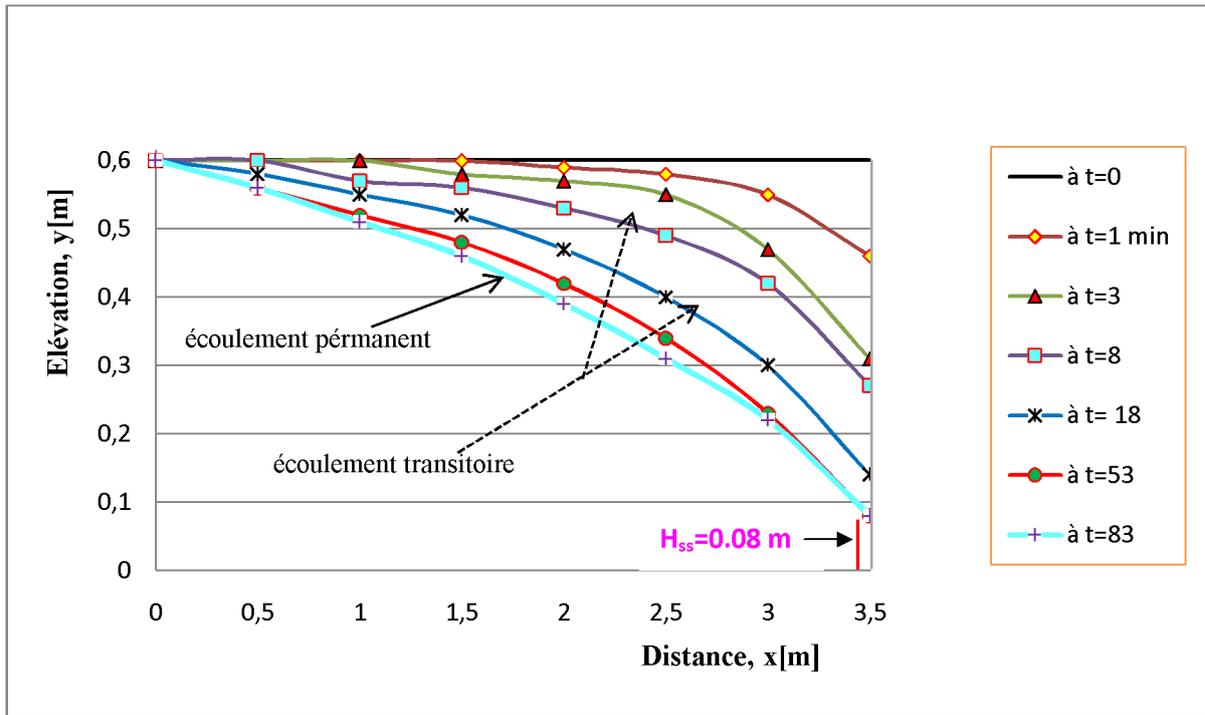


Figure V.8b : L'évolution de la surface libre en fonction du temps avec $H_1=0.6$, $H_2 =0m$ (Écoulement sans recharge $q=0$)

V.6.2.2b – Écoulement avec recharge pluviométrique $q=1m/j$:

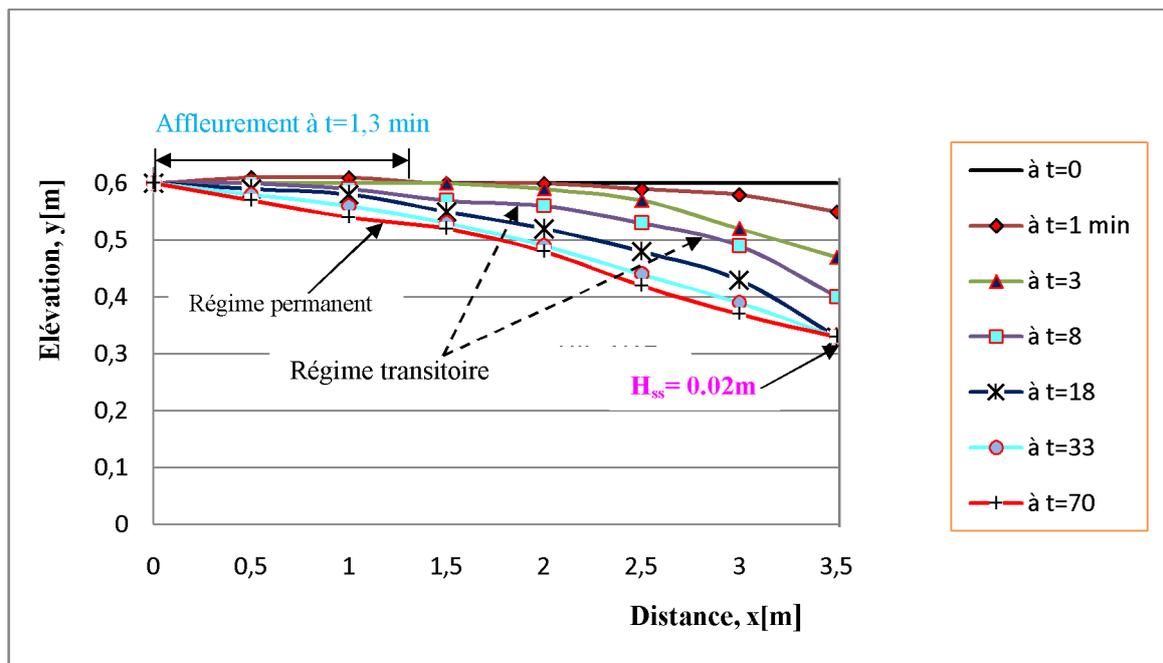


Figure V.8c : L'évolution de la surface libre en fonction du temps avec $H_1=0.6$, $H_2=0.3m$ (Écoulement avec recharge $q=1m/j$)

D'après les figures (V.8c et V.8d) présentées ci-dessus et ci-dessous respectivement, on voit qu'il y a une augmentation de la zone saturée et une diminution de la zone non saturées par rapport aux figures (V.8a, V.8b) et cela est due a la recharge pluviométrique en surface à savoir :

$$\text{La hauteur de la surface de suintement} \begin{cases} H_{ss} = 0.14 \text{ m lorsque } H_2 = 0 \text{ à } t = 90 \text{ min (R P)} \\ H_{ss} = 0.02 \text{ m lorsque } H_2 = 0.3 \text{ m à } t = 70 \text{ min (R P)} \end{cases}$$

R. P : Régime permanent

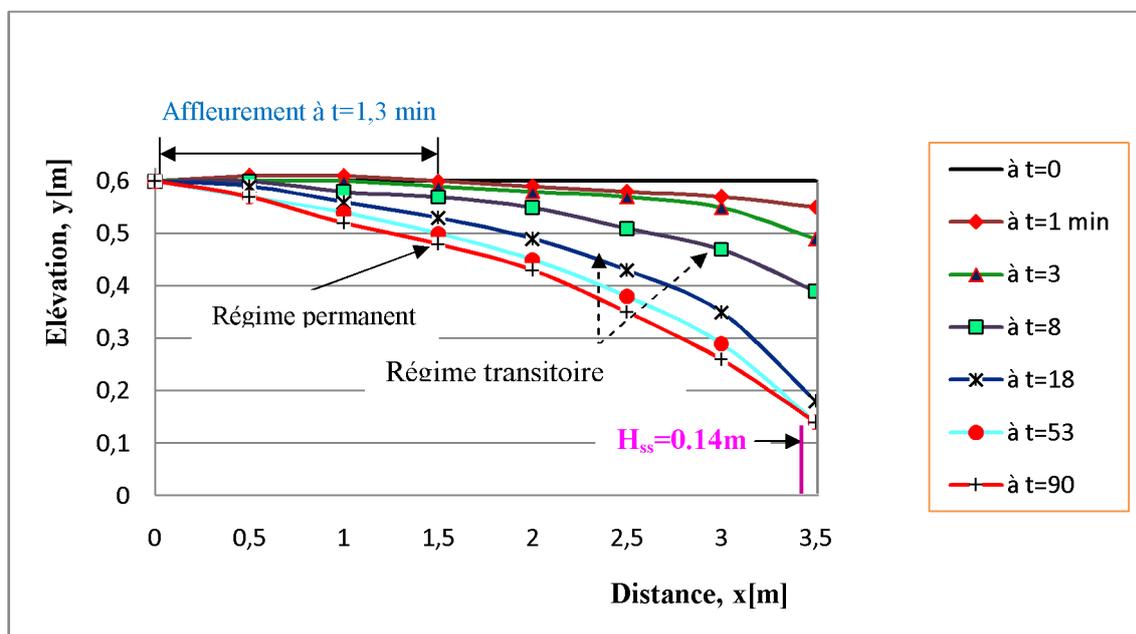


Figure V.8d: l'évolution de la surface libre en fonction du temps avec $H_1=0.6$, $H_2=0$ (Écoulement avec recharge $q=1\text{m/j}$)

V.6.2.3 - Superposition des courbes trouvées par le modèle en élément finis (programme Fortran) entre un écoulement sans recharge $q=0$ et avec recharge $q=1\text{m/j}$:

Les figures (V.9.a, V.9b) représentent la superposition des figures (V.8a, V.8b) et les figures (V.8c, V.8d) respectivement.

Les lignes discontinues représentent les courbes obtenues pour un écoulement avec recharge pluviométrique $q=1\text{m/j}$.

Les lignes continues représentent les courbes obtenues pour un écoulement sans recharge pluviométrique $q=0$.

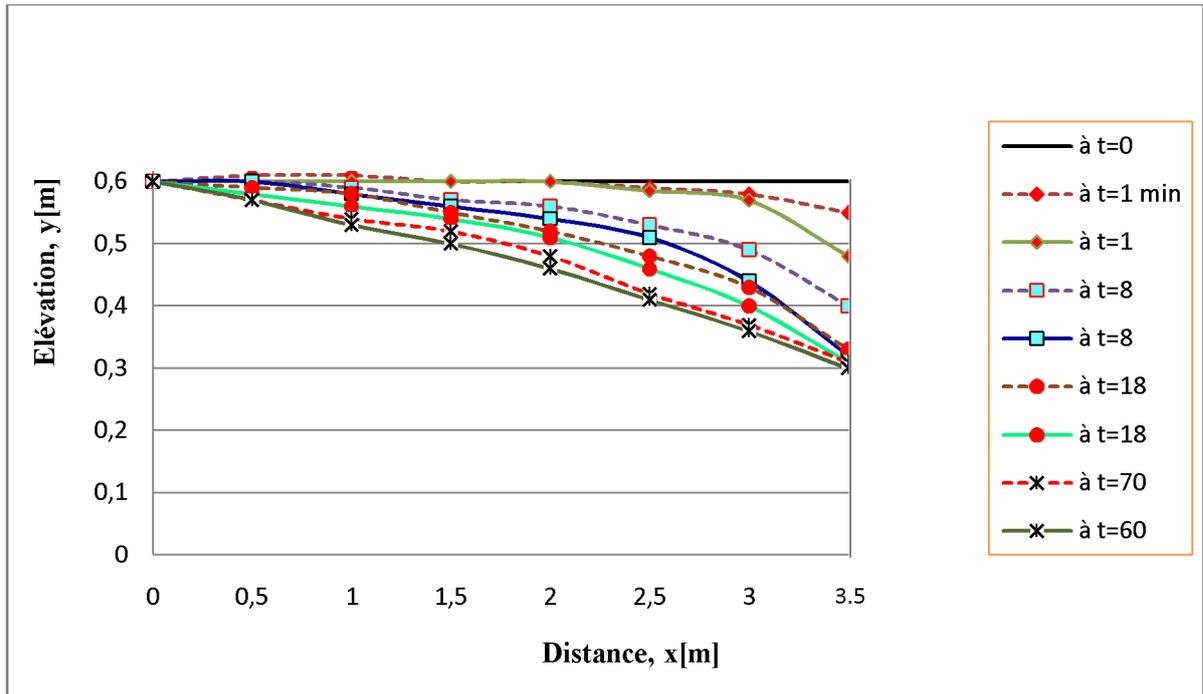


Figure V.9a : Superposition (comparaison) l'évolution de la surface libre en fonction du temps Pour le cas où $H_1=0.6$, $H_2=0.3$ m, (écoulement sans et avec recharge $q=0$ et $q=1m/j$)

A partir des figures V.9a et V.9b ci-dessus et ci-dessous présentées respectivement on voit que la recharge pluviométrique q d'une intensité de $1m/j$ influe directement sur la position de la nappe (surface de pression nulle) et la hauteur de la surface de suintement.

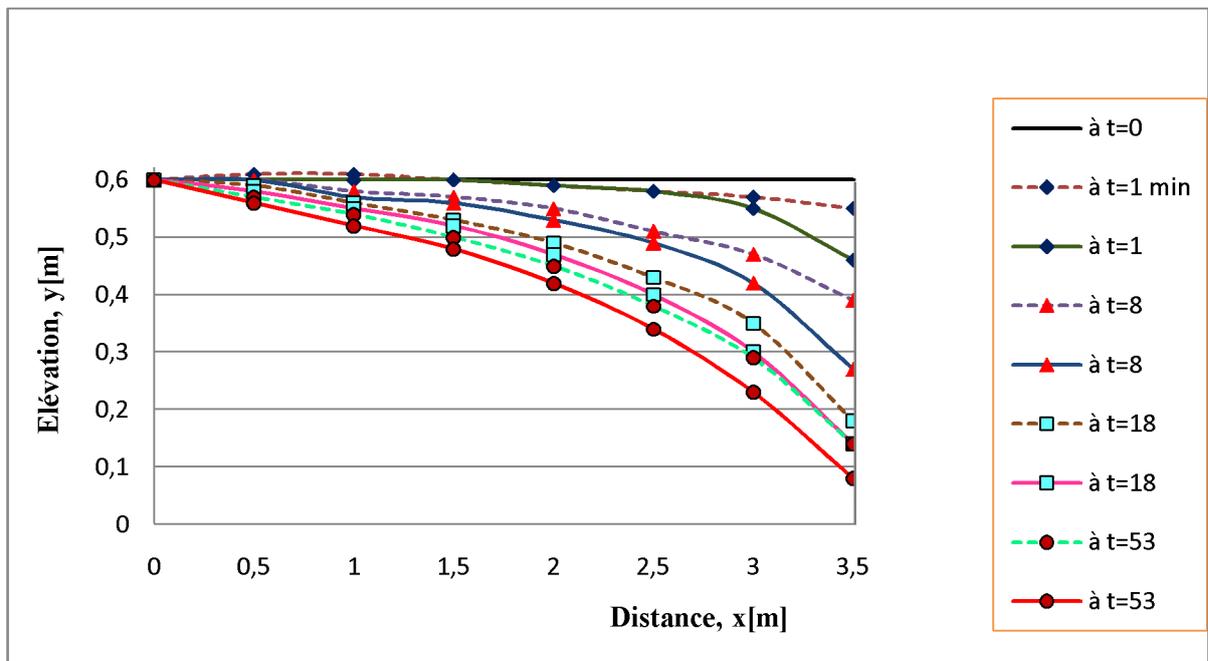


Figure V.9b : superposition (comparaison) l'évolution de la surface libre en fonction du temps Pour le cas où $H_1=0.6$, $H_2=0$, (écoulement sans et avec recharge $q=0$ et $q=1m/j$)

Les valeurs de la hauteur de la surface de suintement H_{ss} une fois que le régime permanent atteint est :

$H_{ss}=0.08\text{m}$ avec $q=0$ et $H_{ss}=0.14\text{m}$ avec $q=1\text{m/j}$ pour ($H_1=0.6$ et $H_2=0$)

$H_{ss}=0$ avec $q=0$ et $H_{ss}=0.02\text{m}$ avec $q=1\text{m/j}$ pour ($H_1=0.6$ et $H_2=0.3$)

Tableau V.2 - Récapitulatif des résultats de la hauteur de la surface de suintement H_{ss} Trouvés par le modèle en élément finis (fortran) :

	Valeurs de H_{ss} dans le cas de drainage	
	Sans recharge $q=0$	Avec recharge $q=1\text{m/j}$
H2=0	0,08	0,14
H2=0.3	0	0,02

Narasimhan et Samshai (1991), ont montré que la hauteur de la surface de suintement à une extension maximale dans le cas où le fossé aval est vide, et est d'autant plus réduite que le niveau d'eau dans le fossé aval est importante.

Alors nous remarquons que les valeurs trouvées dans ce travail (modèle développé en élément finis) elle se ressemblent aux travaux déjà réalisé par les chercheurs cités ci-dessus.

Nous voulons augmenter les caractéristiques géométriques du modèle précédent pour voir si ces dernières influent sur la surface libre de la nappe et sur la hauteur de la surface de suintement, c'est pour cette raison qu'on a opté pour une digue d'un barrage en terre.

Modèle N°2 :

V.7- Analyse numérique d'un problème de la digue d'un barrage en terre (avec et sans Recharge pluviométrique), cas purement théorique :

Le cas du barrage en terre, soumis à deux hauteurs d'eau libre constantes en amont et en aval, est un cas d'étude classique, connu sous le nom évocateur de « problème de Dupuit ».

Considérons une digue d'un barrage en terre de largeur $L=9\text{m}$ et de hauteur $h=6\text{m}$, pour un écoulement sans recharge $q=0$ et avec recharge $q=1\text{m/j}$ à la surface supérieure, comme montré à la figure. V10 ci-dessous, en amont à $x = 0$ la hauteur de la surface libre de l'eau est de $H_1=6\text{m}$, en aval à $x = 9\text{m}$, $H_2=1.2\text{m}$.

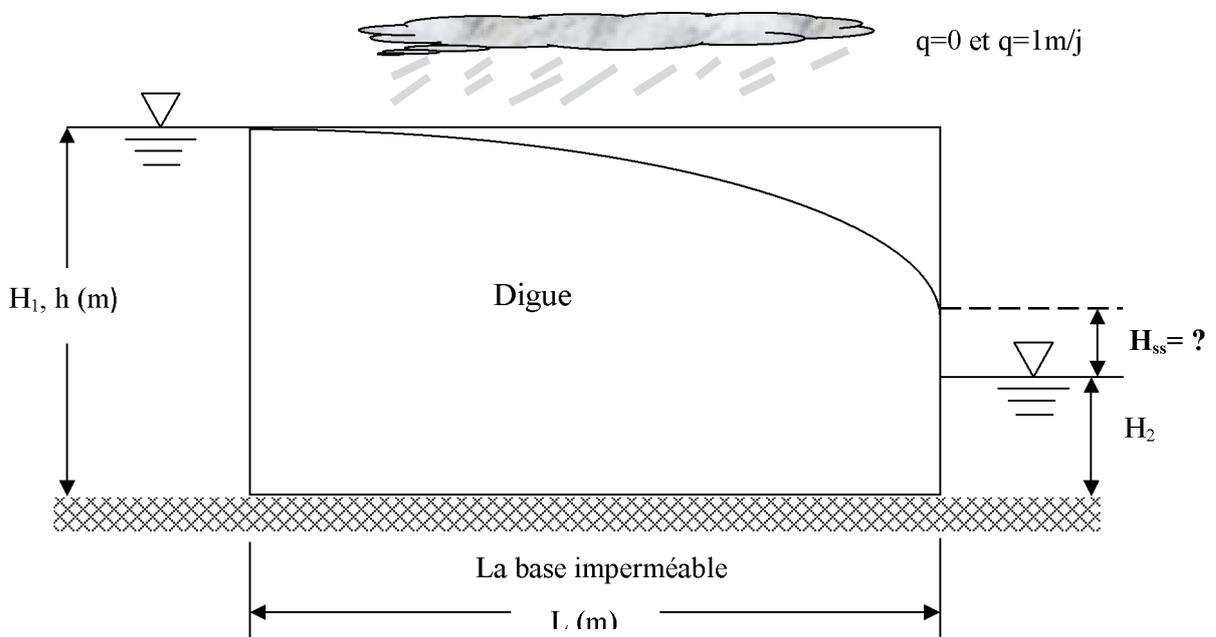


Figure V.10: Les caractéristiques géométriques de la digue

Tableau .V.3- Caractéristiques géométrique de la digue :

L(m) Largeur de la digue	h(m) hauteur de la digue	H_1 (m) hauteur d'eau en amont	H_2 (m) hauteur d'eau en aval	H_{ss} (m) hauteur de la surface de suintement
9	6	6	1.2	?

V.7.1- Les caractéristiques du sol de la digue :

Le sol est un sable moyen homogène et isotrope, possédant les mêmes propriétés que le modèle précédent § V.6.1.2

V.7.2- Discrétisation du modèle (problème de barrage en terre) par la MEF (fortran)

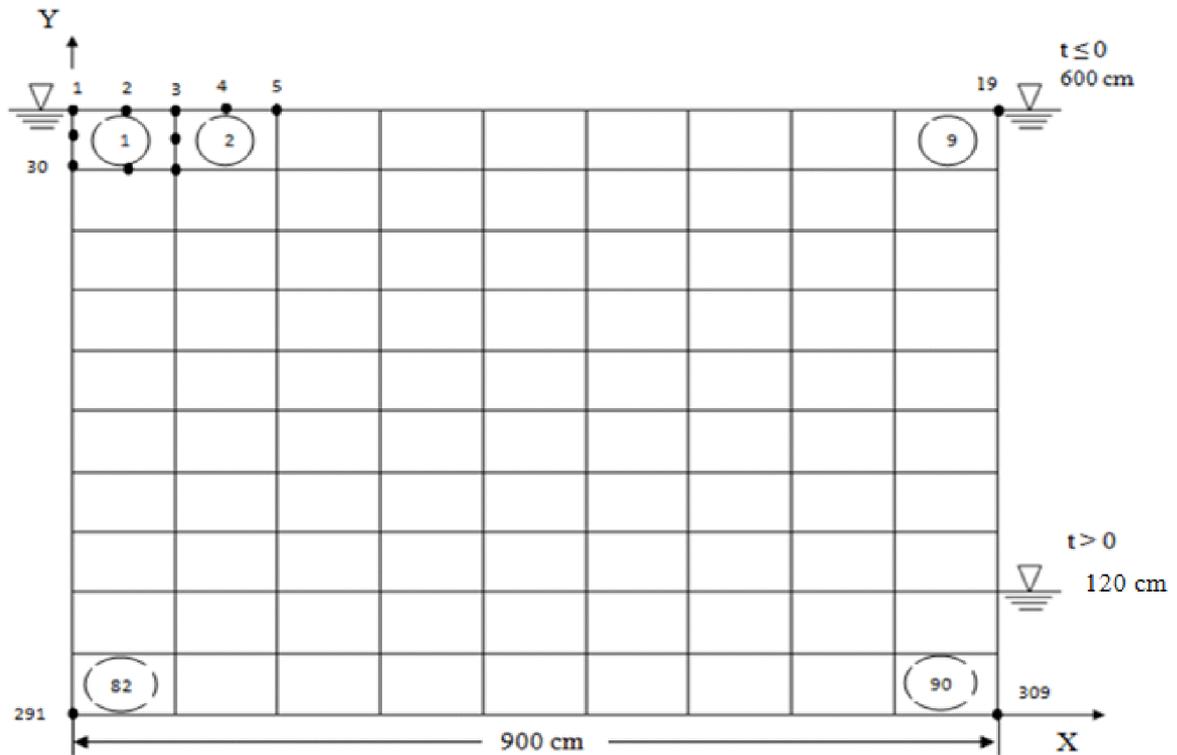


Figure V.10a : maillage du domaine d'écoulement utilisé dans la MEF (fortran)

La figure V.10a ci-dessus représente le maillage du domaine d'écoulement utilisé par le modèle en élément finis (programme fortran), celui ci est divisé en 90 éléments rectangulaires (maille de dimension 0.60x100cm), avec 8 nœuds pour chaque élément et 309 nœuds pour l'ensemble du domaine.

V.7.2.1- Les conditions aux limites et les conditions initiales :

- Les conditions initiales sont fixées comme suit :

$$\Psi = 6 - y \text{ à } 0 \leq x \leq 9m, \text{ à } t < 0 \text{ et } 0 \leq y \leq 6 \text{ à } t \leq 0$$

(V.7)

$$\frac{\partial H}{\partial y} = 0 \text{ à } 0 \leq x \leq 9 \text{ m (à la base surface impérméable) et } y = 0$$

Avec :

H : est la charge hydraulique

Initialement, la digue est donc à l'équilibre hydrostatique. Immédiatement après, que le niveau d'eau en aval est rabattu à une hauteur égale à $H_2=1.2\text{m}$, les conditions aux limites sont alors définies comme indiqué ci-dessous.

- **Les conditions initiales sont fixées comme suit :**

- **Pression imposée (Condition de Dirichlet)**

$$\Psi = 6 - y \text{ pour } x = 0 \text{ et } 0 \leq y \leq 6\text{m à } t \geq 0$$

$$\Psi = 1.2 - y \text{ pour } x = 9\text{m et } 0 \leq y \leq 1.2\text{m à } t \geq 0$$
(V.8)

- **Flux imposé (Condition de Neuman)**

On à

$$\frac{\partial H}{\partial y} = q \Rightarrow \frac{\partial \Psi}{\partial y} = q - 1$$

$$\frac{\partial H}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \Psi}{\partial y} = -1 \text{ à } 0 \leq x \leq 9\text{m et } y = 6\text{m (sans recharge en surface) à } t \geq 0$$
(V.9)

$$\frac{\partial H}{\partial y} = -0.001 \Rightarrow \frac{\partial \Psi}{\partial y} = -1.001 \text{ à } 0 \leq x \leq 9\text{m et } y = 6\text{m à } t \geq 0 \text{ avec } q = 0.001\text{cm/s}$$

V.7.3 - les courbes obtenues par le modèle en élément finis (programme fortran) pour le Cas de la digue:

Les courbes présentées ci-dessous représentent l'évolution de la surface libre de la nappe (surface de potentiel capillaire ($\Psi=0$)) à travers les intervalles de temps successif pour un écoulement sans recharge $q=0$ et avec recharge $q=1\text{m/j}$.

