



Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou
Faculté de Génie électrique et d'informatique
Département d'électrotechnique



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de master académique

Filière :
Génie Electrique
Option :
Entrainements Electriques

Par : HAKEM Samira
Ingénieur d'Etat en Electrotechnique

Thème :

*Etude et conception par éléments finis de lanceurs électromagnétiques
à plusieurs étages*

Soutenu publiquement le 29/09/2016 devant le jury composé de :

Président : Mr Hassane MOHELLEBI

Professeur, UMMTO.

Promoteur : Mr Farid HOCINI

Maitre de conférences classe B UMMTO.

Co-Promoteur : Mr Meziane HAMEL

Doctorant UMMTO.

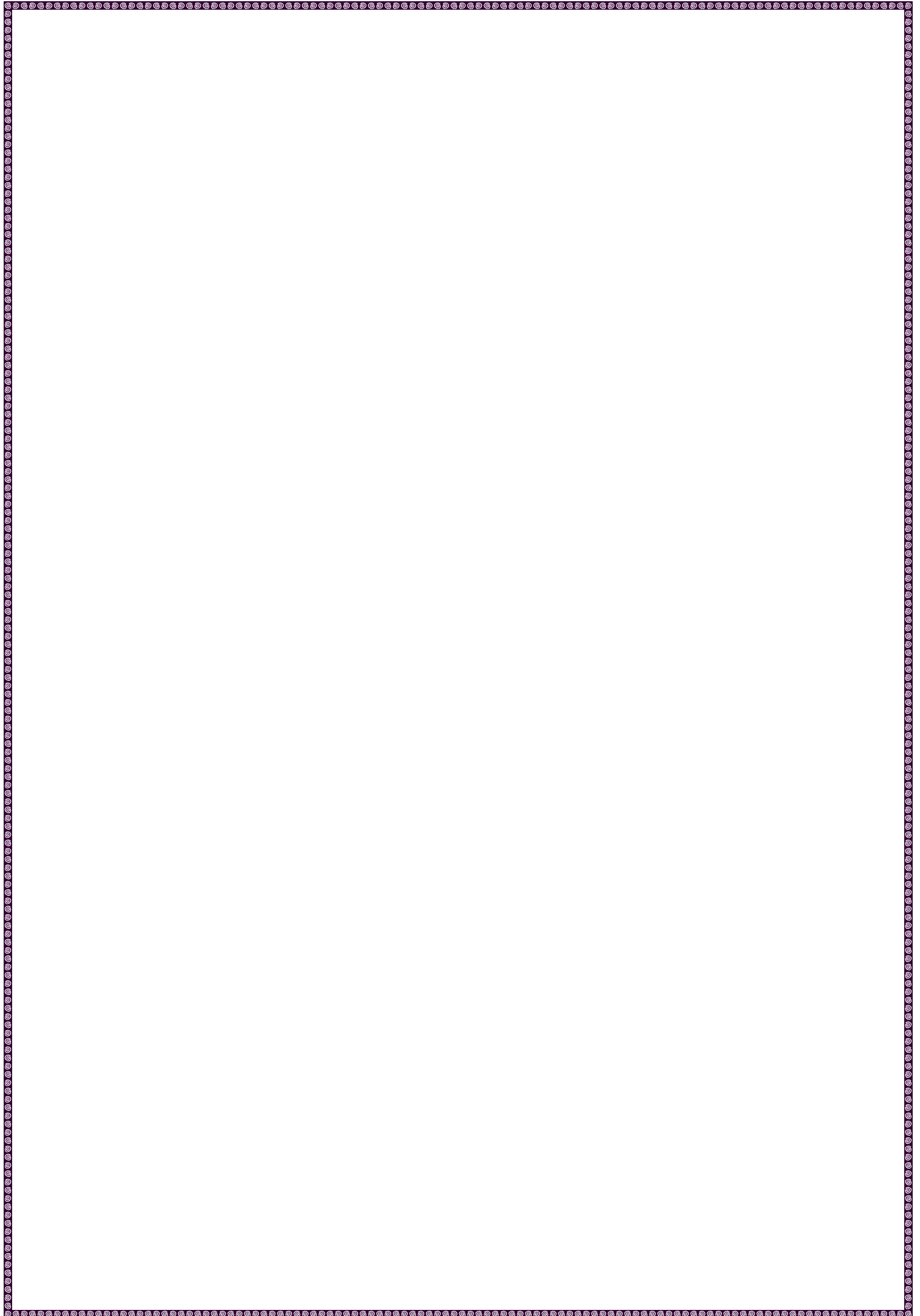
Examineurs .:

M^m Zhour OUDNI

Maitre-assistant classe B UMMTO.

Mr Ahmed Nait OUSLIMANE

Maitre-assistant classe B UMMTO.





Remerciements

Je tiens à remercier Dieu le tout puissant de m'avoir donné la santé, le courage et la volonté pour effectuer ce modeste travail.

J'adresse mes remerciements les plus sincères à Monsieur Farid HOCINI , maître de conférence classe B à l'université MOULOUD MAMMERI

de TIZI-OUZOU,

qui ma fait l'honneur d'accepter d'être mon promoteur.

A mon Co-promoteur Mr M.HAMEL pour avoir accepté de codiriger ce travail.

A Monsieur le Président de jury que je remercie d'avoir accepté de présider mon jury.

Hommage respectueux aux examinateurs qui ont évalué mon travail.

Comme je tiens à remercier Mr M.KESSI pour les conseils et tout l'aide qu'il ma apporté pondant la réalisation da ce travail.

A tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.





Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à :

Mon cher mari ;

Mes très chers parents ;

Mon frère et mes sœurs ;

Mes beaux parents ;

Mon beau frère et mes belles sœurs :

Mes très chers amies Fatma , Dihya , Zaina , Chrifa.

H.Samira



SOMMAIRE

Introduction Générale	1
CHAPITRE I : Généralités sur les machines linéaires	
I.1.introduction	3
I.2.Architecture des machines linéaires	3
I.3. Classification des machines linéaires.....	5
I.3.1.Classification des machines linéaires selon leurs géométries.....	5
I.3.1.a. Machine linéaire à géométrie tubulaire.....	5
I.3.1.b. Machine linéaire à géométrie plate	7
I.3.2. Classification des machines linéaires selon leurs mode de fonctionnement.....	9
I.3.2.1. Principe de fonctionnement des machines linéaires.....	9
I.4. Les particularités du moteur linéaire par rapport au moteur rotatif.....	15
I.5. Les effets d'extrémités des machines linéaires.....	15
I.5.1. Les effets d'extrémités de longueur finie-effets longitudinaux.....	15
I.5.2. Les effets d'extrémités de largeur finie-effets transversaux	16
I.6. Les avantages et les inconvénients des machines linéaires	17
I.6.1. Les avantages	17
I.6.2. Les inconvénients.....	17
I.7. Domaine d'application.....	17
I.8. Perspectives	18
Conclusion.....	19
CHAPITRE II : Généralités sur les matériaux magnétiques	
II.1. Introduction	20
II.2.Magnétisme à l'échelle atomique	20
II.3.Origine du magnétisme.....	20
II.4.Moment magnétique atomique	20
II.5.Définition des grandeurs fondamentales	21
II.5.1. Notion de champ.....	21
II.5.2.Champ électrique	21
II.5.3.Densité de charges	22
II.5.4.Densité de courant J.....	22

SOMMAIRE

II.5.5.Champ magnétique.....	23
II.5.5.Induction magnétique B.....	23
II.5.6.Aimantation et polarisation magnétique.....	24
1. Aimantation.....	24
2. Polarisation.....	24
II.5.7. Susceptibilité et perméabilité magnétique.....	24
1. Susceptibilité magnétique.....	24
2. Perméabilité magnétique.....	24
II.6.Classification des matériaux d'un point de vu magnétique.....	25
II.6.1.Diamagnétisme.....	25
II.6.2.Le paramagnétisme.....	26
II.6.3.Ferromagnétisme.....	26
II.6.4.Ferrimagnétisme.....	27
II.7.Le ferromagnétisme et matériaux ferromagnétiques.....	27
II.8.Théorie des domaines magnétiques.....	27
II.9.Bilan énergétique d'un cristal ferromagnétique.....	28
II.9.1.Energie d'échange.....	28
II.9.2.Energie magnétostatique.....	29
II.9.3.Energie d'anisotropie magnéto cristalline.....	29
II.9.4.Energie magnétostrictive.....	29
II.10.Expression de l'énergie d'anisotropie magnéto cristalline.....	30
a. Cas des systèmes cubiques.....	30
b. Cas des systèmes de basse symétrie.....	31
II.11.Aimantation des matériaux ferromagnétique et cycle d'hystérésis.....	31
II.12.Classification des matériaux ferromagnétiques.....	34
1. Matériaux magnétiques doux.....	34
2. Matériaux magnétiques durs.....	34
II.13. Les alliages dans les aciers.....	34
II.13.1. Les alliages fer-nickel.....	35
II.13.2. Les alliages fer-cobalt.....	35
II.13.3.Les alliages fer-silicium, aluminium.....	35
II.14.Domaine d'utilisation.....	36
II.14.1.Les transformateurs.....	36

SOMMAIRE

II.14.2.Les machines tournantes ‘moteur, générateur’	36
II.15.Les tôles magnétiques	36
II.15.1.Les tôle en fer et fer silicium à grains non orientés	36
II.15.2. Les tôle fer-silicium à grain orientés	37
II.16.Pertes dans les matériaux magnétiques.....	37
II.16.1.Pertes par hystérésis.....	37
II.16.2.Pertes par courants de Foucault	37
II.16.3.Les pertes supplémentaires ou par excès	37
II.17.Conclusion	37

CHAPITRE III : Modélisation numérique des lanceurs électromagnétiques

III.1.Introduction	38
III.2.. Equations de Maxwell	38
III.2.1. Forme différentielle des équations de Maxwell	38
III.2.2. Forme intégrale des équations de maxwell.....	39
III.3.Loïs de comportement des milieux	40
a. Loi d'Ohm.....	40
b. Relation magnétique.....	40
c. Relation diélectrique.....	41
III.4. Equations de continuité.....	42
III.5. Relations de passages.....	42
III.5.1. Discontinuité de la composante normale de l'induction électrique.....	42
III.5.2. Conservation de la composante tangentielle du champ électrique.....	43
III.5.3. Conservation de la composante normale de l'induction magnétique.....	43
III.5.4. Discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique.....	43
III.6.Les conditions aux limites	43
III.6.1. Condition de Dirichlet	43
III.6.2. Condition de Neumann.....	44
III.6.3. Condition Dirichlet et Neumann	44
III.6.4. Condition de périodicité et d'anti-périodicité	44
III.7. Hypothèses simplificatrices	44
III.8.Modèles physiques.....	45
III.8.1. Modèle magnétostatique	45

SOMMAIRE

III.8.1.1. Formulation magnétostatique en potentiel vecteur magnétique \vec{A}	46
III.8.2. Modèle magnétodynamique.....	46
III.8.2.1. Formulation magnétodynamique en potentiel vecteur magnétique \vec{A}	47
III.9. Méthodes d'analyse numérique du lanceur électromagnétique inductif.....	48
III.9.1. Méthode des différences finies.....	48
III.9.2. Méthode des intégrales de frontières.....	50
III.9.3 Méthode des volumes finis.....	50
III.9.4 Méthode des éléments finis.....	51
III.9.5. Formulation éléments finis des équations électromagnétiques.....	51
III.9.5.1. Formulation variationnelle.....	52
III.9.5.2. Méthode des résidus pondérés (projective).....	53
a) Principe de la méthode.....	53
b) Différentes méthodes déduites des résidus pondérés.....	54
III.9.5.3. Discrétisation du domaine d'étude (maillage).....	55
a) Eléments finis réels.....	55
b) Fonction d'interpolation.....	57
c) Fonction d'interpolation sur élément.....	58
b) Fonction d'approximation sur le domaine.....	58
III.9.6. Formulation éléments finis des équations électromagnétiques.....	59
III.9.6.1. Equation magnétostatique.....	59
a) Cas cartésien Cas axisymétrique.....	59
b) Cas axisymétrique.....	60
III.9.6.2. Equation magnétodynamique.....	62
a) Cas cartésien.....	62
b) Cas axisymétrique.....	64
III.10. Avantages et inconvénients de la méthode des éléments finis	64
a) Les avantages.....	64
b) Les inconvénients	65
III.11. Méthodes de calcul de la force magnétique	65
III.11.1. La méthode de la force de Lorentz.....	65
III.11.2. La méthode du tenseur de Maxwell.....	65

SOMMAIRE

III.11.3.La méthode de la variation de la Co-énergie ou de l'énergie magnétique.....	66
III.11.4. La méthode des travaux virtuels.....	66
III.12. Conclusion.....	67

CHAPITRE IV : Application et résultats

IV.1.Introduction.....	68
IV.2.Description du dispositif.....	68
IV.2.1.Organigramme de travail sur logiciel ANSYS Maxwell 2D.....	70
IV.2.2. Définition du problème	71
IV.2.3.Caractéristiques géométriques	71
IV.2.4.Caractéristiques physiques pour les différentes régions.....	73
IV.2.5.Equation électromagnétique.....	73
IV.3.Première application.....	74
IV.3.1.a. Alimentation du premier étage avec une densité de courant $J=30.10^6$ A/m ²	74
IV.3.1.b. Alimentation du premier étage avec la moitié de la densité de courant.....	78
IV.3.2.a Alimentation du deuxième étage avec une densité de courant $J=30.10^6$ A/m ²	80
IV.3.2.b. Alimentation du deuxième étage avec la moitié de la densité de courant.....	84
IV.3.3.a Alimentation du troisième étage avec une densité de courant $J=30.10^6$ A/m ²	86
IV.3.3.b. Alimentation du troisième étage avec la moitié de la densité de courant.....	90
IV.4.Deuxième application.....	92
IV.4.1.Alimentation de trios étages avec une densité de courant $J=30.10^6$ A/m ²	92
IV.5.Conclusion.....	93
Conclusion générale.....	94

Introduction générale

L'accélération électromagnétique est un concept qui a été étudié pendant au minimum huit décennies. En 1920, un canon électrique a été proposé par un ingénieur français, et un effort concentré a été fourni en Allemagne durant la dernière partie de deuxième guerre mondiale. Plusieurs études, concernant cette technologie, ont été ensuite menées pendant les années soixante mais celles-ci se voient entravées par le manque d'alimentation adéquate et de modèle de conception fiable. Les travaux de Rashleigh, Marshall et Barbe, menés à l'université nationale d'Australie, ont partiellement résolu ces problèmes.[21]

En effet, l'avancée considérable dans le domaine de la puissance impulsionnelle, pendant les décennies précédentes, a placé cette technologie de lancement dans le royaume de la praticabilité et des modèles de laboratoire sont visés pour le développement de systèmes pratiques plus performants. Cette possibilité de lancer des charges avec des vitesses considérablement élevées fournit une option attrayante pour les systèmes de défense militaire. Elle offre également un intérêt potentiel pour des applications spatiales de lancement.

Le lanceur électromagnétique est une forme de moteur électrique ou une armature conductrice est accélérée par la force produit par l'interaction entre une induction magnétique créée par des courants électriques circulant dans les bobines inductrices et un courant induit au sein de cette armature. Plusieurs formes de lanceurs ont été développées. On trouve principalement, les lanceurs à rails et les lanceurs inductifs. Ces derniers sont particulièrement intéressants pour des applications à grande vitesse puisque tout le courant dans l'armature est obtenu par induction sans utiliser de contacts électriques qui peuvent de manière significative limiter les performances du dispositif et la durée de vie du canon. [21]

Les lanceurs électromagnétiques inductifs sont utilisés dans divers domaines tels que, les domaines militaire, aéronautique et spatiale ...etc. Leur principe de fonctionnement est basé sur l'interaction entre le champ magnétique créé par les courants circulant dans les bobines inductrices (canon) et les courants induits dans la partie en mouvement (projectile). Les vitesses de ce type de systèmes sont très importantes.

Notre travail portera plus particulièrement sur l'étude d'un lanceur électromagnétique à plusieurs étages, avec sa modélisation en utilisant la méthode des éléments finis et l'évaluation de la force électromagnétique dans l'induit par la méthode de Lorentz en fonction

de déplacement. La simulation est effectuée en exploitant le logiciel ANSYS Maxwell. Pour se faire, ce mémoire est scindé en quatre chapitres et une conclusion.

Le premier chapitre concernera la présentation d'état de l'art sur les différentes conceptions des machines linéaires, leurs domaines d'applications, leurs avantages, et les inconvénients qui entravent leur développement.

Le second chapitre présente les matériaux et leurs propriétés physiques.

Le troisième chapitre sera consacré aux méthodes numériques, qui permettent la résolution des équations différentielles en termes de potentiel vecteur magnétique en mettant l'accent sur la méthode des éléments finis, qui sera exploitée dans notre travail.

Le quatrième et dernier chapitre sera dédié à la simulation de comportement électromagnétique de lanceur sous logiciel ANSYS Maxwell, par la suite seront donnés les résultats de simulation qu'on va interpréter.

Nous terminons par une conclusion générale, et nous proposerons quelques perspectives pour la continuation future de ce travail.

I.1.Introduction

De nos jours, le moteur linéaire est devenu de plus en plus populaire, on le trouve dans de nombreuses applications industrielles. Le moteur linéaire permet de générer directement une force de poussée sans aucun système intermédiaire de transformation de l'énergie de rotation en énergie de translation.

À l'instar de leurs homologues rotatifs, les machines linéaires sont énergétiquement réversibles. Donc elles peuvent être utilisées comme moteur où générateur.

Le plus grand défi a relevé par les concepteurs de systèmes d'entraînements électriques est celui de réduire les pertes de puissances, à cause des ressources énergétiques qui se fait de plus en plus rares. Les organes de transmissions sont responsables d'une grande partie de ces pertes. Ces derniers ne sont pas indispensables pour effectuer un entraînement, notamment grâce aux machines linéaires qui permettent un entraînement direct. Cela fait d'elles un centre d'intérêt pour les industriels [1].

I.2. Architecture des machines linéaires

Un moteur linéaire est un moteur électrique rotatif qui a été déroulé afin de substituer le couple créé au niveau du rotor par une force de poussée, pour créer un déplacement linéaire. Les machines linéaires sont composées de deux parties essentielles, l'inducteur et l'induit. L'une de ces parties peut se déplacer sous l'effet de la force d'interaction des champs magnétiques (inducteur -induit) tandis que l'autre reste fixe [2].

Pour les moteurs linéaires nous rencontrons fréquemment trois topologies :

- L'induit est mobile et l'inducteur est fixe comme illustré sur la figure I.1.

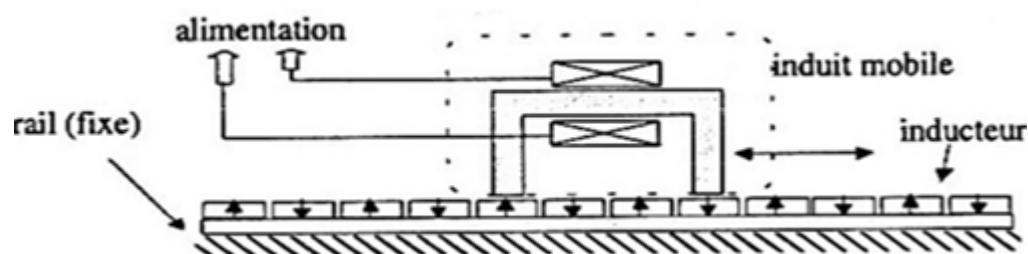


Figure I.1. «Moteur linéaire à induit mobile et inducteur fixe ».

- L'induit est fixe l'inducteur solidaire à son rail mobile comme mentionné sur la figure I.2.

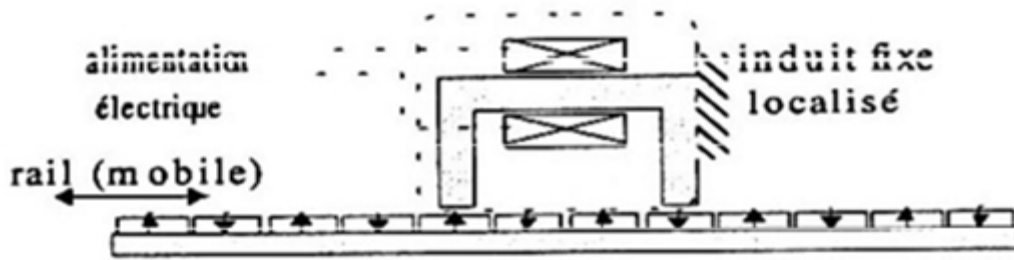


Figure I.2. « Moteur linéaire à induit fixe et inducteur mobile ».

- Inducteur mobile et induit fixe, mais qui est distribué le long du rail comme l'indique la figure I.3.

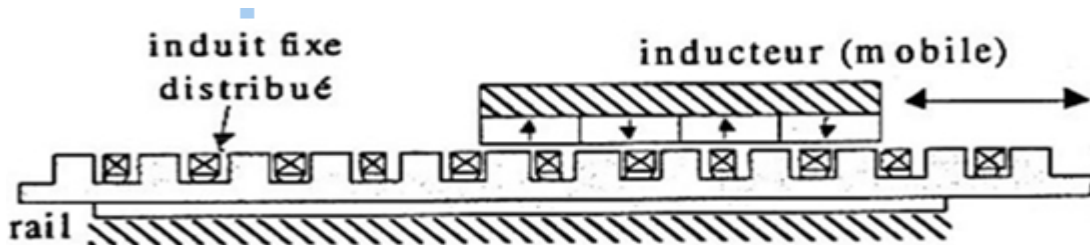
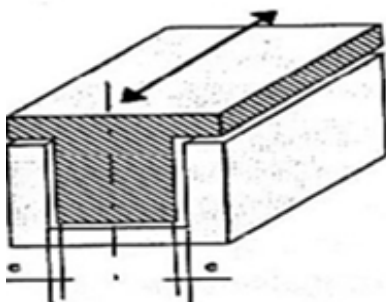
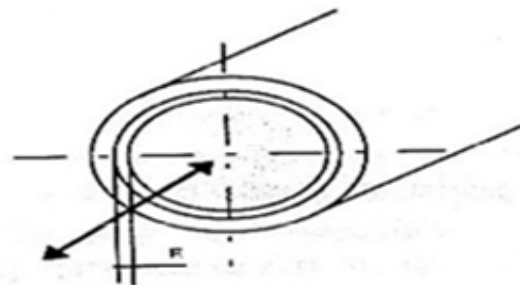


Figure I.3. « Moteur linéaire à inducteur mobile et induit fixe ».

Ces topologies offrent bien des avantages. Mais si la surface active d'entrefer est plane, les efforts normaux ne sont pas négligeables, ils sont nuisibles et considérés comme des parasites et peuvent atteindre des valeurs 100 fois supérieures à celle des efforts tangentiels utiles. Des géométries symétriques sont les solutions les plus adaptées à ce problème, dans la figure I.4 on propose deux géométries qui sont utilisées dans plusieurs applications industrielles [1].



A: forme en U



B: forme tubulaire.

Figure I.4. « Formes d'induit de la machine linéaire ».

Dans ce cas, la résultante des efforts normaux est partiellement compensée par le centrage, ce qui fait que l'équilibre obtenu est instable et il subsiste toujours un effort de décentrement ou de collage de la partie mobile sur la partie fixe. En effet, il est difficile d'avoir des pièces parfaites assurant un centrage idéal des parties mécaniques [3].

I.3. Classification des machines linéaire

La machine linéaire possède plusieurs types qui se diffèrent par leurs constructions et leurs modes de fonctionnements, de telle façon que toutes les machines rotatives possèdent leurs équivalents linéaires [11].

I.3.1. Classification des machines linéaire selon leur géométrie

La machine linéaire peut être classée selon d'autres critères, notamment ceux liés à sa géométrie comme indiqué sur la figure 1.5.

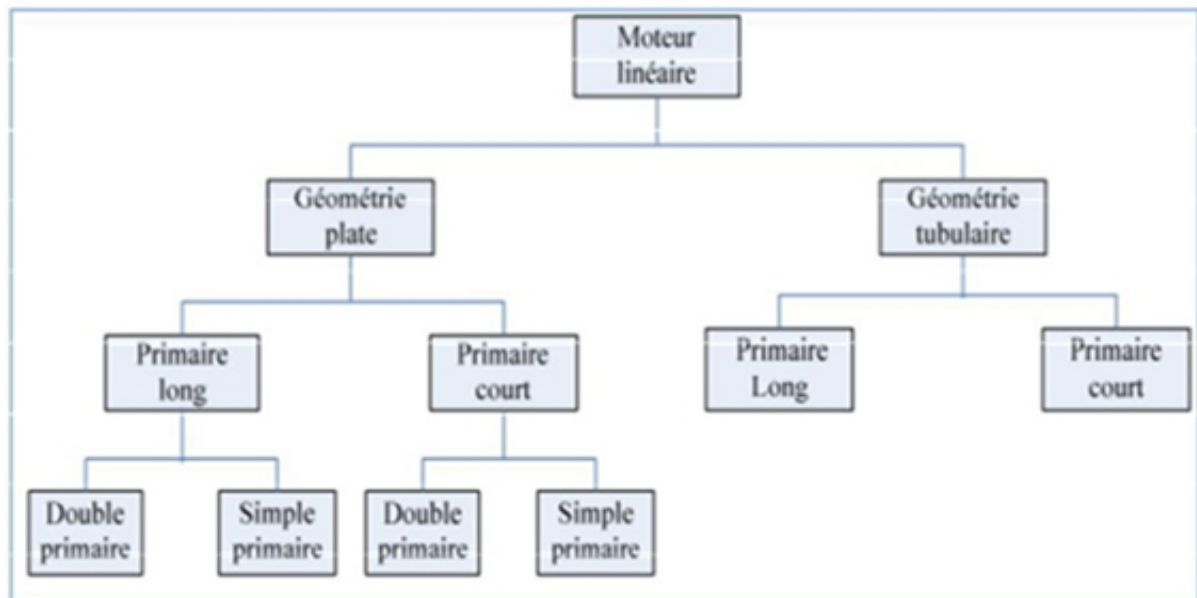


Figure I.5. «Schéma de classification des machines linéaires selon leurs géométries».

I.3.1.a. Machine linéaire à géométrie tubulaire

Elle est utilisée comme lanceur électromagnétique, où la maîtrise des paramètres de position et de vitesse de la partie mobile est fondamentale. Cette gamme compte deux types :

- Les machines linéaires à stator long, leur construction nécessite une quantité considérable en cuivre.

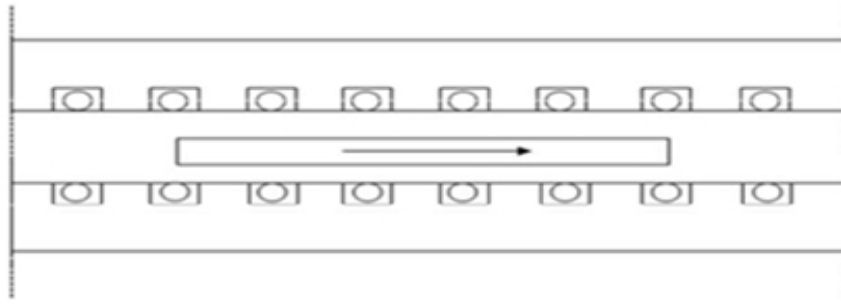


Figure I.6. «Machine linéaire à stator long».

- Machines linéaires à stator court qui sont dotées d'un système de rails en matériaux ferromagnétiques et d'un dispositif de contacts glissants pour l'alimentation de l'enroulement.

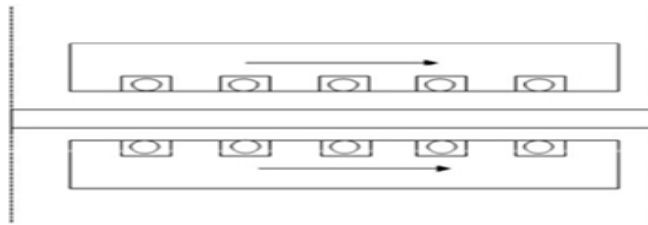


Figure I.7. « Machine linéaire à stator court ».

Les lanceurs électromagnétiques à induction sont utilisés pour des applications à grande vitesse. Dans notre étude nous nous intéresserons particulièrement aux lanceurs électromagnétiques inductifs.

Un lanceur électromagnétique est une forme de machine linéaire, il est constitué essentiellement d'une bobine et d'une armature conductrice. Cette dernière est accélérée par la force de Lorentz créée par une interaction d'un champ magnétique. La variation d'un courant dans le temps traversant la bobine crée un champ magnétique et ce dernier crée à son tour des courants induits au sein de l'armature selon la loi de Lenz. La force de Lorentz agit sur les courants circulant dans l'armature et la propulse. L'avantage d'utiliser les armatures conductrices par rapport au matériau ferromagnétique est principalement l'obtention des vitesses importantes. Afin d'obtenir des vitesses encore plus élevées, il est nécessaire de rajouter plusieurs bobine le long du chemin parcouru par l'armature conductrice [4].

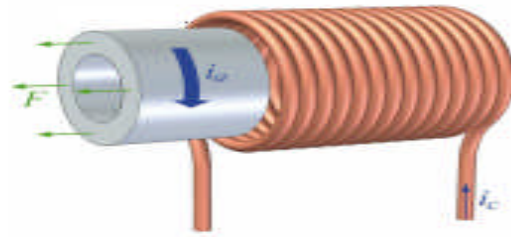


Figure I.8. «Représentation du principe de fonctionnement d'un lanceur électromagnétique tubulaire».

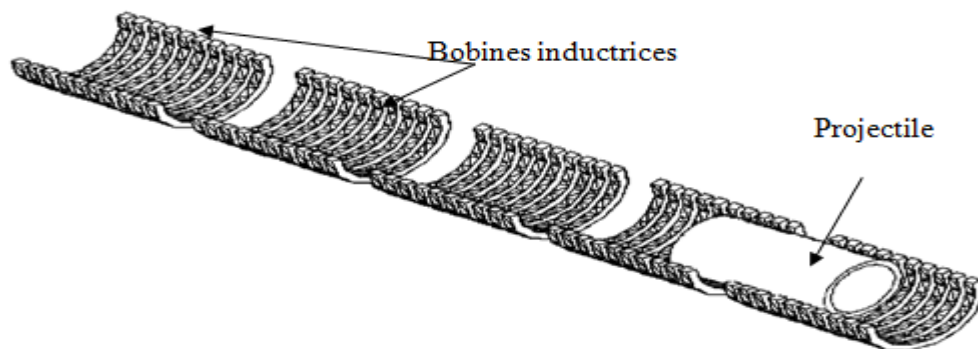


Figure I.9. «Représentation d'une coupe d'un lanceur électromagnétique tubulaire à plusieurs étages».

Les types de source d'alimentation des lanceurs électromagnétiques à induction peuvent être des courants alternatifs sinusoïdaux créés par des générateurs ou des courants de décharge créés par des bancs de condensateurs. La deuxième source d'alimentation est plus intéressante car elle met en jeu des courants très importants en un temps très réduit ce qui se traduit par la génération de vitesse de propulsion très importante.

I.3.1.b. Machine linéaire à géométrie plate

Leurs classifications suivent la même configuration que celle des machines tubulaires en un temps, chaque type se subdivise en deux types.

➤ Machine linéaire à stator court, simple inducteur

Elle est utilisée dans des dispositifs qui demandent beaucoup de précision, notamment dans la robotique destinée à l'usage médical. Également on peut les trouver dans des objets d'usage domestique, comme les lecteurs CD.

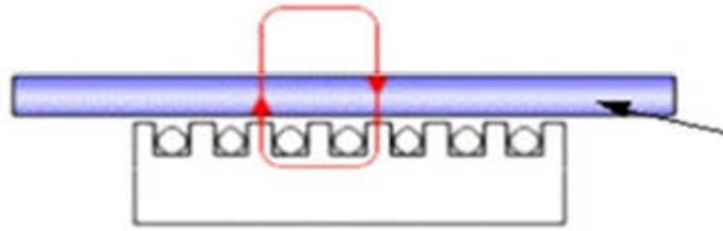


Figure I.10. « Machine à stator court, simple inducteur ».

- Machine linéaire à stator court, double inducteur

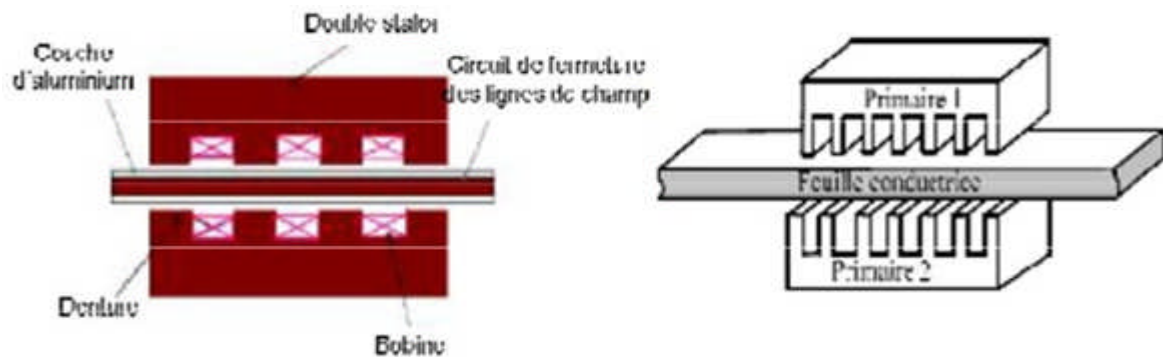


Figure I.11. « Machine linéaire à stator court, double inducteur ».

- Machine linéaire à stator long, simple inducteur



Figure I.12. « Machine linéaire à stator long, simple inducteur ».

