

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MOULOU D MAMMERI-TIZI-OUZOU

FACULTE DU GENIE DE
LA CONSTRUCTION



DEPARTEMENT DE GENIE
MECANIQUE

**Mémoire présenté pour l'obtention
du diplôme de Master Académique**

OPTION : ENERGETIQUE

Intitulé :

*Effet du profil du divergent d'une tuyère
convergente-divergente sur la structure de
l'écoulement supersonique*

Réalisé par :

ZEBIRI HAOUAS

TAFER KENZA

OUAKED HOCINE

Encadré par:

FOUCHANE Sid-Ali

Promotion 2020/2021




Remerciements

Nous remercions tout d'abord le bon DIEU, le tout puissant et miséricordieux, de nous avoir donné la volonté, la patience, et le courage à la concrétisation de nos objectifs et surmonter les moments difficiles durant notre cursus.

De même, nous tenons à remercier notre encadrant de mémoire en l'occurrence, Dr. FOUCHANE SID-ALI, d'avoir accepté à diriger notre travail, dont sa disponibilité et son aide étaient exemplaires.

*Nos remerciements vont également à :
Lieutenant SAHI Fatiha, Dr. GOUIDEMI Hamza et
Dr. HAMITOUCHE Toufik, pour leur
accompagnement et leur orientation.*

*Enfin, nous remercions tous ceux qui ont contribué
de près ou de loin à notre travail.*





Je dédie ce travail ;

A ma maman qui a œuvré pour ma réussite, de par son amour, son soutien, tous les sacrifices consentis et ses précieux conseils durant toutes mes années d'étude. Qu'elle trouve ici le témoignage de ma profonde reconnaissance.

A mes frères Fouad et Anis, ma sœur Ferdawset ma grande mère.


Et ceux qui ont partagés avec moi tout les moments d'émotion lors de la réalisation de ce travail. Ils m'ont chaleureusement supporté et encouragé tout au long de mon parcours.

A ma famille, mes proches, mes amis et à ceux qui me donnent de l'amour de la vivacité.

A tous ce que j'aime.

Tafer Kenza





*Je dédie ce modeste travail à tous ceux qui me
sont chers :*

À,

*Mon cher papa, l'homme à qui je dois ma
réussite, qui a su donner sans rien attendre en
retour, pour les sacrifices qu'il avait consentis
pour mon bien être.*

*Ma chère maman, pour son affection, son
soutien illimité, sa gentillesse et son amour.
Nadia et Ouahiba, mes adorables sœurs qui
n'ont jamais cessé d'être des exemples de
persévérance, de courage et de générosité.
Mes collègues Houas et Kenza, avec qui j'ai
partagé des moments inoubliables.*


*Mes chers amis Reda, Amar, Yanis et Rabah
que j'aime beaucoup pour leur enthousiasme et
facétie.*

*Mon adorable Célia, qui m'a soutenue durant
les moments difficiles.*

*Enfin, je tiens à remercier chaleureusement tous
ceux qui m'ont apportée leurs sollicitudes.*



Ouakèd Hocine



*Du profond de mon cœur, je dédie ce travail à
tous ceux qui me sont chers,*

A mes parents :

*Mon très cher père ABED ASSALAM, le
premier et le dernier homme de ma vie, source
d'affection et de sacrifices.*

*Ma chère mère OUARDIA, Aucune dédicace ne
saurait exprimer mon respect, ma considération
pour les sacrifices que vous avez consenti pour
mon instruction et mon bien être. Je vous
remercie pour tout le soutien que vous me portez
depuis mon enfance*

A mes chers frères et sœurs,

*A ma famille, mes proches et à ceux qui me
donnent de l'amour et de la Vivacité et a tous
mes amis*

Merci !

ZEBIRI HAOUAS



Sommaire

- ❖ *Remerciements*
- ❖ *Dédicaces*
- ❖ *Sommaire*
- ❖ *Liste des figures*
- ❖ *Liste des tableaux*
- ❖ *Nomenclature*
- ❖ *Introduction générale*

Chapitre I : Généralités et recherche bibliographie.

I.1. introduction :	3
I.2. définition du fluide :	3
I.3. définition de l'écoulement du fluide :	3
I.4. les différents régimes de l'écoulement compressible :	4
I.5. Ecoulements des fluides compressibles dans une tuyère supersonique.	5
I.5.1. Présentation de la tuyère supersonique :	5
I.5.1.1. Point de vue historique :	5
I.5.1.2. Définition de la tuyère de Laval :	6
I.5.2. Le domaine d'applications des tuyères supersoniques :	7
I.5.2.1. Les moteurs d'avion :	7
I.5.2.2. Les moteurs fusés :	8
I.5.2.3. Les souffleries supersoniques:	8
I.5.3. Fonctionnement théorique de la tuyère supersonique :	9
I.5.3.1. Ecoulements subsonique :	10
I.5.3.2. Ecoulement sonique adapté :	11
I.5.3.3. Ecoulement sonique non adapté	11
I.5.3.4. Ecoulement supersonique adapté :	12
I.5.3.5. Ecoulement supersonique non adapté :	13
I.5.4. Le fonctionnement réel de la tuyère de Laval :	13
I.5.4.1. Régime d'adaptation :	13
I.5.4.2. Régime de sous détente :	14
I.5.4.3. Régime de sur détente :	15
I.5.5. Fonction de poussée :	17
I.6. Etude des profils de la tuyère	18
I.6.1. Les Tuyères Coniques.	18
I.6.2. Les tuyères optimisées	19
I.7. Les ondes de choc :	20
I.7.1. Les différents types d'interaction d'onde de choc.	21
I.7.2. Structures de chocs dans les tuyères supersoniques:	22

Sommaire

➤ Réflexion régulière	23
➤ Réflexion de Mach	23
➤ Réflexion de Mach inverse	24
I.8. Recherches bibliographiques :	25
I.9. Conclusion :	30

Chapitre II : Équations gouvernantes et Méthode numérique.

II.1. Introduction :	31
II.2. Modèle mathématique :	31
II.2.1. Les hypothèses :	31
II.2.2. Equations de base des écoulements des fluides compressibles instantanés:	31
II.2.2.1. Equation de conservation de la masse :	31
II.2.2.2. Equation de conservation de quantité de mouvement :	31
II.2.2.3. Équation de conservation de l'énergie :	32
II.2.3. Équations de Navier-Stokes moyennées (RANS) :	32
II.2.4. Modèle de turbulence :	35
II.2.4.1. Modèle de turbulence Spalart-Allmaras :	35
II.2.4.2. Modèle de turbulence k- ω -SST (Shear-Stress Transport) :	35
II.2.4.2.1. Equations de transport :	36
II.2.4.2.2. Modélisation de la diffusivité effective :	36
II.2.4.2.3. Modélisation de la viscosité turbulente :	37
II.2.4.2.4. Modélisation de la production de turbulence :	37
II.2.4.2.4.1. Production de k :	37
II.2.4.2.4.2. Production de ω :	38
II.2.4.2.5. Modélisation de la dissipation de turbulence :	38
II.2.4.2.5.1. Dissipation de k :	38
II.2.4.2.5. Dissipation de ω :	39
II.2.4.2.6. Constantes du modèle k- ω SST :	39
II.3. Modèle numérique :	40
II.3.1. Introduction :	40
II.3.2. Procédure numérique :	41
II.3.2.1. Maillage :	42
II.3.2.2. Choix du maillage :	42
II.3.2.3. Discrétisations des équations de transport :	42
II.3.3. Résolution numérique :	43
II.3.3.1. Type de la formulation des solveurs :	43
II.3.3.1.1. Solveur "Density-based"	44
II.3.3.2. Critère de convergence :	46
II.3.3.3. La méthode de sous-relaxation :	46
II.3.3.4. Stabilité numérique :	47
II.6. Conclusion :	47

Sommaire

Chapitre III : Validation des résultats.

III.1. Introduction :	48
III.2. Création de la géométrie de la tuyère conique de la NASA.....	49
III.3. Définition du domaine de calcul :	49
III.4. Présentation des logiciels :	50
III.4.1. Les éléments du code fluent :	50
III.5. Application du logiciel sur la tuyère:	50
III.5.1. application sur Gambit :	50
III.5.1.1. Création de la géométrie sur Gambit :	50
III.5.1.2. Maillage de la géométrie :	52
III.5.2. Les conditions aux limites :	54
III.5.3. Application sur le code Fluent :	55
III.5.3.1. Fenêtre de démarrage :	55
III.5.3.2. Interface principale :	55
III.6. Les conditions de calcul et convergence :	56
III.7. Sensibilité du maillage :	56
III.8. Traitement des parois:.....	57
III.9. Validation du modèle de la NASA :	58
➤ Pour taux de pression NPR=2 :	58
➤ Pour un taux de pression NPR=8.95 :	59
III.8.1. Les différents types de réflexions observées :	60
III.9.1.1. La réflexion de Mach MR :	60
III.9.1.2. La réflexion régulière RR :	61
III.9.2. Evolution de la pression pariétale :	62
III.9.3. Les contours obtenus par le code fluent :	63
III.9.3.1. Nombre de Mach :	63
III.9.3.2. La vitesse :	64
III.9.3.3. La pression statique :	65
III.10. Conclusion :	66

Chapitre IV : Simulation numérique.

IV.1. Introduction :	67
IV.2. Créations de la géométrie des tuyères :	67
IV.2.1. La tuyère convergente-divergente (concave) :	67
IV.2.2. La tuyère convergente-divergente (convexe) :	68
IV.3. Interprétation des résultats :	68

Sommaire

IV.3.1. Observation et interprétation des résultats :	69
IV.3.1.2. Le positionnement des points de décollement et de disque de Mach :	71
IV.3.1.3. Les angles de choc et la taille du disque de Mach:	73
IV.3.1.4. Les zone de recirculation :	73
IV.3.1.5. La pression pariétale le long de la tuyère :	75
IV.3.1.6. Comparaison entre les champs de mach :	76
IV.4. Conclusion :	77

❖ *Conclusion générale*

❖ *Résumé*

❖ *Références*

liste des figures

Chapitre I : Généralités et recherche bibliographique.

Figure I.1- Propagation d'ondes de pression et évolution des fronts d'onde en fonction du régime d'écoulement (distingué par le nombre de Mach).....	4
Figure I.2- Schéma d'une tuyère convergente-divergente (de Laval) [4].....	6
Figure I.3- La tuyère supersonique [7].....	7
Figure I.4- Tuyère supersonique d'un avion de combat [9].....	8
Figure I.5- Tuyère propulsive d'un moteur fusée [10].....	8
Figure I.6- Soufflerie supersonique [11].....	9
Figure I.7- Schéma de la tuyère supersonique [12].....	10
Figure I.8- Les régimes d'écoulement dans une tuyère supersonique. Evolution de la pression le long de la tuyère [12].....	11
Figure I.9- Régime de sur détente en 1D [12]	12
Figure I.10- L'organisation de l'écoulement a l'adaptation [12].....	14
Figure I.11- Organisation de l'écoulement en régime de sous détente [12].....	14
Figure I.12- Profil de pression pariétale le long de la tuyère à l'adaptation et en sous-détente [12].....	15
Figure I.13- Tuyère en sur détente avec décollement naissant de la couche limite [12].....	16
Figure I.14- Tuyère en sur détente avec décollement étendu de la couche limite [12].....	16
Figure I.15- Évolution de la poussée d'une tuyère fusée en fonction du nombre de Mach d'après P. Reijasse [8]	18
Figure I.16- Fonction de poussée en fonction du nombre de Mach d'une tuyère fusée pour différentes valeurs du coefficient de la chaleur spécifique d'un gaz [8].....	18
Figure I.17- Tuyère conique [12].....	19
Figure I.18- Profils des tuyères TIC et TOC [12].....	20
Figure I.19- Tuyères TIC et TOC du DLR [19].....	20
Figure I.20- Classification des six types d'interférences [12].....	22
Figure I.21- Réflexion régulière de l'onde de choc sur le plan de symétrie [23].....	22
Figure I.22- A) Visualisation strioscopique de la réflexion régulière [23], B) Réflexion régulière dans une tuyère réelle RL10-A5	23
Figure I.23- Structure d'un jet supersonique plan isobare sur-détendu ; Formation d'un disque de Mach [23].....	24
Figure I.24- Visualisation strioscopique de la réflexion de Mach, [23].....	24
Figure I.25- Réflexion de Mach inverse [12].....	25

Figure I.26- Structure de choc en chapeau dans le jet du moteur vulcain au banc d'essai [14].....25

Figure I.27- Schémas de principe des tuyères convergentes-divergentes [29].....27

Figure I.28- Schémas de principe des tuyères convergentes-divergentes [29]..... 29

Chapitre II : Équations gouvernantes et Modèle numérique.

Figure II.1- Volume de contrôle des configurations en 2D et 3D pour la résolution en volumes finis.....41

Figure II.2- Vue d'ensemble de la méthode de résolution couplée "density-based"[44].....44

Chapitre III : Validation des résultats.

Figure III.1- la tuyère présentée dans les travaux de Hunter [1].....48

Figure III.2- Géométrie et maillage du domaine de calcul pour la tuyère conique de la NASA.....49

Figure III.3- Création des points sous Gambit.....51

Figure III.4- création des droites.....51

Figure III.5- création des faces.....52

Figure III.6- le maillage des droites.....53

Figure III.7- le maillage du profil.....53

Figure III.8- définition des conditions aux limites.....54

Figure III.9- les types de conditions aux limites.....54

Figure III.10-fenêtre de démarrage.....55

Figure III.11- interface principale.....55

Figure III.12- Effet du maillage sur les évolutions de la pression pariétale de la paroi haute pour NPR=2,6.....57

Figure III.13- Evolution de y^+ pour le modèle $k-w$ SST le long de la paroi haute de la tuyère conique convergente-divergente.....57

Figure III.14- Comparaison les strioscopies : (1) Résultat numérique ;(2) Résultat expérimental pour NPR=2 et pour $\alpha=11.01^\circ$58

Figure III.15- Comparaison les strioscopies : (1) Résultat numérique ;(2) Résultat expérimental pour NPR=8.95 et pour $\alpha=11.01^\circ$59

Figure III.16- Strioscopie numérique d'écoulement à NPR=2 et l'angle de la divergence $\alpha=11.01^\circ$60

Figure III.17- Strioscopie numérique d'écoulement à NPR=8.95 et l'angle de la divergence $\alpha=11.01^\circ$61

Figure III.18- évolution de rapport de pression pariétale, le long de la surface de tuyère, dans le calcul expérimental et numérique pour NPR=2.....62

Figure III.19- Champs du nombre de Mach.....63

Figure III.20- Evolution de nombre de mach le long de l'écoulement.....	63
Figure III.21- le Champs de la vitesse.....	64
Figure III.22- Evolution de la vitesse le long de l'écoulement.....	64
Figure III.23- Champs de la pression statique.....	65
Figure III.24- Evolution de la pression statique en bar.....	65

Chapitre IV : simulation numérique.

Figure IV.1- Les strioscopies numériques de l'écoulement à NPR=2, pour différents profils de divergence de la tuyère.....	68
Figure IV.2- Les strioscopies numériques de l'écoulement à NPR=3, pour différents profils de divergence de la tuyère.....	69
Figure IV.3- Les strioscopies numériques de l'écoulement à NPR=3.5, pour différents profils de divergence de la tuyère.....	69
Figure IV.4- Les strioscopies numériques de l'écoulement à NPR=5, pour différents profils de divergence de la tuyère.....	69
Figure IV.5- représentation du point de décollement et le point triple.....	70
Figure IV.6- Les strioscopies numériques de l'écoulement à NPR=2, pour profil de divergence convexe à différents angles.....	71
Figure IV.7 - L'évolution du point de décollement de la couche limite le long des parois de la tuyère en fonction de la variation du taux de pression NPR	72
Figure IV.8- L'évolution de la position du disque de Mach avec la variation du taux de pression (NPR).....	72
Figure IV.9: Schéma de chocs à NPR=2 pour les trois profils.....	73
Figure IV.10- Présentation des tourbillons et des zones de recirculation près de la sortie de la tuyère à NPR=2 pour différents profils de divergence de la tuyère.....	74
Figure IV.11- Distribution de la pression tout au long de la paroi supérieure pour les trois profils a NPR=2.....	75
Figure IV.12- Distribution de la pression tout au long de la paroi supérieure des trois profils a NPR=3.....	75
Figure IV.13- Distribution de la pression tout au long de la paroi supérieure des trois profils a NPR=3.5.....	76
Figure IV.14- Distribution de la pression tout au long de la paroi supérieure des trois profils a NPR=5.....	76
La figure IV.15 : Evolution de nombre de Mach pour les trois profils à NPR=2.....	77

liste des tableaux

Chapitre I : généralités et recherche bibliographie.

Tableau I.1- Les dimensions de différentes tuyères utilisées.....27

Tableau I.2- Les dimensions de différentes tuyères utilisées.....28

Chapitre II : équations gouvernantes et modèle numérique.

Tableau II.1- les paramètres relatifs utilisés lors de notre étude.....45

Chapitre III : Validation des résultats.

Tableau III.1- Profil géométrique utilisé pour la tuyère CD de la NASA.....49

Tableau III.2- Nombre de cellules de chaque maillage utilisé.....57

Chapitre IV : Simulation numérique.

Tableau IV.1- Profil géométrique utilisé pour la tuyère CD (concave).....67

Tableau IV.2- Profil géométrique utilisé pour la tuyère CD (convexe).....68

Nomenclature

Lettres latines	Désignations	unités
A	Section	$[m^2]$
C_f	Coefficient de frottement	-
C_D	Coefficient de décharge	-
F	poussé	$[N]$
L	Longueur	$[m]$
p_{i0}	Pression Totale et pression statique	$[Pa]$
P	Pression dynamique	$[Pa]$
P^*	Pression critique	$[Pa]$
U_i	La $i^{ème}$ composante du vecteur vitesse	$[m/s]$
U_j	La composante j du vecteur vitesse	$[m/s]$
$\bar{\tau}$	Le tenseur des contraintes visqueuses	$[Pa]$
\bar{S}	Le tenseur des taux de déformation	$[Pa]$
\bar{I}	La tenseur identité	$[Pa]$
E	L'énergie totale par unité de masse	$[j/kg]$
T	Température	$[k]$
\vec{U}	Vecteur vitesse	$[m/s]$
X	Abscisse	$[m]$
y	Ordonnée	$[m]$
M	Nombre de Mach	-
\vec{f}	Les forces volumiques par unité de masse	$[N/kg]$
t	temps	$[s]$
\vec{q}	le flux de chaleur par unité de surface	$[w/m^2]$
r	La constante du gaz parfait	$[kJ/kg/K]$
C_p	La chaleur spécifique a pression constante	$[J/kg/K]$
C_v	La chaleur spécifique a volume constant	$[J/kg/K]$
Pr	Nombre de Prandtl	-
e	L'énergie interne	$[J]$
h	L'enthalpie	$[J/kg]$
k	L'énergie cinétique turbulente	$[J]$
y^+	Ordonnée adimensionnelle	-
\tilde{G}_K	La génération de l'énergie cinétique due au gradient de vitesse	-
G_ω	représente la génération de ω .	-
Y_k Et Y_ω	dissipations de k et ω es à la turbulence.	-

S_k Et S_ω	termes sources.	-
Pr_{rt}	Le nombre de Prandtl turbulent.	-
Pr_k Et Pr_ω	les nombres de Prandtl pour k et ω .	-
D_w^+	La portion positive du terme de la diffusion croisée.	-
S	le module du tenseur moyen du taux-de-tension.	-
Symbole grecs		
	Désignation	Unités
c	La célérité de son	[m/s]
Ω_{ij}	Le tenseur moyen du taux-de-rotation.	[s]
α	Angle entre la tangente locale de la surface et la direction de l'écoulement	[°]
β	Angle de choc	[°]
θ	Angle de choc	[°]
δ	Angle de vectorisation ou de déviation ou épaisseur de la couche limite	[°]
μ_t	La viscosité turbulente	[Pa.s]
ϑ	Viscosité cinématique ou angle de Prandtl Mayer	[m ² /s]
ρ	Masse volumique	[kg/m ³]
τ_ω	Frottement pariétal	[Pa]
λ	Le coefficient de conductivité thermique	[w/m.k]
Γ_t	La diffusivité turbulente	[m ² /s]
Γ_k Et Γ_ω :	Coefficients de la diffusion effective de k et ω respectivement	[m ² /s]
γ	Coefficient de la diffusion effective de k et ω respectivement.	-
indices		
	Désignation	
a	Condition ambiantes	
b	Bords de l'injection	
c	Condition critique, col, critères de billing	
e	Condition de sortie de la tuyère	
f	Frottement	
i	Condition d'écoulement primaire	
j	Condition d'injection	
l	Longueur d'interaction	

<i>n</i>	Normal
<i>w</i>	Paroi
<i>o</i>	Condition d'arrêt ou origine d'interaction
abréviation	Désignation
CD	Convergente-Divergente
NPR	“Nozzle pressure Ration ‘ (Rapport des pressions ou taux de détente) p_{io}/p_a
CFL	Courant Friedrichs levy (Prélèvement actuel de Friedrichs)
RR	Réflexion régulière
MR	Réflexion de Mach
SST	Shear Stress Tensor (Tenseur de contrainte de cisaillement)
FSS	Free ShockSeparation (Séparation des chocs libres)
RSS	RestrictedShockSeparation(Séparation des chocs restreinte)
TIC	Truncated Ideal Contour (Contour idéal tronqué)
TOC	ThrustOptimized Contour (Contour optimisé pour la poussée)
DNS	Direct Numerical Simulation(Simulation numérique directe)
LES	Large Eddy Simulation (Simulation des Grandes Echelles)
RANS	Reynolds Averaged Navier Stokes(Reynolds moyenné de Navier Stokes)
DLR	Deutsche Zentrium Fur Luft-und Raumfahrt, (Centre allemand de l'espace)
NASA	National Aeronautics and Space Administration (Administration Nationale de l'Espace et de l'Aéronautique)
ONERA	Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales
FANS	Favre-averaged Navier-Stokes equations (Équations de Navier-Stokes moyennées de Favre)

Introduction générale

Dans les années passées, les chercheurs en aérodynamique se basaient sur les résultats expérimentaux afin de prédire les caractéristiques des écoulements. Même si une telle procédure a l'avantage de générer la solution la plus réaliste, ce type de méthode exige un prix très élevé et nécessite beaucoup de temps. Aujourd'hui, en dynamique des fluides, et particulièrement en aérodynamique, les résultats numériques sont obtenus plus rapidement avec un moindre coût que les résultats expérimentaux. Cela fait que les compagnies aéronautiques, même les plus grandes, qui ont les moyens pour obtenir des résultats expérimentaux, accordent de plus en plus d'importance aux codes numériques afin de réaliser leurs projets.

Les études expérimentales sur les écoulements compressibles supersoniques dans les tuyères convergentes-divergentes, ont prouvées l'existence et l'interaction de plusieurs phénomènes physiques : jet supersonique, ondes de choc, décollement de la couche limite, l'écoulement de retour, couche de mélange visqueuse et turbulente. Ces phénomènes très complexes peuvent considérablement influencer sur les performances et la fiabilité des tuyères propulsives. Ces difficultés peuvent être de différents types : complexité physique, complexité géométrique, la modélisation des phénomènes physiques (cohabitation, diversité et interaction), la méthode numérique, enfin les moyens de calcul nécessaires pour ce type d'écoulements. Sortir avec des recommandations et des problématiques bien posées et bien limitées pour des travaux futurs dans le domaine des écoulements compressibles supersoniques visqueux.

Dans la présente étude qui essentiellement numérique de l'écoulement supersonique, bidimensionnel d'un fluide compressible, nous allons simuler la tuyère convergente-divergente avec différents profils du divergent (linéaire, concave et convexe), qui sera comparée à l'étude de Hunter [1] qui a travaillé sur le profil linéaire, avec un demi-angle de divergence de 11.01° et un rapport de section S_c/S_s égale à 0.057. Après avoir validé ce modèle de Hunter, nous allons simuler sur fluent deux profils paraboliques (concave et convexe), tout en gardant la même géométrie à savoir le convergent, la section du col, l'angle du divergent et la section de sortie, en utilisant le modèle $k - \omega$ SST, dans le but de comprendre la structure globale de l'écoulement, tels que les phénomènes d'interaction et de décollement des ondes de choc.

Introduction générale

Ce mémoire est réparti en quatre chapitres dans lesquels :

- ➔ Le premier décrit les écoulements compressibles, le principe de fonctionnement de la tuyère et les phénomènes d'interaction d'ondes de chocs produits lors de l'écoulement.
- ➔ Le deuxième chapitre est consacré aux équations qui régissent l'écoulement de fluides compressibles.
- ➔ Le troisième chapitre est consacré aux équations qui régissent l'écoulement de fluides compressibles et le modèle numérique correspondant.
- ➔ Le dernier chapitre, est consacré à la simulation de l'écoulement de l'air (gaz idéal) dans une tuyère de Laval.

Enfin, on termine cette étude par une conclusion générale.



Chapitre I

Généralités et recherche bibliographie

I.1. Introduction :

La mécanique des fluides est la science des lois de l'écoulement des fluides ; Elle est la base du dimensionnement des mécanismes de transfert des fluides, où elle comprend deux grandes branches : la statique des fluides qui étudie les fluides au repos et la dynamique des fluides qui étudie les fluides en mouvement. On distingue aussi d'autres branches liées à la mécanique des fluides dont : l'hydraulique, l'aérodynamique, l'hydrodynamique ainsi que la mécanique des fluides numérique(CFD), qui simule l'écoulement des fluides en résolvant les équations qui les régissent à l'aide des méthodes numériques.

La mécanique des fluides est appliquée dans divers domaines comme l'ingénierie navale, l'aéronautique ...

-c'est quoi un fluide ? Et quels sont ses types ?

I.2. Définition du fluide :

Un fluide peut être considéré comme étant une substance formé d'un grand nombre de particules matérielles, très petites et libres de se déplacer les unes par rapport aux autres. C'est un milieu matériel continu, déformable, sans rigidité, qui peut s'écouler et prend la forme du récipient qui le contient. On distingue deux types de fluides : (incompressible et compressible).

Un fluide est dit incompressible lorsque le volume occupé par une masse donnée ne varie pas en fonction de la pression ou de la température extérieure. Les liquides peuvent être considérés comme des fluides incompressibles (eau, huile, etc.)

Un fluide est dit compressible lorsque le volume occupé par une masse donnée varie en fonction des inhomogénéités de la pression ou de la température dans l'écoulement (une variation de la masse volumique). Ces variations de la masse volumique influencent naturellement l'écoulement. Les gaz sont des fluides compressibles. Par exemple, l'air, l'hydrogène, le méthane à l'état gazeux [2].

I.3. Définition de l'écoulement du fluide :

On dit un écoulement quand un fluide est en mouvement ; On distingue plusieurs types d'écoulements :

Un écoulement est dit laminaire quand les particules marquées diffusent très lentement, c'est-à-dire s'écartent peu les unes des autres et les différentes couches glissent les unes par rapport aux autres sans se mélanger.

Un écoulement est dit turbulent quand les particules marquées s'éloignent très rapidement de manière aléatoire, irrégulière et dans toutes les directions les unes des autres où on ne trouve pas de trace de marquage significative très près de l'endroit où le marqueur a été introduit.

On peut dire alors que la transition entre l'écoulement laminaire et turbulent dépend de la vitesse, mais aussi des caractéristiques (viscosité) du fluide. Les grandes vitesses provoquent l'instabilité des particules ; c'est-à-dire le caractère turbulent de l'écoulement.

I.4. Les différents régimes de l'écoulement compressible :

Dans un écoulement compressible, la perturbation de pression ponctuelle se propage dans toutes les directions à la vitesse locale du son (qui est finie). On distingue donc trois principales configurations d'écoulement compressible suivant les valeurs du nombre de Mach: le régime subsonique ($M < 1$), sonique ($M = 1$) et supersonique ($M > 1$). Pour illustrer les phénomènes liés à ces régimes, on considère un point matériel P se déplaçant à une vitesse u dans un fluide. Au cours de son mouvement, le point matériel engendre au sein du fluide des perturbations de pression (il est la source d'émission d'ondes acoustiques), qui engendrent elles-mêmes des variations de masse volumique, etc. En fonction du régime d'écoulement, ces perturbations se propagent différemment (Figure I.1).

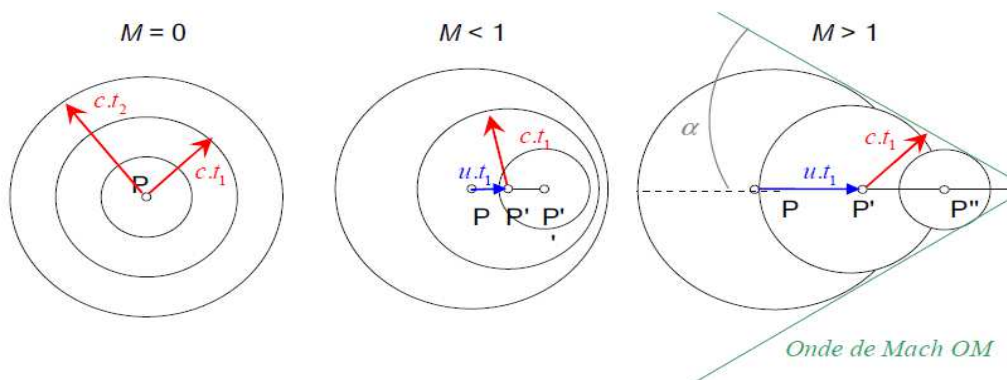


Fig. I.1-a

Fig. I.1-b

Fig. I.1- c

Figure I.1- Propagation d'ondes de pression et évolution des fronts d'onde en fonction du régime d'écoulement (distingué par le nombre de Mach).

Le cas où P supposée immobile et le nombre de Mach vaut ; $M = 0$ (fig. I.1-a), les ondes acoustiques émises de P se propagent à la vitesse du son c et provoquent une formation des fronts d'ondes sphériques, de rayon ct_1 à l'instant t_1 et ct_2 à l'instant t_2 . Tout le champ est instantanément et uniformément affecté par l'émission des ondes de pression.

Dans ce cas, on peut noter, malgré que la source ait considérée immobile, mais cette situation peut aussi être interprétée comme le cas limite où la source se déplace à la vitesse u et la célérité du son est infinie, ce qui correspond à l'hypothèse d'incompressibilité.

La particule fluide est en mouvement à une vitesse u et $M < 1$ (subsonique) (fig. I.1- b), le front d'onde émis ne forme plus des sphères concentriques aux différents instants. Dans ce cas et d'une manière inhomogène le champ est affecté par les ondes de pression. Chaque onde se déplace plus rapidement dans le sens de l'écoulement que dans sa direction opposée. La position de la source P sera toujours à l'intérieur du front d'onde.

Un écoulement compressible supersonique ($M > 1$) (fig. I.1-c), le point matériel se déplace plus vite que les perturbations qu'il engendre. Les ondes de perturbations ne peuvent plus remonter l'écoulement et s'accumulent le long de lignes (ou surfaces) de discontinuités infinitésimales d'angle $\alpha = \arcsin(M^{-1})$, appelées ondes de Mach [2]

I.5. Ecoulements des fluides compressibles dans une tuyère supersonique.

I.5.1. Présentation de la tuyère supersonique :

I.5.1.1. Point de vue historique :

À la fin de *XIX^{ème}* siècle et après des grands travaux de recherche par des chercheurs et ingénieurs, la tuyère était construite enfin.

En 1887, Gustave de Laval fabriquait une petite machine à vapeur afin de prouver que de telles machines peuvent être construites dans de semblables dimensions.

En 1890, il a développé une tuyère qui permet d'augmenter la vitesse de la vapeur entrant dans la turbine ; par la suite cette tuyère est connue sous le nom de la tuyère de Laval (tuyère supersonique).

Elle présente une importance immense dans la conception des machines à grandes puissances et vitesses telles que la fusée, turbines à vapeur et à gaz [3]

I.5.1.2. Définition de la tuyère de Laval :

Une tuyère supersonique (tuyère de Laval) est une conduite de forme convergente-divergente dont son profil est spécifiquement étudié, elle est constituée de trois parties essentielles comme le montre la figure I.2 :

- **Le convergent** : représente la partie amont de la tuyère, son rétrécissement contribue à l'accélération du gaz où l'écoulement est subsonique.
- **Le col** : la partie canal de l'écoulement du gaz où le diamètre est minimum et l'écoulement atteint la vitesse du son.
- **Le divergent** : situé en aval du col, sert à augmenter la vitesse d'injection des gaz au cours de leur détente et améliore leur effet propulsif où l'écoulement atteint des vitesses supersoniques.