V.7.3.1 –Écoulement sans recharge pluviométrique $q=0$:

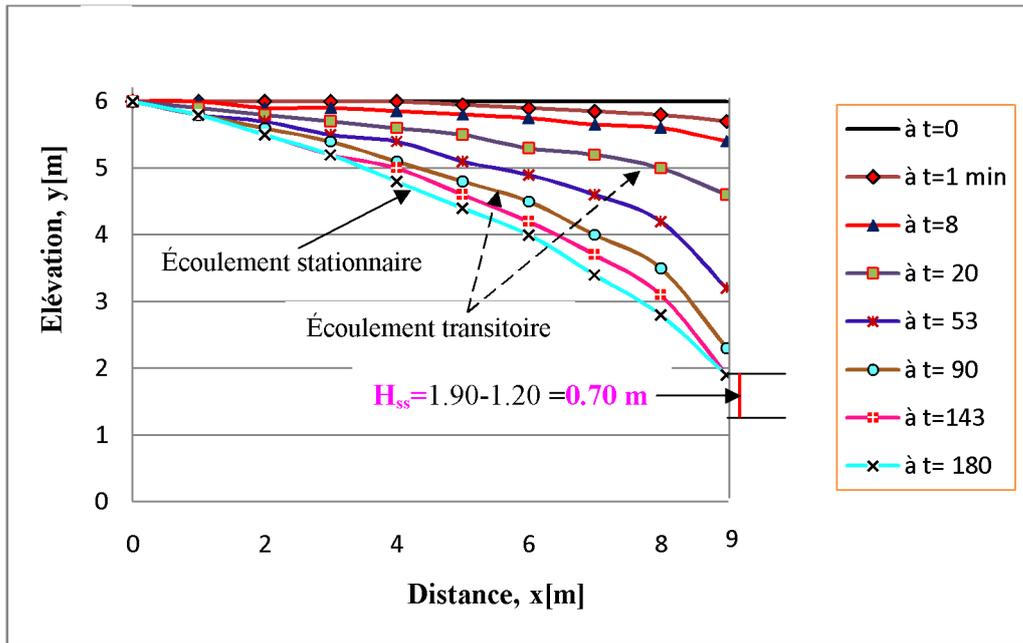


Figure V.11a : L'évolution de la surface libre en fonction du temps avec $H_1=6$, $H_2=1.2$ m (Écoulement sans recharge $q=0$)

V.7.3.2- Écoulement avec recharge pluviométrique $q=1\text{m/j}$:

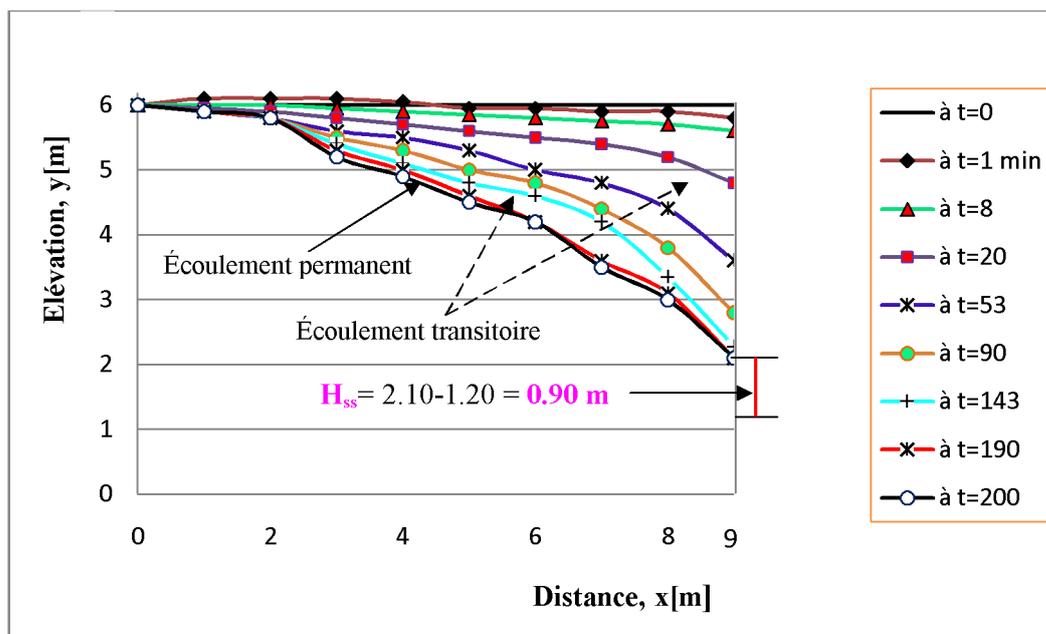


Figure V.11b : l'évolution de la surface libre en fonction du temps avec $H_1=6$, $H_2=1.2$ m (Écoulement avec recharge $q=1\text{m/j}$)

Les figures (V.11a, V.11b) présentées ci-dessus montrent l'évolution de la surface libre (limite entre la zone saturée et la zone non saturée) à travers les intervalles de temps en passant du régime transitoire au régime permanent pour un écoulement sans recharge $q=0$ et avec recharge pluviométrique $q=1$ m/j, la hauteur de la surface de suintement trouvée une fois que le régime stationnaire est atteint respectivement, $H_{ss}= 0.70$ m à $t=180$ min et $H_{ss}= 0.90$ m à $t= 200$ min.

Donc, parmi les paramètres qui influent sur la position de la nappe on citera la recharge imposée en surface, les caractéristiques géométriques du modèle (hauteur et la largeur du système).

V.7.4 - Calcul analytique de la surface de suintement :

La surface de suintement peut être calculée analytiquement à partir de l'abaque Polubarinova- Kochina voir (figure V.12), mais le nombre de cas auxquels elles sont applicable est très réduit par exemple dans le premier modèle (problème de drainage).

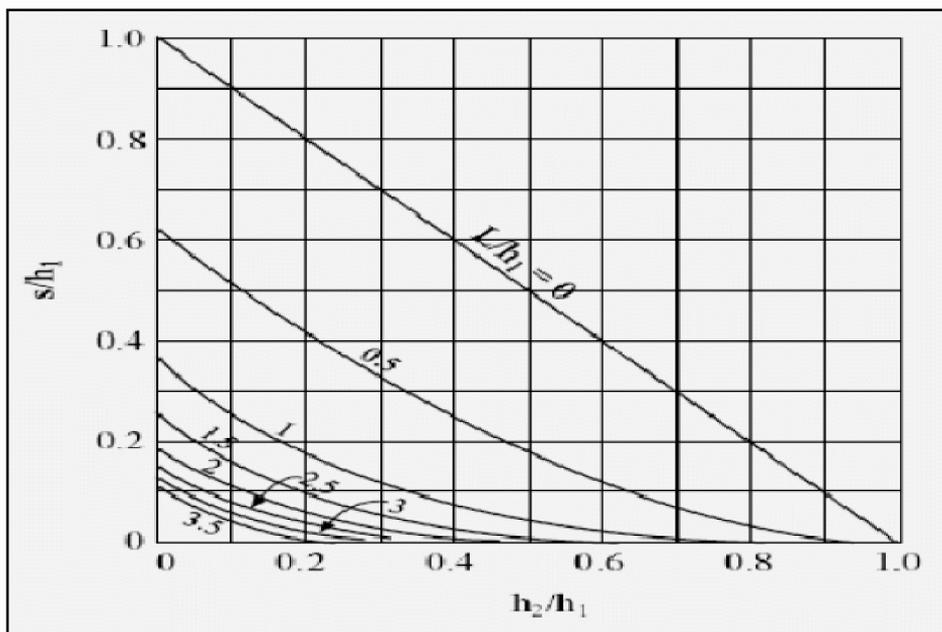


Figure V12: abaque pour la détermination de la surface de suintement d'après Polubarinova- Kochina

$$\frac{L}{H_1} = \frac{9}{6} = 1.5$$

$$\frac{H_2}{H_1} = \frac{1.2}{6} = 0.2$$

D'après l'abaque

$$\frac{S}{H_1} = 0.1 \Rightarrow S = 6 * 0.1 \Rightarrow S = 0.6 \text{ m}$$

Donc :

$S=H_{ss}=0.6 \text{ m}$ est la valeur exacte de la surface de suintement donné analytiquement.

Malgré l'avantage pratique que présentent ces solutions analytique (simplicité et faible nombre des paramètres utilisés), on peut dire que leur intérêt reste limité. Tout d'abord parce que le nombre de cas auxquels elles sont applicable est très réduit et ensuite, parce que la hauteur de la surface de suintement ainsi calculée est une surestimation de la valeur réelle.

Tableau V.4- Récapitulatif des valeurs de la hauteur de la surface de suintement H_{ss} :

	Valeurs de H_{ss} dans le cas de barrage en terre		
	MEF (fortran)		Calcul analytique
	$q=0$	$q=1\text{m/j}$	$q=0$
$H_2=1.2\text{m}$	0,70	0,90	0.60

V.7.5- Superposition les courbes de l'évolution de la surface libre obtenus par la MEF (fortran) entre un écoulement sans recharge $q=0$ et avec recharge $q=1\text{m/j}$:

Les lignes avec des traits discontinus représentent les résultats avec recharge pluviométrique
 Les lignes avec des traits continus représentent les résultats sans recharge pluviométrique

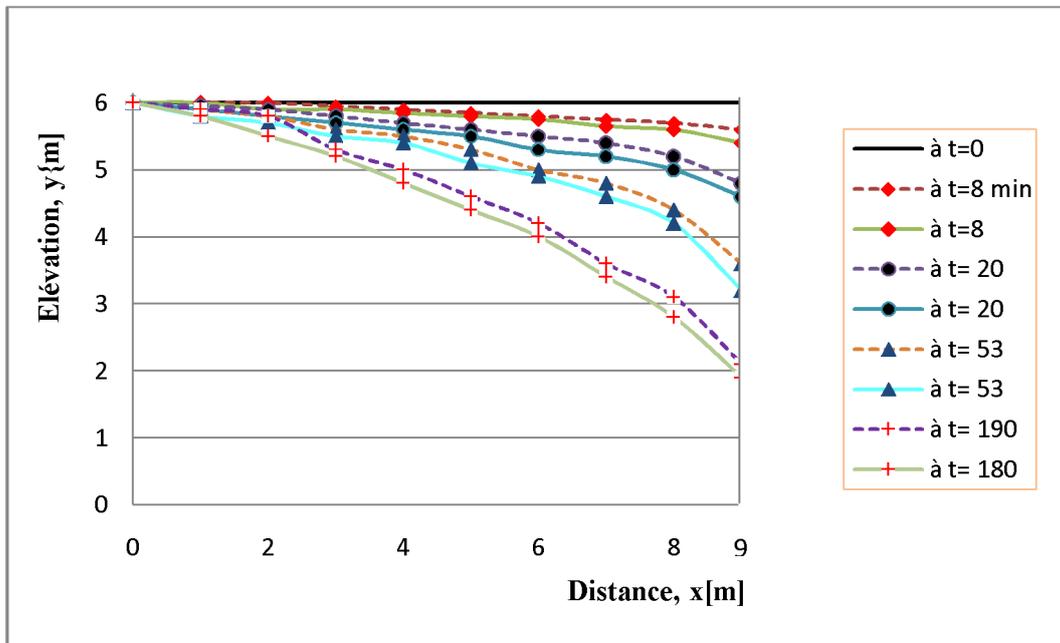


Figure V.13: Superposition (comparaison) l'évolution de la surface libre en fonction du temps Pour le cas de la digue $H_1=6, H_2=1.2 \text{ m}$, (écoulement sans et avec recharge $q=0$ et $q=1\text{m/j}$)

La **figure** V.13 présente la superposition des **figures** (V.11a, V.11b) et à partir de cette dernière nous constatons que la recharge influence directement sur la surface libre de la nappe ($\Psi=0$) et la hauteur de la surface de suintement. En effet si on tente d'imposer une recharge en surface plus grande que celle présentée ci-dessus, on sature entièrement le sol et il se forme une lame d'eau en surface.

V.8 –Modélisation par le logiciel plaxis 2D version10

Afin de valider les résultats trouvés par la MEF (fortran), on va modéliser d'avantage les mêmes modèles utilisés précédemment par un logiciel Plaxis 2D version 10.

V.8.1 - Présentation du Plaxis

C'est un logiciel hollandais développé par l'équipe du Pr. Vermeer, le logiciel 2D dédié à la Géotechnique.

L'analyse de projets géotechniques est possible grâce à de nombreux codes éléments finis. L'ingénieur ayant de l'expérience en ce domaine sait que le poids des hypothèses permet le passage de la réalité au modèle est difficile à évaluer. Il sait que le jargon éléments finis est parfois rebutant (décourageant)-il souhaiterait ne pas avoir à intervenir sur la numérotation des nœuds, des éléments, sur certains choix réservés au numéricien. Il voudrait disposer du code sur le PC gérant sa bureautique et sa technique quotidiennes, afin de faire une étude paramétrique des problèmes délicats. Il exige avant tout que ses journées ne soient pas encombrées par de laborieuses entrées de données et interprétations de fichiers. Pour plus d'information voir l'annexe N°1.

Modèle N°1

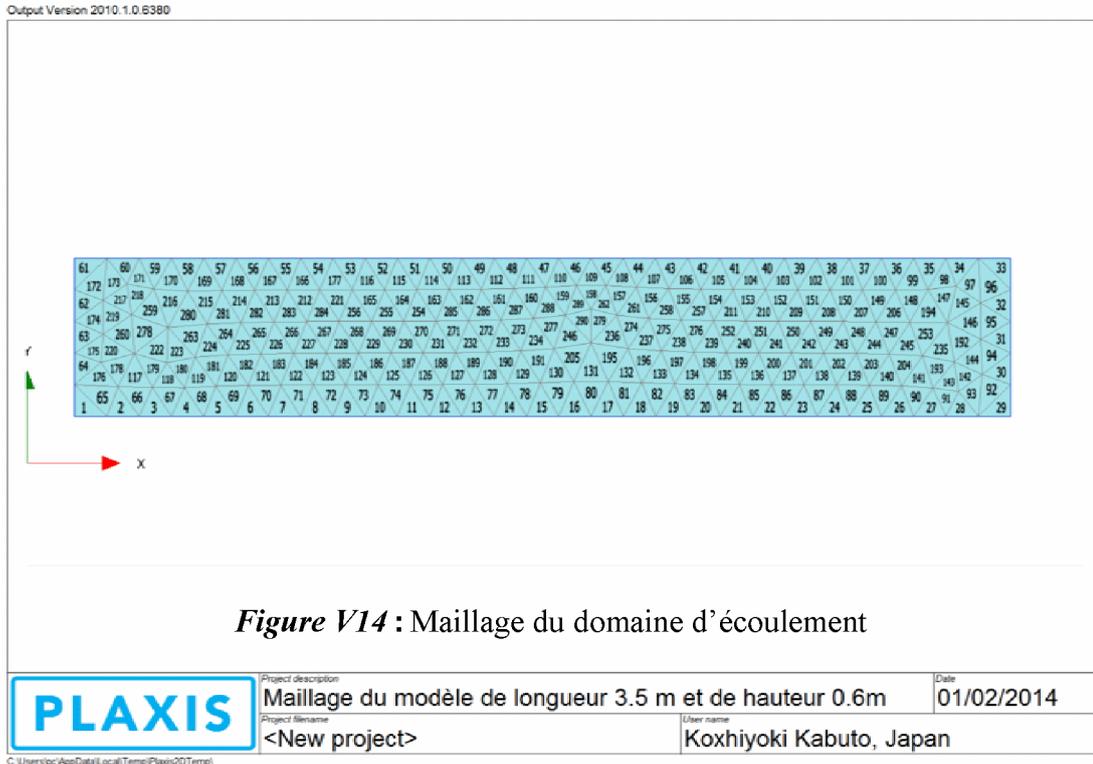
1er cas :

V.8.2- Analyse numérique d'un problème de drainage par un fossé vide à ses deux Extrémités (cas d'une chaussée), sans recharge et avec recharge pluviométrique constante :

Un cas de drainage d'un milieu poreux reposant sur un substratum horizontal imperméable et pénétré entièrement, à ses deux extrémités, par deux fossés verticaux comme indiqué dans la (**Figure V.4**) §V.6.1 :

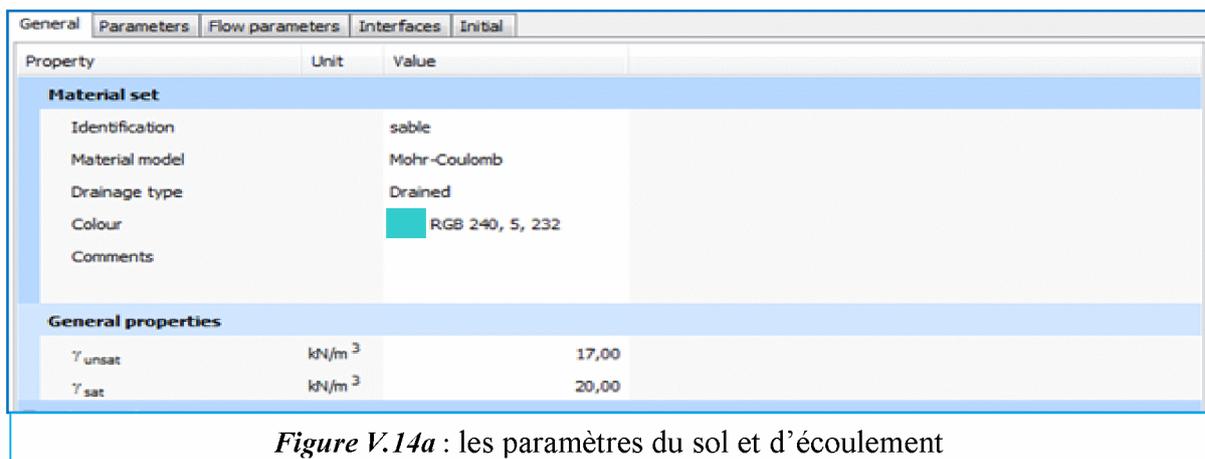
En raison de la symétrie, seulement la moitié du domaine d'écoulement est considérée pour comparer les résultats trouvés par le modèle développé en élément finie (programme fortran).

V.8.2.1 : Discrétisation du modèle (problème de drainage) utilisé par le logiciel Plaxis 2D



Le domaine d'écoulement montré dans la figure V.14 ci-dessus est discrétisé en 290 éléments triangulaires avec 6 nœuds pour chaque élément et 620 nœuds pour l'ensemble du domaine. Le sol est un sable moyen homogène et isotrope, de type drainé qui possède les propriétés suivantes voir les figures (V.14a, b, c) montrées ci-dessous:

V.8.2.2- Les paramètres du sol et d'écoulement :



Property	Unit	Value
Stiffness		
E'	kN/m ²	13,00E3
v' (nu)		0,3000
Alternatives		
G	kN/m ²	5000
E _{oed}	kN/m ²	17,50E3
Strength		
c' _{ref}	kN/m ²	1,000
φ' (phi)	°	30,00
ψ (psi)	°	0,000
Velocities		
V _s	m/s	53,69
V _p	m/s	100,4

Figure V.14b : les paramètres du sol et d'écoulements

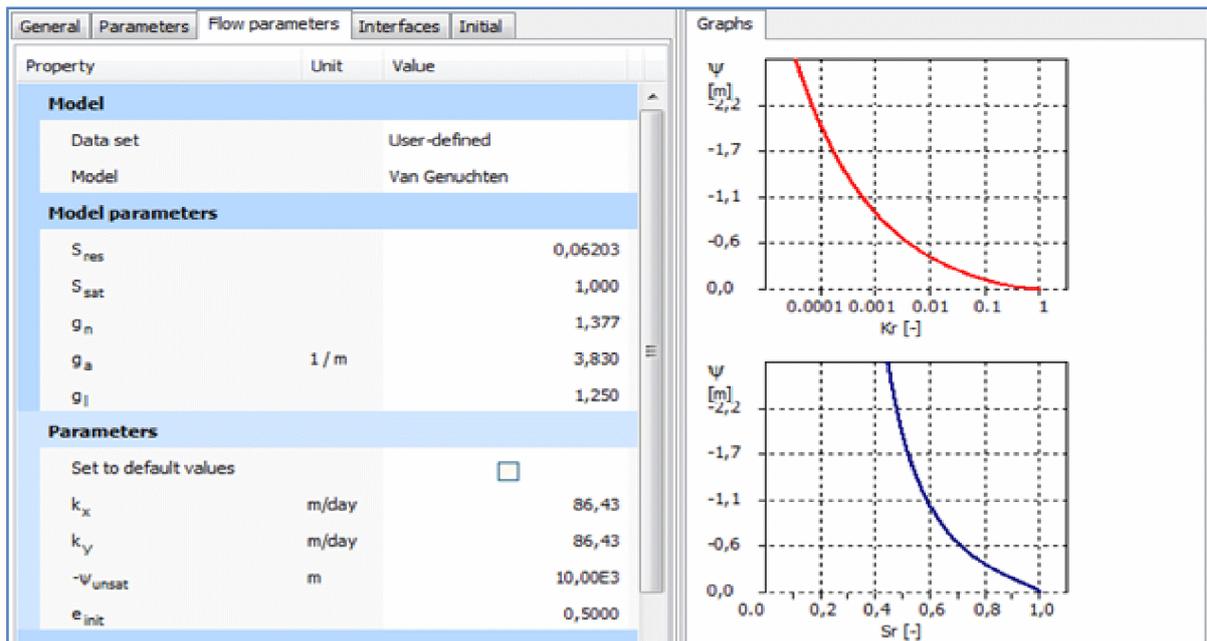


Figure V.14c : les paramètres du sol et d'écoulements

Dans les paramètres d'écoulement présentés ci-dessus, nous avons utilisé le modèle de Van Genuchten qui est basé sur les deux graphes qui sont :

Le premier graphe montre la conductivité hydraulique en fonction du potentiel capillaire ou succion, et le second représente le degré de saturation en fonction du potentiel capillaire.

V.8.2.3 - Les conditions aux limites et les conditions initiales : Les conditions aux limites et les conditions initiales utilisées sont les mêmes que celles utilisées précédemment voir § V.6.1.

V.8.2.4 - Les courbes trouvées par le logiciel Plaxis 2D :

Les figures présentée ci dessous, représentent l'évolution de la surface libre (surface de potentiel capillaire nulle ($\Psi=0$)) à travers les intervalles de temps successif, dans le cas où le drainage ce fait sur les deux cotés (cas d'une chaussée) sans et avec recharge pluviométrique respectivement; cette surface de potentiel nulle représente la limite entre les zones saturée et non saturée du domaine d'écoulement.

V.8.2.4a- Écoulement sans recharge pluviométrique en surface $q=0m/j$:

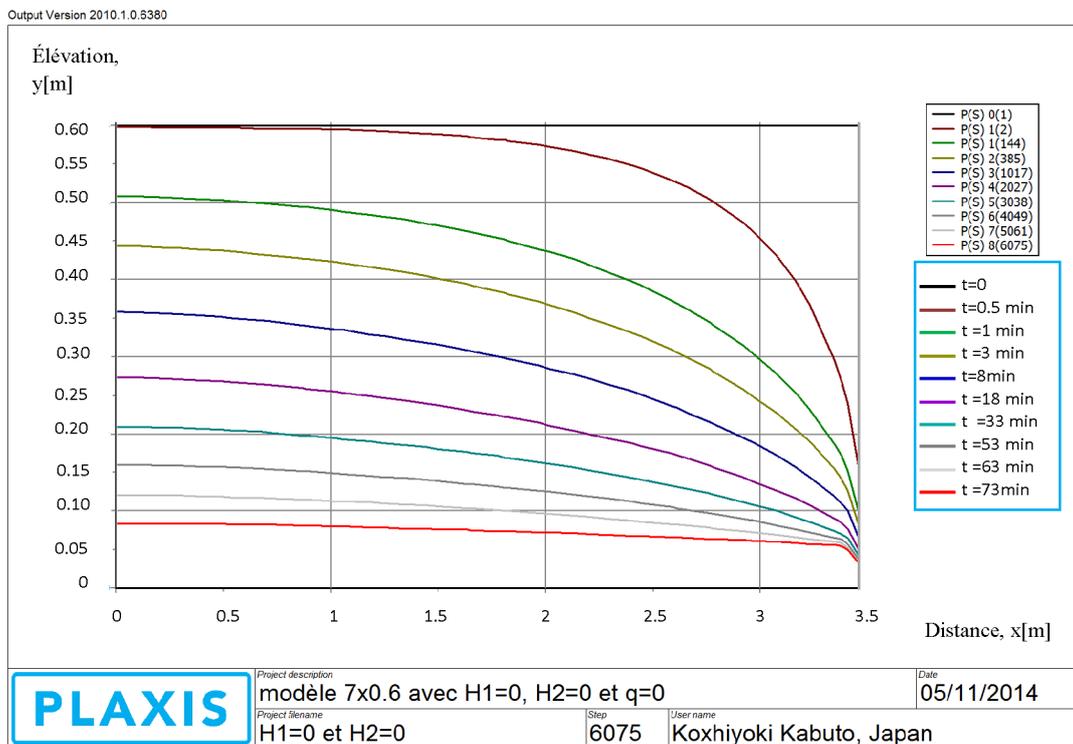
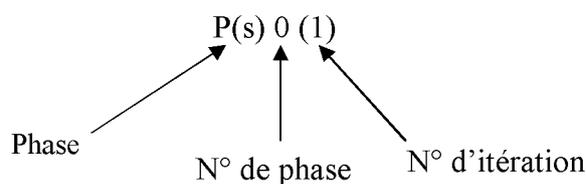


Figure V.15a : L'évolution de la surface libre (surface de pression nulle) à travers les Intervalles du temps successif avec $H_1=0$, $H_2=0$, (écoulement sans recharge $q=0$)

NB :



V.8.2.4b- Écoulement avec recharge pluviométrique en surface $q=1\text{m/j}$:

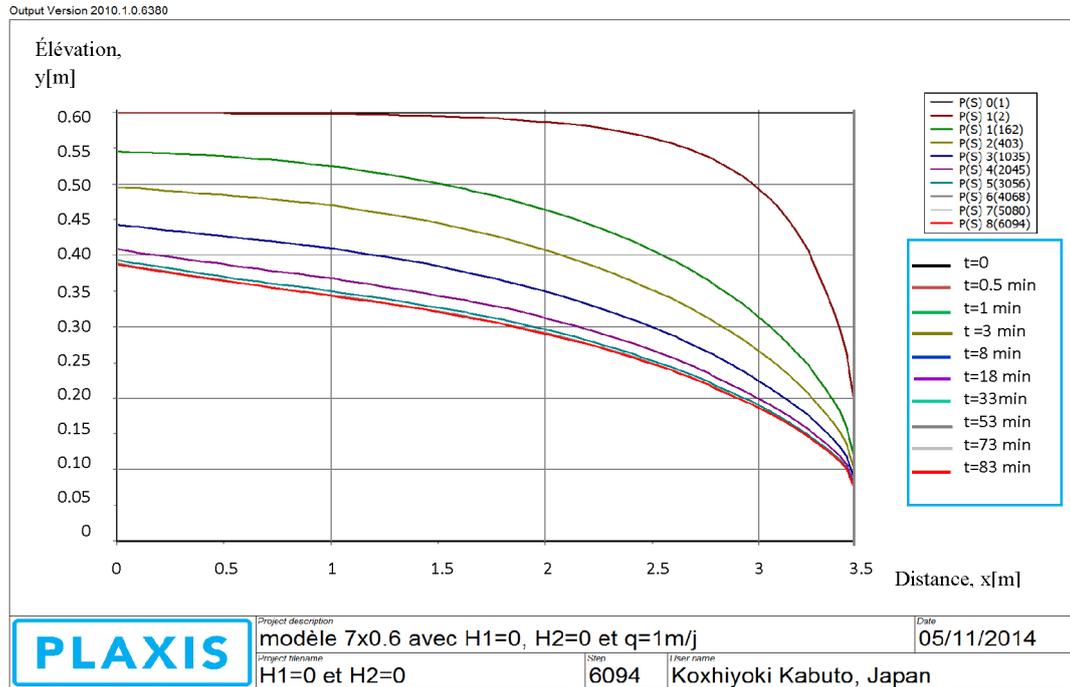


Figure V.15b: L'évolution de la surface libre (surface de pression nulle) à travers les intervalles du temps successif avec $H_1=0$, $H_2=0$, (écoulement avec recharge $q=1\text{m/j}$)

Les figures (V.15a, V.15b) montrent l'évolution de la surface de pression nulle à travers les intervalles de temps successifs pour le cas d'un drainage en deux extrémités avec des fossés vides c.-à-d. $H_1=0$ et $H_2=0$, cela pour un écoulement sans recharge $q=0$ et $q=1\text{m/j}$ respectivement.

