République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI DE TIZI-OUZOU

FACULTE DU GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE
DEPARTEMENT D'AUTOMATIQUE

Mémoire de Fin d'Etudes de MASTER ACADEMIQUE

Domaine : **Sciences et Technologies**
Filière : **Génie électrique**
Spécialité : **Commande des systèmes**

Présenté par
BENHADJ HOCINE
AIT AMIRAT AMINE

<u>Thème</u>

Représentation d'un système non linéaire par le formalisme de Takagi Sugeno et synthèse d'observateur pour le système véhicule

Mémoire soutenu publiquement le 29/09/ 2016 devant le jury composé de :

Mme CHILALI
MA, UMMTO, Présidente

Mme Almansba
M.A, UMMTO, Examinatrice

Mme Amoura
M.A, UMMTO, Examinatrice

Mme Z. YACINE
MCB, UMMTO, Encadrante

Remerciements

Nous remercions avant tout le bon Dieu de nous avoir

Permis de réaliser ce travail.

Nous tenons à exprimer nos vifs remerciements à notre promotrice Mme Yacine pour avoir dirigé ce travail pour son suivi, ses conseils et sa disponibilité à chaque instant.

Notre gratitude et reconnaissance vont s'adressent à tous les enseignants qui ont contribué à notre formation pendant notre cursus universitaire.

Nos remerciements vont s'adresser également au président et membres de jury qui nous feront l'honneur d'évaluer notre travail.

Sans oublier tous les amis (ies) et camarades qui ont contribué de prés ou de loin à la réalisation de ce modeste projet.

Dédicaces

Je tiens à dédier ce mémoire :

A la plus chère pour mois ma mère, pour l'amour qu'elle

M'a apporté depuis ma naissance.

A mon cher père : en connaissance de tout ce qu'il a fait

Pour moi.

A mon grand frère RABAH et ses amis qui m'ont toujours Soutenu

A mes très chères frères et sœurs qui m'ont toujours

Soutenu et qui m'ont encouragé dans ce travail,

Et toute ma famille

A mes camarade de la section Master 2 Automatique et tous ceux de la

Faculté de Génie électrique et d'Informatique et tous mes enseignants de

l'Université Mouloud MAMMERI de Tizi-Ouzou.

Je dédie ce travail également à mon binôme et à toute sa famille.

B.Hocine

Dédicaces

Je tiens à dédier ce mémoire :

A ma très chère mère
Pour son amour et soutien
Pour son aide et ses conseille

A mon cher père
En connaissance de tout ce qu'il a fait
Pour moi.

A mon petit frère SOFIANE qui mas toujours Soutenu

A toute ma famille et tous mes amies qui mon

Soutenu et qui m'ont encouragé dans ce travail,

A mes camarades de la section Master 2 Automatique et tous ceux de la Faculté de Génie électrique et d'Informatique et tous mes enseignants de l'Université Mouloud MAMMERI de Tizi-Ouzou.

Je dédie ce travail également à mon binôme et à toute sa famille.

A.A.Amine

Introduction générale

Chapitre I : Généralités sur le système véhicule

1. Introduction ……………………………………………………………....03
2. L'accidentologie ……………………………………………….……..…03
   2.1. Principaux facteurs d'accidents.…………………….…………………...03
3. Systèmes d'aide à la conduite……………………………………….……05
4. Conclusion………………………………………………………………....06

Chapitre II : modélisation du véhicule

1. Introduction……………………………………………….………………07
2. Différents mouvements et repères du véhicule ………………………..…..…07
   2.1. Mouvements du véhicule ……..07
   2.2. Définition des repères ………………………………………………..…..…..08
3. Changement de repères...……………………………………...………09
4. La Dynamique du véhicule ……….…………………………….……….…11
   4.1. Calcul de l'accélération d'un point situé sur la caisse du véhicule……...…11
   4.2. Equation de la dynamique du véhicule ………………………………….…..12
   4.3. Équation globales des forces d'inertie et du moment dynamique……...……13
   4.4. Dynamique de la roue …………………………………………………….…...15
   4.5. Etude des forces extérieures pour la dynamique latérale du véhicule…......15
   4.6. Les angles de dérive des roues …………………………………………….…...17
5. Les modèles de la dynamique latérale du véhicule…………………………………18
   5.1. Le Modèle linéaire ………………………………………………………….…18
   5.2. Le Modèle non linéaire ……………………………………………..……..21
6. Conclusion……………………………………………………………………22

Chapitre III : Représentation TS de la dynamique latérale du véhicule

1. Introduction……………………………..23
2. Représentation les modèles de Takagi-Sugeno…………………….……………23
3. Méthodes d'obtention d'un modèle Takagi-Sugeno ………………………………24
4. Approche des secteurs non linéaires…………………………………………….…..25
5. Transformation des efforts de contact F_{yi} par secteurs non linéaires…….……27
6. Le modèle TS correspondant à la dynamique latérale du véhicule……………..….29
7. Simulation et interprétation ……………………………………………………..32
8. Conclusion………………………………………………………………………....34

Chapitre IV : Synthèse d'observateur d'un modèle TS

1. Introduction…………………………………………………………………….…36
2. Principe de l'estimation d'état ………………………………………….………..36
3. Observateurs et Observabilité des systèmes dynamiques …………..……………38
   - 3.1. Observateurs et observabilité des systèmes linéaires………...……………….38
   - 3.2. Observateurs des systèmes Non linéaires …………………………………...40
     - 3.2.1. Notion d'observabilité des systèmes non linéaires……………………..40
     - 3.2.2. Les approches d'estimation pour la synthèse d'observateur des systèmes NL……………………………………………………………………...41
   - 3.3. Observateur des systèmes Takagi- Sugenu ……………………………….…....42
     - 3.3.1. Représentation les observateurs TS……………………………...….…42
     - 3.3.2. Observateurs TS à Variables de Décision Mesurables (VDM)……….....43
     - 3.3.3. Observateurs TS à Variable de Décision Non Mesurable (VDNM)….….43
4. Observateur TS pour la dynamique latérale du véhicule……………………..43
   - 4.1. Observateur L_2 pour l'estimation de la dynamique latérale du véhicule…….45
5. Simulation et interprétation……………………………………..………..48
6. Conclusion ……………………………………………………...………51

Conclusion générale

ACRONYMES

- **LMI** : Linear Matrix Inequality (Inégalité Matricielle Linéaire)
- **LTV** : Linear Time variant (Linéaire à temps vairant)
- **LTI** : Linear Time Invariant (Linéaire à Temps Invariant)
- **TS** : Takagi-Sugeno
- **TS à VDNM** :Takagi-Sugeno à Variables de Décision Non Mesurables
- **TS à VDM** : Takagi-Sugeno à Variables de Décision Mesurables

MATRICES

- $\boldsymbol{I_n}$**(I)** : Matrice identité
- **P** $>$ **0, P**$<$**0** : Matrice définie positive, respectivement négative
- $\boldsymbol{P^T}$: Matrice transposée
- $\boldsymbol{P^{-1}}$: Matrice inverse
- $\boldsymbol{\lambda_{max}(P)}$, $\boldsymbol{\lambda_{min}(P)}$: Valeur propre maximale, respectivement minimale
- **A :** Matrice de commande
- **B :** Matrice de commande
- **C :** Matrice d'observation.

ENSEMBLES

- $\boldsymbol{\mathcal{R}}$ **:** Ensemble des nombres réels
- $\boldsymbol{\mathcal{R}^+}$ **:** Ensemble des nombres réels positifs
- $\boldsymbol{P\ R(\lambda)}$: Partie réelles de λ

VARIABLES LIES AU VEHICULE

- $\boldsymbol{m}$ **:** masse de véhicule
- $\boldsymbol{I_z}$ **:** Moment de d'inertie
- $\boldsymbol{H_0}$: Moment dynamique par rapport à l'origine
- $\boldsymbol{a}$ **:** longueur des essieux
- $\boldsymbol{\alpha_f}$ **:** Angle de dérive des roues avant
- $\boldsymbol{\alpha_r}$ **:** Angle de dérive des roues arrière
- $\boldsymbol{v_x(t)}$ **:** vitesse longitudinale
- $\boldsymbol{l_f}$: Distance entre le centre de gravité et l'essieu avant.

- $\boldsymbol{l_r}$: Distance entre le centre de gravité et l'essieu arrière .
- $\boldsymbol{\delta_f(t)}$ **:** Angle de braquage des roues avant.
- $\boldsymbol{\beta(t)}$: Angle de dérive au centre de gravité du véhicule.
- $\boldsymbol{\psi(t)}$ **:** Angle de lacet
- $\dot{\boldsymbol{\psi}}((t)$: vitesse de lacet
- $\boldsymbol{F_{yf}}$ **:** Efforts latéraux de contact pneumatique chaussé des roues avant
- $\boldsymbol{F_{yf}}$ **:** Efforts latéraux de contact pneumatique chaussé des roues arrière
- $\boldsymbol{C_{yf}}$**:** Coefficient de raideur des roues avant
- $\boldsymbol{C_{yr}}$**:** Coefficient de raideur des roues arrière
- $\boldsymbol{\mu_i(\xi(t)})$: Les fonctions d'activation (pondération)
- $\boldsymbol{\xi(t)}$: Les variables de de décisions (permisses)

Tables des figures

Figure (I.1) : Sur-virage et sous-virage du véhicule……………………………………………..05

Figure (II.1) : Les différents mouvements du véhicule ………………………………...………08

Figure (II.2) : (a) Repère absolu-repère véhicule. (b) Repère véhicule-repère intermédiaire. (c)Repère intermédiaire-repère caisse……………………………………………..08

Figure (II.3) : Point sur la caisse du véhicule dans le repère absolu et repère lié à la caisse...10

Figure (II.4) : Forces et moments s'exercent sur la roue……………………………………….15

Figure (II.5) : Forces latérales en fonction de l'angle de dérive α.. …………………………….16

Figure (II.6) : Angle de dérive de la roue gauche…….…………………………………………....17

Figure (II.7) : Modèle bicyclette du véhicule……………..……………………………………19

Figure (III.1) : Secteur non linéaire global………………...……………………………………..25

Figure (III.2) : Secteur non linéaire local..………….…………………………………………...25

Figure (III.3) : Entrée appliquée Angle de dérivé des roues avant…………………………..……32

Figure (III.4) : les états du model linéaire…………………………………………………………..32

Figure (III.5) : Les états du modèle non linéaire..………………………………………………...33

Figure (III.6) : Les états du modèle TS……………………….……………………………………33

Figure (III.7) : Comparaison entre les états modèle linéaire, non linéaire et TS………………34

Figure (IV.1) : Diagramme structurel d'un observateur………………………………………….37

Figure (IV.2) : Diagramme structurel d'un observateur de luenberger ………………………..39

Figure (IV.3) : Entrée en angle de braquage utilisée………………………………………..……49

Figure (IV.4) : Comparaison des états réels et estimés obtenu avec l'observateur L_2…………50

Figure (IV.5) : L'erreur d'estimation d'état…………………….…………………………………..51

Introduction générale

Chapitre I : Généralités sur le système véhicule

Chapitre II : modélisation du véhicule

Chapitre III : Représentation TS de la dynamique latérale du véhicule

Chapitre IV : Synthèse d’observateur d’un modèle TS

Conclusion générale

Au cours des deux dernières décennies, les véhicules sont devenus de plus en plus indispensables au quotidien de l'homme.

Le problème du roulement des véhicules est rendu difficile par les phénomènes de dérive lors de leur déplacement, surtout lors du parcourt suivant une trajectoire courbée, ce problème risque de dérapage. La majorité des accidents de la route qui provoquent chaque année de nombreux décès dans le monde sont causés par le problème cité précédemment.

Le souci d'améliorer la sécurité des véhicules, incite de plus en plus à développer des systèmes d'aide à la conduite qui sont essentiels dans le contrôle du véhicule sur la route.

Ces systèmes nécessitent pour leur élaboration la disponibilité d'un modèle mathématique représentant la dynamique du véhicule. Pour cela il est nécessaire de modéliser le système du véhicule.

Pour modéliser ce système, nous avons utilisé le formalisme non linéaire, afin de mieux représenter le système réel du véhicule. Cependant, l'inconvénient en adoptant ce formalisme est la complexité des modèles obtenus d'un point de vue mathématique, de plus, ils sont très difficiles à étudier.

Dans ce mémoire, nous proposons un modèle mathématique qui représente le système non linéaire initial du véhicule. Ce modèle appelé modèle de Takagi-Sugeno (multi -modèles Takagi-Sugeno).

Les modèles TS sont des modèles non linéaires, leur représentation globale est assurée par l'interpolation de l'ensemble des sous modèles via des fonctions de pondération non linéaires traduisant de la contribution de chaque sous modèle. Ils offrent l'avantage d'être facilement exploitable d'un point de vue mathématique.

L'élaboration des systèmes d'aide à la conduite nécessite la disponibilité des variables liées à l'état du véhicule. Mais, ces variables ne sont pas toujours disponibles à la mesure. Pour cela nous avons construit un observateur TS à VDNM, afin d'estimer les variables de la dynamique latérale du véhicule.

Afin de mener à bien les objectifs visés, nous avons organisé notre mémoire comme suit :

Au chapitre I, nous avons exposé une étude de l'accidentologie routière, ainsi que les causes et les conséquences des accidents par sortie de voie. Par la suite nous avons présenté les systèmes d'aide à la conduite, afin de réduire ce type d'accidents.

Dans le chapitre II, nous avons représenté les différents modèles de la dynamique latérale du véhicule. Cela passe par une modélisation du système véhicule pour disposer d'un modèle mathématique représentant le comportement réel du véhicule. Le modèle non linéaire obtenu est un modèle précis. Mais il est complexe d'un point de vue mathématique et qui est difficile à étudier.

Au chapitre III, nous avons utilisé le formalisme TS, afin de décrire la dynamique latérale du véhicule de manière précise reflétant le plus fièdelement possible le comportement réel du véhicule. Le modèle TS obtenu dans ce chapitre est un modèle non linéaire exploitable et simple. Ce model TS sera utilisé dans le chapitre suivant pour la synthèse d'observateur.

Dans le chapitre IV, nous avons construit, un observateur TS à VDNM, afin d'estimer les variables non disponibles à la mesures décrivant la dynamique latérale du véhicule. Pour cela nous avons utilisé l'approche L_2 par atténuation de perturbation.

I.1.Introduction

Le véhicule est de nos jours un outil indispensable à la vie moderne**.** Si le véhicule est utile et indispensable, il est aussi l'une des causes premières de mortalité.

Pour cela, nous allons présenter dans ce chapitre, une idée générale sur l'accidentologie et les principaux facteurs d'accidents. Par la suite nous allons présenter les différents systèmes d'aide à la conduite.

I.2. L'accidentologie

Le terme d'accidentologie a été créé à la fin des années soixante par des chercheurs de l'ONSER, l'organisme national de recherche dans le domaine de la sécurité routière qui est devenu l'INRETS [01].

En Algérie, Le bilan annuel des services de police établi en zones urbaines, fait état de 16245 accidents de la circulation routière contre 17 383 accidents enregistrés durant l'année 2014. Ces mêmes accidents ont ainsi engendré 19337 blessés en 2015 contre 20 717 blessés en 2014. En effet, les accidents corporels de la circulation routière ont fait 809 morts en 2015, alors qu'en 2014, il a été recensé 828 décès [02].

Le bilan des victimes de la route, nous forcer à étudier et chercher les principaux facteurs d'accidents.

I.2.1. Principaux facteurs d'accidents

Les études réalisées pour déterminer les causes, la nature et les conséquences des accidents ont montré que la principale catégorie d'accidents est représentée par les accidents concernant un véhicule seul, avec 37% des accidents. 16% de cette catégorie représente un véhicule seul. La catégorie des accidents qui concernent des chocs frontaux entre véhicules représente 11% des accidents.

Un accident de type véhicule seul est le produit d'une relation défectueuse entre le conducteur, le véhicule routier et l'environnement routier. Cette catégorie d'accidents est connue sous le nom des accidents par sortie de voie. Donc, nous résumons les principaux facteurs de ces accidents en deux grandes familles principales : [01]

- Perte de contrôle du véhicule liée à ses caractéristiques mécaniques, à celles de l'infrastructure et aux conditions du trafic et de l'environnement.

- Défaillance du conducteur liée à ses propres limites physiologiques (perception de l'environnement routier, perte d'attention, fatigue….ect) et au non-respect des règles de conduite.

L'étude de l'accidentologie présentée précédemment a montré que le type d'accidents par sortie de voie représente une grande partie de l'accidentologie globale. C'est pour cela, nous avons décidé de nous focaliser sur ce type d'accidents.