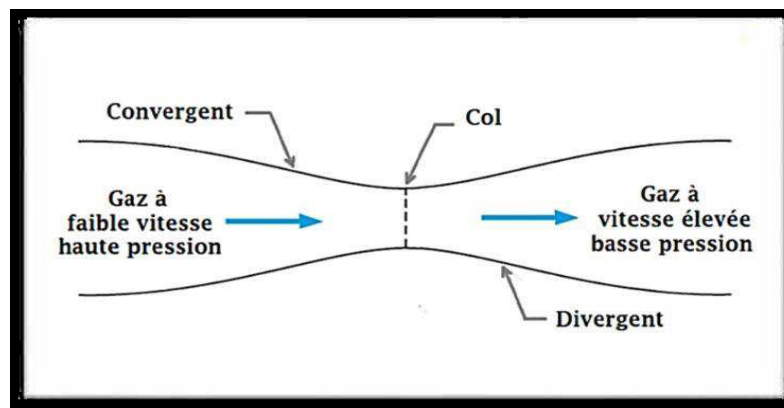


Figure I.2- Schéma d'une tuyère convergente-divergente (de Laval) [4].

La fonction de la tuyère est de mettre en communication une chambre contenant un gaz comprimé avec un milieu extérieur d'évacuation, dont la pression entre ces deux milieux est différente, ce qui permet l'accélération du gaz. Elle commence par une vitesse faible à l'entrée du convergent, ensuite elle augmente à une vitesse sonique au col, puis elle devient supersonique au divergent.

La forme de la tuyère permet de détendre les gaz (voir la figure I.3). Cette opération de détente fait convertir l'énergie potentielle du gaz en énergie cinétique.

Tout le long de la tuyère, la vitesse de l'écoulement augmente, pendant que la pression diminue. [5,6].

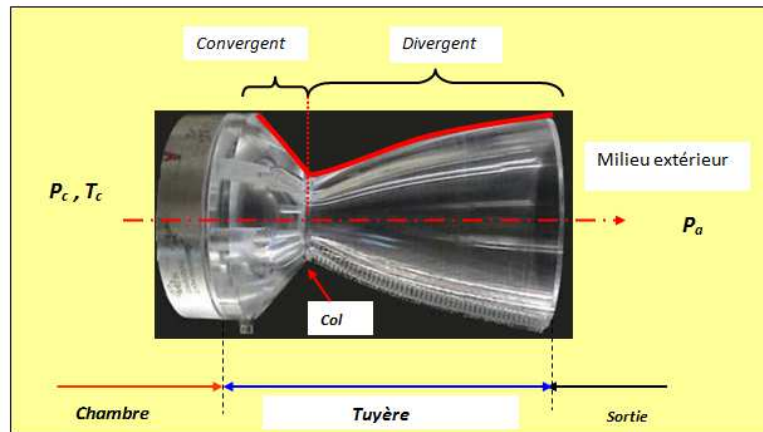


Figure I.3- La tuyère supersonique [7].

I.5.2. Le domaine d'applications des tuyères supersoniques :

Le rôle principal de cette tuyère est de transformer l'énergie de pression en énergie cinétique. Les profils de ces tuyères se conforment avec une ligne de courant. Leur détermination se fait généralement par la méthode des caractéristiques.

Les tuyères au début étaient considérées comme étant des organes annexes, leurs rôles consistaient essentiellement pour le cas d'un turboréacteur, afin d'assurer le fonctionnement du compresseur à un régime de vol donné et cela pour une adaptation convenable de sa forme géométrique.

Les tuyères supersoniques interviennent dans beaucoup de structures telles que :

I.5.2.1. Les moteurs d'avion :

Dans de tels projets, la tuyère doit assurer le blocage de l'écoulement aux divers régimes de fonctionnement par la variation de la surface au col en fonction du débit, des conditions de température et de pression des gaz à évacuer, doit aussi réaliser la détente optimale des gaz de combustion. C'est-à-dire, la poussée maximale du régime de la croisière. Ce problème est délicat, car la section de sortie doit être raccordée au maître couple du moteur ou à la structure de l'avion par carénage.

Aux régimes du vol intermédiaire, la tuyère ne doit pas provoquer des pertes de poussée trop élevées du fait de son inadaptation.

A l'atterrissage, la tuyère doit contribuer au freinage de l'avion par l'organisation d'un reversement de la poussée (voir la figure I.4), le plus souvent par déviation du jet à la sortie. Elle participe aussi à l'atténuation du bruit [8].



Figure I.4- Tuyère supersonique d'un avion de combat [9].

I.5.2.2. Les moteurs fusés :

Le moteur le plus simple et le plus rapide pour les vitesses supérieures à 1500 Km/h dont la tuyère, joue un rôle essentiel, où elle permet l'éjection des gaz de combustion à la sortie de la chambre de combustion à grande vitesse, dans le but d'obtenir une force de poussée comme résultante de cette accélération.

La figure I.5 représente une tuyère propulsive d'un moteur fusée :



Figure I.5- Tuyère propulsive d'un moteur fusée [10].

I.5.2.3. Les souffleries supersoniques:

Une soufflerie supersonique (voir la figure I.6) est une installation d'essais utilisée en aérodynamique, dans le but de recréer des conditions de vol d'un appareil à des fins expérimentales. En simulant des écoulements réels sur des prototypes à échelle réduite (profil d'aile, maquette d'avion...), elles sont fondées sur le principe de l'uniformité et l'analogie à l'air libre de l'atmosphère, du profil de vitesse ainsi que celui du nombre de

Mach en sortie de tuyère. Cette dernière est l'élément indispensable de la soufflerie permettant de faire passer l'écoulement d'air à une vitesse supersonique. Une installation supersonique peut se présenter sous une variété de configurations différentes (à rafale, à impulsion, à cycle fermé ...) et comprend alors un équipement permettant de générer une différence de pression entre les deux extrémités de la tuyère. Cet équipement se compose, d'une manière générale, de trois parties principales : le collecteur (le convergent), la chambre d'expérience et le diffuseur (le divergent).

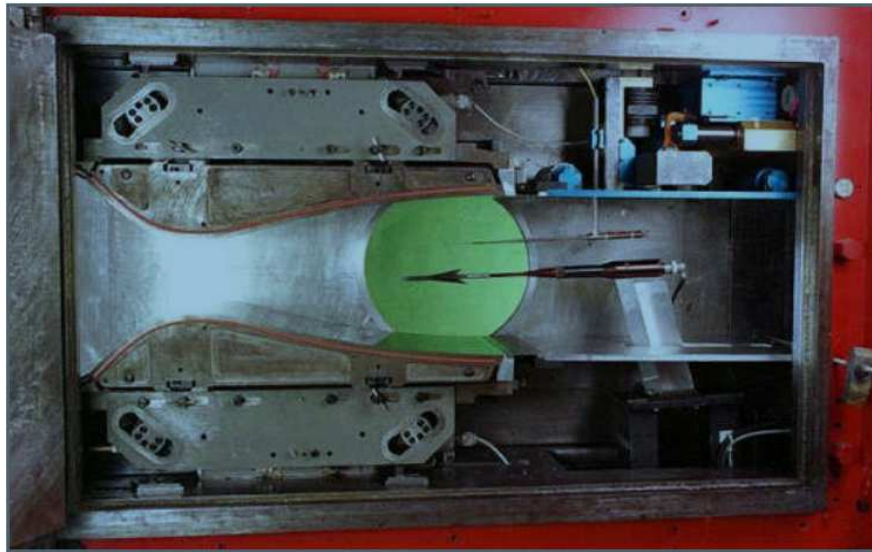


Figure I.6- Soufflerie supersonique[11].

I.5.3. Fonctionnement théorique de la tuyère supersonique :

L'approche monodimensionnelle des écoulements des gaz calorifiques parfaits et non-visqueux permet de décrire les différents régimes de fonctionnement d'une tuyère supersonique. Considérons le système représenté par la figure I.7, constitué d'une tuyère de Laval, la tuyère est en communication avec un réservoir contenant un gaz à une pression génératrice P_c supposée fixe. Le divergent débouche dans une enceinte quasi infinie dont la pression statique P_a est variable.

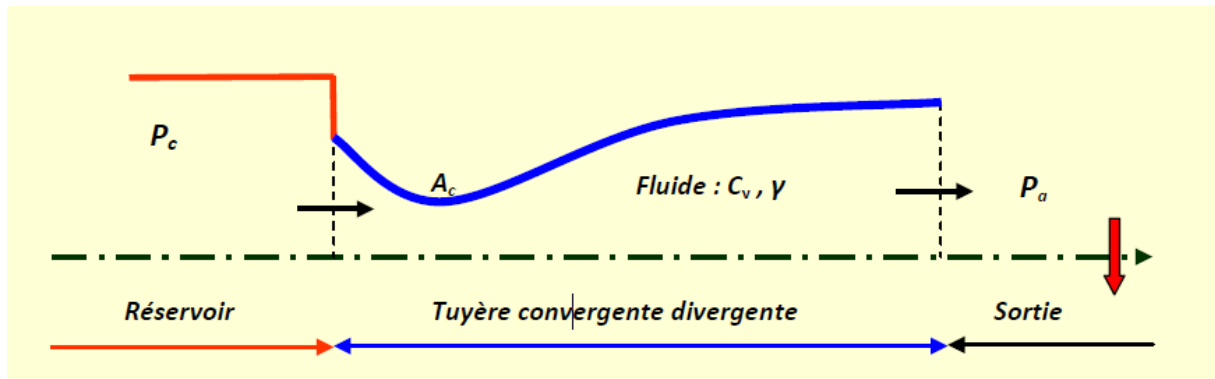


Figure I.7- Schéma de la tuyère supersonique [12].

Si la pression du milieu extérieur est égale à la pression de la chambre, le fluide est entièrement au repos (figure I.8, courbe (a)). Si la pression du milieu ambiant P_a diminue progressivement au-dessous de la pression P_c supposée constante, un débit d'écoulement prend naissance et cinq régimes particuliers d'écoulements sont distingués [13, 14 et 15].

I.5.3.1. Écoulements subsonique :

Dans ce cas, l'écoulement est subsonique tout le long de la tuyère où au début le débit augmente avec la diminution de la pression ambiante.

Dans le convergent, la vitesse augmente et la pression diminue et atteint une valeur minimale au col. Par contre, dans le divergent la vitesse diminue et la pression augmente jusqu'à la pression extérieure.

Par conséquent, la pression au col est minimale, d'où la vitesse dans cette section passe à une valeur maximale.

I.5.3.2. Ecoulement sonique adapté :

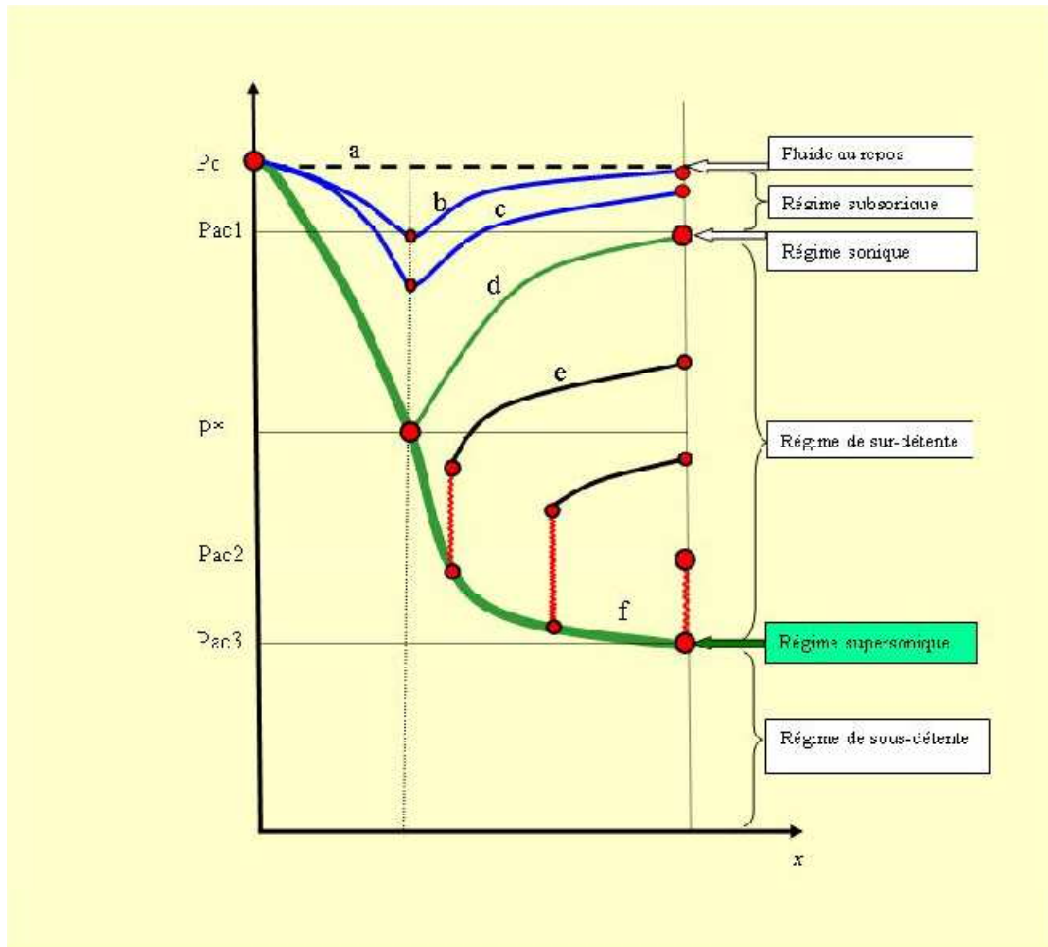


Figure I.8- Les régimes d’écoulement dans une tuyère supersonique, évolution de la pression le long de la tuyère [12].

L’écoulement est dit sonique adapté, si P_a diminue davantage jusqu’à une valeur caractéristique notée P_{ac1} , l’écoulement au col devient sonique et le débit atteint une valeur limite maximale.

Au col de la tuyère, la pression atteint la valeur critique P^* et la vitesse atteint la vitesse du son, à cet instant le col est amorcé.

I.5.3.3. Ecoulement sonique non adapté

Si P_a diminue au-dessous de P_{ac1} , le col reste toujours sonique, Dans le divergent apparaît un phénomène irréversible appelé onde de choc, l’écoulement est dit sonique non adapté ou régime de sur détente. L’évolution de l’écoulement du gaz est représentée par la courbe (e) de la figure I.8. Dans le convergent, l’écoulement ne subit aucune modification mais dans le divergent une onde de choc stationnaire est normale à l’axe de la tuyère divise l’écoulement en deux parties (figure I.9).

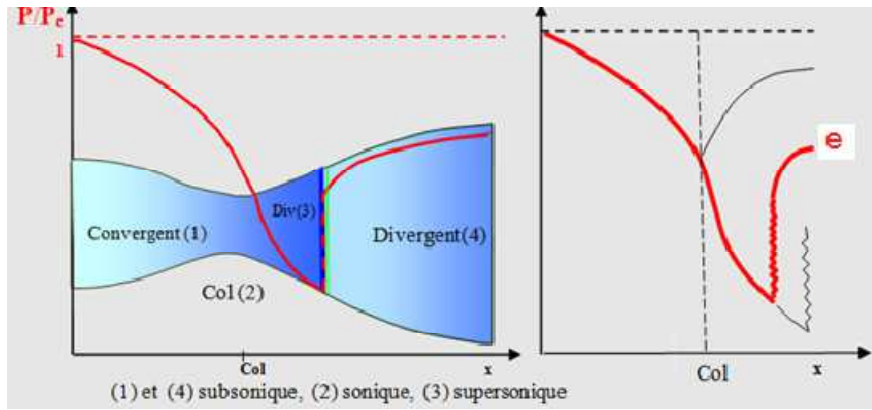


Figure I.9- Régime de sur détente en 1D [12].

Dans la première partie du divergent, l'écoulement est supersonique, la vitesse continue à augmenter et la pression diminue.

A travers l'onde de choc, la pression augmente brusquement, et la vitesse diminue davantage. L'onde de choc se place de telle façon que la compression qui s'effectue ramène la pression de la sortie à la pression ambiante P_a .

Dans la deuxième partie du divergent (après l'onde de choc), la pression remonte et la vitesse diminue progressivement, l'écoulement est à nouveau subsonique.

L'onde de choc se déplace vers la sortie lorsque P_a diminue. Soit P_{ac2} la pression ambiante pour laquelle l'onde de choc se place à la sortie de la tuyère.

En diminuant davantage la pression P_a au-dessous de P_{ac2} , l'écoulement dans le divergent est entièrement supersonique, la diminution de P_a ne modifie plus l'écoulement à l'intérieur de la tuyère. L'adaptation de la pression entre la sortie de la tuyère et la pression du milieu ambiant doit se faire à l'extérieur du divergent par l'intermédiaire d'ondes de choc obliques.

I.5.3.4. Ecoulement supersonique adapté :

L'écoulement devient entièrement supersonique quand P_a continue à diminuer jusqu'à ce que le phénomène d'onde de choc disparaît, il n'y a plus de recompression externe alors, là la tuyère est parfaitement adaptée.

La courbe (f) sur la figure I.8 représente l'évolution du gaz dans ce cas dont P_{ac3} la pression ambiante pour laquelle ce phénomène se produit appelée pression d'adaptation.

I.5.3.5. Écoulement supersonique non adapté :

Lorsque P_a devient inférieure à P_{ac3} on dit que l'écoulement est dit supersonique non adapté.

Dans la tuyère de Laval, l'écoulement ne subit aucune modification, l'adaptation entre la tuyère et la pression ambiante se fait à l'extérieur de la tuyère par l'intermédiaire d'une série d'ondes de détente obliques.

I.5.4. Le fonctionnement réel de la tuyère de Laval :

Dans les écoulements réels; la tuyère admet une couche limite très sensible aux variations de pression, cela implique une complexité des phénomènes physiques dans la tuyère. Lorsque le col de la tuyère est sonique ; l'écoulement dans la tuyère dépend uniquement de la pression à la sortie de la tuyère notée P_e et du milieu ambiant notée P_a [10].

Dans ce cas on distingue trois régimes en fonction de la différence entre ces deux pressions :

I.5.4.1. Régime d'adaptation :

La tuyère est dite adaptée si la pression P_e à la sortie de celle-ci est égale à la pression ambiante P_a ($P_e = P_a$).

Dans ce cas le gaz se détend depuis la chambre jusque à la sortie de la tuyère. En sortant de la tuyère, l'écoulement sort sous forme d'un jet supersonique quasi-uniforme et la couche limite de jet entre en contact avec le fluide ambiant et l'entraîne dans son sillage, en formant une couche de mélange (figure I.10).

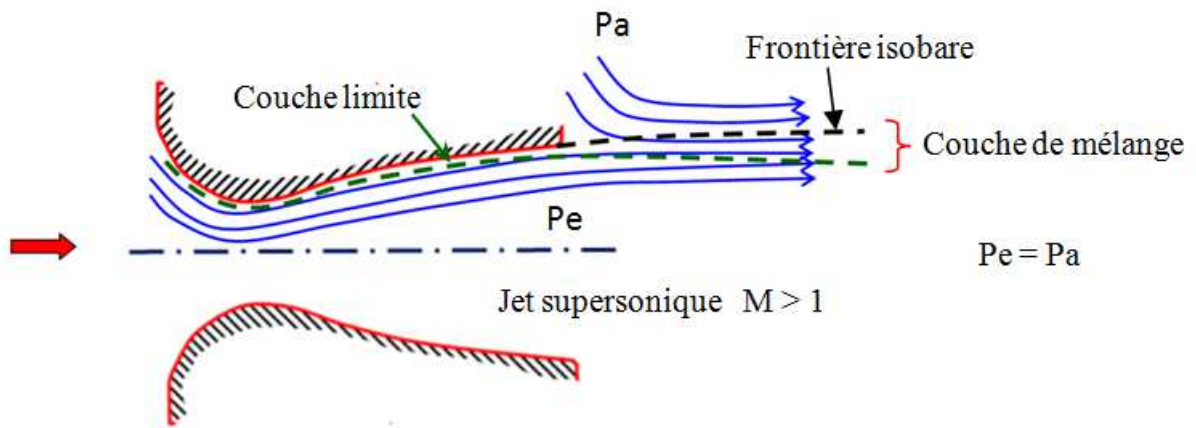


Figure I.10 - L'organisation de l'écoulement à l'adaptation[12].

I.5.4.2. Régime de sous détente :

Ce régime est hors adaptation. En sortant de la tuyère le gaz continue sa détente jusqu'à ce qu'il atteigne une pression de sortie inférieure à la pression ambiante ($P < P_a$).

A la sortie de tuyère le gaz continue sa détente à l'aide d'un faisceau d'onde de détente, vu que la pression de sortie est supérieure à la pression ambiante, un élargissement du jet supersonique est observé à la sortie de la tuyère. La frontière isobare qui sépare le jet supersonique du fluide du milieu ambiant prend une forme divergente (figure I.11).

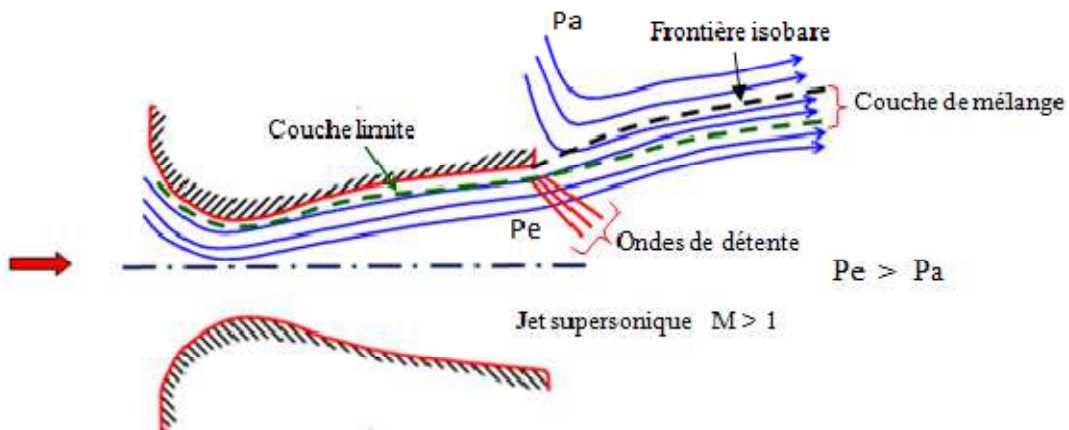


Figure I.11- Organisation de l'écoulement en régime de sous détente[12].

La figure I.12 représente le profil de pression pariétale le long de la tuyère à l'adaptation et en sous-détente. L'écoulement suit une distribution de pression strictement décroissante depuis la pression de la chambre jusqu'à la pression de sortie.

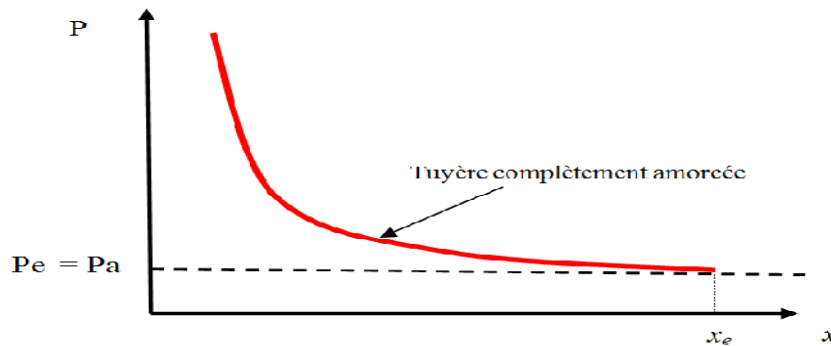


Figure I.12- Profil de pression pariétale le long de la tuyère à l'adaptation et en sous-détente [12].

I.5.4.3. Régime de sur détente :

Un autre régime hors adaptation dit régime sur détente, il s'effectue lorsque la pression du milieu ambiant P_a est supérieure à la pression d'adaptation de la tuyère.

Le gaz se détend dans la tuyère jusqu'à une pression statique P_1 qui est inférieure à la pression ambiante P_a , dans cette situation la couche limite du jet subit une contre pression et un choc d'intensité P_2/P_1 se forme dans l'écoulement.

La pression après le choc P_2 est presque égale à la pression ambiante.

Suivant l'intensité du choc, deux cas sont rencontrés : le régime de sur-détente avec décollement naissant et le régime de sur-détente avec décollement étendu.

➤ Sur-détente avec décollement naissant :

Pour des gradients de pression adverse modérés, la couche limite subsonique détecte ou ressent la contre pression en un point O appelé origine de l'interaction juste un peu en avant de la sortie de la tuyère. La couche limite décolle de la tuyère à la lèvres et un choc oblique se forme à la sortie de la tuyère. Dans ce régime il n'y a pas de point de décollement. Ce régime de sur détente est qualifié de sur-détente avec décollement naissant (figure I.13).

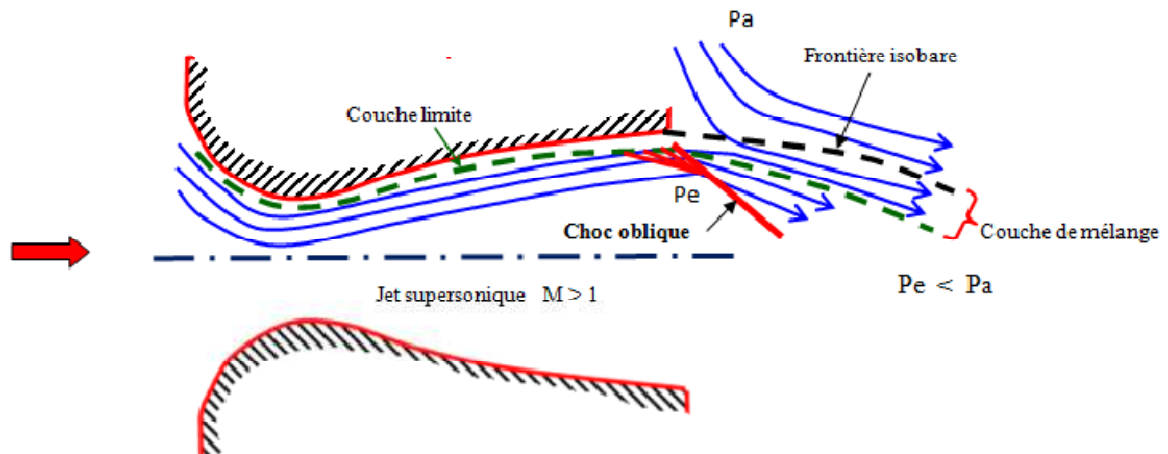


Figure I.13- Tuyère en surdétente avec décollement naissant de la couche limite[12].

➤ **Sur-détente avec décollement étendu :**

La couche limite n'est pas en mesure de supporter n'importe qu'elle valeur de contrepression. Au-delà d'une certaine valeur critique, la couche limite décolle à l'intérieur de la tuyère. Ce décollement entraîne une profonde modification de l'écoulement, comme le montre le montage réalisé dans la (figure I.14), [16, 17]

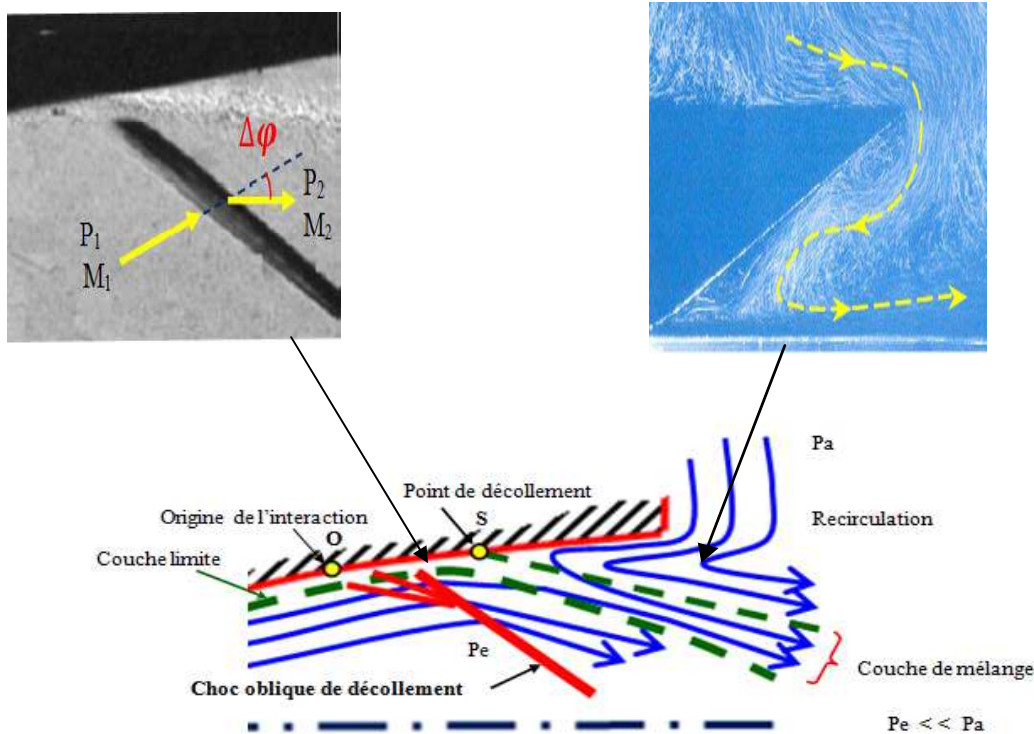


Figure I.14- Tuyère en sur détente avec décollement étendu de la couche limite [12].

Le décollement ainsi créé va se produire dans un point S situé à l'intérieur de la tuyère. Au niveau de ce point de décollement, il se produit une compression rapide de l'écoulement interne de la tuyère depuis la pression P_1 (pression non perturbée immédiatement avant le décollement) jusqu'à la pression P_2 (pression en aval du point de décollement). Cette rapide contrepression provoque la formation d'un choc oblique au travers duquel l'écoulement est ralenti et dévié d'un angle $\Delta\varphi$ et son nombre de Mach passe de M_1 à M_2 . De S part une couche de mélange, zone visqueuse assurant une transition continue des propriétés de l'écoulement décollé entre le jet à grande vitesse situé près de l'axe de symétrie et la région proche de la paroi, où le fluide est presque stagnant. Le fluide du milieu externe est aspiré à l'intérieur de la tuyère sous l'effet d'entraînement puis évacué dans la couche de mélange.

Ce régime est très dangereux pour la tuyère. La topologie de l'écoulement dans ce régime est fortement influencée par le profil de la tuyère ainsi que le rapport de pression p_c/P_a .

I.5.5. Fonction de poussée :

La poussée et les régimes moteur (adaptation, sous-détente, sur-détente) pour un moteur-fusée donnant une pression chambre $P_{io}=36.7$ bar, le nombre de Mach de cette tuyère qui correspond à la poussée optimale à $P_a=1$ bar est d'ordre 3. Tandis que cette poussée pour cette condition de pression chambre est égale à 1.45. L'évolution de la poussée en fonction du nombre de Mach de sa tuyère est représentée sur la figure I.15. La fonction de poussée pour un écoulement monodimensionnel par tranches est représentée sur la figure I.16. Elle est seule dépendante de la nature du gaz.