A partir de la figure V.15b nous constatons que la recharge pluviométrique influe directement sur la hauteur de la surface libre de la nappe à savoir à $t=53$ min où le régime permanent est atteint on a :

$$X=0 \implies \begin{cases} Y=0.39 \\ \psi=+0.21 \end{cases}$$

Par contre pour un écoulement sans recharge (figure V.15a) on a :

$$X=0 \implies \begin{cases} Y=0.16 \\ \psi=+0.44 \end{cases}$$

2^{ème} cas :

V.8.3- Cas de drainage par un fossé en aval avec une hauteur d'eau H_2 variable, et un Niveau d'eau amont fixé (charge imposée), sans recharge et avec recharge Pluviométrique constante :

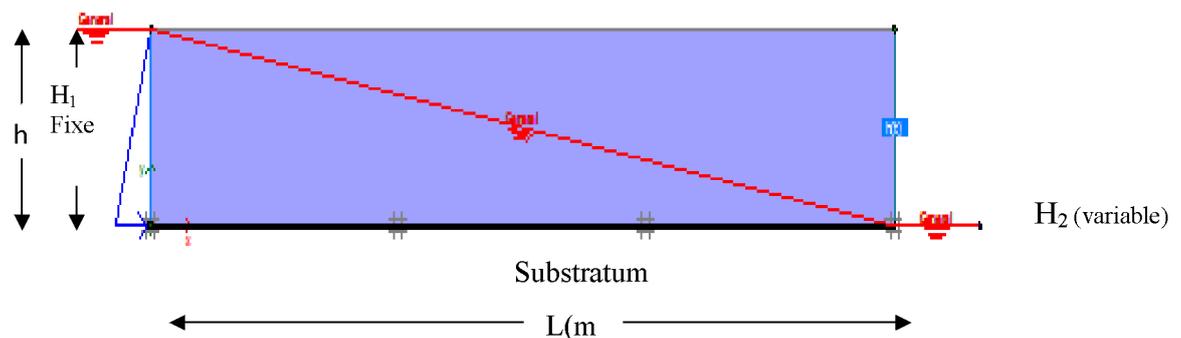


Figure V.16 : modélisation et conditions aux limites

Avec h : c'est la hauteur de l'échantillon

H_1 : c'est la hauteur d'eau en amont

H_2 : hauteur d'eau en aval

V.8.3.1- Les conditions aux limites et les conditions initiales :

Les conditions aux limites et les conditions initiales appliquées sont les mêmes que celles utilisées précédemment dans le paragraphe V.6.2.1

V.8.3.2- Les courbes trouvées par le logiciel Plaxis 2D

Les figures présentées ci-dessous montrent les résultats trouvés par le logiciel Plaxis de l'évolution de la surface libre pour un écoulement sans recharge $q=0$ et avec recharge pluviométrique en surface $q=1\text{ m/j}$.

V.8.3.2a- Pour un écoulement sans recharge pluviométrique en surface $q=0$:

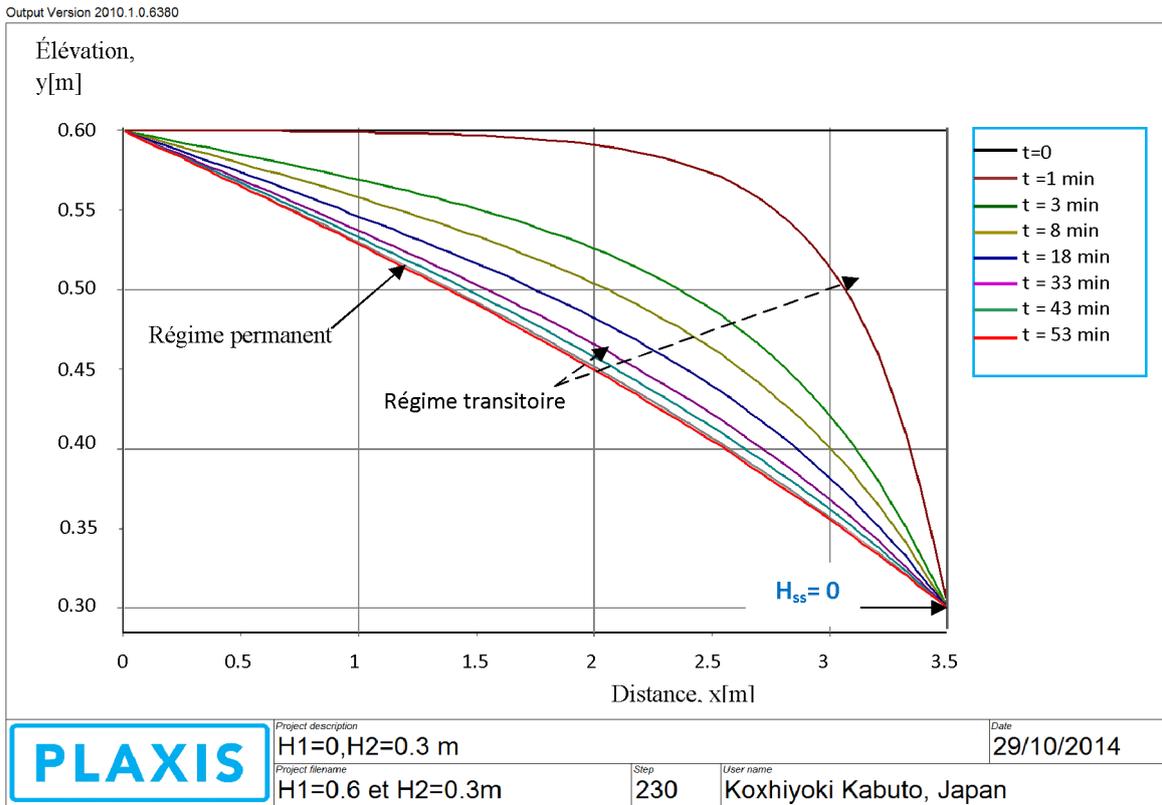


Figure V.17a: L'évolution de la surface libre (surface de pression nulle) à travers les intervalles Du temps successif avec $H_1=0.6$, $H_2=0.30$ m, (écoulement sans recharge $q=0$)

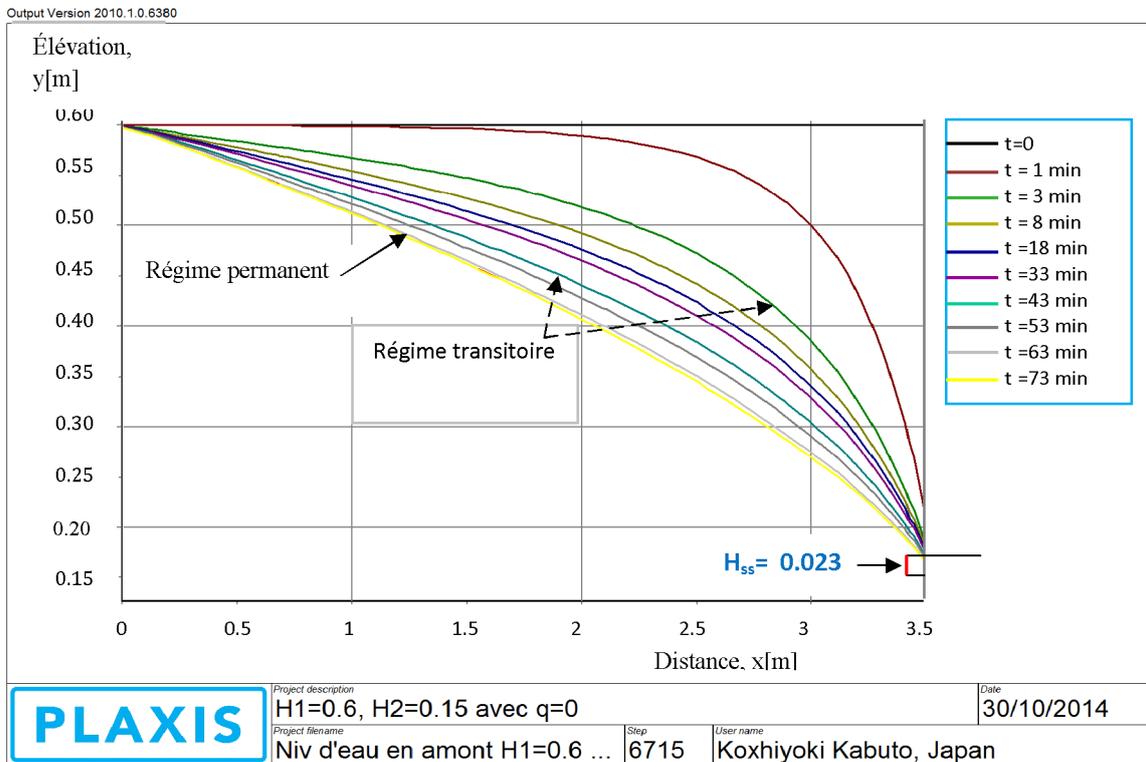


Figure V.17b: L'évolution de la surface libre (surface de pression nulle) à travers les intervalles Du temps successif avec $H_1=0.6$, $H_2=0.15$ m, (écoulement sans recharge $q=0$)

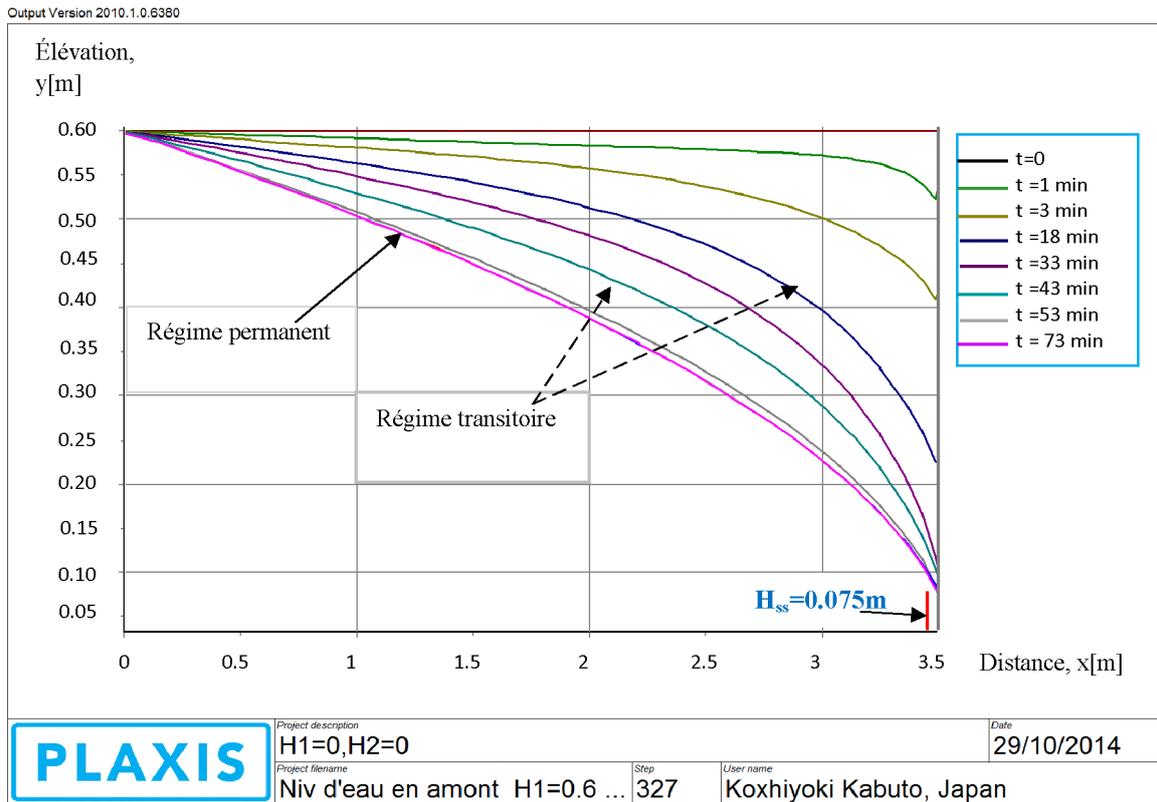


Figure V.17c: L'évolution de la surface libre (surface de pression nulle) à travers les intervalles Du temps successif avec $H_1=0.6$, $H_2=0$, (écoulement sans recharge $q=0$)

Les figures (V.17a, V.17b, V.17c) montrent les résultats trouvés par le logiciel Plaxis de l'évolution de la surface de pression capillaire pour **l'écoulement sans recharge pluviométrique ($q=0$)** à des intervalles de temps différents avec un niveau d'eau en aval (fossé) variable; celle ci représente la limite entre les zones saturée et non saturée du domaine d'écoulement. Dans l'analyse classique des écoulements à surface libre, celle ci est représentée comme une limite imperméable et désignée habituellement sous le nom de surface libre. Et nous remarquons que plus le niveau d'eau baisse dans le fossé drainant (coté aval) plus la hauteur de la surface de suintement H_{ss} augmente.

V.8.3.2b- Pour un écoulement avec recharge pluviométrique en surface $q=1 \text{ m/j}$:

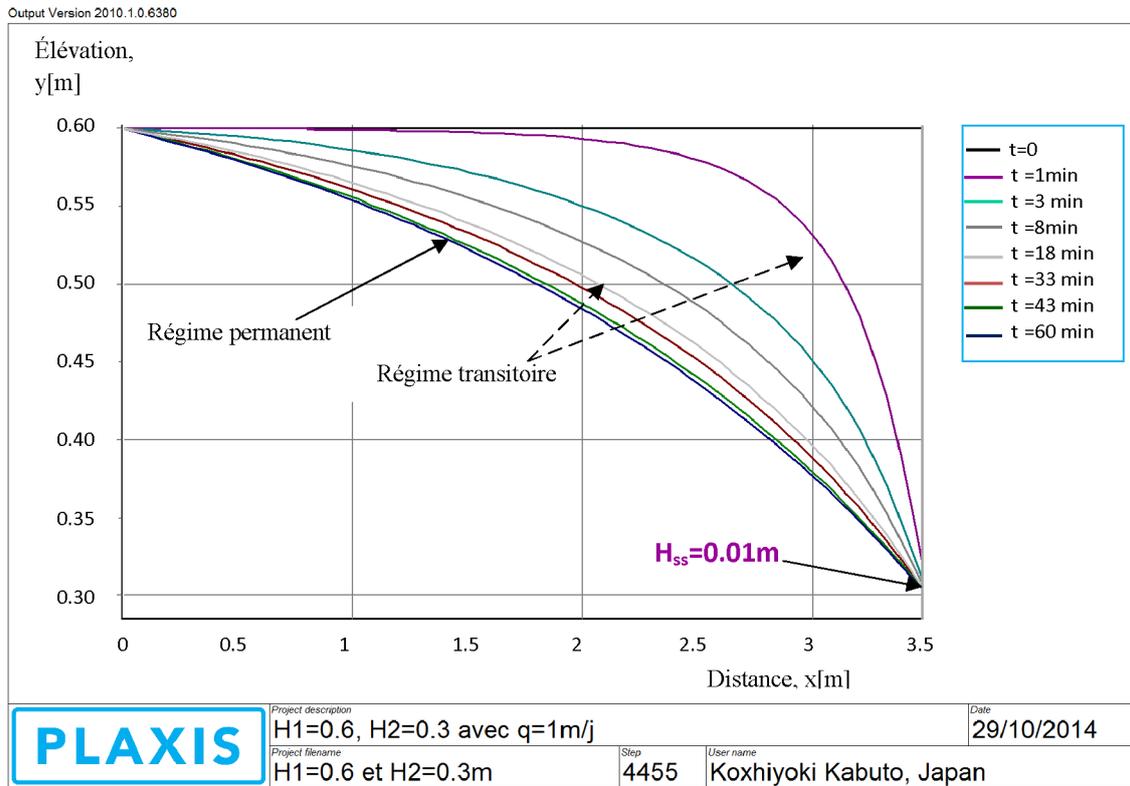


Figure V.17d: L'évolution de la surface libre (surface de pression nulle) à travers les intervalles Du temps successif avec $H_1=0.6$, $H_2=0.30 \text{ m}$, (écoulement avec recharge $q=1 \text{ m/j}$)

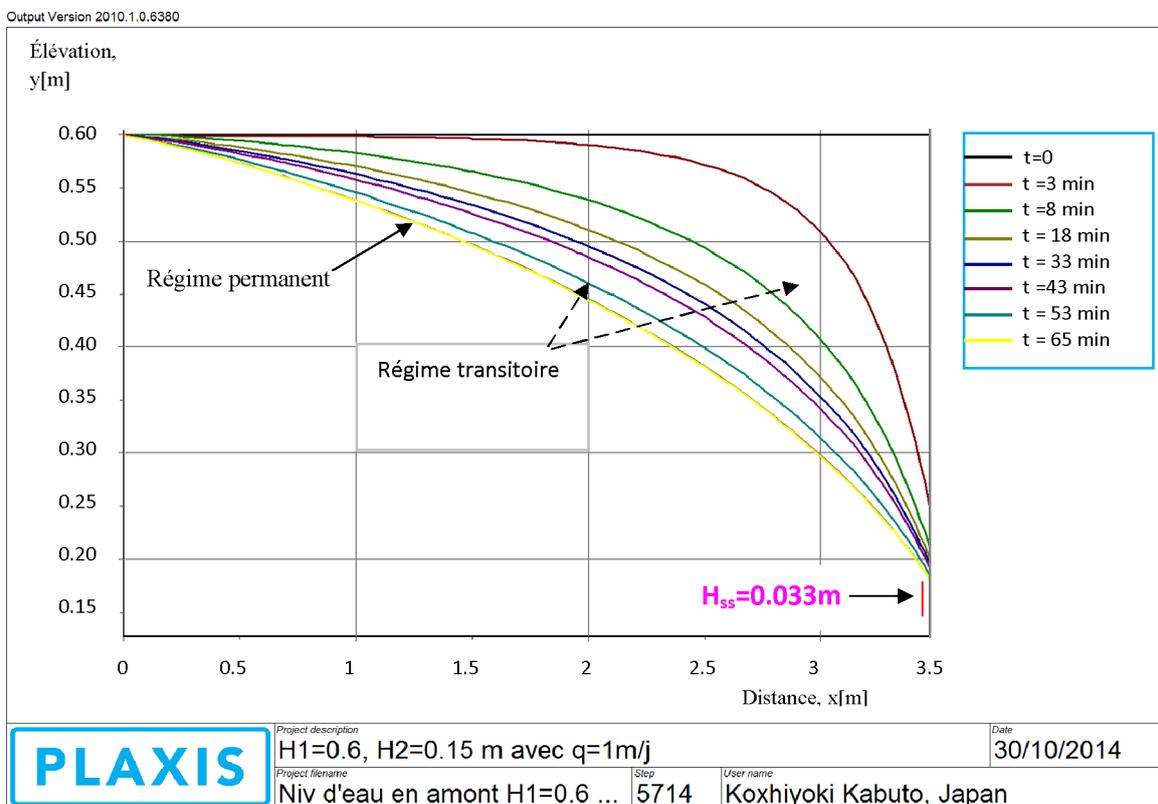


Figure V.17e: L'évolution de la surface libre (surface de pression nulle) à travers les intervalles Du temps successif avec $H_1=0.6$, $H_2=0.15 \text{ m}$, (écoulement avec recharge $q=1 \text{ m/j}$)

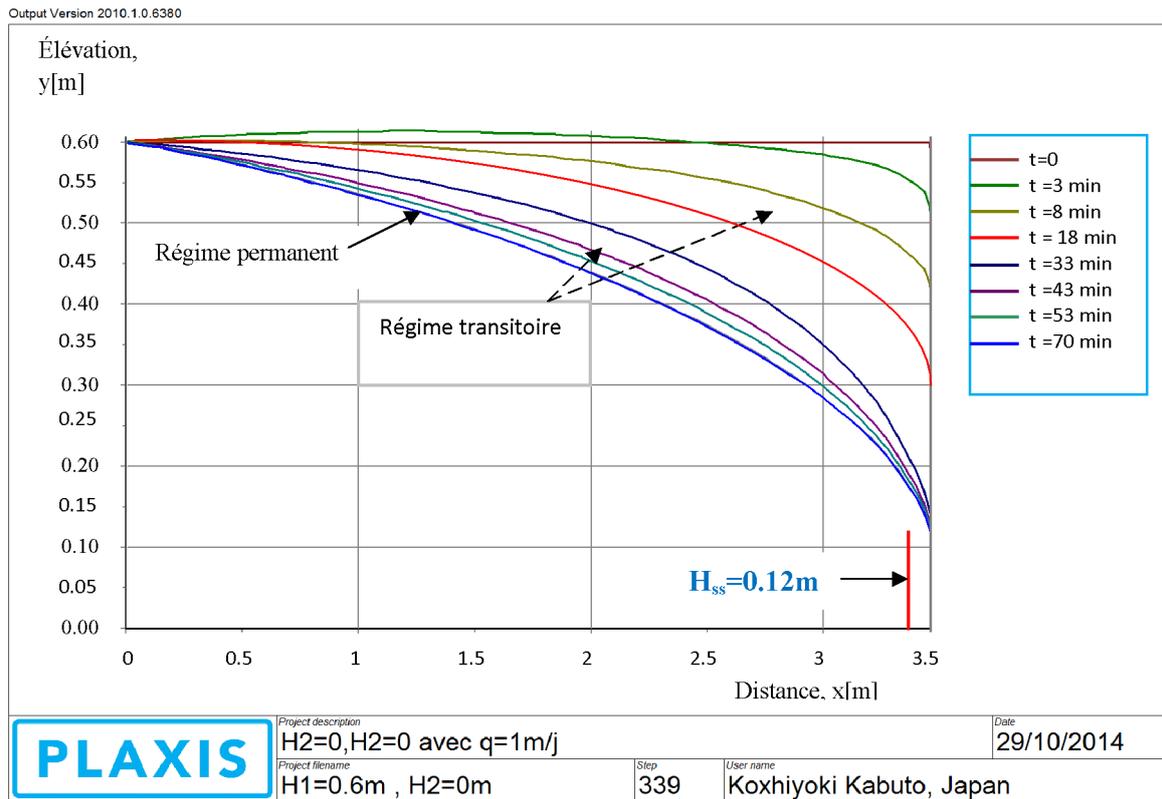


Figure V.17f: L'évolution de la surface libre (surface de pression nulle) à travers les intervalles Du temps successif avec $H_1=0.6$, $H_2=0$, (écoulement avec recharge $q=1$ m/j)

Les figures (V.17d, V.17e, V.17f) représentent les résultats trouvés par le logiciel Plaxis de l'évolution de la surface de libre ($\psi = 0$) pour **l'écoulement avec recharge pluviométrique ($q=1m/j$)** à des intervalles de temps différents, on voit qu'il ya une augmentation de la zone saturée et la surface de résurgence par rapport aux figures (V.17a, V.17b, V17c) et cela est due à la recharge c.-à-d. cette dernière influe directement sur la position de la nappe (surface libre) et la hauteur de la surface de suintement (surface de résurgence).

Tableau V.5 - Récapitulatif des résultats de la hauteur de la surface de suintement H_{ss} Trouvés par le logiciel plaxis :

	Valeurs de $H_{ss}(m)$ dans le cas de drainage	
	Sans recharge $q=0$	Avec recharge $q=1m/j$
$H_2=0.3m$	0.0	0.01
$H_2=0.15m$	0.023	0.033
$H_2=0$	0.075	0,12

Modèle N°2 :**V.9- Analyse numérique d'un problème de la digue d'un barrage en terre (avec et Sans recharge pluviométrique) :**

Considérons une digue en terre de largeur $L=9\text{m}$ et de hauteur $h=6\text{m}$, avec et sans recharge à la surface supérieure, comme montré à la figure V18 ci-dessous, en amont à $x = 0$ la hauteur de l'eau est de $H_1=6\text{m}$, en aval à $x = 9\text{m}$, $H_2=1.2\text{m}$.

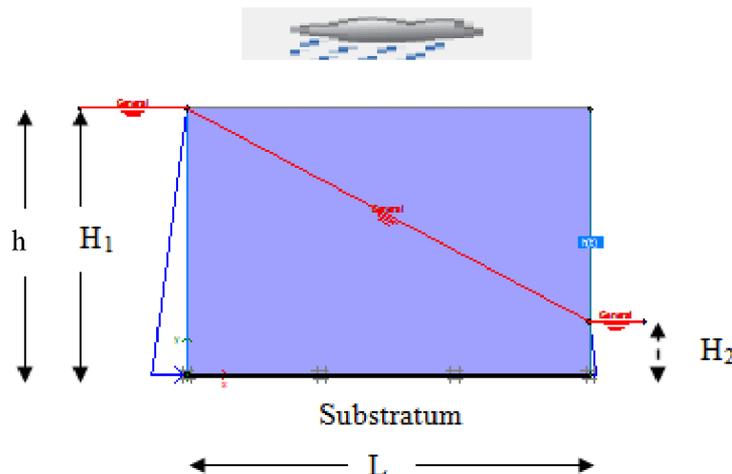


Figure V.18: modélisation et condition aux limites de la d'un barrage digue en terre

V.9.1- les propriétés du sol :

Le sol est un sable moyen homogène et isotrope, qui possède les mêmes propriétés que le modèle précédent § V.7.2.2

V.9.2-Les conditions aux limites et les conditions initiales :

Les conditions aux limites et les conditions initiales appliquées sont les mêmes que celles utilisées précédemment dans le paragraphe § V.7.2.1

V.9.3-Discretisation du modèle (problème de la digue en terre) par le logiciel Plaxis :

La **figure V.18a** présentée ci-dessous montre le maillage du domaine d'écoulement donné par le logiciel Plaxis celui ci est discrétisé en 300 éléments triangulaires avec 6 nœuds pour chaque élément et 651 nœuds pour l'ensemble du domaine.

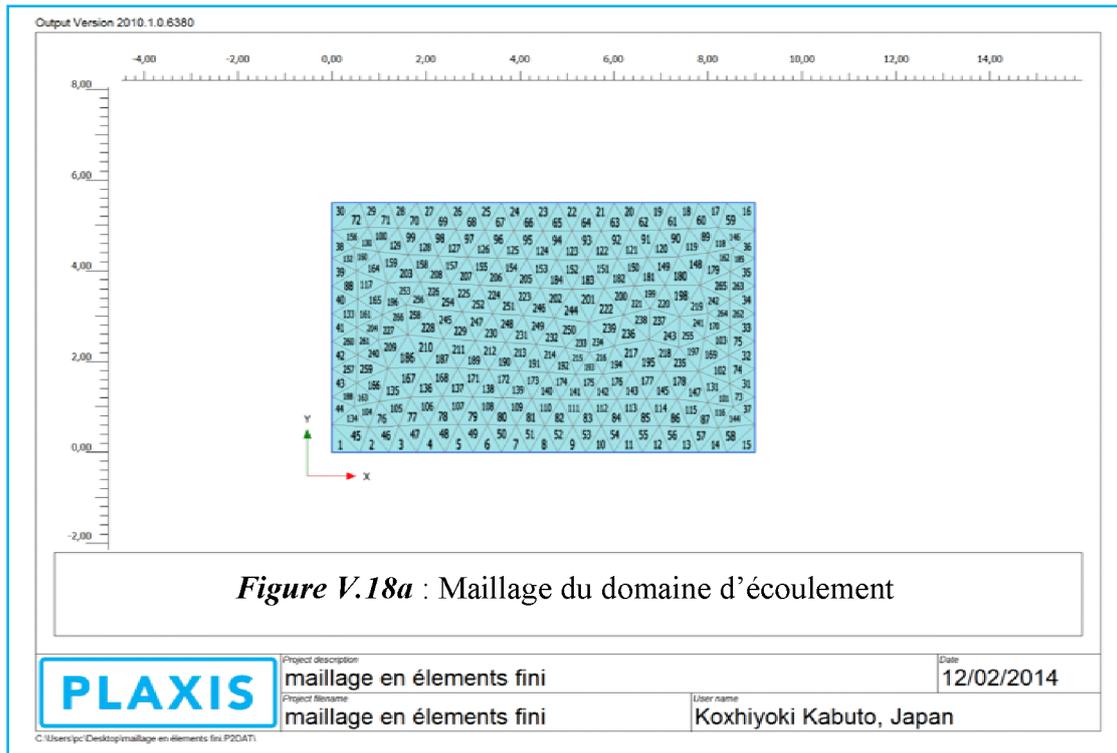


Figure V.18a : Maillage du domaine d'écoulement

V.9.4- Les courbes trouvées par le logiciel Plaxis 2D :

Les figures (V.19a, V.19b) présentées ci-dessous représentent l'évolution de la surface libre de la nappe, (limite entre la zone saturée et la zone non saturée) à travers les intervalles de temps successif, pour un écoulement sans recharge $q=0$ et avec recharge pluviométrique en surface $q=1\text{m/j}$, pour le cas de la digue d'un barrage en terre, en passant du régime transitoire au régime permanent à $t=150$ min et 170 min respectivement.