La figure ci-dessous montre effet sous-virage et sur-virage du véhicule [03]

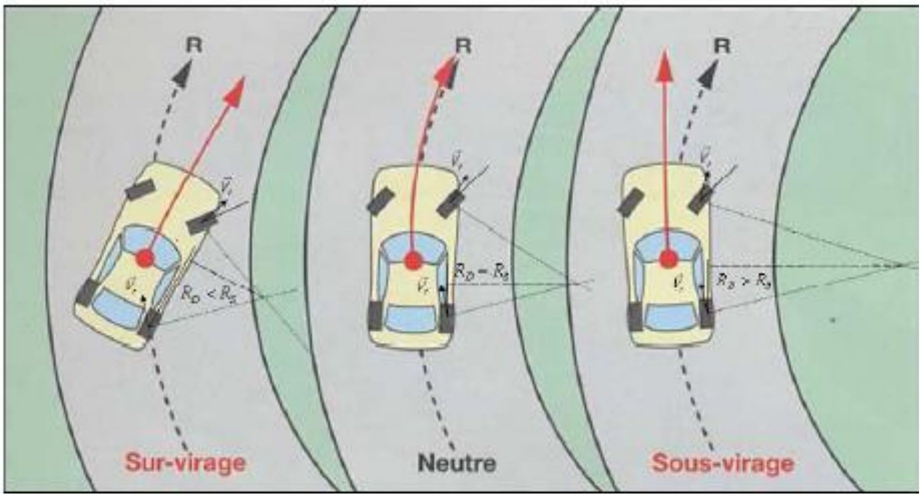


Figure I.1: Sur-virage et sous-virage du véhicule.

Sur-virage **:** correspond à la dérive du l'arrière du véhicule.

Sous_virage : correspond à la dérive du l'avant du véhicule.

Afin d'éviter les accidents de type sortie de voie (sur une perte de contrôle ou involontaires). Des recherches ont été développées sur les systèmes d'aide à la conduite.

I.3. Systèmes d'aide à la conduite

Un système d'aide à la conduite (ADAS : **A**dvanced **D**river **A**ssistance **S**ystem), est système qui permet au conducteur d'être assisté sa tâche de conduite en: libérant d'un certain nombre de tâches qui peuvent réduire sa vigilance, en tenant compte des cas graves qui pourraient conduire à un accident.

Il existe deux types des systèmes d'aide à la conduite, passive ou active :

- Système d'aide passive : Les dispositifs de sécurité passive sont des équipements qui n'influence pas la dynamique du véhicule tels que, airbag, ceinture de sécurité,…etc. .
- Système d'aide active : Les dispositifs de sécurité active sont des équipements qui influence la dynamique du véhicule tels que : L'ABS (système d'antiblocage des roues qui permet d'optimiser la distance de freinage et préserver la contrôlabilité du véhicule), les systèmes ESP (Electronique Stability System, permet de contrôler la trajectoire), ESC (permet de contrôler le mouvement de rotation de lacet du véhicule), ASR (système d'anti-patinage des roues) [04].

Ces systèmes de sécurité préventive aident les conducteurs à :

- Rester sur la voie
- Garder les distances de sécurité
- Eviter les dépassements en situation dangereuse
- Évitez les collisions avec les usagers de la route vulnérables
- Maintenir une vitesse sure

Pour élaborer ces système d'aide à la conduite, la connaissance des variables liées au véhicule et à son environnement est nécessaire ces variables ne sont pas toujours disponibles à la mesure quel que soit pour des raisons techniques ou économiques. Pour cela, la synthèse d'observateurs est une solution alternative, prouvée et prometteuse, notamment dans le contexte du véhicule.

Dans ce sens, l'objectif de notre travail est de construire un observateur pour le système véhicule. Cependant, notre système étant fortement non linéaire et complexe, la conception d'observateurs s'avère difficile et délicate, utiliser un système linéaire est une solution. Néanmoins, pour cela et afin de simplifier la tâche, un modèle linéaire peut être utilisé. Mais, puisque la représentation est locale, les estimations vont être affectées. Une représentation NL serait plus précise, cependant, le manque d'approches de synthèse d'observateurs pour les systèmes NL limite cette voie.

I.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une idée de l'accidentologie avec une présentation des différents facteurs d'accidents, ainsi que le type d'accidents le plus fréquent. Il s'agit des accidents par sortie de voie, qui représentent plus de 30% de l'accidentologie globale dans le monde. Pour résoudre ce problème des systèmes d'aide à la conduite ont été développées.

Dans le chapitre suivant, nous allons faire une modélisation de la dynamique latérale du véhicule.

II.1. Introduction

Le véhicule est un système très complexe dont le comportement est fortement non linéaire. Cette non-linéarité intervient sur plusieurs points : le contact pneumatique/chaussée, le mouvement des amortisseurs et le couplage des efforts, ce qui le rend difficile à modéliser.

La modélisation peut être simplifiée pour cibler une application bien définie. Dans ce chapitre, nous présentons la modélisation dynamique latérale du véhicule. Dans un premier temps, nous présentons les différents mouvements et repères nécessaires pour modéliser le véhicule. Dans un second temps, nous exprimons les efforts et moments extérieurs agissant sur le véhicule. Finalement, nous appliquons les principes fondamentaux de la dynamique pour obtenir un modèle de la dynamique latérale du véhicule.

II.2. Différents mouvements et repères du véhicule

Pour déterminer le modèle du véhicule, il est nécessaire d'étudier ses différents mouvements et les différents repères associés.

II.2.1. Mouvements du véhicule

Il existe trois mouvements de translations et trois mouvements de rotation [05] :
Les mouvements de rotations sont :

- La rotation d'angle $\emptyset$ autours de l'axe longitudinal O_x appelée mouvement de roulis.
- La rotation d'angle θ autour de l'axe transversal O_y appelée mouvement de tangage.
- La rotation d'angle ψ autour de l'axe orthogonal O_z appelée mouvement de lacet.

Les mouvements de translations sont :

- La translation selon l'axe longitudinale O_x appelée Avance.
- La translation selon l'axe transversale O_y appelé Ballant.
- La translation selon l'axe verticale O_z appelé Pompage.

Ces mouvements sont représentés sur la figure (I.1)

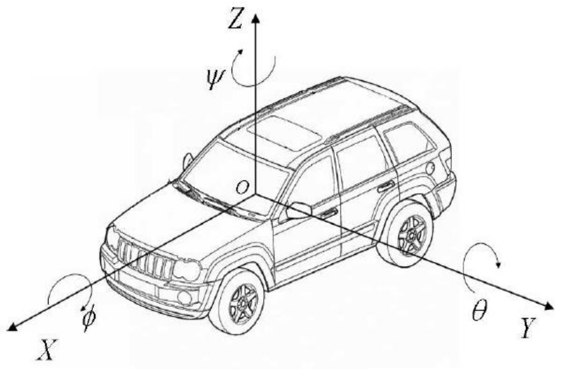
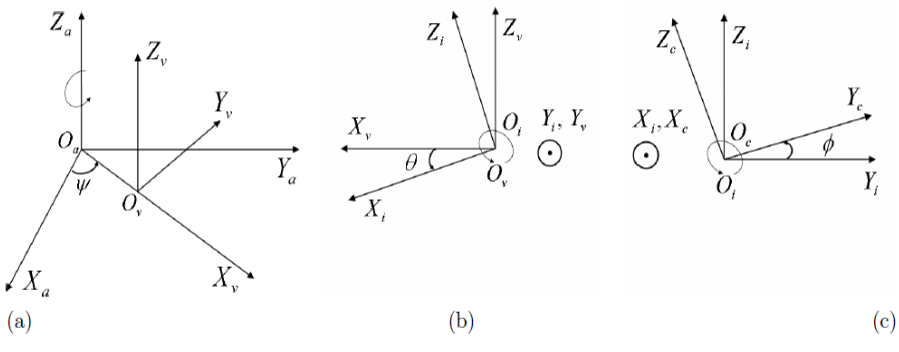


Figure II.1: les différents mouvements du véhicule

II.2.2. Définition des repères

Pour décrire les mouvements du véhicule nous avons besoins de deux repères particuliers : le repère absolu supposé galiléen noté R^a et le repère lié à la caisse du véhicule noté R^c. Le passage entre ces deux repères nécessite deux repères intermédiaires, le repère véhicule R^v et le repère intermédiaire R^i. Les passages entre les différents repères se décomposent de la manière suivante :

Le repère véhicule R^v subit une translation $O_a\,O_v$ et une rotation de lacet d'angle ψ autour de l'axe $O_a\,Z_a$ par rapport au repère absolu R^a (voir Figure I.2 (a)), le repère intermédiaire R^i qui subit une rotation de tangage d'angle θ autour de l'axe $O_v\,y_v$ par rapport au repère véhicule R^v (voir Figure II.2 (b)), le repère caisse R^c effectue une rotation de roulis ϕ autour de l'axe $O_i\,X$i par rapport au repère intermédiaire R^i (voir Figure. II.2 (c)). Ces repères sont représentés sur la figure (II.2) [06]



Figure(II.2) :(a) Repère absolu-repère véhicule. (b) Repère véhicule-repère intermédiaire. (c)Repère intermédiaire-repère caisse

II.3. Changement de repères

Considérons un point P dans l'espace, nous calculons les transformations des coordonnées du point P du repère absolu R^a vers les repères R^v, R^i et R^c [03].

Le passage de R^a vers R^v : Se compose d'une translation$(O_aO_v)^v$ et d'une rotation d'angle ψ autour de l'axe O_aZ_a. La composition de la translation avec la rotation est donnée par:

$$(O_aP)^v = (O_a\ O_v)^v + R_\psi\ (O_aP)^a \quad \text{avec :} \quad R_\psi = \begin{pmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Le passage de R^v vers R^i : Se compose d'une rotation d'angle θ autour d'axe O_vY_v le vecteur O_aP a pour coordonnées dans ce repère :

$$(O_aP\ )^i = R_\theta\ (O_aP\ )^v \text{ avec : } R_\theta = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & cos\theta \end{pmatrix}.$$

Le passage de R^i vers R^c : Se compose d'une rotation d'angle $\emptyset$ autour d'axe $O_i\,X_i$ le vecteur O_aP a pour coordonnées dans ce repère :

$$(O_aP\ )^c = R_\emptyset(O_aP\ )^i \quad \text{avec :} \quad R_\emptyset = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\emptyset & \sin\emptyset \\ 0 & -\sin\emptyset & \cos\emptyset \end{pmatrix}.$$

L'étape suivante est donc représenter l'évolution du point O_c en fonction des vitesses et vitesse angulaire dans le repère lié à la caisse R_c . Autrement dit, exprimer les formulations de passage du repère R_a au repère R_c pour les vitesses du point O_c . Pour cela, il est considéré qu'à l'origine du temps, $O_a \equiv\ O_v \equiv\ O_i \equiv\ O_c$.

Nous considérons à cet effet, un point P sur la caisse du véhicule. Le point P forme des vecteurs avec l'origine du repère absolue R_a et l'origine du repère caisse R_c notés (O_a P) et ($O_a\ O_c$) respectivement, voire la figure (II.3)

Les coordonnées du point P dans le repère R_c par rapport au repère absolu R_a nous donne la loi de composition suivante.

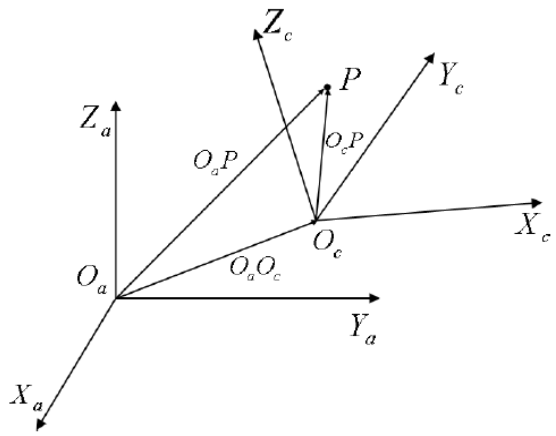


Figure II.3 : Point sur la caisse du véhicule dans le repère absolu et repère lié à la caisse

$$(O_a\ P)^C = (O_a\ O_c)^c + (\ O_c\ P)^C \tag{II.1}$$

Dans la suite de ce chapitre, le point P est assimilé au centre de gravité du véhicule.

Remarque : La dérivation effectuée dans le repère (fixe) notée (•) et celle effectuée dans le repère mobile lié à la caisse, notées (ˇ) .la relation existe entre ces deux dérivations [06] :

$$\dot{X} = \check{X} + \Omega \times \mathrm{X} \tag{II.2}$$

Où :

Ω : Vecteur vitesse de rotation entre le repère absolu et le repère mobile

× : Produit vectoriel.

II.4. La Dynamique du véhicule

Cette section est dédiée au développement des équations du mouvement du véhicule en utilisant les principes fondamentaux de la dynamique dans le repère lié à la caisse R^c . Des hypothèses simplificatrices seront formulées afin de réduire la complexité de la représentation et de pouvoir exploiter le modèle.

II.4.1. Calcul de l'accélération d'un point situé sur la caisse du véhicule

Pour exploiter les principes de la dynamique, il faut disposer de l'expression de l'accélération d'un point lié au repère caisse. Pour exprimer l'accélération du point G (le centre de gravité) par rapport à R^{a}, il faut disposer de l'expression de la vitesse absolue au point G. Pour cela il suffit de dériver l'expression (II.1) :

$$(O_a\dot{}G)^c = (O_a\dot{}O_c)^c + (O_c\dot{}G)^c \tag{II.3}$$

D'après la remarque précédente, on obtient :

$$(O_a\dot{}G)^c = (O_a\dot{}O_c)^c + (O_c\check{}G)^c + \Omega \times (O_cG)^c \tag{II.4}$$

L'accélération du point G est obtenue en dérivant une seconde fois l'expression de la vitesse (II.4), après des calculs mathématiques [06] .l'expression de l'accélération au point G est donné par :

$$\begin{aligned}(\Gamma_G)^c = & \left(O_c\check{\check{}}G\right)^c + 2\,\Omega \times (O_c\check{}G)^c + (O_a\check{\dot{}}O_c)^c + \Omega \times (O_a\dot{}O_c)^c \\ & + \dot{\Omega} \times (O_cG)^c + \Omega \times \Omega \times (O_cG)^c\end{aligned} \tag{II.5}$$

Avec : $(\Gamma_G)^c = (O_a\ddot{}G)^c = (O_a\ddot{}P)^c$, car $P \equiv G$

L'expression de l'accélération au point G déterminée dans un repère mobile R_c par rapport à un repère fixe R_a .

$\left(O_c\check{\check{}}G\right)^c$: L'accélération relative

$2\,\Omega \times (O_c\check{}G)^c$: l'accélération de Coriolis.

$(O_a\check{\dot{}}O_c)^c + \Omega \times (O_a\dot{}O_c)^c + \dot{\Omega} \times (O_cG)^c + \Omega \times (\Omega \times (O_cG)^c)$: l'accélération d'entraînement

II.4.2. Equation de la dynamique du véhicule

Dans cette partie, les principes fondamentaux de la dynamique permettant de décrire les équations de la dynamique du véhicule et sont développés.

Le principe fondamental de la dynamique se traduit par deux équations. La première est appelée équation de la résultante dynamique traduit le fait que la somme des forces extérieures appliquées au véhicule est égale à sa masse, supposée constante, multipliée par son accélération [06] :

$$m\mathit{\Gamma}_G = \sum F_{ext} \tag{II.6}$$

Où :

m : La masse du véhicule.

$\mathit{\Gamma}_G$: L'accélération au point G.

$\sum F_{ext}$: La somme des forces extérieures appliquées au véhicule

La seconde équation est appelée équation du moment .Elle exprime similairement l'équilibre des moments appliqués [06] :

$$H_0 = \sum M_{ext} \tag{II.7}$$

Où :

$\sum M_{ext}$: Les moments extérieurs agissant sur le véhicule.