Aujourd'hui, les moteurs linéaires les plus utilisés en traction ferroviaire sont des moteurs plats à un seul primaire.

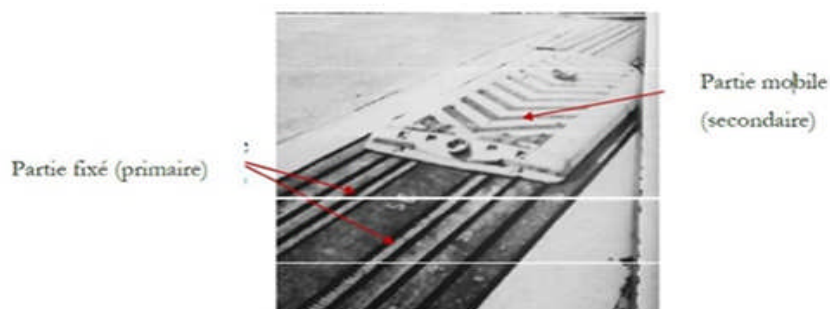


Figure I.13. « Machines linéaire à stator long ».

- Machine linéaire à stator long, double inducteur

Similaire à la machine tubulaire, elle est utilisée comme lanceur électromagnétique, appel aussi lanceur électromagnétique à rails.

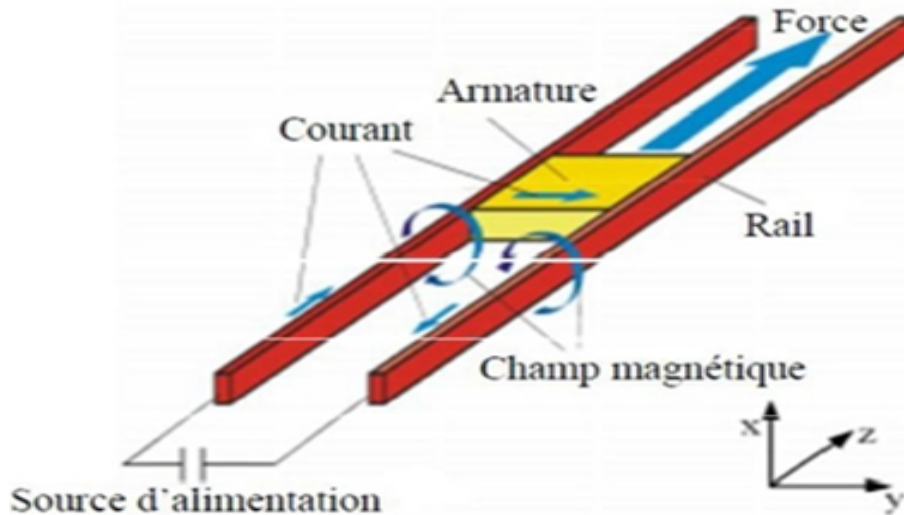


Figure I.14. « Lanceur électromagnétique à rails ».

I.3.2. Classification des machines linéaire selon leur mode de fonctionnement

Un moteur linéaire, utilisé comme convertisseur d'énergie électrique, fonctionne sur la base des mêmes principes électromagnétiques qu'un moteur rotatif.

I.3.2.1. principe de fonctionnement des machines linéaires

D'après un modèle simplifié on peut considérer que le courant électrique est constitué d'innombrables électrons qui se déplacent tous avec la même vitesse v dans le sens opposé au sens conventionnel du courant.

Ces électrons se déplacent donc dans un champ magnétique d'induction B perpendiculaire au vecteur de la vitesse v , de sorte que chaque électron est soumis à une même force de Lorentz. Comme les électrons sont retenus par les atomes du réseau cristallin constituant le conducteur, c'est finalement le conducteur tout entier qui se déplace par une force appelée force électromagnétique de Laplace. Cette force est égale à la résultante de toutes les innombrables forces de Lorentz qui s'exercent sur les électrons qui constituent le courant électrique. C'est ce principe qui explique le fonctionnement de la machine.

On considère un conducteur rectiligne de longueur L , parcouru par un courant électrique d'intensité I et placé dans un champ magnétique d'induction B perpendiculaire à L .

Les N électrons libres contenus dans ce conducteur et constituant le courant, de charge $q = e$, se déplacent avec une certaine vitesse v à travers B . Ils subissent donc tous une force de Lorentz:

$$F_m = |q.v.B \sin \alpha| = e.v.B \sin \alpha .$$

q: charge libre dans un conducteur.

v: la vitesse de déplacement des charges.

e: la charge d'un électron.

B: induction de champs magnétique dans lequel le conducteur est placé.

α : la phase entre la vitesse et l'induction.

La résultante F des N forces de Lorentz constitue la force électromagnétique de Laplace S 'exerçant sur le conducteur tout entier.

Afin de déterminer F , nous raisonnons sur le modèle simplifié du courant électrique où les N électrons libres se déplacent à la même vitesse constante v . Dans ces conditions, les N électrons subissent la même force de Lorentz F_m .

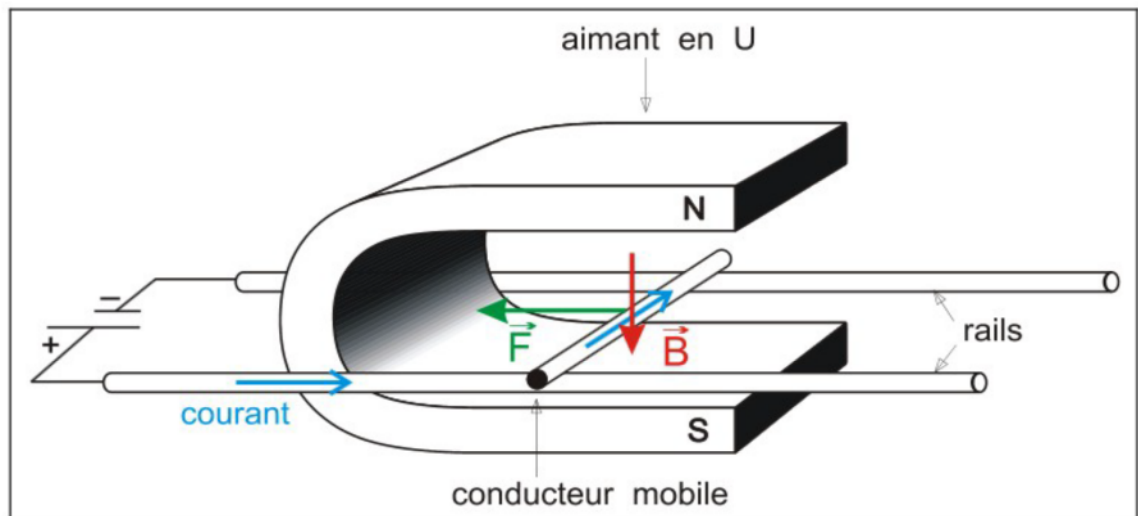


Figure I.15. « Illustration des forces de Lorentz ».

- **Dans le cas des machines linéaires à induction ces forces se manifestent comme suite:**

L'alimentation de stator par une source de courant ou de tension, crée un flux magnétique qui traverse l'entrefer, provoquant la création d'un courant dans l'induit des forces électromotrices.

Le flux créé par ces courants se déplace linéairement par rapport à l'induit et à

l'inducteur, mais, reste immobile par rapport au flux principal, car ceux-ci ont une direction opposée. La réaction réciproque de ces deux flux, provoque une poussée linéaire qui est motrice lorsque la vitesse de l'induit V est inférieure à la vitesse du champ principal V_c .

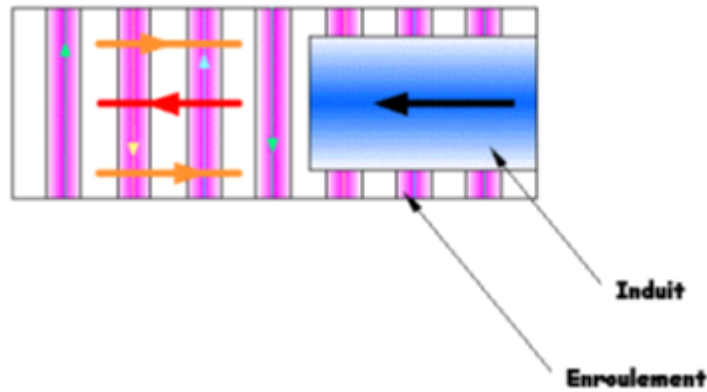


Figure I.16. « Schéma illustrant le principe de fonctionnement d'une machine linéaire ».

En général c'est sur ce principe que repose le fonctionnement d'une machine linéaire, mais les composantes et le courant d'alimentation des machines, peuvent aussi être un critère de classement.

Il existe un autre classement relatif aux principes de fonctionnement du moteur linéaire comme représenté sur la figure I.17. Les moteurs linéaires électromagnétiques sont les plus utilisés et peuvent être divisés en trois parties : les moteurs linéaires à induction, synchrone et à courant continu.

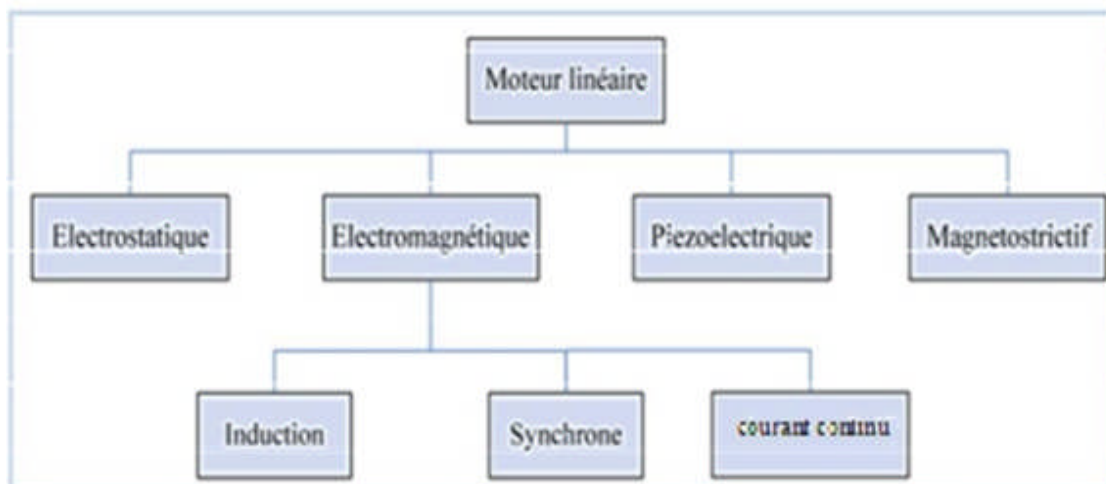


Figure I.17. « Schéma de classification des moteurs linéaires par leur mode de fonctionnement ».

➤ Moteur linéaire synchrone

Chaque moteur synchrone rotatif à son équivalent linéaire. Ainsi, il y a des moteurs linéaires synchrones hétéros polaires et homos polaires.

Alors que le principe de fonctionnement est de même pour les machines synchrones rotatives et linéaires, il existe quelques différences. Pour des raisons économiques, seulement quelques topologies sont considérées comme pratiques. Les moteurs linéaires synchrones à guide actif avec enroulement inducteur conventionnel ou supraconducteur sur le corps mobile, et le moteur linéaire synchrone à guide passif.

L'entrefer d'un moteur linéaire synchrone est presque le même que dans son équivalent topologique à moteur rotatif. En plus des moteurs linéaires synchrones de grande et moyenne puissance, il existe des moteurs linéaires synchrones à aimants permanents où l'enroulement inducteur conventionnel est remplacé par des aimants permanents à grande énergie.

Les moteurs linéaires hétéros polaires et homos polaire sont utilisés pour les applications à court mouvement et à faible poussée. La structure tubulaire est préférée pour une meilleure utilisation du cuivre de l'armature et d'équilibre des forces normales. On peut obtenir cette structure à partir de la structure plane par un enroulement supplémentaire dans la direction du mouvement. Le désavantage est la longueur limitée pour laquelle la structure tubulaire peut être utilisée [2].

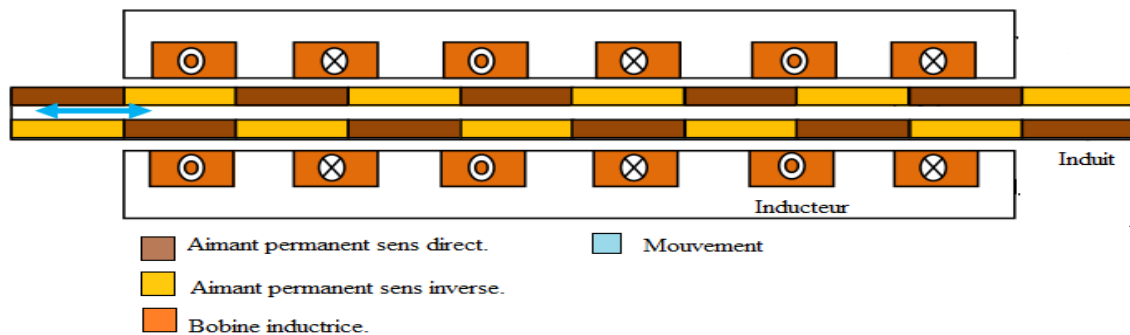


Figure I.18. «Moteur linéaire synchrone à aimant permanent».

➤ Moteur linéaire à courant continu

Les moteurs linéaires à courant continu hétéro-polaire plane avec commutation électrique, sont les plus proposés pour les longues excursions à fortes puissances, typiquement nécessaire pour le transport, c'est encore une fois une structure à guide actif [5].

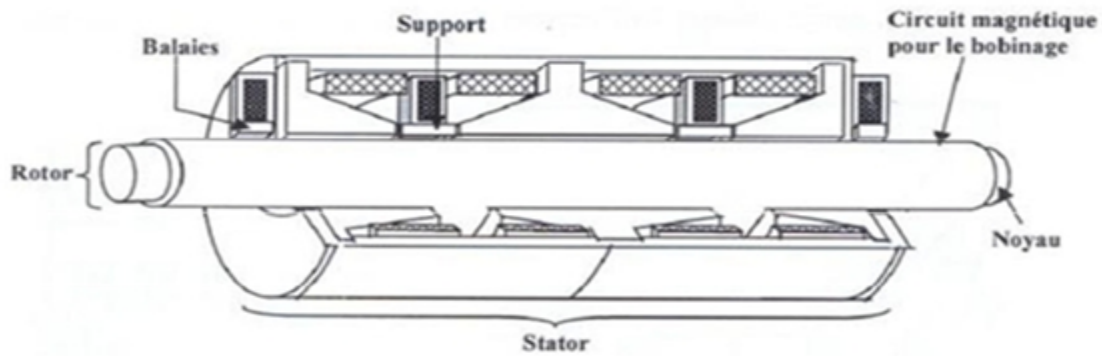


Figure I.19. «Moteur linéaire à courant continu».

➤ Moteur linéaire à induction

Il existe des moteurs linéaires à aimants permanents ou l'enroulement inducteur conventionnel est remplacé par des aimants permanents à grande énergie. Ce type de moteur est plus employé actuellement, là où les enroulements à fortes poussées sont nécessaires. Sa structure est basée sur le développement à plat d'une machine rotative. Le moteur linéaire à induction est utilisé comme un convertisseur d'énergie électrique en énergie mécanique, il se compose de deux inducteurs plans, comportant des enroulements d'excitations polyphasés et d'un induit constitué par une bande métallique solide (cuivre, aluminium).

Le principe de fonctionnement d'un moteur linéaire à induction est similaire à celui d'équivalent rotatif, l'enroulement polyphasé du primaire (inducteur) produit un champ glissant qui traverse l'entrefer, et engendre dans l'induit des fém. Le déplacement du champ glissant et de la partie active de l'induit s'effectuant suivant l'axe longitudinal Ox . La composante principale de l'induction magnétique B est dirigée suivant l'axe transversal. Un exemple simple d'une telle machine est donné par la figure (I.20), dont le rotor est composé d'un ensemble aimants permanents ferromagnétique et stator par un enroulement triphasé plongé dans des encoches en fer.

Aux deux extrémités se produit un phénomène appelé effet d'extrémité, dû aux courants supplémentaires qui sont induits dans le secondaire (induit), à cause de la variation rapide des champs magnétiques du primaire dans ces zones. Leurs conséquences sont:

- ✓ Force de tirée longitudinale supplémentaire.
- ✓ Pertes Joules supplémentaires.
- ✓ Distorsion (déformation) de la distribution longitudinale de la densité du flux.

✓ Réduction du facteur de puissance ainsi que le rendement. [11]

Les moteurs linéaires à induction de structures planes et tubulaires appartiennent à la classe des moteurs dans lesquels le flux magnétique reste dans le plan du mouvement.

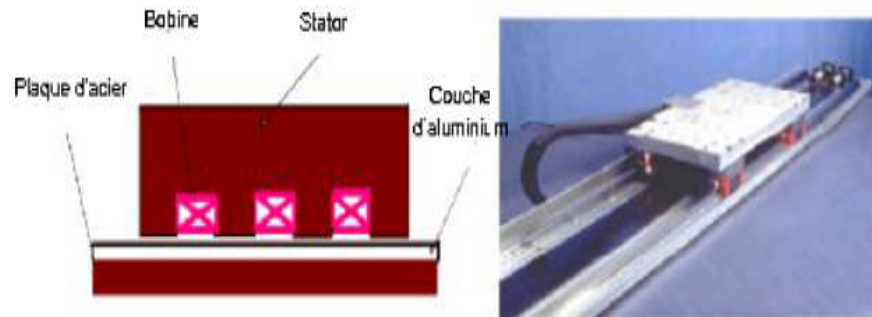


Figure I.20. «Moteur linéaire à simple induction».



Figure I.21. «Machine linéaire à induction».

On peut donner aux moteurs linéaires à induction une forme tubulaire, dans laquelle l'induit et l'inducteur sont cylindriques, et le champ glissant est dirigé le long de l'axe. Ces moteurs sont alors appelés à flux axial. Une façon de créer le champ glissant axial consiste à faire circuler des courants triphasés dans des bobines disposées comme le montre la figure I.22.

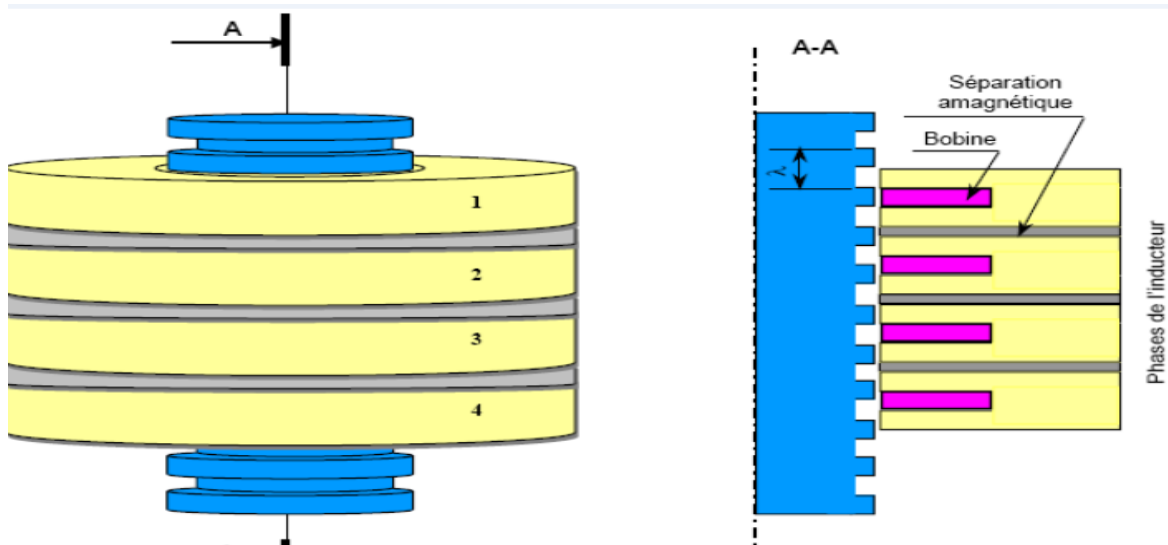


Figure I.22. «Moteur linéaire tubulaire».

Le Serov Tube de Colley Control, est le premier moteur linéaire triphasé, conçu comme un actionneur. Ayant la vitesse et la robustesse d'un vérin pneumatique, la souplesse d'une vis à billes et la fiabilité intrinsèque, propre aux moteurs linéaires à entraînement direct, le Serov Tube est un actionneur bidirectionnel puissant et bon marché.

Il est particulièrement adapté pour les applications d'empilage, de découpage, de traitement de surface, de remplissage et de toute autre manipulation intéressant particulièrement l'industrie de l'agro-alimentaire et de l'emballage.

I.4. Les particularités du moteur linéaire par rapport au moteur rotatif [1]

- Le moteur linéaire a une longueur finie, de ce fait, il n'existe pas de périodicité.
- Suivant sa largeur les phénomènes ne sont pas uniformes.
- Les effets magnétiques d'extrémités ont une répercussion sur les phénomènes électriques et modifient l'équilibre des phases électriques.

I.5. Les effets d'extrémités des machines linéaires [1]

Ces effets d'extrémités se décomposent en deux types :

- Les effets d'extrémités de longueur finie-effets longitudinaux.
- Les effets d'extrémités de largeur finie-effets transversaux.

I.5.1. Les effets d'extrémités de longueur finie-effets longitudinaux

Le circuit magnétique ouvert d'un moteur linéaire donne un effet d'extrémité de

longueur finie se décompose en deux types :

- Les effets d'extrémités de longueur finie dynamique

Comme le circuit magnétique est ouvert, des ondes supplémentaires se développent à l'entrée et à la sortie du moteur qui sont modifiées avec le mouvement du moteur, cet effet dépend de la vitesse du moteur, plus la vitesse est grande plus l'effet prend de l'importance, ce phénomène diminue les performances du moteur.

- Les effets d'extrémités de longueur finie statique

Puisque les positions des phases par rapport au centre du dispositif sont différentes, les courants sont déséquilibrés dans les primaires courts, les phases n'ont pas le même circuit magnétique ce qui modifie l'amplitude et le déphasage des courants.

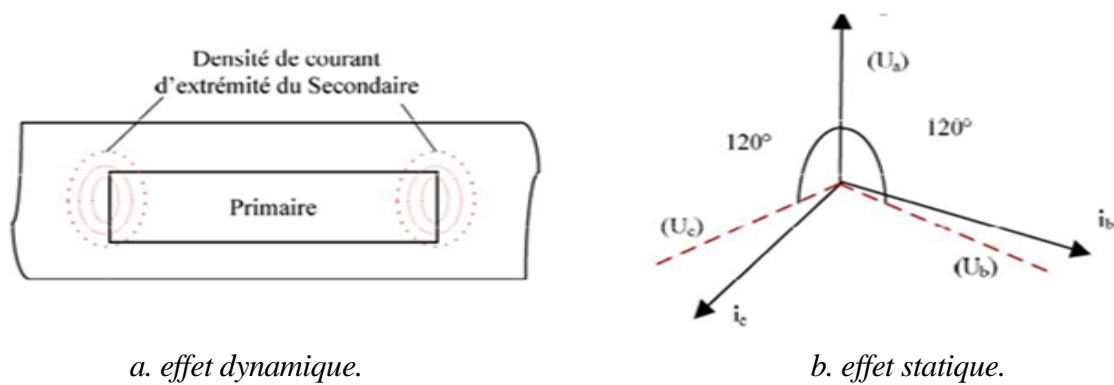


Figure I.23. «Effets d'extrémité de longueur finie».

I.5.2. Les effets d'extrémités de largeur finie-effets transversaux

Les courants induits dans le secondaire ont un parcours fermé contenu dans la zone active. Ce sont des courants de Foucault, qui ne sont pas distribués uniformément. Cette distribution modifie les pertes et la répartition du champ qui entraîne une diminution de coefficient de conductivité électrique de secondaire.

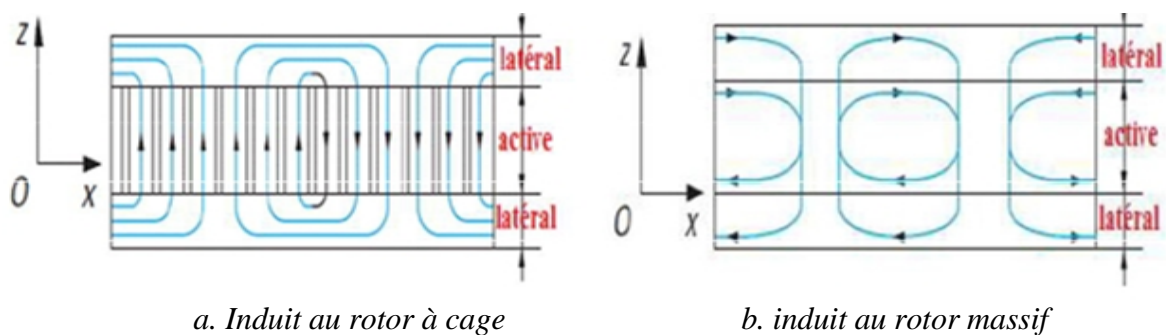


Figure I.24. «Distribution des courants dans le secondaire».

I.6. Les avantages et les inconvénients des machines linéaires**I.6.1. Les avantages**

Les moteurs linéaires possèdent les avantages suivants :

- ❖ Faibles réactances de magnétisation.
- ❖ Faibles inerties mécaniques (une poussée directe) et excellentes capacités thermiques.
- ❖ Excellentes performances dynamiques. Il permet d'avoir des accélérations très importantes, une grande force de déplacement et une précision de positionnement très élevée.
- ❖ Durée de vie qui est dix fois plus qu'un système de transmission moteur rotatif-vis à bille.
- ❖ Il ne nécessite que peu de maintenance, et un coût d'utilisation réduits.
- ❖ Une propreté inégale et une insonorisation qu'un système classique ne peut procurer.
- ❖ Aménagement mécanique simple et un nombre minimum de pièces en mouvement.

I.6.2. Les inconvénients [2]

Malgré les avantages importants des moteurs linéaires, ils possèdent aussi des inconvénients, parmi eux on trouve les suivants :

- ✓ Entrefer très important du moteur à induction qui exige une énergie considérable pour obtenir une poussée convenable.
- ✓ La conception de l'enroulement doit supporter une grande densité de courant.
- ✓ La surface de l'inducteur conduit alors des encoches très profondes, ce qui demande une quantité importante de cuivre.
- ✓ La géométrie particulière de la machine impose une poussée spécifique à l'intérieur à celle de la machine rotatif.

I.7. Domaines d'application

Les machines linéaires peuvent être utilisées dans les applications suivantes :

- Le transport était le premier domaine où les machines linéaires étaient utilisées. En particulier pour la propulsion des voitures de transport ferroviaires, comme des trains traditionnels avec roue, trains à lévitation magnétique (MAGLEV). Les transports ferroviaires ne détiennent pas l'exclusivité de leur application puisque elles sont utilisées aussi dans la propulsion navale, utilisé dans les porte-avions comme propulseurs au décollage des avions chasseurs, dans ce cas on utilise des moteurs linéaires à grande poussée et à grande vitesse. Comme on les trouve

aussi dans des applications liées aux équipements automobiles. C'est le cas des amortisseurs électromagnétique.

- Dans le bâtiment, on trouve les machines linéaire dans les ascenseurs des grands immeubles.
- Pour les applications industrielles, on peut les utiliser dans des ponts roulants, dans les systèmes d'autopilotage. C'est le cas des moteurs linéaires pas à pas.
- Dans la métallurgie, alternative aux vérins hydrauliques à grande vitesse, elles sont aussi utilisées dans les pompes, compresseurs, les actionneurs, ventilateurs de grande puissance et les machines à outils.
- La production d'énergie électrique.
- Dans le domaine militaire comme les lanceurs électromagnétiques à base de moteur linéaire de forme tubulaire, grâce à la précision en position et en vitesse que procure ce type de machines.
- Dans les applications spatiales, les moteurs linéaires peuvent remplacer les vérins hydrologiques qui demandent beaucoup de maintenances avec moins de précisions.
- Dans les applications domestiques comme les aspirateurs, les sèche-linges, les fermetures de rideaux et les réfrigérateurs.
- L'informatique et l'audio-visuel, comme moteurs d'entraînement pour les têtes de lectures des disques durs et des bandes magnétiques.
- Dans les applications urbaines comme les tapes roulants, les aéroports et les halls de gares de trains métro.

I.9. Perspectives

Actuellement, un grand nombre de recherches sur les machines linéaires présentent des modèles très performants qui franchissent les limites rencontrées auparavant par les dispositifs classiques. La recherche dans le domaine des matériaux magnétiques permet de propulser les performances de ces machines.

Les machines linéaires poly-entrefer à aimant permanent offrent de nouvelles perspectives pour leurs utilisations industrielles [2].

I.10. Conclusion

Ce chapitre a été consacré à la présentation générale des moteurs linéaires. En premier lieu, nous avons procédé à la description des machines linéaires, leurs différentes topologies. Ensuite, nous avons présenté leurs classifications selon leurs géométries et leur mode de fonctionnement. Nous avons donné ces particularités par rapport au moteur rotatif. Puis, nous avons énuméré ses avantages et inconvénients. Enfin, nous avons donné quelques domaines d'application de la machine linéaire.

II.1. Introduction

Les matériaux magnétiques sont au cœur du génie électrique et sont un élément moteur de son évolution. On les rencontre dans de nombreux dispositifs allant des machines électriques utilisées dans l'industrie lourde aux petits appareils électroniques du quotidien. Les matériaux magnétiques doux, en particulier, sont incontournables car, tout en étant économiquement accessibles, ils offrent une polarisation magnétique élevée et permettent une variation aisée du flux magnétique avec une faible dissipation d'énergie.

II.2. Magnétisme à l'échelle atomique

Soumis à une induction magnétique certaines substances se mettent à produire elles-mêmes, dans un volume qu'elles occupent et à l'extérieure une induction magnétique. On dit qu'elles s'aimantent ou se polarisent magnétiquement. Cette propriété se manifeste très visiblement dans certains matériaux appelés « matériaux magnétiques ».[2]

II.3. Origine du magnétisme

Le moment magnétique atomique est la résultante d'une contribution électronique. Et d'une contribution nucléaire beaucoup plus faible. Le moment magnétique électronique est lui-même composé d'un moment magnétique orbital, associé au mouvement de l'électron sur son orbite autour du noyau et d'un moment magnétique de spin, lié au moment cinétique de spin de l'électron. Il est intéressant d'introduire une notion importante par la suite : *le couplage spin-orbite*. Ce couplage résulte de l'interaction entre les moments cinétiques de spin et d'orbite et par conséquent, entre les moments magnétiques associés. [18]

II.4. Moment magnétique atomique

Un matériau magnétique est composé d'un ensemble de cristaux. Chaque cristal est une structure spatiale périodique d'ions d'éléments simples. Chacun de ces ions étant formé d'un noyau et d'un nuage d'électrons.

Considérons à l'intérieur d'un atome, un électron qui tourne autour du noyau (Figure II.1). Ceci conduit à définir deux notions élémentaires qui sont : *le moment orbital et le moment de spin*.

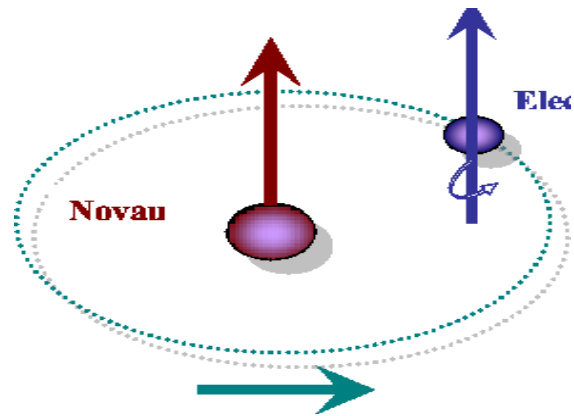


Figure II. 1 : « Mouvement de l'électron ».

En physique l'électron décrit une orbite dont le déplacement de charge est équivalent à un courant. D'après la loi d'Ampère, ce courant crée un moment magnétique appelé «*moment orbital*».

En parallèle, on décrit improprement le spin de l'électron, comme la rotation de l'électron sur lui-même qui donne un moment magnétique dit «*moment de spin*». [19]

II.5. Définition des grandeurs fondamentales

II.5.1. Notion de champ

Chaque particule de l'univers est soumise à l'influence combinée de toutes les autres, qui se manifeste par des forces d'origine gravitationnelle (mécanique), électromagnétique ou encore nucléaire. Pour déterminer le mouvement d'une particule, il faudrait en principe connaître les forces produites par toutes les autres. Il est nécessaire de limiter l'étude à la détermination de l'effet global, en un point de l'espace, pour chaque type d'interaction (on considère ici les influences électriques et magnétiques seulement).

En plaçant une particule de propriétés connues en un point de l'espace et en mesurant les forces qui s'exercent sur elle, on peut déterminer les propriétés locales de l'espace en ce point, que l'on appelle du nom de champs.

II.5.2. Champ électrique

L'ensemble des charges électriques exerce sur une charge immobile q (Coulomb) une force F_e (newton). Cette force étant proportionnelle à la charge, il en résulte que le rapport F_e/q est un invariant, qui représente une propriété locale de l'espace: on l'appelle le champ électrique défini par :

$$\vec{E} = \vec{F}_e / q$$

(II.1)

[V/m] : l'unité du champ électrique.

II.5.3. Densité de charges

L'étude des phénomènes électriques ne considère pas seulement des charges ponctuelles, mais également des distributions continues de charge sur 1, 2 ou 3 dimensions. Ces distributions : sont définies par les trois types suivants de densités:

- ρ : densité de charge volumique, C/m³.
- ρ_s : densité de charge surfacique, C/m².
- ρ_l : densité de charge linéique, C/m.