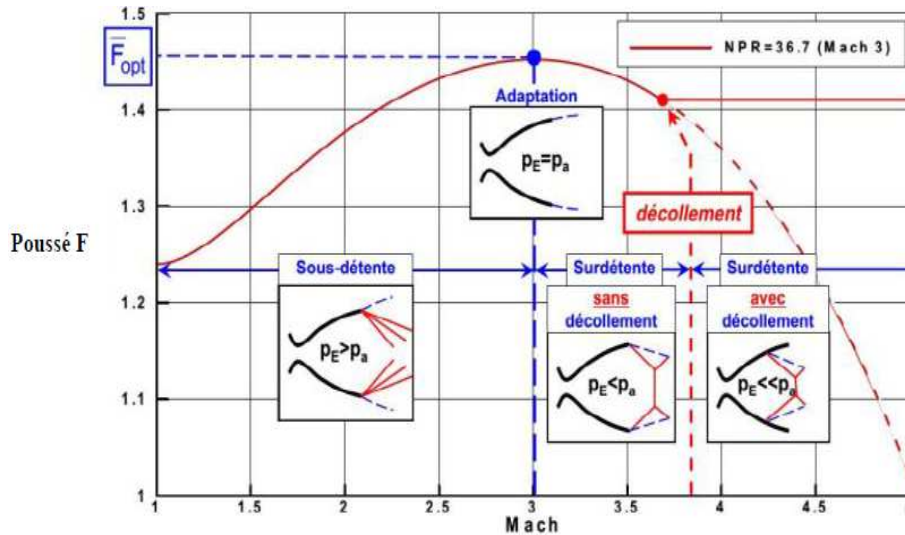


Figure I.15- Évolution de la poussée d'une tuyère fusée en fonction du nombre de Mach d'après P. Reijasse [9].

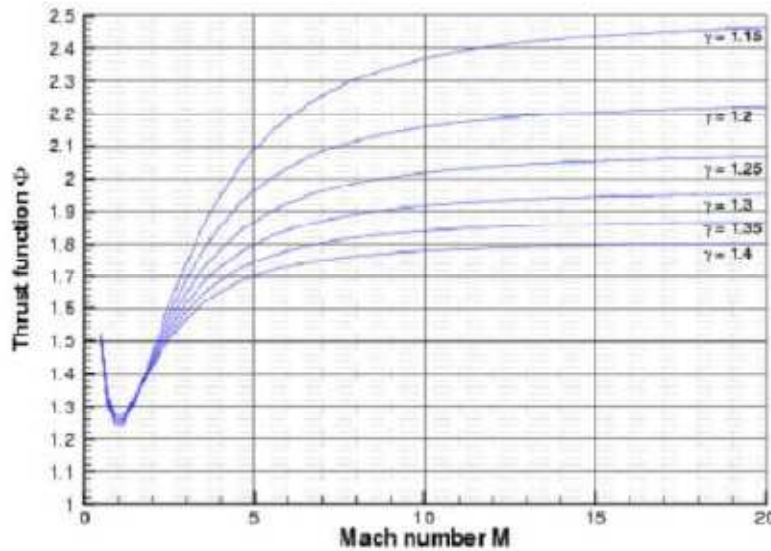


Figure I.16- Fonction de poussée en fonction du nombre de Mach d'une tuyère fusée pour différentes valeurs du coefficient de la chaleur spécifique d'un gaz [9].

I.6. Etude des profils de la tuyère :

Nous avons deux types de tuyères qui sont largement utilisés, il y a les tuyères à profil conique et les tuyères à profil optimisé.

I.6.1. Les Tuyères Coniques :

Les tuyères aux profils coniques sont utilisées particulièrement en raison de la simplicité de la conception et de la réalisation de leur divergent. L'angle de divergence se situe entre 15 et 25 degrés. Ce type de profil simple équipe principalement les

missiles et les propulseurs à poudre. Un exemple de tuyère conique est la tuyère de la fusée historique allemande [18].



Figure I.17- Tuyère conique [12].

I.6.2. Les tuyères optimisées :

Dans le domaine de l'aéronautique, la conception des tuyères ce qui se confrontent à la contrainte de poids et à la longueur du divergent, ce qui pousse à l'utilisation des profils optimisés. Il ya deux types à profil optimisé qui sont utilisés actuellement d'une part on a les tuyères idéales tronquées et d'autre part les tuyères à profil parabolique. [16,19]

➤ Les tuyères à contour idéal tronqué TIC :

Ce genre de tuyères est désigné de tuyères idéales tronquées ou tuyères TIC (Truncated Ideal Contoured nozzle), car le divergent de la tuyère est tronqué dans la dernière partie au prix de perte de poussée relativement limitée, et cela pour des raisons d'optimisation. Le profil est obtenu à partir de celui d'une tuyère idéale de référence qui a été calculé pour engendrer dans le plan de sortie un écoulement parallèle à l'axe. [19,20]

➤ Les tuyères à profil parabolique TOC :

Ce genre de tuyère est dit tuyère TOC de l'acronyme de la dénomination anglaise (Thrust-OptimiséContour Nozzle). Une méthode permettant d'optimiser la performance d'une tuyère pour une longueur donnée est proposée par Rao [33], d'après sa théorie il a conclu que la longueur typique d'une tuyère Rao est de 75% à 85 % de la longueur d'une tuyère conique de 15 degrés ayant le même rapport de section. Rao a aussi montré que le profil de la tuyère obtenu par cette méthode pouvait être approché par une parabole,

sans perte significative de performances. Ce type de profil est utilisé pour les tuyères des moteurs fusées moderne. Les deux tuyères ont le même rapport de section A_s / A_c et elles ont les mêmes performances pour un écoulement parfait. Mais, la tuyère TOC est plus optimisée que la tuyère TIC, donc une longueur plus faible et ce qui implique un poids plus faible. [21,22]

Les figures I.18 et I.19 présentent les profils de deux tuyères LEA-TIC et LEA-TOC :

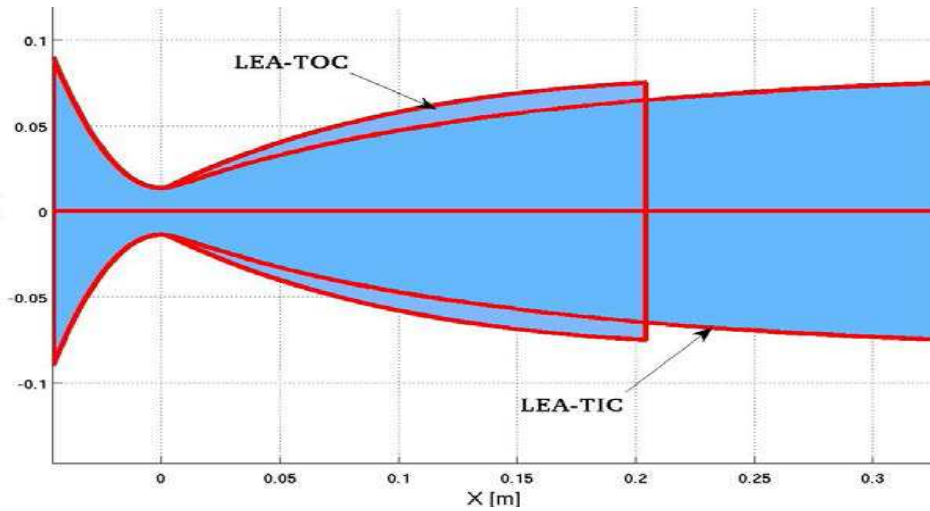


Figure I.18- Profils des tuyères LEA-TIC et LEA-TOC [12].

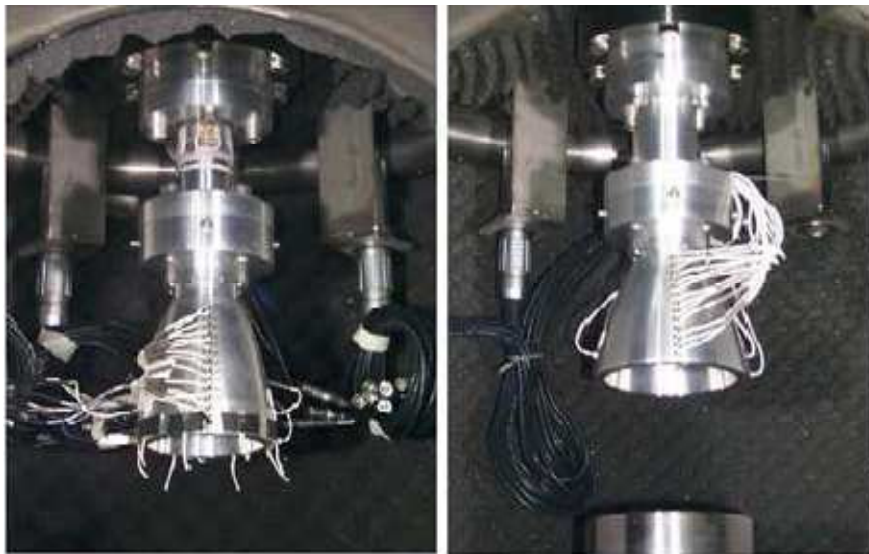


Figure I.19- Tuyères TIC et TOC du DLR [19].

I.7. Les ondes de choc :

Après avoir bien traité le sujet, nous avons constatés de nombreuses expériences et études qui montrent que les caractéristiques physiques des fluides compressibles lors des écoulements à grande vitesse peuvent subir des variations brusques sur des distances très faibles. Les équations connues des écoulements restent valables tant que les fonction sin connues restent continues. Cependant il est nécessaire d'envisager

l'apparition des discontinuités dans le champ des vitesses du fluide. On dit alors que le fluide subit un choc en ce point lorsque la vitesse est discontinue; en tel point, la densité, la pression et la température sont aussi discontinues. Le lieu géométrique de ces points dans lesquels se produit ce phénomène forme une surface que l'on appelle onde de choc.

Alors les exemples les plus connus sont les ondes de choc dans le domaine de l'aéronautique : type de comportement sont les ondes de détonation accompagnant les explosions et le "bang" produit par un avion en vol supersonique. L'observation par strioscopie ou par la méthode des ombres de l'écoulement dans une tuyère ou autour de projectiles à grande vitesse met en évidence des variations rapides de l'indice de réfraction du milieu à travers des fronts d'épaisseur très faible. Les changements de densité, de vitesse, de pression et de température correspondants s'effectuent sur une distance extrêmement courte, de telle sorte que l'onde de choc apparaît comme une discontinuité séparant des écoulements amont et aval continus.

I.7.1. Les différents types d'interaction d'onde de choc :

D'après la description de l'interaction d'onde de choc nous avons conclu qu'il ya plusieurs types d'interactions d'onde de choc que l'on peut obtenir entre une onde de choc oblique incidente et une onde détachée devant un corps émoussé (dièdre émoussé, hémisphère ou cylindre par exemple). Le schéma d'interférence obtenu dépend de la position angulaire du point de concours entre l'onde de choc incident et l'onde de choc détachée.

Le type d'interférence est déterminant vis-à-vis de l'échange de chaleur entre le gaz et la paroi du corps qui génère l'onde détachée. C'est pour étudier l'intensité des flux transmis lors d'interaction d'onde de choc Edney.B [23] a classé les interférences selon six modèles ou schéma différent. Cette classification a été universellement adoptée. Ces six types d'interférence engendrent des pics de flux et de pression par le biais de différents mécanismes: interaction entre onde de choc et couche limite, attachement d'une couche de cisaillement, ou impact d'un jet supersonique. D'autres mécanismes dont découlent des effets thermiques secondaires existent: jet rasant la paroi et interaction d'un faisceau de détente avec la couche limite de la paroi. On peut regrouper les schémas d'interférences d'après le type d'action qu'ils induisent sur la paroi, la figure I.20 représente les classifications des types d'interférences [24].

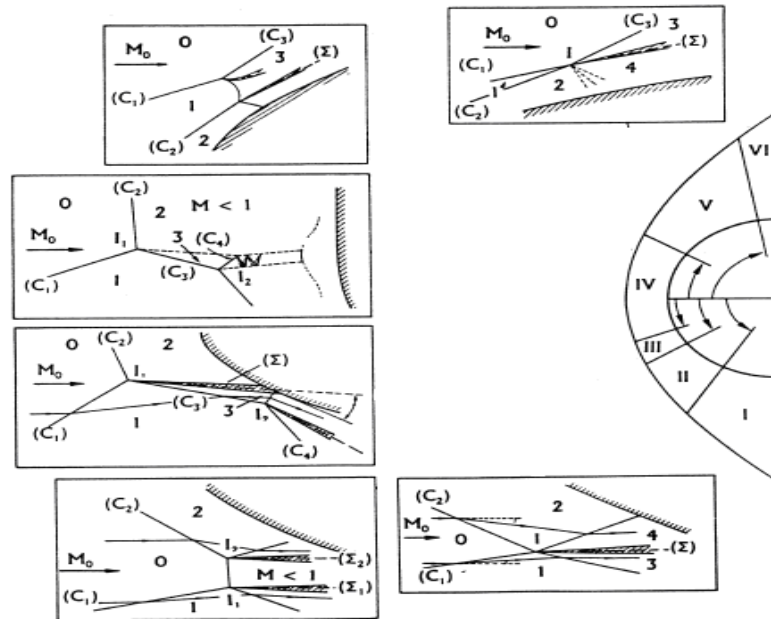


Figure I.20- Classification des six types d'interférences [12].

On a :

- Interaction choc-couche limite: types I, II et V
- Interaction due à l'impact d'une couche de cisaillement: type III
- Interaction due à l'impact d'un jet supersonique: type IV
- Interaction faisceau de détente-couche limite: VI

I.7.2. Structures de chocs dans les tuyères supersoniques:

De nombreux types de structures de chocs peuvent être observés dans les tuyères supersoniques en régime de sur-détente. Nous avons trois types ; la réflexion régulière, la réflexion de Mach et la réflexion mach inverse. La structure de chocs en chapeau. La structure de chocs elle dépend fortement du profil de la tuyère et du rapport de pression P_c / P_a [25].

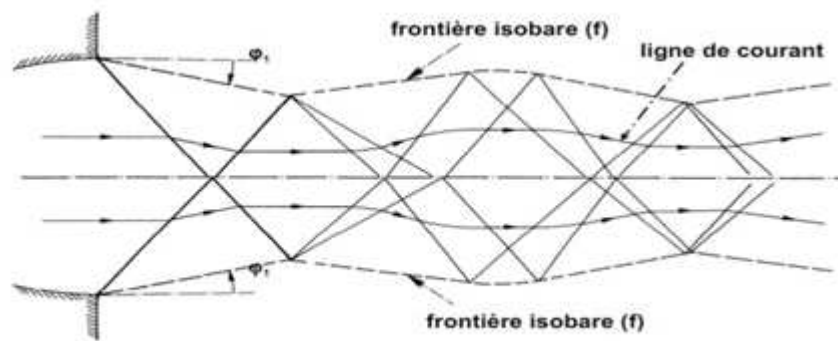


Figure I.21- Réflexion régulière de l'onde de choc sur le plan de symétrie [23].

➤ **Réflexion régulière :**

La réflexion régulière est observée, lorsque deux ondes de chocs obliques de décollement interfèrent, conduisant à deux ondes de chocs réfléchissantes. Ce type de réflexion est montré sur la figure I.21, représentent l'écoulement de sur-détente et la structure des chocs de détente, tandis que la Figure I.22 (A) (gauche) tirée à partir des résultats expérimentaux de l'ONERA, montre la structure topologique de l'écoulement avec la présence des chocs. Figure I.22 (B) (droite) représente la topologie d'un jet supersonique d'écoulement en régime de sous-détente avec réflexion régulière obtenue à partir de Jan Östlund [26].

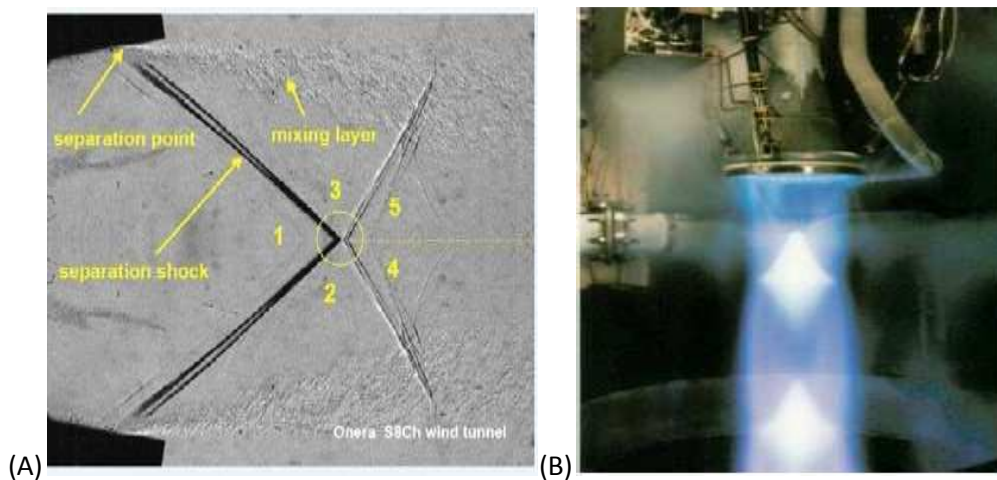


Figure I.22 -A) Visualisation strioscopique de la réflexion régulière [23], B) Réflexion régulière dans une tuyère réelle RL10-A5.

➤ **Réflexion de Mach :**

La réflexion de Mach est observée dans la Figure I.23 dans la partie basse, lorsque deux ondes de chocs obliques faibles de décollement interfèrent, il se forme une onde de choc forte quasi-normale (disque de Mach) et deux ondes de chocs réfléchissantes, ayant deux points triples et deux lignes de glissement, d'où l'écoulement derrière le disque de Mach est purement subsonique ($M < 1$). Ces deux lignes de glissement séparent les zones supersoniques situées en aval du disque de Mach. La figure I.24 représente la strioscopie d'écoulement en régime de sur-détente d'une tuyère Vulcain, indiquant la structure des chocs en réflexion de Mach [27,28].

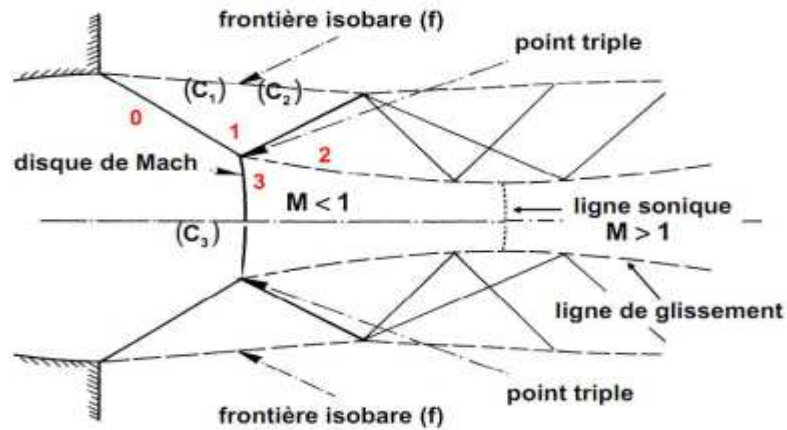


Figure I.23-Structure d'un jet supersonique plan isobare sur-détendu ; Formation d'un disque de Mach [23].

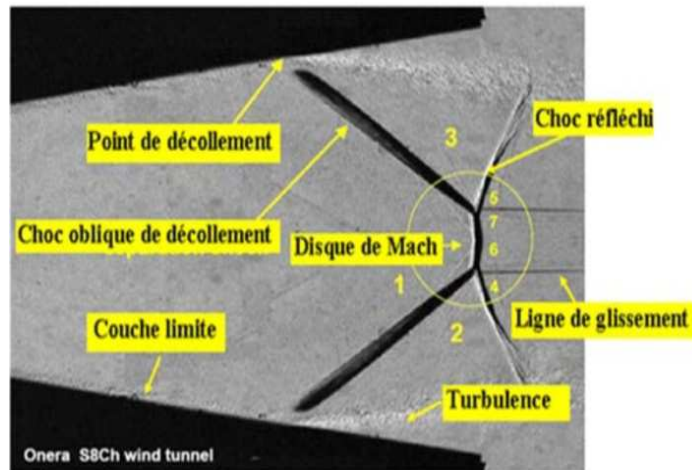


Figure I.24- Visualisation strioscopique de la réflexion de Mach [23] .

➤ **Réflexion de Mach inverse :**

Dans le cas des tuyères fortement optimisées en poussée, il se forme un choc interne de focalisation CIF. Ce choc est dû au changement de courbure de la paroi au niveau du col. Ce choc interne de focalisation se réfléchit de manière singulière sur l'axe, créant un disque de Mach, et un choc réfléchi CR1 qui interagit à son tour avec le choc oblique de décollement CI.

La ligne de glissement et les lignes de courant après le disque de Mach, divergent de l'axe de symétrie. Cette interaction de chocs complexe forme une structure de choc particulière appelée structure de chocs en chapeau. La réflexion de mach qui fait apparaître cette structure de chapeau est appelée réflexion de Mach inverse (voir la figure I.25). Cette structure dépend fortement de la courbure du profil de la tuyère et du rapport de pression P_c/P_a [25, 26, 16 et 7].

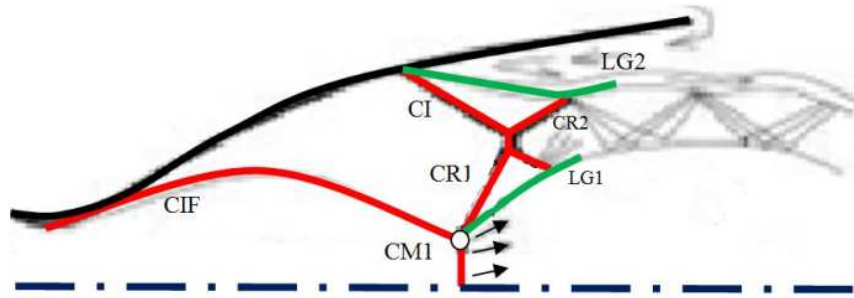


Figure I.25-Réflexion de Mach inverse [12].

La photographie de la figure 1.26 montre la structure de chocs en chapeau pour le moteur Vulcain du lanceur Ariane 5 testé au banc d'essai P_5 du laboratoire DLR en Allemagne. La luminosité très forte du jet est le résultat de l'échauffement du gaz au passage des chocs. L'eau produit par la combustion de l'hydrogène et l'oxygène rayonne fortement [20].

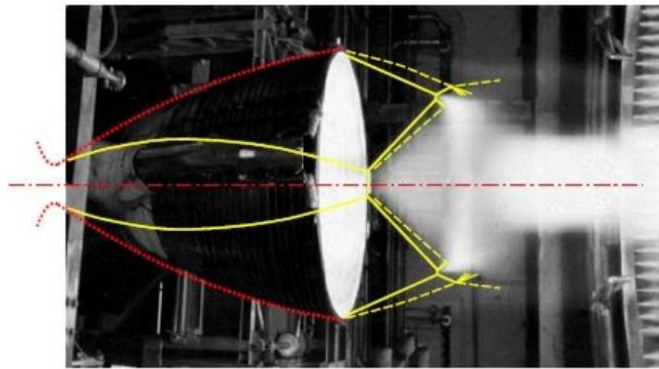


Figure I.26- Structure de choc en chapeau dans le jet du moteur vulcain au banc d'essai[14].

I.8. Recherches bibliographiques :

La tuyère convergente-divergente est le type le plus utilisé en fusée et fonctionne en convertissant l'énergie de pression du flux de carburant et l'énergie thermique de la combustion de carburant en énergie cinétique sous la forme de vitesse d'échappement élevée.

Dans la section convergente d'une tuyère de fusée, l'échappement se déplace à un niveau relativement basse vitesse (subsonique) et il devient sonique à la gorge (col). L'échappement compressible augmente jusqu'à la sortie et c'est supersonique dans la section divergente.

La taille et la forme d'une tuyère de fusée sont également très importantes. La section convergente commence au niveau de la chambre de combustion est formée généralement de manière à éviter tout écoulement. Perturbé de quelque manière que ce soit, c'est-à-dire que la convergence n'est pas trop abrupte et n'a pas de bords durs. La

taille de la gorge est déterminée par certaines caractéristiques du moteur telles que la pression de la chambre de combustion et chimie des gaz d'échappement.

La forme de la section divergente dépend du taux de dilatation et de la quantité de poussée requise. Le rapport entre la surface de sortie et la région de la gorge est appelé rapport de dilatation. La zone de sortie varie en faisant varier le profil du divergent.

- L'écoulement de gaz compressible dans une tuyère convergente-divergente et son panache d'échappement à différents rapports de pression de tuyère (NPR) ont été étudiés numériquement avec plusieurs modèles de turbulence. Mohammad Hadi Hamedi Estakhrsar, Mehdi Jahromi [27] montrent que le modèle SST $k - \omega$ donne les meilleurs résultats comparés aux autres modèles en termes de temps et de précision. L'effet des variations de valeur de demi-angle de divergence (ϵ) sur les performances de la tuyère, le coefficient de poussée (C_f) et le coefficient de décharge (C_d) a été étudié numériquement. Les résultats prévus montrent que pour un angle de divergence donné, le coefficient de poussée (C_f) augmente en augmentant le rapport de pression de la tuyère. De plus, pour un rapport de pression de tuyère donné, le coefficient de poussée augmente à mesure que l'angle de divergence de la tuyère diminue. Lorsque la tuyère du C-D est en train de se caler, la valeur de coefficient de décharge est indépendante du rapport de pression de la tuyère et également pour un rapport de pression de la tuyère donnée, le coefficient de décharge augmente lorsque l'angle de la tuyère de divergence (ϵ) augmente [27].

- Fred W. Steffen et al [28] ont effectué des tests sur diverses tuyères CD en modifiant les angles de divergence de $7^\circ 10'$ à 50° et les rapports de surface de tuyère de 1,39 à 3,81 sur une large plage de rapports de pression de tuyère, afin de déterminer les effets du changement de l'angle de divergence sur les performances internes des tuyères. Ils ont constaté que le coefficient de poussée diminuait de 0,973 à un angle de divergence de 7° à 0,93 pour un angle de divergence de 50° . Ils ont également observé que les rapports de pression dans lesquels la séparation augmentaient l'angle de divergence et affectaient grandement les performances de la tuyère. Finalement, ils ont conclu que pour un rapport de pression constant, la modification du rapport de surface de la tuyère a un effet négligeable sur la performance d'une tuyère. Les six angles différents de divergence de la tuyère, à savoir $7^\circ 10'$, $11^\circ 50'$, 24° , 30° , 36° et 50° , ont été étudiés. Dans les détails sont illustrés à la figure 1.28 et dans le tableau I.1 suivant :

Angle de divergence des tuyères	Rapports d'expansion de tuyère A_s/A_c				
7° 10'	1.39	1.69	----	2.65	----
11° 50'	1.39	1.69	----	2.65	----
24°	1.39	1.69	----	2.65	----
30°	----	----	1.8	----	----
36°	----	----	1.8	----	----
50°	----	1.69	----	2.65	2.65

Tableau I.1 :Les dimensions de différentes tuyères utilisées.

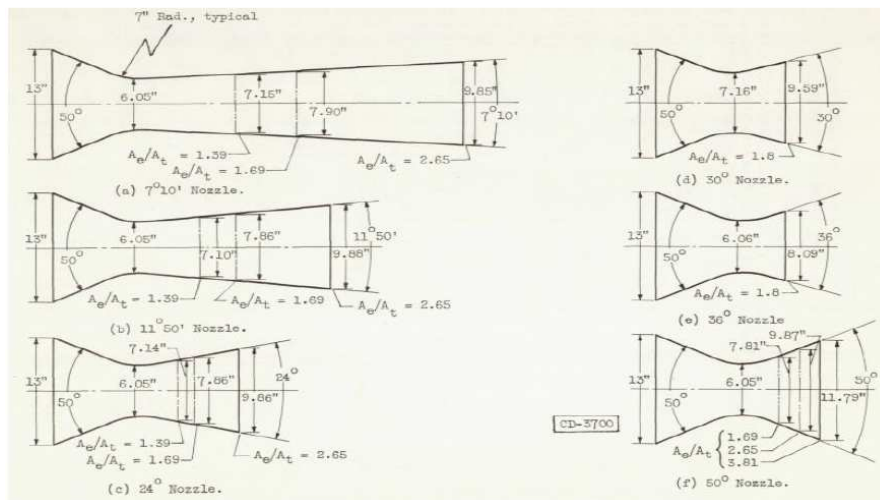


Figure I.27-Schémas de principe des tuyères convergentes-divergentes [29].

- G. Satyanarayana et al [30] ont effectué l'analyse de l'écoulement dans une tuyère supersonique convergente-divergente pour différentes sections telles que rectangulaire, carrée et circulaire à l'aide de ANSYS FLUENT 12.0. Des résultats ont montrés pour les variations de pression, de vitesse et de température de différentes tuyères supersoniques et ils ont démontré qu'une tuyère rectangulaire donne une vitesse de sortie élevée par rapport aux tuyères circulaires et carrées. Ils ont également mentionné que les propriétés du fluide dépendent largement de la section transversale de la tuyère qui affecte l'écoulement du fluide.
- Omid Joneydi Shariatzadeh, et al [31] ont réalisé une analyse de simulation sur une tuyère divergente convergente utilisée dans les souffleries supersoniques. Ils ont utilisé des outils logiciels tels que Ansys Fluent & Gambit pour cette analyse. Ils ont effectué la simulation sur une plate-forme 2D et ils ont comparé numériquement les résultats de la modélisation CFD aux données mesurées disponibles. Ils ont adopté deux modèles différents, à savoir le modèle K-ε-et le modèle K-ω. ils ont remarqué que le modèle k-ε reçoit des valeurs moyennes

supérieures de Mach par rapport au modèle k- ω . Par conséquent ils ont relevé que les valeurs de calcul ne correspondaient pas exactement aux données mesurées, ils ont conclu en affirmant que l'écart est dû à la variation de la propriété du matériau, au facteur de glissement et au frottement de la paroi. Enfin, ils ont terminé en montrant que le résultat réel obtenu dans un schéma peut différer de celui d'un autre et qu'il s'agisse d'une image éclatante du schéma précédent.

- Shanthi Swaroopini, et al [32] effectuent un travail de simulation pour des tuyères CD avec des angles de divergence différents en maintenant les autres entrées fixes. L'objectif de la thèse proposée est de montrer le meilleur taux de dilatation, le rapport pression / pression (NPR) et le rapport de surface de la tuyère (NAR) dans lesquels la poussée obtenue par la tuyère supersonique est maximale. La simulation est ensuite répétée pour le gaz de détente dont les résultats sont comparés à l'air standard pour indiquer duquel possédant les meilleures performances . Le design de la tuyère choisi est basé sur des études de littérature existantes.

Divergence Angle	Exit Radius (in)	Expansion Ratio or Nozzle Area Ratio (NAR)
5	3.831	1.5342
9	4.481	2.0262
11	4.94	2.4026
15	5.445	2.84
20	6.28	3.6172

Tableau I.2- Les dimensions de différentes tuyères utilisées [29].

L'expérience montre qu'il n'y a pas d'influence nette de l'angle du divergent dans des tuyères coniques de rapport de section 10. La simulation numérique donne des résultats identiques pour des tuyères coniques de rapport de section 40.

A même rapport de section et même rapport de pression, la tuyère galbée offre plus de détente (faible pression) que la tuyère conique, ce qui l'expose au risque de décollements précoces. De plus, les nombres de Mach sont importants, ce qui favorise la formation de phénomènes de disque de Mach. En pratique, la tuyère galbée offre, dans des conditions de fonctionnements nominales, une meilleure poussée. Cependant, en régime transitoire (allumage et extinction), un décollement important apparaît sur le divergent accompagné d'un disque de Mach de grande taille. Ces phénomènes dégradent considérablement les performances propulsives de la tuyère [32].

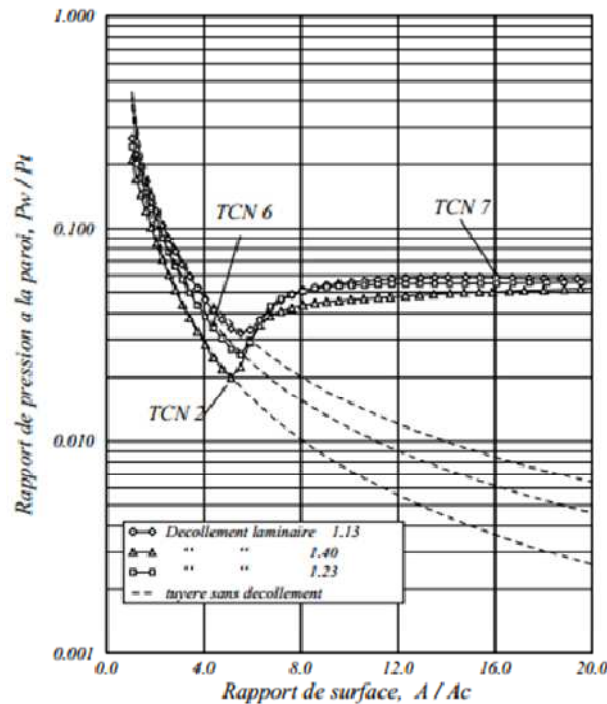


Figure I.28- Schémas de principe des tuyères convergentes-divergentes [29].