H_0 : Moment dynamique au point G qui représente l'effet de rotation au tour de ce point dû aux forces agissant sur ce corps rigide. Après calculs, nous obtenons l'expression du moment dynamique suivante [06] :

$$H_0 = I\check{\mathit{\Omega}} + \mathit{\Omega} \times (I\mathit{\Omega}) + m\,(O_cG)^c \times \left[(O_a\check{\dot{}}O_c)^{\,c} + \mathit{\Omega} \times (O_a\dot{}O_c)^c\right] \tag{II.8}$$

La quantité I représente la matrice d'inertie, supposée constante dans le repère R_c, symétrique et définie positive :

$$I = \begin{pmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yz} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{pmatrix} \tag{II.9}$$

II.4.3. Équation globales des forces d'inertie et du moment dynamique

Puisque Les expressions de l'accélération d'un point appartenant à la caisse du véhicule (centre de gravité G) et du moment dynamique du véhicule par rapport à l'origine du repère caisse R_c sont établies, les équations de mouvement au point G, peuvent être exprimées comme suit, en utilisant les formules du principe de la dynamique cité ci-dessus en remplaçant les formules (II.8) et (II.5) par leurs expressions :

$$\begin{cases} m\left[\left(\ddot{O_c G}\right)^c + 2\,\Omega \times (\dot{O_c G})^c + \right. \\ \left. (\ddot{O_a O_c})^c + \Omega \times (\dot{O_a O_c})^c + \dot{\Omega} \times (O_c G)^c + \Omega \times (\Omega \times (O_c G)^c)\right] = \sum F_{ext} \\ I_0\,\breve{\Omega} + \Omega \times (I_0\ \Omega) + m\,(O_c G)^c \times \left[(\ddot{O_a O_c})^c + \Omega \times (\dot{O_a} O_c)^c\right] = \sum M_{ext} \end{cases}$$

(II.10)

I_0 : Moment d'inertie.

Hypothèses simplificatrices [06]

Hypothèse 1 :(Hypothèse du véhicule en un seul corps rigide)

Cette hypothèse consiste à négliger les déformations et les mouvements relatifs de la caisse qui sont engendrés par les éléments de suspension. C'est-à-dire la vitesse et implicitement l'accélération du centre de gravité G par rapport à l'origine du repère lié à la caisse O_c, sont nulles $(\dot{O_c G})^c = 0$ et $\left(\ddot{O_c G}\right)^c = 0$.

Hypothèse 2 : (Référentiel lié à la caisse a pour origine le centre de gravité)

Le référentiel lié à la caisse R^c a son origine au centre de gravité du véhicule : ($O_c \equiv$ G) alors le vecteur O_cG = 0.

Hypothèse 3 : (Absence de mouvements de tangage, roulis et pompage)

Avec cette hypothèse les mouvements de tangage, roulis et pompage sont négligés. Le mouvement du véhicule est restreint aux translations dans le plan horizontal $O_a X_a Y_a$ et à la rotation autour de l'axe vertical $O_a Z_a$. D'après cette hypothèse, le repère lié à la caisse R^c coïncide avec le repère véhicule R^v. Le vecteur des vitesses de translation v_1 devient $v_1 = (v, u, 0)^T$ et le vecteur des vitesses de rotation devient $v_2 = \Omega$ =(0,0,$\dot{\psi}$) ^{T}.

Hypothèse 4 : (Vitesse longitudinale constante)

Dans cette hypothèse, la vitesse longitudinale v_x du véhicule dans le repère R^v et selon l'axe O_cX_c reste constante. La vitesse transversal u peut être représentée par cette relation $u= v_x$ sin (β) , tel que β est l'angle de dérive au centre de gravité.

A partir de ces Hypothèses simplificatrices, les équations globales des forces d'inertie et du moment dynamique (II.10) qui sont liées au mouvement transversal, selon l'axe O_cY_c , et au mouvement de lacet autour de l'axe O_cZ_c , permettent de déterminer l'expression globale des forces d'inertie et du moment dynamique (équations d'équilibre dynamique).

$$\begin{cases} mv_x \left(\dot{\beta} + \dot{\psi} \right) = \sum F_{ext} \\ I_z \ \ddot{\psi} = \sum M_{ext} \end{cases} \tag{II.11}$$

Où :

v_x : La vitesse longitudinale.

$\dot{\psi}$: est la vitesse de lacet.

I_z : Moment d'inertie.

Le contact pneumatique-chaussée du véhicule avec sa surface d'évolution est réalisé au niveau de ces quatre roues. Les actions et les réactions qui s'exercent entre le sol et le véhicule dépendent de la nature du contact ainsi que de la force normale sur la surface de contact. Pour cela il nécessaire d'étudier la dynamique de la roue.

$\mu_1 = \begin{pmatrix} x_{O_c} \\ y_{O_c} \\ z_{O_c} \end{pmatrix}^a$: Coordonnées du point O_c dans le repère R^a .

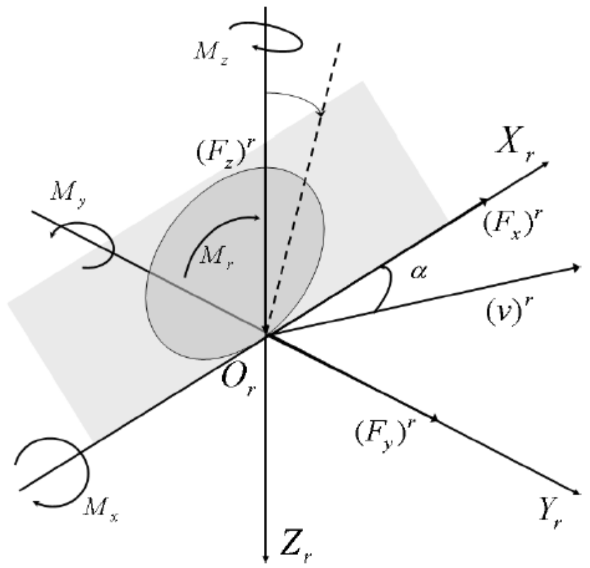
$\mu_2 = \begin{pmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{pmatrix}^a$: Angles de rotation du repère R^c vis – à vis du repère R^a .

$\nu_1 = \begin{pmatrix} \nu \\ u \\ \omega \end{pmatrix}^c$: Vecteur vitesse du point O_c dans le repère R^a .

$\nu_2 = \begin{pmatrix} p \\ q \\ \dot{\psi} \end{pmatrix}^c$: Vecteur vitesse de rotation du point O_c dans le repère R^c .

II.4.4. Dynamique de la roue

Les forces et les moments qui s'exercent sur la roue sont représentés dans la figure (II.4) [03]



Figure(II.4) : Forces et moments s'exercent sur la roue.

D'après la figure (II.4), trois forces et moments différents sont à mentionner

La force longitudinale$(F_x)^r$, la force transversale (latérale) $(F_y)^r$ et la force normale$(F_z)^r$.De même les trois moments qui s'exercent sur la roue sont : le moment de résistance M_x autour de l'axe O_rX_r, le moment de résistance au roulement M_y autour de l'axe O_rY_r et le moment d'auto-alignement M_z autour de l'axe O_rZ_r qui tend à la ramener dans l'axe du véhicule.

II.4.5. Etude des forces extérieures pour la dynamique latérale du véhicule

Pour modéliser les forces de contact pneumatique -chaussée nous avons opté pour le modèle statique linéaire. Ce modèle statique exprime les forces de contact en fonction des paramètres tel que l'adhérence. La figure ci-dessous (II.5) représente Les forces latérales F_y en fonction de l'angle de dérive latéral α .

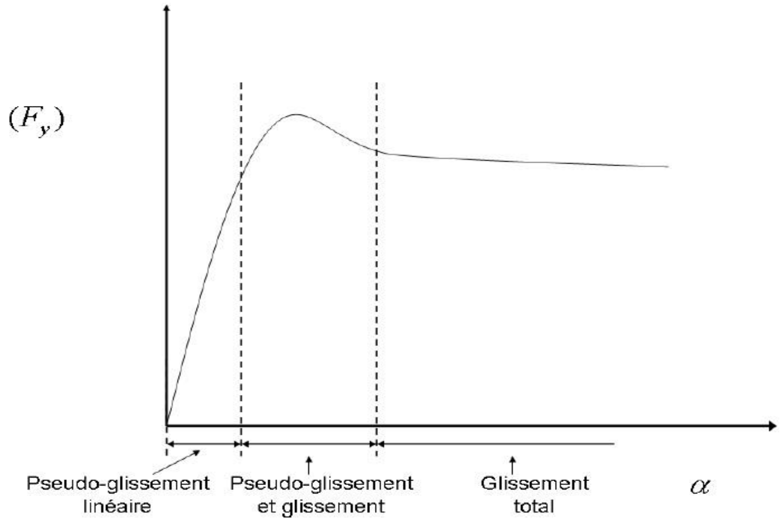


Figure (II.5) : Forces latérales en fonction de l'angle de dérive α .

Les forces sont quasi-linéaires et croissantes pour des faibles sollicitations (zone de pseudo glissement).Elles peuvent être approchées dans ce cas par leurs tangentes à l'origine. On peut définir l'expression des forces latérales par :

$$F_y = \left(\frac{\partial F_y}{\partial \alpha}\right)_{\alpha=0} . \alpha = C_y . \alpha \qquad \text{(II.12)}$$

Où :

C_y : Coefficient de raideur du pneumatique.

α : Angle de dérive.

Ces forces sont non-linéaires avec une tendance à la saturation pour des sollicitations à la limite de l'adhérence dans laquelle le véhicule reste toujours contrôlable (zone de pseudo-glissement et glissement). Elles reprennent une forme quasi-linéaire, décroissante une fois la saturation dépassée et qu'on atteint la zone de glissement sans roulement.

II.4.6. Les angles de dérive des roues

Les roues du véhicule étant respectivement, dans le sens horaire, $R1$, $R2$, $R3$ et $R4$, le calcul sera développé pour la roue avant gauche, notée $R1$ sur la (Figure II.6), cette roue directrice forme avec l'axe longitudinal du véhicule un l'angle de braquage δ_f. Cet angle de braquage sera supposé identique pour les deux roues avant du véhicule. Le calcul de l'angle de dérive de la roue gauche α_1 nécessite d'utiliser la figure (II.6) [06].

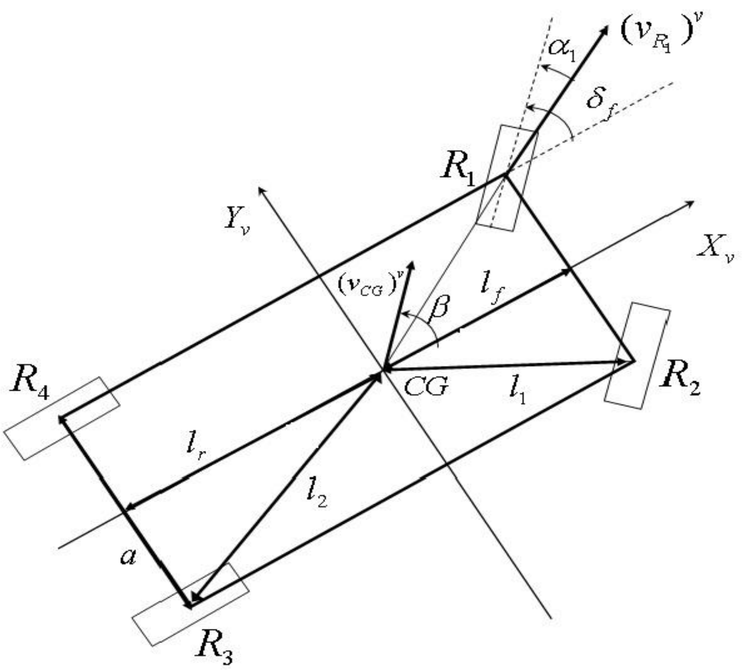


Figure (II.6) : Angle de dérive de la roue gauche

La figure ci-dessus nous permet d'écrire l'égalité ci- dessous [06] :

$$\tan(\delta_f - \alpha_1) = \frac{(v_{R_1}^y)^v}{(v_{R_1}^x)^v} = \frac{v\beta + l_f\,\dot{\psi}}{v - \frac{a}{2}\,\dot{\psi}} \qquad \text{(II.13)}$$

On obtient finalement l'expression de l'angle de dérive α_1 de la roue avant

$$\alpha_1 = \delta_f - \tan^{-1}\frac{(v_{R_1}^y)^v}{(v_{R_1}^x)^v} = \delta_f - \tan^{-1}\frac{v\beta + l_f\,\dot{\psi}}{v - \frac{a}{2}\dot{\psi}} \qquad \text{(II.14)}$$

Les angles de dérive des trois autres roues $R2$, $R3$ et $R4$ s'obtiennent de la même manière :

$$\begin{cases} \alpha_2 = \delta_f - \tan^{-1}\frac{v\beta + l_f\,\dot{\psi}}{v+\frac{a}{2}\dot{\psi}} \\ \alpha_3 = -\tan^{-1}\frac{v\beta - l_r\,\dot{\psi}}{v+\frac{a}{2}\dot{\psi}} \\ \alpha_4 = -\tan^{-1}\frac{v\beta - l_r\,\dot{\psi}}{v-\frac{a}{2}\dot{\psi}} \end{cases} \tag{II.15}$$

L'expression des angles de dérive sont données par :

$$\begin{cases} \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_f = \delta_f - \beta - \frac{l_f}{v_x}\dot{\psi} \\ \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_r = -\beta + \frac{l_r}{v_x}\dot{\psi} \end{cases} \tag{II.16}$$

Où :

α_1 = α_2 = α_f : les angles de dérive des roues avant.

α_3 = α_4 = α_r : les angles de dérive des roues arrière.

δ_f : Angle de braquage des roues avant.

β : Angle de dérive au centre de gravité du véhicule.

l_f : Distance entre le centre de gravité et l'essieu avant.

l_r : Distance entre le centre de gravité et l'essieu arrière .

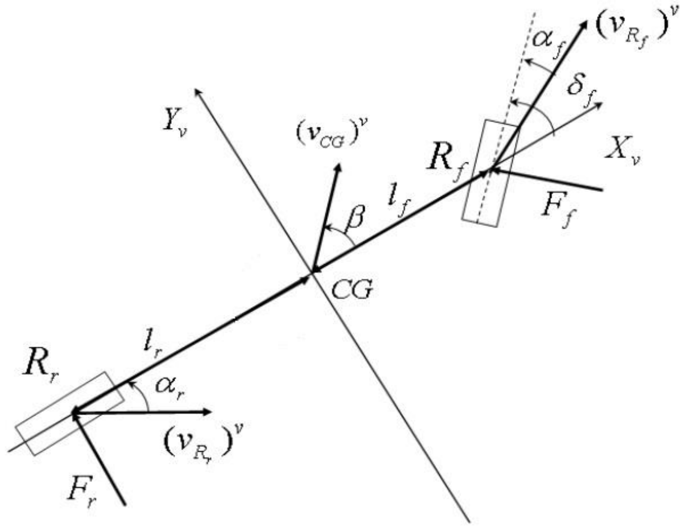
v_x : La vitesse longitudinale.

II.5. Les modèles de la dynamique latérale du véhicule

Les seuls mouvements utiliser pour décrit la dynamique latérale du véhicule sont : le mouvement de lacet et de dérive. Ce modèle ne comporte que deux roues, l'une placé à l'avant et l'autre à l'arrière.

II.5.1. Le Modèle linéaire

Pour déterminer le modèle lacet dérive linéaire, nous avons utilisé les équations d'équilibre dynamique de l'équation (II.11) et la figure (II.7) suivante :



Figure(II.7) : modèle bicyclette du véhicule

Nous avons les équations de l'équilibre dynamique (II.11) suivantes :

$$\begin{cases} mv_x\left(\dot{\beta}+\dot{\psi}\right)=\sum F_{ext} \\ I_z\ \ddot{\psi}=\sum M_{ext} \end{cases} \tag{II.17}$$

En remplaçant les forces latérales et les moments agissant sur le véhicule dans l'équation (II.17) on obtient :

$$\begin{cases} mv_x(\dot{\beta}+\dot{\psi})=F_{yf}+F_{yr} \\ I_z\,\ddot{\psi}=l_fF_{yf}-l_rF_{yr} \end{cases} \tag{II.18}$$

Après calculs, on obtient la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\beta}=\frac{1}{mv_x}\left(F_{yf}+F_{yr}\right)-\dot{\psi} \\ \ddot{\psi}=\frac{1}{I_z}\left(l_fF_{yf}-l_rF_{yr}\right) \end{cases} \tag{II.19}$$

En utilisant le modèle linéaire de l'équation (II.12), les forces latérales linéaires sont décrites par les équations linéaires suivantes :

$$\begin{cases} F_{yf}=2C_{yf}\alpha_f \\ F_{yr}=2C_{yr}\alpha_r \end{cases} \tag{II.20}$$

Où :

C_{yf} : Coefficient de raideur des roues avant.

C_{yr} : Coefficient de raideur des roues arrière.