Donc a partir de ces figures nous remarquons que pour une recharge de 1m/j il y a une légère extension de la zone saturée et la hauteur de la surface de suintement contrairement à la zone non saturée c.-à-d. la recharge influe directement sur la position de la surface libre.

Tableau V.6- Récapitulatif des valeurs de la hauteur de la surface de suintement H_{ss} (Voir les figures V.19a, V.19b):

Ces valeurs sont trouvées une fois que le régime stationnaire est atteint

Valeurs de H_{ss} dans le cas de la digue d'un barrage en terre		
	Recharge $q=0$	Recharge $q=1\text{m/j}$
H2=1.2m	0.60	0.85

V.9.4.1a- Pour un écoulement sans recharge $q=0$:

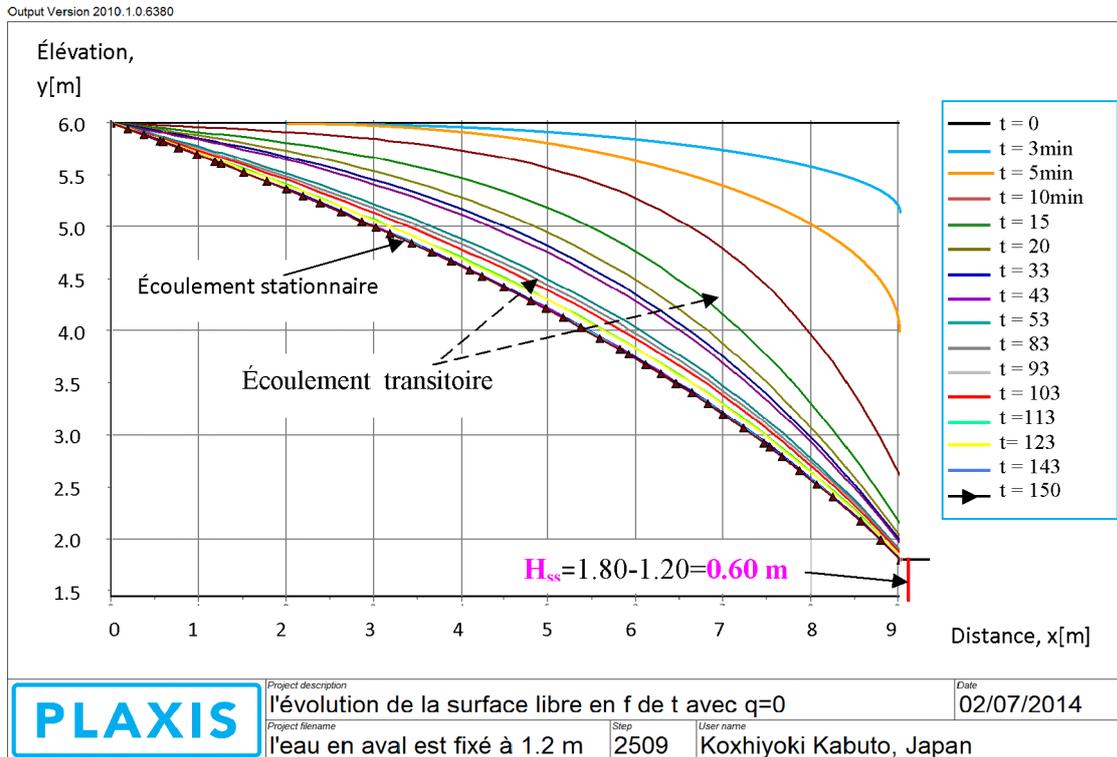


Figure V.19a: L'évolution de la surface libre (surface de pression nulle) à travers les intervalles Du temps successif avec $H_1=6$, $H_2=1.2$ m, (écoulement sans recharge $q=0$ m/j)

V.9.4.1b- Pour un écoulement avec recharge pluviométrique $q=1\text{m/j}$:

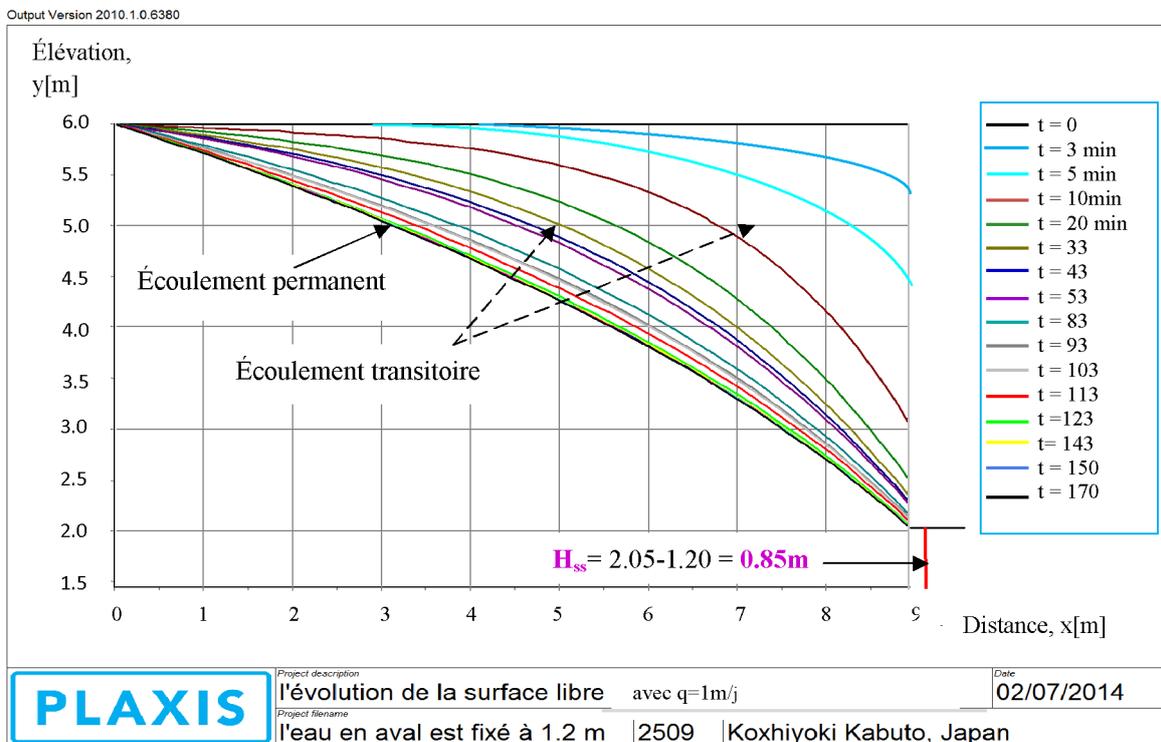
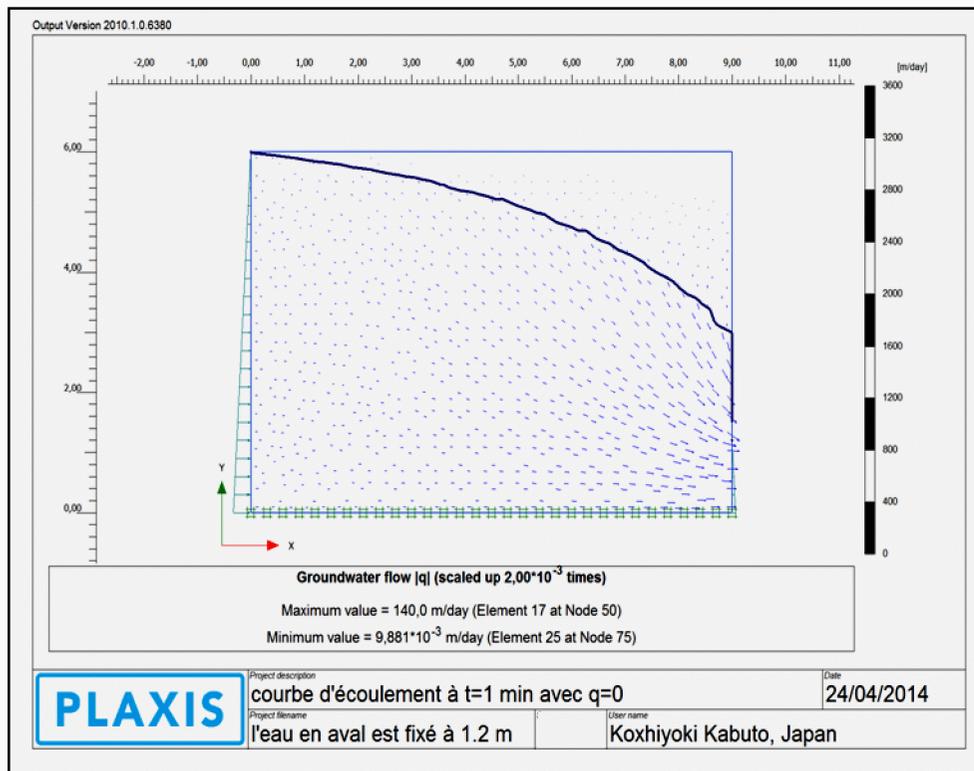


Figure V.19b: L'évolution de la surface libre (surface de pression nulle) à travers les intervalles Du temps successif avec $H_1=6$, $H_2=1.2$ m, (écoulement avec recharge $q=1$ m/j)

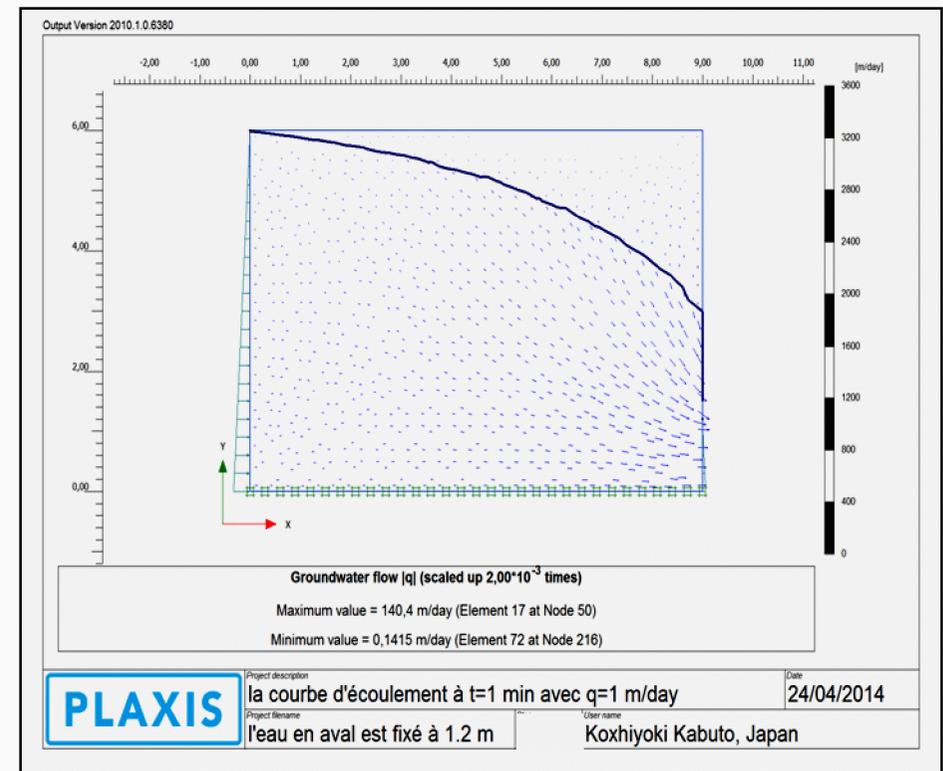
V.9.4.2- Graphes d'écoulement (flow) sans et avec recharge pluviométrique q (problème de la digue d'un barrage en terre) :

D'après les figures (V.20a, V.20b), on voit qu'il y a une réduction de l'écoulement d'eaux souterraines, en passant du régime transitoire au régime permanent figures (V.20c, V.20d), à savoir : les valeurs maximales d'écoulement en régime transitoire est de **140 et 140.4 m/j** respectivement sans et avec recharge pluviométrique et les valeurs minimales est de **$9.881 \cdot 10^{-3}, 0.141 \text{m/j}$** . En régime permanent les valeurs maximale est **122, 125.1m/j** et les valeurs minimales est de **$1 \cdot 10^{-3}, 1.276 \text{ m/j}$** .

V.9.4.2a- En régime transitoire :

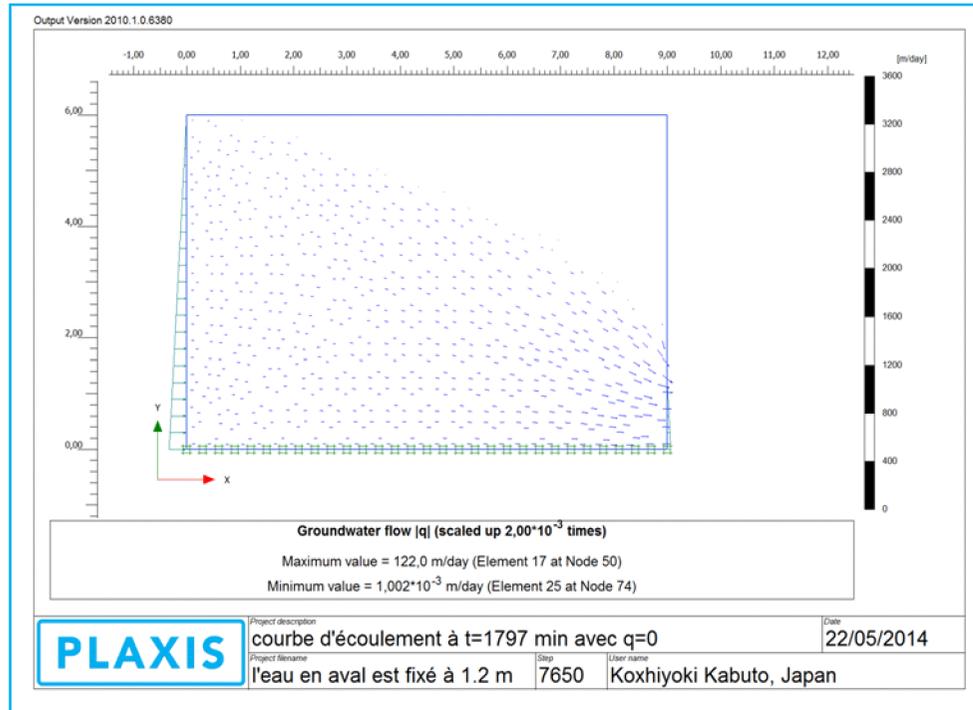


Graph V20a : écoulement transitoire sans recharge pluviométrique q=0

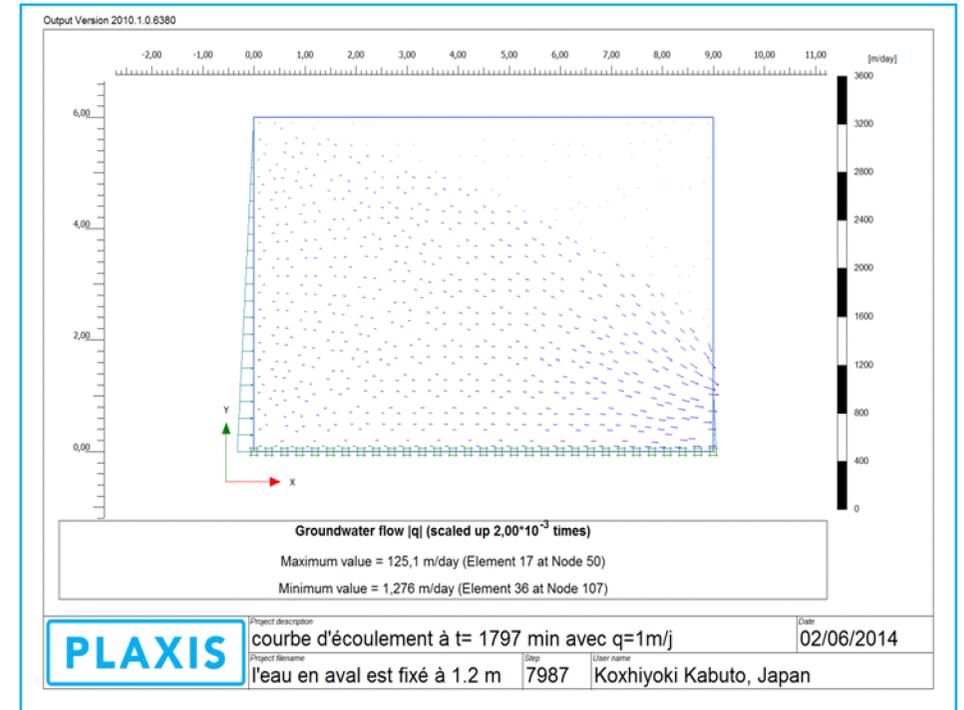


Graph V20b : écoulement transitoire avec recharge pluviométrique q=1m/j

V.9.4.2b -En régime permanent :

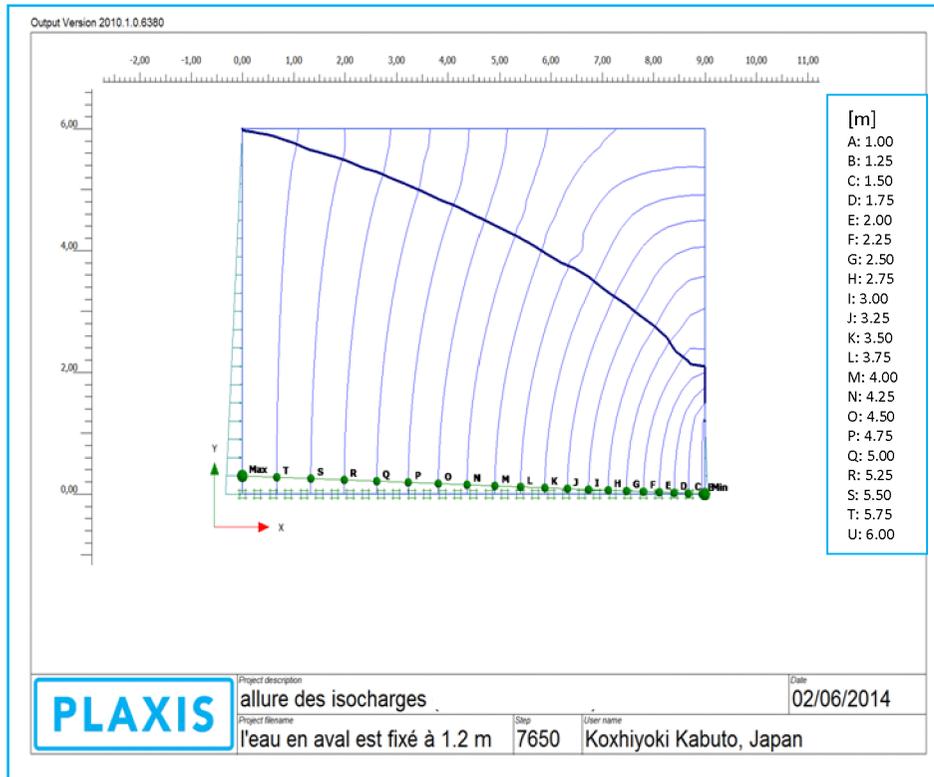


Grappe V20c : écoulement permanent sans recharge pluviométrique (q=0)

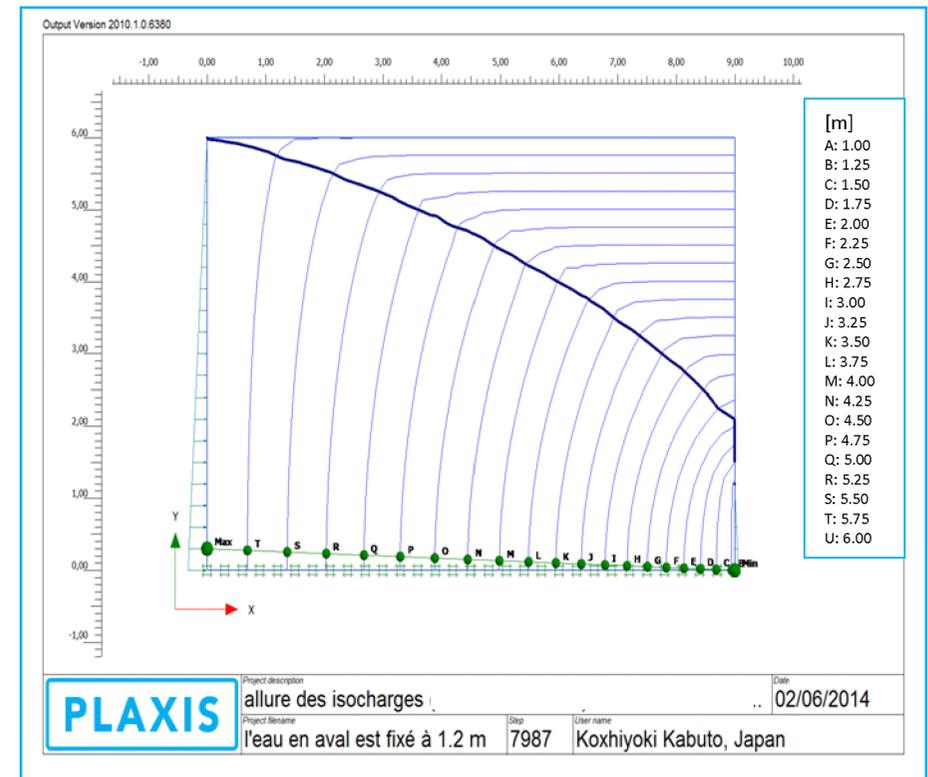


Grappe V 20d : écoulement permanent avec recharge pluviométrique (q=1m/j)

V.9.4.3- Graphes des équipotentiels sans et avec recharge pluviométrique q (pour le cas de la digue d'un barrage en terre)



Graph V.21 a : Figure des équipotentiels pour un écoulement sans Recharge pluviométrique ($q=0$)



Graph V.21 b : Figure des équipotentiels pour un écoulement avec Recharge pluviométrique ($q=1\text{m/j}$)

Les graphes (V.21a, V.21b), montrent la variation des lignes équipotentielle du côté amont vers le côté aval et sur tout l'influence de la recharge pluviométrique sur les lignes équipotentielle.

V.9.4.4- Graphes de la charge hydraulique avec et sans et recharge pluviométrique q (cas de la digue d'un barrage en terre)

Les figures V.22a, V.22b présentées ci-dessous montrent la variation de la charge hydraulique du coté amont vers le coté aval pour un écoulement sans recharge $q=0$ et avec recharge $q=1\text{m/j}$ respectivement et nous remarquons que la recharge influe même sur la des isocharge.