Les densités de charge sont définies par la valeur limite que prend le rapport entre la charge contenue dans un volume (sur une surface, sur une ligne) et ce volume (surface, longueur de ligne) lorsque ces éléments deviennent très petits (mais restent néanmoins suffisamment grands par rapport aux dimensions atomiques pour que l'électromagnétisme classique soit encore valable).

II.5.4. Densité de courant J

Dans tous les milieux contenant des charges libres, l'application d'un champ électrique produit une force sur chacune des charges. Par conséquent, celles-ci se déplacent dans la direction du champ, ce qui produit un courant électrique circulant dans le volume du milieu considéré. La densité de courant est définie par:

$$\vec{J} = \sum_i \rho_i \vec{v}_i$$

(II.2)

[A/m²]: l'unité de la densité de courant.

La sommation porte sur tous les types de charges libres présents dans le milieu, la charge de type i étant caractérisée par une densité volumique ρ_i et une vitesse moyenne v_i . Comme cette dernière est proportionnelle au champ électrique et que les densités de charge sont une propriété du milieu considéré, nous pouvons alors écrire

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

(II.3)

Cette relation est connue sous le nom de loi d'Ohm. Le facteur de proportionnalité est la conductivité.

II.5.5. champ magnétique \vec{H}

Le champ magnétique est défini à partir de l'induction \vec{B} et de l'aimantation \vec{M} par la relation :

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \quad (\text{II.4})$$

II.5.6. Induction magnétique \vec{B}

Une particule chargée en mouvement subit, en plus des forces d'origine électrique, gravitationnelle et nucléaire, une force d'origine magnétique \vec{F}_m qui est proportionnelle à la charge q , au module de la vitesse \vec{v} de la particule et qui s'exerce perpendiculairement à cette dernière. Cette force est proportionnelle et perpendiculaire à l'induction \vec{B} existant en ce point de l'espace, satisfaisant à la relation :

$$\vec{F}_m = q(\vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (\text{II.5})$$

L'unité du champ d'induction est le tesla [T].

L'induction magnétique \vec{B} à l'intérieur du matériau s'exprime de la façon suivante:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{J} \quad (\text{II.6})$$

On sait que :

$$\vec{J} = \mu_0 \vec{M}$$

Donc :

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad (\text{II.7})$$

On a :

$$\vec{M} = \chi \vec{H}$$

Donc :

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H} \quad (\text{II.8})$$

D'où:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (\text{II.9})$$

Avec : $\mu_r = 1 + \chi$

μ_r : perméabilité magnétique relative. [2]

II.5.7. Aimantation et polarisation magnétique

1. Aimantation

On appelle aimantation la densité volumique de moment magnétique orbital.

$$\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dv} [A / m] \quad (\text{II.10})$$

2. Polarisation

La polarisation \vec{J} mesure l'induction de la densité volumique de moment magnétique atomique.

$$\vec{J} = \mu_0 \vec{M} \quad (\text{II.11})$$

μ_0 : Perméabilité magnétique du vide $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} [H / m]$

II.5.8. Susceptibilité et perméabilité magnétique

1. Susceptibilité magnétique

Quand une substance magnétique est plongée dans un champ magnétique \vec{H} , celle-

ci acquiert une certaine aimantation \vec{M} tel que : $\vec{M} = \chi \vec{H}$ (II.12)

χ : s'appelle la susceptibilité magnétique de la substance considérée. [20]

2. Perméabilité magnétique

On appelle perméabilité magnétique absolue μ la grandeur :

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = 1 + \chi \quad (\text{II.13})$$

La perméabilité magnétique relative μ_r est définie par :

$$\mu_r = \mu / \mu_0 \quad (\text{II.14})$$

II.6. Classification des matériaux d'un point de vu magnétique

Les matériaux sont classés selon quatre types sur la base de leur comportement en présence d'un champ magnétique d'excitation. Cette réaction est mesurée par l'induction qui est la quantité de flux magnétique par unité de surface. L'équation permettant de relier l'induction au champ magnétique est

$$\vec{B} = \mu_0(1 + \chi)\vec{H} \quad (\text{II.15})$$

La relation (II.15) permet de remarquer que l'induction pour un champ magnétique donné est d'autant plus grande que la susceptibilité est élevée. Cette propriété est recherchée et exploitée lors de la réalisation du circuit magnétique d'une machine électrique. La susceptibilité magnétique est en réalité un tenseur mais dans cette partie, on la considère comme une grandeur scalaire car on ne s'intéresse pas à sa variation en fonction de la direction de propagation du flux magnétique.

Sur la base du comportement en présence d'un champ magnétique d'excitation, il existe quatre principaux types de matériaux:

II.6.1 Diamagnétisme

Ce type de magnétisme est caractérisé par une susceptibilité relative négative, de faible amplitude. Le diamagnétisme est dû à un mouvement orbital des électrons, provoqué par le champ magnétique appliqué. Ce mouvement peut être assimilé à un courant microscopique dont le comportement serait comparable à celui d'un courant induit dans un solénoïde. En vertu de la loi de Lenz, le courant induit s'oppose au champ qui le produit, ce qui est en accord avec le fait que χ_r est négatif. Les gaz rares, certains métaux, la plupart des métalloïdes et un grand nombre de composés organiques sont diamagnétiques. Leurs susceptibilités relatives, de l'ordre de 10^{-5} à 10^{-6} , présentent peu d'intérêt pour l'ingénieur.

Le tableau suivant donne quelques valeurs de susceptibilités à température ambiante.

Tableau			
Matière	χ_r	Matière	χ_r
Si	$-1,2 \cdot 10^{-6}$	Se	$-4,0 \cdot 10^{-6}$
Cu	$-1,08 \cdot 10^{-6}$	Ag	$-2,4 \cdot 10^{-6}$
Zn	$-1,9 \cdot 10^{-6}$	Pb	$-1,4 \cdot 10^{-6}$
Ge	$-1,5 \cdot 10^{-6}$	Al ₂ O ₃	$-3,5 \cdot 10^{-6}$

II.6.2. Le paramagnétisme

Le paramagnétisme est caractérisé par une susceptibilité relative positive, de faible amplitude, c'est à dire comprise entre 10^{-6} et 10^{-3} . Il se rencontre dans les substances dont les atomes possèdent un moment magnétique permanent, lorsque ces moments ne sont pas couplés les uns aux autres. Sous l'action d'un champ magnétique, ces moments tendent à s'aligner. Toutefois, la polarisation qui en résulte demeure très faible, car l'effet de l'agitation thermique qui oriente aléatoirement les moments magnétiques reste prépondérant.

Le tableau suivant donne quelques valeurs de susceptibilités à température ambiante, respectivement à 1000°C pour les deux substances marquées d'un astérisque.

Matière	χ_r	Matière	χ_r
Na	$8,6 \cdot 10^{-6}$	Pt	$1,2 \cdot 10^{-5}$
Al	$7,7 \cdot 10^{-6}$	U	$3,3 \cdot 10^{-5}$
Mn	$1,2 \cdot 10^{-4}$	CoO	$0,75 \cdot 10^{-3}$
Ta	$1,1 \cdot 10^{-6}$	Fe ₃ C	$3,7 \cdot 10^{-5}$
W	$1,1 \cdot 10^{-6}$	Fe _γ	$2,5 \cdot 10^{-5}$

Comme cela a été précédemment décrit, les propriétés macroscopiques sont le résultat d'un comportement collectif au niveau microscopique. Nous allons donc nous intéresser à la description du paramagnétisme à l'échelle atomique. [10]

II.6.3 Ferromagnétisme

Avec le ferromagnétisme débute l'étude des comportements associés aux matériaux magnétiquement ordonnés, caractéristique que l'on rencontre dans les matériaux où les distances entre atomes magnétiques sont suffisamment petites (de l'ordre de l'Å) pour qu'ils interagissent.

Les ferromagnétiques présentent une polarisation magnétique même en champ nul, polarisation qualifiée pour cela de spontanée. Celle-ci est due au fait que les moments magnétiques ont tendance à s'aligner spontanément parallèlement les uns aux autres, réalisant une mise en ordre que l'on peut comparer à la mise en ordre géométrique (cristallisation) caractéristique elle aussi de l'état solide.

Une augmentation de température conduit à la destruction progressive de l'ordre directionnel. A la température de Curie T_c la polarisation spontanée disparaît totalement. Au-delà de T_c on observe un comportement de type paramagnétique, avec une susceptibilité inversement proportionnelle à $T - T_c$. On parle alors de paramagnétisme de Curie-Weiss.

II.6.4.Ferrimagnétisme

Le ferrimagnétisme est le magnétisme d'une classe d'oxydes appelés ferrites. Dans la structure cristalline de ces matériaux, on peut distinguer deux familles de sites A et B, occupés par des ions possédant des moments magnétiques m_A et m_B respectivement. Le nombre de sites A diffère du nombre de sites B et le plus souvent m_A différent de m_B . Le fort couplage antiferromagnétique existant entre les sites A et B provoque donc une polarisation spontanée I_S , c'est-à-dire, une polarisation existant *en l'absence d'un champ magnétique appliqué*.

II.7.Le ferromagnétisme et matériaux ferromagnétiques

A la différence du paramagnétisme et du diamagnétisme qui sont les propriétés individuelles des atomes, les propriétés ferromagnétiques sont liées aux particularité des structures cristallines de ces substances ,le ferromagnétisme se définit comme étant la propriété du fer cristallin qui est une structure dont les atomes forment des arrangements réguliers et périodiques ;il est une propriété manifesté par le moment magnétique de spin qui résulte des électrons libres(non couplés)dans les sous couches électroniques incomplètes comme la 3d pour les éléments de transition (Fe, Ni, Co,...) et la 4f pour les terres rares tel(Sm , Pr, Nd....).[2]

II.8.Théorie des domaines magnétiques

La théorie des domaines magnétiques permet d'expliquer les mécanismes responsables de l'aimantation des matériaux ferromagnétiques usuels. Elle a été élaborée par Pierre Weiss et présentée dans deux articles datant de 1906 et 1907. Cette théorie stipule que le matériau est constitué de domaines où l'aimantation interne est alignée selon une direction unique. Cette aimantation à l'intérieur des domaines est appelée aimantation spontanée. Les domaines sont séparés par des parois dont l'épaisseur est, dans les matériaux usuels, beaucoup plus petite que la taille des domaines. Ces parois portent le

nom de parois de Bloch et représentent des régions où l'orientation de l'aimantation varie rapidement.

La formation des domaines magnétiques peut être expliquée par la minimisation de la somme de trois formes d'énergie qui sont : l'énergie d'anisotropie, l'énergie magnétique emmagasinée et l'énergie d'échange. L'énergie d'anisotropie magnéto-cristalline favorise l'alignement des moments magnétiques des atomes avec certains axes cristallographiques du matériau.

L'énergie magnétique emmagasinée favorise le désalignement des moments magnétiques. L'énergie d'échange est responsable de l'ordre ferromagnétique et cherche à maintenir alignés les moments magnétiques à l'intérieur d'un domaine. L'équilibre de ces trois formes d'énergie donne naissance aux domaines magnétiques et dicte leur taille à l'état désaimanté. [9].

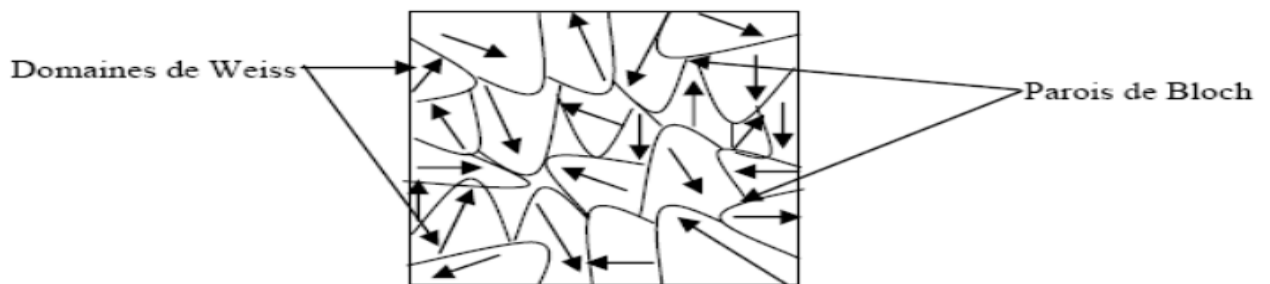


Figure II.2. « Aspect de la répartition des domaines dans un cristal ferromagnétique. »

II.9. Bilan énergétique d'un cristal ferromagnétique

Lorsqu'un corps ferromagnétique est soumis à l'action d'un champ magnétique extérieur, il doit son énergie à l'action collective de champ appliqué et son propre champ auquel peut s'ajouter à des contraintes physiques ou mécanique, la configuration énergétique des domaines est alors déterminée par l'énergie totale du corps qui correspond aux énergies suivantes :

II.9.1. L'énergie d'échange

L'énergie d'échange résulte de l'interaction entre deux moments magnétiques liée à des spins électroniques. Cette interaction est purement de nature quantique. Dans le modèle simple d'Heisenberg, cette interaction entre spins électroniques peut être décrite par une énergie

$$E = - \sum_{i,j} J \vec{S}_j \vec{S}_i \quad (\text{II.16})$$

Où i et j sont des spins d'atome plus proches voisins. Lorsque $J > 0$, le matériau est ferromagnétique et les spins voisins sont parallèles, ce qui minimise l'énergie magnétique. Lorsque $J < 0$, le matériau est antiferromagnétique et les spins voisins sont antiparallèles. Cette énergie d'échange magnétique d'origine quantique est extrêmement élevée dans les matériaux 3d (Fe, Co, Ni) et définit l'ordre magnétique dans les matériaux.

II.9.2. L'énergie magnétostatique

Elle résulte des interactions entre chaque moment atomique le champ \vec{B}_i créé par les atomes voisins, où est plongé un moment m_i , l'expression de son énergie potentielle magnétostatique est donnée par la loi d'aimantation statique : [6]

$$U_i = -\vec{m}_i \cdot \vec{B}_i \quad (\text{II.17})$$

II.9.3 Energie d'anisotropie magnéto cristalline

L'énergie interne du cristal varie avec l'orientation de la polarisation \vec{J} . En d'autres termes, il existe des directions cristallographiques privilégiées, dans lesquelles les moments s'orientent de préférence, les arêtes de la maille cubique par exemple dans le cas du fer. On les appelle des directions de facile aimantation. Pour amener l'aimantation dans une autre direction moins favorable, il faut fournir au cristal une énergie supplémentaire apportée par le champ magnétique extérieur appliqué, et qui sert à vaincre les forces internes dues à l'anisotropie magnéto cristalline.

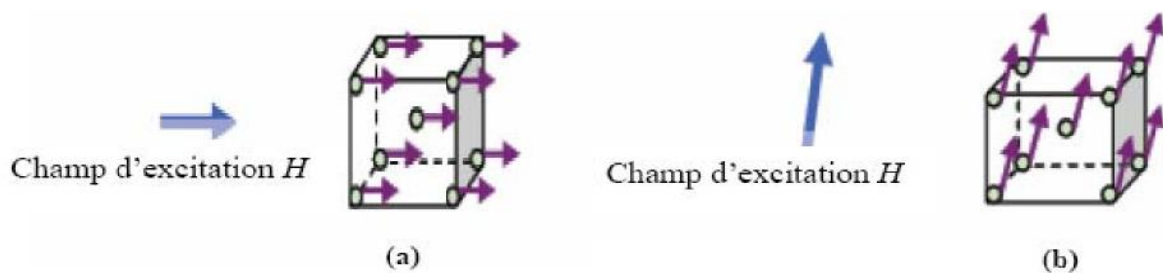


Figure II.3. « le champ d'excitation H ».

Dans le cas de la Figure (II.3.a), l'énergie à fournir est la plus faible car la direction du champ d'excitation est la même que celle de l'axe de facile aimantation.

Dans le cas de la Figure (II.3.b), l'énergie à fournir est plus importante car la direction du champ d'excitation est quelconque. [20]

II.9.4. Energie magnétostrictive

Le processus d'aimantation induit des déformations dans la structure du matériau. Il agit souvent de déformations très faibles, mais qu'on ne peut pas ignorer.

Il s'agit d'un effet très anciennement connu. Dès 1842, le physicien anglais Joule a montré, qu'un barreau de fer soumis à un champ d'excitation croissant commençait par s'allonger spontanément et ensuite raccourcissait progressivement. [1]

II.10. Expression de l'énergie d'anisotropie magnéto cristalline

Toutes les directions équivalentes d'un cristal doivent avoir la même énergie interne. Aussi les expressions analytiques rendant compte de l'énergie d'anisotropie dépendent nécessairement du système cristallin auquel appartient le matériau magnétique considéré.

a) Cas des systèmes cubiques

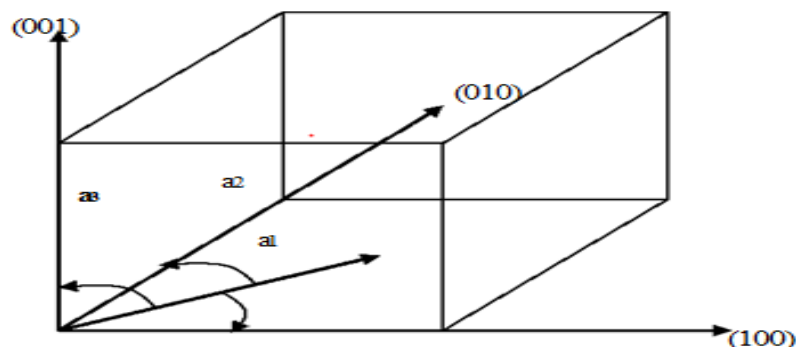


Figure II.4. « Principaux axes cristallographiques d'une structure cubique ».

a_1, a_2, a_3 sont les angles que fait le vecteur de polarisation spontanée avec les axes cristallographiques.

L'énergie d'anisotropie est donnée par:

$$U_k = K_1 (a_1^2 a_2^2 + a_2^2 a_3^2 + a_3^2 a_1^2) + K_2 (a_1^2 a_2^2 a_3^2 + \dots) \quad (\text{II.18})$$

a_1, a_2, a_3 sont appelés les cosinus directeurs de la polarisation J

K_1, K_2 sont des coefficients appelés constantes d'anisotropie variable avec la température.

Si K_1 est positif, les directions faciles sont les arêtes (cas du fer), alors que pour K_1 négatif, les directions faciles sont les grandes diagonales (cas nickel).

b) Cas des systèmes de basse symétrie

Dans le cas de systèmes à plus basse symétrie (cas du cobalt par exemple qui cristallise dans le système hexagonal compact), on a alors un axe privilégié et l'énergie d'anisotropie est donnée par :

$$U_k = K_1 \sin^2 \theta + K_2 \sin^4 \theta + \dots \quad (\text{II.19})$$

Où θ représente l'angle entre la direction d'aimantation et l'axe principale. [20]

II.11 .Aimantation des matériaux ferromagnétique et cycle d'hystérésis

En appliquant à un matériau ferromagnétique un champ magnétique, la variation de l'aimantation d'un échantillon ferromagnétique est due au déplacement de Ces défauts augmentent l'énergie nécessaire pour la magnétisation du matériau. En prenant un matériau magnétique qui n'a jamais été soumis à l'action d'un champ magnétique, l'aimantation en fonction de l'intensité du champ magnétique appliqué passe par trois étapes :

Etape 1: Au fur à mesure que le champ augmente, les parois de blocs ont d'abord un mouvement dit élastique réversible. L'énergie est insuffisante pour franchir la barrière de potentiel créée par le défaut où est ancrée la paroi .Le matériau peut donc retourner à son état magnétique initial si le champ appliqué est nulles (Figure II.5)

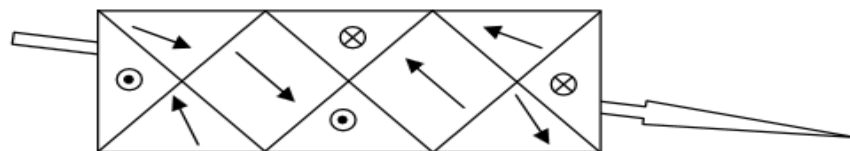


Figure. II.5. « Début d'aimantation d'un matériau ferromagnétique (aimantation réversible)».

- **Etape 2 :**

Lorsque l'énergie du système devient suffisante pour franchir la première barrière de potentiel, le mouvement des parois devient irréversible, c'est-à-dire que le matériau ne peut pas retourner à son état magnétique initial et ce même si on annule le champ appliqué.

L'aimantation résiduelle est dite aimantation rémanente, due au fait que les domaines ne peuvent revenir à leurs positions initiales. Pour annuler cette aimantation, il faudrait donc fournir une énergie pour forcer les domaines à revenir à leurs positions

initiales et cela en appliquant un champ magnétique de sens inverse à celui qui a engendré l'aimantation rémanente, ce champ est dit champ coercitif (figure II.6)

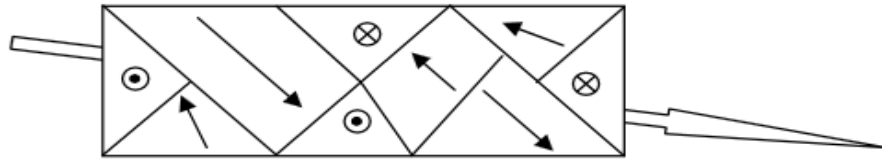


Figure II.6. « Début de l'aimantation irréversible ».

- **Etape 3 :**

Tous les moments spontanés de tous les domaines sont orientés dans le même sens, comme si le matériau n'est qu'un même domaine. Cependant l'aimantation globale du matériau n'est pas colinéaire avec le champ appliqué (figure II.7)

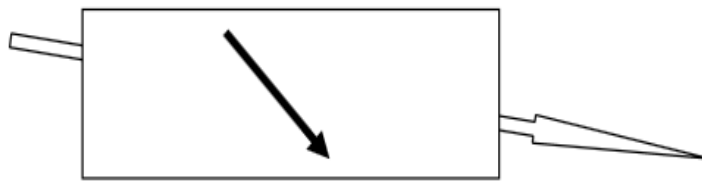


Figure II.7. « Aimantation de tout le matériau ».

- **Etape 4 :**

Aussi l'augmentation de l'intensité de champ appliqué engendra la rotation de l'aimantation pour s'aligner sur le champ. On parle alors d'aimantation à saturation (figure II.8)

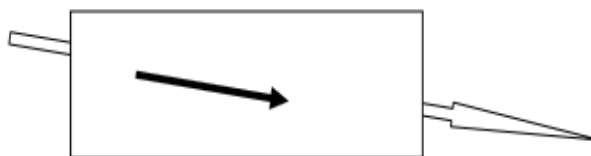


Figure II.8. « Alignement, par rotation, de tous les moments des domaines du matériau sur le champ externe ».

Compte tenu de ces données, la réponse du matériau en induction à l'application d'un champ sinusoïdale de faible fréquence et d'amplitude capable de saturer l'échantillon est donné qualitativement à la figure (II.9)

OA : le mouvement des parois est réversible.

AB : le mouvement des parois est irréversible.

BC : rotation de l'aimantation pour s'aligner sur le champ magnétique appliqué.

CD : En annulant le champ appliqué, il reste une aimantation résiduelle dite aimantation rémanente

DE : pour annuler cette aimantation il faudrait donc fournir une énergie en appliquant un champ magnétique de sens inverse de celui qui a engendré l'aimantation rémanente, le champ capable d'annuler cette aimantation est dit champ coercitif.

La partie EF et similaire à la partie HC avec une polarisation inverse.

La partie FGH et similaire à la partie CDE avec une polarisation inverse.

La partie OABC est dite courbe de première aimantation.

La partie CDEFGHC est dite cycle majeur d'hystérésis.

La partie CDEF est dite branche descendante du cycle majeur d'hystérésis.

La partie FGHC est dite branche ascendante du cycle majeur d'hystérésis

Si le champ maximal, H_{\max} , appliqué n'est pas suffisant pour saturer le matériau, Le cycle d'hystérésis engendré est dite cycle mineur centré. [14]

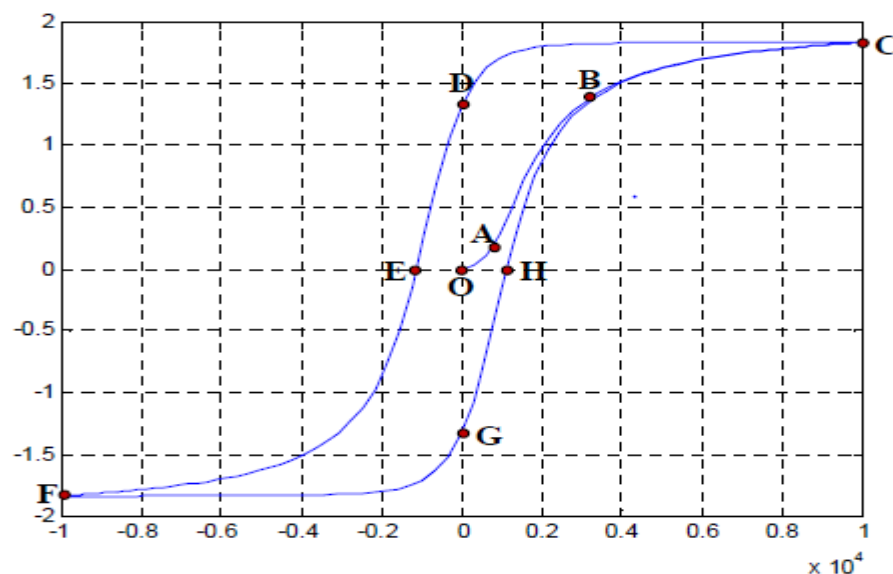


Figure II.9. « Différents étapes d'un cycle d'hystérésis magnétique ».

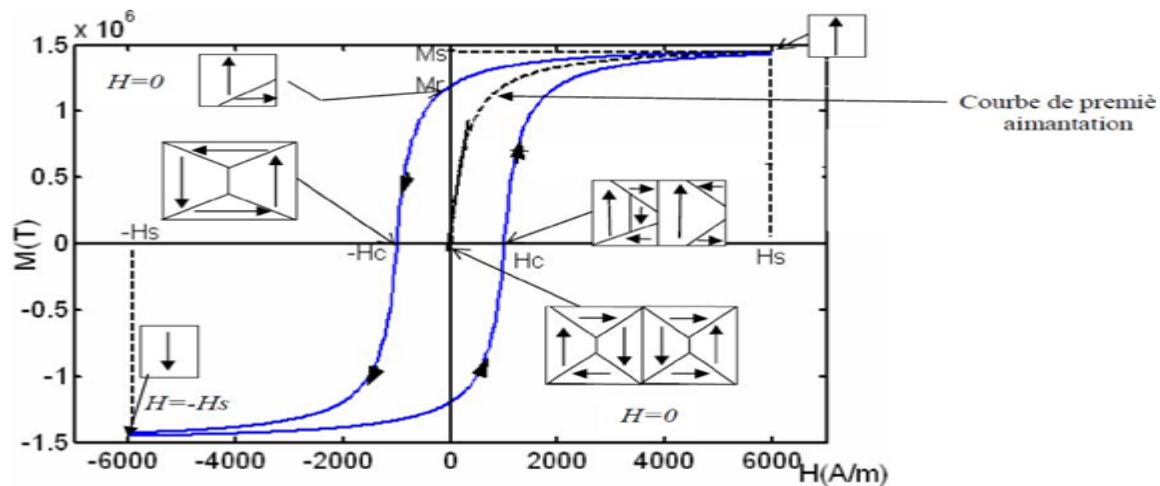


Figure II.10. « Cycle d'hystérésis d'un matériau aimanté ».

II.12. Classification des matériaux ferromagnétiques

1. Matériaux magnétiques doux

Un matériau ferromagnétique doux est caractérisé par une perméabilité relative élevée et un champ coercitif faible et il présente un cycle d'hystérésis étroit. On l'utilise notamment comme conducteur de flux pour transmettre une information ou convertir de l'énergie. Matériaux (ex: Fer) qui possèdent une aimantation rémanente facile à annuler (H_c est petit) leur aimantation peut donc être facilement modifiée ce qui diminue d'autant les pertes par hystérésis. Ces matériaux sont donc utilisés dans les nombreux appareils où le champ magnétique varie (transfo, électro-aimant, ...). [20]

2. Matériaux magnétiques durs

Les matériaux durs sont des matériaux qui présentent une forte aimantation rémanente et difficile à annuler (H_c est grand). Ils sont utilisés pour faire des aimants permanents (ex : acier). Ce sont des matériaux qui présentent un cycle d'hystérésis très large ($104 \text{ A/m} < H_c < 106 \text{ A/m}$). Ils sont utilisés en général comme aimant. On les utilise dans le 2^{ème} quadrant ($B > 0$ et $H < 0$). H_c devient alors le champ démagnétisant à ne pas dépasser.

II.13. Les alliages dans les aciers

Bien que le fer soit un élément fondamental pour son moment magnétique intrinsèque, il n'est pratiquement jamais utilisé pur en construction électrique, mais la plupart du temps en association avec d'autres éléments d'alliage couramment utilisés. Il s'agit essentiellement du silicium, associé éventuellement à un peu d'aluminium.

II.13.1. Les alliages fer-nickel

Les alliages Fe Ni (plus additions éventuelles) doivent leurs performances élevées à la structure cfc (cubique à face centrée) qui apparaît dès 25-30% Ni qui reste stable lors du traitement thermique. Cette structure est de plus facile à laminier jusqu'à de très faibles épaisseurs (25 μm).

Une anisotropie magnéto cristalline bien modeste caractérise ces alliages. 40 à 50 fois plus faible que celle du fer, et surtout elle s'annule pour une composition voisine de 75% de nickel. Il s'agit là d'une propriété exceptionnelle, aux conséquences pratiques considérables pour la mise au point des alliages à très grande perméabilité.

Les applications sont alors très variées allant de l'électrotechnique miniature au transformateur de signaux en passant par les relais haute sensibilité et les tores de détection de défaut électrique.

II.13.2. Les alliages fer-cobalt

Les alliages Fe Co ont à la fois des qualités véritablement exceptionnelles et d'énormes défauts. Entre 30 à 50% de cobalt ces alliages possèdent une aimantation spontanée à température ambiante supérieure ou égale à 2.4 T le record absolu de tous les alliages ferromagnétiques.

On note aussi que l'anisotropie de l'alliage à 50% de cobalt est bien inférieure à celle du fer pur. Ces caractéristiques favorables laissent espérer des performances exceptionnelles au sein des matériaux magnétiques destinés à la construction électrique. Ces alliages révèlent malheureusement d'une métallurgie si compliquée.

Enfin, il faut noter que le cobalt est un élément beaucoup plus coûteux que le nickel car il est peu abondant et moins bien réparti sur la terre.

II.13.3. Les alliages fer-silicium, aluminium

Le premier avantage des alliages fer-silicium réside dans leur conductibilité électrique considérablement réduite. Or, on sait que ce sont les courants induits qui freinent les déplacements des parois dans tout le processus d'aimantation. L'expérience montre que les éléments d'addition silicium et aluminium sont effectivement les plus efficaces pour obtenir une augmentation de la résistivité électrique du métal.

Le fer pur a un comportement cristallographique compliqué, puisqu'il change de structure cristalline entre 910 et 1400°C. Il passe de l'état cubique centré (ferrite ou Fe α) à l'état cubique à faces centrées (austénite ou Fe γ). L'addition de silicium et

d'aluminium augmente la stabilité de la phase α . Le fait que le métal conserve sa structure (α) quelle que soit la température facilite les traitements thermiques de l'alliage.

L'addition de silicium et dans une moindre mesure celle de l'aluminium, entraîne un durcissement du métal. Ce durcissement rend possible la découpe dans les tôles minces, de formes compliquées comme celles qu'utilisent les constructeurs de machines.

L'addition de silicium entraîne une diminution sensible de l'anisotropie magnéto cristalline du fer. La rotation des moments s'en trouve donc facilitée.[6]

II.14. Domaine d'utilisation

Le fer-silicium est comme un circuit magnétique dans un régime alternatif sous forme de circuit feuillète. A cette effet, il faut assurer une bonne isolation entre les tôles et un bon facteur de remplissage, Les deux principales utilisation des tôles Fe-Si sont :

II.14.1. Les transformateurs

La direction de l'induction B dans les transformateurs est fixe en chaque point sauf au niveau des coins ou elle est tournante. Sa variation temporelle est de types sinusoïdal. Les tôles à grain orientés (GO) son les mieux adapte pour la construction des transformateur.

II.14.2. Les machines tournantes « moteur, générateur »

Les tôles Fe-Si à grain orienté ne représentent aucun intérêt pour les moteurs .puisque l'induction est tournantes dans les machines c'est -à -dire que l'induction dans le fonctionnement de la machine occupe en effet tout les directions. dans ces cas c'est les tôles à grains non orienté (GNO) qui sont les plus adapte lors de la construction de ces machines. [6]

II.15. Les tôles magnétiques

II.15.1. Les tôle en fer et fer silicium à grains non orientés

Ces tôles sont utilisées pour la construction de tous les circuits magnétiques feuilletés, fonctionnant en régime d'induction variable (à l'exclusion des noyaux des transformateurs, pour lesquels on utilise des tôles à grains orientés).

II.15.2. Les tôles fer-silicium à grain orientés

Il s'agit de tôles généralement obtenues par laminage à froid jusqu'à l'épaisseur souhaitée. Elles sont utilisées pour les circuits magnétiques des transformateurs, cette tôle acquiert très facilement une aimantation importante parallèlement à sa direction de laminage.[1]

II.16. Pertes dans les matériaux magnétiques

II.16.1. Pertes par hystérésis

Les pertes par hystérésis sont la conséquence des mouvements des parois de Bloch. En fait, à chaque cycle complet d'hystérésis, il se produit une perte d'énergie due au travail des forces de freinage agissant sur les parois de Bloch en mouvement. La quantité d'énergie dissipée par mètre cube est égale à la surface du cycle d'hystérésis.