En remplaçant l'équation des angles de dérive α_f et α_r (II.16), dans l'équation (II.20) on obtient :

$$\begin{cases} F_{yf} = 2C_{yf}(\delta_f - \beta - \frac{l_f}{v_x}\dot{\psi}) \\ F_{yr} = 2C_{yr}\left(-\beta + \frac{l_r}{v_x}\dot{\psi}\right) \end{cases} \quad \text{(II.21)}$$

Afin d'avoir le modèle bicyclette linéaire nous avons remplacé l'équation des forces latérales (II.21) dans l'équation (II.19), nous obtenons alors :

$$\begin{cases} \dot{\beta} = \frac{1}{mv_x}\left(2C_{yf}(\delta_f - \beta - \frac{l_f}{v_x}\dot{\psi}) + 2C_{yr}(-\beta + \frac{l_r}{v_x}\dot{\psi})\ \right) - \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} = \frac{1}{I_z}(2l_f C_{yf}(\delta_f - \beta - \frac{l_f}{v_x}\dot{\psi}) - 2l_r C_{yr}(-\beta + \frac{l_r}{v_x}\dot{\psi})\ ) \end{cases} \quad \text{(II.22)}$$

Après développement :

$$\begin{cases} \dot{\beta} = \left(-\frac{2(C_{yf}+C_{yr})}{m\,v_x}\right)\beta\ + \left(\frac{2(C_{yr}l_r - C_{yf}l_f)}{m\,v_x^2} - 1\right)\dot{\psi} + \left(\frac{2C_{yf}}{mv_x}\right)\delta_f \\ \ddot{\psi} = \left(\frac{2(-C_{yf}l_f + C_{yr}l_r)}{I_z}\right)\beta\ + \left(\frac{2\left(-Cy_f l_f^2 - C_r l_r^2\right)}{v_x I_z}\right)\dot{\psi} + \left(\frac{2l_f C_{yf}}{I_z}\right)\delta_f \end{cases} \quad \text{(III.23)}$$

Finalement la représentation d'état du modèle bicyclette linéaire est donnée par le système suivant :

$$\begin{pmatrix} \dot{\beta}(t) \\ \ddot{\psi}((t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2(C_{yf}+C_{yr})}{m\,v_x} & (\frac{2(C_{yr}l_r - C_{yf}l_f)}{m\,v_x^2} - 1) \\ \frac{2(-C_{yf}l_f + C_{yr}l_r)}{I_z} & \frac{2(-C_{yf}l_f^2 - C_{yr}l_r^2)}{v_x I_z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta(t) \\ \dot{\psi}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{2C_{yf}}{mv_x} \\ \frac{2l_f C_{yf}}{I_z} \end{pmatrix} \delta_f(t) \quad \text{(II.24)}$$

II.5.2. Le Modèle non linéaire

Il existe différents modèles pour représenter les forces de contact pneumatique-chaussées. Dans notre travail nous avons utilisé le modèle de Bakker- pacjka. Ce dernier est un modèle empirique connu sous l'appellation de 'formule magique [07]. Cette formule est la plus connue et la plus utilisée. Elle permet le calcul des forces latérales, longitudinales et le couple d'auto alignement. Le modèle est donné par la formule générale suivante :

$$y(x) = Dsin(C\tan^{-1}(B(1-E)x + E\tan^{-1}(Bx))) \qquad \text{(II.25)}$$

Où :

$$y(x){:}\begin{pmatrix} F_x \text{ est la Force longitudinle} \\ F_y \text{ est la forces latérale} \\ M_z \text{ est le Moment d'auto} - \text{alignement} \end{pmatrix}$$

$$x{:}\begin{pmatrix} \alpha \text{ est l'angle de derive} \\ \lambda \text{ est le Glissement} \end{pmatrix}$$

Les coefficients de cette formule sont définis par :

B : Raideur de dérive

C : Facteur de forme

E : Facteur de courbure

D : Facteur de pic

En utilisant la formule de pacejka (II.25), l'expression générale des forces latérales non linéaires est données par :

$$F_{yi} = D_i\sin(C_i\tan^{-1}(B_i(1-E_i)\alpha_i + E_i\tan^{-1}(B_i\alpha_i))) \qquad \text{(II.26)}$$

En remplaçant les efforts latéraux non linéaires dans l'équation (II.19), nous obtenons le modèle non linéaire :

$$\begin{cases} \dot{\beta}(t) = \frac{1}{mv_x}\left(F_{yf}(t) + F_{yr}(t)\right) - \dot{\psi}(t) \\ \ddot{\psi}(t) = \frac{1}{I_z}\left(l_f F_{yf}(t) - l_r F_{yr}(t)\right) \end{cases} \quad \text{(II.27)}$$

L'expression des efforts latéraux non linéaires obtenus par l'utilisation de l'équation (II.26) sont donnés par :

$$\begin{cases} F_{yf} \;= D_f \sin(C_f \tan^{-1}(B_f\left(1 - E_f\right)\alpha_f + E_f \tan^{-1}(B_f \alpha_f))) \\ F_{yr} \;= D_r \sin(C_r \tan^{-1}(B_r(1 - E_r)\alpha_r + E_r \tan^{-1}(B_r \alpha_r))) \end{cases} \quad \text{(II.28)}$$

II.6. Conclusion

Au début de ce chapitre, nous avons exposé les différents mouvements, repères et les changements de repères liés au véhicule.

Dans un premier temps, nous avons développé un modèle mathématique qui représente le comportement de la dynamique latérale du véhicule, par l'utilisation les principes fondamentaux de la dynamique. En suite des hypothèses simplificatrices sont utilisés, pour simplifier les équations globales des forces d'inertie et du moment dynamique afin d'obtenir un modèle dérive lacet.

Dans un seconde temps, nous avons étudié les forces de contact pneumatique-chaussée agissant sur le véhicule. Par la suite nous avons représentés les différents angles de dérives des roues avant et arrière du véhicule.

A la fin de ce chapitre, nous avons appliqué les forces latérales linéaires sur les équations de l'équilibre dynamique pour obtenir un modèle linéaire. Ensuite nous avons utilisé la formule magique de pacjka qui représente les forces latérales non linéaires, afin d'obtenir le modèle non linéaire de la dynamique latérales du véhicule.

Le modèle non linéaire obtenu dans ce chapitre est un modèle précis, mais il est complexe d'un point de vue mathématique. Pour cela le modèle non linéaire sera développé dans le chapitre suivant.

III.1.Introduction

Le modèle linéaire est une approximation du comportement du système, il est relativement simple à manipuler, cependant il ne permet la représentation du comportement d'un système qu'autour d'un point de fonctionnement donné. En revanche le modèle non linéaire permet de décrire le comportement d'un système réel sur une large plage de fonctionnement avec une meilleure précision. L'inconvénient principal réside dans la complexité de sa structure, ce qui le rend difficilement exploitable.

Dans ce chapitre nous allons utiliser un modèle qui tient compte des non-linéarités du système offrant une structure simple et exploitable d'un point de vue mathématique.

Ce modèle, appelé multi modèle (modèle polytopique ou modèle de Takagi-Sugeno) qui est toujours non linéaire est néanmoins plus exploitable et exacte.

Les modèles de Takagi-Sugeno (TS) constituent une représentation mathématique très intéressante des systèmes non linéaires car ils permettent de représenter tout système non linéaire, quelle que soit sa complexité, par une structure simple en s'appuyant sur des modèles linéaires interpolés par des fonctions de pondérations non linéaires positives ou nulles et bornées. Ils ont une structure simple présentant des propriétés intéressantes les rendant facilement exploitables et permettant l'extension de certains résultats du domaine linéaire au non linéaires. Cependant, l'inconvénient majeur des modèles TS est le nombre de sous modèles nécessaires pour représenter le système initial.

III.2. Représentation les modèles de Takagi-Sugeno

Un modèle de Takagi-Sugeno est composé d'un ensemble fini de modèles linéaires interconnectés grâce à des fonctions non linéaires vérifiant la propriété de somme convexe (III.3) La formulation mathématique des modèles TS est donnée par les équations suivantes [08] :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} \mu_i\big(\xi(t)\big)\big(A_i x(t) + B_i u(t)\big) \\ \mathrm{y(t)} = \sum_{i=1}^{r} \mu_i(\xi(t))\,(C_i x(t) + D_i u(t)) \end{cases} \qquad \text{(III.1)}$$

Où :

$x(t) \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état.

$u(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ représente le vecteur d'entrée.

$y(t) \in \mathbb{R}^{\,n_y}$ est le Vecteur de sortie.

$\boldsymbol{r}$: sous-modèles sont définis par des matrices connues$A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_i \in \mathbb{R}^{\,n \times n_u}$, $C_i \in \mathbb{R}^{\,n_y \times n}$ et $D_i \in \mathbb{R}^{\,n_y \times n_y}$.

$\mu_i(\xi(t))$: Les fonctions d'activation (pondération) non linéaires. dépendant du paramètre$\xi(t)$.

$\xi(t)$: Les variables de de décisions (permisses).

La propriété de somme convexe :

$$\begin{cases} 0 \leq \mu_i\big(\xi(t)\big) \leq 1, \quad \mathrm{i} = 1, \ldots \mathrm{r} \\ \sum_{i=1}^{r} \mu_i\big(\xi(t)\big) = 1 \end{cases} \qquad \forall \mathrm{t} \tag{III.2}$$

III.3.Méthodes d'obtention d'un modèle Takagi-Sugeno

De nombreuses méthodes existent pour l'obtention d'un modèle TS. Le choix d'une méthode par rapport à une autre influence grandement le degré de précision du TS représentant le système non linéaire initial.

- La première approche repose sur les techniques d'identification. Cette technique est utilisée quand le modèle analytique n'est pas disponible ou que celui-ci très complexe à mettre en équations [09].
- La seconde approche repose sur la linéarisation du modèle non linéaire autour de plusieurs points de fonctionnement. Des sous – modèles linéaires sont alors obtenus pour chaque zone de fonctionnements [10].

- La troisième approche repose sur le formalisme des secteurs non linéaires. Cette technique est basée directement sur la connaissance analytique du modèle non linéaire. Contrairement aux deux approches précédentes qui donnent une approximation du modèle non linéaire, cette troisième méthode fournit un modèle TS représentant de manière exacte le modèle non linéaire initial [11].

Remarque : On utilisant l'approche des secteurs non linéaires pour les modèles TS à VDNM. Les autres méthodes, comme l'identification et linéarisation sont utilisées pour les modèles TS à VDM.

III.4.Approche des secteurs non linéaires

Le principe des transformations par secteurs non linéaires pour l'élaboration d'un modèle TS est basé sur l'idée de trouver un secteur global de manière à ce que le système non linéaire soit compris entre deux secteurs tels que :

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) \in [\ a_1 \quad a_2\ ]\ x(t) \tag{III.3}$$

La Figure ci-dessous représente le secteur non linéaire global [12].

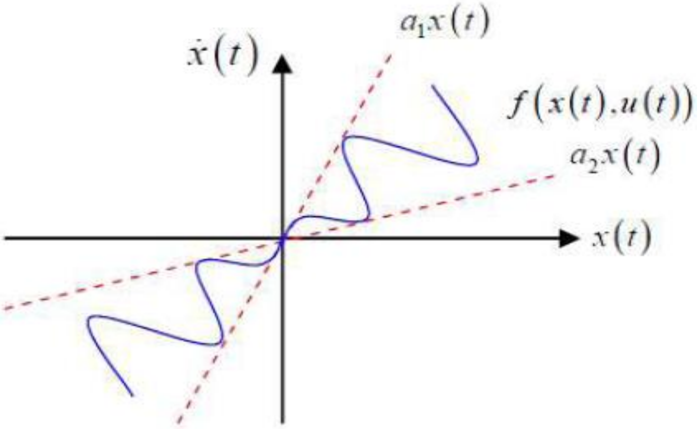


Figure III.1 : Secteur non linéaire global

Cependant, Il existe des cas où nous ne pouvons pas trouver des secteurs non linéaires de façon globale, dans ce cas des secteurs locaux sont alors considérés, voire la figure ci-dessous.

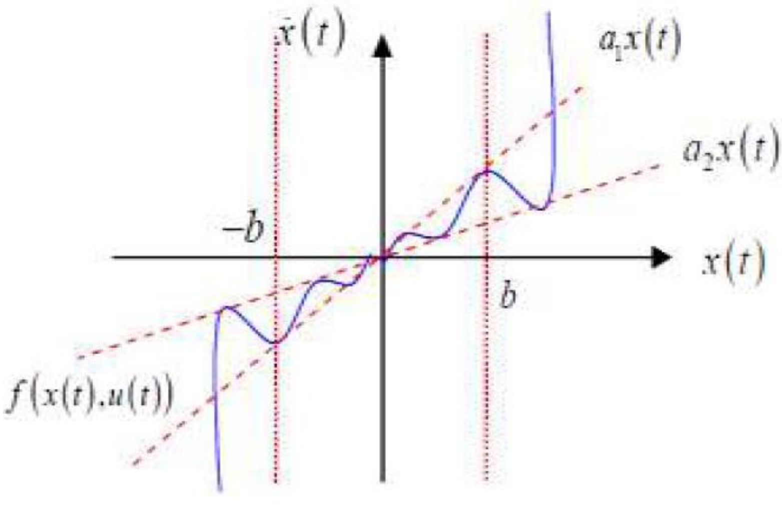


Figure (III.2) : secteur non linéaire locale

Considérons le modèle non linéaire [03] :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = h(x(t), u(t)) \end{cases} \tag{III.4}$$

Le système (III.4) peut être réécrit sous la forme suivante:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = F(x(t), u(t))x(t) + G(x(t), u(t))u(t) \\ y(t) = H(x(t), u(t))x(t) + K(x(t), u(t))u(t) \end{cases} \tag{III.5}$$

Où *F*, *G*, *H* et *K* sont des fonctions non linéaires dépendant de *x*(*t*) et *u*(*t*) et définies sur des domaines de *x*(*t*) et de *u*(*t*).

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = F(\xi(t))x(t) + G(\xi(t))u(t) \\ y(t) = H\xi((t))x(t) + K((\xi t))u(t) \end{cases} \tag{III.6}$$

Soit k le nombre de fonctions non linéaires présentes dans le système (III.5) notées $fi, i = 1..k$

Supposons qu'il existe un compact *C* des variables $\xi(t)$ où les non-linéarités sont bornées :

$$f_i \in [f^i_{min} \quad f^i_{max}] \qquad i = 1, \dots .k$$

Le nombre de sous modèle r est égale à 2^k .

Les non-linéarités f_i peuvent alors s'écrire de la manière suivante :

$$f_i(\xi(t)) = f^i_{min} w^i_0 (\xi \text{ (t)}) + f^i_{max} \, w^i_1(\xi(\text{t}) \tag{III.7}$$

Où :

$$\begin{cases} w^i_0 = \dfrac{f^i_{max} - f_i(\xi(t))}{f^i_{max} - f^i_{min}} \\ w^i_1 = \dfrac{f_i(\xi(t)) - f^i_{min}}{f^i_{max} - f^i_{min}} \end{cases} \tag{III.8}$$

Les fonctions de pondération (d'activation) $\mu_i(\xi(t))$, i =1, ..., r sont obtenues à partir des fonctions w^i_0 et w^i_1 par :

$$\mu_{i+i_0+i_1\times 2+\cdots+i_k\times 2^{k-1}(\xi(t))} = \Pi^k_{j=1} \, w^j_{i_j} \, (\xi(\text{t})) \tag{III.9}$$

III.5.Transformation des efforts de contact F_{yi} par secteurs non linéaires

Dans l'objectif d'obtenir un modèle simple et précis du véhicule à travers le formalisme TS, il est nécessaire de réécrire le modèle non linéaire obtenu dans le chapitre précédent sous forme TS, en utilisant l'approche des secteurs non linéaires.

Pour utiliser le formalisme des secteurs non linéaire, nous avons récrit les efforts de contact latéraux F_{yf} et F_{yr} représentés par la formulation magique de Pacejka. Dans l'objectif d'isoler la non linéarité et de la borner, on réécrit les efforts sous la forme : $F_{yi} = f_i(\alpha_i)\,\alpha_i$.

$$F_{yi} = [B_i C_i D_i (1 - E_i) \frac{\sin(S_{i3})}{S_{i3}} \frac{\tan^{-1}(S_{i2})}{S_{i2}} + B_i C_i D_i E_i \frac{\sin(S_{i3})}{S_{i3}} \frac{\tan^{-1}(S_{i2})}{S_{i2}} \frac{\tan^{-1}(S_{i1})}{S_{i1}}]\alpha_i \tag{III.10}$$

Où :

$$S_{i1} = B_i \alpha_i$$

$$S_{i2} = B_i (1 - E_i)\alpha_i + E_i \tan^{-1}(S_{i1})$$

$$S_{i3} = C_i \tan^{-1}(S_{i2})$$

On a: $\lim_{x \to 0}(\frac{\sin(x)}{x}) = 1.$

Le développement en série de Taylor de la fonction $\tan^{-1}$ $\forall\ x \in$ [-1 +1] est:

$$\tan^{-1}(x) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{2k+1} = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \cdots \tag{III.11}$$

D'où :

$$\frac{\tan^{-1}(x)}{x} = 1 - \frac{x^2}{3} + \frac{x^4}{4} - \frac{x^6}{6} + \frac{x^8}{8} - \cdots \tag{III.12}$$

D'après l'équation (III.12), $\lim_{x \to 0}\left(\frac{\tan^{-1}(x)}{x}\right) = 1$.