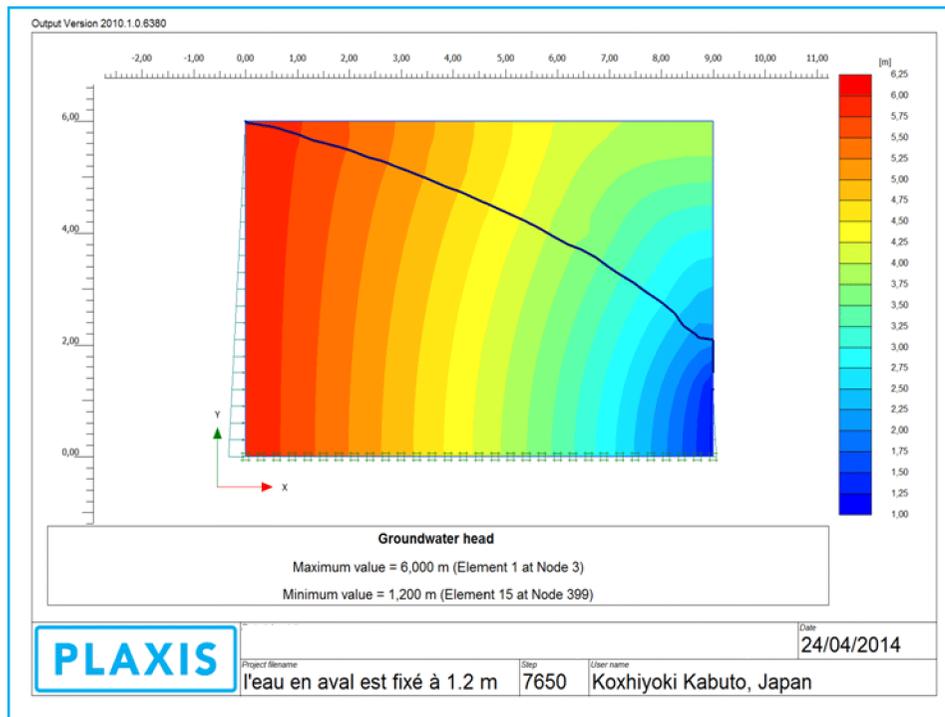


Figure V.22a : Charge hydraulique pour un écoulement sans recharge Pluviométrique ($q=0$)

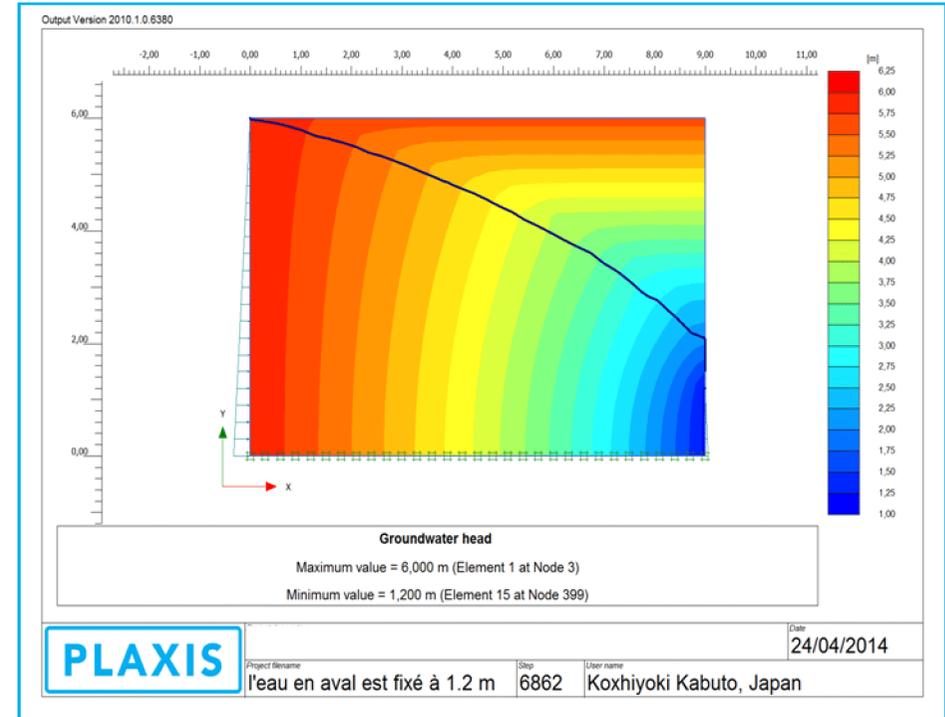
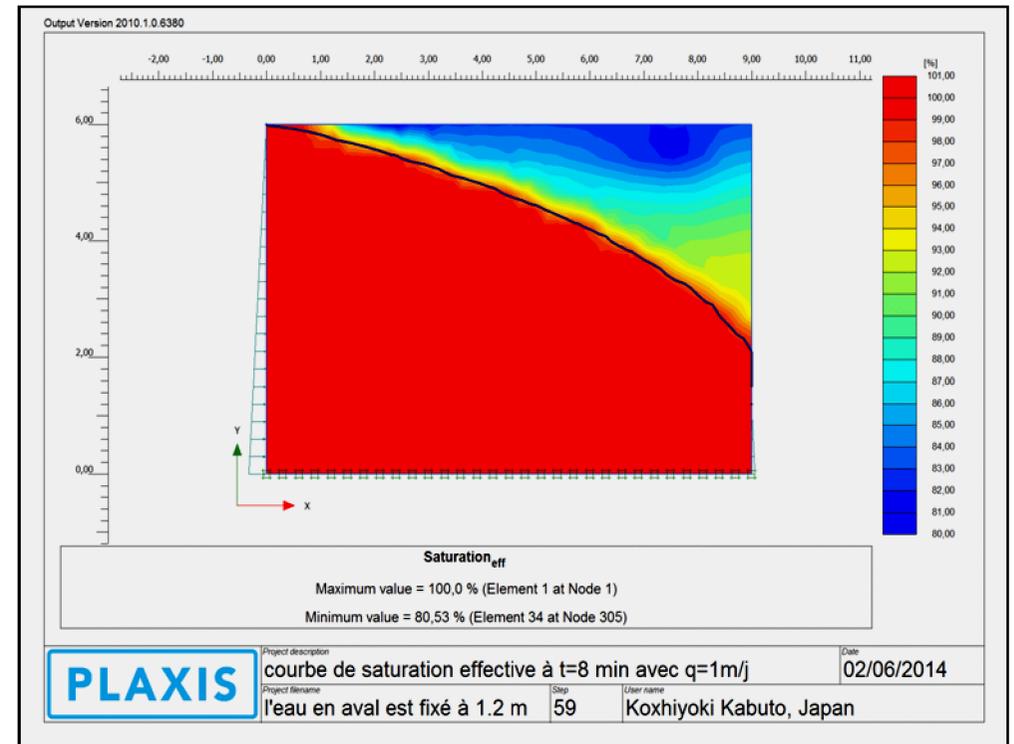
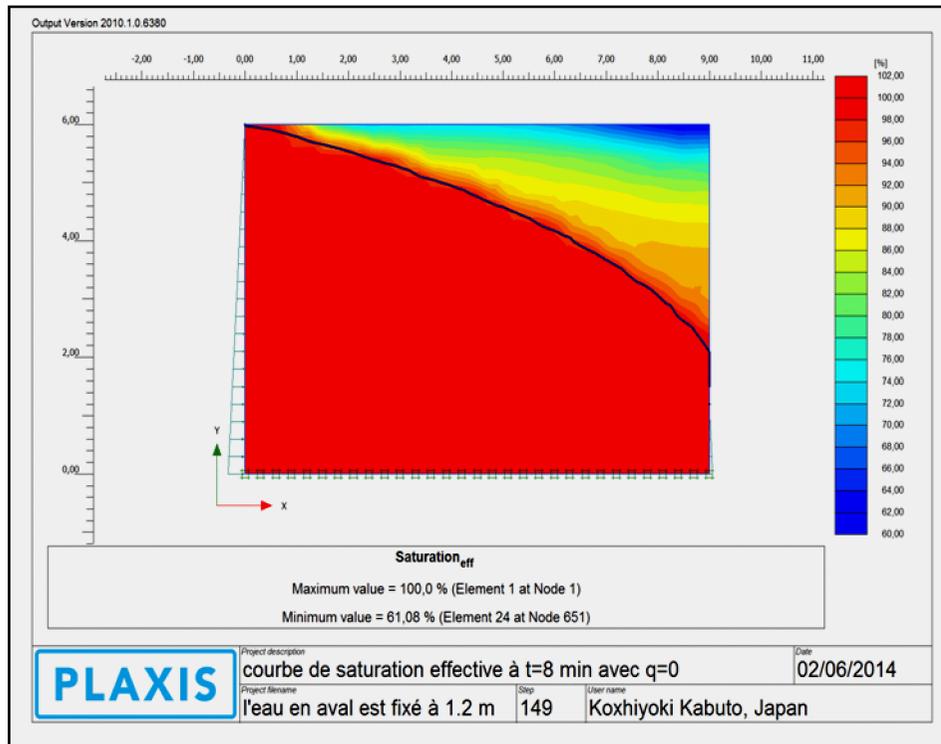


Figure V.22b : Charge hydraulique pour un écoulement avec recharge Pluviométrique ($q=1\text{m/j}$)

V.9.4.5- Courbes de saturation effective avec et sans recharge pluviométrique (pour le cas de la digue d'un barrage en terre)

V.9.4.5a-En régime transitoire :

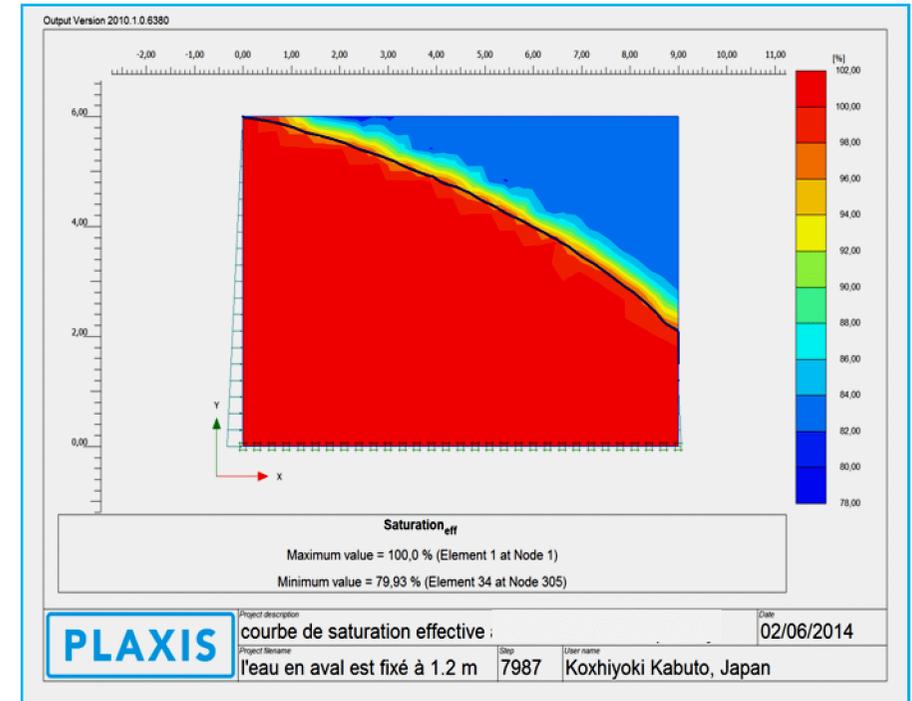
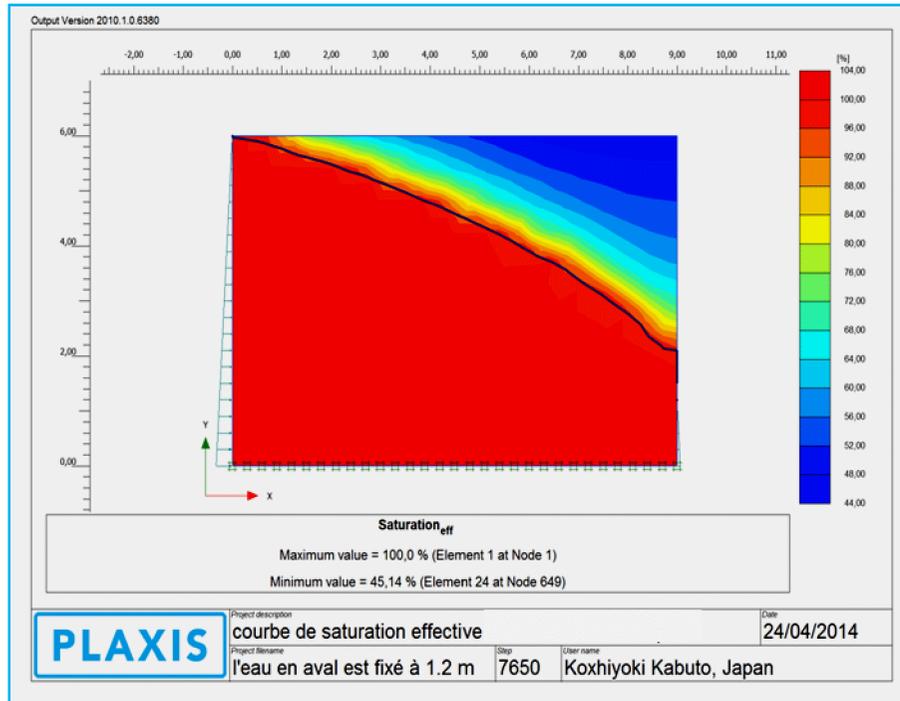


Graphe V.23 a : saturation effective en régime transitoire pour un Écoulement sans recharge pluviométrique ($q=0$)

Graphe V.23b : saturation effective en régime transitoire pour un Écoulement avec recharge pluviométrique ($q=1\text{m/j}$)

Les figures (V23a, V23b), représentent la variation de la saturation effective en fonction du temps à savoir : de **100%** à **61.08 %** pour un écoulement sans recharge et de **100%** à **80.53%** pour un écoulement avec recharge c.-à-d. la différence de **19.45%** due à la recharge.

V.9.4.5b-En régime permanent :

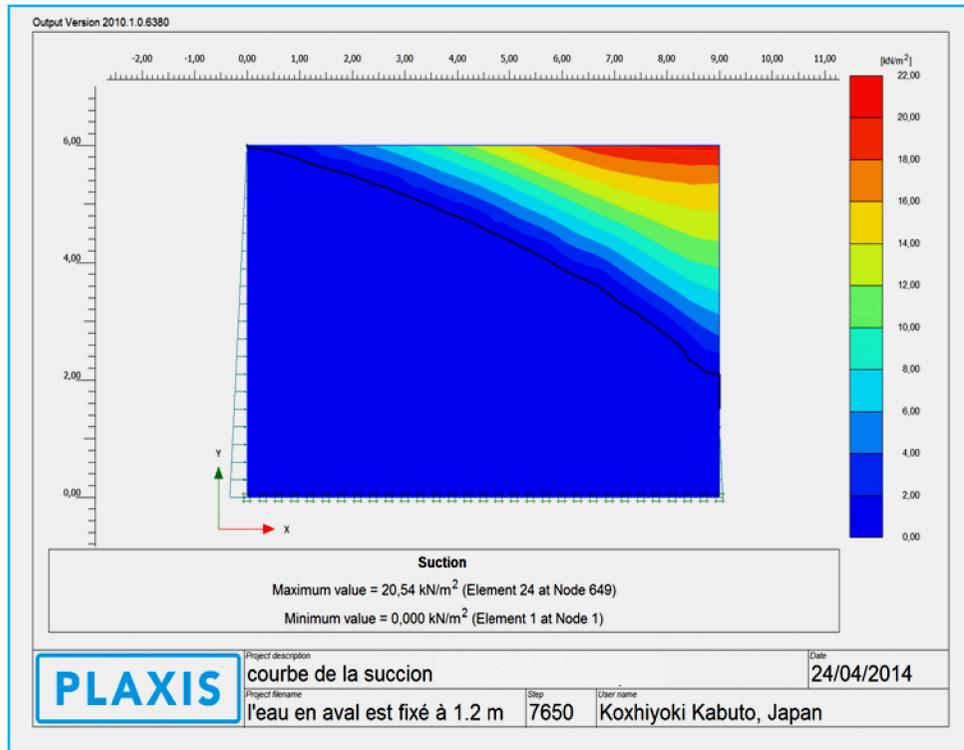


Graph V.23 c : saturation effective en régime permanent pour un Écoulement sans recharge pluviométrique ($q=0$)

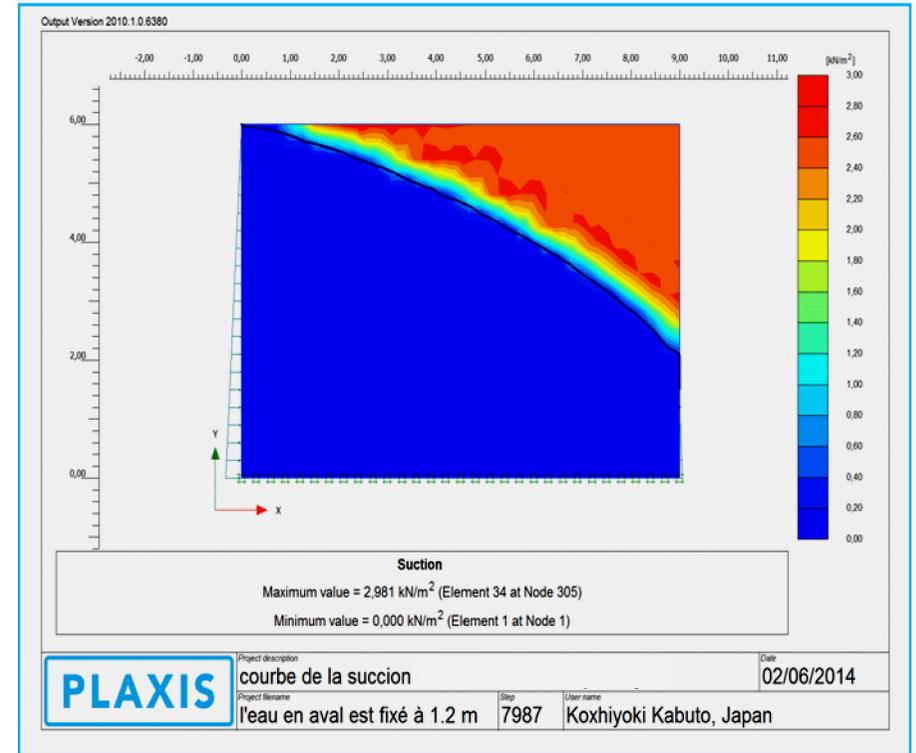
Graph V.23d : saturation effective en régime permanent pour un écoulement avec recharge pluviométrique ($q=1\text{ m/j}$)

A partir des graphes montrés ci-dessus V23a, V.23b, nous remarquons qu'il a une réduction de la zone de saturation, en passant **du régime transitoire au régime permanent** figures (V23c, V23d) à savoir : de **100% à 45.14%** et de **100% à 79.73%** respectivement pour un écoulement sans recharge et avec recharge.

V.9.4.6- Courbes de la succion en régime permanent avec et sans recharge pluviométrique (cas d'une digue d'un barrage en terre)



Graph V.24 a : la succion en régime permanent pour un écoulement Sans recharge pluviométrique (q=0)



Graph V.24 b : la succion en régime permanent pour un écoulement Avec recharge pluviométrique (q=1 m/j)

Les figures V.24a et V.24b représentent la variation de la succion respectivement pour un écoulement sans recharge pluviométrique q=0 en Et avec recharge pluviométrique q=1m/j surface à savoir : la dans la figure V.24a la succion varie de 0 à 20,54KN/m² et dans la figure V.24b la Suction varie de 0 à 2.981 KN/m².

V.10- Calcul le débit sortant ou drainé :

Le débit est un volume d'eau drainé en fonction de temps $Q[m^3/j]$

V.10 .1-Calcul analytique

Dans l'acceptation d'une distribution hydrostatique de pression de pore pour chaque section transversale verticale de la totale décharge, Q , par la couche peut être rapprochée avec la formule de Dupuit pour l'écoulement illimité permanent.

$$Q = k \frac{H_1^2 - H_2^2}{2L}$$

H_1 : niveau d'eau en amont

H_2 : niveau d'eau en aval

Dans notre cas (digue d'un barrage en terre)

$$Q = 86.4 \frac{(6.0)^2 - (1.2)^2}{18} = 165.88 \text{ m}^3 / j$$

V.10 .2-Les débits calculés par le logiciel praxis :

en prend un exemple sur la coupe transversale d'un modèle simulé à l'eata transitoire pour un écoulement sans recharge $q=0$.

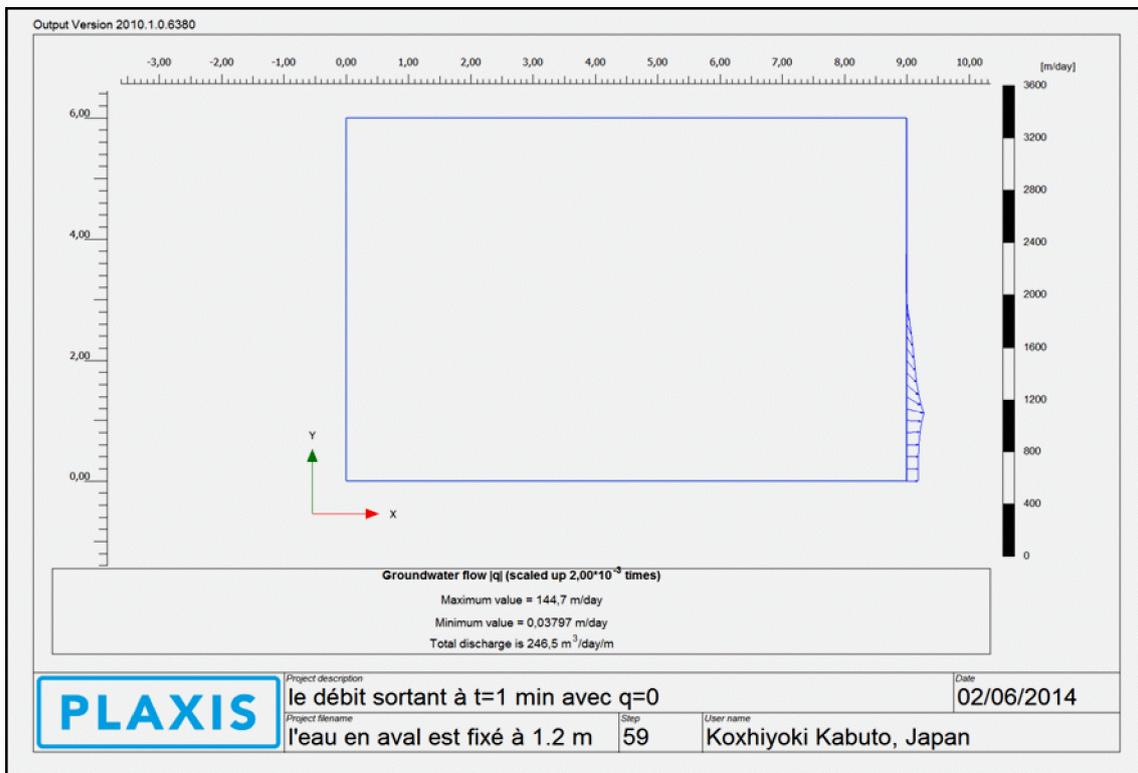


Figure V.25 : Coupe transversale du modèle simulé pour la digue d'un barrage en terre du Débit sortant en régime transitoire

Tableau V.7 - Les valeurs de débit sortant

Cas de la digue d'un barrage, L=9m, hauteur h=6m et H ₁ =6m, H ₂ =1,2m pour un écoulement sans recharge q=0 et avec recharge q=1m/j			
temps (j)	Step (itération)	Q sortant (m ³ /j/m), q=0	Q sortant (m ³ /j/m), q=1m/j
0,0007	59	246,5	248,3
0,002	93	211,8	216,8
0,0055	149	188,1	195,5
0,0125	253	174,2	184,02
0,0223	397	168,4	178,5
0,0368	598	164,2	175,8
0,0576	919	162,7	173,6
0,0993	1546	161,5	171,5
0,168	2509	160,9	170,3
0,273	3528	160,5	170,3
0,412	4547	160,3	170,3
0,62	5572	160,2	170,3
0,897	6608	160,2	170,3
1,248	7650	160,2	170,3

V.10 .2a-Graphe du débit sortant pour un écoulement sans et avec recharge :

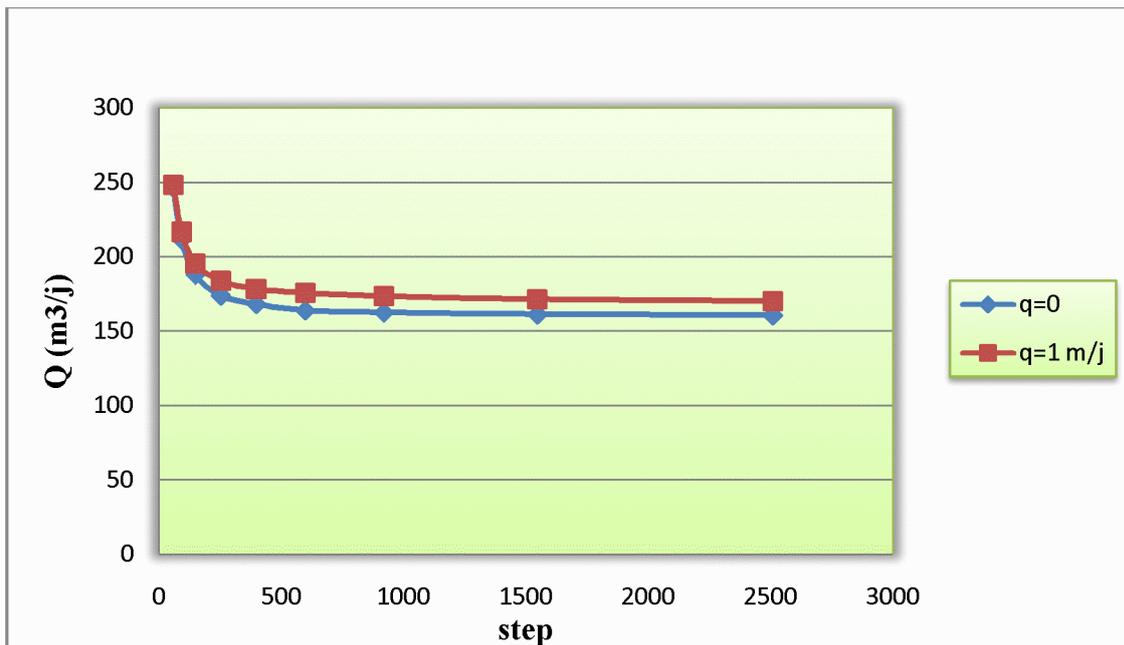


Figure V25a : L'évolution du débit sortant avec et sans recharge pluviométrique

La figure présentée ci-dessus présente l'évolution du débit sortant en fonction de nombre d'itération (temps) pour un écoulement sans recharge et avec recharge, nous remarquons que le débit sortant est important dans le cas d'un écoulement avec recharge.

Tableau V.8 - Les valeurs de débit entrant

Cas de la digue d'un barrage, L=9m, hauteur h=6 met H ₁ =6m, H ₂ =1,2m pour un écoulement sans recharge q=0 et avec recharge q=1m/j			
temps (j)	step	Q entrant (m ³ /j/m), q=0	Q entrant (m ³ /j/m), q=1m/j
0	1	0	0
0,0007	59	117,8	115,7
0,002	93	135,1	132,9
0,0055	149	149,3	147
0,0125	253	156,3	153,3
0,0223	397	158,9	155,7
0,0368	598	160	156,5
0,0576	919	160	156,8
0,0993	1546	160,4	156,8
0,168	2509	160,6	156,9
0,273	3528	160,8	156,9
0,412	4547	160,9	156,9
0,62	5572	160,9	156,9
0,897	6608	161	156,9
1,248	7650	161	156,9

V.10 .2b-Graphe du débit entrant pour un écoulement sans et avec recharge :

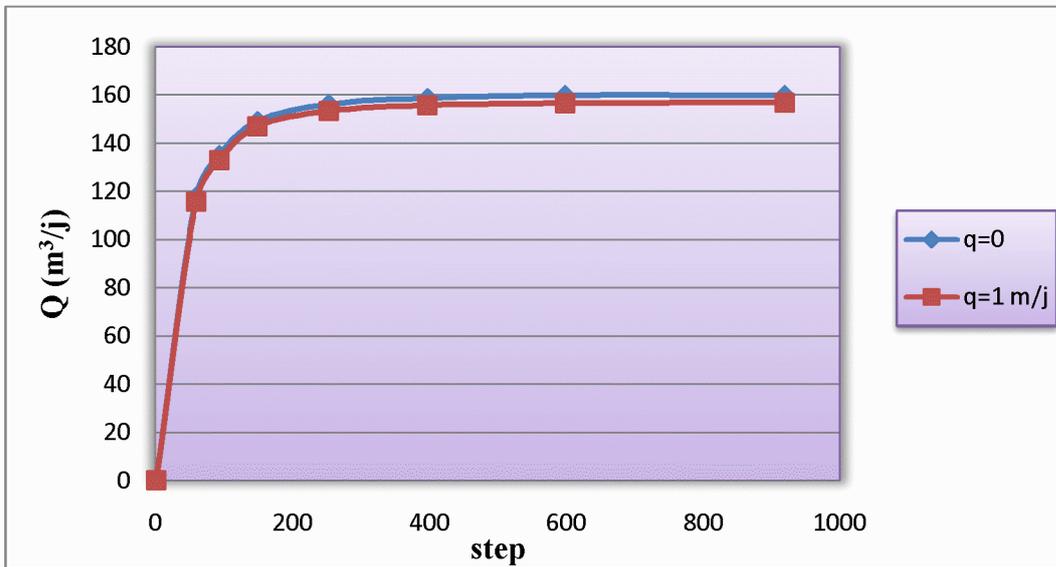


Figure V.25b : L'évolution du débit entrant avec et sans recharge pluviométrique q

La figure V.25b montrée ci-dessus présente l'évolution en fonction de nombre d'itération du débit entrant pour un écoulement sans recharge et avec recharge.