II.16.2. Pertes par courants de Foucault

On appelle pertes par courant de Foucault, les pertes par effet joules résultant des courants créés dans toute la matière conductrice, par un flux variable. [20]

II.16.3. Les pertes supplémentaires ou par excès

Les pertes supplémentaires peuvent être considérées comme des pertes résiduelles ou anormales dues au nonsinusoidalité de l'induction B , plus des pertes par trainage due au retard de l'induction par rapport au champ appliqué. Les pertes supplémentaires sont obtenues par la différence entre les pertes dynamiques et les pertes par courant de Foucault [2].

$$P_{dy} = P_{fer} - P_h \quad (II.20)$$

II.17. Conclusion

Dans ce chapitre on a présenté les différentes notions fondamentales de la physique des matériaux magnétiques, leurs classifications, leurs différents alliages et des pertes.

Les matériaux ferromagnétiques sont les plus utilisés dans les machines électriques.

Les matériaux magnétiques sont incontournables dans la réalisation des dispositifs électromagnétiques, si l'on veut obtenir des performances appréciables.

Le chapitre suivant portera sur la modélisation d'un dispositif électromagnétique qui est un lanceur inductif linéaire.

III.1. Introduction

La modélisation des systèmes électromagnétiques peut être menée dans un premier temps à la description du dispositif électromagnétique à étudier par un ensemble de modèles mathématiques et équations aux dérivées partielles, régissant les phénomènes physiques, avec les caractéristiques des matériaux. En tenant compte des géométries (simple, complexe, 2D ou 3D), des natures des sources d'alimentation (en courant ou en tension) ainsi que du couplage des divers phénomènes (électrique, magnétique, mécanique, thermique...), on choisit les méthodes de résolution adaptées en s'appuyant essentiellement sur les méthodes numériques [8]. Ces équations aux dérivées partielles font intervenir des champs physiques (champs magnétiques, champs électriques). L'étude de ces champs en régime statique (indépendant du temps) constitue les modèles électrostatiques, électrocinétiques et magnéto-statiques, leur étude en régime dynamique (dépendant du temps) constitue le modèle magnétodynamique [7].

En démarrant des relations fondamentales de l'électricité et de magnétisme, Maxwell est arrivé à mettre en place quatre équations qui regroupent les deux domaines, c'est l'électromagnétisme. Ces quatre équations gouvernent d'une manière très efficace avec les lois de comportement des milieux du dispositif à étudier et la loi d'Ohm généralisé tous les phénomènes électromagnétiques.

III.2. Equations de Maxwell

Les équations de Maxwell spécifient que toute variation spatiale ou temporelle d'un champ électromagnétique en un point de l'espace entraîne ou due à l'existence d'un autre champ au même point. Ces équations sont donc locales et sont valables dans n'importe quel système d'axes [9]. On utilise les quatre équations fondamentales aux dérivées partielles de Maxwell, Ces équations s'écrivent sous deux formes équivalentes qui sont :

III.2.1. Forme différentielle des équations de Maxwell

$$\text{Maxwell-Gauss:} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad (\text{III.1})$$

$$\text{Maxwell-Faraday:} \quad \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{III.2})$$

$$\text{Conservation de flux:} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{III.3})$$

$$\text{Maxwell-Ampere:} \quad \vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{III.4})$$

\vec{E} [V/m] : Vecteur champs électrique.

\vec{H} [A/m] : Vecteur champs magnétique.

\vec{D} [C/m²] : Vecteur induction électrique.

\vec{B} [T] : Vecteur induction magnétique.

\vec{J}_c [A/m²] : Vecteur densité de courant de conduction.

ρ [C/m³] : Densités de charge volumique.

$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ et aussi noté \vec{J}_D est appelé vecteur densité de courant de déplacement.

III.2.2. Forme intégrale des équations de maxwell [14]

La première équation de maxwell est héritée du théorème de Gauss, qui relie le flux du champ électrique à travers une surface fermée à la charge interne à cette surface.

$$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{1}{\epsilon} \iiint_V \rho \cdot dv \rightarrow \oint_S \vec{D} \cdot \vec{ds} = \iiint_V \rho \cdot dv \quad (\text{III.5})$$

La deuxième équation de Maxwell est basée sur la loi de Faraday qui énonce qu'une force électromotrice est induite dans un circuit fermé lorsqu'il y a variation dans le temps du flux magnétique à travers le circuit.

$$\oint_c \vec{E} \cdot \vec{dl} = - \frac{\partial}{\partial t} (\oint_s \vec{B} \cdot \vec{ds}) \quad (\text{III.6})$$

$$\text{Avec : } \Phi = \oint_s \vec{B} \cdot \vec{ds} \quad (\text{III.7})$$

Φ : Flux magnétique traversant la section s.

dl : Élément de longueur [m].

D'après le théorème de stockes ; on aura :

$$\oint_s \vec{E} \cdot \vec{dl} = \oint_s (\vec{\nabla} \wedge \vec{E}) \cdot \vec{ds} \quad (\text{III.8})$$

La troisième équation de Maxwell traduit le principe de conservation flux magnétique :

$$\oint_S \vec{B} \cdot \vec{ds} = 0 \quad (\text{III.9})$$

La quatrième équation de Maxwell est basée sur la loi d'ampère qui considère que la circulation d'un champ magnétique le long d'un contour est proportionnelle à la somme des courants traversant la surface délimitée par le contour.

$$\oint_S \vec{H} \cdot \vec{dl} = \iint_S (\vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot \vec{ds} \quad (\text{III.10})$$

Ces équations ne suffisent pas pour résoudre les problèmes électromagnétiques, il faut associer les relations qui définissent le comportement des milieux à étudier.

III.3. Lois de comportement des milieux

Les inductions et les champs sont reliés entre eux par les lois de comportement qui expriment les propriétés des matériaux, ainsi pour les milieux isotropes nous avons :

a. La loi d'ohm

La loi d'ohm est donnée en chacun des points du domaine par l'expression :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (\text{III.11})$$

σ : Conductivité électrique $[(\Omega \cdot m)^{-1}]$.

b. Relation magnétique

La relation entre le vecteur induction \vec{B} et le vecteur champ magnétique \vec{H} est donnée par :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (\text{III.12})$$

μ : Perméabilité magnétique absolue [H/m].

μ_0 : Perméabilité magnétique du vide : $4\pi 10^{-7}$ [H/m].

μ_r : Perméabilité magnétique relative.

Dans le cas des matériaux ferromagnétiques durs (aimants permanents), le phénomène de rémanence est introduit, et on obtient une loi de la forme :

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \quad (\text{III.13})$$

Ou \vec{M} est l'aimantation de l'aimant permanent exprimé en [A/m].

c. La relation diélectrique

La relation entre le vecteur induction électrique \vec{D} et le vecteur champ électrique \vec{E} est donnée par :

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \quad (\text{III.14})$$

ϵ : Permittivité électrique absolue [F/m].

ϵ_0 : Permittivité électrique du vide : $\frac{1}{36\pi} 10^{-9}$ [F/m]

ϵ_r : Permittivité relative.

L'expression détaillée des densités de courants :

$$\vec{J} = \vec{J}_s + \vec{J}_{ind} \quad (\text{III.15})$$

\vec{J}_s , \vec{J}_{ind} sont respectivement la densité de courant source et de la densité de courant induit en [A/m²].

Dans le cas d'un milieu conducteur en mouvement le champ électrique est donné par :

$$\vec{E}_t = \vec{E} + \vec{E}' \quad (\text{III.16})$$

$$\vec{E}' = \vec{v} \wedge \vec{B} \quad (\text{III.17})$$

\vec{E}' : Le champ électromoteur.

\vec{v} : La vitesse de déplacement du milieu en mouvement [m/s].

\vec{B} : L'induction magnétique [T].

On appliquant la loi d'ohm on aura :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}_t = \sigma(\vec{E} + \vec{E}') = \sigma \vec{E} + \sigma \vec{E}' \quad (\text{III.18})$$

$$\text{Avec : } \vec{E} = \vec{E}_s + \vec{E}_{ind} \quad (\text{III.19})$$

\vec{E}_s , \vec{E}_{ind} sont respectivement le champ électrique source et le champ électrique induit en [V/ m].

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}_s + \sigma \vec{E}_s + \sigma \vec{E}' \quad (\text{III.20})$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}_s + \sigma \vec{E}_{ind} + \sigma (\vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (\text{III.21})$$

Donc :

$$\vec{J}_s = \sigma \vec{E}_s \quad (\text{III.22})$$

$$\vec{J}_{ind} = \sigma \vec{E}_{ind} + \sigma (\vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (\text{III.23})$$

Le terme $\sigma \vec{E}_{ind}$ est le courant résultant du champ électrique \vec{E}_{ind} et le terme $\sigma (\vec{v} \wedge \vec{B})$ représente la densité de courant résultant du mouvement.

III.4. Equations de continuité

En prenant la divergence de l'équation (III.4) et en tenant compte de l'équation (III.1), nous obtenons la loi de conservation de la charge électrique appelée aussi l'équation de continuité, donnée par :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (\text{III.24})$$

ρ : La densité volumique de la charge électrique [C/m³].

III.5. Relations de passages

A l'interface entre deux milieux différents respectivement (1) et (2), les champs de vecteurs doivent vérifier certaines conditions dites relations de passages. Elles s'énoncent comme suit [10] :

III.5.1. Discontinuité de la composante normale de l'induction électrique

$$(\vec{D}_{n1} - \vec{D}_{n2}) \cdot \vec{n} = \sigma_s \quad (\text{III.25})$$

\vec{D}_{n1} : La composante normale de l'induction électrique dans le milieu 1.

\vec{D}_{n2} : La composante normale de l'induction électrique dans le milieu 2.

σ_s : La densité de charge surfacique.

\vec{n} : Le vecteur normal à la surface de séparation.

III.5.2. Conservation de la composante tangentielle du champ électrique

$$(\vec{E}_{t1} - \vec{E}_{t2}) \wedge \vec{n} = \mathbf{0} \quad (\text{III.26})$$

\vec{E}_{t1} : La composante tangentielle du champ électrique dans le milieu 1.

\vec{E}_{t2} : La composante tangentielle du champ électrique dans le milieu 2.

III.5.3. Conservation de la composante normale de l'induction magnétique

$$(\vec{B}_{n1} - \vec{B}_{n2}) \cdot \vec{n} = 0 \quad (\text{III.27})$$

\vec{B}_{n1} : La composante normale de l'induction magnétique dans le milieu 1.

\vec{B}_{n2} : La composante normale de l'induction magnétique dans le milieu 2.

III.5.4. Discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique

$$(\vec{H}_{t1} - \vec{H}_{t2}) \wedge \vec{n} = \mathbf{k} \quad (\text{III.28})$$

\vec{H}_{t1} : La composante tangentielle du champ magnétique dans le milieu (1).

\vec{H}_{t2} : La composante tangentielle du champ magnétique dans le milieu (2).

k : Densité de courant surfacique.

III.6. Conditions aux limites

La résolution des équations de Maxwell en particulier, ainsi que des équations aux dérivées partielles en générale nécessitent l'ajout des conditions aux limites associées aux problèmes étudiés.

On distingue quatre types de conditions aux limites :

III.6.1. Condition type Dirichlet

Cette condition nous informe sur la valeur exacte de l'inconnue sur la frontière extérieure du domaine d'étude. Elle est sous forme :

$$A = A_0 \quad (\text{III.29})$$

A : La fonction inconnue.

A_0 : Constante.

III.6.2. Condition type Newman

Cette condition nous renseigne sur la valeur de la composante normale de l'inconnue sur la limite du domaine étudié. Elle permet de déduire qu'il existe un plan de symétrie dans le domaine d'étude lorsque la valeur de cette dernière est nulle.

$$\frac{\partial A}{\partial n} = A_0 \quad (\text{III.30})$$

A_0 : Constante ou nulle.

III.6.3. Condition mixte

C'est la combinaison des deux types précédents, elle s'exprime de la manière suivante :

$$\alpha A + \beta \frac{\partial A}{\partial n} = \gamma \quad (\text{III.31})$$

Où : α , β et γ sont des constantes.

III.6.4. Condition de périodicité et d'anti-périodicité

Appliquée surtout dans le cas des machines tournantes et linéaires, du fait de la périodicité de la distribution du champ magnétique [10].

Cette condition permet de prendre en considération la périodicité du phénomène physique mis en jeu. Il existe des conditions de périodicité et anti-périodicité, dites aussi cyclique ou anticycliques [6].

Elle s'exprime comme suit :

$$A|_{\Gamma} = K \cdot A|_{\Gamma+d\Gamma} \quad (\text{III.32})$$

A : Fonction inconnue.

$d\Gamma$: Période spatiale suivant le contour Γ .

$K = 1$, condition périodique.

$K = -1$, condition anti-périodique.

III.7. Hypothèses simplificatrices

L'équation électromagnétique à étudier sera obtenue à partir des hypothèses simplificatrices qui s'imposent souvent lors de traitement des phénomènes électromagnétiques dans le domaine des courants forts [12], qui sont les suivantes :

- Si on considère que les phénomènes étudiés relèvent du domaine quasi-statique ou magnétodynamique des fréquences inférieures à 10^{12} Hz, les courants de déplacement sont négligeables devant les courants de conduction.

$$\text{Ceci se traduit par : } \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \ll \vec{J} \quad (\text{III.33})$$

- La densité de charge volumique est supposée nulle.
- Les matériaux utilisés sont à propriétés physique isotropes.

En tenant compte des hypothèses ainsi formulées les équations de Maxwell à considérer sont :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 \quad (\text{III.34})$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{III.35})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{III.36})$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J} \quad (\text{III.37})$$

Avec :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\text{III.38})$$

$$\vec{J} = \vec{J}_s + \vec{J}_{ind} \quad (\text{III.39})$$

$$\vec{J}_{ind} = \sigma \vec{E}_{ind} + \sigma (\vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (\text{III.40})$$

III.8. Modèles physiques

III.8.1. Modèle magnétostatique

La magnétostatique consiste à l'étude des phénomènes magnétiques en régime stationnaire.

On suppose que le champ magnétique est produit par des sources indépendantes du temps,

donc ($\frac{\partial}{\partial t} = 0$).

Les équations à considérer sont issues des équations de Maxwell. Elles s'écrivent :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J} \quad (\text{III.41})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{III.42})$$

$$\text{A ces équations s'ajoute la loi de comportement magnétique : } \vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\text{III.43})$$

III.8.1.1. Formulation magnétostatique en potentiel vecteur magnétique \vec{A}

Introduit pour la première fois par Newman en 1845 et présenté également dans les travaux de Thomson en 1846 et de Maxwell en 1864, le potentiel vecteur magnétique \vec{A} permet de simplifier système d'équation (III.42, III.44).

L'équation (III.43), permet de définir le potentiel vecteur \vec{A} tel que :

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \quad (\text{III.44})$$

L'élimination de \vec{B} et \vec{H} dans (III.42, III.44) donne la formulation magnétostatique en potentiel vecteur magnétique.

$$\vec{\nabla} \wedge \left(\frac{\vec{\nabla} \wedge \vec{A}}{\mu} \right) = \vec{J} \quad (\text{III.45})$$

Avec :

$$\vec{J} = \vec{J}_s + \vec{J}_{ind} \quad (\text{III.46})$$

Telles que:

\vec{J}_s : Densité de courant de source.

$$\vec{J}_{ind} : \text{Densité de courant induit. } \vec{J}_{ind} = -\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \mathbf{0} \quad (\text{III.47})$$

D'où :

$$\vec{\nabla} \wedge \left(\frac{\vec{\nabla} \wedge \vec{A}}{\mu} \right) = \vec{J}_s \quad (\text{III.48})$$

C'est l'équation magnétostatique pour un milieu de perméabilité μ et alimenté par une densité de courant \vec{J}_s .

III.8.2. Modèle magnétodynamique

La magnétodynamique consiste à l'étude des phénomènes couplés, en régime dynamique, on négligeant les courants de déplacement ($\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0$).

Les équations à considérer sont issues des équations de Maxwell, en négligeant le courant de déplacement, elles s'écrivent :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J} \quad (\text{III.49})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{III.50})$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{III.51})$$

A ces équations s'ajoutent les lois :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (\text{III.52})$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\text{III.53})$$

III.8.2.1. Formulation magnétodynamique en potentiel vecteur magnétique \vec{A}

De même qu'en magnétostatique, l'équation (III.50) permet l'introduction du potentiel vecteur magnétique \vec{A} tel que : $\vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A}$ (III.54)

En remplaçant l'équation (III.54) dans l'équation (III.51), on obtient l'expression du champ électrique \vec{E} :

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{\nabla} V \quad (\text{III.55})$$

Ou :

V : Potentiel scalaire électrique.

$$\text{Avec : } \vec{E} = \vec{E}_s + \vec{E}_{ind} \quad (\text{III.56})$$

$$\vec{E}_s = -\vec{\nabla} V \quad (\text{III.57})$$

$$\vec{E}_{ind} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (\text{III.58})$$

$$\vec{J} = \vec{J}_s + \vec{J}_{ind} \quad (\text{III.59})$$

$$\vec{J}_{ind} = \sigma \vec{E}_{ind} + \sigma (\vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (\text{III.60})$$

$$\vec{J}_s = \sigma \vec{E}_s \quad (\text{III.61})$$

En introduisant (III.54), en tenant compte des relations (III.52) et (III.53), on aboutit ainsi à l'équation magnétodynamique en potentiel vecteur magnétique \vec{A} , donnée par le système d'équation suivant :

$$\vec{\nabla} \wedge \left(\frac{\vec{\nabla} \wedge \vec{A}}{\mu} \right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{J}_s \quad (\text{III.62})$$

III.9.Méthodes d'analyse numérique du lanceur électromagnétique inductif

Avec l'apparition des ordinateurs assez puissants en terme d'espace mémoire, rapides en terme d'exécution des calculs et économiques, l'utilisation des méthodes numériques pour la résolution des problèmes de champs électromagnétiques, devient un choix réaliste.

Ce type de problèmes est modélisé de façon fondamentale, en partant des équations de Maxwell, qui sont manipulées pour aboutir à une équation différentielle globale régissant le fonctionnement du dispositif électromagnétique.

Parmi ces méthodes, on cite la méthode des différences finies, la méthode des volumes finis, la méthode des intégrales de frontières et la méthode des éléments finis.

III.9.1.La méthode des différences finies

La méthode des différences finies est basée sur la transformation de l'opérateur différentiel en un opérateur aux différences où chaque dérivée est approchée par une différence de valeurs de l'inconnu aux points de calcul (nœuds) du domaine de résolution [15].

La méthode des différences finies a été la première méthode numérique utilisée pour la résolution d'équations aux dérivées partielles de types « Laplace » ou « Poisson ». Elle a été rendu populaire grâce à l'invention du calculateur numérique qui s'est fait vers 1949. Les équations aux dérivées partielles résolues sont considérées avec des conditions aux limites [16].

Considérons le domaine suivant :

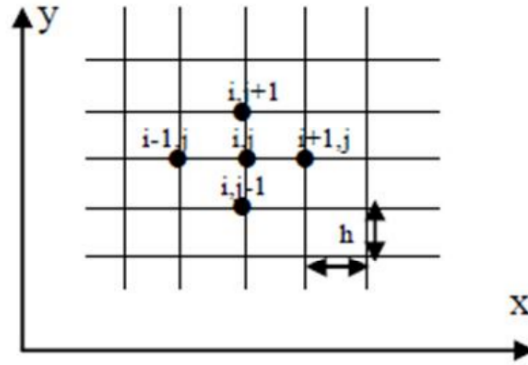


Figure III.1 : Représentation du maillage type différences finies.

Si on applique un développement limité en série de Taylor de la fonction à déterminer en chacun des nœuds du maillage, l'approximation des dérivées aux points (i, j) est

$$\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{A_{i+1,j} - A_{i-1,j}}{2h} \tag{III.63}$$

$$\left(\frac{\partial A}{\partial y}\right)_{i,j} = \frac{A_{i,j+1} - A_{i,j-1}}{2h} \tag{III.64}$$

$$\left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}\right)_{i,j} = \frac{A_{i+1,j} - 2A_{i,j} + A_{i-1,j}}{h^2} \tag{III.65}$$

$$\left(\frac{\partial^2 A}{\partial y^2}\right)_{i,j} = \frac{A_{i,j+1} - 2A_{i,j} + A_{i,j-1}}{h^2} \tag{III.66}$$

Ce qui permet de déduire l'expression du Laplacien :

$$(\Delta A)_{i,j} = \left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}\right)_{i,j} + \left(\frac{\partial^2 A}{\partial y^2}\right)_{i,j} \tag{III.67}$$

$$(\Delta A)_{i,j} = \frac{A_{i+1,j} + A_{i-1,j} + A_{i,j+1} + A_{i,j-1} - 4A_{i,j}}{h^2} \tag{III.68}$$

L'équation (III.68) est appelée la forme à cinq points. Elle s'écrit sous le système matriciel suivant :

$$[M][A] = [S] \tag{III.69}$$

Avec :

[M] : La matrice inversible.

[A] : La matrice des inconnus.

[S] : La matrice source.

Cette méthode est rarement utilisée à cause de sa difficulté d'application aux problèmes à géométrie complexe.

De nos jours, elle est supplantée par la méthode des éléments finis dans presque toutes les applications en ingénierie.

III.9.2. Méthode des intégrales de frontières [17]

La méthode des intégrales de frontières a été utilisée dans le domaine numérique pour la résolution des équations de Maxwell par C.W Trowbridge et son groupe. Elle permet la détermination des grandeurs inconnues sur la frontière du domaine et ne s'applique que dans le cas où le milieu considéré est linéaire.

Cette méthode trouve son application lorsque les fréquences de travail sont très importantes car la profondeur de pénétration devient très faible vis-à-vis des autres dimensions géométriques du dispositif étudié et une discrétisation en éléments finis ferait aboutir à des difficultés insurmontables à cause du grand nombre d'éléments nécessaires à cette discrétisation. Elle présente l'avantage de prendre en compte des domaines infinis, une taille de systèmes algébriques réduite et donc un temps de calcul minime. Comme elle présente l'inconvénient de ne résoudre que les problèmes linéaires et une imprécision due à la considération des courants surfaciques.

III.9.3. Méthode des volumes finis

Le domaine d'étude (Ω) est subdivisé en un nombre d'éléments finis. Chaque élément contient quatre nœuds, pour le cas bidimensionnel axisymétrique, un volume fini entoure chaque nœud.

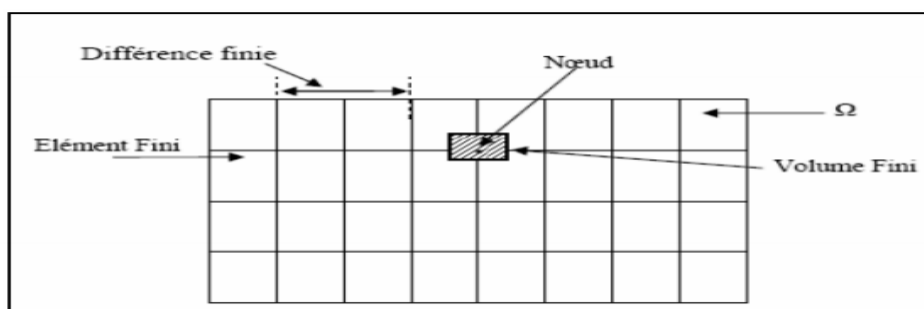


Figure III.2 : Représentation du maillage type volumes finis.

L'équation différentielle est projetée sur une fonction de projection bien déterminée et ensuite intégrée dans chacun des volumes élémentaires. Pour calculer l'intégrale dans le volume élémentaire, la fonction inconnue est représentée à l'aide d'une fonction d'approximation (linéaire, parabolique, exponentielle, ...etc.) entre deux nœuds consécutifs. Ensuite, la forme intégrale est discrétisée dans le domaine d'étude. L'équation discrétisée de cette façon exprime le principe de conservation pour l'inconnu dans l'élément de volume et la solution obtenue est constituée uniquement par les valeurs nodales. Lors de l'assemblage des équations discrétisées, la matrice du système globale est construite par arrête contrairement aux matrices globales issues d'une discrétisation par éléments finis, pour laquelle la construction s'effectue par élément.

Cette méthode est utilisée en particulier en mécanique de fluides (l'équation d'écoulement), où elle est apparue depuis une vingtaine d'année, sa procédure donne une solution plus précise que celle par la méthode des différences finis.

III.9.4. Méthode des éléments finis

La méthode des éléments a été utilisée pour la première fois pour simuler les problèmes de mécanique des milieux continus déformables (calcul de structure).

Il existe de nos jours un nombre important de logiciels commerciaux et académiques de conception assistée par ordinateur (C.A.O), qui utilisent la méthode des éléments finis comme un outil de simulation robuste pour des problèmes de mécanique des milieux continus, de mécanique des fluides, de thermique, d'électromagnétisme ou de finance, pour ne citer que quelques exemples. Cette méthode a été introduite pour la première fois en électromagnétisme par P.P. Silvestre et M.V.K. Chari vers 1970 [7], [16].

III.9.4. Formulation éléments finis des équations électromagnétiques

Nous définissons la méthode des éléments finis comme une méthode de discrétisation des formes intégrales de type Galerkin : elle remplace la forme intégrale globale par la somme de formes intégrales élémentaires puis discrétiser celles-ci en utilisant une approximation par éléments finis [7].

La formulation intégrale peut se faire par deux types :

- ✓ Variationnelle
- ✓ Résidus pondérés

III.9.4.1. Formulation variationnelle

La méthode variationnelle exige la connaissance au préalable de la fonctionnelle d'énergie du système à étudier. Cette fonctionnelle est déterminée à partir de l'action Hamiltonnienne qui stipule l'existence d'une fonctionnelle de type intégrale définie par [7], [10].

$$F(A) = \int_{\Omega} L(x_i, q_i, q'_{ik}) d\Omega \quad (\text{III.70})$$

L : Fonction de Lagrange (Lagrangien) qui résulte de la co-énergie du système de type cinétique et de son énergie potentielle.

Ω : Domaine de résolution.

Avec :

$$L(x_i, q_i, q'_{ik}) = W_c - W_p \quad (\text{III.71})$$

W_c : Energie cinétique.

W_p : Energie potentielle.

x_i : Variables.

q_i : Variables d'état.

$q'_{ik} = \frac{\partial q_i}{\partial x_{ik}}$: Dérivées des fonctions d'état.

Résoudre le problème variationnel défini par la fonctionnelle d'énergie $F(A)$ revient à minimiser cette fonctionnelle.

❖ Cas d'un phénomène magnétique

Dans ce cas, la fonction de Lagrange est donnée par l'expression :

$$L = \int_0^B v B dB - JA \quad (\text{III.72})$$

A : Potentiel vecteur magnétique [T. m].

J : Densité de courant [A/m²].

$v = \frac{1}{\mu}$: Réductivité magnétique [H/m]⁻¹.

B : Induction magnétique [T].

L'expression de la fonctionnelle d'énergie est donnée comme suit :

$$F(A) = \int_{\Omega} \left[\int_0^B v B dB - JA \right] d\Omega \quad (\text{III.73})$$

La résolution du problème variationnel défini par la fonctionnelle d'énergie $F(A)$ revient à minimiser cette fonctionnelle ; la minimisation est effectuée en utilisant le principe de Rayleigh-Ritz qui s'énonce comme suit [7]: « *la dérivée de la fonctionnelle d'énergie $F(A)$ par rapport à chaque inconnue au nœud est nulle* ».

$$\frac{\partial F(A)}{\partial A_i} = 0 \quad \text{pour } i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (\text{III.74})$$

Où :

$$\frac{\partial F(A)}{\partial A_i} = \frac{\partial F(A)}{\partial A_1} = \frac{\partial F(A)}{\partial A_2} = \dots = \frac{\partial F(A)}{\partial A_n} = 0 \quad (\text{III.75})$$

n : Nombre de nœuds du domaine d'étude.

A_i : L'inconnu aux nœuds i du domaine.

III.9.4.2. Méthode des résidus pondérés (projective)

a) Principe de la méthode

Le principe fondamental des méthodes projectives est basé sur le théorème applicable dans un espace de « Hilbert », qui stipule que seul un vecteur nul est orthogonal à tous les vecteurs de l'espace [16].

La méthode des résidus pondérés est basée sur la détermination du résidu par [10]:

$$R = L(A) - f_V \quad (\text{III.76})$$

R : Représente le résidu de l'approximation.

$L(A)$: Opérateur différentiel.

f_V : Fonction définie sur le domaine d'étude Ω .

A : L'inconnue du problème.

A l'aide de fonctions de pondération bien choisies, on impose à l'intégrale du résidu de s'annuler en n points du domaine Ω :

$$\int_{\Omega} R_i \cdot \phi_i \cdot d\Omega = 0 \quad (\text{III.77})$$

ϕ_i : Fonction de projection.

Le choix des fonctions de projection ϕ_i induit une erreur de méthode mais elles présentent un avantage par rapport à la méthode variationnelle car elle ne nécessite pas la connaissance au préalable de la fonctionnelle d'énergie du système à étudier.

Les valeurs de A qui permettent d'annuler l'intégrale sont la solution du système algébrique obtenu.

b) Différentes méthodes déduites des résidus pondérés

Le choix des fonctions de pondération appelées aussi fonctions de projection, conduit à plusieurs méthodes. Parmi celles-ci nous citerons :

- ✓ La méthode de collocation par point.
- ✓ La méthode des moindres carrés.
- ✓ La méthode de Petrov Galerkin.

La méthode de collocation par point utilise les fonctions de Dirac comme fonction de pondération (projection), la méthode des moindres carrés est basée sur la minimisation de la norme quadratique de l'erreur (erreur quadratique) sur l'équation et les conditions aux limites. La méthode de Galerkin consiste à choisir des fonctions de projection identiques aux fonctions d'approximation (elle permet d'avoir un système matriciel symétrique).

Contrairement à la méthode variationnelle, la méthode des résidus pondérés ne nécessite pas la connaissance au préalable de la fonctionnelle d'énergie du système.

Dans le cas de l'utilisation de la méthode de Galerkin, on obtient un système algébrique symétrique facile à résoudre. On se limitera dans ce qui suit, à la méthode projective de Galerkin qui sera employée pour le traitement des problèmes à équations aux dérivées partielles étudiées et cela pour deux raisons [7] :

1. Elle s'applique indépendamment de la connaissance au préalable de la fonctionnelle d'énergie du système à étudier.
2. En choisissant les fonctions de pondérations identiques aux fonctions de formes, nous obtenons un système algébrique dont la résolution devient relativement rapide.

III.9.4.3. Discrétisation du domaine d'étude (maillage)

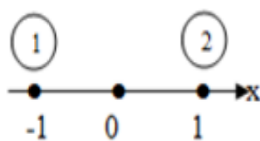
L'approche de base de la méthode des éléments finis est de subdiviser le domaine d'étude en un nombre finis de sous domaines appelés éléments. L'approximation de l'inconnue se fait en chaque élément à l'aide des fonctions d'interpolations. La fonction d'interpolation est aussi définie en fonction de la géométrie de l'élément qu'on choisit préalablement et coïncide avec les nœuds de cet élément relatif aux valeurs de l'inconnue. On parle alors d'interpolation nodale [10].

a) Eléments finis réels

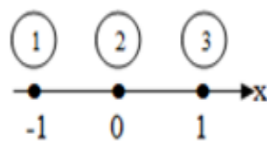
Pour des domaines d'étude à une, deux ou trois dimensions, des éléments classiques peuvent être définis selon le degré de la courbe d'interpolation qui lui est associés. On rencontre généralement, des éléments linéaires, quadratiques ou cubiques.