Puisque x est borné, alors la fonction $(\frac{\tan^{-1}(x)}{x})$ est bornée.

Dans ce cas on peut dire que la non linéarité $f(\alpha_i)$ est bornée.

La fonction $f_i\,(\alpha_i)$ est continue et bornée pour tout α par $M_2^i \leq f(\alpha_i) \leq M_1^i$, en utilisant la formule (III.7), on peut réécrire la fonction $f_i\,(\alpha_i)$ par cette expression :

$$f_i\,(\alpha_i) = \mu_1^i(\alpha_i).M_1^i + \mu_2^i(\alpha_i).M_2^i \qquad \text{(III.13)}$$

D'après la formule (III.8), les fonctions de pondérations globales sont définies par :

$$\mu_1^i(\alpha_i) = \frac{f_i\,(\alpha_i) - M_1^i}{f_i^{max} - f_i^{min}} \quad , \quad \mu_2^i(\alpha_i) = \frac{M_2^i - f_i\,(\alpha_i)}{f_i^{max} - f_i^{min}} \qquad \text{(II.14)}$$

Finalement, on aboutit l'expression TS des efforts latéraux F_{yf} et F_{yr} comme suite :

$$\begin{cases} F_{yf} = \sum_{i=1}^{2} \mu_i^f\left(\alpha_f\right) M_i^f \alpha_f \\ F_{yr} = \sum_{j=1}^{2} \mu_j^r(\alpha_r)\, M_j^r \alpha_r \end{cases} \qquad \text{(III.15)}$$

Où :

F_{yf} : L'effort latéral TS agissant sur les roues avant.

F_{yr} : L'effort latéral TS agissant sur les roues arrière.

$\mu_i^f\left(\alpha_f\right)$, $\mu_j^r(\alpha_r)$: Sont les fonctions de pondération globales dépendant de l'angle de dérive α_i .

Les paramètres M_i^f et M_j^r avec i=1, 2, sont définis par :

$M_1^f = 10^5$.

$M_2^f = 10^3$.

$M_1^r = 10^5$.

$M_2^r = 10^3$.

III.6. Le modèle TS correspondant à la dynamique latérale du véhicule

Pour obtenir le modèle TS du véhicule nous avons introduit les forces latérales TS dans le modèle bicyclette du véhicule décrivant les mouvements de lacet et dérive latérale.

Nous rappelons l'expression des équations du modèle bicyclette obtenu dans le chapitre précédent donnée par les formulations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{\beta}(t) = \frac{1}{mv_x}\left[F_{yf}(t) + F_{yr}(t)\right] - \dot{\psi}(t) \\ \ddot{\psi}(t) = \frac{1}{I_z}\left[l_f\ F_{yf}(t) - l_r\ F_{yr}(t)\right] \end{cases} \qquad \text{(III.16)}$$

En remplaçant les formules (III.15) dans le modèle bicyclette (III.16) ci-dessus, l'expression du modèle T-S est établie comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\beta} = \frac{1}{mv_x}\left(\sum_{i=1}^{2}\mu_i^f(\alpha_f)M_i^f\alpha_f + \sum_{j=1}^{2}\mu_j^r(\alpha_r)\ M_j^r\ (\alpha_r)\right) - \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} = \frac{1}{I_z}\left(l_f\sum_{i=1}^{2}\mu_i^f(\alpha_f)M_i^f\alpha_f - l_r\sum_{j=1}^{2}\mu_j^r(\alpha_r)M_j^r\alpha_r\right) \end{cases} \qquad \text{(III.17)}$$

Les formules deviennent : [08]

$$\begin{cases} \dot{\beta} = \left(\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\mu_i^f(\alpha_f)\ \mu_j^r(\alpha_r)\frac{1}{mv_x}\left[M_i^f\alpha_f + \ M_j^r\alpha_r\right]\right) - \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\mu_i^f(\alpha_f)\ \mu_j^r(\alpha_r)\frac{1}{I_z}\left[l_fM_i^f\alpha_f - l_r\ M_j^r\alpha_r\right] \end{cases} \qquad \text{(III.18)}$$

Les expressions des angles de dérive α_f et α_r étant données par :

$$\begin{cases} \alpha_f = \delta_f - \beta - \frac{l_f}{v_x}\dot{\psi} \\ \alpha_r = -\beta + \frac{l_r}{v_x}\dot{\psi} \end{cases} \qquad \text{(III.19)}$$

En les remplaçant dans (III.18) on obtient :

$$\begin{cases} \dot{\beta} = \left(\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\mu_i^f(\alpha_f)\ \mu_j^r(\alpha_r)\frac{1}{mv_x}\left[M_i^f(\delta_f - \beta - \frac{l_f}{v_x}\dot{\psi}) + \ M_j^r(-\beta + \frac{l_r}{v_x}\dot{\psi})\right]\right) - \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\mu_i^f(\alpha_f)\ \mu_j^r(\alpha_r)\frac{1}{I_z}\left[l_fM_i^f\left(\delta_f - \beta - \frac{l_f}{v_x}\dot{\psi}\right) - l_r\ \ M_j^r\left(-\beta + \frac{l_r}{v_x}\dot{\psi}\right)\right] \end{cases}$$

(III.20)

Finalement, la représentation d'état du modèle TS correspondant à la dynamique latérale véhicule est donnée par :

$$\begin{pmatrix} \dot{\beta}(t) \\ \ddot{\psi}(t) \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^{4} \mu_i(\beta, \dot{\psi}, \delta_f) \left(\begin{pmatrix} \frac{-\left(M_i^f + M_j^r\right)}{mv_x} & \frac{M_j^r l_r - M_i^f l_f}{mv_x^2} - 1 \\ \frac{M_j^r l_r - M_i^f l_f}{I_z} & -\frac{(M_i^f l_f^2 + M_j^r l_r^2)}{I_z v_x} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta(t) \\ \dot{\psi}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{M_i^f}{mv_x} \\ \frac{l_f M_i^f}{I_z} \end{pmatrix} \delta_f(t) \right)$$

(III.21)

Notons que les fonctions de pondération μ_i dépendent des angles de dérive $\alpha_i(t)$ qui sont données par l'équation (III.19). les angles de dérive sont fonction de l'état du système $\beta(t)$, $\dot{\psi}(t)$ et de son entrée $\delta_f(t)$. La variable de décision (prémisse) est donc :

$$\xi(t) = \big(x(t), u(t)\big) = \big(\beta(t), \dot{\psi}(t), \delta_f(t)\big) \tag{III.22}$$

Les fonctions de pondération globales sont définies par :

$$\begin{cases} \mu_1\,(\xi\,(t)) = \mu_1^f\left(\alpha_f(t)\right) \times \mu_1^r\left(\alpha_r(t)\right) \\ \mu_2\,(\xi\,(t)) = \mu_2^f\left(\alpha_f(t)\right) \times \mu_1^r\left(\alpha_r(t)\right) \\ \mu_3\,(\xi\,(t)) = \mu_1^f\left(\alpha_f(t)\right) \times \mu_2^r\left(\alpha_r(t)\right) \\ \mu_4\,(\xi(t)) = \mu_2^f\left(\alpha_f(t)\right) \times \mu_2^r\left(\alpha_r(t)\right) \end{cases} \tag{III.23}$$

Le modèle TS obtenu dans l'équation (III.21) est réécrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_i\big(\xi(t)\big)\,(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \tag{III.24}$$

Où :

$x(t) = \left[\beta(t) \quad \dot{\psi}(t)\right]^T$: Vecteur d'état .

$u(t) = \delta_f(t)$: L'entrée du système.

$y(t)$: La sortie du système, $y(t)$ est considérée linéaire car les instruments de mesure nous donnent les mesures directement.

Les matrices d'état A_i sont données par :

$$A_1 = A_{11} = \begin{pmatrix} \frac{-\left(M_1^f + M_1^r\right)}{mv_x} & \frac{M_1^r l_r - M_1^f l_f}{mv_x^2} - 1 \\ \frac{M_1^r l_r - M_1^f l_f}{I_z} & -\frac{(M_1^f l_f^2 + M_1^r l_r^2)}{I_z v_x} \end{pmatrix} ; A_2 = A_{21} = \begin{pmatrix} \frac{-\left(M_2^f + M_1^r\right)}{mv_x} & \frac{M_1^r l_r - M_2^f l_f}{mv_x^2} - 1 \\ \frac{M_1^r l_r - M_2^f l_f}{I_z} & -\frac{(M_2^f l_f^2 + M_1^r l_r^2)}{I_z v_x} \end{pmatrix};$$

$$A_3 = A_{12} = \begin{pmatrix} \frac{-\left(M_1^f + M_2^r\right)}{mv_x} & \frac{M_2^r l_r - M_1^f l_f}{mv_x^2} - 1 \\ \frac{M_2^r l_r - M_1^f l_f}{I_z} & -\frac{(M_1^f l_f^2 + M_2^r l_r^2)}{I_z v_x} \end{pmatrix} ; \; A_4 = A_{22} = \begin{pmatrix} \frac{-\left(M_2^f + M_2^r\right)}{mv_x} & \frac{M_2^r l_r - M_2^f l_f}{mv_x^2} - 1 \\ \frac{M_2^r l_r - M_2^f l_f}{I_z} & -\frac{(M_2^f l_f^2 + M_2^r l_r^2)}{I_z v_x} \end{pmatrix}.$$

Les vecteurs d'entrées B_i sont données par :

$$B_1 = B_{11} = \begin{pmatrix} \frac{M_1^f}{mv_x} \\ \frac{l_f M_1^f}{I_z} \end{pmatrix}; \; B_2 = B_{21} = \begin{pmatrix} \frac{M_2^f}{mv_x} \\ \frac{l_f M_2^f}{I_z} \end{pmatrix}; \; B_3 = B_{12} = \begin{pmatrix} \frac{M_1^f}{mv_x} \\ \frac{l_f M_1^f}{I_z} \end{pmatrix}; \; B_4 = B_{22} = \begin{pmatrix} \frac{M_2^f}{mv_x} \\ \frac{l_f M_2^f}{I_z} \end{pmatrix}.$$

L'équation de la sortie $y(t)$ est linéaire sa matrice de sortie est donnée par : C = [0 1].

On peut déterminer deux cas de variables de décision. Soit les variables de décision (prémisses) sont mesurables (VDM), quand elles dépendent de l'entrée $u(t)$ et de la sortie $y(t)$ du système, soit les variables de décision sont non mesurables (VDNM) quand elles dépendent de l'état $x(t)$, qui lui n'est pas complètement mesurable.

III.7.Simulation et interprétation

Pour valider le modèle TS proposé, nous avons effectué des tests de simulation. Pour cela nous avons choisi l'entrée de système en angle de braquage $u(t) = \delta_f(t)$ telle que représentée par la figure (III.3) avec une vitesse longitudinale nominale (constante $v_x(t) = 28m/s$).

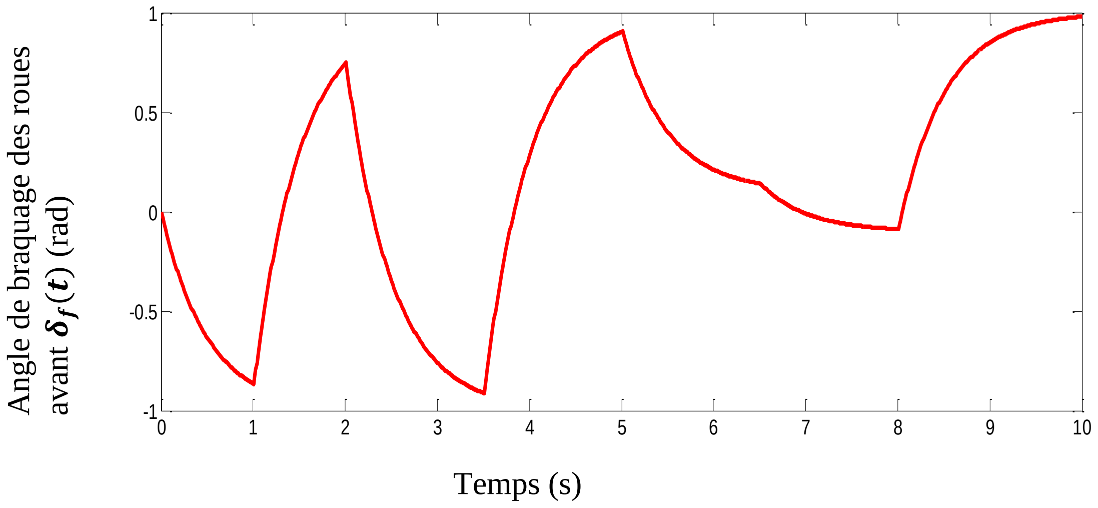


Figure III.3- Entrée appliquée Angle de dérivé des roues avant

La figure ci-dessous montre les états du modèle linéaire obtenu dans le chapitre II.

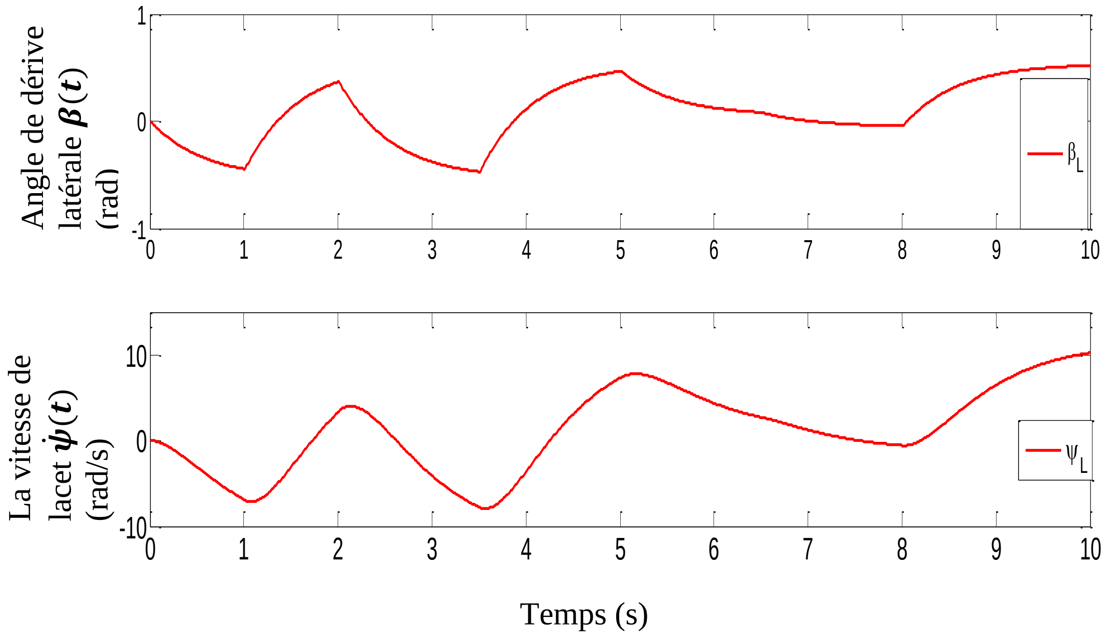


Figure III.4- les états du model linéaire

La figure (III.5) suivante montre les états du modèle non linéaire

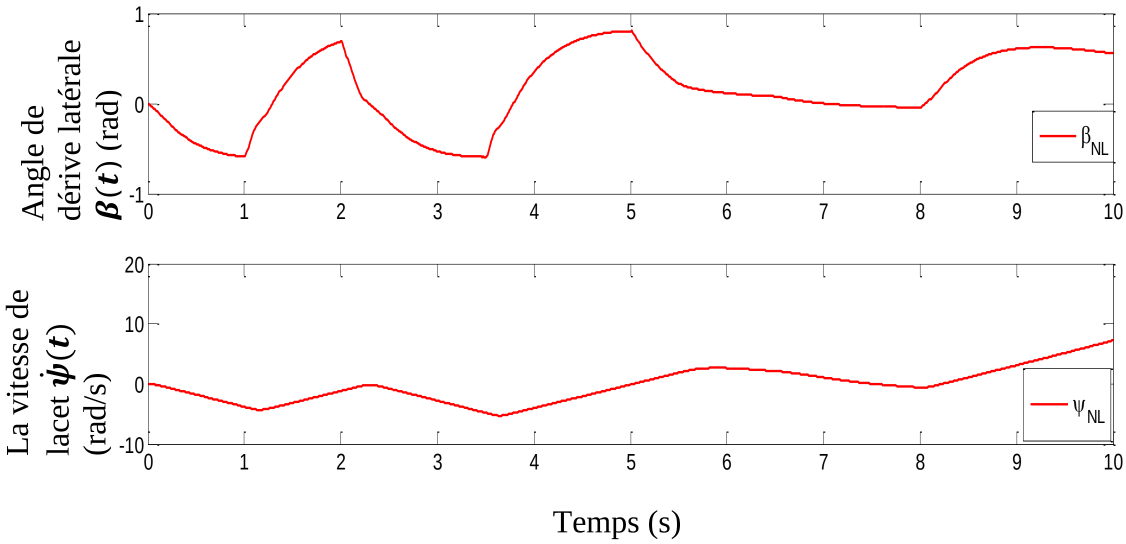


Figure (III.5) - Les états du modèle non linéaire

La figure ci-dessous montre les états du modèle TS obtenu dans ce chapitre.