- Yu et al. (2012) [34] ont réalisé les Simulations de RANS Navier Stokes pour étudier l'effet de la géométrie de la tuyère sur la turbulence et les caractéristiques d'écoulement de fluide incompressible à travers la tuyère. Ils ont observé que le modèle de stress de Reynolds montre une amélioration significative par rapport à l'équation standard et aux deux modes d'équation pour la prédiction de turbulences des paramètres d'écoulement. La topologie maillée joue également un rôle majeur dans la détermination de la précision des résultats.
- Hussain et al. (2010) [35] ont expérimenté les caractéristiques de performance de quatre contractions axisymétriques de différentes formes de tuyère avec le même taux de contraction et ils ont révélé que toutes les tuyères sont essentiellement égales efficacité tant que le flux de base dans le plan de sortie est concerné.
- Pandey et al. (2010) [36] ont mené une étude numérique pour étudier l'écoulement supersonique dans une tuyère conique pour Mach 3 à divers degrés d'angle.
- Kunal et al. (2005) [37] a présenté l'analyse des caractéristiques de performance et de débit des solutions convergentes / divergentes de la tuyère et calculé la force de choc dans la partie divergente de la tuyère dans différentes conditions et avec une géométrie de tuyère différente.

➤ Expérience de R.A. Lawrence (1963) [38] .

Le phénomène de décollement instationnaire et dissymétrique a fait l'objet d'études nombreuses suite aux travaux de Lawrence [38]. Des essais bidimensionnels puis axisymétriques ont été effectués sur des configurations de tuyères coniques ou galbées. L'essentiel des résultats obtenus par l'auteur est donné dans le tableau 1-3. Juste après l'amorçage du col, le découlement est symétrique puis il devient dissymétrique et de plus en plus instable avec un régime de basculement pour des rapports de pression située entre 2.4 et 3. Au-delà de ces valeurs, le basculement disparaît mais le jet reste toujours dissymétrique . Quand le rapport de pression dépasse 4 le jet redevient symétrique . Il semble que les plages des rapports de pression définissant les différents types d'écoulements soient très peu affectées par l'angle du divergent de la tuyère. Ces résultats restent ainsi valables pour des tuyères à 17°, 22° et 36°.

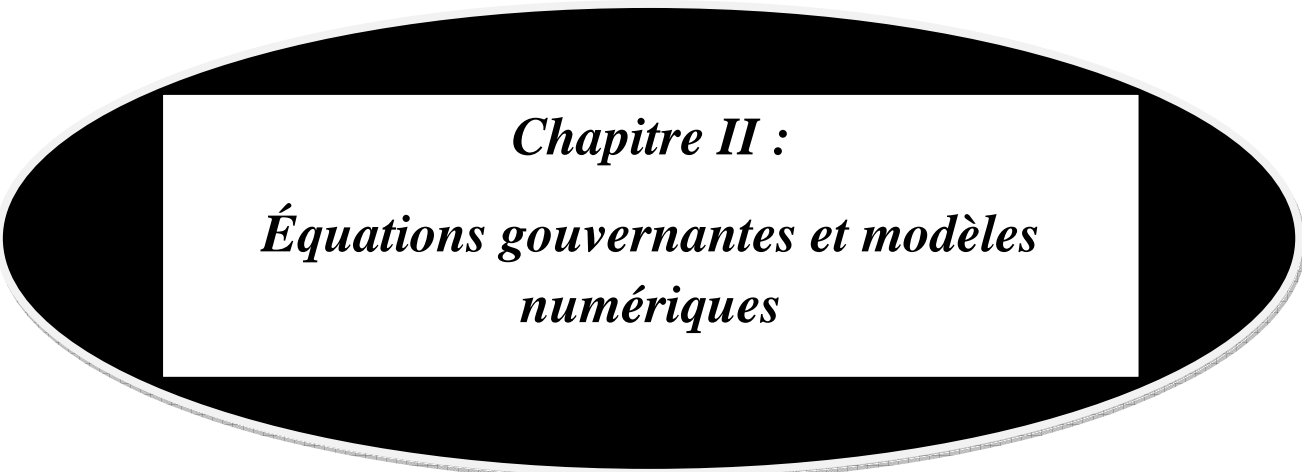
I.9. Conclusion :

Ce chapitre a été consacré aux généralités sur les écoulements des fluides compressibles ; particulièrement, dans les tuyères supersoniques, où les études expérimentales et numériques ont révélé la coexistence et la cohabitation d'une grande diversité de phénomènes physiques ; on peut citer :

- Trois régimes de l'écoulement sont présents (subsonique, sonique et supersonique),
- Phénomène du décollement de la couche limite de la paroi,
- Différentes formes de chocs peuvent être rencontrées: les ondes de chocs droites, les ondes de chocs obliques...

Finalement, on peut dire que les phénomènes rencontrés lors de l'écoulement dans les tuyères supersoniques sont multiples et complexes.

Donc, il faut s'attendre à des difficultés dans la modélisation et la simulation numérique de ce type d'écoulement.



Chapitre II :
Équations gouvernantes et modèles
numériques

II.1. Introduction :

Le modèle mathématique, disponible jusqu'à maintenant, pour décrire les différents phénomènes aérodynamiques, aussi complexes soient-ils, rencontrés dans la majorité des problèmes de l'industrie aéronautique, est le système d'équations de Navier-Stokes. Ces équations représentent les équations de base de la dynamique des fluides et régissent aussi bien les écoulements laminaires que turbulents. Même si elles n'expriment que la conservation de la quantité de mouvement, ces équations sont souvent citées comme exprimant les lois de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie.

II.2. Modèle mathématique :

II.2.1. Les hypothèses :

Dans notre étude on suppose que :

- ✓ Le système est ouvert.
- ✓ Le gaz est parfait.
- ✓ Les effets de gravité sont négligeables.
- ✓ L'absence de toute force magnétique ou électrique sur le fluide.
- ✓ Fluides visqueux.
- ✓ L'écoulement isentropique et stationnaire.

II.2.2. Equations de base des écoulements des fluides compressibles instantanés:

Pour un fluide compressible, visqueux et supposé parfait, les équations fondamentales de l'écoulement peuvent être données par les lois de conservations suivantes :

II.2.2.1. Equation de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \quad (2 - 1)$$

Où ρ est la masse volumique du fluide et u_j la composante j du vecteur vitesse.

II.2.2.2. Equation de conservation de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} (-P \delta_{ij} + \tau_{ij}) \quad (2 - 2)$$

Où P est la pression statique, δ_{ij} le tenseur de Kronecker et τ_{ij} le tenseur des contraintes visqueuses.

Chapitre II : les équations gouvernantes et modèle numérique

II.2.2.3. Équation de conservation de l'énergie :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \frac{\partial}{\partial x_j} [u_j(\rho E + P)] = -\frac{\partial q_j}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i \tau_{ij}) \quad (2-3)$$

Où q_j est le flux de chaleur dans la direction j , E est l'énergie totale par unité de masse.

Il faut ajouter aussi l'équation d'état des gaz parfaits :

$$P = \rho r T ; C_P - C_V = r ; \gamma = \frac{C_P}{C_V} \quad (2-4)$$

Où γ étant la constante particulière du gaz parfait. C_P et C_V représentent respectivement les chaleurs spécifiques à pression et à volume constants.

Pour un fluide supposé newtonien, le tenseur des contraintes visqueuses prend la forme suivante :

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \delta_{ij} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (2-5)$$

Dans laquelle μ et λ sont reliés par l'hypothèse de Stokes : $3\lambda + 2\mu = 0$ Le flux de chaleur par unité de surface q_j en fonction de la température s'écrit comme suit :

$$q_j = -k \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (2-6)$$

K est la conductivité thermique qui s'exprime en fonction de la viscosité dynamique par le nombre de Prandtl P_r :

$$P_r = \frac{\mu C_P}{k} = \gamma \frac{\mu C_V}{k} \quad (2-7)$$

En supposant que le fluide est calorifiquement parfait (l'énergie interne $e = C_V T$ et l'enthalpie $h = cpT$), le flux de chaleur peut s'écrire :

$$q_j = -k \frac{\partial T}{\partial x_j} = -\frac{\mu}{P_r} \frac{\partial h}{\partial x_j} \quad (2-8)$$

II.2.3. Équations de Navier-Stokes moyennées (RANS) :

Une quantité instantanée ϕ de l'écoulement peut être décomposée selon Reynolds en une partie moyenne $\bar{\phi}$ et une partie fluctuante ϕ' .

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \text{ où } \bar{\phi} = \lim_{\Delta T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\Delta T} \right) \int_{t_0}^{t_0 + \Delta T} \phi(t) dt \quad (2-9)$$

Chapitre II : les équations gouvernantes et modèle numérique

Les équations de Navier-Stokes moyennées peuvent contenir des termes additionnels comme les tenseurs des contraintes de Reynolds. Ces équations moyennées sont simplifiées pour les écoulements compressibles en utilisant la formule de Favre.

La méthode de Favre consiste à décomposer la quantité instantanée, par exemple la composante de la vitesse u_i , en une partie moyenne \tilde{u}_i pondérée par la masse et une partie fluctuante u_i'' ou :

$$\tilde{u}_i = \frac{\overline{\rho u_i}}{\bar{\rho}} = \frac{1}{\bar{\rho}} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \rho(x, \tau) u_i(x, \tau) d\tau \quad (2-10)$$

La formule de Favre élimine les fluctuations de la densité, elle est donc considérée comme une simplification mathématique. On présente dans ce paragraphe la dérivation de ces équations moyennées de Favre (Favre-Averaged Navier-Stokes équations) et ses discrétisations basées sur la méthode des volumes finis, utilisée par le code FLUENT. Les grandeurs du fluide sont écrites selon la moyenne de Favre comme suit :

$$\begin{cases} u_i = \tilde{u}_i + u_i'' \\ \rho = \bar{\rho} + \rho' \\ p = \bar{p} + p' \\ e = \tilde{e}_i + e_i'' \\ h = \tilde{h} + h'' \end{cases} \quad (2-11)$$

En remplaçant les quantités précédentes dans les équations de Navier-Stokes, nous obtenons les formules suivantes :

Pour l'équation de continuité :

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_j) = 0 \quad (2-12)$$

Pour l'équation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\bar{\mu} \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\overline{\rho u_i'' u_j''}) \quad (2-13)$$

Où le terme $-\overline{\rho u_i'' u_j''}$ représente les contraintes de Reynolds (flux turbulents de la quantité de mouvement). Pour achever la fermeture du système d'équations, ce terme doit être modélisé.

Les modèles de turbulence présents dans le code FLUENT utilisent le concept de la viscosité turbulente de Boussinesq, dans lequel la contrainte de Reynolds est supposée être une fonction linéaire des taux de déformation :

Chapitre II : les équations gouvernantes et modèle numérique

$$-\overline{\rho u_i'' u_j''} = \mu_t \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \bar{\rho} k \delta_{ij} \quad (2-14)$$

Où μ_t est la viscosité turbulente et k l'énergie turbulente donnée par la formule suivante :

$$k = \frac{1}{2} \overline{u_k'' u_k''} \quad (2-15)$$

Les équations moyennées de FANS (Favre-averaged Navier-Stokes equations) sont obtenues en remplaçant l'équation 2.14 dans l'équation 2.13 :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\bar{\mu} + \mu_t) \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_j} (-\bar{p} k) \quad (2-16)$$

De même pour l'équation d'énergie :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{h}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{h}) = \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \tilde{u}_j \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \bar{\tau}_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \overline{\tau_{ij}' \frac{\partial u_i''}{\partial x_j}} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(k \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{\rho} u_j h'' \quad (2-17)$$

Des termes additionnels apparaissent. Le premier terme est l'enthalpie fluctuante, elle peut être écrite sous la forme suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \bar{\rho} u_j'' h'' = \Gamma_t \frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_j} = C_p \Gamma_t \frac{\partial T}{\partial x_j} = C_p \frac{\mu_t}{P_{rt}} \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (2-18)$$

Où Γ_t est la diffusivité turbulente qui s'exprime comme suit : $\Gamma_t = \frac{\mu_t}{P_{rt}}$

P_{rt} est le nombre turbulent de Prandtl fixé à 0.9.

Le deuxième terme est le taux de dissipation de l'énergie turbulente ε qui dépend du choix du modèle de turbulence. On obtient le taux de dissipation par la résolution de l'équation de ε . Pour le modèle de k- ε , ce terme est défini par :

$$\overline{\tau_{ij}' \frac{\partial u_i''}{\partial x_j}} = \bar{\rho} \varepsilon \quad (2-19)$$

Si l'équation de ε n'est pas résolue (Comme dans le modèle de Baldwin-Lomax), le terme $\bar{\rho} \varepsilon$ s'exprime comme suit :

$$\overline{\tau_{ij}' \frac{\partial u_i''}{\partial x_j}} = \mu_t \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \quad (2-20)$$

L'équation d'état moyennée est donnée par la formule suivante :

$$p = \bar{\rho} r \tilde{T} \quad (2 - 21)$$

II.2.4. Modèle de turbulence :

Afin de déterminer la viscosité turbulente μ_t et fermer ainsi le système d'équations moyennes de Reynolds, un modèle de turbulence est requis. Le code de calcul FLUENT dispose de plusieurs modèles de turbulence. Un modèle à deux équations de transport à savoir : k- ω -SST est utilisé au cours de cette étude. Ce modèle est plus élaboré, plus général et plus utilisé en pratique.

II.2.4.1. Modèle de turbulence Spalart-Allmaras :

Le modèle de Spalart-Allmaras est un modèle à une équation. Il résout en général une équation de transport liée à la viscosité turbulente μ_t . Cette dernière est donnée pour ce modèle par l'équation (2 - 22) :

$$\mu_t = \rho \nu \quad (2 - 22)$$

Et l'équation de transport :

$$\frac{\partial \hat{\nu}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \nu u_j) = c_{b1} (1 - f_{t2}) \rho \hat{\nu} + \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho (v + \hat{\nu}) \frac{\partial \hat{\nu}}{\partial x_j} \right) + c_{b2} \rho \frac{\partial \hat{\nu}}{\partial x_j} \frac{\partial \hat{\nu}}{\partial x_j} \right] - \left[c_{w1} f_w - \frac{b_1}{k^2} f_{t2} \right] \rho \left[\frac{\hat{\nu}}{d} \right] \quad (2 - 23)$$

Le modèle de Spalart-Allmaras exige comme le modèle k- ω un maillage raffiné sur les parois, avec une valeur de $y^+ \approx 1$ [39].

II.2.4.2. Modèle de turbulence k- ω -SST (Shear-Stress Transport) :

Il est bien connu que la formulation en ω est plus robuste que celle en ε dans le cas d'écoulements soumis à de forts gradients de pression adverse. En revanche, le modèle $k - \omega$ présente le désavantage d'être sensible à la valeur externe de ω . Le modèle k- ε , quant à lui, est très efficace dans les zones d'écoulements cisailés libres. Une combinaison des deux modèles est possible via une formulation mixte $k - \varepsilon / k - \omega$. C'est l'approche suivie par Menter [40] pour mettre au point son modèle (appelé SST-Menter) via une fonction de transfert $F1$. Cette fonction permet de sélectionner le modèle Wilcox $k - \omega$ dans la sous couche visqueuse et la région logarithmique et basculer progressivement vers le modèle k- ε à mesure qu'on s'approche de la zone de sillage. On profite ainsi de la robustesse de ω dans la région proche paroi et de l'insensibilité de ε dans l'écoulement libre, cependant, le modèle $k - \omega$ SST semble donc bien adapté aux écoulements décollés [41].

Chapitre II : les équations gouvernantes et modèle numérique

II.2.4.2.1. Equations de transport :

Le modèle $k - \omega$ SST a une forme semblable au modèle $k-\omega$ standard :

Le modèle de Menter repose sur deux équations de transport, une pour l'énergie cinétique de turbulence et l'autre pour la vorticité :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}K) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \tilde{G}_k - Y_k + S_k^2 \quad (2 - 24)$$

Et

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\omega) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_j \omega) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega^2 \quad (2 - 25)$$

\tilde{G}_k : Représente la génération d'énergie cinétique turbulente due aux gradients de vitesse moyenne,

G_ω : représente la génération de ω ,

Γ_k Et Γ_ω : coefficients de la diffusion effective de k et respectivement,

Y_k Et Y_ω : dissipations de k et ω es à la turbulence,

S_k Et S_ω : termes sources,

Représente le terme de la diffusion croisée, calculé comme décrit ci-dessous.

II.2.4.2.2. Modélisation de la diffusivité effective :

Les diffusivités effectives pour le modèle SST sont données par les équations suivantes :

$$\Gamma_k = \bar{\mu} + \frac{\bar{u}_t}{Pr_k} \quad (2 - 26)$$

$$\Gamma_\omega = \bar{\mu} + \frac{\bar{u}_t}{pr_\omega} \quad (2 - 27)$$

Où

$$Pr_k = \frac{1}{\frac{F_1}{Pr_{k,1}} + \frac{(1-F_1)}{Pr_{k,2}}} \quad (2 - 28)$$

$$Pr_\omega = \frac{1}{\frac{F_1}{Pr_{\omega,1}} + \frac{(1-F_1)}{Pr_{\omega,2}}} \quad (2 - 29)$$

Pr_k Et Pr_ω sont les nombres de Prandtl pour k et ω respectivement, et μ_t la viscosité turbulente.

Chapitre II : les équations gouvernantes et modèle numérique

II.2.4.2.3. Modélisation de la viscosité turbulente :

La viscosité turbulente est estimée par l'équation suivante :

$$\bar{\mu}_t = \frac{\bar{\rho}k}{\omega} \frac{1}{\max\left[\frac{1}{\alpha^* \alpha_1 \omega}, \frac{\Omega F_2}{\alpha_1 \omega}\right]} \quad (2-30)$$

$$|\Omega| = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}} \quad , \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2-31)$$

Où

Ω_{ij} : est le tenseur moyen du taux-de-rotation,

Les fonctions F_1 et F_2 , sont données par les relations suivantes :

$$F_1 = \tan h(\zeta_1^4) \quad (2-32)$$

Avec

$$\zeta_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\bar{\mu}}{\bar{\rho}y^2\omega} \right), \frac{4\bar{\rho}k}{Pr_{w,2}D_W^+ y^2} \right] \quad (2-33)$$

$$D_W^+ = \max \left(2\bar{\rho} \frac{1}{Pr_{w,2}} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20} \right) \quad (2-34)$$

$$F_2 = \tan h(\zeta_2^4) \quad (2-35)$$

$$\zeta_2 = \max \left(\frac{2\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\bar{\mu}}{\bar{\rho}y^2\omega} \right) \quad (2-36)$$

y : est la distance à la surface suivante.

D_W^+ : est la portion positive du terme de la diffusion croisée.

II.2.4.2.4. Modélisation de la production de turbulence :

II.2.4.2.4.1. Production de k :

Le terme \tilde{G}_K représente la production d'énergie cinétique turbulente. Elle est définie de la même façon que celle du modèle standard.

A partir de l'équation exacte de transport de k , ce terme peut être défini comme suit :

Chapitre II : les équations gouvernantes et modèle numérique

$$\tilde{G}_k = \min(G_K, 10\bar{\rho}\beta^*k\omega) \text{ où } G_K = \bar{\rho} \overline{u_i'' u_i''} \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_j} \quad (2 - 37)$$

La valeur de G_K en utilise l'hypothèse de Boussinesq prend la forme suivante :

$$G_K = \bar{\mu}_t S^2 \quad (2 - 38)$$

Où S est le module du tenseur moyen du taux-de-tension, défini de la même façon que le modèle $k - \varepsilon$.

II.2.4.2.4.2. Production de ω :

$$G_\omega = \frac{\alpha}{\nu_t} \tilde{G}_K \quad (2 - 39)$$

Notez que cette formulation est en désaccord avec le modèle $k - \omega$ standard. La différence entre les deux modèles réside aussi dans la manière d'évaluation du terme. α_∞ Dans le modèle $k - \omega$ standard. α_∞ est défini comme une constante. Pour le modèle SST, elle prend la forme suivante :

$$\alpha_\infty = F_1 \alpha_{\infty,1} + (1 - F_1) \alpha_{\infty,2} \quad (2 - 40)$$

Où

$$\alpha_{\infty,1} = \frac{\beta_{i,1}}{\beta_\infty^*} - \frac{K^2}{Pr_{\omega,1} \sqrt{\beta_\infty^*}} \quad (2 - 41)$$

$$\alpha_{\infty,2} = \frac{\beta_{i,2}}{\beta_\infty^*} - \frac{K^2}{Pr_{\omega,2} \sqrt{\beta_\infty^*}} \quad (2 - 42)$$

Et

$$K = 0.41, \beta_{i,1} = 0.075, \beta_{i,2} = 0.0828$$

II.2.4.2.5. Modélisation de la dissipation de turbulence :

II.2.4.2.5.1. Dissipation de k :

Le terme Y_K représente la dissipation de l'énergie cinétique turbulente, il est défini de la même façon que celle du modèle $k - \omega$ standard. La différence entre le modèle $k - \omega$ standard et le modèle $k - \omega$ SST réside dans la manière d'évaluation du terme f_β . En effet, dans le modèle $k - \omega$ standard, f_β^* est défini comme une fonction. C'est une constante égale à 1 pour le modèle $k - \omega$ standard. D'où :

$$Y_K = \bar{\rho} \beta k \omega^2 \quad (2 - 43)$$

Chapitre II : les équations gouvernantes et modèle numérique

II.2.4.2.5. Dissipation de ω :

Le terme Y_ω représente la dissipation de ω , il est défini de la même façon que celle du modèle $k-\omega$ standard. La différence entre les deux modèles $k-\omega$ standard $k-\omega$ SST réside dans la manière d'évaluation des termes β_i et f_β

Dans le modèle $k-\omega$ standard, β_i est défini comme une constante égale à 0.072 ; f_β est pour le modèle $k-\omega$ SST, une constante égale à 1. D'où :

β_i : Est donnée pour le modèle $k-\omega$ SST par la relation suivante :

$$\beta_i = F_1 \beta_{i,1} + (1 - F_1) \beta_{i,2} \quad (2 - 44)$$

$$\beta_{i,1} = 0.075 \quad \beta_{i,2} = 0.0828$$

Le modèle $k-\omega$ SST est basé sur les deux modèles standard $k-\varepsilon$ et $k-\omega$, pour utiliser ces deux modèles ensemble, le modèle $k-\varepsilon$ standard est transformé en équations basées sur k et par l'introduction d'un terme de diffusion croisée D_W né par la relation suivante :

$$D_\omega = 2(1 - F_1) \bar{\rho} Pr_{\omega,2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (2 - 45)$$

II.2.4.2.6. Constantes du modèle $k-\omega$ SST :

$$Pr_{k,1} = 1.176 \quad , \quad Pr_{w,1} = 2 \quad , \quad Pr_{k,2} = 1 \quad , \quad Pr_{w,2} = 1.168$$

$$\beta_{i,1} = 0.075 \quad , \quad \beta_{i,2} = 0.0828 \quad , \quad \alpha_1 = 0.31$$

Toutes les constantes supplémentaires du modèle $k-\omega$ SST à savoir, $\alpha_\infty, \alpha_0, \beta_\infty^*, R_\beta, R_K, \zeta^*, M_{t0}$ les mêmes valeurs que celles du modèle $k-\omega$ standard.

Sur le plan numérique, les équations $k-\omega$ sont résolues de la même manière que celles du modèle $k-\varepsilon$, les seules différences résident en :

→ L'établissement des conditions initiales et des conditions aux limites en ω tel que :

$$\omega = \frac{\varepsilon}{\beta^* k} \quad (2 - 46)$$

→ La modification des termes diffusifs et l'ajout des termes sources inhérents au modèle SST-Menter.

Chapitre II : les équations gouvernantes et modèle numérique

L'avantage du modèle $k - \omega$ par rapport au modèle $k - \varepsilon$ réside dans la prise en compte des effets dus à la turbulence des écoulements à faible nombre de Reynolds. Il est utilisable pour les écoulements compressibles et permet de prendre en compte les transferts pariétaux.

Le modèle de Wilcox est applicable pour les écoulements en charge, les écoulements à surface libre caractérisés par de fortes contraintes de cisaillement, les jets et les écoulements autour d'un obstacle (phénomène de sillage), il est applicable aussi à la diffusion d'un polluant dissous :

II.3. Modèle numérique :

II.3.1. Introduction :

L'étude des phénomènes d'interaction choc/choc et choc/couche limite dans les tuyères, dans les entrées d'air supersoniques ainsi que dans les prises d'air...etc. est complexe. Quelques approches numériques sont posées par la technique CFD "Computational fluid dynamics", elles donnent des solutions ou des résultats fiables. Tous les codes de calculs que ce soient commerciaux ou non, sont basés sur la discrétisation des équations aux dérivées partielles (EDP) de Navier-Stokes. Ces codes de calculs fournissent des solutions approchées.

Puisque l'étude de l'écoulement des fluides compressibles est un domaine difficile à aborder, du point de vue expérimental, certains chercheurs préfèrent l'approche simulation, par l'intermédiaire de la technique CFD. Même dans ces conditions, il faut remarquer qu'on a besoin de ressources importantes de calcul, en coûts et en temps. Le passage d'un problème mathématique des équations aux dérivées partielles continu (EDP) à un problème discret s'appuie sur les méthodes classiques de discrétisation. On distingue trois grandes méthodes pour transformer un problème continu en discret, à savoir ; la méthode des différences finies, des éléments finis et celle des volumes finis.

Dans ce chapitre, on présente la simulation numérique réalisée à l'aide du logiciel commercial FLUENT 6.3. Ce code est largement utilisé dans l'industrie aéronautique, automobile, offre une interface sophistiquée qui facilite son utilisation. Ces raisons ont motivé notre choix pour l'emploi de ce logiciel qui est basé sur la méthode de discrétisation en volumes finis.

Dans tous les codes de calcul CFD, la technique de calcul numérique est basée sur l'utilisation des volumes de contrôle et consiste en la réalisation des étapes suivantes :

Chapitre II : les équations gouvernantes et modèle numérique

La division du domaine de simulation en volumes de contrôle discrets, qui consiste en la phase de maillage volumique (dans les configurations d'écoulements supersoniques, nous préférons les mailles quadrilatérales car, elles s'adaptent mieux aux formes des configurations utilisées constituées par un maillage multi-blocs).

L'intégration des équations fondamentales des volumes de contrôle pour construire les équations algébriques discrètes concernant les inconnues, telles que la vitesse, la pression, la température, et les autres scalaires transportés de la turbulence.

La linéarisation des équations discrétisées et la résolution de ce système d'équations linéaires.

II.3.2. Procédure numérique :

La méthode de volumes finis a été décrite pour la première fois en 1971 par Patankar et Spalding et publiée en 1980 [42], le principe de la méthode des volumes finis est basé sur une technique de discrétisation qui convertit les équations de conservation aux dérivées partielles en équation algébriques qui peuvent être résolues numériquement. Le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous-domaines élémentaires, appelés volume de contrôle, chacun de ces derniers englobe un nœud dit nœud principal, comme indiqué dans la figure II.1.

La technique des volumes de contrôle consiste dans l'intégralité des équations aux dérivées partielles sur chaque volume de contrôle pour obtenir les équations discrétisées qui conservent toutes les grandeurs physiques sur un volume de contrôle.

Les différentes étapes de la méthode des volumes finis sont :

- La discrétisation du domaine considéré en volume de contrôle ;
- La formulation intégrale des équations différentielles aux dérivées partielles ;
- Ecriture des équations algébriques aux nœuds du maillage.

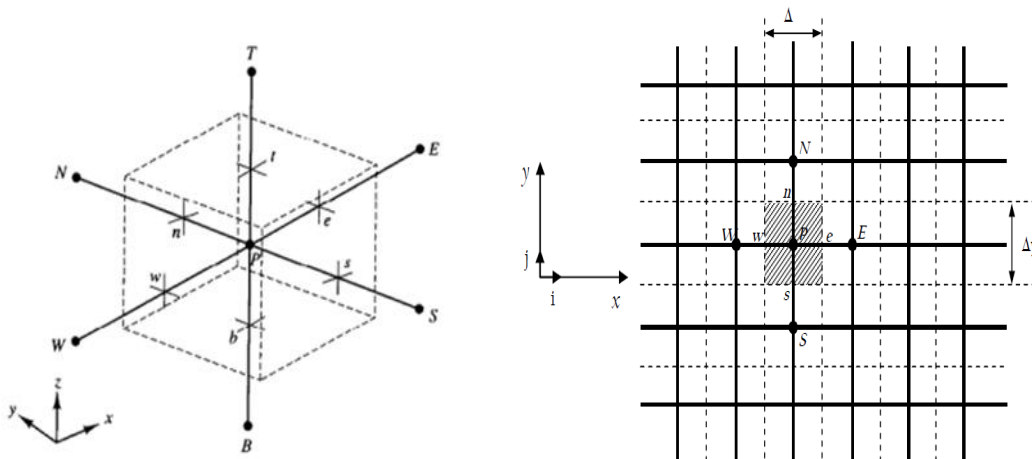


Figure II.1- Volume de contrôle des configurations en 2D et 3D pour la résolution en volumes finis.

II.3.2.1. Maillage :

Le maillage est une discrétisation de l'espace à étudier (support des calculs CFD), il est constitué d'un ensemble de mailles (ou cellules) dans lesquelles les équations du problème seront résolues. Le pas d'espace est ici défini comme la taille caractéristique d'une maille [22].

II.3.2.2. Choix du maillage :

Le logiciel utilisé pour le maillage est Gambit version 2.4, il comporte deux grandes classes de maillage. Les deux classes correspondant au type de maillage utilisé pour les simulations, sont les maillages structurés et les maillages non structurés ou hybrides.

Un maillage structuré est généralement composé de mailles quadrilatérales en deux dimensions (2D ou maillage surfacique) et hexaédriques en trois dimensions (3D ou maillage volumique), tandis qu'un maillage non-structuré est composé de mailles quadrilatérales ou triangulaires en 2D et hexaédriques ou tétraédriques en 3D.

Le maillage structuré multi-blocs quadrilatère est choisi pour la majorité de calcul 2D réalisé lors de cette étude, Ce type de maillage permet de contrôler de façon rigoureuse l'épaisseur des mailles dans des endroits précis (au voisinage des parois par exemple, où l'étude de couche limite est importante), donc on a besoin de ce type de maillage. Le seul problème que l'on rencontre dans ce type de maillage par rapport au maillage non structuré est l'augmentation du nombre de mailles lors de son raffinement dans les zones sensibles à étudier. Ceci augmente le temps de calcul.

En outre, le raffinement du maillage est un bon moyen pour diminuer la perte de particules. En effet, cela diminue l'accumulation d'erreurs lors du lâcher des particules et par conséquent permet de mieux décrire les trajectoires [43]. Néanmoins, le raffinement du maillage implique une augmentation considérable du nombre d'équations à résoudre, à la fois pour l'étape de résolution des équations pour la modélisation et pour celle de post-traitement.

Dans ce contexte, on s'est basé sur cette technique pour traiter les zones proches paroi de la tuyère (la couche limite).

II.3.2 .3. Discrétisations des équations de transport :

Nous avons présenté précédemment, la formulation du système d'équation de Navier-stokes qui sera retenue dans cette étude, avec notamment les particularités relatives au mouvement du

Chapitre II : les équations gouvernantes et modèle numérique

domaine de calcul. Les équations de transport des grandeurs caractéristiques de l'écoulement peuvent se résumer à une expression commune qui peut être schématisée sous la forme différentielle suivante, pour la grandeur scalaire ϕ :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i \phi) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) + S_\phi \quad (2 - 47)$$

$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi)$: Terme temporel.

$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i \phi)$: Terme de convection.

$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right)$: Terme de diffusion.

S_ϕ : Terme source de ϕ par unité de volume.

Les équations de conservation sont appliquées à chaque volume en prenant en compte les flux des variables à travers chaque face du volume de contrôle. Chaque variable est calculée au centre de chaque cellule est supposée constante dans tout le volume de contrôle.

II.3.3. Résolution numérique :

II.3.3.1. Type de la formulation des solveurs :

ANSYS FLUENT offre deux méthodes de résolution des problèmes :

- Le solveur "pressure-based",
- Le solveur "density-based".