Nous présenterons dans ce qui suit quelques éléments de bases appelés aussi éléments de références :

❖ Eléments à une dimension (1D)



Linéaire (02 nœuds)



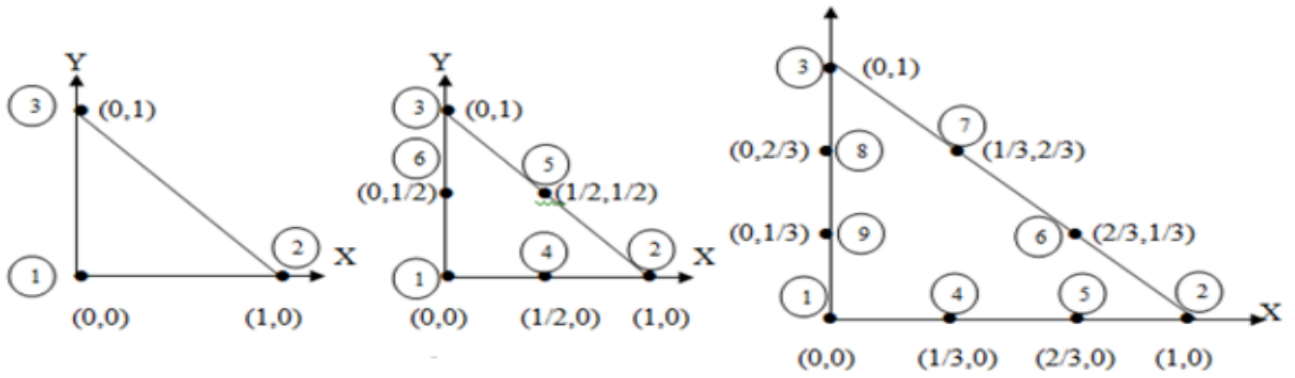
Quadratique (03 nœuds)



Cubique (04 nœuds)

❖ Eléments à deux dimensions (2D)

- Eléments triangulaires

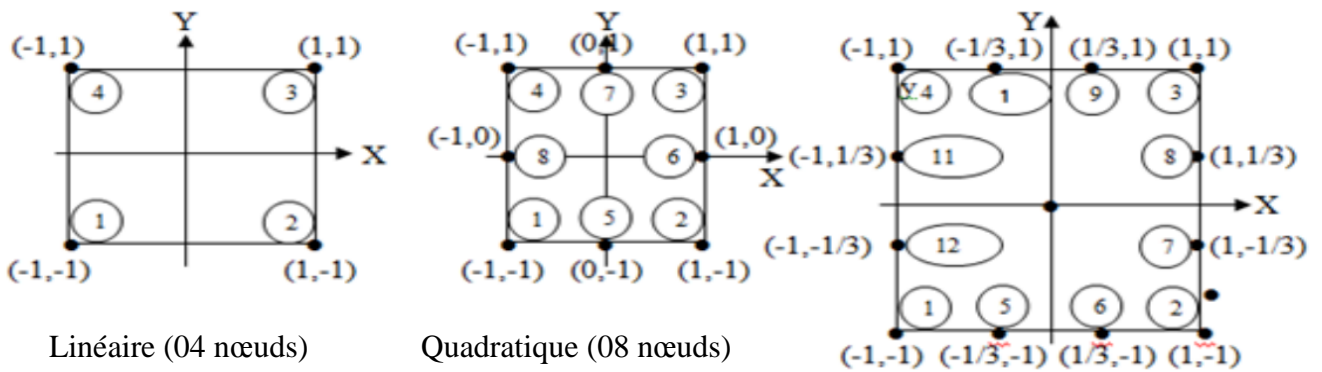


Linéaire (03 nœuds)

Quadratique (06 nœuds)

Cubique (09 nœuds)

• **Éléments carrés**

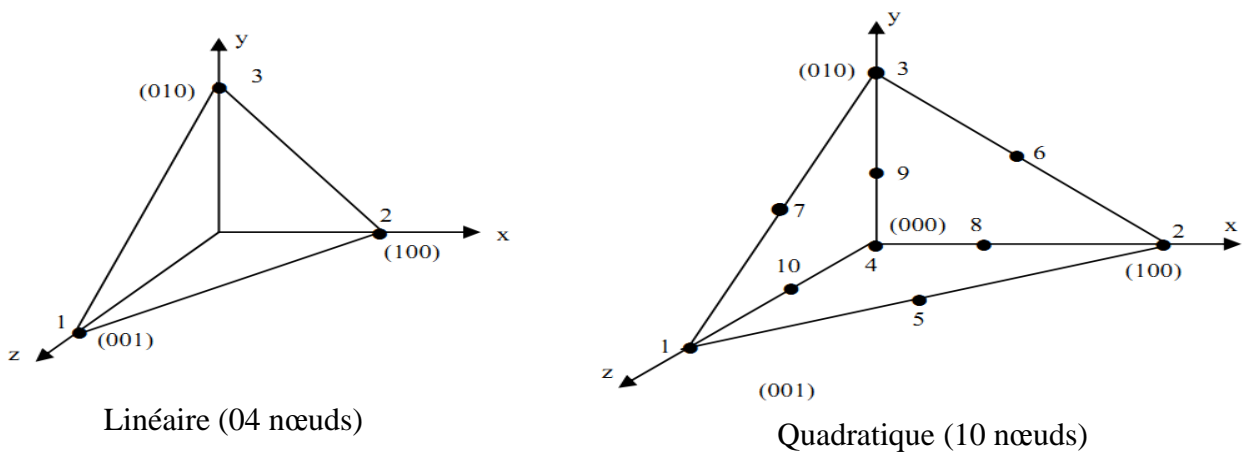


Linéaire (04 nœuds)

Quadratique (08 nœuds)

Cubique (12 nœuds)

❖ **Éléments à trois dimensions (3D)**



Linéaire (04 nœuds)

Quadratique (10 nœuds)

b) Fonction d'interpolation

Les fonctions d'interpolation sont obtenues à partir du triangle de Pascal, donné ci-dessous :

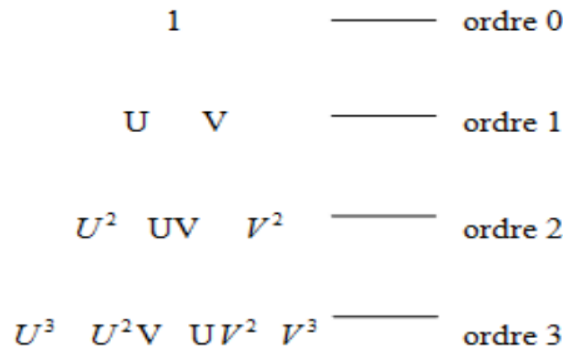


Figure III. 3 : Représentation du triangle de Pascal.

La construction de ces fonctions doit vérifier les conditions suivantes :

1) Principe de l'état complet

- Le nombre de termes de la fonction doit être égal au nombre de nœuds de l'élément.
- La fonction doit contenir un terme constant.

2) Principe de compatibilité

- La fonction doit être continue (c'est-à-dire la première dérivée existe).

On peut citer un exemple d'une fonction d'interpolation (ordre 2) :

$$A(U, V) = a + bU + cV + dUV + eU^2 + fV^2 \tag{III.78}$$

La base polynômiale sera alors :

$$P = [1 \quad U \quad V \quad UV \quad U^2 \quad V^2] \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{bmatrix} \tag{III.79}$$

La construction d'une fonction approchée $U^e(x)$, avec (e) comme indice relatif à l'élément étudié est différente sur chaque élément par la méthode d'approximation nodale. Donc la fonction d'approximation aura la forme suivante :

$$U(x) = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \cdots \quad \phi_n] \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_n \end{bmatrix} = \phi \cdot U \quad (\text{III.80})$$

$U(x)$: C'est la fonction d'approximation qui est identifiée à la fonction exacte.

$\phi_1 \quad \phi_2 \quad \cdots \quad \phi_n$: Les fonctions de forme de l'élément.

$U_1 \quad U_2 \quad \cdots \quad U_n$: Les variables associées aux nœuds du domaine.

c) Fonction d'interpolation sur élément

Dans le cas élément triangulaire linéaire, l'approximation d'une fonction $u(x, y)$ de valeurs u_1, u_2 et u_3 respectivement aux sommets 1, 2 et 3, est de la forme suivante :

$$u(x, y) = [N_1(x, y) \quad N_2(x, y) \quad N_3(x, y)] \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (\text{III.81})$$

Avec : $N_1(x, y) = \frac{1}{2T} \cdot [(y_3 - y_2) \cdot (x_2 - x) - (x_3 - x_2) \cdot (y_2 - y)]$

$N_2(x, y) = \frac{1}{2T} \cdot [(y_1 - y_3) \cdot (x_3 - x) - (x_1 - x_3) \cdot (y_3 - y)]$

$N_3(x, y) = \frac{1}{2T} \cdot [(y_2 - y_1) \cdot (x_1 - x) - (x_2 - x_1) \cdot (y_1 - y)]$

Où : T est la surface du triangle décrit par les sommets (1), (2) et (3). On remarque que :

$$N_1(x_1, y_1) = 1$$

$$N_2(x_2, y_2) = 0$$

$$N_3(x_3, y_3) = 0$$

d) Fonction d'approximation sur le domaine

Dans le cas global contenant n nœuds, l'inconnue s'exprime alors comme suit :

$$A = \sum_{j=1}^n \alpha_j \cdot A_j \quad (\text{III.82})$$

n : Le nombre de nœuds.

A_j : La valeur de l'inconnue au nœud j .

α_j : La fonction d'interpolation au nœud j .

III.9.5. Formulation éléments finis des équations électromagnétiques

III.9.5.1. Equation magnétostatique

a) Cas cartésien

L'équation magnétostatique dans ce cas est donnée par l'expression suivante :

$$-\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y}\right)\right) = J_s \quad (\text{III.83})$$

La formulation intégrale de l'équation (III.83) est donnée comme suit :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y}\right) \right) + J_s \right) \cdot dx dy = 0 \quad (\text{III.84})$$

L'équation (III.84) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(-\frac{\partial}{\partial x}\left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y}\right) \right) \cdot dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_s \cdot dx dy \quad (\text{III.85})$$

L'application du théorème de Green au premier terme de l'équation (III.85) nous permet d'écrire :

$$\left\{ \begin{aligned} & \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x}\left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y}\right) \right) \cdot dx dy = \\ & \left(-\iint_{\Omega} v \cdot \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \cdot dx dy + \int_{\Gamma} v \cdot \left(\frac{\partial A_z}{\partial x} \cdot \cos(n, x) + \frac{\partial A_z}{\partial y} \cdot \cos(n, y) \right) \alpha_i \cdot d\Gamma \right) \end{aligned} \right. \quad (\text{III.86})$$

Où $\cos(n, x)$ et $\cos(n, y)$ sont les cosinus directeurs au point considéré de la frontière Γ .

L'équation (III.85) peut être écrite comme suit :

$$\iint_{\Omega} v \cdot \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \cdot dx dy - \int_{\Gamma} v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial n} \alpha_i \cdot d\Gamma = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_s \cdot dx dy \quad (\text{III.87})$$

Dans le cas de conditions aux limites type Dirichlet ou Neumann homogène, le terme sur la frontière s'annule, c'est-à-dire :

$$\int_{\Gamma} v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial n} \alpha_i \cdot d\Gamma = 0 \quad (\text{III.88})$$

L'expression (III.85) devient alors :

$$\iint_{\Omega} v \cdot \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \cdot dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_s \cdot dx dy \quad (\text{III.89})$$

L'équation (III.89) en écriture condensée devient ;

$$\iint_{\Omega} v \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla A_z} dx dy \quad (\text{III.90})$$

Sachant que :

$$A_z = \sum_{j=1}^n \alpha_j \cdot A_j$$

Et en remplaçant dans (III.90), on aboutira à :

$$\sum_{j=1}^n \left[\iint_{\Omega} v \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_j} dx dy \right] \cdot A_j = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_s \cdot dx dy \quad (\text{III.91})$$

i, j : Entiers naturels variant de 1 à n .

n : Nombre de nœuds du domaine.

L'écriture de l'équation (III.91) pour tous les nœuds du domaine nous permet d'aboutir au système matriciel suivant :

$$[M] \cdot [A] = [K] \quad (\text{III.92})$$

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} v \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_j} dx dy$$

$$K_i = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_s \cdot dx dy$$

[A] : Vecteur des inconnues du domaine d'étude.

b) Cas axisymétrique

Dans ce cas, l'équation magnétostatique est donné par :

$$\left(-\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(r.A_\varphi)}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(r.A_\varphi)}{\partial z} \right) \right) = J_\varphi \quad (\text{III.93})$$

En considérant comme inconnu le potentiel vecteur modifié donné par $A = r.A_\varphi$ l'équation (III.93) devient :

$$\left(-\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(A)}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(A)}{\partial z} \right) \right) = J_\varphi \quad (\text{III.94})$$

La formulation intégrale de l'expression (III.94) est donnée comme suit :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \left(\left(-\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(A)}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(A)}{\partial z} \right) \right) - J_\varphi \right) drdz = 0 \quad (\text{III.95})$$

L'équation (III.95) peut être écrite comme suit :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \left(\left(-\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(A)}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(A)}{\partial z} \right) \right) \right) drdz = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_\varphi \cdot drdz \quad (\text{III.96})$$

L'application du théorème de Green au premier terme de (III.96) nous permet d'écrire :

$$\left\{ \begin{aligned} & \iint_{\Omega} \alpha_i \left(\left(-\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(A)}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(A)}{\partial z} \right) \right) \right) \cdot drdz = & (\text{III.97}) \\ & \left(-\iint_{\Omega} \frac{v}{r} \cdot \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \cdot \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \cdot \frac{\partial A}{\partial z} \right) \cdot drdz + \int_{\Gamma} \frac{v}{r} \cdot \left(\frac{\partial A}{\partial r} \alpha_i \cdot \cos(n, r) + \frac{\partial A}{\partial z} \alpha_i \cdot \cos(n, z) \right) \cdot d\Gamma \right) \end{aligned} \right.$$

En remplaçant (III.96) dans (III.97), on obtient :

$$\iint_{\Omega} \frac{v}{r} \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla A} \cdot drdz - \int_{\Gamma} v \cdot \frac{\partial A}{\partial n} \alpha_i \cdot d\Gamma = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_\varphi \cdot drdz \quad (\text{III.98})$$

Dans le cas de conditions aux limites type Dirichlet ou Neumann homogène le terme sur la frontière s'annule, ce qui revient à écrire :

$$\int_{\Gamma} v \cdot \frac{\partial A}{\partial n} \alpha_i \cdot d\Gamma = 0$$

L'équation (III.98) devient :

$$\iint_{\Omega} \frac{v}{r} \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla A} \cdot drdz = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_\varphi \cdot drdz \quad (\text{III.99})$$

Sachant que : $A = \sum_{j=1}^n \alpha_j \cdot A_j$

Et en remplaçant dans (III.99), on obtient alors :

$$\sum_{j=1}^n \left[\iint_{\Omega} \frac{v}{r} \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_j} dr dz \right] \cdot A_j = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_{\varphi} \cdot dr dz \quad (\text{III.100})$$

L'écriture de l'équation (III.100) pour tous les nœuds du domaine nous permet d'aboutir au système matriciel suivant :

$$[M] \cdot [A] = [K] \quad (\text{III.101})$$

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} \frac{v}{r} \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_j} dr dz$$

$$K_i = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_{\varphi} \cdot dr dz$$

III.9.5.2. Equation magnétodynamique

a) Cas cartésien

L'équation magnétodynamique dans le cas comportant une source est donnée par :

$$\overrightarrow{\nabla} \wedge (v \overrightarrow{\nabla} \wedge \vec{A}) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{J}_s \quad (\text{III.102})$$

En considérant le régime harmonique, l'équation (III.102) s'écrit :

$$\overrightarrow{\nabla} \wedge (v \overrightarrow{\nabla} \wedge \vec{A}) + j\sigma\omega \vec{A} = \vec{J}_s \quad (\text{III.103})$$

Après transformation, l'équation (III.103) devient :

$$-\left(\frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right) + j\sigma\omega A_z = J_s \quad (\text{III.104})$$

La formulation intégrale de l'équation (III.104) est donnée par :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(-\left(\frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right) + j\sigma\omega A_z - J_s \right) \cdot dx dy = 0 \quad (\text{III.105})$$

L'équation (III.105) peut être réécrite comme suit :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(-\frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right) \cdot dx dy + j\omega \iint_{\Omega} \sigma \cdot \alpha_i \cdot A_z \cdot dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_s \cdot dx dy \quad (\text{III.106})$$

L'application du théorème de Green nous permet d'écrire :

$$\left\{ \begin{aligned} \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right) \cdot dx dy &= \\ &= - \iint_{\Omega} v \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \cdot dx dy + \int_{\Gamma} v \left(\frac{\partial A_z}{\partial x} \cdot \alpha_i \cdot \cos(n, x) + \frac{\partial A_z}{\partial y} \cdot \alpha_i \cdot \cos(n, y) \right) \cdot d\Gamma = \\ &= \iint_{\Omega} v \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla A_z} dx dy + \int_{\Gamma} v \cdot \alpha_i \cdot \frac{\partial A_z}{\partial n} \cdot d\Gamma \end{aligned} \right. \quad (III.107)$$

En remplaçant (III.106) dans (III.107), on obtient :

$$\iint_{\Omega} v \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla A_z} dx dy - \int_{\Gamma} v \cdot \alpha_i \cdot \frac{\partial A_z}{\partial n} \cdot d\Gamma + j\omega \iint_{\Omega} \sigma \cdot \alpha_i \cdot A_z \cdot dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_s \cdot dx dy \quad (III.108)$$

Dans le cas de conditions aux limites type Dirichlet ou Neumann homogène le terme sur la frontière s'annule, ce qui revient à écrire :

$$\int_{\Gamma} v \cdot \alpha_i \cdot \frac{\partial A_z}{\partial n} \cdot d\Gamma = 0$$

L'expression (III.108) devient alors :

$$\iint_{\Omega} v \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla A_z} dx dy + j\omega \iint_{\Omega} \sigma \cdot \alpha_i \cdot A_z \cdot dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_s \cdot dx dy \quad (III.109)$$

Sachant que : $A = \sum_{j=1}^n \alpha_j \cdot A_j$

Et en remplaçant dans (III.109), on obtient :

$$\sum_{j=1}^n \left[\iint_{\Omega} v \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_j} dx dy \right] \cdot A_j + j\omega \sum_{j=1}^n \left[\iint_{\Omega} \sigma \cdot \alpha_i \cdot \alpha_j \cdot dx dy \right] \cdot A_j = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_s \cdot dx dy \quad (III.110)$$

L'écriture de l'équation (III.110) pour tous les nœuds du domaine nous permet d'aboutir au système matriciel suivant :

$$[M] \cdot [A] + j\omega \cdot [L] \cdot [A] = [K] \quad (III.111)$$

Avec : $M_{ij} = \iint_{\Omega} v \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_j} dx dy$

$$L_{ij} = \iint_{\Omega} \sigma \cdot \alpha_i \cdot \alpha_j \cdot dx dy$$

$$K_i = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_s \cdot dx dy$$

$$\bar{A} = A_r + jA_i$$

b) Cas axisymétrique

En considérant comme précédemment le régime harmonique, la formulation intégrale dans ce cas est donnée par l'expression suivante :

$$- \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial A}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial A}{\partial z} \right) \right) \cdot drdz + j\omega \iint_{\Omega} \sigma \cdot \alpha_i \cdot A_z \cdot \frac{drdz}{r} = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_{\varphi} \cdot drdz \quad (\text{III.112})$$

L'application du théorème de Green nous permettra d'écrire :

$$\iint_{\Omega} \frac{v}{r} \cdot \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \cdot \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \cdot \frac{\partial A}{\partial z} \right) \cdot drdz - \int_{\Gamma} \frac{v}{r} \cdot \alpha_i \cdot \frac{\partial A}{\partial n} d\Gamma + j\omega \iint_{\Omega} \sigma \cdot \alpha_i \cdot A \cdot \frac{drdz}{r} = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_{\varphi} \cdot drdz \quad (\text{III.113})$$

Dans le cas de conditions au limites Dirichlet ou Neumann homogène, le terme sur la frontière s'annule, ce qui revient à écrire :

$$\sum_{j=1}^n \left[\iint_{\Omega} \frac{v}{r} \cdot \overline{\nabla \alpha_i} \cdot \overline{\nabla \alpha_j} drdz \right] \cdot A_j + j\omega \sum_{j=1}^n \left[\iint_{\Omega} \sigma \cdot \alpha_i \cdot \alpha_j \cdot \frac{drdz}{r} \right] \cdot A_j = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_{\varphi} \cdot drdz \quad (\text{III.114})$$

L'écriture de l'équation (III.114) pour tous les nœuds du domaine nous permet d'aboutir au système matriciel suivant :

$$[M] \cdot [A] + j\omega \cdot [L] \cdot [A] = [K] \quad (\text{III.115})$$

Avec :

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} \frac{v}{r} \cdot \overline{\nabla \alpha_i} \cdot \overline{\nabla \alpha_j} drdz$$

$$L_{ij} = \iint_{\Omega} \sigma \cdot \alpha_i \cdot \alpha_j \cdot \frac{drdz}{r}$$

$$K_i = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_{\varphi} \cdot drdz$$

$$\bar{A} = A_r + jA_i$$

III.10. Avantages et inconvénients de la méthode des éléments finis

a) Les avantages

- Adaptation aux géométries complexes.
- Prise en compte des non linéarités.
- Temps de calcul relativement avantageux.

b) Les inconvénients

- Prise en considération des domaines infinis.
- Impuissante en présence de singularités dans le domaine d'étude.

III.11. Méthodes de calcul de la force magnétique

En génie électrique, le calcul des forces magnétiques globales qui agissent sur les parties mobiles est d'un grand intérêt, car elles jouent un rôle déterminant dans tout système électromagnétique – mécanique en terme de déformation ou de déplacement.

Pour calculer la force magnétique on peut utiliser les quatre méthodes suivantes :

- La méthode de la force de Lorentz
- La méthode du tenseur de Maxwell
- La méthode des travaux virtuels
- La méthode de la variation de la Co-énergie ou de l'énergie magnétique

III.11.1. La méthode de la force de Lorentz

La force électromagnétique de LORENTZ, résulte de la coexistence d'une induction magnétique résultante d'une source d'excitation et d'une densité de courant induite dans un milieu conducteur. L'expression de cette force est la suivante :

$$\mathbf{F} = \iiint_V (\vec{\mathbf{J}} \wedge \vec{\mathbf{B}}) d\mathbf{v} \quad (\text{III.116})$$

$(\vec{\mathbf{J}} \wedge \vec{\mathbf{B}})$: Densité de la force magnétique.

III.11.2. La méthode du tenseur de Maxwell

Dans des milieux non parcourus par des courants, les forces et les couples pouvant être calculé par l'application de cette méthode.

Le tenseur de Maxwell définit les forces directement en terme de champ magnétique. Elle est déterminée par l'expression suivante [6]:

$$\vec{\mathbf{F}} = \oint_S [(\vec{\mathbf{B}}_n \cdot \vec{\mathbf{H}}_t) \vec{\mathbf{t}} + \frac{1}{2} (\frac{1}{2\mu_0} \mathbf{B}_n^2 - \mu_0 \mathbf{H}_t^2) \vec{\mathbf{n}}] d\mathbf{s} \quad (\text{III.117})$$

B_n : La composante normale de l'induction magnétique.

H_t : La composante tangentielle du champ magnétique.

\vec{n} : La normale extérieure à la surface d'intégration.

\vec{t} : Le vecteur unitaire tangent à la surface d'intégration.

S : La surface d'intégration contenant le milieu où la force doit être calculé.

III.11.3. La méthode de la variation de la Co-énergie ou de l'énergie magnétique [7]

Dans ce cas la force magnétique est obtenue en calculant la dérivée de l'énergie magnétique par rapport au déplacement en maintenant le courant constant ou c'est la dérivée de la Co-énergie magnétique par rapport au déplacement, tout en maintenant le flux constant.

Si F_s représente la composante la composante de la force magnétique totale suivant une direction donnée S on aura :

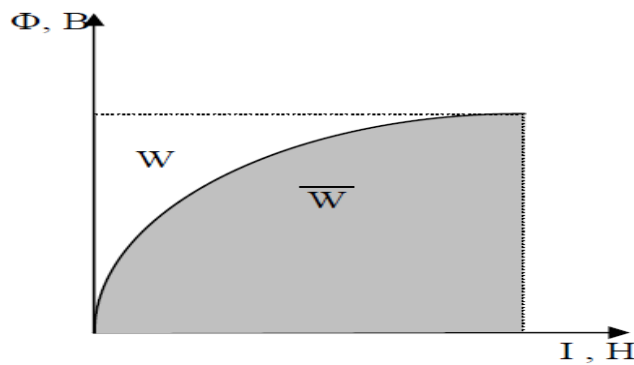


Figure III.3 : Densité d'énergie W et de co-énergie \bar{W} magnétiques

$$F_s = \frac{\partial \bar{W}}{\partial S} \text{ à courant constant} \quad (\text{III.118})$$

$$F_s = \frac{\partial W}{\partial S} \text{ à flux constant} \quad (\text{III.119})$$

$$\bar{W} = \int_{\Omega} \left(\int_0^H B dH \right) d\Omega \quad (\text{III.120})$$

$$W = \int_{\Omega} \left(\int_0^B H dB \right) d\Omega \quad (\text{III.121})$$

III.11.4. La méthode des travaux virtuels

Le principe de cette méthode consiste à l'utilisation de la méthode des éléments finis.

Un domaine Ω_d déformé est subdivisé en sous-domaines Ω_e (éléments finis) sur lesquels,

toutes intégration est conduite en fonction des coordonnées locales (u,v,w) [7]. Le calcul de la force se fait en faisant appel à la co-énergie [13].

L'expression de cette force est :

$$F_s = \frac{\partial}{\partial S} \sum_e [\int_{\Omega_e} (\int_0^H \mathbf{B} dH) d\Omega_e] \quad (\text{III.122})$$

III.12. Conclusion

Dans ce chapitre nous somme intéressé à développer les équations de Maxwell et les différents modèles physiques (magnétostatique et magnétodynamique) qui vont nous permettre la modélisation numérique du lanceur électromagnétique à étudier.

Par la suit nous avons exposé les différentes méthodes de résolutions des équations aux dérivées partielles et nous avons terminé ce chapitre par la présentation des différentes méthodes de calcul de la force magnétique dans les dispositifs électromagnétiques.

IV.1.Introduction

Dans ce chapitre on se propose d'étudier un lanceur électromagnétique à plusieurs étages dans le plan axisymétrique, l'étude concernera une modélisation et le calcul de la force électromagnétique.

Pour une bonne précision de calcul, il est nécessaire d'avoir un outil informatique très performant diminuant le temps de calcul et donnant une grande précision. Le logiciel ANSYS Maxwell 2D est un bon outil à utiliser pour répondre aux exigences souhaitées.

ANSYS Maxwell 2D est un logiciel interactif de haute performance qui utilise l'analyse par éléments finis pour résoudre les phénomènes électriques, magnétostatiques, courants de Foucault, et les problèmes transitoires.

ANSYS Maxwell 2D résout les problèmes de champs électromagnétiques pour un modèle donnée avec des matériaux appropriés, les limites et les conditions applicables à la source des équations de Maxwell sur une région finie de l'espace.

Il existe deux modes de géométrie dans ANSYS maxwell 2D:

- Cas cartésien (XY).
- Cas axisymétrique (RZ).

Il y a six solutions disponibles dans ANSYS maxwell 2D:

- Electrostatique.
- Conduction à courant alternatif.
- Conduction à courant continu.
- Magnétostatique.
- Courants de Foucault.
- Régime Transitoire

IV.2.Description du dispositif

Le dispositif que nous nous proposons d'étudier est un lanceur comportant trois étages.

Le premier étage comportant six bobines inductrices représenté sur la figure IV.1, le deuxième étage est constitué de douze bobines puis le troisième étage comporte dix-huit bobines.

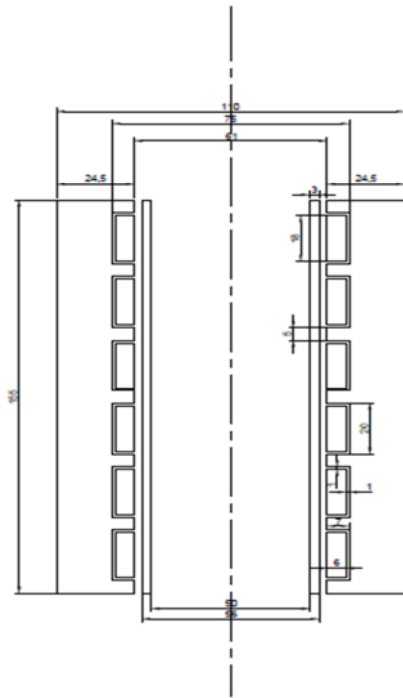


Figure IV.1 modèle géométrique
longitudinale »
du premier étage de lanceur ».

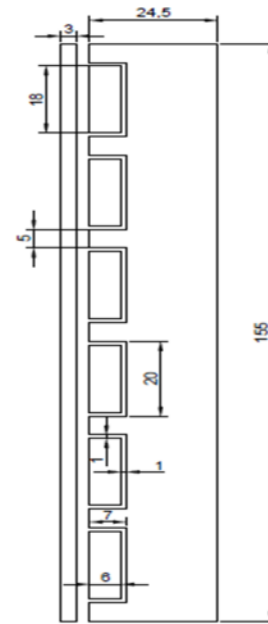


Figure IV.2 « Coupe verticale

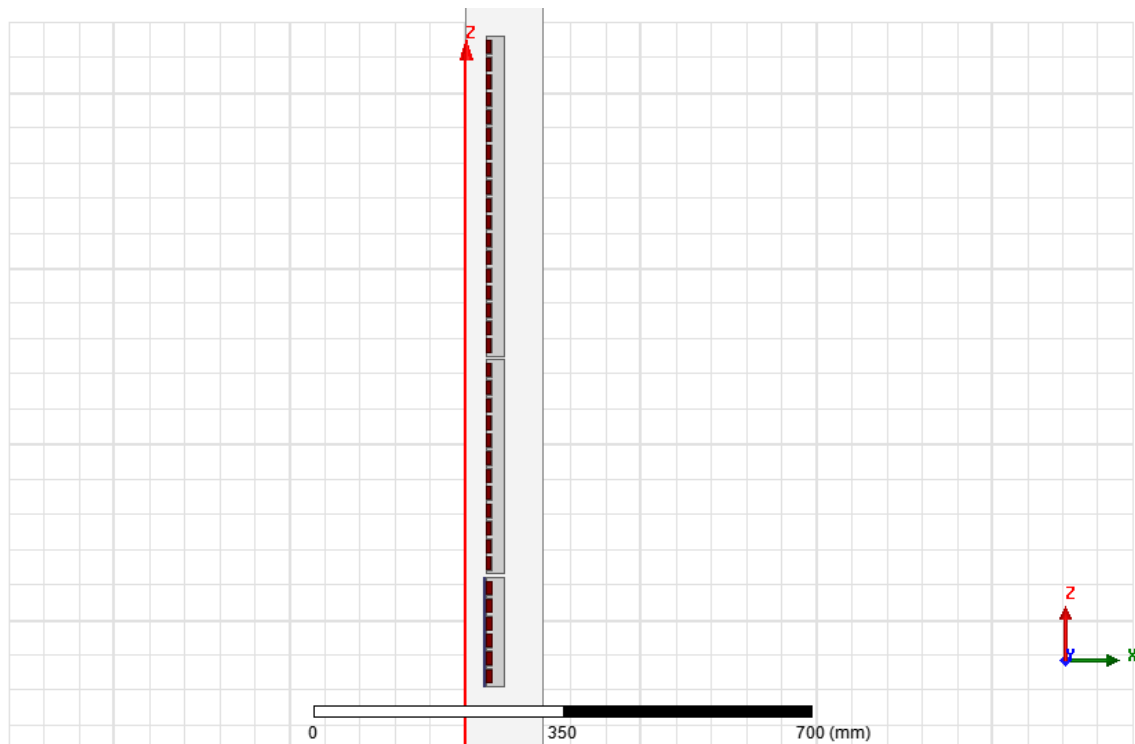


Figure IV.3. « Modèle géométrique de la machine à étudier ».

IV. 2.1. Organigramme de travail sur logiciel ANSYS Maxwell 2D

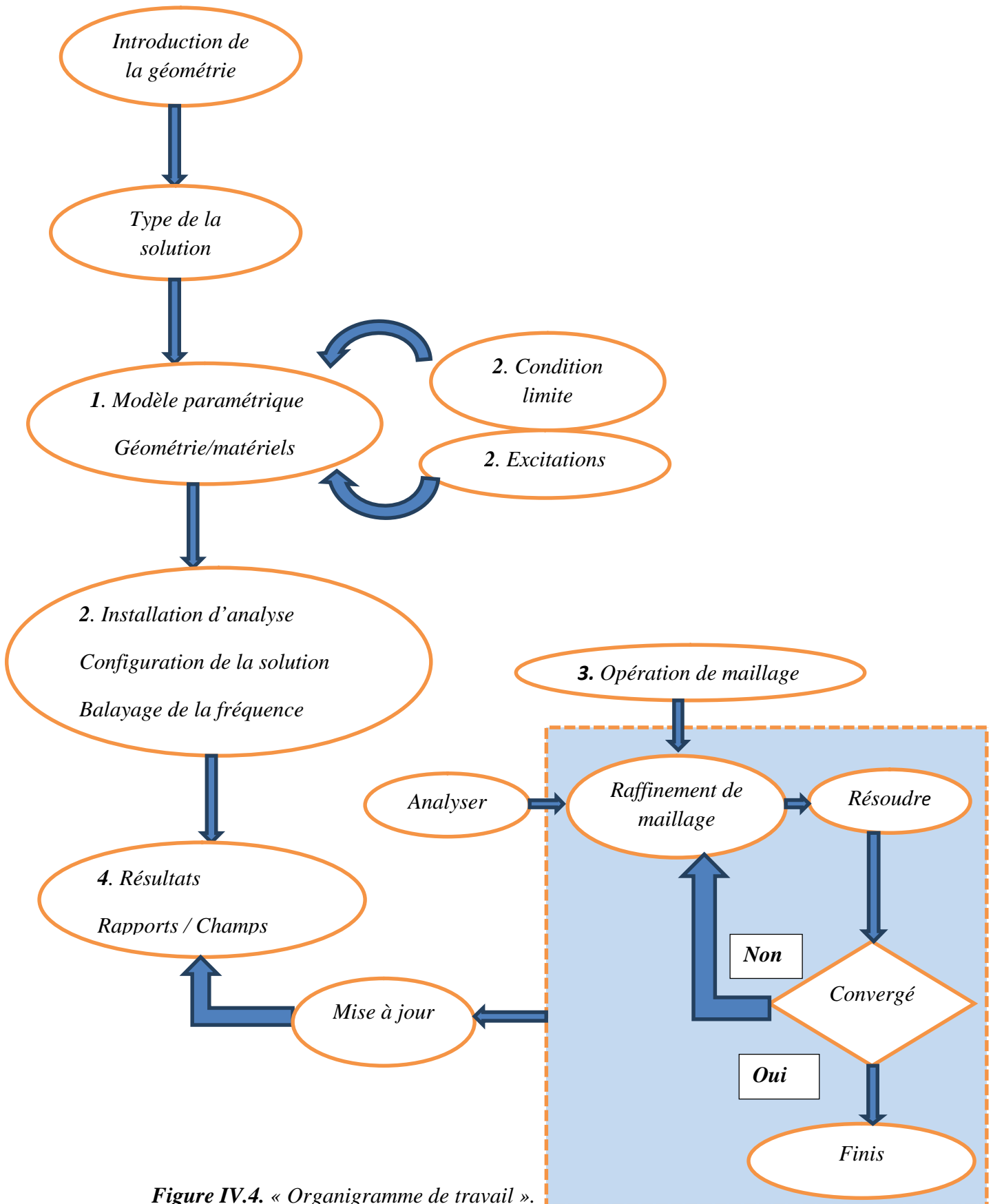


Figure IV.4. « Organigramme de travail ».