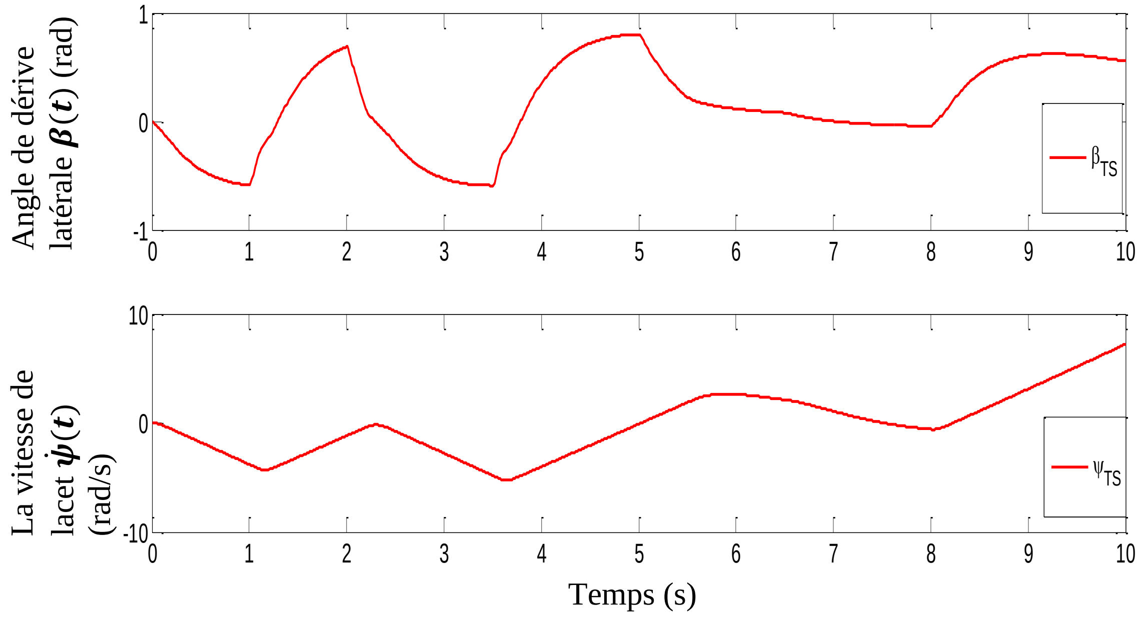


Figure (III.6)-Les états du modèle TS

Le modèle non linéaire a été validé expérimentalement et c'est ce qui permet d'effectuer la comparaison

La figure suivante sera représenté la comparaison des états entre les différents modèles Obtenus

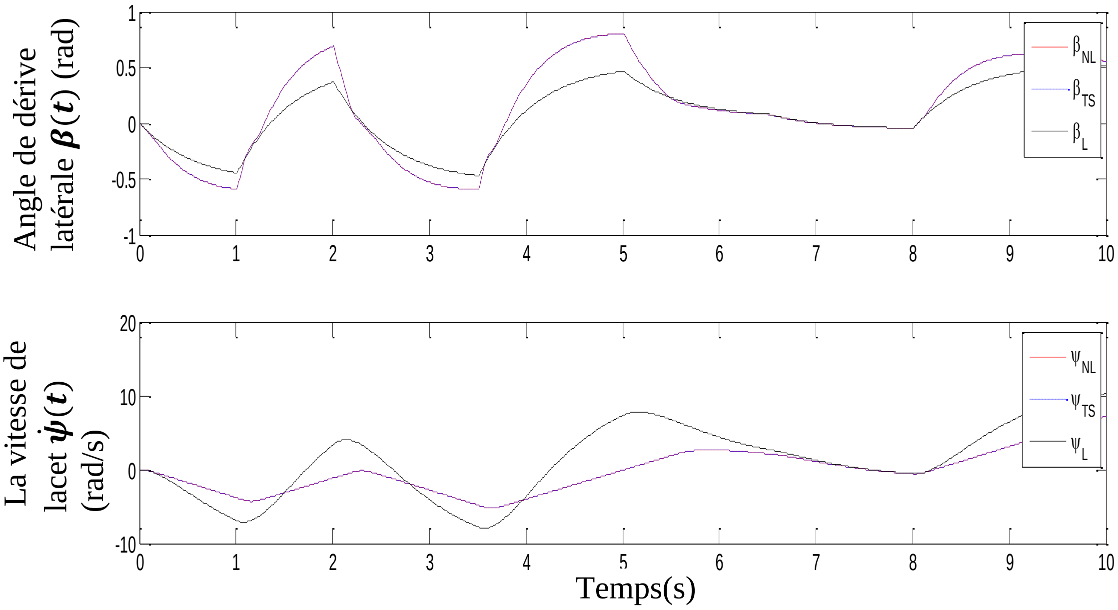


Figure (III.7)-Comparaison entre les états modèle linéaire, non linéaire et polytopique TS

D'après les courbes représentées dans la figure (III.7), nous remarquons que les états du modèle TS correspondent bien aux états du modèle non linéaire initial, Cependant, les états du modèle linéaire reflète quant à elle un manque de précision, la correspondance entre les états du modèle linéaire et les états du modèle non linéaires et même TS à faible valeur de l'angle de braquage $\delta_f(t)$ vue par exemple dans l'intervalle [7 8]s.

III.8.Conclusion

Au début de ce chapitre, nous avons représenté les modèles de Takagi-Sugeno et les différentes méthodes d'obtention d'un modèle TS, en suite nous avons expliqué le principe de l'approche des secteurs non linéaire.

Dans ce chapitre, nous avons utilisé l'approche des secteurs non linéaires afin de transformer les efforts de contact sous forme TS. Par la suite nous avons remplacé ces efforts dans le modèle dérive lacet, dans l'objectif d'obtenir un modèle TS qui représente la dynamique latérale du véhicule.

Nous pouvons conclure que la transformation exacte des efforts latéraux en utilisant l'approche des secteurs non linéaires garantit une représentation exacte du système non linéaire par le modèle TS, comme le montre les résultats de simulations effectués.

Le modèle linéaire est un modèle simple et facile à exploiter d'un point de vue mathématique, mais ne représente pas exactement le modèle non linéaire initial (réel), Par contre le modèle TS représente exactement le système non linéaire initial.

Le modèle TS à VDNM obtenu dans ce chapitre, sera utilisé dans le chapitre suivant pour la synthèse d'observateurs. Afin de reconstruire les variables décrivant la dynamique latérale non disponibles à la mesure.

IV.1.Introduction

En général, pour des raisons techniques et économiques, l'état du système n'est pas complètement accessible. En effet, la complexité de la réalisabilité technique ainsi que les coûts prohibitifs pour l'implantation de plusieurs capteurs peuvent réduire considérablement le nombre d'états mesurés. Dès lors pour la grande majorité des systèmes, la dimension du vecteur d'état est supérieure à celle du vecteur de sortie ($l< n$). Cette considération signifie que pour tout instant t, le vecteur $x(t)$ ne peut pas être complétement mesuré ou déduit des sorties. Cependant, moyennant des conditions d'existence, l'état peut être reconstruit à l'aide d'un observateur. Ainsi, un dimensionnement judicieux d'un observateur doit permettre une estimation précise et rapide de la valeur des composantes du vecteur d'état $x(t)$.

L'observateur est un processus virtuel qui permet de reconstruire l'état non accessible à la mesure en se basant sur le modèle mathématique qui représente le comportement du système et en utilisant ses mesures disponibles comme l'entrée $\mathrm{u(t)}$ et la sortie $\mathrm{y(t)}$.

Les observateurs dans le domaine de l'automatique sont utilisés pour la surveillance, le diagnostic ….L'application des observateurs et aussi utilisées dans plusieurs domaines professionnels tels que le domaine de l'industrie (supervision des systèmes industriels), la médecine, l'aéronautique, la chimie ……. ect.

Dans notre étude sur le système véhicule, l'estimation des variables d'état (la dérive latérale β et la vitesse de lacet $\dot{\psi}$) et des paramètres non disponibles à la mesure est particulièrement importante surtout pour l'élaboration des systèmes d'aide à la conduite. Pour cela, la synthèse de ces systèmes nécessite la connaissance des paramètres et des variables liés au véhicule qui sont ne pas directement mesurables.

IV.2.Principe de l'estimation d'état

Un observateur ou reconstructeur d'état est un capteur logiciel permettant la reconstruction des variables d'état internes d'un système à partir des entrées et des sorties du système réel. L'observateur a pour entrées les entrées et les sorties du systèmes réel et pour sorties le vecteur d'état estimé [11].

Soit le système dynamique décrit par les équations d'état suivantes [04]:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f\big(x(t), u(t)\big) \\ y(t) = h\big(x(t), u(t)\big) \end{cases} \qquad \text{(IV.1)}$$

Où :

$x(t) \in R^n$: représente l'état du système.

$u(t) \in R^{n_u}$: représente l'entrée du système.

$y(t) \in R^{n_y}$: représente la sortie du système.

f et h : sont des fonctions non linéaires.

L'observateur est représenté par les équations d'état suivantes :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = g\big(z(t), x(t), u(t)\big) \\ \hat{x}(t) = C\big(z(t), x(t), u(t)\big) \end{cases} \qquad \text{(IV.2)}$$

On peut aussi représenter la structure générale d'un observateur par la figure (IV.1) :

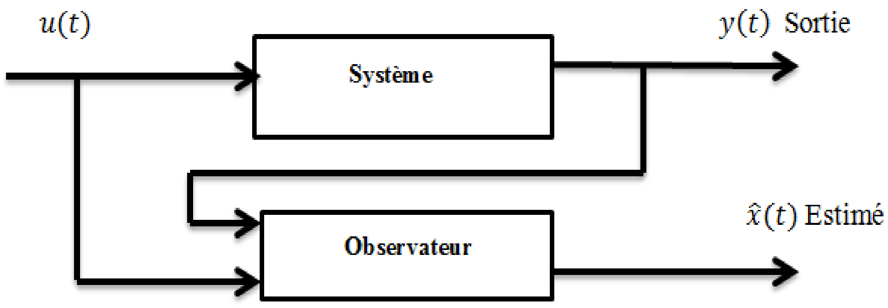


Figure IV.1 : Diagramme structurel d'un observateur

L'erreur d'estimation $e(t) = \hat{x}(t) - x(t)$ converge asymptotiquement vers zéro quelques soient les conditions initiales du système $x(0)$ et de l'observateur $z(0)$ tel que :

$$\lim_{t\to\infty} \| \hat{x}(t) - x(t) \| = 0 \qquad \text{(IV.3)}$$

Les fonctions $g\big(z(t), x(t), u(t)\big)$ et $C\big(z(t), x(t), u(t)\big)$ sont à déterminer pour que l'état estimé $\hat{x}(t)$ convergence asymptotiquement vers $x(t)$.

Pour vérifier la reconstruction de l'état à partir des entrées et sorties du système, il est nécessaire et important d'étudier l'observabilité du système. Cela revient à établir les conditions sous lesquelles l'observateur existe.

IV.3. Observateurs et Observabilité des systèmes dynamiques

IV.3.1.Observateurs et observabilité des systèmes linéaires

Soit un système linéaire à temps invariant décrit par sa représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \tag{IV.4}$$

Où :

A : Matrice d'état.

B : Matrice de commande .

C : Matrice d'observation.

Pour étudier l'observabilité d'un système linéaire décrit par sa représentation d'état ci-dessus, il est nécessaire de vérifier la propriété d'observabilité. Cette propriété est une condition de rang de la paire (A, C) indépendantes de l'entrée $u(t)$. [13]

$$rang\begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} = n \tag{IV.5}$$

Cette condition est suffisante et nous permet de garantir l'existence d'un observateur. Une fois que cette condition est vérifiée, on peut dire que système est observable. Dans ce cas l'état de système $x(t)$ peut être reconstruit par un observateur à partir de la connaissance de l'entée et la sortie. Pour cela la synthèse d'observateur des systèmes linéaires à fait l'objet de beaucoup travaux.

Les observateurs les plus utilisées pour les systèmes linéaires :

- Observateur connu sous l'appellation du filtre de Kalman –Bucy : ce dernier est utilisé pour les systèmes variant dans le temps (LTV). [14]
- L'observateur de luenberger : est un observateur utilisé pour les systèmes linéaires invariants dans le temps(LTI). Le principe de cet observateur est d'ajouter au modèle, sous forme canonique, un terme de correction entre la sortie et la sortie estimée. [15]

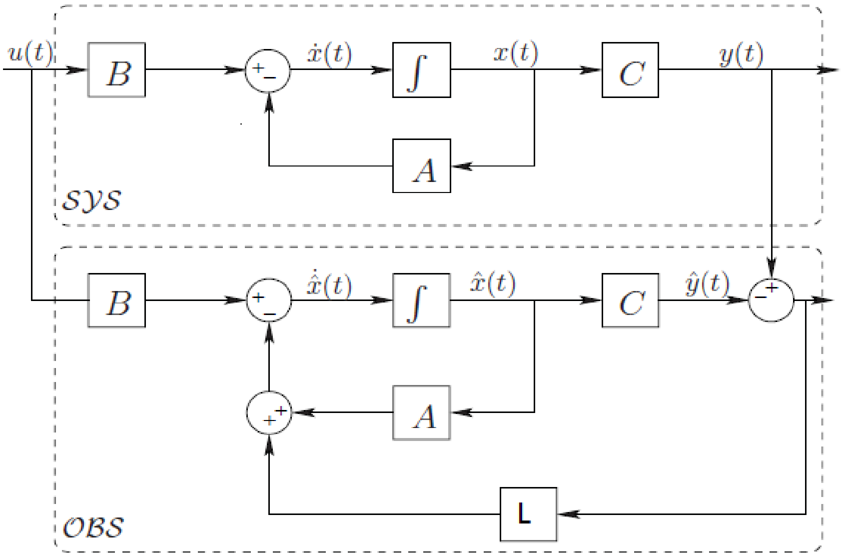


Figure IV.2 : Diagramme structurel d'un observateur de luenberger

L'observateur de luenberger est décrit par la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L\ \left((y(t) - \hat{y}(t)\right) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \qquad \text{(IV.6)}$$

Où :

$\hat{x}(t)$: L'état estimé.

L : Le gain de l'observateur.

On rappelle que L'erreur d'estimation est donnée par l'équation suivante :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \qquad \text{(IV.7)}$$

La dynamique de l'erreur d'estimation est alors:

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) \tag{IV.8}$$

En remplace les équations (IV.4), (IV.6) dans l'équation (IV.8) pour aboutir l'équation suivante :

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) \tag{IV.9}$$

On peut trouver le gain de l'observateur L qui permet de donner les valeurs propres de la matrice (A-LC) à des positions désirées choisies au début à condition que le couple (A, C) soit observable.

IV.3.2.Observateurs des systèmes Non linéaires

IV.3.2.1.Notion d'observabilité des systèmes non linéaires

L'observabilité d'un système assure la reconstruction de l'état initial à partir de la seule connaissance des entrées et des sorties disponibles sur un intervalle de temps donné.

Un système est dit observable si à partir des mesures des entrées et sorties on peut reconstruire l'état initial du système [11].

Pour les systèmes non linéaires, contrairement aux systèmes linéaires, il n'existe pas de définition universelle pour l'observabilité. Cependant, on définit des types d'observabilité correspondant à des approches locales ou globales, dépendant des entrées ou non [03].