Initialement, l'approche "pressure-based" a été développée pour les fluides incompressibles à faible vitesse tandis que l'approche "density-based" est orientée davantage vers les fluides compressibles à haute vitesse. Le logiciel permet tout de même l'utilisation de l'une ou l'autre des méthodes pour un grand nombre de types et de vitesses de fluides. Dans les deux cas, le champ de vitesses est obtenu à partir des équations de mouvement. Dans l'approche "density-based", l'équation de continuité est utilisée pour obtenir le champ de densité tandis que le champ de pression est déterminé à partir de l'équation d'état. Quel que soit le choix de la méthode, FLUENT résout les équations qui gouvernent la conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie, ainsi que d'autres scalaires tels que la turbulence (l'énergie cinétique turbulente, la dissipation turbulente..., etc.).

Chapitre II : les équations gouvernantes et modèle numérique

II.3.3.1.1. Solveur "Density-based"

Le solveur "density-based" résout les équations qui gouvernent la continuité, la quantité de mouvement ainsi que l'énergie de façon simultanée (ou couplée). Les équations qui gouvernent les autres scalaires sont résolues par la suite de manière séquentielle, c'est à dire distinctes les unes des autres.

Ces équations étant non-linéaires et couplées, plusieurs itérations de la boucle solution doivent être effectuées avant qu'une solution convergée ne soit obtenue. Avec ce solveur "density-based", deux méthodes sont disponibles pour résoudre le système d'équations couplées : la formulation couplée explicite et la formulation couplée implicite. Les équations discrètes non-linéaires sont linéarisées afin d'obtenir un système d'équations pour les variables dépendantes dans chacune des cellules de calcul. Le système linéaire obtenu est alors résolu pour créer une mise à jour de la solution du champ de fluide [42].

La manière dont les équations qui gouvernent sont linéarisées peut prendre une forme implicite" ou "explicite" à l'égard de la variable dépendante ou d'un ensemble de variables d'intérêt.

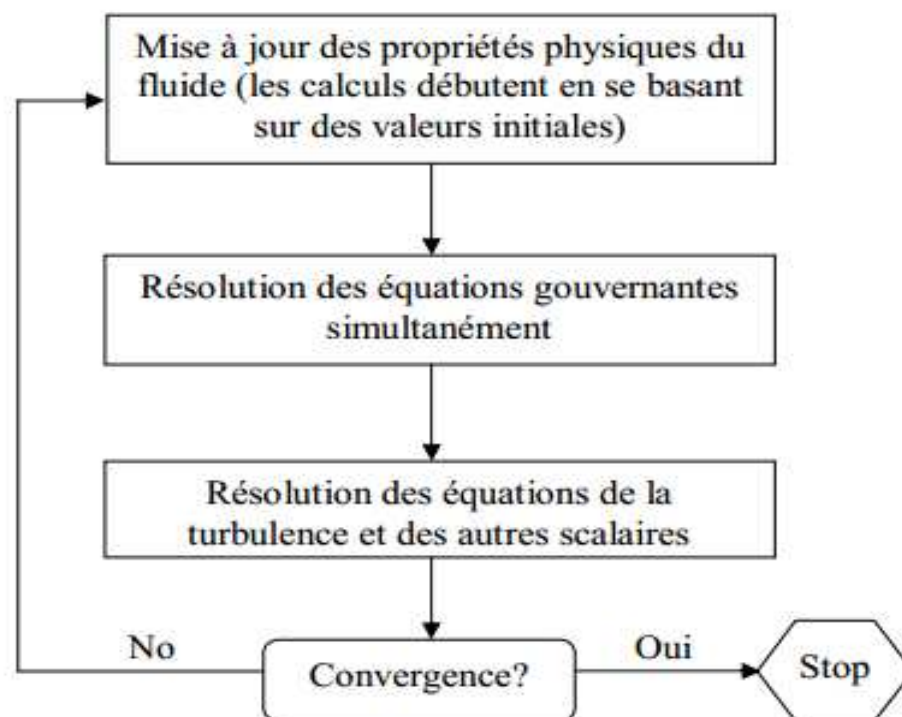


Figure II.2- Vue d'ensemble de la méthode de résolution couplée "density-based"[44]

Chapitre II : les équations gouvernantes et modèle numérique

Dans ce cas nous avons choisi la méthode implicite du solveur "density-based", chaque équation de l'ensemble couplée d'équations qui gouvernent est linéarisée implicitement tout en respectant toutes les variables dépendantes de l'ensemble. Il en résulte alors un système d'équations linéaires de N équations pour chaque cellule dans le domaine, où N est le nombre d'équations couplées dans l'ensemble.

En résumé, une approche couplée implicite résout toutes les variables (p, u, v, w, T) de toutes les cellules en même temps, alors qu'une approche explicite résout toutes les variables (p, u, v, w, T) d'une cellule à la fois. L'ensemble des paramètres relatifs au solveur sont réunis sur le tableau 2.1.

Paramètres	choix
Type de simulation	2D, Stationnaire, double précision (2ddp)
Solveur	Density-based
Formulation	implicite
Discrétisation temporelle	2 ^{ème} ordre
Modèles de turbulence	Modèle $k - \omega SST$
Schéma de type de flux (schéma de différentiation)	Roe-FDS (flux différence splitting)
Flux	Upwind 2 ^{ème} ordre
Énergie cinétique	Upwind 2 ^{ème} ordre
turbulent Taux de dissipation Spécifique (pour $k-\omega SST$)	Upwind 2 ^{ème} ordre
Taux de dissipation turbulent (pour $k-\epsilon$)	Upwind 2 ^{ème} ordre
CFL	Varie de chaque partie
Conditions aux limites:	
Entrée	Pressure-Far-Field
Sortie	Pressure- outlet
Paroi supérieure	Condition de non glissement
Paroi inférieure	Condition de non glissement
Paroi du dièdre	Condition de non glissement

Tableau II.1- Paramètres relatifs utilisés lors de notre étude.

Chapitre II : les équations gouvernantes et modèle numérique

II.3.3.2. Critère de convergence :

Les deux membres des équations de transport discrétisées sont certainement égaux, si ces équations sont résolues exactement. Un déséquilibre au résidu peut être existé entre ces deux membres, car les équations associées sont non linéaires, couplées et exigent une solution itérative.

Le résidu pour la variable ϕ dans chaque volume de contrôle est défini comme suit :

$$R_{\phi} = a_p \phi_p - \sum_i a_i \phi_i - b \quad (2 - 48)$$

L'évolution des résidus au cours des itérations ainsi que l'évolution des valeurs individuelles de chaque variable contrôlent la convergence de la résolution itérative.

La résolution numérique des problèmes de type CFD nécessite un processus itératif. Pour apprécier la convergence du processus itératif, des critères de convergence doivent être pris en compte. Ainsi, la convergence du processus itératif est déterminée par le concept de résidu.

Le résidu normalisé a alors pour expression :

$$R_{\phi} = \frac{\sum_{\text{Domaine}} |\sum_{nb} a_{nb} + b - a_p \phi_p|}{\sum_{\text{Domaine}} |a_p \phi_p|} \quad (2 - 49)$$

Ces expressions des résidus sont valables pour toutes les grandeurs sauf la pression, dans le cas de cette grandeur, le résidu est déterminé à partir de l'équation de continuité suivante:

$$R^c = \sum_{\text{Domaine}} |\text{taux de création de matière dans le domaine}| \quad (2 - 50)$$

II.3.3.3. La méthode de sous-relaxation :

Pour diminuer les fluctuations de la solution, il est possible de réduire les variations des variables d'une itération à une autre en introduisant une sous-relaxation. Cela est causé par la non linéarité des équations résolus. L'équation algébrique est définie comme suit :

$$A_p \phi_p = \sum A_N \phi_N + S_C \cdot \Delta V \quad (2 - 51)$$

$$\phi_p = \phi_p^0 + \left(\frac{\sum A_N \phi_N + S_C \cdot \Delta V}{A_p} - \phi_p^0 \right) \quad (2 - 52)$$

Pour augmenter ou diminuer la variation ϕ_p , on introduit un facteur de sous-relaxation α tel que ($0 < \alpha < 1$) On écrit alors:

$$\phi_p = \phi_p^0 + \alpha_{\phi} \left(\frac{\sum A_N \phi_N + S_C \Delta V}{A_p} - \phi_p^0 \right) \quad (2 - 53)$$

Chapitre II : les équations gouvernantes et modèle numérique

II.3.3.4. Stabilité numérique :

Les équations fortement couplées et non linéaires, nécessitent une sous-relaxation pour assurer la convergence totale des calculs à une solution. De grandes variations des variables sont évitées, quand les valeurs appropriées de sous-relaxation sont utilisées.

La sous-relaxation donne un moyen pour égaliser les taux de convergence des diverses équations couplées. Donc les deux principales sources d'instabilité dans la solution des équations sont ainsi commandées par la technique de sous-relaxation.

Rappelons ici que dans le code FLUENT, la méthode de Gauss-Seidel est contrôlée par un coefficient de sous-relaxation α :

$$\phi^k = \phi^{k-1} + \alpha \Delta \phi (2 - 54)$$

Où (k) représente l'avancement des itérations successives et $\Delta \phi$ la différence entre les résultats des deux itérations $(k-1)$ et (k) .

Le code FLUENT offre les meilleures valeurs des facteurs de relaxation pour une large gamme d'écoulements et permet d'agir sur eux. Néanmoins, si on voit qu'au cours du calcul les résidus commencent à s'amplifier, il est préférable de réduire ces derniers. Par contre, si on observe une convergence très lente mais sûre là, on pourra les augmenter prudemment, surtout le facteur de relaxation lié à l'équation de continuité.

II.6. Conclusion :

Dans cette partie, on a présenté les différentes équations utilisées pour les écoulements compressibles dans les tuyères supersoniques.

En effet, le modèle de Navier-Stokes moyennés en temps qui est adopté pour la modélisation de ce type d'écoulement. Ces équations de RANS peuvent être résolus à condition de pouvoir calculer les termes turbulents : le scalaire K , le tenseur $\bar{\tau}$, le vecteur \vec{q}_t , Où leur expression constitue le problème de la modélisation de turbulence, qui peut être simplifié par l'hypothèse de Boussinesq, en la réduisant à la recherche d'une expression pour la viscosité turbulente μ_t qui est déterminée par le modèle de turbulence à deux équations de transport k-w de Menter avec la correction SST.



Chapitre III :
Validation des résultats

Chapitre III : Validation des résultats

III.1. Introduction :

Les interactions de chocs dans les tuyères sont des problèmes qui présentent une grande importance dans les applications aéronautiques et spatiales, où le domaine d'application couvre toute l'aviation supersonique et en particulier les écoulements dans les tuyères propulsives en présence de décollement au niveau de leur partie divergente.

On distingue plusieurs paramètres influents aux phénomènes d'interactions de chocs dans ces tuyères, dont : l'effet de profil de la divergence et le rapport de pression NPR.

Afin de valider nos résultats, notre simulation numérique sera effectuée en se basant sur le calcul numérique d'écoulement compressible supersonique d'une tuyère conique de la NASA, présentée dans les travaux de Hunter [1]. Cette tuyère possède un divergent conique avec un angle de 11.01° et une longueur courte $L=0.11557\text{m}$ avec un rapport de section $S_c/S_s=0.57$.

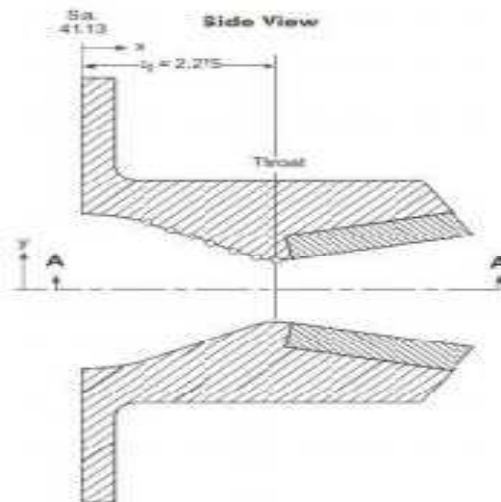
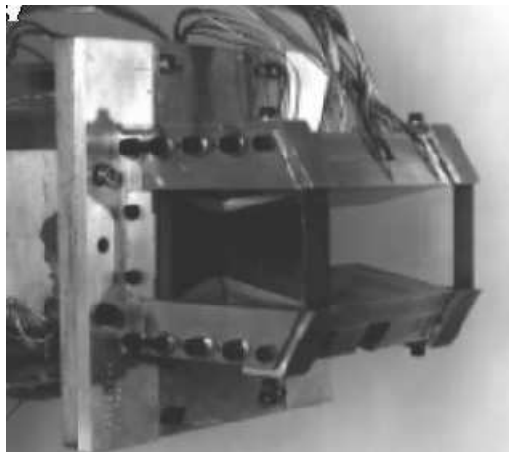


Figure III.1- La tuyère présentée dans les travaux de Hunter [1].

Chapitre III : Validation des résultats

III.2. Création de la géométrie de la tuyère conique de la NASA.

Dans cette étude, le convergent et l'angle de la divergence restent les mêmes pour tous les cas.

Les points de la géométrie	x(m)	y(m)	z(m)
A	0	0	0
B	0	-0,0155956	0
C	0	0,0352044	0
D	0,0232918	0,0295402	0
E	0,0504952	0,0155194	0
F	0,0608076	0,0140462	0
G	0,061722	0,0141986	0
H	0,057785	0,0296164	0
I	0,11557354	0,02467059	0

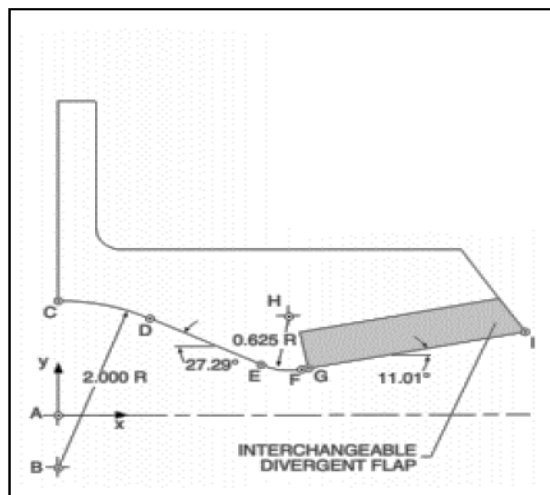


Tableau III.1- Profil géométrique utilisé pour la tuyère CD de la NASA.

III.3. Définition du domaine de calcul :

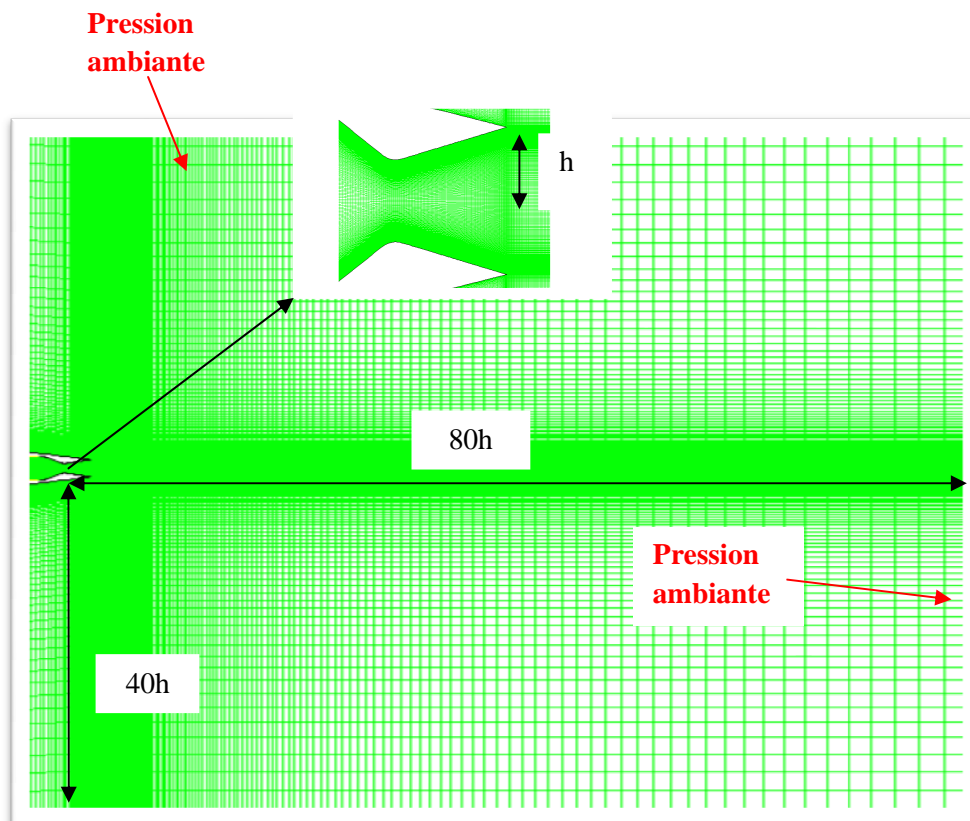


Figure III.2-Géométrie et maillage du domaine de calcul pour la tuyère conique de la NASA [22].

III.4. Présentation des logiciels :

- ❖ **Gambit** : est un préprocesseur qui nous permet de créer la géométrie du système, faire son maillage et discrétiser le domaine en deux ou trois dimensions selon la géométrie, ainsi la définition des types de conditions aux limites du domaine. Dans notre étude nous utilisons le logiciel Gambit version 2.4.

- ❖ **Fluent** : est un code de calcul qui offre toutes les capacités physiques nécessaires pour la simulation des écoulements fluides, des turbulences, des transferts de chaleur et des réactions chimiques, c'est un logiciel très fiable; il a été décrit par standing et malankar en 1971 et publiée ainsi par malankar en 1980.

III.4.1. Les éléments du code fluent :

Fluent est composé de deux principaux éléments :

- 1) **Le solveur** : (Fluent) son rôle est :
 - Définir numériquement les conditions opératoires.
 - Définir les conditions aux limites.
 - Effectuer la résolution numérique des équations (de continuités, de quantité de mouvement et de chaleur).

- 2) **Le post processeur** (Fluent) : il nous affiche les résultats obtenus où il permet de visualiser les champs (de vitesse, de température et de pression) et aussi il permet de tracer les courbes et les profils de certaines variables.

III.5. Application du logiciel sur la tuyère:

III.5.1. application sur Gambit :

III.5.1.1. Création de la géométrie sur Gambit :

Tout d'abord, on a commencé par la création des points, en insérant les coordonnées du profil de la tuyère à l'aide de la commande vertex (fig.III-3).

Chapitre III : Validation des résultats

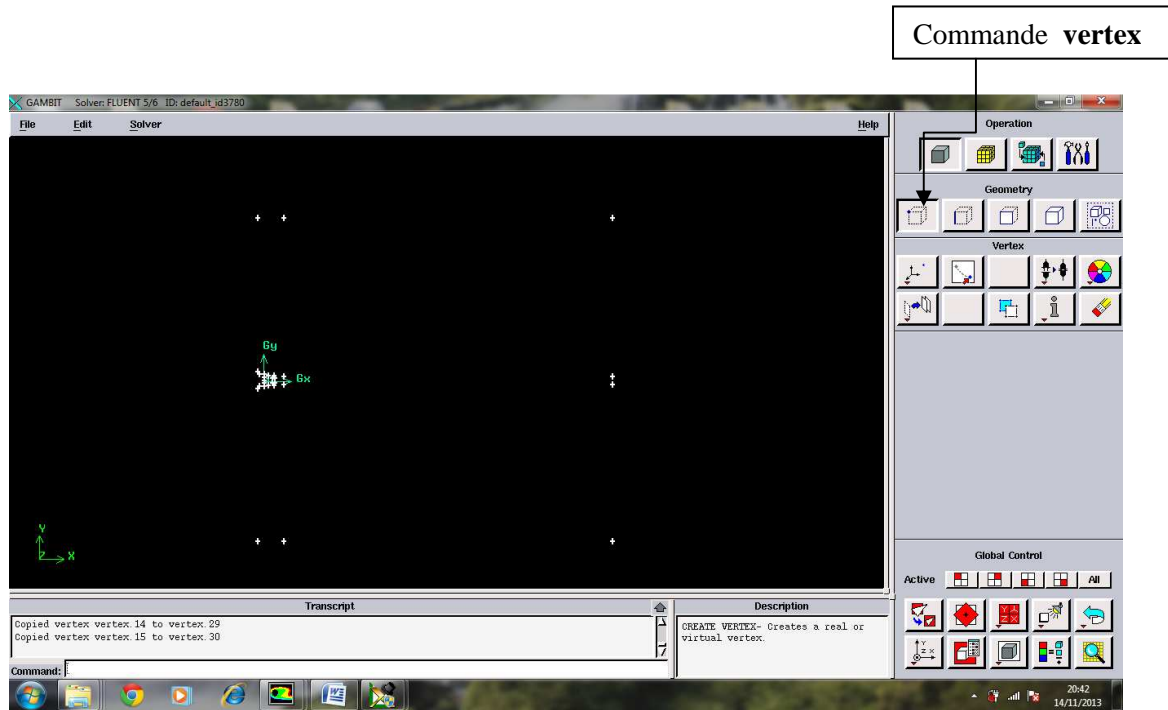


Figure III.3- Création des points sous Gambit.

Ensuite, à partir de ces points insérés; on va créer les droites à l'aide de la commande **Edge** pour obtenir le profil :

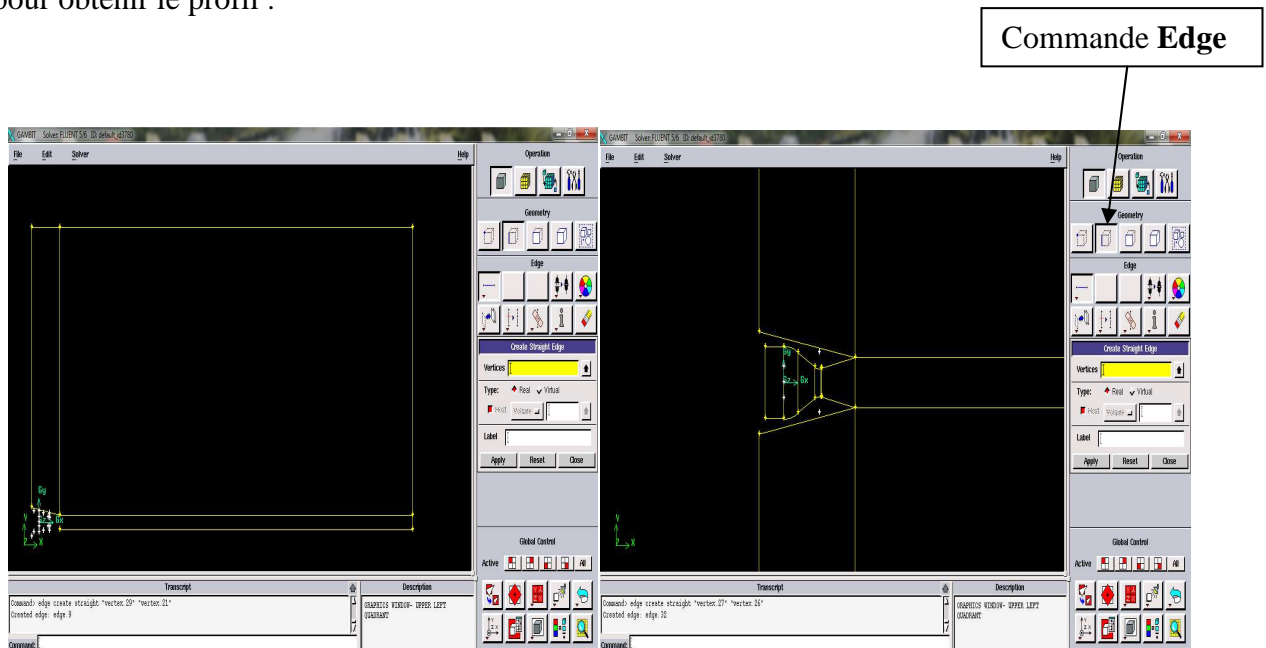


Figure III.4- Création des droites.

La troisième étape est la création des faces, à l'aide de la commande **face** :

Commande **face**

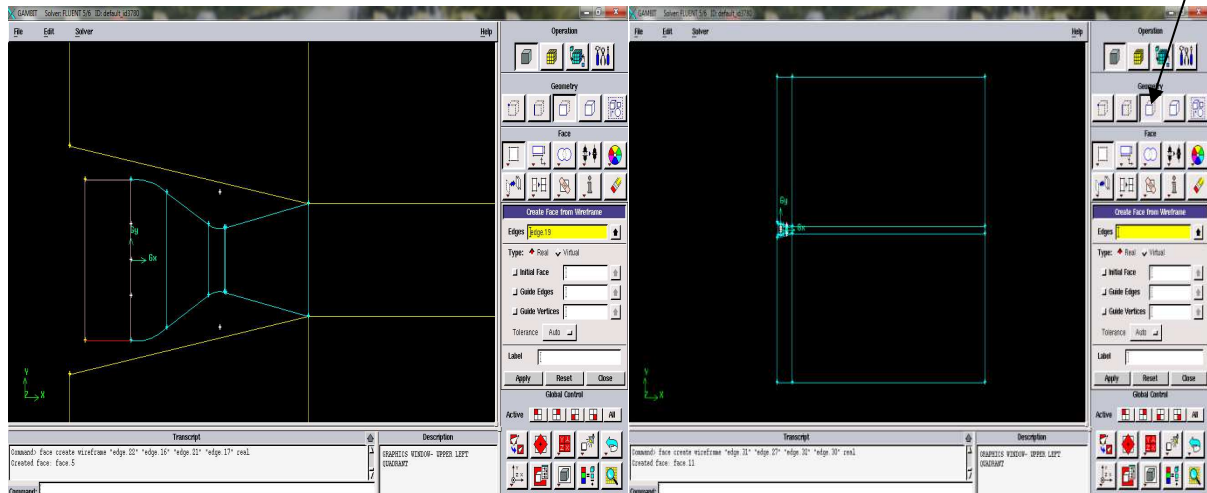


Figure III.5- Création des faces.

III.5.1.2. Maillage de la géométrie :

Le maillage est une discrétisation du domaine à étudier, il est constitué d'un ensemble de cellules où les équations du problème seront résolues.

Le maillage est la première étape de la simulation numérique, sa construction concerne : le nombre de mailles, leurs tailles et leurs formes, dont le pas d'espace est défini comme la taille caractéristique d'une maille.

Le choix de maillage doit se faire de sorte à minimiser la diffusion de l'erreur numérique.

Le maillage du profil se fait en deux étapes :

Chapitre III : Validation des résultats

- Maillage des droites en utilisant la commande **Mesh**→**Edge** :

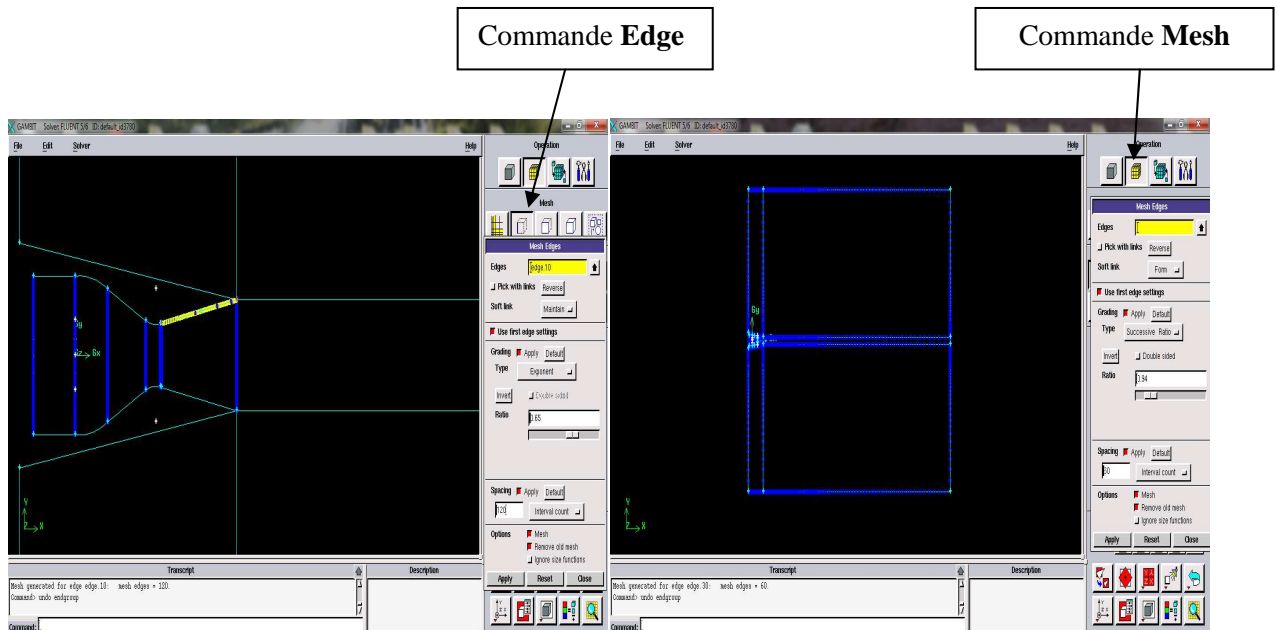


Figure III.6- Le maillage des droites.

- Maillage des faces à l'aide de la commande **Mesh**→**face** :

Pour cette option, on va effectuer un maillage en deux dimensions (2D) de type quadrilatère comme le montre la figure suivante :

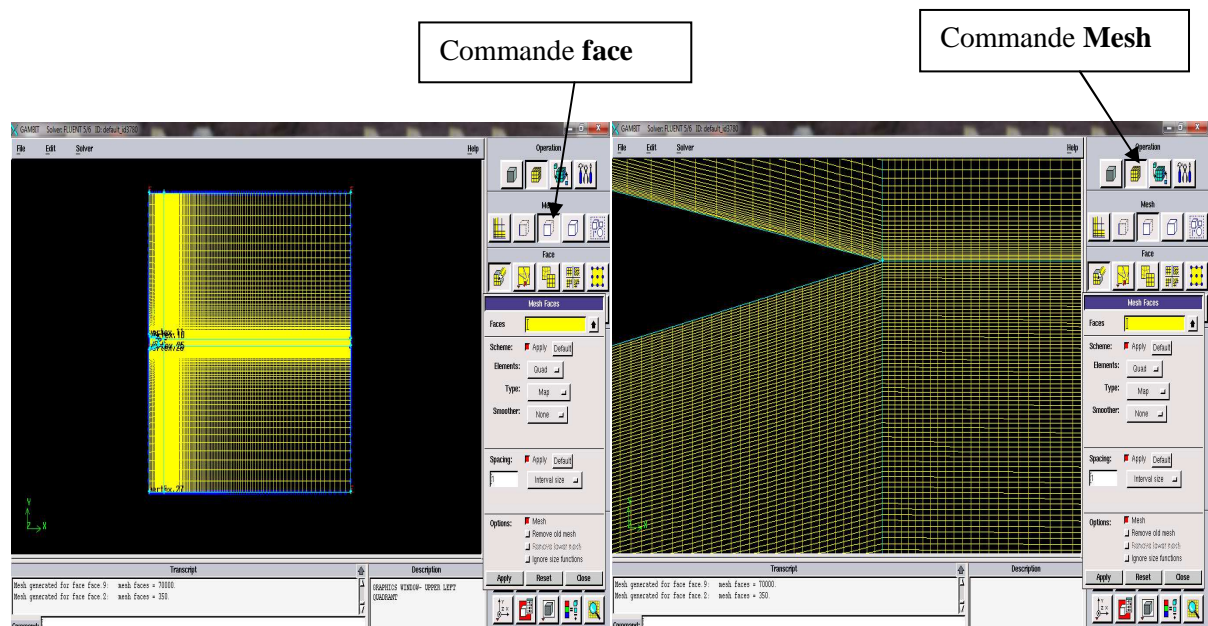


Figure III.7- Maillage du profil.