IV.2.2. Définition du problème

Type de problème : Cas axisymétrique.

Unité de longueur : mm.

Fréquence : 50 Hz.

IV.2.3. Caractéristiques géométriques

Premier étage : Six bobines

a. Inducteur (cuivre)

Diamètre extérieur : $d_{ex}=110$ mm.

Diamètre intérieur : $d_{int}=61$ mm.

Largeur de l'inducteur : $b_{indu}=24.5$ mm.

Largeur des conducteurs massiques : $b_c=18$ mm.

Profondeur des conducteurs massiques : $h_c=6$ mm.

Profondeur de l'encoche : $h_{en} =7$ mm.

Largeur de l'encoche : $b_{en} = 20$ mm.

Profondeur de la dent : $h_z =7$ mm.

Largeur de la dent : $b_z =5$ mm.

Isolation : $e_c=1$ mm.

b. Culasse (fer-silicium)

Diamètre extérieur de la culasse : $D_{cu}=110$ mm.

Diamètre intérieur de la culasse : $D_{cu}=75$ mm.

Longueur de la culasse : $L_{cu} =155$ mm.

Profondeur de la culasse : $h_{cu} =24.5$ mm.

Deuxième étage : Douze bobines

a. Inducteur (cuivre) mêmes caractéristiques

b. Culasse (fer-silicium)

Diamètre extérieur de la culasse : $D_{cu}=110$ mm.

Diamètre intérieur de la culasse : $D_{cu}=75$ mm.

Longueur de la culasse : $L_{cu} =305$ mm.

Profondeur de la culasse : $h_{cu} =24,5$ mm.

Troisième étage : Dix-huit bobines

a. Inducteur (cuivre) mêmes caractéristiques

b. Culasse (fer-silicium)

Diamètre extérieur de la culasse : $D_{cu}=110\text{mm}$.

Diamètre intérieur de la culasse : $D_{cu}=75\text{mm}$.

Longueur de la culasse : $L_{cu}=455\text{mm}$.

Profondeur de la culasse : $h_{cu}=24,5\text{mm}$.

Induit (Projectile) (cuivre)

Diamètre extérieur $D_{ex}=56\text{mm}$.

Diamètre intérieur $D_{int}=50\text{mm}$

Longueur de l'induit : $L_s=155\text{mm}$

Epaisseur : $g=3\text{mm}$.

V.2.4. Caractéristiques physiques pour les différentes régions

Les caractéristiques physiques sont les mêmes pour les trios étages.

➤ **L'air**

Perméabilité magnétique du vide : $\mu_0= 4*\pi *10^{-7}$ [H/m].

Perméabilité magnétique relative du vide : $\mu_r=1$.

Densité de courant : $J_m=0$.

➤ **La culasse** (fer-silicium)

Perméabilité magnétique relative : $\mu_r = 1500$.

Conductivité électrique : $\sigma = 10^6[\Omega.\text{m}]^{-1}$.

Densité du courant : $J_m=0$.

➤ **Inducteur** (cuivre)

Perméabilité magnétique relative : $\mu_r = 1$.

Densité du courant : $J_m= 30.10^6$ A/m².

Conductivité électrique : $\sigma =5.7 *10^7$ [$\Omega. \text{m}$]⁻¹ .

➤ **induit** (cuivre)

Perméabilité magnétique relative : $\mu_r = 1$.

Conductivité électrique : $\sigma = 5.7 *10^7$ [$\Omega. \text{m}$]⁻¹ .

Densité du courant : $J_m= 0$.

IV.3.5. Equation électromagnétique

L'étude du problème électromagnétique dans le cas axisymétrique 2D nécessite la résolution avec prise en compte du mouvement, de l'équation magnétodynamique en hypothèse 2D :

$$\left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(r.A_\varphi)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(r.A_\varphi)}{\partial z} \right) + j\omega\sigma A_\varphi \right) = J_{s\varphi} \tag{IV.1}$$

L'adaptation de l'équation IV.I pour les différentes régions du système donne :

➤ **Air :**

$$\left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_{air}}{r} \cdot \frac{\partial(r.A_\varphi)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v_{air}}{r} \cdot \frac{\partial(r.A_\varphi)}{\partial z} \right) \right) = 0$$

➤ **Inducteur :**

$$\left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_{ind}}{r} \cdot \frac{\partial(r.A_\varphi)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v_{ind}}{r} \cdot \frac{\partial(r.A_\varphi)}{\partial z} \right) + j\omega\sigma A_\varphi \right) = J_{s\varphi}$$

➤ **Induit :**

$$\left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_{induit}}{r} \cdot \frac{\partial(r.A_\varphi)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v_{induit}}{r} \cdot \frac{\partial(r.A_\varphi)}{\partial z} \right) \right) = 0$$

➤ **La culasse :**

$$\left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_{cul}}{r} \cdot \frac{\partial(r.A_\varphi)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v_{cul}}{r} \cdot \frac{\partial(r.A_\varphi)}{\partial z} \right) \right) = 0$$

Avec:

$v = \frac{1}{\mu}$: Réductivité magnétique du milieu [H/m]⁻¹.

v_{air} : Réductivité magnétique de l'air [H/m]⁻¹.

v_{induit} : Réductivité magnétique de l'induit [H/m]⁻¹.

v_{ind} : Réductivité magnétique de l'inducteur [H/m]⁻¹.

v_{cul} : Réductivité magnétique de l'inducteur [H/m]⁻¹.

A: Potentiel vecteur magnétique [T.m].

$J_{s\varphi}$: Vecteur de densité électrique [A/m²].

IV.3. Première application

IV.3.1.a. Alimentation du premier étage avec une densité de courant $J=30 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2$.

Le domaine de résolution concerne la moitié du dispositif auquel sont associées des conditions aux limites sur la frontière du domaine. Elles sont de type Dirichlet homogènes représentées par la figure IV.5 :

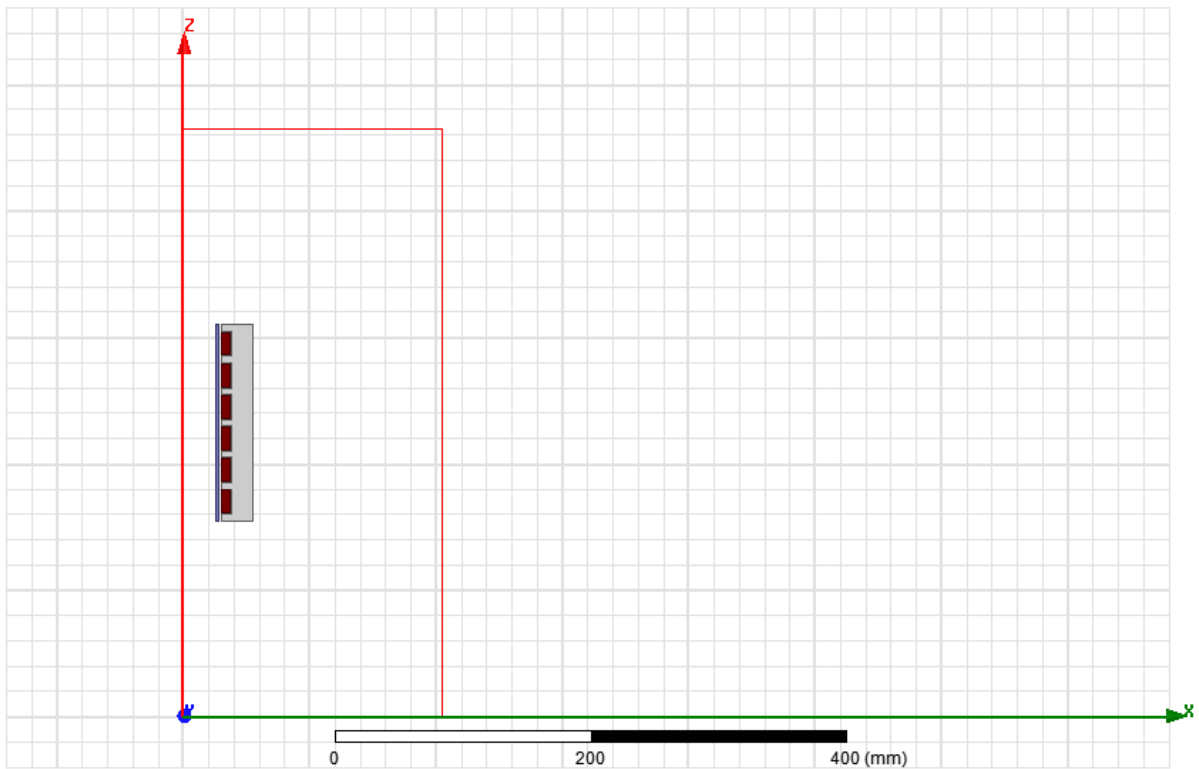


Figure IV.5 « Domaine d'étude du dispositif ».

➤ Bobinage réalisé pour créer un champ glissant

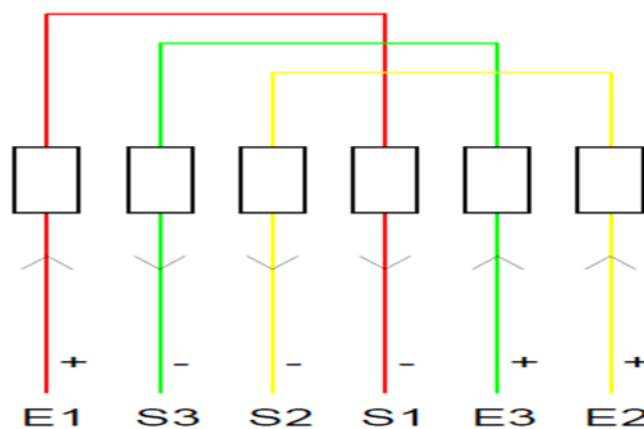


Figure IV.6. « Connexion des bobines pour avoir un champ glissant ».

➤ Induit en cuivre

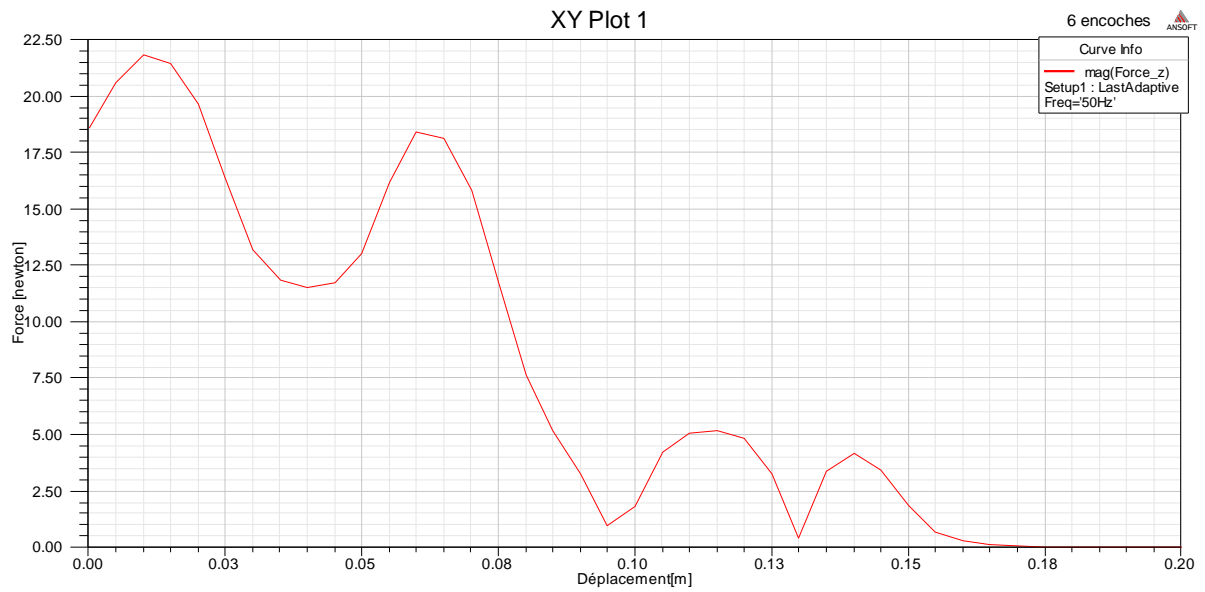


Figure IV.7 « La force de poussée en fonction de déplacement en utilisant l'induit en cuivre.»

Le maillage éléments finis du domaine est illustré par la figure IV.8.

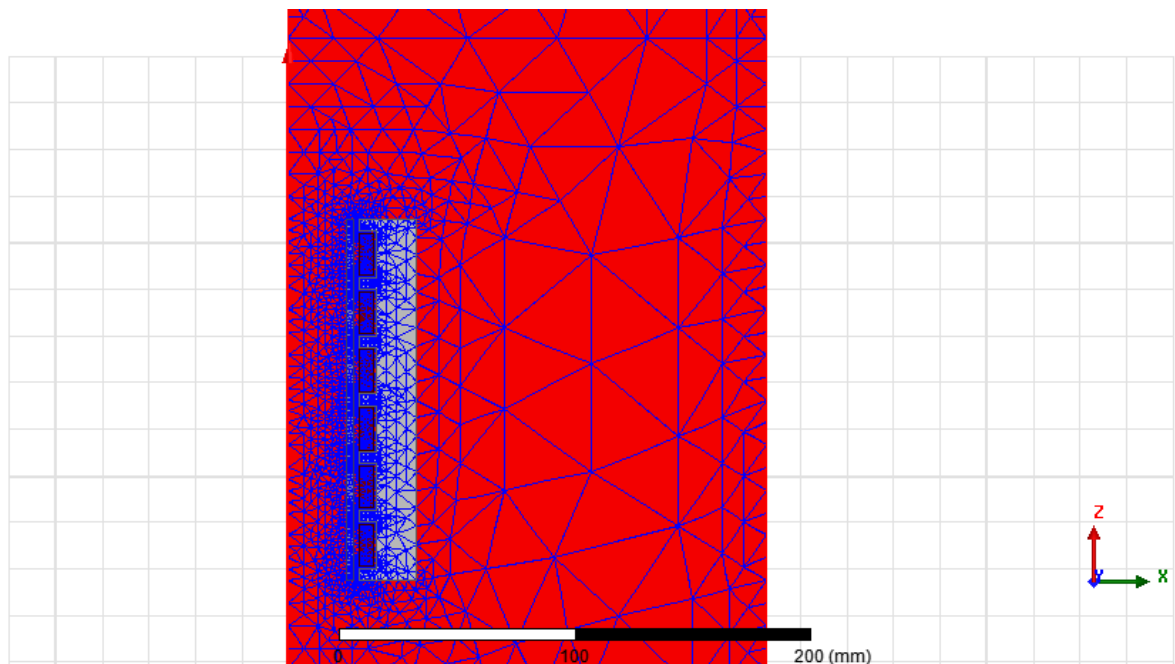


Figure IV.8 Maillage éléments finis du domaine de résolution

Le maillage est plus concentré au niveau des matériaux constituant le moteur qu'au niveau de l'air.

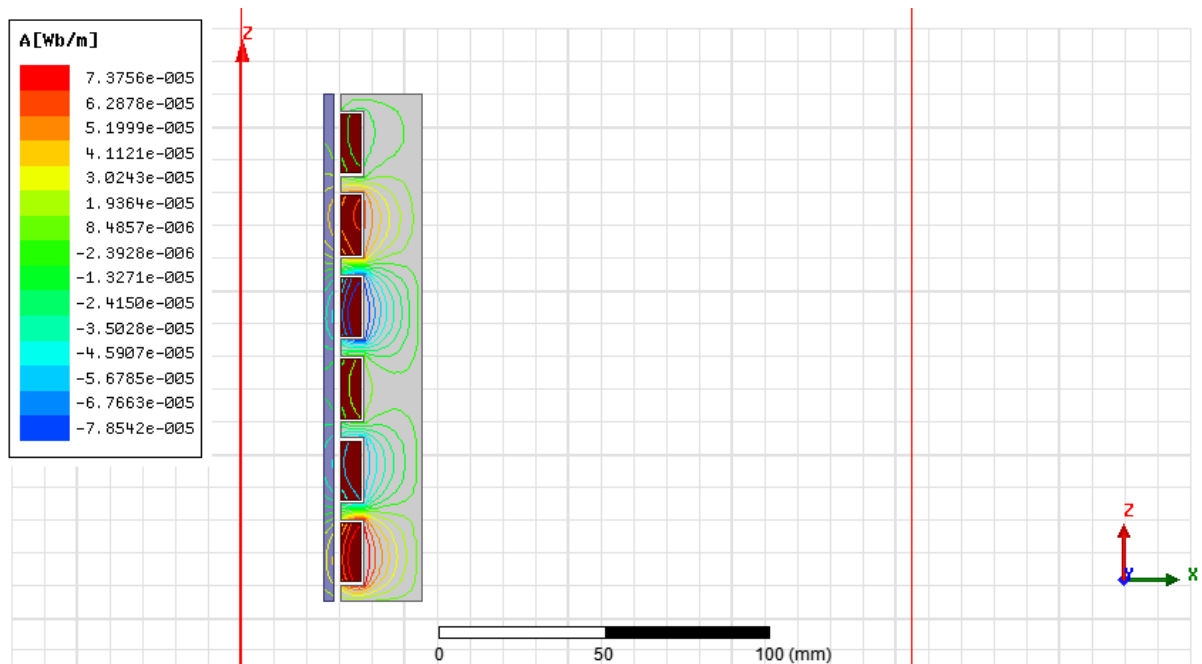


Figure IV.9 « Distribution des lignes de flux dans le dispositif ».

➤ **induit en aluminium**

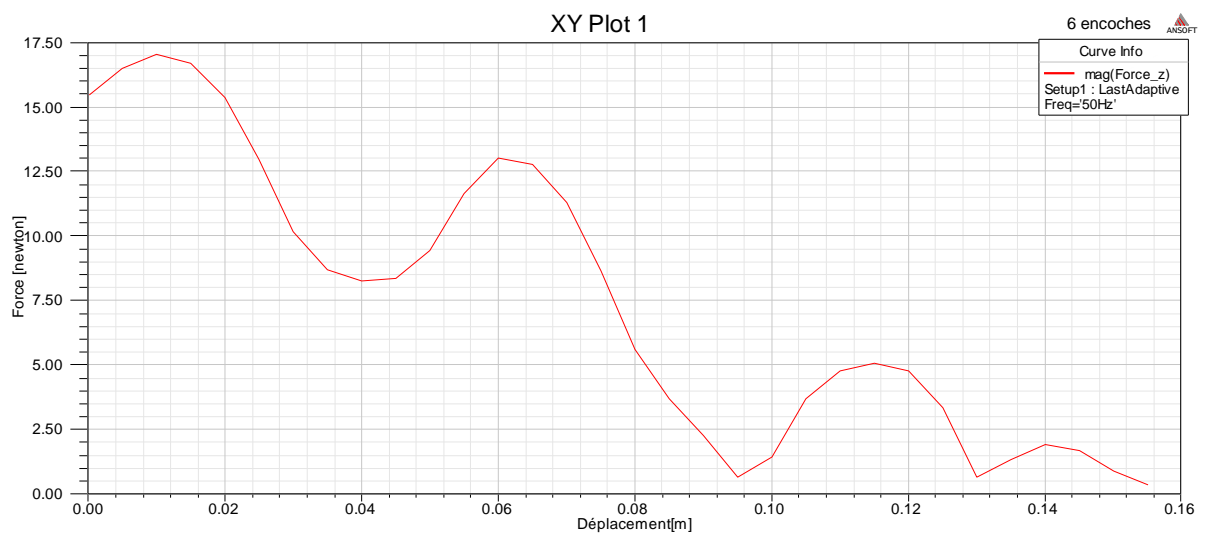


Figure IV.10. «La force de poussée en fonction de déplacement en utilisant l'induit en aluminium ».

Le maillage éléments finis du domaine est illustré par la figure IV.11

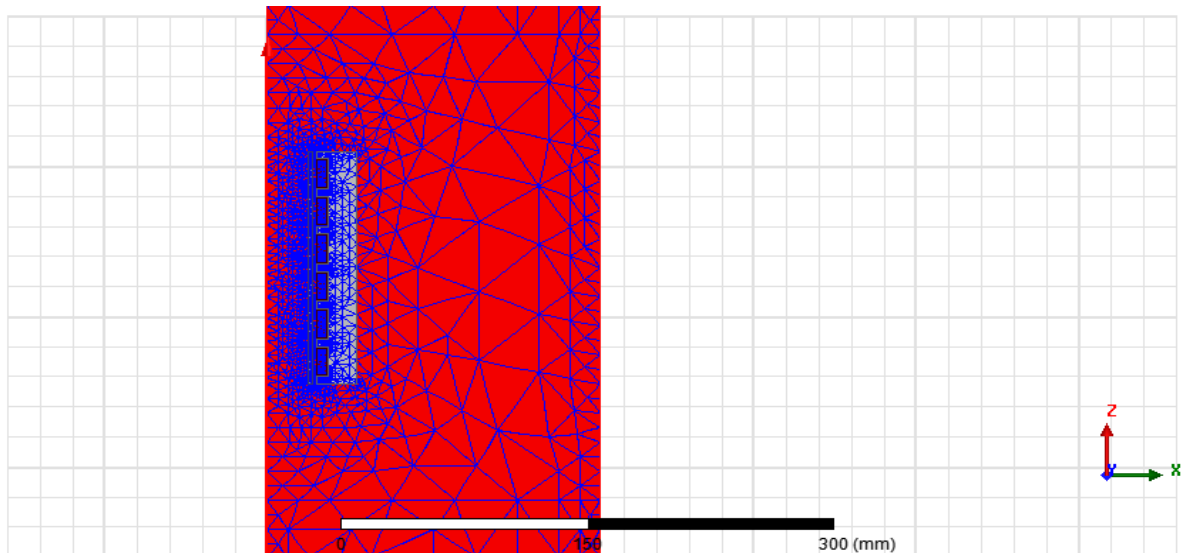


Figure IV.11. « Maillage éléments finis du domaine de résolution ».

Le maillage est plus concentré au niveau des matériaux constituant le moteur qu'au niveau de l'air.

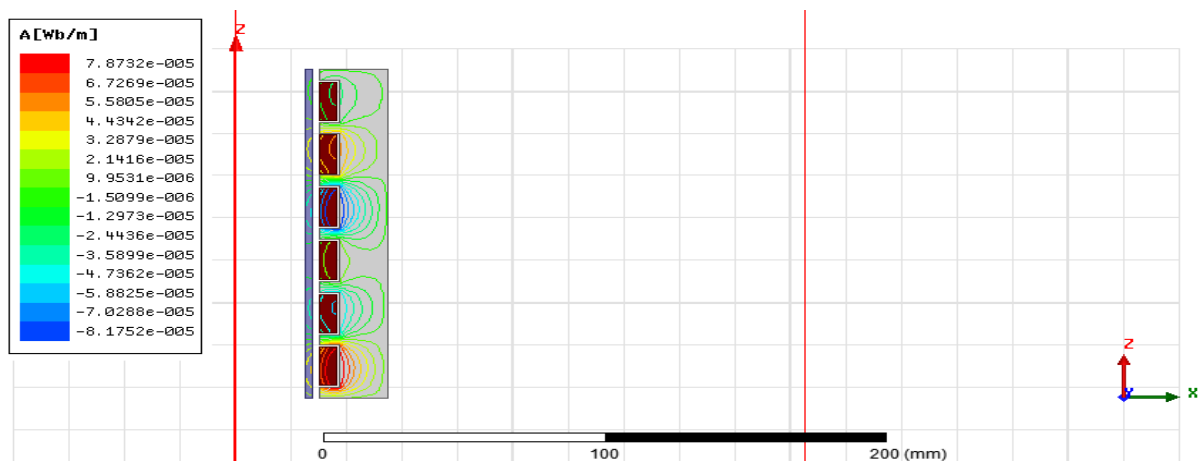


Figure IV.12. « Distribution des lignes de flux dans le dispositif ».

➤ **Interprétation des résultats :**

- D'après l'allure des courbes on constate que la force magnétique est initialement non nulle, puis atteint son maximum lorsque l'induit est complètement à l'intérieure de l'inducteur, cette force diminue au fur et à mesure que le projectile quitte le canon et elle s'annule une fois l'induit et complètement à l'extérieure de l'inducteur.
- Les résultats montre une différence importante entre les deux allures de la force de poussé est cette différence a été engendré par les propriétés physiques de chaque matériau

IV.3.1.b. Alimentation du premier étage avec la moitié de la densité de courant.

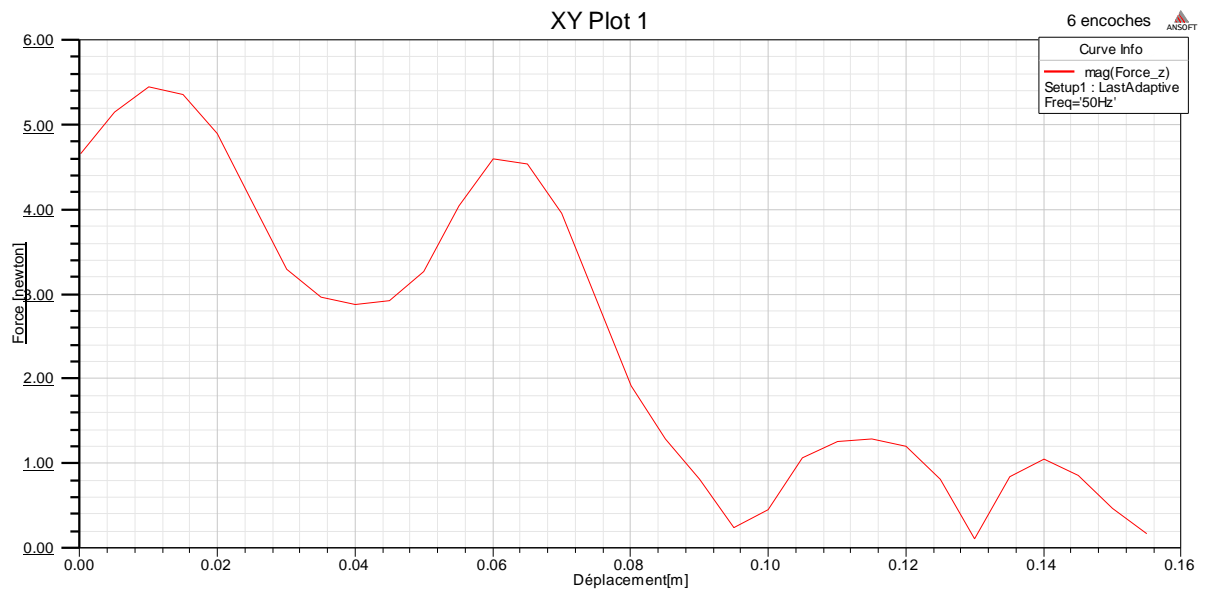


Figure IV.13 « La force de poussée en fonction de déplacement en divisant le courant par deux ».

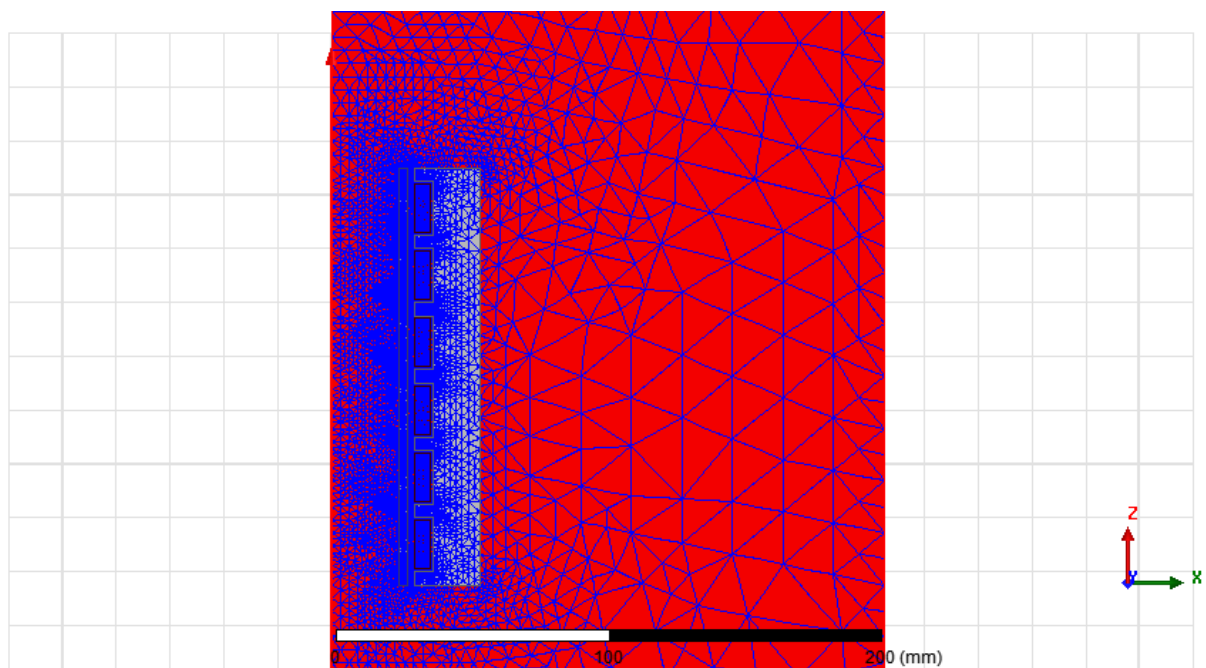


Figure IV.14. « Maillage éléments finis du domaine de résolution ».

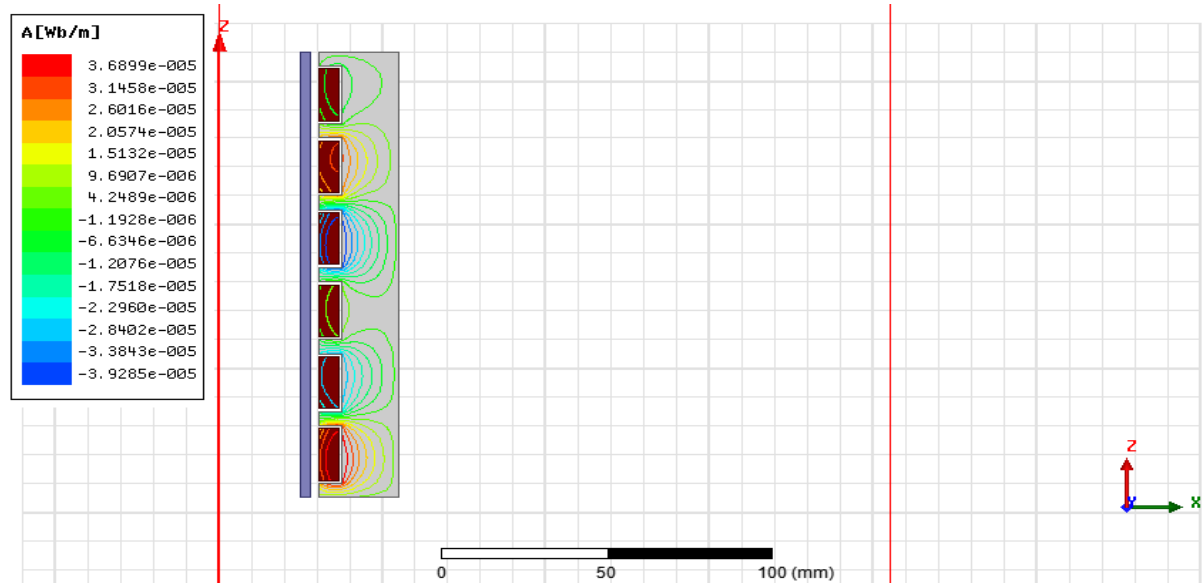


Figure IV.15. « Distribution des lignes de flux dans le dispositif ».

➤ **Interprétation**

D’après l’allure de la courbe on constate que la force magnétique est initialement non nulle, puis atteint son maximum (5,4[N]) lorsque l’induit est complètement à l’intérieure de l’inducteur, cette force diminue au fur et à mesure que le projectile quitte le canon et elle s’annule une fois l’induit et complètement à l’extérieure de l’inducteur.

La figure suivante représente la superposition des deux forces magnétiques pour deux types de matériaux de l’induit avec un inducteur de 6 encoches.

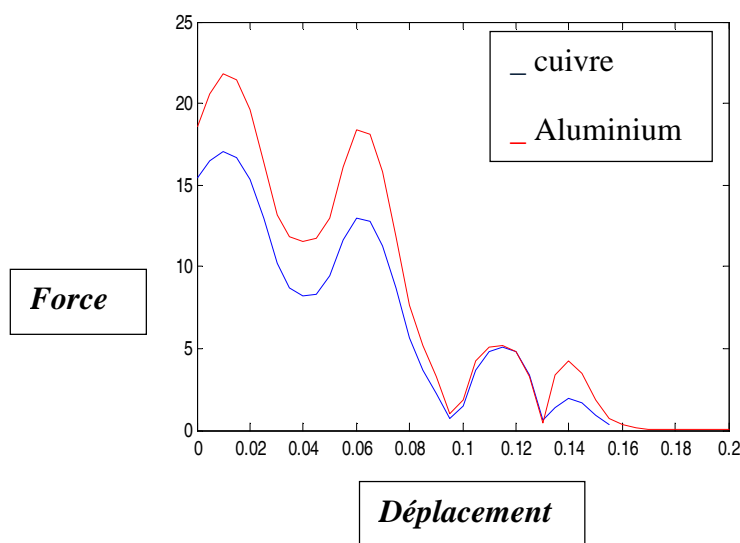


Figure IV.16. « La superposition des deux forces magnétiques en fonction du déplacement pour induit en cuivre et en aluminium ».