V.10 .2b-Graphe du débit sortant et entrant pour un écoulement sans recharge :

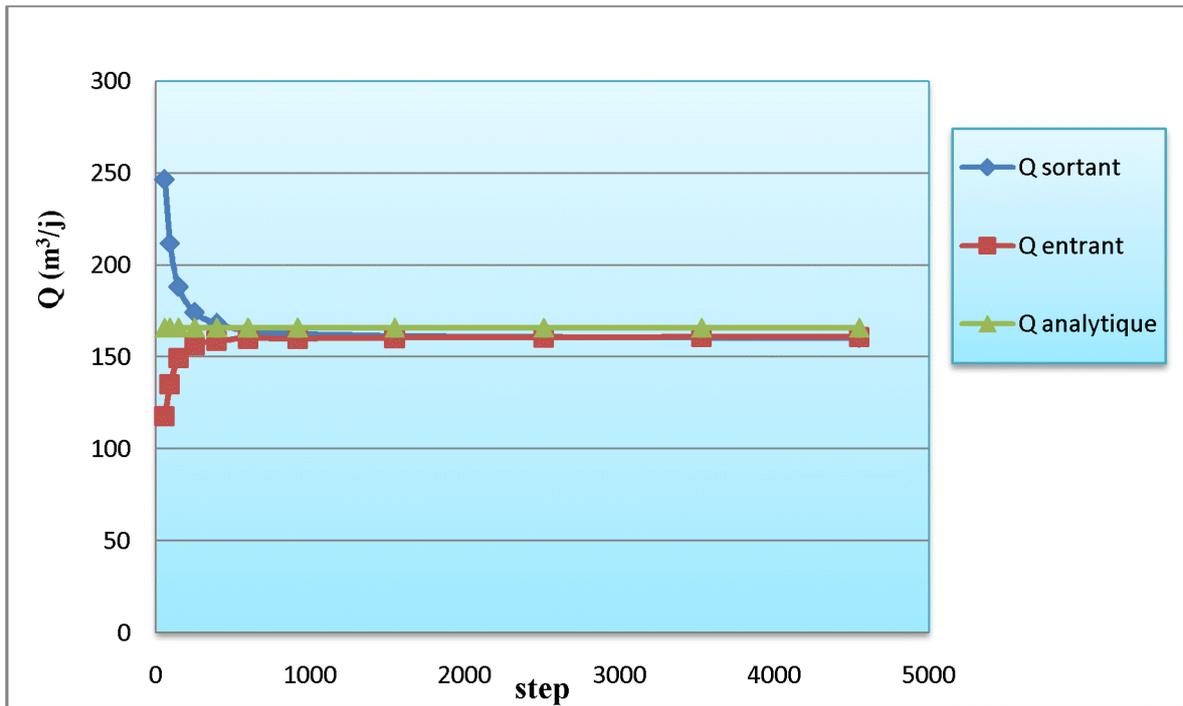


Figure V.25c : l'évolution du débit sortant et entrant sans recharge pluviométrique

À partir de la figure V.25c, nous remarquons que le débit sortant et entrant prennent une même allure (droite) à partir 1600 itération (150 min) ce qui veut dire l'état permanent est atteint c.-à-d. le débit sortant égale au débit entrant. Voir tableau V.7 et tableau V.8 (Q sortant et Q entrant) dans le cas d'un écoulement sans recharge $q=0$.

V.11- VALIDATION DES RÉSULTATS:

Afin de valider les résultats trouvés pour les modèles en milieux poreux, simulant les écoulements transitoires en milieux saturés et non saturés, en éléments finis (programme fortran), nous comparons ces résultats à ceux trouvés par le logiciel plaxis 2D version 10.

V.11.1- Comparaison et interprétation des résultats :

Finalement les résultats obtenus sur le modèle à l'aide de la simulation numérique par la méthode des éléments finis et ceux de logiciel plaxis sont présentés.

V.11.1.1- Drainage en deux cotés (cas d'une chaussée) Modèle N°01 - 1^{er} cas :

Les figures V.6a, V.15a représentent l'évolution de la surface de pression nulle ($\Psi=0$), trouvées par le modèle développé en éléments finis (fortran) et le logiciel plaxis respectivement à des intervalles de temps différents. Celle-ci représente la limite entre les zones saturée et non saturée du domaine pour un **écoulement sans recharge**,

Les figures V.6b, V.15b montrent l'évolution de la surface de pression nulle ($\Psi=0$), trouvées par le modèle développé en éléments finis (fortran) et le logiciel plaxis respectivement à des intervalles de temps différents du domaine pour un **écoulement avec recharge**.

À partir de ces figures voir même le tableau ci-dessous nous remarquons qu'il y a une bonne synchronisation des résultats est observée pour ce problème de drainage en deux extrémités avec une erreur qui ne dépasse pas les 10%.

Tableau V.9 - Comparaison de la surface libre (potentiel capillaire) modèle N°1 :

	Comparaison la hauteur de la surface de pression nulle Ψ (m) à X=0			
	Par la méthode des éléments finis (programme fortran)		Par le logiciel plaxis	
	Écoulement sans Recharge $q=0$	Écoulement avec Recharge $q=1\text{m/j}$	Écoulement sans Recharge $q=0$	Écoulement avec Recharge $q=1\text{m/j}$
à t=18 min	0.25	0.42	0.275	0.41
à t=33 min	0.20	0.40	0.21	0.39
à t=53 min	0.15	0.40	0.16	0.39

V.11.1.2- Drainage uniquement sur le côté aval avec une hauteur d'eau H_2 variable dans Le fossé (cas d'une chaussée) Modèle N°01 – 2^{ème} cas

Les figures (V.8a, V.8b) et les figures (V.17a, V.17b, V.17c) obtenues par le modèle en éléments finis (programme fortran) et le logiciel plaxis respectivement, représentent l'évolution dans le temps du potentiel capillaire et la hauteur de la surface de **résurgence** pour un écoulement sans recharge $q=0$, avec un niveau d'eau H_2 dans le fossé est variable $H_2=0.3\text{m}$, 0.15m , 0m . à partir de ces figures nous constatons que plus le niveau d'eau dans le fossé drainant était élevé, plus la surface de suintement (résurgence) était réduite.

Les figures (V.8c, V.8d) et les figures (V.17d, V.17e, V.17f) obtenues par le modèle en éléments finis (programme fortran) et le logiciel plaxis respectivement, représentent l'évolution dans le temps de la du potentiel capillaire et la hauteur de la surface de **résurgence**, pour un écoulement avec recharge $q=1\text{m/j}$ et à partir de ces figures nous

constatons que la recharge pluviométrique en surface influe directement sur la position de la nappe et la hauteur de la surface de suintement H_{ss} (voir tableau V.9)

Comme on doit s'attendre, la variation du potentiel de pression sur une colonne verticale du domaine d'écoulement doit être linéaire, en passant d'une valeur positive dans la zone saturée à une valeur négative dans la zone non saturée et en s'annulant au niveau de la surface libre (surface de saturation).

V.11.1.2a – Comparaison (superposition) quelque figure obtenue par la méthode des Éléments finis et celles de logiciel plaxis :

Les figures V.26a, V.26b présentées ci dessous montrent la superposition des figures V.8a, V.17a et les figures V.8b, V.17c, respectivement pour un écoulement sans recharge.

-Les courbes avec des traits continus représentent les résultats obtenus par la MEF (fortran) pour un écoulement sans recharge $q=0$.

-Les courbes avec des traits discontinus représentent les résultats obtenus par le logiciel plaxis Pour un écoulement avec recharge $q=1\text{m/j}$.

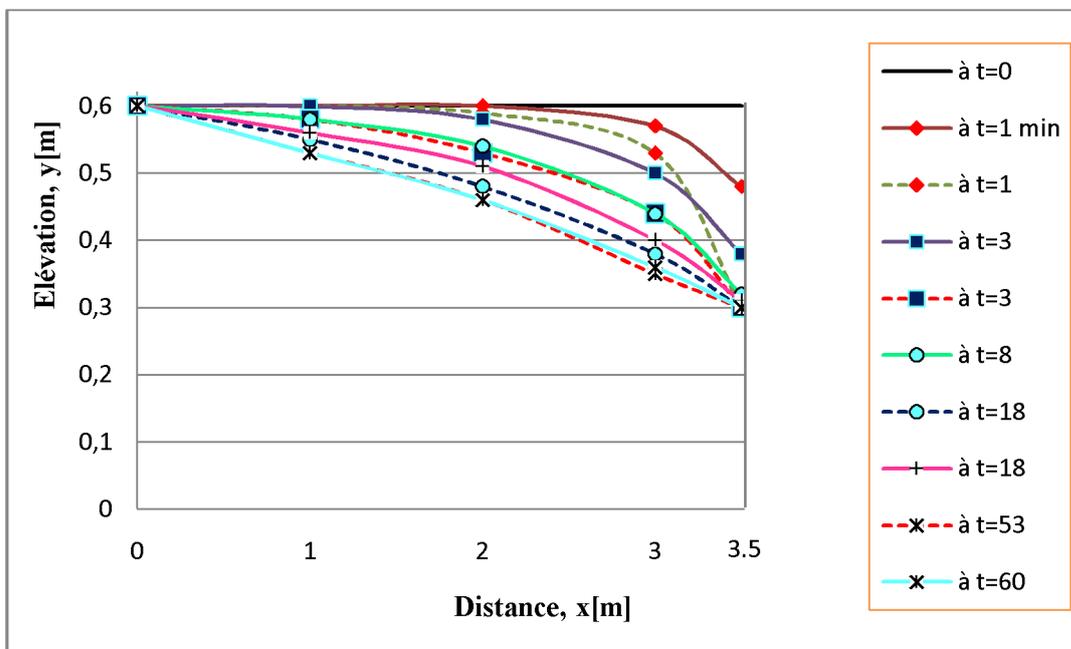


Figure V.26a : Superposition les courbes des figures V.8a et V.17a pour un écoulement sans recharge avec $H_1=0.6\text{m}$, $H_2=0.3\text{m}$ obtenues par la MEF et celles de logiciel plaxis.

À partir des figures (V.26a et V.26b) présentées ci-dessus et ci-dessous respectivement nous remarquons que y a pas vraiment une bonne concordance a l'approche du fossé drainant (coté aval) à l'état transitoire, par contre à l'état permanent les courbes de surface de pression nulle sont très rapprochée,

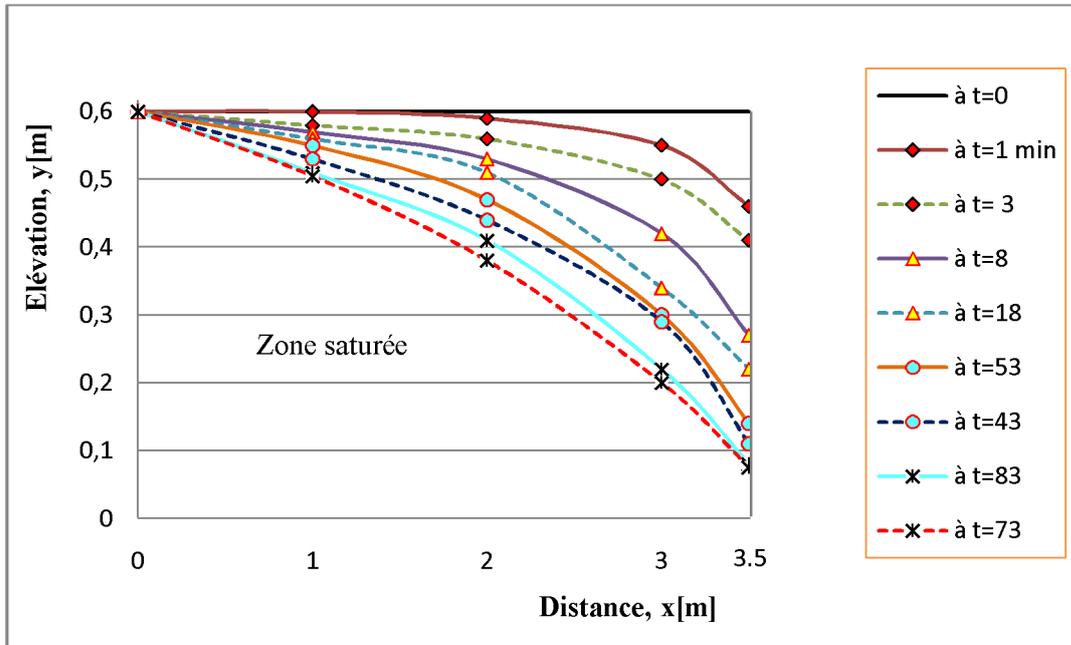


Figure V.26b : Superposition les courbes des figures V.8b et V.17c pour un écoulement sans recharge Avec $H_1=0.6m$, $H_2=0 m$ obtenues par la MEF et celles de logiciel plaxis.

Tableau V.10 -Comparaison les valeurs de la hauteur de la surface de suintement H_{ss} :

	Comparaison la hauteur de la surface de suintement H_{ss} (m) à $L=3.5$			
	Par la méthode des éléments finis (programme fortran)		Par le logiciel plaxis	
	Écoulement sans Recharge $q=0$	Écoulement avec Recharge $q=1m/j$	Écoulement sans Recharge $q=0$	Écoulement avec Recharge $q=1m/j$
$H_2=0.3 m$	0.00	0.02	0.00	0.01
$H_2=0.15 m$			0.023	0.033
$H_2=0 m$	0.08	0.14	0.075	0.12

Cette légère différence trouvée dans la hauteur de la surface de suintement est peut être due au maillage du domaine d'écoulement à savoir : dans le modèle traité en élément finis (fortran) on a utilisé des maille rectangulaire par contre le logiciel plaxis utilise des mailles triangulaire. Toutefois, nous retiendrons que leurs conclusions se limitent au cadre d'un régime permanent, En régime transitoire la hauteur de la surface de suintement change avec le temps d'une manière que sa position ne peut pas être connue à priori.

En effet, dans le cas où il existe un niveau d'eau libre dans le fossé aval ; la surface de suintement va être réduite (Shamshai et Narasimhan, 1991). En imposant un niveau hydrostatique dans la partie du fossé remplie d'eau ; on se rapproche du domaine de validité de DF ; et la hauteur de suintement diminue.

Remarque :

À l'aval du système, l'hypothèse DF implique qu'on va ignorer le phénomène de suintement comme l'indique Young (1990) cette hypothèse est d'autant plus vraie que le système a une extension latérale importante et que le niveau d'eau libre dans le fossé est grand, (Voir tableau ci-dessus V.10) le cas où $H_2=0.3\text{m}$, cette surface de suintement est liée. Aux pertes de charge verticales dans le système hydraulique ; et à la distribution des lignes de courant au voisinage de la condition à la limite aval.

V.11.1.3– Cas de la digue d'un barrage en terre : Modèle N°02

Les figures (V.11a, V.19a) sont les résultats trouvés par le modèle développé en élément fini et ceux de logiciel plaxis respectivement qui montrent la variation de la surface libre ou surface de pression nulle dans la digue d'un barrage en terre pour un écoulement sans recharge $q=0$, et on remarque que le régime permanent est atteint après 180 minutes pour le modèle en élément fini avec la hauteur de la surface de suintement $H_{ss}=0.70\text{ m}$ et 150 min pour le logiciel plaxis avec $H_{ss}=0.60$. Cette dernière (H_{ss}) est la même que celle trouvée analytiquement par l'abaque Polubarinova- Kochina (§V.7.4).

Les figures (V.11b, V.19b) sont les résultats trouvés par le modèle développé en élément fini et ceux de logiciel plaxis respectivement qui montrent la variation de la surface libre ou surface de pression nulle dans la digue d'un barrage en terre à travers les intervalles de temps pour un écoulement avec recharge $q=1\text{m/j}$, et on remarque que le régime permanent est atteint après 190 minutes pour le modèle en élément fini avec la hauteur de la surface de suintement $H_{ss}=0.90\text{ m}$ et 170 min pour le logiciel plaxis avec $H_{ss}=0.85\text{m}$.

Et à partir de là on déduit que cette recharge de 1m/j influe sur la position de la surface de pression nulle et sur la hauteur de la surface de suintement voir les figures (V.27a, V.27b)

Et le tableau.10

Tableau V.11 – Comparaison les résultats de la hauteur de la surface de suintement H_{ss}

Comparaison la hauteur de la hauteur de la surface de suintement $H_{ss}(\text{m})$ à $L=9\text{m}$					
Par la MEF (fortran)		Par le logiciel plaxis		Par la méthode analytique	
Écoulement sans recharge $q=0$	Écoulement Avec recharge $q=1\text{m/j}$	Écoulement sans recharge $q=0$	Écoulement Avec recharge $q=1\text{m/j}$	Écoulement Sans recharge $q=0$	
$H_2=1.2\text{m}$	0.70	0.90	0.60	0.85	0.60

Nous remarquons que les hauteurs de la surface de suintement H_{ss} (surface de résurgence) trouvées pour ce modèle sont très rapprochées avec une erreur qui ne dépasse pas les 5%, mais toujours on prend la valeur la plus défavorable pour traiter cette surface de suintement **Exemple :**

Pour les barrages en terre, cette hauteur dite surface de résurgence (H_{ss}) est traitée par des drains (filtres) horizontale, on citera aussi les murs de soutènement c'est à partir de cette hauteur la qu'on mit des barbacanes.

V.11.1.3a – Comparaison (superposition) l'évolution de la surface libre (surface de pression nulle) obtenue par la méthode des éléments finis et celles de logiciel plaxis :

Les courbes avec des traits continus représentent les résultats obtenus par la MEF (fortran)

Les courbes avec des traits discontinus représentent les résultats obtenus par le logiciel plaxis

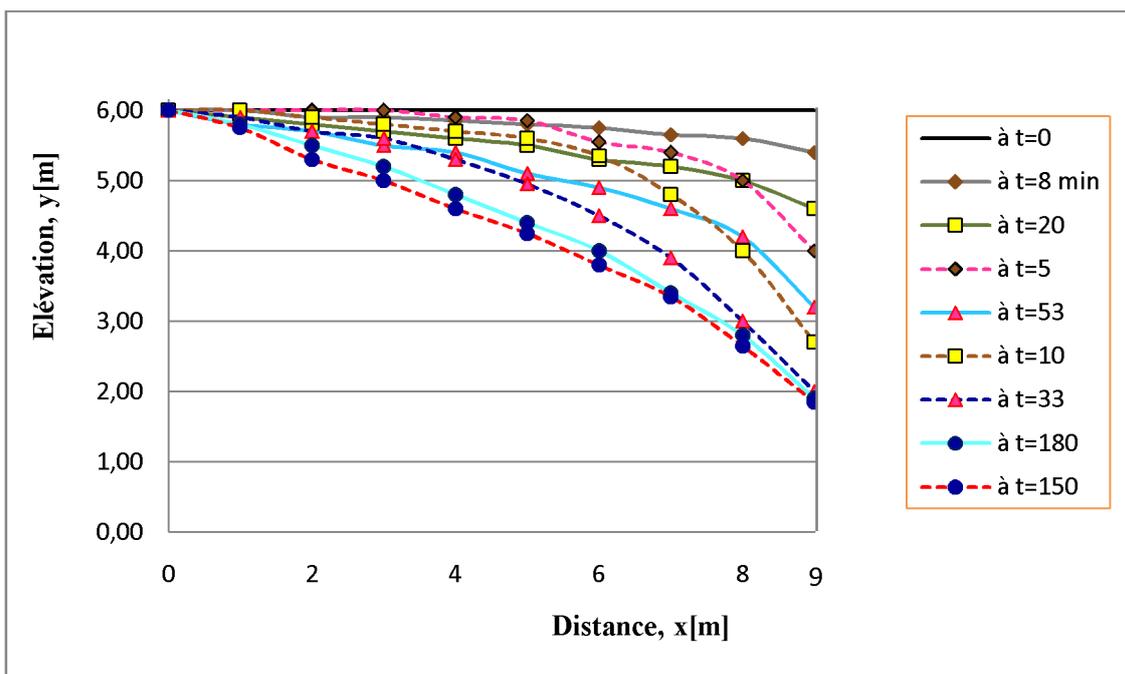


Figure V27a : Superposition les résultats de l'évolution de la surface libre en fonction du temps Obtenus par la MEF (fortran) et ceux de logiciel plaxis pour un écoulement sans recharge $q=0$

Les figures présentées ci-dessus V.27a et ci-dessous V.27b représentent la superposition des figure (V.11a, V.19a) et les figures (V.11b, V19b) respectivement pour un écoulement sans recharge et avec recharge, on voit qu'il ya une bonne concordance de la position de la surface libre (surface de pression nulle). Et sur tout à l'état permanent. À l'état transitoire nous remarquons que la position de la surface libre baisse lentement par le modèle en élément fini par rapport au logiciel plaxis.

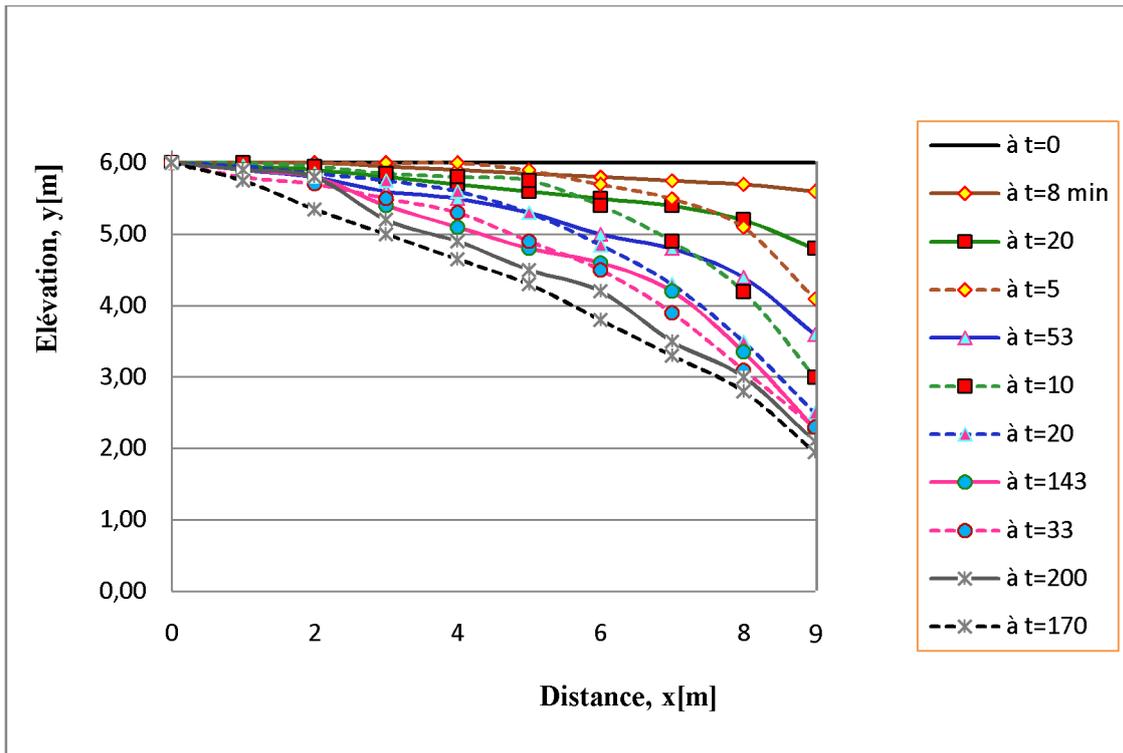


Figure V27a : Superposition les résultats de l'évolution de la surface libre en fonction du temps
Obtenus par la MEF (fortran) et ceux de logiciel plaxis pour un écoulement avec recharge $q=1\text{m/j}$

Conclusion :

À partir de cette comparaison des diverses surfaces libres au régime transitoire et permanent est également la surface de suintement nous dirons que les résultats trouvés sont satisfaisant vue l'approche des résultats trouvés soit par le modèle développe en éléments finis (programme du fortran) ou par le logiciel Plaxis 2D version 10. Et on peut dire aussi que ces derniers sont fiable et sur tout pour le cas du drainage où la surface de suintement lorsque le niveau d'eau est réduit au niveau du fossé (coté aval) c.-à-d. une correction apporté à l'hypothèse de Dupuit-Forchheimer qui prend pas en considération le phénomène de suintement (comme on à vu dans le chapitre III) , ces résultats sont justifiés par le fait que dans notre modèle, nous prenons en compte l'effet de la capillarité dans la zone non saturée ; donc il y'a une quantité d'eau supplémentaire qui arrive à l'aval et qui est due à la vidange progressive des pores au dessus de la surface de saturation. Par contre, cet effet de capillarité est négligé par les autres méthodes qui considèrent que la surface libre est une limite imperméable à travers laquelle aucun flux ne pénètre.

Tout comme dans le cas du barrage en terre ; la hauteur de la nappe estimée à travers l'hypothèse de DF est une sous-estimation de la réalité vue l'existence de la surface de suintement. (Voir § III.7.3 chapitre III)

Conclusion
générale

Et

Perspectives

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVE

Conclusion générale

Le fonctionnement hydraulique des nappes souterraines constitue un objet d'étude pour les chercheurs dans le contexte traditionnel de l'hydraulique souterraine et des nouvelles questions qui se posent en matière de prise en compte et de compensation des impacts des aménagements hydrauliques. Nous pensons que le fonctionnement interne des nappes n'est à l'heure actuelle que partiellement compris. Les conditions locales d'interaction entre la nappe et le réseau de surface, les conséquences des phases d'affleurement, les conditions contrôlant les mécanismes de recharge de la nappe ... sont autant de questions qui font encore actuellement débat.

Les écoulements en milieux poreux jouent un rôle prépondérant dans différents domaines des sciences et de l'ingénierie en particulier en géotechnique. La diversité (variété) de problèmes provoqués par l'écoulement d'eau dans le sol est vaste (ample) et sa multiplicité d'applications est d'une importance considérable pour le concepteur afin d'améliorer ou de faciliter les conditions d'exécution des travaux et d'assurer la stabilité hydraulique des ouvrages.

Si la compréhension des processus qui régissent les phénomènes d'écoulement en milieux poreux a toujours constitué un centre majeur d'intérêt pour la communauté des géotechniciens et des hydrogéologues ; l'attachement général pour le développement durable justifie certainement l'intensification des démarches de modélisation dans ce domaine. En effet, qu'elle soit expérimentale ou numérique, la modélisation constitue un outil essentiel de prévision, ce qui en a fait indirectement mais consécutivement un des arguments décisionnels.

Dans le domaine des écoulements souterrains, l'utilisation des équations de continuité et de conservation a contribué au développement de modèles numériques performants en termes de compréhension physique et de modélisation prévisionnelles. La première étape dans cette démarche de modélisation consiste à caractériser le domaine d'étude ; le milieu poreux, puis à développer les équations permettant de représenter son état et son évolution.

Au terme de ce travail, on peut conclure que les résultats numériques obtenus par le modèle développé en élément finis (programme fortran) dans le cas de drainage, représentatif des écoulements transitoires en sols poreux saturé et non saturé, sont très satisfaisants du moment qu'ils concordent à ceux trouvés avec le logiciel Plaxis 2D avec une erreur qui ne dépasse pas les 5 à 8% soit pour un écoulement sans recharge $q=0$ et avec recharge pluviométrique d'une intensité de 1m/j, durant toute l'évolution de la surface de pression nulle et ceci même pour la zone très proche de la surface de suintement et si on compare les résultats trouvés pour l'écoulement avec ou sans recharge pluviométrique nous disons que les infiltrations en surface influent directement sur la surface libre de la nappe (potentiel de pression et nul) à savoir :

La zone saturée est plus importante dans le cas où ya des infiltrations en surface.