Chapitre III : Validation des résultats

III.5.2. Les conditions aux limites :

Pour définir les conditions aux limites on utilise la commande zones → Specify Boundary Types comme suit :

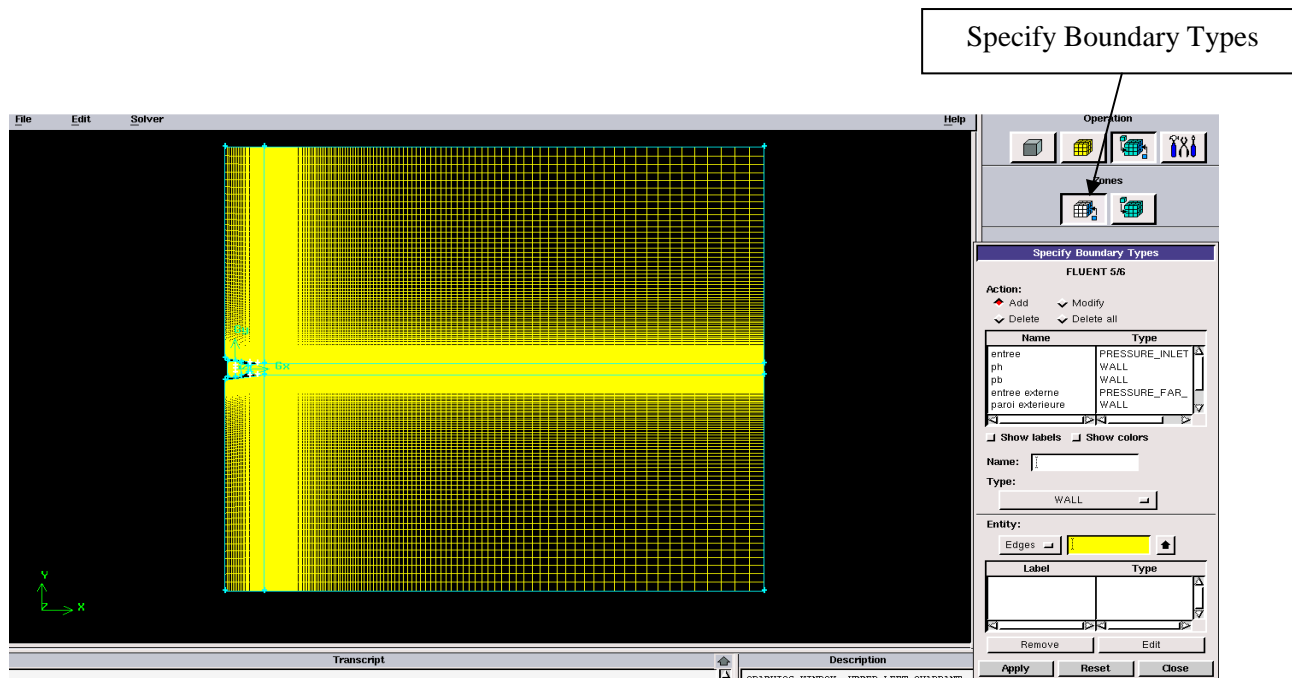


Figure III.8- Définition des conditions aux limites.

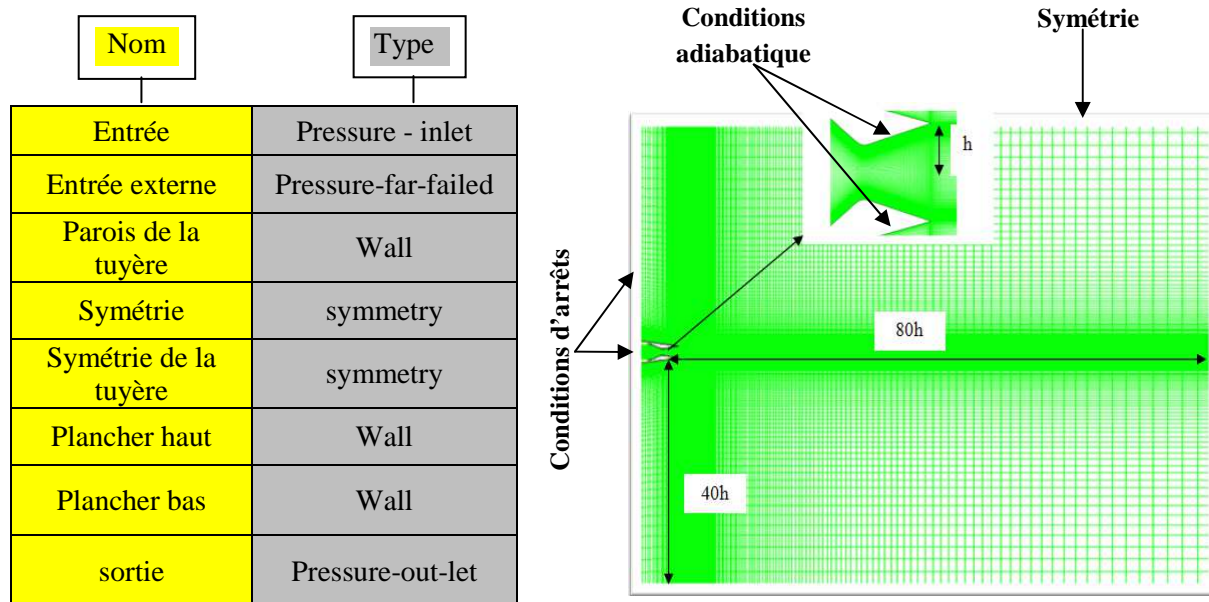


Figure III.9 - Les types de conditions aux limites.

La dernière opération qu'on doit effectuer sur Gambit est : exporter le travail en fichier (.msh*) pour pouvoir le lire sur Fluent.

Chapitre III : Validation des résultats

III.5.3. Application sur le code Fluent :

III.5.3.1. Fenêtre de démarrage :

- **2d** : deux dimensions.
- **2ddp** : deux dimensions doubles précisions.
- **3d** : trois dimensions.
- **3ddp** : trois dimensions doubles précisions.



Figure III.10-Fenêtre de démarrage.

III.5.3.2. Interface principale :

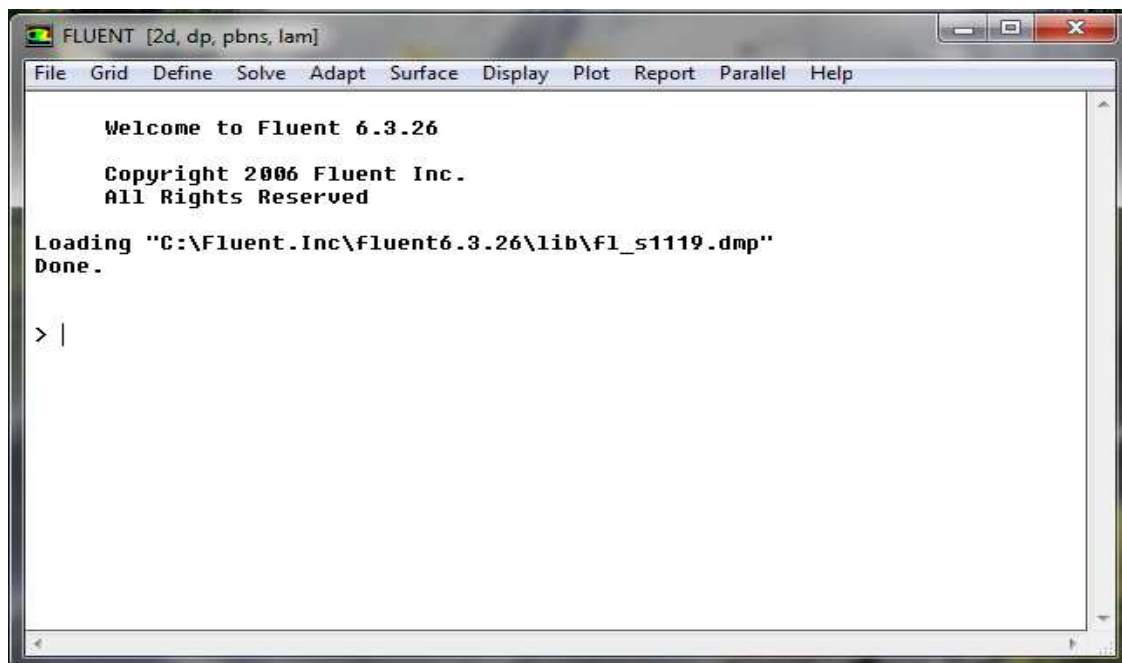


Figure III.11- Interface principale.

Chapitre III : Validation des résultats

Cette interface comporte plusieurs fonctions qu'on a besoin pour la procédure numérique :

File : comporte les opérations réalisables sur les fichiers : lecture, sauvegardé, importation...etc.

Grid : sert à effectuer les opérations de vérification et de la manipulation du maillage de la géométrie.

Define : permet de définir les phénomènes physiques, les matériaux et les conditions aux limites.

Solve : où se trouve le choix des équations à résoudre, des schémas de discrétisations, les critères de convergence afin d'initialiser le calcul et le démarrer.

Adapt : pour adapter le maillage selon les paramètres voulus.

Surface : pour créer des points, des lignes et des plans nécessaires à l'affichage des résultats.

Display et plot : affichage des résultats pour être exploités.

Report : permet d'afficher des rapports englobant les détails du phénomène étudié.

Parallèle : pour le calcul parallèle.

Help : la fonction qui aide et oriente l'utilisateur.

III.6. Les conditions de calcul et convergence :

L'écoulement est supposé stationnaire et calorifique parfait pour tous les calculs. Les conditions d'entrée du fluide sont des conditions d'arrêts, elles sont fixées dans la tuyère à une température de 300 k et à une pression reliée au taux de pression NPR. Les parois internes et externes sont adiabatiques, les champs extérieurs sont supposés aux conditions ambiantes ($P_a=102387.14$ pa et $T=300$ k).

III.7. Sensibilité du maillage :

Le maillage pose une influence sur la solution numérique ; donc pour choisir un maillage qui donne des résultats fiables, nous avons effectué des calculs avec trois maillages de tailles différentes présentés dans le tableau suivant :

Maillage	Nombre de cellules
M1	156775
M2	175825
M3	185350

Tableau III.2- Nombre de cellules de chaque maillage utilisé.

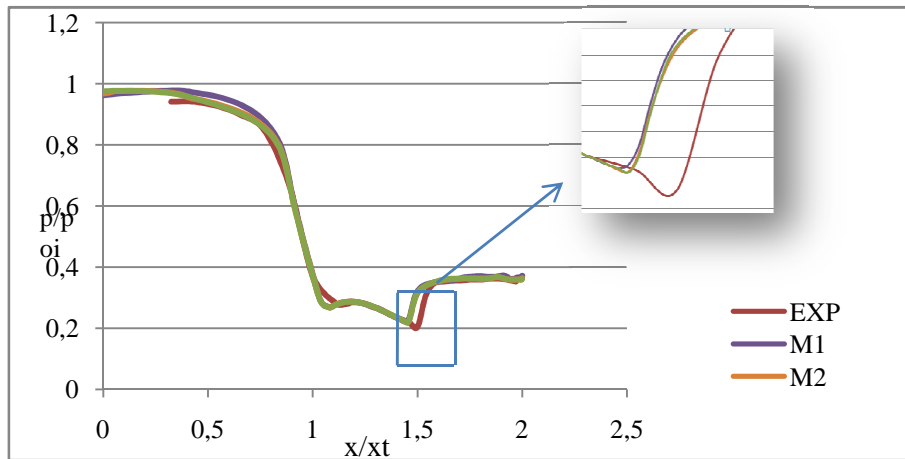


Figure III.12- Effet du maillage sur les évolutions de la pression pariétale de la paroi haute pour NPR=2.6.

Nous présentons l'effet du maillage sur la réflexion de Mach, notamment la position de début du point de décollement de la couche limite sur la paroi haute de la tuyère par les évolutions de la pression pariétale sur la figure III.12. Nous déduisons le maillage M3 qui correspond 185350 cellules est le maillage le plus fin parmi les trois par rapport à l'expérimentale, donc, nous allons l'utiliser pour toute la simulation qui vienne.

III.8. Traitement des parois :

La figure III.13 représente l'évolution de y^+ tout au long de la paroi haute de la tuyère conique convergente-divergente. On observe que l'évolution de y^+ , plus particulièrement dans la zone de décollement de la couche limite est proche de 1, ce qui signifie une bonne précision dans la détermination des propriétés de la couche limite. Le choix de la taille de la première cellule de ce maillage est donc validé.[22]

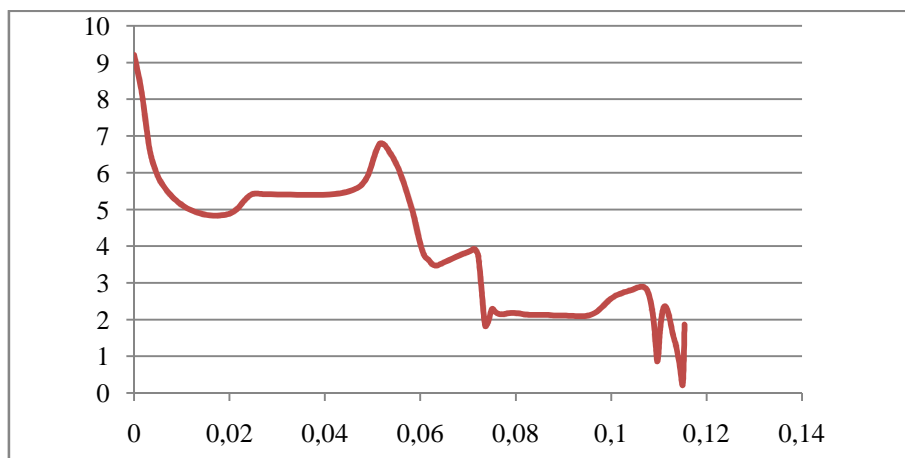


Figure III.13- Evolution de y^+ pour le modèle $k\omega - SST$, le long de la paroi haute de la tuyère conique convergente-divergente.

III.9. Validation du modèle de la NASA :

Après la validation de maillage, on a trouvé le modèle mathématique le plus fin. Les figures (III.13 et III.14) représentent la comparaison de nos résultats numériques avec les résultats expérimentaux pour différents NPR.

Pour taux de pression NPR=2 :

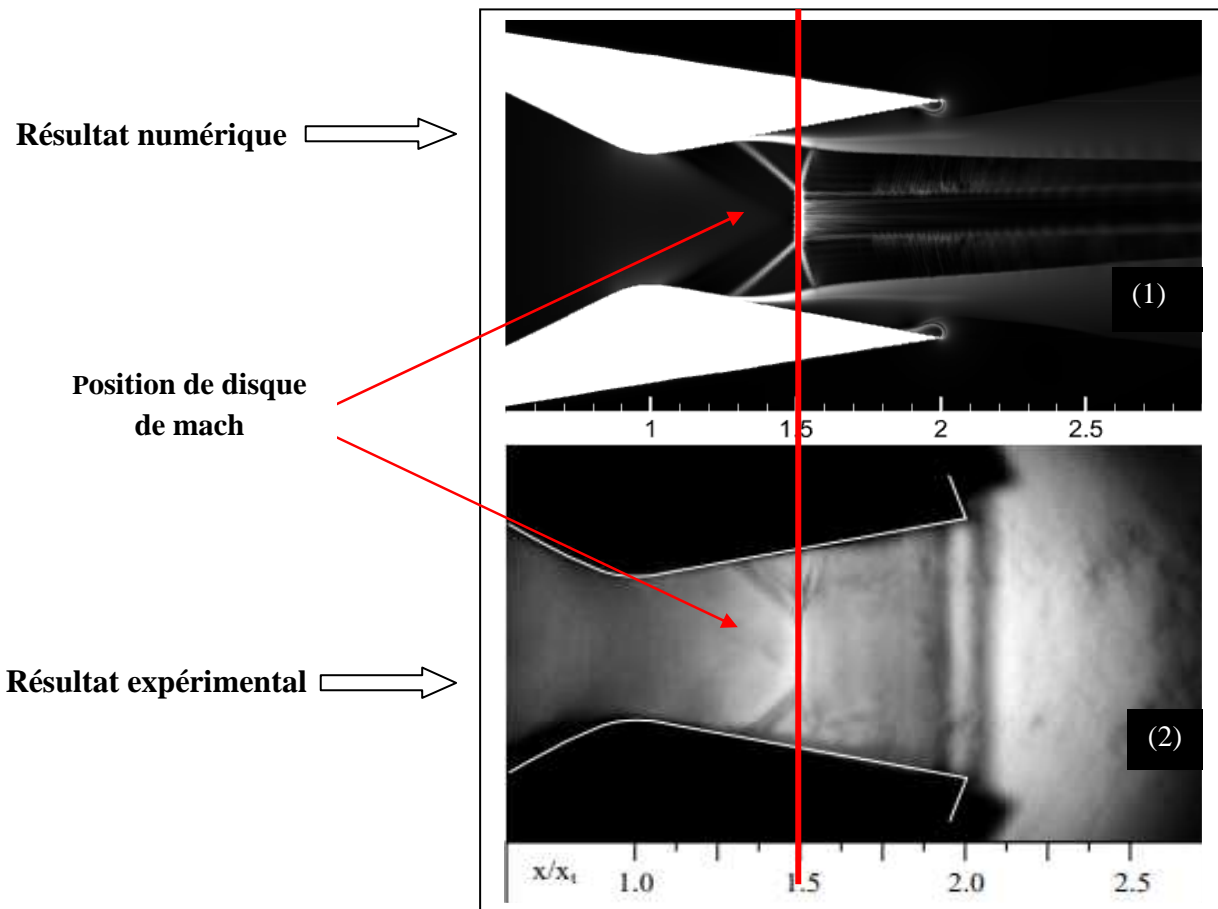


Figure III.14-Comparaison: (1) Résultat numérique ;(2) Résultat expérimental pour NPR=2 et pour $\alpha=11.01^\circ$.

Chapitre III : Validation des résultats

➤ Pour un taux de pression NPR=8.95 :

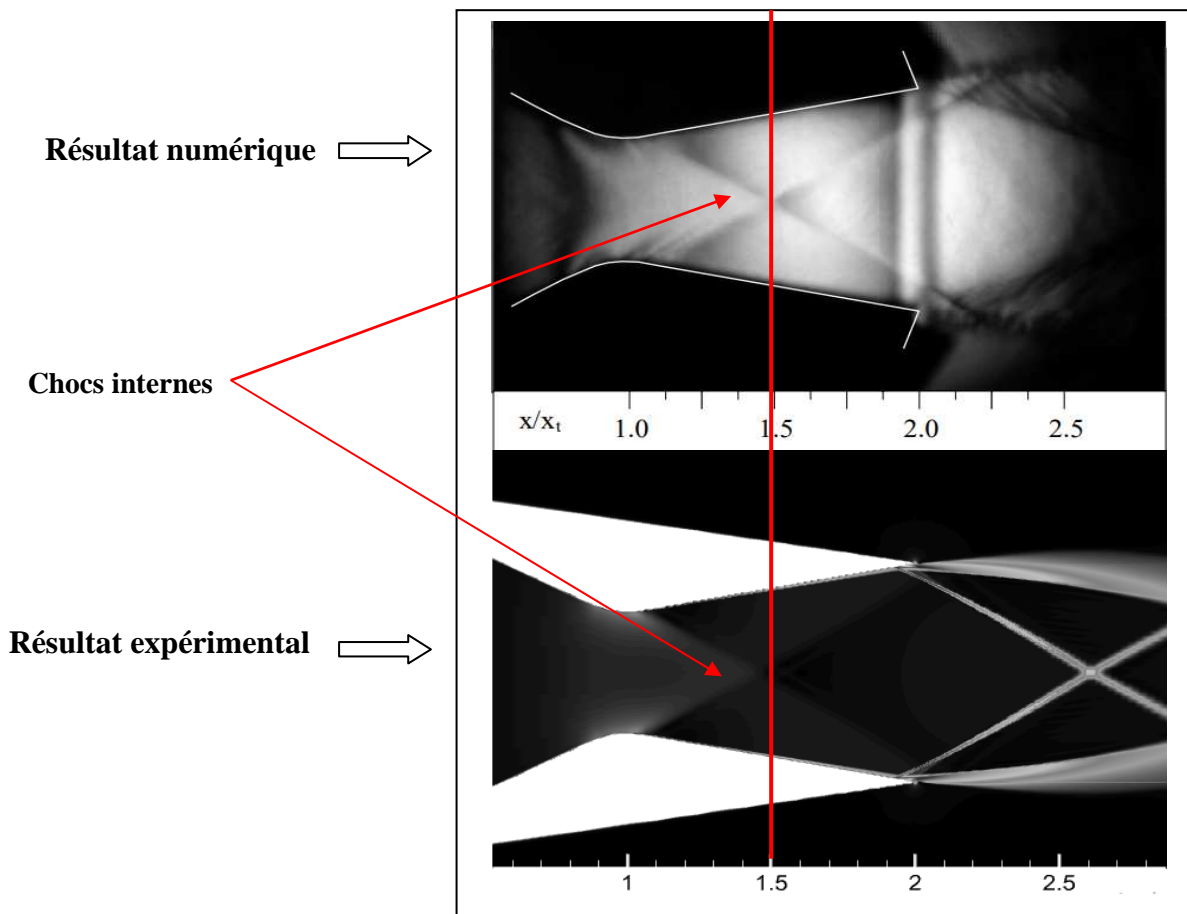


Figure III.15-Comparaison: (1) Résultat numérique ;(2) Résultat expérimental pour NPR=8.95 et pour $\alpha=11.01^\circ$.

La validation de nos résultats obtenus à l'aide du logiciel Fluent, se réalise en les comparant avec les résultats obtenus par C.A Hunter [1] pour un taux de pression NPR=2 ainsi que le taux de pression NPR=8.95 comme le montre les figures (III.14 et III.15). Ces figures indiquent une comparaison entre les strioscopies expérimentales et numériques, où nous observons pour NPR=2 les ondes de chocs et les disques de mach situés presque à la même position dans le divergent ; pour NPR=8.95 les ondes de chocs internes s'effondrent dans un point situé presque dans la même position pour le numérique et l'expérimentale. Alors, nous pouvons dire que les résultats expérimentaux et numériques sont proches et par la suite nos résultats sont validés.

Chapitre III : Validation des résultats

III.8.1. Les différents types de réflexions observées :

On présente ci-dessous deux exemples de résultats numériques obtenus pour une tuyère sur-détendue correspondant les deux types de réflexions, la réflexion régulière notée RR et la réflexion de Mach notée MR.

III.9.1.1. La réflexion de Mach MR :

La figure ci-dessous représente les strioscopies numériques de l'écoulement à un taux de pression $NPR=2$ pour l'angle $= 11.01^\circ$, où on apercevant une réflexion de choc de type MR :

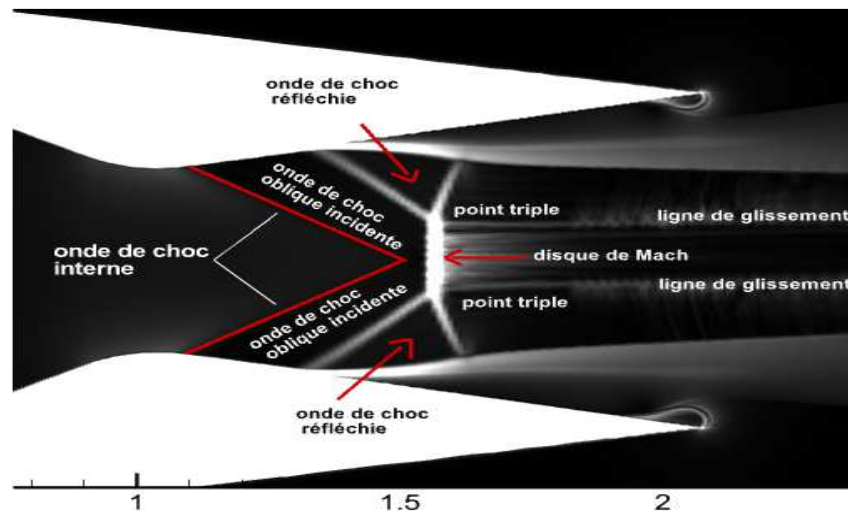


Figure III.16-Strioscopie numérique d'écoulement à $NPR=2$ et l'angle de la divergence $\alpha=11.01^\circ$.

Nous observons sur la figure III.16 un ensemble d'ondes de choc générées par le divergent de la tuyère et nous citons :

- 1) Deux ondes de choc internes au voisinage du col.
- 2) Deux ondes de choc obliques incidentes, dites chocs de décollement, sont remarquées sur les parois haute et basse, dû à l'effet de sur-détente dans la tuyère. On voit nettement que les ondes de choc de sur-détente sur les parois sont croisées pour former un « disque de Mach » situé presque à la position médiane de la partie divergente de la tuyère.
- 3) Deux ondes de choc réfléchies qui sont orientées vers les parois de la tuyère.
- 4) Deux points triples.
- 5) Un disque de Mach.
- 6) Deux lignes de glissement.

III.9.1.2. La réflexion régulière RR :

La figure ci-dessous représente les strioscopies numériques de l'écoulement à un taux de pression NPR=8.95 pour l'angle $\alpha = 11.01^\circ$, où on observe une réflexion de choc de type RR :

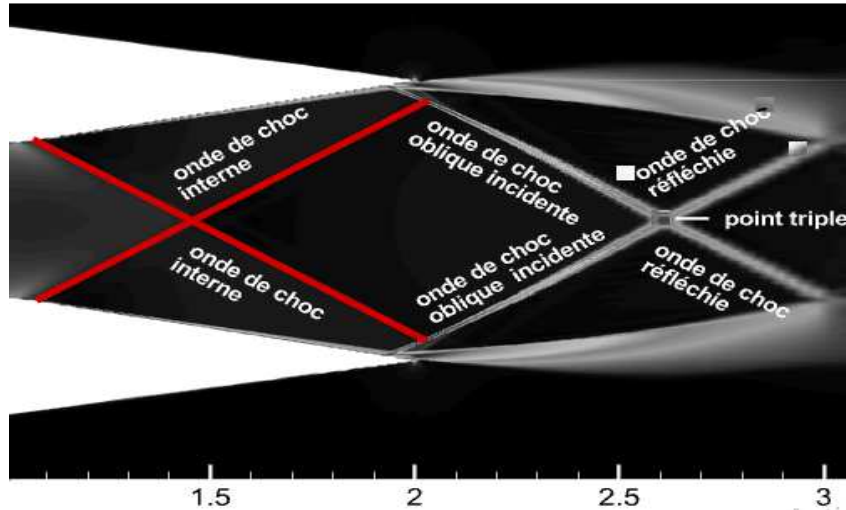


Figure III.17- Strioscopie numérique d'écoulement à NPR=8.95 et l'angle de divergence $\alpha=11.01^\circ$.

Nous observons sur la figure un ensemble d'ondes de choc générées par le divergent de la tuyère et nous citons :

- 1) Deux ondes de choc internes au voisinage du col.
- 2) Deux ondes de choc obliques incidentes, dites chocs de décollement, sont remarquées sur les parois haute et basse.
- 3) Deux ondes de choc réfléchies sont orientées vers l'extérieure de la tuyère.
- 4) Un point triple.

III.9.2. Evolution de la pression pariétale :

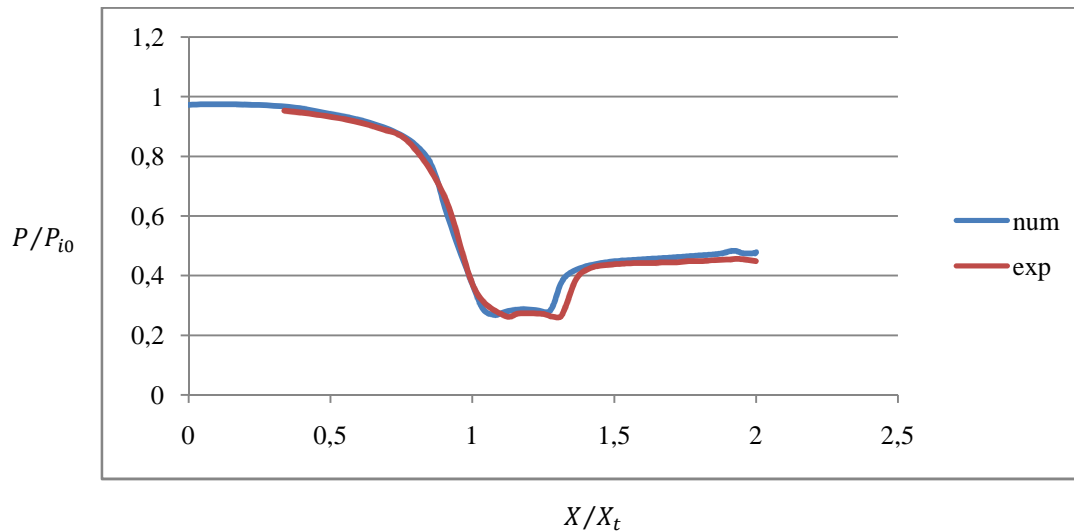


Figure III.18- Evolution de rapport de pression pariétale, tout au long de la tuyère, dans le calcul expérimental et numérique pour $NPR=2$.

La figure III.18 représente l'évolution de la pression pariétale normalisée par la pression statique le long de la tuyère, dans le calcul expérimental de C.A hunter [1] et dans notre calcul numérique pour $NPR=2$. La pression pariétale diminue progressivement tout au long de la tuyère jusqu'à la position du point de décollement. Ainsi, le choc de décollement provoque une croissance rapide de la pression pariétale. Cette dernière infléchit et atteint un niveau relativement constant proche de la pression ambiante. On remarque donc un accord clair entre les valeurs expérimentales et les valeurs obtenues avec la simulation numérique.

III.9.3. Les contours obtenus par le code fluent :

III.9.3.1. Nombre de Mach :

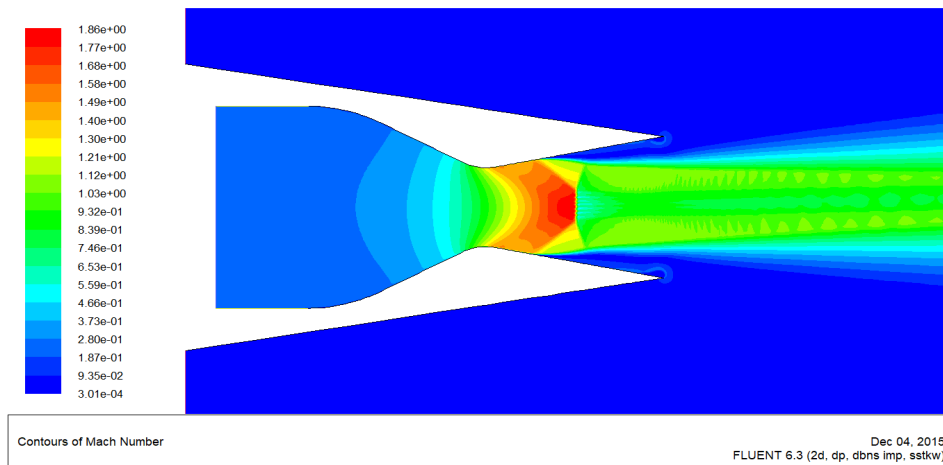


Figure III.19- Les champs du nombre de Mach.

Les figures III.19 et III.20 représentent les champs et l'évolution du nombre de Mach tout au long de la tuyère. On remarque que le nombre de Mach augmente en évoluant le convergent, où l'écoulement dit subsonique avec un nombre de Mach ($M < 1$). Dans le divergent cette augmentation se fait graduellement et progressivement, cela veut dire qu'il y a une existence des ondes de détente (choc interne) surtout au niveau du col; arrivant au col, l'écoulement devient transsonique avec un nombre de Mach ($0.8 < M < 1.2$). Enfin au divergent, où on observe une évolution rapide au niveau de la zone d'expansion initiale jusqu'à où il atteint une valeur maximale de $M = 1.86$, l'écoulement donc est supersonique. Dans ce point, apparaisse une onde de choc, l'écoulement revient subsonique et le nombre de mach diminue lentement dans le reste de la tuyère.