La figure suivante représente la superposition des deux forces magnétiques pour deux types d'alimentation avec inducteur en cuivre.

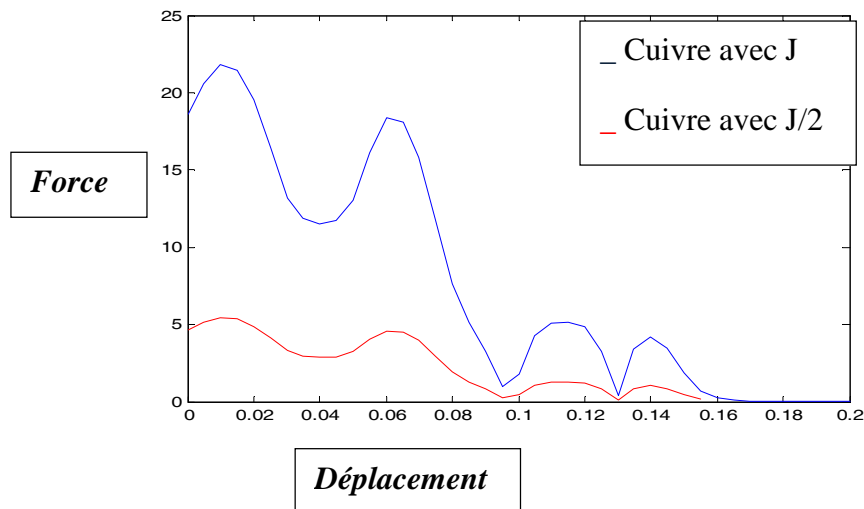


Figure IV.17. « La superposition des deux forces magnétiques en fonction du déplacement pour un induit en cuivre avec deux alimentations ».

➤ **Interprétation des résultats :**

- Les résultats montrent une différence importante entre les deux allures de la force de poussée. Cette différence a été engendrée par les propriétés physiques de chaque matériau. La force est plus importante pour un induit en cuivre.
- La figure IV.17 montre une différence importante entre les différentes courbes de la force de poussée pour les deux valeurs de la densité de courant.

IV.3.2.a Alimentation du deuxième étage avec une densité de courant $J=30 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2$.

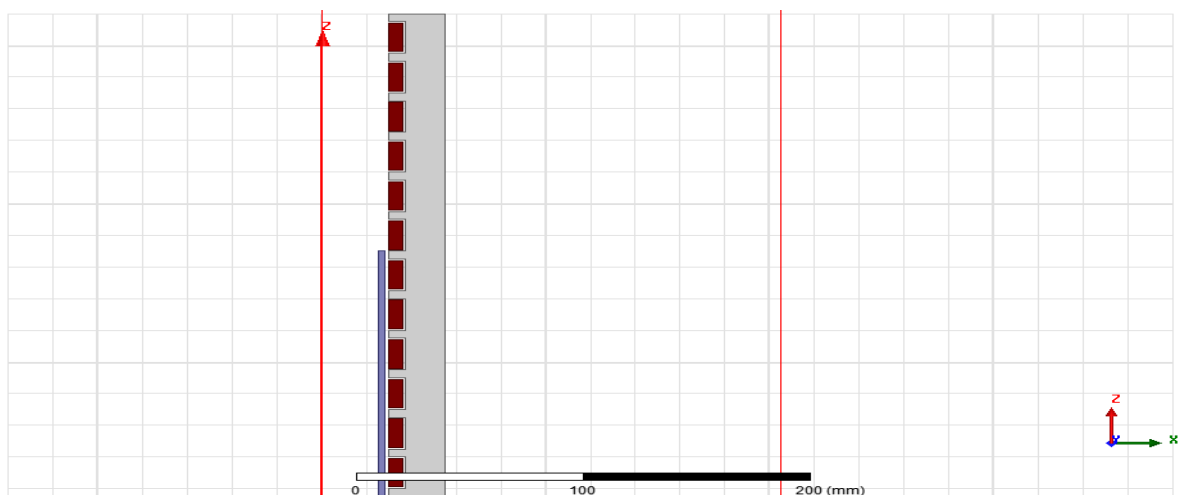


Figure IV.18. « Domaine d'étude du dispositif ».

➤ Induit en cuivre

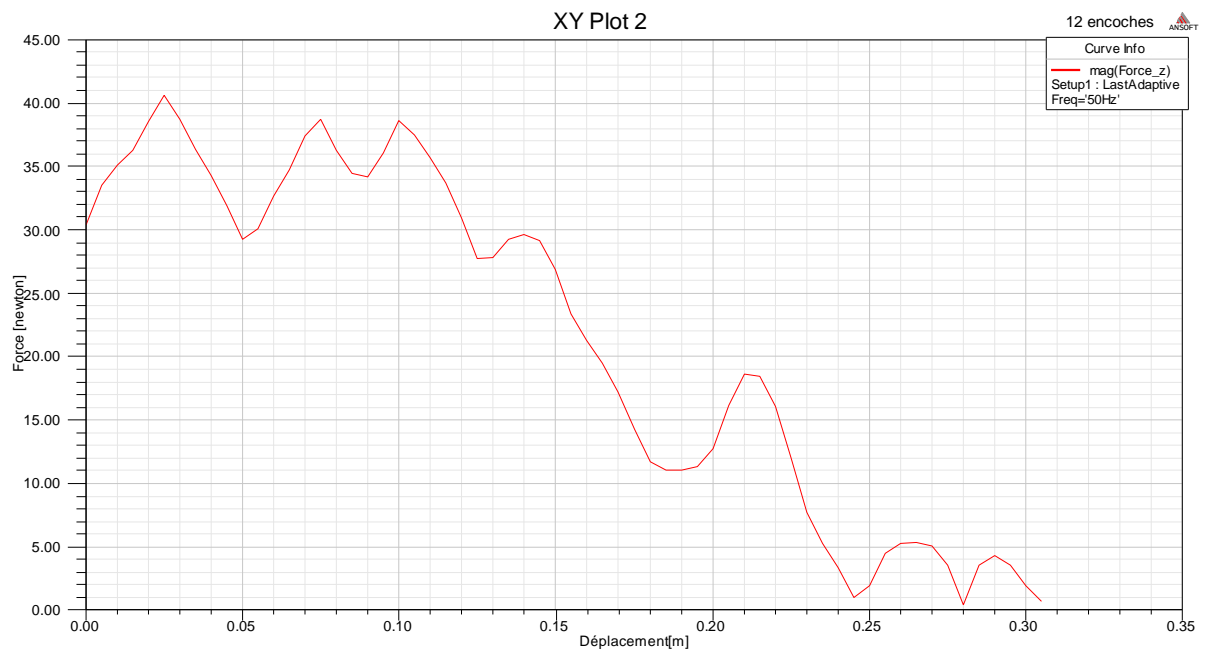


Figure IV.19. « La force de poussée en fonction de déplacement en utilisant l'induit en cuivre ».

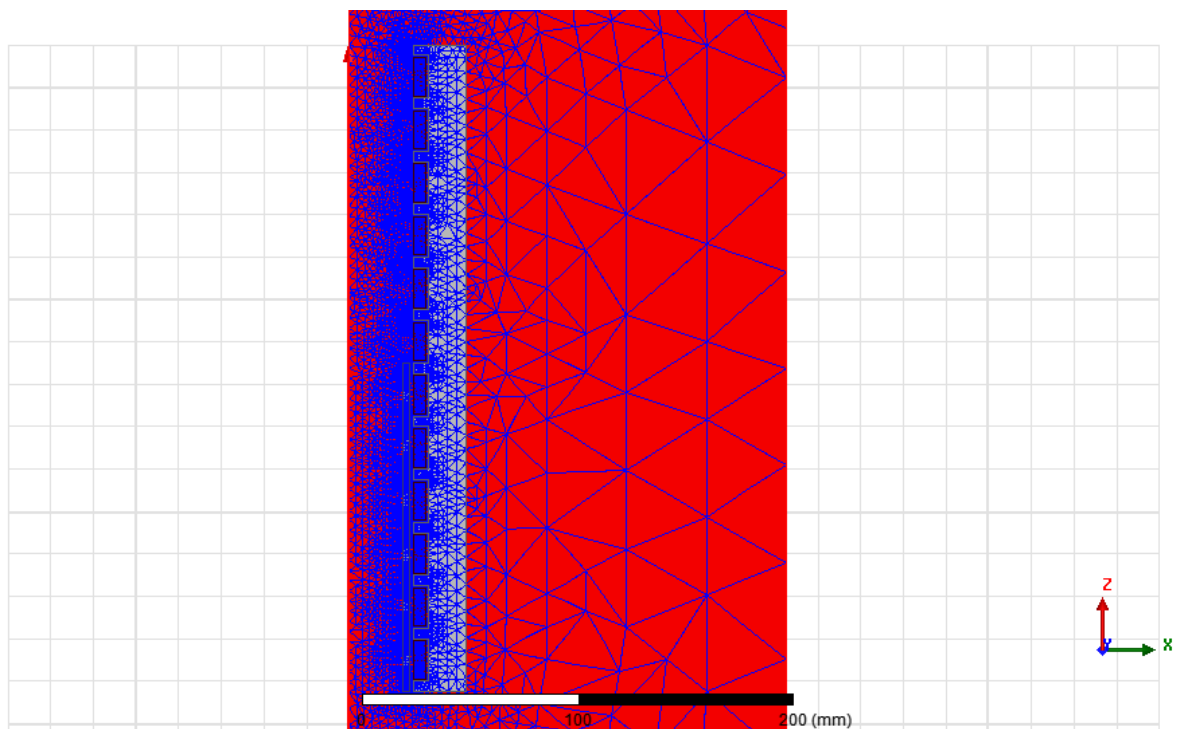


Figure IV.20. «Maillage éléments finis du domaine de résolution ».

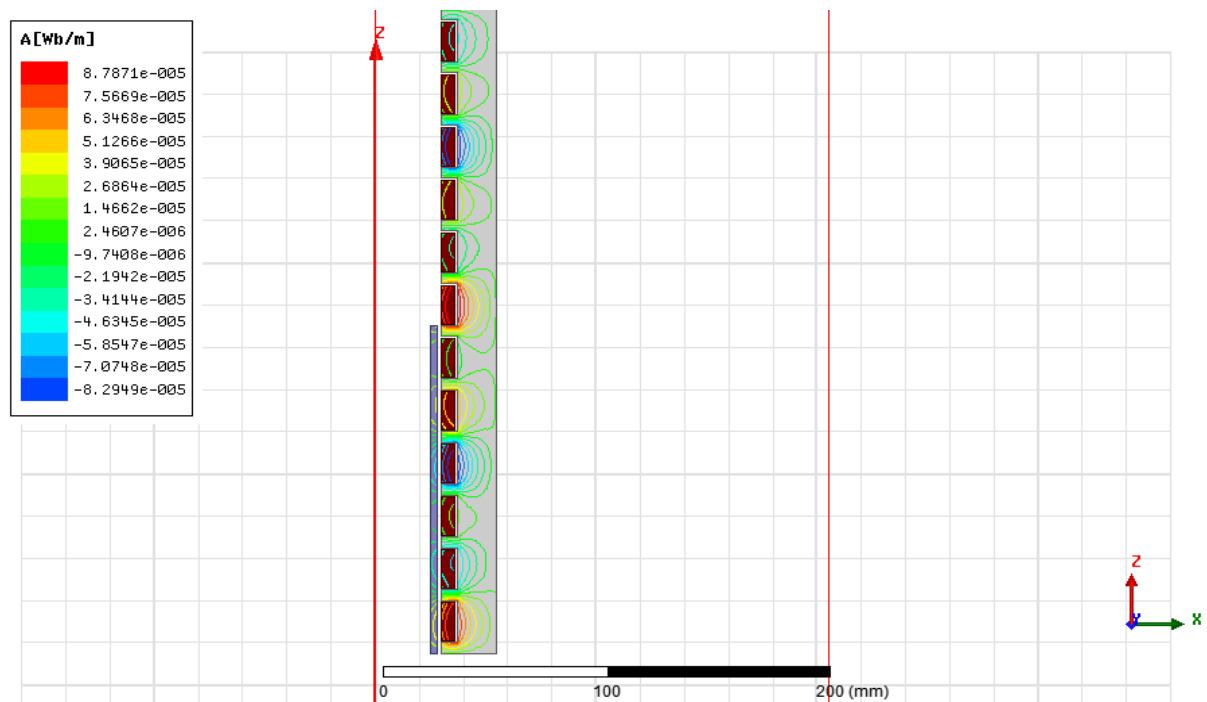


Figure IV.21. « Distribution des lignes de flux dans le dispositif ».

➤ Induit en aluminium

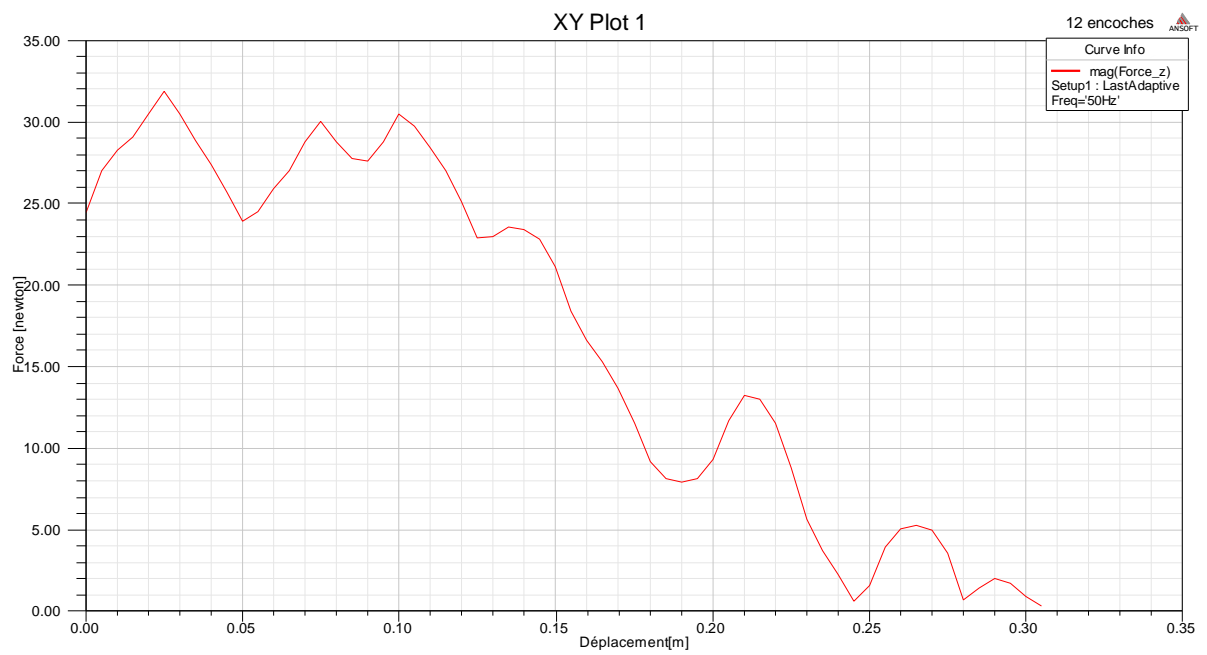


Figure IV.22. « La force de poussée en fonction de déplacement en utilisant l'induit en aluminium ».

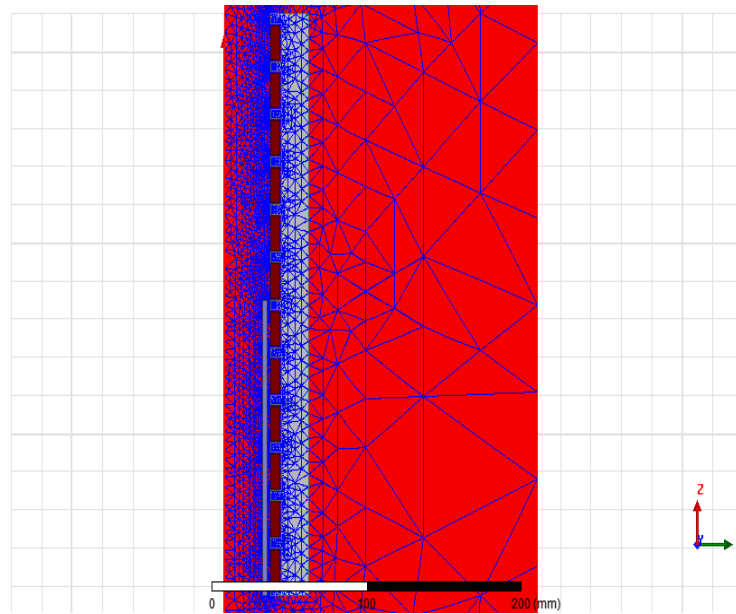


Figure IV.23. « Maillage éléments finis du domaine de résolution ».

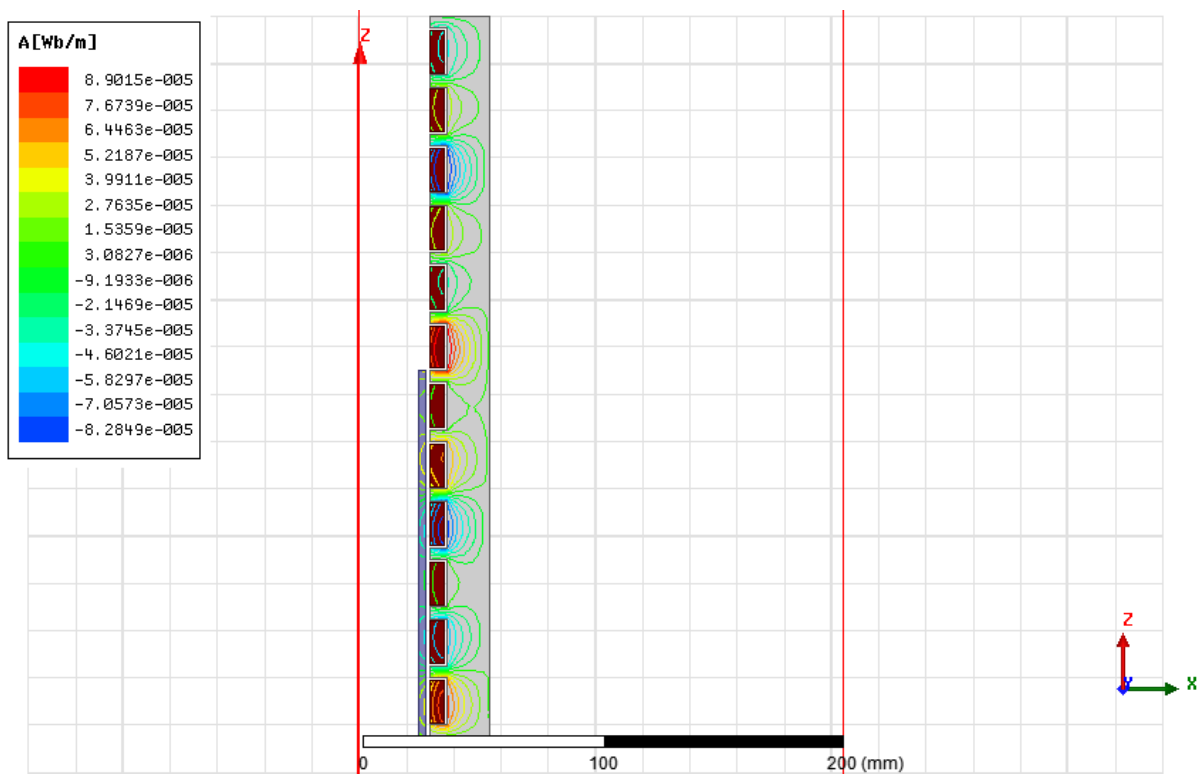


Figure IV.24. « Distribution des lignes de flux dans le dispositif ».

IV.3.2.b. Alimentation du deuxième étage avec la moitié de la densité de courant.

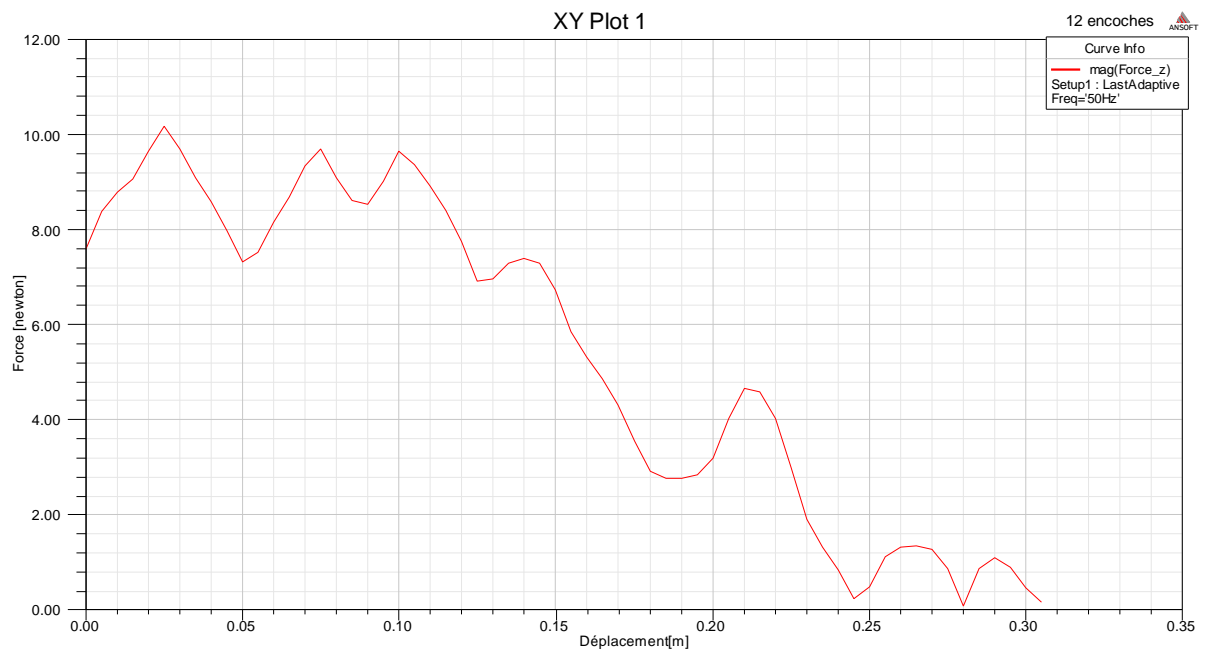


Figure IV.25. « La force de poussée en fonction de déplacement en divisant le courant par deux. »

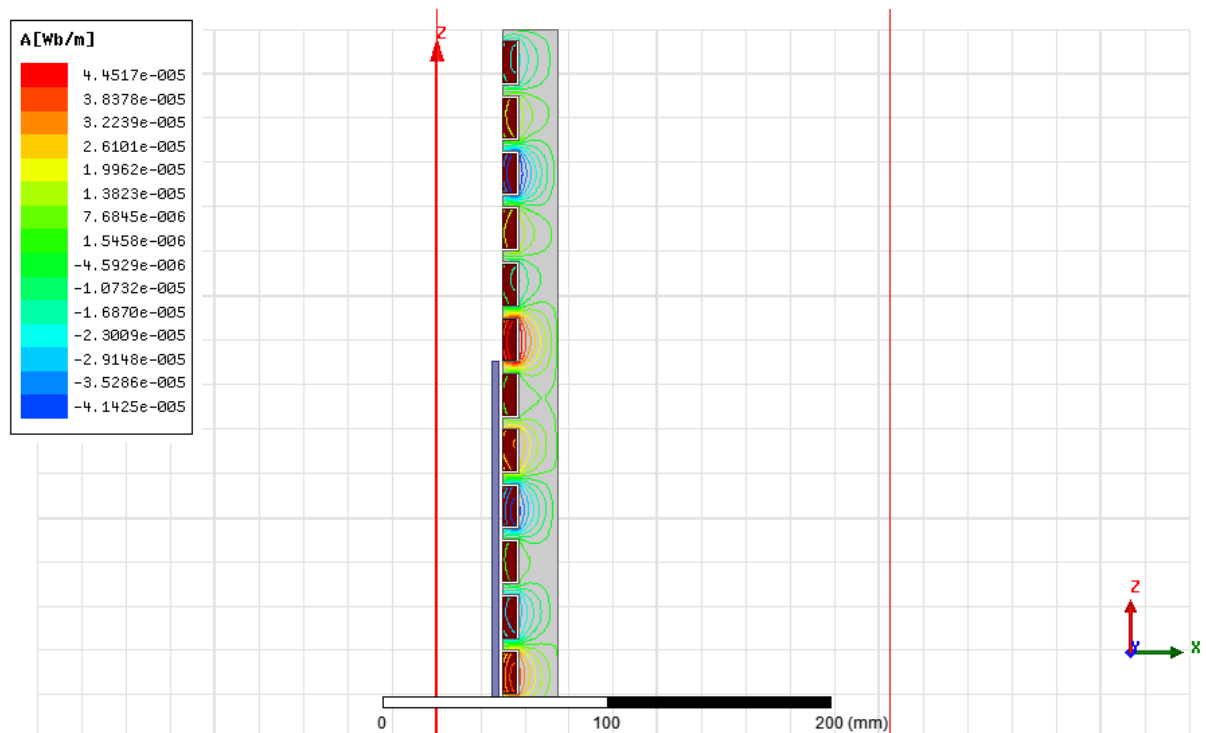


Figure IV.26. « Distribution des lignes de flux dans le dispositif ».

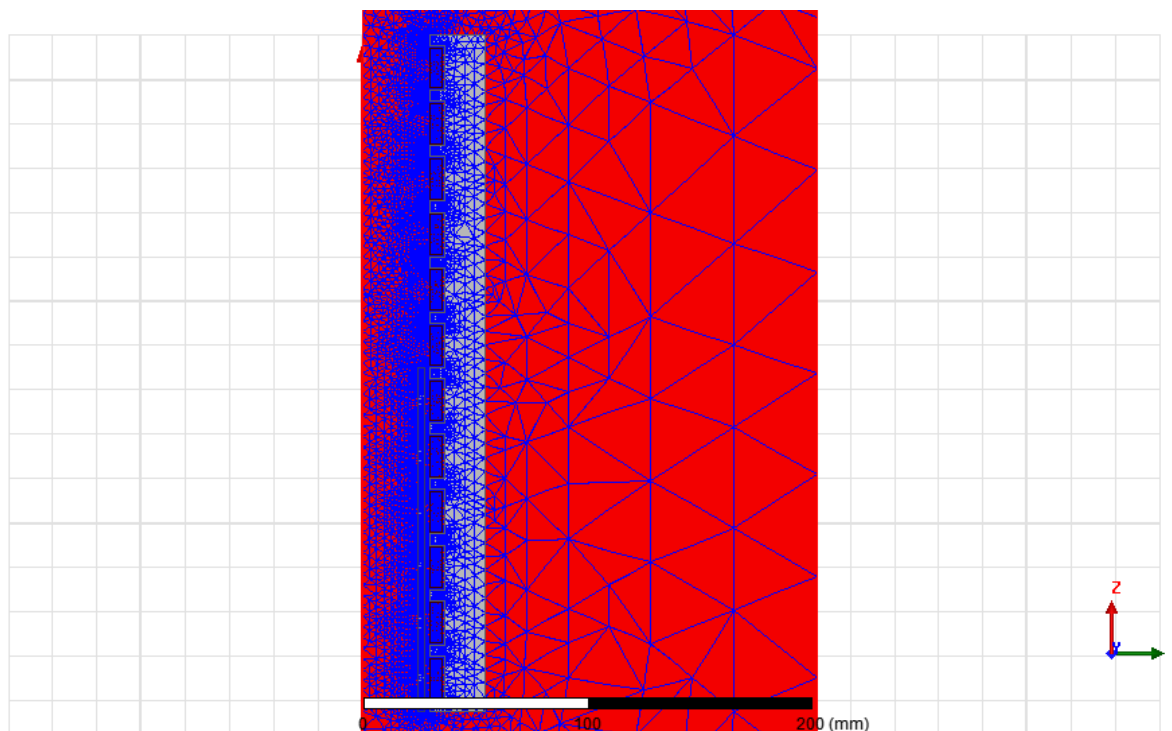


Figure IV.27. « Maillage éléments finis du domaine de résolution ».

La figure suivante représente la superposition des deux forces magnétiques pour deux types de matériaux de l'induit avec un inducteur de 6 encoches.

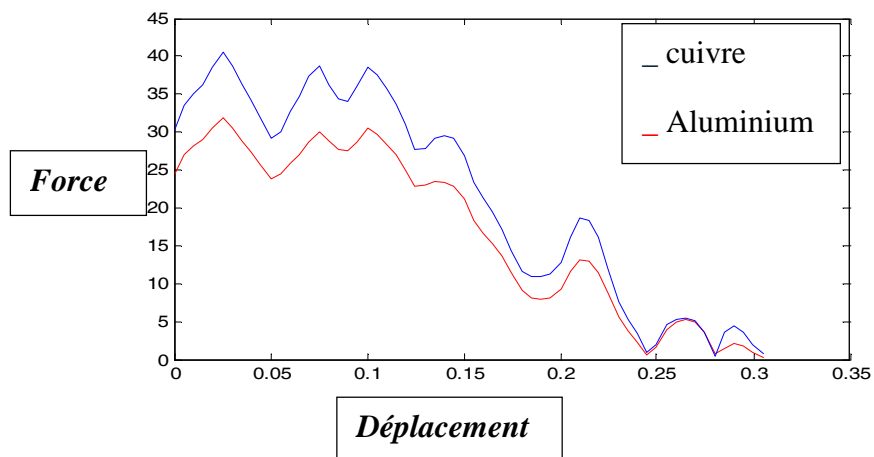


Figure IV.28. « La superposition des deux forces magnétiques en fonction du déplacement pour induit en cuivre et en aluminium ».

La figure suivante représente la superposition des deux forces magnétiques pour deux types d'alimentation avec inducteur en cuivre

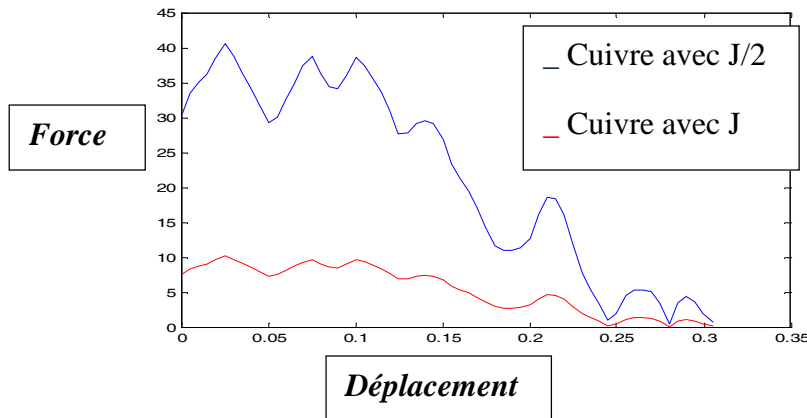


Figure IV.29. « La superposition des deux forces magnétiques en fonction du déplacement pour un induit en cuivre avec deux alimentations ».

➤ **Interprétation des résultats :**

- Les résultats montre une différence importante entre les deux allures de la force de poussé est cette différence a été engendré par les propriétés physiques de chaque matériau. La force est plus importante pour un induit en cuivre.
- La figure IV.29 montre une différence importante entre les différentes courbes de la force de poussée pour les deux valeurs de la densité de courant.

IV.3.3.a. Alimentation du troisième étage avec une densité de courant $J=30 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2$

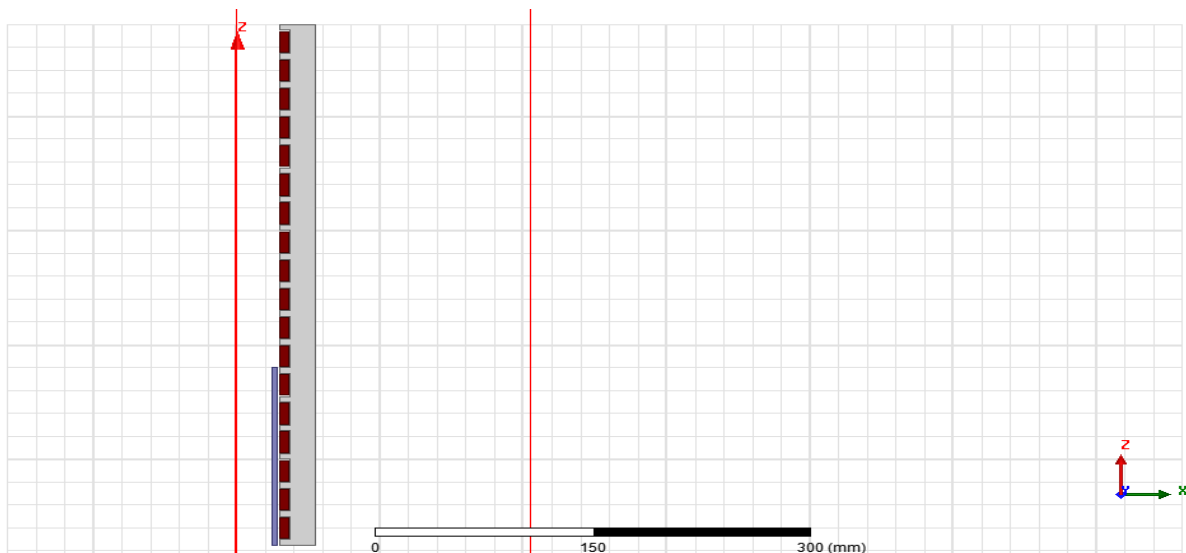


Figure IV.30. « Domaine d'étude du dispositif.»