Dans le cas de barrage en terre il ya l'apparition d'une surface de suintement sur le côté aval du domaine d'écoulement plus importante par rapport au modèle pris dans le cas de drainage (vu les caractéristiques géométrique des deux modèles), ce la veut dire qu'il y à un écoulement dont l'intensité affecte directement la hauteur de celle ci. Et nous constatons que la hauteur de la surface de suintement est aussi affectée par les conditions aux limites, à l'amont du domaine d'écoulement et par le niveau d'eau en celui-ci, ensuit la hauteur de la surface de suintement trouvée confirme aussi l'influence de la recharge pluviométrique (infiltration en surface) sur cette hauteur à savoir :

Avec la recharge $H_{ss}=0.90$ m et sans recharge est de 0.70 m (les valeurs les plus défavorables)

Dans le cas particulier du régime permanent et pour le problème de drainage avec une hauteur d'eau $H_2=0.3$ m dans le fossé (coté aval), l'approche de Dupuit-Forchheimer peut être considérée comme une bonne approximation de la réalité, du moment que si on observe la hauteur de la surface de suintement obtenue par le modèle proposé à $t = 60$ min ou 53 min ; temps où le régime permanent est plus ou moins atteint respectivement par la MEF ou par le logiciel plaxis, on va s'apercevoir que cette hauteur est très petite et peut même être négligée. Par contre dans le cas du problème de barrage en terre, l'approche de Dupuit-Forchheimer est loin de la réalité car la hauteur de la surface de suintement est beaucoup plus importante.

L'existence de cette surface de suintement à des conséquences directes en termes de prédiction de la position de la surface libre de la nappe, la hauteur de nappe ainsi calculée par l'hypothèse de DF est une sous-estimation de la hauteur de nappe réelle dans la mesure où elle ne prend pas en compte le décalage introduit par l'existence d'une surface de suintement. En effet, l'évolution de la surface libre est peu sensible aux conditions d'écoulement dans la zone non saturée et dépend essentiellement de la conductivité à saturation du sol, de la dimension latérale du système, du niveau d'eau libre aval et la recharge pluviométrique en surface.

Malgré les nettes améliorations des méthodes classiques des écoulements à surface libre, celles ci font toujours une approximation en représentant la surface libre comme une limite imperméable au - dessus de laquelle l'effet de capillarité est négligé et la zone non saturée ignorée. Cependant, cette surface est très affectée par l'eau capillaire retenue dans la zone non saturée et qui par suite est libérée progressivement par les pores.

Perspectives

Par ailleurs, nous proposons pour les travaux futurs :

Prise en compte de la variabilité spatiale de la conductivité hydraulique du milieu : à savoir l'anisotropie et l'hétérogénéité du sol.

Annexes

Introduction et présentation du logiciel plaxis

1 - introduction

La Modélisation des problèmes géotechniques complexes nécessite :

- La définition de la géométrie du problème, pour que les frontières du calcul n'influencent pas sur les résultats.
- Le choix d'une loi de comportement du sol, de type Mohr-Coulomb, Cam-Clay, ... etc.
- Les caractéristiques hydrodynamiques de sol et les conditions hydrauliques.
- L'état initial et les conditions aux limites

Elle permet :

- D'effectuer les calculs d'écoulement.
- De simuler toutes les phases de travaux.
- De prendre en compte les variations des caractéristiques : des ouvrages, des couches de terrain

Les sorties fournissent pour les ouvrages sont :

- Les déplacements des ouvrages.
- Les sollicitations internes des ouvrages.

Et pour le sol :

- Les déplacements du sol.
- Les déformations du sol.
- Les contraintes totales et effectives dans le sol.
- Les pressions interstitielles.

Alors pour ces domaines Les principaux logiciels utilisés en France, sont :

CESAR (LCPC) : Logiciel 2D ou 3D, spécialement utilisé pour les tunnels.

PLAXIS (logiciel hollandais développé par l'équipe du Pr. Vermeer) : Logiciel 2D dédié à la Géotechnique.

2- Présentation du Plaxis

L'analyse de projets géotechniques est possible grâce à de nombreux codes éléments finis. L'ingénieur ayant de l'expérience en ce domaine sait que le poids des hypothèses permettant le passage de la réalité au modèle est difficile à évaluer. Il sait que le jargon éléments finis est parfois rebutant (décourageant)-il souhaiterait ne pas avoir à intervenir sur la numérotation des nœuds, des éléments, sur certains choix réservés au numéricien. Il voudrait disposer du code sur le PC gérant sa bureautique et sa technique quotidiennes, afin de faire une étude paramétrique des problèmes délicats. Il exige avant tout que ses journées ne soient pas encombrées par de laborieuses entrées de données et interprétations de fichiers.

2.1 -Le code éléments finis Plaxis

Conçu par des géotechniciens numériciens, le code éléments finis Plaxis représente certainement un optimum actuel sur les plans scientifique et pratique en l'analyse pseudo-statique 2D. Scientifiquement, c'est un outil d'analyse non linéaire en élasto-plasticité non standard (5paramètres), avec prise en compte des pressions interstitielles (et même consolidation linéaire), Doté de méthodes de résolution et d'algorithmes robustes, éprouvés, ainsi que de procédures de Choix automatique évitant des choix délicats à l'opérateur peu averti. Bien que très fiable sur le Plan numérique, le code fait appel à des éléments

triangulaires de 6 ou 15 nœuds, ainsi qu'à des processus de pilotage de résolution récents (méthode de longueur d'arc). Du point de vue pratique, le système de menus arborescents à l'écran rend l'utilisation souple et agréable, car l'opérateur ne s'encombre pas l'esprit outre mesure. Le recours aux manuels devenant rare, ceux-ci sont de volumes réduits, faciles à consulter. L'ensemble des options par défaut (Condition aux limites) rend la mise en données aisée et rapide. Enfin, les options simplifiées (Initiation des contraintes, pressions interstitielles) permettent d'aller droit au but (prévoir le Comportement d'un ouvrage), quitte à réaliser ultérieurement, avec le même code et les mêmes Données, un calcul affiné.

2.2 - Options par défaut et solutions approchées

Le système d'options par défaut et de solutions approchées spécifiques, qui est un des fers de lance de l'outil de projet pour la géotechnique, est destiné à faire gagner du temps à l'opérateur, à lui éviter de devoir faire des choix tracassants, et enfin à améliorer la convivialité du logiciel. Ce système est inséparable du traitement à partir d'un menu arborescent. Chaque branche du menu est évidemment figée, car elle réalise une tâche précise, bien définie, mais la diversité des branches en fait globalement un outil extrêmement souple.

Les options par défaut commencent dès le maillage : L'opérateur peut bien entendu spécifier un maillage très détaillé, mais si seules les grandes lignes de celui-ci importent, le détail des éléments, agencé de manière optimale du point de vue numérique, sera entièrement généré par le logiciel à partir d'un petit nombre de nœuds-clé, avec contrôle permanent à l'écran. Le meilleur est d'ailleurs en cours de refonte en vue d'accroître son efficacité.

De même en ce qui concerne les conditions aux limites en déplacements : Si celles-ci sont complexes, l'ingénieur devra en spécifier les subtilités d'une manière précise, face de bloc par face de bloc. Par contre, si elles ont un caractère standard (vecteur déplacement nul à la base du domaine étudié et vecteur déplacement horizontal nul sur ses faces latérales), l'application peut être réalisée automatiquement (par défaut) à partir du menu avec contrôle immédiat du résultat à l'écran.

L'application des contraintes initiales dues au poids des terres peut être réalisée de manière exacte par activation du multiplicateur de chargement relatif au poids propre. Par contre, si comme bien souvent en géotechnique on connaît ou on sait estimer un état K_0 donné, celui-ci peut être spécifié directement. Dans ce cas, le massif est souvent en léger déséquilibre (incompatibilité entre K_0 et les autres caractéristiques mécaniques). Le menu permet alors, par un changement fictif nul, de rééquilibrer le massif, puis de réinitialiser à zéro le champ de déplacement de manière à prendre comme nouvelle origine l'état du matériau après application de la gravité. L'option K_0 est particulièrement intéressante (et réaliste) dans le cas d'un modèle hétérogène de surface libre presque horizontale (paroi moulée dans un sol mou par exemple).

Les pressions interstitielles ont été l'objet d'un soin particulier dans Plaxis : Pour qui souhaite faire un calcul précis du champ de pressions interstitielles en **régimes permanent** ou **transitoire**, c'est possible grâce au module d'écoulements en milieu poreux. Mais bien sûr, cette opération demande du temps (d'opérateur et de machine). Si la nappe phréatique n'est pas trop éloignée de l'horizontale, dans ses états initial et final, on sait que la pression diffère peu de la pression hydrostatique ; si l'on adopte ce champ de pression approchée, les calculs deviennent très simples puisqu'il s'agit seulement de manier les variations de la poussée d'Archimède ; Plaxis offre cette possibilité qui est souvent très appréciable.

La conduite des calculs non linéaires constitue un autre exemple de la souplesse d'utilisation que procure ce logiciel : L'opérateur peut évidemment faire lui-même ses choix de taille d'étape de chargement, de nombre d'étapes, de rigidité d'interface, de méthode de résolution, ... etc. ; s'il ne désire pas assumer ces choix, le logiciel peut les décider à sa place, compte tenu de l'expérience des numériciens en la matière. Pour les calculs de consolidation, réalisés en différences finies explicites sur le temps, le choix du pas de temps peut également être décidé par l'utilisateur, ou bien calculé dans l'option par défaut, selon les critères numériques connus.

Un calcul par élément finis fournit une masse imposante de résultats : Des résultats directement utiles au projeteur : déplacements, contraintes, pressions interstitielles à un stade donné du chargement, et des résultats plus mathématiques concernant le déroulement du processus de calcul proprement dit. L'ensemble de ces résultats est accessible, selon que l'on est intéressé par l'un ou l'autre aspect ; c'est également un système de menu arborescent qui permet de sélectionner les informations souhaitées.

3 : Les modèles de comportement et types des matériaux utilisés dans Plaxis

3.1 : Introduction

Les modèles de comportement de sols sont très nombreux : depuis le modèle élasto-plastique de Mohr-Coulomb jusqu'aux lois de comportement les plus sophistiquées permettant de décrire presque tous les aspects du comportement élasto-visco-plastique des sols, aussi bien sous sollicitation monotone que cyclique. Ces modèles ont été développés dans le but d'être intégrés dans des calculs par éléments finis. Dans ce schéma, la modélisation par élément finis permet de résoudre le problème aux limites en tenant compte, par une loi de comportement réaliste, du comportement réel du sol. Deux difficultés majeures ont empêché la réalisation complète de ce schéma : d'une part les lois de comportement qui décrivent bien le comportement des sols sont complexes et demande, pour la détermination des paramètres qu'elles contiennent, des études spécifiques lourdes sortant du cadre des projets d'ingénierie même complexe. La validation des lois de comportement a fait l'objet, dans les années 80 de plusieurs ateliers pour comparer les réponses des différents modèles sur différents chemins de sollicitation. La seconde difficulté a été l'intégration de ces lois de comportement dans des codes par éléments finis, bi ou tridimensionnels. Peu de codes sont opérationnels actuellement, avec des lois sophistiquées. Le Coût de ces calculs est généralement important.

des modèles de comportement de sols dont les paramètres puissent être déterminés à partir d'une étude géotechnique normale. En ce sens, Plaxis peut apparaître comme une règle à calcul de l'ingénieur géotechnicien, ou le micro-ordinateur a remplacé la règle. C'est pourquoi les différents modèles de comportement utilisés dans Plaxis sont des modèles qui peuvent apparaître simple, voire simplistes, mais qui sont efficaces quand ils sont utilisés dans des cas adaptés.

Pour un calcul d'écoulement, il suffit de prendre un matériau élastique, mais on peut avoir à coupler écoulement et déformation ; dans ce cas un modèle élastoplastique peut être Justifié.

Les règles d'or dans le domaine de la simulation du comportement d'un ouvrage sont :

- Quel est le comportement principal à modéliser ?
- Utiliser un modèle qui décrive ce comportement.
- Interpréter les résultats, notamment en fonction des paramètres de la modélisation.

En ce sens, la modélisation numérique ne fournit sous une autre forme que les données du Problème posé.

3.2 : Les différents Modèles

PLAXIS propose différents modèles qui permettent de simuler le comportement d'un sol. Les modèles et leurs différents paramètres sont décrits en détail dans le manuel Matériel Model. Un commentaire rapide sur les modèles disponibles est donné ci-dessous:

3.2.1 : Modèle élastique linéaire:

Ce modèle représente la loi de Hooke pour l'élasticité linéaire et isotrope. Le modèle comporte deux paramètres de rigidité élastique, le module d'Young, E , et le coefficient de Poisson, ν . Le modèle linéaire élastique est très limité pour simuler le comportement d'un sol. Il est utilisé principalement pour des structures rigides massives placées dans le sol.

3.2.2 : Modèle de Mohr-Coulomb:

Ce modèle bien connu est utilisé généralement comme une première approximation du comportement d'un sol. Ce modèle comporte cinq paramètres : le module d'Young, E , le coefficient de Poisson, ν , la cohésion, c , l'angle de frottement, ϕ , et l'angle de dilatance ψ .

3.2.3 : Modèle de sol avec écouissage (Hardening Soil Model) :

C'est un modèle hyperbolique de type élastoplastique formulé dans le cadre de la plasticité avec écouissage en cisaillement. De plus, ce modèle prend en compte l'écouissage en compression pour simuler le compactage irréversible d'un sol sous son premier chargement en compression. Ce modèle du deuxième ordre permet de simuler le comportement des sables, des graves, mais aussi de sols plus mous comme les argiles et les limons.

3.2.4 : Modèle pour les sols mous (Soft Soil model):

C'est un modèle de type Cam-Clay qui permet de simuler le comportement de sols mous comme des argiles normalement consolidées ou de la tourbe. Ce modèle s'applique très bien aux situations où la consolidation primaire est prépondérante.

3.2.5 : Modèle pour les sols mous avec fluage (Soft Soil Creep model):

C'est un modèle du deuxième ordre formulé dans le cadre de la viscoplasticité. Ce modèle permet de simuler le comportement des sols mous, comme les argiles ou les tourbes normalement consolidées, en fonction du temps. Ce modèle prend en compte la compression logarithmique.

3.2.6 : Modèle pour les roches fracturées (Jointed Rock model):

C'est un modèle élasto-plastique anisotrope, pour lequel le cisaillement plastique peut se produire seulement dans un nombre limité de directions de cisaillement. Ce modèle peut être utilisé pour simuler le comportement des roches stratifiées ou fracturées.

3.2.7 : Modèle défini par l'utilisateur

Cette option permet de définir et d'utiliser des lois de comportement autres que les modèles standard de PLAXIS. Pour une description plus détaillée de cette option, veuillez vous reporter au manuel des modèles de matériaux (*Material Models Manual*).

3.3 : Les types de comportement des matériaux (Material type)

En principe, dans PLAXIS, tous les paramètres de modélisation sont sensés représenter les caractéristiques effectives du sol, c'est-à-dire la relation entre les contraintes et les déformations pour le squelette solide. Une caractéristique importante des sols est la présence d'eau interstitielle. Les pressions interstitielles influencent significativement la réponse du sol. Pour permettre la prise en compte des interactions squelette solide-eau dans la réponse du sol, PLAXIS offre le choix entre trois types de comportements pour chaque modèle de sol:

3.3.1 Comportement drainé (Drained behaviour):

Avec cette option, aucune surpression interstitielle n'est générée. C'est évidemment le cas pour des sols secs et pour des sols totalement drainés du fait de leur forte perméabilité (comme les sables) et/ou à cause d'un faible accroissement du chargement. Cette option peut aussi être utilisée pour simuler le comportement du sol à long terme sans avoir besoin de modéliser l'histoire précise du chargement non drainé et de la consolidation.

3.3.2 : Comportement non drainé (Undrained behaviour):

Cette option est utilisée pour permettre la génération complète des surpressions interstitielles. L'écoulement de l'eau interstitielle peut parfois être négligé du fait des faibles perméabilités (pour les argiles) et/ou à cause d'une vitesse de chargement élevée.

3.3.3 : Le comportement non poreux (Non-porous behaviour):

En utilisant cette option pour une couche de sol, aucune pression ni surpression interstitielle ne sera prise en compte dans cette couche. Cela peut s'appliquer à la modélisation du béton et des roches ou au comportement des structures. Le comportement non poreux (*Non-porous*) est souvent utilisé en combinaison avec le modèle élastique linéaire (*Linear elastic*). Il n'est pas nécessaire de fournir un poids volumique saturé ni des perméabilités pour les matériaux non poreux. La caractéristique "non poreux" (*Non-porous*) peut aussi être appliquée à des interfaces. Pour empêcher tout écoulement à travers un écran de palplanches ou d'autres structures imperméables, on peut affecter aux interfaces placées autour un jeu de données spécifique où le type de matériau est choisi comme *Non porous*.

3.3.4 : Poids volumique saturé et non saturé (γ_{sat} et γ_{unsat})

Les poids volumiques saturé et non saturé se réfèrent au poids volumique total du sol incluant le fluide interstitiel. Le poids volumique non saturé γ_{unsat} s'applique à tous les matériaux au-dessus de la nappe phréatique et le poids volumique saturé γ_{sat} à tous les matériaux situés sous la nappe. L'unité des poids est une force par unité de volume. Pour les matériaux non poreux, seul le poids non saturé est significatif, et il correspond exactement au poids total unitaire. Pour des sols poreux, le poids volumique non saturé est évidemment inférieur au poids volumique saturé. Pour les sables, par exemple, le poids volumique saturé est généralement de 20 kN/m³ environ, alors que le poids volumique non saturé peut-être

Beaucoup plus faible, en fonction du degré de saturation. Remarquons que dans la pratique, les sols ne sont jamais complètement secs. Par conséquent, il est conseillé de ne pas entrer le poids volumique correspondant à un sol totalement sec pour γ_{unsat} . Par exemple, au-dessus de la nappe phréatique, les argiles peuvent être presque totalement saturées à cause des forces capillaires. D'autres zones au-dessus de la nappe phréatique peuvent être partiellement saturées. Néanmoins, les pressions interstitielles au-dessus de la nappe phréatique sont toujours nulles. Les contraintes de traction dues à la capillarité ne sont donc pas prises en compte. Les poids sont activés au moyen du paramètre $\Sigma Mweight$ durant la génération des

Contraintes initiales (procédure K_0) ou au moyen du chargement gravitaire dans le programme de calcul.

3.3.5 : Perméabilités (k_x et k_y)

Les perméabilités ont la dimension d'une vitesse (unité de longueur par unité de temps). La donnée des perméabilités n'est nécessaire que pour des analyses de consolidation et des calculs d'écoulement. Dans ce cas, il faut spécifier les perméabilités de chaque couche, même pour les couches supposées imperméables. PLAXIS distingue une perméabilité horizontale k_x , et une perméabilité verticale k_y , puisque dans certains types de sols (par exemple les tourbes), il peut y avoir une différence significative entre ces deux perméabilités. Dans les sols, la différence entre les perméabilités des différentes couches peut être assez importante. Toutefois, il faut être prudent lorsqu'apparaissent simultanément au sein du même modèle aux éléments finis des perméabilités très fortes et très faibles ; cette situation pourrait conduire à un mauvais conditionnement de la matrice d'écoulement. Pour obtenir des résultats précis, le rapport entre la perméabilité la plus forte et la perméabilité la plus faible ne devra pas dépasser 105. Pour simuler un matériau quasiment imperméable (par exemple du béton ou du rocher sain), l'utilisateur devra saisir une perméabilité inférieure à celle des sols voisins au lieu de donner la perméabilité réelle. En général, un facteur de contraste de 1000 avec les autres couches est suffisant pour obtenir des résultats satisfaisants.

Les données d'entrée et quelques résultats obtenus (MEF fortran)

1 : Données d'entrée (input data) pour le modèle N°1 problème de drainage (voir figure V.5 §.6.1.1)

```

1
UNSATURATED AND SATURATED FLOW
153 42 3 8 1 1 4 2 2 100 2 0.00 0.00015 104 8 60.0
 1 1 1 16 24 25 26 17 3 2
 2 1 3 17 26 27 28 18 5 4
 3 1 5 18 28 29 30 19 7 6
 4 1 7 19 30 31 32 20 9 8
 5 1 9 20 32 33 34 21 11 10
 6 1 11 21 34 35 36 22 13 12
 7 1 13 22 36 37 38 23 15 14
 8 1 24 39 47 48 49 40 26 25
 9 1 26 40 49 50 51 41 28 27
10 1 28 41 51 52 53 42 30 29
11 1 30 42 53 54 55 43 32 31
12 1 32 43 55 56 57 44 34 33
13 1 34 44 57 58 59 45 36 35
14 1 36 45 59 60 61 46 38 37
15 1 47 62 70 71 72 63 49 48
16 1 49 63 72 73 74 64 51 50
17 1 51 64 74 75 76 65 53 52
18 1 53 65 76 77 78 66 55 54
19 1 55 66 78 79 80 67 57 56
20 1 57 67 80 81 82 68 59 58
21 1 59 68 82 83 84 69 61 60
22 1 70 85 93 94 95 86 72 71
23 1 72 86 95 96 97 87 74 73
24 1 74 87 97 98 99 88 76 75
25 1 76 88 99 100 101 89 78 77
26 1 78 89 101 102 103 90 80 79
27 1 80 90 103 104 105 91 82 81
28 1 82 91 105 106 107 92 84 83
29 1 93 108 116 117 118 109 95 94
30 1 95 109 118 119 120 110 97 96
31 1 97 110 120 121 122 111 99 98
32 1 99 111 122 123 124 112 101 100
33 1 101 112 124 125 126 113 103 102
34 1 103 113 126 127 128 114 105 104
35 1 105 114 128 129 130 115 107 106
36 1 116 131 139 140 141 132 118 117
37 1 118 132 141 142 143 133 120 119
38 1 120 133 143 144 145 134 122 121
39 1 122 134 145 146 147 135 124 123
40 1 124 135 147 148 149 136 126 125
41 1 126 136 149 150 151 137 128 127
42 1 128 137 151 152 153 138 130 129
    
```

Annexe N°2

1	0.0	60.0	147	200.0	0.0	50	20.0	102	40.0
3	50.0	60.0	149	250.0	0.0	51	20.0	103	40.0
5	100.0	60.0	151	300.0	0.0	52	20.0	104	40.0
7	150.0	60.0	153	350.0	0.0	53	20.0	105	40.0
9	200.0	60.0	10			54	20.0	106	40.0
11	250.0	60.0	1	0.0		55	20.0	107	40.0
13	300.0	60.0	2	0.0		56	20.0	108	45.0
15	350.0	60.0	3	0.0		57	20.0	109	45.0
24	0.0	50.0	4	0.0		58	20.0	110	45.0
26	50.0	50.0	5	0.0		59	20.0	111	45.0
28	100.0	50.0	6	0.0		60	20.0	112	45.0
30	150.0	50.0	7	0.0		61	20.0	113	45.0
32	200.0	50.0	8	0.0		62	25.0	114	45.0
34	250.0	50.0	9	0.0		63	25.0	115	45.0
36	300.0	50.0	10	0.0		64	25.0	116	50.0
38	350.0	50.0	11	0.0		65	25.0	117	50.0
47	0.0	40.0	12	0.0		66	25.0	118	50.0
49	50.0	40.0	13	0.0		67	25.0	119	50.0
51	100.0	40.0	14	0.0		68	25.0	120	50.0
53	150.0	40.0	15	0.0		69	25.0	121	50.0
55	200.0	40.0	16	5.0		70	30.0	122	50.0
57	250.0	40.0	17	5.0		71	30.0	123	50.0
59	300.0	40.0	18	5.0		72	30.0	124	50.0
61	350.0	40.0	19	5.0		73	30.0	125	50.0
70	0.0	30.0	20	5.0		74	30.0	126	50.0
72	50.0	30.0	21	5.0		75	30.0	127	50.0
74	100.0	30.0	22	5.0		76	30.0	128	50.0
76	150.0	30.0	23	5.0		77	30.0	129	50.0
78	200.0	30.0	24	10.0		78	30.0	130	50.0
80	250.0	30.0	25	10.0		79	30.0	131	55.0
82	300.0	30.0	26	10.0		80	30.0	132	55.0
84	350.0	30.0	27	10.0		81	30.0	133	55.0
93	0.0	20.0	28	10.0		82	30.0	134	55.0
95	50.0	20.0	29	10.0		83	30.0	135	55.0
97	100.0	20.0	30	10.0		84	30.0	136	55.0
99	150.0	20.0	31	10.0		85	35.0	137	55.0
101	200.0	20.0	32	10.0		86	35.0	138	55.0
103	250.0	20.0	33	10.0		87	35.0	139	60.0
105	300.0	20.0	34	10.0		88	35.0	140	60.0
107	350.0	20.0	35	10.0		89	35.0	141	60.0
116	0.0	10.0	36	10.0		90	35.0	142	60.0
118	50.0	10.0	37	10.0		91	35.0	143	60.0
120	100.0	10.0	38	10.0		92	35.0	144	60.0
122	150.0	10.0	39	15.0		93	40.0	145	60.0
124	200.0	10.0	40	15.0		94	40.0	146	60.0
126	250.0	10.0	41	15.0		95	40.0	147	60.0
128	300.0	10.0	42	15.0		96	40.0	148	60.0
130	350.0	10.0	43	15.0		97	40.0	149	60.0
139	0.0	0.0	44	15.0		98	40.0	150	60.0
141	50.0	0.0	45	15.0		99	40.0	151	60.0
143	100.0	0.0	46	15.0		100	40.0	152	60.0
145	150.0	0.0	47	20.0		101	40.0	153	60.0
			48	20.0					
			49	20.0					

Annexe N°2

3
84 0.0 1
92 5.0 1
107 10.0 1
115 15.0 1
130 20.0 1
138 25.0 1
153 30.0 1
1 0.1 0.365 1 1
7
15
23
38
46
61
69
84
23 3
21 84 69 61
14 61 46 38
7 38 23 15
7 15 14 13
7 0.0 0.0 0.0
6 13 12 11
6 0.0 0.0 0.0
5 11 10 9
5 0.0 0.0 0.0
4 9 8 7
4 0.0 0.0 0.0
3 7 6 5
3 0.0 0.0 0.0
2 5 4 3
2 0.0 0.0 0.0
1 3 2 1
1 0.0 0.0 0.0
1 1 16 24
1 0.0 0.0 0.0
8 24 39 47
8 0.0 0.0 0.0
15 47 62 70
15 0.0 0.0 0.0
22 70 85 93
22 0.0 0.0 0.0
29 93 108 116
29 0.0 0.0 0.0
36 116 131 139
36 0.0 0.0 0.0
36 139 140 141
36 0.0 0.0 0.0
37 141 142 143
37 0.0 0.0 0.0
38 143 144 145

Annexe N°2

38 0.0 0.0 0.0
39 145 146 147
39 0.0 0.0 0.0
40 147 148 149
40 0.0 0.0 0.0
41 149 150 151
41 0.0 0.0 0.0
42 151 152 153
42 0.0 0.0 0.0

N.B

153 42 3 8 1 1 4 2 2 100 2 0.00 0.00015 104 8 60.0

NPOIN = 153 nombre de point

NELEM = 42 nombre d'élément

IBCON = 3 code pour des types de frontière (Dirichlet type, Neuman type, Dirichlet et Neuman type)

NNODE = 8 nombre de nœud de chaque élément

NDOFN = 1 nombre de variable d'indépendante à résoudre de chaque nœud (pression de l'eau)

NMATS = 1 nombre total de différents matériaux (sable moyen)

NPROP = 4 : nombre de propriétés de sol

NGAUS = 2 nombre de dimensions de coordonnées

NDIME = 2

NCYCLE = 100 nombre de cycle de temps pour chaque boucle

NGPON = 2 ordre de formule d'intégration

RECH= 0.000 recharge

SPEST= 0.00015

NPOINT= 104 l'ensemble des nœuds faisant le coin de tous les éléments dans le milieu