Soit le système non linéaire décrit par le système d'équations d'état suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f\big(x(t), u(t)\big) \\ y(t) = h\big(x(t), u(t)\big) \end{cases} \tag{IV.10}$$

Le système non linéaire est observable si :

$$rang\begin{pmatrix} dh(x,u) \\ dL_f h(x,u) \\ \vdots \\ dL_f^{(n-1)} h(x,u) \end{pmatrix} = n \qquad \text{(IV.11)}$$

Avec :

$$\begin{cases} dh(x,u) = \left(\frac{\partial h}{\partial x_1} \; \frac{\partial h}{\partial x_2} \cdots \frac{\partial h}{\partial x_n}\right) \\ L_f h(x,u) = \frac{\partial h}{\partial x} f(x,u) \end{cases} \qquad \text{(II.12)}$$

Où $L_f h(x,u)$ est la dérivée de Lie.

IV.3.2.2.Les approches d'estimation pour la synthèse d'observateur des systèmes NL

L'estimation d'état des systèmes non linéaires est un problème ouvert et difficile à résoudre. Plusieurs approches de synthèse d'observateurs ont été proposés, dans l'objectif d'estimer les variables non disponible à la mesure.

L'observateur le plus utilisé pour les systèmes non linéaires est le filtre de kalman étendu. Le principe de cette technique consiste à utiliser les équations du filtre de kalman au système non linéaires en utilisant la formule de Taylor du premier ordre pour linéariser ce système [14]. Cependant, la preuve de convergence de cet estimateur établie dans le cas linéaire ne peut être étendue au cas des systèmes non linéaires.

L'observateur à grand gain a l'avantage de générer une erreur d'estimation qui converge exponentiellement vers zéro. Elle converge aussi rapidement que le gain est élevé. Néanmoins, la sensibilité au bruit de mesure augmente aussi. Par ailleurs, le changement de coordonnées n'est pas toujours évident à établit. [08]

Les observateurs à structure variable ont également été proposés. Le Principe est d'ajouter un terme dépendant de l'erreur de sortie en tant que gain variable d'une manière à corriger les incertitudes de modélisation. L'avantage des observateurs à structures variables est que ça ne demande pas la connaissance du modèle exacte. Mais, une hypothèse structurelle de la fonction $f(x(t),u(t))$ dans l'équation (IV.1) est nécessaire et qui se vérifie difficilement surtout en présence d'incertitudes. D'autre part, le fait que le gain variable change représente un inconvénient à cause au phénomène de chattering.

Les observateurs basés sur une transformation de l'état initial, ont fait le sujet de beaucoup travaux. Le principe est de créer un changement de variables de manière à réécrire l'erreur d'estimation sous forme linéaire et dans le but de leur appliquer l'observateur de luenberger. Le problème de synthèse d'observateur dans cette approche est l'existence d'une transformation d'état. Les inconvénients majeurs à ce type d'approches sont liés à la catégorie de systèmes non linéaires pour lesquels une transformation est possible. Par ailleurs, la mise en œuvre est très difficile.

IV.3.3.Observateurs des systèmes Takagi- Sugenu

IV.3.3.1.Représentation les observateurs TS

Dans cette section nous présentons un plan des principaux travaux concernant la synthèse d'observateurs pour des systèmes non linéaires représentée par des modèles TS.

Soit le modèle TS d'écrit par la représentation d'état suivante:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} \mu_i\big(\xi(t)\big) \ \ (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \tag{IV.13}$$

L'observateur TS est sous la forme : [11]

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^{r} \mu_i \ \big(\hat{\xi}(t)\big) \ \Big(A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i\big(y(t) - \hat{y}(t)\big)\Big) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \tag{IV.14}$$

Où :

L_i : sont les matrices gains de l'observateur.

La dynamique de l'erreur d'estimation $\dot{e}(t)$ est représentée par une équation différentielle qui dépend des variables de décision $\xi(t)$ intervenant dans le modèle TS et cela à travers les fonctions de pondération $\mu_i(\xi(t))$.

IV.3.3.2.Observateurs TS à Variables de Décision Mesurables (VDM)

Les recherches sur la conception d'observateur d'état TS considèrent souvent que les variables de décision sont mesurables.

Dans le cas où les variables de décision sont mesurables, l'observateur et le système possèdent les mêmes variables de prémisses, ce qui fait que la factorisation est possible via les fonctions d'activations du système et de l'observateur. La dynamique de l'erreur d'estimation est alors sous la forme suivante:

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^{r} (A_i - L_i C)\, e(t) \qquad \text{(IV.15)}$$

IV.3.3.3.Observateurs TS à Variable de Décision Non Mesurable (VDNM)

Dans la pratique, les variables de décision des modèles TS ne sont pas mesurables notamment en utilisation l'approche des secteurs non linéaire. C'est-à-dire que le vecteur des variables de décisions n'est pas disponible à la mesure.

Dans le cas où les variables de décision ne sont pas mesurables, elles ne sont plus connues et elles doivent être estimées. L'observateur et le système ne possèdent plus les mêmes variables de prémisses ce qui fait que la factorisation n'est plus possible via les fonctions d'activations du système et de l'observateur. La dynamique de l'erreur d'estimation est alors sous la forme suivante :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^{r} \mu_i\big(\xi(t)\big)\,(A_i x(t) + B_i u(t)) - \sum_{i=1}^{r} \mu_i\,\big(\hat{\xi}(t)\big)\Big(A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i\big(y(t) - \hat{y}(t)\big)\Big) \qquad \text{(IV.16)}$$

IV.4.Observateur TS pour la dynamique latérale du véhicule

Le modèle considéré est un modèle bicyclette non linéaire du véhicule qui représente sa dynamique latérale obtenue dans le chapitre II :

$$\begin{cases} \dot{\beta}(t) = \frac{1}{m v_x}\big(F_{yf}(t) + F_{yr}(t)\big) - \dot{\psi}(t) \\ \ddot{\psi}(t) = \frac{1}{I_z}\big(l_f F_{yf}(t) - l_r F_{yr}(t)\big) \end{cases} \qquad \text{(IV.17)}$$

En utilisant l'approche des secteurs non linéaires afin de transformer les efforts de contacts non linéaires $F_{yf}(t)$ et $F_{yr}(t)$ sous forme TS, le modèle TS obtenu correspondant au modèle bicyclette est comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_i\big(x(t)\big) \ \ (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \qquad \text{(IV.18)}$$

Les fonctions de pondération $\mu_i\big(x(t)\big)$ dépendent de l'état du système qui vérifie la propriété de somme convexe :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{4} \mu_i(x(t)) = 1 \\ 0 \leq \mu_i(x(t)) \leq 1 \end{cases} \qquad \text{(IV.19)}$$

Notre objectif à travers cette section, est de formuler un observateur pour le système véhicule (IV.17) représenté par un modèle TS à VDNM (IV.22). L'observateur proposé est de la forme suivant :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_i \ (\hat{x}(t)) \ \Big(A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i\big(y(t) - \hat{y}(t)\big)\Big) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \qquad \text{(IV.20)}$$

Où :

$\hat{x}(t)$: L'état estimé.

$\hat{y}(t)$: La sortie estimée.

L_i : Les matrices gains de l'observateur à déterminer.

Dans ce cas, la dynamique d'erreur d'estimation est déterminée à partir des équations (IV.18) et (IV.20) :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_i\big(x(t)\big) \ (A_i x(t) + B_i u(t)) - \sum_{i=1}^{4} \mu_i \ (\hat{x}(t)) \big(A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i C(e(t))\big) \qquad \text{(IV.21)}$$

Le modèle TS proposée en (IV.18) est un modèle à VDNM. Pour cela en fait appel à la technique L_2, afin d'estimer les variables de décision non disponible à la mesure.

IV.4.1.Observateur L_2 pour l'estimation de la dynamique latérale du véhicule

Le principe de la synthèse d'un observateur par l'approche L_2 est de réécrire le système TS à VDNM sous la forme d'un système perturbé où les perturbations sont bornées [08].

Soit le système TS à VDNM en (IV.18), est réécrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_i\big(\hat{x}(t)\big) \ \ (A_i x(t) + B_i u(t) + \Delta(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \tag{IV.22}$$

Le système (IV.22) est alors à variables de décision mesurable (estimées).

La perturbation $\Delta(t)$ est due à la non disponibilité à la mesure des variables de décision qui consiste en une différence variable dans le temps entre les valeurs réelles $x(t)$ et les valeurs estimées $\hat{x}(t)$.
Le pseudo perturbation $\Delta(t)$ est exprimée par :

$$\Delta(t) = \Big(\sum_{i=1}^{4} \mu_i\big(x(t)\big) - \sum_{i=1}^{4} \mu_i \ \big(\hat{x}(t)\big)\Big)(A_i x(t) + B_i u(t)) \tag{IV.23}$$

Le fait que les fonctions de pondération soient bornées due à l'état $x(t)$ implique que la pseudo-perturbation $\Delta(t)$ le soit également.

L'observateur proposé est déjà exprimé par l'équation (IV.20), dans ce cas La dynamique d'erreur d'estimation d'état est donnée comme suit:

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_i\big(\hat{x}(t)\big)\,(A_i - L_i C)\, e(t) + \Delta(t) \tag{IV.24}$$

Sous les hypothèses que :

- L'état $x(t)$ soit borné.
- L'entrée $u(t)$ soit bornée.
- Les paires (A_i , C) soient observables.
- La perturbation $\Delta(t)$ Soit bornée.

A Partir de ces hypothèses, des conditions de stabilité de système (IV.24) sont formulées dans l'objectif d'estimer les états tout en minimisant l'effet de la pseudo- perturbation sur l'erreur d'estimation. Par ailleurs, la convergence vers zéro de l'erreur d'estimation ne peut pas être assurée à cause de la présence du terme $\Delta(t)$ en sa qualité de perturbation.

Notre objectif est de minimiser l'effet de la perturbation sur l'erreur d'estimation en minimisant le rapport de transfert entre l'erreur d'estimation $e(t)$ et la perturbation $\Delta(t)$. On peut interpréter ce transfert comme un taux d'atténuation γ.

La minimisation de taux d'atténuation reviderait à assurer une meilleure estimation tout en minimisant l'effet de la perturbation sur celle-ci. Cela nous assure que les états convergents vers une sphère de petit volume, traduisant le faible effet de la perturbation sur notre système TS.

Le théorème suivant présente les conditions exprimées sous forme de LMI pour la synthèse des gains L_i de l'observateur proposée en (IV.20) assurant la stabilité de (IV.24) et la minimisation de l'effet de Δ(t) sur l'erreur d'estimation sous condition que les hypothèses précédente soient vérifiées.

Théorème [IV.1] *[15] s'il existe une matrice symétrique définie positive P, des matrices gains K_i ainsi qu'une scalaire positif $\overline{\gamma}$ solution au problème d'optimisation suivant :*

$$\min_{P,K_i} \overline{\gamma} \begin{pmatrix} A_i^T P + PA_i - K_i C - C^T K_i^T + I & P \\ P & -\overline{\gamma} I \end{pmatrix} < 0 \qquad avec \quad i = 1 \dots \dots 4$$

(IV.25)

L'erreur d'estimation (IV.24) est alors ISS par rapport à Δ(t) est satisfait l'inégalité suivante :

$$\|e(t)\| \leq e^{-\frac{(t-t_0)}{2\lambda_{max(P)}}} e(t_0) + \gamma \|\Delta(t)\|_{\infty} \qquad \text{(IV.26)}$$

Où :

$\lambda_{max}(P)$: Valeur propre maximal.

Les gains de l'observateur en (IV.20) sont donnés par : $L_i = P^{-1} K_i$ et Le taux d'atténuation du transfert de $e(t)$ vers $\Delta(t)$ est : $\gamma = \sqrt{\overline{\gamma}}$.

Preuve de convergence [15]

Suposons que les LMIs du théorème (IV.1) , soient vérifiées. En multipliant (IV.25) à gauche et à droite par : $T = \left(e^T(t)\ \Delta^T(t)\right)$ et T^T respectivement.

$$\left(e^T(t)\ \Delta^T(t)\right) \begin{pmatrix} A_i^T P + PA_i - K_i C - C^T K_i^T + I & P \\ P & -\overline{\gamma} I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^T(t) \\ \Delta^T(t) \end{pmatrix}$$

L'expression suivante est obtenue :

$$e^T(t)\ (\emptyset_i^T P + P\emptyset_i)e(t) + e^T(t)P\Delta(t) + \Delta^T(t)Pe(t) + e^T(t)e(t) - \gamma^2\Delta^T(t)\Delta(t) < 0 \quad \text{(IV.27)}$$

Où :

$\emptyset_i = (A_i - L_i C\ )$.

L'expression précédente (IV.27) est multiplier par $\mu_i\left(\hat{x}(t)\right)$ .Nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} &\textstyle\sum_{i=1}^{4} \mu_i\left(\hat{x}(t)\right)\left(e^T(t)(\emptyset_i^T P + P\emptyset_i)e(t)\right) + e^T(t)P\Delta(t) \\ &+\Delta^T(t)Pe(t) < -e^T(t)e(t) + \gamma^2\, \Delta^T(t)\Delta(t) \end{aligned} \quad \text{(IV.28)}$$

Cette inégalité précédente (IV.28), est équivalent à :

$$\dot{V}(t) < -e^T(t)e(t) + \gamma^2\, \Delta^T(t)\, \Delta\, (t) \quad \text{(IV.29)}$$

Où :

$$V(t) = e^T(t)P\, e(t)\ , \quad P = P^T > 0$$

$V(e(t))$: équation de lyapunov.

Sous hypothèse que (IV.25) soit vérifier, $\gamma^2 > 0$. Nous pouvons écrire :

$$\lambda_{min}(P)\ \|e(t)\|^2 \leq \mathrm{V(t)} \leq \lambda_{max}(P)\ \|e(t)\|^2\ \ , \forall\ e(t) \in \mathcal{R}^2 \quad \text{(IV.30)}$$

Delà, (IV.29) peut être bornée comme suit :

$$\dot{V}(t) < -\frac{1}{\lambda_{max(P)}}V(t) + \gamma^2\|\Delta(t)\|^2 \qquad \text{(IV.31)}$$

le lemme de Gronwall [Gronwall 2001] est donné par :

$$V(t) \leq V(t_0)e^{-\frac{(t-t_0)}{\lambda_{max(P)}}} + \gamma^2\int_{t_0}^{t} e^{-\frac{(t-\tau)}{\lambda_{max(P)}}}\|\Delta(\tau)\|d\tau$$

$$\leq V(t_0)e^{-(\frac{t-t_0}{\lambda_{max(P)}}} + \gamma^2\|\Delta(\tau)\|^2{}_{\infty} \qquad \text{(IV.32)}$$

Après quelques manipulation mathématique ,l'expression majorant l'erreur d'estimation est :

$$\|e(t)\| \leq e^{-\frac{(t-t_0)}{2\lambda_{max(P)}}}e(t_0) + \gamma\|\mathit{\Delta}(t)\|_{\infty} \qquad \text{(IV.33)}$$

Où :

$\lambda_{max}(P)$: Valeur propre maximal.

Ce qui prouve l'ISS (Stabilité au sens de entrée – état) de l'erreur d'estimation par rapport à la perturbation $\Delta(t)$.

Remarque : d'après l'quation (IV.31) Si $\|\mathit{\Delta}(t)\|_{\infty} = 0$ Alors $\|e(t)\| \rightarrow 0$ quand t → ∞ . De plus, la présence de terme de la perturbation $\Delta(t)$, l'erreur d'estimation $\|e(t)\|$ est bornée par $\gamma\|\mathit{\Delta}(t)\|_{\infty}$.

La précision de l'estimation est ainsi fixée par la valeur de γ . Dans ce cas on peut dire que l'erreur d'estimation en présence la perturbation $\Delta(t)$, converge dans un volume de rayon$\gamma\|\mathit{\Delta}(t)\|_{\infty}$.

IV.5.Simulation et interprétation

Dans cette section nous avons construit un observateur par atténuation de perturbations selon l'approche L_2 .

Pour estimer les variables de la dynamique latérale du véhicule tels que l'angle de dérive β(t), cela nécessite la connaissance des gains de l'observateur L_i. Ces derniers sont déterminés après résolution du problème d'optimisation du théorème [IV.1] avec le solveur sedumi YALMIP, pour une vitesse longitudinal $v_x = 28$ m/s et une entrée en angle de braquage $u(t) = \delta_f(t)$ représentée en figure (IV.3).