Induit en cuivre



Figure IV.31. « La force de poussée en fonction de déplacement en utilisant l'induit en cuivre.»

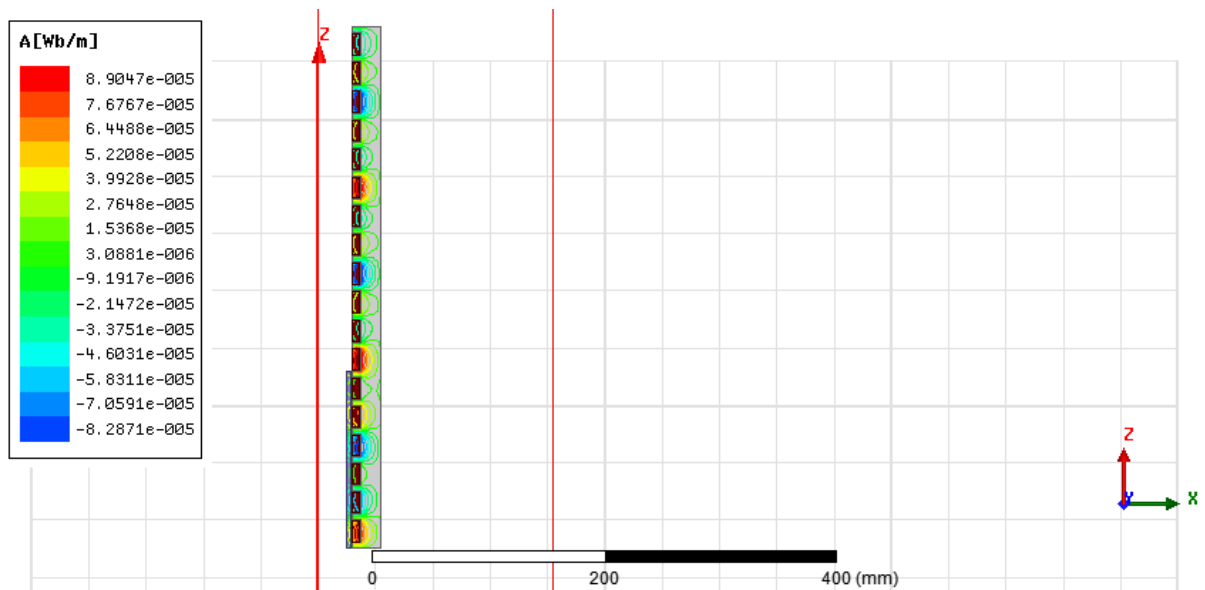


Figure IV.32. « Distribution des lignes de flux dans le dispositif ».

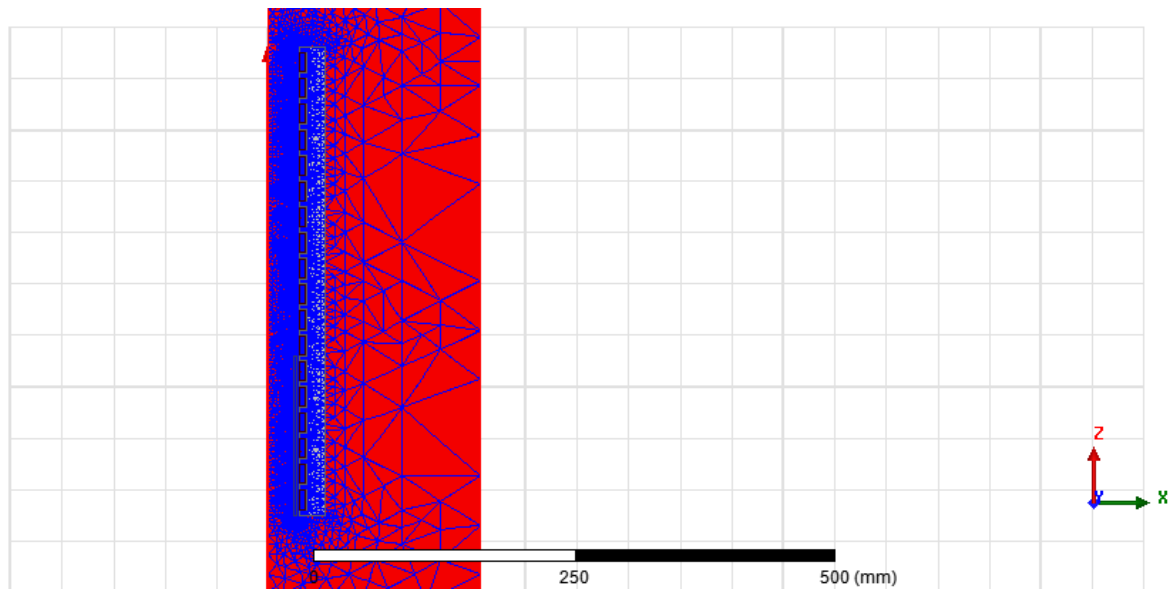


Figure IV.33. « Maillage éléments finis du domaine de résolution ».

➤ **Induit en aluminium**

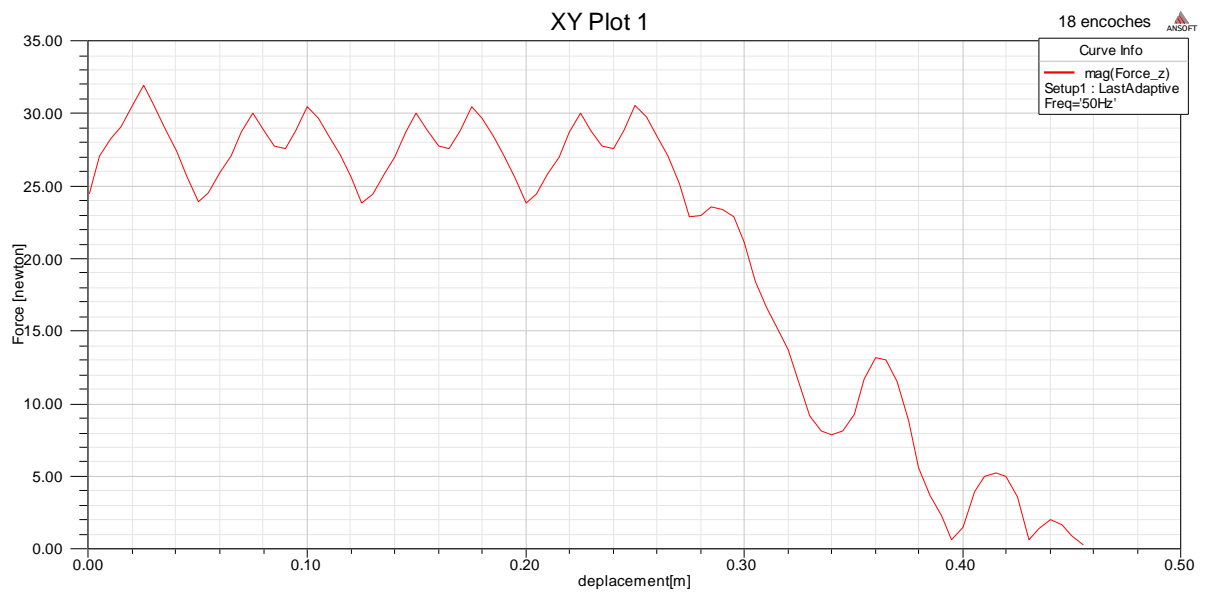


Figure IV.34. « La force de poussée en fonction de déplacement en utilisant l'induit en aluminium. »

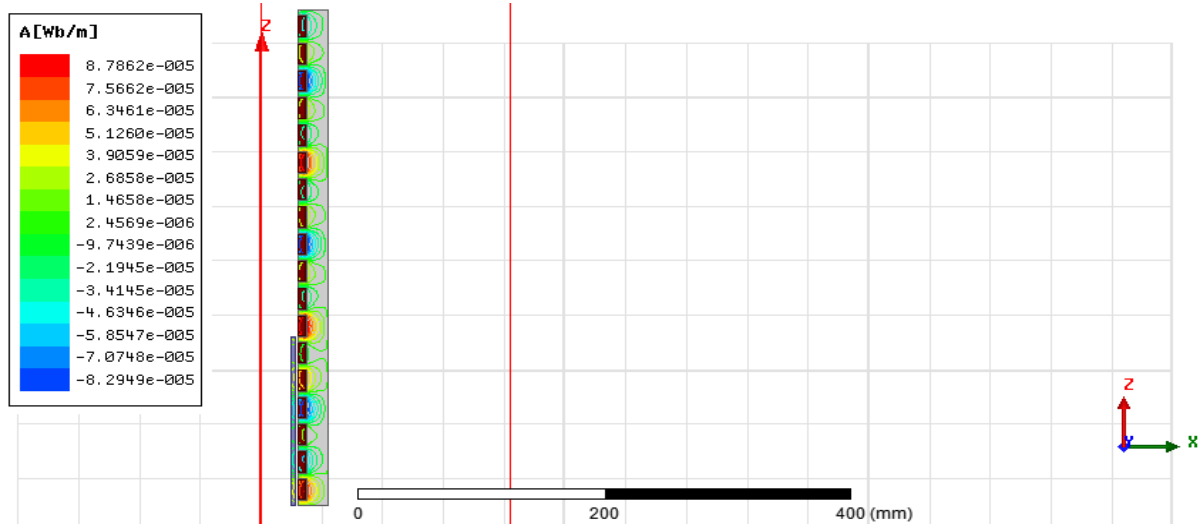


Figure IV.35. « Distribution des lignes de flux dans le dispositif ».

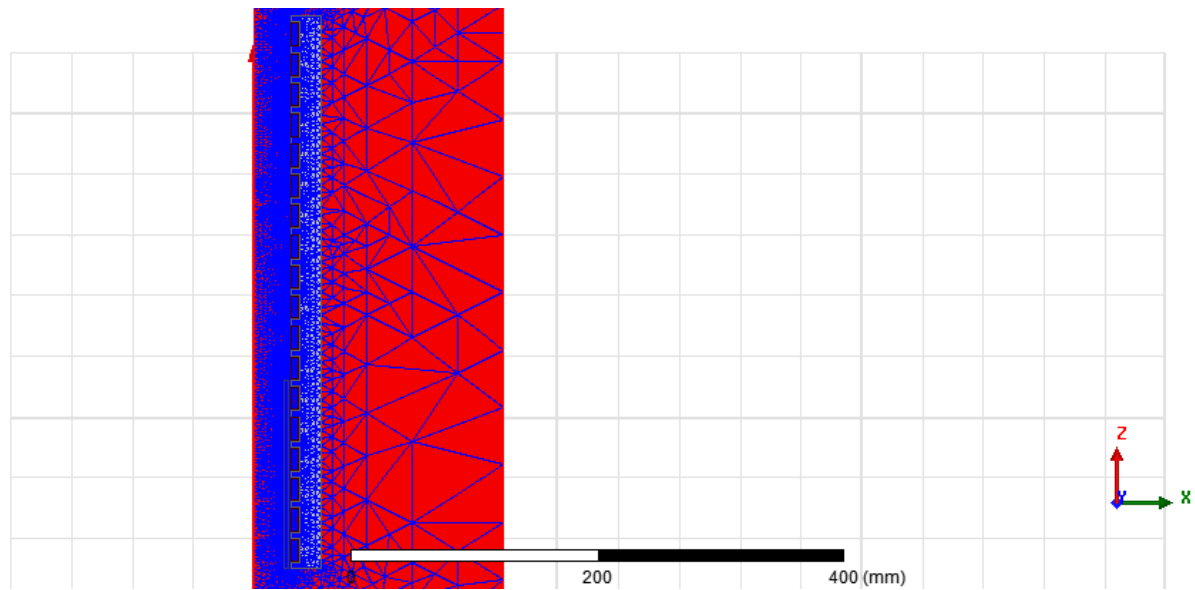


Figure IV.36. « Maillage éléments finis du domaine de résolution ».

IV.3.3.b. Alimentation du troisième étage avec la moitié de la densité de courant



Figure IV.36 « La force de poussée en fonction de déplacement en divisant le courant par deux. »

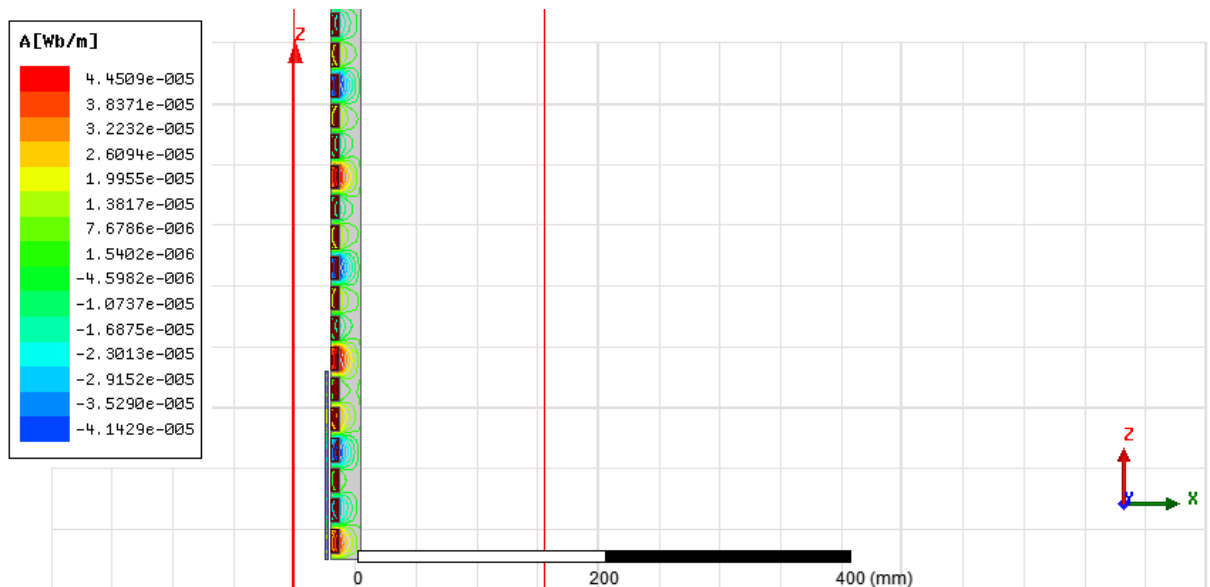


Figure IV.37 « Distribution des lignes de flux dans le dispositif ».

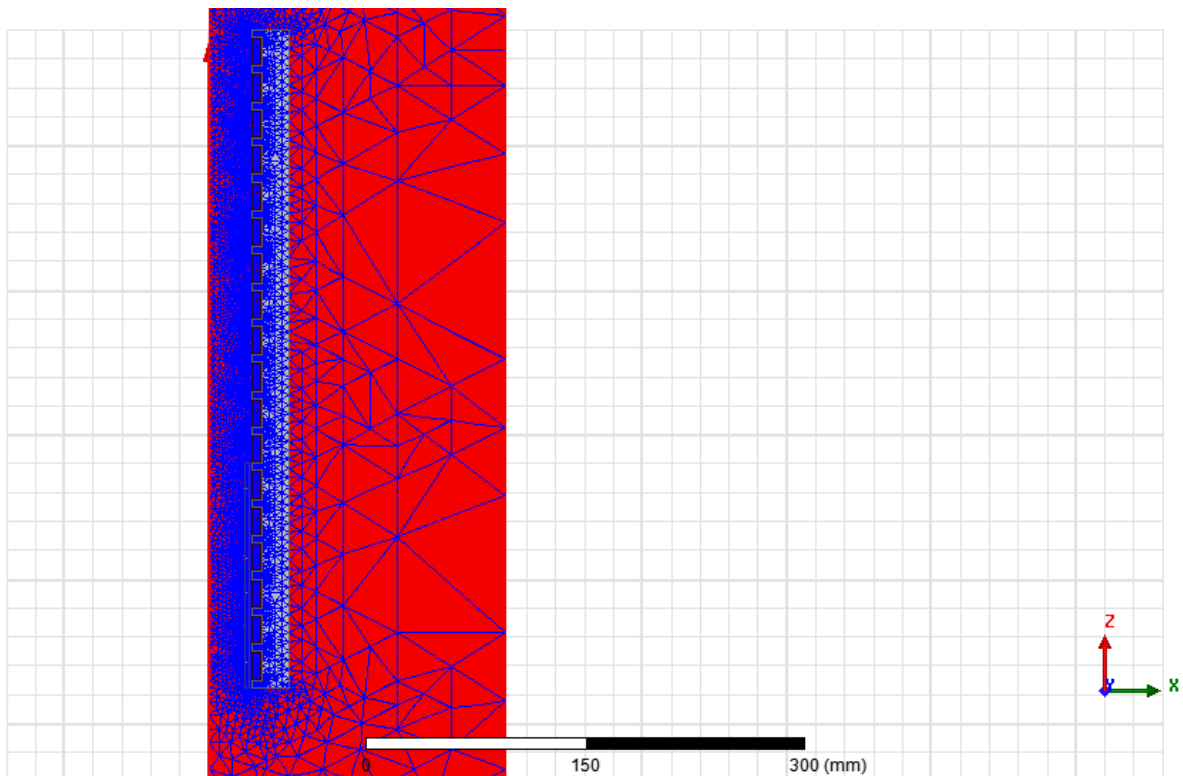


Figure IV. 38. « Maillage éléments finis du domaine de résolution »

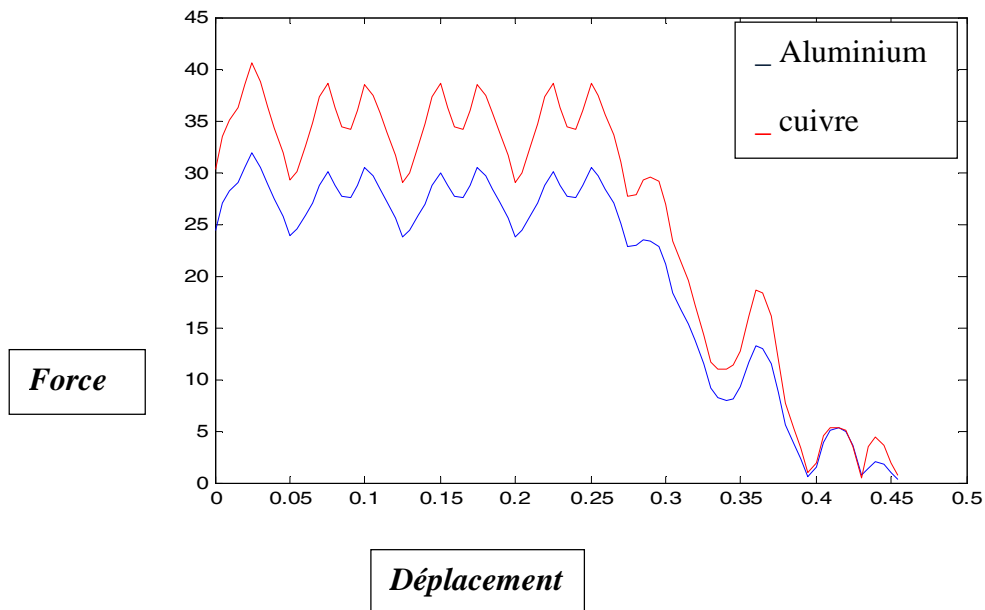


Figure IV. 39. «La superposition des deux forces magnétiques en fonction du déplacement pour induit en cuivre et en aluminium ».

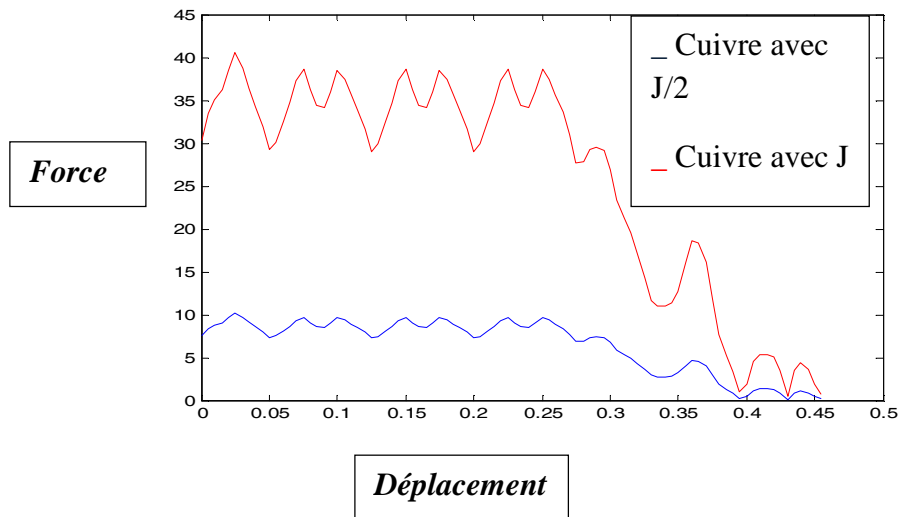


Figure IV.40. « La superposition des deux forces magnétiques en fonction du déplacement pour un induit en cuivre avec deux alimentations ».

➤ **Interprétation des résultats :**

- Les résultats montrent une différence importante entre les deux allures de la force de poussée. Cette différence a été engendrée par les propriétés physiques de chaque matériau. La force est plus importante pour un induit en cuivre.
- La figure IV.40 montre une différence importante entre les différentes courbes de la force de poussée pour les deux valeurs de la densité de courant.

IV.4. Deuxième application

Dans cette application on a introduit un lanceur électromagnétique comportant trois étages.

IV.4.1. Alimentation de trois étages avec une densité de courant $J=30 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2$

➤ **Induit en aluminium**

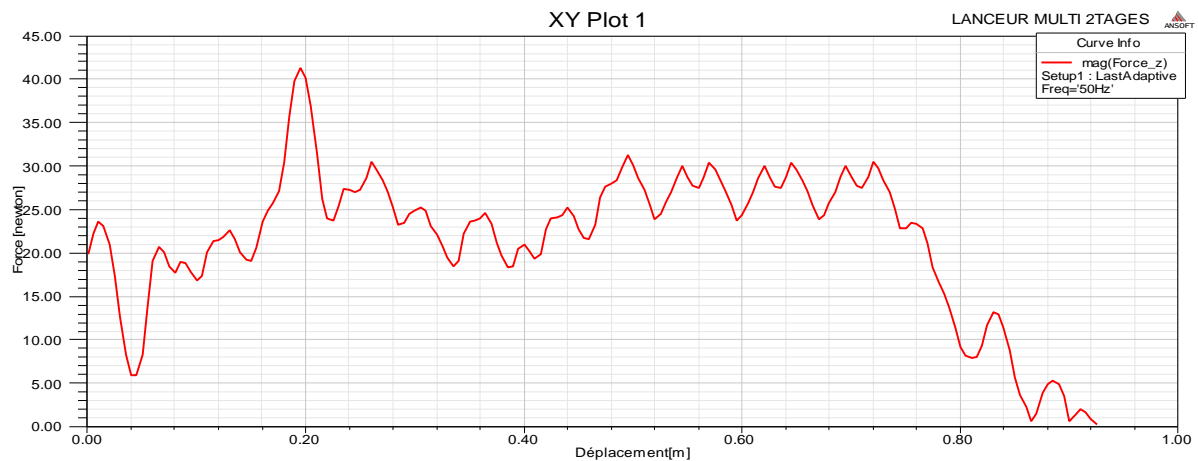


Figure IV.33. « La force de poussée en fonction de déplacement en utilisant l'induit en aluminium. »

➤ **Induit en cuivre**

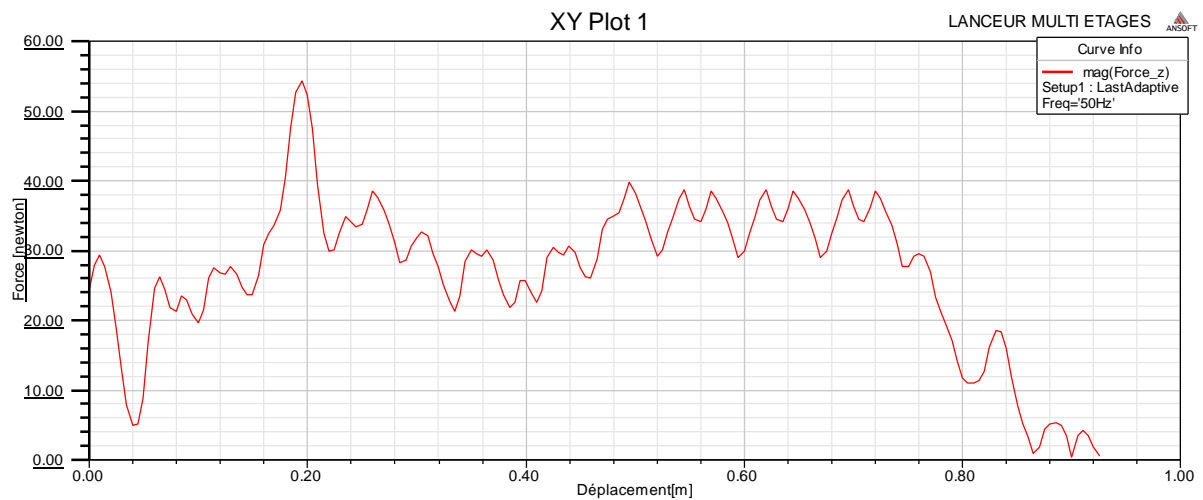


Figure IV.33. «La force de poussée en fonction de déplacement en utilisant l’induit en cuivre ».

➤ **Interprétation des résultats**

D’après l’allure des courbes on constate que la force magnétique est initialement non nulle, puis atteint son maximum lorsque l’induit est complètement à l’intérieur du premier étage puis elle diminue.

IV. 5. Conclusion

Cette partie a été principalement consacrée à l’évaluation de la force électromagnétique engendrée par un lanceur électromagnétique à induction à plusieurs étages par la méthode des éléments finis en utilisant le logiciel ANSYS Maxwell 2D. Le but de l’étude est d’évaluer aussi l’influence de quelques paramètres tels que, la nature des matériaux, sur la force électromagnétique calculée par la méthode des éléments finis.

Nous constatons que lors de la simulation du modèle étudié, le choix de courant d’alimentation et la nature des matériaux est très important.

Nous remarquons aussi que l’augmentation de la densité du courant, engendre une force de poussée très importante ce qui donne des meilleurs performances au moteur étudié.

Conclusion générale

L'objectif de ce travail consiste à améliorer les performances dynamiques d'un moteur à induction linéaire. La méthode des éléments finis est utilisée pour le dimensionnement d'un dispositif qui peut produire une force de poussée, destiné pour un lanceur électromagnétique à plusieurs étages.

La simulation est effectuée avec le logiciel ANSYS Maxwell 2D. Plusieurs applications ont été considérées soit en changeant les grandeurs géométriques soit les paramètres physiques du dispositif étudié. Tout d'abord, une simulation 2D a été effectuée pour l'observation des effets d'extrémités provenant de la longueur finie et de la largeur finie. Pour l'étude, nous avons considéré un étage à six encoches, ensuite un deuxième étage à douze encoches et puis un troisième étage à dix-huit encoches.

L'étude consiste à voir l'évolution de la force électromagnétique engendrée par les trois étages. L'influence de plusieurs paramètres sur la force électromagnétique ont été considérés à savoir : la densité du courant, la nature des matériaux.

D'après les résultats obtenus, on a constaté que la variation de la force électromagnétique en fonction du déplacement est plus importante dans le cas où l'induit est en cuivre le choix de courant d'alimentation et la nature des matériaux est très important. L'analyse des résultats montre que le bon choix de ces paramètres est d'une importance essentielle, si on veut assurer un meilleur fonctionnement du système.

Comme perspectives futures, on peut envisager d'améliorer le même travail avec une étude tridimensionnelle avec une alimentation transitoire avec le logiciel ANSYS Maxwell 3D et nous souhaitons pouvoir réaliser des prototypes pour obtenir des performances plus importantes.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] M.KESSI et K.HAMANI «Amélioration des performances dynamiques d'un moteur linéaire à induction». Mémoire master académique 2014, UMMTO.
- [2] R.TAKILT et A.ALLOUCHE « Modélisation par éléments finis d'une machine linéaire tubulaire et réalisation d'un prototype » .Mémoire master académique 2013, UMMTO.
- [3]S.CHERIGHENE «Etudes par la méthode des éléments finis de l'effet d'une couche dynamique d'une machine linéaire ». Mémoire d'ingénieur 2011, UMMTO.
- [4] M.ZAOUIA «Modélisation numérique du couplage électromagnétique – mécanique dans les structures linéaires tubulaires». Thèse doctorat 2013, UMMTO.
- [5] A.ACI et K.AMEUR« Etudes des actionneurs électromagnétiques par la méthode des éléments finis avec prise en compte de saturation». Mémoire d'ingénieur 2006, UMMTO.
- [6] O.KANA « Conception d'un inducteur destiné à l'entraînement électrique d'un ascenseur » .Mémoire magister 2013, UMMTO.
- [7] F.HOCINI « Association de la commande pour l'étude par éléments finis des phénomènes magnétodynamiques et vibration dans les systèmes électrotechniques». Thèse doctorat 2013, UMMTO.
- [8] M.RACHEK « Modélisation analytico – numérique d'inducteurs axisymétriques alimentés en tension en moyenne fréquence »Mémoire magister 2001, UMMTO.
- [9] NICOLAS FAURE « Modélisation électromagnétique en présence de charge d'espace. Application à l'étude de tube électronique de type magnétique». Thèse doctorat 2006, U.LIMOGE.
- [10] M.HAMEL «Etude et réalisation d'un dispositif de détection de défaut par méthodes électromagnétiques». Mémoire magister 2012, UMMTO.

[11] L.HAMOUDI et M.KAOUDJ «Etude théorique et expérimentale d'une machine linéaire à induit conducteur »

[12] H.MOHELBI «Modèle analytico-numérique de calcul des courants de Foucault dans des dispositifs axisymétriques » Mémoire magister 1996,UMMTO.

[13] M.Azzouz, S.BOUAMARA et R.BEDRANE « Etude des performances dynamiques d'un actionneur électromagnétique linéaire » Mémoire d'ingénieur 2007, UMMTO.

[14] Z. LARABI« Modélisation 3D d'un dispositif MEMS : Application à une pompe sanguine »Mémoire magister 2013, UMMTO.

[15] A.KENNANE «Méthode des éléments finis» Office des publications universitaire (OPU), 1995.

[16] H.MOHELLEBI « cours de modélisation numérique des systèmes d'entraînement électrique » cours master académique Entraînement Electrique 2015, UMMTO.

[17] F.BOUALI «Utilisation d'une méthode semi-analytique pour l'étude du contrôle non destructif en régime pulsé». Mémoire magister 2010, UMMTO.

[18] V.DUBUGET « Elaboration et Caractérisation de Matériaux Ferromagnétiques Doux - Modélisation de Couches Magnétiques Inhomogènes » Thèse de doctorat 2010, Université François-Rabelais De Tours.

[19] F. DJERFAF « caractérisation large bande diélectrique et magnétique de couches minces et de substrats » Thèse de doctorat 2012, Université Ferhat Abbas –Sétif- Ufas (Algérie).

[20] M.HAMEL « Impact de la découpe sur les caractéristiques des circuits magnétiques » Mémoire d'ingénieur d'état 2009, UMMTO.

[21] A.HAMEL « Etude des performances dynamiques du lanceur inductif linéaire» Mémoire de magister 2003, ECOLE MILITAIRE POLYTECHNIQUE.

Résumé de Mémoire

Les entraînements électriques pénètrent progressivement, depuis plusieurs années dans tous les domaines de la société, dans un nombre croissant d'applications et pour diverses raisons, on souhaite de transmettre directement les efforts à la charge mécanique, on parle alors des entraînements directs.

De nos jours, la conception des dispositifs électromagnétiques tels que les machines électriques, les appareils de coupure, les appareils à haute tension. Les machines linéaires nécessitent la modélisation des différents phénomènes physiques, de tels systèmes font l'interaction entre deux domaines : l'électromagnétisme et la mécanique par l'intermédiaire des forces.

La modélisation de la machine linéaire tubulaire réside principalement dans l'évolution de sa force électromagnétique, le déplacement de la charge ainsi que la vitesse cinétique.

Cette présente étude s'articule sur quatre chapitres :

Le premier chapitre est consacré à la présentation des généralités sur les machines linéaires.

Le deuxième chapitre présente un rappel sur les grandeurs magnétiques, leurs naissances et les relations qui les lient.

Le troisième chapitre traite les équations de MAXWELL et les lois fondamentales de l'électromagnétisme, qui permettent la formulation des équations électromagnétiques de tout système physique et les différentes méthodes de résolutions, dans notre travail nous sommes basés sur la méthode des éléments finis à fin de modéliser notre lanceur.

Le dernier Chapitre sera consacré à la modélisation et l'interprétation des résultats obtenus. Enfin, nous terminerons notre travail par une conclusion générale.

L'objectif de ce travail est l'évaluation de la force électromagnétique dans un lanceur électromagnétique à plusieurs étages par la méthode de Lorentz en fonction de déplacement.

La méthode des éléments finis est utilisée pour le dimensionnement de dispositif.

Mots clés : Entraînements électriques, Eléments finis, Logiciel ANSYS Maxwell, Force électromagnétique