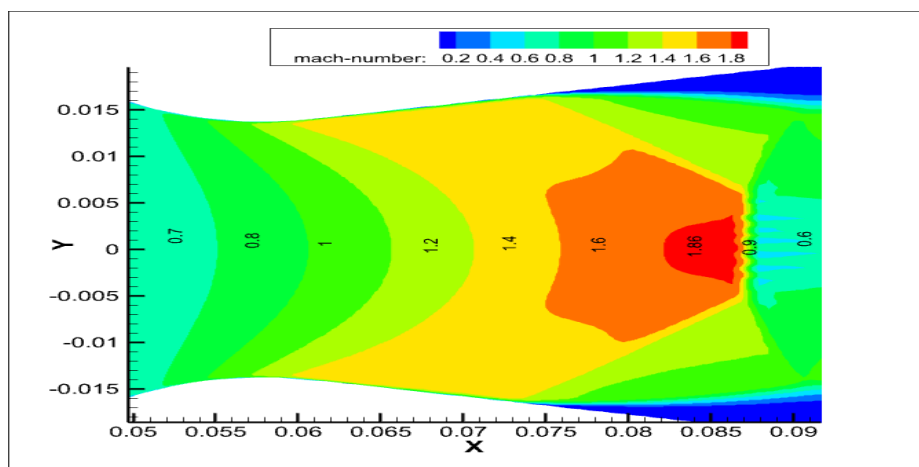


Figure III.20- Evolution du nombre de mach le long de l'écoulement.

III.9.3.2. La vitesse :

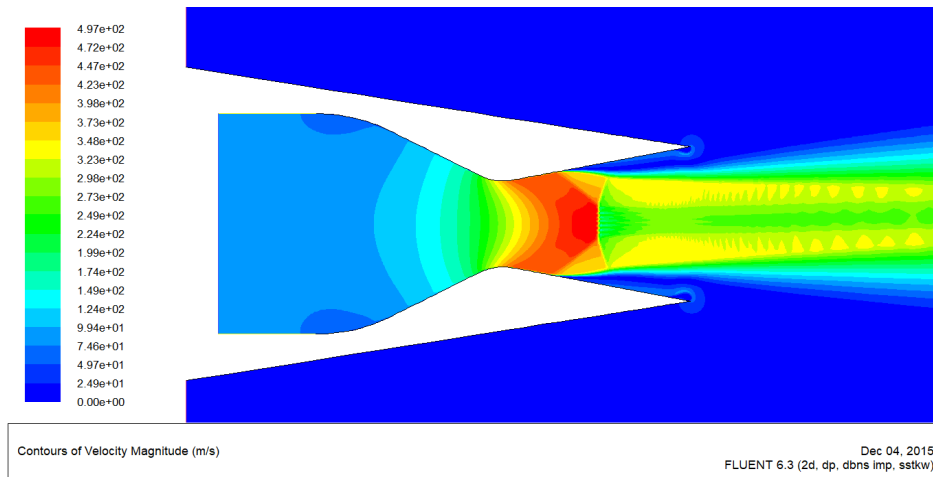


Figure III.21- Champs de vitesse.

Les figures III.21 et III.22 représentent les contours du champ de vitesse durant l'écoulement supersonique adapté dans les différentes régions. On remarque que l'écoulement de fluide suit le profil de la tuyère et la vitesse à la paroi est nulle. La vitesse du jet de gaz augmente progressivement jusqu'à une valeur maximale de 497 (m/s) en amont du disque de Mach ainsi elle diminue brusquement juste en aval du choc.

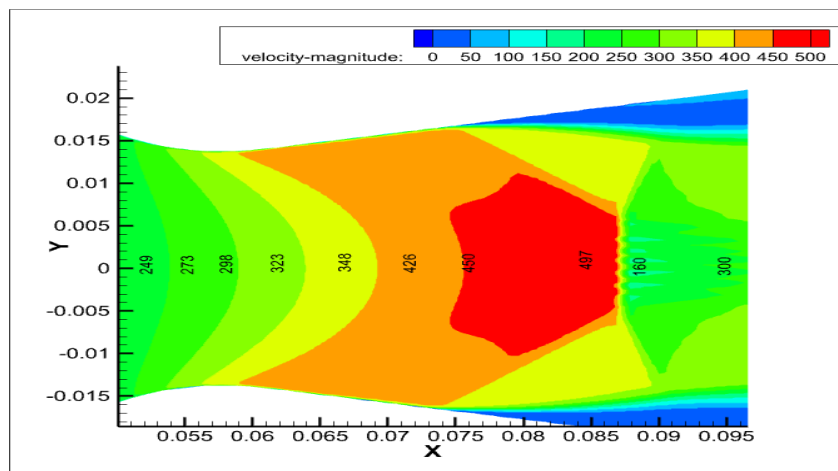


Figure III.22- Evolution de la vitesse le long de l'écoulement.

III.9.3.3. La pression statique :

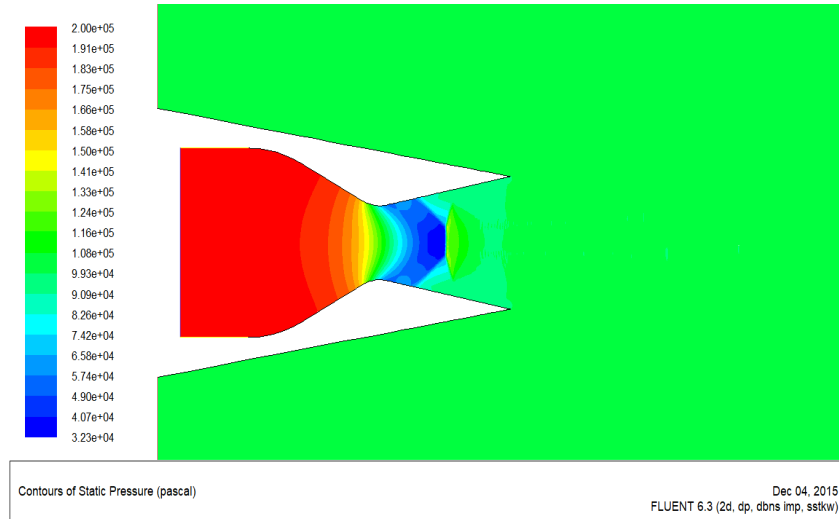


Figure III.23-Champs de pression statique.

Dans la tuyère Convergente-Divergente, Pour transformer l'énergie thermique et l'énergie de pression des gaz en énergie cinétique, les gaz doivent subir une grande transformation de détente. Les figures (III.23 et III.24) représentent l'évolution de la pression statique le long de l'écoulement, où on observe qu'à l'entrée de la tuyère la pression est maximale avec une valeur égale à 1,8 bar, ensuite elle subit une chute sur une distance importante jusqu'à une pression égale à 0,4 bar. On remarque ainsi une augmentation brusque de cette dernière jusqu'à 0,8 bar dans une très faible distance, cela provoque une onde de choc qui freine l'écoulement ; puis, elle atteint une pression de 1.4 bar et reste constante sur une distance.

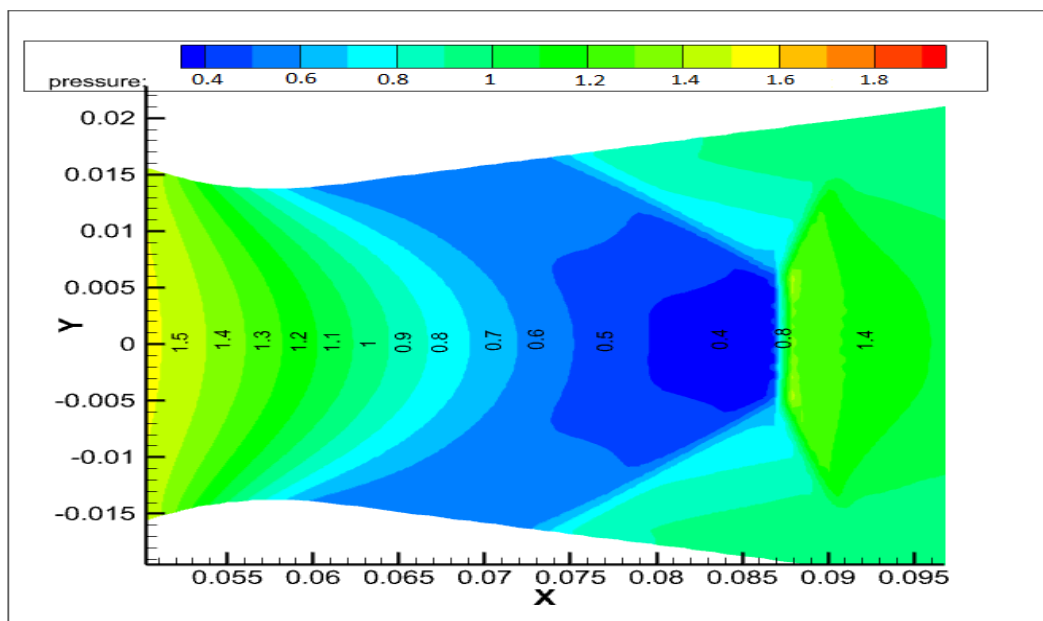



Figure III.24- Evolution de la pression statique en bar.

III.10. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons exposé la méthode numérique de la résolution des équations de mouvement, dans le but de capter la position d'onde de choc générée dans un écoulement supersonique.

Nous avons aussi présenté les détails de la démarche de résolution du problème en utilisant le code de calcul FLUENT 6.3.

Finalement, on a validé nos résultats numériques avec les résultats expérimentaux de C.A Hunter, en comparant plusieurs paramètres (position du disque de Mach, distribution de la pression pariétale). Ainsi, on a montré l'évolution de la vitesse, la pression et de nombre de Mach.



Chapitre IV :
Simulation numérique

IV.1. Introduction :

Après la validation de nos résultats obtenus par la simulation numérique avec les résultats expérimentaux de C.A Hunter [1] pour la tuyère CD d'un divergent de profil linéaire à angle égale à $11,01^\circ$. Dans ce chapitre, nous allons proposer deux autres profils ; le premier concave et le deuxième convexe ; tout en gardant les mêmes dimensions de la partie convergente ainsi que l'angle de divergence pour faire une comparaison entre les résultats obtenus dans les trois profils (linéaire, concave et convexe), sachant que le profil convergent-divergent de la tuyère permet d'accélérer les gaz d'une vitesse subsonique à une vitesse supersonique.

IV.2. Créations de la géométrie des tuyères :

IV.2.1. La tuyère convergente-divergente (concave) :

Les points de la géométrie	x(m)	y(m)	z(m)
A	0	0	0
B	0	-0,0155956	0
C	0	0,0352044	0
D	0,0232918	0,0295402	0
E	0,0504952	0,0155194	0
F	0,0608076	0,0140462	0
G	0,061722	0,0141986	0
H	0,057785	0,0296164	0
K	0,088639	0,0226853	0
I	0,1155735	0,02467059	0

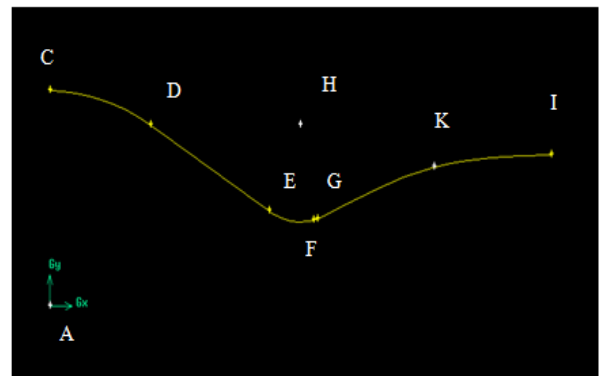


Tableau IV.1- Profil géométrique utilisé pour la tuyère CD (concave).

Calcul des coordonnées du point "K" au cas d'un profil concave :

Pour X_K , on a donné la fonction : $X_K = \frac{X_G - X_I}{2}$

Pour Y_K , on a donné la fonction : $Y_K = \sin \alpha [f(X_G)] + (1 - \sin \alpha)[f(X_I)]$

IV.2.2. La tuyère convergente-divergente (convexe) :

Les points de la géométrie	x(m)	y(m)	z(m)
A	0	0	0
B	0	-0,0155956	0
C	0	0,0352044	0
D	0,0232918	0,0295402	0
E	0,0504952	0,0155194	0
F	0,0608076	0,0140462	0
G	0,061722	0,0141986	0
H	0,057785	0,0296164	0
K	0,088639	0,0162021	0
I	0,11557354	0,02467059	0

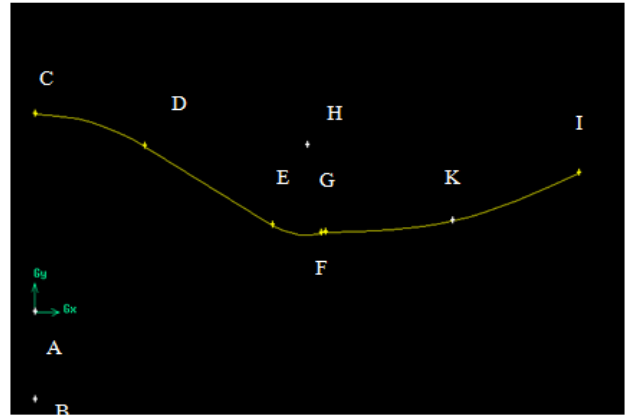


Tableau IV.2- Profil géométrique utilisé pour la tuyère CD (convexe).

Calcul des coordonnées du point "k" au cas d'un profil convexe :

Pour X_K , on a donné la fonction : $X_K = \frac{X_G - X_I}{2}$

Pour Y_K , on a donné la fonction : $Y_K = (1 - \sin \alpha)[f(X_G)] + \sin \alpha [f(X_I)]$

IV.3. Interprétation des résultats :

On considère que le régime d'écoulement dans la tuyère est subsonique au convergent, sonique au col et supersonique au divergent. D'après les figures représentées ci-dessus, le type de réflexion apparu dans le divergent des trois profils (convexe, concave, et linéaire) quand le taux de pression NPR = [2 ; 3 ; 3.5 ; 5] est la réflexion de Mach.

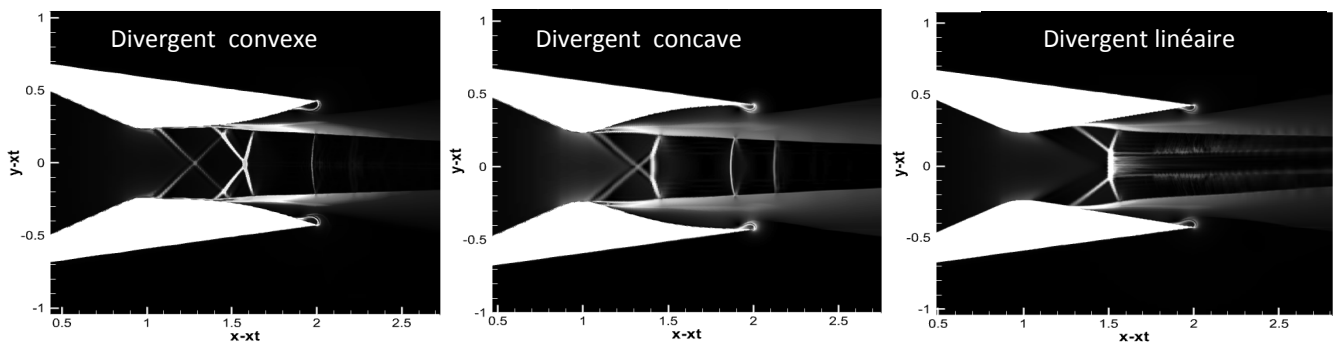


Figure IV.1-Les strioscopies numériques de l'écoulement à NPR=2, pour différents profils de divergence de la tuyère.

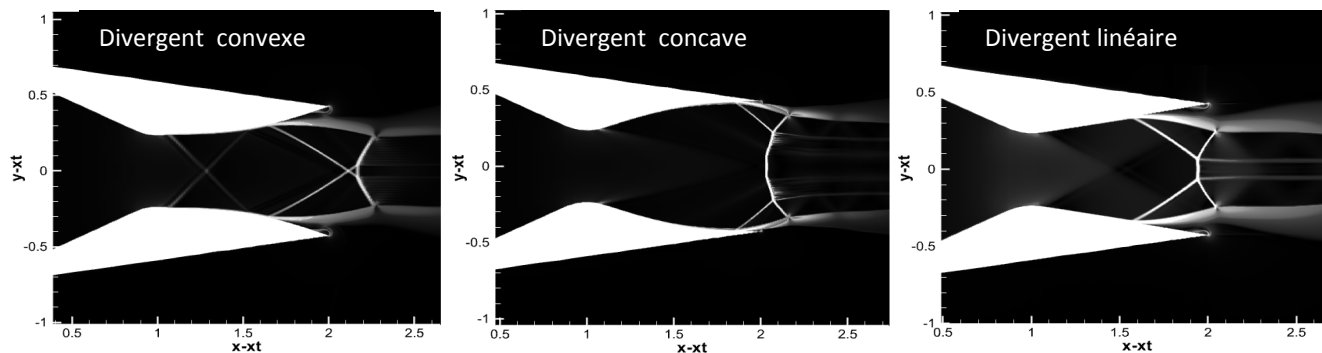


Figure IV.2- Lesstrioscopie numérique de l'écoulement à $NPR=3$, pour différents profils de divergence de la tuyère.

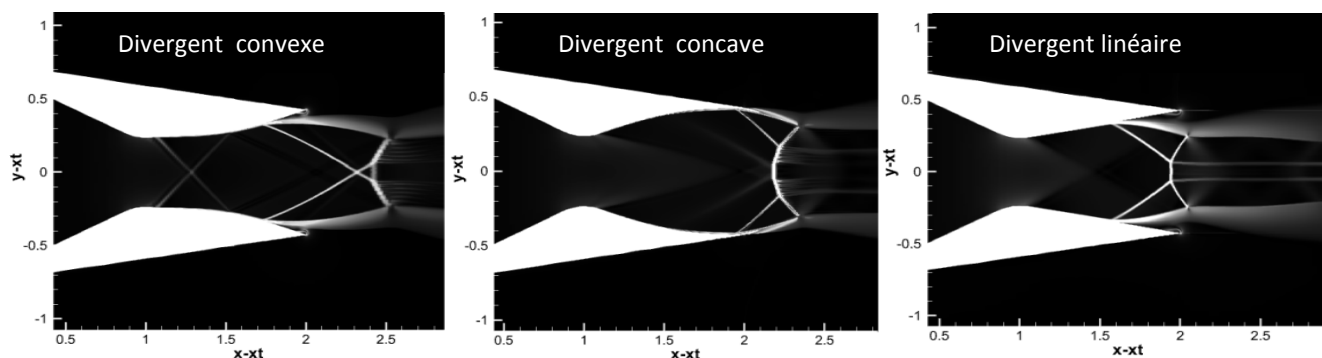


Figure IV.3- Lesstrioscopie numérique de l'écoulement à $NPR=3.5$, pour différents profils de divergence de la tuyère.

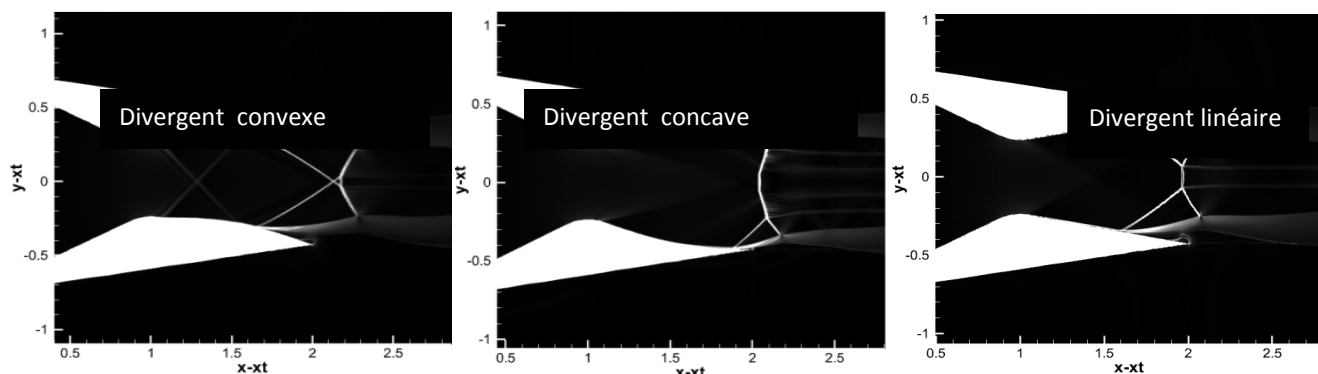


Figure IV.4- Lesstrioscopie numérique de l'écoulement à $NPR=5$, pour différents profils de divergence de la tuyère.

IV.3.1. Observation et interprétation des résultats :

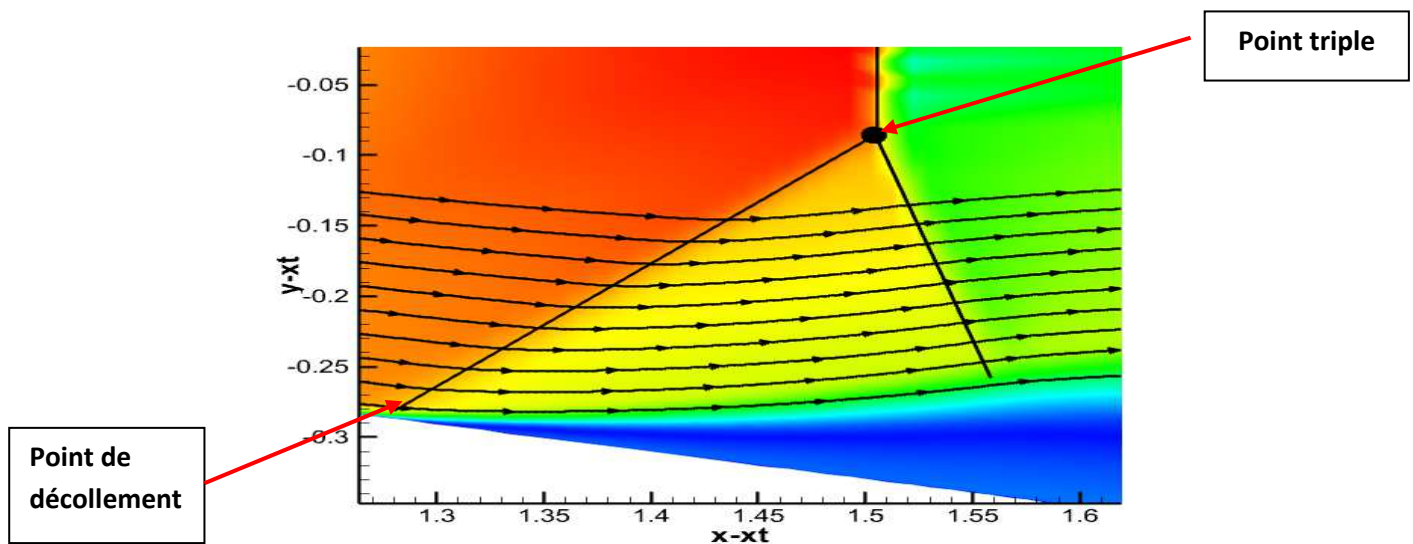
Les mêmes phénomènes physiques apparaissent. De différentes ondes de choc sont produites par la divergence de la tuyère avec différentes caractéristiques.

En premier lieu, dans les trois profils (linéaire, concave et convexe) et pour les différents NPR, on observe l'apparition de deux ondes de choc internes au voisinage du col

Chapitre IV : Simulation numérique

produites sous l'effet de la section, quand l'écoulement rencontre une diminution de la section au col de la tuyère.

En deuxième lieu, on observe deux ondes de choc obliques (ou choc de décollement) à angle oblique par rapport au courant supersonique (voir la figure IV.9), dues à l'effet de sur détente dans la tuyère, où la couche limite s'épaissit et décolle d'un point de décollement (point de séparation) le long des parois du divergent comme le montre (la figure IV.6 et IV.7). Ce décollement produit deux ondes de compression qui se focalisent et forment les chocs obliques, là où l'écoulement est dévié. Ces dernières forment à l'axe un disque de Mach où sa position et sa taille varient d'un cas à un autre (voir les figures IV.8 et IV.9), et deux ondes de choc réfléchies orientées vers l'extérieur. Ces ondes de choc réfléchies démarrent de deux points triples présentés aussi dans la figure IV.5, créés par le croisement du choc interne avec le choc réfléchi et le disque de Mach. Le disque de Mach est suivi d'un ensemble de lignes de glissement.



La figure IV.5 : représentation du point de décollement et le point triple.

Pour un troisième lieu, on remarque que les ondes de choc interne se croisent dans des endroits différents d'un profil à un autre comme suit :

Pour $NPR=2$, les ondes de choc internes se croisent directement au disque de Mach dans le divergent linéaire, différemment au divergent convexe où elles se croisent avec les ondes de choc obliques incidents. Par contre, on remarque une structure différente de l'interaction de Mach dans le profil concave, où les ondes de choc obliques et internes sont superposées l'une sur l'autre, ce qui provoque l'absence totale de la dorme Lambda. Ce dernier appelé phénomène de superposition.

Chapitre IV : Simulation numérique

Pour les autres NPR, on remarque que les ondes de choc internes s'intersectent avec les ondes de choc obliques dans le divergent linéaire, avec les parois de la tuyère au divergent convexe et avec le disque de Mach dans le divergent concave.

Pour éviter ces chocs internes, on a suggéré une autre tuyère d'un même profil (divergent convexe) en changeant les dimensions :

- ✓ Augmentation de l'angle de divergence $\alpha = 20^\circ$.
- ✓ Rapport de section diminue $S_c/S_s = 0.43$

La **figure IV.6** montre la comparaison entre les deux cas où on remarque l'absence des ondes de choc interne dans la tuyère suggérée.

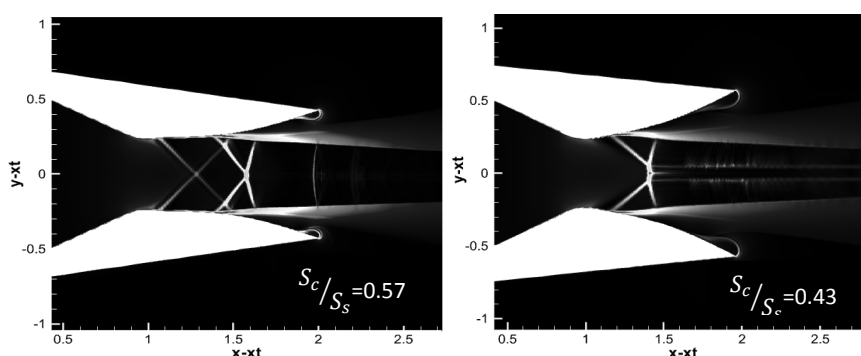


Figure IV.6- Lesstrioscopies numériques de l'écoulement à NPR=2, pour profil de divergence convexe à différents angles.

IV.3.1.2. Le positionnement des points de décollement et de disque de Mach :

La figure IV.7 représente l'évolution du point de décollement de la couche limite tout au long des parois de la tuyère, dont on peut distinguer qu'on a deux types de régime d'écoulement présents dans cette étude ; on note :

Au cas où le profil est concave et le taux de pression qui varie entre les valeurs [3 ; 3,5 ; 5] ; le régime distingué est le régime moteur sur-détente avec décollement naissant, dans lequel la couche limite décolle juste à la lèvre de la tuyère avec l'absence du point de décollement.

Par contre, pour les autres cas restants le régime est sur-détente avec décollement étendu ou la couche limite décolle à l'intérieur de la tuyère.

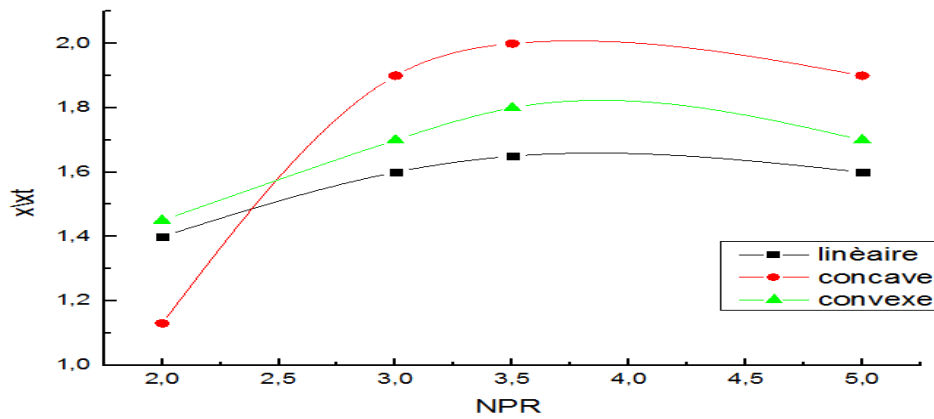


Figure IV.7-L'évolution du point de décollement de la couche limite tout au des parois de la tuyère en fonction de la variation du taux de pression NPR.

La figure IV.8 présente l'évolution de la position de disque de mach adimensionnée par la position du col, en fonction de taux de pression NPR pour les trois profils (concave, convexe et linéaire) :

Pour les trois profils le disque de Mach se déplace vers la sortie du divergent avec chaque augmentation de pression, sauf que pour les profils convexe et concave cette position commence à reculer légèrement lorsque le taux de pression atteint la valeur de 3,5, cela se poursuit jusqu'à NPR=5. On remarque aussi que la position de disque dans le profil convexe est plus avancée vers la sortie par rapport aux autres profils.

On déduit alors, que l'augmentation de taux de pression influence sur le positionnement du disque de Mach jusqu'à la sortie de la tuyère et au-delà il perd son influence.

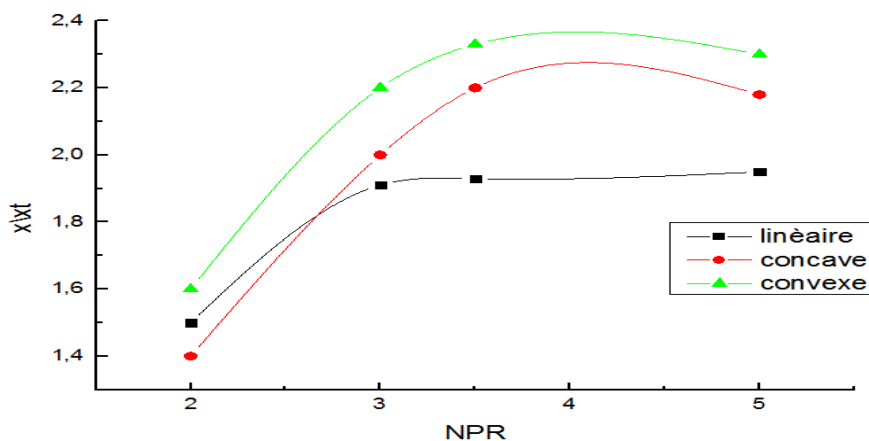


Figure IV.8-L'évolution de la position du disque de Mach avec la variation du taux de pression (NPR).

Chapitre IV : Simulation numérique

IV.3.1.3. Les angles de choc et la taille du disque de Mach:

La figure IV.9 représente la taille du disque de mach ainsi que les angles de décollement de la couche limite.