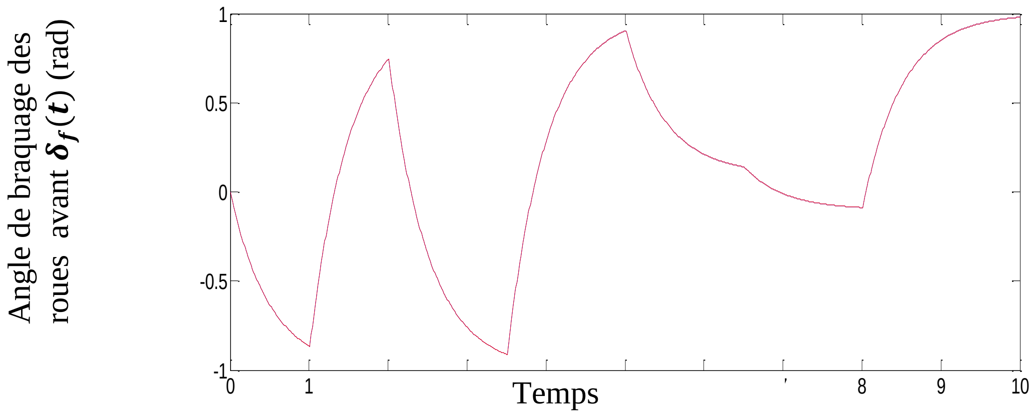


Figure (IV.3) : Entrée en angle de braquage utilisée

Pour tester la convergence de l'observateur TS proposé, les conditions initaiales ont été choisies différentes :

$$x(0) = (0.2 \quad 0.1)^T \quad \text{et} \quad \hat{x}(0) = (0 \quad 0)^T$$

Après la simulation on auras les résultas suivants :

Les matrices gains L_i sont :

$$L_1 = \begin{pmatrix} 20.4008 \\ 120.0069 \end{pmatrix} \qquad L_2 = \begin{pmatrix} 106.1414 \\ 120.2950 \end{pmatrix}$$

$$L_3 = \begin{pmatrix} -87.8686 \\ 119.8924 \end{pmatrix} \qquad L_4 = \begin{pmatrix} -0.5524 \\ 120.9508 \end{pmatrix}$$

La matrice symetrique définit positif est :

$$P = \begin{pmatrix} 0.0286 & -0.0001 \\ -0.0001 & 0.0605 \end{pmatrix}$$

Le taux d'atténuation du transfert de la perturbation $\Delta(t)$ vers $e(t)$ est $\gamma = 0.0286$.

Les estimations de l'observateur $\hat{x}(t)$ sont comparées aux états du système non linéaire $x(t)$, le résulta de simulation est donné en figure (IV.4) .

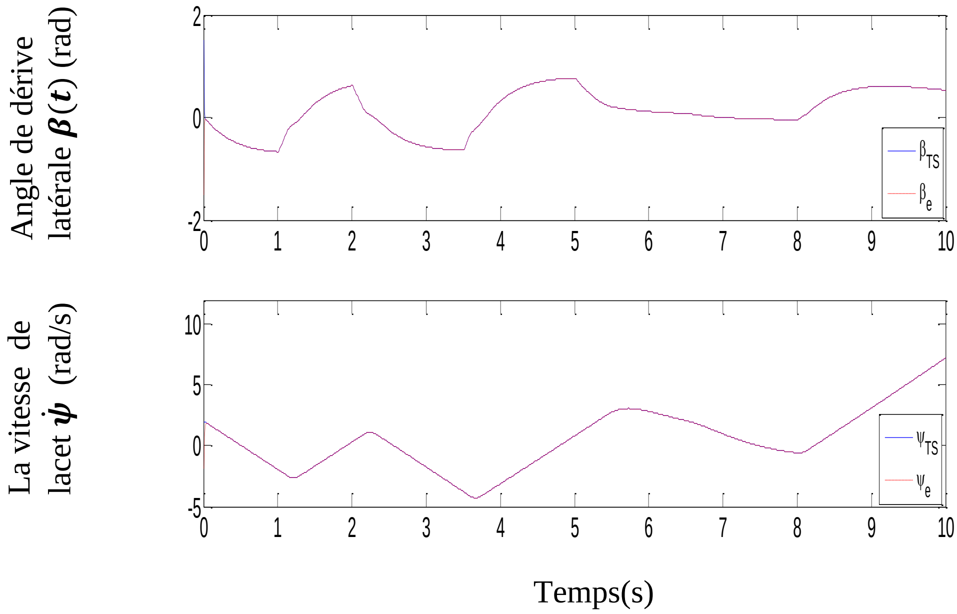


Figure (IV.4) - Comparaison des états réels et estimés obtenu avec l'observateur L_2 .

Nous remarquons que les estimations correspondent bien aux états réels. Cela est dû au fait que l'observateur TS construit soit basé sur un modèle TS exacte qui représente exactement le modèle non linéaire initial du véhicule.

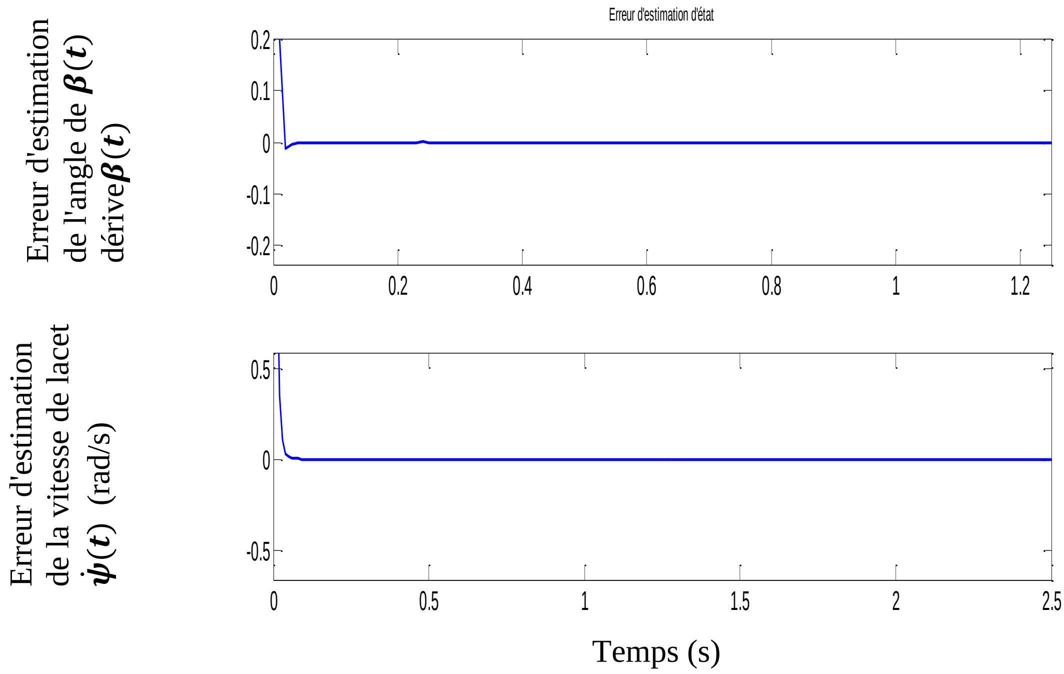


Figure IV.5- L'erreur d'estimation d'état

La figure ci-dessous représente l'erreur d'estimation d'état $e(t)$ durant le temps de simulation.

IV.6.Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons effectué une présentation générale des observateurs et la nécessité de son utilisation, notamment dans le contexte du véhicule. Par la suite on a expliqué le principe d'estimation d'état afin d'estimer les variables non disponibles à mesure. Ensuite, nous avons représenté les différents observateurs et l'observabilité des systèmes dynamiques (observateurs linéaires, observateurs non linéaires et observateurs TS) avec leurs avantages et inconvénients, ainsi les approches d'estimation pour la synthèse d'observateur des systèmes non linéaires.

Notre objectif dans ce chapitre est de construire un observateur TS à VDNM. Afin d'estimer les variables de la dynamique latérale véhicule, qui ne sont pas disponible à la mesure. Pour cela on fait appel à la technique L_2 par atténuation de perturbations.

Pour déterminer les gains de l'observateur L_i, nous avons utilisé le théorème [IV.1] qui présente les conditions exprimées sous forme LMIs, pour synthétiser notre observateur en assurant la stabilité de la dynamique d'erreur d'estimation tout en minimisant l'effet de perturbation $\Delta(t)$ sur l'erreur d'estimation sous condition que les hypothèses soient vérifiées. Pour résoudre le problème d'optimisation de théorème [IV.1], nous avons utilisé le solveur sedumi YALMIP.

Les résultats de simulation donnent, une bonne correspondance entre les états réels et les estimations de l'observateur L_2 , et une convergence vers zéro de l'erreur d'estimation d'état.
A partir de là, on conclut que, le caractère robuste induit par le taux d'atténuation du transfert de la perturbation vers l'erreur d'estimation $e(t)$ permet de rejeter la perturbation $\Delta(t)$ qui est une différence entre les valeurs réelles et les estimées des fonctions de pondération et indirectement des états.

L'objectif de notre projet consiste à proposer des observateurs pour l'estimation des variables non disponibles à la mesure pour le système véhicule, tout en tenant compte de son comportement frottement non linéaire.

Pour y parvenir, nous sommes amenés d'abord à connaître la constitution de ce système et à comprendre son fonctionnement. Pour le faire, il est nécessaire de passer par les étapes suivantes.

Au début de chapitre II. Nous avons utilisé les principes fondamentaux de la dynamique pour modéliser la dynamique du véhicule. En suite des hypothèses simplificatrices sont utilisés, pour simplifier les équations globales des forces d'inertie et du moment dynamique afin d'obtenir un modèle mathématique, qui représente la dynamique latérale du véhicule, ce modèle appelé modèle dérive- lacet (modèle bicyclette).

Dans un seconde temps, nous avons remplacé la formule linéaire des forces latérales de contact pneumatique-chaussée F_{yf} et F_{yr} dans le modèle dérive lacet. Afin d'obtenir le modèle linéaire du véhicule. Par la suite nous avons utilisé la formule magique de pacjeka, Pour représenter les forces latérales non linéaires. Ces forces non linéaires sont utilisées par la suite pour obtenir le modèle non linéaire du véhicule. Le modèle non linéaire obtenu est un modèle précis, mais il est très complexe.

L'inconvénient majeur des modèles non linéaires réside dans la complexité de leurs structures d'un point de vue mathématique, ce qui les rend difficilement exploitables. Pour cela le modèle obtenu dans le chapitre II, a été développé dans chapitre III.

Afin d'exploiter la précision de la représentation non linéaire, nous allons proposer une forme plus simple et maniable, en utilisant le formalisme Takagi-Sugno (TS) via les transformations par secteurs non linéaires.

Dans le chapitre III, nous avons utilisé l'approche des secteurs non linéaires, pour transformer les efforts latéraux non linéaires sous forme TS, par la suite nous les avions remplacés dans le modèle dérive- lacet. Afin d'obtenir un modèle TS.

Le modèle TS construit est à variables de décision non mesurables, décrit par une somme pondérée de modèles linéaires, interpolés par des fonctions de pondérations, vérifiant la propriété de somme convexe.

Ce modèle TS obtenu assure une représentation exacte du modèle véhicule initial. Ce qui est validé par des tests de simulation.

Le modèle TS obtenu est à variable de décision non mesurable. Pour cela il est nécessaire d'estimer ces variables.

Dans le chapitre IV, nous avons utilisé un observateur L_2 par atténuation de perturbation. Afin d'estimer les variables de décision non mesurables, décrivant la dynamique latérale du véhicule.

Pour déterminer les gains de l'observateur L_i, nous avons utilisé le théorème [IV.1] qui présente les conditions exprimées sous forme LMIs, pour synthétiser notre observateur en assurant la stabilité de la dynamique d'erreur d'estimation tout en minimisant l'effet de perturbation Δ(t) sur l'erreur d'estimation sous condition que les hypothèses soient vérifiées.

La bonne correspondance des états réels et estimés obtenu avec l'observateur L_2 et la convergence de l'erreur d'estimation vers zéro.démontré que, le caractère robuste induit par le taux d'atténuation du transfert de la perturbation vers l'erreur d'estimation $e(t)$ permet de rejeter la perturbation $\Delta(t)$ qui est une différence entre les valeurs réelles et les estimées des fonctions de pondération et indirectement des états.

Comme perspective, nous envisagent de valider expérimentalement le modèle TS obtenu et éventuellement synthétiser des contrôleurs pour stabiliser le système véhicule.

[01] **C.Sentouh** «Analyse du risque et détection de situations limites application au développement des systèmes d'alerte au conducteur». Thèse docteur de L'Université d'Evry Val d'Essonne.2007.

[02] **R. Nasri**. Bilan annuel des accidents de la circulation routière. Le soir d'Algérie mardi 19 janvier 2016.

[03] **B. Badji** « Caractérisation du comportement non linéaire en dynamique du véhicule». Thèse de doctorat 2009.

[04] **L. Bentouhami,** «Contrôle de la Dynamique Latérale d'un Véhicule avec Estimation des Forces de Contact Roue–Sol». Mémoire de Magister en Electronique .Université de Batna 15/12/210.

[05] **Y. Sebsadji** «Numérisation et Reconstruction 3D de la Géométrie de la Route par observateurs et Stéréovision ». Thèse Doctorat de l'université d'Evry-Val-d 'Essonne. Septembre 2009.

[06] **N. Minoiu Enache** « Assistance préventive à la sortie de voie ». Thèse Doctorat de d' Evry-Val-d'Essonne. Novembre 2008.

[07] **Pacejka and E. Bakker**, « *The magic formula tyre model* ». Proceedings, Ist International Colloq on Tyre models for vehicle dynamics analysis, 1991.

[08] **D.Ichalal** « Estimation et diagnostic de systèmes non linéaires d'écrits par un modèle de Takagi-Sugeno ».Thèse Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine 2009.

[09] **K**. **Gasso** «Identification des systèmes dynamiques non-linéaires : approche multi modèle». Doctorat de l'institut National Polytechnique de Loraine, Nancy, 2000.

[10] **Akhenak, A.** « Conception d'observateurs non linéaires par approche multi modèle : application au diagnostic ». Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, Nancy, France, 2004.

[11] **Tanaka et Wang**. « Fuzzy regulators and fuzzy observers Relaxed stability conditions and LMI-based designs ». *IEEE Transactions on Fuzzy Systems,* 6(2):250–265.

[12] **S .Aouaouda.** «Modélisation multi modèle et commande prédictive d'une station d'épuration». Thèse Magister en Automatique industrielle-UBMA, 2012.

[13] **B. Jaballah**. «Observateurs robustes pour le diagnostic et la dynamique des véhicules». Thèse doctorat 2011.

[14] **R.E.Kalman.** «A new approach to linear filtring and prediction problems». Journal of basic Engineering, 82:35-45, 1960.

[15] **B.Larroque**.«Observateurs des systèmes linéaires applications a la détection et localisation de fautes ».Thèse doctorat université Toulouse septembre 2008.

[16] **Z.Yacine**. « Observateurs pour l'estimation de la dynamique latérale du véhicule et application à la détection de situation critiques». Thèse de doctorat UMMO 2016.

Résumer :

L'objectif de notre projet consiste à proposer des observateurs pour l'estimation des variables non disponibles à la mesure pour le système véhicule, tout en tenant compte de son comportement frottement non linéaire.

Pour y parvenir, nous sommes amenés, d'abord à connaitre la constitution de ce système et à comprendre son fonctionnement. Pour le faire, nous avons modélisé la dynamique latérale du véhicule, le modèle non linéaire obtenu est un modèle précis, cependant son inconvénient réside dans la complexité de sa structure mathématique et qui très difficile à étudier.

Afin d'exploiter la précision de la représentation non linéaire, nous allons proposer une forme plus simple et maniable, en utilisant le formalisme Takagi- Sugeno (TS) via les transformations par secteurs non linéaires.

Le modèle TS obtenu est à variable de décisions non mesurable. Pour cela nous utilisé un observateur L_2 par atténuation de perturbation afin d'estimer les ces variables qui ne sont pas disponible à la mesure.

Comme perspectives, nous envisagent de valider expérimentalement le modèle TS obtenu et éventuellement synthétiser des contrôleurs pour stabiliser le système véhicule.

Les mots clés :

Le model dérive lacet , Les modèles linéaires, les modèles non linéaires, Les modèles de Takagi –Sugeno, les modèles TS à Variables de Décision Mesurables, les modèles TS à Variables de décisions Non Mesurable, la dynamique latérale du véhicule, les fonctions de pondération (d'activation), l'approche des secteur non linéaires, les Observateur à Variables de Décisions Mesurables, Les Observateurs à Variables de Décisions Non Mesurables, la fonction de lyapunov, le solveur sedumi YALMIP Observateur L_2 par atténuation de perturbation.