NEDGE= 8 est le nombre de nœuds faisant le coin au dessus du milieu

HSTART= 60.0 la hauteur de la charge hydraulique à l'état initial

Annexe N°2

**2 : Présentation de quelques résultats de l'évolution de la surface libre (surface de pression nulle)
Sous forme des tableaux pour le cas de drainage modèle N°01**

Tableau1 : valeurs de l'évolution de la surface libre (surface de pression nulle $\Psi=0$) en fonction de t pour le cas de drainage $H_1=0,6$ et $H_2=0,3$ m pour un écoulement sans recharge $q=0$ (**modèle N°01 2^{ème} cas**)

X(m)	0	1 min	3min	8min	18 min	33 min	60 min
0	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
0,5	0,6	0,6	0,6	0,6	0,58	0,57	0,57
1	0,6	0,6	0,6	0,58	0,56	0,55	0,53
1,5	0,6	0,6	0,59	0,56	0,54	0,51	0,5
2	0,6	0,6	0,58	0,54	0,51	0,47	0,46
2,5	0,6	0,585	0,56	0,51	0,46	0,43	0,41
3	0,6	0,57	0,5	0,44	0,4	0,37	0,36
3,5	0,6	0,48	0,38	0,32	0,31	0,3	0,3

Tableau2: valeurs de l'évolution de la surface libre (surface de pression nulle $\Psi=0$) en fonction de t pour le cas de drainage $H_1=0,6$ et $H_2=0$ avec $q=0$ (**modèle N°01 2^{ème} cas**)

X(m)	temps (min)						
	0	1	3	8	18	53	83
0	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
0,5	0,6	0,6	0,6	0,6	0,58	0,56	0,56
1	0,6	0,6	0,6	0,57	0,55	0,52	0,51
1,5	0,6	0,6	0,58	0,56	0,52	0,48	0,46
2	0,6	0,59	0,57	0,53	0,47	0,42	0,39
2,5	0,6	0,58	0,55	0,49	0,4	0,34	0,31
3	0,6	0,55	0,47	0,42	0,3	0,23	0,22
3,5	0,6	0,46	0,31	0,27	0,14	0,08	0,08

Tableau3 : valeurs de l'évolution de la surface libre (surface de pression nulle $\Psi=0$) en fonction de t pour le cas de drainage $H_1=0,6$ et $H_2=0,3$ m pour un écoulement avec recharge $q=1$ m/j (**modèle N°01 2^{ème} cas**)

X(m)	temps (min)						
	0	1	3	8	18	33	70
0	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
0,5	0,6	0,61	0,6	0,6	0,59	0,58	0,57
1	0,6	0,61	0,6	0,59	0,58	0,56	0,54
1,5	0,6	0,6	0,6	0,57	0,55	0,53	0,52
2	0,6	0,6	0,59	0,56	0,52	0,49	0,48
2,5	0,6	0,59	0,57	0,53	0,48	0,44	0,42
3	0,6	0,58	0,52	0,49	0,43	0,39	0,37
3,5	0,6	0,55	0,47	0,4	0,33	0,31	0,31

Annexe N°2

Tableau4: valeurs de l'évolution de la surface libre (surface de pression nulle $\Psi=0$) en fonction de t pour le cas de drainage $H_1=0,6$ et $H_2=0,0m$ pour un écoulement avec recharge $q=1m^3/j$ (**modèle N°01 2^{ème} cas**)

X(m)	temps (min)						
	0	1	3	8	18	53	90
0	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
0,5	0,6	0,61	0,6	0,6	0,59	0,57	0,57
1	0,6	0,61	0,6	0,58	0,56	0,54	0,52
1,5	0,6	0,6	0,59	0,57	0,53	0,5	0,48
2	0,6	0,59	0,58	0,55	0,49	0,45	0,43
2,5	0,6	0,58	0,57	0,51	0,43	0,38	0,35
3	0,6	0,57	0,55	0,47	0,35	0,29	0,26
3,5	0,6	0,55	0,49	0,39	0,18	0,14	0,14

Tableau 5 : valeurs de l'évolution de la surface libre (surface de pression nulle $\Psi=0$) en fonction de t pour le cas de drainage $H_1=0$ et $H_2=0m$ pour un écoulement sans recharge $q=0$ (**modèle N°01 1^{er} cas**)

X(m)	temps en (min)								
	0	1	3	8	18	33	53	83	143
0	0,6	0,51	0,45	0,35	0,25	0,2	0,15	0,11	0,1
0,5	0,6	0,49	0,43	0,33	0,24	0,19	0,15	0,11	0,1
1	0,6	0,47	0,41	0,32	0,23	0,18	0,13	0,08	0,08
1,5	0,6	0,43	0,39	0,3	0,22	0,17	0,11	0,07	0,07
2	0,6	0,41	0,38	0,28	0,21	0,16	0,11	0,06	0,06
2,5	0,6	0,38	0,34	0,27	0,19	0,14	0,1	0,06	0,05
3	0,6	0,35	0,3	0,25	0,18	0,13	0,09	0,05	0,05
3,5	0,6	0,25	0,2	0,14	0,1	0,05	0,05	0,04	0,04

Tableau 6 : valeurs de l'évolution de la surface libre (surface de pression nulle $\Psi=0$) en fonction de t pour le cas de drainage $H_1=0$ et $H_2=0m$ pour un écoulement avec recharge $q=1m^3/j$ (**modèle N°01 1^{er} cas**)

X(m)	temps (min)								
	0	1	3	8	18	33	53	83	143
0	0,6	0,57	0,52	0,45	0,42	0,41	0,41	0,41	0,41
0,5	0,6	0,56	0,5	0,43	0,41	0,38	0,37	0,36	0,36
1	0,6	0,55	0,48	0,41	0,39	0,35	0,34	0,34	0,34
1,5	0,6	0,53	0,45	0,39	0,36	0,33	0,32	0,31	0,31
2	0,6	0,5	0,42	0,37	0,33	0,3	0,29	0,29	0,29
2,5	0,6	0,46	0,36	0,3	0,29	0,26	0,24	0,22	0,22
3	0,6	0,4	0,3	0,25	0,23	0,2	0,19	0,19	0,19
3,5	0,6	0,25	0,2	0,13	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09

Annexe N°2

3 : Données d'entrée (input data) pour le modèle N°2 digue d'un barrage en terre (voir figure V.10a §V.7.2)

1

UNSATURATED AND SATURATED FLOW

```

309 90 3 8 1 1 4 2 2 100 2 0.001 0.00015 210 10 600.0
 1 1 1 20 30 31 32 21 3 2
 2 1 3 21 32 33 34 22 5 4
 3 1 5 22 34 35 36 23 7 6
 4 1 7 23 36 37 38 24 9 8
 5 1 9 24 38 39 40 25 11 10
 6 1 11 25 40 41 42 26 13 12
 7 1 13 26 42 43 44 27 15 14
 8 1 15 27 44 45 46 28 17 16
 9 1 17 28 46 47 48 29 19 18
10 1 30 49 59 60 61 50 32 31
11 1 32 50 61 62 63 51 34 33
12 1 34 51 63 64 65 52 36 35
13 1 36 52 65 66 67 53 38 37
14 1 38 53 67 68 69 54 40 39
15 1 40 54 69 70 71 55 42 41
16 1 42 55 71 72 73 56 44 43
17 1 44 56 73 74 75 57 46 45
18 1 46 57 75 76 77 58 48 47
19 1 59 78 88 89 90 79 61 60
20 1 61 79 90 91 92 80 63 62
21 1 63 80 92 93 94 81 65 64
22 1 65 81 94 95 96 82 67 66
23 1 67 82 96 97 98 83 69 68
24 1 69 83 98 99 100 84 71 70
25 1 71 84 100 101 102 85 73 72
26 1 73 85 102 103 104 86 75 74
27 1 75 86 104 105 106 87 77 76
28 1 88 107 117 118 119 108 90 89
29 1 90 108 119 120 121 109 92 91
30 1 92 109 121 122 123 110 94 93
31 1 94 110 123 124 125 111 96 95
32 1 96 111 125 126 127 112 98 97
33 1 98 112 127 128 129 113 100 99
34 1 100 113 129 130 131 114 102 101
35 1 102 114 131 132 133 115 104 103
36 1 104 115 133 134 135 116 106 105
37 1 117 136 146 147 148 137 119 118
38 1 119 137 148 149 150 138 121 120
39 1 121 138 150 151 152 139 123 122
40 1 123 139 152 153 154 140 125 124
41 1 125 140 154 155 156 141 127 126
42 1 127 141 156 157 158 142 129 128
43 1 129 142 158 159 160 143 131 130
44 1 131 143 160 161 162 144 133 132
45 1 133 144 162 162 164 145 135 134
    
```

Annexe N°2

46	1	146	165	175	176	177	166	148	147
47	1	148	166	177	178	179	167	150	149
48	1	150	167	179	180	181	168	152	151
49	1	152	168	181	182	183	169	154	153
50	1	154	169	183	184	185	170	156	155
51	1	156	170	185	186	187	171	158	157
52	1	158	171	187	188	189	172	160	159
53	1	160	172	189	190	191	173	162	161
54	1	162	173	191	192	193	174	164	163
55	1	175	194	204	205	206	195	177	176
56	1	177	195	206	207	208	196	179	178
57	1	179	196	208	209	210	197	181	180
58	1	181	197	210	211	212	198	183	182
59	1	183	198	212	213	214	199	185	184
60	1	185	199	214	215	216	200	187	186
61	1	187	200	216	217	218	201	189	188
62	1	189	201	218	219	220	202	191	190
63	1	191	202	220	221	222	203	193	192
64	1	204	223	233	234	235	224	206	205
65	1	206	224	235	236	237	225	208	207
66	1	208	225	237	238	239	226	210	209
67	1	210	226	239	240	241	227	212	211
68	1	212	227	241	242	243	228	214	213
69	1	214	228	243	244	245	229	216	215
70	1	216	229	245	246	247	230	218	217
71	1	218	230	247	248	249	231	220	219
72	1	220	231	249	250	251	232	222	221
73	1	233	252	262	263	264	253	235	234
74	1	235	253	264	265	266	254	237	236
75	1	237	254	266	267	268	255	239	238
76	1	239	255	268	269	270	256	241	240
77	1	241	256	270	271	272	257	243	242
78	1	243	257	272	273	274	258	245	244
79	1	245	258	274	275	276	259	247	246
80	1	247	259	276	277	278	260	249	248
81	1	249	260	278	279	280	261	251	250
82	1	262	281	291	292	293	282	264	263
83	1	264	282	293	294	295	283	266	265
84	1	266	283	295	296	297	284	268	267
85	1	268	284	297	298	299	285	270	269
86	1	270	285	299	300	301	286	272	271
87	1	272	286	301	302	303	287	274	273
88	1	274	287	303	304	305	288	276	275
89	1	276	288	305	306	307	289	278	277
90	1	278	289	307	308	309	290	280	279

Annexe N°2

1	00.0	600.0	150	200.0	300.0	299	400.0	0.0
3	100.0	600.0	152	300.0	300.0	301	500.0	0.0
5	200.0	600.0	154	400.0	300.0	303	600.0	0.0
7	300.0	600.0	156	500.0	300.0	305	700.0	0.0
9	400.0	600.0	158	600.0	300.0	307	800.0	0.0
11	500.0	600.0	160	700.0	300.0	309	900.0	0.0
13	600.0	600.0	162	800.0	300.0			
15	700.0	600.0	164	900.0	300.0			
17	800.0	600.0	175	00.0	240.0			
19	900.0	600.0	177	100.0	240.0			
30	00.0	540.0	179	200.0	240.0			
32	100.0	540.0	181	300.0	240.0			
34	200.0	540.0	183	400.0	240.0			
36	300.0	540.0	185	500.0	240.0			
38	400.0	540.0	187	600.0	240.0			
40	500.0	540.0	189	700.0	240.0			
42	600.0	540.0	191	800.0	240.0			
44	700.0	540.0	193	900.0	240.0			
46	800.0	540.0	204	00.0	180.0			
48	900.0	540.0	206	100.0	180.0			
59	00.0	480.0	208	200.0	180.0			
61	100.0	480.0	210	300.0	180.0			
63	200.0	480.0	212	400.0	180.0			
65	300.0	480.0	214	500.0	180.0			
67	400.0	480.0	216	600.0	180.0			
69	500.0	480.0	218	700.0	180.0			
71	600.0	480.0	220	800.0	180.0			
73	700.0	480.0	222	900.0	180.0			
75	800.0	480.0	233	00.0	120.0			
77	900.0	480.0	235	100.0	120.0			
88	00.0	420.0	237	200.0	120.0			
90	100.0	420.0	239	300.0	120.0			
92	200.0	420.0	241	400.0	120.0			
94	300.0	420.0	243	500.0	120.0			
96	400.0	420.0	245	600.0	120.0			
98	500.0	420.0	247	700.0	120.0			
100	600.0	420.0	249	800.0	120.0			
102	700.0	420.0	251	900.0	120.0			
104	800.0	420.0	262	00.0	60.0			
106	900.0	420.0	264	100.0	60.0			
117	000.0	360.0	266	200.0	60.0			
119	100.0	360.0	268	300.0	60.0			
121	200.0	360.0	270	400.0	60.0			
123	300.0	360.0	272	500.0	60.0			
125	400.0	360.0	274	600.0	60.0			
127	500.0	360.0	276	700.0	60.0			
129	600.0	360.0	278	800.0	60.0			
131	700.0	360.0	280	900.0	60.0			
133	800.0	360.0	291	00.0	0.0			
135	900.0	360.0	293	100.0	0.0			
146	00.0	300.0	295	200.0	0.0			
148	100.0	300.0	297	300.0	0.0			

Annexe N°2

10		52	90.0	104	180.0	156	300.0	208	420.0	260	510.0
1	0.0	53	90.0	105	180.0	157	300.0	209	420.0	261	510.0
2	0.0	54	90.0	106	180.0	158	300.0	210	420.0	262	540.0
3	0.0	55	90.0	107	210.0	159	300.0	211	420.0	263	540.0
4	0.0	56	90.0	108	210.0	160	300.0	212	420.0	264	540.0
5	0.0	57	90.0	109	210.0	161	300.0	213	420.0	265	540.0
6	0.0	58	90.0	110	210.0	162	300.0	214	420.0	266	540.0
7	0.0	59	120.0	111	210.0	163	300.0	215	420.0	267	540.0
8	0.0	60	120.0	112	210.0	164	300.0	216	420.0	268	540.0
9	0.0	61	120.0	113	210.0	165	330.0	217	420.0	269	540.0
10	0.0	62	120.0	114	210.0	166	330.0	218	420.0	270	540.0
11	0.0	63	120.0	115	210.0	167	330.0	219	420.0	271	540.0
12	0.0	64	120.0	116	210.0	168	330.0	220	420.0	272	540.0
13	0.0	65	120.0	117	240.0	169	330.0	221	420.0	273	540.0
14	0.0	66	120.0	118	240.0	170	330.0	222	420.0	274	540.0
15	0.0	67	120.0	119	240.0	171	330.0	223	450.0	275	540.0
16	0.0	68	120.0	120	240.0	172	330.0	224	450.0	276	540.0
17	0.0	69	120.0	121	240.0	173	330.0	225	450.0	277	540.0
18	0.0	70	120.0	122	240.0	174	330.0	226	450.0	278	540.0
19	0.0	71	120.0	123	240.0	175	360.0	227	450.0	279	540.0
20	30.0	72	120.0	124	240.0	176	360.0	228	450.0	280	540.0
21	30.0	73	120.0	125	240.0	177	360.0	229	450.0	281	570.0
22	30.0	74	120.0	126	240.0	178	360.0	230	450.0	282	570.0
23	30.0	75	120.0	127	240.0	179	360.0	231	450.0	283	570.0
24	30.0	76	120.0	128	240.0	180	360.0	232	450.0	284	570.0
25	30.0	77	120.0	129	240.0	181	360.0	233	480.0	285	570.0
26	30.0	78	150.0	130	240.0	182	360.0	234	480.0	286	570.0
27	30.0	79	150.0	131	240.0	183	360.0	235	480.0	287	570.0
28	30.0	80	150.0	132	240.0	184	360.0	236	480.0	288	570.0
29	30.0	81	150.0	133	240.0	185	360.0	237	480.0	289	570.0
30	60.0	82	150.0	134	240.0	186	360.0	238	480.0	290	570.0
31	60.0	83	150.0	135	240.0	187	360.0	239	480.0	291	600.0
32	30.0	84	150.0	136	270.0	188	360.0	240	480.0	292	600.0
33	60.0	85	150.0	137	270.0	189	360.0	241	480.0	293	600.0
34	60.0	86	150.0	138	270.0	190	360.0	242	480.0	294	600.0
35	60.0	87	150.0	139	270.0	191	360.0	243	480.0	295	600.0
36	60.0	88	180.0	140	270.0	192	360.0	244	480.0	296	600.0
37	60.0	89	180.0	141	270.0	193	360.0	245	480.0	297	600.0
38	60.0	90	180.0	142	270.0	194	390.0	246	480.0	298	600.0
39	60.0	91	180.0	143	270.0	195	390.0	247	480.0	299	600.0
40	60.0	92	180.0	144	270.0	196	390.0	248	480.0	300	600.0
41	60.0	93	180.0	145	270.0	197	390.0	249	480.0	301	600.0
42	60.0	94	180.0	146	300.0	198	390.0	250	480.0	302	600.0
43	60.0	95	180.0	147	300.0	199	390.0	251	480.0	303	600.0
44	60.0	96	180.0	148	300.0	200	390.0	252	510.0	304	600.0
45	60.0	97	180.0	149	300.0	201	390.0	253	510.0	305	600.0
46	60.0	98	180.0	150	300.0	202	390.0	254	510.0	306	600.0
47	60.0	99	180.0	151	300.0	203	390.0	255	510.0	307	600.0
48	60.0	100	180.0	152	300.0	204	420.0	256	510.0	308	600.0
49	90.0	101	180.0	153	300.0	205	420.0	257	510.0	309	600.0
50	90.0	102	180.0	154	300.0	206	420.0	258	510.0		
51	90.0	103	180.0	155	300.0	207	420.0	259	510.0		

Annexe N°2

1 1 1 1 1	26 3
17	72 251 232 222
19	63 222 203 193
29	54 193 174 164
48	45 164 145 135
58	36 135 116 106
77	27 106 87 77
87	18 77 58 48
106	9 48 29 19
116	9 19 18 17
135	9 0.001 0.001 0.001
145	8 17 16 15
164	8 0.001 0.001 0.001
174	7 15 14 13
193	7 0.001 0.001 0.001
203	6 13 12 11
222	6 0.001 0.001 0.001
232	5 11 10 9
251	5 0.001 0.001 0.001
	4 9 8 7
	4 0.001 0.001 0.001
	3 7 6 5
	3 0.001 0.001 0.001
	2 5 4 3
	2 0.001 0.001 0.001
	1 3 2 1
	1 0.001 0.001 0.001
	82 291 292 293
	82 0.00 0.00 0.00
	83 293 294 295
	83 0.0 0.0 0.0
	84 295 296 297
	84 0.0 0.0 0.0
	85 297 298 299
	85 0.0 0.0 0.0
	86 299 300 301
	86 0.0 0.0 0.0
	87 301 302 303
	87 0.0 0.0 0.0
	88 303 304 305
	88 0.0 0.0 0.0
	89 305 306 307
	89 0.0 0.0 0.0
	90 307 308 309
	90 0.0 0.0 0.0

4- Présentation de quelque résultat de l'évolution de la surface libre (surface de pression nulle) sous forme des tableaux pour le cas de barrage en terre

Tableau 7 : valeurs de l'évolution de la surface libre surface de pression nulle en fonction du temps pour le cas de la digue d'un barrage en terre $H_1=6m$, $H_2=1.2 m$ pour un écoulement sans recharge $q=0$ (modèle N°02)

X(m)	0	1min	8min	20 min	53min	90min	143 min	180min
0	6	6	6	6	6	6	6	6
1	6,00	6,00	6,00	5,90	5,80	5,80	5,80	5,80
2	6,00	6,00	5,90	5,80	5,70	5,60	5,50	5,50
3	6,00	6,00	5,90	5,70	5,50	5,40	5,20	5,20
4	6,00	6,00	5,85	5,60	5,40	5,10	5,00	4,80
5	6,00	5,95	5,80	5,50	5,10	4,80	4,60	4,40
6	6,00	5,90	5,75	5,30	4,90	4,50	4,20	4,00
7	6,00	5,85	5,65	5,20	4,60	4,00	3,70	3,40
8	6,00	5,80	5,60	5,00	4,20	3,50	3,10	2,80
9	6,00	5,70	5,40	4,60	3,20	2,30	1,90	1,90

Tableau 8 : valeurs de l'évolution de la surface libre surface de pression nulle en fonction du temps pour le cas de la digue d'un barrage en terre $H_1=6m$, $H_2=1.2 m$ pour un écoulement avec recharge $q=1m^3/j$ (modèle N°02)

X(m)	0	1min	8 min	20 min	50 min	90 min	143 min	190 min	200 min
0	6	6	6	6	6	6	6	6	6
1	6,00	6,10	6,00	5,95	5,90	5,90	5,90	5,90	5,9
2	6,00	6,10	6,00	5,90	5,80	5,80	5,80	5,80	5,8
3	6,00	6,10	5,95	5,80	5,60	5,50	5,40	5,30	5,2
4	6,00	6,05	5,90	5,70	5,50	5,30	5,10	5,00	4,9
5	6,00	5,95	5,85	5,60	5,30	5,00	4,80	4,60	4,5
6	6,00	5,95	5,80	5,50	5,00	4,80	4,60	4,20	4,2
7	6,00	5,90	5,75	5,40	4,80	4,40	4,20	3,60	3,5
8	6,00	5,90	5,70	5,20	4,40	3,80	3,35	3,10	3
9	6,00	5,80	5,60	4,80	3,60	2,80	2,28	2,10	2,1

Références

bibliographiques

- Ahmad AL BITAR (2007)** ; « Modélisation des écoulements en milieu poreux hétérogènes 2D / 3D, avec couplages surface / souterrain et densitaires » thèse pour l'obtention du grade de docteur à l'institut national polytechnique de Toulouse,
- Barbara Suski ; (2005)** ; « Caractérisation et suivi des écoulements hydriques dans les milieux poreux par la méthode du Potentiel Spontané » thèse de doctorat 2005AIX30051 pour l'obtention du grade de docteur à l'université Paul Cézanne Faculté de Droit, d'Économie et des Sciences d'Aix-Marseille III.
- Bonnet.M (1970)** ; « Mémento d'hydraulique souterraine » bureau de recherches géologiques et minières, service géologique national B.P. 6009 - 45 Orléans (02), 70 SGN 367 HYD.
- Boussinesq, J. (1904)**. Recherches théoriques sur l'écoulement des nappes infiltrées dans le sol ; compléments. Journal de mathématiques pures et appliquées, 10(1), 5-78 et 10 (4), 63-394.
- Cyril K. (2002)** ; Fonctionnement hydraulique des nappes superficielles de fonds de vallées en interaction avec le réseau hydrographique. Thèse de doctorat, Ecole Nationale du Génie Rural, des Eaux et Forêts. Paris
- Dere C. (2000)** ; Détermination de la surface libre d'une nappe superficielle drainée par un fossé à paroi verticale : étude expérimentale du phénomène de suintement. Mémoire DEA HHGG, Univ. Paris VI/Cemagref DEAN.
- El Hadji Bamba DIAW (1996)**; « modélisation du transfert d'eau en milieux poreux non saturé : application à l'étude de la recharge des nappes d'eaux souterraines en région soudano-sahélienne » thèse pour l'obtention du grade de docteur à l'université Louis Pasteur de Strasbourg.
- François Renard (2002)** ; « cours d'hydrogéologie »
- Gérard Dégout et Royet paul (1995)** ; « aide mémoire Hydraulique des sols »
- Hamza A (2007)** ; « simulation des écoulements transitoires en milieux saturés et non saturés » thèse pour l'obtention du grade de docteur d'état à l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou.
- Khaled Meftah (2008)** ; « cours et exercice de mécanique des sols »
- Lam, L., Fredlund, D.G. (1984)**. Advances in Water Resources, 7, 132-136.
- Messameh, A. (1996)**. Simulation numérique des écoulements souterrains en régime transitoire- Application au barrage zoné de Biskra. Thèse de Magister, ENP Alger.
- Muskat, M. (1946)**. The flow of homogeneous fluids through porous media. J.W. Edwards, Inc. (Publ.), Ann Arbor, Michigan, 712 p.
- Neuman, S.P. (1973)**. Saturated-Unsaturated Seepage by Finite Elements. Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 99, No. HY12, 1973, pp. 2233-2250.
- Pierre HUMBERT - Chef de la section modèle numérique - Laboratoire central des Ponts et Chaussées (1984 - Réf. 2920)** ; « Application de la méthode des éléments finis

- Pierre MAZET(2008)** ; « influence des écoulements transitoires sur la mobilité du strontium dans les sols partiellement saturés en eau » thèse pour l'obtention du grade de docteur à l'université Joseph Fourier – Grenoble I, Spécialité : Sciences de la Terre et de l'Univers.
- Polubarinova-Kochina, P. Ya. (1962)**. Theory of ground water movement. Princeton University Press, Princeton, N. J.
- Richards, L.A., Gardner, W. (1938)**. Tensiometers for measuring the capillary tension of soil water. Journal of American Society of Agronomy, vol. 28, pp. 352-358.
- Shamsai, A., Narasimhan, T.N. (1991)**. A numerical investigation of free surface-seepage face relationship under steady state flow conditions. Water Resour. Res., 27 (3), pp., 409-421.
- Stéphanie. S (1992)** ; « Transfert de radioéléments en zone non saturée. Etude expérimentale et modélisation appliquées au Site Pilote de Tchernobyl » thèse pour l'obtention du grade de docteur à l'université Joseph Fourier- Grenoble I, Spécialité : Sciences de la Terre et de l'Univers.
Aux écoulements en milieu poreux »
- Van Genuchten, M. Th. (1980)**. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. Soil Sci. Soc. Am. J., 44, 892-898.
- Vincent ROBITAILLE et Denis TREMBLAY (1997)** ; « Mécanique des sols théorie et pratique » ouvrage réalisé sous la responsabilité du cégep de Chicoutimi, en collaboration avec le cégep de Baie-Comeau. N° Géot 268
- Xiang-Ling LI (1999)** ; « Comportement Hydromécanique des Sols Fins : de l'état saturé à l'état non saturé » thèse pour l'obtention du grade de docteur en Sciences appliquées à l'Université de Liège.
- Youngs, E.G. (1965)**. Horizontal seepage through unconfined aquifers with hydraulic conductivity varying with depth. J. Hydrol., 3, pp. 283-296.
- Youngs, E.G. (1990)**. An examination of computed steady state water table heights in unconfined aquifers: Dupuit-Forchheimer estimates and exact analytical results. J. Hydrol., 119, 201-214.
- Youngs, E.G. (1999)**. Non-steady flow to drains", in "Agricultural Drainage, Skaggs, van Schilgaarde (Eds.), ASAE-CSSA-SSS, Madison, WI (Publish.), 265-296.
- Zaoui, J. (1964)**. Les écoulements en milieu poreux et l'hypothèse de Dupuit. La Houille