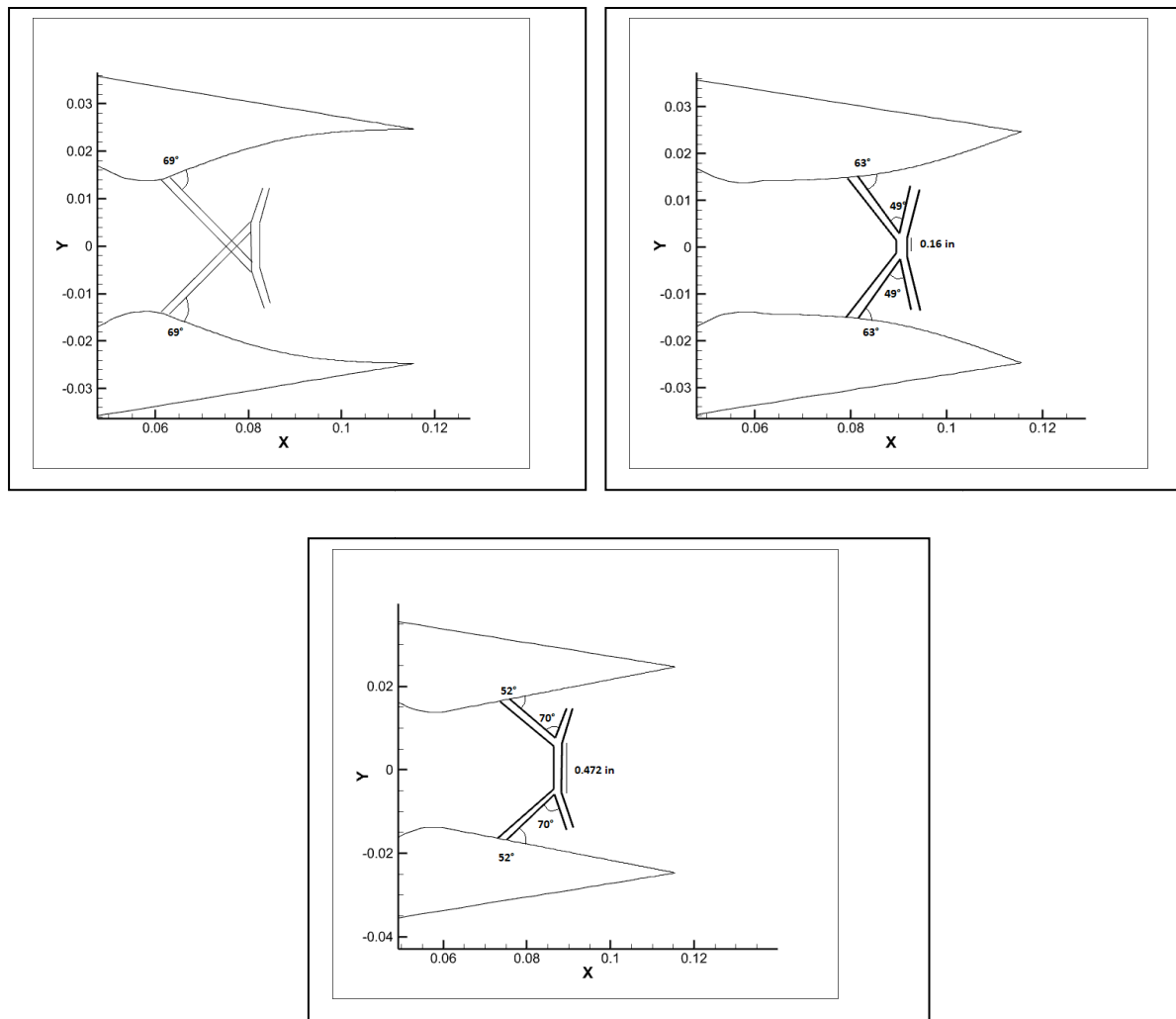


Figure IV-9: Schéma de chocs à NPR=2 pour les trois profils.

Dans cette figure, on remarque que la couche limite décolle de la paroi de la tuyère, en formant un angle dite angle d'inclinaison de flux β . Les résultats présentés ont été pris à un taux de détente NPR=2 et pour les trois profils :

Pour le cas linéaire, le choc lambda principal avait un angle d'inclinaison $\beta = 52^\circ$ avec un nombre de Mach de $M = 1.5$. Par contre, pour le cas convexe, β prend la valeur de 63° qui est plus grande que dans le divergent linéaire et un nombre de Mach de 1.3. On vient au cas concave, où $\beta = 69^\circ$ plus grande que les deux premiers cas avec un nombre de Mach de 1.4.

IV.3.1.4. Les zone de recirculation :

On remarque à la sortie de la tuyère une zone de recirculation de l'écoulement appelée écoulement de retour, qui est associé au décollement du jet supersonique de la paroi de la

Chapitre IV : Simulation numérique

tuyère et à l'aspiration du fluide ambiant du milieu extérieur, qui vient de remplir la zone de la tuyère après le point de décollement de la couche limite. Ce phénomène apparait dans tous les cas mis à part le cas du profil concave pour les $NPR = [3 ; 3,5 ; 5]$.

La figure ci-dessous représente les zones de recirculation de l'écoulement dans les différents profils pour un taux de pression $NPR=2$; où on remarque :

La présence d'un seul tourbillon dans le cas du profil convexe et deux tourbillons dans le cas des profils concave et linéaire, l'un près du coin de la lèvre de la tuyère et l'autre entre ce dernier et la couche de cisaillement. Ces tourbillons diffèrent dans leur taille d'un profil à un autre, où il est plus grand et plus vaste dans le divergent concave.

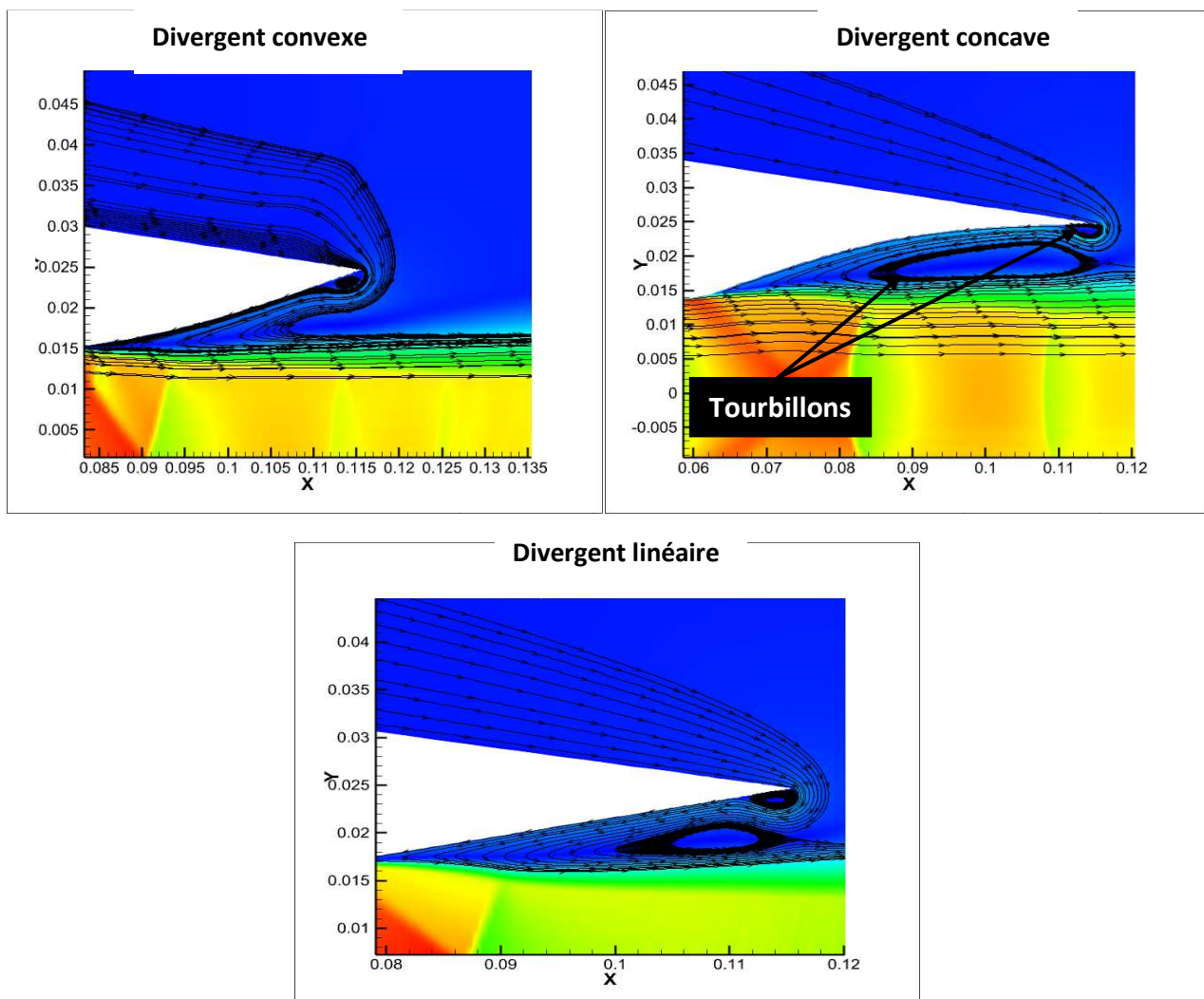


Figure IV.10- Présentation des tourbillons et des zones de recirculation près de la sortie de la tuyère à $NPR=2$ pour différents profils de divergence de la tuyère.

IV.3.1.5. La pression pariétale le long de la tuyère :

Les figures ci-dessus (IV.11, IV.12, IV.13 et IV.14) représentent l'évolution de la pression de la paroi supérieure tout au long de la tuyère dans les trois profils (convexe, concave et linéaire). Elles mettent en évidence un écart entre la pression du plateau et celle du point du début de décollement de la couche limite, qui est plus important au taux de pression $NPR=2$. Cet écart diminue avec l'augmentation du taux de détente NPR . On constate aussi que le saut de pression dû au choc interne est bien reproduit. Il est de plus en plus amplifié avec la diminution de la section de la divergence (du concave, au linéaire, au convexe).

Cette constatation due aux intensités des ondes de choc internes sur la paroi de la tuyère.

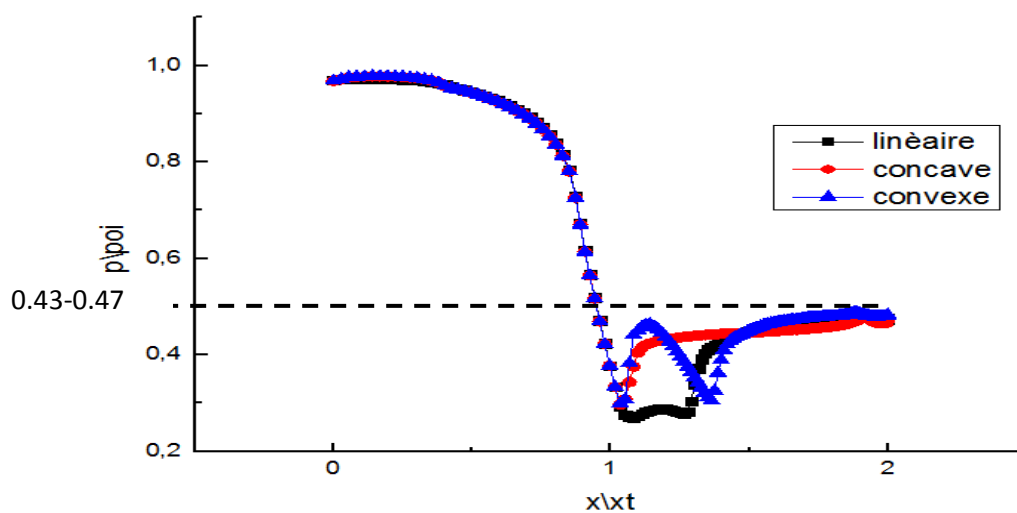


Figure IV.11- Distribution de la pression tout au long de la paroi supérieure pour les trois profils à $NPR=2$.

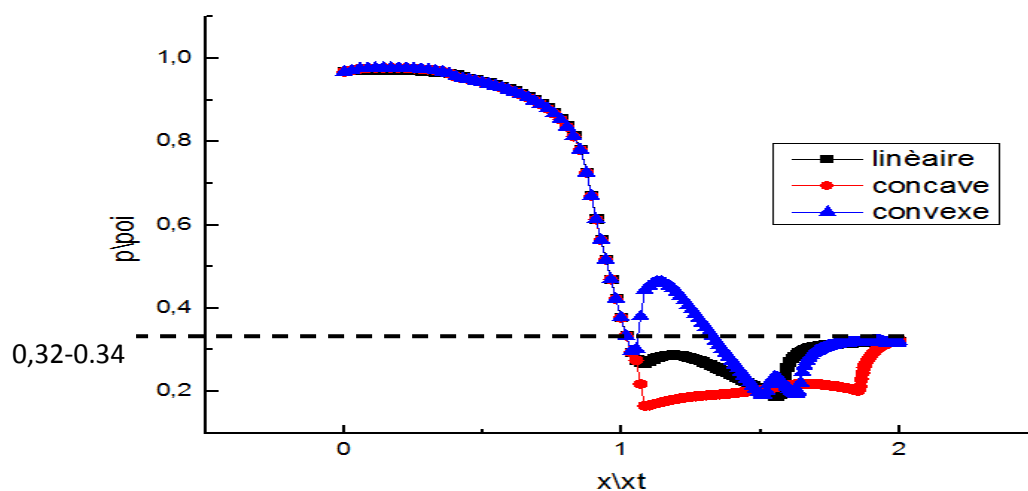


Figure IV.12- Distribution de la pression tout au long de la paroi supérieure des trois profils à $NPR=3$.

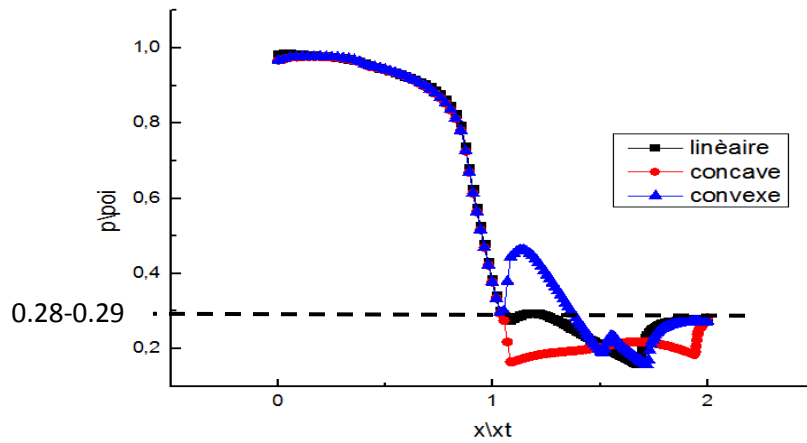


Figure IV.13- Distribution de la pression tout au long de la paroi supérieure des trois profils à NPR=3.5

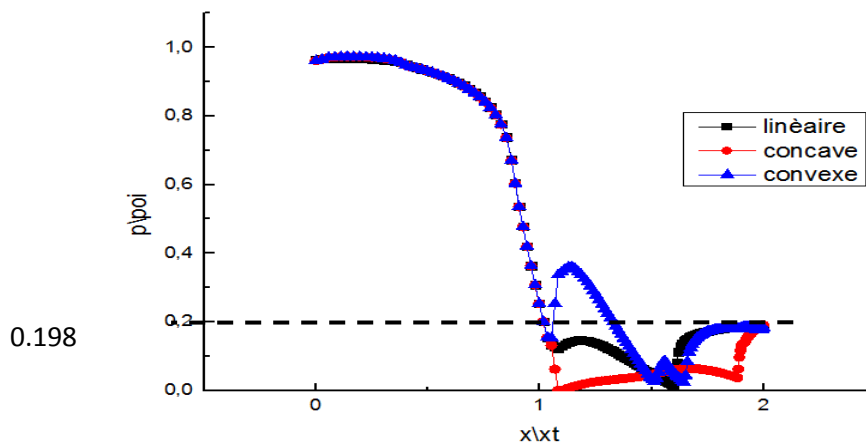


Figure IV.14- Distribution de la pression tout au long de la paroi supérieure des trois profils à NPR=5

IV.3.1.6. Comparaison entre les champs de mach :

La figure IV.15 présente la distribution du nombre de Mach le long de l'écoulement dans la tuyère pour les trois profils (linéaire, concave et convexe) d'un rapport de section $S_c/S_s=0.57$ et pour le profil convexe d'un rapport de section $S_c/S_s=0.43$.

Dans le convergent, l'écoulement est subsonique. Le nombre de mach évolue de l'entrée $M=0.025$, jusqu'à ou il atteint la sonicité au col $M=1$; (l'écoulement est sonique).

Dans le divergent, le nombre de mach augmente $M > 1$; (l'écoulement est supersonique).

La position du disque de mach se diffère d'un profil à un autre. Dans la figure IV.15, on remarque que le disque est plus avancé vers l'extérieur dans le profil convexe d'un rapport de section $S_c/S_s=0.57$, il se positionne en $x = 0.092$ m avec un nombre de Mach $M = 1.4$.

Chapitre IV : Simulation numérique

Dans les deux autres profils (linéaire et concave), le disque de Mach se positionne en

$x = 0.082$ m avec un nombre de Mach $M = 1.3$.

Dans les trois profils (linéaire, concave et convexe d'un rapport de section $S_c/S_s=0.43$) le disque de Mach est dans la même position ($x = 0.085$ m), mais avec différentes valeurs de nombre de Mach respectivement ($M = 1.8$, $M = 1.5$ et $M = 1.7$).

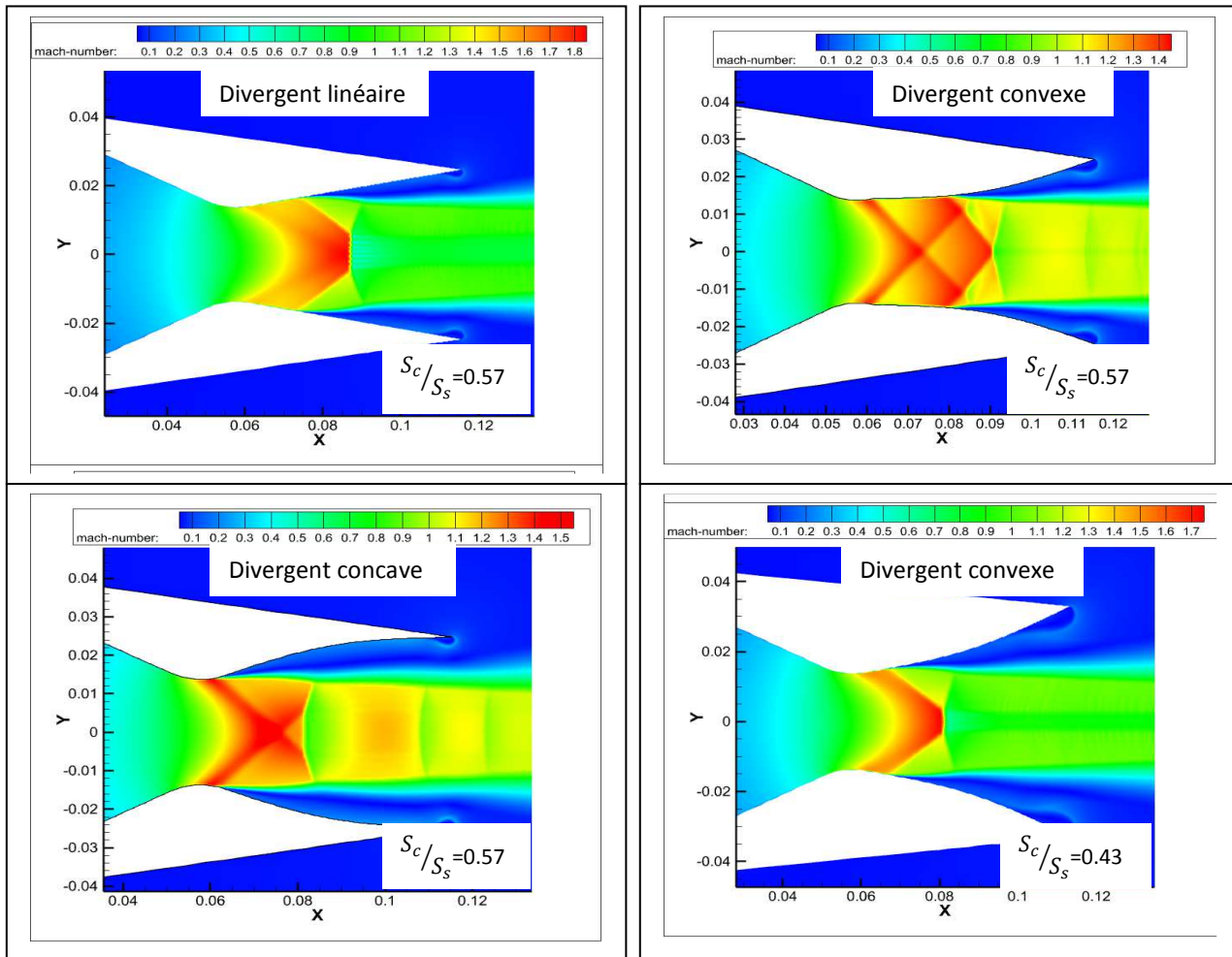


figure IV.15 : Evolution de nombre de Mach pour les trois profils à NPR=2.

IV.4. Conclusion :

Dans ce chapitre, on a présenté les différentes géométries des tuyères proposées pour notre étude (concave et convexe). Ainsi, les calculs numériques d'écoulement turbulent bidimensionnel pour l'investigation des phénomènes d'interactions d'ondes de chocs de ces différentes tuyères, où les résultats obtenus ont bien décrit ces phénomènes et leurs structures globales d'ondes de choc d'un profil à un autre.

Conclusion générale

Notre recherche a pour but de démontrer l'effet de profil du divergent dans la tuyère de Laval (convergente-divergente) sur les phénomènes d'interactions d'ondes de chocs et de mettre en évidence le meilleur divergent possible dans lequel la performance de la tuyère est bien détectée.

Au début, on a exposé les différents régimes de l'écoulement compressible, suivi du fonctionnement théorique de la tuyère supersonique.

Puis, on a étudié l'effet du profil de divergence de la tuyère (concave et convexe), le taux de pression NPR et calculer numériquement l'écoulement supersonique bidimensionnel d'un fluide compressible visqueux, des interactions choc / choc, choc/couche limite.

Alors, nous avons simulé ce phénomène numériquement avec le logiciel commercial Fluent, basé sur la résolution du système d'équations de Navier-stokes moyennées (URANS : Unsteady Reynolds Averaged Navier Stokes). Le modèle de deux équations de transport (SST Menter) est utilisé pour la fermeture des équations.

Le système d'équations régissant cet écoulement est résolu à l'aide de la méthode des volumes finis.

Les résultats obtenus ont été présentés par des strioscopies numériques d'écoulement, des profils de pression pariétale, du point de décollement de la couche limite ainsi que la position du disque de mach.

Avec notre validation, on a obtenu des résultats numériques dont l'évolution est proche des résultats expérimentaux de Hunter [1].

D'après ces résultats obtenus, nous concluons que Le modèle de turbulence que nous avons choisi, est capable de bien recueillir le point de décollement de la couche limite.

Les différents profils de divergence de la tuyère donnent un effet lisible sur la structure globale de l'écoulement, en particulier la performance de la tuyère a été bien détectée dans le profil convexe.

Globalement, le problème que nous avons traité est très intéressant dans les tuyères propulsives et l'intérêt de la recherche. Les résultats qu'on a obtenus sont assortis ou bien conformes avec ceux trouvés dans la littérature.

Résumé

Cette étude montre l'influence de la géométrie du divergent de la tuyère de Laval sur les phénomènes d'interaction des ondes de chocs et de décollement de la couche limite, nous avons utilisés trois profils (linéaire, concave et convexe) avec un angle de 11.01° et un rapport de sections S_c/S_s égale à 0.57 pour différents taux de pression NPR.

La simulation numérique a été effectuée par le code commercial FLUENT, en utilisant le modèle turbulence $k - \omega$ SST. Le calcul a été effectué par la résolution des équations de Navier- Stokes de l'écoulement supersonique d'un fluide compressible visqueux. Les résultats que nous avons obtenus, sont plus concordants par rapport aux ceux trouvés expérimentalement.

Ainsi que la structure globale des ondes de choc de l'écoulement dans la tuyère est effectuée pour les différents profils.

Finalement on peut dire que le profil de la divergence le plus performant est bien le profil convexe.

Références bibliographiques

- [1] C. A. Hunter "experimental, theoretical, and computational investigation of separated nozzle flows" NASA Langley Research Center Hampton, Virginia, 1998.
- [2] Patrice Dubs "étude d'un jet d'azote supercritique utilisé dans un prototype industriel de traitement de surface à faible impact environnemental" ; université "Henri Pointcarré, Nancy1" ; Ecole doctorale d'Energie, Mécanique et Matériaux (EMMA), ED409, 2010.
- [4] Ethirajan Rathakrishnan., "Gas Dynamics"; "Prentice-Hall of India, New Delhi.2004.
- [5] Jean Délery, "Traité d'aérodynamique compressible", Volume 2, écoulements Monodimensionnels stationnaires et surfaces de discontinuité, Lavoisier 2008.
- [6] Andre Lallemand, "Ecoulement monodimensionnel des fluides Compressibles", Techniques de l'ingénieur Génie énergétique – B 8 165
- [7] Yohann Perrot, "étude, mise au point et validation de modèles de turbulence compressible", Thèse de doctorat, INSA de Rouen 2006.
- [8] P. Carriere. "Aérodynamique interne Tuyère et Jets," deuxième partie. Toulouse Ecole Nationale supérieure de l'aéronautique et de l'espace, 1971
- [9] Philippe REIJASSE., "Aérodynamique des tuyères supersoniques", ENSAM.2007
- [10] Martin J. L. Turner. "Rocket and spacecraft propulsion," 3ème Edition. Praxis Ltd, Chichester, UK, 2009
- [11] S. Candel, "Mécanique des Fluides", Dunod 1995.
- [12] Mahfoudi El-Ahcene " Contribution à l'étude des profils de tuyères en écoulement supersonique visqueux par la méthode des volumes ; "Université de Constantine 1", 2014.
- [13] : Ingel Ryhming, "Dynamiques des Fluides", Presses Polytechniques Romandes 1985.
- [14] : R. Comolet, "Mécanique expérimentale des fluides", Tome 1, Masson, 1990.
- [15] Reijasse, P, "Aérodynamique des tuyères propulsives en sur-détente : décollement libre et charges latérales en régime stabilisé, PhD Thesis", Université de Paris VI, 2005.
- [16] Jean Délery, "Aérodynamique interne, tuyères et arrières corps, Département Aérothermodynamique", E.N.S.A.E, 1989.
- [17] Deck, S. "Simulation numérique des charges latérales instationnaires sur des configurations de lanceur", thèse de Doctorat de l'Université d'Orléans, ONERA 2002.
- [18] Gerald Hagemann, Frey M, "Shock pattern in the plume of rocket nozzles: needs for design consideration. Shock Waves 17(6), 387–395", 2008.
- [19] Pascal Pempie, "Moteur fusée à ergols liquides", document CNES DLA/CT 03-194, 2007.

Références bibliographiques

- [20] RAO, G.V.R., "Approximation of optimum thrust nozzle contours". ARS Journal J30(6), page 561, June 1960.
- [21] Manuel Frey, "Behandlung von Strömungsproblemen in Raketendiisen bei Überexpansion. PhD thesis", Université de Stuttgart, Allemagne, 2001.
- [22] GOUIDMI Hamza, "Étude De L'interaction Choc/Choc Des Écoulements Dans Une Tuyère", UNIVERSITE DES FRERES MENTOURI, 2015.
- [23] Edney.B. (1968). Anomalous heat transfer and pressure distribution on blunt bodies at Hypersonic speeds in the presence of an impinging shock. Aeronautical research institute of Sweden. Report 115.
- [24] Jan Östlund, 'Flow processes in rocket engine nozzles with focus on flow separation and side-loads, Technical reports from Royal Institute of Technology, S-100 44 Stockholm, Sweden, 2002.
- [25] Jean Délerly, *Some salient aspects of shock wave /boundary layer interaction*, ISSIS 2008.
- [26] Manuel Frey, Hagemann, G., *Status of flow separation prediction in rocket nozzles*. 34th AIAA/ASME/SAE/ASEE, Joint Propulsion Conference & Exhibit (July 13-15, 1998, Cleveland, OH), AIAA Paper 98-3619, 1998.
- [27] Mohammad Hadi Hamedi Estakhrsar, Mehdi Jahromi," Numerical simulation of turbulent compressible flows in a C-D nozzle with different divergence angles" Journal of Heat and Mass Transfer Research 1 (2014) 93-100.
- [28] Fred W.Steffen, H. George Krull et Ralph F.Schmiedlin," effect of divergence angle on the internal performance characteristics of several conical convergent-divergent nozzles", national advisory committee for aeronautics e54h25.
- [29] A.hadjadj"analyse physique et simulation numérique des écoulements compressibles application aux tuyères de propulseurs" thèse de doctorat à l'université de roune, France 1997.
- [30] G.Satyanarayana, Ch.Varun and S.S.Naidu., "CFD analysis of a Convergent-Divergent nozzle", ACTA TECHNICA CORVINIENSIS - Bulletin of Engineering TOME VI (2013) fascicule 3 IISN 2067-3809 .
- [31] Omid Joneydi Shariatzadeh, Afshin Abrishamkar, and Aliakbar Joneidi jafari "Computational Modeling of a Typical Supersonic Convergent-Divergent Nozzle and Validation by Real Measured Data"., JOCET 2015 Vol.3(3):220-225, ISSN:1793-821X, DOI: 10.7763/ JOCET.2015. V3.198 .
- [32] a.shanthi swaroopini, m.ganesh kumar et t.naveen kumar," numerical simulation and optimization of high performance supersonic nozzle at different conical angles" ijret, september-2015, 2319-1163| pissn: 2321-7308

Références bibliographiques

- [33] Bogdan-Alexandru B., 2015, Analysis of Flow in Convergent Divergent Rocket Engine Nozzle Using Computational Fluid,” International Conference of Scientific Paper AFASES 2015 Brasov, 28-30.
- [34] Yu Y., Shadema M., 2012, CFD study of Effect of Geometry Variations on Flow in a nozzle, Engineering Application of Computational Fluid Mechanics, 6(3), 412-425, DOI: 10.1080/19942060.2012.11015432.
- [35] Hussain Akmf J., Ramjee V., 2010, Effects of the Axi-symmetric Contraction Shape on Incompressible Turbulent Flow, Journals of Fluid Engineering, ASME, USA, 98, 56-68
- [36] Pandey K.M., Singh A.P., 2010), CFD Analysis of Conical Nozzle for Mach 3 at Various Angles of Divergence with Fluent Software, International Journal of Chemical Engineering and Applications, 1(2).
- [37] Kunal Pansari S.A.K., 2005, Numerical Investigation of the Performance of Convergent Divergent Nozzle, International Journal of Modern Engineering Research (IJMER), 3(2), 2662-2666.
- [38] A. Mager, “On the model of the free, shock-separated, turbulent boundary layer”, Journal of Aeronautical Sciences, 1956
- [39] N.Maarouf, “Modelisation des phenomenes dissymetriques dans le divergent des tuyeres supersoniques propulsives: application à la vectorisation de la poussée” these de doctorat de l’Université Dévry-Val D’essonne, France, 2008.
- [40] F.R. Menter. Zonal two equation $k-\omega$ turbulence models for aerodynamic flows. AIAA93-2906, 24th Fluid Dynamics Conference July 6-9, 1993 / Orlando, Florida
- [41] Cyril Pilinski "Étude numérique du décollement en tuyères supersoniques" thèse de Doctorat de l'INSA de Rouen, 2002.
- [42] S.V. Patankar "Numerical heat transfer and fluid flow". Hemispherepublishing corporation, États-Unis d'Amérique, 1980.
- [43] M. Heniche, P. A. Tanguy "A New Element-by-Element Method for Trajectory Calculations with Tetrahedral Finite Element Meshes". International Journal for NumericalMethods in Engineering, 67(9), pp. 1290-1317, 2006.
- [44] FLUENT 12.0: Theory Guide. ANSYS, inc, 2009.
- [45] W. J. Coirier et B.Van Leer "Numerical Flux Formula for the Euler and Navier-StokesEquations". II. Progress in Flux Vector Splitting. AIAA Paper 91-1566, 1991.
- [46] J. L. Steger, R. F. Warming "Flux Vector Splitting of the Inviscid Gas DynamicEquation with Application to Finite Difference Method". Journal of ComputationalPhysics. Vol. 40, pp. 263-393, 1981.

Références bibliographiques

- [47] B. Van LEER "Flux Vector Splitting of the Euler Equations". Lecture Notes in Physics. Vol. 170, pp. 507-512, 1952.
- [48] S. K. Godunov "Finite-Difference Method for Numerical Computation of Discontinuous Solution of the Equations of Fluid Dynamics". Matema. Sbornik. Vol.47, pp. 271-306, 1959.
- [49] S. Osher et F. Solomon "Upwind Difference Schemes for Hyperbolic Systems of Conservation Laws". Math. Comp. Vol. 30(158), pp. 339-374, 1982.
- [50] P. L. Roe "Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors and Difference Scheme". Journal of Computational Physics. Vol. 43, pp. 357-372, 1981.
- [51] P. L. Roe "Characteristic-Based Schemes for the Euler Equations". Ann. Rev. of Fluid Mech. Vol. 18, pp. 337-365, 1986.
- [52] A. Harten "High Resolution Schemes for Hyperbolic Conservation Laws". Journal of Comp. Phys. Vol. 49, pp. 357-393, 1983.
- [53] B. Van Leer, J. L. Thomas, P.L. Roe et R. W. Newsome "A Comparison of Numerical Flux Formulas for the Euler and Navier-Stokes Equations". AIAA pp. 87-1104, (1987).